

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x-2}$.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Tìm m để đường thẳng (d): $y = 2x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C) tại hai điểm đó song song với nhau.

Câu 2 (2,0 điểm)

- Giải phương trình $\sin x (\cos 4x + 2) = \sin^2 2x - \frac{3}{2}$.
- Giải phương trình $x^3 + x + 2(x^2 + 1)\sqrt{x} = 6$.

Câu 3 (2,0 điểm)

- Tính tích phân $I = \int_5^{10} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 - 4}}{x-2} dx$.
- Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2(1+i)z^2 - 4(2-i)z - 5 - 3i = 0$.
 Tính $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

Câu 4 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, với $AC = \frac{a}{2}$; $BC = a$.

Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng tạo với mặt đáy (ABC) góc 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ điểm B tới mặt phẳng (SAC), biết rằng mặt phẳng (SBC) vuông góc với đáy (ABC).

Câu 5 (2,0 điểm)

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC vuông cân tại A. Biết phương trình cạnh BC là (d): $x + 7y - 31 = 0$, điểm N(7; 7) thuộc đường thẳng AC, điểm M(2; -3) thuộc AB và nằm ngoài đoạn AB. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.
- Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên (P) và E là giao điểm của d và (P). Viết phương trình đường thẳng d' . Tìm tọa độ điểm F thuộc (P) sao cho EF vuông góc với d' và $EF = 5\sqrt{3}$.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{1-ab} + \frac{1}{1-bc} + \frac{1}{1-ca} \leq \frac{9}{2}.$$

----- **Hết** -----

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Cán bộ coi thi không cần giải thích gì thêm. Học sinh KHÔNG ĐƯỢC nhìn bài của nhau.

BIỂU ĐIỂM CHẤM
ĐỀ THI THỬ TOÁN – NĂM 2012
(Biểu điểm gồm 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
I (2.0 điểm)	1. (1.0 điểm) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.	
	* TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. * $y' = -\frac{7}{(x-2)^2} < 0$. Vậy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.	0.25
	* Hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 2$.	0.25
	* Bảng biến thiên	0.25
	Giao Ox: $y = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$. Giao Oy: $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}$. Đồ thị:	0.25
	2. (1.0 điểm) Tìm m để đường thẳng ...	
	Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+3}{x-2} = 2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + (m-6)x - (2m+3) = 0 (*) \\ x \neq 2 \end{cases}$	0.25
	(d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt và khác 2. $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow (m-6)^2 + 8(2m+3) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 60 > 0$ (luôn đúng).	0.25
II. (2.0 điểm)	Với điều kiện trên giả sử đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm có hoành độ $x_1 \neq x_2$. Ta có $x_1 + x_2 = \frac{6-m}{2}$. Tại hai giao điểm kẻ hai tiếp tuyến song song khi và chỉ khi $y'(x_1) = y'(x_2) \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 4 \Leftrightarrow m = -2$.	0.5
	1. (1.0 điểm) Giải phương trình...	
	Pt(1) $\Leftrightarrow \sin x \cdot \cos 4x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 4x = -\frac{3}{2} - 2\sin x \Leftrightarrow (\cos 4x + 2) \left(\sin x + \frac{1}{2} \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = -2 \\ \sin x = -\frac{1}{2} = \sin(-\frac{\pi}{6}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + m2\pi \end{cases}$ Mặt khác: $ x-1 < 3 \Leftrightarrow -2 < x < 4$	0.25

	* với $-2 < -\frac{\pi}{6} + k2\pi < 4 \Rightarrow k = 0$. Do đó : $x = -\frac{\pi}{6}$ * Với $-2 < \frac{7\pi}{6} + m2\pi < 4 \Rightarrow m = 0$ nên $x = \frac{7\pi}{6}$	0.25
	Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm $x = -\frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{7\pi}{6}$ thỏa mãn (2)	0.25
	2. (1.0 điểm) Giải hệ phương trình...	
	ĐK: $x \geq 0$. Nhận thấy (0; y) không là nghiệm của hệ phương trình. Xét $x > 0$. Từ phương trình thứ 2 ta có $2y + 2y\sqrt{4y^2 + 1} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1}$ (1)	0.25
	Xét hàm số $f(t) = t + t\sqrt{t^2 + 1}$ có $f'(t) = 1 + \sqrt{t^2 + 1} + \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}} > 0$ nên hàm số đồng biến. Vậy (1) $\Leftrightarrow f(2y) = f\left(\frac{1}{x}\right) \Leftrightarrow 2y = \frac{1}{x}$.	0.25
	Thay vào phương trình (1): $x^3 + x + 2(x^2 + 1)\sqrt{x} = 6$	0.25
	Vế trái của phương trình là hàm đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên có nghiệm duy nhất $x = 1$ và hệ phương trình có nghiệm $\left(1; \frac{1}{2}\right)$.	0.25
III. (1.0 điểm)	Tính tích phân...	
	Tính tích phân : $I = \int_5^{10} \frac{\sqrt{x^3 + 3x^2 - 4}}{x - 2} dx$	0.25
	$I = \int_5^{10} \frac{\sqrt{(x-1)(x+2)^2}}{x-2} dx = \int_5^{10} \frac{(x+2)\sqrt{(x-1)}}{x-2} dx$	0.25
	Đặt $u = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow u^2 = x-1 \Rightarrow \begin{cases} 2udu = dx \\ x = u^2 + 1 \end{cases}$, đổi cận : $\begin{matrix} x: 5 \rightarrow 10 \\ u: 2 \rightarrow 3 \end{matrix}$	0.25
	Ta có : $I = \int_2^3 \frac{(u^2 + 3)u \cdot 2udu}{u^2 - 1} = 2 \cdot \int_2^3 \left(u^2 + 4 + \frac{4}{u^2 - 1}\right) du = 2 \left(\frac{1}{3}u^3 + 4u\right) \Big _2^3 + 8 \int_2^3 \frac{du}{u^2 - 1}$	0.25
	$I = \frac{62}{3} + 4 \int_2^3 \left(\frac{1}{u-1} - \frac{1}{u+1}\right) du = \frac{62}{3} + 4 \ln \frac{u-1}{u+1} \Big _2^3 \Leftrightarrow I = \frac{62}{3} + 4 \ln \frac{3}{2}$	
IV. (1.0 điểm)	- Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SAC) theo a. ΔABC vuông tại A có $AC = \frac{a}{2}$; $BC = a$ $\Rightarrow B = 30^\circ$; $C = 60^\circ$.	0.25

	- Kẻ $SH \perp BC$ thì $SH \perp (ABC)$ - Và các góc SMH, SNH bằng 60^0, và $HM = HN$ - Ta có : $a = BC = BH + CH = \frac{HN}{\sin 30^0} + \frac{HM}{\sin 60^0}$ $\Rightarrow \text{Tính được } HM = \frac{(3-\sqrt{3})a}{4}; SH = \frac{3(\sqrt{3}-1)a}{4}$ • $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{\sqrt{3}a^2}{8}$	0.25
	- Thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{(3-\sqrt{3})a^3}{32}$ - Gọi khoảng cách từ B tới mp(SAC) là h thì $h = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SAC}}$ - ΔSHM tính được $SM = \frac{(3-\sqrt{3})a}{2} \Rightarrow S_{SAC} = \frac{1}{2}SM.AC = \frac{(3-\sqrt{3})a^2}{8}$	0.25 0.25
V. (1.0 điểm)	$\Rightarrow h = \frac{3V}{S_{SAC}} = \frac{3a}{4}$. Vậy khoảng cách từ B tới mp(SAC) là $\frac{3a}{4}$	
	$\frac{1}{1-ab} + \frac{1}{1-bc} + \frac{1}{1-ca} \leq \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{ab}{1-ab} + \frac{bc}{1-bc} + \frac{ca}{1-ca} \leq \frac{3}{2}$	0.25
	Ta có $\frac{ab}{1-ab} = \frac{2ab}{2a^2+2b^2+2c^2-2ab} \leq \frac{2ab}{a^2+b^2+2c^2}$.	0.25
	Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki $\frac{a^2}{a^2+c^2} + \frac{b^2}{b^2+c^2} \geq \frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+2c^2} \geq \frac{4ab}{a^2+b^2+2c^2}$.	
	Vậy $\frac{ab}{1-ab} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{a^2+c^2} + \frac{b^2}{b^2+c^2} \right)$.	0.25
	Tương tự $\frac{bc}{1-bc} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{b^2}{b^2+a^2} + \frac{c^2}{c^2+a^2} \right), \frac{ac}{1-ac} \leq \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{a^2+b^2} + \frac{c^2}{c^2+b^2} \right)$.	
	Cộng lại ta có điều phải chứng minh. Dấu bằng khi $a = b = c = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	0.25
VI. (2.0 điểm)	1. (1.0 điểm) Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC	
	Đường thẳng AB đi qua M nên có phương trình $a(x-2)+b(y+3)=0 \ (a^2+b^2 \neq 0)$	
	$(AB; BC) = 45^0$ nên $\cos 45^0 = \frac{ a+7b }{\sqrt{50}\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a=4b \\ 4a=-3b \end{cases}$.	0.25
	Nếu $3a=4b$, chọn $a=4, b=3$ ta được $(AB): 4x+3y+1=0. (AC): 3x-4y+7=0.$	

	Từ đó A(-1; 1) và B(-4; 5). Kiểm tra $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$ nên M nằm ngoài đoạn AB (TM) Từ đó tìm được C(3; 4)	0.50
	Nếu $4a = -3b$, chọn $a = 3$, $b = -4$ được $(AB): 3x - 4y - 18 = 0$, $(AC): 4x + 3y - 49 = 0$ Từ đó A(10; 3) và B(10;3) (loại)	0.25
	Nếu không kiểm tra M nằm ngoài AB trừ 0.25 điểm.	
	2. (1.0 điểm) Viết phương trình mặt phẳng....	
	Giả sử $\vec{n}_Q$ là một vecto pháp tuyến của (Q). Khi đó $\vec{n}_Q \perp \vec{n}_p(1; -1; -1)$ Mặt phẳng (Q) cắt hai trục Oy và Oz tại $M(0; a; 0), N(0; 0; b)$ phân biệt sao cho $OM = ON$ nên $ a = b \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \neq 0 \\ a = -b \neq 0 \end{cases}$	0.25
	Nếu $a = b$ thì $\overrightarrow{MN} = (0; -a; a) // \vec{u}(0; -1; 1)$ và $\vec{n}_Q \perp \vec{u}$ nên $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{n}_p] = (2; 1; 1)$. Khi đó mặt phẳng (Q): $2x + y + z - 2 = 0$ và (Q) cắt Oy, Oz tại $M(0; 2; 0)$ và $N(0; 0; 2)$ (thỏa mãn)	0.25
	Nếu $a = -b$ thì $\overrightarrow{MN} = (0; -a; -a) // \vec{u}(0; 1; 1)$ và $\vec{n}_Q \perp \vec{u}$ nên $\vec{n}_Q = [\vec{u}, \vec{n}_p] = (0; 1; -1)$. Khi đó mặt phẳng (Q): $y - z = 0$	0.25
	(Q) cắt Oy, Oz tại $M(0; 0; 0)$ và $N(0; 0; 0)$ (loại). Vậy (Q): $2x + y + z - 2 = 0$.	0.25
VII. (1.0 điểm)	Tính $ z_1 ^2 + z_2 ^2$	
	Có $\Delta' = 4(2-i)^2 + 2(1+i)(5+3i) = 16$. Vậy phương trình có hai nghiệm phức	0.25
	$z_1 = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}i, z_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	0.5
	Do đó $ z_1 ^2 + z_2 ^2 = 9$.	0.25