

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

A. Đặt vấn đề:

Trong chương trình Hình học 12, bài toán viết phương trình đường thẳng trong không gian là bài toán hay và không quá khó. Để làm tốt bài toán này đòi hỏi học sinh phải nắm vững kiến thức hình học không gian, mối quan hệ giữa đường thẳng, mặt phẳng và mặt cầu. Là dạng toán chiếm tỷ lệ nhiều trong các đề thi tốt nghiệp THPT và thi vào Cao đẳng, Đại học nên yêu cầu học sinh phải làm tốt được dạng toán này là hết sức cần thiết.

Trong quá trình giảng dạy, tôi nhận thấy các em còn lúng túng nhiều trong quá trình giải các bài toán về viết phương trình đường thẳng. Nhằm giúp các em giảm bớt khó khăn khi gặp dạng toán này tôi đã mạnh dạn đưa ra chuyên đề : “ **Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian**”. Trong chuyên đề, tôi đã đưa ra phân loại bài tập viết phương trình đường thẳng từ dễ đến khó để học sinh tiếp cận một cách đơn giản, dễ nhớ và từng bước giúp học sinh hình thành tư duy tự học, tự giải quyết vấn đề. Ngoài ra, giúp cho các em làm tốt các bài thi tốt nghiệp cũng như thi vào các trường Cao đẳng và Đại học.

Chuyên đề gồm 3 phần:

Phần I: Phương pháp chung để giải toán

Phần II: Một số dạng toán thường gặp

Phần III: Bài tập tự luận tự luyện

Phần IV: Bài tập trắc nghiệm tự luyện

B. Nội dung:

PHẦN I. PHƯƠNG PHÁP CHUNG ĐỂ GIẢI TOÁN

Trong bài toán viết phương trình đường thẳng d thì phương pháp chung nhất là đi **xác định vector chỉ phương** của đường thẳng và **toạ độ một điểm thuộc đường thẳng** sau đó dựa vào công thức của định nghĩa (trang 83 SGK Hình học 12) để viết phương trình đường thẳng.

Một số trường hợp cơ bản để xác định toạ độ VTCP của một đường thẳng :

TH1: Nếu đường thẳng (d) cho dưới dạng pttts :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$
 thì 1 VTCP là $\vec{u}(a;b;c)$

TH2: Nếu đường thẳng d cho dưới dạng ptct $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ (a.b.c $\neq 0$) thì 1 VTCP là $\vec{u}(a;b;c)$

TH3: Nếu đường thẳng d đi qua 2 điểm phân biệt A, B thì d có 1 VTCP là $\overrightarrow{AB}$

Ví dụ: Xác định toạ độ vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng d trong các

trường hợp sau: a/ d :
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$$
 (t là tham số) b/ d: $\frac{x+2}{-4} = \frac{y-3}{5} = \frac{z}{3}$

Lời giải

GV:Nguyễn Thị Thu trường THPT Lý Tự Trọng – Thăng Bình – Quảng Nam

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

a/ Ta có VTCP của d là $\vec{u}=(-2; 1; 5)$ b/ Ta có VTCP của d là $\vec{u}=(-4; 5; 3)$

PHẦN II. MỘT SỐ BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1: Viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng d biết d đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có chỉ phương $\vec{u}=(a; b; c)$.

Hướng dẫn:

* Phương trình tham số của đường thẳng d là :
$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

* PT chính tắc của đường thẳng d là : $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ (điều kiện $a.b.c \neq 0$)

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của d (nếu có) biết đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; 1; -4)$ và có chỉ phương là $\vec{u}=(-3; 2; -1)$

Lời giải

Ta có phương trình tham số của d là :
$$\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -4 - t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

phương trình chính tắc của d là : $\frac{x+2}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{-1}$

Dạng 2: Viết phương trình tham số của đường thẳng d biết d đi qua hai điểm A, B cho trước.

Hướng dẫn: - VTCP của d là $\vec{AB}$ - Chọn điểm đi qua là A hoặc B

- Đưa bài toán về dạng 1

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của d biết đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -3)$ và $B(-2; 2; 0)$.

Lời giải

Do d đi qua A và B nên VTCP của d là $\vec{AB}=(-3; 0; 3)$

=> phương trình tham số của d là
$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 \\ z = -3 + 3t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Dạng 3: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) .

Hướng dẫn: -VTPT của mặt phẳng (α) là VTCP của đường thẳng d

=> đưa bài toán về dạng 1

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của d biết d đi qua $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với $(\alpha): 2x - 3y - 6z + 19 = 0$

Lời giải VTPT của (α) là $\vec{n}(2; -3; -6)$. Do $d \perp (\alpha)$ nên d nhận $\vec{n}$ làm VTCP

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

$$\Rightarrow \text{phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = 3 - 6t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Dạng 4: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và song song với đường thẳng d' .

Hướng dẫn: - VTCP của d' chính là VTCP của d

$\Rightarrow$ đưa bài toán về dạng 1.

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d biết đường thẳng d đi qua điểm $A(2; -5; 3)$ và song song với d'

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 5 - 3t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}) \quad \text{Lời giải}$$

Do $d \parallel d' \Rightarrow$ vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; -3)$

$$\Rightarrow \text{phương trình tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -5 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Dạng 5: Đường thẳng d đi qua điểm M và song song với 2 mặt phẳng cắt nhau (P) và (Q)

Hướng dẫn: - VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$ ($\vec{n}_P; \vec{n}_Q$ lần lượt là VTPT của hai mp (P) và (Q)) - Đưa bài toán về dạng 1.

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của d biết d đi qua điểm $M(3; 1; 5)$ và song song với hai mặt phẳng (P): $2x + 3y - 2z + 1 = 0$ và (Q): $x - 3y + z - 2 = 0$. **Lời giải.**

Ta có $\vec{n}_P = (2; 3; -2)$; $\vec{n}_Q = (1; -3; 1)$ lần lượt là VTPT của hai mp (P) và (Q). Do $d \parallel (P)$ và $d \parallel (Q)$ nên vector chỉ phương của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (-3; -4; -9)$.

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = 1 - 4t \\ z = 5 - 9t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Dạng 6: Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d' (d' không vuông góc với (P))

Hướng dẫn: - Xác định VTPT của (P) và VTCP của d' lần lượt là $\vec{n}_P$ và $\vec{u}'$
- VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{n}_P, \vec{k}] \Rightarrow$ Đưa bài toán về dạng 1.

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d biết đường thẳng d đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$, song song với mặt phẳng

$$(Oxz) \text{ và vuông góc với } d': \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Lời giải Ta có: VTPT của (Oxz) là $\vec{j} = (0; 1; 0)$

VTCP của d' là $\vec{u}' = (3; -1; 2)$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

Do $d // (Oxz)$ và $d \perp d' \Rightarrow$ VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{j}, \vec{u}'] = (2; 0; -3)$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = -2 + 2t' \\ y = 1 \\ z = 3 - 3t' \end{cases} \quad (t' \text{ là tham số})$$

Dạng 7 : Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với hai đường thẳng d_1 và d_2 (d_1 và d_2 là hai đường thẳng chéo nhau)

Hướng dẫn : - Xác định VTCP của d_1 và d_2 lần lượt là $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$)

- VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \Rightarrow$ Đưa bài toán về dạng 1.

Ví dụ: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz , viết phương trình tham số của

đường thẳng d biết d đi qua điểm $M(2; -3; 4)$, vuông góc với d_1 :
$$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

và d_2 : $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$ **Lời giải**

Ta có : VTCP của d_1 là $\vec{u}_1 = (-3; 1; 2)$ và VTCP của d_2 là $\vec{u}_2 = (2; 5; 3)$

Do $d \perp d_1$ và $d \perp d_2 \Rightarrow$ VTCP của d là $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-7; 13; -17)$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = 2 - 7t \\ y = -3 + 13t \\ z = 4 - 17t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

Dạng 8 : Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2

Hướng dẫn :

Chuyển pt của d_1 và d_2 về dạng tham số (lần lượt theo tham số t và t')

- Giả sử d cắt d_1 và d_2 theo thứ tự tại B và C . Khi đó suy ra toạ độ B và C theo thứ tự thoả mãn các pt tham số của d_1 và d_2

- Từ điều kiện M, B, C thẳng hàng ta xác định được toạ độ của B và C

- Đường thẳng d là đường thẳng đi qua 2 điểm M và B

Ví dụ: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình tham số của

đường thẳng d biết d đi qua điểm $A(1; 1; 0)$ và cắt cả 2 đường thẳng (d_1) :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$$

và (d_2) :
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 2 + s \end{cases} \quad (t, s \text{ là tham số})$$

Lời giải

Giả sử d là đường thẳng cần dựng và d cắt d_1 và d_2 theo thứ tự tại B và C . Khi đó:

$B \in d_1 \Rightarrow B(1+t; -t; 0); C \in d_2 \Rightarrow C(0; 0; 2+s)$

$\Rightarrow \vec{AB}(t; -t-1; 0); \vec{AC}(-1; -1; 2+s)$

GV: Nguyễn Thị Thu trường THPT Lý Tự Trọng – Thăng Bình – Quảng Nam

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

$$\text{Ba điểm A, B, C thẳng hàng} \Leftrightarrow \begin{cases} t = k(-1) \\ -t - 1 = k(-1) \\ 0 = k(2 + s) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = -2 \\ t = -\frac{1}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy d đi qua A(1;1;0) và C(0;0;0) $\Rightarrow$ d có PT : $\begin{cases} x = t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$ (t' là tham số).

Dạng 9 : Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2

Hướng dẫn :- Chuyển phương trình của d_2 về dạng tham số

- Giả sử d cắt d_2 tại B, khi đó tìm được tọa độ B thỏa mãn pt tham số của $d_2 \Rightarrow$ tọa độ $\overrightarrow{AB}$

- Vì $d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow$ giá trị tham số $\Rightarrow$ tọa độ điểm B

- Viết phương trình đường thẳng d thỏa mãn đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}$ là VTCP

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua A(0;1;1), vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 cho bởi:

$$(d_1): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = -1 \end{cases} \quad \text{và} \quad (d_2): \begin{cases} x = 2u \\ y = 1 + u \\ z = u \end{cases} \quad (t, u \text{ là tham số})$$

Lời giải

Giả sử d là đường thẳng cần dựng và cắt d_2 tại B, khi đó B(2u ; 1+u ; u)
 $\Rightarrow \overrightarrow{AB}(2u ; u ; u-1)$. Gọi $\vec{u}_1$ là 1 VTCP của d_1 ta có $\vec{u}_1(-1;1;0)$

Vì $d \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow u = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(0;0;-1)$

Vậy phương trình đường thẳng d là : $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = 1 - t \end{cases}$ (t là tham số).

Dạng 10 : Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_1

Hướng dẫn :

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $d_1 \Rightarrow$ tọa độ H theo tham số t
- Do $AH \perp d_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_1 = 0$ ($\vec{u}_1$ là VTCP của d_1) $\Rightarrow$ giá trị của tham số t $\Rightarrow$ tọa độ H
- Vậy d là đường thẳng đi qua 2 điểm A và H

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d đi qua A(1;2;-2), vuông góc với d' và cắt d' trong đó d' có phương trình
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d' $\Rightarrow H(t; 1 - t; 2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} (t - 1; -t - 1; 2t + 2)$

$\overrightarrow{u_1} (1; -1; 2)$ là VTCP của d'

$$\text{Do } AH \perp d' \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow 6t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2}{3} \right)$$

$$\text{Vậy phương trình của d là: } \begin{cases} x = 1 - \frac{5}{3}u \\ y = 2 - \frac{1}{3}u \\ z = -2 + \frac{2}{3}u \end{cases} \quad (u \text{ là tham số})$$

Dạng 11 : Viết phương trình đường thẳng d nằm trong mp(P) đồng thời cắt cả hai đường thẳng d₁ và d₂

Hướng dẫn : - Nhận xét giao điểm của d₁ và d₂ với d chính là giao điểm của d₁ và d₂ với mp(P).

- Xác định A và B lần lượt là giao điểm của d₁ và d₂ với (P)
- Đường thẳng d cần tìm là đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d nằm trong mp(P) : $y + 2z = 0$ đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d₁:
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 4t \end{cases} \quad \text{và } d_2$$

$$: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 1 \end{cases}$$

(t và t' là tham số)

Lời giải

Gọi A và B lần lượt là giao điểm của d₁ và d₂ với (P) $\Rightarrow A(1;0;0)$ và $B(5;-2;1)$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”
 Khi đó đường thẳng d cần tìm là đường thẳng đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}(4;-2;1)$ là VTCP

$$\Rightarrow \text{Phương trình của d là: } \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}).$$

Dạng 12 : Viết phương trình đường thẳng d song song với d' đồng thời cắt cả hai đường thẳng d₁ và d₂

Hướng dẫn:

- Chuyển pt của hai đường thẳng d₁ và d₂ về dạng tham số (giả sử theo tham số t và t')
- Giả sử A và B lần lượt là giao điểm của d với d₁ và d₂ $\Rightarrow$ Toạ độ A và B theo tham số t và t'
- Xác định $\vec{u}$ là VTCP của d'
- Do d//d' nên $\vec{u}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\Rightarrow$ giá trị của tham số t và t' $\Rightarrow$ toạ độ 2 điểm A và B
- Đường thẳng d là đường thẳng đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB}$ là VTCP

Ví dụ: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d biết d song song với d' : $x - 4 = \frac{y-7}{4} = \frac{z-3}{-2}$ đồng thời cắt cả hai đường thẳng d₁ và

$$d_2 \text{ với } d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$\text{và } d_2 : x = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{3}.$$

Lời giải

$$d' \text{ có VTCP } \vec{u}(1;4;-2), d_2 \text{ có pt tham số } \begin{cases} x = t' \\ y = 1 - 2t' \\ z = 1 + 3t' \end{cases}$$

Giả sử A và B lần lượt là giao điểm của d với d₁ và d₂ $\Rightarrow A(t; -1 + 2t; t)$ và $B(t'; 1 - 2t'; 1 + 3t')$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(t' - t; 2 - 2t' - 2t; 1 + 3t' - t)$$

Do d // d' nên $\vec{u}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{t' - t}{1} = \frac{2 - 2t' - 2t}{4} = \frac{1 + 3t' - t}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow A(2; 3; 2)$$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

Vậy d là đường thẳng đi qua A và nhận $\vec{u}$ là VTCP $\Rightarrow d$ có pt là:
$$\begin{cases} x = 2 + u \\ y = 3 + 4u \\ z = 2 - 2u \end{cases}$$

u : tham số)

Dạng 13 : Viết phương trình đường thẳng d song song và cách đều hai đường thẳng song song d_1 và d_2 đồng thời d nằm trong mặt phẳng chứa d_1 và d_2 .

Hướng dẫn :

- VTCP $\vec{u}$ của d là VTCP của d_1 hoặc d_2
- Xác định tọa độ điểm $M \in d_1, N \in d_2 \Rightarrow$ tọa độ trung điểm I của MN thuộc d .
- Vậy đường thẳng d cần tìm là đường thẳng đi qua I và nhận $\vec{u}$ là VTCP

Ví dụ: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số}) \quad \text{và} \quad d_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}.$$

Viết phương trình tham số của đường thẳng d nằm trong mặt phẳng chứa d_1 và d_2 đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

Lời giải

Do $d_1 \parallel d_2$ và d cách đều $d_1, d_2 \Rightarrow$ chỉ phương của d là $\vec{u} = (3; 1; -2)$

Lấy $M(2; -3; 4) \in d_1, N(4; -1; 0) \in d_2 \Rightarrow$ tọa độ trung điểm I của MN là $I(3; -2; 2) \in d$

$$\Rightarrow \text{phương trình tham số của } d \text{ là } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

Dạng 14 : Viết phương trình đường thẳng d là đường vuông góc chung của hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau.

Hướng dẫn :

Cách 1.

- Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 ($A \in d_1$ và $B \in d_2$). Khi đó tọa độ A và B thỏa mãn phương trình tham số của d_1 và $d_2 \Rightarrow$ Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$
- Từ điều kiện $AB \perp d_1$ và $AB \perp d_2 \Rightarrow$ Tọa độ A và B
- Đường thẳng d cần tìm là đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Cách 2.

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

- Xác định vector $\vec{u}$ và $\vec{u'}$ lần lượt là VTCP của hai đường thẳng d_1 và d_2 . Gọi $\vec{v}$ là VTCP của đường thẳng $d \Rightarrow \vec{v} = [\vec{u}, \vec{u'}]$
- Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa d và d_1
- Xác định A là giao điểm của d_2 và mp(P)
- Đường thẳng d cần tìm là đường thẳng đi qua A và nhận $\vec{v}$ là VTCP.

Ví dụ: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho hai đường thẳng chéo nhau

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 3t \end{cases} \text{ và}$$

$$d_2: \begin{cases} x = 2 + u \\ y = -3 + 2u \\ z = 1 + 3u \end{cases} . \text{ Viết phương trình đường vuông góc chung của } d_1 \text{ và } d_2?$$

Lời giải

Gọi $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ theo thứ tự là VTCP của d_1 và $d_2 \Rightarrow \vec{u}_1 (2;1;3)$ và $\vec{u}_2 (1;2;3)$

Gọi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 ($A \in d_1$ và $B \in d_2$) $\Rightarrow$

$A(1+2t; 2+t; -3+3t)$ và

$B(2+u; -3+2u; 1+3u) \Rightarrow \overrightarrow{AB} (u-2t+1; 2u-t-5; 3u-3t+4)$

Từ điều kiện $AB \perp d_1$ và $AB \perp d_2 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(u-2t+1) + 2u-t-5 + 3(3u-3t+4) = 0 \\ u-2t+1 + 2(2u-t-5) + 3(3u-3t+4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{29}{9} \\ u = \frac{25}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{67}{9}; \frac{47}{9}; \frac{20}{3}\right); \overrightarrow{AB}\left(-\frac{24}{9}; -\frac{24}{9}; \frac{24}{9}\right)$$

Vậy đường thẳng vuông góc chung d là đường đi qua A và nhận $\vec{u}(1;1;-1)$ là

$$\text{VTCP} \Rightarrow d \text{ có phương trình là: } \begin{cases} x = \frac{67}{9} + t' \\ y = \frac{47}{9} + t' \\ z = \frac{20}{3} - t' \end{cases} \quad (t' : \text{là tham số})$$

Dạng 15 : Viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu của d' trên mặt phẳng (P).

Hướng dẫn : - Xác định điểm chung của d' và mp(P)

+ Nếu $d' \subset (P)$ thì hình chiếu của d' chính là d'

GV: Nguyễn Thị Thu trường THPT Lý Tự Trọng – Thăng Bình – Quảng Nam

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

+ Nếu $d' // (P)$ thì

*Xác định $A \in d'$

*Xác định B là hình chiếu vuông góc của A trên (P)

*d là đường thẳng đi qua B và $//d'$

+ Nếu $d' \cap (P) = M$ thì:

*Xác định $A \in d'$ (A không trùng với M)

*Xác định B là hình chiếu vuông góc của A trên (P)

*d là đường thẳng đi qua 2 điểm M và B

Ví dụ : Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d là hình chiếu của d' :
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$$
 trên mặt phẳng (P): $2x - 3y + z + 1 = 0$.

0.

Lời giải

Gọi $M = d' \cap (P) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Ta có $A(2; 1; 3) \in d'$

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) $\Rightarrow d_1$ có pt là:

$$\begin{cases} x = 2 + 2u \\ y = 1 - 3u \quad (*) \\ z = 3 + u \end{cases}$$

Gọi B là hình chiếu vuông góc của A trên (P) $\Rightarrow B = (P) \cap d_1$

Thay (*) vào phương trình mp (P) ta được: $2(2+2u) - 3(1-3u) + 3+u + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow 14u = -5 \Leftrightarrow u = -\frac{5}{14}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{9}{7}; \frac{29}{14}; \frac{37}{14}\right) \Rightarrow \overline{MB}\left(\frac{11}{14}; \frac{8}{14}; \frac{2}{14}\right)$$

Đường thẳng d cần tìm là đường đi qua B và nhận $\vec{u}_1(11; 8; 2)$ là VTCP

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số của d là : } \begin{cases} x = \frac{9}{7} + 11t \\ y = \frac{29}{14} + 8t \\ z = \frac{37}{14} + 2t \end{cases} \quad (t \text{ là tham số})$$

PHẦN III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

Bài 1: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(0; 2; 1) và B(1; -1; 3).
Viết phương trình tham số của đường thẳng AB (*Đề thi tốt nghiệp BTTHPT lần 1 năm 2007*)

Bài 2: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm M(3; 4; 1), N(2; 3; 4).
Viết phương trình chính tắc của đường thẳng MN (*Đề thi tốt nghiệp BTTHPT lần 2 năm 2007*)

Bài 3: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm M(1; 0; 2) và N(3; 1; 5).
Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và N.

(*Đề thi tốt nghiệp THPT phân ban lần 2 năm 2007*)

Bài 4: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm M(-1; 2; 3) và mặt phẳng (α):

$x - 2y + 2z + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (α)

(*Đề thi tốt nghiệp BTTHPT năm 2008*)

Bài 5: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm M(1; 2; 3) và mặt phẳng (α):

$2x - 3y + 6z + 35 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với (α)
(*TNTHPT không phân ban năm 2008*)

Bài 6: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(3; -2; -2) và mặt phẳng (α): $2x - 2y + z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α)

(*Đề thi TN THPT phân ban năm 2008*)

Bài 7: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai điểm A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4).
Viết phương trình của đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) (*Đề thi tuyển sinh đại học khối D năm 2007*)

Bài 8: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $2x + 3y - 4z + 5 = 0$ và (Q): $3x + y - z + 4 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q).

Bài 9: Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{1} \quad \text{và} \quad d_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \\ z = 8 + t \end{cases}$$

Bài 10: Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d: $\begin{cases} x = -4 - t \\ y = -1 + 8t \\ z = -3t \end{cases}$

trên mặt phẳng (P): $3x + 2y + z - 5 = 0$.

Bài 11: Viết phương trình đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng Oxy và cắt cả hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 5t \\ z = -1 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}); \quad d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 4 + 2t' \\ z = 6 + t' \end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R}).$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

Bài 12: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho hai đường thẳng d_1 :

$$\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1} \quad \text{và } d_2: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}). \text{ Viết phương trình đường thẳng } d \text{ vuông}$$

góc với mặt phẳng (P): $7x + y - 4z = 0$ và cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2

(*Đề thi tuyển sinh đại học khối A năm 2007*).

Bài 13: Trong không gian hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P): $3x + 12y - 3z - 20 = 0$, (Q): $3x - 4y + 9z + 8 = 0$ và cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 . Biết $d_1: \frac{x+4}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+1}{3}$, $d_2: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{4}$.

Bài 14: Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 3; 3)$, vuông góc với

đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{1} = \frac{z+2}{1}$ và cắt đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = -3 \\ y = 8 - t \\ z = 9 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Bài 15: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 (*Đề thi tuyển sinh đại học khối D năm 2006*).

Bài 16: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm $A(-4; -2; 4)$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$, viết phương trình đường thẳng d' đi qua điểm A , cắt và vuông góc

với đường thẳng d . (*Đề thi tuyển sinh đại học khối B năm 2004*)

Bài 17: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$

và mặt phẳng (P): $x + 2y - 3z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ

(*Đề thi tuyển sinh đại học khối D năm 2009*).

Bài 18: Viết phương trình đường thẳng d song song, cách đều d_1, d_2 và thuộc mặt

phẳng chứa hai đường thẳng d_1, d_2 trong đó $d_1: \frac{x+2}{3} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-9}{4}$; $d_2:$

$$\frac{x}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+7}{4}.$$

Bài 19: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng d biết d vuông góc với mặt phẳng (P): $x + 2y + z + 2 = 0$ đồng thời cắt cả hai

đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - t' \\ y = 3 + t' \\ z = 4 + 2t' \end{cases} \quad (t \text{ và } t' \text{ là tham số}).$

Bài 20: Viết phương trình tham số của d biết d song song với hai mặt phẳng (P):

$x + 2y - z + 1 = 0$ và (Q): $-x - y + 2z - 2 = 0$ đồng thời cắt hai đường thẳng

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}, \quad d_2: \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 2 - t' \end{cases}.$$

Bài 21: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho tam giác ABC có A(1;1;0), B(0;2;1) và trọng tâm G(0;2;-1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm C và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

(Đề thi tuyển sinh cao đẳng khối A, B năm 2009).

Bài 22: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\frac{x+3}{2} = y+1 = z-3$

và mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 5 = 0$.

a. Tính góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P)

b. Viết phương trình đường thẳng d' nằm trong mặt phẳng (P), đi qua giao điểm A của đường thẳng d với mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất.

PHẦN IV. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm A(1;0;3) và B(4;2;-1)?

A. $\begin{cases} 2x + 3y + 2 = 0 \\ 4x + 3z + 13 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - 3y + 2 = 0 \\ 4x - 3z - 13 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x + 3y - 2 = 0 \\ 4x - 3z + 13 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x - 3y - 2 = 0 \\ 4x + 3z - 13 = 0 \end{cases}$

2. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm M(1;-2;5) và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y + 2z + 5 = 0$ là:

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$

B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{2}$

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{2}$

D. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{-2}$

3. Hệ nào dưới đây là phương trình của đường thẳng d: $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -2 + 5t \end{cases}$?

A. $\begin{cases} 3x + 2y + 13 = 0 \\ 5x + 2z + 11 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x + 2y - 13 = 0 \\ 5x + 2z - 11 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x - 2y + 13 = 0 \\ 5x - 2z + 11 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x - 2y - 13 = 0 \\ 5x - 2z - 11 = 0 \end{cases}$

4. Hãy tìm một vector chỉ phương của đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x - 3y - 5z + 8 = 0, x + y - 2z - 1 = 0$?

A. $\vec{u} = (11; -1; -5)$

B. $\vec{u} = (-11; 1; 5)$

C. $\vec{u} = (11; -1; 5)$

D. $\vec{u} = (11; 1; 5)$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

5. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng

$$(P): 4x - y - z + 5 = 0?$$

A. $M(1; 1; 2)$

B. $M(1; -1; 2)$

C. $M(1; 1; -2)$

D. $M(-1; -1; 2)$

6. Góc giữa đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 + t \\ z = 4 + \sqrt{2}t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$

bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{2}$

7. Tính góc giữa 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2}t \\ y = -2 - \sqrt{2}t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$?

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{2}$

8. Tọa độ giao điểm M của 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 8t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$ và

$$d_2: \frac{x-7}{2} = \frac{y-3}{-5} = \frac{z-5}{2} \text{ là:}$$

A. $M(9; 2; 7)$

B. $M(9; 2; -7)$

C. $M(9; -2; -7)$

D. $M(9; -2; 7)$

9. Tìm m để 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{m}$ và $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y+5}{2} = \frac{z}{1}$ cắt nhau?

A. $m=1$

B. $m=2$

C. $m=3$

D. $m=4$

10. Cho 2 điểm $A(-1; 3; -5), B(m-1; m; 1-m)$. Giá trị của m để đường thẳng AB song song với mặt phẳng $(\alpha): x + y - z + 4 = 0$ là:

A. $m=1$

B. $m=2$

C. $m=3$

D. $m=4$

11. Giá trị nào của m để đường thẳng $d: \frac{x-1}{m} = \frac{y+2}{2m-1} = \frac{z+3}{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z - 5 = 0$ là:

A. $m=1$

B. $m=-1$

C. $m=2$

D. $m=-2$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

12. Xác định tọa độ hình chiếu M' của điểm $M(1;2;6)$ lên đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{1}?$$

A. $M'(0;2;4)$

B. $M'(0;-2;-4)$

C. $M'(0;-2;4)$

D. $M(0;2;-4)$

13. Khoảng cách từ điểm $A(2;3;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ bằng :

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{6}$

D. $\sqrt{7}$

14. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{m} = \frac{z-1}{m-2}$ cắt mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z - 5 = 0$?

A. $m \neq \frac{1}{5}$

B. $m \neq \frac{3}{5}$

C. $m \neq \frac{2}{5}$

D. $m \neq \frac{4}{5}$

15. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng $3x - 2y + z + 3 = 0, 4x - 3y + 4z + 2 = 0$ song song với mặt phẳng $(P): 2x - y + (m + 3)z - 2 = 0$?

A. $m=5$

B. $m=-5$

C. $m=3$

D. $m=-3$

16. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng song song $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1}$ và

$$d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1} \text{ bằng:}$$

A. $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{5\sqrt{30}}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{5}}{6}$

17. Phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng

$$x - y + z = 0, x + y - z = 0 \text{ và song song với đường thẳng } d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{4}$$

có dạng:

A. $2x + y + z + 1 = 0$

B. $2x - y + z - 1 = 0$

C. $2x - y + z = 0$

D. $2x + y - z = 0$

18. Xét vị trí tương đối giữa 2 đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}, d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{4} \text{ ta được kết quả nào?}$$

A. Cắt nhau

B. Song song

C. Chéo nhau

D. Trùng nhau

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

19. Cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. Tìm mệnh

đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A.** $d \subset (\alpha)$ **B.** $d \parallel (\alpha)$ **C.** $d \cap (\alpha) = M$ **D.** $d \perp (\alpha)$

20. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \begin{cases} x - 2y - z - 2 = 0 \\ 2x + z - 5 = 0 \end{cases}$.

Gọi $M \in d$ và $\vec{u}$ là vector chỉ phương của đường thẳng. Tìm nhận định đúng?

- A.** $M(3; -1; 1)$ và $\vec{u}(1; -1; 2)$
B. $M(3; 1; -1)$ và $\vec{u}(1; 1; -2)$
C. $M(3; 1; -1)$ và $\vec{u}(1; 1; 2)$
D. Cả 3 đáp án trên đều sai

21. Xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 2u \\ y = -1 + 2u \\ z = 2 - 2u \end{cases}$?

- A.** d và d' chéo nhau **B.** $d \parallel d'$ **C.** $d \cap d' = M$ **D.** $d \equiv d'$

22. Cho 4 điểm $A(1; 1; 1)$, $B(1; 3; 5)$, $C(1; 1; 4)$, $D(2; 3; 2)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $I \equiv J$ **B.** $IJ \perp (ABC)$ **C.** $AB \perp IJ$ **D.** $CD \perp IJ$

23. Khoảng cách từ điểm $M(-2; -4; 3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ bằng bao nhiêu?

- A.** 11 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

24. Cho tứ diện $ABCD$ với $A(4; 1; 5)$, $B(1; 1; 1)$, $C(4; 6; 5)$, $D(4; 0; 3)$. Tính chiều cao của tứ diện xuất phát từ đỉnh A ?

- A.** $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{15\sqrt{139}}{139}$

25. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Hãy tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng AC và BD' ?

- A.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{5}$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

26. Cho 2 điểm $M_0(2; 3; 1)$, $M_1(1; -1; 1)$ và đường thẳng là giao tuyến của hai mặt phẳng $2x - y + 5 = 0$, $2x + z + 5 = 0$, gọi $d_0 = d(M_0, \Delta)$ và $d_1 = d(M_1, \Delta)$. Hãy tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

- A. $d_0 > d_1$ B. $|d_0 - d_1| = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $d_0 + d_1 = 6\sqrt{3}$ D. $d_0 < d_1$

27. Cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$.

Gọi (β) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và song song với (α) . Tính khoảng cách giữa 2 mặt phẳng (α) và (β) ?

- A. $\frac{3}{\sqrt{14}}$ B. $\frac{3}{14}$ C. $\frac{9}{\sqrt{14}}$ D. $\frac{9}{14}$

28. Nếu điểm $M(0; 0; t)$ cách đều điểm $M_1(2; 3; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z - 17 = 0$ thì t có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. $t = 3$ B. $t = -3$ C. $t = \sqrt{3}$ D. $t = -\sqrt{3}$

29. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song $(P): x + y - z + 5 = 0$, $(Q): 2x + 2y - 2z + 3 = 0$ sau đây bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{7}{2\sqrt{3}}$ C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D. 2

30. Cho 2 đường thẳng chéo nhau $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-3}{3} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{3}$. Độ dài

đường vuông góc chung của 2 đường thẳng trên bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{112}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{104}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{114}}{3}$ D. Đáp số A, B, C sai

31. Tính góc giữa 2 mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q): x - y - 6 = 0$?

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

32. Tính giá trị của góc A của tam giác ABC biết $A(2; 1; 1)$, $B(1; 2; 1)$, $C(1; 1; 2)$?

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

33. Tính giá trị của góc giữa 2 vector $\vec{a}(2; 5; 0)$, $\vec{b}(3; -7; 0)$?

- A. 135° B. 30° C. 45° D. 60°

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

34. Cho điểm $M(0;1;1)$ và 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}, d_2: \begin{cases} x-y+z+2=0 \\ x+1=0 \end{cases}$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M vuông góc với d_1 , cắt d_2 . Tính góc giữa 2 đường thẳng d_2 và Δ ?

A. 120°

B. 30°

C. 60°

D. 45°

35. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{\sqrt{2}}$ lên mặt phẳng $(P): x-y+\sqrt{2}z=0$. Tính góc giữa d và d' ?

A. $\frac{\pi}{6}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{5\pi}{3}$

1. Tìm phương trình hình chiếu vuông góc (d') của đường thẳng

$(d): \frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{1}$ lên mặt phẳng $(P): x+2y+3z+4=0$?

A. $(d'): \begin{cases} 5x-4y+z+19=0 \\ x+2y+3z+4=0 \end{cases}$

B. $(d'): \begin{cases} 5x-4y-z-19=0 \\ x+2y+3z+4=0 \end{cases}$

C. $(d'): \begin{cases} 5x-4y+z-19=0 \\ x+2y+3z+4=0 \end{cases}$

D. $(d'): \begin{cases} 5x-4y-z+19=0 \\ x+2y+3z+4=0 \end{cases}$

2. Lập phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M(-1;2;-3)$ vuông góc với đường thẳng $(d): \frac{x-2}{6} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-3}$ và cắt đường thẳng $(d'): \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$?

A. $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{6}$

B. $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{6}$

C. $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{6}$

D. $(\Delta): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-3}{6}$

3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho 2 đường thẳng $(d_1): \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}; (d_2): \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường vuông góc chung (Δ) của 2 đường thẳng trên?

A. $(\Delta): \begin{cases} 3x-2y-z-6=0 \\ 5x+34y-11z+38=0 \end{cases}$

B. $(\Delta): \begin{cases} 3x-2y-z-6=0 \\ 5x+34y+11z-38=0 \end{cases}$

C. $(\Delta): \begin{cases} 3x-2y-z-6=0 \\ 5x+34y-11z-38=0 \end{cases}$

D. $(\Delta): \begin{cases} 3x-2y-z-6=0 \\ 5x-34y-11z+38=0 \end{cases}$

Chuyên đề: “Phân loại các dạng bài tập viết về phương trình đường thẳng trong không gian”

4. Xác định tọa độ điểm A' đối xứng với điểm $A(2; -1; 3)$ qua đường thẳng

$$(d) : \begin{cases} x = 3t \\ y = -7 + 5t \\ z = 2 + 2t \end{cases} ?$$

A. $A'(4; 3; 5)$

B. $A'(4; 3; -5)$

C. $A(4; -3; 5)$

D. $M(4; -3; -5)$

C. Kết luận: Trên đây là một số dạng bài tập đã được áp dụng cho học sinh khối 12 trong thời gian qua (kể cả học sinh thi học sinh giỏi toán 12). Kết quả tôi nhận thấy rằng học sinh giải khá tốt phương trình đường thẳng trong không gian.

Do thời gian có hạn nên chuyên đề này chưa bổ sung hình vẽ vào mỗi phương pháp, chưa làm hết phương pháp và không tránh khỏi những thiếu sót. Tôi rất mong được sự quan tâm góp ý của các đồng nghiệp trong tổ.

Xin chân thành cảm ơn.