TRƯỜNG THPT LÊ QUÝ ĐÔN
TỔ TOÁN
(Đề thi có 4 trang)

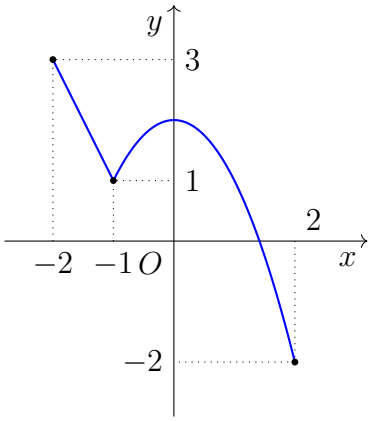
KIỂM TRA GIỮA KÌ 1, NĂM HỌC 2026–2027
Môn: Toán–Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề thi 1010

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN *(Học sinh chọn một phương án đúng)*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Tính $M + m$.



(A) 1. (B) 0. (C) -1. (D) 5.

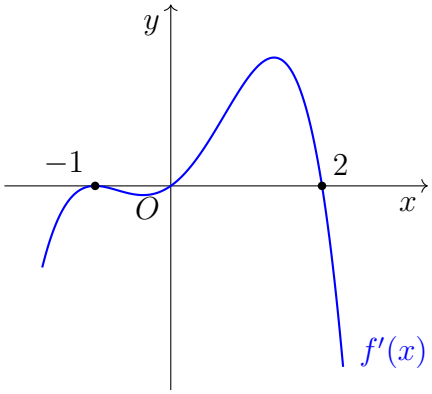
Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

(A) $y = \dfrac{1}{3}$. (B) $y = 3$. (C) $y = -1$. (D) $y = 1$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x-a}{x+1}$ với $a > 0$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

(A) $\dfrac{3-a}{2}$. (B) a. (C) $2 - \dfrac{a}{3}$. (D) $\dfrac{a+6}{3}$.

Câu 4. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số đồng biến trên khoảng

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(0;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) -1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$
							-2		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty; 1)$. (B) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-1; 0)$.

(C) Hàm số đồng biến trong khoảng $(1; +\infty)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$ 2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng có phương trình:

(A) $x = 2$. (B) $y = 2$. (C) $x = -1$. (D) $y = -1$.

Câu 8. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - x + 3}{x + 1}$ là

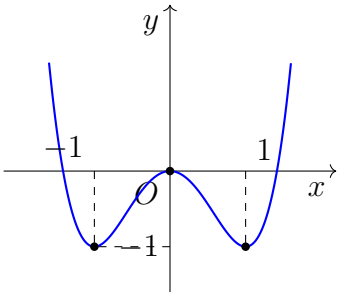
(A) $y = 2x - 3$. (B) $y = 2x + 3$. (C) $y = 2x - 1$. (D) $y = 2x + 1$.

Câu 9. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

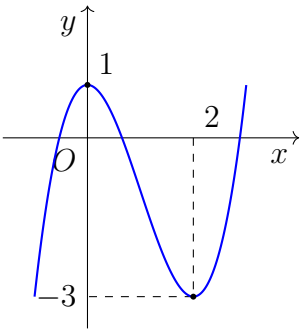
(A) $y = 2x^3 - 6x$. (B) $y = -2x^3 + 6x - 8$. (C) $y = -2x^3 + 6x$. (D) $y = 2x^3 - 6x + 8$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 11. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



(A) $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. (B) $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$. (C) $y = x^3 + 3x^2 + 1$. (D) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

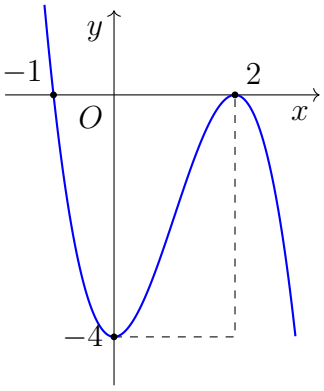
Câu 12. Giả sử chi phí $C(x)$ (nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hoá được cho bởi hàm số $C(x) = 0{,}125x^3 - 2{,}5x^2 + 300x + 30000$. Khi đó chi phí biên tại $x = 100$ là

(A) 3550 (nghìn đồng). (B) 160000 (nghìn đồng).

(C) 3505 (nghìn đồng). (D) 3055 (nghìn đồng).

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG–SAI *(Học sinh chọn* **đúng** *hoặc* **sai** *ở mỗi ý)*

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



a) Hệ số $a < 0$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$.

c) Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

d) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) < f(1)$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3}x - 1}{x + 1}$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số có đạo hàm $y' = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{(x+1)^2}$, $\forall x \neq -1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

c) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

d) Gọi điểm I là tâm đối xứng của đồ thị (C). Khi đó độ dài đoạn $OI=\sqrt{2}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y=x-2+\dfrac{4}{x+1}$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$.

c) Đồ thị (C) của hàm số có điểm cực đại là $(-3;-7)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$.

Câu 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 200 mét. Gọi chiều dài là x mét.

a) Chiều rộng của mảnh vườn là $(200-x)$ (m).

b) Diện tích của mảnh vườn là $S(x)=-x^2+100x$ (m^2).

c) Để diện tích của mảnh vườn lớn nhất thì chiều dài $x=50$ (m).

d) Để diện tích của mảnh vườn lớn nhất thì chiều dài lớn hơn chiều rộng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Học sinh ghi kết quả được cho là đúng)*

Câu 1. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)=x^3-6x^2+9x+30$. KQ: | | | | |

Câu 2. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=-t^3+12t^2+80t$ (nghìn người) với $t\in\mathbb{N}$, $t\le 30$. Hỏi vào ngày thứ mấy trong 30 ngày đầu tiên thì tốc độ truyền bệnh là 20 nghìn người/ngày?

KQ: | | | | |

Câu 3. Giả sử chi phí để sản xuất x sản phẩm của một nhà máy được cho bởi $C(x)=0{,}2x^2+10x+5$ (triệu đồng). Khi đó chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm là $f(x)=\dfrac{C(x)}{x}$. Số lượng sản phẩm cần sản xuất là bao nhiêu để chi phí trung bình là thấp nhất? KQ: | | | | |

Câu 4. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80 (nghìn con). Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t)=\dfrac{20(4+3t)}{1+0{,}05t}$ (nghìn con). Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con? KQ: | | | | |

PHẦN IV. TỰ LUẬN *(Học sinh trình bày lời giải chi tiết)*

Câu 1. Gọi $C(x)$ là chi phí khi sản xuất x đơn vị hàng hoá. Gọi $R(x)$, $P(x)$ lần lượt là doanh thu, lợi nhuận khi bán hết x đơn vị hàng hoá đó.

a) Chứng minh rằng nếu $P(x)$ là cực đại thì doanh thu biên bằng chi phí biên.

b) Giả sử $C(x)=16000+500x-1{,}6x^2+0{,}004x^3$ và $p(x)=1700-7x$ là hàm cầu. Hãy tìm mức sản xuất sẽ tối đa hoá lợi nhuận.

HẾT

TRƯỜNG THPT LÊ QUÝ ĐÔN
TỔ TOÁN
(Đề thi có 8 trang)

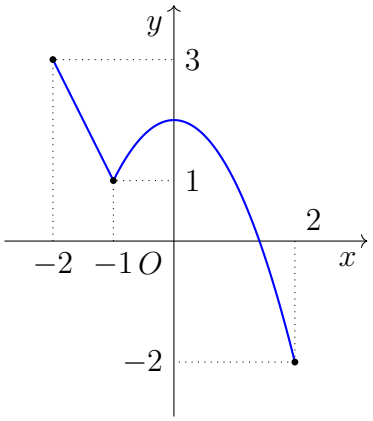
KIỂM TRA GIỮA KÌ 1, NĂM HỌC 2026–2027
Môn: Toán–Lớp 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề thi 1010

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN *(Học sinh chọn một phương án đúng)*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Tính $M + m$.



(A) 1. (B) 0. (C) -1. (D) 5.

Lời giải.

Từ đồ thị: giá trị lớn nhất $M = 3$ (đạt tại $x = -2$), giá trị nhỏ nhất $m = -2$ (đạt tại $x = 2$).

Vậy $M + m = 3 + (-2) = 1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

(A) $y = \dfrac{1}{3}$. (B) $y = 3$. (C) $y = -1$. (D) $y = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x+1}{x-1} = 3$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y = 3$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x-a}{x+1}$ với $a > 0$ trên đoạn $[1;2]$ bằng

(A) $\dfrac{3-a}{2}$. (B) a. (C) $2 - \dfrac{a}{3}$. (D) $\dfrac{a+6}{3}$.

Lời giải.

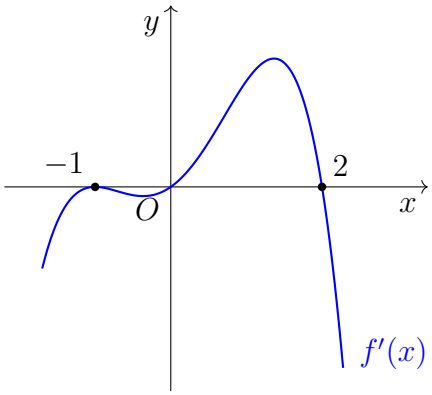
Ta có $y' = \dfrac{3(x+1)-(3x-a)}{(x+1)^2} = \dfrac{3+a}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in [1;2]$ (do $a > 0$)

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1;2]$.

Do đó $\max\limits_{[1;2]} y = y(2) = \dfrac{6-a}{3} = 2 - \dfrac{a}{3}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và có đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số đồng biến trên khoảng

(A) $(-\infty;-1)$. (B) $(-1;0)$. (C) $(0;2)$. (D) $(2;+\infty)$.

Lời giải.

Từ đồ thị của $f'(x)$: $f'(x)>0$ trên khoảng $(0;2)$; $f'(x)\le 0$ trên $(-\infty;0)$ và trên $(2;+\infty)$.

Vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) -1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ với giá trị cực tiểu $y_{\text{CT}}=-1$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

(A) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;1)$. (B) Hàm số đồng biến trong khoảng $(-1;0)$.

(C) Hàm số đồng biến trong khoảng $(1;+\infty)$. (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên: $y' > 0$ trên các khoảng $(-1;0)$ và $(0;1)$; $y' < 0$ trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
Do đó hàm số đồng biến trong khoảng $(-1;0)$. Hàm số không đồng biến trên $(-\infty;1)$ (vì không liên tục tại $x=0$ và nghịch biến trên $(-\infty;-1)$), nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là đường thẳng có phương trình:

(A) $x=2$. (B) $y=2$. (C) $x=-1$. (D) $y=-1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên: $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = +\infty$ nên tiệm cận đứng là $x=-1$ (còn $y=2$ là tiệm cận ngang).

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 8. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-x+3}{x+1}$ là

(A) $y=2x-3$. (B) $y=2x+3$. (C) $y=2x-1$. (D) $y=2x+1$.

Lời giải.

$y=\dfrac{2x^2-x+3}{x+1}=2x-3+\dfrac{6}{x+1}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{6}{x+1}=0$ nên tiệm cận xiên là $y=2x-3$.

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 9. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

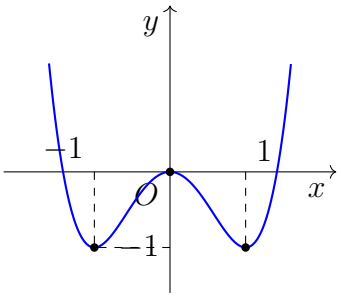
(A) $y=2x^3-6x$. (B) $y=-2x^3+6x-8$.
(C) $y=-2x^3+6x$. (D) $y=2x^3-6x+8$.

Lời giải.

Bảng biến thiên có $y\to-\infty$ khi $x\to-\infty$ nên hệ số $a>0$ (loại B, C). Hàm số có cực đại $y(-1)=4$ và cực tiểu $y(1)=-4$.
Với $y=2x^3-6x$: $y'=6x^2-6=0\Leftrightarrow x=\pm1$, $y(-1)=-2+6=4$, $y(1)=2-6=-4$ (khớp). Với $y=2x^3-6x+8$ thì $y(-1)=12$, $y(1)=4$ (không khớp).

Chọn đáp án (A) ☐

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



(A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

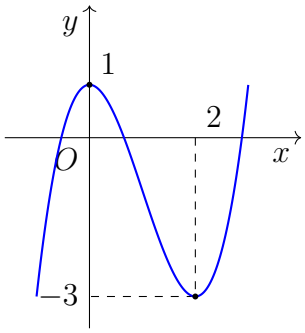
Lời giải.

Đồ thị có hai điểm cực tiểu $(-1;-1)$, $(1;-1)$ và một điểm cực đại $(0;0)$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



(A) $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. (B) $y = -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + 1$.

(C) $y = x^3 + 3x^2 + 1$. (D) $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải.

Đồ thị đi lên ở bên phải nên $a > 0$ (loại A, B). Đồ thị có điểm cực đại $(0;1)$ và cực tiểu $(2;-3)$.

Với $y = x^3 - 3x^2 + 1$: $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$; $y(0) = 1$, $y(2) = 8 - 12 + 1 = -3$ (khớp). Với $y = x^3 + 3x^2 + 1$ cực trị tại $x = 0$, $x = -2$ (loại C).

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Giả sử chi phí $C(x)$ (nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hoá được cho bởi hàm số $C(x) = 0{,}125x^3 - 2{,}5x^2 + 300x + 30000$. Khi đó chi phí biên tại $x = 100$ là

(A) 3550 (nghìn đồng). (B) 160000 (nghìn đồng).

(C) 3505 (nghìn đồng). (D) 3055 (nghìn đồng).

Lời giải.

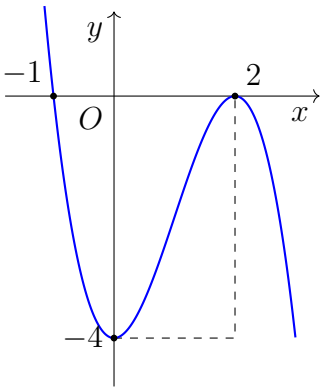
Chi phí biên là $C'(x) = 0{,}375x^2 - 5x + 300$.

Tại $x = 100$: $C'(100) = 0{,}375 \cdot 10000 - 500 + 300 = 3550$ (nghìn đồng).

Chọn đáp án (A) □

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG–SAI *(Học sinh chọn* **đúng** *hoặc* **sai** *ở mỗi ý)*

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



a) Hệ số $a < 0$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$.

c) Hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

d) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) < f(1)$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta có $f(-1) = 0$, hàm số có cực tiểu tại $(0; -4)$ và cực đại tại $(2; 0)$. Từ $f'(0) = 0$, $f'(2) = 0$, $f(0) = -4$, $f(2) = 0$ ta được $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

a) **Đúng.** Đồ thị đi xuống ở bên phải nên $a < 0$ (thật vậy $a = -1$).

b) **Sai.** Hàm số chỉ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$; trên khoảng $(-4; 2)$ có đoạn $(-4; 0)$ chứa phần hàm số nghịch biến.

c) **Sai.** Giá trị cực đại của hàm số là $f(2) = 0$ (không phải 2; $x = 2$ là điểm cực đại).

d) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên $(0; 2)$ và $0 < \dfrac{1}{2} < 1 < 2$ nên $f\left(\dfrac{1}{2}\right) < f(1)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c sai | d đúng | ..... □

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3}x - 1}{x + 1}$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số có đạo hàm $y' = \dfrac{\sqrt{3} - 1}{(x + 1)^2}$, $\forall x \neq -1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

c) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

d) Gọi điểm I là tâm đối xứng của đồ thị (C). Khi đó độ dài đoạn $OI = \sqrt{2}$.

Lời giải.

a) **Sai.** $y' = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 1 - (-1) \cdot 1}{(x + 1)^2} = \dfrac{\sqrt{3} + 1}{(x + 1)^2}$.

b) **Đúng.** $y' = \dfrac{\sqrt{3} + 1}{(x + 1)^2} > 0$ với mọi $x \neq -1$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, trong đó có $(-\infty; -1)$.

c) **Sai.** Tiệm cận đứng của (C) là $x = -1$.

d) **Sai.** Tiệm cận ngang là $y=\sqrt{3}$ nên tâm đối xứng $I(-1;\sqrt{3})$, suy ra $OI=\sqrt{1+3}=2\neq\sqrt{2}$.

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c sai | d sai | ..... □

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hàm số $y=x-2+\dfrac{4}{x+1}$ có đồ thị là (C).

a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y=x+1$.

c) Đồ thị (C) của hàm số có điểm cực đại là $(-3;-7)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$.

Lời giải.

Ta có $y'=1-\dfrac{4}{(x+1)^2}=\dfrac{(x+1)^2-4}{(x+1)^2}=\dfrac{(x+3)(x-1)}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=-3,\ x=1$.

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-7	↘	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

a) **Đúng.** Điều kiện $x+1\neq 0$.

b) **Sai.** $y-(x-2)=\dfrac{4}{x+1}\to 0$ khi $x\to\pm\infty$ nên tiệm cận xiên là $y=x-2$.

c) **Đúng.** y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $x=-3$ và $y(-3)=-3-2+\dfrac{4}{-2}=-7$, nên $(-3;-7)$ là điểm cực đại.

d) **Đúng.** Điểm cực tiểu là $(1;1)$. Đường thẳng qua $(-3;-7)$ và $(1;1)$ có phương trình $y=2x-1$, cắt trục tung tại $(0;-1)$.

Chọn đáp án | a đúng | b sai | c đúng | d đúng | ..... □

Câu 4. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi 200 mét. Gọi chiều dài là x mét.

a) Chiều rộng của mảnh vườn là $(200-x)$ (m).

b) Diện tích của mảnh vườn là $S(x)=-x^2+100x$ (m^2).

c) Để diện tích của mảnh vườn lớn nhất thì chiều dài $x=50$ (m).

d) Để diện tích của mảnh vườn lớn nhất thì chiều dài lớn hơn chiều rộng.

Lời giải.

Nửa chu vi là 100 m nên chiều rộng là $100-x$ (m) với $0<x<100$.

a) **Sai.** Chiều rộng là $100-x$ (không phải $200-x$).

b) **Đúng.** $S(x) = x(100 - x) = -x^2 + 100x$.

c) **Đúng.** $S'(x) = -2x + 100 = 0 \Leftrightarrow x = 50$; S' đổi dấu từ $+$ sang $-$ nên S lớn nhất tại $x = 50$ ($S_{\max} = 2500$ m^2).

d) **Sai.** Khi $x = 50$ thì chiều rộng $= 100 - 50 = 50$ m, bằng chiều dài (mảnh vườn là hình vuông).

Chọn đáp án | a sai | b đúng | c đúng | d sai | ..... ☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN *(Học sinh ghi kết quả được cho là đúng)*

Câu 1. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 30$.

Lời giải.

$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	34	↘	30	↗	$+\infty$

y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x = 3$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{\text{CT}} = 27 - 54 + 27 + 30 = 30$.

Đáp án: 30 ..... ☐

Câu 2. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 12t^2 + 80t$ (nghìn người) với $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Hỏi vào ngày thứ mấy trong 30 ngày đầu tiên thì tốc độ truyền bệnh là 20 nghìn người/ngày?

Lời giải.

Tốc độ truyền bệnh là $f'(t) = -3t^2 + 24t + 80$.

$f'(t) = 20 \Leftrightarrow -3t^2 + 24t + 60 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t - 20 = 0 \Leftrightarrow t = 10$ hoặc $t = -2$ (loại).

Vậy vào ngày thứ 10 thì tốc độ truyền bệnh là 20 nghìn người/ngày.

Đáp án: 10 ..... ☐

Câu 3. Giả sử chi phí để sản xuất x sản phẩm của một nhà máy được cho bởi $C(x) = 0{,}2x^2 + 10x + 5$ (triệu đồng). Khi đó chi phí trung bình để sản xuất một đơn vị sản phẩm là $f(x) = \dfrac{C(x)}{x}$. Số lượng sản phẩm cần sản xuất là bao nhiêu để chi phí trung bình là thấp nhất?

Lời giải.

$f(x) = \dfrac{C(x)}{x} = 0{,}2x + 10 + \dfrac{5}{x}$ với $x > 0$.

$f'(x) = 0{,}2 - \dfrac{5}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$.

$f'(x) < 0$ khi $0 < x < 5$ và $f'(x) > 0$ khi $x > 5$ nên $f(x)$ nhỏ nhất tại $x = 5$.

Vậy cần sản xuất 5 sản phẩm.

Đáp án: 5 ..... □

Câu 4. Một quần thể cá được nuôi trong một hồ nhân tạo lúc ban đầu có 80 (nghìn con). Sau t năm, số lượng quần thể cá nói trên được xác định bởi $N(t) = \dfrac{20(4+3t)}{1+0{,}05t}$ (nghìn con). Số lượng tối đa có thể có của quần thể cá là bao nhiêu nghìn con?

Lời giải.

Ta có $N'(t) = 20 \cdot \dfrac{3(1+0{,}05t) - 0{,}05(4+3t)}{(1+0{,}05t)^2} = \dfrac{20 \cdot 2{,}8}{(1+0{,}05t)^2} > 0$ nên $N(t)$ đồng biến với $t \geq 0$.

$\lim\limits_{t\to+\infty} N(t) = \lim\limits_{t\to+\infty} \dfrac{20\left(\dfrac{4}{t}+3\right)}{\dfrac{1}{t}+0{,}05} = \dfrac{20 \cdot 3}{0{,}05} = 1200.$

Vậy số lượng cá tối đa có thể có của quần thể là 1200 nghìn con.

Đáp án: 1200 ..... □

PHẦN IV. TỰ LUẬN *(Học sinh trình bày lời giải chi tiết)*

Câu 1. Gọi $C(x)$ là chi phí khi sản xuất x đơn vị hàng hoá. Gọi $R(x)$, $P(x)$ lần lượt là doanh thu, lợi nhuận khi bán hết x đơn vị hàng hoá đó.

a) Chứng minh rằng nếu $P(x)$ là cực đại thì doanh thu biên bằng chi phí biên.

b) Giả sử $C(x) = 16000 + 500x - 1{,}6x^2 + 0{,}004x^3$ và $p(x) = 1700 - 7x$ là hàm cầu. Hãy tìm mức sản xuất sẽ tối đa hoá lợi nhuận.

Lời giải.

a) Lợi nhuận là $P(x) = R(x) - C(x)$. Nếu $P(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì $P'(x_0) = 0$, tức là $R'(x_0) - C'(x_0) = 0$ hay $R'(x_0) = C'(x_0)$. Vậy doanh thu biên bằng chi phí biên.

b) Doanh thu: $R(x) = x \cdot p(x) = 1700x - 7x^2$.

Lợi nhuận: $P(x) = R(x) - C(x) = -0{,}004x^3 - 5{,}4x^2 + 1200x - 16000$, với $x > 0$.

$P'(x) = -0{,}012x^2 - 10{,}8x + 1200$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 900x - 100000 = 0 \Leftrightarrow x = 100$ hoặc $x = -1000$ (loại).

$P''(x) = -0{,}024x - 10{,}8 < 0$ với $x > 0$, nên $P''(100) < 0$ và $P(x)$ đạt cực đại (cũng là giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$) tại $x = 100$. Khi đó $P(100) = 46000$.

Vậy mức sản xuất tối đa hoá lợi nhuận là $x = 100$ đơn vị hàng hoá.

HẾT