

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG NÂNG CAO

Câu 1: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 2: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 3: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Câu 4: [2H3-3.2-3] Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 5: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(2;-3;2)$. Tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A , B , C là một đường thẳng d . Phương trình tham số của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x = -8 - 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 - 7t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = -t \\ z = -15 - 7t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$.

Câu 6: [2H3-3.2-3] Trong không gian cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=-1-t \\ z=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=0 \end{cases}$

Câu 7: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$; $B(0;3;0)$; $C(0;0;4)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

A. $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=-2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=3t \\ y=4t \\ z=2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=6t \\ y=4t \\ z=3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=4t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$

Câu 8: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$ B. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$ C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$ D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$

Câu 9: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và hai đường thẳng:

$d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x=2-t' \\ y=4+2t' \\ z=4 \end{cases}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) và cắt hai đường

thẳng d_1 ; d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{-4}$ B. $\frac{x+1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$ C. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}$ D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{4}$

Câu 10: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$ B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$
C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}$

Câu 11: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$ C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$ D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$

Câu 12: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$; $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$; $d_3: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+5}{8}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$. B. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$. C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$. D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{8}$.

Câu 13: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết điểm

$A(1; 2; 3)$, đường trung tuyến BM và đường cao CH có phương trình tương ứng là $\begin{cases} x = 5t \\ y = 0 \\ z = 1 + 4t \end{cases}$

và $\frac{x-4}{16} = \frac{y+2}{-13} = \frac{z-3}{5}$. Viết phương trình đường phân giác góc A .

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{10}$. B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{13} = \frac{z-3}{5}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-11} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 14: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và

mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 15: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; -2; 4)$, $B(5; 3; -2)$, $C(0; 4; 2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A , B , C có phương trình là

A. $\begin{cases} x = \frac{8}{3} + 26t \\ y = \frac{5}{3} + 22t \\ z = \frac{4}{3} + 27t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = \frac{11}{6} \\ y = \frac{1}{6} + 22t \\ z = 27t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 38t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$.

Câu 16: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3; 0; 0)$, $B(0; 6; 0)$, $C(0; 0; 6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 17: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -3)$ và $B(-3; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Câu 18: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$,

$\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases} (t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

Câu 19: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$,

điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và

d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm cạnh MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$.

D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 20: [2H3-3.2-3] Cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$ ($t, t' \in \mathbb{R}$). Viết

phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$.

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 21: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 22: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi

qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = -6 - 5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -10 + 11t \\ z = 6 - 5t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$.

Câu 23: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi

qua điểm $A(1; -3; 5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; -2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -3 + 5t \\ z = 5 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$.

Câu 24: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (0; -7; -1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+6t \\ y=2+11t \\ z=3+8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=2+t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-4+5t \\ y=-10+12t \\ z=-2+t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-2t \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 25: [2H3-3.1-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = -5$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = -4$.

Câu 26: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC . Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AC .

A. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. C. $\vec{u} = (0; -2; 6)$. D. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

Câu 27: [2H3-3.1-3] Cho 2 mặt cầu $(S_1): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$, $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u} = (a; 1; b)$ là một vectơ chỉ phương của d thì tổng $S = 2a + 3b$ bằng bao nhiêu?

A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = 4$.

Câu 28: [2H3-3.1-3] Trong không gian (Oxy) cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u} = (m; n; -1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB . Tính giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. $T = 1$. B. $T = 5$. C. $T = 2$. D. $T = 10$.

Câu 29: Suy ra $A' \equiv B \Rightarrow B(2;5;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0; -2; 2) = 2(0; -1; 1)$ là một vectơ của đường thẳng AB . Vậy $T = m^2 + n^2 = 2$. [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường phân giác trong của góc A là $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC ?

A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (0; 1; -3)$. C. $\vec{u} = (0; -2; 6)$. D. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Câu 30: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2} \text{ và } \Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}. \text{ Giả sử } M \in \Delta_1, N \in \Delta_2 \text{ sao cho } MN \text{ là đoạn}$$

vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Tính $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 10)$. B. $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (3; -3; 6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 2)$.

Câu 31: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt

phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một vectơ chỉ phương của Δ là:

A. $\vec{u} = (2; 3; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. D. $\vec{u} = (4; 5; -13)$.

Câu 32: [2H3-3.1-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường

trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$. C. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$. D. $\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

Câu 33: [2H3-3.1-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và

đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua

M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 7; -1)$. C. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (3; 4; -4)$.

Câu 34: [2H3-3.1-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường

trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3(2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2(1; -1; 0)$. C. $\vec{u}_4(0; 1; -1)$. D. $\vec{u}_1(1; 2; 1)$.

Câu 35: [2H3-3.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C ,

$\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng

AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 3. B. 2. C. 4. D. 7.

Câu 36: [2H3-3.3-4] Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a; b; c) \in \Delta$ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính

tổng $T = a + b + c$?

A. $T = 2$. B. $T = 3$. C. $T = 4$. D. $T = 5$.

- Câu 37:** [2H3-3.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM , điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là
A. $(-15;21;6)$. **B.** $(21;21;6)$. **C.** $(-15;7;20)$. **D.** $(21;19;8)$.
- Câu 38:** [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x-2y+2z-5=0$, $A(-3;0;1)$, $B(1;-1;3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.
A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. **C.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$.
- Câu 39:** [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z-2=0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2};1;1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng.
A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.
- Câu 40:** [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0;1;1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .
A. 36π . **B.** $36\sqrt{2}\pi$. **C.** $18\sqrt{2}\pi$. **D.** 18π .
- Câu 41:** [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-1;4;2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC :
A. $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 42:** [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+3=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất. Khi đó:
A. $a+b+c=8$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=7$.
- Câu 43:** [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d , đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.
A. $\vec{u} = (4;-5;-2)$. **B.** $\vec{u} = (1;0;2)$. **C.** $\vec{u} = (8;-7;2)$. **D.** $\vec{u} = (1;1;-4)$.

Câu 44: [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu (S) .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 45: [2H3-3.4-3] Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{11}{2}; -2; 1\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $(-2; 11; 1)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Câu 46: [2H3-3.4-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$

và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-t \\ y=t \\ z=m-1+t \end{cases}$. Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai

điểm phân biệt A, B sao cho các tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T .

- A. 3. B. -3. C. -5. D. -4.

Câu 47: [2H3-3.6-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng $(\alpha): x-y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 48: [2H3-3.6-3] Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(5;5;1)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a;b;0)$. Tính $3b-a$.

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 0.

Câu 49: [2H3-3.6-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng:

$(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số

đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 50: [2H3-3.6-3] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$,

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong

không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 51: [2H3-3.6-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

B. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Câu 52: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng:

$d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số đường

thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 53: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ x = 2 + 3a + (1+a)t \end{cases}$.

Biết rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định qua điểm $M(1;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Tìm bán kính mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $7\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Câu 54: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ . Giá trị của bc bằng

A. -10.

B. 10.

C. 12.

D. -20.

Câu 55: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P): 2x+y+z-4=0$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất là

A. $(1;0;2)$.

B. $(0;1;3)$.

C. $(1;2;0)$.

D. $(3;0;2)$.

Câu 56: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z-3=0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $M(2;2;-4)$.

D. $M(-2;-2;4)$.

Câu 57: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;-1;2)$, $N(-1;1;3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M , N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) .

$\vec{n} = (1;-1;1)$.

B. $\vec{n} = (1;1;-1)$.

C. $\vec{n} = (2;-1;1)$.

D. $\vec{n} = (2;1;-1)$.

Câu 58: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;4;-4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?
A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Câu 59: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với d đồng thời cách B một khoảng lớn nhất.
A. $\vec{u} = (4;-3;2)$. **B.** $\vec{u} = (2;0;-4)$. **C.** $\vec{u} = (2;2;-1)$. **D.** $\vec{u} = (1;0;2)$.

Câu 60: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $A(0;-2;3)$, $B(2;0;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng
A. $\frac{41}{4}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** 3 .

Câu 61: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
A. $M(0;0;49)$. **B.** $M(0;0;67)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $M(0;0;0)$.

Câu 62: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là
A. 0 . **B.** 2 . **C.** Vô số. **D.** 1 .

Câu 63: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là
A. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$. **B.** $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.
C. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$. **D.** $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Câu 64: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(4;2;5)$, $B(0;4;-3)$, $C(2;-3;7)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.
A. $P = -3$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 6$.

Câu 65: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(5;2;-4)$. B. $M(-1;-1;-1)$. C. $M(1;0;-2)$. D. $M(3;1;-3)$.

Câu 66: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng

- A. 4. B. $2\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{7}$.

Câu 67: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-m}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn EF lớn nhất

- A. $m=1$. B. $m=0$. C. $m=-\frac{1}{3}$. D. $m=\frac{1}{3}$.

Câu 68: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x=2t' \\ y=1+t' \\ z=2+t' \end{cases}$. Đường

thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$ C. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-3}$. D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 69: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC . Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. C. $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

Câu 70: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$ và $N(-4;2;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , nhận vectơ $\vec{u}=(a;b;c)$ làm vectơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|, |b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng:

- A. 15. B. 13. C. 16. D. 14.

Câu 71: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng

$(P): 2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

- A. $T=-5$. B. $T=4$. C. $T=3$. D. $T=-4$.

Câu 72: [2H3-3.8-3] Họ parabol $(P_m): y=mx^2-2(m-3)x+m-2$ ($m \neq 0$) luôn tiếp xúc với đường thẳng d cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đó đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0;-2)$. B. $(0;2)$. C. $(1;8)$. D. $(1;-8)$.

Câu 73: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(0;0;49)$. B. $M(0;0;67)$. C. $M(0;0;3)$. D. $M(0;0;0)$.

- Câu 74:** [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(3;-1;-5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là:
- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{-1}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$.
- C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+1}{-5}$.

- Câu 75:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;-2;3)$, $B(1;0;5)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $M(1;2;3)$. B. $M(2;0;5)$. C. $M(3;-2;7)$. D. $M(3;0;4)$.

- Câu 76:** [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d . Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là
- A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

- Câu 77:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$
- A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 5$.

- Câu 78:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$
- A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 5$.

- Câu 79:** [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z = 0$ và điểm $M(1;2;-1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B . Tìm giá trị lớn nhất của tổng $MA + MB$.
- A. 8. B. 10. C. $2\sqrt{17}$. D. $8 + 2\sqrt{5}$.

- Câu 80:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.
- A. $T = -\frac{3}{4}$. B. $T = \frac{33}{5}$. C. $T = \frac{27}{4}$. D. $T = \frac{31}{5}$.

Câu 81: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

- A. 11. B. 9. C. 15. D. 14.

Câu 82: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

- A. $a + 2b = -3$. B. $a + 2b = 0$. C. $a + 2b = 4$. D. $a + 2b = 7$.

Câu 83: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

- A. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$. B. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{2}$.
C. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$. D. $d: \frac{x+3}{-26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

Câu 84: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

- A. $a + 2b = -3$. B. $a + 2b = 0$. C. $a + 2b = 4$. D. $a + 2b = 7$.

Câu 85: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

- A. 11. B. 9. C. 15. D. 14.

Câu 86: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

- A. $x_0 = 1$. B. $x_0 = 3$. C. $x_0 = 0$. D. $x_0 = 2$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG NÂNG CAO

Câu 1: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $M \in d$ suy ra $M(2+2m; 3+3m; -4-5m)$. Tương tự $N \in d'$ suy ra $N(-1+3n; 4-2n; 4-n)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-3+3n-2m; 1-2n-3m; 8-n+5m)$.

Mà do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3n-2m)+3(1-2n-3m)-5(8-n+5m)=0 \\ 3(-3+3n-2m)-2(1-2n-3m)-1(8-n+5m)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -38m+5n=43 \\ -5m+14n=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \\ n=1 \end{cases}.$$

Suy ra $M(0;0;1)$, $N(2;2;3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2;2;2)$ nên đường vuông góc chung MN là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 2: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d .

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1;2;1)$.

Vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2;1;3)$.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } d: \begin{cases} x = -1+2t \\ y = t \\ z = -2+3t \end{cases}.$$

Xét phương trình: $-1+2t+2t-2+3t-4=0 \Leftrightarrow 7t-7=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $A(1;1;1)$. Ta có: $A \in \Delta$.

Vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (5;-1;-3)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 3: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.
 B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.
 D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A.

- Gọi M và N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1 và d_2 , khi đó $M(3-t; 3-2t; -2+t)$, $N(5-3s; -1+2s; 2+s) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2-3s+t; -4+2s+2t; 4+s-t)$.
- Đường thẳng d vuông góc với (P) suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{n}_p = (1; 2; 3)$. Do đó $\frac{2-3s+t}{1} = \frac{-4+2s+2t}{2} = \frac{4+s-t}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=1 \end{cases} \Rightarrow M(1; -1; 0)$.
- Vậy đường thẳng cần tìm qua $\Rightarrow M(1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 3)$ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Câu 4: [2H3-3.2-3] Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$ và cắt hai

đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$ là:

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.
 D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm và $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Suy ra: $\begin{cases} A(-1+2a; -1+a; 2-a) \\ B(1-b; 2+b; 3+3b) \end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (-b-2a+2; b-a+3; 3b+a+1)$.

Vì đường thẳng Δ song song với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u}$.

Suy ra: $\frac{-b-2a+2}{1} = \frac{b-a+3}{1} = \frac{3b+a+1}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 0; 1) \\ B(2; 1; 0) \end{cases}$.

Thay $A(1; 0; 1)$ vào đường thẳng d ta thấy $A \notin d$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 5: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(2;-3;2)$. Tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A , B , C là một đường thẳng d . Phương trình tham số của đường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x = -8 - 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 - 7t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = -t \\ z = -15 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -8 + 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -1)$; $\overrightarrow{BC} = (3; -5; 2)$.

Ta thấy $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương nên ba điểm A , B , C không thẳng hàng.

M cách đều hai điểm A , B nên điểm M nằm trên mặt trung trực của AB .

M cách đều hai điểm B , C nên điểm M nằm trên mặt trung trực của BC .

Do đó tập hợp tất cả các điểm M cách đều ba điểm A , B , C là giao tuyến của hai mặt trung trực của AB và BC .

Gọi (P) , (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực của AB và BC .

$K\left(0; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ là trung điểm AB ; $N\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$ là trung điểm BC .

(P) đi qua K và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến nên $(P): -2x + \left(y - \frac{3}{2}\right) - \left(z - \frac{1}{2}\right) = 0$

hay $(P): 2x - y + z + 1 = 0$.

(Q) đi qua N và nhận $\overrightarrow{BC} = (3; -5; 2)$ làm vectơ pháp tuyến nên

$(Q): 3\left(x - \frac{1}{2}\right) - 5\left(y + \frac{1}{2}\right) + 2(z - 1) = 0$ hay $(Q): 3x - 5y + 2z - 6 = 0$.

Ta có $d: \begin{cases} 2x - y + z + 1 = 0 \\ 3x - 5y + 2z - 6 = 0 \end{cases}$

Nên d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}] = (-3; 1; 7)$.

Cho $y = 0$ ta sẽ tìm được $x = -8$, $z = 15$ nên $(-8; 0; 15) \in d$.

Vậy $\begin{cases} x = -8 - 3t \\ y = t \\ z = 15 + 7t \end{cases}$.

Câu 6: [2H3-3.2-3] Trong không gian cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. Tìm hình chiếu vuông góc của Δ trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 - t \\ z = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1; 2)$ và có vectơ chỉ phương: $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; 1)$.

Mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc mặt phẳng (Oxy) , thì (P) qua M và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_\Delta; \vec{k}] = (1; -2; 0)$.

Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là $x - 2y - 3 = 0$.

Gọi d là hình chiếu của Δ lên (Oxy) , thì d chính là giao tuyến của (P) với (Oxy) .

$$\text{Suy ra } d: \begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ z = 0 \end{cases} \text{ hay } d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}. \text{ Với } t = -1, \text{ ta thấy } d \text{ đi qua điểm } N(1; -1; 0).$$

Câu 7: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 0)$; $B(0; 3; 0)$; $C(0; 0; 4)$.

Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tìm phương trình tham số của đường thẳng OH .

$$\text{A. } \begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = -2t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 3t \\ y = 4t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \\ z = 2t \end{cases}.$$

Lời giải

Chọn D.

Do tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc và H là trực tâm tam giác ABC nên $OH \perp (ABC)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$, hay $6x + 4y + 3z - 12 = 0$.

Vì $OH \perp (ABC)$ nên đường thẳng OH có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (6; 4; 3)$.

$$\text{Vậy, phương trình tham số của đường thẳng } OH \text{ là } \begin{cases} x = 6t \\ y = 4t \\ z = 3t \end{cases}.$$

Câu 8: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$,

$d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $d_3: \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}. \quad \text{B. } \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}. \\ \text{C. } \frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}.$$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d_1: \begin{cases} x = 3 + 2u \\ y = -1 + u \\ z = 2 - 2u \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = -1 + 3v \\ y = -2v \\ z = -4 - v \end{cases}.$$

Gọi d_4 là đường thẳng cần tìm.

$$\text{Gọi } A = d_4 \cap d_1 \Rightarrow A(3 + 2u; -1 + u; 2 - 2u), B = d_4 \cap d_2 \Rightarrow B(-1 + 3v; -2v; -4 - v).$$

$$\overrightarrow{AB} = (-4 + 3v - 2u; 1 - 2v - u; -6 - v + 2u).$$

d_4 song song d_3 nên $\overrightarrow{AB} = k\vec{u}_3$ với $\vec{u}_3 = (4; -1; 6)$.

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{u}_3 \Leftrightarrow \begin{cases} -4+3v-2u=4k \\ 1-2v-u=-k \\ -6-v+2u=6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=0 \\ u=0 \\ k=-1 \end{cases}.$$

Đường thẳng d_4 đi qua $A(3;-1;2)$ và có vtcp là $\vec{u}_3 = (4;-1;6)$ nên $d_4: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.

Câu 9: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): y+2z=0$ và hai đường thẳng:

$$d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=t \\ z=4t \end{cases}; d_2: \begin{cases} x=2-t' \\ y=4+2t' \\ z=4 \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ nằm trong mặt phẳng } (\alpha) \text{ và cắt hai đường thẳng}$$

$d_1; d_2$ có phương trình là

$$\text{A. } \frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{-4}. \quad \text{B. } \frac{x+1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}. \quad \text{C. } \frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}. \quad \text{D. } \frac{x-1}{7} = \frac{y}{8} = \frac{z}{4}.$$

Lời giải

Chọn C.

Gọi $A = d_1 \cap \Delta$ suy ra $A(1-t; t; 4t)$ và $B = d_2 \cap \Delta$ suy ra $B(2-t'; 4+2t'; 4)$.

$$\text{Mặt khác } A \in (\alpha); B \in (\alpha) \text{ nên ta có } \begin{cases} t+2.4t=0 \\ 4+2t'+2.4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t'=-6 \end{cases}$$

Do đó $A(1;0;0)$ và $B(8;-8;4)$.

Đường thẳng Δ đi qua A và nhận $\overrightarrow{AB} = (7;-8;4)$ làm vector chỉ phương có phương trình

$$\frac{x-1}{7} = \frac{y}{-8} = \frac{z}{4}.$$

Câu 10: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}. & \text{B. } \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}. \\ \text{C. } \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}. & \text{D. } \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}. \end{array}$$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}. \text{ Gọi } M = d \cap (P).$$

Khi đó $M \in d$ nên $M(1+t; -t; 2+t)$; $M \in (P)$ nên $2(1+t) - (-t) - 2(2+t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $M(2;-1;3)$.

Gọi $\vec{u}_d = (1;-1;1)$ và $\vec{n} = (2;-1;-2)$ lần lượt là vector chỉ phương của d và vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Khi đó một vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{u} = [\vec{u}_d, \vec{n}] = (3;4;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 11: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ Descartes $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M , cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{-\frac{9}{2}} = \frac{y+1}{\frac{9}{2}} = \frac{z+3}{8}$. B. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$. C. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$. D. $\frac{x}{-9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

$$\Delta \cap d_1 = A(t_1 + 1; -t_1 - 2; 2t_1 + 3); \Delta \cap d_2 = B(2t_2 - 1; -t_2 + 4; 4t_2 + 2).$$

$$\overrightarrow{MA} = (t_1 + 1; -t_1 - 1; 2t_1 + 1); \overrightarrow{MB} = (2t_2 - 1; -t_2 + 5; 4t_2).$$

$$\text{Ta có: } M, A, B \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + 1 = k(2t_2 - 1) \\ -t_1 - 1 = k(-t_2 + 5) \\ 2t_1 + 1 = 4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \\ kt_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{7}{2} \\ t_2 = -4 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MB} = (-9; 9; -16).$$

Đường thẳng Δ đi qua $M(0; -1; 2)$, một VTCP là $\vec{u} = (9; -9; 16)$ có phương trình là:

$$\Delta: \frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}.$$

Câu 12: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$;

$d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$; $d_3: \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+5}{8}$. Đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$.

B. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$.

C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$.

D. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi d là đường thẳng song song với d_3 , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại các điểm A, B .

$$\text{Gọi } A(1+2a; 3a; -1-a) \text{ và } B(-2+b; 1-2b; 2b) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (b-2a-3; -2b-3a+1; 2b+a+1).$$

Đường thẳng d_3 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (-3; -4; 8)$.

Đường thẳng d song song với d_3 nên

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} b-2a-3 = -3k \\ -2b-3a+1 = -4k \\ 2b+a+1 = 8k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{3}{2} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Như vậy $A(1; 0; -1)$ và $B = \left(-\frac{1}{2}; -2; 3\right)$.

Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$.

Câu 13: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết điểm $A(1; 2; 3)$,

đường trung tuyến BM và đường cao CH có phương trình tương ứng là
$$\begin{cases} x = 5t \\ y = 0 \\ z = 1 + 4t \end{cases} \quad \text{và}$$

$\frac{x-4}{16} = \frac{y+2}{-13} = \frac{z-3}{5}$. Viết phương trình đường phân giác góc A .

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{10}$.

B. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{13} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-11} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $B(5b; 0; 1+4b) \in BM$, $C(4+16c; -2-13c; 3+5c) \in CH$.

Ta có:

□ Tọa độ trung điểm M của AC là $M\left(\frac{5+16c}{2}; -\frac{13c}{2}; \frac{6+5c}{2}\right)$.

$$M \in BM \Rightarrow \begin{cases} \frac{5+16c}{2} = 5t \\ \frac{-13c}{2} = 0 \\ \frac{6+5c}{2} = 1+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow C(4; -2; 3)$$

□ $\overrightarrow{AB} = (5b-1; -2; 4b-2)$

Vector chỉ phương của CH là: $\vec{w} = (16; -13; 5)$.

Do $AB \perp CH$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow 16(5b-1) - 13(-2) + 5(4b-2) = 0 \Leftrightarrow b = 0 \Rightarrow B(0; 0; 1)$.

□ $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 0)$.

Đặt $\vec{u}_1 = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, $\vec{u}_2 = \left(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}; 0\right)$, $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = \left(\frac{4}{15}; -\frac{22}{15}; -\frac{2}{3}\right)$.

Chọn $\vec{v} = (2; -11; -5)$ là vector chỉ phương của đường phân giác góc A .

Vậy phương trình đường phân giác góc A là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-11} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 14: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt

phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

$$\text{C. } \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}.$$

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x-y+2z-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-6 \\ 3y+z=11 \\ x-y+2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;2;5).$$

$(P): x-y+2z-6=0$ có vtpt $\vec{n}=(1;-1;2)$, d có vtcp $\vec{u}=(2;1;-3)$

Ta có Δ đi qua $M(-2;2;5)$ nhận $\vec{k}=[\vec{n},\vec{u}]= (1;7;3)$ là một vector chỉ phương có dạng

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 15: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;3;-2)$, $C(0;4;2)$, đường thẳng d cách đều ba điểm A , B , C có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = \frac{8}{3} + 26t \\ y = \frac{5}{3} + 22t \\ z = \frac{4}{3} + 27t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = \frac{11}{6} \\ y = \frac{1}{6} + 22t \\ z = 27t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 38t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I\left(4;\frac{1}{2};1\right)$ và (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB .

Mặt phẳng (P) đi qua I và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;5;-6)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

$$2(x-4)+5\left(y-\frac{1}{2}\right)-6(z-1)=0 \Leftrightarrow 4x+10y-12z-9=0.$$

Gọi J là trung điểm của AC suy ra $J\left(\frac{3}{2};1;3\right)$ và (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC

Mặt phẳng (Q) đi qua J và nhận $\overrightarrow{AC}=(-3;6;-2)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình là:

$$-3\left(x-\frac{3}{2}\right)+6(y-1)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow 6x-12y+4z-9=0. \text{ Khi đó } d=(P) \cap (Q)$$

Ta có d có vector chỉ phương $\vec{u}=[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}]= (26;22;27)$ và đi qua M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 4x+10y-12z-9=0 \\ 6x-12y+4z-9=0 \end{cases}, \text{ ta chọn } x=4 \text{ suy ra } y=2 \text{ và } z=\frac{9}{4}. \text{ Vậy } M\left(4;2;\frac{9}{4}\right).$$

Phương trình tham số của d là:
$$\begin{cases} x = 4 + 26t \\ y = 2 + 22t \\ z = \frac{9}{4} + 27t \end{cases}$$

Câu 16: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;0;0)$, $B(0;6;0)$, $C(0;0;6)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trực tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-6}{1} = \frac{z-6}{1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $H(a;b;c)$ là trực tâm tam giác ABC nên ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases}$$

Ta có $\overrightarrow{AH} = (a-3;b;c)$; $\overrightarrow{BH} = (a;b-6;c)$; $\overrightarrow{BC} = (0;-6;6)$; $\overrightarrow{AC} = (-3;0;6)$; $\overrightarrow{AB} = (-3;6;0)$.

$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (36;18;18)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6b + 6c = 0 \\ -3a + 6c = 0 \\ 36(a-3) + 18b + 18c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6b + 6c = 0 \\ -3a + 6c = 0 \\ 2a + b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \rightarrow H(2;1;1).$$

Đường thẳng đi qua trực tâm $H(2;1;1)$ của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \frac{1}{18}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2;1;1)$ có phương trình là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 17: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $d(A;d) + d(B;d) \leq OA + OB$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp d \\ OB \perp d \end{cases} \Rightarrow d$ có VTCP là $\vec{u} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (7;7;7) = 7(1;1;1)$.

Vậy $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

Câu 18: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$ ($t, t' \in \mathbb{R}$). Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C.

Thấy ngay $\Delta_1 \cap \Delta_2 = M(1; 0; 0)$ và các VTCP lần lượt là $\vec{a} = (1; 2; -1)$ và $\vec{b} = (-1; -1; 2)$.

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (0; 1; 1) = \vec{u}$ và $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -1; 1) = \vec{v}$.

Vì $\vec{a} \cdot \vec{b} = -4 < 0$ nên góc giữa hai vectơ là góc tù do đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có VTCP $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{v}] = (-2; -3; 3)$.

Vậy phương trình đường phân giác cần tìm: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

Câu 19: [2H3-3.2-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$, điểm

$A(1; 3; 2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt

tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm cạnh MN .

A. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+3}{-1}$. B. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-6}{7} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{-1}$. D. $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M \in (d)$. Giả sử $M(-2 + 2t, 1 + t, 1 - t)$, $t \in \mathbb{R}$

Do A là trung điểm MN nên $N(4 - 2t; 5 - t; t + 3)$.

Mà $N \in (P)$ nên ta có phương trình $2(4 - 2t) - (5 - t) + (t + 3) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Do đó, $M(-6; -1; 3)$.

$\overrightarrow{AM} = (-7; -4; 1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x+6}{7} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

Câu 20: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}, \Delta_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$

($t, t' \in \mathbb{R}$). Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. D. Cả A, B, C đều sai.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$I(1;0;0) = \Delta_1 \cap \Delta_2.$$

Δ_1 và Δ_2 có VTCP lần lượt là $\vec{u}_1 = (1; 2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (-1; -1; 2)$.

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}_1; \vec{u}_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = -\frac{5}{6} < 0 \Rightarrow (\vec{u}_1; \vec{u}_2) \text{ là góc tù.}$$

Gọi $\vec{u}'$ là véc tơ đối của $\vec{u}_2 \Rightarrow \vec{u}' = (1; 1; -2)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có VTCP $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}' = (2; 3; -3)$.

Vậy phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có dạng: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$.

Câu 21: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } \Delta_1 \text{ là } \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

Gọi $I(x; y; z)$ là giao điểm của Δ_1 và (R) . Khi đó tọa độ của I là thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - t \\ x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I = (0; 0; 1).$$

Mặt phẳng (R) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$; Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

Ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (1; -3; -1)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 .

Do đó Δ_2 đi qua $I = (0; 0; 1)$ và nhận $[\vec{n}, \vec{u}]$ làm một VTCP.

$$\text{Vậy phương trình của } \Delta_2 \text{ là } \begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Câu 22: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

điểm $A(1; 1; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x=1+7t \\ y=1+t \\ z=1+5t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=-6-5t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1-5t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t' \\ y=1-2t' \\ z=1+2t' \end{cases}$

Chọn điểm $B(2;-1;3) \in \Delta$, $AB=3$.

Điểm $C\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}; 1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ nằm trên d thỏa mãn $AC=AB$.

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}; 1\right)$ thỏa mãn $\widehat{BAC}$ nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}; 2\right)$. Đường phân giác cần tìm là AI có vector chỉ phương

$$\vec{u} = (2; 1; -5) \text{ và có phương trình } \begin{cases} x=-1+2t \\ y=-10+11t \\ z=6-5t \end{cases}$$

Câu 23: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-3 \\ z=5+4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

điểm $A(1;-3;5)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=6+11t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-5t \\ z=-6+11t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x=1+7t \\ y=-3+5t \\ z=5+t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x=1-t \\ y=-3 \\ z=5+7t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d , nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ .

Một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{|\vec{u}|} \cdot \vec{u} = \frac{1}{3}(1;2;-2) = \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right);$$

$$\vec{v}_1 = \frac{1}{|\vec{v}|} \cdot \vec{v} = \frac{1}{5}(-3;0;-4) = \left(-\frac{3}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right).$$

Nhận thấy $\vec{u}_1 \cdot \vec{v}_1 > 0$, nên góc tạo bởi hai vector $\vec{u}_1$, $\vec{v}_1$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ .

Ta có $\vec{w} = \vec{u}_1 + \vec{v}_1 = \left(-\frac{4}{15}; \frac{10}{15}; -\frac{22}{15}\right) = -\frac{15}{2}(2; -5; 11)$ là vector chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vector chỉ phương là $\vec{w}_1 = (2; -5; 11)$. Do đó có phương trình:
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}$$

Câu 24: [2H3-3.2-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua

điểm $A(1; 2; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (0; -7; -1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 3)$ và có VTCP $\vec{a} = (1; 1; 0)$.

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{u} = 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-7) + 0 \cdot (-1) = -7 < 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{u}) > 90^\circ$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP:

$$\vec{b} = -\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} + \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{1}{5\sqrt{2}}(5; 12; 1) // (5; 12; 1).$$

Phương trình đường thẳng cần tìm là
$$\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 25: [2H3-3.1-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = -5$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = -4$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2)$ và đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{v} = (4; -4; 3)$

Vì Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow 2m - n + 2 = 0 \Leftrightarrow n = 2m + 2$.

Mặt khác ta có $\cos(\widehat{\Delta; d}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|4m - 4n + 3|}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1} \cdot \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 3^2}} = \frac{|4m + 5|}{\sqrt{41(5m^2 + 8m + 5)}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{(4m + 5)^2}{5m^2 + 8m + 5}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}}.$$

Vì $0^\circ \leq (\widehat{\Delta; d}) \leq 90^\circ$ nên $(\widehat{\Delta; d})$ bé nhất khi và chỉ khi $\cos(\widehat{\Delta; d})$ lớn nhất

Xét hàm số $f(t) = \frac{16t^2 + 40t + 25}{5t^2 + 8t + 5} \Rightarrow f'(t) = \frac{-72t^2 - 90t}{(5t^2 + 8t + 5)^2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$\frac{16}{5}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{16}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max f(t) = f(0) = 5$ suy ra $(\Delta; d)$ bé nhất khi $m = 0 \Rightarrow n = 2$. Do đó $T = m^2 - n^2 = -4$.

Làm theo cách này thì không cần đến dữ kiện: đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$.

Câu 26: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC .

- A. $\vec{u} = (1; 2; 3)$. B. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. C. $\vec{u} = (0; -2; 6)$. D. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc A :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 6 - 4t \\ z = 6 - 3t \end{cases} (d)$$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua (d) . Khi đó $D \in AC \Rightarrow$ đường thẳng AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$.

Ta xác định điểm D .

Gọi K là giao điểm MD với (d) . Ta có $K(t; 6-4t; 6-3t)$; $\overrightarrow{MK} = (t; 1-4t; 3-3t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} \perp \vec{u}_d$ với $\vec{u}_d = (1; -4; -3)$ nên $t - 4(1-4t) - 3(3-3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

$K\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{9}{2}\right)$. K là trung điểm MD nên
$$\begin{cases} x_D = 2x_K - x_M \\ y_D = 2y_K - y_M \\ z_D = 2z_K - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \\ z_D = 6 \end{cases} \text{ hay } D(1; 3; 6).$$

Một vector chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN} = (0; -2; -6)$. Hay $\vec{u} = (0; 1; 3)$ là vector chỉ phương.

Câu 27: [2H3-3.1-3] Cho 2 mặt cầu $(S_1): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$, $(S_2): (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u} = (a; 1; b)$ là một vector chỉ phương của d thì tổng $S = 2a + 3b$ bằng bao nhiêu?

- A. $S = 2$. B. $S = 1$. C. $S = 0$. D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn A.

(S_1) có tâm $I_1(3; 2; 2)$, bán kính $R_1 = 2$.

(S_2) có tâm $I_2(1; 0; 1)$, bán kính $R_2 = 1$.

Ta có: $I_1I_2 = 3 = R_1 + R_2$, do đó (S_1) và (S_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm

$$A\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Vì d tiếp xúc với hai mặt cầu, đồng thời cắt đoạn thẳng nối hai tâm I_1I_2 nên d phải tiếp xúc với hai mặt cầu tại $A \Rightarrow d \perp I_1I_2$.

Mặt khác $d = d(O; d) \leq OA \Rightarrow d_{\max} = OA$ khi $d \perp OA$.

Khi đó, d có một vector chỉ phương là $[\overrightarrow{I_1I_2}, \overrightarrow{OA}] = (6; -3; -6) \Rightarrow \vec{u} = (-2; 1; 2)$.

Suy ra $a = -2, b = 2$.

Vậy $S = 2$.

Câu 28: [2H3-3.1-3] Trong không gian (Oxy) cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung

tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Biết rằng $\vec{u} = (m; n; -1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB . Tính

giá trị biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. $T = 1$.

B. $T = 5$.

C. $T = 2$.

D. $T = 10$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi M là trung điểm AC . Trung tuyến BM có phương trình $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$ suy ra

$$M(3-m; 3+2m; 2-m) \Rightarrow C(4-2m; 3+4m; 1-2m).$$

Vì C nằm trên đường phân giác trong góc C nên

$$\frac{4-2m-2}{2} = \frac{3+4m-4}{-1} = \frac{1-2m-2}{-1} \Rightarrow m = 0 \Rightarrow C(4; 3; 1).$$

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua phân giác trong góc C , khi đó $A'(2+4a; 5-2a; 1-2a)$ và $A' \in BC$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng chứa phân giác trong góc C là $\vec{u} = (2; -1; -1)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4a \cdot 2 + (2-2a) \cdot (-1) + (-2a-2) \cdot (-1) = 0 \Leftrightarrow a = 0 \Rightarrow A'(2; 5; 1) \in BM$.

Câu 29: Suy ra $A' \equiv B \Rightarrow B(2; 5; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (0; -2; 2) = 2(0; -1; 1)$ là một véc tơ của đường thẳng AB . Vậy

$T = m^2 + n^2 = 2$. [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho phương trình đường phân

giác trong của góc A là $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và $N(1; 1; 0)$

thuộc đường thẳng AC . Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AC ?

A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$.

B. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

C. $\vec{u} = (0; -2; 6)$.

D. $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{MN} = (1; -4; -3),$$

d qua điểm $A(t; 6-4t; 6-3t)$ và có VTCP $\vec{u} = (1; -4; -3)$.

Suy ra $MN \parallel d$

Giả sử AK là tia phân giác ngoài góc A cắt MN tại $K \Rightarrow K$ là trung điểm của MN .

$$\Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{3}{2}\right), \overrightarrow{KA} = \left(t - \frac{1}{2}; 3 - 4t; \frac{9}{2} - 3t\right).$$

$$\overrightarrow{KA} \perp \vec{u} \Rightarrow \overrightarrow{KA} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 1 \cdot \left(t - \frac{1}{2}\right) - 4(3 - 4t) - 3\left(\frac{9}{2} - 3t\right) = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow A(1; 2; 3).$$

$$\overrightarrow{AN} = (0; 1; 3).$$

Vậy AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{AN} = (0; 1; 3)$.

Câu 30: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ và

$\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z}{1}$. Giả sử $M \in \Delta_1, N \in \Delta_2$ sao cho MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Tính $\overrightarrow{MN}$.

A. $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 10)$. B. $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$. C. $\overrightarrow{MN} = (3; -3; 6)$. D. $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

Δ_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (3; -1; -2)$ và Δ_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (1; 3; 1)$.

Gọi $M(4 + 3t; 1 - t; -5 - 2t)$ và $N(2 + s; -3 + 3s; s)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (-2 - 3t + s; t + 3s - 4; 2t + s + 5)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2s - t - 3 = 0 \\ s - 8t - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = -1 \end{cases}.$$

Vậy $\overrightarrow{MN} = (2; -2; 4)$.

Câu 31: [2H3-3.1-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt

phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Một vector chỉ phương của Δ là:

A. $\vec{u} = (2; 3; 2)$. B. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. C. $\vec{u} = (-3; 5; 1)$. D. $\vec{u} = (4; 5; -13)$.

Lời giải

Chọn A.

Điểm $M \in d \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 2 + t)$, A là trung điểm của $MN \Rightarrow N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$

Điểm $N \in (P) \Rightarrow 3 - 2t - 2 - t - 2(2 - t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow M(3; 2; 4), N(-1; -4; 0)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-4; -6; -4) = -2(2; 3; 2)$.

Câu 32: [2H3-3.1-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung

tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3 = (2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 0)$. C. $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$. D.

$\vec{u}_1 = (1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Gọi $C = (2 + 2t; 4 - t; 2 - t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M = \left(2 + t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$. Vì $M \in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1} = \frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2} = \frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1} \Leftrightarrow \frac{t-1}{-1} = \frac{1-t}{4} = \frac{1-t}{-2} \Rightarrow t = 1.$$

Do đó $C = (4; 3; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$$2.(x-2) - 1.(y-3) - 1.(z-3) = 0 \text{ hay } 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2(2 + 2t) - (4 - t) - (2 - t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD , suy ra H là trung điểm AA' , bởi vậy:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2.2 - 2 = 2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2.4 - 3 = 5 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2.2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 5; 1).$$

Do $A' \in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'} = (-2; 2; 0) = 2(-1; 1; 0)$,

nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Vì $B = BM \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \\ \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 1) \equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$; hay $\vec{u}_4 = (0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB .

Câu 33: [2H3-3.1-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường

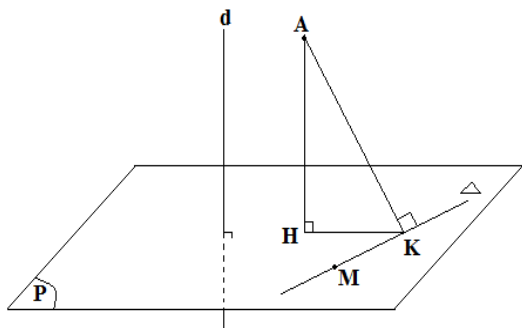
thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vector chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua

M , vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. B. $\vec{u} = (1; 7; -1)$. C. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{u} = (3; 4; -4)$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi (P) là mp đi qua M và vuông góc với d , khi đó (P) chứa Δ .

Mp (P) qua $M(-2;-2;1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = \vec{u}_d = (2; 2; -1)$ nên có phương trình:

$(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và Δ . Khi đó: $AK \geq AH : const$ nên $AK_{\min}$

khi $K \equiv H$. Đường thẳng AH đi qua $A(1, 2, -3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 2; -1)$ nên

AH có phương trình tham số:
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

$H \in AH \Rightarrow H(1 + 2t; 2 + 2t; -3 - t)$.

$H \in (P) \Rightarrow 2(1 + 2t) + 2(2 + 2t) - (-3 - t) + 9 = 0 \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-3; -2; -1)$.

Vậy $\vec{u} = \vec{HM} = (1; 0; 2)$.

Câu 34: [2H3-3.1-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; 3; 3)$, phương trình đường trung

tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là

$\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_3(2; 1; -1)$. B. $\vec{u}_2(1; -1; 0)$. C. $\vec{u}_4(0; 1; -1)$. D. $\vec{u}_1(1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Gọi $C = (2 + 2t; 4 - t; 2 - t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là

$M = \left(2 + t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2} \right)$. Vì $M \in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1} = \frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2} = \frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1} \Leftrightarrow \frac{t-1}{-1} = \frac{1-t}{4} = \frac{1-t}{-2} \Rightarrow t=1.$$

Do đó $C = (4; 3; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$$2.(x-2) - 1.(y-3) - 1.(z-3) = 0 \text{ hay } 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2(2 + 2t) - (4 - t) - (2 - t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD , suy ra H là trung điểm AA' , bởi vậy:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2.2 - 2 = 2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2.4 - 3 = 5 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2.2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 5; 1).$$

Do $A' \in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'} = (-2; 2; 0) = 2(-1; 1; 0)$,

nên phương trình đường thẳng BC là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

Vì $B = BM \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \\ \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow B(2; 5; 1) \equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -2) = 2(0; 1; -1)$; hay $\vec{u}_4(0; 1; -1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB .

Câu 35: [2H3-3.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{ABC} = 60^\circ$, $AB = 3\sqrt{2}$, đường thẳng AB có phương trình $\frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4}$, đường thẳng AC nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$. Biết B là điểm có hoành độ dương, gọi $(a; b; c)$ là tọa độ điểm C , giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có A là giao điểm của đường thẳng AB với mặt phẳng (α) . Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-3}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+8}{-4} \\ x+z-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy điểm } A(1;2;0).$$

Điểm B nằm trên đường thẳng AB nên điểm B có tọa độ $B(3+t;4+t;-8-4t)$.

Theo giả thiết thì $t+3 > 0 \Leftrightarrow t > -3$.

Do $AB = 3\sqrt{2}$, ta có $(t+2)^2 + (t+2)^2 + 16(t+2)^2 = 18 \Rightarrow t = -1$ nên $B(2;3;-4)$.

Theo giả thiết thì $AC = AB \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{6}}{2}$; $BC = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} a+c=1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \\ (a-2)^2 + (b-3)^2 + (c+4)^2 = \frac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=1 \\ 2a+2b-8c=9 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + c^2 = \frac{27}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{2} \\ b=3 \\ c=-\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } C\left(\frac{7}{2};3;-\frac{5}{2}\right) \text{ nên } a+b+c=2.$$

Câu 36: [2H3-3.3-4] Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(1;5;0)$, $B(3;3;6)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c) \in \Delta$ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $T = a+b+c$?

A. $T = 2$.

B. $T = 3$.

C. $T = 4$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $M \in \Delta \Rightarrow M = (-1+2t; 1-t; 2t)$.

$\overrightarrow{MA} = (2-2t; 4+t; -2t)$, $\overrightarrow{MB} = (4-2t; 2+t; 6-2t)$.

Khi đó chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $MA+MB$ nhỏ nhất.

Xét hàm số $f(t) = MA+MB = \sqrt{9t^2+20} + \sqrt{9t^2-36t+56}$

$$= \sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(6-3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} \geq \sqrt{6^2 + (4\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{29}.$$

Dấu bằng đạt được khi và chỉ khi bộ số $(3t; 6-3t)$ và bộ số $(2\sqrt{5}; 2\sqrt{5})$ tỉ lệ.

Suy ra $3t = 6-3t \Leftrightarrow t = 1$. Suy ra $M = (1; 0; 2)$.

Chú ý ở đây có dùng bất đẳng thức Mincopski

$$\sqrt{a_1^2+b_1^2} + \sqrt{a_2^2+b_2^2} + \dots + \sqrt{a_n^2+b_n^2} \geq \sqrt{(a_1+a_2+\dots+a_n)^2 + (b_1+b_2+\dots+b_n)^2}, \text{ đúng với mọi } a_i, b_i.$$

Dấu bằng xảy ra khi hai bộ số $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ và $(b_1, b_2, \dots, b_n)$ tỉ lệ.

Câu 37: [2H3-3.3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $M(5;3;1)$, $N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM , điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa độ điểm C là

A. $(-15; 21; 6)$.

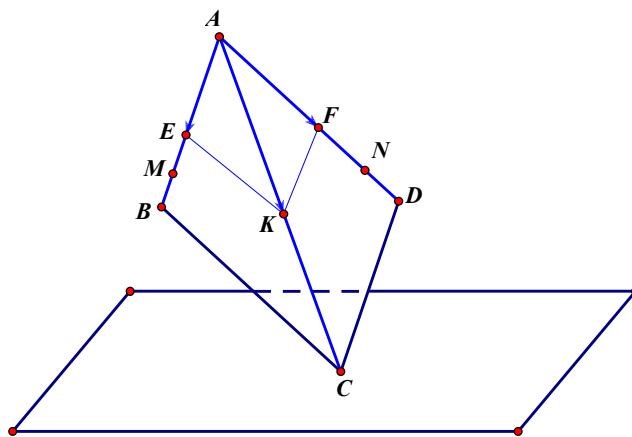
B. $(21; 21; 6)$.

C. $(-15; 7; 20)$.

D. $(21; 19; 8)$.

Lời giải

Chọn B.



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AM} = (3; 4; 0)$; $AM = 5$. Gọi E là điểm sao cho $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{AM} \cdot \overrightarrow{AM} = \left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}; 0\right)$, khi đó E thuộc tia AM và $AE = 1$.

Ta cũng có $\overrightarrow{AN} = (2; 2; 1)$; $AN = 3$. Gọi F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{AN} \cdot \overrightarrow{AN} = \left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$, khi đó F thuộc tia AN và $AF = 1$.

Do $ABCD$ là hình thoi nên suy ra $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = \left(\frac{19}{15}; \frac{22}{15}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{15}(19; 22; 5)$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$, hay $\vec{u} = (19; 22; 5)$ là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng AC . Phương trình đường thẳng

$$AC \text{ là } AC: \begin{cases} x = 2 + 19t \\ y = -1 + 22t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

Tọa độ điểm C ứng với t là nghiệm phương trình: $(-1 + 22t) + (1 + 5t) = 27 \Leftrightarrow t = 1$.

Do đó $C(21; 21; 6)$.

Cách 2: $\overrightarrow{AM} = (3; 4; 0)$, $AM = 5$.

$$\overrightarrow{AN} = (2; 2; 1), AN = 3.$$

Chọn điểm $\overrightarrow{AM_1} = 3\overrightarrow{AM}$, $AM_1 = 15$ và $\overrightarrow{AN_1} = 3\overrightarrow{AN}$, $AN_1 = 15$. Khi đó tam giác AM_1N_1 cân tại A .

Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên tam giác ABD cân tại A . Suy ra BD và M_1N_1 song song.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{M_1N_1} = \overrightarrow{AN_1} - \overrightarrow{AM_1} = 5\overrightarrow{AN} - 3\overrightarrow{AM} = (1; -2; 5).$$

Cần có $AC \perp BD \Leftrightarrow AC \perp M_1N_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{M_1N_1} = 0$ Với $C(x; y; z)$, ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{M_1N_1} = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5z - 9 = 0$. Thử đáp án thấy B thỏa mãn.

Câu 38: [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$, $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A , song song với (P) sao cho khoảng cách từ B đến d là lớn nhất.

$$\text{A. } \frac{x+3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}. \quad \text{B. } \frac{x+3}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}. \quad \text{C. } \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}. \quad \text{D. } \frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}.$$

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d đi qua A nên $d(B; d) \leq BA$, do đó khoảng cách từ B đến d lớn nhất khi $AB \perp d$

$\Rightarrow \vec{u} \perp \overrightarrow{AB}$, với $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của d .

Lại có d song song với (P) nên $\vec{u} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}$.

$\overrightarrow{AB} = (4; -1; 2)$, $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -2; 2)$, chọn $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_{(P)}}] = (2; -6; -7)$.

Do đó phương trình đường thẳng d là $\frac{x+3}{2} = \frac{y}{-6} = \frac{z-1}{-7}$.

Câu 39: [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z - 2 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) , song

song với d đồng thời cách d một khoảng bằng 3. Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm B .

Độ dài đoạn thẳng AB bằng.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

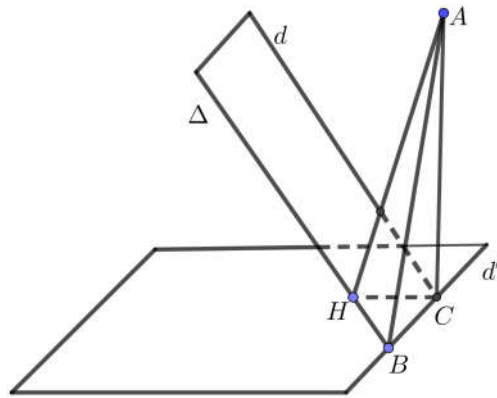
C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:



Ta có: $B \in Oxy$ và $B \in (\alpha)$ nên $B(a; 2-2a; 0)$.

$d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1; -2; -3)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Ta có: $d \subset (\alpha)$ nên d và Δ song song với nhau và cùng nằm trong mặt phẳng (α) .

Gọi $C = d \cap (Oxy)$ $C: \begin{cases} \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2} \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$.

Gọi $d' = (\alpha) \cap (Oxy)$, suy ra d' thỏa hệ $\begin{cases} (\alpha): 2x + y - 2z - 2 = 0 \\ (Oxy): z = 0 \end{cases}$. Do đó, d' qua $C\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right)$ và có

VTCP $\vec{u}_{d'} = (1; -2; 0)$.

Gọi $\varphi = (\Delta, d') = (d, d')$. Ta có: $\cos \varphi = |\cos(\vec{u}_d, \vec{u}_{d'})| = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Gọi H là hình chiếu của C lên Δ . Ta có $CH = 3$ và $BC = \frac{CH}{\sin \varphi} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (0; 0; -1)$ nên $AC \perp (Oxy) \Rightarrow AC \perp BC$.

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{1 + \frac{45}{4}} = \frac{7}{2}.$$

Cách 2: Ta có: $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{2}$ đi qua $M(-1; -2; -3)$ và có một VTCP là $\vec{u} = (1; 2; 2)$.

Ta có: $B = \Delta \cap (Oxy)$, $\Delta \subset (\alpha)$ nên $B \in (Oxy) \cap (\alpha) \Rightarrow B(a; 2-2a; 0)$.

$$\text{Ta có: } \Delta // d \text{ và } d(\Delta, d) = 3 \text{ nên } d(B; d) = 3 \Leftrightarrow \frac{[\vec{u}; \overrightarrow{MB}]}{|\vec{u}|} = 3$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MB} = (a+1; 4-2a; 3); [\vec{u}; \overrightarrow{MB}] = (4a-2; 2a-1; 2-4a).$$

$$\text{Do đó } \frac{[\vec{u}; \overrightarrow{MB}]}{|\vec{u}|} = 3 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{(2a-1)^2}}{3} = 3 \Leftrightarrow (2a-1)^2 = 9.$$

$$\text{Vậy } AB = \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + (1-2a)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9 + 1} = \frac{7}{2}.$$

Câu 40: [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0; 1; 1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) , cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S .

- A. 36π . B. $36\sqrt{2}\pi$. C. $18\sqrt{2}\pi$. D. 18π .

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x; y; 0) \in (Oxy)$

$$d(M, \Delta) = \frac{[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OI}]}{OI} = \frac{\sqrt{y^2 + 2x^2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y^2 + 2x^2}}{\sqrt{2}} = 6 \Leftrightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{72} = 1$$

Vậy quỹ tích M trên (Oxy) là hình Elip với $a = 6$ và $b = 6\sqrt{2} \Rightarrow S = \pi ab = 36\sqrt{2}\pi$.

Câu 41: [2H3-3.5-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC :

- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Độ dài đường cao từ đỉnh A của tam giác ABC là $AH = d(A, BC)$.

Ta có đường thẳng BC đi qua điểm $B(0; 3; 1)$ và nhận vector $\overrightarrow{CB} = (1; -1; -1)$ làm vector chỉ phương

$$\text{nên có phương trình } \begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } AH = d(A, BC) = \frac{[\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB}]}{[\overrightarrow{CB}]}$$

Với $\overrightarrow{CB} = (1; -1; -1); \overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB}] = (2; 1; 1) \Rightarrow \left\| [\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB}] \right\| = \sqrt{6}.$

$$\left\| [\overrightarrow{CB}] \right\| = \sqrt{3}.$$

Vậy $AH = d(A, BC) = \frac{\left\| [\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{AB}] \right\|}{\left\| [\overrightarrow{CB}] \right\|} = \sqrt{2}.$

Câu 42: [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất. Khi đó:

A. $a + b + c = 8.$

B. $a + b + c = 5.$

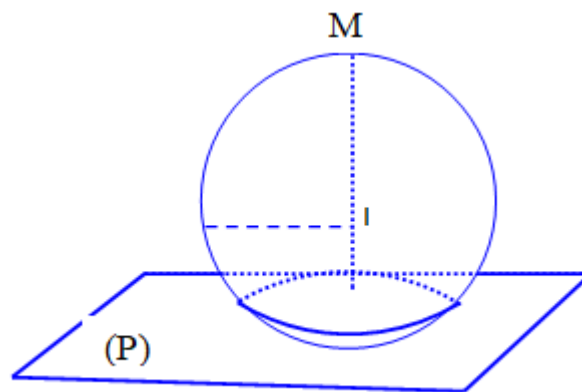
C. $a + b + c = 6.$

D.

$a + b + c = 7.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Mặt (S) cầu có tâm $I(1; 2; 3), R = 3.$

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 3 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{4}{3} < R \text{ mặt phẳng cắt mặt cầu theo một đường tròn}$$

Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên mặt cầu sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất.

Khi M thuộc đường thẳng Δ vuông đi qua M và vuông góc với (P)

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ Thay vào mặt cầu } (S) \Rightarrow (2t)^2 + (-2t)^2 + (t)^2 = 9 \Rightarrow 9t^2 = 9 \Rightarrow t = \pm 1$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow M(3; 0; 4) \Rightarrow d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot 3 - 2 \cdot 0 + 4 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Với } t = -1 \Rightarrow M(-1; 4; 2) \Rightarrow d(M; (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 4 + 2 + 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}$$

Vậy $M(3; 0; 4) \Rightarrow a + b + c = 7.$

- Câu 43:** [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; -2; 1)$, $A(1; 2; -3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d , đồng thời cách điểm A một khoảng lớn nhất.
- A. $\vec{u} = (4; -5; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 0; 2)$. C. $\vec{u} = (8; -7; 2)$. D. $\vec{u} = (1; 1; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên Δ , ta có $d(A; \Delta) = AH$.

Mặt khác, vì $M \in \Delta$ nên $AH \leq AM$. Do đó, $AH_{\max} = AM \Leftrightarrow H \equiv M$.

Khi đó, đường thẳng Δ đi qua M , vuông góc với đường thẳng d và vuông góc với đường thẳng AM nên có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{u}_d; \vec{AM}] = (4; -5; -2)$.

- Câu 44:** [2H3-3.5-3] Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi (S)

là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu (S) .

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1; 2+t; -t)$, $B \in \Delta_2 \Rightarrow B(4+t'; 3-2t'; 1-t')$.

Ta có $\vec{AB} = (3+t'; 1-2t'-t; 1-t'+t)$

VTCP của đường thẳng Δ_1 là $\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$.

VTCP của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}_2 = (1; -2; -1)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \vec{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t'-t-(1-t'+t) = 0 \\ 3+t'-2(1-2t'-t)-(1-t'+t) = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -t'-2t = 0 \\ 6t'+t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = t' = 0$. Suy ra $\vec{AB} = (3; 1; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{11}$.

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có đường kính bằng độ dài

đoạn AB nên có bán kính $r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

- Câu 45:** [2H3-3.4-3] Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{11}{2}; -2; 1\right)$. B. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $(-2; 11; 1)$. D. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình đường thẳng AC là $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 2 + 5t \\ z = -1 + 6t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Gọi I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác ABC .
 $\Rightarrow I(1 - 5t; 2 + 5t; -1 + 6t)$.

Lại có $\overrightarrow{BA}(-1; 3; -4), \overrightarrow{BC}(-6; 8; 2), \overrightarrow{BI}(-5t - 1; 5t + 3; 6t - 4)$.

Vì I là chân đường phân giác góc $\widehat{ABC}$ của tam giác nên ABC :

$$\begin{aligned} \cos(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{BI}) &= \cos(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BI}) \Leftrightarrow \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BI}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BI}|} = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BI}}{|\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{BI}|} \\ \Leftrightarrow \frac{5t + 1 + 15t + 9 + 16 - 24t}{\sqrt{(-1)^2 + 3^2 + (-4)^2}} &= \frac{30t + 6 + 40t + 24 + 12t - 8}{\sqrt{(-6)^2 + 8^2 + 2^2}} \Leftrightarrow \frac{-4t + 26}{\sqrt{26}} = \frac{82t + 22}{\sqrt{104}} \\ \Leftrightarrow -8t + 52 &= 82t + 22 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right). \end{aligned}$$

Câu 46: [2H3-3.4-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$ và

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = m - 1 + t \end{cases}$. Gọi T là tập tất cả các giá trị của m để d cắt (S) tại hai điểm phân

biệt A, B sao cho các tiếp diện của (S) tại A và B tạo với nhau góc lớn nhất có thể. Tính tổng các phần tử của tập hợp T .

A. 3.

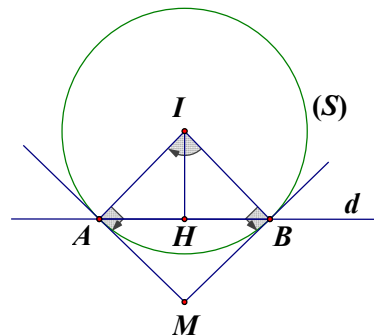
B. -3.

C. -5.

D. -4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(2; 0; m - 1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 1; 1)$.

Điều kiện để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt là $d(I; (d)) < R \Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{IN}; \vec{u}|}{|\vec{u}|} < 2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2m^2 + 6m + 6}}{\sqrt{3}} < 2 \Leftrightarrow \frac{-3 - \sqrt{21}}{2} < m < \frac{-3 + \sqrt{21}}{2}.$$

Khi đó, tiếp diện của (S) tại A và B vuông góc với IA và IB nên góc giữa chúng là góc $(IA; IB)$.

Ta có $0^\circ \leq (IA; IB) \leq 90^\circ$ nên $(IA; IB)_{\max} = 90^\circ \Leftrightarrow IA \perp IB$.

$$\text{Từ đó suy ra } d(I; (d)) = \frac{1}{2} AB = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2m^2 + 6m + 6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 2m^2 + 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}.$$

Vậy $T = \{-3; 0\}$. Tổng các phần tử của tập hợp T bằng -3 .

Câu 47: [2H3-3.6-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$, mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (α) và đồng thời (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là

- A. $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right)$. C. $M(1; 0; 0)$. D. $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Theo đề bài ta có mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x - y + z - 4 = 0$ nên ta có phương trình $a - b + c = 0 \Leftrightarrow b = a + c \Rightarrow \vec{n} = (a; a + c; c)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; a + c; c)$ là $ax + (a + c)(y - 1) + c(z - 2) = 0$.

Khoảng cách từ tâm $I(3;1;2)$ đến mặt phẳng (P) là $d(I, (P)) = h = \frac{|3a|}{\sqrt{2(a^2 + ac + c^2)}}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) ta có $r^2 = 16 - h^2 \Rightarrow r$ nhỏ nhất khi h lớn nhất.

Khi $a = 0$ thì $h = 0$.

Khi $a \neq 0$ thì $h = \frac{3}{\sqrt{2\left(1 + \frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2}\right)}}$. Do $2\left(1 + \frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2}\right) = 2\left[\left(\frac{c}{a} + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}\right] \geq \frac{3}{2}$ nên

$h = \frac{3}{\sqrt{2\left(1 + \frac{c}{a} + \frac{c^2}{a^2}\right)}} \leq 9 \cdot \frac{2}{3} = 6$. Dấu "=" xảy ra khi $a = -2c \Rightarrow$ một vec tơ pháp tuyến là

$\vec{n} = (2; 1; -1) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $2x + y - z + 1 = 0$.

Vậy tọa độ giao điểm M của (P) và trục $x'Ox$ là $M\left(-\frac{1}{2}; 0; 0\right)$

Câu 48: [2H3-3.6-3] Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho $A(1;1;-1)$, $B(2;3;1)$, $C(5;5;1)$. Đường phân giác trong góc A của tam giác ABC cắt mặt phẳng (Oxy) tại $M(a; b; 0)$. Tính $3b - a$.

- A. 6. B. 5. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $AB = 3$, $AC = 6$. Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thuộc cạnh BC sao cho AI là phân giác trong của góc A

$$\text{Ta có } \frac{IC}{IB} = \frac{AC}{AB} = 2 \Rightarrow \overline{IC} = -2\overline{IB} \Rightarrow \begin{cases} 5-x = -2(2-x) \\ 5-y = -2(3-y) \\ 1-z = -2(1-z) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=\frac{11}{3} \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I\left(3; \frac{11}{3}; 1\right).$$

$$\text{Ta có } \overline{AI} = \left(2; \frac{8}{3}; 2\right).$$

$$\text{Phương trình tham số của } AI \text{ là: } \begin{cases} x=1+2t \\ y=1+\frac{8}{3}t \\ z=-1+2t \end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$.

Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (Oxy) là $M\left(2; \frac{7}{3}; 0\right)$.

Vậy $3b-a=5$.

Câu 49: [2H3-3.6-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}, (d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}, (d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}, (d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}. \text{ Số}$$

đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0.

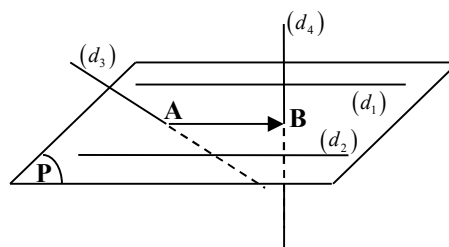
B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.



Ta có (d_1) song song (d_2) , phương trình mặt phẳng chứa hai

Hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là $(P): x+y+z-1=0$.

$$\text{Gọi } A = (d_3) \cap (P) \Rightarrow A(1; -1; 1), (A \notin (d_1), A \notin (d_2)).$$

$$B = (d_4) \cap (P) \Rightarrow B(0; 1; 0), (B \notin (d_1), B \notin (d_2)).$$

Mà $\overline{AB} = (-1; 2; -1)$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ nên không tồn tại đường thẳng nào đồng thời cắt cả bốn đường thẳng trên.

Câu 50: [2H3-3.6-3] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1},$

$$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}, (d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}, (d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}. \text{ Số đường thẳng trong không}$$

gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1 = (3; -1; -1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\overline{u}_1 = (1; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2 = (0; 0; 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$.

Do $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ và $M_1 \notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3; 1; 2)$, $[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-5; -5; -5) = -5(1; 1; 1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = d_3 \cap (\alpha)$ thì $A(1; -1; 1)$. Gọi $B = d_4 \cap (\alpha)$ thì $B(-1; 2; 0)$.

Do $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; -1)$ không cùng phương với $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 51: [2H3-3.6-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 2 = 0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\Delta_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{3}$.

B. $\Delta_4: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

B. $\Delta_3: \frac{x-5}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-5}{1}$.

D. $\Delta_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+4}{-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$

$I \in d \Rightarrow I(1+t; 2+2t; 3+t)$

$I \in (\alpha) \Rightarrow 1+t+2+2t-(3+t)-2=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(2; 4; 4)$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2; 1)$

Vectơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1; 1; -1)$

Ta có $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2; 4; 4)$, nhận một VTCP là $[\vec{u}, \vec{n}] = (-3; 2; -1)$ nên có PTTS

$\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 4 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$

Câu 52: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng:

$d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số đường

thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0.

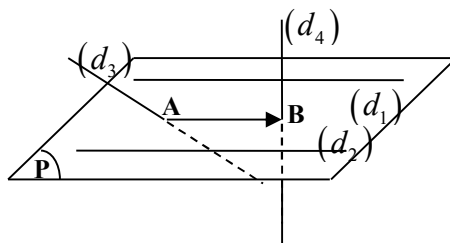
B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.



Ta có d_1 song song d_2 , phương trình mặt phẳng chứa hai

Hai đường thẳng d_1, d_2 là $(P): x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = d_3 \cap (P) \Rightarrow A(1; -1; 1), (A \notin d_1, A \notin d_2)$.

$B = d_4 \cap (P) \Rightarrow B(0; 1; 0), (B \notin d_1, B \notin d_2)$.

Mà $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -1)$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1, d_2 nên không tồn tại đường thẳng nào đồng thời cắt cả bốn đường thẳng trên.

Câu 53: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ x = 2 + 3a + (1 + a)t \end{cases}$. Biết

rằng khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu cố định qua điểm $M(1; 1; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ . Tìm bán kính mặt cầu đó.

A. $5\sqrt{3}$.

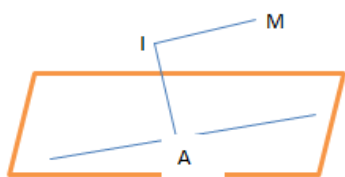
B. $4\sqrt{3}$.

C. $7\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Từ đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3a + at \\ y = -2 + t \\ x = 2 + 3a + (1 + a)t \end{cases} \Rightarrow x + y - z + 3 = 0$

Ta có Δ luôn qua điểm $A(1; -5; -1)$ cố định và Δ nằm trong mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$

Mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng Δ với mọi a . Nên mặt cầu tiếp xúc mặt phẳng (P) tại A .

Đường thẳng IA qua A và vuông góc (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -5 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \Rightarrow I(1 + t; -5 + t; -1 - t)$

Mà $IA = IM \Leftrightarrow t^2 + t^2 + t^2 = t^2 + (t - 6)^2 + (t + 2)^2 \Leftrightarrow t = 5$ vậy $I(6; 0; -6) \Rightarrow R = IM = 5\sqrt{3}$

Câu 54: [2H3-3.6-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ . Giá trị của bc bằng

A. -10 .

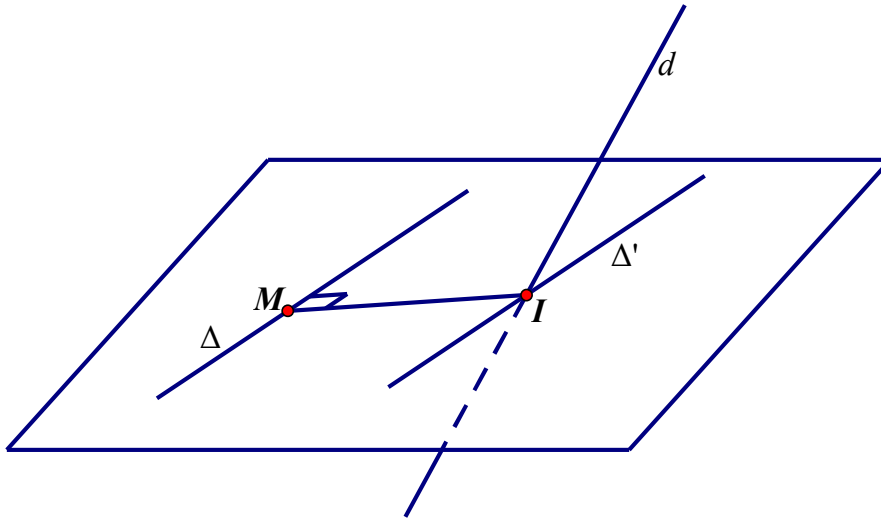
B. 10 .

C. 12 .

D. -20 .

Lời giải

Chọn B.



Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1; 1; 1)$, đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Tọa độ giao điểm I của d với (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1} \\ x+y+z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow I(1; -3; 0).$$

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d nên có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{u}_d] = (-2; 3; -1)$.

Đường thẳng Δ' đi qua I , thuộc mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương là: $\vec{u}_{\Delta'} = [\vec{n}_P; \vec{u}_\Delta] = (-4; -1; 5)$.

Phương trình đường thẳng Δ' là:
$$\begin{cases} x=1-4t \\ y=-3-t \\ z=5t \end{cases}$$

Hình chiếu M của I trên đường thẳng Δ là giao điểm của Δ' và $\Delta \Rightarrow M(1-4t; -3-t; 5t)$.

Khoảng cách từ I đến Δ bằng $\sqrt{42}$ nên

$$IM = \sqrt{42} \Leftrightarrow IM^2 = 42 \Leftrightarrow (-4t)^2 + (-t)^2 + (5t)^2 = 42 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

Với $t=1$ thì $M(-3; -4; 5)$.

Với $t=-1$ thì $M(5; -2; -5)$.

Như vậy $b=-2, c=-5 \Rightarrow bc=10$.

Câu 55: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 1)$, $B(0; 3; -1)$. Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 4 = 0$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất là

- A.** $(1; 0; 2)$. **B.** $(0; 1; 3)$. **C.** $(1; 2; 0)$. **D.** $(3; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Khi đó Trước hết ta xét vị trí tương đối của hai điểm $A(2; 1; 1)$ và $B(0; 3; -1)$ so với mặt phẳng

$(P): 2x + y + z - 4 = 0$. Ta có $(2 \cdot 2 + 1 + 1 - 4)(2 \cdot 0 + 3 - 1 - 4) = -4 < 0$. Do đó $A(2; 1; 1)$ và $A(0; 3; -1)$ nằm khác phía so với mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.

Theo bất đẳng thức tam giác ta có $MA + MB \geq AB$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi M, A, B thẳng hàng hay $M = AB \cap (P)$.

Đường thẳng AB qua điểm $A(2; 1; 1)$ và có vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = -2(1; -1; 1)$ có phương trình

$$\text{tham số } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ Suy ra } M(2 + t; 1 - t; 1 + t).$$

Vì $M \in (P)$ nên ta có $2(2 + t) + 1 - t + 1 + t - 4 = 0 \Leftrightarrow 2t = -2 \Leftrightarrow t = -1$.

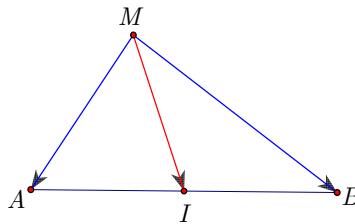
Vậy $M(1; 2; 0)$.

Câu 56: -----HẾT-----[2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3)$, $C(1; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 3 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $M(2; 2; -4)$. **D.** $M(-2; -2; 4)$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I , O lần lượt là trung điểm của AB và IC , khi đó với điểm M bất kỳ ta luôn có

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 2\overrightarrow{MI}; \text{ tương tự } \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MO}.$$

Suy ra $d = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{MC}| = 4|\overrightarrow{MO}|$ nên d nhỏ nhất khi và chỉ khi $|\overrightarrow{MO}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MO \perp (P)$ nên M là hình chiếu vuông góc của O lên (P) .

Có $A(0; -2; -1)$, $B(-2; -4; 3) \Rightarrow I(-1; -3; 1)$, kết hợp với $C(1; 3; -1)$ ta có $O(0; 0; 0)$.

Đường thẳng qua $O(0; 0; 0)$ vuông góc với (P) có phương trình $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases}$.

Giao điểm của d và (P) chính là hình chiếu vuông góc M của $O(0; 0; 0)$ lên mặt phẳng (P) .

Giải hệ $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -2t \\ x + y - 2z - 3 = 0 \end{cases}$ ta được $t = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -1$.

Vậy $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

* Nhận xét: Với 4 đáp án bài này học sinh chỉ làm phép thử đơn giản là thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng (P) thôi cũng đủ chọn đáp án A, “mỗi nhữ” chưa tốt. Có lẽ tác giả chỉ quan tâm cách giải tự luận!

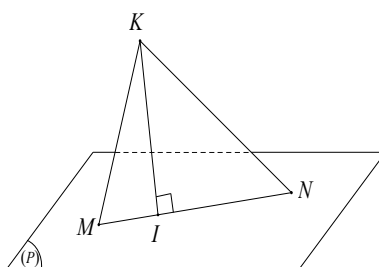
Câu 57: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(0; -1; 2)$, $N(-1; 1; 3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua M, N sao cho khoảng cách từ điểm $K(0; 0; 2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tìm tọa độ vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (P) .

$\vec{n} = (1; -1; 1)$. **B.** $\vec{n} = (1; 1; -1)$. **C.** $\vec{n} = (2; -1; 1)$. **D.** $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 1)$.



Đường thẳng (d) qua hai điểm M, N có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = -t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Gọi I là hình chiếu vuông góc của K lên đường thẳng $(d) \Rightarrow I(-t; -1 + 2t; 2 + t)$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{KI} = (-t; -1 + 2t; t)$.

Do

$$KI \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{KI} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \Leftrightarrow t - 2 + 4t + t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{KI} = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}(1; 1; -1).$$

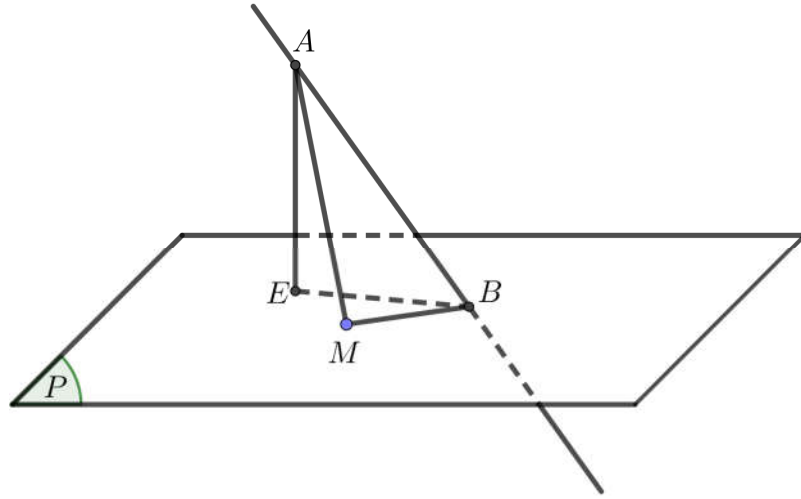
Ta có $d(K; (P)) \leq KI \Rightarrow d(K; (P))_{\max} = KI \Leftrightarrow KI \perp (P) \Rightarrow \vec{n} = (1; 1; -1)$.

Câu 58: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ cắt (P) tại B . Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2; -1; 3)$. **B.** $I(-1; -2; 3)$. **C.** $K(3; 0; 15)$. **D.** $J(-3; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn B.



+ Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 4; -4)$ có phương trình
là

$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}.$$

+ Ta có: $MB^2 = AB^2 - MA^2$. Do đó $(MB)_{\max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P) . Ta có: $AM \geq AE$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $(AM)_{\min} = AE$ và MB qua B nhận $\overrightarrow{BE}$ làm vectơ chỉ phương.

+ Ta có: $B \in d$ nên $B(1+3t; 2+4t; -3-4t)$ mà $B \in (P)$ suy ra:

$$2(1+3t) + 2(2+4t) - (-3-4t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2; -2; 1).$$

+ Đường thẳng AE qua $A(1; 2; -3)$, nhận $\vec{n}_P = (2; 2; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương

trình là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}.$

Suy ra $E(1+2t; 2+2t; -3-t)$.

Mặt khác, $E \in (P)$ nên $2(1+2t) + 2(2+2t) - (-3-t) + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow E(-3; -2; -1)$.

+ Do đó đường thẳng MB qua $B(-2; -2; 1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BE} = (-1; 0; -2)$ nên

có phương trình là $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2 \\ z = 1 - 2t \end{cases}.$

Thử các đáp án thấy điểm $I(-1; -2; 3)$ thỏa. Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 59: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với d đồng thời cách B một khoảng lớn nhất.

A. $\vec{u} = (4; -3; 2)$. B. $\vec{u} = (2; 0; -4)$. C. $\vec{u} = (2; 2; -1)$. D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -4)$, $\vec{u}_d = (2; 2; -1)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên Δ , lúc đó $d(B, \Delta) = BH \leq BA$.

Do đó $d(B, \Delta)$ lớn nhất khi $H \equiv A \Rightarrow \Delta \perp d$ và $\Delta \perp AB$.

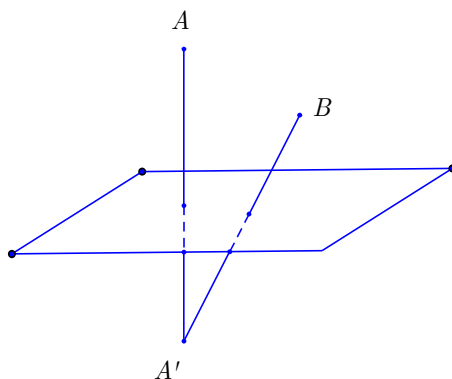
Ta có VTCP của Δ là $\vec{u}_\Delta = [\overrightarrow{AB}; \vec{u}_d] = (8; -6; 4)$. Do đó chọn $\vec{u} = (4; -3; 2)$ là VTCP của Δ .

Câu 60: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $A(0; -2; 3)$, $B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Giá trị của $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. $\frac{41}{4}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B.



Ta có A, B cùng nằm về một phía của (P) . Gọi A' đối xứng với A qua (P) suy ra $A'(-2; 2; 1)$.

Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq BA'$. Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của BA' và (P) .

Xác định được $M\left(1; \frac{1}{2}; 1\right)$. Suy ra chọn B.

Câu 61: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0; 0; 49)$. B. $M(0; 0; 67)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(0; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 1; 3\right)$.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2$.

$IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz .

$\Rightarrow M(0;0;3)$.

Câu 62: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$,

$d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $d_3: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $d_4: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian

cắt cả bốn đường thẳng trên là

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(3; -1; -1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1(1; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(0; 0; 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2(1; -2; 1)$.

Do $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ và $M_1 \notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3; 1; 2)$, $[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-5; -5; -5) = -5(1; 1; 1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = d_3 \cap (\alpha)$ thì $A(1; -1; 1)$. Gọi $B = d_4 \cap (\alpha)$ thì $B(-1; 2; 0)$.

Do $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; -1)$ không cùng phương với $\vec{u}_1(1; -2; 1)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 63: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, cho mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là

A. $(P): x + 2y + 3z + 6 = 0$.

B. $(P): x + 2y + z - 2 = 0$.

C. $(P): x - 2y + z - 6 = 0$.

D. $(P): 3x + 2y + 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = 3$.

$IA = \sqrt{6} < R$ nên A nằm trong mặt cầu.

Gọi r là bán kính đường tròn thiết diện, ta có $r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Trong đó h là khoảng cách từ I đến (P) .

Diện tích thiết diện là $\pi r^2 = \pi(R^2 - h^2) \geq \pi(R^2 - IA^2)$.

Vậy diện tích hình tròn (C) đạt nhỏ nhất khi $h = IA$. Khi đó $\overrightarrow{IA}$ là véc tơ pháp tuyến của (P) .

Phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-0) + 2(y-0) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + z - 2 = 0$.

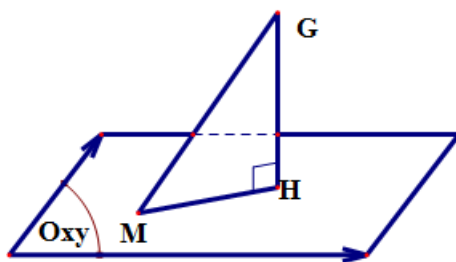
- Câu 64:** [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(4;2;5)$, $B(0;4;-3)$, $C(2;-3;7)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P = x_0 + y_0 + z_0$.
- A. $P = -3$. B. $P = 0$. C. $P = 3$. D. $P = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $G(2;1;3)$ là trọng tâm $\triangle ABC \Rightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG$

Do đó $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất



Mà $MG \geq d[G, (Oxy)] = GH$ nên MG nhỏ nhất khi $M \equiv H$ khi đó M là hình chiếu vuông góc của G lên $(Oxy) \Rightarrow M(2;1;0) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = 3$

- Câu 65:** [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;-2;1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $M(5;2;-4)$. B. $M(-1;-1;-1)$. C. $M(1;0;-2)$. D. $M(3;1;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì M thuộc đường thẳng Δ nên $M(1+2t; t; -2-t)$.

Ta có $MA^2 + 2MB^2 = (2t+1)^2 + (t+1)^2 + (t+5)^2 + 2[(2t)^2 + (t+2)^2 + (t+3)^2] = 18t^2 + 36t + 53$

$\Leftrightarrow MA^2 + 2MB^2 = 18(t+1)^2 + 35 \geq 35, \forall t \in \mathbb{R}$.

Vậy $\min(MA^2 + 2MB^2) = 35 \Leftrightarrow t = -1$ hay $M(-1;-1;-1)$.

- Câu 66:** [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Một đường thẳng đi qua điểm M và cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B . Diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng
- A. 4. B. $2\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có: $\overrightarrow{OM} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow OM = 1 < R \Rightarrow$ điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \leq OM$.

Đặt $OH = x \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$.

$$\text{Đặt } \widehat{AOH} = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{AH}{OA} = \frac{\sqrt{OA^2 - OH^2}}{OA} = \frac{\sqrt{8 - x^2}}{2\sqrt{2}}; \cos \alpha = \frac{OH}{OA} = \frac{x}{2\sqrt{2}}.$$

$$\text{Suy ra } \sin \widehat{AOB} = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{x\sqrt{8 - x^2}}{4}.$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB} = x\sqrt{8 - x^2} \text{ với } 0 \leq x \leq 1.$$

Xét hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên đoạn $[0; 1]$

$$f'(x) = \sqrt{8 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{8 - x^2}} = \frac{8 - 2x^2}{\sqrt{8 - x^2}} > 0, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow \max_{[0; 1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$$

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác OAB bằng $\sqrt{7}$.

Câu 67: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-m}{2}$ và mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm m để đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt E, F sao cho độ dài đoạn EF lớn nhất

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = -\frac{1}{3}$.

D. $m = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên d , khi đó H là trung điểm đoạn EF .

Ta có $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - (d(I, (P)))^2}$. Suy ra EF lớn nhất khi $d(I, (P))$ nhỏ nhất

Đường thẳng d qua $A(1; -1; m)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{AI} = (0; 2; 2 - m)$, $[\overrightarrow{AI}, \vec{u}] = (2 + m; 2 - m; -2)$.

$$\text{Suy ra } d(I, (P)) = \frac{\|[\overrightarrow{AI}, \vec{u}]\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{\sqrt{2m^2 + 12}}{\sqrt{1 + 1 + 4}} \geq \sqrt{2}.$$

Do đó $d(I, (P))$ nhỏ nhất khi $m = 0$. Khi đó $EF = 2EH = 2\sqrt{R^2 - (d(I, (P)))^2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 68: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = t \end{cases}$, $d': \begin{cases} x = 2t' \\ y = 1 + t' \\ z = 2 + t' \end{cases}$. Đường

thẳng Δ cắt d, d' lần lượt tại các điểm A, B thỏa mãn độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$.

B. $\frac{x-4}{-2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{3}$.

C. $\frac{x}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

D. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\Delta \cap d = A(1 + t; 2 - t; t), \Delta \cap d' = B(2t'; 1 + t'; 2 + t').$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t' - t - 1 - t' - t + 1 + t' - t + 2 = 0 \\ 4t' - 2t - 2 + t' + t - 1 + t' - t + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t' - 3t = -2 \\ 6t' - 2t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = \frac{1}{2} \\ t = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $A(2;1;1)$, $\overrightarrow{AB} = \left(-1; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

AB ngắn nhất khi và chỉ khi AB là đoạn vuông góc chung của d , d' .

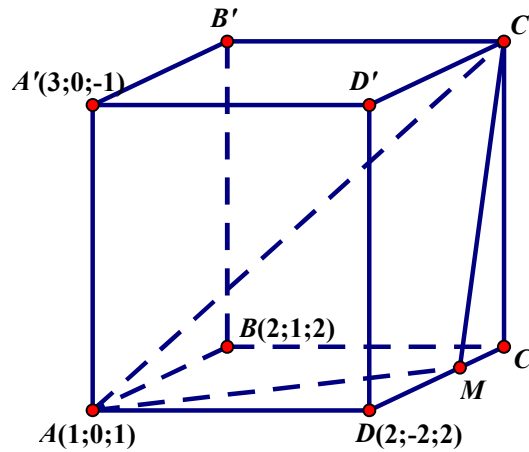
Vậy Δ đi qua $A(2;1;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB} = (-2;1;3) \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 69: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(2;-2;2)$, $A'(3;0;-1)$, điểm M thuộc cạnh DC . Giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{17+4\sqrt{6}}$. C. $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$. D. $\sqrt{17+6\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$; $\overrightarrow{AA'} = (2;0;-2)$; $\overrightarrow{AD} = (1;-2;1)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Rightarrow C'(5;-1;1)$.

Phương trình đường thẳng DC đi qua $D(2;-2;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$ làm véc tơ chỉ

phương là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Gọi $M(2+t; -2+t; 2+t) \in DC$.

Ta có

$$\overrightarrow{AM} = (t+1; t-2; t+1) \Rightarrow |MA| = \sqrt{3t^2 + 6},$$

$$\overrightarrow{C'M} = (t-3; t-1; t+1) \Rightarrow |MC'| = \sqrt{3(t-1)^2 + 8}.$$

Xét vector $\vec{u} = (\sqrt{3}t; \sqrt{6})$, $\vec{v} = (\sqrt{3} - \sqrt{3}t; 2\sqrt{2})$.

Do $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ nên $AM + MC' \geq \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6} + \sqrt{8})^2} \Leftrightarrow AM + MC' \geq \sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{3}(1-t)} = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow \frac{t}{1-t} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow t = 2\sqrt{3} - 3$.

$\Rightarrow M(2\sqrt{3}-1; 1-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}-1)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng các khoảng cách $AM + MC'$ là $\sqrt{17+8\sqrt{3}}$.

Câu 70: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$ và $N(-4;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , nhận vectơ $\vec{u}=(a;b;c)$ làm vectơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P):2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|, |b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng:

- A. 15. B. 13. C. 16. D. 14.

Lời giải

Chọn A.

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $M(2;2;-3)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Suy ra $(Q):2x+y+z-3=0$.

Do $\Delta // (P)$ nên $\Delta \subset (Q)$.

$d(N,\Delta)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \Delta$ đi qua N' , với N' là hình chiếu của N lên (Q) .

Gọi d là đường thẳng đi qua N và vuông góc (P) , $d: \begin{cases} x=-4+2t \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$.

Ta có $N' \in d \Rightarrow N'(-4+2t;2+t;1+t)$; $N' \in (Q) \Rightarrow t = \frac{4}{3} \Rightarrow N'(-\frac{4}{3};\frac{10}{3};\frac{7}{3})$.

$\vec{u}=(a;b;c)$ cùng phương $\overrightarrow{MN'} = (-\frac{10}{3};\frac{4}{3};\frac{16}{3})$.

Do $|a|, |b|$ nguyên tố cùng nhau nên chọn $\vec{u}=(-5;2;8)$.

Vậy $|a|+|b|+|c|=15$.

45-47 CHANH MUỐI

Câu 71: [2H3-3.8-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

- A. $T=-5$. B. $T=4$. C. $T=3$. D. $T=-4$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ và đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{v}=(4;-4;3)$

Vì Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow 2m-n+2=0 \Leftrightarrow n=2m+2$.

Mặt khác ta có $\cos(\widehat{\Delta;d}) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|4m-4n+3|}{\sqrt{m^2+n^2+1} \cdot \sqrt{4^2+(-4)^2+3^2}} = \frac{|4m+5|}{\sqrt{41(5m^2+8m+5)}}$

$= \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{(4m+5)^2}{5m^2+8m+5}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{16m^2+40m+25}{5m^2+8m+5}}$.

Vì $0^\circ \leq \widehat{\Delta;d} \leq 90^\circ$ nên $\widehat{\Delta;d}$ bé nhất khi và chỉ khi $\cos(\widehat{\Delta;d})$ lớn nhất

Xét hàm số $f(t) = \frac{16t^2+40t+25}{5t^2+8t+5} \Rightarrow f'(t) = \frac{-72t^2-90t}{(5t^2+8t+5)^2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{5}{4}$	0	$+\infty$			
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$\frac{16}{5}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{16}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max f(t) = f(0) = 5$ suy ra $(\Delta; d)$ bé nhất khi $m = 0 \Rightarrow n = 2$. Do đó $T = m^2 - n^2 = -4$.

Làm theo cách này thì không cần đến dữ kiện : đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$.

Câu 72: [2H3-3.8-3] Họ parabol $(P_m): y = mx^2 - 2(m-3)x + m - 2$ ($m \neq 0$) luôn tiếp xúc với đường thẳng d cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đó đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 8)$. D. $(1; -8)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $H(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $y_0 = mx_0^2 - 2(m-3)x_0 + m - 2 \Leftrightarrow m(x_0^2 - 2x_0 + 1) + 6x_0 - y_0 - 2 = 0, \forall m \neq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \\ 6x_0 - y_0 - 2 = 0 \end{cases}$$

Do $x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0$ có nghiệm kép nên (P_m) luôn tiếp xúc với đường thẳng $d: y = 6x - 2$.

Ta thấy $(0; -2) \in d$.

Câu 73: [2H3-3.8-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(0; 0; 49)$. B. $M(0; 0; 67)$. C. $M(0; 0; 3)$. D. $M(0; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 1; 3\right)$.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2$.

$IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz .

$\Rightarrow M(0; 0; 3)$.

Câu 74: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(3; -1; -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là:

- A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{-1}$. B. $\frac{x}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$.
C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+1}{-5}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I = \Delta \cap d$. Khi đó $I(-1+2t; 3t; -1-t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -3; -4)$; $\overrightarrow{AI} = (2t-2; 3t-2; -t) \Rightarrow [\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AB}] = (8-15t; 6t-8; 10-12t)$.

$$\text{Suy ra: } d(B; d) = \frac{[\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}]}{|\overrightarrow{AI}|} = \sqrt{\frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8}}.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8} = \frac{3}{2} \cdot \frac{135t^2 - 192t + 76}{7t^2 - 10t + 4}$$

$$\Rightarrow f'(t) = \frac{3}{2} \cdot \frac{-6t^2 + 16t - 8}{(7t^2 - 10t + 4)^2}. \text{ Cho } f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	2	$+\infty$		
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	$\frac{405}{14}$		27	29		$\frac{405}{14}$

Do đó $d(B; d)$ nhỏ nhất khi $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 27 tại $t = \frac{2}{3}$.

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AI} = \left(\frac{1}{3}; 2; -\frac{5}{3}\right).$$

Chọn một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = 3\overrightarrow{AI} = (1; 6; -5)$.

$$\text{Vậy phương trình đường thẳng } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z+1}{-5}.$$

Câu 75: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; -2; 3)$, $B(1; 0; 5)$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d để $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.** $M(1; 2; 3)$. **B.** $M(2; 0; 5)$. **C.** $M(3; -2; 7)$. **D.** $M(3; 0; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I = (2; -1; 4)$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 2\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot (\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) = 2MI^2 + IA^2 + IB^2 = MI^2 + 6. \end{aligned}$$

Do đó $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI có độ dài ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên đường thẳng d .

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua I và vuông góc với đường thẳng d là

$$1 \cdot (x-2) - 2 \cdot (y+1) + 2 \cdot (y-4) = 0 \text{ hay } (P): x - 2y + 2z - 12 = 0.$$

Phương trình tham số của đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Tọa độ điểm M cần tìm là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ phương trình:

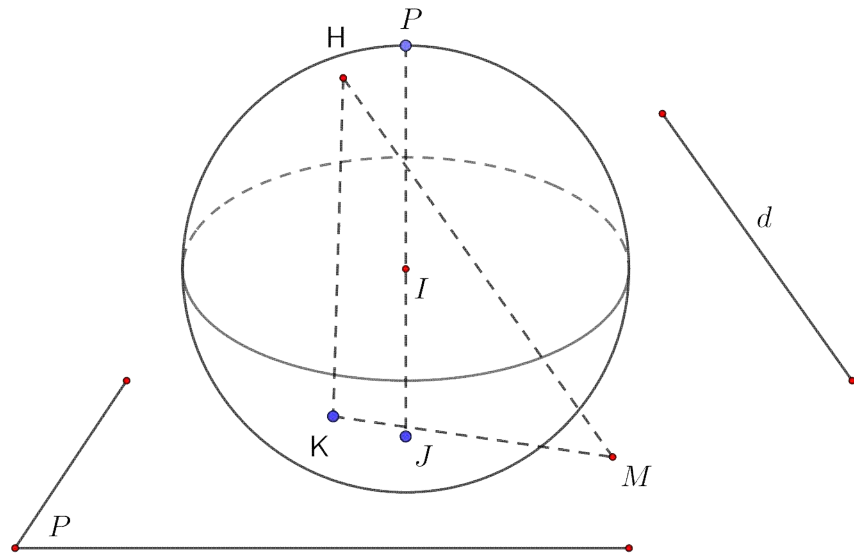
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \\ x - 2y + 2z - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = 5 \\ t = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } M(2; 0; 5).$$

Câu 76: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với d . Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

- A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$. C. $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B.



Mặt cầu (S) có tâm $I(4; 3; -2)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$ và $IH = 3$ nên H thuộc mặt cầu (S') tâm I bán kính $R' = 3$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ thì $AA' + BB' = 2HM$, M nằm trên mặt phẳng (P) .

Mặt khác ta có $d(I; (P)) = \frac{4}{\sqrt{3}} < R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) và

$\sin(d; (P)) = \sin \alpha = \frac{5}{3\sqrt{3}}$. Gọi K là hình chiếu của H lên (P) thì $HK = HM \cdot \sin \alpha$.

Vậy để $AA' + BB'$ lớn nhất thì HK lớn nhất

$$\Leftrightarrow HK \text{ đi qua } I \text{ nên } HK_{\max} = R' + d(I; (P)) = 3 + \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } AA' + BB' \text{ lớn nhất bằng } 2 \left(\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3\sqrt{3}}{5} = \frac{24+18\sqrt{3}}{5}.$$

- Câu 77:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$
- A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 5$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $I(1;1;1)$; $\overrightarrow{AB} = (4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB : $(\alpha): 2x + y - 3 = 0$.

Vì $(2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 - 3) \cdot (2 \cdot 5 + 1 \cdot 3 - 3) = 50 > 0$ nên B, C nằm về một phía so với (α) , suy ra A, C nằm về hai phía so với (α) .

Điểm M thỏa mãn $MA = MB$ khi $M \in (\alpha)$. Khi đó $MB + MC = MA + MC \geq AC$.

$MB + MC$ nhỏ nhất bằng AC khi $M = AC \cap (\alpha)$.

Phương trình đường thẳng AC : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, do đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Do đó } M(1;1;3), a + b + c = 5.$$

- Câu 78:** [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;0;1)$, $B(3;2;1)$, $C(5;3;7)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $MA = MB$ và $MB + MC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$
- A. $P = 4$. B. $P = 0$. C. $P = 2$. D. $P = 5$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $I(1;1;1)$; $\overrightarrow{AB} = (4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của AB : $(\alpha): 2x + y - 3 = 0$.

Vì $(2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 - 3) \cdot (2 \cdot 5 + 1 \cdot 3 - 3) = 50 > 0$ nên B, C nằm về một phía so với (α) , suy ra A, C nằm về hai phía so với (α) .

Điểm M thỏa mãn $MA = MB$ khi $M \in (\alpha)$. Khi đó $MB + MC = MA + MC \geq AC$.

$MB + MC$ nhỏ nhất bằng AC khi $M = AC \cap (\alpha)$.

Phương trình đường thẳng AC : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, do đó tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

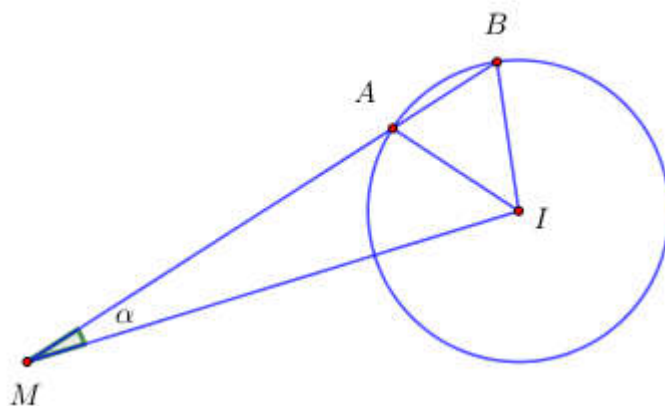
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \\ 2x + y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}. \text{ Do đó } M(1;1;3), a + b + c = 5.$$

Câu 79: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z = 0$ và điểm $M(1; 2; -1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B . Tìm giá trị lớn nhất của tổng $MA + MB$.

- A. 8. B. 10. C. $2\sqrt{17}$. D. $8 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -2)$, bán kính $R = 3$.

Vì $IM = \sqrt{17} < 3$ nên M nằm ngoài đường tròn,

Gọi α là góc tạo bởi MB và MI . Áp dụng định lí Côsin cho tam giác MIA và MIB ta có

$$R^2 = MA^2 + MI^2 - 2MA \cdot MI \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

$$R^2 = MB^2 + MI^2 - 2MB \cdot MI \cdot \cos \alpha \quad (2)$$

Lấy (1) trừ cho (2) về theo về ta được

$$0 = MA^2 - MB^2 - 2\sqrt{17} \cdot (MA - MB) \cdot \cos \alpha \Leftrightarrow MA + MB = 2\sqrt{17} \cos \alpha$$

Do đó $MA + MB$ lớn nhất bằng $2\sqrt{17}$ khi $\cos \alpha = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0$.

Câu 80: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4)$, $B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -\frac{3}{4}$. B. $T = \frac{33}{5}$. C. $T = \frac{27}{4}$. D. $T = \frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B , có một VTCP là $\overrightarrow{BA} = (1; 2; 3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

$\overrightarrow{IB} = (1; -1; 1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) (C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB , ta có:

$$d(I, (P)) = IH \leq IK$$

Do đó $d(I, (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K : K \in AB \Rightarrow K(t; 2t; 1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1; 2t-1; 3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK} \left(\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{4}{7} \right) = \frac{1}{7}(6; -9; 4)$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0; 0; 1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6; -9; 4)$

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

Câu 81: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

A. 11.

B. 9.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn B.

Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0} \Rightarrow E(3; 0; 1)$.

Ta có: $S = MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2$
 $= (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 + 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC})^2 = 4ME^2 + EA^2 + EB^2 + 2EC^2$.

Vì $EA^2 + EB^2 + 2EC^2$ không đổi nên S nhỏ nhất khi và chỉ khi ME nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của E lên (Q) .

Phương trình đường thẳng $ME: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \\ 3x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases}$.

$\Rightarrow M(0; -1; 2) \Rightarrow a = 0, b = -1, c = 2 \Rightarrow a + b + 5c = 0 - 1 + 5 \cdot 2 = 9$.

Câu 82: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

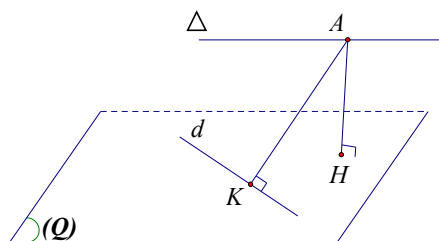
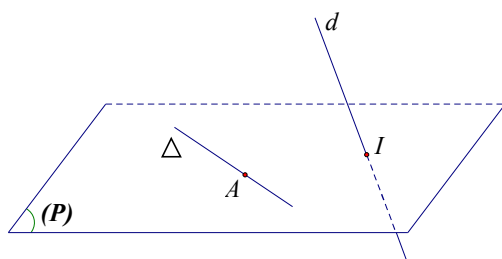
A. $a + 2b = -3$.

B. $a + 2b = 0$.

C. $a + 2b = 4$. D. $a + 2b = 7$.

Lời giải

Chọn A.



Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.

Nhận xét rằng, $A \notin d$ và $d \cap (P) = I(-7; 3; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ . Khi đó $d(\Delta, d) = d(\Delta, (Q)) = d(A, (Q))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d . Ta có $AH \leq AK$.

Do đó, $d(\Delta, d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(A, (Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv K$. Suy ra AH chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ .

Mặt phẳng (R) chứa A và d có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(R)} = [\vec{AM}, \vec{u}_1] = (-2; 4; 8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(R)}, \vec{u}_1] = (12; 18; -6)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (66; -42; 6) = 6(11; -7; 1)$.

Suy ra, $a = 11; b = -7$. Vậy $a + 2b = -3$.

Câu 83: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(1; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

A. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

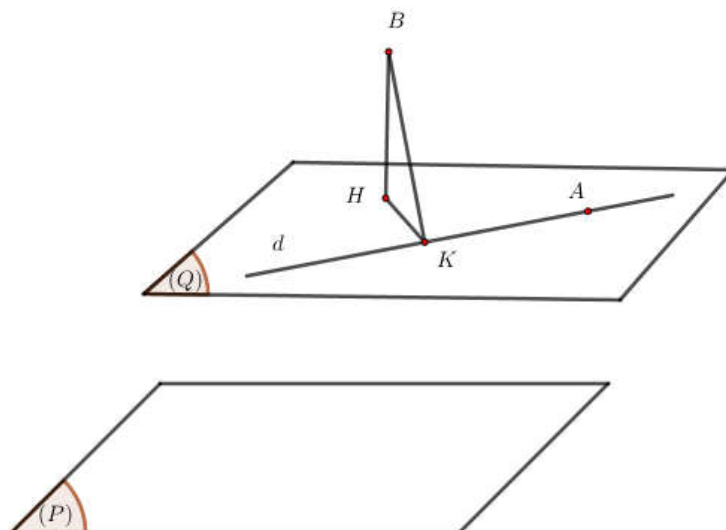
B. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{-11} = \frac{z-1}{2}$.

C. $d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{2}$.

D. $d: \frac{x+3}{-26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi mặt phẳng (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) . Khi đó phương trình của mặt phẳng (Q) là $1(x+3) - 2(y-0) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z + 1 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (Q) , khi đó đường thẳng BH đi qua $B(1; -1; 3)$ và

nhận $\vec{n}_{(Q)} = (1; -2; 2)$ làm vector chỉ phương có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Vì $H = BH \cap (Q) \Rightarrow H \in BH \Rightarrow H(1+t; -1-2t; 3+2t)$ và $H \in (Q)$ nên ta có $(1+t) - 2(-1-2t) + 2(3+2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{10}{9} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{9}\right)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\frac{26}{9}; \frac{11}{9}; -\frac{2}{9}\right) = \frac{1}{9}(26; 11; -2).$$

Gọi K là hình chiếu của B lên đường thẳng d , khi đó

Ta có $d(B; d) = BK \geq BH$ nên khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất khi $BK = BH$, do đó đường thẳng d đi qua A và có vector chỉ phương $\vec{u} = (26; 11; -2)$ có phương trình chính tắc:

$$d: \frac{x+3}{26} = \frac{y}{11} = \frac{z-1}{-2}.$$

Câu 84: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

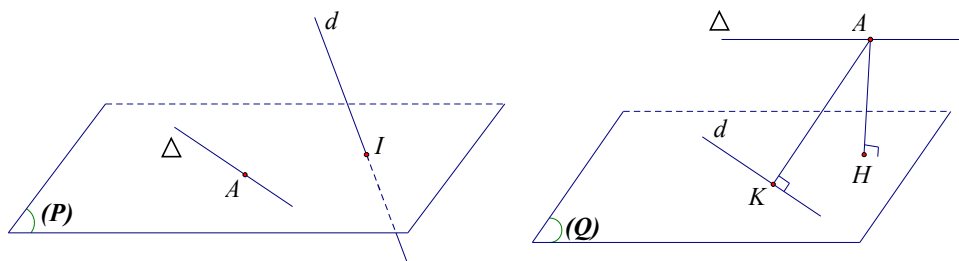
A. $a + 2b = -3$.

B. $a + 2b = 0$.

C. $a + 2b = 4$. **D.** $a + 2b = 7$.

Lời giải

Chọn A.



Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.

Nhận xét rằng, $A \notin d$ và $d \cap (P) = I(-7; 3; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ . Khi đó $d(\Delta, d) = d(\Delta, (Q)) = d(A, (Q))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d . Ta có $AH \leq AK$.

Do đó, $d(\Delta, d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(A, (Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv K$. Suy ra AH chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ .

Mặt phẳng (R) chứa A và d có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(R)} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}_1] = (-2; 4; 8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(R)}, \vec{u}_1] = (12; 18; -6)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có vector chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (66; -42; 6) = 6(11; -7; 1)$.

Suy ra, $a = 11$; $b = -7$. Vậy $a + 2b = -3$.

Câu 85: [2H3-3.8-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

A. 11.

B. 9.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn B.

Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0} \Rightarrow E(3; 0; 1)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 + (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 + 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EC})^2 = 4ME^2 + EA^2 + EB^2 + 2EC^2. \end{aligned}$$

Vì $EA^2 + EB^2 + 2EC^2$ không đổi nên S nhỏ nhất khi và chỉ khi ME nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của E lên (Q) .

$$\text{Phương trình đường thẳng } ME: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \\ 3x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow M(0; -1; 2) \Rightarrow a = 0, b = -1, c = 2.$$

$$\Rightarrow a + b + 5c = 0 - 1 + 5 \cdot 2 = 9.$$

Câu 86: [2H3-3.8-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 2$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} MA^4 + MB^4 &= (MA^2 + MB^2)^2 - 2MA^2 \cdot MB^2 = \left(2MI^2 + \frac{AB^2}{2} \right)^2 - 2 \left(MI^2 - \frac{AB^2}{4} \right)^2 \\ &= 4MI^4 + 2MI^2 AB^2 + \frac{AB^4}{4} - 2MI^4 + MI^2 AB^2 - \frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4 + 3MI^2 AB^2 + \frac{AB^4}{4} = 2 \left(MI^2 + \frac{3AB^2}{4} \right)^2 - \frac{7}{10} AB^4 \end{aligned}$$

Do đó, $MA^4 + MB^4$ đạt GTNN khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Điểm $I(2; -1; 0)$. Lấy $M(2+t; -1+2t; 3t) \in d$. $\overrightarrow{IM} = (t; 2t; 3t)$

$$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + 4t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Suy ra $M \equiv I$.

Vậy $x_0 = 2$