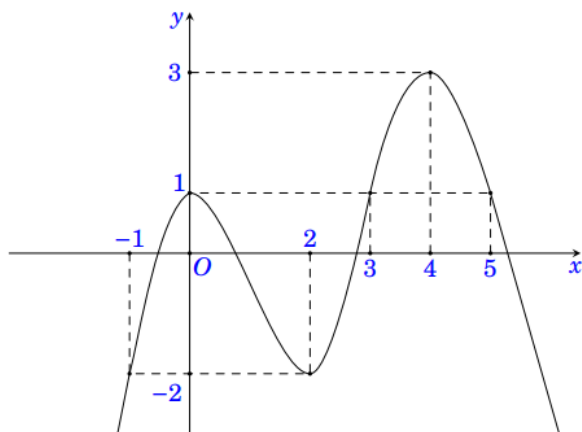


ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng



- A. -2. B. -1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có bảng biến thiên như sau

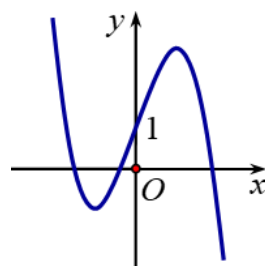
x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y			5			4
	0			1		

Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M.m$ bằng

- A. $M.m = 4$. B. $M.m = 5$. C. $M.m = -3$. D. $M.m = 0$.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.



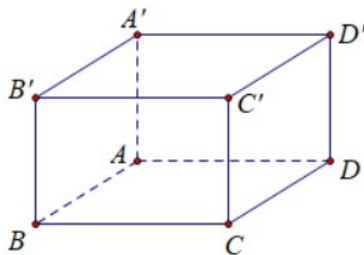
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

- A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x+2}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. $|\overline{BD}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overline{BD'}| = a\sqrt{3}$.
C. $\overline{AC} + \overline{A'C'} = \vec{0}$. D. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overline{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2; -3; 1)$. B. $M(3; -2; -1)$ C. $M(-3; 2; 1)$ D. $M(-2; 3; -1)$

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 20 B. 50 C. 6 D. 60

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	$[71; 74)$	$[74; 77)$	$[77; 80)$	$[80; 83)$	$[83; 86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 134,25. B. 3,34. C. 80,25. D. 11,1875.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4)^2(x-8)^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $f(6) < f(8)$. B. $f(8) > f(12)$. C. $f(-1) < f(4)$. D. $f(-1) > f(8)$.

Câu 10: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?

- A. $t = 2$. B. $t = 0$. C. $t = 6$. D. $t = 1$.

Câu 11: Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$

($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/năm?

- A. 1990. B. 2020. C. 1995. D. 2024.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox . Diện tích tam giác ABC bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $\sqrt{30}$. D. $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

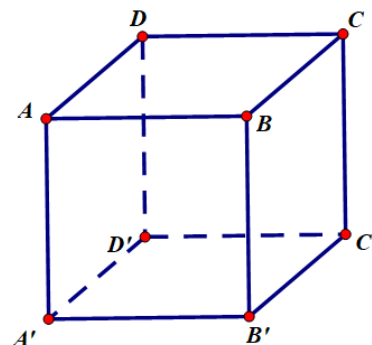
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t) = -t^3 + 27t^2 + 262144$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60; t \in \mathbb{N}^*$.

- a) Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).
b) Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.
c) Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.
d) Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)

- a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$.
c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}) = 45^\circ$.
d) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.



Câu 3: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.
c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.
d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

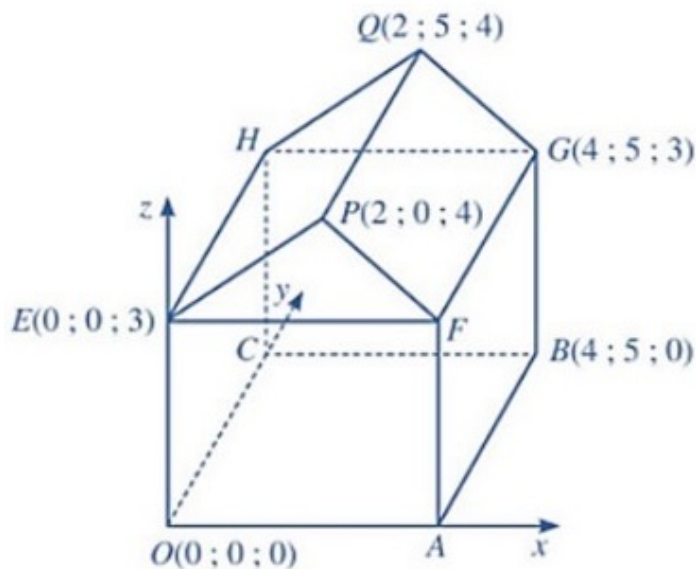
Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật

a) Tọa độ điểm $H(0;5;3)$.

b) Diện tích nền nhà là $12(m^2)$.

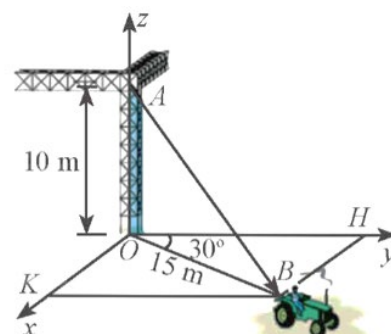
c) Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2;5;0)$.

d) Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a, b, c)$. Khi đó $a + b + c = ?$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

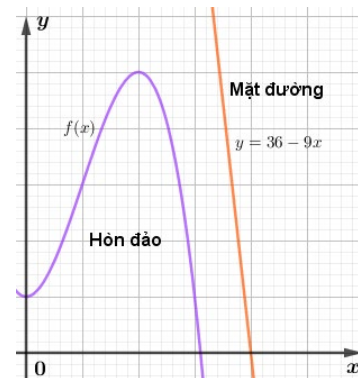
Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	9	17	8	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

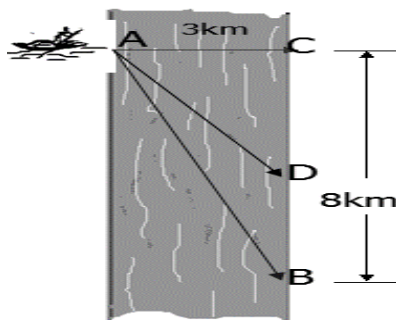
Câu 3: Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

Câu 4: Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.

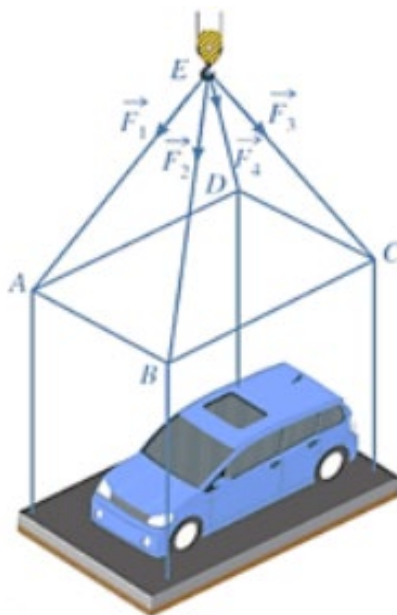
Vị trí điểm cực đại là $(2;5)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là $(0;1)$. Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = 36 - 9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5 km/h, chạy 10 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B . Tính t (đơn vị phút, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

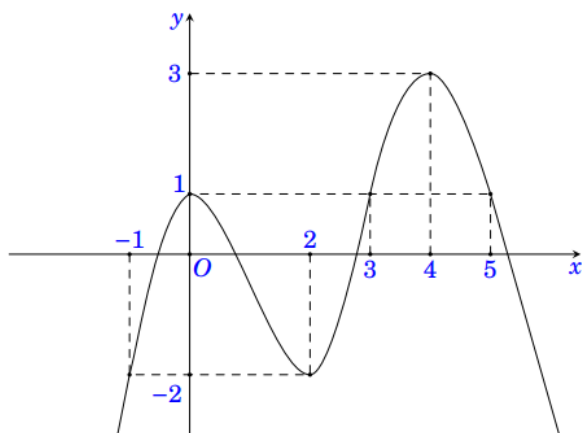


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng



A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y			5			4
	0			1		

Gọi M, m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị $M.m$ bằng

A. $M.m = 4$.

B. $M.m = 5$.

C. $M.m = -3$.

D. $M.m = 0$.

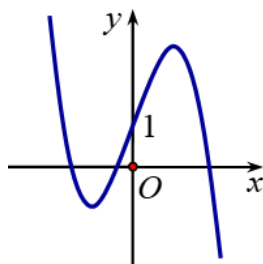
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{[-1; 3]} f(x) = 5$ và $\min_{[-1; 3]} f(x) = 0$.

Vậy $M.m = 0$

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



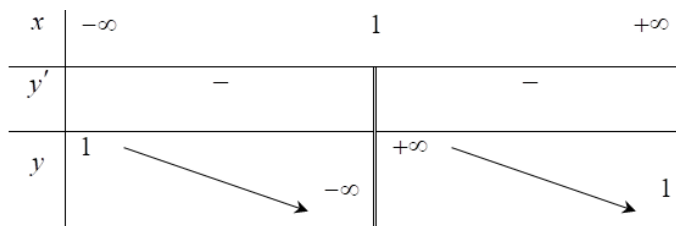
A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

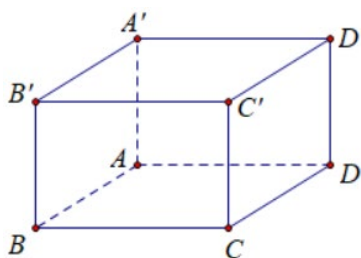
Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$. Suy ra loại A, C.

Xét câu B, $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$.

Xét câu D, $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2; -3; 1)$.

B. $M(3; -2; -1)$

C. $M(-3; 2; 1)$

D. $M(-2; 3; -1)$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(3; -2; -1)$.

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	0;30)	0;40)	0;50)	0;60)	0;70)
khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 20 **B.** 50 **C.** 6 **D.** 60

Lời giải

$a_1 = 20$ là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

$a_{k+1} = 70$ là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng.

Suy ra khoảng biến thiên $R = a_{k+1} - a_1 = 50$.

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	[71;74)	[74;77)	[77;80)	[80;83)	[83;86)
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 134,25. **B.** 3,34. **C.** 80,25. **D.** 11,1875.

Lời giải

Xét mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	[71;74)	[74;77)	[77;80)	[80;83)	[83;86)
Giá trị đại diện	72,5	75,5	78,5	81,5	84,5
Tần số	1	1	2	6	2

Số trung bình là $\bar{x} = \frac{72,5 \times 1 + 75,5 \times 1 + 78,5 \times 2 + 81,5 \times 6 + 84,5 \times 2}{12} = 80,25$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{72,5^2 \times 1 + 75,5^2 \times 1 + 78,5^2 \times 2 + 81,5^2 \times 6 + 84,5^2 \times 2}{12} - 80,25^2 = 11,1875$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4)^2(x-8)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.** $f(6) < f(8)$. **B.** $f(8) > f(12)$. **C.** $f(-1) < f(4)$. **D.** $f(-1) > f(8)$.

Lời giải

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	4	8	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	$f(-1)$	$f(4)$	$f(8)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Suy ra: Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;8)$.

Vậy: $f(-1) > f(8)$

Câu 10: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?

- A.** $t = 2$. **B.** $t = 0$. **C.** $t = 6$. **D.** $t = 1$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = -t^2 + 4t + 2$ với $t > 0$.

$$v'(t) = -2t + 4$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \text{ (thỏa mãn)}.$$

Bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	2	6	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, tại thời điểm $t = 2$ giây thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất.

Câu 11: Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/ năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm?

- A.** 1990. **B.** 2020. **C.** 1995. **D.** 2024.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}, t \geq 0,$$

$$\text{Lại có } f'(t) = \frac{2}{15} \Leftrightarrow \frac{120}{(t+5)^2} = \frac{2}{15} \Leftrightarrow (t+5)^2 = 900 \Leftrightarrow t = 25 \text{ do } t \geq 0).$$

Vậy dự báo vào năm 1995 thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox . Diện tích tam giác ABC bằng

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(x;0;0), x > 0$.

$$\overrightarrow{AC} = (x-1; -2; 0), \overrightarrow{BC} = (x-2; 1; -1).$$

$$\Delta ABC \text{ vuông tại } C \text{ nên } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Suy ra $C(3;0;0)$.

$$\overrightarrow{AC} = (2; -2; 0) \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}.$$

$$\overrightarrow{BC} = (1; 1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \sqrt{6}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t) = -t^3 + 27t^2 + 262144$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60; t \in \mathbb{N}^*$.

- a) Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).
- b) Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.
- c) Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.
- d) Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng. $s(12) = 264304$.

b) Sai. Ta có $s'(t) = -3t^2 + 54t; s'(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 54t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 18 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

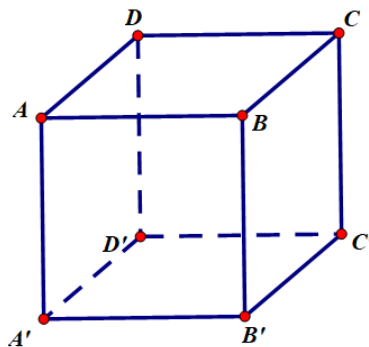
x	1	18	60
$s'(t)$	+	0	-
$s(t)$	262170	265060	143344

Vậy ngày thứ 18 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất là 265060.

c) Sai. Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

d) Đúng. Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ)



- a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
 b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$.
 c) $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}) = 45^\circ$.
 d) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

- a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
 b) Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
 c) Vì $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AD}$ nên $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) = \widehat{CAD} = 45^\circ$.
 d) Tam giác ADC vuông tại D nên $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}a$.
 Ta có $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'C'} = |\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{B'C'}| \cdot \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}) = \sqrt{2}a \cdot a \cdot \cos 45^\circ = a^2$.

Câu 3: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là 167,5.
 b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.
 c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.
 d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là $\frac{165+170}{2} = 167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180 - 155 = 25$.

c) • Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Cỡ mẫu $n_C = 2 + 7 + 12 + 3 + 1 + 1 = 26$.

Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2 \in [155; 160),$$

$$x_3; \dots; x_9 \in [160; 165),$$

$$x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170),$$

$$x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25} \in [175; 180),$$

$$x_{26} \in [180; 185).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 2}{7} (165 - 160) \approx 163,214.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 26}{4} - (2 + 7)}{12} (170 - 165) = 169,375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_C = Q_3 - Q_1 \approx 169,375 - 163,214 \approx 6,161$.

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Cỡ mẫu $n_D = 5 + 9 + 8 + 2 + 2 + 0 = 26$.

Gọi $x_1; \dots; x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [155; 160),$$

$$x_6; \dots; x_{14} \in [160; 165),$$

$$x_{15}; \dots; x_{22} \in [165; 170),$$

$$x_{23}; x_{24} \in [170; 175),$$

$$x_{25}; x_{26} \in [175; 180).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q'_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 5}{9} (165 - 160) \approx 160,833.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q'_3 = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 26}{4} - (5 + 9)}{8} (170 - 165) = 168,4375$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_D = Q'_3 - Q'_1 \approx 168,4375 - 160,833 \approx 7,6045$.

Vì $\Delta_C < \Delta_D$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) Ta có bảng giá trị đại diện của nhóm:

Chiều cao (cm)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)	[180;185)
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_C = \frac{2 \cdot 157,5 + 7 \cdot 162,5 + 12 \cdot 167,5 + 3 \cdot 172,5 + 1 \cdot 177,5 + 1 \cdot 182,5}{26} = \frac{2170}{13}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_C^2 = \frac{1}{26} \left[2 \cdot (157,5)^2 + 7 \cdot (162,5)^2 + 12 \cdot (167,5)^2 + 3 \cdot (172,5)^2 + 1 \cdot (177,5)^2 + 1 \cdot (182,5)^2 \right] - \left(\frac{2170}{13} \right)^2 \approx 29,475$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^2} = \sqrt{29,475} \approx 5,429$.

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_D = \frac{5 \cdot 157,5 + 9 \cdot 162,5 + 8 \cdot 167,5 + 2 \cdot 172,5 + 2 \cdot 177,5 + 0 \cdot 182,5}{26} = 165.$$

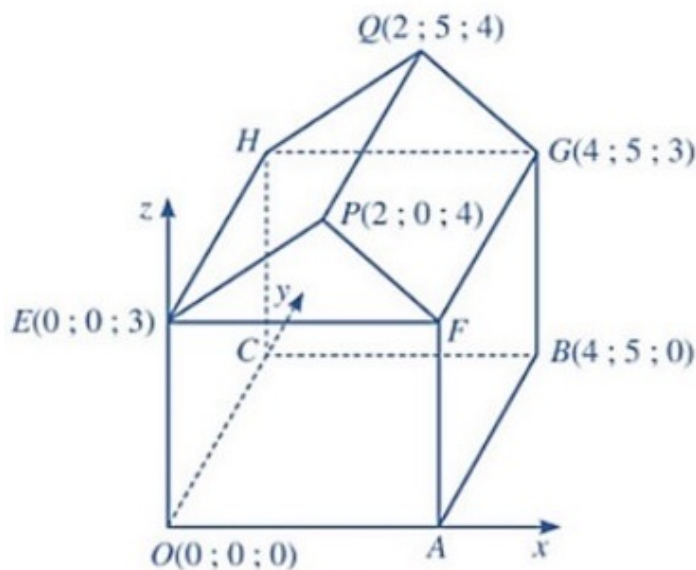
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^2 = \frac{1}{26} \left[5 \cdot (157,5)^2 + 9 \cdot (162,5)^2 + 8 \cdot (167,5)^2 + 2 \cdot (172,5)^2 + 2 \cdot (177,5)^2 + 0 \cdot (182,5)^2 \right] - (165)^2 = 31,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{31,25} \approx 5,59$.

Vì $S_C < S_D$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



- a) Tọa độ điểm $H(0;5;3)$.
- b) Diện tích nền nhà là $12(m^2)$.
- c) Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2;5;0)$.
- d) Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**

Dựa vào hình vẽ, $H \in (Oyz)$, $x_H = 0$; $y_H = y_C = y_B = 5$; $z_H = z_E = 3$.

Do đó, tọa độ điểm $H(0;5;3)$..

b) **Sai**

Diện tích nền nhà chính là diện tích hình chữ nhật $OABC$

$$S_{OABC} = OA \cdot OC = 4 \cdot 5 = 20(m^2).$$

c) **Đúng**

Vì K là hình chiếu vuông góc điểm Q xuống nền nhà nên

$K \in (Oxy), x_K = x_Q = 2; y_K = y_Q = 5; z_K = 0$. Do đó, tọa độ $K(2;5;0)$.

d) Sai

Theo hình vẽ, ngôi nhà gồm hai phần, một phần là lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân cạnh đáy bằng $4m$, chiều cao đáy $1m$, chiều cao lăng trụ bằng $5m$; phần còn lại là hình hộp chữ nhật có kích thước đáy là $4m$ và $5m$, chiều cao $3m$.

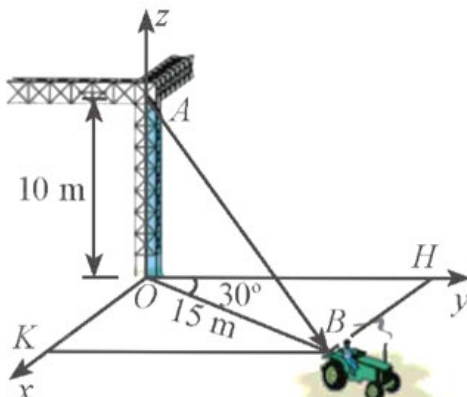
Thể tích khối lăng trụ: $V_{EFP.HGQ} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 \cdot 5 = 10(m^3)$.

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{OAFE.CBGH} = 4 \cdot 5 \cdot 3 = 60(m^3)$.

Vậy thể tích cả ngôi nhà là $10 + 60 = 70(m^3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a, b, c)$. Khi đó $a + b + c = ?$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 10,5

Chọn trục tọa độ như hình

Ta có tọa độ điểm $A(0;0;10)$ Xét tam giác OKB vuông tại K

$$\text{Ta có } \sin B = \frac{KO}{OB} \Rightarrow KO = \sin B \cdot OB = \sin 30^\circ \cdot 15 = \frac{15}{2}$$

$$\cos B = \frac{KB}{OB} \Rightarrow KB = \cos B \cdot OB = \cos 30^\circ \cdot 15 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy tọa độ điểm } B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Vậy $a + b + c = 10,5$

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	9	17	8	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 7,2

Cỡ mẫu là $n = 9 + 17 + 8 + 6 = 40$. Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ là thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của 40 học sinh và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [30;35) và ta có:

$$Q_1 = 30 + \frac{10-9}{17} \cdot 5 \approx 30,3$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [35;40) và ta có:

$$Q_3 = 35 + \frac{30-26}{8} \cdot 5 = 37,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 7,2$.

Câu 3: Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

Lời giải

Trả lời: 26

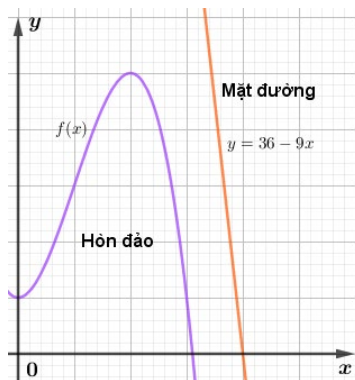
Ta có $P'(x) = -3x^2 + 48x + 780$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ x = 26 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	0	26	40
$P'(x)$	+	0	-
$P(x)$	-1000	17928	4600

Vậy để lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất 26 tạ sản phẩm trong một tuần.

Câu 4: Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.



Vị trí điểm cực đại là $(2;5)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là $(0;1)$.

Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y = 36 - 9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 88,3 .

Gọi hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1) \Rightarrow d = 1$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(2;5) \Rightarrow 8a + 4b + 2c + 1 = 5$.

Vì hàm số có hai điểm cực trị $x = 0; x = 2 \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ và $f'(x) = -3x^2 + 6x$.

Gọi $M(x_0; y_0), x_0 > 0$, là điểm nằm trên hòn đảo và nối với mặt đường và d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với mặt đường. Suy ra M là tiếp điểm của d với $y = f(x)$.

Đường thẳng $y = 36 - 9x$ có hệ số góc $k = -9$

$$\Rightarrow f'(x_0) = -9 \Leftrightarrow -3x_0^2 + 6x_0 = -9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = -1 \end{cases} \Rightarrow M(3;1).$$

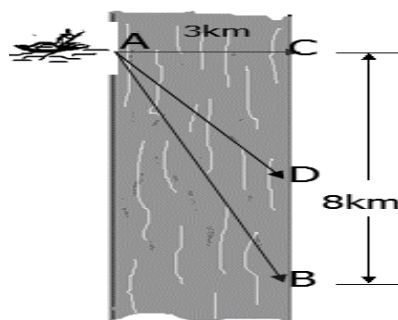
Độ dài cây cầu ngắn nhất bằng khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $9x + y - 36 = 0$.

$$h = \frac{|9 \cdot 3 + 1 - 36|}{\sqrt{9^2 + 1^2}} \approx 0,883.$$

Vì đơn vị của hệ trục là $100m$ nên độ dài ngắn nhất của cây cầu là $88,3m$.

Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của

mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5 km/h , chạy 10 km/h và quãng đường $BC = 8 \text{ km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B . Tính t (đơn vị phút, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 79

○ TH 1: Anh chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AC : $\frac{3}{5} = 0,6$ (giờ)

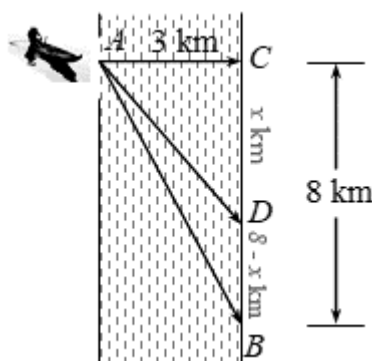
Thời gian chạy trên quãng đường CB : $\frac{8}{10} = 0,8$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $1,4$ (giờ) = 84 phút

○ TH 2: chèo trực tiếp trên quãng đường $AB = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}$

mất $\frac{\sqrt{73}}{5}$ (giờ) = 103 (phút)

○ TH 3:



Gọi x (km) là độ dài quãng đường $DC \Rightarrow 8 - x$ (km) là độ dài quãng đường BD .

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD = \sqrt{x^2 + 9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{5}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8-x}{10}$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{5} + \frac{8-x}{10}$

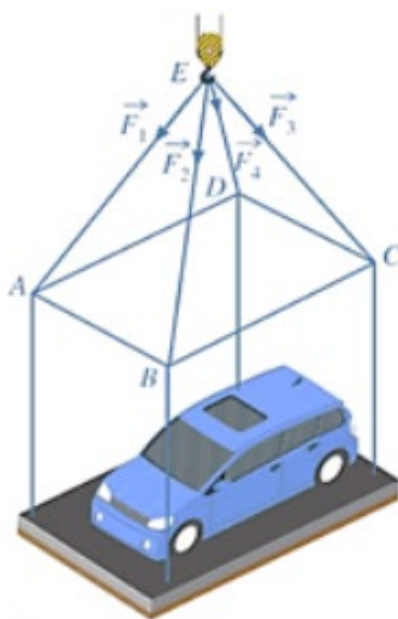
Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+9}}{5} + \frac{8-x}{10}$ trên khoảng $(0; 8)$

Ta có $f'(x) = \frac{x}{5\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{10}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+9} = 2x \Leftrightarrow x = \sqrt{3}$

Dựa vào BBT ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $\frac{8+3\sqrt{3}}{10}$ (giờ) ≈ 79 (phút)

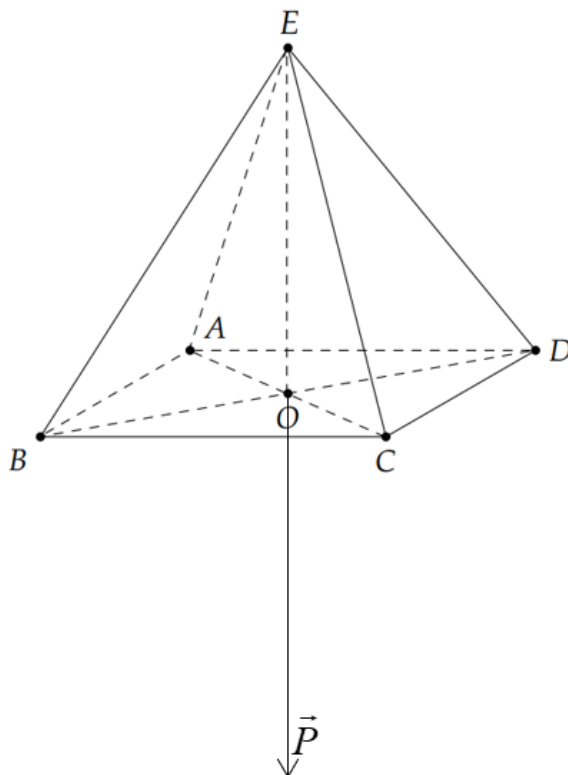
Vậy khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là 79 phút.

Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N . Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 9625



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Ta có trọng lượng treo ô tô và khung sắt: $P = |\vec{P}| = |\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}| = 4|\vec{EO}| = 4EO$.

Trường hợp: EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° suy ra $\triangle EAC$ là tam giác đều $\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } P = 4 \cdot \frac{EA\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{3}}.$$

Trường hợp: giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° suy ra $\triangle EAC$ là tam giác vuông cân tại E .

$$\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } P = 4 \cdot \frac{EA\sqrt{2}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{2}}.$$

Ta lại có giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N.

$$\text{Suy ra } \frac{P}{2\sqrt{2}} - \frac{P}{2\sqrt{3}} = 725 \Leftrightarrow P = \frac{2900}{\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 11174,77.$$

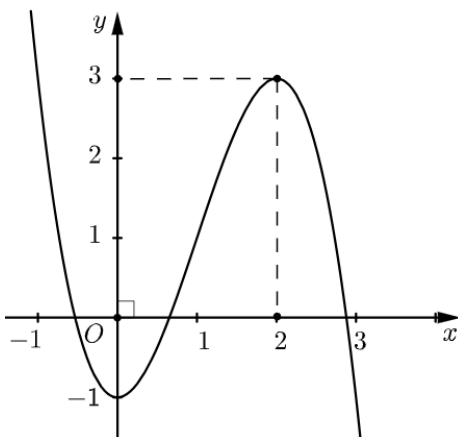
Vậy $11174,77 - 1550 \approx 9625$

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 02

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

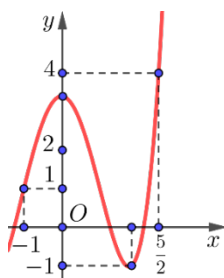
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



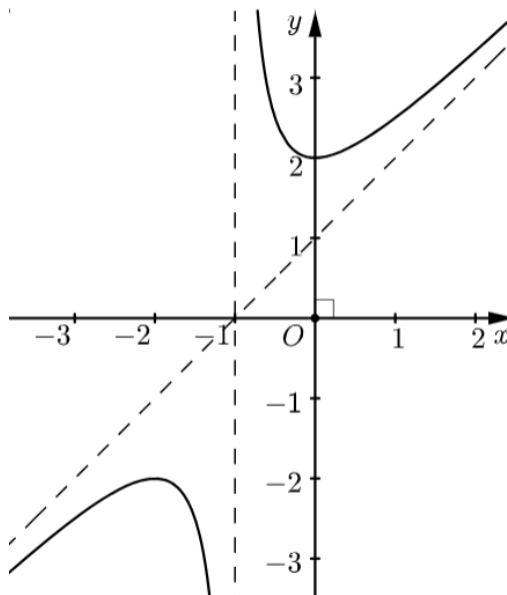
Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A. $M = 4, m = 1$. B. $M = 4, m = -1$. C. $M = \frac{7}{2}, m = -1$. D. $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 5: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



- A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$. C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Tính tổng $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$?

- A. $4\overrightarrow{SO}$. B. $\overrightarrow{SO}$. C. $\vec{0}$. D. $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 7: Cho $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.

Câu 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; \sqrt{3})$. D. $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Câu 9: Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12D được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 30. C. 16. D. 10.

Câu 10: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 6,03. B. 6,00. C. 6,02. D. 6,05.

Câu 11: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

- A. 0,526. B. 0,500. C. 0,531. D. 0,600.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3;1;0); B(2;1;-1); C(x;y;-1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

- A. $(4;1+\sqrt{2};-1); (4;1-\sqrt{2};-1)$. B. $(4;1;-1)$.
C. $(2;1;-1)$. D. $(2;-1;-1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

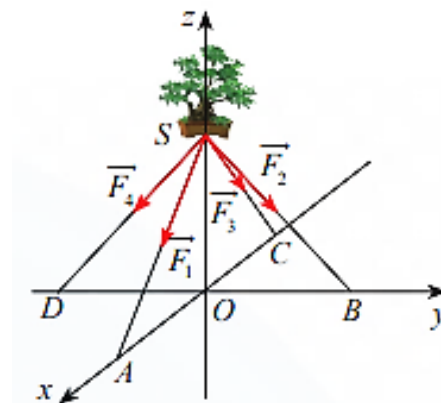
Câu 1: Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C) .
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.
d) Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;0)$, $B(-2;5;3)$, $C(3;4;9)$.

- a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.
b) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (3; -6; -3)$.
c) Với điểm $D(6; -2; 6)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
d) Với điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Câu 3: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như (như hình minh họa bên dưới).



- a) Độ dài vector $\overrightarrow{SA}$ là $30\sqrt{3}$.
b) Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
c) Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$.
d) Biết $\overrightarrow{F_1} = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250(km).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

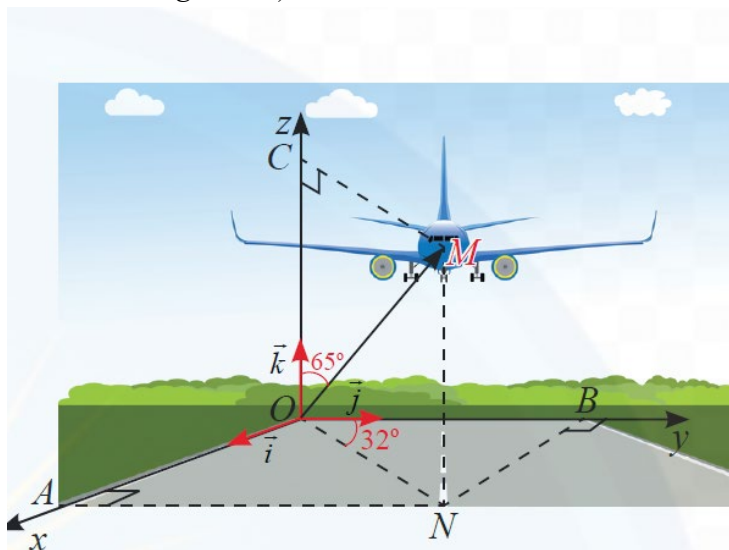
Câu 3: Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,..) được cho bởi công thức: $C(x) = 0,0001x^2 - 0,1x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 3 nghìn đồng. Ta gọi $T(x)$ là tổng chi phí bao gồm chi phí xuất bản và chi phí phát hành cho x cuốn tạp chí. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng (làm tròn đến hàng phần chục), biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Câu 4: Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây.

Khối lượng (gam)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120]
Tần số	3	6	12	6	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

- Câu 5:** Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới (đơn vị trên các trục tọa độ là km), cho biết máy bay cất cánh theo đường thẳng với tốc độ không đổi khoảng $200km/h$, bắt đầu tại điểm O , sau 3 phút ở tại vị trí điểm M , biết $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tọa độ của điểm M là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $a+b-c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



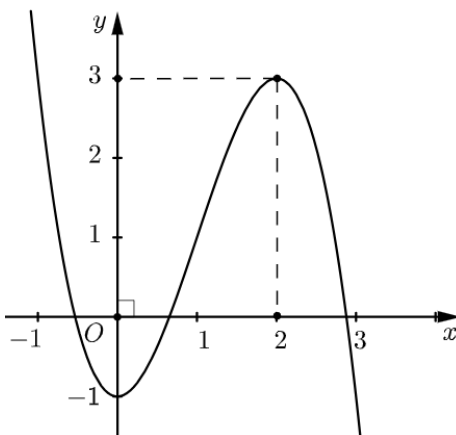
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, một máy bay đang bay ở tại vị trí $A(400;200;10)$. Theo hành trình dự định, máy bay sẽ phải bay qua vị trí $B(700;200;10)$. Tuy nhiên do thời tiết xấu, máy bay phải chuyển hướng bay đến vị trí $C(800;400;8)$. Hỏi trong quãng thời gian tránh vùng thời tiết xấu, máy bay đã phải bay chệch hướng dự định một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.** $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

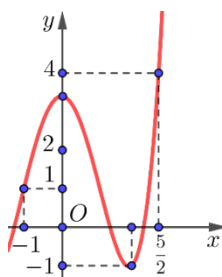
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-1; 0)$. **D.** $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là

- A.** $M = 4, m = 1$. **B.** $M = 4, m = -1$. **C.** $M = \frac{7}{2}, m = -1$. **D.** $M = \frac{7}{2}, m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, $\max_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = 4$; $\min_{\left[-1; \frac{5}{2}\right]} f(x) = -1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

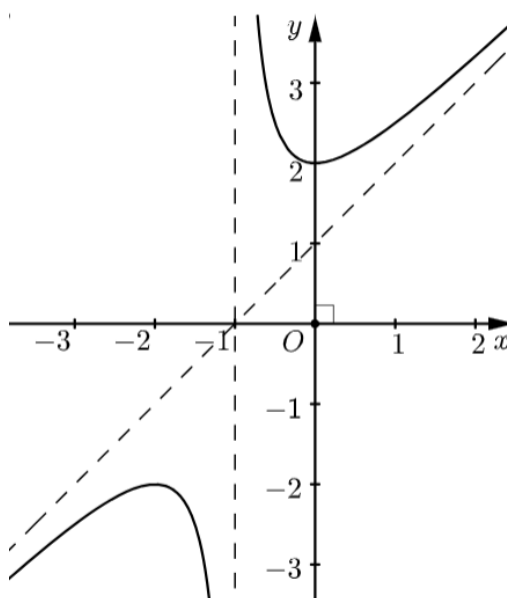
- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 5: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



- A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.
- B. $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$.
- C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.
- D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

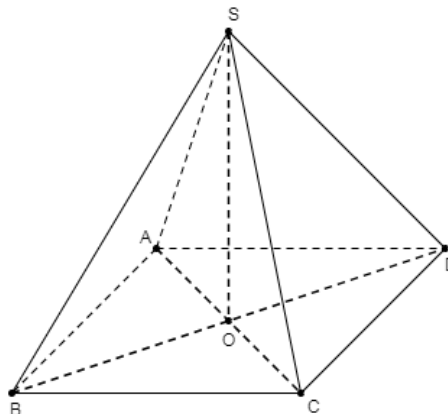
Cũng từ đồ thị suy ra giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy là điểm có tọa độ $(0; 2)$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Tính tổng $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$?

- A. $4\overrightarrow{SO}$.
- B. $\overrightarrow{SO}$.
- C. $\vec{0}$.
- D. $2\overrightarrow{SO}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC}) + (\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}) = 2\overrightarrow{SO} + 2\overrightarrow{SO} = 4\overrightarrow{SO}$

Câu 7: Cho $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6.$$

Câu 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(-1; 0; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(1; 0; \sqrt{3})$. D. $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

MM' ngắn nhất khi điểm M' là hình chiếu điểm M trên trục $Ox \Rightarrow M'(1; 0; 0)$.

Câu 9: Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12D được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 30. C. 16. D. 10.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $70,5 - 40,5 = 30$.

Câu 10: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 6,03. B. 6,00. C. 6,02. D. 6,05.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 12 + 3 + 0 + 1 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 25 học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; x_2 \in [155; 160), x_3; \dots; x_9 \in [160; 165), x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170), x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175)$$

$$x_{25} \in [180; 185).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{7} (165 - 160) = \frac{4565}{28}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.25}{4} - (2 + 7)}{12} (170 - 165) = \frac{2705}{16}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2705}{16} - \frac{4565}{28} \approx 6,03.$$

Câu 11: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

- A.** 0,526. **B.** 0,500. **C.** 0,531. **D.** 0,600.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13.(19,25)^2 + 45.(19,75)^2 + 24.(20,25)^2 + 12.(20,75)^2 + 6.(21,25)^2 \right] - (20,015)^2 \approx 0,277.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{0,277} \approx 0,526$.

Câu 12: Cho ba điểm $A(3;1;0); B(2;1;-1); C(x;y;-1)$. Tìm tọa độ của C để tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A

- A.** $(4;1+\sqrt{2};-1); (4;1-\sqrt{2};-1)$. **B.** $(4;1;-1)$.
C. $(2;1;-1)$. **D.** $(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; -1) \Rightarrow AB^2 = 2; \overrightarrow{AC} = (x-3; y-1; -1) \Rightarrow AC = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + 1}$$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC} \\ AB = AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ AC^2 = AB^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1(x-3) + 0(y-1) + 1 = 0 \\ (x-3)^2 + (y-1)^2 + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy $C(4; 1; -1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

b) Đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.

d) Đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $y = 2x + 3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng.**

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = +\infty$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1} = -\infty$$

Nên đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.

b) **Sai.**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x - 4)) = 0$$

$\Rightarrow$ Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x - 4$.

c) **Đúng.**

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}. \text{ Giải } y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4		-1		2		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y								
		</						

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$

d) Sai.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2}$. Giải $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$-\infty$	-11	1	$+\infty$	$+\infty$

Từ BBT suy ra đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A(-4; -11), B(2; 1)$

Vậy đường thẳng qua 2 điểm cực trị là $\frac{x-2}{2-(-4)} = \frac{y-1}{1-(-11)} \Leftrightarrow \frac{x-2}{6} = \frac{y-1}{12}$
 $\Rightarrow 12x - 24 = 6y - 6 \Leftrightarrow y = 2x - 3$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; 0)$, $B(-2; 5; 3)$, $C(3; 4; 9)$.

a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.

b) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (3; -6; -3)$.

c) Với điểm $D(6; -2; 6)$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

d) Với điểm $M(a; b; c)$ thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 4\right)$.

b) **Sai**

Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (-3; 6; 3)$.

c) **Đúng**

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $D(6; -2; 6)$

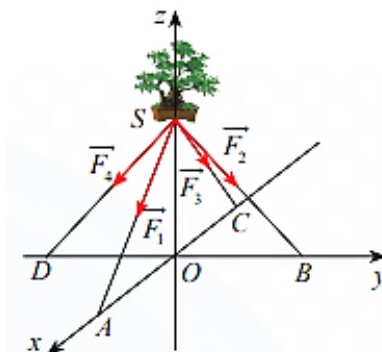
d) **Sai**

Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = (-2; 4; 2)$. Điểm $A(1; -1; 0)$ nên $M(-1; 3; 2)$.

Vậy $a + b + c = 4$.

Câu 3: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục tọa độ được chọn, có điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30; 0; 0)$, $B(0; 30; 0)$, $C(-30; 0; 0)$, $D(0; -30; 0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như (như hình minh họa bên dưới).



a) Độ dài vector $\overrightarrow{SA}$ là $30\sqrt{3}$.

b) Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

c) Hình chóp $S.A'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Biết A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vector lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$.

d) Biết $\overrightarrow{F_1} = (a; b; c)$ khi đó: $a + b - c = 20$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Theo hình vẽ tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có $\overrightarrow{SA} = (30; 0; -30)$, $\overrightarrow{SB} = (0; 30; -30)$, $\overrightarrow{SC} = (-30; 0; -30)$, $\overrightarrow{SD} = (0; -30; -30)$,

a) (Sai). Suy ra $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{3}$.

b) (Đúng). Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

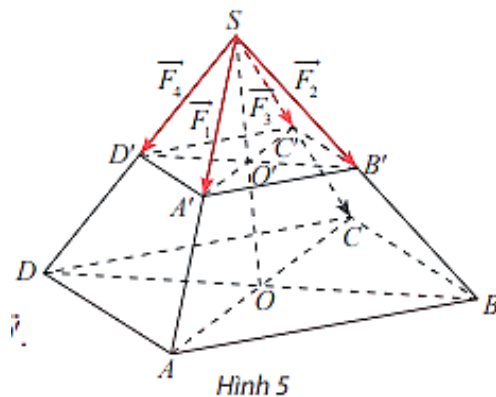
c) (Đúng). Các vector $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

d) (Sai). Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$. Ta có:

$$\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}.$$

Ta có $|\vec{F}| = 80$, suy ra $|\vec{SO'}| = SO' = 20$.



Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO'\sqrt{2} = 20\sqrt{2} = \frac{2}{3}SA$,

suy ra $\vec{F}_1 = \vec{SA'} = \frac{2}{3}\vec{SA} = (20; 0; -20)$ nên $a + b - c = 40$.

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
- Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

b) Đúng. Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1; \dots; x_5 \in [50; 100)$, $x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150)$, $x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200)$, $x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250)$, $x_{29}; x_{30} \in [250; 300)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10}(150 - 100) = 112,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_3 = 100 + \frac{\frac{3.30}{4} - (5+10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{575}{3} - 112,5 \approx 79,17.$$

c) Sai. Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

$$\text{Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \bar{x} = \frac{5.75 + 10.125 + 9.175 + 4.225 + 2.275}{30} = 155$$

d) Đúng. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} [5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2] - 155^2 = 3100$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: } S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3100} \approx 55,68.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$.

Lời giải

Trả lời: 2

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ y = x \\ z = x \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } M(0;0;0), M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến Δ là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 1,79

Xét hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{x + 2}$, $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Có } y' = \frac{x^2 + 4x - 9}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + \sqrt{13} \\ x = -2 - \sqrt{13} \end{cases}$$

Với $x = -2 - \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 - 2\sqrt{13} \Rightarrow A(-2 - \sqrt{13}; -4 - 2\sqrt{13})$.

Với $x = -2 + \sqrt{13} \Rightarrow y = -4 + 2\sqrt{13} \Rightarrow B(-2 + \sqrt{13}; -4 + 2\sqrt{13})$.

Suy ra: A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số, khi đó

$$\Delta \equiv AB : y = 2x - 4 \Leftrightarrow 2x - y - 4 = 0$$

$$\text{Vậy } d_{(O, \Delta)} = \frac{4}{\sqrt{5}} \approx 1.79.$$

Câu 3: Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức: $C(x) = 0,0001x^2 - 0,1x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 3 nghìn đồng. Ta gọi $T(x)$ là tổng chi phí bao gồm chi phí xuất bản và chi phí phát hành cho x cuốn tạp chí. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng (làm tròn đến hàng phần chục), biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Lời giải

Trả lời: 2,2.

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 3 nghìn đồng, tức là 0,3 vạn đồng.

Suy ra chi phí phát hành cho x cuốn là $0,3x$ (vạn đồng).

Theo đề bài, ta có tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là:

$$T(x) = C(x) + 0,3x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000 \text{ với } 0 < x \leq 30000.$$

Xét hàm số $f(x) = M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}$, với $0 < x \leq 30000$.

$$f'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = \frac{0,0001x^2 - 10000}{x^2};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10000 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	0	10000	30000
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(10000)$	$f(30000)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $M(x)$ nhỏ nhất khi $x = 10000$.

Do đó, số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình thấp nhất là $x = 10000$ (cuốn).
 Vậy chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản 10000 cuốn là: $M(10000) = 2,2$ (vạn đồng).

Câu 4: Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây.

Khối lượng (gam)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120]
Tần số	3	6	12	6	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 15.

Cỡ mẫu $n = 3 + 6 + 12 + 6 + 3 = 30$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là khối lượng của 30 củ khoai tây được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{30}{4} = 7,5$ là nhóm [80;90), do đó tứ phân vị

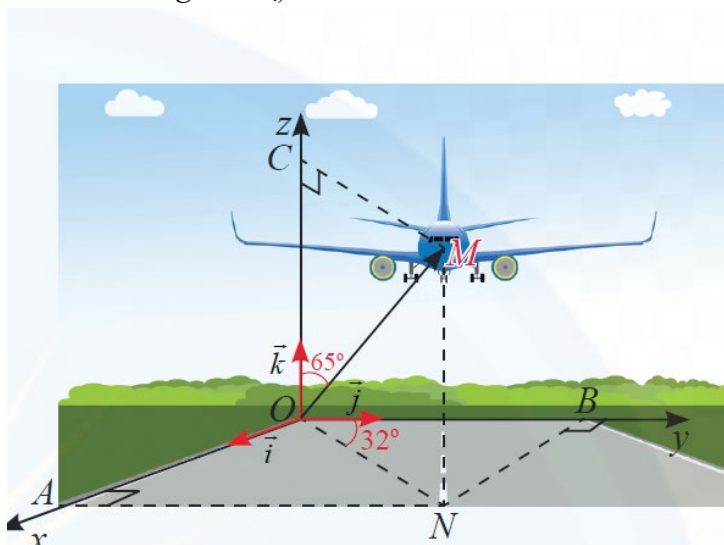
thứ nhất nằm trong nhóm [80;90). Ta có: $Q_1 = 80 + \frac{\frac{30}{4} - 3}{6}(90 - 80) = 87,5$.

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$ là nhóm [100;110), do đó tứ phân vị thứ ba nằm trong nhóm [100;110). Ta có:

$$Q_3 = 100 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 30 - (3 + 6 + 12)}{6}(110 - 100) = 102,5.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 102,5 - 87,5 = 15$.

Câu 5: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới (đơn vị trên các trục tọa độ là km), cho biết máy bay cất cánh theo đường thẳng với tốc độ không đổi khoảng 200 km/h , bắt đầu tại điểm O , sau 3 phút ở tại vị trí điểm M , biết $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tọa độ của điểm M là $(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $a + b - c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Trả lời: 8

Quãng đường máy bay bay được là: $OM = 200 \cdot \frac{1}{20} = 10(km)$.

Xét tam giác OCM vuông tại C , ta có

$$c = OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 10 \cdot \cos 65^\circ \text{ và } ON = CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 10 \cdot \sin 65^\circ.$$

Ta có: $\widehat{AON} = 90^\circ - \widehat{BON} = 58^\circ$

Xét tam giác OAN vuông tại A , ta có

$$a = OA = ON \cdot \cos \widehat{AON} = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ$$

$$\text{và } b = AN = ON \cdot \sin \widehat{AON} = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ$$

$$\text{Vậy } a + b - c = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ + 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ - 10 \cdot \cos 65^\circ \approx 8.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một máy bay đang bay ở tại vị trí $A(400; 200; 10)$. Theo hành trình dự định, máy bay sẽ phải bay qua vị trí $B(700; 200; 10)$. Tuy nhiên do thời tiết xấu, máy bay phải chuyển hướng bay đến vị trí $C(800; 400; 8)$. Hỏi trong quãng thời gian tránh vùng thời tiết xấu, máy bay đã phải bay chệch hướng dự định một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 26,6.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (300; 0; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (400; 200; -2)$.

Khi đó, góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là góc mà máy bay đã phải bay chệch hướng dự định.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{120000}{300 \cdot \sqrt{400^2 + 200^2 + (-2)^2}}$$

$$\text{Suy ra } (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \approx 26,6^\circ.$$

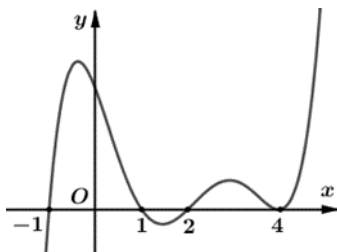
Vậy góc mà máy bay đã phải bay chệch hướng dự định là khoảng $26,6^\circ$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 03

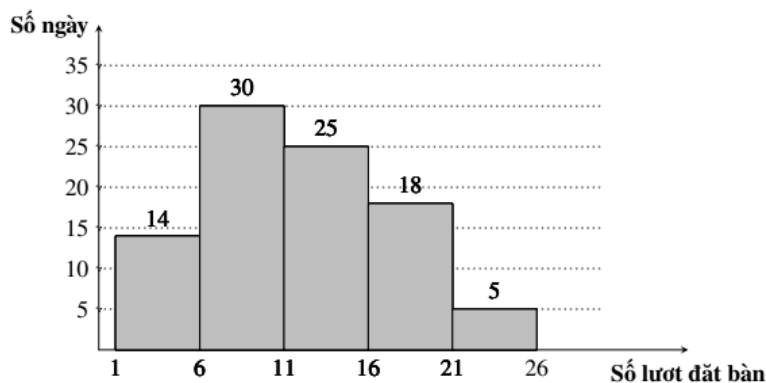
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 2: Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên là?

- A. 9,5. B. 8,5. C. 10,5. D. 7,5.

Câu 3: Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[5; 5,5)$	$[5,5; 6)$	$[6; 6,5)$	$[6,5; 7)$	$[7; 7,5)$
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

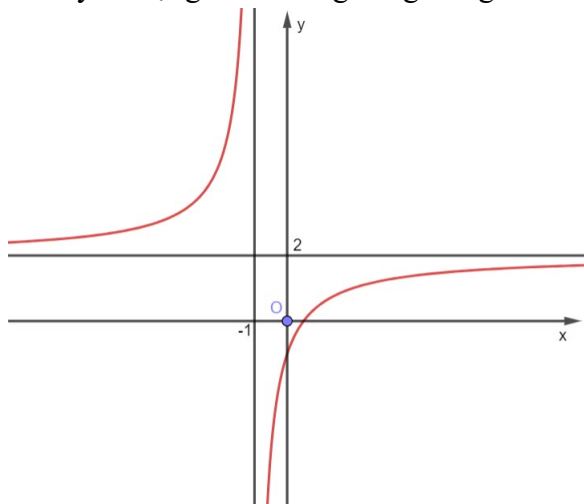
Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

- A. 0,4252. B. 0,5314. C. 0,6214. D. 0,5268.

Câu 4: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau.

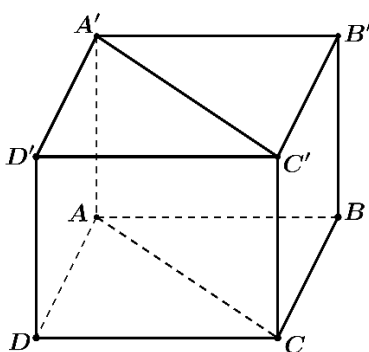


- A.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x+1}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp?

- A.** $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **B.** $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **C.** $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$. **D.** $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

Câu 7: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình minh họa bên dưới) có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{2}$.

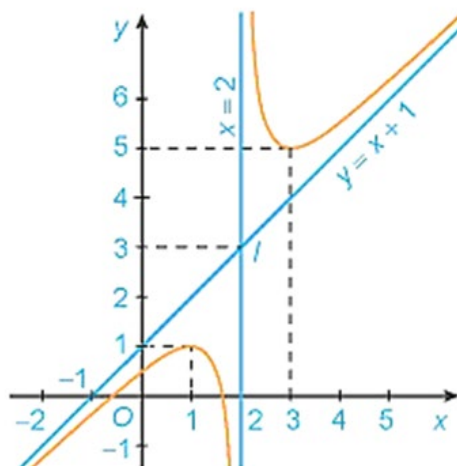
Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (4; -2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ là:

- A.** $M(-5; 0; 0)$. **B.** $M(5; 0; 0)$. **C.** $M(5; -2; -3)$. **D.** $M(4; -2; -3)$.

Câu 9: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

- A.** $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$. B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$. C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = e^{2x} - 5e^x + 2x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$?

- A. $e^2 - 12$. B. -4 . C. $2\ln 2 - 6$. D. $\ln 2 - 6$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

- A. -4 . B. 9 . C. 3 . D. 6 .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.
b) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.
c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.
d) $\forall M \in (C)$ tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $D'(3; 4; -6)$.

- a) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.
b) Tọa độ $C(2; 1; 2)$.
c) Tọa độ $A'(3; 5; -6)$
d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$

Câu 3: Một người điều khiển một flycam ở bờ rừng để phục vụ việc khảo sát quá trình làm tổ của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí người điều khiển ở bờ rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500m về phía nam và 680m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10m. Sau đó, flycam được điều khiển đến vị trí B cách vị trí điều khiển 900m về phía bắc và 450m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 15m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m.

- a) Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500;680;0)$.
- b) Quãng đường flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A khoảng 844m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).
- c) Thời gian bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B lớn hơn 4 phút, biết tốc độ bay được duy trì suốt quá trình từ A đến B là 8m/s.
- d) Sau khi khảo sát vị trí B thì flycam chỉ đủ pin hoạt động trong 2 phút. Với tốc độ 8m/s thì flycam vẫn có thể quay về vị trí điều khiển.

Câu 4: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[75;78,3)$	76,65	0	$[75;78,3)$	76,65	5
$[78,3;81,6)$	79,95	2	$[78,3;81,6)$	79,95	6
$[81,6;84,9)$	83,25	1	$[81,6;84,9)$	83,25	1
$[84,9;88,2)$	86,55	6	$[84,9;88,2)$	86,55	0
$[88,2;91,5)$	89,85	3	$[88,2;91,5)$	89,85	0

- a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5
- b) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì khoảng tứ phân vị là 0,23 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- c) Xét số liệu ở Đà Lạt thì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,28 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn so với ở Vũng Tàu vì có độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Giá trị $2y_{CD} - y_{CT}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 2: Bảng sau thống kê cân nặng của 30 quả đu đủ được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở vườn nhà Lan.

Cân nặng (g)	[750;800)	[800;850)	[850;900)	[900;950)	[950;1000)
Số quả bưởi	5	10	5	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

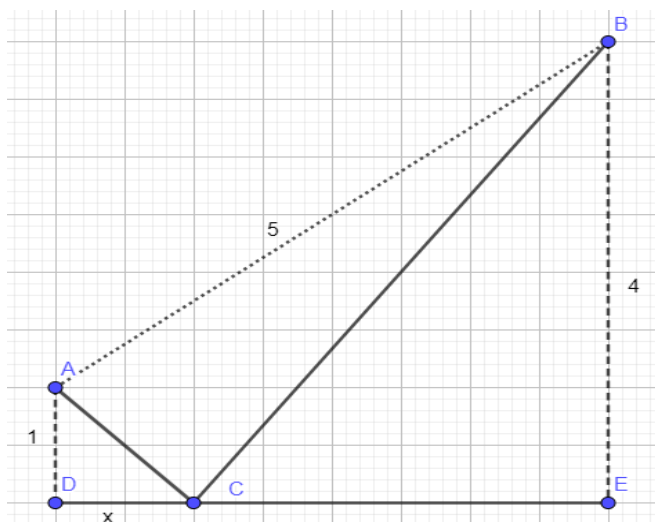
Câu 3: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		n = 44

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{BM}{AM}$.

Câu 5: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao $1m$ và $4m$, đỉnh của hai cây cột cách nhau $5m$. Người ta cần chọn 1 vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình bên dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 6: Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà (như hình bên dưới) cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây đay mỗi sợi dài 60cm , miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(\text{cm})$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá 15N , trọng lượng của miếng giá gỗ là 5N . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là

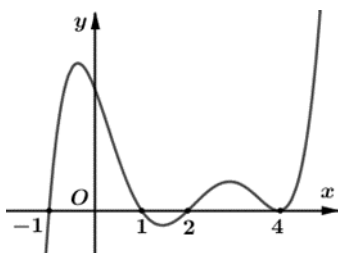


----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

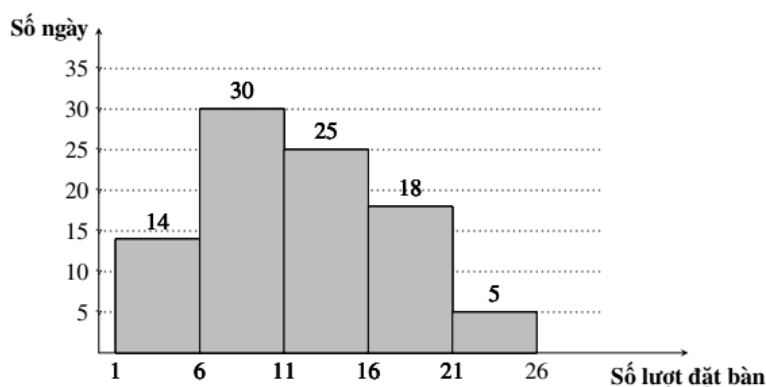


- A. $(-1;1)$. B. $(-\infty;-1)$. C. $(0;1)$. D. $(1;2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

Câu 2: Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên là?

- A. 9,5. B. 8,5. C. 10,5. D. 7,5.

Lời giải

Dựa vào biểu đồ ta lập được bảng ghép nhóm như sau:

Lượt đặt bàn	[1;6)	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Cỡ mẫu $n = 92$ và gọi $x_1, x_2, \dots, x_{92}$ là mẫu số liệu đã cho

Ta có:

$$x_1, \dots, x_{14} \in [1;6); x_{15}, \dots, x_{34} \in [6;11); x_{35}, \dots, x_{69} \in [11;16);$$

$$x_{70}, \dots, x_{87} \in [16;21); x_{88}, \dots, x_{92} \in [21;26).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{23} + x_{24}}{2} \in [6; 11)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{30} - 14}{11 - 6} = 7,5.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{69} + x_{70}}{2}$ mà $x_{69} \in [11; 16)$ và $x_{70} \in [16; 21)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 16$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 16 - 7,5 = 8,5$.

Câu 3: Để đánh giá chất lượng của một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến 4 chữ số thập phân)

A. 0,4252.

B. 0,5314.

C. 0,6214.

D. 0,5268.

Lời giải

Thời gian (giờ)	[5; 5,5)	[5,5; 6)	[6; 6,5)	[6,5; 7)	[7; 7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Số trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{m_1 \cdot x_1 + \dots + m_k \cdot x_k}{n} = \frac{2 \cdot 5,25 + 8 \cdot 5,75 + 15 \cdot 6,25 + 10 \cdot 6,75 + 5 \cdot 7,25}{40} = 6,35$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$s^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 5,25^2 + 8 \cdot 5,75^2 + 15 \cdot 6,25^2 + 10 \cdot 6,75^2 + 5 \cdot 7,25^2) - 6,35^2 = 0,2775$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,2775} \approx 0,5268$.

Câu 4: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ là

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

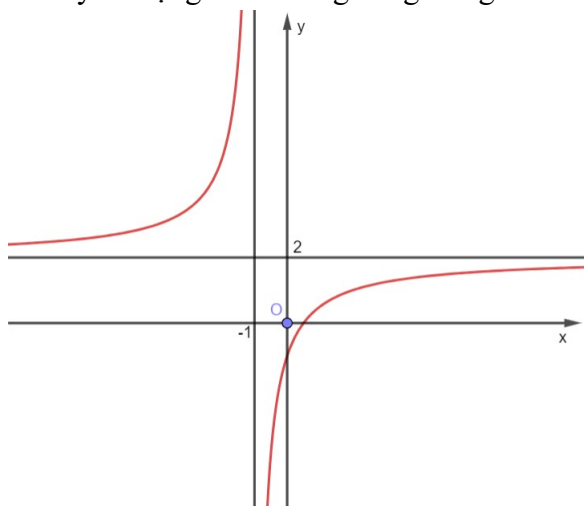
Lời giải

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2}{x+1} = +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x+2}{x+1} = -\infty.$$

Vậy đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau.



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x^2 + 3x + 2}{x+1}$.

Lời giải

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy đồ thị dạng bậc nhất trên bậc nhất, do đó loại B, D

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy với $x = 0$ thì $y < 0$, do đó **chọn C**

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1), B(2;1;2), D(1;-1;1), C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ tâm I của hình hộp?

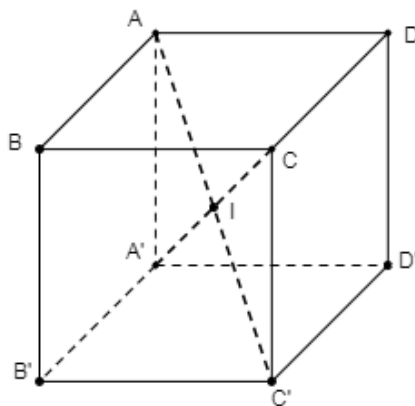
A. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$.

B. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$.

C. $I\left(-\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

D. $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

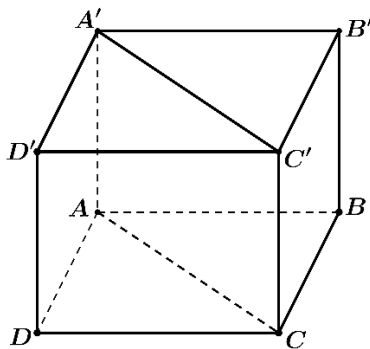
Lời giải



Gọi I là tâm của hình hộp.

Khi đó I là trung điểm của AC' , suy ra $I\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}; -2\right)$.

Câu 7: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình minh họa bên dưới) có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (4; -2; -3)$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ là:

A. $M(-5; 0; 0)$.

B. $M(5; 0; 0)$.

C. $M(5; -2; -3)$.

D. $M(4; -2; -3)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (x-1; y-2; z-3)$.

$$\overrightarrow{AM} = \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=4 \\ y-2=-2 \\ z-3=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}. \text{ Vậy } M(5; 0; 0).$$

Câu 9: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

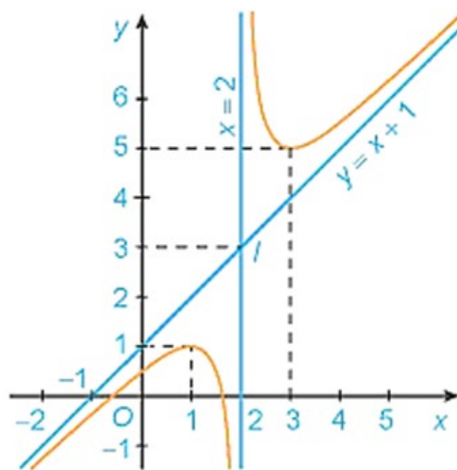
C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $|\vec{u}| = |\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{6}$.

Câu 10: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$.

Lời giải

Đồ thị có TĐĐ $x = 2$ loại đáp án A.

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ $\frac{1}{2}$ loại đáp án D.

Đồ thị đi qua điểm $(1; 1)$ loại đáp án C.

Vậy hàm số thỏa mãn đề bài là hàm số của đáp án B.

Câu 11: Cho hàm số $y = e^{2x} - 5e^x + 2x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$?

A. $e^2 - 12$.

B. -4 .

C. $2\ln 2 - 6$.

D. $\ln 2 - 6$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\ln 2 \notin [0; 2] \\ x = \ln 2 \in [0; 2] \end{cases}$$

$$y(0) = -4; y(\ln 2) = 2\ln 2 - 6; y(2) = e^4 - 5e^2 + 4.$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ bằng $2\ln 2 - 6$ tại $x = \ln 2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

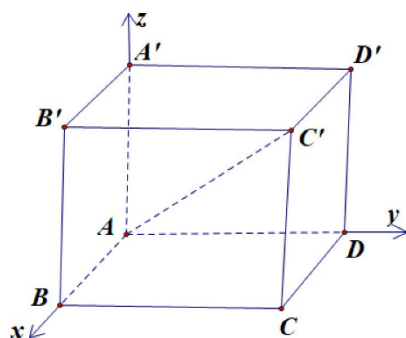
A. -4 .

B. 9 .

C. 3 .

D. 6 .

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$; $\overrightarrow{AD} = 4\vec{j}$; $\overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$;

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2; 4; 3)$. Vậy $a + b - c = 2 + 4 - 3 = 3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) .

a) Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

b) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

d) $\forall M \in (C)$ tích khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận bằng 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) **Đúng** Đạo hàm hàm số là $y' = \frac{2}{(x+1)^2}$.

b) **Đúng** Tiệm cận ngang: $y = 1$.

c) **Sai** Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(-1; 1)$

d) **Sai** Gọi $M(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow M\left(x_0; 1 - \frac{2}{x_0+1}\right)$

Khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng: $d_1 = |x_0 + 1|$.

Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang: $d_2 = |y_0 - 1| = \left|1 - \frac{2}{x_0+1} - 1\right| = \frac{2}{|x_0+1|}$.

Vậy $d_1 \cdot d_2 = 2$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $D'(3; 4; -6)$.

a) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

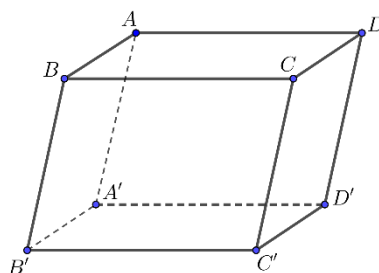
b) Tọa độ $C(2; 1; 2)$.

c) Tọa độ $A'(3; 5; -6)$

d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------



(a) Tọa độ $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

Chọn ĐÚNG.

(b) Tọa độ $C(2; 1; 2)$.

Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x-1; y+1; z-1)$.

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=1 \\ y+1=1 \\ z-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow C(2; 0; 2).$$

Chọn SAI.

(c) Tọa độ $A'(3; 5; -6)$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (3-x'; 4-y'; -6-z')$.

$$ADD'A' \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x'=0 \\ 4-y'=-1 \\ -6-z'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x'=3 \\ y'=5 \\ z'=-6 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 5; -6).$$

Chọn ĐÚNG.

(d) Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$ là $G(3; 4; -3)$.

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0-3; y_0-5; z_0+6)$.

$$ABB'A' \text{ là hình bình hành } \Leftrightarrow \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 3 = 1 \\ y_0 - 5 = 1 \\ z_0 + 6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = 6 \\ z_0 = -5 \end{cases} \Rightarrow B'(4; 6; -5).$$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } A'B'C \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{2+3+4}{3} = 3 \\ y_G = \frac{0+5+6}{3} = \frac{11}{3} \\ z_G = \frac{2-6-5}{3} = -3 \end{cases} \Rightarrow G\left(3; \frac{11}{3}; -3\right).$$

Chọn SAI.

Câu 3: Một người điều khiển một flycam ở bờ rừng để phục vụ việc khảo sát quá trình làm tổ của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí người điều khiển ở bờ rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500m về phía nam và 680m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10m. Sau đó, flycam được điều khiển đến vị trí B cách vị trí điều khiển 900m về phía bắc và 450m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 15m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1m.

a) Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500; 680; 0)$.

b) Quãng đường flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A khoảng 844m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

c) Thời gian bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B lớn hơn 4 phút, biết tốc độ bay được duy trì suốt quá trình từ A đến B là 8m/s.

d) Sau khi khảo sát vị trí B thì flycam chỉ đủ pin hoạt động trong 2 phút. Với tốc độ 8m/s thì flycam vẫn có thể quay về vị trí điều khiển.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí A là $A(500; 680; 10)$.

b) Đúng.

Quãng đường mà flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A là khoảng cách

$$OA = \sqrt{500^2 + 680^2 + 10^2} = 50\sqrt{285} \approx 844 \text{ m}.$$

c) Sai.

Tọa độ của flycam khi đang ở vị trí B là $B(-900; -450; 15)$. Quãng đường của flycam bay

$$\text{thẳng từ vị trí } A \text{ đến vị trí } B \text{ là } AB = \sqrt{(-900 - 500)^2 + (-450 - 680)^2 + (15 - 10)^2} \approx 1799,1 \text{ m}.$$

Thời gian để flycam bay thẳng từ vị trí A đến vị trí B khoảng $\frac{1799,1}{8} \approx 224,9s$ là chưa đến 4 phút.

d) Sai.

Quãng đường để flycam bay thẳng từ vị trí B về vị trí điều khiển là

$$OB = \sqrt{(-900)^2 + (-450)^2 + 15^2} \approx 1006,3m.$$

Với tốc độ $8m/s$ thì thời gian để flycam quay về vị trí điều khiển khoảng $\frac{1006,3}{8} \approx 125,8s$. Do

đó, flycam không thể quay lại đúng vị trí điều khiển được.

Câu 4: Bảng 24 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

Tháng Độ ẩm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đà Lạt	83	79	79	87	87	87	88	89	90	91	88	86
Vũng Tàu	75	77	78	77	79	79	81	79	81	83	80	77

(Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Người ta lần lượt ghép các số liệu của Đà Lạt, Vũng Tàu thành mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Đà Lạt			Vũng Tàu		
Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[75; 78,3)$	76,65	0	$[75; 78,3)$	76,65	5
$[78,3; 81,6)$	79,95	2	$[78,3; 81,6)$	79,95	6
$[81,6; 84,9)$	83,25	1	$[81,6; 84,9)$	83,25	1
$[84,9; 88,2)$	86,55	6	$[84,9; 88,2)$	86,55	0
$[88,2; 91,5)$	89,85	3	$[88,2; 91,5)$	89,85	0

a) Xét số liệu ở Đà Lạt ta có khoảng biến thiên là 16,5

b) Xét số liệu ở Vũng Tàu thì khoảng tứ phân vị là 0,23 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

c) Xét số liệu ở Đà Lạt thì độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là 3,28 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

d) Đà Lạt có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn so với ở Vũng Tàu vì có độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng. Xét số liệu ở Đà Lạt: Khoảng biến thiên là: $R = 91,5 - 75 = 16,5$

b) Sai. Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Số phân tử của mẫu là $n = 12$

Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = a_p + \left(\frac{\frac{n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \right) \cdot (a_{p+1} - a_p) = 75 + \left(\frac{3-0}{5} \right) \cdot 3,3 = 76,98$

Ta có tứ phân vị thứ ba là:

$$Q_3 = a_p + \left(\frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \right) \cdot (a_{p+1} - a_p) = 75 + \left(\frac{9-5}{6} \right) \cdot 3,3 = 77,2$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 77,2 - 76,98 = 0,22$

c) Đúng. Xét số liệu ở Đà Lạt:

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{0.76,65 + 2.79,95 + 83,25 + 6.86,55 + 3.89,85}{12} = 86$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{0(76,65 - 86)^2 + 2(79,95 - 86)^2 + (83,25 - 86)^2 + 6(86,55 - 86)^2 + 3(89,95 - 86)^2}{12} = 10,7825$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{10,7825} \approx 3,28$

d) Sai. Xét số liệu ở Vũng Tàu:

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x}_2 = \frac{5.76,65 + 6.79,95 + 83,25}{12} = 78,85$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{5(76,65 - 78,85)^2 + 6(79,95 - 78,85)^2 + (83,25 - 78,85)^2}{12} = 4,235$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{4,235} \approx 2,06$

Vũng Tàu có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn vì độ lệch chuẩn nhỏ hơn.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Giá trị $2y_{CD} - y_{CT}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 5

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$ 4 3 4 $-\infty$ 3 4 $-\infty$						

Từ bảng biến thiên, ta có

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $y_{CT} = y(0) = 3$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$ và $y_{CD} = y(\pm 1) = 4$.

Vậy $2y_{CD} - y_{CT} = 5$.

Câu 2: Bảng sau thống kê cân nặng của 30 quả đu đủ được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở vườn nhà Lan.

Cân nặng (g)	$[750; 800)$	$[800; 850)$	$[850; 900)$	$[900; 950)$	$[950; 1000)$
Số quả bưởi	5	10	5	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 103

Cỡ mẫu $n = 30$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là số cân nặng của 30 quả đu đủ thu hoạch ở vườn nhà Lan được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 800 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} \cdot 50 = 812,5$

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 900 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10 + 5)}{6} \cdot 50 = 915,625$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 103$

Câu 3: Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40; 45)	42,5	4
[45; 50)	47,5	14
[50; 55)	52,5	8
[55; 60)	57,5	10
[60; 65)	62,5	6
[65; 70)	67,5	2
		n = 44

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Trả lời: 46,1

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 18 là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 14 \cdot 47,5 + 8 \cdot 52,5 + 10 \cdot 57,5 + 6 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{44} \approx 53,2$$

Vậy phương sai của của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 18 là:

$$s^2 = \frac{1}{44} \cdot [4 \cdot (42,5 - 53,2)^2 + 14 \cdot (47,5 - 53,2)^2 + 8 \cdot (52,5 - 53,2)^2 + 10 \cdot (57,5 - 53,2)^2 + 6 \cdot (62,5 - 53,2)^2 + 2 \cdot (67,5 - 53,2)^2] = \frac{2029,56}{44} \approx 46,1.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{BM}{AM}$.

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z).$$

$$\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}.$$

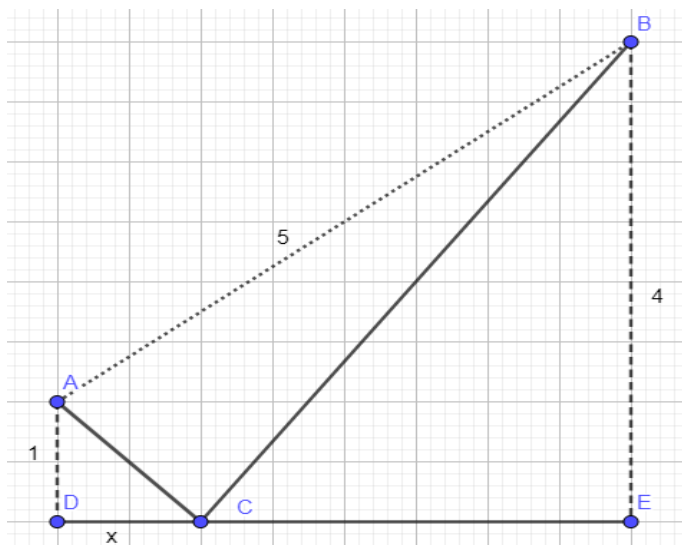
$$\overrightarrow{AM} = (x + 2; -3; z - 1).$$

Vì đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M nên A, B, M thẳng hàng

$$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow BM = 2AB.$$

Câu 5: Có hai cây cột dựng trên mặt đất lần lượt cao $1m$ và $4m$, đỉnh của hai cây cột cách nhau $5m$. Người ta cần chọn 1 vị trí trên mặt đất (nằm giữa hai chân cột) để giăng dây nối đến hai đỉnh cột để trang trí như hình bên dưới. Tính độ dài dây ngắn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Trả lời: 6,40.

$$\text{Đặt } CD = x \ (0 \leq x \leq 4) \Rightarrow DE = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow CE = 4 - x.$$

$$\Rightarrow AC + BC = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16}$$

$$\text{Đặt } f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(4-x)^2 + 16}$$

Để độ dài dây ngắn nhất khi $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x-4}{\sqrt{x^2 - 8x + 32}}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 15x^2 + 8x - 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \in [0; 4] \\ x = -\frac{4}{3} \notin [0; 4] \end{cases}$$

$$\text{Xét trên khoảng } [0; 4]: f(0) = 1 + 4\sqrt{2}; f(4) = 4 + \sqrt{17}; f\left(\frac{4}{5}\right) = \sqrt{41}$$

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất tại } x = \frac{4}{5}.$$

$$\text{Vậy độ dài dây ngắn nhất là } \sqrt{41} \approx 6,40.$$

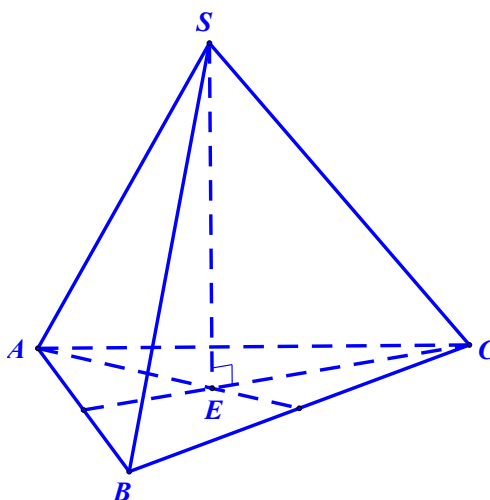
Câu 6: Cô Lan là người thích làm những giỏ hoa treo trong nhà (như hình bên dưới) cô làm 1 giỏ hoa treo bằng 3 sợi dây dầy mỗi sợi dài $60cm$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều. Tính khối lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt. Biết lực chịu đựng của mỗi

sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá $15N$, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm là



Lời giải

Trả lời: 3,82



Ta thấy đầu dây và các điểm tiếp xúc tạo thành một hình chóp tam giác đều $S.ABC$ (hình bên), có đáy là một tam giác đều cạnh a .

Gọi E là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow AE = r = 20 \Rightarrow \sin \widehat{ASE} = \frac{AE}{AS} = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos \widehat{ASE} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$
(vì góc $\widehat{ASE}$ nhọn).

$$\text{Do } F_{SE} = F_{SA} \cdot \cos \widehat{ASE} \Rightarrow F_{SE} \leq 15 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 10\sqrt{2}$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{F_{SA}} + \overrightarrow{F_{SB}} + \overrightarrow{F_{SC}} = 3\overrightarrow{F_{SE}} \Rightarrow P = 3F_{SE} \leq 3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

Khi đó, trọng lượng của các chậu hoa không được vượt quá $30\sqrt{2} - 5 \approx 37,43$

Vậy khối lượng ôi đa của chậu hoa là $m \leq 3,82$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 04

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

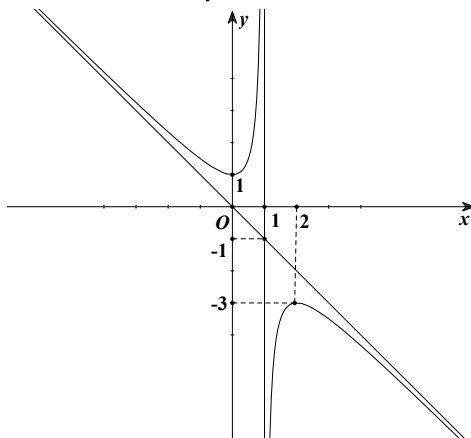
Câu 1: Cho hàm số $y = x \ln x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ là:

- A. $x = 4$.
B. $x = 2$.
C. $y = 4$.
D. $y = 2$.

Câu 3: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

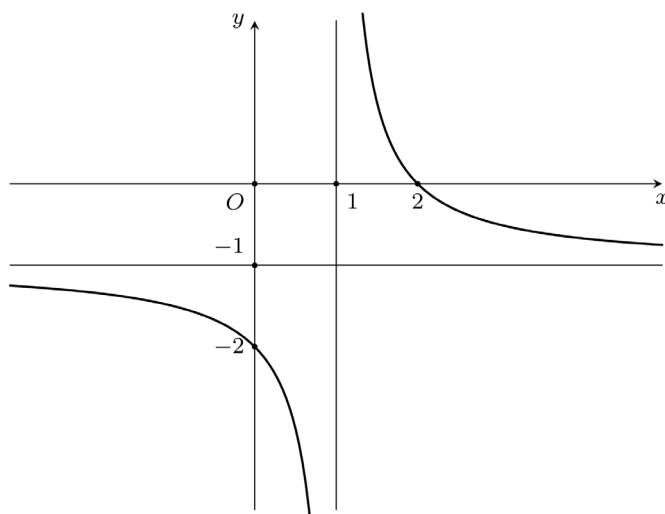


- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x+1}$.
B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{-x+1}$.
C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x+1}$.
D. $y = \frac{-x^2 - x - 1}{2x-1}$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.
B. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
C. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.
D. $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



- A. 0.
B. 2.
C. 1.
D. 3.

- Câu 6:** Dữ liệu về tốc độ của 100 xe ô tô lưu thông trên một đoạn đường cao tốc vào giờ cao điểm, được trích xuất từ camera của cơ quan cảnh sát giao thông. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu (bảng số liệu hình bên dưới).

Tốc độ (km/h)	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$
Số xe	10	20	20	35	15

- A. 50 km/h. B. 10 km/h. C. 30 km/h. D. 110 km/h.

- Câu 7:** Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 9 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian(phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	9	10	9	15	7

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1602. B. 1601,64. C. 1601,9. D. 1603.

- Câu 8:** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 15$). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.?

- A. $x = 8$. B. $x = 10$. C. $x = 15$. D. $x = 7$.

- Câu 9:** Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$.

- A. 4. B. 13. C. 12. D. 7.

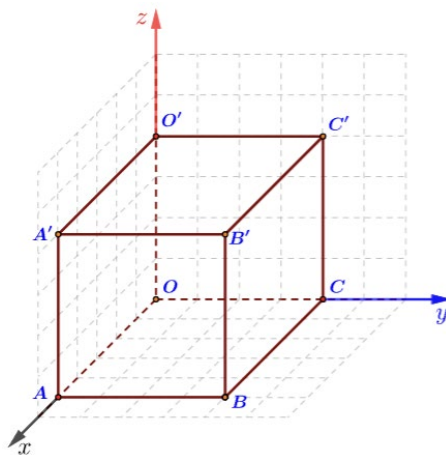
- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tìm tọa độ điểm B biết A đối xứng với B qua M .

- A. $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4;9;8)$. C. $B(5;3;-7)$. D. $B(5;-3;-7)$.

- Câu 11:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AA'}$.

- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình vẽ bên dưới với điểm $B'(5;4;4)$. Hãy xác định tọa độ vector $\overrightarrow{A'C}$.



- A. $\overrightarrow{A'C} = (5;-4;4)$. B. $\overrightarrow{A'C} = (5;4;4)$. C. $\overrightarrow{A'C} = (-5;4;0)$. D. $\overrightarrow{A'C} = (-5;4;-4)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

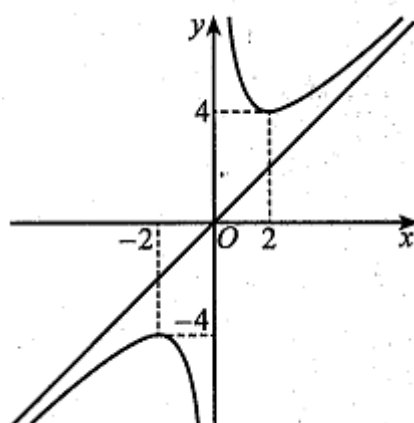
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

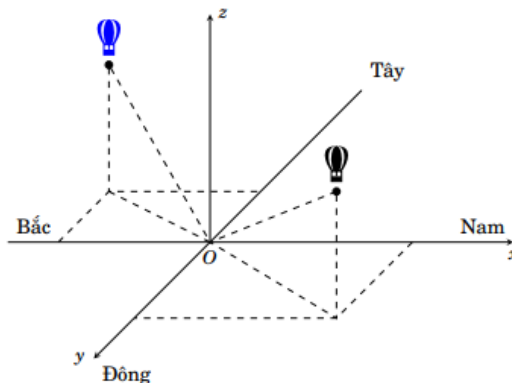
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$.

c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -1 .

d) Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là 5.

Câu 3: Hai khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau 30 phút, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía bắc và 2 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,4 km. Giả sử khinh khí cầu chuyển động theo đường thẳng với vận tốc không đổi.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



- Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất sau 30 phút là $(3; 1,5; 0,8)$.
- Quãng đường khinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là 3,44 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- Quãng đường khinh khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là 2,86 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu sau khi đi được 30 phút là 6,11 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 4: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh lớp 12A và 12B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số học sinh lớp 12A	7	16	15	4
Số học sinh lớp 12B	5	14	17	6

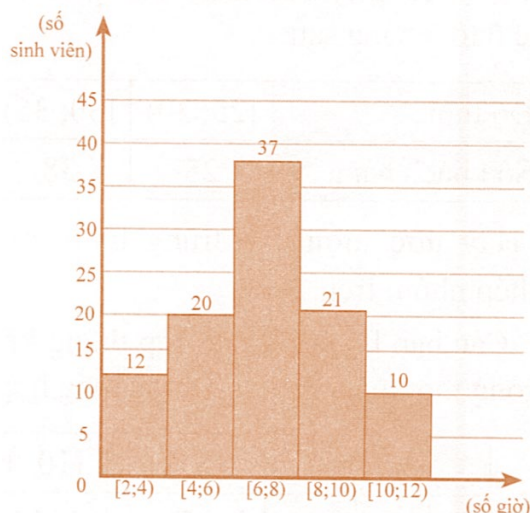
- Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là 20.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là 7,78 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12B là 19,22 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;2;3)$. Tọa độ giao điểm $E(a;b;c)$ của đường thẳng AB với mặt phẳng toạ độ (Oxy) . Tính $2a+b+c$

Câu 2: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.

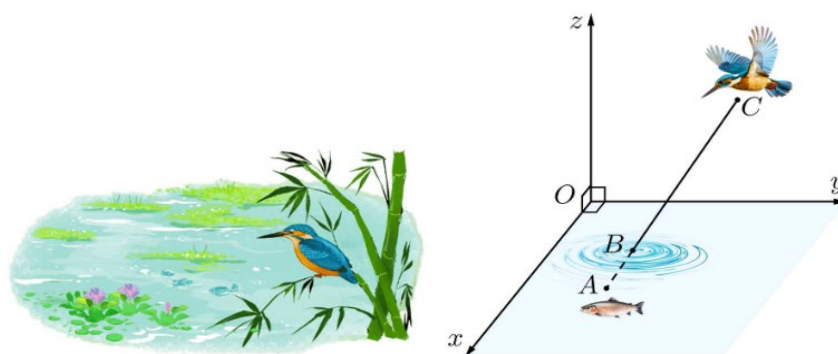
Số giờ làm thêm trong một tuần của sinh viên



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử điểm M thuộc AC , điểm N thuộc DC' và $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Có một cặp $(x;y)$ sao cho $MN \parallel BD'$, khi đó tính biểu thức $T = x + y$

Câu 4: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2,5m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 5m và 3m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 90cm và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 4m và 3,5m. Biết tọa độ điểm $B(x;y;z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính tổng $x + y + z$ (kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).

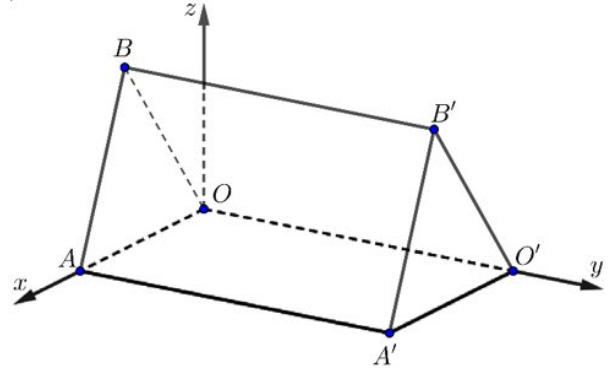


Câu 5: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác OAB . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 6: Những căn nhà gỗ trong *Hình 1* được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong *Hình 2*. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như *Hình 2* (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = x \cdot \ln x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Ta có: $y' = \ln x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$	
y'		-	0	+
y				

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+3}{x-2}$ là:

- A. $x = 4$.
 B. $x = 2$.
 C. $y = 4$.
 D. $y = 2$.

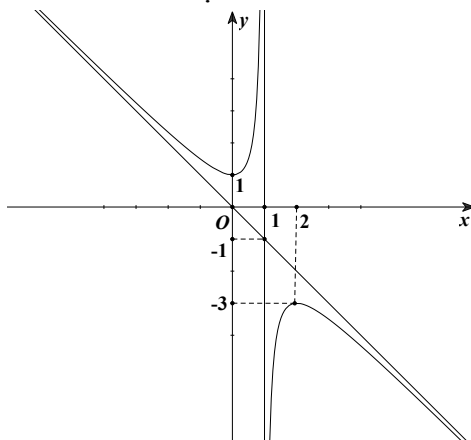
Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x+3}{x-2} \right) = 4$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4x+3}{x-2} \right) = 4$

Vậy $y = 4$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x+1}$.
 B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{-x+1}$.
 C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x+1}$.
 D. $y = \frac{-x^2 - x - 1}{2x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ nên loại A,D.

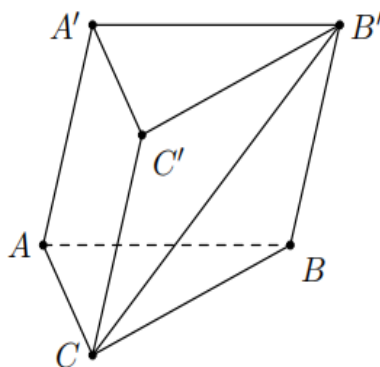
Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y=-x$ nên loại B.

Câu 4: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Hãy biểu diễn vector $\overrightarrow{B'C}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

A. $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

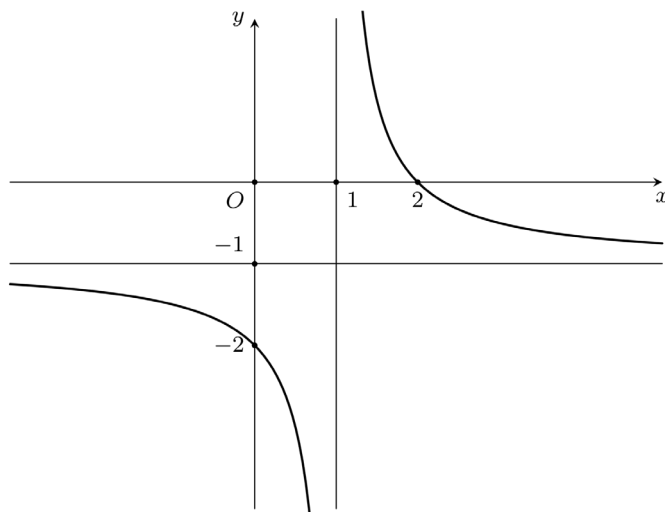
Lời giải

Chọn A



Vì $BB'C'C$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{B'C} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AA'}$
 $= -\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



A. 0.

B. 2

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = -1$

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=2$ nên $2a+b=0$ hay $b=-2a=2$.

Vậy có hai số dương.

Câu 6: Dữ liệu về tốc độ của 100 xe ô tô lưu thông trên một đoạn đường cao tốc vào giờ cao điểm, được trích xuất từ camera của cơ quan cảnh sát giao thông. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu (bảng số liệu hình bên dưới).

Tốc độ (km/h)	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$
Số xe	10	20	20	35	15

A. 50 km/h. B. 10 km/h. C. 30 km/h. D. 110 km/h.

Lời giải

Ta có $u_{k+1} = 110$ và $u_1 = 60$

Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1 = 110 - 60 = 50$ km/h.

Câu 7: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 9 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian(phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Số học sinh	9	10	9	15	7

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1602. B. 1601,64. C. 1601,9. D. 1603.

Lời giải

Thời gian(phút)	$[0;30)$	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$
Giá trị đại diện	15	45	75	105	135
Số học sinh	9	10	9	15	7

Thời gian trung bình tự học ở nhà của các em học sinh đó là:

$$\bar{x} = \frac{9.15 + 10.45 + 9.75 + 15.105 + 7.135}{50} = 75,6 \text{ (phút)}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{50} (9.15^2 + 10.45^2 + 9.75^2 + 15.105^2 + 7.135^2) - 75,6^2 = 1601,64$$

Câu 8: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ($0 < x < 15$). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất?

A. $x = 8$. B. $x = 10$. C. $x = 15$. D. $x = 7$.

Lời giải

$$G'(x) = 1,05x - 0,105x^2$$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10$$

x	0	10	15
$G'(x)$		+	0 -
$G(x)$	0	$G_{\max}$	0

Vậy để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là $x = 10(mg)$.

- Câu 9:** Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x - 2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$. Tính $a + b$.
- A. 4. B. 13. C. 12. **D. 7.**

Lời giải

Chia tử thức cho mẫu thức ta được $\begin{cases} y = x + 6 + \frac{13}{x-2} \\ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{13}{x-2} = 0 \end{cases} \Rightarrow$ Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

đường thẳng có phương trình $y = x + 6$ nên $a + b = 7$.

- Câu 10:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai điểm $A(-1; 5; 3)$ và $M(2; 1; -2)$. Tìm tọa độ điểm B biết A đối xứng với B qua M .
- A. $B\left(\frac{1}{2}; 3; \frac{1}{2}\right)$. B. $B(-4; 9; 8)$. C. $B(5; 3; -7)$. **D. $B(5; -3; -7)$.**

Lời giải

Giả sử $B(x_B; y_B; z_B)$.

Vì M là trung điểm của AB nên ta có:

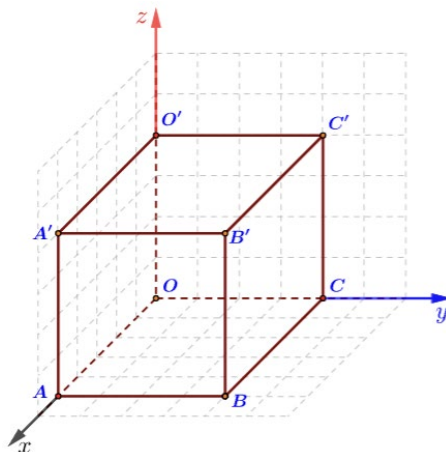
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{-1 + x_B}{2} \\ 1 = \frac{5 + y_B}{2} \\ -2 = \frac{3 + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 5 \\ y_B = -3 \\ z_B = -7 \end{cases}. \text{ Vậy } B(5; -3; -7).$$

- Câu 11:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AA'}$. **B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.**
- C. $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

- Câu 12:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình vẽ bên dưới với điểm $B'(5; 4; 4)$. Hãy xác định tọa độ vectơ $\overrightarrow{A'C}$.



- A. $\overrightarrow{A'C} = (5; -4; 4)$. B. $\overrightarrow{A'C} = (5; 4; 4)$. C. $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; 0)$. **D. $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; -4)$.**

Lời giải

Vì A' là hình chiếu của điểm B' lên (Oxz) nên $A'(5; 0; 4)$.

Vì C là hình chiếu của điểm B' lên Oy nên $C(0; 4; 0)$.

Suy ra tọa độ của vector $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; -4)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

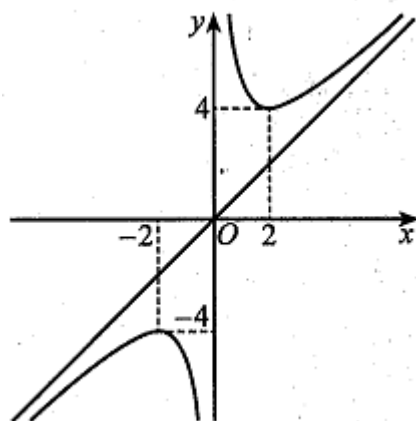
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ nên mệnh đề sai.

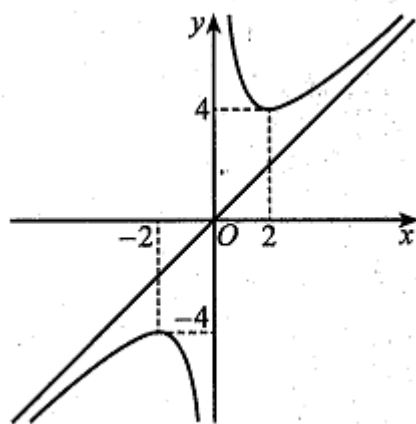
b) Đúng $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Sai Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow -4$	$\nearrow +\infty$

Mệnh đề sai vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$

d) Đúng Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng



Hình 4

Câu 2: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$.
- c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng -1 .
- d) Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là 5.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng.** Ta có: $f(0) = 1$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 là đúng.

b) **Sai.** Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = -26 \\ x = -1 \Rightarrow y = 6 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			6		-26	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; 7)$ là sai.

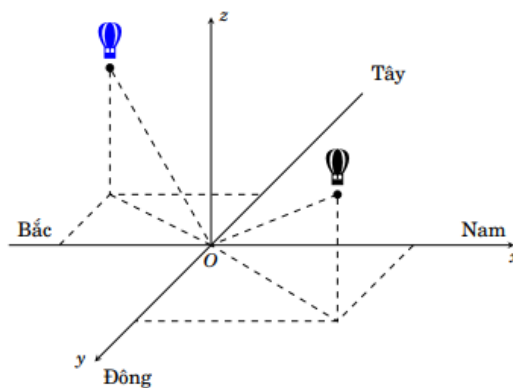
c) **Sai.** Ta có $f(-2) = -1$; $f(-1) = 6$; $f(3) = -26$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng 6, tại $x = -1$ nên câu này sai.

d) **Đúng.** Số cực trị của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + 1|$ là bằng tổng số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành và số cực trị của hàm số.

Từ bbt ta thấy đồ thị hàm số có 2 cực trị và cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khác 2 cực trị đó. Vậy số cực trị cần tìm là 5. Do đó câu này đúng.

Câu 3: Hai khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau 30 phút, chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía bắc và 2 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,4 km. Giả sử khinh khí cầu chuyển động theo đường thẳng với vận tốc không đổi.

Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



- a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ kinh khí cầu thứ nhất sau 30 phút là $(3; 1,5; 0,8)$.
- b) Quãng đường kinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là 3,44 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- c) Quãng đường kinh khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là 2,86 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).
- d) Khoảng cách giữa hai kinh khí cầu sau khi đi được 30 phút là 6,11 km (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**

Chiếc kinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(3; 1,5; 0,8)$.

b) **Sai**

Quãng đường kinh khí cầu thứ nhất đi được sau 30 phút là $\sqrt{3^2 + 1,5^2 + 0,8^2} \approx 3,45$ (km)

c) **Đúng**

Chiếc kinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(-2; -2; 0,4)$.

Quãng đường kinh khí cầu thứ hai đi được sau 30 phút là $\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 0,4^2} \approx 2,86$ (km)

d) **Sai**

Khoảng cách giữa hai kinh khí cầu sau khi đi được 30 phút là $\sqrt{(3+2)^2 + (1,5+2)^2 + (0,8-0,4)^2} \approx 6,12$ (km).

Câu 4: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh lớp 12A và 12B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh lớp 12A	7	16	15	4

Số học sinh lớp 12B	5	14	17	6
---------------------	---	----	----	---

- a) Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là 20 .
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là 7,78 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12B là 19,22 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Khoảng biến thiên cho thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh mỗi lớp là $45 - 25 = 20$.

b) Sai

Xét mẫu số liệu của học sinh lớp 12A:

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{42}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{11} \in [30; 35)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là:

$$Q_1 = 30 + \frac{\frac{42}{4} - 7}{16} (35 - 30) = \frac{995}{32}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{32} \in [35; 40)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là:

$$Q_3 = 35 + \frac{\frac{3 \cdot 42}{4} - (7 + 16)}{15} (40 - 35) = \frac{227}{6}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{227}{6} - \frac{995}{32} \approx 6,74$

c) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 12B:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_2 = \frac{5 \cdot 27,5 + 14 \cdot 32,5 + 17 \cdot 37,5 + 6 \cdot 42,5}{42} = \frac{495}{14}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_2^2 = \frac{1}{42} (5.27,5^2 + 14.32,5^2 + 17.37,5^2 + 6.42,5^2) - \left(\frac{495}{14} \right)^2 \approx 19,22$$

d) Đúng

Xét mẫu số liệu của lớp 12A:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x}_1 = \frac{7.27,5 + 16.32,5 + 15.37,5 + 4.42,5}{42} = \frac{1445}{42}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s_1^2 = \frac{1}{42} (7.27,5^2 + 16.32,5^2 + 15.37,5^2 + 4.42,5^2) - \left(\frac{1445}{42} \right)^2 \approx 18,99$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12A là: $s_1 = \sqrt{s_1^2} \approx \sqrt{18,99} \approx 4,36$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12B là: $s_2 = \sqrt{s_2^2} \approx \sqrt{19,22} \approx 4,38$

Vì $s_2 > s_1$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 12A có tốc độ hoàn thành bài kiểm tra môn Toán đồng đều hơn lớp 12B.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 2)$, $B(1; 2; 3)$. Tọa độ giao điểm $E(a; b; c)$ của đường thẳng AB với mặt phẳng tọa độ (Oxy) . Tính $2a + b + c$

Lời giải

Trả lời: 7

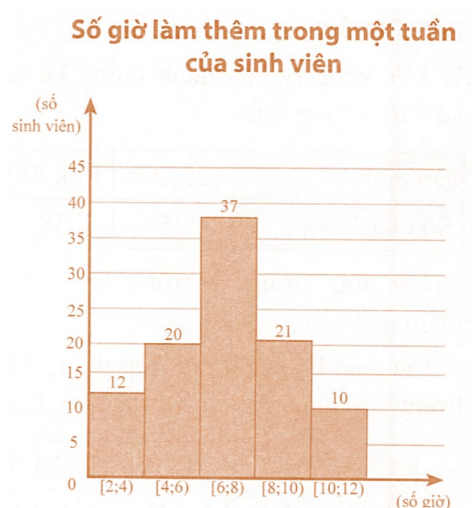
Vì E thuộc mặt phẳng Oxy nên tọa độ điểm $E = (x; y; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AE} = (x-3; y+1; -2)$ mà A, B, E thẳng hàng nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}(-2; 3; 1); \overrightarrow{AE}$ cùng phương, do đó:

$$\overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 = -2k \\ y+1 = 3k \\ -2 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ k = -2 \\ y = -7 \end{cases} \text{ . Vậy } E(7; -7; 0)$$

$$\Rightarrow 2a + b + c = 7$$

Câu 2: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 3,27

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm [6;8) nên $Q_2 = 6 + \frac{2 \cdot 100}{37} - 32 \cdot \frac{4}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm

[4;6) nên $Q_1 = 4 + \frac{1 \cdot 100}{20} - 12 \cdot \frac{4}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3$.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm

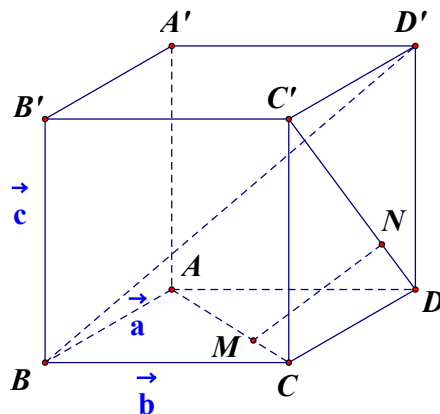
[8;10) nên $Q_3 = 8 + \frac{3 \cdot 100}{21} - 69 \cdot \frac{4}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57$.

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 8,57 - 5,3 = 3,27$

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Giả sử điểm M thuộc AC , điểm N thuộc DC' và $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Có một cặp $(x; y)$ sao cho $MN \parallel BD'$, khi đó tính biểu thức $T = x + y$

Lời giải

Trả lời: 1



Ta có: $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{c}$.

Khi đó, theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{BD'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM}$.

Từ $\overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$, ta có $\overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BD} = y(\overrightarrow{BC'} - \overrightarrow{BD})$, suy ra:

$$\overrightarrow{BN} - (\vec{a} + \vec{b}) = y(\vec{b} + \vec{c} - \vec{a} - \vec{b}).$$

$$\overrightarrow{BN} = (1-y)\vec{a} + \vec{b} + y\vec{c}.$$

Từ $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}$, suy ra $\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA} = x(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA})$.

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BM} - \vec{a} = x(\vec{b} - \vec{a}) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = (1-x)\vec{a} + x\vec{b}.$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = (1-y)\vec{a} + \vec{b} + y\vec{c} - (1-x)\vec{a} - x\vec{b} \\ &= (x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b} + y\vec{c}. \end{aligned}$$

Điều kiện để $MN \parallel BD'$ là $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BD'}$ hay

$$(x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b} + y\vec{c} = k(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$

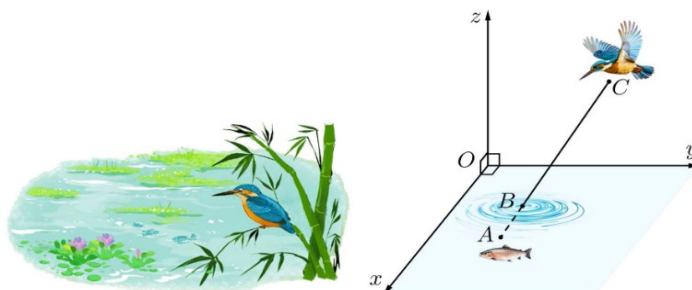
$$(x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b} + y\vec{c} = k\vec{a} + k\vec{b} + k\vec{c} \quad (*)$$

Do $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không cùng phương nên từ (*) suy ra:

$$\begin{cases} k = x-y \\ k = 1-x \\ k = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ x+y=1 \\ k=y \end{cases} \Leftrightarrow (x; y; k) = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Vậy biểu thức } T = x + y = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1.$$

Câu 4: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2,5m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 5m và 3m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 90cm và cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 4m và 3,5m. Biết tọa độ điểm $B(x; y; z)$ là lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính tổng $x + y + z$ (kết quả lấy tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 9,39

Theo bài ta có $C(3;5;2,5)$ và $A(3,5;4;-0,9)$

Điểm $B(x; y; z) \in (Oxy) \Rightarrow z = 0$

$\overrightarrow{AC} = (-0,5;1;3,4)$, $\overrightarrow{AB} = (x-3,5; y-4; 0,9)$

$$\text{Do ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3,5 = -0,5k \\ y-4 = k \\ 0,9 = 3,4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{34}{9} \\ x = \frac{29}{18} \\ y = \frac{70}{9} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{29}{18}; \frac{70}{9}; 0\right).$$

$$\text{Vậy } x + y + z = \frac{169}{18} \approx 9,39.$$

Câu 5: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác OAB . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Trả lời: 2,17

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$, suy ra nghiệm như sau:

$$e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\ln 2 \Rightarrow y = \frac{-5}{4} - 2\ln 2;$$

$$e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 \Rightarrow y = -5 + 2\ln 2.$$

Hai điểm cực trị là $A\left(-\ln 2; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $B(\ln 2; -5 + 2\ln 2)$.

Ta có $\overrightarrow{OA} = \left(-\ln 2; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $\overrightarrow{OB} = (\ln 2; -5 + 2\ln 2)$.

Diện tích tam giác OAB là $S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}| = \frac{25}{8} \ln 2 \approx 2,17$ (đơn vị diện tích).

Cách khác tính diện tích tam giác OAB như sau:

Ta có $OA = \sqrt{5 \ln^2 2 + \frac{25}{16} + 5 \ln 2} \approx 2,72589$; $OB = \sqrt{5 \ln^2 2 + 25 - 20 \ln 2} \approx 3,67958$;

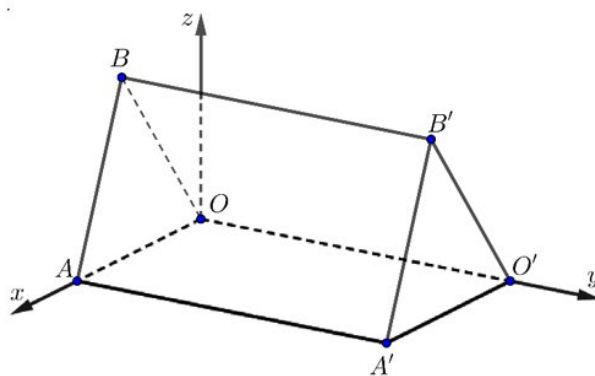
$$AB = \sqrt{20 \ln^2 2 + \frac{225}{16} - 30 \ln 2} \approx 1,69621.$$

Công thức Hêrông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 2,17$.

Câu 6: Những căn nhà gỗ trong *Hình 1* được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong *Hình 2*. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như *Hình 2* (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình 1



Hình 2

Lời giải

Trả lời: 1013

Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm.

$$\Rightarrow A'A = 450 \text{ cm và } A'O' = 240 \text{ cm}.$$

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{A'B'} = (-120; 0; 300)$,

$$\text{Do đó } A'B' = |\overrightarrow{A'B'}| = \sqrt{(-120)^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323 (\text{cm}).$$

Vì $O'O = A'A = 450$ cm và O' nằm trên trục Oy nên tọa độ của điểm O' là $(0; 450; 0)$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{O'B'} = (120; 0; 300) \text{ và } O'B' = |\overrightarrow{O'B'}| = \sqrt{120^2 + 0^2 + 300^2} = 60\sqrt{29} \approx 323 (\text{cm}).$$

Vậy mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là 450 cm, chiều rộng là 240 cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là 323 cm.

$$\Rightarrow a + b + c = 1013.$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Tính $M + m$.

- A. -2. B. -3. C. 2. D. 0.

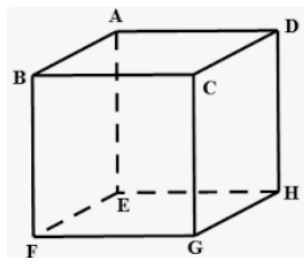
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-	+	+
y	7		15		15		$+\infty$
		-1		$-\infty$	-5		

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

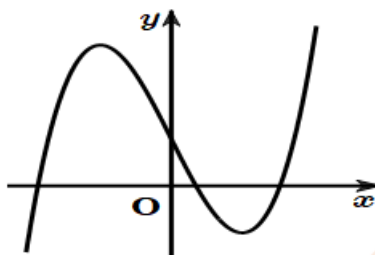
- A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG}$ là



- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BH}$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên dưới?

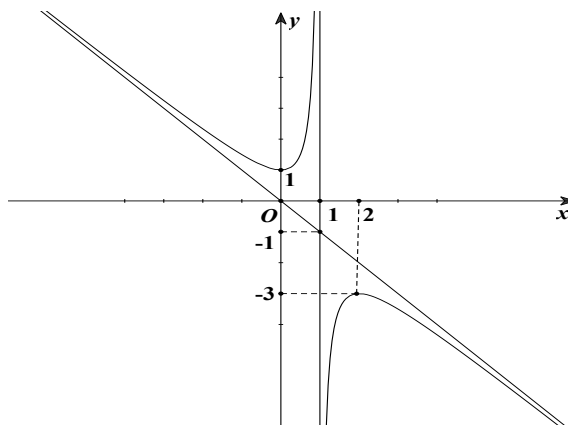


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-1;3)$, $B(0;2;0)$ và $C(5;-2;1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

- A. $(-4;-5;4)$. B. $(4;-5;4)$. C. $(4;5;-4)$. D. $(-4;-5;-4)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $(2; -3)$. D. $(0; 1)$.

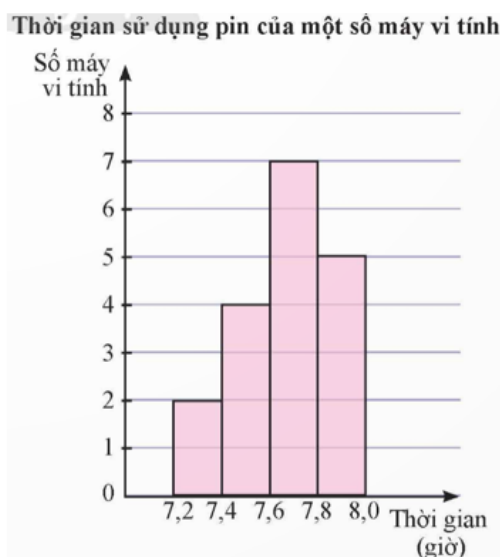
Câu 7: Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 2,92. B. 2,93. C. 3,92. D. 3,93.

Câu 8: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

- A. $\frac{23}{3}$. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{37}{5}$. D. $\frac{73}{10}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(-1; 1)$. B. $(2; 10)$. C. $(3; 9)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 10: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

- A. 20. B. 10. C. 1200. D. 1100.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
A. $D(-9;1;-3)$. **B.** $D(9;1;3)$. **C.** $D(9;-1;-3)$. **D.** $D(9;1;-3)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.
A. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = 2$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
 b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.
 c) Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.
 d) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;3)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$
 b) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$
 c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$
 d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Câu 3: Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

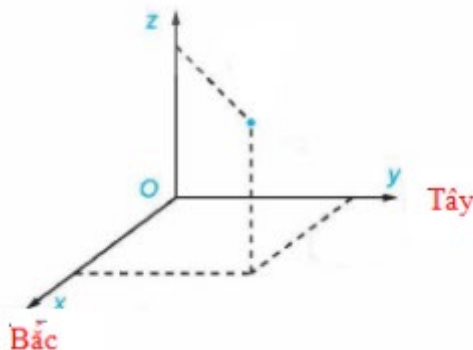
- a) Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80$.
 b) Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.
 c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\Delta_Q = 53$.
 d) Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là 33,67% và so với số này tỉ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng 22,73%.

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông 110(km) và về phía nam 90(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc 80(km) và về phía tây 70(km), đồng thời cách mặt đất 800(m).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét(xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$

c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là 142(km). (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là 836(km). (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

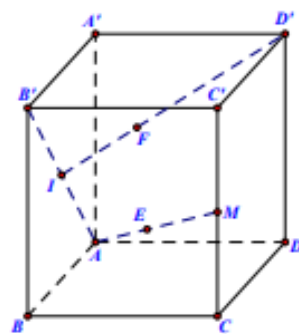
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 2: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

Câu 4: Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác đều ABC có $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$, $C(1;2;0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$.

Câu 6: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a;b;c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Tính $M + m$.

A. -2.

B. -3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Ta có $y = \frac{x-2}{x+1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, x \in [0; 2]$$

Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 2]$

$$\Rightarrow M = y(2) = 0, m = y(0) = -2 \Rightarrow M + m = -2$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	+
y	7		-1	15		-5	$+\infty$

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1

B. 3

C. 2

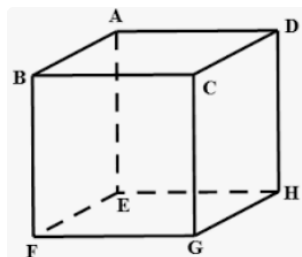
D. 4

Lời giải

Chọn C

Vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 7 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận (Một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang).

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG}$ là



A. $\overrightarrow{BD}$.

B. $\overrightarrow{AE}$.

C. $\overrightarrow{DB}$.

D. $\overrightarrow{BH}$.

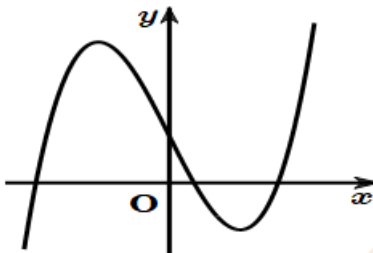
Lời giải

Chọn C

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $FG = AD$ và hai vectơ $\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a > 0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-1;3)$, $B(0;2;0)$ và $C(5;-2;1)$.

Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

- A.** $(-4;-5;4)$. **B.** $(4;-5;4)$. **C.** $(4;5;-4)$. **D.** $(-4;-5;-4)$.

Lời giải

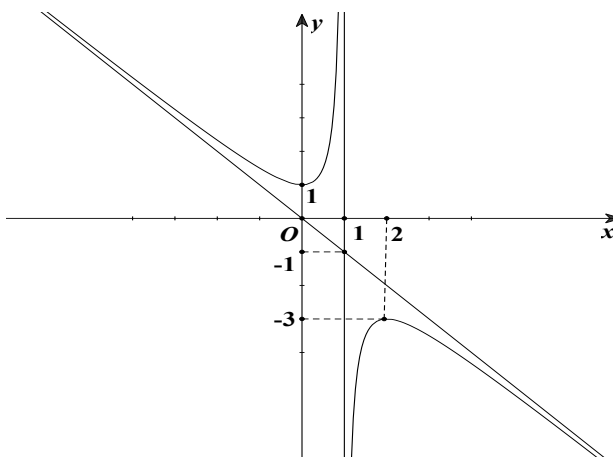
Chọn B

Gọi $D = (x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (5-x; -2-y; 1-z)$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -3)$

$ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} 5-x=1 \\ -2-y=3 \\ 1-z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow D(4;-5;4)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



A. $x = 2$.

B. $x = 0$.

C. $(2; -3)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; -3)$

Câu 7: Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $2,92$.

B. $2,93$.

C. $3,92$.

D. $3,93$.

Lời giải

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2; 4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1 \cdot 146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}.$$

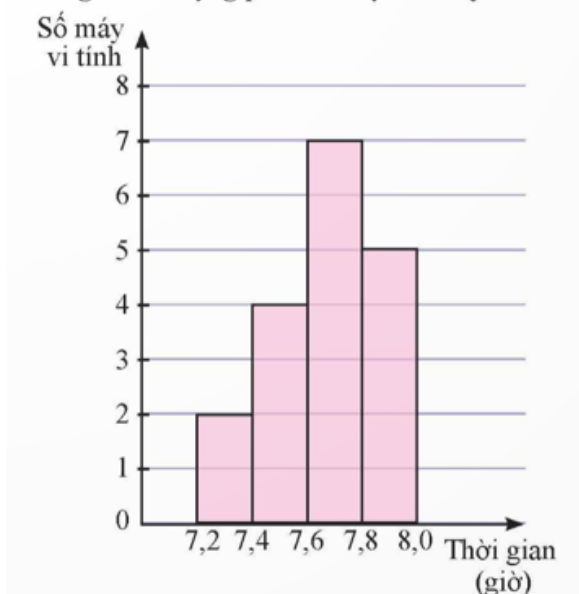
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}.$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92.$$

Câu 8: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{37}{5}$.

D. $\frac{73}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2.7,3 + 4.7,5 + 7.7,7 + 5.7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(-1; 1)$.

B. $(2; 10)$.

C. $(3; 9)$.

D. $(-3; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y		$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 1)$.

Câu 10: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 20.

B. 10.

C. 1200.

D. 1100.

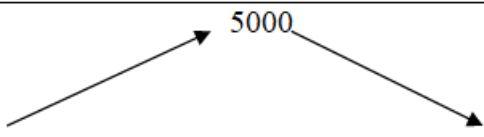
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$).

$$N'(t) = 60t - 3t^2.$$

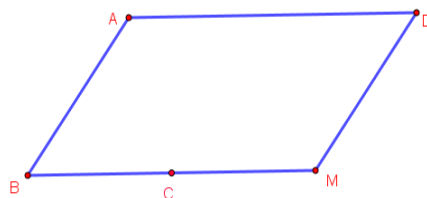
$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$$

t	0	20	30
N'	+	0	-
N			

Với $t = 20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

- Câu 11:** Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overline{BM} = 2\overline{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là
- A.** $D(-9;1;-3)$. **B.** $D(9;1;3)$. **C.** $D(9;-1;-3)$. **D.** $D(9;1;-3)$.

Lời giải



Gọi $D(x; y; z)$.

Để $BMDA$ là hình bình hành thì $\overline{AD} = \overline{BM}$, mà $\overline{BM} = 2\overline{BC}$ nên ta có $\overline{AD} = 2\overline{BC}$.

Ta có $\overline{AD} = (x-1; y-1; z-1)$, $\overline{BC} = (4; 0; -2)$.

$$\text{Khi đó } \overline{AD} = 2\overline{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2.4 \\ y-1=2.0 \\ z-1=2.(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow D(9;1;-3)$$

- Câu 12:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

- A.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = 2$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 3$.

Lời giải

Chọn C

Vì $M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$

Lại có $\overline{AB} = (7; 3; 1)$; $\overline{AM} = (x+2; -3; z-1)$; $AB = \sqrt{59}$

$$\text{Do } M, A, B \text{ thẳng hàng nên } \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k \\ -3=3k \\ z-1=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ k=-1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0)$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.

c) Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.

d) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$\text{Ta có: } y = x + 1 + \frac{1}{x - 2}$$

$$y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x - 2)^2} \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 3$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$	5	$+\infty$

a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

b) **Sai.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 1$.

c) **Sai.** ♦ Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x(x - 2)} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x - 2} = 1$.

♦ Vậy đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow +\infty$).

♦ Tương tự, do $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ nên đường thẳng $y = x + 1$ cũng là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow -\infty$).

d) Đúng. Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ và $y'(0) = \frac{3}{4}$. Phương

trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là: $y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x - 4y + 2 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1), B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$

c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1 - 4; -1 - 2; 2 + 1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2 - y; 3 - z)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2 - y = -3 \\ 3 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$$

Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x - 4; y - 2; 1); \overrightarrow{BN}(x - 1; y + 1; -2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k\overrightarrow{BN}$

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} x - 4 = k(x - 1) \\ y - 2 = k(y + 1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = -\frac{1}{2}(x - 1) \\ y - 2 = -\frac{1}{2}(y + 1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } N(3; 1; 0)$$

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

Câu 3: Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamngheiep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

- a) Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80$.
- b) Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng $\Delta_Q = 53$.
- d) Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là 33,67% và so với số này tỉ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng 22,73%.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng.

Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên $R = 80 - 0 = 80$.

b) Sai.

Vì có 30 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

c) Sai.

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1
Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

Ta có: $\frac{N}{4} = 15$; $\frac{3N}{4} = 45$. Ta tính được tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 như sau

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - T_1}{n_1} \cdot h_1 = 0 + \frac{15 - 0}{17} \cdot (10 - 0) = \frac{150}{280};$$

$$Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3N}{4} - T_3}{n_3} \cdot h_3 = 50 + \frac{45 - 39}{15} \cdot (60 - 50) = 54.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta_Q = 54 - \frac{150}{280} \approx 53,46$.

d) Đúng.

Ta có

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1
Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

Trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{17.5 + 6.15 + 3.25 + 4.35 + 9.45 + 15.55 + 5.65 + 1.75}{60} = \frac{101}{3} \approx 33,67$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{17.(\bar{x}-5)^2 + 6.(\bar{x}-15)^2 + 3.(\bar{x}-25)^2 + 4.(\bar{x}-35)^2}{60} + \frac{9.(\bar{x}-45)^2 + 15.(\bar{x}-55)^2 + 5.(\bar{x}-65)^2 + 1.(\bar{x}-75)^2}{60} = \frac{23257}{45}.$$

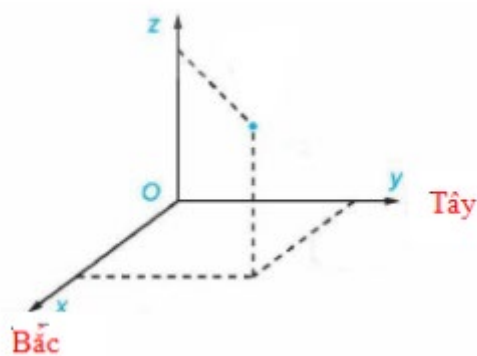
$$\Rightarrow s = \sqrt{\frac{23257}{45}} \approx 22,73.$$

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông 110(km) và về phía nam 90(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc 80(km) và về phía tây 70(km), đồng thời cách mặt đất 800(m).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét(xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80;70;800)$.



- b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$
- c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là $142(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là $836(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Sai

Do đơn vị tính là kilômét nên tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 0,8)$.

b) Đúng

Ta có hướng Nam nằm trên tia đối của tia Ox , hướng Đông nằm trên tia đối của tia Oy nên tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$.

c) Đúng

Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là

$$\sqrt{(-90)^2 + (-110)^2 + 2^2} \approx 142(\text{km})$$

d) Sai

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(80 + 90)^2 + (70 + 100)^2 + (0,8 - 2)^2} \approx 248(\text{km})$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 30

Gọi x là số lần giảm 2 nghìn đồng giá vé. Khi đó:

Giá vé lúc này là: $p(x) = 40 - 2x$, với $0 < x < 20$.

Số khách tăng thêm là $100x$.

Do đó, tổng số khách là $1000 + 100x$.

Hàm doanh thu thu được:

$$R(x) = (1000 + 100x)p(x) = (1000 + 100x)(40 - 2x) = -200x^2 + 2000x + 40000$$

Xét hàm $R = R(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ trên $(0; 20)$

$$R' = -400x + 2000$$

$$R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Vì $R = R(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$, nên: $\underset{(1;20)}{Max} R = R(5)$

Vậy doanh thu đạt tối đa khi: $x = 5$. Điều này tương ứng với 5 lần giảm 2000, tức là giá vé cần bán ra là $40000 - 5 \cdot 2000 = 30000$

Câu 2: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Lời giải

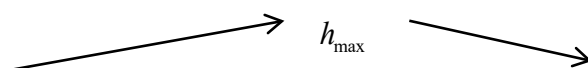
Trả lời: 15

Ta có:

$$h'(t) = 24 + 10t - t^2$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 12 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

BBT:

t	8	12	24	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-	
$h(t)$				

Mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Hay mực nước lên cao nhất là lúc 20 giờ.

Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

Lời giải

Trả lời: 1594

Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$.

Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

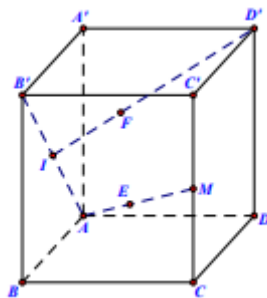
Do tốc độ của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{9-7}{2} \right) = (70; 25; 1).$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x-940; y-550; z-8) \text{ nên } \begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 1594.$$

Câu 4: Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 1,6

Gắn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O; AB \equiv Ox; AD \equiv Oy; AA' \equiv Oz$.

Ta có $A(0;0;0); A'(0;0;3,2); M(4;4;1,6); D'(0;4;3,2); I(2;0;1,6)$.

Gọi $E(x, y, z), F(m, n, p)$

$$\text{Giả sử } \overrightarrow{AE} = a \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4a \\ y = 4a \\ z = 1,6a \end{cases} \Rightarrow E(4a; 4a; 1,6a)$$

$$+) \overrightarrow{D'F} = b\overrightarrow{D'I} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n - 4 = -4b \\ p - 3, 2 = -1, 6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n = 4 - 4b \\ p = 3, 2 - 1, 6b \end{cases} \Rightarrow F(2b; 4 - 4b; 3, 2 - 1, 6b)$$

Ta có

$$\overrightarrow{EF} = (2b - 4a; 4 - 4b - 4a; 3, 2 - 1, 6b - 1, 6a)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 3, 2)$$

Để đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà thì $\overrightarrow{EF}$ cùng phương với $\overrightarrow{AA'}$

$$\text{Nên } \begin{cases} 2b - 4a = 0 \\ 4 - 4b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{EF} = (0; 0; 1, 6) \Rightarrow EF = 1, 6.$$

Vậy khoảng cách giữa hai con nhện bằng 1,6 m.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$

Lời giải

Trả lời: 7

Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AD} = (x - 5; y - 3; z + 1); \overrightarrow{BD} = (x - 2; y - 3; z + 4); \overrightarrow{CD} = (x - 1; y - 2; z).$$

Vì tam giác ABC đều nên tứ diện ABCD đều khi và chỉ khi $AD = BD = CD = AB = 3\sqrt{2}$

$$\begin{cases} (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z)^2 \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ 3x^2 - 16x + 20 = 0 \end{cases}$$

$$D(2; 6; -1) \vee D\left(\frac{10}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{-7}{3}\right). \text{ Do } y > 0, \text{ nên chọn } D(2; 6; -1) \text{ và } T = 2 + 6 - 1 = 7.$$

Câu 6: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau 5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a; b; c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a + b + c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 0,6

Gọi $Q(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$; $\overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow N$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $MN = 4NQ$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(875; 325; 10,5)$

$$\text{Từ đó suy ra } \frac{a+b+c}{2025} = \frac{875+325+10,5}{2025} = 0,59(7) \approx 0,6$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 06

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-1;1)$. B. $(0;3)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(1;3)$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. 5.

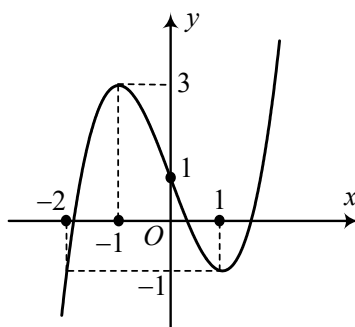
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	6

Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

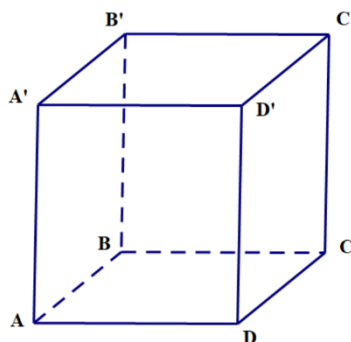
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = \frac{x-1}{x+2025}$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'}$ bằng



- A. $\overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{AB'}$. D. $\overrightarrow{AD'}$.

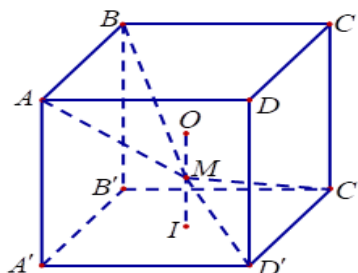
Câu 6: Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 1,45 . B. 1,46 . C. 1,47 . D. 1,44 .

Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $3\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{OI}$. B. $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IM}$. C. $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MI}$. D. $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MO}$.

Câu 8: Khảo sát chiều cao của một nhóm 10 học sinh lớp 12A (theo đơn vị đo là centimét). Ta có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chu kì (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Tần số	1	3	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 20 . B. 25 . C. 15 . D. 30 .

Câu 9: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

- A. 0 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(1;0;-3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;3)$. D. $(0;2;-3)$.

Câu 11: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

- A. -1. B. $-\frac{10}{3}$. C. 1. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3;0;8)$ và $D(-5;-4;0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

- A. $5\sqrt{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. 6 . D. 12 .

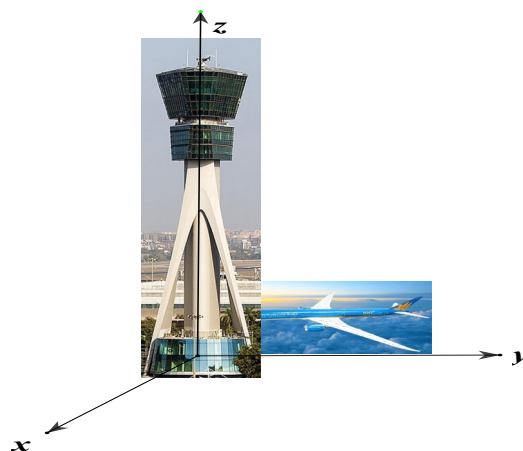
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

- a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.
- c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.
- d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 2: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 600 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình bên) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



- a) Tọa độ của radar đặt trên tháp $(0; 0; 0, 1)$.
- b) Tọa độ của máy bay trong hệ trục tọa độ đã chọn: $F(400; 300; 12)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar 264,85 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay tại vị trí F .

Câu 3: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -1; 4)$, $B(2; 0; -1)$ và $C(1; -2; 0)$.

- a) Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0; -1; 0)$.
- b) Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh AB .
- c) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.
- d) Gọi $N(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a + b + c$ là một số nguyên tố.

Câu 4: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

a) Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3;2;5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6;-6;5)$

b) Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3;2;-5)$

c) Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9;-8;10)$

d) Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Tính giá trị của biểu thức $M^2 - 2m$.

Câu 2: Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km. Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan 10 km về phía tây, 5 km về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển 4359 m. Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là

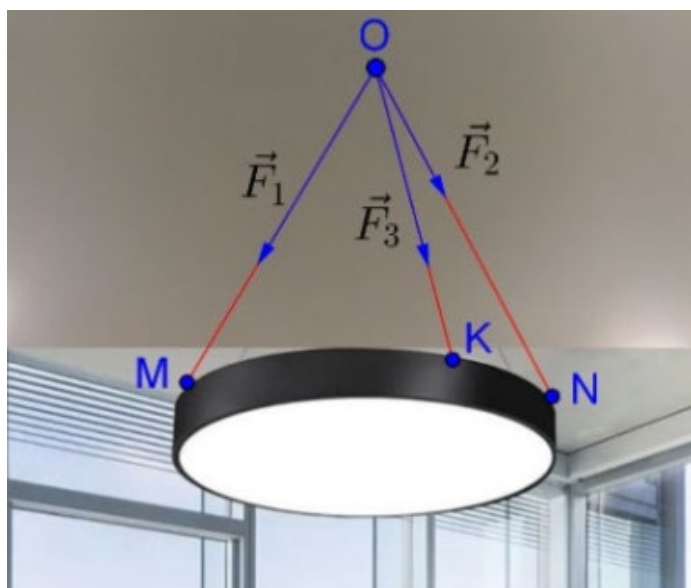


Câu 3: Thời gian (phút) di chuyển đến trường của nhóm học sinh trường THPT Chu Văn An Hà Nội được tổng hợp dưới bảng sau:

Thời gian	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười) là:

- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;1)$, $B(3;-4;1)$. Điểm $M \in Oy$ sao cho $T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến số thập phân thứ 2).
- Câu 5:** Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất (Đơn vị nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30000 đồng.
- Câu 6:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi giây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3} \text{ (N)}$. Biết trọng lượng của chiếc đèn đó là $a \text{ (N)}$. Tìm a .



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Hàm số $y = x^3 - 3x - 2025$ nghịch biến trên khoảng

- A.** $(-1;1)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Theo bảng xét dấu: $y' < 0 \forall x \in (-1;1) \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

- A.** 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y = -x^3 + 3x + 1 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2]. \end{cases}$$

Mặt khác

$$y(0) = 1$$

$$y(1) = 3$$

$$y(2) = -1.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	2	4	-1	6

Tổng số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

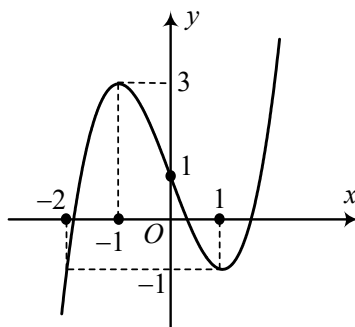
Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4 \end{cases}$ nên đồ thị hàm số không có một tiệm cận đứng nào.

Câu 4: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = \frac{x-1}{x+2025}$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

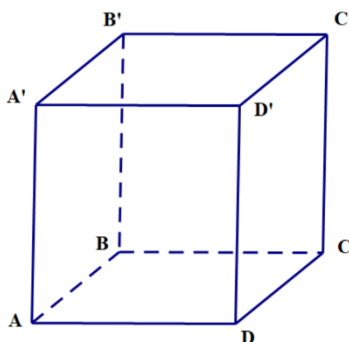
Lời giải

Chọn D

Đồ thị là hàm số bậc ba và có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ loại A, B .

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại $x = 1, x = -1 \Rightarrow$ chọn D .

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Ta có $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'}$ bằng



A. $\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{AB'}$.

D. $\overrightarrow{AD'}$.

Lời giải

Cách 1: $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} = (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'A}) + (\overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}) + \overrightarrow{AA'}$
 $= (\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}) + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{A'C}$.

Cách 2: $\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'C}$.

Câu 6: Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
------------	--------	---------	---------	---------	---------

Tần số	18	10	6	4	2
--------	----	----	---	---	---

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A.** 1,45. **B.** 1,46. **C.** 1,47. **D.** 1,44.

Lời giải

Ta có bảng thống kê cụ thể của các học sinh theo giá trị đại diện

Độ dài đại diện (m)	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cỡ mẫu $n = 40$.

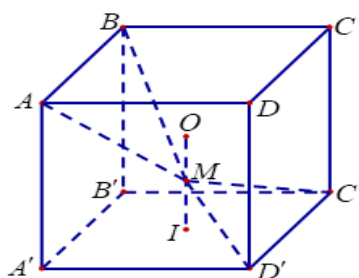
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 9,5 + 10 \cdot 10,5 + 6 \cdot 11,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 13,5}{40} = 10,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18 \cdot 9,5^2 + 10 \cdot 10,5^2 + 6 \cdot 11,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475 \approx 1,45.$$

- Câu 7:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho $OM = \frac{1}{2}MI$ (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $3\overrightarrow{IM} = \overrightarrow{OI}$. **B.** $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IM}$. **C.** $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{MI}$. **D.** $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{MO}$.

Lời giải

Ta dễ dàng nhận thấy đáp án C sai vì không thỏa mãn giả thiết. Đáp án D, A sai vì hai véc tơ cùng phương nhưng khác hướng.

- Câu 8:** Khảo sát chiều cao của một nhóm 10 học sinh lớp 12A (theo đơn vị đo là centimét). Ta có được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chu kỳ (cm)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Tần số	1	3	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A.** 20. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 30.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R_n = 170 - 150 = 20$.

Câu 9: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x}$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Tập xác định: $D = [-16; +\infty) \setminus \{-1; 0\}$

Ta có :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+16}+4)} = \frac{1}{8}$$

Do đó $x = 0$ không phải là tiệm cận đứng.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+x} = +\infty \text{ do đó } x = -1 \text{ là tiệm cận đứng.}$$

Vậy: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1; 0; -3)$.

B. $(1; 0; 0)$.

C. $(1; 2; 3)$.

D. $(0; 2; -3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm M có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Gọi điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) là điểm A' khi đó điểm M là trung điểm AA'

$$\text{Ta suy ra: } \begin{cases} x_{A'} = 2x_M - x_A \\ y_{A'} = 2y_M - y_A \\ z_{A'} = 2z_M - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\ y_{A'} = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \\ z_{A'} = 2 \cdot 0 + 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow A'(1; 2; 3)$$

Câu 11: Hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Tổng $x_1 + x_2$ có giá trị bằng

A. -1.

B. $-\frac{10}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 10x + 3$. Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Theo tính chất của hàm số bậc ba ta suy ra hàm số đã đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = \frac{10}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$ có $B(3; 0; 8)$ và $D(-5; -4; 0)$. Độ dài cạnh của hình vuông đã cho bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 6.

D. 12.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow BD = 12 \Rightarrow AB = \frac{BD}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng. Ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

b) Đúng. Ta có $y = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1} = x + 2 + \frac{4}{x - 1}$, nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) Sai. Ta có $y' = 1 - \frac{4}{(x - 1)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Lập bảng biến thiên hàm số ta được điểm $A(-1; -1)$ là điểm cực đại của hàm số.

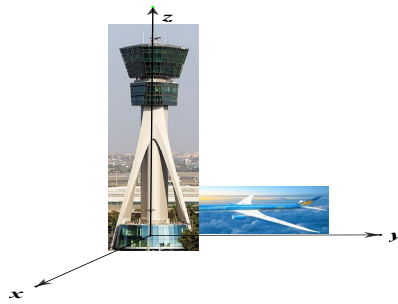
d) Đúng. Ta có tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(-1; -1)$ và $B(3; 7)$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}(4; 8)$ là véc tơ chỉ phương, nên $\vec{n}(2; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB .
 Vậy phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là đường thẳng AB có phương trình: $2(x - 3) - 1(y - 7) = 0 \Leftrightarrow y = 2x + 1$.

Khi đó giao của d với hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt là $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ và $N(0; 1)$.

Tam giác tạo thành là tam giác vuông OMN có diện tích bằng $S = \frac{1}{2}OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

Câu 2: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 600 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình bên) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí F cách mặt đất 12 km, cách 400 km về phía tây và 300 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

- Tọa độ của radar đặt trên tháp $(0;0;0,1)$.
- Tọa độ của máy bay trong hệ trục tọa độ đã chọn: $F(400;300;12)$.
- Khoảng cách từ máy bay đến radar 264,85 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Radar của trung tâm kiểm soát không lưu phát hiện được máy bay tại vị trí F .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng. Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,1)$.

b) Sai.

- Máy bay cách mặt đất 12 km, nghĩa là tọa độ trên trục z là 12 km.

- Máy bay cách 400 km về phía tây so với tháp, tức là tọa độ trên trục x sẽ là 400 km.

- Máy bay cách 300 km về phía bắc so với tháp, tức là tọa độ trên trục y sẽ là -300 km (do trục y hướng về phía nam).

Tọa độ của máy bay là: $(400;-300;12)$.

c) Sai

Vậy khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(400-0)^2 + (-300-0)^2 + (12-0,1)^2} \approx 500,14 \text{ (km)}$$

d) Sai. Vì $500,14 < 600$ nên radar của trung tâm kiểm soát có phát hiện được máy bay.

Câu 3: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;-1;4)$, $B(2;0;-1)$ và $C(1;-2;0)$.

a) Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(0;-1;0)$.

b) Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh AB .

c) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.

d) Gọi $N(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a + b + c$ là một số nguyên tố.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai. Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(3; 0; 4)$.

b) Sai. Trong tam giác ABC , cạnh có độ dài nhỏ nhất là cạnh BC .

$$AB = \sqrt{(2-3)^2 + (0+1)^2 + (-1-4)^2} = 3\sqrt{3}.$$

$$BC = \sqrt{(1-2)^2 + (-2-0)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{6}.$$

$$CA = \sqrt{(1-3)^2 + (-2+1)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{21}.$$

c) Đúng. Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3\sqrt{14}}{2}$.

Ta có $AB^2 = BC^2 + CA^2$ nên tam giác ABC vuông tại C . Diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} CA \cdot BC = \frac{1}{2} \sqrt{6} \cdot \sqrt{21} = \frac{3\sqrt{14}}{2} \text{ (đvdt)}.$$

d) Đúng. $N(3; 2; -2)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Khi đó $a + b + c = 3 + 2 + (-2) = 3$ là một số nguyên tố.

$$\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{NB} \Leftrightarrow \overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{NB}.$$

Mặt khác $\overrightarrow{NC}(1-a; -2-b; -c), \overrightarrow{NB}(2-a; -b; -1-c)$. Do vậy

$$\begin{cases} 1-a = 2(2-a) \\ -2-b = -2b \\ -c = 2(-1-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $N(3; 2; -2)$.

Câu 4: Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía Nam và 2 m về phía Đông. Chiếc flycam thứ hai cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía Bắc và 6 m về phía Tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo mét.

a) Tọa độ của chiếc flycam thứ nhất là $A(3; 2; 5)$. Tọa độ của chiếc flycam thứ hai là $B(-6; -6; 5)$

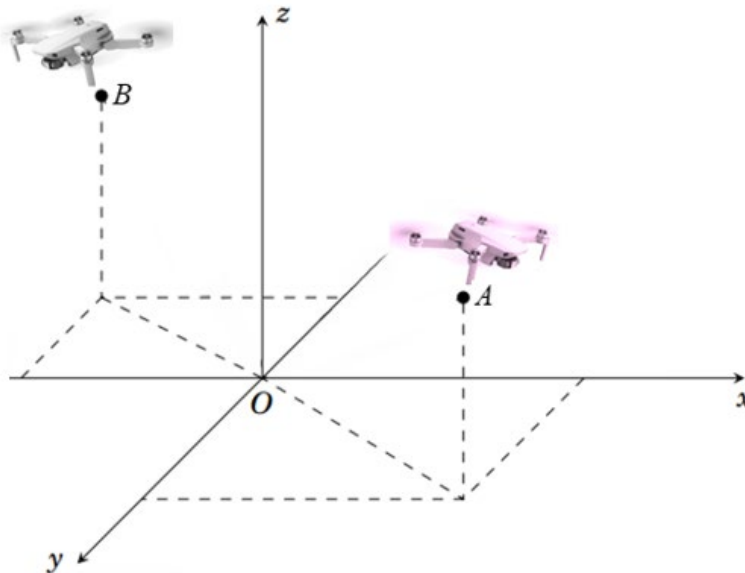
b) Điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $A'(3; 2; -5)$

c) Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho M, A', B thẳng hàng là $M(-9; -8; 10)$

d) Trên mặt đất, người ta xác định một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó là $7\sqrt{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Đúng

Theo giả thiết, $A(3; 2; 5)$ và $B(-6; -6; 5)$

b) Đúng

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) , suy ra $A'(3; 2; -5)$

c) Sai

Trên mp (Oxy) , Xét $M(a; b; 0)$.

$$\overrightarrow{BM} = (a + 6; b + 6; -5), \overrightarrow{BA'} = (9; 8; -10).$$

M, A', B thẳng hàng suy ra $\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BA'}$ cùng phương, tức là $\overrightarrow{BM} = k \overrightarrow{BA'} (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a + 6 = 9k \\ b + 6 = 8k \\ -5 = -10k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -2 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -2; 0\right)$$

d) Sai

Gọi I là điểm cần tìm

$IA + IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow IA' + IB$ ngắn nhất $\Leftrightarrow I, A', B$ thẳng hàng (Vì A', B trái phía so với mặt phẳng (Oxy)) $\Leftrightarrow I \equiv M$

Vậy khoảng cách cần tìm là $OM = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2,5$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Trả lời:

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Tính giá trị của biểu thức $M^2 - 2m$.

Lời giải

Trả lời: 7

+ Tập xác định : $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$+ y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$\nearrow$	-3	$\searrow$	$\nearrow$	1

Vậy $M = -3, m = 1 \Rightarrow M^2 - 2m = 7$.

Câu 2: Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây, Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong $Oxyz$ tính theo km. Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan 10 km về phía tây, 5 km về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển 4359 m . Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là



Lời giải

Trả lời: 12

Tọa độ của radar là $(0; 0; 0)$. Đổi đơn vị $4359\text{ m} = 4,359\text{ km} \approx \sqrt{19}\text{ km}$

Chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(10; 5; -\sqrt{19})$ đối với hệ trục tọa độ nói trên (do ở độ sâu cách mặt nước biển $\sqrt{19} \text{ km}$. Mà Oz hướng lên trời nên cao độ âm). Khoảng cách từ tàu thám hiểm tới radar là $\sqrt{10^2 + 5^2 + \sqrt{19}^2} = 12 \text{ km}$.

Câu 3: Thời gian (phút) di chuyển đến trường của nhóm học sinh trường THPT Chu Văn An Hà Nội được tổng hợp dưới bảng sau:

Thời gian	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười) là:

Lời giải

Trả lời: 14,5

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2
Tần số tích lũy	2	12	28	36	38	40

Số phần tử của mẫu là $n = 40$.

Ta có: $\frac{n}{4} = 10$ mà $2 < 10 < 12$.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10.

Xét nhóm 2 là nhóm $[40; 50)$ có $s = 40; h = 10$;

$n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[30; 40)$ có $cf_1 = 2$.

Ta có tứ phân vị thứ nhất:

$$Q_1 = 40 + \frac{10-2}{10} : 10 = 48$$

Ta có: $\frac{n}{2} = 20$ mà $12 < 20 < 28$.

Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 20.

Xét nhóm 3 là nhóm $[50; 60)$ có $r = 50; d = 10; n_3 = 16$ và nhóm 2 là nhóm $[40; 50)$ có $cf_2 = 12$;

Ta có tứ phân vị thứ hai:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{20-12}{16} : 10 = 55$$

Ta có: $\frac{3n}{4} = 30$ mà $28 < 30 < 36$.

Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 30.

Xét nhóm 4 là nhóm $[60; 70)$ có $t = 60; l = 10; n_4 = 8$ và nhóm 3 là nhóm $[50; 60)$ có $cf_3 = 28$;

Ta có tứ phân vị thứ ba:

$$Q_3 = 60 + \frac{30-28}{8} : 10 = 62,5$$

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 14,5$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;1)$, $B(3;-4;1)$. Điểm $M \in Oy$ sao cho $T = 2MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Lời giải

Trả lời: 0,67

Vì điểm $M \in Oy$ suy ra $M(0;b;0)$.

$$\text{Ta có } MA^2 = \left(\sqrt{2^2 + (3-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 2^2 + (3-b)^2 + 1^2 = 4 + (b-3)^2 + 1;$$

$$MB^2 = \left(\sqrt{3^2 + (-4-b)^2 + 1^2} \right)^2 = 3^2 + (-4-b)^2 + 1^2 = 9 + (b+4)^2 + 1.$$

$$\text{Khi đó ta có } 2MA^2 + MB^2 = 2(4 + (b-3)^2 + 1) + (9 + (b+4)^2 + 1)$$

$$= 2(4 + b^2 - 6b + 9 + 1) + (9 + b^2 + 8b + 16 + 1)$$

$$= 2(b^2 - 6b + 14) + (b^2 + 8b + 26)$$

$$= 2b^2 - 12b + 28 + b^2 + 8b + 26$$

$$= 3b^2 - 4b + 54$$

$$= 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{3}.$$

$$\text{Vì } \left(b - \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b$$

$$\text{Nên } 3\left(b - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{158}{3} \geq \frac{158}{3}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } b = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

$$\text{Vậy } T = 2MA^2 + MB^2 \text{ đạt giá trị nhỏ nhất là } \frac{158}{3} \text{ khi } b = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

Câu 5: Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50 000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất (Đơn vị nghìn đồng), biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30 000 đồng.

Lời giải

Trả lời: 41

Gọi x đồng ($30\,000 < x < 50\,000$) là giá bán vải mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là $(50\,000 - x)$ đồng.

Số lượng vải bán ra đã tăng thêm là $\frac{50 \cdot (50000 - x)}{4000} = 625 - 0,0125 \cdot x$.

Tổng số vải bán được là $25 + 625 - 0,0125 \cdot x = 650 - 0,0125 \cdot x$.

Doanh thu của cửa hàng là $(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot x$.

Số tiền vốn ban đầu để mua vải là $(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot 30000$.

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là:

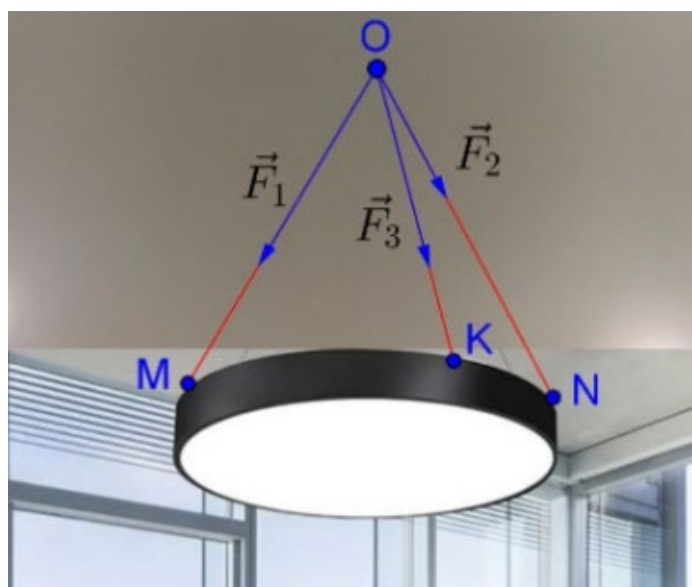
$$(650 - 0,0125 \cdot x) \cdot x - (650 - 0,0125 \cdot x) \cdot 30000 = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000.$$

Ta có: $f(x) = -0,0125x^2 + 1025x - 19500000 = -0,0125(x - 41000)^2 + 1512500 \leq 1512500$.

Suy ra $\max f(x) = 1512500$ khi $x = 41000$ đồng.

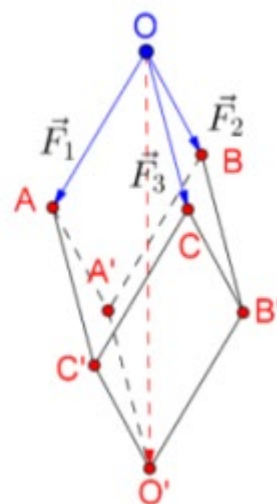
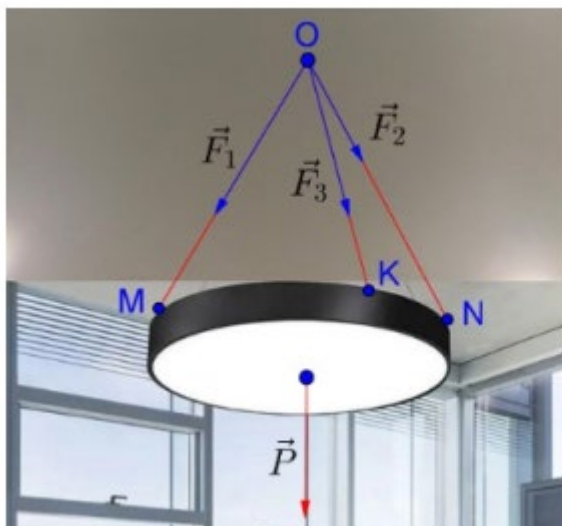
Vậy giá bán mỗi cân vải là 41000 đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 6: Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi giây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm M, N, K trên đường tròn sao cho lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OM, ON, OK đôi một vuông góc với nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3}$ (N). Biết trọng lượng của chiếc đèn đó là a (N). Tìm a .



Lời giải

Trả lời: 75



Gọi A, B, C lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1, \overrightarrow{OB} = \vec{F}_2, \overrightarrow{OC} = \vec{F}_3$. Lấy các điểm A', B', C', O' sao cho $OAC'C \cdot BA'O'B'$ là hình hộp. Khi đó, áp dụng quy tắc hình hộp, ta có:
 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OO'}$

Mặt khác lực các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ đôi một vuông góc nhau và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 25\sqrt{3} \text{ (N)}$ nên hình hộp $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và bằng nhau. Vì thế hình lập phương $OAC'C \cdot BA'O'B'$ có độ dài cạnh bằng $25\sqrt{3}$ suy ra độ dài đường chéo $OO' = 25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 75$.

Do chiếc đèn ở vị trí cân bằng nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lượng tác dụng lên chiếc đèn. Vậy trọng lực của chiếc đèn là $P = |\vec{P}| = |\overrightarrow{OO'}| = 25\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 75 \text{ (N)}$.

Vậy $a = 75$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 07

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

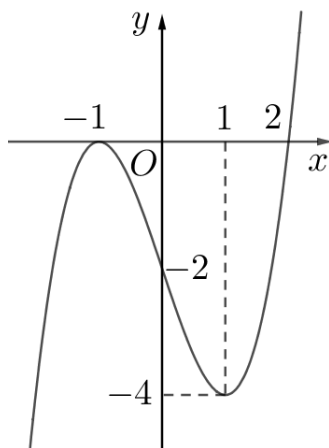
x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0		5	1	4

- A.** $M = f(0)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(-1)$.

Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

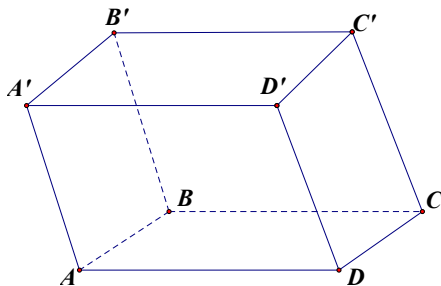
- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(0; -4)$. **D.** $(0; -2)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vectơ nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{DB'}$. B. $\overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5; -1; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; -1; 0)$. B. $(5; 0; 0)$. C. $(0; -1; 3)$. D. $(-1; 3; 0)$.

Câu 7: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho.

Thời gian (phút)	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$
Số người	2	4	10	5	3

- A. 120. B. 150. C. 90. D. 180.

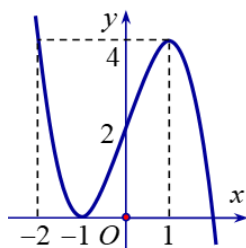
Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 31,77. B. 31,25. C. 31,44. D. 32,25.

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A. $(-1; 0)$. B. $(0; -1)$. C. $(1; 4)$. D. $(0; 2)$.

Câu 10: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

- A. 14. B. 15. C. 12. D. 13.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

- A. 0. B. -2. C. -1. D. $-\sqrt{2}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng:

A. 150° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

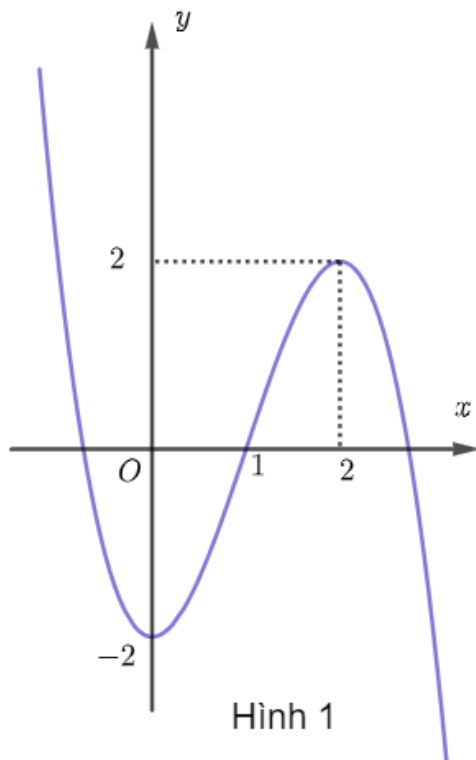
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

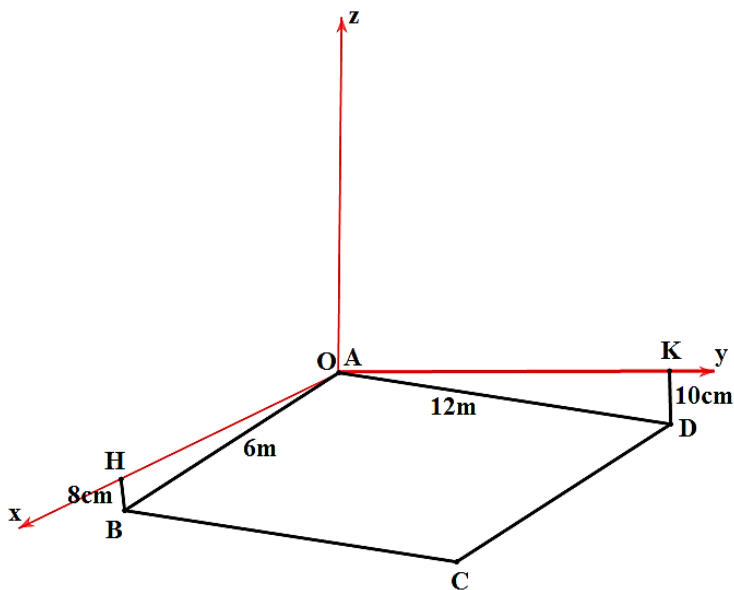
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 1.



Hình 1

Câu 2: Bác An dự định xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 6\text{m}$ và $AD = 12\text{m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B và D thấp hơn vị trí A lần lượt là 8cm và 10cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và kết quả làm tròn nguyên đến cm



- Độ dài $AK \approx 1200 \text{ cm}$.
- Tọa độ điểm $D(0;1200;10)$.
- Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Tọa độ tâm $I(300;600;9)$.
- Vị trí C thấp hơn vị trí A là 18cm .

Câu 3: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	$[120; 122)$	$[122; 124)$	$[124; 126)$	$[126; 128)$	$[128; 130)$
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- Cỡ mẫu của cổ phiếu A là 50
- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216
- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.
- Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Câu 4: Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 1, OB = 2, OC = 3$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

b) Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{OG}$ bằng 3.

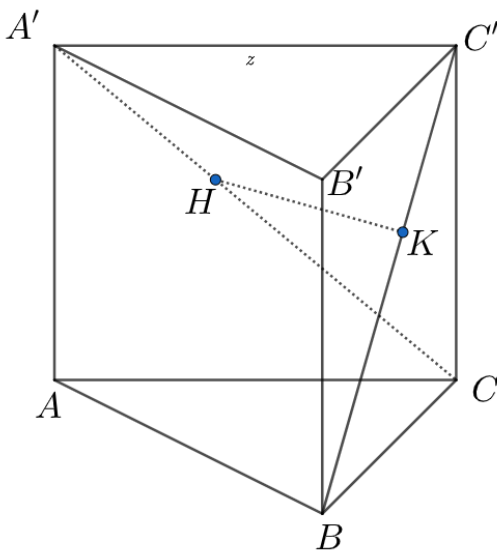
c) Độ dài vector $\overrightarrow{OG}$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

d) Khi điểm M thay đổi, biểu thức $Q = MA^2 + MB^2 + MC^2 + 3MO^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OG .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ và $\vec{b}(x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$. Biết $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc tù và $|\vec{b}| = \sqrt{29}$. Tính giá trị biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$

Câu 2: Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bảng thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên 300 mét và cạnh đáy và dài 200 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng cây cầu hình HK bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 6 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao giá xây cây cầu là thấp nhất. Hỏi giá xây dựng cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 3: Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h) ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

- Câu 4:** Một cửa hàng trà sữa sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc trà sữa. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 14 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 3 000 cốc, còn từ mức giá 14 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc trà sữa không thay đổi là 12 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc trà sữa với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt được lợi nhuận lớn nhất?
- Câu 5:** Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 (km) và về phía Nam 80 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 (km) và về phía Tây 60 (km), đồng thời cách mặt đất 800 (m). Xác định khoảng cách (km) giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay. *(đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$; $B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

- A.** $M = f(0)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(-1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$.

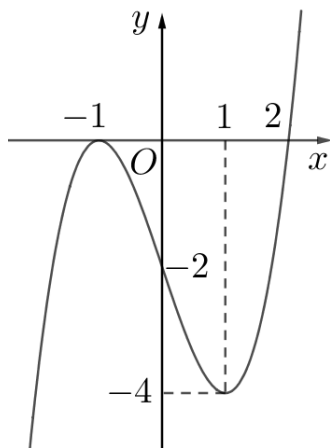
Câu 3: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

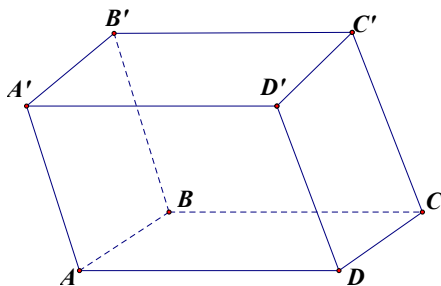


- A. $(-1;0)$. B. $(2;0)$. C. $(0;-4)$. D. $(0;-2)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta dễ thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình dưới), tổng của $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$ là vector nào dưới đây?



- A. $\overrightarrow{DB'}$. B. $\overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Theo qui tắc hình hộp $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(5;-1;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0;-1;0)$. B. $(5;0;0)$. C. $(0;-1;3)$. D. $(-1;3;0)$.

Lời giải

Câu 7: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho.

Thời gian (phút)	$[30;60)$	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$
Số người	2	4	10	5	3

- A. 120. B. 150. C. 90. D. 180.

Lời giải

Đầu mút phải của nhóm ghép cuối cùng là 180,

Đầu mút trái của nhóm ghép đầu tiên là 30.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 180 - 30 = 150$.

Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

- A.** 31,77. **B.** 31,25. **C.** 31,44. **D.** 32,25.

Lời giải

+ Cỡ mẫu: $n = 18$.

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[40; 45)$
Giá trị đại diện	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Số ngày	6	6	4	1	1

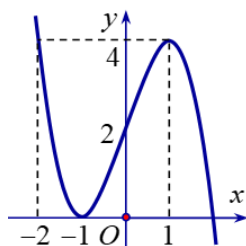
+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 6 + 32,5 \cdot 4 + 37,5 \cdot 1 + 42,5 \cdot 1}{18} = \frac{85}{3}.$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{18} (22,5^2 \cdot 6 + 27,5^2 \cdot 6 + 32,5^2 \cdot 4 + 37,5^2 \cdot 1 + 42,5^2 \cdot 1) - \left(\frac{85}{3} \right)^2 = 31,25.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(0; -1)$. **C.** $(1; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta có đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu là $(-1; 0)$.

Câu 10: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

- A.** 14. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Cân nặng của n con cá là: $f(n) = n \cdot P(n) = 480n - 20n^2$.

Xét hàm số $f(n) = -20n^2 + 480n$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(n) = -40n + 480 = 0 \Leftrightarrow n = 12.$$

Lập bảng biến thiên:

n	0	12	$+\infty$	
$f'(n)$		+	0	-
$f(n)$	0	2880	$-\infty$	

Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên một đơn vị diện tích mặt hồ là 12 con cá.

Câu 11: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. 0.

B. -2.

C. -1.

D. $-\sqrt{2}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	-1	$-\sqrt{2}$	1

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (-3; 4; -5)$. Số đo của góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng:

A. 150° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 + 1 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + (-5)^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}.$$

Số đo của góc giữa hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng: $(\vec{u}; \vec{v}) = 150^\circ$.

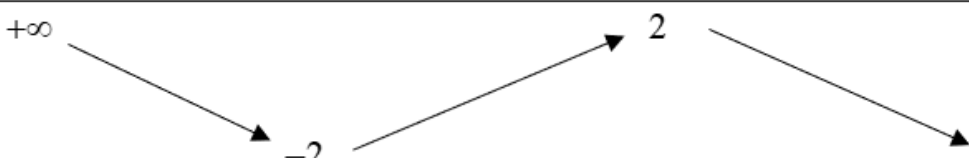
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

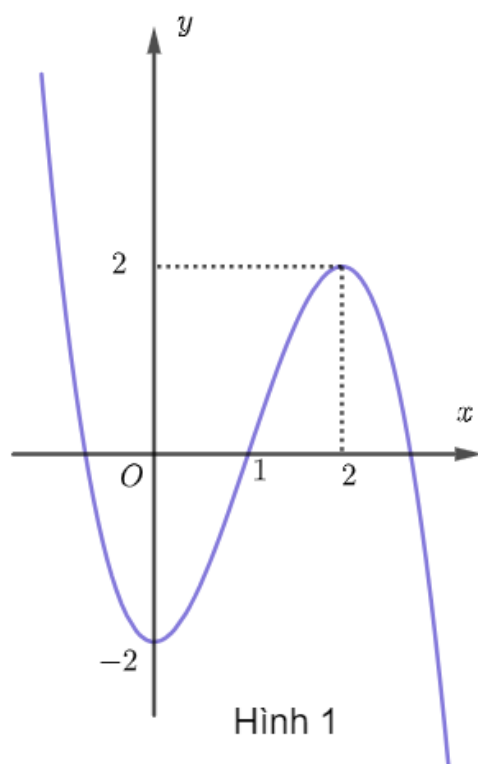
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$				

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình 1.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) **Đúng.** Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$,

b) **Sai.**

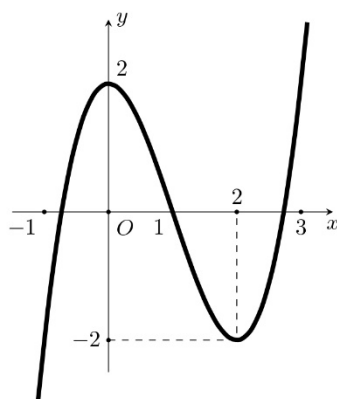
c) **Sai.** $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

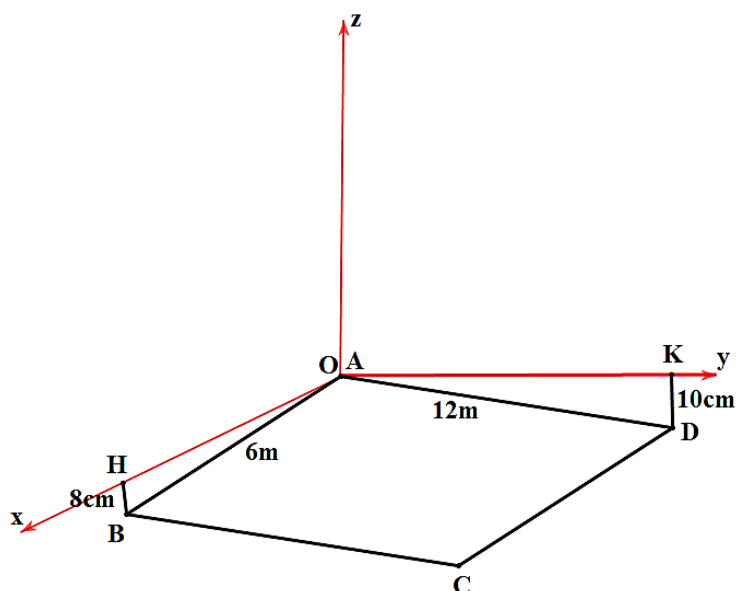
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Sai. Đồ thị hàm số đã cho là:



Câu 2: Bác An dự định xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 6\text{m}$ và $AD = 12\text{m}$. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B và D thấp hơn vị trí A lần lượt là 8cm và 10cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và kết quả làm tròn nguyên đến cm



a) Độ dài $AK \approx 1200 \text{ cm}$.

b) Tọa độ điểm $D(0; 1200; 10)$.

c) Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$. Tọa độ tâm $I(300; 600; 9)$.

d) Vị trí C thấp hơn vị trí A là 18cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng. $AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \sqrt{1200^2 - 10^2} \approx 1200$ cm.

b) Sai. $D(0; 1200; -10)$.

c) Sai. $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{600^2 - 8^2} \approx 600$ cm

$$\Rightarrow B(600; 0; -8)$$

$$\Rightarrow I(300; 600; -9)$$

d) Đúng. $\overrightarrow{AB} = (600; 0; -8); \overrightarrow{DC} = (x_C; y_C - 1200; z_C + 10)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 600 \\ y_C - 1200 = 0 \\ z_C + 10 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 600 \\ y_C = 1200 \\ z_C = -18 \end{cases} \Rightarrow C(600; 1200; -18)$$

nên C thấp hơn vị trí A 18 cm.

Câu 3: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120; 122)	[122; 124)	[124; 126)	[126; 128)	[128; 130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Cỡ mẫu của cổ phiếu A là 50

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 7,5216

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 115,28.

d) Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A :

Cỡ mẫu của cổ phiếu A : $n_A = 8 + 9 + 12 + 10 + 11 = 50$. **a) Đúng**

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8.121 + 9.123 + 12.125 + 10.127 + 11.129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216 . \text{ b) Đúng}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216}$.

- Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,28. \text{ c) Sai}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,48)^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096}$.

Vậy nếu đánh giá độ rủi ro theo phương sai và độ lệch chuẩn thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B . **d) Đúng**

Câu 4: Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 1, OB = 2, OC = 3$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$.

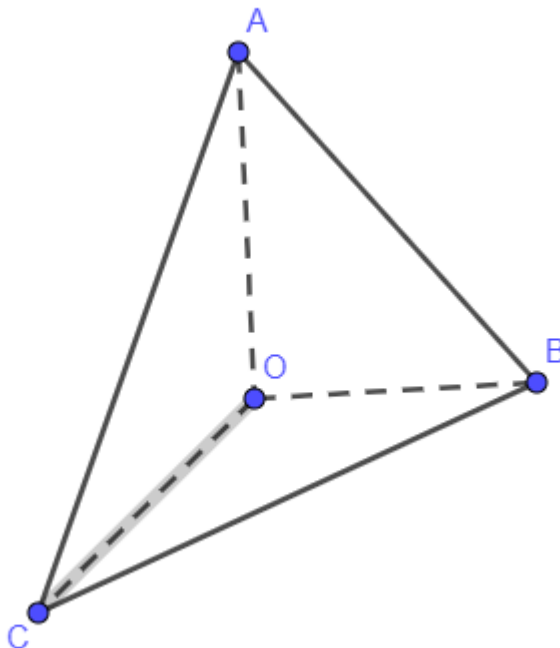
b) Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{OG}$ bằng 3.

c) Độ dài vector $\overrightarrow{OG}$ bằng $\frac{\sqrt{14}}{3}$.

d) Khi điểm M thay đổi, biểu thức $Q = MA^2 + MB^2 + MC^2 + 3MO^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi điểm M là trung điểm của đoạn thẳng OG .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
----------------	---------------	----------------	----------------



a) Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) \cdot (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{1}{3}(OB^2 - OA^2) = 1$. Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta có $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) \Rightarrow OG^2 = \frac{1}{9}(OA^2 + OB^2 + OC^2) = \frac{14}{9} \Rightarrow OG = \frac{\sqrt{14}}{3}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Gọi điểm I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IO} = \vec{0}$. Ta có $3\overrightarrow{IG} + 3\overrightarrow{IO} = \vec{0}$, suy ra I là trung điểm của đoạn thẳng OG .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } Q &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + 3\overrightarrow{MO}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IO})^2 \\ &= 6MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + 3\overrightarrow{IO}) + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 3IO^2 \\ &= 6MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 3IO^2. \end{aligned}$$

Do $IA^2 + IB^2 + IC^2 + 3IO^2$ không đổi nên Q nhỏ nhất khi M trùng I .

Suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = (-3; 2; 4)$ và $\vec{b}(x_0; y_0; z_0)$ cùng phương với vector $\vec{a}$. Biết $\vec{b}$ tạo với tia Oy một góc tù và $|\vec{b}| = \sqrt{29}$. Tính giá trị biểu thức $P = x_0 + y_0 + z_0$

Lời giải

Trả lời: -3

$$\text{Vì } \vec{b} \text{ cùng phương với } \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = k\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -3k \\ y_0 = 2k \\ z_0 = 4k \end{cases}$$

$$\text{Lại có } |\vec{b}| = \sqrt{29} \Leftrightarrow \sqrt{(-3k)^2 + (2k)^2 + (4k)^2} = \sqrt{29} \Leftrightarrow k = \pm 1$$

$$\square \text{ Với } k = 1 \Rightarrow \vec{b} = (-3; 2; 4)$$

$$\text{Khi đó } \cos(\vec{b}, O_y) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = (-3) \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0 = 2 > 0$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và O_y là góc nhọn (loại)

$$\square \text{ Với } k = -1 \Rightarrow \vec{b} = (3; -2; -4)$$

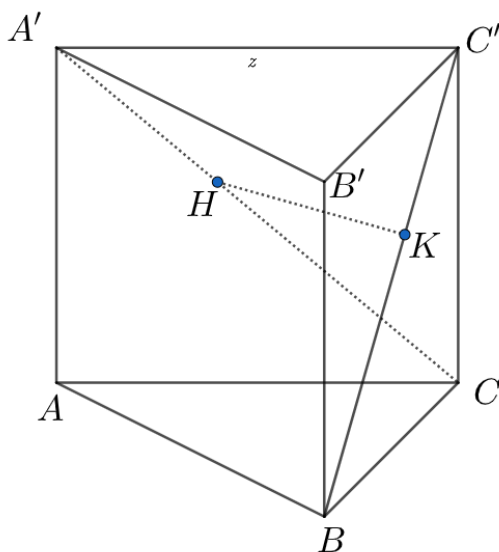
$$\text{Khi đó } \cos(\vec{b}, O_y) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{j}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{j}|}, \text{ trong đó } \vec{b} \cdot \vec{j} = 3 \cdot 0 + (-2) \cdot 1 + (-4) \cdot 0 = -2 < 0$$

Suy ra góc tạo bởi $\vec{b}$ và O_y là góc tù (nhận)

$$\text{Do đó } \vec{b} = (3; -2; -4) \Rightarrow x_0 = 3, y_0 = -2, z_0 = -4$$

$$\text{Vậy } P = x_0 + y_0 + z_0 = 3 + (-2) + (-4) = -3$$

Câu 2: Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bảng thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên 300 mét và cạnh đáy và dài 200 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng cây cầu hình HK bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 6 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao giá xây cây cầu là thấp nhất. Hỏi giá xây dựng cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

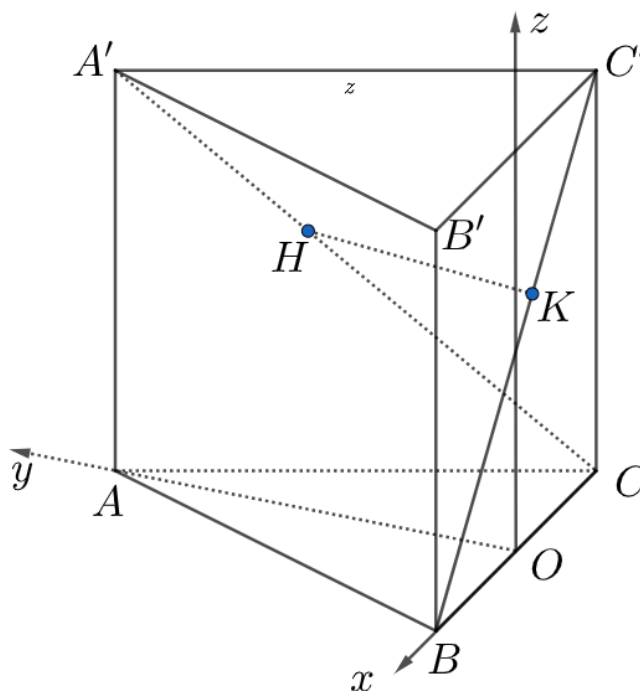


Lời giải

Trả lời: 569

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ sau:

Gọi O là trung điểm cạnh BC .



$$AO = 100\sqrt{3}; OB = OC = 100$$

Ta có:

$$O(0;0;0), A(0;100\sqrt{3};0), A'(0;100\sqrt{3};300), B(100;0;0), C(-100;0;0), C'(-100;0;300)$$

Để tiền xây cầu thấp nhất thì cây cầu phải ngắn nhất. Tức là chiều dài cây cầu là khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và BC' .

$$\overrightarrow{A'C} = (-100; -100\sqrt{3}; -300) \rightarrow \vec{a} = (1; \sqrt{3}; 3)$$

$$\overrightarrow{BC'} = (-200; 0; 300) \rightarrow \vec{b} = (-2; 0; 3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-200; 0; 0)$$

$$d(A'C; BC') = \frac{|\left[\vec{a}, \vec{b} \right] \cdot \overrightarrow{BC}|}{\left| \left[\vec{a}, \vec{b} \right] \right|} = \frac{\left| (3\sqrt{3}; -9; 2\sqrt{3}) \cdot (-200; 0; 0) \right|}{\left| (3\sqrt{3}; -9; 2\sqrt{3}) \right|} = \frac{600\sqrt{3}}{2\sqrt{30}} = 30\sqrt{10}$$

Vậy giá xây dựng cây cầu này là $30\sqrt{10} \cdot 6 = 180\sqrt{10} \approx 569$ tỷ đồng.

Câu 3: Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (h) ($0 \leq t \leq 24$) trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a + b$.

Lời giải

Trả lời: 28

Ta có $h(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) + 5 \Rightarrow h'(t) = -\frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right)$.

$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{12} + \frac{\pi}{3} = k\pi \Leftrightarrow t = -4 + 12k \ (k \in \mathbb{Z})$.

Mà $0 \leq t \leq 24$ nên $0 \leq -4 + 12k \leq 24 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{7}{3} \Rightarrow k \in \{1; 2\}$.

Do đó $h'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 20 \end{cases}$

t	0	8	20	24			
$h'(t)$		-	0	+	0	-	
$h(t)$	6		3		7		6

$\Rightarrow h(t)$ đồng biến trên khoảng $(8; 20)$ hay trong khoảng từ 8h đến 20h độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần.

Vậy $a = 8; b = 20$ và $a + b = 28$.

Câu 4: Một cửa hàng trà sữa sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc trà sữa. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 14 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 3 000 cốc, còn từ mức giá 14 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc trà sữa không thay đổi là 12 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc trà sữa với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 23

Gọi x là giá bán mỗi cốc trà sữa

Khi đó, số lượng trà sữa bán được là

$$3\,000 - \frac{x - 14\,000}{1\,000} \cdot 100 = 4\,400 - \frac{x}{10}$$

Lợi nhuận $f(x) = \left(4\,400 - \frac{x}{10}\right) \cdot (x - 12\,000) = -\frac{x^2}{10} + 4\,600x - 52\,800\,000$

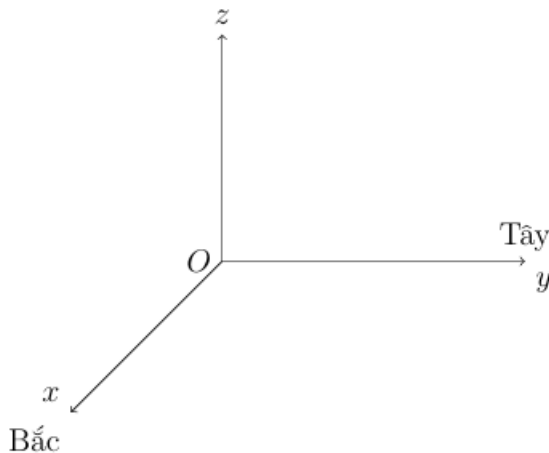
$$f(x) \leq f\left(-\frac{4600}{2 \cdot \frac{-1}{10}}\right) = f(23\,000)$$

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một giờ bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100 (km) và về phía Nam 80 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70 (km) và về phía Tây 60 (km), đồng thời cách mặt đất 800 (m). Xác định khoảng cách (km) giữa hai chiếc khinh khí cầu sau một giờ bay. (đơn vị km, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 220

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (như hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ $(-100; -80; 1)$.

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ $(70; 60; 0,8)$.

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(-100 - 70)^2 + (-80 - 60)^2 + (1 - 0,8)^2} \approx 220 \text{ (km)}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$; $B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta thấy $M(a; b; 0) \in (Oxy)$.

Gọi $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 &= \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = (\overline{IA} - \overline{IM})^2 + (\overline{IB} - \overline{IM})^2 \\ &= (\overline{IA}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IA} \cdot \overline{IM}) + (\overline{IB}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IB} \cdot \overline{IM}) \\ &= IM^2 + 2IA^2 - 2\overline{IM}(\overline{IA} + \overline{IB}) = IM^2 + \frac{AB^2}{2} = IM^2 + 7. \end{aligned}$$

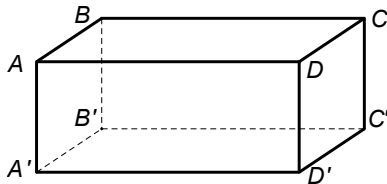
Bởi vậy $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy) . Bởi vậy $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. Như vậy $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$.

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 08

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'B'}$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'}$.

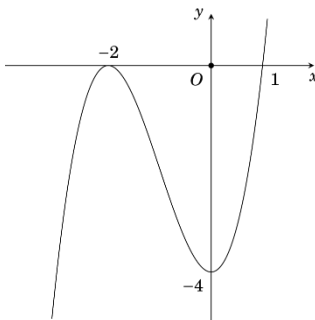
Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho vec-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}$ là:

- A. $\vec{u} = (2; 0; 1)$. B. $\vec{u} = (2; 1; 0)$. C. $\vec{u} = (2; 0; 0)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai điểm $M(2; 1; 2)$ và $N(4; 5; -6)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A. $I(6; 6; -4)$. B. $I(3; 3; -2)$. C. $I(2; 4; -8)$. D. $I(-2; -4; 8)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên dưới.



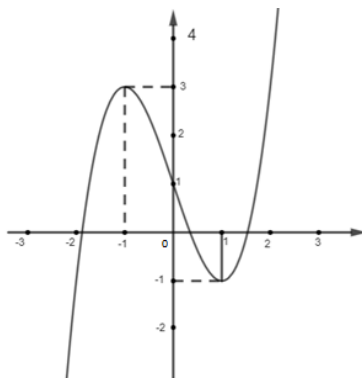
Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào?

- A. $x = 0$. B. $x = -4$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -3$. D. $x = -2$.

Câu 6: Đồ thị sau đây là của hàm số nào



- A. $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x - 1$. C. $y = 2x^3 - 6x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \sin^3 x - 3 \sin x + 1$ xét trên $[0; \pi]$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 8: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14;15). B. [15;16). C. [16;17). D. [17;18).

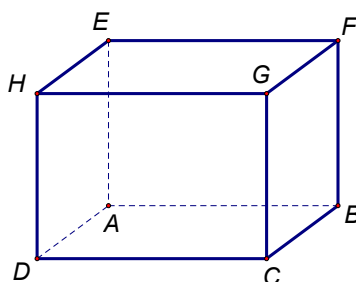
Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,36. D. 0,13.

Câu 10: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động với vận tốc có phương trình là $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$. Trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

- A. 14. B. 13. C. 2. D. 1.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a (như hình vẽ). Tính tích vô hướng của hai vec-tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AH}$ là số nào?



- A. a . B. $\frac{a^2}{2}$. C. a^2 . D. 1.

Câu 12: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$, và $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu là $a(t)$. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln x$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; e]$ là e^3 .

c) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3e}$.

Câu 2: Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

b) $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

c) $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$.

d) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó $\frac{MN}{BD'} = \frac{m}{n}$ (m, n nguyên tố cùng nhau) thỏa mãn $2m + 3n = 13$.

Câu 3: Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê số giờ tự học của các học sinh lớp 12A và 12B

Thời gian (giờ)	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Số học sinh nam	24	26	25	15	10
Số học sinh nữ	14	28	30	31	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ là 5.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam xấp xỉ 1,019.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam là 1,962.

d) Thông qua đối chiếu khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu ghép nhóm ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.

Gọi $B(x)$ là doanh thu và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x + 500$ (nghìn đồng).

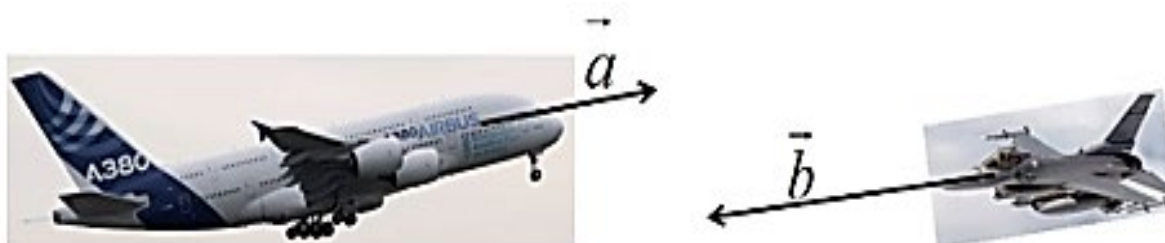
c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1300 (nghìn đồng).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cửa hàng trung bình bán được 120 cái Tivi mỗi tháng với giá 12 triệu đồng một cái. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán với giá bao nhiêu để doanh thu cửa hàng là lớn nhất (tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Câu 2: Với hệ tọa độ $Oxyz$ cho trước, biết một máy bay Airbus chở hành khách đang bay với véc tơ vận tốc $\vec{a}(300; -200; 400)$, đơn vị vận tốc là: km/h. Một máy bay quân sự B bay ngược chiều có tốc độ gấp 2 lần tốc độ của máy bay Airbus. Biết từ lúc bắt đầu gặp máy bay Airbus máy bay quân sự cách đích đến 250km . Tìm thời gian để đến đích của máy bay B (đơn vị giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 3: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc xe X giá 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này số lượng xe X mà khách hàng đã mua trong một năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra tăng thêm 100 chiếc mỗi năm. Hỏi theo đó giá bán mới mỗi chiếc xe X là bao nhiêu triệu đồng để thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Câu 4: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con Ong được kết quả như bảng sau:

Tuổi thọ	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 3; 1)$, $B(3; 1; 3)$, $I(1; 2; -1)$; M là điểm thay đổi nhưng luôn cách điểm I một khoảng bằng 3. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Tính giá trị $40.(m - n)$.

Câu 6: Theo dõi thời gian đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày, ta có bảng số liệu sau: (đơn vị phút)

Lớp	$[19; 21)$	$[21; 23)$	$[23; 25)$	$[25; 27)$	$[27; 29]$	Cộng
Tần số	5	9	10	7	4	35

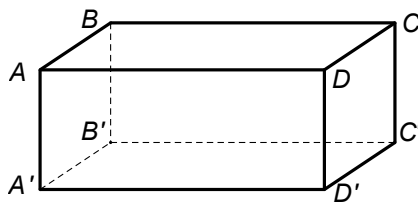
Tính phương sai của mẫu (chính xác đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây là **sai**?



- A.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'B'}$. **D.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải

Theo quy tắc cộng 2 vec-tơ. A và D đúng.

Quy tắc hình bình hành. B đúng.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho vec-tơ $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{k}$. Tọa độ của vec-tơ $\vec{u}$ là:

- A.** $\vec{u} = (2; 0; 1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 1; 0)$. **C.** $\vec{u} = (2; 0; 0)$. **D.** $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Lời giải

vec-tơ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (x; y; z)$.

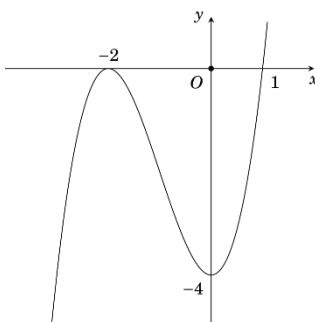
Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai điểm $M(2; 1; 2)$ và $N(4; 5; -6)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

- A.** $I(6; 6; -4)$. **B.** $I(3; 3; -2)$. **C.** $I(2; 4; -8)$. **D.** $I(-2; -4; 8)$.

Lời giải

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của đoạn thẳng } MN \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{x_M + x_N}{2} = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{1+5}{2} = 3 \\ z_I = \frac{z_M + z_N}{2} = \frac{2+(-6)}{2} = -2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 3; -2)$$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào?

- A.** $x = 0$. **B.** $x = -4$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

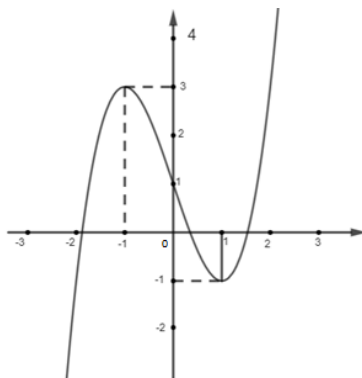
Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A.** $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x+6}{x-2} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+6}{x-2} = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng.

Câu 6: Đồ thị sau đây là của hàm số nào



- A.** $y = \frac{x^3}{3} - x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **C.** $y = 2x^3 - 6x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ Loại B

Hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1; -1) \Rightarrow$ Loại A, C.

Câu 7: Cho hàm số $y = \sin^3 x - 3 \sin x + 1$ xét trên $[0; \pi]$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng

- A.** 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Đặt $t = \sin x, x \in [0; \pi] \Rightarrow t \in [0; 1]$.

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = t^3 - 3t + 1$ trên $[0; 1]$.

$$y' = 3t^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [0; 1] \\ t = -1 \notin [0; 1] \end{cases}$$

$$\max_{[0; 1]} y = \max \{y(0); y(1)\} = \max \{1; -1\} = 1.$$

Câu 8: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A.** [14;15). **B.** [15;16). **C.** [16;17). **D.** [17;18).

Lời giải

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$ và $1+3 < 5 < 1+3+8$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm $[16;17)$

Câu 9: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Qua thống kê quãng đường 20 ngày đi bộ (đơn vị: km) của bác Hương tính được phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 0,1314. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,36. D. 0,13.

Lời giải

Độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$

Câu 10: Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động với vận tốc có phương trình là $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$. Trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

- A. 14. B. 13. C. 2. D. 1.

Lời giải

Ta có $v'(t) = -6t + 12$

Cho $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

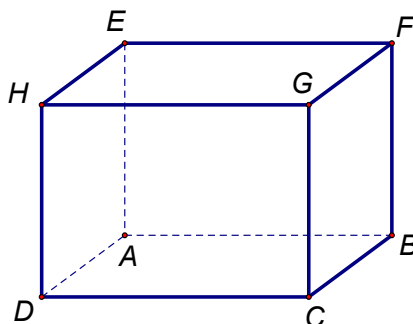
Tính $v(0) = 1$

$v(2) = 13 = \max_{[0;5]} v(t)$

$v(5) = -14$

Vậy vận tốc của chất điểm lớn nhất bằng 13 khi $t = 2$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có cạnh a (như hình vẽ). Tính tích vô hướng của hai vec-tơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AH}$ là số nào?



- A. a . B. $\frac{a^2}{2}$. C. a^2 . D. 1.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BG} = BC \cdot BG \cdot \cos(\widehat{GBC}) = a \cdot a \sqrt{2} \cdot \cos 45^\circ = a^2$

Câu 12: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$, và $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu là $a(t)$. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm tăng?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 12t + 9$

Để vận tốc tăng thì $v'(t) = 6t - 12 > 0, \forall t \geq 0$

$$\Leftrightarrow t > 2$$

Vậy vận tốc tăng khi $t \in (2; +\infty)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln x$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; e]$ là e^3 .

c) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3e}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Đúng.

Hàm số xác định khi $x > 0$. Do đó tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Đúng.

Ta có $f'(x) = 3x^2 \ln x + x^2 = x^2(3 \ln x + 1) > 0$ khi $x \in [1; e]$.

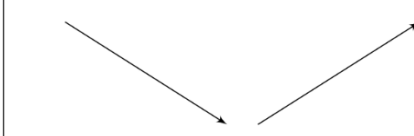
Suy ra hàm số đồng biến trên $[1; e]$.

Vậy $\max_{[1; e]} f(x) = f(e) = e^3$.

c) Đúng.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại) hoặc $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	0	$\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$	$+\infty$
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$			

Suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$.

Câu 2: Trong không gian cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác $AB'C$.

a) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

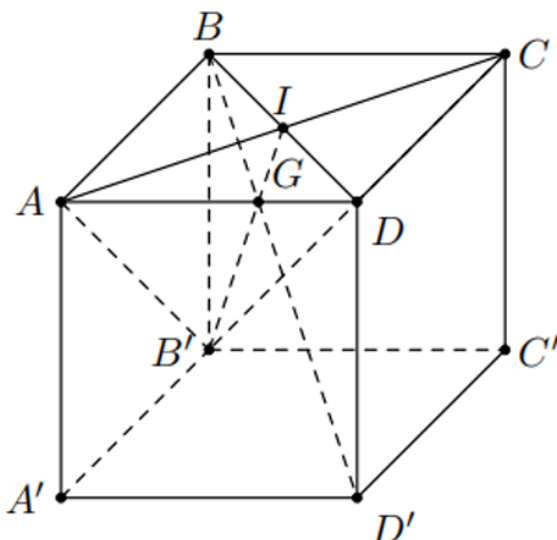
b) $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$.

c) $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$.

d) Gọi M, N lần lượt là hai điểm trên AC và DC' sao cho $MN \parallel BD'$. Khi đó $\frac{MN}{BD'} = \frac{m}{n}$ (m, n nguyên tố cùng nhau) thoả mãn $2m + 3n = 13$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) Theo qui tắc hình hộp, đẳng thức: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. Suy ra a) Đúng.

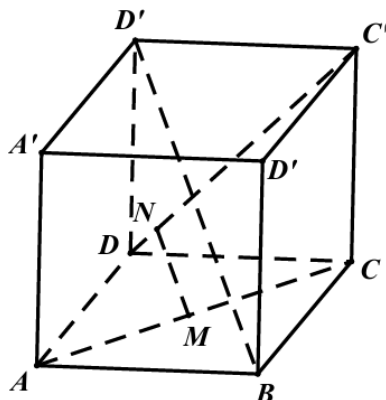
b) Ta có $BD \perp AC; BD \perp AA' \Rightarrow BD \perp (ACC'A') \Rightarrow BD \perp AC' \Rightarrow \overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC'} \Rightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC'} = 0$.

Suy ra b) Đúng.

c) Ta có $\triangle BIG \sim \triangle D'B'G \Rightarrow \frac{BG}{D'G} = \frac{BI}{D'B'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{BG}{BD'} = \frac{1}{3} \Rightarrow \overrightarrow{BD'} = 3\overrightarrow{BG}$.

Suy ra c) sai.

d)



Gọi $\overrightarrow{BA} = \vec{a}, \overrightarrow{BC} = \vec{b}, \overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Giả sử $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DN} = y\overrightarrow{DC'}$.

Ta có $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \vec{a} + x\overrightarrow{AC} = \vec{a} + x(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = (1-x)\vec{a} + x\vec{b}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BN} &= \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DN} = \vec{a} + \vec{b} + y\overrightarrow{DC'} = \vec{a} + \vec{b} + y\overrightarrow{AD'} = \vec{a} + \vec{b} + y\overrightarrow{AD'} \\ &= \vec{a} + \vec{b} + y(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) = (1-y)\vec{a} + \vec{b} + y\vec{c}\end{aligned}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{BM} = (x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b} + y\vec{c}.$$

$$\overrightarrow{BD'} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}.$$

Để $MN \parallel BD'$ thì $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{BD'} \Leftrightarrow (x-y)\vec{a} + (1-x)\vec{b} + y\vec{c} = k(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$

$$\Leftrightarrow (x-y-k)\vec{a} + (1-x-k)\vec{b} + (y-k)\vec{c} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y-k=0 \\ 1-x-k=0 \\ y-k=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{1}{3} \\ k=\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD'} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}BD' \Rightarrow \frac{MN}{BD'} = \frac{1}{3} \Rightarrow m=1; n=3 \Rightarrow 2m+3n=11$.

Vậy d) Sai.

Câu 3: Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê số giờ tự học của các học sinh lớp 12A và 12B

Thời gian (giờ)	[0;1)	[1;2)	[2;3)	[3;4)	[4;5)
Số học sinh nam	24	26	25	15	10
Số học sinh nữ	14	28	30	31	8

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ là 5.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam xấp xỉ 1,019.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam là 1,962.

d) Thông qua đối chiếu khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu ghép nhóm ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ là $5 - 0 = 5$

Mệnh đề đúng.

b) Tính khoảng tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam.

Cỡ mẫu là $n = 24 + 26 + 25 + 15 + 10 = 100$. Do $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[1; 2)$.

$$\text{Ta có } Q_1 = 1 + \frac{25 - 24}{26} \cdot 1 \approx 1,038.$$

Mệnh đề sai.

c) Tính khoảng tứ phân vị thứ 3 của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nam

Do $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[2; 3)$, ta có

$$Q_3 = 2 + \frac{75 - 50}{25} \cdot 1 = 3$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 3 - 1,038 = 1,962$.

Mệnh đề đúng.

d) Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tự học của các bạn nữ

Cỡ mẫu là $n = 14 + 28 + 30 + 31 + 8 = 111$. Do $\frac{n}{4} = \frac{111}{4} = 27,75$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[1; 2)$.

$$\text{Ta có } Q_1 = 1 + \frac{\frac{111}{4} - 24}{28} \cdot 1 \approx 1,134.$$

Do $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 111}{4} = \frac{333}{4} = 83,25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[3; 4)$, ta có

$$Q_3 = 3 + \frac{\frac{333}{4} - 72}{31} \cdot 1 = 3,363$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 3,363 - 1,134 = 2,229$.

Vì khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của số học sinh nữ lớn hơn so với khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của số học sinh nam ta thấy thời gian tự học của số học sinh nữ phân tán hơn thời gian tự học của số học sinh nam.

Mệnh đề đúng.

Câu 4: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$.

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là doanh thu và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).
- b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x + 500$ (nghìn đồng).
- c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa
- d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1300 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Khi bán x mét vải lụa:

a) **Đúng.** Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng). $\Rightarrow$ Mệnh đề a đúng

b) **Sai.** Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

$\Rightarrow$ mệnh đề b sai

c) **Đúng.** Xét hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$.

Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

+ Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1 200	-1 040

Từ BBT, ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200.

Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa và lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng.

$\Rightarrow$ mệnh đề c đúng.

d) **Sai.** Từ BBT, ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một cửa hàng trung bình bán được 120 cái Tivi mỗi tháng với giá 12 triệu đồng một cái. Chủ cửa hàng nhận thấy rằng, nếu giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng. Hỏi cửa hàng nên bán với giá bao nhiêu để doanh thu cửa hàng là lớn nhất (tính theo đơn vị là triệu đồng)?

Lời giải

Trả lời: 9

Giả sử cần giảm giá bán mỗi cái tivi là x triệu đồng ($x < 12$).

Do giảm giá bán mỗi cái 500 ngàn đồng thì số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm 10 cái mỗi tháng nên số lượng tivi bán ra tăng lên bây giờ là: $\frac{10x}{0,5} = 20x$.

Khi đó, doanh thu một tháng của cửa hàng là $(120 + 20x) \cdot (12 - x) = -20x^2 + 120x + 1440$.

Xét hàm số $f(x) = -20x^2 + 120x + 1440$ ($x < 12$)

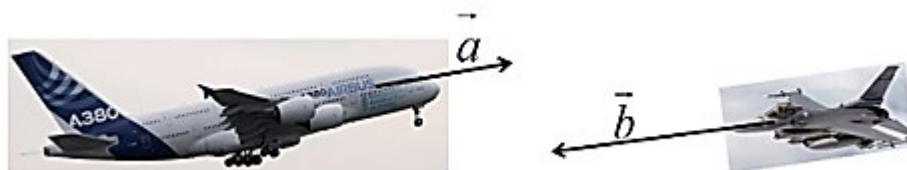
Ta có $f'(x) = -40x + 120$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

BBT

x	$-\infty$	3	12
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1620	0

Từ bảng biến thiên ta thấy: Để doanh thu cửa hàng đạt cao nhất thì giá bán mỗi cái tivi là $12 - 3 = 9$ triệu đồng.

Câu 2: Với hệ toạ độ $Oxyz$ cho trước, biết một máy bay Airbus chở hành khách đang bay với véc tơ vận tốc $\vec{a}(300; -200; 400)$, đơn vị vận tốc là: km/h. Một máy bay quân sự B bay ngược chiều có tốc độ gấp 2 lần tốc độ của máy bay Airbus. Biết từ lúc bắt đầu gặp máy bay Airbus máy bay quân sự cách đích đến 250km . Tìm thời gian để đến đích của máy bay B (đơn vị giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 0,23.

Ta có: $\vec{b} = -2\vec{a} = (-600; 400; -800) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{1160000} \text{ (km / h)}$.

Thời gian máy bay B đến đích là: $\frac{250}{\sqrt{1160000}} \approx 0,23(h)$.

Câu 3: Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc xe X giá 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này số lượng xe X mà khách hàng đã mua trong một

năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc thì số lượng xe bán ra tăng thêm 100 chiếc mỗi năm. Hỏi theo đó giá bán mới mỗi chiếc xe X là bao nhiêu triệu đồng để thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Lời giải

Trả lời: 34,5.

Gọi x (triệu đồng) là số tiền cần giảm ($0 \leq x \leq 5$)

Lợi nhuận mỗi chiếc xe sau khi giảm $5 - x$

Lượng xe dự định sẽ bán được $400 + 100x$

Lợi nhuận của doanh nghiệp trong năm đó là

$$f(x) = (5 - x)(400 + 100x) = 2000 + 100x - 100x^2$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 100 - 200x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{1}{2}$	5
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	2000	2025	0

Thông qua bảng biến thiên ta thấy nếu giảm 0,5 (triệu đồng) mỗi chiếc thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Vậy giá bán mỗi chiếc xe X là 34,5 (triệu đồng) thì lợi nhuận thu về nhiều nhất.

Câu 4: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con Ong được kết quả như bảng sau:

Tuổi thọ	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 35,8.

Ta có cỡ mẫu $n = 5 + 12 + 23 + 31 + 29 = 100$

Tứ phân vị thứ r là Q_r đứng thứ $\frac{r.n}{4}$

+ Tứ phân vị thứ nhất Q_1 đứng thứ $\frac{1.100}{4} = 25$ thuộc nhóm số 3 lớp ghép $[40;60)$ có tần số $n_3 = 23$ và tần số tích lũy $n_1 + n_2 = 5 + 12 = 17$

$$\text{Giá trị } Q_1 = 40 + \frac{25-17}{23}(60-40) \approx 47,0$$

+ Tứ phân vị thứ ba Q_3 đứng thứ $\frac{3.100}{4} = 75$ thuộc nhóm số 5 lớp ghép $[80;100)$ có tần số $n_5 = 29$ và tần số tích lũy $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 5 + 12 + 23 + 31 = 71$

$$\text{Giá trị } Q_3 = 80 + \frac{75-71}{29}(100-80) \approx 82,8$$

Vậy Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 82,8 - 47,0 = 35,8$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;3;1)$, $B(3;1;3)$, $I(1;2;-1)$; M là điểm thay đổi nhưng luôn cách điểm I một khoảng bằng 3. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $P = 2MA^2 - MB^2$. Tính giá trị $40.(m - n)$.

Lời giải

Trả lời: 2400.

$$\text{Lấy điểm } E(x; y; z) \text{ sao cho } 2\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-4) - (x-3) = 0 \\ 2(y-3) - (y-1) = 0 \\ 2(z-1) - (z-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow E(5; 5; -1).$$

Ta có $IE = 5 > IM$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} P &= 2MA^2 - MB^2 = 2(\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{AE})^2 - (\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{BE})^2 = ME^2 + 2AE^2 - BE^2 - 2\overrightarrow{ME}(\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE}) \\ &= ME^2 + 2AE^2 - BE^2. \end{aligned}$$

P lớn nhất và nhỏ nhất khi và chỉ khi ME lớn nhất và nhỏ nhất.

$$\max ME = IE + R = 8; \min ME = IE - R = 2.$$

$$\text{Do đó } m = \max P = 64 + 2AE^2 - BE^2; n = \min P = 4 + 2AE^2 - BE^2.$$

$$\text{Suy ra } m - n = 60 \Rightarrow 40.(m - n) = 2400.$$

Câu 6: Theo dõi thời gian đi từ nhà đến trường của bạn A trong 35 ngày, ta có bảng số liệu sau: (đơn vị phút)

Lớp	[19; 21)	[21; 23)	[23; 25)	[25; 27)	[27; 29]	Cộng
Tần số	5	9	10	7	4	35

Tính phương sai của mẫu (chính xác đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 5,89

Số trung bình của mẫu là

$$\overline{X} = \frac{5.20 + 9.22 + 10.24 + 7.26 + 4.28}{35} = 23,7714 \text{ (phút)}.$$

Phương sai của mẫu là

$$s_x^2 = \frac{5.(20 - 23,7714)^2 + 9.(22 - 23,7714)^2 + 10.(24 - 23,7714)^2 + 7.(26 - 23,7714)^2 + 4.(28 - 23,7714)^2}{35}$$
$$\approx 5,89$$

----- HẾT -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 09

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -2) \cup (-2; -1)$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2025; -2024)$.

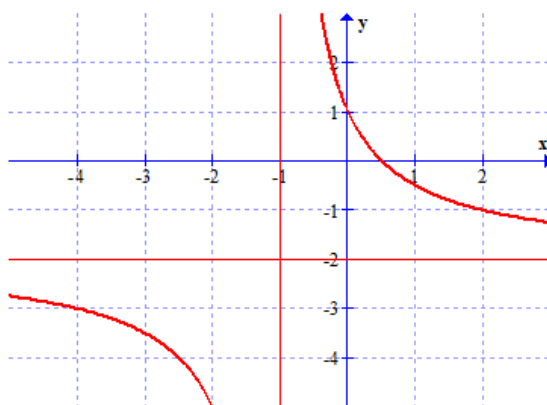
Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng

- A. 2.
- B. 7.
- C. 1.
- D. 5.

Câu 3: Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

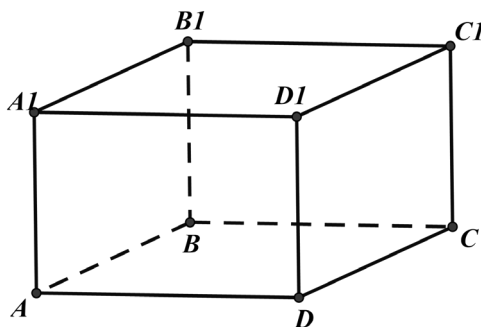
- A. $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$
- B. $y = \frac{x + 1}{2x - 3}$
- C. $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$
- D. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

Câu 4: Đồ thị hình bên là của hàm số:



- A. $y = \frac{3 - 2x^2}{x + 1}$
- B. $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$
- C. $y = \frac{1 - 2x}{1 - x}$
- D. $y = \frac{1 - 2x}{x + 1}$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?



- A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA}$.
 B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.
 C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.
 D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 180^\circ$.
 B. $\alpha = 0^\circ$.
 C. $\alpha = 90^\circ$.
 D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; -1)$.
 B. $(-1; 3)$.
 C. $(-1; +\infty)$.
 D. $(-3; 1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

- A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$.
 B. $\vec{c} = (8; -2; -6)$.
 C. $\vec{c} = (2; 1; 3)$.
 D. $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

Câu 9: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A. 0,286
 B. 0,286
 C. 0,386
 D. 0,4

Câu 10: Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước (đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A. 7,56
 B. 5,72
 C. 2,75
 D. 1,75

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?

- A. $A'(-2; 1; 1)$
 B. $A'(3; 5; -6)$
 C. $A'(5; -1; 0)$
 D. $A'(2; 0; 2)$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0; -2; 3)$ và $B(1; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$?

- A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$.
 B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
 C. $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$.
 D. $M(3; -1; 9)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.

c) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

d) Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 2: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao $250km$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke et al., *Mathematik, Grundkurs ma-1*, Cornelsen 2016)

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(km/s)$

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là $10km$.

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao $80m$ sử dụng radar có phạm vi theo dõi $500km$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10km , cách 300km về phía đông và 200km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69\text{km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4: Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
$[20;25)$	6
$[25;30)$	5
$[30;35)$	7
$[35;40)$	8
$[40;45)$	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.
- b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi $C(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2;4;1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10;12;5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a;b;c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 3: Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0,2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B . Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

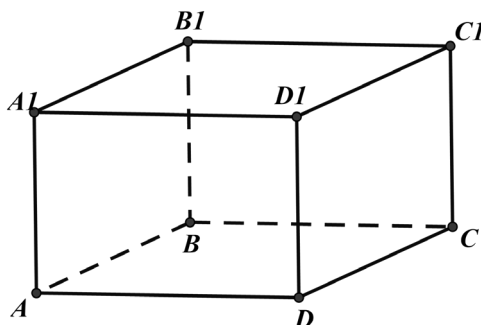
- Câu 5:** Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?
- Câu 6:** Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12\text{ m}$ và $AD = 5\text{ m}$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 10 cm , vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

----- HẾT -----

Lời giải

TCD: $x = -1$; TCN: $y = -2$

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức **sai**?



A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$.

Lời giải

$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{B_1C_1} = \overrightarrow{B_1A_1} - \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{0}$ suy ra A đúng

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ suy ra B đúng

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ - quy tắc hình hộp suy ra C đúng

Vậy D sai

Câu 6: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

A. $\alpha = 180^\circ$.

B. $\alpha = 0^\circ$.

C. $\alpha = 90^\circ$.

D. $\alpha = 45^\circ$.

Lời giải

Mà theo giả thiết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-1; +\infty)$.

D. $(-3; 1)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

- A.** $\vec{c} = (4; -1; -3)$. **B.** $\vec{c} = (8; -2; -6)$. **C.** $\vec{c} = (2; 1; 3)$. **D.** $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

Lời giải

Có $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = (-2; 2; 0)$; $\vec{c} = 2(1; 2; -3) - 3(-2; 2; 0)$ suy ra $\vec{c} = (8; -2; -6)$

Câu 9: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên:

- A.** 0,286 **B.** 0,286 **C.** 0,386 **D.** 0,4

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là chiều cao tương ứng của 100 cây keo.

Tứ phân vị thứ nhất là $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [8,8; 9,0]$. Do đó

$$Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5 + 12)}{25} (9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba là $\frac{x_{75} + x_{76}}{2} \in [9,0; 9,2]$. Do đó

$$Q_3 = 9,0 + \frac{3 \cdot \frac{100}{4} - (5 + 12 + 25)}{44} (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 9,15 - 8,864 = 0,286$.

Câu 10: Bạn Minh Anh sử dụng vòng tay thông minh để ghi lại số bước chân mà bạn đi mỗi ngày trong một tháng. Kết quả được ghi lại ở bảng sau:

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên?

- A.** 7,56 **B.** 5,72 **C.** 2,75 **D.** 1,75

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 30$

Số bước(đơn vị: nghìn)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)
Số ngày	6	7	6	6	5
Phần tử đại diện	4	6	8	10	12

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{6.4 + 7.6 + 6.8 + 6.10 + 5.12}{30} = 7,8$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{1}{30} (6.4^2 + 7.6^2 + 6.8^2 + 6.10^2 + 5.12^2) - (7,8)^2 = 7,56$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sqrt{7,56} \approx 2,75$$

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tìm tọa độ đỉnh A' ?

- A.** $A'(-2;1;1)$ **B.** $A'(3;5;-6)$ **C.** $A'(5;-1;0)$ **D.** $A'(2;0;2)$

Lời giải

Dùng công thức hình hộp $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{AA'} = (x-1; y; z-1)$; $\overrightarrow{AB} = (1;1;1)$; $\overrightarrow{AD} = (0;-1;0)$; $\overrightarrow{AC'} = (3;5;-6)$. Suy ra $A'(3;5;-6)$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxyz cho điểm $A(0;-2;3)$ và $B(1;-1;4)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$?

- A.** $M\left(\frac{3}{4}; \frac{5}{4}; \frac{15}{4}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right)$. **D.** $M(3;-1;9)$.

Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M; z_M)$.

Ta có:

$$\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (0-x_M) - 3(1-x_M) = 0 \\ (-2-y_M) - 3(-1-y_M) = 0 \\ (3-z_M) - 3(4-z_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3}{2} \\ y_M = -\frac{1}{2} \\ z_M = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right).$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1}$.

a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = x - 2$.

c) Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

d) Hàm số có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

b) Sai.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - 1} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (x + 2)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - 1} = 0$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) Sai.

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$\Rightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Rightarrow y'$ sẽ đổi dấu qua 2 nghiệm này nên hàm số sẽ vừa đồng biến vừa nghịch biến.

d) Đúng.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;4)$

Đường thẳng d đi qua hai điểm A , B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{4}$ hay $d: y = 2x + 1$

$$\text{Khoảng cách } d(O, AB) = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 2: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016)

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(\text{km} / \text{s})$

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10km .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

$$\text{Vận tốc tức thời của con tàu } v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30 \quad (0 \leq t \leq 50)$$

b) Đúng.

$$\text{Khi } t = 25(\text{s}) \Rightarrow v(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 2,2 \cdot 25 - 30 = 6,25(\text{km} / \text{s})$$

c) Sai.

Xét hàm $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ ($0 \leq t \leq 50$)

Ta có $v'(t) = -0,06t + 2,2$.

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{110}{3}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $y = v(t)$

t	$-\infty$	$\frac{110}{3}$	$+\infty$
v'	+	0	-
v	$-\infty$	$\frac{31}{3}$	$-\infty$

Tại thời điểm $t = 25$ (giây) vận tốc của con tàu vẫn đang tăng

d) Sai.

Xét hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$

ta có $h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \approx 18,02 \\ t \approx 55,23 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	$18,02$	$55,23$	$+\infty$
h'	-	0	0	-
h	$-\infty$	$8,07$	$262,7$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[0; 50]$ độ cao nhỏ nhất của con tàu gần bằng $8,07km$

Câu 3: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi $500km$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km , cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Ra đa ở vị trí có toạ độ $(0;0;0)$.
- b) Vị trí A có toạ độ $(300;200;10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69\text{ km}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------------	---------------	----------------	---------------

a) Sai: Theo giả thiết, ra đa ở vị trí có toạ độ $(0;0;0,08)$.

b) Sai: điểm $A(-300;-200;10)$.

c) Đúng: Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là:

$$\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69(\text{km}).$$

d) Sai: Vì $360,69 < 500$ nên ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 4: Thời gian tập đàn mỗi ngày (tính theo phút) của bạn Thu trong thời gian gần đây được thống kê như sau:

Thời gian (phút)	Tần số
$[20;25)$	6
$[25;30)$	5
$[30;35)$	7
$[35;40)$	8
$[40;45)$	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 20$.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 37$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} \approx 31,61$.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_x^2 \approx 39,38$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
$[20;25)$	22,5	6	6
$[25;30)$	27,5	5	11
$[30;35)$	32,5	7	18
$[35;40)$	37,5	8	26
$[40;45)$	42,5	2	28

a) Sai: Ta có: $R = 45 - 20 = 25$

b) Sai: Ta có: $n = 28 \Rightarrow \frac{3n}{4} = 21 \Rightarrow 18 < 21 < 26$.

Nhóm thứ tư là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21

$$\Rightarrow Q_3 = 35 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 28 - 18}{8} \cdot (40 - 35) = 36,875$$

c) Đúng: $\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 8 + 42,5 \cdot 2}{28} = \frac{885}{28} \approx 31,61$

d) Đúng: $s_x^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

$$= \frac{22,5^2 \cdot 6 + 27,5^2 \cdot 5 + 32,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 8 + 42,5^2 \cdot 2}{28} - \left(\frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 5 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 8 + 42,5 \cdot 2}{28} \right)^2$$

$$s_x^2 \approx 39,38$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;-1)$ và $B(-1;-6;2)$. Gọi $C(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng AB và trục Ox . Tính giá trị biểu thức $S = 3a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: -1

Do C thuộc trục Ox nên $C(c;0;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;-9;3)$ và $\overrightarrow{AC} = (c;-3;1)$.

Vì $C = AB \cap Ox$ nên ba điểm A, B, C thẳng hàng hay $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{AC}$.

$$\Leftrightarrow \frac{c}{-1} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow c = -\frac{1}{3}. \text{ Vậy } C\left(-\frac{1}{3}; 0; 0\right).$$

$$\text{Ta có } a = -\frac{1}{3}; b = 0; c = 0 \Rightarrow S = 3a + b + c = -1.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo mét), một con ong bay từ điểm $A(2; 4; 1)$ với vận tốc và hướng không đổi đến điểm $B(10; 12; 5)$ trong 5 giây. Nếu con ong tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của con ong sau 3 giây tiếp theo đạt tại vị trí điểm $M(a; b; c)$. Tìm $5a - b - c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 49,8

Vì hướng của con ong không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BM}$ là cùng hướng. Do vận tốc của con ong không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng $\frac{5}{3}$ thời gian bay từ B đến M nên ta có

$$3AB = 5BM$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{3AB} = \overrightarrow{5BM}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{3AB} = (24; 24; 12) \text{ và } \overrightarrow{5BM} = (5a - 50; 5b - 60; 5c - 25)$$

$$\text{Nên ta có hệ } \begin{cases} 5a - 50 = 24 \\ 5b - 60 = 24 \\ 5c - 25 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{74}{5} \\ b = \frac{84}{5} \\ c = \frac{37}{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 5a - b - c = 49,8$$

Chú ý: Giáo viên có thể giải thích cho học sinh:

+) Chi phí cố định trong sản xuất kinh doanh là những khoản chi phí mà doanh nghiệp phải trả bất kể sản lượng sản xuất hoặc mức độ hoạt động kinh doanh thay đổi. Điều này có nghĩa là dù doanh nghiệp sản xuất ít hay nhiều, các chi phí này vẫn không thay đổi.

+) Chi phí biến đổi trong hoạt động kinh doanh là những khoản chi phí thay đổi theo mức độ hoạt động sản xuất hoặc kinh doanh của doanh nghiệp. Điều này có nghĩa là khi sản xuất hoặc bán hàng tăng lên, chi phí biến đổi cũng tăng theo, và ngược lại, khi sản xuất hoặc bán hàng giảm, chi phí biến đổi sẽ giảm.

Câu 3: Sự tăng trưởng dân số được xác định bởi hàm số $p(t) = \frac{800}{1 + 7e^{-0,2t}}$. Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời tại thời điểm t là $p'(t)$. Tính thời điểm t để tốc độ tăng trưởng là lớn nhất. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 10

Tốc độ tăng trưởng dân số tức thời là $p'(t) = \frac{1120 \cdot e^{0,2t}}{(e^{0,2t} + 7)^2}$, $t \geq 0$.

Ta có $p''(t) = \frac{224 \cdot e^{0,2t} (7 - e^{0,2t})}{(e^{0,2t} + 7)^3}$, $p''(t) = 0 \Leftrightarrow 7 - e^{0,2t} = 0 \Leftrightarrow t = 5 \ln 7$.

t	0	$5 \ln 7$	$+\infty$
$p''(t)$	+	0	-
$p'(t)$	$\frac{35}{2}$	40	0

Từ bảng biến thiên ta thấy, thời điểm tốc độ tăng trưởng lớn nhất là $t = 5 \ln 7 \approx 10$.

Đáp án: 10

Câu 4: Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

Lời giải

Trả lời: 9

Theo giả thiết :

- Thời gian làm việc của máy A là x ngày.
- Thời gian làm việc của máy B là y ngày.

Nên ta có $x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$ (*).

Và $0 < y \leq 6 \Rightarrow 4 \leq x < 10$.

Số tiền lãi $f(x) = x^3 + 2x + 326y - 27y^3 = x^3 + 2x + 326(10 - x) - 27(10 - x)^3$ (thay (*) vào).

$\Leftrightarrow f(x) = 28x^3 - 810x^2 + 7776x - 23740$ với $x \in [4; 10]$.

Ta có $f'(x) = 84x^2 - 1620x + 7776$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 84x^2 - 1620x + 7776 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = \frac{72}{7}(l)$.

Bảng biến thiên.

x	4	9	10
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$f(4)$	$f(9)$	$f(10)$

Từ BBT ta có $x = 9$ là giá trị cần tìm.

Câu 5: Một công ty sản xuất đồ chơi muốn tối ưu hóa lợi nhuận từ việc sản xuất một loại búp bê. Họ nhận thấy rằng, với mỗi đơn vị sản xuất, chi phí cố định là 500.000 đồng, chi phí biến đổi là 100.000 đồng. Mặt khác, nếu sản xuất x đơn vị búp bê thì giá bán mỗi đơn vị là $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng. Hỏi công ty nên sản xuất bao nhiêu đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa?

Lời giải

Trả lời: 25

Để giải bài toán tối ưu hóa lợi nhuận, ta cần xác định hàm lợi nhuận của công ty dựa trên số lượng búp bê được sản xuất, sau đó tìm giá trị của x để lợi nhuận này đạt cực đại.

1. Xác định các hàm liên quan:

- Chi phí cố định khi sản xuất bất kì đơn vị búp bê nào là: $C = 500.000$ đồng.
- Chi phí biến đổi khi sản xuất x đơn vị búp bê là: $C_v(x) = 100.000x$ đồng ($x > 0$)
- Giá bán mỗi đơn vị búp bê là: $P(x) = 600.000 - 10.000x$ đồng.

2. Xác định hàm doanh thu và hàm chi phí:

- Hàm doanh thu: khi sản xuất x đơn vị búp bê thì sẽ thu được

$$R(x) = P(x) \times x = (600.000 - 10.000x) \times x = 600.000x - 10.000x^2 \text{ (đồng)}$$

- Hàm chi phí: Tổng chi phí để sản xuất x đơn vị búp bê là

$$C(x) = C + C_v(x) = 500.000 + 100.000x \text{ (đồng)}$$

3. Xác định hàm lợi nhuận khi sản xuất x đơn vị búp bê (lợi nhuận là phần chênh lệch giữa doanh thu và chi phí):

$$f(x) = R(x) - C(x) = (600.000x - 10.000x^2) - (500.000 + 100.000x) \text{ (đồng)}$$

$$\Rightarrow f(x) = -10.000x^2 + 500.000x - 500.000 \text{ với } (x > 0)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số

x	0	25	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	-500.000	5.750.000	$-\infty$

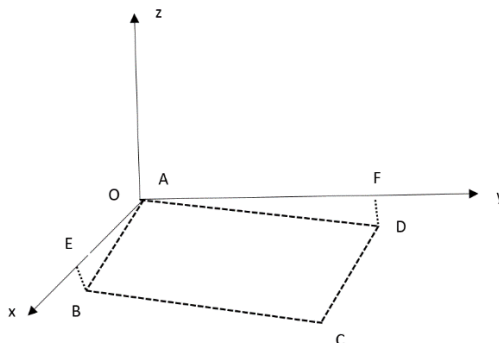
Như vậy, công ty nên sản xuất 25 đơn vị búp bê để đạt lợi nhuận tối đa.

Câu 6: Anh Nam dự định xây một sân trước nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 12 \text{ m}$ và $AD = 5 \text{ m}$. Để thoát nước tốt nhất trong mùa mưa hoặc khi rửa sân nên anh

Nam xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 10 cm , vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, hãy xác định vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A bao nhiêu cm ?

Lời giải

Trả lời: 18



$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{1200^2 - 10^2} \simeq 1200\text{ cm}; AF = \sqrt{AD^2 - DF^2} = \sqrt{500^2 - 10^2} \simeq 500\text{ cm}.$$

Theo hình vẽ ta có tọa độ các điểm: $A(0;0;0)$, $B(1200;0;-10)$, $D(0;500;-8)$

$$\overrightarrow{AD} = (0;500;-8), \overrightarrow{BC} = (x-1200;y;z+10)$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1200=0 \\ y=500 \\ z+10=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1200 \\ y=500 \\ z=-18 \end{cases}$$

Vậy vị trí điểm C thấp hơn vị trí điểm A là 18 cm .

----- **HẾT** -----

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

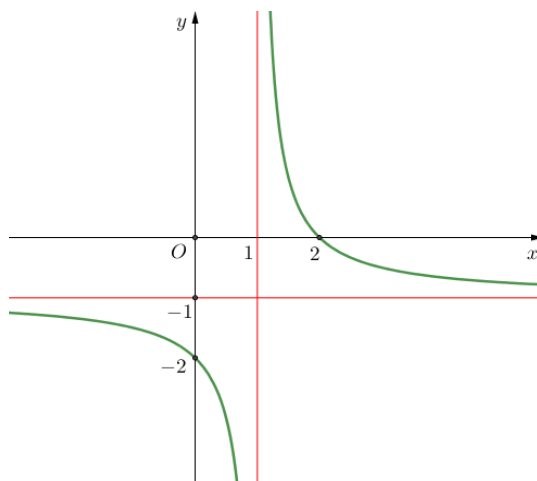
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			3		-5		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$

Câu 3: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

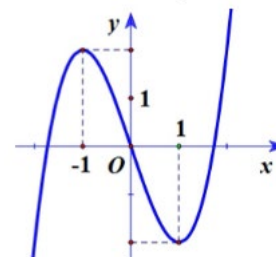
Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (chính xác tới hàng phần nghìn) là.

- A. 0,277. B. 0,331. C. 0,282. D. 0,276

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 + 2x + 1$.
C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2$.



Câu 5: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A. $\frac{16175}{62}$. B. $\frac{1534}{7}$. C. $\frac{16275}{62}$. D. $\frac{16173}{60}$.

Câu 6: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$. B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$. C. $\vec{d}(7; 0; -4)$. D. $\vec{d}(7; 0; 4)$.

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A. $\min_{[0; 3]} y = -3$. B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$. C. $\min_{[0; 3]} y = -1$. D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$ B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}|$?

- A. 3. B. 9. C. 4. D. 6.

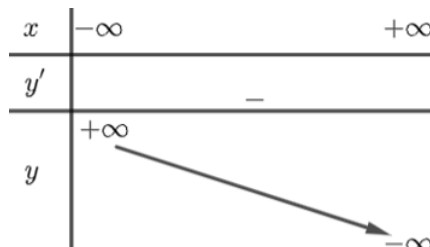
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

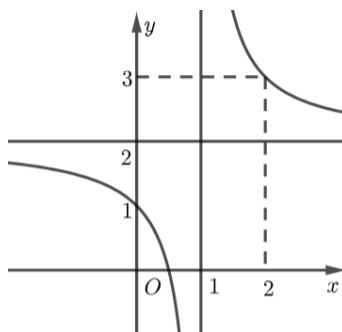
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) Đạo hàm cấp một của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:



d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 2: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 3: Thống kê lợi nhuận hằng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 2 năm của một nhà đầu tư về 3 lĩnh vực A, B, C được cho như sau:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

a) Lợi nhuận trung bình mỗi tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là như nhau.

b) Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hằng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là nhỏ hơn 5.1 (triệu đồng)

c) Mức độ ổn định của lợi nhuận hằng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A,B là như nhau.

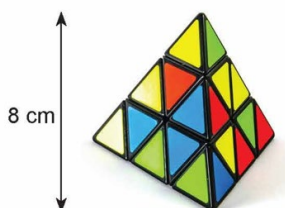
d) Không đánh giá được đầu tư vào lĩnh vực C thì “rủi ro” cao hơn lĩnh vực A,B qua các số liệu trên.

Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$.

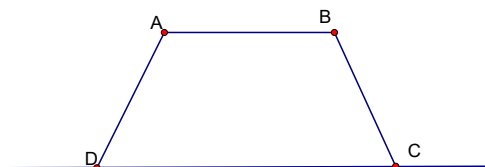
- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overline{AI} = 3\overline{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là $8cm$.



Câu 2: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép $B40$, mỗi tấm dài $12(m)$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ (bờ sông là đường thẳng DC không phải rào, mỗi tấm là một cạnh của hình thang). Ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $a(m^2)$. Tính $10a$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



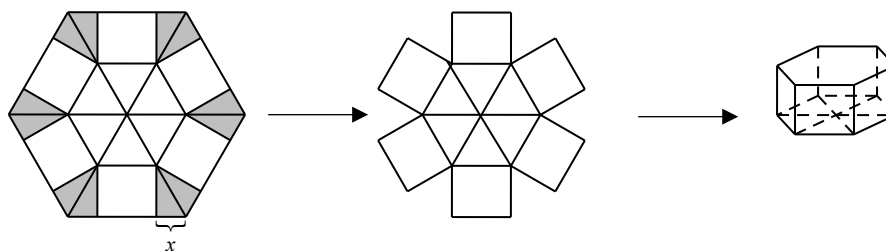
Câu 3: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau: (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Câu 5: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm trên mặt đất với vận tốc trung bình $200km/h$. Sau thời gian 12 phút bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $31(km)$ và về phía Đông $25(km)$. Khi đó máy bay cách mặt đất bao nhiêu km (đơn vị km , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Biết máy bay bay theo một đường thẳng.

Câu 6: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		3		-5		$+\infty$

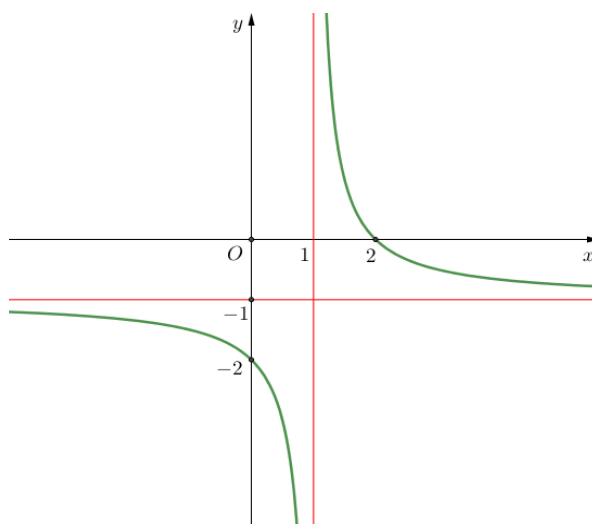
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 3. **B.** -1. **C.** -5. **D.** 1.

Lời giải

Từ BBT suy ra đáp án **A**.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $y = -1$

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đáp án **A**.

Câu 3: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (chính xác tới hàng phần nghìn) là.

- A.** 0,277. **B.** 0,331. **C.** 0,282. **D.** 0,276

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25

Tần số	13	45	24	12	6
--------	----	----	----	----	---

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

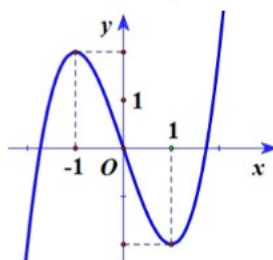
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13.(19,25)^2 + 45.(19,75)^2 + 24.(20,25)^2 + 12.(20,75)^2 + 6.(21,25)^2 \right] - (20,015)^2 \approx 0,277$$

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 + 2x + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại đáp án **A.**

Mặt khác ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại **B.**

Lại có đồ thị nhận $x = 1$ là điểm cực trị nên đáp án là **C**

Câu 5: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình ở thành phố Nha Trang được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

- A.** $\frac{16175}{62}$. **B.** $\frac{1534}{7}$. **C.** $\frac{16275}{62}$. **D.** $\frac{16173}{60}$

Lời giải

Số hộ gia đình được khảo sát (cỡ mẫu) là $n = 24 + 62 + 34 + 21 + 9 = 150$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_{24} \in [200; 250)$$

$$x_{25}; \dots; x_{86} \in [300; 350)$$

$$x_{87}; \dots; x_{120} \in [300; 350)$$

$$x_{121}; \dots; x_{141} \in [350; 400)$$

$$x_{142}; \dots; x_{150} \in [400; 450)$$

Do đó, đối với dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ thì

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [250; 300)$. Do đó, tứ phân thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} (300 - 250) = \frac{16175}{62}$$

Câu 6: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}).$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

A. $(-1; 2; -3)$.

B. $(2; -3; -1)$.

C. $(2; -1; -3)$.

D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vecto $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$.

B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$.

C. $\vec{d}(7; 0; -4)$.

D. $\vec{d}(7; 0; 4)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1 - 2 + 2 \cdot 4; 2 - 2 + 2 \cdot 0; 3 + 1 + 2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4).$$

Câu 9: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

A. $\min_{[0; 3]} y = -3$.

B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$.

C. $\min_{[0; 3]} y = -1$.

D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Lời giải

Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 3]$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0 \text{ với } \forall x \in [0; 3]. \text{ Ta có } y(0) = -1; y(3) = \frac{1}{2}. \text{ Do đó } \min_{x \in [0; 3]} y = y(0) = -1$$

- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng
- A.** 6. **B.** 11. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$.

Vậy $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}$.

- Câu 11:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A.** $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$ **B.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$
- C.** $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ **D.** $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$.

Lời giải

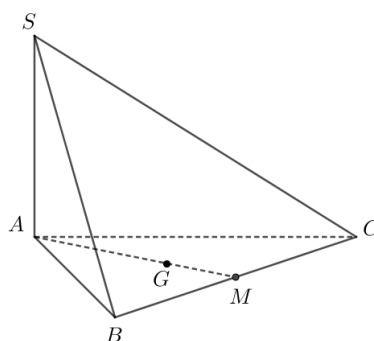
M, N, G lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN theo quy tắc trung điểm :

$$\vec{GA} + \vec{GB} = 2\vec{GM}; \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{GN}; \vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$$

Suy ra: $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ hay $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GD}$.

- Câu 12:** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy. Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM}|$?
- A.** 3. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG} + \vec{GA} + \vec{SG} + \vec{GB} + \vec{SG} + \vec{GC} = 3\vec{SG}$.

Suy ra:

$$|\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{AM}| = |3\vec{SG} + 3\vec{GM}| = |3\vec{SM}| = 3SM = 3\sqrt{SA^2 + AM^2} = 3\sqrt{SA^2 + AB^2 + BM^2} = 9.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

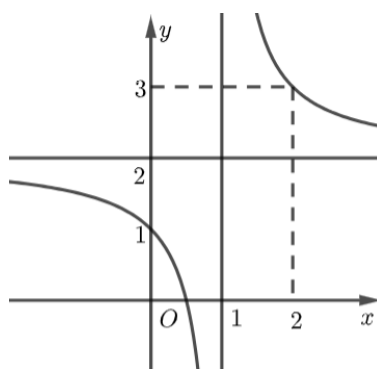
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

b) Đạo hàm cấp một của hàm số đã cho nhận giá trị âm với mọi $x \neq 1$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	—	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

$$y' = \frac{2(-1) - (-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2}$$

b) Đúng

$$y' = \frac{2(-1) - (-1) \cdot 1}{(x-1)^2} = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$$

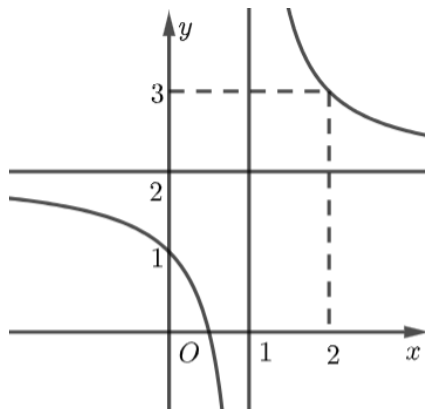
c) Sai

Bảng biến thiên của hàm số đã cho như hình dưới là sai vì hàm số không xác định tại $x = 1$

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	—	
y	$+\infty$	$-\infty$

d) Đúng

Đồ thị hàm số đã cho như ở Hình vẽ.



Câu 2: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . G là trọng tâm tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

c) $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$.

d) $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Mệnh đề **sai**.

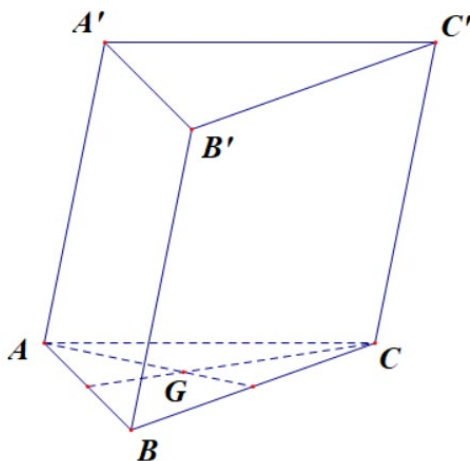
b) $\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$. Mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{CG}$.

Từ đó suy ra $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$. Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$ do đó $3\overrightarrow{A'G} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}$. Mệnh đề **sai**.

d) $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$ nên $|\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C}| = 3|\overrightarrow{A'G}|$. Xét tam giác vuông $A'AG$ ta có

$$A'G^2 = A'A^2 + AG^2 = a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2a\sqrt{3}}{3}. \text{ Mệnh đề đúng.}$$



Câu 3: Thống kê lợi nhuận hằng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 2 năm của một nhà đầu tư về 3 lĩnh vực A, B, C được cho như sau:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

- a) Lợi nhuận trung bình mỗi tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là như nhau.
- b) Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là nhỏ hơn 5.1 (triệu đồng)
- c) Mức độ ổn định của lợi nhuận hằng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A,B là như nhau.
- d) Không đánh giá được đầu tư vào lĩnh vực C thì “rủi ro” cao hơn lĩnh vực A,B qua các số liệu trên.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có bảng:

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực A	2	5	10	5	2

Lợi nhuận	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng theo lĩnh vực B	1	8	7	6	2

Lợi nhuận	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng theo lĩnh vực C	5	4	7	4	4

a) **ĐÚNG**

Lợi nhuận trung bình hằng tháng của nhà đầu tư về 2 lĩnh vực A, B là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{24}(2.7,5 + \dots + 2.27,5) = 17,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{24}(1.7,5 + \dots + 2.27,5) = 17,5$$

b) **SAI**

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24}(7,5^2 + \dots + 2.27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,204$$

c) **ĐÚNG**

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực A là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{24}(2.7,5^2 + \dots + 2.27,5^2) - 17,5^2} \approx 5,204$$

Vì $s_A = s_B$ nên mức độ ổn định của lợi nhuận hàng tháng khi đầu tư vào 2 lĩnh vực A, B là như nhau.

d) **ĐÚNG**

Lợi nhuận trung bình hằng tháng của nhà đầu tư về lĩnh vực C là:

$$\bar{x}_C = \frac{1}{24}(5.515 + \dots + 4.555) \approx 534,16$$

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng mà nhà đầu tư có từ lĩnh vực C là:

$$s_C = \sqrt{\frac{1}{24}(5.515^2 + \dots + 4.555^2) - 534,16^2} \approx 13,775$$

Ta thấy do lợi nhuận trung bình của phương án C khác xa rất nhiều với lợi nhuận trung bình hằng tháng của 2 phương án A, B nên dù $s_C > s_A, s_C > s_B$ nhưng ta cũng không dùng làm căn cứ để so sánh độ rủi ro của phương án C với 2 phương án A, B.

Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$.

- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8.2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2.4,9} = 30$ (giây), suy ra mệnh đề **sai**.

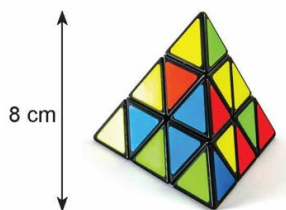
d) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2.4,9} = 30$ (giây)

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294.30 - 4,9.30^2 = 4430(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**.

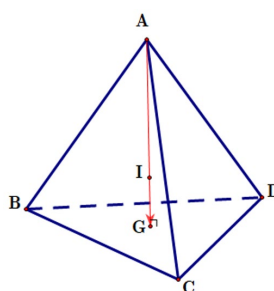
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm .



Lời giải

Trả lời: 2

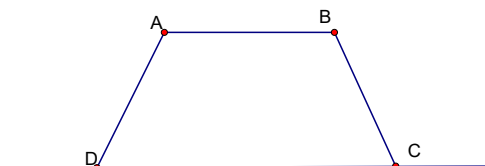


Đặt tên khối rubik là tứ diện đều $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , I là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Do đó, $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow IG = \frac{1}{4}AG$

Vì chiều cao của rubik bằng 8 cm nên $AG = 8\text{ cm} \Rightarrow IG = \frac{1}{4} \cdot 8 = 2(\text{cm})$

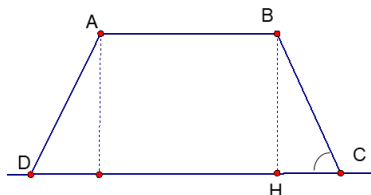
Vậy khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó bằng 2 cm .

Câu 2: Một người nông dân có 3 tấm lưới thép $B40$, mỗi tấm dài $12(\text{m})$ và muốn rào một mảnh vườn dọc bờ sông có dạng hình thang cân $ABCD$ như hình vẽ (bờ sông là đường thẳng DC không phải rào, mỗi tấm là một cạnh của hình thang). Ông ta có thể rào được mảnh vườn có diện tích lớn nhất là $a(\text{m}^2)$. Tính $10a$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Trả lời: 1871



Kẻ đường cao BH , gọi số đo 2 góc ở đáy CD của hình thang là $x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Diện tích mảnh vườn là:

$$S = \frac{1}{2} BH (AB + CD) = \frac{1}{2} BC \cdot \sin x (2 \cdot AB + 2 BC \cdot \cos x) = \frac{1}{2} AB^2 (2 \sin x + \sin 2x)$$

Xét hàm số $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ có $f'(x) = 2 \cos x + 2 \cos 2x$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x + 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{cases}$$

Do $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên ta nhận $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}$. Ta có bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		$\frac{3\sqrt{3}}{2}$	

Từ bảng biến thiên ta thấy: $\max_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right)} f(x) \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}$ đạt được tại $x = \frac{\pi}{3}$.

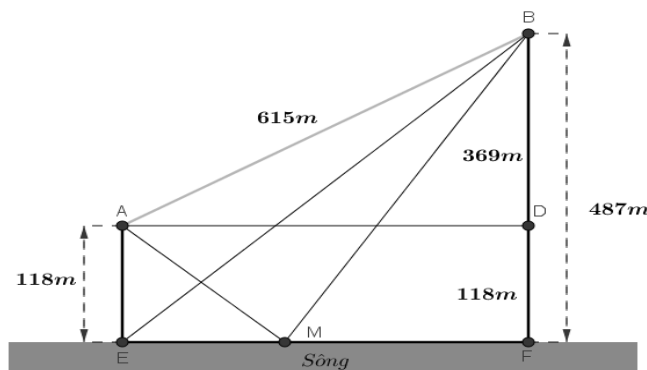
$$\Rightarrow \max S = 108\sqrt{3} (m^2) \text{ khi góc ở đáy } CD \text{ của hình thang bằng } \frac{\pi}{3} \left(\hat{C} = \hat{D} = \frac{\pi}{3} \right).$$

Khi đó $a = 108\sqrt{3} \Rightarrow 10.a \approx 1871$

Câu 3: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Trả lời: 780



Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B. dễ dàng tính được $BD = 369$, $EF = 492$. Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được:

$$MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}.$$

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ v\"o}i \ x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được

vị trí điểm M. $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492-x)^2+487^2}=(492-x)\sqrt{x^2+118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \left[(492 - x)^2 + 487^2 \right] = (492 - x)^2 (x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 492]$. So sánh các giá trị của $f(0)$, $f\left(\frac{58056}{605}\right)$, $f(492)$ ta có

giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780(m)$

Câu 4: Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho trong bảng sau: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau: (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Lời giải

Trả lời: 4,75

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5; 15,5)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Do đó, $p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3, a_3 - a_2 = 3$ và ta có $Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5; 21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20$$

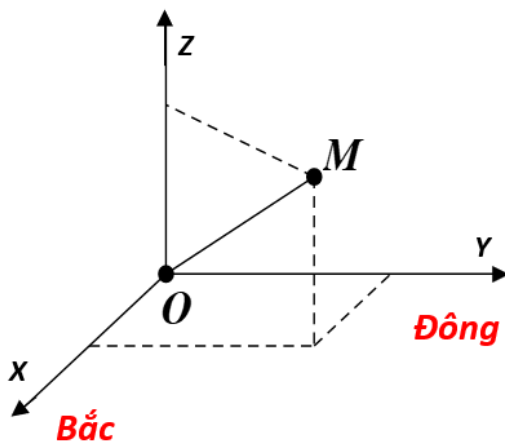
Vậy khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 20 - 15,25 = 4,75$.

Câu 5: Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm trên mặt đất với vận tốc trung bình 200 km/h . Sau thời gian 12 phút bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $31(\text{km})$ và về phía Đông $25(\text{km})$. Khi đó máy bay cách mặt đất bao nhiêu km (đơn vị km , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Biết máy bay bay theo một đường thẳng.

Lời giải

Trả lời: 3,74.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Đông, trục Oz có phương thẳng đứng và hướng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (hình vẽ).



Gọi M là vị trí của máy bay sau khi bay được 12 phút.

Thời gian bay: $t = 12$ phút $= 0,2h$.

Quãng đường bay được sau 12 phút: $OM = v_{tb} \cdot t = 200 \cdot 0,2 = 40km$

Gọi x là cao độ của điểm M . Điều kiện $x > 0$.

Từ giả thiết ta có $M(31; 25; x)$

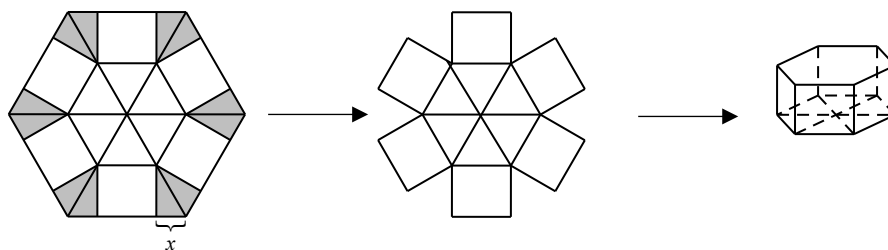
Khi đó x là khoảng cách máy bay với mặt đất sau khi bay được 12 phút.

$$OM = 40 \Leftrightarrow OM^2 = 40^2 \Leftrightarrow 31^2 + 25^2 + x^2 = 40^2 \Leftrightarrow x^2 = 14$$

$$\text{Suy ra } x = \sqrt{14} \approx 3,74$$

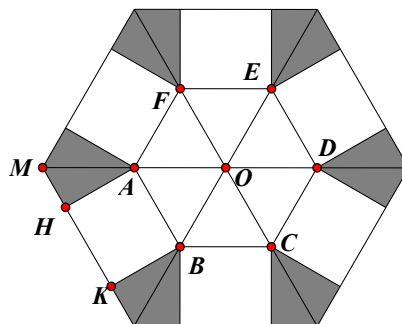
Vậy sau khi bay được 12 phút, máy bay cách mặt đất $3,74km$.

Câu 6: Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh $90(cm)$. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng $x(cm)$ (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gấp tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Lời giải

Trả lời: $0,75$.



Điều kiện $0 < x < 45$

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều: $AB = HK = 90 - 2x$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều: $HA = MH \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$

Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều: $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (90 - 2x)^2$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều: $V(x) = HA \cdot S_{ABCDEF} = \frac{9}{2} x (90 - 2x)^2$

Hay $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$

Xét hàm số $V(x) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$ trên khoảng $(0; 45)$.

$$V'(x) = 54x^2 - 3240x + 36450$$

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15 \text{ hoặc } x = 45 \text{ (loại)}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	15	45	
$V'(x)$		+	0	-
$V(x)$	0	243000	0	

Từ bảng biến thiên ta có: $\max_{(0;45)} V(x) = 243000 \text{ (cm}^3\text{)}$ khi và chỉ khi $x = 15 \text{ cm}$

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi $x = 15 \text{ cm}$

----- HẾT -----