Chương 3 ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA PHƯƠNG TRÌNH

A. Phương pháp giải

• Điều kiện xác định của phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

• Điều kiện để biểu thức

□ $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \ge 0$

□ $\dfrac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \ne 0$

□ $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình $x + \dfrac{5}{x^2 - 4} = 1$

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm điều kiện xác định của phương trình $1 + \sqrt{3 - x} = \sqrt{x - 2}$

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm điều kiện xác định của phương trình $1 + \sqrt{2x - 3} = \dfrac{2}{\sqrt{3x - 2}}$

.....

.....

.....

Câu 4. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{4 - 2x} = \dfrac{x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^3 - 4x^2 + 5x - 2} + x = \sqrt{2 - x}$.

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hàm số $\sqrt{x+m-2}+\sqrt{2x-m}=0$. Tìm m để phương trình xác định với mọi $x>1$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x}{x^2+1}-5=\frac{3}{x^2+1}$ là:

A. $x\neq -1$. **B.** $\begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -1 \end{cases}$. **C.** $x\neq 1$. **D.** $x\in\mathbb{R}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\frac{3x-1}{-4-2x}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\frac{x^2-1}{x^2+3x-4}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$.

Câu 4. Tập xác định của phương trình $3x+\frac{5}{x-4}=12+\frac{5}{x-4}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{4\}$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 5. Điều kiện của phương trình $3-x^2=\frac{1}{\sqrt{2-x}}$.

A. $x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x\leq 2$. **D.** $x\geq 2$.

Câu 6. Tập xác định của phương trình $\frac{2x+1}{\sqrt{4-5x}}+2x-3=5x-1$ là:

A. $D=\left(\frac{4}{5};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right]$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{4}{5}\right\}$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{4}{5}\right)$.

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x-1}=4x+1$ là:

A. $[3;+\infty)$. **B.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 8. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x^2}{\sqrt{x-2}}=\frac{8}{\sqrt{x-2}}$ là

A. $x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x\neq 2$. **D.** $x\geq 2$.

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}=8-x$ là

A. $x \in [2;8]$. **B.** $x \le 8$. **C.** $x \ge 2$. **D.** $x < 8$.

Câu 10. Tập xác định của phương trình $\frac{x+1}{x+2}+\frac{x-1}{x-2}=\frac{2x+1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2;2;1\}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2;-1\}$.

Câu 11. Tập xác định của phương trình $\frac{x-2}{x+2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)}$ là:

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2;0\}$.

Câu 12. Tập xác định của phương trình $\frac{4x}{x^2-5x+6}-\frac{3-5x}{x^2-6x+8}=\frac{9x+1}{x^2-7x+12}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2;3;4\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Câu 13. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{x+2}-\frac{3}{x-2}=\frac{4}{x^2-4}$ là:

A. $x \in \mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x \ne 2 \\ x \ne -2 \end{cases}$. **C.** $x \ge 2$. **D.** $x > 2$.

Câu 14. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 15. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{3x-2}+\sqrt{4-3x}=1$ là:

A. $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right\}$. **D.** $\left[\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right]$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 16. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^2-4}=\frac{1}{x-2}$ là

A. $x > 2$ hoặc $x < -2$. **B.** $x > 2$ hoặc $x \le -2$. **C.** $x \ge 2$ hoặc $x < -2$. **D.** $x \ge 2$ hoặc $x \le -2$.

Câu 17. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+3x}=0$ là

A. $x \ge -\frac{1}{2}$. **B.** $x \ge -\frac{1}{2}$ và $x \ne -3$. **C.** $x \ge -\frac{1}{2}$ và $x \ne 0$. **D.** $x \ne -3$ và $x \ne 0$.

Câu 18. Điều kiện xác định của phương trình $x+\frac{1}{\sqrt{2x+4}}=\frac{\sqrt{3-2x}}{x}$ là

A. $x > -2, x \ne 0$ và $x \le \frac{3}{2}$. **B.** $x > -2$ và $x \ne 0$.

C. $x > -2$ và $x < \frac{3}{2}$. **D.** $x \ne -2$ và $x \ne 0$.

Câu 19. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x^2-1}=0$ là:

A. $x \ge 0$ và $x^2-1>0$. **B.** $x > 0$. **C.** $x \ge 0$. **D.** $x > 0$ và $x^2-1 \ge 0$.

Câu 20. Điều kiện xác định của phương trình $x+2-\frac{1}{\sqrt{x+2}}=\frac{\sqrt{4-3x}}{x+1}$ là

A. $x>-2$ và $x<\dfrac{4}{3}$.
B. $-2<x\le\dfrac{4}{3}$ và $x\ne-1$.
C. $x\ge-2$. và $x\le\dfrac{4}{3}$.
D. $x\ne-2$ và $x\ne-1$.

Câu 21. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\dfrac{x^2+5}{\sqrt{7-x}}=0$ là:

A. $x\ge2$.
B. $x<7$.
C. $2\le x<7$.
D. $2\le x\le7$.

Câu 22. Điều kiện của phương trình: $x-3+\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}+\dfrac{\sqrt{5-x}}{x-1}=0$

A. $x>-1, x\ne1$ và $x\le5$.
B. $x>-1$ và $x\ne1$.
C. $-1<x\le5$.
D. $x\le5$ và $x\ne1$.

Câu 23. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{3x}+\dfrac{2}{3x-3}=0$.

A. $\begin{cases}x\ge0\\x\ne1\end{cases}$.
B. $x\ne1$.
C. $\begin{cases}x>0\\x\ne1\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x\ge-3\\x\ne1\end{cases}$.

Câu 24. Giá trị $x\ge2$ là điều kiện của phương trình nào?

A. $x+\dfrac{1}{x}+\sqrt{x-2}=0$.
B. $x+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}=0$.
C. $x+\dfrac{1}{4-x}=\sqrt{x-2}$.
D. $x+\dfrac{1}{x-2}=2x-1$.

Câu 25. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{1}{x^2-4}=\sqrt{x+1}$.

A. $x\ge-1$ và $x\ne2$.
B. $x\ne2$ và $x\ne-2$.
C. $x\ge-1$.
D. $x\ge-1$ hoặc $x\ne2$.

Câu 26. Điều kiện xác định của phương trình $x+\sqrt{2x+1}=\sqrt{1-x}$ là

A. $-\dfrac{1}{2}<x<1$.
B. $-\dfrac{1}{2}\le x\le1$.
C. $x\ge-\dfrac{1}{2}$.
D. $x\le1$.

Câu 27. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $x\ge2$.
B. $x>3$.
C. $x\ge1$.
D. $x\ge3$.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\dfrac{6}{x-3}=4$ là tập nào sau đây?

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.
B. $[2;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}$.
D. $[2;+\infty)\setminus\{3\}$.

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{\sqrt{x+5}}{x-2}=1$ là

A. $x\ge-5$.
B. $\begin{cases}x>-5\\x\ne2\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x\ge-5\\x\ne2\end{cases}$.
D. $x>2$.

Câu 30. Tìm điều kiện của phương trình sau: $\dfrac{x^2+1}{x-2}=\sqrt{3x}$.

A. $\begin{cases}x\ge0\\x\ne2\end{cases}$
B. $x\ne2$
C. $x\ge0$
D. $x\ge2$

Nguyễn Bảo Vương

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 31. Tìm m để phương trình $\dfrac{x\sqrt{5}}{x^2-2x+m}=0$ có điều kiện xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m<0$.

Câu 32. Cho phương trình $\sqrt{x^3-1}+\sqrt{x+1}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

A. $x\le -2$ và $x\ge 2$. **B.** $x\ge 1$ và $x\ne 2$. **C.** $x>2$. **D.** $x\ge 2$.

Câu 33. Tìm điều kiện xác định của phương trình: $\dfrac{\sqrt{x}-1}{|x|-4}=0$.

A. $x\ge 0$ **B.** $\begin{cases}x\ge 0\\ x\ne 4\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x\le 0\\ x\ne -4\end{cases}$ **D.** $x\le 0$

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup\{2\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup\{2\}$.

C. $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup\{3\}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2-m)x+2=-mx+x+2m$ nghiệm đúng với $\forall x\in R$.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Nguyễn Bảo Vương

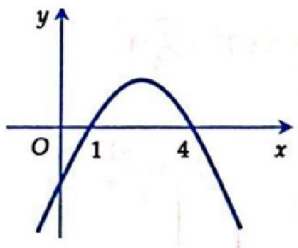
Câu 36. Tìm m để phương trình $\dfrac{x^2-1}{x-m+2}=0$ xác định trên $[-1;1)$.

A. $\begin{cases}m\le 1\\ m\ge 3\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}m>1\\ m\ge 3\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}m<1\\ m\ge 3\end{cases}$ **D.** $1<m\le 3$

Câu 37. Cho phương trình: $\sqrt{-x+2m-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-m+2}}=0$. Tìm m để phương trình xác định trên $(0;1]$.

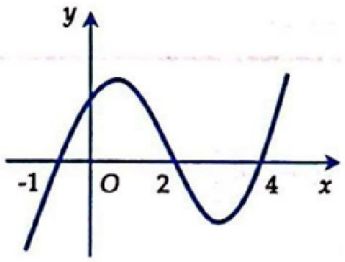
A. $1<m\le 2$ **B.** $1\le m\le 2$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $1<m<2$

Câu 38. Cho parabol $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\sqrt{f(x)}=3$ có điều kiện xác định là:



A. $\begin{cases}x\ne 1\\ x\ne 4\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x\le 1\\ x\ge 4\end{cases}$ **C.** $1\le x\le 4$ **D.** $\forall x\in\mathbb{R}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Phương trình $\sqrt{f(x)}=0$ xác định trên khoảng $(-1;4)$.

B. Phương trình $\sqrt{f(x)}=0$ xác định trên đoạn $[2;4]$.

C. Phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}=0$ xác định trên khoảng $(-1;2)$.

D. Phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định trên khoảng $(0;4)$.

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG, PHƯƠNG TRÌNH HỆ QUẢ

A. Phương pháp giải

- Hai phương trình được gọi là tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm.
- Nếu mọi nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ đều là nghiệm của phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ thì phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ được gọi là **phương trình hệ quả** của phương trình $f(x)=g(x)$.
- Để giải phương trình ta thực hiện các phép biến đổi để đưa về phương trình tương đương với phương trình đã cho đơn giản hơn trong việc giải nó.

Nguyễn Bảo Vương

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Cho phương trình $2x^2-x=0\ (*)$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình $(*)$?

$(1):2x-\dfrac{x}{1-x}=0$. $(2):4x^3-x=0$. $(3):(2x^2-x)^2=0$. $(4):x^2-2x+1=0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Phương trình $x^2=3x$ tương đương với phương trình nào trong bốn phương trình sau ?

$(1):x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$. $(2):x^2+\dfrac{1}{x-3}=3x+\dfrac{1}{x-3}$.

$(3):x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. $(4):x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng, khẳng định nào **sai** ?

$(1):\sqrt{x-2}=1\Rightarrow x-2=1.$ $(2):\dfrac{x(x-1)}{(x-1)}=1\Leftrightarrow x=1.$

$(3):|3x-2|=x-3\Rightarrow 8x^2-4x-5=0.$ $(4):\sqrt{x-3}=\sqrt{9-2x}\Rightarrow 3x-12=0.$

.....
.....
.....
.....

Câu 4. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2-2(m-1)x+m-2=0$ (1) và $(m-2)x^2-3x+m^2-15=0$ (2)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 5. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $2x^2+mx-2=0$ (1) và $2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0$ (2)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hai phương trình được gọi là tương đương khi

A. Có cùng tập xác định. **B.** Có số nghiệm bằng nhau.

C. Có cùng dạng phương trình. **D.** Có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương với phương trình $x-1=0$?

A. $x+2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $2x-2=0$. **D.** $(x-1)(x+2)=0$.

Câu 3. Cho phương trình: $x^2+x=0$ (1). Phương trình nào tương đương với phương trình (1)?

A. $x(x+1)=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $x^2+(x+1)^2=0$. **D.** $x=0$

Câu 4. Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hai phương trình $x^2+1=0$ và $|x+1|=-3$ là hai phương trình tương đương.

B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.

C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.

D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.

Câu 5. Phương trình $4x+\dfrac{3}{\sqrt{x+3}}=-x^2+\dfrac{3}{\sqrt{x+3}}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2-3x=0$?

A. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. **B.** $x^2+\dfrac{1}{x-3}=3x+\dfrac{1}{x-3}$.

C. $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.. **D.** $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$..

Câu 7. Cho phương trình $f(x)=g(x)$ xác định với mọi $x>0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sqrt{x^2+2x+3}.f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}.g(x)$. **B.** $\dfrac{f(x)}{\sqrt{-x}}=\dfrac{g(x)}{\sqrt{-x}}$.

C. $k.f(x)=k.g(x)$, với mọi số thực $k\neq 0$ **D.** $(x^2+1).f(x)=(x^2+1).g(x)$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2-4=0$?

A. $(2+x)(-x^2+2x+1)=0$ **B.** $(x-2)(x^2+3x+2)=0$

C. $\sqrt{x^2-3}=1$ **D.** $x^2-4x+4=0$

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-1}\Leftrightarrow x-1=0$ **B.** $x^2+1=0\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$

C. $|x-2|=|x+1|\Leftrightarrow(x-2)^2=(x+1)^2$ **D.** $x^2=1\Leftrightarrow x=1$

Câu 10. Cho phương trình $2x^2-x=0$. Trong các phương trình sau đây phương trình nào không phải là phương trình hệ quả của phương trình đã cho:

A. $2x-\dfrac{x}{1-x}=0$ **B.** $4x^3-x=0$

C. $(2x^2-x)^2+(x-5)^2=0$ **D.** $2x^3+x^2-x=0$

Câu 11. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$

B. $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$

Câu 12. Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

A. $\sqrt{x-1}=x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1}=x(2x+1)$

B. $\sqrt{(x+1)(2-x)}=0$ và $\sqrt{1+x}.\sqrt{2-x}=0$

C. $\dfrac{2x}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2}{x+1}$ và $\dfrac{2x}{x+1}=x^2$

D. $\sqrt{x^2(x-2)}=0$ và $|x|.\sqrt{x-2}=0$

Câu 13. Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

A. $x+\sqrt{x^2-2}=x^2+\sqrt{x^2-2}\Leftrightarrow x=x^2$.

B. $\sqrt{2-x}=x\Leftrightarrow 2-x=x^2$.

C. $x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow x=x^2$.

D. $x+\sqrt{x^2+3}=x^2+\sqrt{x^2+3}\Leftrightarrow x=x^2$.

Câu 14. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2-5}=2-x\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$x^2-5=(2-x)^2\ (2)$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $4x=9$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{4}$.

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x=\dfrac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Câu 15. Phương trình $x^2=3x$ tương đương với phương trình:

A. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$.

B. $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.

C. $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$.

D. $x^2+\dfrac{1}{x-3}=3x+\dfrac{1}{x-3}$.

Câu 16. Cho hai phương trình: $x(x-2)=3(x-2)\ (1)$ và $\dfrac{x(x-2)}{x-2}=3\ (2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình (1) và (2) là hai phương trình tương đương.

B. Phương trình (2) là hệ quả của phương trình (1).

C. Phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2).

D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 17. Cho phương trình $2x^2-x=0\ (1)$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình (1)?

A. $4x^3-x=0$. **B.** $(2x^2-x)^2=0$. **C.** $2x-\dfrac{x}{1-x}=0$. **D.** $x^2-2x+1=0$.

Câu 18. Khi giải phương trình $\frac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x}-2}=0\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x}-2}(x-4)=0\ (2)$

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-3)}{\sqrt{x}-2}=0\cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=3\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{3;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 2. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 4. **D.** Sai ở bước 3.

Câu 19. Khi giải phương trình $\frac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x}-3}=0\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}(x-4)=0\ (2)$

Bước 2: $\Leftrightarrow \frac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}=0\cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=5\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{5;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 3. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Sai ở bước 4.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|3x-2|=x-3\Rightarrow 8x^2-4x-5=0$. **B.** $\sqrt{x-3}=2\Rightarrow x-3=4$.

C. $\frac{x(x-2)}{(x-2)}=2\Leftrightarrow x=2$. **D.** $\sqrt{x+3}=\sqrt{9-2x}\Rightarrow 3x-6=0$.

Câu 21. Phép biến đổi nào sau đây đúng

A. $5x+\sqrt{x-3}=x^2\Leftrightarrow x^2-5x=\sqrt{x-3}$. **B.** $\sqrt{x+2}=x\Leftrightarrow x+2=x^2$.

C. $3x+\sqrt{x-1}=x^2+\sqrt{x-1}\Leftrightarrow 3x=x^2$. **D.** $\frac{x+3}{x(x-1)}+\frac{3}{x}=\frac{2-x}{x-1}\Leftrightarrow x^2+2x=0$.

Câu 22. Khi giải phương trình $|x-2|=2x-3\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$x^2-4x+4=4x^2-12x+9\ (2)$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $3x^2-8x+5=0$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=1\cup x=\frac{5}{3}$.

Bước 4: Vậy phương trình có nghiệm là: $x=1$ và $x=\frac{5}{3}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 23. Tậpnghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{x}}{x}=\sqrt{-x}$ là:

A. $T=\{1\}$. **B.** $T=\{-1\}$. **C.** $T=\varnothing$. **D.** $T=\{0\}$.

Câu 24. Khi giải phương trình $x+\frac{1}{x+2}=-\frac{2x+3}{x+2}\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: đk: $x\neq -2$

Bước 2:với điều kiện trên $(1)\Leftrightarrow x(x+2)+1=-(2x+3)\ (2)$

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x^2+4x+4=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bước 4:Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{-2\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Câu 25. Cho phương trình $2x^2-x=0$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình đã cho?

A. $2x-\frac{x}{1-x}=0.$ **B.** $\left(2x^2-x\right)^2+(x-5)^2=0.$

C. $2x^3+x^2-x=0.$ **D.** $4x^3-x=0.$

Câu 26. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x+\frac{1}{x}=1$?

A. $7+\sqrt{6x-1}=-18.$ **B.** $|2x-1|+\sqrt{2x+1}=0.$ **C.** $x\sqrt{x-5}=0.$ **D.** $x^2+\sqrt{x}=-1.$

Câu 27. Cho phương trình $\frac{3x-2}{x+1}-1=\frac{2x}{x+1}$. Với điều kiện $x\neq -1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x-2-(x+1)=2x.$ **B.** $3x-2-1=2x.$

C. $3x-2-x+1=2x.$ **D.** $3x-2=2x.$

Câu 28. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x\sqrt{3-2x}+x^2=x^2+x$ và $x\sqrt{3-2x}=x.$ **B.** $3x\sqrt{x+1}=8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1}=16\sqrt{3-x}.$

C. $x+1=x^2-2x$ và $x+2=(x-1)^2$. **D.** $\sqrt{x+2}=2x$ và $x=\frac{5}{3}$.

Câu 29. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $x^2+1=0\Leftrightarrow\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0.$ **B.** $x^2=1\Leftrightarrow x=1.$

C. $|x-2|=|x+1|\Leftrightarrow(x-2)^2=(x+1)^2$. **D.** $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x}\Leftrightarrow x-1=0.$

Câu 30. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow 3x=x^2.$ **B.** $\frac{2x-3}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow 2x-3=(x-1)^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2\Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}.$ **D.** $\sqrt{x-1}=3x\Leftrightarrow x-1=9x^2.$

Câu 31. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$. **B.** $x(x+2)=x$ và $x+2=1$.

C. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$. **D.** $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$.

Câu 32. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$.

B. $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$.

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$.

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$mx^2-2(m-1)x+m-2=0\ (1) \text{ và } (m-2)x^2-3x+m^2-15=0\ (2).$$

A. $m=-5$. **B.** $m=-5;\ m=4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=5$.

Câu 34. Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$2x^2+mx-2=0\ (1) \text{ và } 2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0\ (2).$$

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 35. Cho phương trình $f(x)=0$ có tập nghiệm $S_1=\{m;2m-1\}$ và phương trình $g(x)=0$ có tập nghiệm $S_2=[1;2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x)=0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x)=0$.

A. $1<m<\dfrac{3}{2}$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $m\in\varnothing$.. **D.** $1\le m\le\dfrac{3}{2}$.

Câu 36. Xác định *m* để hai phương trình sau tương đương:

$$x^2+x+2=0\ (1) \text{ và } x^2-2(m+1)x+m^2+m-2=0\ (2)$$

A. $m<-3$ **B.** $m\le -3$ **C.** $m\le -6$ **D.** $m\ge -6$

Nguyễn Bảo Vương

DẠNG 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình ta thực hiện các phép biến đổi để đưa về phương trình tương đương với phương trình đã cho đơn giản hơn trong việc giải nó. Một số phép biến đổi thường sử dụng

- Cộng (trừ) cả hai vế của phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương phương trình đã cho.
- Nhân (chia) vào hai vế với một biểu thức khác không và không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của phương trình ta thu được phương trình hệ quả của phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của phương trình (hai vế luôn cùng dấu) ta thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải phương trình $x-\sqrt{x-3}=\sqrt{3-x}+3$

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Giải phương trình $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1$

.....
.....
.....
.....

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0$

.....
.....
.....
.....

Câu 4. Giải phương trình $\sqrt{2x+5}=\sqrt{-2x-5}$

.....
.....
.....
.....

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{\sqrt{x}-1}\left(x^2-x-2\right)=0$.

.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Cặp số $(x;y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x-y-4=0$?

A. $(x,y)=(2;1)$. **B.** $(x,y)=(1;2)$. **C.** $(x,y)=(3;-2)$. **D.** $(x,y)=(1;-2)$.

Câu 2. Phương trình $x+\sqrt{x-1}=\sqrt{1-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $x+\sqrt{x-2}-1=\sqrt{x-2}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $x^2+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}=9+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$, là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình: $2x+\dfrac{1}{x+1}=4+\dfrac{1}{x+1}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 6. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của phương trình $3x-2y=7$.

A. $(1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3}=4$ là:

A. $S=\left\{-\dfrac{13}{2}\right\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{13}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{2}{13}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\dfrac{2}{13}\right\}$

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình: $\frac{3x+1}{2x-3}-\frac{6}{x-2}=2$ là:

A. $\{\varnothing\}$. **B.** $\{-4\}$. **C.** $\{-4;1\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\frac{x+2}{x}=\frac{2x+3}{2x-4}$ là

A. $x=-\frac{3}{8}$. **B.** $x=-\frac{8}{3}$. **C.** $x=\frac{8}{3}$. **D.** $x=\frac{3}{8}$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $x+1+\frac{3}{x+3}=\frac{x+6}{x+3}$ là

A. -3. **B.** -1. **C.** 0 và -3. **D.** 0.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình: $\frac{x^2+3x+2}{2x+3}=\frac{2x-5}{4}$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\left\{-\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{23}{16}\right\}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $x+\frac{1}{x-2}=\frac{x-1}{x-2}$ là:

A. $\begin{cases}x=1\\x=2\end{cases}$. **B.** $x=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$. **D.** $x=1$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 14. Phương trình $\frac{x^2+1}{\sqrt{x+2}}=\frac{10}{\sqrt{x+2}}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Vô nghiệm.

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ- GIỎI

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{x+2}-\frac{3x-5}{x-2}=\frac{2x^2+3}{4-x^2}$ là:

A. $\frac{15}{4}$. **B.** 5. **C.** $-\frac{15}{4}$. **D.** -5.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0$ là

A. $S=\{-2;2\}$. **B.** S=$\{1\}$. **C.** S=$\{1;2\}$. **D.** S=$\{2\}$.

Câu 17. Phương trình nào sau đây có nghiệm nguyên

A. $\frac{x^2+3x+4}{\sqrt{x+4}}=\sqrt{x+4}$. **B.** $\frac{x^2+1}{\sqrt{2-x}}=\frac{-4}{\sqrt{2-x}}$.

C. $\frac{3x^2+1}{\sqrt{x+1}}=\frac{3}{\sqrt{x+1}}$. **D.** $\frac{3x^2-x-2}{\sqrt{3x-2}}=\sqrt{3x-2}$.

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2x-x^2}$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{0;2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Câu 19. Phương trình $\sqrt{-x^2+6x-9}+x^3=27$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 20. Phương trình $x\left(x^2-1\right)\sqrt{x-1}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 21. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2(5-3x)}+2x=\sqrt{3x-5}+4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 22. Giải phương trình $\frac{x^2-4}{\sqrt{x+1}}=\frac{x+3}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}$

A. $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=4 \end{array}\right.$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Câu 23. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{x+1}=4x-8$. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình.

A. 30. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 24. Phương trình $\frac{x+m-1}{\sqrt{x+1}+1}=0$ có nghiệm khi m thỏa

A. $m \leq 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $m>2$.

Câu 25. Cho phương trình $x^3-3mx^2+mx+m^2-4+\sqrt{-m}=\sqrt{-m}$. Phương trình có nghiệm $x=1$ khi:

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m=-1$; $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Nguyễn Bảo Vương

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA PHƯƠNG TRÌNH

A. Phương pháp giải

• Điều kiện xác định của phương trình bao gồm các điều kiện để giá trị của $f(x)$, $g(x)$ cùng được xác định và các điều kiện khác (nếu có yêu cầu trong đề bài)

• Điều kiện để biểu thức

□ $\sqrt{f(x)}$ xác định là $f(x) \ge 0$

□ $\dfrac{1}{f(x)}$ xác định là $f(x) \ne 0$

□ $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định là $f(x) > 0$

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Tìm điều kiện xác định của phương trình $x + \dfrac{5}{x^2 - 4} = 1$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $x^2 - 4 \ne 0 \Leftrightarrow x^2 \ne 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 2 \\ x \ne -2 \end{cases}$

Vậy phương trình xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$

Câu 2. Tìm điều kiện xác định của phương trình $1 + \sqrt{3 - x} = \sqrt{x - 2}$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 3 - x \ge 0 \\ x - 2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 3 \\ x \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \le x \le 3$

Vậy phương trình xác định trên tập $D = [2;3]$

Câu 3. Tìm điều kiện xác định của phương trình $1 + \sqrt{2x - 3} = \dfrac{2}{\sqrt{3x - 2}}$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 2x - 3 \ge 0 \\ 3x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{3}{2} \\ x > \dfrac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \ge \dfrac{3}{2}$

Vậy phương trình xác định trên tập $D = \left[\dfrac{3}{2}; +\infty\right)$

Câu 4. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{4 - 2x} = \dfrac{x + 1}{x^3 - 3x + 2}$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình

là $\begin{cases} 4-2x\ge 0 \\ x^3-3x+2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ (x-1)(x^2+x-2)\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ (x-1)^2(x-2)\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x\ne 1 \\ x\ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x\ne 1 \end{cases}$

Vậy phương trình xác định trên tập $D=(-\infty;2)\setminus\{1\}$

Câu 5. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^3-4x^2+5x-2}+x=\sqrt{2-x}$.

Lời giải

Điều kiệnxác định của phương

trình $\begin{cases} x^3-4x^2+5x-2\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2(x-2)\ge 0 \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x\ge 2 \end{array}\right. \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình xác định trên tập $D=\{1,2\}$

Câu 6. Cho hàm số $\sqrt{x+m-2}+\sqrt{2x-m}=0$. Tìm m để phương trình xác định với mọi $x>1$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x+m-2\ge 0 \\ 2x-m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2-m \\ x\ge \dfrac{m}{2} \end{cases}$

* Nếu $2-m\ge\dfrac{m}{2}\Leftrightarrow m\le\dfrac{4}{3}$ (1). Khi đó PT xác định với $x\ge 2-m$, Suy ra

Ycbt $\Leftrightarrow 2-m\le 1\Leftrightarrow m\ge 1$. Kết hợp với (1) ta có $1\le m\le\dfrac{4}{3}$

* Nếu $\dfrac{m}{2}\ge 2-m\Leftrightarrow m\ge\dfrac{4}{3}$ (2). Khi đó PT xác định với $x\ge\dfrac{m}{2}$, Suy ra Ycbt $\Leftrightarrow\dfrac{m}{2}\le 1\Leftrightarrow m\le 2$.

Kết hợp với (2) ta có $\dfrac{4}{3}\le m\le 2$

Vậy để phương trình xác định với mọi $x>1$ khi $1\le m\le 2$

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{2x}{x^2+1}-5=\dfrac{3}{x^2+1}$ là:

A. $x\ne -1$. **B.** $\begin{cases} x\ne 1 \\ x\ne -1 \end{cases}$. **C.** $x\ne 1$. **D.** $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2+1\ne 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên PT xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{-4-2x}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $-4-2x\ne 0\Leftrightarrow x\ne -2$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+3x-4}$ là

A. $\mathrm{D}=\mathbb{R}$. **B.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$. **C.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{1;-4\}$. **D.** $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $x^2+3x-4\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -4\end{cases}$. Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{-4;1\}$.

Câu 4. Tập xác định của phương trình $3x+\dfrac{5}{x-4}=12+\dfrac{5}{x-4}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{4\}$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-4\neq 0\Leftrightarrow x\neq 4$

Câu 5. Điều kiện của phương trình $3-x^2=\dfrac{1}{\sqrt{2-x}}$.

A. $x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x\leq 2$. **D.** $x\geq 2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Câu 6. Tập xác định của phương trình $\dfrac{2x+1}{\sqrt{4-5x}}+2x-3=5x-1$ là:

A. $D=\left(\dfrac{4}{5};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\dfrac{4}{5}\right]$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{4}{5}\right\}$. **D.** $D=\left(-\infty;\dfrac{4}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $4-5x>0\Leftrightarrow x<\dfrac{4}{5}$

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x-1}=4x+1$ là:

A. $[3;+\infty)$. **B.** $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2x-1\geq 0\Leftrightarrow x\geq\dfrac{1}{2}$

Câu 8. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{x^2}{\sqrt{x-2}}=\dfrac{8}{\sqrt{x-2}}$ là

A. $x<2$. **B.** $x>2$. **C.** $x\neq 2$. **D.** $x\geq 2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x-2>0\Leftrightarrow x>2$

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}=8-x$ là

A. $x \in [2;8]$. **B.** $x \le 8$. **C.** $x \ge 2$. **D.** $x < 8$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x-2 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2$

Câu 10. Tập xác định của phương trình $\frac{x+1}{x+2}+\frac{x-1}{x-2}=\frac{2x+1}{x+1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2;2;1\}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm 2;-1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x+2\neq 0 \\ x-2\neq 0 \\ x+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x\neq 2 \\ x\neq -1 \end{cases}$.

Câu 11. Tập xác định của phương trình $\frac{x-2}{x+2}-\frac{1}{x}=\frac{2}{x(x-2)}$ là:

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-2;0;2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2;0\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x+2\neq 0 \\ x\neq 0 \\ x(x-2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq -2 \\ x\neq 2 \end{cases}$.

Câu 12. Tập xác định của phương trình $\frac{4x}{x^2-5x+6}-\frac{3-5x}{x^2-6x+8}=\frac{9x+1}{x^2-7x+12}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2;3;4\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x^2-5x+6\neq 0 \\ x^2-6x+8\neq 0 \\ x^2-7x+12\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2, x\neq 3 \\ x\neq 2, x\neq 4 \\ x\neq 3, x\neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2, \\ x\neq 3 \\ x\neq 4 \end{cases}$

Câu 13. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{x+2}-\frac{3}{x-2}=\frac{4}{x^2-4}$ là:

A. $x \in \mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x\neq 2 \\ x\neq -2 \end{cases}$. **C.** $x \ge 2$. **D.** $x > 2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2-4\neq 0 \Leftrightarrow x\neq \pm 2$

Câu 14. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ x-2\ge 0 \\ x-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\ge 2 \\ x\ge 3 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge 3$

Câu 15. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{3x-2}+\sqrt{4-3x}=1$ là:

A. $\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right\}$. **D.** $\left[\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} 3x-2\ge 0 \\ 4-3x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{2}{3} \\ x\le \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\le x\le \frac{4}{3}$

Câu 16. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x^2-4}=\frac{1}{x-2}$ là

A. $x>2$ hoặc $x<-2$. **B.** $x>2$ hoặc $x\le -2$.

C. $x\ge 2$ hoặc $x<-2$. **D.** $x\ge 2$ hoặc $x\le -2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x^2-4\ge 0 \\ x-2\ne 0 \end{cases} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ x\ge 2 \end{array}\right. \\ x\ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ x>2 \end{array}\right.$

Câu 17. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{2x+1}}{x^2+3x}=0$ là

A. $x\ge -\frac{1}{2}$. **B.** $x\ge -\frac{1}{2}$ và $x\ne -3$. **C.** $x\ge -\frac{1}{2}$ và $x\ne 0$. **D.** $x\ne -3$ và $x\ne 0$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ x^2+3x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\frac{1}{2} \\ x\ne 0, x\ne -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\frac{1}{2} \\ x\ne 0, \end{cases}$

Câu 18. Điều kiện xác định của phương trình $x+\frac{1}{\sqrt{2x+4}}=\frac{\sqrt{3-2x}}{x}$ là

A. $x>-2, x\ne 0$ và $x\le \frac{3}{2}$. **B.** $x>-2$ và $x\ne 0$.

C. $x>-2$ và $x<\frac{3}{2}$. **D.** $x\ne -2$ và $x\ne 0$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} 2x+4>0 \\ 3-2x\ge 0 \\ x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x\le \frac{3}{2} \\ x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x\le \frac{3}{2} \\ x\ne 0 \end{cases}$

Câu 19. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{x^2-1}=0$ là:

A. $x\ge 0$ và $x^2-1>0$. **B.** $x>0$. **C.** $x\ge 0$. **D.** $x>0$ và $x^2-1\ge 0$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\x^2-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\x\le -1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 1$

Câu 20. Điều kiện xác định của phương trình $x+2-\frac{1}{\sqrt{x+2}}=\frac{\sqrt{4-3x}}{x+1}$ là

A. $x>-2$ và $x<\frac{4}{3}$. **B.** $-2<x\le\frac{4}{3}$ và $x\ne -1$.

C. $x\ge -2$. và $x\le\frac{4}{3}$. **D.** $x\ne -2$ và $x\ne -1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}x+2>0\\4-3x\ge 0\\x+1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x\le\frac{4}{3}\\x\ne -1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(-2;\frac{4}{3}\right]\setminus\{-1\}$

Câu 21. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}}=0$ là:

A. $x\ge 2$. **B.** $x<7$. **C.** $2\le x<7$. **D.** $2\le x\le 7$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x-2\ge 0\\7-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x<7\end{cases}\Leftrightarrow 2\le x<7$

Câu 22. Điều kiện của phương trình: $x-3+\frac{1}{\sqrt{x+1}}+\frac{\sqrt{5-x}}{x-1}=0$

A. $x>-1, x\ne 1$ và $x\le 5$. **B.** $x>-1$ và $x\ne 1$.

C. $-1<x\le 5$. **D.** $x\le 5$ và $x\ne 1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x+1>0\\5-x\ge 0\\x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x\le 5\\x\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<x\le 5\\x\ne 1\end{cases}$

Câu 23. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{3x}+\frac{2}{3x-3}=0$.

A. $\begin{cases}x\ge 0\\x\ne 1\end{cases}$. **B.** $x\ne 1$. **C.** $\begin{cases}x>0\\x\ne 1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x\ge -3\\x\ne 1\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}3x\ge 0\\3x-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x\ne 1\end{cases}$

Câu 24. Giá trị $x\ge 2$ là điều kiện của phương trình nào?

A. $x+\dfrac{1}{x}+\sqrt{x-2}=0$. **B.** $x+\dfrac{1}{\sqrt{x-2}}=0$.

C. $x+\dfrac{1}{4-x}=\sqrt{x-2}$. **D.** $x+\dfrac{1}{x-2}=2x-1$.

Lời giải

Chọn A

* Tự luận: Giải điều kiện của từng PT trong 4 đáp án

* Trắc nghiệm: Ta thấy $x=2$ không thỏa B, D nên loại B, D

$x=4$ không thỏa C nên loại **C.** Vậy chọn A

Câu 25. Tìm điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{1}{x^2-4}=\sqrt{x+1}$.

A. $x\ge -1$ và $x\ne 2$. **B.** $x\ne 2$ và $x\ne -2$.

C. $x\ge -1$. **D.** $x\ge -1$ hoặc $x\ne 2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x^2-4\ne 0\\x+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x\ne \pm 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x\ne 2\end{cases}$

Câu 26. Điều kiện xác định của phương trình $x+\sqrt{2x+1}=\sqrt{1-x}$ là

A. $-\dfrac{1}{2}<x<1$. **B.** $-\dfrac{1}{2}\le x\le 1$. **C.** $x\ge -\dfrac{1}{2}$. **D.** $x\le 1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases}2x+1\ge 0\\1-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\x\le 1\end{cases}\Rightarrow -\dfrac{1}{2}\le x\le 1$.

Câu 27. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{x-2}=\sqrt{x-3}$ là:

A. $x\ge 2$. **B.** $x>3$. **C.** $x\ge 1$. **D.** $x\ge 3$.

Lời giải

Chọn D

PT có nghĩa khi:

$\begin{cases}x-1\ge 0\\x-2\ge 0\\x-3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x\ge 2\\x\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 3$. Vậy điều kiện xác định của pt trên là: $x\ge 3$.

Câu 28. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2}+\dfrac{6}{x-3}=4$ là tập nào sau đây?

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[2;+\infty)\setminus\{3\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases} x-2\ge 0 \\ x-3\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x\ne 3 \end{cases}$

Câu 29. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{\sqrt{x+5}}{x-2}=1$ là

A. $x\ge -5$. **B.** $\begin{cases} x>-5 \\ x\ne 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x\ge -5 \\ x\ne 2 \end{cases}$. **D.** $x>2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện của phương trình là $\begin{cases} x+5\ge 0 \\ x-2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -5 \\ x\ne 2 \end{cases}$

Câu 30. Tìm điều kiện của phương trình sau: $\dfrac{x^2+1}{x-2}=\sqrt{3x}$.

A. $\begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne 2 \end{cases}$ **B.** $x\ne 2$ **C.** $x\ge 0$ **D.** $x\ge 2$

Lời giải

Để phương trình có nghĩa ta phải có: $\begin{cases} x\ne 2 \\ x\ge 0 \end{cases}$.

Đáp án A.

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 31. Tìm m để phương trình $\dfrac{x\sqrt{5}}{x^2-2x+m}=0$ có điều kiện xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn A

$Ycbt \Leftrightarrow x^2-2x+m\ne 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2-2x+m=0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=1-m<0 \Leftrightarrow m>1$

Câu 32. Cho phương trình $\sqrt{x^3-1}+\sqrt{x+1}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

A. $x\le -2$ và $x\ge 2$. **B.** $x\ge 1$ và $x\ne 2$. **C.** $x>2$. **D.** $x\ge 2$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của phương trình $\begin{cases} x^3-1\ge 0 \\ x+1\ge 0 \\ x^2-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>2$.

Câu 33. Tìm điều kiện xác định của phương trình: $\dfrac{\sqrt{x}-1}{|x|-4}=0$.

A. $x\ge 0$ **B.** $\begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne 4 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x\le 0 \\ x\ne -4 \end{cases}$ **D.** $x\le 0$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge 0 \\ |x|-4\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ |x|\ne 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne \pm 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x\ne 4 \end{cases}$.

Đáp án B.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup\{2\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup\{2\}$.

C. $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup\{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases}x-m+2\ge 0\\ \sqrt{x-m+2}-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge m-2\\ x\ne m-1\end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D=[m-2;m-1)\cup(m-1;+\infty)$.

Để hàm số xác định trên $(0;1)$ thì $(0;1)\subset D\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(0;1)\subset[m-2;m-1)\\ (0;1)\subset(m-1;+\infty)\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m-2\le 0\\ m-1\ge 1\end{cases}\\ m-1\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m\le 1\end{array}\right.\Rightarrow m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2-m)x+2=-mx+x+2m$ nghiệm đúng với $\forall x\in R$.

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn C

$(m^2-m)x+2=-mx+x+2m\Leftrightarrow(m^2-1)x=2m-2$ (1).

Phương trình (1) nghiệm đúng với $\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-1=0\\ 2m-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\pm 1\\ m=1\end{cases}\Rightarrow m=1$.

Câu 36. Tìm m để phương trình $\dfrac{x^2-1}{x-m+2}=0$ xác định trên $[-1;1)$.

A. $\begin{cases}m\le 1\\ m\ge 3\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}m>1\\ m\ge 3\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}m<1\\ m\ge 3\end{cases}$ **D.** $1<m\le 3$

Lời giải

Phương trình xác định khi: $x\ne m-2$.

Khi đó để phương trình xác định trên $[-1;1)$ thì:

$$m-2\notin[-1;1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2<-1\\ m-2\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<1\\ m\ge 3\end{array}\right.$$

Đáp án C.

Câu 37. Cho phương trình: $\sqrt{-x+2m-1}-\dfrac{1}{\sqrt{x-m+2}}=0$. Tìm m để phương trình xác định trên $(0;1]$.

A. $1<m\le 2$ **B.** $1\le m\le 2$ **C.** $1\le m<2$ **D.** $1<m<2$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là:

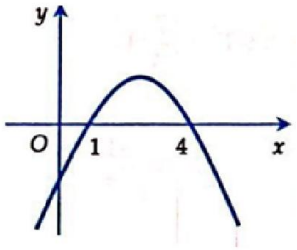
$\begin{cases} -x+2m-1\ge 0 \\ x-m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2m-1 \\ x>m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m-2<x\le 2m-1$

Hay phương trình xác định trên $(m-2;2m-1]$ do đó điều kiện để phương trình xác định trên $(0;1]$ là: $(0;1]\subset(m-2;2m-1]$

$\Leftrightarrow m-2\le 0<1\le 2m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2 \\ m\ge 1 \end{cases}$ hay $1\le m\le 2$.

Đáp án **B.**

Câu 38. Cho parabol $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $\sqrt{f(x)}=3$ có điều kiện xác định là:



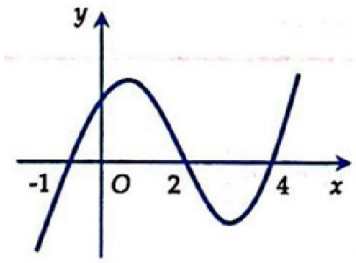
A. $\begin{cases} x\ne 1 \\ x\ne 4 \end{cases}$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 4 \end{array}\right.$ **C.** $1\le x\le 4$ **D.** $\forall x\in\mathbb{R}$

Lời giải

Điều kiện: $f(x)\ge 0$ nhìn đồ thị ta thấy: $1\le x\le 4$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành hay hàm cho $f(x)\ge 0$.

Đáp án **C.**

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Phương trình $\sqrt{f(x)}=0$ xác định trên khoảng $(-1;4)$.

B. Phương trình $\sqrt{f(x)}=0$ xác định trên đoạn $[2;4]$.

C. Phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}=0$ xác định trên khoảng $(-1;2)$.

D. Phương trình $\dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$ xác định trên khoảng $(0;4)$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(-1;2)$

Đáp án **C.**

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG, PHƯƠNG TRÌNH HỆ QUẢ

A. Phương pháp giải

- Hai phương trình được gọi là tương đương khi chúng có cùng tập nghiệm.
- Nếu mọi nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ đều là nghiệm của phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ thì phương trình $f_1(x)=g_1(x)$ được gọi là **phương trình hệ quả** của phương trình $f(x)=g(x)$.
- Để giải phương trình ta thực hiện các phép biến đổi để đưa về phương trình tương đương với phương trình đã cho đơn giản hơn trong việc giải nó.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Cho phương trình $2x^2-x=0\ (*)$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình $(*)$?

$(1):2x-\dfrac{x}{1-x}=0$. $(2):4x^3-x=0$. $(3):\left(2x^2-x\right)^2=0$. $(4):x^2-2x+1=0$.

Lời giải

$$(1):2x-\frac{x}{1-x}=0\Rightarrow 2x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$(2):4x^3-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\4x^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$(3):\left(2x^2-x\right)^2=0\Leftrightarrow 2x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

$(4):x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$

Vậy (4) không là hệ quả của $(*)$

Câu 2. Phương trình $x^2=3x$ tương đương với phương trình nào trong bốn phương trình sau ?

$(1):x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$. $(2):x^2+\dfrac{1}{x-3}=3x+\dfrac{1}{x-3}$.

$(3):x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. $(4):x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.

Lời giải

$$(1)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\ge 2\\x^2-3x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=3\quad(3)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\ge 3\\x\left(\sqrt{x-3}\right)^3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=3$$

$$(2)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\ne 3\\x^2-3x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0\quad(4):x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}\Leftrightarrow x^2=3x$$

Vậy (4) tương đương với phương trình đã cho

Câu 3. Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng, khẳng định nào **sai** ?

$(1):\sqrt{x-2}=1\Rightarrow x-2=1$. $(2):\dfrac{x(x-1)}{(x-1)}=1\Leftrightarrow x=1$.

$(3):|3x-2|=x-3\Rightarrow 8x^2-4x-5=0$. $(4):\sqrt{x-3}=\sqrt{9-2x}\Rightarrow 3x-12=0$.

Lời giải

(2) Sai vì phương trình $\dfrac{x(x-1)}{(x-1)}=1$ có điều kiện xác định là $x\neq 1$.

$(1),(3),(4)$ Đúng

Câu 4. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2-2(m-1)x+m-2=0$ (1) và $(m-2)x^2-3x+m^2-15=0$ (2)

Lời giải

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

Ta có $(1)\Leftrightarrow (x-1)(mx-m+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ mx-m+2=0 \end{array}\right.$

Do hai phương trình tương đương nên $x=1$ là nghiệm của phương trình (2)

Thay $x=1$ vào phương trình (2) ta được

$(m-2)-3+m^2-15=0\Leftrightarrow m^2+m-20=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-5 \end{array}\right.$

• Với $m=-5$: Phương trình (1) trở thành $-5x^2+12x-7=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{7}{5} \end{array}\right.$

Phương trình (2) trở thành $-7x^2-3x+10=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{10}{7} \end{array}\right.$

Suy ra hai phương trình không tương đương

• Với $m=4$: Phương trình (1) trở thành $4x^2-6x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$

Phương trình (2) trở thành $2x^2-3x+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Suy ra hai phương trình tương đương

Vậy $m=4$ thì hai phương trình tương đương.

Câu 5. Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $2x^2+mx-2=0$ (1) và $2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0$ (2)

Lời giải

Giả sử hai phương trình (3) và (4) tương đương

Ta có $2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0\Leftrightarrow (x+2)(2x^2+mx-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ 2x^2+mx-2=0 \end{array}\right.$

Do hai phương trình tương đương nên $x=-2$ cũng là nghiệm của phương trình (3) Thay

$x=-2$ vào phương trình (3) ta được $2(-2)^2+m(-2)-2=0\Leftrightarrow m=3$

• Với $m=3$ phương trình (3) trở thành $2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Phương trình (4) trở thành $2x^3+7x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow (x+2)^2(2x+1)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Suy ra phương trình (3) tương đương với phương trình (4)

Vậy $m=3$.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hai phương trình được gọi là tương đương khi

A. Có cùng tập xác định. **B.** Có số nghiệm bằng nhau.

C. Có cùng dạng phương trình. **D.** Có cùng tập hợp nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa sách giáo khoa 10 thì hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập hợp nghiệm.

Câu 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào tương với phương trình $x-1=0$?

A. $x+2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $2x-2=0$. **D.** $(x-1)(x+2)=0$.

Lời giải

Chọn C

Hai phương trình $x-1=0$ và $2x-2=0$ tương đương nhau vì có cùng tập nghiệm là $S=\{1\}$.

Câu 3. Cho phương trình: $x^2+x=0$ (1). Phương trình nào tương đương với phương trình (1)?

A. $x(x+1)=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $x^2+(x+1)^2=0$. **D.** $x=0$

Lời giải

Chọn A

$(1) \Leftrightarrow x^2+x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Ý A: $x(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Câu 4. Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hai phương trình $x^2+1=0$ và $|x+1|=-3$ là hai phương trình tương đương.

B. Các phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.

C. Các phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.

D. Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn A

Ở đáp án A, Dễ thấy hai phương trình đều vô nghiệm nên chúng là hai phương trình tương đương.

Câu 5. Phương trình $4x+\frac{3}{\sqrt{x+3}}=-x^2+\frac{3}{\sqrt{x+3}}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x>-3$.

Với điều kiện trên, ta có:

$$4x+\frac{3}{\sqrt{x+3}}=-x^2+\frac{3}{\sqrt{x+3}}\Leftrightarrow 4x=-x^2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-4\end{array}\right.$$

So sánh điều kiện, ta có $x=0$ là nghiệm của phương trình.

Câu 6. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $x^2-3x=0$?

A. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. **B.** $x^2+\frac{1}{x-3}=3x+\frac{1}{x-3}$.

C. $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.. **D.** $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$..

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x^2-3x=0$ có hai nghiệm $x=0;x=3$

Phương trình đáp án A không nhận $x=0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án B không nhận $x=3$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Phương trình đáp án D không nhận $x=0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình

Câu 7. Cho phương trình $f(x)=g(x)$ xác định với mọi $x>0$. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào **không** tương đương với phương trình đã cho?

A. $\sqrt{x^2+2x+3}.f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}.g(x)$. **B.** $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}}=\frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$.

C. $k.f(x)=k.g(x)$, với mọi số thực $k\neq 0$ **D.** $(x^2+1).f(x)=(x^2+1).g(x)$.

Lời giải

Chọn B

$\frac{f(x)}{\sqrt{-x}}=\frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ xác định khi $x<0$ và $f(x),g(x)$ có nghĩa.

Biến đổi từ phương trình $f(x)=g(x)$ sang phương trình $\frac{f(x)}{\sqrt{-x}}=\frac{g(x)}{\sqrt{-x}}$ không là biến đổi trương đương do làm thay đổi TXĐ của phương trình nên hai phương trình này không tương đương.

Câu 8. Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2-4=0$?

A. $(2+x)\left(-x^2+2x+1\right)=0$ **B.** $(x-2)\left(x^2+3x+2\right)=0$

C. $\sqrt{x^2-3}=1$ **D.** $x^2-4x+4=0$

Lời giải

Ta có phương trình: $x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm 2$ do đó tập nghiệm của phương trình đã cho là: $S_0=\{-2;2\}$. Xét các đáp án:

- Đáp án A: Giải phương trình: $(2+x)\left(-x^2+2x+1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\-x^2+2x+1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_1=\left\{-2;1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right\}\neq S_0$

- Đáp án B: Giải phương trình: $(x-2)\left(x^2+3x+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\\x=-2\end{array}\right.$

Do đó tập nghiệm của phương trình là: $S_2=\{-2;-1;2\}\neq S_0$.

- Đáp án C: Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3}=1\Leftrightarrow x^2-3=1\Leftrightarrow x=\pm2$

Do đó tập nghiệm $S_3=S_0$ nên chọn đáp án **C.**

- Đáp án D: Có $S_4=\{2\}\neq S_0$.

Đáp án C.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\sqrt{x-1}=2\sqrt{x-1}\Leftrightarrow x-1=0$ **B.** $x^2+1=0\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$

C. $|x-2|=|x+1|\Leftrightarrow(x-2)^2=(x+1)^2$ **D.** $x^2=1\Leftrightarrow x=1$

Lời giải

Chọn đáp án D vì $x^2=1\Leftrightarrow x=\pm1$

Còn các khẳng định khác đều đúng.

Đáp án D.

Câu 10. Cho phương trình $2x^2-x=0$. Trong các phương trình sau đây phương trình nào không phải là phương trình hệ quả của phương trình đã cho:

A. $2x-\dfrac{x}{1-x}=0$ **B.** $4x^3-x=0$

C. $\left(2x^2-x\right)^2+(x-5)^2=0$ **D.** $2x^3+x^2-x=0$

Lời giải

Giải phương trình $2x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow$ Tập nghiệm $S_0=\left\{0;\dfrac{1}{2}\right\}$

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: $2x-\dfrac{x}{1-x}=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}1-x\neq0\\2x(1-x)-x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x\neq1\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S_1=\left\{0;\dfrac{1}{2}\right\}\supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án A là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án B: $4x^3-x=0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow S_2=\left\{0;\dfrac{-1}{2};\dfrac{1}{2}\right\}\Rightarrow S_2\supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án B là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án C: $\left(2x^2-x\right)^2+\left(x-5\right)^2=0\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-x=0\\x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-x=0\\x=5\end{cases}$ vô nghiệm

$\Rightarrow S_3=\varnothing\Rightarrow S_2\not\subset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án C không là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án D: Giải phương trình ta có: $S_4=\left\{-1;0;\frac{1}{2}\right\}\supset S_0$

Đáp án C.

Câu 11. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$

B. $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=\left(2-x\right)^2$

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$

Lời giải

Xét các đáp án:

- Đáp án A: + Phương trình $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge3\\2x=1\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$

+ Phương trình $2x=1\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Do đó cặp phương trình ở đáp án A không tương đương vì không cùng tập nghiệm.

- Đáp án B: + Phương trình $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge0\\x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=0$

+ Phương trình $x=0$

Vậy chọn đáp án **B.**

- Đáp án C: + Phương trình $\sqrt{x+1}=2-x\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=\left(2-x\right)^2\\2-x\ge0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-5x+3=0\\x\le2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le2\\x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{5-\sqrt{13}}{2}$

+ Phương trình $x+1=\left(2-x\right)^2\Leftrightarrow x^2-5x+3=0\Leftrightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$

Do đó hai phương trình trong đáp án C không tương đương.

- Đáp án D: $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge0\\x=1\end{cases}\Rightarrow$ Tập nghiệm rỗng.

Do đó phương trình $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$ không phải là hai phương trình tương đương.

Đáp án B.

Câu 12. Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

A. $\sqrt{x-1}=x$ và $\left(2x+1\right)\sqrt{x-1}=x\left(2x+1\right)$

B. $\sqrt{\left(x+1\right)\left(2-x\right)}=0$ và $\sqrt{1+x}.\sqrt{2-x}=0$

C. $\frac{2x}{\left(x+1\right)^2}=\frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1}=x^2$

D. $\sqrt{x^2(x-2)}=0$ và $|x|.\sqrt{x-2}=0$

Lời giải

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: Điều kiện của hai phương trình là $x\ge 1$

Khi đó $2x+1>0$ nên ta có thể chia 2 vế của phương trình thứ hai cho $2x+1$ nên hai phương trình tương đương.

- Đáp án B: Hai phương trình có cùng tập nghiệm là $\{-1;2\}$ nên tương đương.

- Đáp án C: Điều kiện của hai phương trình là $x\ne -1$ nên ta có thể nhận phương trình thứ nhất với $x+1\ne 0$ ta được phương trình thứ hai.

Vậy hai phương trình tương đương.

- Đáp án D: Phương trình $\sqrt{x^2(x-2)}=0$ có 2 nghiệm $x=2$ và $x=0$ thỏa mãn điều kiện $\left[\begin{array}{l}x=0\\x\ge 2\end{array}\right.$.

Còn phương trình $|x|.\sqrt{x-2}=0$ chỉ có nghiệm $x=2$ vì $x=0$ không thỏa mãn điều kiện $x\ge 2$.

Vậy hai phương trình không cùng tập nghiệm nên không tương đương.

Đáp án D.

Câu 13. Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

A. $x+\sqrt{x^2-2}=x^2+\sqrt{x^2-2}\Leftrightarrow x=x^2$.

B. $\sqrt{2-x}=x\Leftrightarrow 2-x=x^2$.

C. $x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow x=x^2$.

D. $x+\sqrt{x^2+3}=x^2+\sqrt{x^2+3}\Leftrightarrow x=x^2$.

Lời giải

Chọn D

* Xét phương án A:

$$x+\sqrt{x^2-2}=x^2+\sqrt{x^2-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2\ge 0\\x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2\ge 0\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$$

$$x=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án B:

$$\sqrt{2-x}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\2-x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$$

$$2-x=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án C:

$$x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow x=x^2\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing$$

$$x=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$$

2 phương trình không có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi không tương đương.

* Xét phương án D:

$x+\sqrt{x^2+3}=x^2+\sqrt{x^2+3}\Leftrightarrow x=x^2\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+3\ge 0\\ x=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

$x=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

2 phương trình có cùng tập nghiệm nên phép biến đổi là tương đương.

Câu 14. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2-5}=2-x\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$x^2-5=(2-x)^2\ (2)$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $4x=9$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{4}$.

Vậy phương trình có một nghiệm là: $x=\dfrac{9}{4}$.

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Bài giải sai ở bước 3 vì HS chưa kiểm tra $x=\dfrac{9}{4}$ có là nghiệm của phương trình (1) hay không

Câu 15. Phương trình $x^2=3x$ tương đương với phương trình:

A. $x^2\sqrt{x-3}=3x\sqrt{x-3}$. **B.** $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}$.

C. $x^2+\sqrt{x-2}=3x+\sqrt{x-2}$. **D.** $x^2+\dfrac{1}{x-3}=3x+\dfrac{1}{x-3}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $x^2+\sqrt{x^2+1}=3x+\sqrt{x^2+1}\Leftrightarrow x^2=3x,\forall x\in\mathbb{R}$

Câu 16. Cho hai phương trình: $x(x-2)=3(x-2)\ (1)$ và $\dfrac{x(x-2)}{x-2}=3\ (2)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Phương trình (1) và (2) là hai phương trình tương đương.

B. Phương trình (2) là hệ quả của phương trình (1).

C. Phương trình (1) là hệ quả của phương trình (2).

D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn C

Vì mọi nghiệm PT (2) đều là nghiệm của PT (1)

Câu 17. Cho phương trình $2x^2-x=0\ (1)$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình (1)?

A. $4x^3-x=0$. **B.** $\left(2x^2-x\right)^2=0$. **C.** $2x-\dfrac{x}{1-x}=0$. **D.** $x^2-2x+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì các nghiệm của PT (1) không là nghiệm của PT $x^2-2x+1=0$

Câu 18. Khi giải phương trình $\dfrac{(x-3)(x-4)}{\sqrt{x}-2}=0\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \dfrac{(x-3)}{\sqrt{x}-2}(x-4)=0\ (2)$

Bước 2: $\Leftrightarrow \dfrac{(x-3)}{\sqrt{x}-2}=0\cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=3\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{3;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 2. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 4. **D.** Sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn A

Vì nghiệm $x=4$ không là nghiệm của PT (2)

Câu 19. Khi giải phương trình $\dfrac{(x-5)(x-4)}{\sqrt{x}-3}=0\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: $(1)\Leftrightarrow \dfrac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}(x-4)=0\ (2)$

Bước 2: $\Leftrightarrow \dfrac{(x-5)}{\sqrt{x}-3}=0\cup x-4=0$.

Bước 3: $\Leftrightarrow x=5\cup x=4$.

Bước 4: Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{5;4\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 3. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 1. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $|3x-2|=x-3\Rightarrow 8x^2-4x-5=0$. **B.** $\sqrt{x-3}=2\Rightarrow x-3=4$.

C. $\dfrac{x(x-2)}{(x-2)}=2\Leftrightarrow x=2$. **D.** $\sqrt{x+3}=\sqrt{9-2x}\Rightarrow 3x-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì hai phương trình có tập nghiệm không bằng nhau

Câu 21. Phép biến đổi nào sau đây đúng

A. $5x+\sqrt{x-3}=x^2\Leftrightarrow x^2-5x=\sqrt{x-3}$. **B.** $\sqrt{x+2}=x\Leftrightarrow x+2=x^2$.

C. $3x+\sqrt{x-1}=x^2+\sqrt{x-1}\Leftrightarrow 3x=x^2$. **D.** $\dfrac{x+3}{x(x-1)}+\dfrac{3}{x}=\dfrac{2-x}{x-1}\Leftrightarrow x^2+2x=0$.

Lời giải

Chọn A

Vì phép biến đổi không làm thay đổi điều kiện của PT, các đáp án còn lại thì phép biến đổi làm thay đổi Đk cuat PT nên không phải là phép biến đổi tương đương

Câu 22. Khi giải phương trình $|x-2|=2x-3\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$x^2-4x+4=4x^2-12x+9\ (2)$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $3x^2-8x+5=0$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x=1\cup x=\dfrac{5}{3}$.

Bước 4:Vậy phương trình có nghiệm là: $x=1$ và $x=\dfrac{5}{3}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải

Chọn D

Vì phép biến đổi ở bước 1 dẫn tới PT hệ quả (2). Do đó nghiệm của (2) có thể không là nghiệm của (1). Cụ thể $x=1$ không là nghiệm của (1)

Câu 23. Tậpnghiệm của phương trình $\dfrac{\sqrt{x}}{x}=\sqrt{-x}$ là:

A. $T=\{1\}$. **B.** $T=\{-1\}$. **C.** $T=\varnothing$. **D.** $T=\{0\}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 24. Khi giải phương trình $x+\dfrac{1}{x+2}=-\dfrac{2x+3}{x+2}\ (1)$, một học sinh tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: đk: $x\neq -2$

Bước 2:với điều kiện trên $(1)\Leftrightarrow x(x+2)+1=-(2x+3)\ (2)$

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x^2+4x+4=0\Leftrightarrow x=-2$.

Bước 4:Vậy phương trình có tập nghiệm là: $T=\{-2\}$.

Cách giải trên sai từ bước nào?

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2. **C.** Sai ở bước 3. **D.** Sai ở bước 4.

Lời giải

Chọn D

Vì chưa kiểm tra nghiệm PT cuối có thỏa đk của PT đầu hay không

Câu 25. Cho phương trình $2x^2-x=0$. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào không phải là hệ quả của phương trình đã cho?

A. $2x-\dfrac{x}{1-x}=0.$ **B.** $\left(2x^2-x\right)^2+(x-5)^2=0.$

C. $2x^3+x^2-x=0.$ **D.** $4x^3-x=0.$

Lời giải

Chọn B

Không thỏa mãn khai niệm PT hệ quả

Câu 26. Phương trình nào sau đây không tương đương với phương trình $x+\dfrac{1}{x}=1$?

A. $7+\sqrt{6x-1}=-18$. **B.** $|2x-1|+\sqrt{2x+1}=0$. **C.** $x\sqrt{x-5}=0$. **D.** $x^2+\sqrt{x}=-1$.

Lời giải

Chọn C

Vì PT $x+\dfrac{1}{x}=1$ vô nghiệm còn PT $x\sqrt{x-5}=0$ có nghiệm

Câu 27. Cho phương trình $\dfrac{3x-2}{x+1}-1=\dfrac{2x}{x+1}$. Với điều kiện $x\neq -1$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

A. $3x-2-(x+1)=2x$. **B.** $3x-2-1=2x$.

C. $3x-2-x+1=2x$. **D.** $3x-2=2x$.

Lời giải

Chọn A

Với Đk $x\neq -1$, $\dfrac{3x-2}{x+1}-1=\dfrac{2x}{x+1}\Leftrightarrow\dfrac{3x-2-(x+1)}{x+1}=\dfrac{2x}{x+1}\Leftrightarrow 3x-2-(x+1)=2x$

Câu 28. Chọn cặp phương trình không tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x\sqrt{3-2x}+x^2=x^2+x$ và $x\sqrt{3-2x}=x$. **B.** $3x\sqrt{x+1}=8\sqrt{3-x}$ và $6x\sqrt{x+1}=16\sqrt{3-x}$.

C. $x+1=x^2-2x$ và $x+2=(x-1)^2$. **D.** $\sqrt{x+2}=2x$ và $x=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Vì tập nghiệm của 2 PT là không bằng nhau

Câu 29. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $x^2+1=0\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{\sqrt{x-1}}=0$. **B.** $x^2=1\Leftrightarrow x=1$.

C. $|x-2|=|x+1|\Leftrightarrow(x-2)^2=(x+1)^2$. **D.** $\sqrt{x-1}=2\sqrt{1-x}\Leftrightarrow x-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Vì hai PT $x^2=1$ và $x=1$ là không tương đương

Câu 30. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $3x+\sqrt{x-2}=x^2+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow 3x=x^2$. **B.** $\dfrac{2x-3}{\sqrt{x-1}}=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow 2x-3=(x-1)^2$.

C. $3x+\sqrt{x-2}=x^2\Leftrightarrow 3x=x^2-\sqrt{x-2}$. **D.** $\sqrt{x-1}=3x\Leftrightarrow x-1=9x^2$.

Lời giải

Chọn C

Vì khi cộng hai vế của PT với cùng một biểu thức mà không làm thay đổi Đk của PT đã cho ta được một PT tương đương

Câu 31. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$. **B.** $x(x+2)=x$ và $x+2=1$.

C. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$. **D.** $\sqrt{x}(x+2)=\sqrt{x}$ và $x+2=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì hai PT $x+\sqrt{x-1}=1+\sqrt{x-1}$ và $x=1$ có cùng tập nghiệm

Câu 32. Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

A. $2x+\sqrt{x-3}=1+\sqrt{x-3}$ và $2x=1$.

B. $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$.

C. $\sqrt{x+1}=2-x$ và $x+1=(2-x)^2$.

D. $x+\sqrt{x-2}=1+\sqrt{x-2}$ và $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Vì hai PT $\dfrac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}}=0$ và $x=0$ có cùng tập nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$mx^2-2(m-1)x+m-2=0\ (1) \text{ và } (m-2)x^2-3x+m^2-15=0\ (2).$$

A. $m=-5$.

B. $m=-5;\ m=4$.

C. $m=4$.

D. $m=5$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

Ta có $(1)\Leftrightarrow(x-1)(mx-m+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\mx-m+2=0\end{array}\right.$

Do hai phương trình tương đương nên $x=1$ là nghiệm của phương trình (2)

Thay $x=1$ vào phương trình (2) ta được

$$(m-2)-3+m^2-15=0\Leftrightarrow m^2+m-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-5\end{array}\right.$$

• Với $m=-5$: Phương trình (1) trở thành $-5x^2+12x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{7}{5}\end{array}\right.$

Phương trình (2) trở thành $-7x^2-3x+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{10}{7}\end{array}\right.$

Suy ra hai phương trình không tương đương

• Với $m=4$: Phương trình (1) trở thành $4x^2-6x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$

Phương trình (2) trở thành $2x^2-3x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

Suy ra hai phương trình tương đương

Vậy $m=4$ thì hai phương trình tương đương.

Câu 34. Tìm giá trị thực của tham số m để cặp phương trình sau tương đương:

$$2x^2+mx-2=0\ (1) \text{ và } 2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0\ (2).$$

A. $m=2.$ **B.** $m=3.$ **C.** $m=-2.$ **D.** $m=\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn B

Giả sử hai phương trình (1) và (2) tương đương

Ta có $2x^3+(m+4)x^2+2(m-1)x-4=0\Leftrightarrow(x+2)(2x^2+mx-2)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\2x^2+mx-2=0\end{array}\right.$ Do hai phương trình tương đương nên $x=-2$ cũng là nghiệm của phương trình (1) Thay $x=-2$ vào phương trình (1) ta được $2(-2)^2+m(-2)-2=0\Leftrightarrow m=3$

• Với $m=3$ phương trình (1) trở thành $2x^2+3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Phương trình (2) trở thành $2x^3+7x^2+4x-4=0\Leftrightarrow(x+2)^2(2x+1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$ Suy ra phương trình (1) tương đương với phương trình (2)

Vậy $m=3$.

Câu 35. Cho phương trình $f(x)=0$ có tập nghiệm $S_1=\{m;2m-1\}$ và phương trình $g(x)=0$ có tập nghiệm $S_2=[1;2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x)=0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x)=0$.

A. $1<m<\frac{3}{2}.$ **B.** $1\le m\le 2.$ **C.** $m\in\varnothing..$ **D.** $1\le m\le\frac{3}{2}.$

Lời giải

Chọn D

Gọi S_1, S_2 lần lượt là tập nghiệm của hai phương trình $f(x)=0$ và $g(x)=0$.

Ta nói phương trình $g(x)=0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x)=0$ khi $S_1\subset S_2$.

Khi đó ta có $\begin{cases}1\le m\le 2\\1\le 2m-1\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le m\le 2\\1\le m\le\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le\frac{3}{2}.$

Câu 36. Xác định *m* để hai phương trình sau tương đương:

$x^2+x+2=0$ (1) và $x^2-2(m+1)x+m^2+m-2=0$ (2)

A. $m<-3$ **B.** $m\le-3$ **C.** $m\le-6$ **D.** $m\ge-6$

Lời giải

Dễ thấy phương trình (1) vô nghiệm.

Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) cũng phải vô nghiệm, tức là:

$\Delta'=(m+1)^2-(m^2+m-2)<0\Leftrightarrow m+3<0\Leftrightarrow m<-3$.

Đáp án **A.**

DẠNG 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình ta thực hiện các phép biến đổi để đưa về phương trình tương đương với phương trình đã cho đơn giản hơn trong việc giải nó. Một số phép biến đổi thường sử dụng

- Cộng (trừ) cả hai vế của phương trình mà không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương phương trình đã cho.
- Nhân (chia) vào hai vế với một biểu thức khác không và không làm thay đổi điều kiện xác định của phương trình ta thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của phương trình ta thu được phương trình hệ quả của phương trình đã cho.
- Bình phương hai vế của phương trình (hai vế luôn cùng dấu) ta thu được phương trình tương đương với phương trình đã cho.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải phương trình $x-\sqrt{x-3}=\sqrt{3-x}+3$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x-3\ge 0 \\ 3-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=3$.

Thử $x=3$ vào phương trình ta thấy thỏa mãn

Vậy phương trình có nghiệm $x=3$

Câu 2. Giải phương trình $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1$

Lời giải

Ta có: $x+\sqrt{x}=\sqrt{x}-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x=-1 \end{cases}$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 3. Giải phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0$

Lời giải

Điều kiện $x\ge 2$.

Ta có: $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2-3x+2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \text{ (tm)} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \text{ (l)} \\ x=2 \text{ (tm)} \end{array}\right. \end{array}\right.$

Vậy phương trình có nghiêm $x=2$

Câu 4. Giải phương trình $\sqrt{2x+5}=\sqrt{-2x-5}$

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 2x+5\ge 0 \\ -2x-5\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{5}{2} \\ x\le -\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{2}$.

Thay $x=-\dfrac{5}{2}$ vào phương trình thấy thỏa mãn

Vậy phương trình có nghiêm $x=-\dfrac{5}{2}$

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{\sqrt{x}-1}\left(x^2-x-2\right)=0$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x \ge 0 \\ \sqrt{x}-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 1$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với $\left[\begin{array}{l} \sqrt{\sqrt{x}-1}=0 \\ x^2-x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta có ngiệm của phương trình là $x=1$, $x=2$.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Cặp số $(x;y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x-y-4=0$?

A. $(x,y)=(2;1)$. **B.** $(x,y)=(1;2)$. **C.** $(x,y)=(3;-2)$. **D.** $(x,y)=(1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Phương trình $x+\sqrt{x-1}=\sqrt{1-x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x-1 \ge 0 \\ 1-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$. Ta thấy $x=1$ không là nghiệm PT

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $x+\sqrt{x-2}-1=\sqrt{x-2}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$x+\sqrt{x-2}-1=\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow$ PT vô nghiệm

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $x^2+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}=9+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$, là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$x^2+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}=9+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x^2-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x=\pm 3 \end{cases} \Rightarrow$ PT vô nghiệm

Câu 5. Số nghiệm của phương trình: $2x+\dfrac{1}{x+1}=4+\dfrac{1}{x+1}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$2x+\dfrac{1}{x+1}=4+\dfrac{1}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne -1 \\ 2x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne -1 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow$ PT có một nghiệm

Câu 6. Cặp số $(x;y)$ nào sau đây là nghiệm của phương trình $3x-2y=7$.

A. $(1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+3}=4$ là:

A. $S=\left\{-\frac{13}{2}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{13}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{2}{13}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{2}{13}\right\}$

Lời giải

Chọn B

* Tự Luận: $\sqrt{2x+3}=4\Leftrightarrow 2x+3=16\Leftrightarrow x=\frac{13}{2}$

* Trắc nghiệm: Thay nghiệm ở mỗi đáp án vào PT để kiểm tra

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình: $\frac{3x+1}{2x-3}-\frac{6}{x-2}=2$ là:

A. $\{\varnothing\}$. **B.** $\{-4\}$. **C.** $\{-4;1\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{3x+1}{2x-3}-\frac{6}{x-2}=2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3\neq 0\\ x-2\neq 0\\ 3x^2-17x+16=4x^2-14x+12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\frac{3}{2},\ x\neq 2\\ x^2+3x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-4\end{array}\right.$$

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\frac{x+2}{x}=\frac{2x+3}{2x-4}$ là

A. $x=-\frac{3}{8}$. **B.** $x=-\frac{8}{3}$. **C.** $x=\frac{8}{3}$. **D.** $x=\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x+2}{x}=\frac{2x+3}{2x-4}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ 2x-4\neq 0\\ 2x^2-8=2x^2+3x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0,x\neq 2\\ x=-\frac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x=-\frac{8}{3}$$

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$$\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0\Leftrightarrow 10x^2-31x+24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{8}{5}\\ x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

Câu 11. Nghiệm của phương trình $x+1+\frac{3}{x+3}=\frac{x+6}{x+3}$ là

A. -3. **B.** -1. **C.** 0 và -3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

$$x+1+\frac{3}{x+3}=\frac{x+6}{x+3}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -3\\ x^2+4x+6=x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -3\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=0$$

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình: $\dfrac{x^2+3x+2}{2x+3}=\dfrac{2x-5}{4}$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\dfrac{23}{16}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{x^2+3x+2}{2x+3}=\frac{2x-5}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+3\neq 0\\4x^2+12x+8=4x^2-4x-15\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq-\dfrac{3}{2}\\x=-\dfrac{23}{16}\end{cases}\Leftrightarrow x=-\frac{23}{16}$$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $x+\dfrac{1}{x-2}=\dfrac{x-1}{x-2}$ là:

A. $\begin{cases}x=1\\x=2\end{cases}$. **B.** $x=2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

$$x+\frac{1}{x-2}=\frac{x-1}{x-2}\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\neq 0\\x^2-2x+1=x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$$

Câu 14. Phương trình $\dfrac{x^2+1}{\sqrt{x+2}}=\dfrac{10}{\sqrt{x+2}}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{x^2+1}{\sqrt{x+2}}=\frac{10}{\sqrt{x+2}}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2>0\\x^2+1=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x=\pm 3\end{cases}\Leftrightarrow x=3$$

CÂU HỎI DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ- GIỎI

Câu 15. Nghiệm của phương trình $\dfrac{x-1}{x+2}-\dfrac{3x-5}{x-2}=\dfrac{2x^2+3}{4-x^2}$ là:

A. $\dfrac{15}{4}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{15}{4}$. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $4-x^2\neq 0\Leftrightarrow x\neq\pm 2$, với đk này PT đã cho tương đương

$$\frac{x-1}{x+2}-\frac{3x-5}{x-2}=\frac{2x^2+3}{4-x^2}\Leftrightarrow x^2-3x+2-\left(3x^2+x-10\right)=-2x^2-3\Leftrightarrow x=\frac{15}{4}(n)$$

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0$ là

A. $S=\{-2;2\}$. **B.** S=$\{1\}$. **C.** S=$\{1;2\}$. **D.** S=$\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x\geq 2$, với điều kiện này PT đã cho tương đương

$$\sqrt{x-2}(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ x^2-3x+2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\ (n)\\ x=1\ (l)\end{array}\right.$$

Câu 17. Phương trình nào sau đây có nghiệm nguyên

A. $\dfrac{x^2+3x+4}{\sqrt{x+4}}=\sqrt{x+4}$. **B.** $\dfrac{x^2+1}{\sqrt{2-x}}=\dfrac{-4}{\sqrt{2-x}}$.

C. $\dfrac{3x^2+1}{\sqrt{x+1}}=\dfrac{3}{\sqrt{x+1}}$. **D.** $\dfrac{3x^2-x-2}{\sqrt{3x-2}}=\sqrt{3x-2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{x^2+3x+4}{\sqrt{x+4}}=\sqrt{x+4} \Leftrightarrow \begin{cases}x+4>0\\ x^2+2x=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-4\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$$

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2x-x^2}$ là:

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{0;2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}x^2-2x\ge 0\\ 2x-x^2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$. Ta thấy $x=0,\ x=2$ đều thỏa PT nên là nghiệm của PT

Câu 19. Phương trình $\sqrt{-x^2+6x-9}+x^3=27$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $-x^2+6x-9\ge 0 \Leftrightarrow -(x-3)^2\ge 0 \Leftrightarrow (x-3)^2=0 \Leftrightarrow x=3$. Ta thấy $x=3$ thỏa PT nên là nghiệm của PT

Câu 20. Phương trình $x\left(x^2-1\right)\sqrt{x-1}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x\ge 1$, Với điều kiện này thì PT đã cho tương đương

$$x\left(x^2-1\right)\sqrt{x-1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-1=0\\ \sqrt{x-1}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$$

Câu 21. Phương trình $\sqrt{(x-3)^2(5-3x)}+2x=\sqrt{3x-5}+4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}5-3x\ge 0\\3x-5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\dfrac{5}{3}\\x\ge\dfrac{5}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}$. Ta thấy $x=\dfrac{5}{3}$ không thỏa PT nên PT đã cho vô nghiệm

Câu 22. Giải phương trình $\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+1}}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}$

A. $\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

$\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x+1}}=\dfrac{x+3}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\x^2-4=2x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4$

Câu 23. Cho phương trình $(x-2)\sqrt{x+1}=4x-8$. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình.

A. 30. **B.** 15. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\ge -1$, với điều kiện này PT đã cho tương đương

$(x-2)\sqrt{x+1}=4x-8\Leftrightarrow(x-2)\left(\sqrt{x+1}-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\\sqrt{x+1}-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\ (n)\\x=15\ (n)\end{array}\right.$

Câu 24. Phương trình $\dfrac{x+m-1}{\sqrt{x+1}+1}=0$ có nghiệm khi m thỏa

A. $\mathrm{m}\le 2$. **B.** $\mathrm{m}<2$. **C.** $\mathrm{m}\ge 2$. **D.** $\mathrm{m}>2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\ge -1$, với điều kiện này PT đã cho tương đương

$\dfrac{x+m-1}{\sqrt{x+1}+1}=0\Leftrightarrow x+m-1=0\Leftrightarrow x=1-m$. Ycbt $\Leftrightarrow 1-m\ge -1\Leftrightarrow m\le 2$

Câu 25. Cho phương trình $x^3-3mx^2+mx+m^2-4+\sqrt{-m}=\sqrt{-m}$. Phương trình có nghiệm $x=1$ khi:

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m=-1$; $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $m\le 0$.

$x=1$ là nghiệm PT $x^3-3mx^2+mx+m^2-4+\sqrt{-m}=\sqrt{-m}$ nên ta có

$m^2-2m-3+\sqrt{-m}=\sqrt{-m}\Leftrightarrow m^2-2m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\ (n)\\m=3\ \ (l)\end{array}\right.$

Chương 3

Bài 2 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

DẠNG. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH .

A. Phương pháp giải

• Nếu $a=0$, phương trình đã cho trở thành $0x+b=0$.

-Với $b=0$ phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

- Với $b\neq 0$ phương trình vô nghiệm.

• Nếu $a\neq 0$, phương trình đã cho $\Leftrightarrow x=-\dfrac{b}{a}$. Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{b}{a}$.

Chú ý: Phương trình $ax+b=0$

• Có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a\neq 0 \\ a=b=0 \end{array}\right.$.

• Vô nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b\neq 0 \end{array}\right.$.

• Có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a\neq 0$.

B. Bài tập tự luận.

Câu 1. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số.

a) $m(mx-1)=9x+3$.

b) $(m+1)^2 x=(3m+7)x+2+m$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 2. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $(2m-4)x+2-m=0$.

b) $(m+1)x=(3m^2-1)x+m-1$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất

a) $(m^2-m)x=2x+m^2-1$.

b) $m(4mx-3m+2)=x(m+1)$.

Câu 4. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm

a) $\left(m^2-m\right)x=2x+m^2-1$.

b) $m^2\left(x-m\right)=x-3m+2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Giải và biện luận phương trình sau với a, b là tham số

a) $a^2\left(x-a\right)=b^2\left(x-b\right)$.

b) $b\left(ax-b+2\right)x=2\left(ax+1\right)$.

Nguyễn Bảo Vương

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ.

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất?

A. $x^2-3x+2=0$. **B.** $\sqrt{2}x+1=0$. **C.** $\dfrac{x^2+1}{x+1}=2$. **D.** $2\sqrt{x}+3=2x-1$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3x-1=0$ là

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5-2x=0$ là

A. 5. **B.** -5. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 4. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $2x=6$. **B.** $(x-2)^2=x^2-4$. **C.** $5(x+1)=5x+2$. **D.** $5(x+2)=5x+10$.

Câu 5. Chophương trình: $2x-3=0$ cónghiệm a. Khi đó $2a+3$bằng

A. -6.. **B.** 6.. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6. Cho phương trình: $(m-3)x-3=0$ cónghiệm 1. Khi đó m bằng

A. -6.. **B.** 6.. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 7. Giá trị m để phương trình $(m+2)x-m+3=0$ vô nghiệm là.

A. $m=2$.. **B.** $m=-2$.. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 3$.

Câu 8. Giá trị m để phương trình $(m-2)x-m^2+3m-2=0$ có tập nghiệm là R là.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Câu 9. Phương trình $(m-1)x=m-2$ có nghiệm khi

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq 1$

Câu 10. Phương trình $(m^2-9)x=m+3$ vô nghiệm khi m nhận giá trị:

A. $m=\pm 3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-3$. **D.** Không tồn tại

Câu 11. Phương trình $(2m-1)x+m-5=0$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\in\mathbb{R}$.. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Câu 12. Phương trình $(m^2-2m)x=m^2-5m+6$ có nghiệm khi:

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{0;2\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $m\in\mathbb{R}$

Câu 13. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x-(x+1)=0$ vô nghiệm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m_0\in\varnothing$. **B.** $m_0\in(-2;0)$. **C.** $m_0\in[0;1]$. **D.** $m_0\in(-1;1)$.

Câu 14. Với m bằng bao nhiêu phương trình $mx+m-1=0$ vô nghiệm?

A. $m=0$ và $m=1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Câu 15. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(m^2-1)x+m^2+2m-3=0$ vô nghiệm?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-3$.

Câu 16. Phương trình $(m^2-4)x=3m+6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A. $m\neq\pm 2; m\neq -3$. **B.** $m\neq -2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq\pm 2$.

Câu 17. Tìm m để phương trình sau có nghiệm $(m-1)x-2=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 1$.

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI.

Câu 18. Với điều kiện nào của m thì phương trình $\left(3m^2-4\right)x-1=m-x$ có nghiệm duy nhất?

A. $m\neq\pm 1$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m\neq -1$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 19. Với điều kiện nào của m thì phương trình $\left(4m+5\right)x=3x+6m+3$ có nghiệm

A. $m=0$. **B.** $m\neq -\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\forall m$.

Câu 20. Phương trình $\left(m^2-4m+3\right)x=m^2-3m+2$ vô nghiệm khi:

A. $m=3$ hoặc $m=1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 21. Trong trường hợp phương trình $m^2(x-2)+6=4x+m$ có nghiệm duy nhất. Khi đó nghiệm phương trình là:

A. $x=\dfrac{2m-3}{m-2}$. **B.** $x=\dfrac{2m+3}{m-2}$. **C.** $x=\dfrac{2m-3}{m+2}$. **D.** $x=\dfrac{2m+3}{m+2}$

Câu 22. Phương trình $m^2\left(x+1\right)-m=x\left(6-5m\right)$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq 6\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq -6\end{cases}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\neq 1\\ m\neq 6\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\neq 1\\ m\neq -6\end{array}\right.$

Câu 23. Phương trình $(m+1)^2x=(3m+7)x+2+m$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi

A. $m=3$. **B.** $m=-2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=-2\end{array}\right.$. **D.** Kết quả khác

Câu 24. Phương trình $a^2\left(x-a\right)=b^2\left(x-b\right)$ vô nghiệm khi

A. $a=b$. **B.** $a=-b$. **C.** $a=-b$ và $b\neq 0$. **D.** $a=-b$ và $a\neq 0$

Câu 25. Phương trình $m(x-m+3)=m(x-2)$ vô nghiệm khi:

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0;5\}$.. **B.** $m\in\mathbb{R}$.. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{5\}$.. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 26. Giá trị m để phương trình: $2x-4=0$ tương đương với phương trình $x-3m-2=0$ là

A. $m=\dfrac{4}{3}$.. **B.** $m=0$.. **C.** $m=1$.. **D.** $m=-1$.

Câu 27. Giá trị m để phương trình $(m+2)x-m+3=0$ có nghiệm nhỏ hơn 1 là.

A. $m\neq -2$.. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\neq -2$.

Câu 28. Số giá trị nguyên m để phương trình: $\sqrt{1-m^2}\left(mx-1\right)=0$ có nghiệm là

A. 3.. **B.** 2.. **C.** 1.. **D.** 4.

Câu 29. Với điều kiện nào của m thì phương trình $\left(m^2+2\right)x-2m=x-3$ có nghiệm dương?

A. $m<\dfrac{3}{2}$. **B.** $m>\dfrac{3}{2}$. **C.** $m\geq\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\leq\dfrac{3}{2}$.

Câu 30. Phương trình $\dfrac{m+x}{m-3}-\dfrac{2x+3}{m+3}=\dfrac{9m+9}{m^2-9}$ có nghiệm không âm khi và chỉ khi

A. $m\geq 0$. **B.** $m\geq 0$ với $m\neq 3$ và $m\neq 9$.

C. $0\leq m\neq 3$. **D.** $3<m<9$.

Câu 31. Tìm điều kiện của a,b để phương trình sau có nghiệm. $a\left(bx-a+2\right)=\left(a+b-1\right)x+1$

A. $a\neq 1$. **B.** $b\neq 1$. **C.** $a\neq 1, b\neq 4$. **D.** $a\neq 1, b=4$.

Câu 32. Với điều kiện nào của a thì phương trình $\left(a-2\right)^2x-4=4x-a$ có nghiệm âm?

A. $a>0;\ a\neq 4$. **B.** $a>4$.

C. $0<a<4$. **D.** $a\neq 0$ và $a\neq 4$.

Câu 33. Phương trình $m^2x+2=x+2m$ có tập nghiệm $S=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $m\neq\pm 1$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 34. Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;10]$ để phương trình $(m+1)x=-x+m-1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng

A. 42. **B.** 39. **C.** 48. **D.** 15.

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 2 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

DẠNG. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH .

A. Phương pháp giải

• Nếu $a=0$, phương trình đã cho trở thành $0x+b=0$.

-Với $b=0$ phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

- Với $b\neq 0$ phương trình vô nghiệm.

• Nếu $a\neq 0$, phương trình đã cho $\Leftrightarrow x=-\dfrac{b}{a}$. Do đó phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{b}{a}$.

Chú ý: Phương trình $ax+b=0$

• Có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a\neq 0 \\ a=b=0 \end{array}\right.$.

• Vô nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b\neq 0 \end{array}\right.$.

• Có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a\neq 0$.

B. Bài tập tự luận.

Câu 1. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số.

a) $m(mx-1)=9x+3$.

b) $(m+1)^2x=(3m+7)x+2+m$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải.

a) • Phương trình tương đương với $(m^2-9)x=m+3$.

• Nếu $m^2-9=0\Leftrightarrow m=\pm 3$ thì

Khi $m=3$ thì phương trình trở thành $0x=6$, phương trình vô nghiệm.

Khi $m=-3$ thì phương trình trở thành $0x=0$, phương trình có nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

• Nếu $m^2-9\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{m+3}{m^2-9}=\dfrac{1}{m-3}$.

• Kết luận

Với $m=3$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $m=-3$ thì phương trình vô số nghiệm.

Với $m\neq\pm 3$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{m-3}$.

b) • Phương trình tương đương với $\left[(m+1)^2-3m-7\right]x=2+m\Leftrightarrow(m^2-m-6)x=2+m$.

• Nếu $m^2-m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3 \end{array}\right.$ thì

Khi $m=3$ thì phương trình trở thành $0x=5$, phương trình vô nghiệm.

Khi $m=-2$ thì phương trình trở thành $0x=0$, phương trình có nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

• Nếu $m^2-m-6\neq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m\neq -2 \\ m\neq 3 \end{array}\right.$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{m-3}$.

• Kết luận

Với $m=3$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $m=-2$ thì phương trình có nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m\neq 3$ và $m\neq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{1}{m-3}$.

Câu 2. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $(2m-4)x+2-m=0$.

b) $(m+1)x=(3m^2-1)x+m-1$.

Lời giải

a) ● Phương trình tương đương với $(2m-4)x=m-2$.

● Nếu $2m-4=0\Leftrightarrow m=2$ thì phương trình trở thành $0x=0$. Phương trình đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

● Nếu $2m-4\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=-1$.

● Kết luận:

Với $m=2$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m\neq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=-1$.

b) ● Phương trình tương đương với $(3m^2-m-2)x=1-m$.

● Nếu $3m^2-m-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Khi $m=1$ thì phương trình trở thành $0x=0$. Phương trình đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Khi $m=-\dfrac{2}{3}$ thì phương trình trở thành $0x=\dfrac{5}{3}$. Phương trình vô nghiệm.

● Nếu $3m^2-m-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq -\dfrac{2}{3}\end{cases}$ thì phương trình có nghiệm duy nhst

$x=\dfrac{1-m}{3m^2-m-2}=-\dfrac{1}{3m+2}$.

● Kết luận:

Với $m=-\dfrac{2}{3}$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $m=1$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m\neq -\dfrac{2}{3}$ và $m\neq 1$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{1}{3m+2}$.

Câu 3. Tìm m để phương trình sau có nghiệm duy nhất

a) $(m^2-m)x=2x+m^2-1$.

b) $m(4mx-3m+2)=x(m+1)$.

Lời giải

a) ● Phương trình tương đương $(m^2-m-2)x=m^2-1$

● Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a\neq 0\Leftrightarrow m^2-m-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -1\\ m\neq 2\end{cases}$.

● Vậy với $m\neq -1$ và $m\neq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

b) ● Phương trình $m(4mx-3m+2)=x(m+1)\Leftrightarrow(4m^2-m-1)x=3m^2-2m$

● Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a\neq 0 \Leftrightarrow 4m^2-m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$

● Vậy với $m\neq \dfrac{1\pm\sqrt{17}}{8}$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 4. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm

a) $\left(m^2-m\right)x=2x+m^2-1$.

b) $m^2\left(x-m\right)=x-3m+2$.

Lời giải

a) ● Phương trình tương đương $\left(m^2-m\right)x=2x+m^2-1 \Leftrightarrow \left(m^2-m-2\right)x=m^2-1$

● Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2=0 \\ m^2-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

● Vậy với $m=2$ thì phương trình vô nghiệm.

c) ● Phương trình tương đương $\Leftrightarrow \left(m^2-1\right)x=m^3-3m+2$.

● Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=0 \\ m^3-3m+2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

● Vậy với $m=-1$ thì phương trình vô nghiệm.

Câu 5. Giải và biện luận phương trình sau với a, b là tham số

a) $a^2\left(x-a\right)=b^2\left(x-b\right)$.

b) $b\left(ax-b+2\right)x=2\left(ax+1\right)$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

a) Phương trình tương đương $a^2\left(x-a\right)=b^2\left(x-b\right) \Leftrightarrow \left(a^2-b^2\right)x=a^3-b^3$

Nếu $a^2-b^2 \Leftrightarrow a=\pm b$.

Khi $a=b$ thì phương trình trở thành $0x=0$, phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Khi $a=-b$ và $b\neq 0$ thì phương trình trở thành $0x=-2b^3$, phương trình vô nghiệm. (Trường hợp $a=-b$, $b=0$ suy ra $a=b=0$ thì rơi vào trường hợp $a=b$).

Nếu $a^2-b^2\neq 0 \Leftrightarrow a\neq \pm b$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{a^3-b^3}{a^2-b^2}=\dfrac{a^2+ab+b^2}{a+b}$.

Kết luận:

Với $a=b$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $a=-b$ và $b\neq 0$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $a\neq \pm b$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{a^2+ab+b^2}{a+b}$.

b) Phương trình tương đương $b\left(ax-b+2\right)=2\left(ax+1\right) \Leftrightarrow a\left(b-2\right)x=b^2-2b+2$

TH1: $a\left(b-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ b=2 \end{array}\right.$. Khi $a=0$ thì phương trình trở thành $0x=b^2-2b+2$, phương trình vô nghiệm (do $b^2-2b+2=\left(b-1\right)^2+1\neq 0$).

Khi $b=2$ thì phương trình trở thành $0x=2$ thì phương trình vô nghiệm.

TH2: $a\left(b-2\right)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b\neq 2 \end{cases}$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{b^2-2b+2}{a\left(b-2\right)}$.

Kết luận:

Nếu $a=0$ hoặc $b=2$ thì phương trình vô nghiệm.

Nếu $a\neq 0$ và $b\neq 2$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{b^2-2b+2}{a(b-2)}$.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ.

Câu 1. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất?

A. $x^2-3x+2=0$. **B.** $\sqrt{2}x+1=0$. **C.** $\dfrac{x^2+1}{x+1}=2$. **D.** $2\sqrt{x}+3=2x-1$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3x-1=0$ là

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $3x-1=0\Leftrightarrow 3x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5-2x=0$ là

A. 5. **B.** -5. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $5-2x=0\Leftrightarrow 2x=5\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 4. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $2x=6$. **B.** $(x-2)^2=x^2-4$. **C.** $5(x+1)=5x+2$. **D.** $5(x+2)=5x+10$.

Lời giải

Chọn **C**

$5(x+1)=5x+2\Leftrightarrow 5x+5=5x+2\Leftrightarrow 5=2$ vô lý, phương trình vô nghiệm.

Câu 5. Chophương trình: $2x-3=0$ cónghiệm a. Khi đó $2a+3$ bằng

A. -6.. **B.** 6.. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn **B**

$2x-3=0\leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}\rightarrow a=\dfrac{3}{2}$.

Câu 6. Cho phương trình: $(m-3)x-3=0$ cónghiệm 1. Khi đó m bằng

A. -6.. **B.** 6.. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn **B**

$(m-3)x-3=0$

$x=1\rightarrow m-3-3=0\leftrightarrow m=6$.

Câu 7. Giá trị m để phương trình $(m+2)x-m+3=0$ vô nghiệm là.

A. $m=2$.. **B.** $m=-2$.. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 3$.

Lời giải

Chọn **B**

$(m+2)x-m+3=0$ vô nghiệm khi $\begin{cases} m+2=0 \\ -m+3\neq 0 \end{cases} \leftrightarrow m=-2$..

Câu 8. Giá trị m để phương trình $(m-2)x-m^2+3m-2=0$ có tập nghiệm là R là.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn **B**

$(m-2)x-m^2+3m-2=0(1)$ có nghiệm khi $\begin{cases} m-2=0 \\ -m^2+3m-2=0 \end{cases} \leftrightarrow m=2$.

Câu 9. Phương trình $(m-1)x=m-2$ có nghiệm khi

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq 1$

Lời giải

Chọn **D**

+ Với $m-1=0\Leftrightarrow m=1$: Phương trình trở thành $0x=-1$

Suy ra phương trình vô nghiệm.

+ Với $m-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$: Phương trình tương đương với $x=\dfrac{m-2}{m-1}$

Phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{m-2}{m-1}$.

Câu 10. Phương trình $(m^2-9)x=m+3$ vô nghiệm khi m nhận giá trị:

A. $m=\pm 3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-3$. **D.** Không tồn tại

Lời giải

Chọn **B**

+ Với $m^2-9=0\Leftrightarrow m=\pm 3$:

- Khi $m=3$: Phương trình trở thành $0x=6$ suy ra phương trình vô nghiệm
- Khi $m=-3$: Phương trình trở thành $0x=0$ suy ra phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in R$

+ Với $m^2-9\neq 0\Leftrightarrow m\neq \pm 3$: Phương trình tương đương với $x=\dfrac{m+3}{m^2-9}=\dfrac{1}{m-3}$.

Câu 11. Phương trình $(2m-1)x+m-5=0$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\in\mathbb{R}$.. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **C.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn **B**

Phương trình có nghiệm duy nhất khi $2m-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq\dfrac{1}{2}$.

Câu 12. Phương trình $(m^2-2m)x=m^2-5m+6$ có nghiệm khi:

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.. **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0;2\}$. **C.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **D.** $m \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn **A**

Phương trình $(m^2-2m)x = m^2-5m+6$ có nghiệm khi $\begin{cases} m^2-2m \neq 0 \\ \begin{cases} m^2-2m=0 \\ m^2-5m+6=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0$.

Câu 13. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x-(x+1)=0$ vô nghiệm. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m_0 \in \varnothing$. **B.** $m_0 \in (-2;0)$. **C.** $m_0 \in [0;1]$. **D.** $m_0 \in (-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

$(m+2)x-(x+1)=0 \Leftrightarrow (m+1)x-1=0$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 14. Với m bằng bao nhiêu phương trình $mx+m-1=0$ vô nghiệm?

A. $m=0$ và $m=1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $mx+m-1=0$ vô nghiệm: $\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 0-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$.

Câu 15. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(m^2-1)x+m^2+2m-3=0$ vô nghiệm?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $(m^2-1)x+m^2+2m-3=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1=0 \\ m^2+2m-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right. \\ m^2+2m-3 \neq 0 \end{cases}$.

Câu 16. Phương trình $(m^2-4)x=3m+6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

A. $m \neq \pm 2; m \neq -3$. **B.** $m \neq -2$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $(m^2-4)x=3m+6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m^2-4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

Khi đó nghiệm duy nhất của phương trình bằng $x=\dfrac{3m+6}{m^2-4}=\dfrac{3}{m-2}$.

Câu 17. Tìm m để phương trình sau có nghiệm $(m-1)x-2=0$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m \neq 1$.

Lời giải

Chọn D

$ax+b=0$ có nghiệm khi $a \neq 0 \Leftrightarrow m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 18. Với điều kiện nào của m thì phương trình $\left(3m^2-4\right)x-1=m-x$ có nghiệm duy nhất?

A. $m\neq\pm1$. **B.** $m\neq1$. **C.** $m\neq-1$. **D.** $m\neq0$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\left(3m^2-4\right)x-1=m-x\Leftrightarrow\left(3m^2-4\right)x+x=m+1$

$\Leftrightarrow\left(3m^2-3\right)x=m+1\Leftrightarrow3\left(m^2-1\right)x=m+1\ (1)$.

Để phương trình (1) có nghiệm duy nhất $\Rightarrow m^2-1\neq0\Leftrightarrow m\neq\pm1$.

Câu 19. Với điều kiện nào của m thì phương trình $\left(4m+5\right)x=3x+6m+3$ có nghiệm

A. $m=0$. **B.** $m\neq-\frac{1}{2}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $\forall m$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $\left(4m+5\right)x=3x+6m+3\Leftrightarrow\left(4m+5\right)x-3x=6m+3$

$\Leftrightarrow\left(4m+2\right)x=6m+3\Leftrightarrow2\left(2m+1\right)x=3\left(2m+1\right)\ (1)$

Khi $m=-\frac{1}{2}$ thì phương trình (1) trở thành: $0x=0\rightarrow$ nghiệm đúng mọi x.

Khi $m\neq-\frac{1}{2}$ thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=\frac{3}{2}$.

Vậy với mọi m thì phương trình đã cho luôn có nghiệm.

Câu 20. Phương trình $\left(m^2-4m+3\right)x=m^2-3m+2$ vô nghiệm khi:

A. $m=3$ hoặc $m=1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

ChọnC

Xét phương trình: $\left(m^2-4m+3\right)x=m^2-3m+2\Leftrightarrow\left(m-1\right)\left(m-3\right)x=\left(m-1\right)\left(m-2\right)$.

Khi $m=1$ thì phương trình (1) trở thành: $0x=0\rightarrow$ nghiệm đúng mọi x.

Khi $m=3$ thì phương trình (1) trở thành: $0x=2\rightarrow$ pt vô nghiệm.

Khi $\begin{cases}m\neq1\\m\neq3\end{cases}$ thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x=\frac{m-2}{m-3}$.

Câu 21. Trong trường hợp phương trình $m^2(x-2)+6=4x+m$ có nghiệm duy nhất. Khi đó nghiệm phương trình là:

A. $x=\frac{2m-3}{m-2}$. **B.** $x=\frac{2m+3}{m-2}$. **C.** $x=\frac{2m-3}{m+2}$. **D.** $x=\frac{2m+3}{m+2}$

Lời giải

Chọn **A**

$m^2(x-2)+6=4x+m\Leftrightarrow(m^2-4)x=2m^2+m-6$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi

$m^2-4\neq0\Leftrightarrow m\neq\pm2$

Khi đó PT $\Leftrightarrow x=\dfrac{2m^2+m-6}{m^2-4}=\dfrac{2m-3}{m-2}$.

Câu 22. Phương trình $m^2(x+1)-m=x(6-5m)$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq 6\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq -6\end{cases}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\neq 1\\ m\neq 6\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\neq 1\\ m\neq -6\end{array}\right.$

Lời giải

Chọn **B**

Phương trình đã cho tương đương với $\left(m^2+5m-6\right)x=m-m^2$.

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì: $m^2+5m-6\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1\wedge m\neq -6$.

Câu 23. Phương trình $(m+1)^2x=(3m+7)x+2+m$ nghiệm đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ khi

A. $m=3$. **B.** $m=-2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=-2\end{array}\right.$. **D.** Kết quả khác

Lời giải

Chọn **B**

Phương trình tương đương với $\left[(m+1)^2-3m-7\right]x=2+m\Leftrightarrow\left(m^2-m-6\right)x=2+m$

+ Với $m^2-m-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=-2\end{array}\right.$:

- Khi $m=3$: Phương trình trở thành $0x=5$ suy ra phương trình vô nghiệm
- Khi $m=-2$: Phương trình trở thành $0x=0$ suy ra phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in R$

+ Với $m^2-m-6\neq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\neq 3\\ m\neq -2\end{array}\right.$: có nghiệm duy nhất.

Câu 24. Phương trình $a^2(x-a)=b^2(x-b)$ vô nghiệm khi

A. $a=b$. **B.** $a=-b$. **C.** $a=-b$ và $b\neq 0$. **D.** $a=-b$ và $a\neq 0$

Lời giải

Chọn **C**

Ta có $a^2(x-a)=b^2(x-b)\Leftrightarrow\left(a^2-b^2\right)x=a^3-b^3$

+ Với $a^2-b^2=0\Leftrightarrow a=\pm b$

- Khi $a=b$: Phương trình trở thành $0x=0$ suy ra phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in R$
- Khi $a=-b$ và $b\neq 0$: Phương trình trở thành $0x=-2b^3$ suy ra phương trình vô nghiệm

(Trường hợp $a=-b,b=0\Rightarrow a=b=0$ thì rơi vào trường hợp $a=b$)

+ Với $a^2-b^2\neq 0\Leftrightarrow a\neq\pm b$: Phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 25. Phương trình $m(x-m+3)=m(x-2)$ vô nghiệm khi:

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0;5\}$.. **B.** $m\in\mathbb{R}$.. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{5\}$.. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn **A**

$m(x-m+3)=m(x-2)\Leftrightarrow m^2-5m=0$

Phương trình vô nghiệm khi $m^2-5m\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 5 \end{cases}$.

Câu 26. Giá trị m để phương trình: $2x-4=0$ tương đương với phương trình $x-3m-2=0$ là

A. $m=\frac{4}{3}$.. **B.** $m=0$.. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

$2x-4=0\leftrightarrow x=2$

$x-3m-2=0\leftrightarrow x=3m+2$

Hai phương trình trên tương đương khi $3m+2=2\leftrightarrow m=0$.

Câu 27. Giá trị m để phương trình $(m+2)x-m+3=0$ có nghiệm nhỏ hơn 1 là.

A. $m\neq -2$.. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-2$ **D.** $m\neq -2$.

Lời giải

Chọn B

$(m+2)x-m+3=0(1)$ có nghiệm khi $m\neq -2$.

Khi đó nghiệm của (1) là $x=\frac{m-3}{m+2}$

Ta có $x=\frac{m-3}{m+2}<1\leftrightarrow \frac{m-3}{m+2}-1<0\leftrightarrow \frac{-5}{m+2}<0\leftrightarrow m>-2$.

Câu 28. Số giá trị nguyên m để phương trình: $\sqrt{1-m^2}\,(mx-1)=0$ có nghiệm là

A. 3.. **B.** 2.. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{1-m^2}\,(mx-1)=0$ có nghiệm khi

$$\left[\begin{array}{l} 1-m^2=0 \\ \begin{cases} 1-m^2>0 \\ m\neq 0 \end{cases} \end{array}\right. \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-m^2=0 \\ \begin{cases} -1<m<1\leftrightarrow m\in[-1;1]\setminus\{0\}\to m\in\{-1;1\} \\ m\neq 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

Câu 29. Với điều kiện nào của m thì phương trình $(m^2+2)x-2m=x-3$ có nghiệm dương?

A. $m<\frac{3}{2}$. **B.** $m>\frac{3}{2}$. **C.** $m\geq\frac{3}{2}$. **D.** $m\leq\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$(m^2+2)x-2m=x-3\Leftrightarrow (m^2+1)x=2m-3$.

Phương trình luôn có nghiệm duy nhất: $x=\frac{2m-3}{m^2+1}$.

Ycbt $\Leftrightarrow \frac{2m-3}{m^2+1}>0\Leftrightarrow 2m-3>0\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$.

Câu 30. Phương trình $\frac{m+x}{m-3}-\frac{2x+3}{m+3}=\frac{9m+9}{m^2-9}$ có nghiệm không âm khi và chỉ khi

A. $m\geq 0$. **B.** $m\geq 0$ với $m\neq 3$ và $m\neq 9$.

C. $0 \le m \ne 3$. **D.** $3 < m < 9$.

Lời giải

Chọn C

Đk: $m \ne \pm 3$.

Xét phương trình: $\dfrac{m+x}{m-3} - \dfrac{2x+3}{m+3} = \dfrac{9m+9}{m^2-9} \Leftrightarrow (m+x)(m+3) - (2x+3)(m-3) = 9m+9$

$\Leftrightarrow (9-m)x = m(9-m)$

Phương trình đã cho có nghiệm không âm $\begin{cases} m \ne 3 \\ m \ge 0 \end{cases}$.

Câu 31. Tìm điều kiện của a,b để phương trình sau có nghiệm. $a(bx-a+2) = (a+b-1)x+1$

A. $a \ne 1$. **B.** $b \ne 1$. **C.** $a \ne 1, b \ne 4$. **D.** $a \ne 1, b = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a(bx-a+2) = (a+b-1)x+1 \Leftrightarrow (ab-a-b+1)x = a^2-2a+1$

$\Leftrightarrow (a-1)(b-1)x = (a-1)^2$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (a-1)(b-1) \ne 0 \\ \begin{cases} (a-1)(b-1) = 0 \\ (a-1)^2 = 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a \ne 1 \\ b \ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow a \ne 1 \\ a = 1 \end{array}\right.$

Vậy $a \ne 1$ là điều kiện cần tìm.

Câu 32. Với điều kiện nào của a thì phương trình $(a-2)^2 x - 4 = 4x - a$ có nghiệm âm?

A. $a > 0; a \ne 4$. **B.** $a > 4$.

C. $0 < a < 4$. **D.** $a \ne 0$ và $a \ne 4$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $(a-2)^2 x - 4 = 4x - a \Leftrightarrow (a^2-4a)x = 4-a \Leftrightarrow a(a-4)x = -(a-4)$ (1)

Với $a-4 \ne 0 \Leftrightarrow a \ne 4$ thì phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = -\dfrac{1}{a}$

Khi đó phương trình đã cho có nghiệm âm $a > 0$

Vậy $a > 0$ và $a \ne 4$ thì thỏa **ycbt.**

Câu 33. Phương trình $m^2 x + 2 = x + 2m$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $m \ne \pm 1$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với phương trình $(m^2-1)x = 2(m-1)$

$\Rightarrow$ phương trình có tập nghiệm $S = \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1 = 0 \\ m-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow$ Chọn D

$\Leftrightarrow m = -1$.

Câu 34. Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;10]$ để phương trình $(m+1)x = -x + m - 1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng

A. 42. **B.** 39. **C.** 48. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(m+1)x=-x+m-1 \Leftrightarrow (m+2)x=m-1$

Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m+2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -2$.

Vì m nguyên, thuộc đoạn $[-5;10]$ và $m\neq 2$ nên tổng các giá trị của m trong S là:

$(-5)+(-4)+(-3)+(-1)+0+1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=42$.

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 3 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

DẠNG 1. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. Phương pháp giải

- Nếu $a=0$: trở về giải và biện luận phương trình bậc nhất $bx+c=0$.
- Nếu $a\neq 0$. Xét $\Delta=b^2-4ac$.

Trường hợp 1. $\Delta>0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Trường hợp 2. $\Delta=0$ phương trình có nghiệm kép $x=-\dfrac{b}{2a}$.

Trường hợp 3. $\Delta<0$ phương trình vô nghiệm.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $x^2-x+m=0$.

b) $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 2. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $(m-2)x^2-2(m+1)x+m-5=0$.

b) $(2m^2+5m+2)x^2-4mx+2=0$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Cho phương trình $(m-2)x^2-2x+1-2m=0$, với m là tham số. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 4. Cho phương trình $mx^2+x+m+1=0$, với m là tham số. Tìm m để phương trình.

a) Có nghiệm kép.

b) Có hai nghiệm phân biệt.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho phương trình $mx^2-2mx+m+1=0$, với m là tham số.

a) Giải phương trình đã cho khi $m=-2$.

b) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 6. Tùy thuộc vào giá trị của tham số m hãy tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x+m$ và Parabol $(P): y=(m-1)x^2+2mx+3m-1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Giải và biện luận phương trinh $ax^2-2(a+b)x+a+2b=0$ với a,b là tham số.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left(x^2-2mx+m-1\right)\left(x^2-3x+2m\right)=0$ $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ.

Câu 1. Tìm m để phương trình $x^2-3mx+(2m^2-m-1)=0$ có nghiệm kép

A. $m=-5$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-3$.

Câu 2. Tìm m để phương trình $mx^2-2mx+m+1=0$ có nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

Câu 3. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=4$. **C.** $0\ne m\le 4$. **D.** $m=4$ hoặc $m=0$

Câu 4. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+2m+1=0$ với giá trị nào của m để phương trình có nghiệm kép.

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$

Câu 5. Phương trình $x^2-3x+m+1=0$ (ẩn x) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\ne\frac{5}{4}$. **B.** $m\le\frac{5}{4}$. **C.** $m=\frac{-5}{4}$. **D.** $m\ge\frac{4}{5}$

Câu 6. Tìm m để phương trình $x^2-2mx+(m^2-m-1)=0$ vô nghiệm.

A. $m>-1$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m<-2$.

Câu 7. Cho phương trình $x^2-3mx+(2m^2-m-1)=0$ tìm m để phương trình vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=0 \end{array}\right.$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

Câu 8. Tìm m để phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ vô nghiệm.

A. $m>5$ hoặc $m<-1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>-1$.

C. $-5<m<-1$. **D.** $m\le 1$ hoặc $m\ge 5$.

Câu 9. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+1=0$ vô nghiệm.

A. $m=0$ và $m>-1$. **B.** $m<-1$.

C. $m=0$ và $m<-1$. **D.** $m\le 1$ hoặc $m\ge 0$.

Câu 10. Cho phương trình $(2m-7)x^2+6x-3=0$ với giá trị nào của m thì phương trình vô nghiệm.

A. $m>2$. **B.** $m<\frac{7}{2}$. **C.** $m<2$. **D.** $m<2$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^2-(m-2)x+m-4=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>6$. **B.** $m<6$. **C.** $m\ne 6$. **D.** $\forall m$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2-x+m-2=0$ có nghiệm là

A. $m<\frac{9}{4}$. **B.** $m\ge\frac{9}{4}$. **C.** $m>\frac{9}{4}$. **D.** $m\le\frac{9}{4}$.

Câu 13. Cho phương trình bậc hai: $x^2-2(m+1)x+2m^2-m+8=0$, với m là tham số. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Phương trình luôn vô nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$.

B. Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m\in\mathbb{R}$.

C. Phương trình có duy nhất một nghiệm với mọi $m\in\mathbb{R}$.

D. Tồn tại một giá trị m để phương trình có nghiệm kép.

Câu 14. Cho phương trình $(m-3)x^2-2(m-3)x+1-m=0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) vô nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 15. Phương trình $mx^2-(2m+3)x+m-4=0$ vô nghiệm khi:

A. $m>\frac{9}{28}$. **B.** $m<-\frac{9}{28}$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\le 0$.

Câu 16. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+1=0$ vô nghiệm.

A. $m<-1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 0 \end{array}\right.$. **C.** $m=0$ **và** $m<-1$. **D.** $m=0$ **và** $m>-1$.

Câu 17. Cho phương trình $mx^2+x+m+1=0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\ne 1$ và $m\ne\frac{1}{2}$. **B.** $m\ne 0$ và $m\ne 1$.

C. $m\ne 1$ và $m\ne\frac{3}{2}$. **D.** $m\ne 0$ hoặc $m\ne\frac{1}{2}$.

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 18. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-(m+3)x+2m+2=0$ có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty;3]$ là

A. $(-\infty;2]\cup\{1\}$. **B.** $\{1\}\cup(2;+\infty)$. **C.** $\{1\}\cup[2;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2-2x-3-m=0$ có nghiệm $x\in[0;4]$.

A. $m\in(-\infty;5]$. **B.** $m\in[-4;-3]$. **C.** $m\in[-4;5]$. **D.** $m\in[3;+\infty)$

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2-4x+6+3m=0$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$?

A. $-1\le m\le -\frac{2}{3}$.. **B.** $-1\le m<-\frac{2}{3}$..

C. $-\frac{11}{3}\le m\le -\frac{2}{3}$.. **D.** $-\frac{11}{3}\le m\le -1$.

DẠNG 2. ĐỊNH LÍ VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

A. Phương pháp giải

a) Định lí Vi-ét. Hai số x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ khi và chỉ khi thỏa mãn hệ thức: $\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{b}{2a} \\ x_1.x_2=\frac{c}{a} \end{cases}$.

b) Ứng dụng

Nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

Phân tích thành nhân tử: Nếu đa thức $f(x)=ax^2+bx+c$ có hai nghiệm x_1 và x_2 thì nó có thể phân tích thành nhân tử $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$.

Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng: Nếu hai số có tổng là S và tích là P thì chúng là nghiệm của phương trình $x^2+Sx+P=0\ (1)$.

Xét dấu của các nghiệm phương trình bậc hai:

Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0\ (1)$, kí hiệu $S=-\frac{b}{a},\ P=\frac{c}{a}$. Khi đó

- Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $P<0$.

- Phương trình (1) có hai nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta\ge 0\\ P>0\\ S>0\end{cases}$.

- Phương trình (1) có hai nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta\ge 0\\ P>0\\ S<0\end{cases}$.

So sánh nghiệm

1. Xét dấu các nghiệm của phương trình $f(x)=ax^2+bx+c\quad (a,b,c\in R)\quad (1)$:

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<0<x_2\Leftrightarrow ac<0$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<x_2<0\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0=x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}f(0)=0\\ S>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<x_2=0\Leftrightarrow\begin{cases}f(0)=0\\ S<0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0<x_1=x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta=0\\ S>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1=x_2<0\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta=0\\ S<0\end{cases}$.

2. So sánh các nghiệm của phương trình $f(x)=ax^2+bx+c\quad (a,b,c\in R)\quad (1)$ với số thực α:

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<\alpha<x_2\Leftrightarrow af(\alpha)<0$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta>0\\ a.f(\alpha)>0\\ \alpha<\frac{S}{2}\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(\alpha) > 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha = x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) = 0 \\ \alpha < \dfrac{S}{2} \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2 = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) = 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha < x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \\ \alpha < \dfrac{S}{2} \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Không giải phương trình, cho biết dấu các nghiệm

a) $x^2 - 13x + 40 = 0$.

b) $5x^2 + 7x + 1 = 0$.

c) $3x^2 + 5x - 1 = 0$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $f(x) = 3x^2 - 14x + 8$.

b) $g(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$.

c) $P(x;y)=6x^2-11xy+3y^2$.

d) $Q(x;y)=2x^2-2y^2-3xy+x-2y$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Phân tích đa thức $f(x)=x^4-2mx^2-x+m^2-m$ thành tích của hai tam thức bậc hai ẩn x.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho phương trình $2x^2-mx+5=0$, với m là tham số. Biết phương trình có một nghiệm là 2, tìm m và tìm nghiệm còn lại.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$, với m là tham số.Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm trái dấu: $x^2-2(m+7)x+m^2-4=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm trái dấu: $(m-1)x^2+2(m+2)x+m+3=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm dương phân biệt: $x^2-2(m+6)x+m^2-2m-3=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 9. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm âm phân biệt: $mx^2+2(m+3)x+m=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 10. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt cùng dấu: $x^2-2(m+5)x+m^2-4m=0$

.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....

Câu 11. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt cùng dấu: $(m+2)x^2+2(m+5)x+m+2=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 12. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm âm: $mx^2+2(m-3)x+m-4=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 13. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm dương: $(m+3)x^2+2(m+6)x+m+3=0$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 14. Tìm m để phương trình sau có nghiệm dương: $3x^2-2(m+5)x+m^2-4m+15=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 15. Tìm m để phương trình sau có nghiệm âm: $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Tính

a) Cho phương trình $x^2-\sqrt{5}x+1=0$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$A=\frac{3x_1^2+5x_1x_2+3x_2^2}{x_1x_2^3+x_1^3x_2}$$

b) Cho phương trình $2x^2-5x+1=0$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$B=x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}$$

Nguyễn Bảo Vương

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

a) $mx^2-2(m-1)x+3(m-2)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

b) $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0$.

c) $x^2-3x-m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2(1-x_2)+x_2^2(1-x_1)=19$.

d) $3x^2+4(m-1)x+m^2-4m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2).$$

Câu 18. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $x_1<-1<x_2$: $(m+2)x^2-2(m+8)x+5m-10=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 19. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $x_1<x_2<1$: $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 20. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $2<x_1<x_2$: $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 21. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm lớn hơn 1: $mx^2-(2m+1)x+2=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 22. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm nhỏ hơn 1: $(m+2)x^2-2mx-1=0$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 23. Cho phương trình $x^2-(m-1)x-m^2+m-2=0,$ với m là tham số.

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu với mọi m.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là x_1, x_2. Tìm m để biểu thức $A=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3+\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 24. Cho phương trình $2x^2+2mx+m^2-2=0$, với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|2x_1x_2+x_1+x_2-4\right|$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 25. Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0$, với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình.

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1,x_2 không phụ thuộc vào m.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m^2-3m+1=0,$ với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình, chứng minh rằng $\left|x_1+x_2+x_1x_2\right|\le\frac{9}{8}.$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....

Câu 27. Cho phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2+1=0,$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho biểu thức $P=\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}$ có giá trị là số nguyên.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 28. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0,$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho

a) $\left|x_1^4-x_2^4\right|=16m^2+64m.$

b) $P=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ.

Câu 1. Cho phương trình: $x^2-3x+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Biết rằng $x_1=1$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-3x-9=0$. Chọn đáp án đúng.

A. $x_1x_2+x_1+x_2=6$. **B.** $x_1x_2\left(x_1+x_2\right)=27$. **C.** $x_1x_2=9$. **D.** $x_1+x_2=3$.

Câu 3. Phương trình $-2x^2+3x-1=0$ có tổng hai nghiệm bằng

A. không tồn tại. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 4. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2-2x-13=0$

A. -22. **B.** 4. **C.** 30. **D.** 28.

Câu 5. Gọi $x_1;x_2$ là các nghiệm của phương trình $4x^2-7x-1=0$. Khi đó giá trị biểu thức $M=x_1^2+x_2^2$ là

A. $\frac{41}{16}$. **B.** $\frac{41}{64}$. **C.** $\frac{57}{16}$. **D.** $\frac{81}{64}$.

Câu 6. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu?

A. $5x^2+4x-11=0$. **B.** $2x^2-8x+1=0$. **C.** $x^2+4x+6=0$. **D.** $x^2-6x+9=0$.

Câu 7. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm dương phân biệt?

A. $x^2+4x-7=0$. **B.** $2x^2-5x+2=0$. **C.** $x^2-4x+4=0$. **D.** $x^2+5x+6=0$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm âm phân biệt?

A. $x^2+6x+9=0$. **B.** $x^2+4x+2=0$. **C.** $x^2-6x+3=0$. **D.** $2x^2-8x+17=0$.

Câu 9. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<2<x_2$?

A. $x^2-7x+10=0$. **B.** $x^2-8x+15=0$.

C. $x^2-2x-2=0$. **D.** $x^2-\left(1-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}=0$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<x_2<-1$?

A. $x^2-2x-3=0$. **B.** $x^2+11x-3=0$. **C.** $x^2+6x+9=0$. **D.** $x^2+10x+13=0$.

Câu 11. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<x_2$?

A. $x^2-6x+7=0$. **B.** $2x^2-8x-1=0$. **C.** $2x^2-5x+2=0$. **D.** $x^2-8x+16=0$.

Câu 12. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu là:

A. $ac>0$. **B.** $ac<0$. **C.** $\begin{cases}a<0\\c>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\c<0\end{cases}$.

Câu 13. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm dương phân biệt là:

A. $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S\geq 0\\P\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S\geq 0\\P>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S>0\\P\geq 0\end{cases}$.

Câu 14. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S<0\\P\geq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S\leq 0\\P>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\geq 0\\S<0\\P>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S<0\\P>0\end{cases}$.

Câu 15. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm lớn hơn m và một nghiệm nhỏ hơn m là:

A. $a.f(m)<0$. **B.** $a.f(m)>0$. **C.** $a.f(m)\leq 0$. **D.** $a.f(m)\geq 0$.

Câu 16. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn m là:

A. $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(m)>0\\S<2m\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\geq 0\\a.f(m)>0\\S<2m\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(m)>0\\2m<S\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\geq 0\\a.f(m)>0\\2m<S\end{cases}$.

Câu 17. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt cùng lớn hơn m là:

A. $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\geq 0\\a.f(m)>0\\S<2m\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(m)>0\\S<2m\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta\geq 0\\a.f(m)>0\\2m<S\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(m)>0\\2m<S\end{cases}$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-1)x^2-(m^2+1)x-3=0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $m>1$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m<1$

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2x+m-1=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m\leq 2$. **B.** $m<1$. **C.** $m\leq 1$. **D.** $m<2$.

Câu 20. Phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m-2=0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

A. $-1<m<3$. **B.** $-1<m<2$. **C.** $-2<m<1$. **D.** $1<m<2$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(m-2)x^2-2(m-1)x+m-7=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\left[\begin{array}{l} m \ge 7 \\ m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $2 \le m \le 7$. **C.** $2 < m < 7$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < 2 \end{array}\right.$.

Câu 22. Phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1;2)$. **B.** $m \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3};+\infty\right)$. **D.** $m \in \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

Câu 23. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \ne 0)$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

Câu 24. Giá trị nào của m làm cho phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương?

A. $m < 1$ và $m \ne 0$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{array}\right.$. **D.** $m < 0$.

Câu 25. Với giá trị nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt?

A. $3 < m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 3 < m < 4 \end{array}\right.$. **D.** $m < 0$.

Câu 26. Phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi

A. $m \in \left(\frac{5}{9};1\right) \cup (6;+\infty)$. **B.** $m \in (-2;6)$. **C.** $m \in (6;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;1)$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 27. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m > 6$.. **B.** $m < 6$ và $m \ne 2$. **C.** $2 < m < 6$ hoặc $m < -3$. **D.** $m < 0$ hoặc $2 < m < 6$.

Câu 28. Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m < 0; 1 < m < 2$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < \frac{1}{2}$.

Câu 29. Phương trình $x^2 - 6x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi

A. $2 < m < 11$. **B.** $0 < m < 11$. **C.** $2 < m < 11$. **D.** $2 \le m \le 11$.

Câu 30. Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$. Tìm tất cả giá trị m để phương trình có hai nghiệm đối nhau?

A. Không có giá trị m. **B.** $m < -3$ hoặc $m > 2$.

C. $-3 < m < 2$. **D.** $m = 2$.

Câu 31. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $-1 \le m \le 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m < 0$ hoặc $m > -1$. **D.** $m \le 0$ hoặc $m \ge -1$.

Câu 32. Cho phương trình $(m^2 - 4)x^2 - 2(m+1)x - 1 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm trái dấu.

A. $-2 < m < 2$. **B.** $-2 \le m \le 2$. **C.** $m < -2$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \le 2$ hoặc $m \ge -2$.

Câu 33. Cho phương trình $x^2-2mx+1=0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $m>1$. **C.** $m<0$ hoặc $m>-1$. **D.** $m\le 0$ hoặc $m\ge -1$.

Câu 34. Cho phương trình $2x^2-mx+5=0$ biết phương trình có nghiệm là 2. Tìm m

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=\frac{13}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{13}{2}$.

Câu 35. Giả sử x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2-\left(m^2+1\right)x+m^2+4=0\left(m\in R\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1,x_2>0$. **B.** $x_1,x_2<0$. **C.** $x_1<0<x_2$. **D.** $x_1=x_2$.

Câu 36. Giả sử x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2+\left(2m^2-1\right)x-m^2-5=0\left(m\in R\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1,x_2<0$. **B.** $x_1,x_2>0$. **C.** $x_1<0<x_2$. **D.** $x_1=x_2$.

Câu 37. Giả sử $x_1<x_2$ là hai nghiệm của phương trình: $x^2+\left(m^2-1\right)x-2m^2-3=0\left(m\in R\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1<x_2<0$. **B.** $x_1<1<x_2$. **C.** $x_1<x_2<1$. **D.** $1<x_1<x_2$.

Câu 38. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f\left(x\right)=ax^2+bx+c=0\left(a,b,c\in R\right)$ có hai nghiệm nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<3<x_2$ là:

A. $\begin{cases}a.f\left(1\right)>0\\a.f\left(3\right)>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a.f\left(1\right)<0\\a.f\left(3\right)<0\end{cases}$.

Câu 39. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f\left(x\right)=ax^2+bx+c=0\left(a,b,c\in R\right)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<x_2<3$ là:

A. $\begin{cases}a.f\left(3\right)<0\\a.f\left(1\right)>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a.f\left(1\right)<0\\a.f\left(3\right)>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)>0\end{cases}$.

Câu 40. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f\left(x\right)=ax^2+bx+c=0\left(a,b,c\in R\right)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<3<x_2$ là:

A. $\begin{cases}a.f\left(3\right)>0\\a.f\left(1\right)<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a.f\left(3\right)<0\\a.f\left(1\right)>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\ne 0\\f\left(1\right).f\left(3\right)>0\end{cases}$.

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\left(m+2\right)x^2-2\left(m^2-1\right)mx+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị m sao cho phương trình $x^2+2mx+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=4$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 43. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-\left(m+2\right)x+m^2+1=0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4\left(x_1+x_2\right)-x_1x_2$ bằng

A. $\frac{95}{9}$. **B.** 11. **C.** 7. **D.** $\frac{-1}{9}$.

Câu 44. Gọi $m_1;m_2$ là hai giá trị khác nhau của m để phương trình $x^2-3x+m^2-3m+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho $x_1=2x_2$. Tính $m_1+m_2+m_1m_2$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2+2(m-1)x+3m-2=0$ có hai nghiệm trái dấu x_1,x_2 và thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1}-3=\left|\dfrac{1}{x_2}\right|$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 46. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$, với m là tham số. Giá trị m để phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $A=\sqrt{2\left(x_1^2+x_2^2\right)+16}-3x_1x_2$ biểu thức đạt giá trị lớn nhất là một phân số tối giản có dạng $\dfrac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{Z},b>0\right)$. Khi đó $2a-3b$ bằng :

A. -6. **B.** -4. **C.** -5. **D.** -7.

Câu 47. Cho phương trình $x^2+2(m+1)x+2m+3=0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1 và x_2. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là $-3x_1$ và $-3x_2$?

A. $t^2+6(m+1)x+9(2m+3)=0$.

B. $t^2-6(m+1)x+9(2m+3)=0$.

C. $t^2+6(m+1)x+6(2m+3)=0$.

D. $t^2-6(m+1)x+6(2m+3)=0$.

Câu 48. Cho phương trình: $(m-1)x^2-2(m+2)x+m+1=0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho $A=x_1+x_2-x_1x_2$ là số một nguyên?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 49. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $x^2-mx+m-1=0$ (m là tham số). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$.

A. $P_{\min}=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $P_{\min}=-2$. **C.** $P_{\min}=0$. **D.** $P_{\min}=1$.

Câu 50. Tìm m để phương trình $x^2-mx+m^2-3=0$ có hai nghiệm x_1 , x_2 là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông với cạnh huyền có độ dài bằng 2.

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$.

C. $m=\pm\sqrt{2}$. **D.** không có giá trị nào của m.

Câu 51. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho thỏa $x_1^2+x_2^2=8$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=-7\end{array}\right.$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Câu 52. Cho phương trình $x^2-mx+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho thỏa $x_1-x_2=1$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=\sqrt{5}\\m=-\sqrt{5}\end{array}\right.$. **B.** $m=-\sqrt{5}$. **C.** $m=\sqrt{5}$. **D.** Kết quả khác.

Câu 53. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $x_1^3+x_2^3=2x_1x_2(x_1+x_2)$.

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 54. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $\left|x_1^4-x_2^4\right|=16m^2+64m$

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 55. Cho phương trình $3x^2+4(m-1)x+m^2-4m+1=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2)$

A. $m=1,m=2$. **B.** $m=1,m=5$. **C.** $m=1,m=3$. **D.** $m=1,m=4$.

Câu 56. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $x_1+x_2=2x_1x_2$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-2\\m=2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=2\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$.

Câu 57. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $A=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 58. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $B=\sqrt{2(x_1^2+x_2^2)+16}-3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 59. Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $A=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$ tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất.

A. $\max A=1,\ \min A=-\frac{3}{2}$. **B.** $\max A=2,\ \min A=-\frac{1}{2}$.

C. $\max A=1,\ \min A=-\frac{1}{4}$. **D.** $\max A=1,\min A=-\frac{1}{2}$.

Câu 60. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $A=2(x_1^2+x_2^2)-x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=\frac{4}{5}$. **B.** $m=\frac{2}{5}$. **C.** $m=\frac{1}{5}$. **D.** $m=\frac{3}{5}$.

Chương 3

Bài 3 GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

DẠNG 1. GIẢI VÀ BIỆN LUẬN PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. Phương pháp giải

- Nếu $a=0$: trở về giải và biện luận phương trình bậc nhất $bx+c=0$.
- Nếu $a\neq 0$. Xét $\Delta=b^2-4ac$.

Trường hợp 1. $\Delta>0$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Trường hợp 2. $\Delta=0$ phương trình có nghiệm kép $x=-\dfrac{b}{2a}$.

Trường hợp 3. $\Delta<0$ phương trình vô nghiệm.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $x^2-x+m=0$.

b) $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$.

Lời giải

a) Ta có $\Delta=1-4m$.

Với $\Delta>0\Leftrightarrow 1-4m>0\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4m}}{2}$.

Với $\Delta=0\Leftrightarrow 1-4m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$ thì phương trình có nghiệm kép $x=\dfrac{1}{2}$.

Với $\Delta<0\Leftrightarrow 1-4m<0\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{4}$ thì phương trình vô nghiệm.

Kết luận

$m<\dfrac{1}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4m}}{2}$.

$m=\dfrac{1}{4}$ thì phương trình có nghiệm kép $x=\dfrac{1}{2}$.

$m>\dfrac{1}{4}$ thì phương trình vô nghiệm.

b) Với $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$. Khi đó phương trình trở thành $2x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

Với $m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq -1$. Ta có $\Delta'=m^2-(m-2)(m+1)=m+2$.

Khi $\Delta'>0\Leftrightarrow m>-2$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{m\pm\sqrt{m+2}}{m+1}$.

Khi $\Delta'=0\Leftrightarrow m=-2$ thì phương trình có nghiệm là $x=2$.

Khi $\Delta'<0\Leftrightarrow m<-2$ thì phương trình vô nghiệm.

Kết luận:

Với $m=-1$ thì phương trình có nghiệm $x=\dfrac{3}{2}$.

Với $m=-2$ thì phương trình có nghiệm $x=2$.

Với $m>-2$ và $m\neq -1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\dfrac{m\pm\sqrt{m+2}}{m+1}$

Với $m<-2$ thì phương trình vô nghiệm.

Câu 2. Giải và biện luận phương trình sau với m là tham số

a) $(m-2)x^2-2(m+1)x+m-5=0$.

b) $\left(2m^2+5m+2\right)x^2-4mx+2=0$.

Lời giải

a) Với $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$. Khi đó phương trình trở thành $-6x-3=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$.

Với $m-2\neq 0 \Leftrightarrow m=2$. Ta có $\Delta'=(m+1)^2-(m-2)(m-5)=9(m-1)$.

Khi $\Delta'<0 \Leftrightarrow 9(m-1)<0 \Leftrightarrow m<1$ thì phương trình vô nghiệm.

Khi $\Delta'=0 \Leftrightarrow 9(m-1)=0 \Leftrightarrow m=1$ thì phương trình có nghiệm kép $x=\frac{m+1}{m-2}=-2$.

Khi $\Delta'>0 \Leftrightarrow 9(m-1)>0 \Leftrightarrow m>1$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x=\frac{m+1\pm 3\sqrt{m-1}}{m-2}$.

Kết luận:

Với $m=1$ thì phương trình có nghiệm kép $x=-2$.

Với $m=2$ thì phương trình có nghiệm $x=-\frac{1}{2}$.

Với $m<1$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $1<m\neq 2$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=\frac{m+1\pm 3\sqrt{m-1}}{m-2}$.

b) Với $2m^2+5m+2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=-2$.

Khi $m=-2$ thì phương trình trở thành $8x+2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}$.

Khi $m=-\frac{1}{2}$ thì phương trình trở thành $2x+2=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Với $2m^2+5m+2\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -2 \\ m\neq -\frac{1}{2} \end{cases}$. Ta có $\Delta=4m^2-2\left(2m^2+5m+2\right)=-2(5m+2)$.

Khi $\Delta>0 \Leftrightarrow -2(5m+2)>0 \Leftrightarrow m<-\frac{2}{5}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x=\frac{2m\pm\sqrt{-2(5m+2)}}{2m^2+5m+2}$.

Khi $\Delta=0 \Leftrightarrow m=-\frac{2}{5}$ thì phương trình có nghiệm kép $x=-5$.

Khi $\Delta<0 \Leftrightarrow m>-\frac{2}{5}$ thì phương trình vô nghiệm.

Kết luận: Với $m=-2$ thì phương trình có nghiệm $x=-\frac{1}{4}$

Với $m=-\frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm $x=-1$.

Với $m=-\frac{2}{5}$ thì phương trình có nghiệm kép $x=-5$.

Với $m<-\frac{2}{5}$ và $m\neq -2$ và $m\neq -\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

$x=\frac{2m\pm\sqrt{-2(5m+2)}}{2m^2+5m+2}$.

Với $m>-\frac{2}{5}$ thì phương trình vô nghiệm.

Câu 3. Cho phương trình $(m-2)x^2-2x+1-2m=0$, với m là tham số. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Với $m=2$, phương trình trở thành $-2x-3=0\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$.

Do đó $m=2$ là một giá trị cần tìm.

Với $m\neq 2$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai có
$\Delta'=1-(m-2)(1-2m)=2m^2-5m+3$

Phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta'=0\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$ hoặc $m=1$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi $m=1$ hoặc $m=\frac{3}{2}$ hoặc $m=2$.

Câu 4. Cho phương trình $mx^2+x+m+1=0$, với m là tham số. Tìm m để phương trình.
a) Có nghiệm kép.
b) Có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Phương trình có nghiệm kép khi và chỉ khi

$$\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ 1-4m(m+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ 4m^2-4m+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$$

Vậy $m=\frac{1}{2}$ thì phương trình có nghiệm kép.

b) Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ 1-4m(m+1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ (2m-1)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq\frac{1}{2}\end{cases}$$

Vậy $m\neq 0$ và $m\neq\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 5. Cho phương trình $mx^2-2mx+m+1=0$, với m là tham số.
a) Giải phương trình đã cho khi $m=-2$.

b) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

Lời giải

a) Với $m=-2$ phương trình trở thành $-2x^2+4x-1=0\Leftrightarrow 2x^2-4x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

Vậy với $m=-2$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

b) Với $m=0$ phương trình trở thành $1=0$. Do đó phương trình vô nghiệm

Với $m\neq 0$ ta có $\Delta'=m^2-m(m+1)=-m$

Phương trình có nghiệm khi $\Delta'\geq 0\Leftrightarrow -m\geq 0\Leftrightarrow m\leq 0$. Kết hợp $m\neq 0$ ta được $m<0$

Vậy để phương trình có nghiệm thì $m<0$

Câu 6. Tùy thuộc vào giá trị của tham số m hãy tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x+m$ và Parabol $(P): y=(m-1)x^2+2mx+3m-1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và (P) là

$(m-1)x^2+2mx+3m-1=2x+m\Leftrightarrow (m-1)x^2+(2m-2)x+2m-1=0$

+) Với $m=1$ thì phương trình trở thành $1=0$ nên phương trình vô nghiệm. Do đó d và (P) không có điểm chung

+) Với $m\neq 1$ $\Delta'=(m-1)^2-(m-1)(2m-1)=-m(m-1)$

Khi $\Delta'<0\Leftrightarrow -m(m-1)<0\Leftrightarrow \left[\begin{cases}-m>0\\ m-1<0\end{cases}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{cases}m<0\\ m<1\end{cases}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{cases}m<0\\ m>0\\ m>1\end{cases}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{cases}m<0\\ m>1\end{cases}\right.$

Thì phương trình vô nghiệm nên d và (P) không có điểm chung

Khi $\Delta'=0\Leftrightarrow -m(m-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{cases}m=0\\ m=1\end{cases}\right.\Leftrightarrow m=0$ (do $m\neq 1$)

Thì phương trình có nghiệm kép $x=-1$ nên d và (P) không có một điểm chung là $M(-1;-2)$

Khi $\Delta'>0\Leftrightarrow -m(m-1)>0\Leftrightarrow 0<m<1$

Thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $x=-1\pm\dfrac{\sqrt{m(1-m)}}{m-1}$ nên d và (P) có hai điểm chung.

Câu 7. Giải và biện luận phương trinh $ax^2-2(a+b)x+a+2b=0$ với a,b là tham số.

Lời giải

Với $m=2$, phương trình trở thành $-2x-3=0\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$.

* Với $a=0$ phương trình trở thành $-2bx+2b=0\Leftrightarrow bx=b$

+) Khi $b=0$ thì phương trình trở thành $0x=0$. Do đó phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

* Với $a=0$ phương trình trở thành $-2bx+2b=0\Leftrightarrow bx=b$

+) Khi $b\neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

* Với $a\neq 0$ Ta có $\Delta'=(a+b)^2-a(a+2b)=b^2\geq 0$.

Khi $\Delta'=0\Leftrightarrow b=0$ thì phương trình có nghiệm kép $x=\frac{a+b}{a}=1$.

Khi $\Delta'>0\Leftrightarrow b\neq 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $x=\frac{a+b+b}{a}=\frac{a+2b}{a}$ và $x=\frac{a+b-b}{a}=1$.

* Kết luận:

Với $a=b=0$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $a=0$ và $b\neq 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Với $a\neq 0$ và $b=0$ thì phương trình có nghiệm kép $x=1$.

Với $a\neq 0$ và $b\neq 0$ thì phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $x=\frac{a+b+b}{a}=\frac{a+2b}{a}$ và $x=\frac{a+b-b}{a}=1$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(x^2-2mx+m-1)(x^2-3x+2m)=0$ $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt.

Lời giải

Phương trình tương đương với $\left[\begin{array}{ll} x^2-2mx+m-1=0 & (1)\\ x^2-3x+2m=0 & (2)\end{array}\right.$.

Phương trình $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hai phương trình (1) và (2) mỗi phương trình phải có hai nghiệm phân biệt và chúng không có nghiệm chung.

Ta có

$\Delta'_1=m^2-m+1=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

$\Delta_2 = 9-8m$. Để (2) có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta_2 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{8}$.

Giả sử hai phương trình (1) và (2) có nghiệm chung là x_0 thì

$$\begin{cases} x_0^2 - 2mx_0 + m - 1 = 0 \\ x_0^2 - 3x_0 + 2m = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_0^2 - \left(3x_0 - x_0^2\right)x_0 + \frac{3x_0 - x_0^2}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x_0^3 - 5x_0^2 + 3x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

Với $x_0 = 2$ suy ra $m = 1$.

Khi $m = 1$, phương trình (1) trở thành $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$;

phương trình (2) trở thành $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Do đó $m = 1$ thì hai phương trình có nghiệm chung.

Suy ra để hai phương trình (1) và (2) không có nghiệm chung là $m \neq 1$.

Vậy để phương trình $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt thì $1 \neq m < \frac{9}{8}$.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ.

Câu 1. Tìm m để phương trình $x^2 - 3mx + (2m^2 - m - 1) = 0$ có nghiệm kép

A. $m = -5$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

Chọn. B.

Ta có $\Delta = 9m^2 - 4\left(2m^2 - m - 1\right) = 9m^2 - 8m^2 + 4m + 4 = (m+2)^2$

Phương trình có nghiệm kép $\Delta = (m+2)^2 = 0 \Rightarrow m = -2$.

Câu 2. Tìm m để phương trình $mx^2 - 2mx + m + 1 = 0$ có nghiệm.

A. $m < 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn. B.

Với $m = 0$ ta thấy phương trình vô nghiệm.

Với $m \neq 0$ thì phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = m^2 - m(m+1) \geq 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 3. Tìm m để phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 0$. **B.** $m = 4$. **C.** $0 \neq m \leq 4$. **D.** $m = 4$ hoặc $m = 0$

Lời giải

Chọn. D.

Nếu $m = 0 \Rightarrow 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow$ Phương trình có 1 nghiệm

Nếu $m \neq 0 \Rightarrow$ Phương trình có nghiệm duy nhất khi

$\Delta' = (m-2)^2 - (\mathrm{m}-3)\,\mathrm{m} = -m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$

Vậy $m = 4$ hoặc $m = 0$ thì thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 1 = 0$ với giá trị nào của m để phương trình có nghiệm kép.

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$

Lời giải

Chọn. **A.**

Ta có $\Delta'=(m+1)^2-2m-1=m^2$

Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow m=0$ hay $4m^2-m-1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \frac{1\pm\sqrt{17}}{8}$

Vậy với $m=0$ thì phương trình có nghiệm kép.

Câu 5. Phương trình $x^2-3x+m+1=0$ (ẩn x) có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\neq\frac{5}{4}$. **B.** $m\leq\frac{5}{4}$. **C.** $m=\frac{-5}{4}$. **D.** $m\geq\frac{4}{5}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2-3x+m+1=0$ có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta\geq 0 \Leftrightarrow 9-4(m+1)\geq 0 \Leftrightarrow m\leq\frac{5}{4}$.

Câu 6. Tìm m để phương trình $x^2-2mx+(m^2-m-1)=0$ vô nghiệm.

A. $m>-1$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m<-2$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Ta có $\Delta'=m^2-(m^2-m-1)=m+1$

Để phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow m+1<0 \Leftrightarrow m<-1$.

Vậy với $m<-1$ thì phương trình vô nghiệm.

Câu 7. Cho phương trình $x^2-3mx+(2m^2-m-1)=0$ tìm m để phương trình vô nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=0 \end{array}\right.$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Với $m=0$ ta thấy phương trình vô nghiệm.

Với $m\neq 0$ thì phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'=m^2-m(m+1)<0 \Leftrightarrow m>0$.

Câu 8. Tìm m để phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ vô nghiệm.

A. $m>5$ hoặc $m<-1$. **B.** $m<-5$ hoặc $m>-1$.

C. $-5<m<-1$. **D.** $m\leq 1$ hoặc $m\geq 5$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Với $\Delta'=m^2+4m+4-(-2m-1)=m^2+6m+5$.

Để phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'=m^2+6m+5<0 \Leftrightarrow -5<m<-1$.

Câu 9. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+1=0$ vô nghiệm.

A. $m=0$ và $m>-1$. **B.** $m<-1$.

C. $m=0$ và $m<-1$. **D.** $m\leq 1$ hoặc $m\geq 0$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Với $m=0$ ta có $-2x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Với $m \neq 0$ $\Delta' = m^2 + 2m + 1 - m(m+1) = m+1$.

Để phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' = m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Câu 10. Cho phương trình $(2m-7)x^2 + 6x - 3 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình vô nghiệm.

A. $m > 2$. **B.** $m < \frac{7}{2}$. **C.** $m < 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn. B.

Nếu $2m - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2} \Rightarrow 6x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình có 1 nghiệm.

Nếu $2m - 7 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{7}{2} \Rightarrow$ Phương trình vô nghiệm khi.

$\Delta' = 3^2 - (-3)(2m-7) = 6m - 12 < 0 \Leftrightarrow m < 2$.

So với điều kiện $\Rightarrow$ $m < 2$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2x^2 - (m-2)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $m \neq 6$. **D.** $\forall m$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta > 0$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 8(m-4) > 0$$
$$\Leftrightarrow m^2 - 12m + 36 > 0$$
$$\Leftrightarrow (m-6)^2 > 0$$
$$\Leftrightarrow m \neq 6$$

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - x + m - 2 = 0$ có nghiệm là

A. $m < \frac{9}{4}$. **B.** $m \geq \frac{9}{4}$. **C.** $m > \frac{9}{4}$. **D.** $m \leq \frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 - x + m - 2 = 0$ (1); có $a = 1 \neq 0$; $\Delta = 1 - 4(m-2) = 9 - 4m$.

(1) có nghiệm khi $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 9 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}$. Vậy $m \leq \frac{9}{4}$.

Câu 13. Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 - m + 8 = 0$, với m là tham số. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Phương trình luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.

B. Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$.

C. Phương trình có duy nhất một nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.

D. Tồn tại một giá trị m để phương trình có nghiệm kép.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (2m^2 - m + 8) = -m^2 + 3m - 7 = -\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{19}{4} < 0$ với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 14. Cho phương trình $(m-3)x^2-2(m-3)x+1-m=0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) vô nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: $m=3$.

Phương trình (1) trở thành: $-2=0$ (vô lý). Vậy $m=3$ phương trình (1) vô nghiệm.

Trường hợp 1: $m\neq 3$. Phương trình (1) là phương trình bậc hai.

Phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta'=(m-3)^2-(m-3)(1-m)<0$

$\Leftrightarrow (m-3)(m-3-1+m)<0 \Leftrightarrow (m-3)(2m-4)<0 \Leftrightarrow 2<m<3$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên trường hợp này không có m thỏa mãn.

Vậy có 1 số nguyên $m=3$ thỏa mãn phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 15. Phương trình $mx^2-(2m+3)x+m-4=0$ vô nghiệm khi:

A. $m>\dfrac{9}{28}$. **B.** $m<-\dfrac{9}{28}$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn B

Xét trường hợp $m=0$. Khi đó PT đã cho có dạng $-3x-4=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{3}$ (Không thoả mãn yêu cầu bài toán).

Xét trường hợp $m\neq 0$:

PT vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta=(2m+3)^2-4m(m-4)<0 \Leftrightarrow 28m+9<0 \Leftrightarrow m<-\dfrac{9}{28}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 16. Tìm m để phương trình $mx^2-2(m+1)x+m+1=0$ vô nghiệm.

A. $m<-1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\leq 1 \\ m\geq 0 \end{array}\right.$. **C.** $m=0$ **và** $m<-1$. **D.** $m=0$ **và** $m>-1$.

Lời giải

Chọn A

♦ TH1: $m=0$

Phương trình cho trở thành: $-2x+1=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ $\Rightarrow$ Loại $m=0$.

♦TH2: $m\neq 0$. Ta có $\Delta'=(m+1)^2-m(m+1)=m+1$

Để phương trình cho vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow m+1<0 \Leftrightarrow m<-1$ (thỏa mãn $m\neq 0$).

Kết luận: $m<-1$.

Câu 17. Cho phương trình $mx^2+x+m+1=0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

A. $m\neq 1$ và $m\neq\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\neq 0$ và $m\neq 1$.

C. $m\neq 1$ và $m\neq\dfrac{3}{2}$. **D.** $m\neq 0$ hoặc $m\neq\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Với $m=0$ phương trình trở thành phương trình bậc nhất $x+1=0$ suy ra $m=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m\neq 0$ phương trình trên là phương trình bậc hai nên nó có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta>0\Leftrightarrow 1-4m(m+1)>0\Leftrightarrow 4m^2-4m+1>0\Leftrightarrow (2m-1)^2>0\Leftrightarrow m\neq\frac{1}{2}$$

Vậy $m\neq 0$ và $m\neq\frac{1}{2}$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt.

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 18. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-(m+3)x+2m+2=0$ có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty;3]$ là

A. $(-\infty;2]\cup\{1\}$. **B.** $\{1\}\cup(2;+\infty)$. **C.** $\{1\}\cup[2;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-(m+3)x+2m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in(-\infty;3]\\x=m+1\end{array}\right.$.

Do đó, phương trình đã cho có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty;3]$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l}m+1=2\\m+1>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m>2\end{array}\right.$$

Vậy tập hợp các giá trị của tham số m là $\{1\}\cup(2;+\infty)$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2-2x-3-m=0$ có nghiệm $x\in[0;4]$.

A. $m\in(-\infty;5]$. **B.** $m\in[-4;-3]$. **C.** $m\in[-4;5]$. **D.** $m\in[3;+\infty)$

Lời giải:

Chọn C

Cách 1: Phương trình có nghiệm khi $\Delta'=4+m\geq 0\Leftrightarrow m\geq -4\ (1)$.

Khi đó, phương trình có nghiệm $x_1=1-\sqrt{4+m}$, $x_2=1+\sqrt{4+m}$.

Để phương trình có nghiệm $x\in[0;4]$ thì $\left[\begin{array}{l}0\leq x_1\leq 4\\0\leq x_2\leq 4\end{array}\right.$

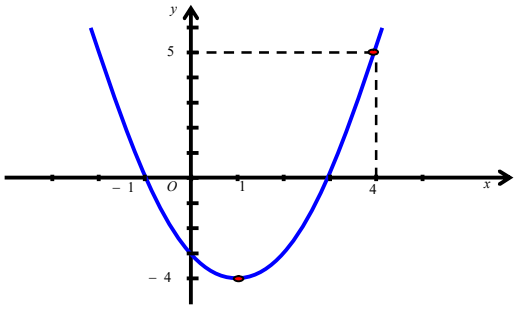
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0\leq 1-\sqrt{4+m}\leq 4\\0\leq 1+\sqrt{4+m}\leq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\sqrt{4+m}\leq 1\\\sqrt{4+m}\geq -3\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}\sqrt{4+m}\geq -1\\\sqrt{4+m}\leq 3\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{4+m}\leq 1\\\sqrt{4+m}\leq 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -3\\m\leq 5\end{array}\right.\Leftrightarrow m\leq 5.$$

So với điều kiện (1), $m\in[-4;5]$ thì phương trình đã cho có nghiệm $x\in[0;4]$.

Cách 2: Phương trình đã cho tương đương $m = x^2 - 2x - 3$.

Đặt $y = f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ như sau:



Dựa vào đồ thị. Để phương trình $y = f(x) = x^2 - 2x - 3 = m$ có nghiệm $x \in [0;4]$ thì $-4 \le m \le 5$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$?

A. $-1 \le m \le -\frac{2}{3}$.. **B.** $-1 \le m < -\frac{2}{3}$..

C. $-\frac{11}{3} \le m \le -\frac{2}{3}$.. **D.** $-\frac{11}{3} \le m \le -1$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Pt: $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 6 = -3m$.

Xét hàm $f(x) = x^2 - 4x + 6$ trên đoạn $[1;5]$:

x	1		2		5
$f(x)$	3	↘	2	↗	11

Ghi chú: Đây là parabol nên học sinh lớp 10 lập bảng được mà không cần tới đạo hàm.

Để phương trình có 2 nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$ thì: $2 < -3m \le 3 \Leftrightarrow -1 \le m < -\frac{2}{3}$.

DẠNG 2. ĐỊNH LÍ VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

A. Phương pháp giải

a) Định lí Vi-ét. Hai số x_1 và x_2 là các nghiệm của phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ khi và chỉ khi thỏa mãn hệ thức: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a} \\ x_1.x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.

b) Ứng dụng

Nhẩm nghiệm của phương trình bậc hai.

Phân tích thành nhân tử: Nếu đa thức $f(x)=ax^2+bx+c$ có hai nghiệm x_1 và x_2 thì nó có thể phân tích thành nhân tử $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$.

Tìm hai số khi biết tổng và tích của chúng: Nếu hai số có tổng là S và tích là P thì chúng là nghiệm của phương trình $x^2+Sx+P=0\ (1)$.

Xét dấu của các nghiệm phương trình bậc hai:

Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0\ (1)$, kí hiệu $S=-\dfrac{b}{a}$, $P=\dfrac{c}{a}$. Khi đó

- Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $P<0$.

- Phương trình (1) có hai nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta\ge 0\\ P>0\\ S>0\end{cases}$.

- Phương trình (1) có hai nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta\ge 0\\ P>0\\ S<0\end{cases}$.

So sánh nghiệm

1. Xét dấu các nghiệm của phương trình $f(x)=ax^2+bx+c\quad (a,b,c\in R)\quad (1)$:

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<0<x_2\Leftrightarrow ac<0$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<x_2<0\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0=x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}f(0)=0\\ S>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<x_2=0\Leftrightarrow\begin{cases}f(0)=0\\ S<0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $0<x_1=x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta=0\\ S>0\end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1=x_2<0\Leftrightarrow\begin{cases}a\ne 0\\ \Delta=0\\ S<0\end{cases}$.

2. So sánh các nghiệm của phương trình $f(x)=ax^2+bx+c\quad (a,b,c\in R)\quad (1)$ với số thực α:

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1<\alpha<x_2\Leftrightarrow af(\alpha)<0$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(\alpha) > 0 \\ \alpha < \dfrac{S}{2} \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(\alpha) > 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha = x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) = 0 \\ \alpha < \dfrac{S}{2} \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 < x_2 = \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} f(\alpha) = 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $\alpha < x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \\ \alpha < \dfrac{S}{2} \end{cases}$.

□ Phương trình (1) có hai nghiệm $x_1 = x_2 < \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \\ \dfrac{S}{2} < \alpha \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Không giải phương trình, cho biết dấu các nghiệm

a) $x^2 - 13x + 40 = 0$.

b) $5x^2 + 7x + 1 = 0$.

c) $3x^2 + 5x - 1 = 0$.

Lời giải

a) Ta có $\begin{cases} P = x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = 40 > 0 \\ S = x + x = \dfrac{-b}{a} = 13 > 0 \end{cases}$

Vì $P > 0$ nên hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và $S > 0$ nên hai nghiệm cùng dấu dương.

b) Ta có $\begin{cases} P = x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{5} > 0 \\ S = x + x = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-7}{5} < 0 \end{cases}$

Vì $P > 0$ nên hai nghiệm x_1, x_2 cùng dấu và $S < 0$ nên hai nghiệm cùng dấu âm.

c) Ta có $P = x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-1}{3} < 0$ nên hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu.

Câu 2. Phân tích đa thức sau thành nhân tử

a) $f(x) = 3x^2 - 14x + 8$.

b) $g(x) = -x^4 + 5x^2 - 4$.

c) $P(x;y) = 6x^2 - 11xy + 3y^2$.

d) $Q(x;y) = 2x^2 - 2y^2 - 3xy + x - 2y$.

Lời giải

a) Phương trình $3x^2 - 14x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$ hoặc $x = 4$.

Suy ra $f(x) = 3\left(x - \dfrac{2}{3}\right)(x-4) = (3x-2)(x-4)$.

b) Phương trình $-x^4 + 5x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow -\left(x^2\right)^2 + 5x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right.$.

Suy ra $g(x) = -\left(x^2 - 1\right)\left(x^2 - 4\right) = -(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$.

c) Ta coi phương trình $6x^2 - 11xy + 3y^2 = 0$ là phương trình bậc hai ẩn x.

Ta có $\Delta_x = (11y)^2 - 4 \cdot 18y^2 = 49y^2 \geq 0$.

Suy ra phương trình có nghiệm là $x = \dfrac{11y \pm 7y}{12} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{y}{3} \\ x = \dfrac{3y}{2} \end{array}\right.$.

Do đó $P(x,y) = 6\left(x - \dfrac{y}{3}\right)\left(x - \dfrac{3y}{2}\right) = (3x - y)(2x - 3y)$.

d) Ta có $2x^2 - 2y^2 - 3xy + x - 2y = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + (1-3y)x - 2y^2 - 2y = 0$.

Ta coi đây là phương trình bậc hai ẩn x và có

$\Delta_x = (1-3y)^2 - 8\left(-2y^2 - 2y\right) = 25y^2 + 10y + 1 = (5y+1)^2 \geq 0$

Suy ra phương trình có nghiệm là $x=\dfrac{3y-1\pm(5y+1)}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2y\\x=\dfrac{-y-1}{2}\end{array}\right.$.

Do đó $Q(x,y)=2(x-2y)\left(x-\dfrac{-y-1}{2}\right)=(x-2y)(2x+y+1)$.

Câu 3. Phân tích đa thức $f(x)=x^4-2mx^2-x+m^2-m$ thành tích của hai tam thức bậc hai ẩn x.

Lời giải

Ta có $x^4-2mx^2-x+m^2-m=0\Leftrightarrow m^2-(2x^2+1)m+x^4-x=0$.

Ta coi đây là phương trình bậc hai ẩn m và có
$\Delta_m=(2x^2+1)^2-4(x^4-x)=4x^2+4x+1=(2x+1)^2\geq 0$.

Suy ra $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{2x^2+1+2x+1}{2}=x^2+x+1\\m=\dfrac{2x^2+1-2x-1}{2}=x^2-x\end{array}\right.$.

Do đó $f(x)=(m-x^2-x-1)(m-x^2+x)$.

Câu 4. Cho phương trình $2x^2-mx+5=0$, với m là tham số. Biết phương trình có một nghiệm là 2, tìm m và tìm nghiệm còn lại.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Vì $x=2$ là nghiệm của phương trình nên $8-2m+5=0\Leftrightarrow m=\dfrac{13}{2}$.

Theo hệ thức Vi-ét ta có $x_1x_2=\dfrac{5}{2}$ mà $x_1=2$ nên $x_2=\dfrac{5}{4}$.

Vậy $m=\dfrac{13}{2}$ và nghiệm còn lại là $\dfrac{5}{4}$.

Câu 5. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2-1=0$, với m là tham số.Tìm m để phương trình có hai nghiệm dương.

Lời giải

• Phương trình có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=2m+2\geq 0\\S=2m+1>0\\P=m^2-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -1\\m>-\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>1.$

• Vậy với $m>1$ thì thỏa bài toán.

Câu 6. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm trái dấu: $x^2-2(m+7)x+m^2-4=0\quad(1)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow ac<0 \Leftrightarrow m^2-4<0 \Leftrightarrow m\in(-2;2)$.

+ **Kết luận:** $m\in(-2;2)$.

Câu 7. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm trái dấu: $(m-1)x^2+2(m+2)x+m+3=0 \quad (2)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow ac<0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3)<0 \Leftrightarrow m\in(-3;1)$.

+ **Kết luận:** $m\in(-3;1)$.

Câu 8. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm dương phân biệt: $x^2-2(m+6)x+m^2-2m-3=0 \quad (3)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\neq 0 \\ (m+6)^2-(m^2-2m-3)>0 \\ 2(m+6)>0 \\ m^2-2m-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-\frac{39}{14};-1\right)\cup(3;+\infty)$.

+ **Kết luận:** $m\in\left(-\frac{39}{14};-1\right)\cup(3;+\infty)$.

Câu 9. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm âm phân biệt: $mx^2+2(m+3)x+m=0 \quad (4)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ (m+3)^2-m^2>0 \\ -\dfrac{2(m+3)}{m}<0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(0;+\infty)$.

+ **Kết luận:** $m\in(0;+\infty)$.

Câu 10. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt cùng dấu: $x^2-2(m+5)x+m^2-4m=0 \quad (5)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\neq 0 \\ (m+5)^2-(m^2-4m)>0 \\ m^2-4m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-\frac{25}{14};0\right)\cup(4;+\infty)$.

+ **Kết luận:** $m\in\left(-\frac{25}{14};0\right)\cup(4;+\infty)$.

Câu 11. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm phân biệt cùng dấu: $(m+2)x^2+2(m+5)x+m+2=0 \quad (6)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ (m+5)^2 - (m+2)^2 > 0 \\ \dfrac{m+2}{m+2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\dfrac{7}{2}; +\infty\right)$.

+ **Kết luận:** $m \in \left(-\dfrac{7}{2}; +\infty\right)$.

Câu 12. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm âm: $mx^2 + 2(m-3)x + m - 4 = 0 \quad (7)$

Lời giải

+ **TH1**: $m = 0$ thì PTr có dạng: $-6x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

+ **TH2:** $m \neq 0$.

Th1. PTr có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m(m-4) < 0 \Leftrightarrow m \in (0;4)$.

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 < 0 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-4 = 0 \\ -\dfrac{2(m-3)}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$.

Th3. PTr có nghiệm $x_1 = x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2 - m(m-4) = 0 \\ -\dfrac{2(m-3)}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{9}{2}$.

+ **Kết luận:** $m \in [0;4] \cup \left\{\dfrac{9}{2}\right\}$.

Câu 13. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm dương: $(m+3)x^2 + 2(m+6)x + m + 3 = 0 \quad (8)$

Lời giải

+ **TH1**: $m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$ thì PTr có dạng: $6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy $m = 0$ không thỏa mãn.

+ **TH2:** $m + 3 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -3$.

Th1. PTr có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m+3)^2 < 0 \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 = 0 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3 = 0 \\ -\dfrac{2(m+6)}{m+3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Th3. PTr có nghiệm $0 < x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+6)^2 - (m+3)^2 = 0 \\ -\dfrac{2(m+6)}{m+3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\dfrac{9}{2}$.

+ **Kết luận:** $m = -\dfrac{9}{2}$.

Câu 14. Tìm m để phương trình sau có nghiệm dương: $3x^2 - 2(m+5)x + m^2 - 4m + 15 = 0 \quad (9)$

Lời giải

+ Do $a = 3 \neq 0$ nên bài toán có các trường hợp:

Th1. PTr có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 15 < 0 \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 = 0 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 15 = 0 \\ \dfrac{2(m+5)}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Th3. PTr có nghiệm $0 < x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+5)^2 - (m^2 - 4m + 15) = 0 \\ \dfrac{2(m+5)}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\dfrac{5}{7}$.

Th4. PTr có nghiệm $0 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+5)^2 - (m^2 - 4m + 15) > 0 \\ \dfrac{2(m+5)}{3} > 0 \\ m^2 - 4m + 15 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -\dfrac{5}{7}$.

+ Kết luận: $m \geq -\dfrac{5}{7}$.

Câu 15. Tìm m để phương trình sau có nghiệm âm: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0 \quad (10)$

Lời giải

+ TH1: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ thì PTr có dạng: $4x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy $m = -1$ không thỏa mãn.

+ TH2: $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Th1. PTr có hai nghiệm

$$x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m+1)(m^2 + 4m - 5) < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -5) \cup (-1; 1).$$

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 < x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) = 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 5 = 0 \\ \dfrac{2(m-1)}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

Th3. PTr có nghiệm

$$x_1 = x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) = 0 \\ \dfrac{2(m-1)}{m+1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$$

Th4. PTr có nghiệm

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - (m+1)(m^2 + 4m - 5) > 0 \\ \dfrac{2(m-1)}{m+1} < 0 \\ \dfrac{m^2 + 4m - 5}{m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$$

+ Kết luận: $m \in (-\infty; -5) \cup (-1; 1)$.

Câu 16. Tính

a) Cho phương trình $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$A = \frac{3x_1^2 + 5x_1x_2 + 3x_2^2}{x_1x_2^3 + x_1^3x_2}$$

b) Cho phương trình $2x^2-5x+1=0$. Không giải phương trình, tính giá trị biểu thức

$$B=x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}$$

Lời giải

a) Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1+x_2=\sqrt{5}$ và $x_1x_2=1$.

Do đó

$$A=\frac{3x_1^2+5x_1x_2+3x_2^2}{x_1x_2^3+x_1^3x_2}$$

$$=\frac{3(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2)-x_1x_2}{x_1x_2\left[(x_1^2+x_2^2+2x_1x_2)-2x_1x_2\right]}$$

$$=\frac{3(x_1+x_2)^2-x_1x_2}{x_1x_2\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]}$$

$$=\frac{3(\sqrt{5})^2-1}{1\left[(\sqrt{5})^2-2\right]}$$

$$=\frac{14}{3}.$$

b) Ta có

$$B=x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}=\sqrt{x_1x_2}(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}).$$

Theo định lý Vi- ét, ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{5}{2}\\ x_1x_2=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{5}{2}\\ \sqrt{x_1x_2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}.$$

Nguyễn Bảo Vương

Suy ra

$$(\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2})^2=x_1+x_2+2\sqrt{x_1x_2}=\frac{5}{2}+\sqrt{2}\text{ nên }\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}=\sqrt{\frac{5+2\sqrt{2}}{2}}.$$

Do đó

$$B=x_1\sqrt{x_2}+x_2\sqrt{x_1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{5+2\sqrt{2}}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{5+2\sqrt{2}}.$$

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

a) $mx^2-2(m-1)x+3(m-2)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

b) $x^2-(2m+1)x+m^2+2=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $3x_1x_2-5(x_1+x_2)+7=0$.

c) $x^2-3x-m=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2(1-x_2)+x_2^2(1-x_1)=19$.

d) $3x^2+4(m-1)x+m^2-4m+1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2).$$

Lời giải:

a)

□ Nếu $m=0$ thì phương trình có 1 nghiệm $x=-2$ nên $m=0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

□ Nếu $m \neq 0$. Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - m.3(m-2) = -2m^2 + 4m + 1$. Phương trình có hai nghiệm khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{6}}{2} \leq m \leq \frac{2+\sqrt{6}}{2}$. (*)

□ Với điều kiện (*) giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình. Từ yêu cầu bài toán và áp dụng định lý Vi-ét ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_2 = \frac{2-m}{m}.$$

Thay $x = \frac{2-m}{m}$ vào phương trình, ta được $(m-2)(6m-4) = 0 \Leftrightarrow m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{3}$.

□ Đối chiếu điều kiện ta được $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b)

□ Ta có $\Delta = (2m+1)^2 - 4(m^2+2) = 4m - 7.$

□ Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{4}$.

□ Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 x_2 = m^2 + 2 \\ x_1 + x_2 = 2m + 1. \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Ta có $3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2) + 7 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{4}{3}. \\ m = 2 \end{array}\right.$

□ Đối chiếu điều kiện ta được $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c)

□ Ta có $\Delta = 9 - 4.1.(-m) = 9 + 4m.$

□ Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{-9}{4}$.

Theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$.

□ Ta có

$$x_1^2(1-x_2)+x_2^2(1-x_1)=19 \Leftrightarrow x_1^2-x_1^2x_2+x_2^2-x_2^2x_1=19$$
$$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-x_1^2x_2-x_2^2x_1=19$$
$$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-x_1x_2(x_1+x_2)=19$$
$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-x_1x_2(x_1+x_2)=19$$
$$\Leftrightarrow 3^2-2(-m)-(-m).3=19$$
$$\Leftrightarrow 5m=10$$
$$\Leftrightarrow m=2.$$

□ Đối chiếu điều kiện ta được $m=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d)

□ Ta có $\Delta'=4(m-1)^2-3(m^2-4m+1)=m^2+4m+1.$

□ Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2-\sqrt{3} \\ m>-2+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1+x_2=\dfrac{-4(m-1)}{3}$ và $x_1x_2=\dfrac{-(m^2-4m+1)}{3}$.

□ Ta có

$$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2) \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{x_1+x_2}{2}$$
$$\Leftrightarrow -\frac{4(m-1)}{3}.\frac{3}{m^2-4m+1}=-\frac{4(m-1)}{6}$$
$$\Leftrightarrow \frac{2(m-1)(m^2-4m-5)}{3(m^2-4m+1)}=0$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(m-1)(m^2-4m-5)=0 \\ m^2-4m+1\neq 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-1 \vee m=1 \vee m=5 \\ m\neq 2\pm\sqrt{3} \end{cases}.$$

□ Đối chiếu điều kiện ta được $m=1$ hoặc $m=5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $x_1<-1<x_2$:
$(m+2)x^2-2(m+8)x+5m-10=0 \quad (11)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow a.f(-1)<0 \Leftrightarrow (m+2).(8m+8)<0 \Leftrightarrow m\in(-2;-1)$.

+ **Kết luận:** $m\in(-2;-1)$.

Câu 19. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $x_1<x_2<1$:
$(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0 \quad (12)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ a.f(1) > 0 \\ \dfrac{S}{2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - (m+1)(m^2+4m-5) > 0 \\ (m+1)(m^2+3m-2) > 0 \\ \dfrac{m-1}{m+1} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1 \right)$.

+ **Kết luận:** $m \in \left(\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2}; 1 \right)$.

Câu 20. Tìm m để phương trình sau có hai nghiệm thỏa mãn $2 < x_1 < x_2$: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m^2 + 4m - 5 = 0 \quad (13)$

Lời giải

+ Bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ a.f(2) > 0 \\ 2 < \dfrac{S}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ (m-1)^2 - (m+1)(m^2+4m-5) > 0 \\ (m+1)(m^2+4m+3) > 0 \\ \dfrac{m-1}{m+1} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-2; -1)$.

+ **Kết luận:** $m \in (-2; -1)$.

Câu 21. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm lớn hơn 1: $mx^2 - (2m+1)x + 2 = 0 \quad (14)$

Lời giải

+ **TH1**: $m = 0$ thì PTr có dạng: $-x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

+ **TH2:** $m \neq 0$.

Th1. PTr có hai nghiệm

$$x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow af(1) < 0 \Leftrightarrow m(-m+1) < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty).$$

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 = 1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ S > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1 = 0 \\ \dfrac{2m+1}{m} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Th3. PTr có nghiệm $1 < x_1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 0 \\ S > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+1)^2 - 8m = 0 \\ \dfrac{2m+1}{m} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$.

+ **Kết luận:** $m \in (-\infty; 0] \cup \left\{ \dfrac{1}{2} \right\} \cup [1; +\infty)$.

Câu 22. Tìm m để phương trình sau có đúng một nghiệm nhỏ hơn 1: $(m+2)x^2 - 2mx - 1 = 0 \quad (15)$

Lời giải

+ **TH1**: $m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = -2$ thì PTr có dạng: $4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{4}$. Vậy $m = -2$ thỏa mãn.

+ **TH2:** $m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$.

Th1. PTr có hai nghiệm

$$x_1 < 1 < x_2 \Leftrightarrow af(1) < 0 \Leftrightarrow (m+2)(-m+1) < 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty).$$

Th2. PTr có hai nghiệm $x_1 < 1 = x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ S < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1=0 \\ \dfrac{2m}{m+2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Th3. PTr có nghiệm $x_1 = x_2 < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ S < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + (m+2) = 0 \\ \dfrac{2m}{m+2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$.

+ **Kết luận:** $m \in (-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Câu 23. Cho phương trình $x^2 - (m-1)x - m^2 + m - 2 = 0,$ với m là tham số.

a) Chứng minh rằng phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu với mọi m.

b) Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là x_1, x_2. Tìm m để biểu thức $A = \left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^3 + \left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)^3$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải:

a) Xét $ac = -m^2 + m - 2 = -\left(m - \dfrac{1}{2}\right)^2 - \dfrac{3}{4} < 0, \forall m \in \mathbb{R}.$

Vậy phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi m.

b)

□ Gọi hai nghiệm của phương trình đã cho là x_1, x_2. Theo câu a) thì $x_1 x_2 \neq 0,$ do đó A được xác định với mọi x_1, x_2.

□ Do x_1, x_2 trái dấu nên $\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^3 < 0$ và $\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)^3 < 0,$ suy ra $A < 0.$

□ Đặt $\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)^3 = -t$ với $t > 0,$ suy ra $\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)^3 = -\dfrac{1}{t}.$

Khi đó $A = -t - \dfrac{1}{t}$ mang giá trị âm nên A đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $-A$ đạt giá trị nhỏ nhất.

□ Ta có $-A = t + \dfrac{1}{t} \geq 2,$ suy ra $A \leq -2.$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t = \dfrac{1}{t} \Leftrightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1.$

Với $t = 1$ ta có

$$\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^3 = -1 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = -1 \Leftrightarrow x_1 = -x_2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow -(m-1) = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy với $m = 1$ thì biểu thức A đạt giá trị lớn nhất là -2.

Câu 24. Cho phương trình $2x^2+2mx+m^2-2=0,$ với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A=\left|2x_1x_2+x_1+x_2-4\right|.$

Lời giải.

□ Ta có $\Delta'=m^2-2(m^2-2)=-m^2+4.$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'=4-m^2>0\Leftrightarrow -2<m<2.$

□ Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1+x_2=-m$ và $x_1x_2=\dfrac{m^2-2}{2}.$

Khi đó

$$\begin{aligned}A&=\left|2x_1x_2+x_1+x_2-4\right|=\left|(m+2)(m-3)\right|\\&=-(m+2)(m-3)\ (\text{do}\ -2<m<2).\\&=-m^2+m+6=-\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}\le\frac{25}{4}\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m=\dfrac{1}{2}.$

□ Vậy giá trị lớn nhất của A bằng $\dfrac{25}{4},$ khi $m=\dfrac{1}{2}.$

Câu 25. Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0,$ với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình.

a) Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1,x_2 không phụ thuộc vào $m.$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $A=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}.$

Lời giải.

Ta có $\Delta=m^2-4(m-1)=(m-2)^2\ge 0,$ với mọi $m.$

Do đó phương trình luôn có nghiệm với mọi giá trị của $m.$

Theo hệ thức Vi-ét, ta có $x_1+x_2=m$ và $x_1x_2=m-1.$

a) Thay $m=x_1+x_2$ vào $x_1x_2=m-1,$ ta được $x_1x_2=x_1+x_2-1.$

Vậy hệ thức liên hệ giữa x_1,x_2 không phụ thuộc vào m là $x_1x_2=x_1+x_2-1.$

b) Ta có

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=m^2-2(m-1)=m^2-2m+2.$$

Suy ra

$$A=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}=\frac{2m+1}{m^2+2}.$$

Vì

$$A-1=\frac{2m+1}{m^2+2}-1=\frac{2m+1-m^2-2}{m^2+2}=-\frac{(m-1)^2}{m^2+2}\le 0,\forall m\in\mathbb{R}.$$

Suy ra $A\le 1,\forall m\in\mathbb{R}.$

Đẳng thức xả ra khi và chỉ khi $m=1.$

Mặt khác

$$A+\frac{1}{2}=\frac{2m+1}{m^2+2}+\frac{1}{2}=\frac{2(2m+1)+m^2+2}{2(m^2+2)}=\frac{(m+2)^2}{2(m^2+2)}\geq 0,\forall m\in\mathbb{R}.$$

Suy ra $A\geq -\frac{1}{2},\forall m\in\mathbb{R}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m=-2$.

□ *Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức* $A=\frac{2m+1}{m^2+2}$ *ta làm như sau:*

□ *Xét* $A-k=\frac{-km^2+2m-2k^2+1}{m^2+2}$.

□ *Khi đó để biểu thức đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất thì tử số là biểu thức*

$$f(m)=-km^2+2m-2k^2+1.$$

phải biểu diễn được dưới dạng bình phương hay

$$\Delta_m=0\Leftrightarrow 1+k(1-2k)=0\Leftrightarrow -2k^2+k+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=-\frac{1}{2}\\k=1\end{array}\right.$$

Câu 26. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+2m^2-3m+1=0$, với m là tham số. Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình, chứng minh rằng $|x_1+x_2+x_1x_2|\leq\frac{9}{8}$.

Lời giải

□ Ta có $\Delta'=(m-1)^2-(2m^2-3m+1)=-m^2+m=m(1-m)$.

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'\geq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq 1$.

□ Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1+x_2=2(m-1)$ và $x_1x_2=2m^2-3m+1$.

□ Ta có

$$|x_1+x_2+x_1x_2|=|2(m-1)+2m^2-3m+1|=|2m^2-m-1|$$

$$=2\left|m^2-\frac{m}{2}-\frac{1}{2}\right|=2\left|\left(m-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right|.$$

Vì $0\leq m\leq 1\Leftrightarrow -\frac{1}{4}\leq m-\frac{1}{4}\leq\frac{3}{4}$, suy ra $\left(m-\frac{1}{4}\right)^2\leq\frac{9}{16}\Leftrightarrow\left(m-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\leq 0$.

Do đó

$$|x_1+x_2+x_1x_2|=2\left|\left(m-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{9}{16}\right|=2\left(\frac{9}{16}-\left(m-\frac{1}{4}\right)^2\right)=\frac{9}{8}-2\left(m-\frac{1}{4}\right)^2\leq\frac{9}{8}.$$

□ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m=\frac{1}{4}$.

Câu 27. Cho phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2+1=0,$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho biểu thức $P=\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải

□ Ta có $\Delta=(2m+1)^2-4\left(m^2+1\right)=4m-3$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow m>\dfrac{3}{4}$.

□ Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1+x_2=2m+1$ và $x_1x_2=m^2+1$.

Do đó

$$P=\frac{x_1x_2}{x_1+x_2}=\frac{m^2+1}{2m+1}=\frac{2m-1}{4}+\frac{5}{4(2m+1)}.$$

Suy ra $4P=2m-1+\dfrac{5}{2m+1}$. Do $m>\dfrac{3}{4}$ nên $2m+1>1$.

□ Để $P\in\mathbb{Z}$ thì $(2m+1)$ là ước của 5, suy ra $2m+1=5\Leftrightarrow m=2$.

□ Thử lại với $m=2$, ta được $P=1$: thỏa mãn.

□ Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0,$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho

a) $\left|x_1^4-x_2^4\right|=16m^2+64m.$

b) $P=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Ta có $\Delta'=(m+1)^2-\left(m^2+2\right)=2m-1$.

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'\ge0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{2}.\ (*)$

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1+x_2=2m+2$ và $x_1x_2=m^2+2$.

a) Ta có

$$\left|x_1^4-x_2^4\right|=\left|\left(x_1^2+x_2^2\right)\left(x_1^2-x_2^2\right)\right|=\left[(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2\right]|x_1-x_2||x_1+x_2|.$$

Mà

$$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1.x_2}=\sqrt{(2m+2)^2-4\left(m^2+2\right)}=\sqrt{8m-4}.$$

Suy ra

$$\left|x_1^4-x_2^4\right|=\left[(2m+2)^2-2\left(m^2+2\right)\right]\sqrt{8m-4}\,|2m+2|=\left(2m^2+8m\right)\sqrt{8m-4}\,|2m+2|.$$

Yêu cầu bài toán tương đương

$$\left|x_1^4 - x_2^4\right| = 16m^2 + 64m \Leftrightarrow \left(2m^2 + 8m\right)\sqrt{8m-4}\left|2m+2\right| = 16m^2 + 64m$$

$$\Leftrightarrow \left(m^2 + 4m\right)\left(\sqrt{8m-4}\left|2m+2\right| - 8\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 + 4m = 0 \\ \sqrt{8m-4}\left|2m+2\right| = 8 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 0 \end{array}\right. \\ \left(8m-4\right)\left(2m+2\right)^2 = 64 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 0 \\ 32m^3 + 48m^2 - 80 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện $(*)$, ta chọn $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Ta có

$$P = x_1.x_2 - 2\left(x_1 + x_2\right) - 6 = m^2 + 2 - 2\left(2m+2\right) - 6 = m^2 - 4m - 8 = \left(m-2\right)^2 - 12 \geq -12.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $m = 2$: thỏa mãn điều kiện $(*)$.

Vậy với $m = 2$ thì biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất bằng -12.

C. Bài tập trắc nghiệm

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ.

Câu 1. Cho phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Biết rằng $x_1 = 1$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí Viet $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 3 \Rightarrow x_2 = 2$.

Câu 2. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 9 = 0$. Chọn đáp án đúng.

A. $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 6$. **B.** $x_1x_2\left(x_1 + x_2\right) = 27$. **C.** $x_1x_2 = 9$. **D.** $x_1 + x_2 = 3$.

Lời giải

Chọn D

Theo Viét, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\dfrac{-3}{1} = 3 \\ P = x_1x_2 = \dfrac{-9}{1} = -9 \end{cases}$.

Vậy $x_1 + x_2 = 3$.

Câu 3. Phương trình $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ có tổng hai nghiệm bằng

A. không tồn tại. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình thỏa mãn $a+b+c=0$ nên luôn có 2 nghiệm

Theo định lý viet ta có tổng hai nghiệm bằng $-\frac{3}{-2}=\frac{3}{2}$.

Câu 4. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2-2x-13=0$

A. -22. **B.** 4. **C.** 30. **D.** 28.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta'=1+13=14$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng định lý viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=-13\end{cases}$

$x^2_1+x^2_2=(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2=2^2-2.(-13)=4+26=30$.

Câu 5. Gọi $x_1;x_2$ là các nghiệm của phương trình $4x^2-7x-1=0$. Khi đó giá trị biểu thức $M=x_1^2+x_2^2$ là

A. $\frac{41}{16}$. **B.** $\frac{41}{64}$. **C.** $\frac{57}{16}$. **D.** $\frac{81}{64}$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{7}{4}\\x_1.x_2=-\frac{1}{4}\end{cases}$; $M=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1.x_2=\left(\frac{7}{4}\right)^2-2\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{57}{16}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 6. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm trái dấu?

A. $5x^2+4x-11=0$. **B.** $2x^2-8x+1=0$. **C.** $x^2+4x+6=0$. **D.** $x^2-6x+9=0$.

Lời giải

Chọn. A.

Tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $ac<0$.

Câu 7. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm dương phân biệt?

A. $x^2+4x-7=0$. **B.** $2x^2-5x+2=0$. **C.** $x^2-4x+4=0$. **D.** $x^2+5x+6=0$.

Lời giải

Chọn. B.

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $0<x_1<x_2\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases}$.

Câu 8. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm âm phân biệt?

A. $x^2+6x+9=0$. **B.** $x^2+4x+2=0$. **C.** $x^2-6x+3=0$. **D.** $2x^2-8x+17=0$.

Lời giải

Chọn. B.

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<x_2<0 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}$.

Câu 9. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<2<x_2$?

A. $x^2-7x+10=0$. **B.** $x^2-8x+15=0$.

C. $x^2-2x-2=0$. **D.** $x^2-\left(1-\sqrt{3}\right)x-\sqrt{3}=0$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<2<x_2 \Leftrightarrow af(2)<0$.

Câu 10. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<x_2<-1$?

A. $x^2-2x-3=0$. **B.** $x^2+11x-3=0$. **C.** $x^2+6x+9=0$. **D.** $x^2+10x+13=0$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<x_2<-1 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(-1)>0 \\ S<-2 \end{cases}$.

Câu 11. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<x_2$?

A. $x^2-6x+7=0$. **B.** $2x^2-8x-1=0$. **C.** $2x^2-5x+2=0$. **D.** $x^2-8x+16=0$.

Lời giải

Chọn. **A.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $1<x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(1)>0 \\ S>2 \end{cases}$.

Câu 12. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\ (a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu là:

A. $ac>0$. **B.** $ac<0$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ c>0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ c<0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $ac<0$.

Câu 13. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\ (a,b,c\in R)$ có hai nghiệm dương phân biệt là:

A. $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S\geq 0 \\ P\geq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S\geq 0 \\ P>0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S>0 \\ P\geq 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $0<x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases}$.

Câu 14. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm âm phân biệt là:

A. $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S<0 \\ P\geq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S\leq 0 \\ P>0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta\geq 0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<x_2<0 \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ S<0 \\ P>0 \end{cases}$.

Câu 15. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm lớn hơn m và một nghiệm nhỏ hơn m là:

A. $a.f(m)<0$. **B.** $a.f(m)>0$. **C.** $a.f(m)\leq 0$. **D.** $a.f(m)\geq 0$.

Lời giải

Chọn. **A.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<m<x_2 \Leftrightarrow af(m)<0$.

Câu 16. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn m là:

A. $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(m)>0 \\ S<2m \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta\geq 0 \\ a.f(m)>0 \\ S<2m \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(m)>0 \\ 2m<S \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta\geq 0 \\ a.f(m)>0 \\ 2m<S \end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **A.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ có hai nghiệm $x_1<x_2<m \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(m)>0 \\ \dfrac{S}{2}<m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta>0 \\ a.f(m)>0 \\ S<2m \end{cases}$.

Câu 17. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt cùng lớn hơn m là:

A. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ a.f(m) > 0 \\ S < 2m \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(m) > 0 \\ S < 2m \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta \geq 0 \\ a.f(m) > 0 \\ 2m < S \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(m) > 0 \\ 2m < S \end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Phương trình $ax^2 + bx + c = 0 \ (a \neq 0)$ có hai nghiệm $m < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ a.f(m) > 0 \\ S > 2m \end{cases}$.

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - (m^2+1)x - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. $m > 1$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m < 1$

Lời giải

Chọn A

Để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì:

$-3(m-1) < 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m \leq 2$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \leq 1$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0 \ (1)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi: $ac < 0 \Leftrightarrow 1.(m-1) < 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 20. Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

A. $-1 < m < 3$. **B.** $-1 < m < 2$. **C.** $-2 < m < 1$. **D.** $1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow (m+1)(m-2) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m - 7 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\left[\begin{array}{l} m \geq 7 \\ m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $2 \leq m \leq 7$. **C.** $2 < m < 7$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < 2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow ac < 0 \Leftrightarrow (m-2)(m-7) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 7$.

Câu 22. Phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1;2)$. **B.** $m \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3};+\infty\right)$. **D.** $m \in \left(\frac{2}{3};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn. **A.**

Pt $x^2-2mx+m^2-3m+2=0$ có 2 nghiệm trái dấu khi $m^2-3m+2<0 \Leftrightarrow 1<m<2$.

Nên chon đáp án. **A.**

Câu 23. Phương trình $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\\ S>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\\ S<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 24. Giá trị nào của m làm cho phương trình $mx^2-2(m-1)x+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt dương?

A. $m<1$ và $m\neq 0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-1\\ 0<m<1\end{array}\right.$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $mx^2-2(m-1)x+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt dương $\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ \Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ (m-1)^2-m(m-1)>0\\ \dfrac{2(m-1)}{m}>0\\ \dfrac{m-1}{m}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ m-1<0\\ m<0\vee m>1\\ m<0\vee m>1\end{cases} \Leftrightarrow m<0$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 25. Với giá trị nào của m thì phương trình $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt?

A. $3<m<4$. **B.** $m>4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\ 3<m<4\end{array}\right.$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $mx^2-2(m-2)x+m-3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi: $\begin{cases}m\neq 0\\ (m-2)^2-m(m-3)>0\\ \dfrac{2(m-2)}{m}>0\\ \dfrac{m-3}{m}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 0\\ -m+4>0\\ m\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)\\ m\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(3;4)$.

Câu 26. Phương trình $x^2+2(m+1)x+9m-5=0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi

A. $m\in\left(\frac{5}{9};1\right)\cup(6;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;6)$. **C.** $m\in(6;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2+2(m+1)x+9m-5=0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\Delta'>0\\S<0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)^2-(9m-5)>0\\-2(m+1)<0\\9m-5>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-7m+6>0\\m>-1\\m>\frac{5}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>6\\m<1\end{array}\right.\\m>-1\\m>\frac{5}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>6\\\frac{5}{9}<m<1\end{array}\right.$$

Vậy $m\in\left(\frac{5}{9};1\right)\cup(6;+\infty)$.

Câu 27. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2-2mx+m+3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m>6$.. **B.** $m<6$ và $m\neq 2$. **C.** $2<m<6$ hoặc $m<-3$. **D.** $m<0$ hoặc $2<m<6$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt thì:

$$\begin{cases}m-2\neq 0\\m^2-(m-2)(m+3)>0\\\frac{m+3}{m-2}>0\\\frac{2m}{m-2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\m>6\\\left[\begin{array}{l}m<-3\\m>2\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}m>2\\m<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>6$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 28. Tìm m để phương trình $(m-1)x^2-2mx+3m-2=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m<0;1<m<2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $m<\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases}m-1\neq 0\\\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\m^2-(m-1)(3m-2)>0\\\frac{2m}{m-1}>0\\\frac{3m-2}{m-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 1\\-2m^2+5m-2>0\\\frac{2m}{m-1}>0\\\frac{3m-2}{m-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}<m<2\\\left[\begin{array}{l}m<0\\m>1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}m<\frac{2}{3}\\m>1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 1<m<2.$$

Câu 29. Phương trình $x^2-6x+m-2=0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi

A. $2<m<11$. **B.** $0<m<11$. **C.** $2<m<11$. **D.** $2\le m\le 11$.

Lời giải

Chọn. **A.**

ĐK: phương trình có hai nghiệm dương phân biệt là:

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S = -\dfrac{b}{a} > 0 \\ P = \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m + 2 > 0 \\ S = 6 > 0 \\ P = m - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 11 \\ 6 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 11$$

Vậy đáp án là. **A.**

Câu 30. Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$. Tìm tất cả giá trị m để phương trình có hai nghiệm đối nhau?

A. Không có giá trị m. **B.** $m < -3$ hoặc $m > 2$.

C. $-3 < m < 2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$ có hai nghiệm đối nhau $\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m + 6 < 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing$..

Câu 31. Cho phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $-1 \le m \le 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m < 0$ hoặc $m > -1$. **D.** $m \le 0$ hoặc $m \ge -1$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Ta có: $\Delta' = m^2 - m^2 + 1 = 1$

Để phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall_m \\ m^2 - 1 > 0 \\ 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0..$$

Câu 32. Cho phương trình $(m^2 - 4)x^2 - 2(m+1)x - 1 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm trái dấu.

A. $-2 < m < 2$. **B.** $-2 \le m \le 2$. **C.** $m < -2$ hoặc $m > 2$. **D.** $m \le 2$ hoặc $m \ge -2$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Để phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 4).(-1) = 4 - m^2 < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$..

Câu 33. Cho phương trình $x^2 - 2mx + 1 = 0$ với giá trị nào của m thì phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $-1 \le m \le 0$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < 0$ hoặc $m > -1$. **D.** $m \le 0$ hoặc $m \ge -1$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Ta có $\Delta' = m^2 - 1$

Để phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 > 0 \\ 2m > 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$

Câu 34. Cho phương trình $2x^2 - mx + 5 = 0$ biết phương trình có nghiệm là 2. Tìm m

A. $m = \frac{3}{2}$. **B.** $m = \frac{13}{2}$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = -\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Vì phương trình có nghiệm nên theo hệ thức Viét ta có $x_1 x_2 = \frac{5}{2}$

Giả sử $x_1 = 2$ suy ra $x_2 = \frac{5}{4}$.

Mặt khác $x_1 + x_2 = \frac{m}{2} \Rightarrow 2 + \frac{5}{4} = \frac{m}{2} \Rightarrow m = \frac{13}{2}$.

Vậy $m = \frac{13}{2}$ và nghiệm còn lại là $\frac{5}{2}$.

Câu 35. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - (m^2 + 1)x + m^2 + 4 = 0 (m \in R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1, x_2 > 0$. **B.** $x_1, x_2 < 0$. **C.** $x_1 < 0 < x_2$. **D.** $x_1 = x_2$.

Lời giải

Chọn. **A.**

Với điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2, ta có $\begin{cases} S = m^2 + 1 > 0 \\ P = m^2 + 4 > 0 \end{cases}$. Do đó, phương trình $x^2 - (m^2 + 1)x + m^2 + 4 = 0 (m \in R)$ có hai nghiệm dương.

Câu 36. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 + (2m^2 - 1)x - m^2 - 5 = 0 (m \in R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1, x_2 < 0$. **B.** $x_1, x_2 > 0$. **C.** $x_1 < 0 < x_2$. **D.** $x_1 = x_2$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Với điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2, ta có $ac = -m^2 - 5 < 0, \forall m \in \mathbb{R}$. Do đó, phương trình $x^2 + (2m^2 - 1)x - m^2 - 5 = 0 (m \in R)$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 37. Giả sử $x_1 < x_2$ là hai nghiệm của phương trình: $x^2 + (m^2 - 1)x - 2m^2 - 3 = 0 (m \in R)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_1 < x_2 < 0$. **B.** $x_1 < 1 < x_2$. **C.** $x_1 < x_2 < 1$. **D.** $1 < x_1 < x_2$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Với điều kiện của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2, ta có $1.f(1) = 1 + m^2 - 1 - 2m^2 - 3 = -m^2 - 3 < 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó, phương trình $x^2 + (m^2 - 1)x - 2m^2 - 3 = 0 (m \in R)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$.

Câu 38. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<3<x_2$ là:

A. $\begin{cases}a.f(1)>0\\a.f(3)>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a.f(1)<0\\a.f(3)<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Phương trình $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm $x_1<1<3<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}a.f(1)<0\\a.f(3)<0\end{cases}$.

Câu 39. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<x_2<3$ là:

A. $\begin{cases}a.f(3)<0\\a.f(1)>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a.f(1)<0\\a.f(3)>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)>0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<x_2 \Leftrightarrow af(1)<0.\ (1)$

Phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<x_2<3 \Leftrightarrow \begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(3)>0\\S<6\end{cases}.\ (2)$

Nguyễn Bảo Vương

Từ $(1),(2)$, ta suy ra phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<1<x_2<3$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a.f(1)<0\\a.f(3)>0\end{cases}$.

Câu 40. Điều kiện cần và đủ để phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<3<x_2$ là:

A. $\begin{cases}a.f(3)>0\\a.f(1)<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a.f(3)<0\\a.f(1)>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a\neq 0\\f(1).f(3)>0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $x_1<3<x_2 \Leftrightarrow af(3)<0.\ (1)$

Phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<x_2 \Leftrightarrow \begin{cases}a\neq 0\\\Delta>0\\a.f(1)>0\\S>2\end{cases}.\ (2)$

Từ $(1),(2)$, ta suy ra phương trình: $f(x)=ax^2+bx+c=0\,(a,b,c\in R)$ có hai nghiệm một nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $1<x_1<3<x_2$ khi và chỉ khi $\begin{cases}a.f(3)<0\\a.f(1)>0\end{cases}$.

CÂU HỎI DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x^2-2(m^2-1)mx+m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối

nhau $\begin{cases}m+2\neq 0\\(m+2)(m-1)<0\\\dfrac{2(m^2-1)m}{m+2}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\-2<m<1\\\left[\begin{array}{l}m=\pm 1\\m=0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=0\end{array}\right.$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị m sao cho phương trình $x^2+2mx+4=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=4$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1,x_2\Leftrightarrow\Delta'=m^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.$.

Khi đó theo Vi-et ta có: $x_1+x_2=-2m;\quad x_1x_2=4$.

Ta có: $x_1^2-x_1x_2+x_2^2=4\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=4$. Thế vi-et ta được:

$4m^2-12=4\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm 2$ (Loại).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2-(m+2)x+m^2+1=0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4(x_1+x_2)-x_1x_2$ bằng

A. $\dfrac{95}{9}$. **B.** 11. **C.** 7. **D.** $\dfrac{-1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình bậc hai $x^2-(m+2)x+m^2+1=0$ có nghiệm x_1, x_2

$\Leftrightarrow\Delta=(m+2)^2-4(m^2+1)\geq 0\Leftrightarrow -3m^2+4m\geq 0\Leftrightarrow 0\leq m\leq\dfrac{4}{3}$.

Áp dụng hệ thức Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=m+2\\x_1.x_2=m^2+1\end{cases}$

Khi đó, $P=4\left(x_1+x_2\right)-x_1x_2=4\left(m+2\right)-\left(m^2+1\right)=-m^2+4m+7$

Xét $P=-m^2+4m+7\ \forall m\in\left[0;\frac{4}{3}\right]$. Có $P'=-2m+4\geq 0\forall m\in\left[0;\frac{4}{3}\right]$

Hàm số $f\left(m\right)$ luôn đồng biến trên $\left[0;\frac{4}{3}\right]\Rightarrow\max\limits_{\left[0;\frac{4}{3}\right]}f\left(m\right)=f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{95}{9}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là 95/9.

Câu 44. Gọi $m_1;m_2$ là hai giá trị khác nhau của m để phương trình $x^2-3x+m^2-3m+4=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ sao cho $x_1=2x_2$. Tính $m_1+m_2+m_1m_2$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Vì phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1=2x_2$ và từ định lí Vi-et ta suy ra:

$3=x_1+x_2=3x_2\Rightarrow x_2=1$.

Thay $x_2=1$ vào phương trình ta được: $1-3+m^2-3m+4=0\Leftrightarrow m^2-3m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m_1=1\\m_2=2\end{array}\right.$

Ta có $\Delta=9-4m^2+12m-16=-4m^2+12m-7$;nên hai giá trị $m_1=1;m_2=2$ đều thỏa mãn điều kiện $\Delta>0$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Do đó: $m_1+m_2+m_1m_2=5$.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2+2\left(m-1\right)x+3m-2=0$ có hai nghiệm trái dấu x_1,x_2 và thỏa mãn $\frac{1}{x_1}-3=\left|\frac{1}{x_2}\right|$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

+) Phương trình $x^2+2\left(m-1\right)x+3m-2=0$ có hai nghiệm trái $\Leftrightarrow a.c<0\Leftrightarrow 3m-2<0\Leftrightarrow m<\frac{2}{3}$.

+) Theo định lí Vi-et ta có: $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=-2m+2\\x_1x_2=3m-2\end{array}\right.$.

+) Theo đề bài có : $\frac{1}{x_1}-3=\left|\frac{1}{x_2}\right|>0\left(*\right)\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}x_1>0\\x_2<0\end{array}\right.$.

Do đó (*) tương đương với :

$\frac{1}{x_1}-3=-\frac{1}{x_2}\Leftrightarrow\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=3\Leftrightarrow x_1+x_2=3x_1x_2\Leftrightarrow-2m+2=9m-6\Leftrightarrow m=\frac{8}{11}$ (Không thỏa mãn đk)

Vậy không có giá trị nào của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 46. Cho phương trình $x^2-2\left(m+1\right)x+m^2+2=0$, với m là tham số. Giá trị m để phương trình có 2 nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $A=\sqrt{2\left(x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}\right)+16}-3x_1x_2$ biểu thức đạt giá trị lớn nhất là một phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{Z},b>0\right)$. Khi đó $2a-3b$ bằng :

A. −6. **B.** −4. **C.** −5. **D.** −7.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2+2) = 2m-1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$. Theo Viét ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$

$$A = \sqrt{2(x_1^2 + x_2^2) + 16} - 3x_1x_2 = \sqrt{2(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 + 16} - 3x_1x_2$$

$$= \sqrt{2(2(m+1))^2 - 4(m^2+2) + 16} - 3(m^2+2) = \sqrt{4m^2 + 16m + 16} - 3(m^2+2)$$

$$= \sqrt{4(m+2)^2} - 3(m^2+2) = -3m^2 - 6 + 2(m+2) = -3m^2 + 2m - 2$$

Xét $f(m) = -3m^2 + 2m - 2$. Với $m \geq \frac{1}{2}$

Ta có hàm số $f(m)$ nghịch biến $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ Do đó $\underset{x \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)}{MaxA} = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{7}{4}$

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$ ta chọn đáp án. **B.**

Câu 47. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m + 3 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là x_1 và x_2. Phương trình nào dưới đây có hai nghiệm là $-3x_1$ và $-3x_2$?

A. $t^2 + 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$.

B. $t^2 - 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$.

C. $t^2 + 6(m+1)x + 6(2m+3) = 0$.

D. $t^2 - 6(m+1)x + 6(2m+3) = 0$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn B

Khi phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2, theo Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -2(m+1) \\ x_1 x_2 = 2m + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = -3(x_1 + x_2) = 6(m+1) \\ t_1 t_2 = (-3x_1)(-3x_2) = 9x_1x_2 = 9(2m+3) \end{cases}$$

Nên $-3x_1$ và $-3x_2$ là nghiệm của phương trình $t^2 - 6(m+1)x + 9(2m+3) = 0$.

Câu 48. Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $A = x_1 + x_2 - x_1x_2$ là số một nguyên?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải.

Chọn C

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - (m-1)(m+1) > 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{5}{4} \end{cases}.$$

Khi đó $A = x_1 + x_2 - x_1x_2 = \frac{2(m+2)}{m-1} - \frac{m+1}{m-1} = \frac{m+3}{m-1} = 1 - \frac{4}{m-1}$.

$$A\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=1\\m-1=-1\\m-1=4\\m-1=-4\\m-1=2\\m-1=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=0\\m=4\\m=-3(L)\\m=3\\m=-1\end{array}\right.$$

Vậy tập các giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán là: $\{-1;0;2;3;4\}$.

Câu 49. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $x^2-mx+m-1=0$ (m là tham số). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$.

A. $P_{\min}=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $P_{\min}=-2$. **C.** $P_{\min}=0$. **D.** $P_{\min}=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta biến đổi: $P=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}=\dfrac{2x_1x_2+3}{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2x_1x_2+2}=\dfrac{2x_1x_2+3}{(x_1+x_2)^2+2}$.

Áp dụng định lý VI – ÉT: $P=\dfrac{2(m-1)+3}{m^2+2}=\dfrac{2m+1}{m^2+2}$.

$P=\dfrac{2m+1}{m^2+2}=\dfrac{4m+2}{2(m^2+2)}=\dfrac{(m^2+4m+4)-(m^2+2)}{2(m^2+2)}=\dfrac{(m+2)^2}{2(m^2+2)}-\dfrac{1}{2}\ge-\dfrac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $P_{\min}=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 50. Tìm m để phương trình $x^2-mx+m^2-3=0$ có hai nghiệm x_1 , x_2 là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông với cạnh huyền có độ dài bằng 2.

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=\pm\sqrt{3}$.

C. $m=\pm\sqrt{2}$. **D.** không có giá trị nào của m.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $x^2-mx+m^2-3=0\ (*)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=4$.

+) Phương trình có hai nghiệm dương $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge0\\P>0\\S>0\end{cases}(*)$ với $\begin{cases}S=x_1+x_2=m\\P=x_1.x_2=m^2-3\end{cases}$.

$(*)\Leftrightarrow\begin{cases}-3m^2+12\ge0\\m^2-3>0\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le m\le2\\\left[\begin{array}{l}m<-\sqrt{3}\\m>\sqrt{3}\end{array}\right.\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow\sqrt{3}<m\le2\ (a)$.

+) $x_1^2+x_2^2=4\Leftrightarrow S^2-2P=4\Leftrightarrow m^2-2(m^2-3)=4\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$ (loại vì so với điều kiện (a)).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 51. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3m=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho thỏa $x_1^2+x_2^2=8$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-7 \end{array}\right.$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Ta có: $\Delta' = m^2-2m+1-m^2+3m = m+1$.

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Theo vi ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2 = 2m+2 \\ x_1.x_2 = m^2-3m \end{cases}$.

Ta có: $x_1^2+x_2^2 = 8$.

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 8$

$\Leftrightarrow (2m+2)^2 - 2(m^2-3m) = 8$

$\Leftrightarrow 2m^2+14m = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=0 & (n) \\ m=-7 & (l) \end{array}\right.$.

Câu 52. Cho phương trình $x^2-mx+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt sao cho thỏa $x_1-x_2=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=\sqrt{5} \\ m=-\sqrt{5} \end{array}\right.$. **B.** $m=-\sqrt{5}$. **C.** $m=\sqrt{5}$. **D.** Kết quả khác.

Lời giải

Chọn. **A.**

Ta có: $\Delta = m^2-4$.

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>-2 \\ m<2 \end{array}\right.$

Theo vi ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2 = m(1) \\ x_1.x_2 = 1(2) \end{cases}$.

Mặt khác: $x_1-x_2 = 1(3)$.

Từ $(1),(3) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{m+1}{2} \\ x_2 = \dfrac{m-1}{2} \end{cases}$.

Thế x_1x_2 vào $(2) \Leftrightarrow \dfrac{m+1}{2}.\dfrac{m-1}{2} = 1 \Leftrightarrow m^2-1 = 4 \Leftrightarrow m^2 = 5 \Leftrightarrow m = \left[\begin{array}{l} m=\sqrt{5}\,(n) \\ m=-\sqrt{5}\,(n) \end{array}\right.$.

Câu 53. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1^3+x_2^3 = 2x_1x_2(x_1+x_2)$.

A. $m=2$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Ta có phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2+2)\ge 0 \Leftrightarrow m\ge \frac{1}{2}$ (*)

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1.x_2=m^2+2 \end{cases}$

a) Ta có $x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)$

Suy ra $x_1^3+x_2^3=2x_1x_2(x_1+x_2) \Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=2x_1x_2(x_1+x_2)$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-5x_1x_2\right]=0$

Suy ra $(2m+2)\left[(2m+2)^2-5(m^2+2)\right]=0 \Leftrightarrow 2(m+1)(-m^2+8m-6)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ -m^2+8m-6=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4\pm\sqrt{10} \end{array}\right.$

Đối chiếu với điều kiện (*) ta thấy chỉ có $m=4\pm\sqrt{10}$ thỏa mãn

Vậy $m=4\pm\sqrt{10}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 54. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $\left|x_1^4-x_2^4\right|=16m^2+64m$

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Ta có $\left|x_1^4-x_2^4\right|=\left|(x_1^2+x_2^2)(x_1^2-x_2^2)\right|=\left[(x_1+x_2)^2-2x_1x_2\right]|x_1-x_2||x_1+x_2|$

Mà

$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{(2m+2)^2-4(m^2+2)}=\sqrt{8m-4}$

Suy ra

$\left|x_1^4-x_2^4\right|=\left[(2m+2)^2-2(m^2+2)\right]\sqrt{8m-4}|2m+2|$

$=(2m^2+8m)\sqrt{8m-4}|2m+2|$

Suy ra $\left|x_1^4-x_2^4\right|=16m^2+64m \Leftrightarrow (2m^2+8m)\sqrt{8m-4}|2m+2|=16m^2+64m$

$\Leftrightarrow (m^2+4m)\left(\sqrt{8m-4}|2m+2|-8\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2+4m=0 \ (1) \\ \sqrt{8m-4}|2m+2|=8 \ (2) \end{array}\right.$

Ta có $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-4 \end{array}\right.$ (loại)

$(2) \Leftrightarrow (8m-4)(2m+2)^2=64 \Leftrightarrow 32m^3+48m^2-80=0$

$\Leftrightarrow m=1$ (thỏa mãn (*))

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 55. Cho phương trình $3x^2+4(m-1)x+m^2-4m+1=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ sao cho $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{1}{2}(x_1+x_2)$

A. $m=1, m=2$. **B.** $m=1, m=5$. **C.** $m=1, m=3$. **D.** $m=1, m=4$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Trước hết phương trình phải có hai nghiệm khác 0 nên:

$$\begin{cases}\Delta' = m^2+4m+1>0\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{m^2-4m+1}{3}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+4m+1>0\\ m^2-4m+1\neq 0\end{cases}\quad (*).$$

Khi đó theo định lí Viet ta có: $x_1+x_2=\dfrac{4(1-m)}{3}$; $x_1x_2=\dfrac{m^2-4m+1}{3}$

Ta có: $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)\Leftrightarrow (x_1+x_2)(x_1x_2-2)=0$ (Do $x_1x_2\neq 0$)

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1+x_2=0\\ x_1x_2-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m^2-4m-5=0\end{array}\right.\Leftrightarrow m=1, m=-1, m=5.$$

Thay vào (*) ta thấy $m=-1$ không thỏa mãn

Vậy $m=1, m=5$ là giá trị cần tìm.

Câu 56. Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-3=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $x_1+x_2=2x_1x_2$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=2\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=2\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=3\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Ta có phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2\Leftrightarrow\Delta'\geq 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2-(m^2-3)\geq 0\Leftrightarrow m\leq 2\ (*)$$

Theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m-2\\ x_1.x_2=m^2-3\end{cases}$

$$x_1+x_2=2x_1x_2\Leftrightarrow 2m-2=2(m^2-3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=2\end{array}\right.\text{(thỏa mãn (*)).}$$

Câu 57. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $A=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=2$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn. **C.**

Ta có phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2\Leftrightarrow\Delta'\geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2+2)\geq 0\Leftrightarrow m\geq\frac{1}{2}\ (*)$$

Theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m+2\\ x_1.x_2=m^2+2\end{cases}$

Ta có $A=x_1x_2-2(x_1+x_2)-6=m^2+2-2(2m+2)-6=m^2-4m-8$

$$\Rightarrow A=(m-2)^2-12\geq -12$$

Suy ra $\min A=-12 \Leftrightarrow m=2$, $m=2$ thỏa mãn (*)

Vậy với $m=2$ thì biểu thức A đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 58. Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+m^2+2=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $B=\sqrt{2\left(x_1^2+x_2^2\right)+16}-3x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Ta có phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' \geq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)^2-\left(m^2+2\right)\geq 0 \Leftrightarrow m\geq \frac{1}{2}$ (*)

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1.x_2=m^2+2 \end{cases}$

$B=\sqrt{2\left(x_1^2+x_2^2\right)+16}-3x_1x_2=\sqrt{2\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2+16}-3x_1x_2$

$=\sqrt{2(2m+2)^2-4\left(m^2+2\right)+16}-3\left(m^2+2\right)=\sqrt{4m^2+16m+16}-3\left(m^2+2\right)$

$=2m+4-3\left(m^2+2\right)=-3m^2+2m-2$

Xét hàm số $y=-3m^2+2m-2$ với $m\geq\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{2}$ $+\infty$
y	$-\frac{7}{4}$ $-\infty$

Suy ra giá trị $\max\limits_{m\geq\frac{1}{2}} y=-\frac{7}{4}$ khi $m=\frac{1}{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức B là $-\frac{7}{4}$ khi $m=\frac{1}{2}$.

Câu 59. Cho phương trình $x^2-mx+m-1=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $A=\frac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}$ tìm giá trị nhỏ nhất, lớn nhất.

A. $\max A=1$, $\min A=-\frac{3}{2}$. **B.** $\max A=2$, $\min A=-\frac{1}{2}$.

C. $\max A=1$, $\min A=-\frac{1}{4}$. **D.** $\max A=1, \min A=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn. **D.**

Ta có $\Delta=m^2-4(m-1)=(m-2)^2\geq 0$ nên phương trình có nghiệm với mọi giá trị của m

Ta có $x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=m^2-2m+2$.

Suy ra $A=\dfrac{2x_1x_2+3}{x_1^2+x_2^2+2(x_1x_2+1)}=\dfrac{2m+1}{m^2+2}$

Vì $A-1=\dfrac{2m+1}{m^2+2}-1=\dfrac{2m+1-m^2-2}{m^2+2}=-\dfrac{\left(m-1\right)^2}{m^2+2}\le 0,\forall m\Rightarrow A\le 1,\forall m$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m=1$

Và $A+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2m+1}{m^2+2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\left(2m+1\right)+m^2+2}{2\left(m^2+2\right)}=\dfrac{\left(m+2\right)^2}{2\left(m^2+2\right)}\ge 0,\ \forall m\Rightarrow A\ge -\dfrac{1}{2},\ \forall m$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m=-2$

Vậy $\max A=1$ khi và chỉ khi $m=1$, $\min A=-\dfrac{1}{2}$ khi và chỉ khi $m=-2$

Chú ý: Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{2m+1}{m^2+2}$ ta làm như sau

Xét $A-k=\dfrac{-km^2+2m-2k^2+1}{m^2+2}$. Khi đó để biểu thức đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất thì tử số là biểu thức $f\left(m\right)=-km^2+2m-2k^2+1$ phải biểu diễn được dưới dạng bình phương hay

$\Delta_m=0\Leftrightarrow 1+k\left(1-2k\right)=0\Leftrightarrow -2k^2+k+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\k=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$. Vì vậy ta mới đi xét như trên.

Câu 60. Cho phương trình $x^2-2\left(m-1\right)x+m^2-3=0$ Với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;\ x_2$ sao cho $A=2\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=\dfrac{4}{5}$. **B.** $m=\dfrac{2}{5}$. **C.** $m=\dfrac{1}{5}$. **D.** $m=\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn. **B.**

Ta có phương trình có hai nghiệm $x_1;\ x_2\Leftrightarrow\Delta'\ge 0$.

$\Leftrightarrow\left(m-1\right)^2-\left(m^2-3\right)\ge 0\Leftrightarrow m\le 2$ (*).

Theo Viet ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=2m-2\\x_1.x_2=m^2-3\end{cases}$.

$A=2\left(x_1+x_2\right)^2-5x_1x_2=2\left(2m-2\right)-5\left(m^2-3\right)$.

$=-5m^2+4m+11=-5\left(m-\dfrac{2}{5}\right)^2+3\le 3$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{5}$.

Chương 3

Bài 4 PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT, BẬC HAI

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối (GTTĐ) ta tìm cách để khử dấu GTTĐ, bằng cách.

• Dùng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ.

1. Định nghĩa

$$|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \ge 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$$

2. Tính chất

- $|A| \ge 0;\ \forall A$
- $|A|.|B| = |A.B|;\ |A|^2 = A^2.$
- $|A+B| = |A| + |B| \Leftrightarrow A.B \ge 0.$
- $|A-B| = |A| + |B| \Leftrightarrow A.B \le 0.$
- $|A+B| = ||A| - |B|| \Leftrightarrow A.B \le 0.$
- $|A-B| = ||A| - |B|| \Leftrightarrow A.B \ge 0.$

• Bình phương hai vế.

• Đặt ẩn phụ.

Nguyễn Bảo Vương

Một số dạng thường gặp:

- Dạng 1. $|f(x)| = g(x) \overset{Cách\ 1}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x) \ge 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases} \\ \begin{cases} f(x) = 0 \\ -f(x) = g(x) \end{cases} \end{array}\right. \overset{Cách\ 2}{\Leftrightarrow} \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right. \end{cases}$
- Dạng 2. $|f(x)| = |g(x)| \overset{Cách\ 1}{\Leftrightarrow} \left[(f(x))\right]^2 = \left[(g(x))\right]^2 \overset{Cách\ 2}{\Leftrightarrow} \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{array}\right.$.
- Dạng 3. $a|f(x)| + b|g(x)| = h(x)$.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $(x-3)^2 + 2|x-3| - 8 = 0$. *b)* $|x^2 + 5x + 4| = x + 4.$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Giải các phương trình sau:

$a)\left|2x-1\right|=\left|x^2-3x-4\right|$. $b)\ \left|3x-2\right|=\left|3-2x\right|$.

$c)\left|x^2-4x-5\right|=4x-17$. $d)\left|2x-5\right|+\left|2x^2-7x+5\right|=0$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Giải các phương trình sau

$a)\ \left(x+1\right)^2-3\left|x+1\right|+2=0$. $b)\ 4x\left(x-1\right)=\left|2x-1\right|+1$.

Câu 4. Giải các phương trình sau

$a)\left|mx+2m\right|=\left|mx+x+1\right|$. $b)\left|mx+2x-1\right|=\left|x-1\right|$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 5. Tìm m để phương trình $\left|x^2+x\right|=\left|mx^2-(m+1)x-2m-1\right|$ có ba nghiệm phân biệt

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Phương trình $|x-1|=2$ có nghiệm là:

A. $x=1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=3;x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 2. Cho phương trình $|3x-1|=2x-5\ (1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình (1) vô nghiệm.

B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm.

C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.

D. Phương trình (1) có vô số nghiệm.

Câu 3. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x|=-x$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 4. Giả sử x_0 là một nghiệm lớn nhất của phương trình $|3x-4|=6$. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $x_0\in(-1;0)$. **B.** $x_0\in(0;2)$. **C.** $x_0\in(4;6)$. **D.** $x_0\in(3;4)$.

Câu 5. Phương trình $|2x-4|+|x-1|=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 6. Phương trình $|x+1|=2x+1$ có tập nghiệm là

A. $S=\{0\}$. **B.** $S=\left\{0;-\frac{2}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{-\frac{2}{3}\right\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 7. Phương trình $|3-x|=|2x-5|$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tính x_1+x_2

A. $-\frac{14}{3}$. **B.** $-\frac{28}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 8. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|5x+4|=x+4$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $|x-2|=2x-1$ là:

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{-1;1\}$. **D.** $S=\{0\}$.

Câu 10. Gọi a,b là hai nghiệm của phương trình $|3x-2|=|x-4|$ sao cho $a<b$. Tính $M=3a+2b$.

A. $M=5$. **B.** $M=0$. **C.** $M=-5$. **D.** $M=\frac{5}{2}$.

Câu 11. Phương trình $|3x-2|=x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $|x^2-1|=x-2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình sau $|x-2|=3x^2-x-2$ là:

A. 0. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|2x^2-3x-2|=|x+2|$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|x^2-2x-1|=|x^2-2|$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 16. Phương trình $|x^2+2x-8|=x-2$ có số nghiệm là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 17. Phương trình $|x-1|=2x-5$ có tập hợp nghiệm là

A. $\{2\}$. **B.** $\{4\}$. **C.** $\{2;4\}$. **D.** $\{-2;4\}$.

Câu 18. Điều kiện để phương trình $|5-x|=x+4$ có nghiệm là

A. $x\ge 5$. **B.** $x\le 5$. **C.** $x\le -4$. **D.** $x\ge -4$.

Câu 19. Phương trình $|x^2-3x-2|=x+3$ có bao nhiêu nghiệm là số thực dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20. Phương trình $3|-x+5|=5x+10-2|x-5|$ tương đương với phương trình nào?

A. $5|-x+5|=x+2$. **B.** $|x-5|=x+2$.

C. $(-x+5)^2=(5x+10)^2$. **D.** $5(x-5)^2=(x+2)^2$.

Câu 21. Cho phương trình $|7x-2|=8x-3$. Chọn đáp án đúng.

A. $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}7x-2\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}7x-2=8x-3\\ 7x-2=-8x+3\end{array}\right.\end{cases}$ **B.** $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}8x-3\ge 0\\ 7x-2=8x-3\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}8x-3\ge 0\\ -7x+2=8x-3\end{array}\right.\end{cases}$

C. $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}8x-3\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}7x-2=8x-3\\ 7x-2=-8x+3\end{array}\right.\end{cases}$ **D.** $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}7x-2\ge 0\\ 7x-2=8x-3\end{cases}$

Câu 22. Phương trình $|f(x)|=|g(x)|$ tương đương với phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $f(x)=g(x)$. **B.** $|f(x)|^2=|g(x)|^2$. **C.** $f(x)=-g(x)$ **D.** $|f(x)|^2+|g(x)|^2=0$

Câu 23. Giá trị $x=1$ là nghiệm phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $|2x-1|=|x-3|$ **B.** $|2x+1|=|x+2|$ **C.** $|x-1|=|x-3|$ **D.** $|2x+1|=|x+3|$

Câu 24. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x-1|=|-5x-2|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x+1|=|x-2|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x+1|=|x^2-3x-4|$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 27. Phương trình $|x^2+3x-10|=11-x$ có bao nhiêu nghiệm

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $|3x-2|=x^2-3x+3$ là

A. 27. **B.** 28. **C.** 1. **D.** 26.

Câu 29. Phương trình $|2(m^2-1)x+5|=3$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 30. Tìm số nghiệm của các phương trình sau $(2x-1)^2-3|2x-1|-4=0$

A. 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

Câu 31. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $|A|=A$ khi $A\le 0$. **B.** $|A|>0;\forall A.$

C. $|-A|=A$ khi $A<0$ **D.** $|A|+|B|\ge 0;\forall A,B.$

Câu 32. Phương trình $|mx+n|=|ax+b|$ tương đương với phương trình nào dưới đây:

A. $mx+n=ax+b$. **B.** $mx+n=-(ax+b)$.

C. $\left[\begin{array}{l} mx+n=ax+b \\ mx+n=-(ax+b) \end{array}\right.$. **D.** $\sqrt{mx+n}=\sqrt{ax+b}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 33. Tập hợp nào dưới đây là tập nghiệm của phương trình $|x-1|=2x$?

A. $\left\{-1;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 34. Tập hợp nào dưới đây là tập nghiệm của phương trình $|2x-1|=|4-x|$?

A. $\left\{-3;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{5}{3};3\right\}$. **C.** $\left\{\frac{5}{3};3\right\}$. **D.** $\left\{-3;\frac{5}{3}\right\}$.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $|x-7|-3x+5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $|3x-4|-|-x|=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $|3x-7|-|x+5|=x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số nghiệm.

Câu 38. Phương trình $|5-x|-5=-x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số nghiệm **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 39. Với giá trị nào của a thì phương trình $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất?

A. $a>\frac{3}{2}$. **B.** $a<\frac{-3}{2}$. **C.** $\begin{cases} a\neq\frac{3}{2} \\ a\neq\frac{-3}{2} \end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a<\frac{-3}{2} \\ a>\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Câu 40. Tập nghiệm của phương trình $|x^2-4x+3|=x^2-4x+3$ là:

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[1;3]$. **C.** $(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 41. Tập nghiệm của phương trình $|x-3|=3-x$ là:

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $\{0;1;2;3\}$. **D.** $\mathbb{N}$.

Câu 42. Gọi tập nghiệm của phương trình $|4x+5|=-|4x-5|$ là S. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $(-\infty;1)\subset S$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{\varnothing\}$. **D.** $S=\mathbb{N}$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 43. Phương trình $|(m^2-4)x+2|=2018$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m=\pm2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 44. Tập nghiệm của phương trình $|2x-1|=|x-3|+|2-x|$ là:

A. $\left\{-1;\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left\{1;\frac{-3}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|2x-5m|=2x-3m$ có nghiệm.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in[0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m\in(-\infty;+\infty)$.

Câu 46. Cho phương trình $|m^2x-6|=|4x-3m|$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Khi $m=2$, phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.
B. Khi $m=-2$, phương trình đã cho vô nghiệm.
C. Khi $m\neq\pm2$, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.
D. Khi $m=-2$, phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 47. Điều kiện cần và đủ để phương trình $|x+1|+|x-2|-|x-3|=m$ (với m là tham số thực) có hai nghiệm phân biệt là:

A. $m>2$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m>-2$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2-6|x|+5|=m$ có 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49. Số giá trị nguyên của m để phương trình $|x^2-4|=m+1$ có bốn nghiệm phân biệt là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 50. Phương trình $x^2-4|x|+3-m=0(*)$ có bốn nghiệm phân biệt khi.

A. $-1<m\leq3$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-1\leq m\leq3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-1 \end{array}\right.$.

Câu 51. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^2-2x|+3x-x^2=m$ có nghiệm

A. $m\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in[0;+\infty)$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in[0;2]$.

Câu 52. Hàm số $y=x^2+4x-1$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|-x^2-4x+1\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	-5	↗ $+\infty$

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 53. Cho phương trình $\left|x^2-x-6\right|=x^2+2x$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2. Tính x_1x_2.

A. $x_1x_2=\frac{3}{2}$. **B.** $x_1x_2=2$. **C.** $x_1x_2=-\frac{1}{2}$. **D.** $x_1x_2=-3$.

Câu 54. Cho phương trình $\left|x^3\right|=3x^2-4$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2. Tính $x_1^2+x_2^2$.

A. $x_1^2+x_2^2=4$. **B.** $x_1^2+x_2^2=6$. **C.** $x_1^2+x_2^2=8$. **D.** $x_1^2+x_2^2=16$.

Câu 55. Cho phương trình $\left|2x+2m-5\right|=x-2$, tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất. Một học sinh đã tiến hành giải và biện luận phương trình trên như sau:

Bước 1: $\left|2x+2m-5\right|=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}2x+2m-5=x-2\\ 2x+2m-5=-x+2\end{array}\right.\end{cases}$

Bước 2: $\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=3-2m\\ x=7-2m\end{array}\right.\end{cases}$

Bước 3: Phương trình trên có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 7-2m\ge 2\Leftrightarrow m\le\frac{5}{2}$

Lý luận của học sinh trên

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2.
C. Sai ở bước 3. **D.** Các bước lý luận đều đúng.

Câu 56. Tìm m để phương trình $\left|2x\right|=x+4+m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. $m\le -6$. **B.** $m>-4$. **C.** $-5<m<2$. **D.** $-7<m\le 1$.

Câu 57. Tìm m để phương trình $\left|x-2\right|-3x=m-1-x^2$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m=-2$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\ge -1$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $\left|2\left(m^2-1\right)x+5\right|=3$ vô nghiệm.

A. $m=\pm 1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|mx+2m|=|mx+x+1|$ có vô số nghiệm?

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m<-\frac{1}{2}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|mx+2x-1|=|x-1|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-3;-1\}$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x^2-5x+4|\sqrt{x-m}=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $1\le m<4$. **B.** $m>1$. **C.** $m\ge 4$. **D.** $m<1$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in[0;+\infty)$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in[0;+\infty)\setminus\{3\}$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

Câu 63. Tìm m để phương trình $x^2-2x-2|x-1|+m+3=0$ có nghiệm

A. $m\le 0$ **B.** $m\le -2$ **C.** $m\le -3$ **D.** $m\le -1$

Câu 64. Tìm m để phương trình $|2x^2-3x-2|=5m-4x+2x^2$ có nghiệm duy nhất

A. $m=0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\frac{81}{80}\end{array}\right.$. **C.** $m=\frac{81}{80}$. **D.** $0\le m\le\frac{81}{80}$

Câu 65. Tìm m để phương trình $|x^2-1|-|2x^2-3x-2|=m-1$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

A. $\frac{7}{4}<m<4$. **B.** $-2<m<\frac{7}{4}$. **C.** $m>4$. **D.** $-7<m\le 1$.

Câu 66. Số nghiệm của phương trình $(x+1)^2-3|x+1|+2=0$ sau.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 67. Số nghiệm của phương trình $4x(x-1)=|2x-1|+1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 68. Tổng các nghiệm của phương trình $\frac{|3x-1|}{x+2}=x-3$ là

A. $-1-\sqrt{8}$. **B.** $4-\sqrt{8}$. **C.** 2. **D.** 3.

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ta thường Dùng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ.

- Quy đồng mẫu số (chú ý cần đặt điều kiện mẫu số khác không).
- Đặt ẩn phụ.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $1+\dfrac{2}{x-2}=\dfrac{10}{x+3}-\dfrac{50}{(2-x)(x+3)}$. *b)* $\dfrac{x+3}{(x+1)^2}=\dfrac{4x-2}{(2x-1)^2}$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\dfrac{1}{x^2+5x+4}+\dfrac{1}{x^2+11x+28}+\dfrac{1}{x^2+17x+70}=\dfrac{3}{4x-2}$. *b)* $1+\dfrac{4}{(2-x)^2}=\dfrac{5}{x^2}$.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $\dfrac{x^2+mx+2}{x^2-1}=1$. *b)* $\dfrac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 4. Tìm điiều kiện của tham số a,b để phươn trình: $\dfrac{a}{x-a}-\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a^2-b^2}{x^2-(a+b)x+ab}$ $(*)$.

a) Có nghiệm duy nhất b) Có nghiệm.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{x-2}=\frac{4}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 2. Biết phương trình $\frac{x-1}{2x-3}=-3+\frac{4}{x+1}$ có một nghiệm là $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính $T=2a-b+3c$.

A. $T=5$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-5$.

Câu 3. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{x^2+x+2}-\frac{1}{x^2+x-2}=1$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2-2x+2}{x-1}+\frac{1}{x-2}=2+\frac{1}{x-2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 5. Cho phương trình $\frac{x^2-3x-2}{x-3}=-x$ có nghiệm a. Khi đó a thuộc tập:

A. $\left(\frac{1}{3};3\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\varnothing$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 6. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ, vận tốc trung bình lúc đi là:

A. 60 km/giờ. **B.** 45 km/giờ. **C.** 55 km/giờ. **D.** 50 km/giờ.

Câu 7. Tìm giá trị của tham số $m(m\in\mathbb{R})$ để phương trình $x^2+\frac{1}{x^2}-\left(m^2+m+2\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)+m^3+2m+2=0$ có nghiệm thực.

A. $0\le m\le 2$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $\forall m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\le -2$.

Câu 8. Phương trình $\frac{2mx-1}{x+1}=3$ có nghiệm duy nhất khi

A. $m\neq 0$. **B.** $m\neq \frac{3}{2}$. **C.** $m\neq 0$ và $m\neq \frac{3}{2}$. **D.** $m\neq \frac{-1}{2}$ và $m\neq \frac{3}{2}$.

Câu 9. Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình $\frac{2x-3m}{x-2}+\frac{x+2}{x-1}=3$ vô nghiệm. Tính bình phương của tổng các phần tử của tập S.

A. $\frac{121}{9}$. **B.** $\frac{49}{9}$. **C.** $\frac{65}{9}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị tham số a để phương trình $\frac{x+1}{x-a+1}=\frac{x}{x+a+2}$ vô nghiệm?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Hàm số $y=\frac{3x^2+2x+1}{x^2-2x+3}$ có tập giá trị $S=[a;b]$. Tính giá trị biểu thức a^2+b^2+ab

A. 35. **B.** 25. **C.** 45. **D.** 55.

Câu 12. Phương trình $\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq 0$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq 0$ và $m\neq -1$. **D.** $m\neq 1$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $x^2+\frac{9}{(x-1)^2}+1=2x+7\left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{2x-3}=\frac{-3x+1}{|x+1|}$ là:

A. $\left\{\frac{11+\sqrt{65}}{14};\frac{11+\sqrt{41}}{10}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{11-\sqrt{65}}{14};\frac{11-\sqrt{41}}{10}\right\}$.

C. $\left\{\frac{11\pm\sqrt{65}}{14}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{11\pm\sqrt{41}}{10}\right\}$.

Câu 15. Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm của phương trình $\frac{x^2-1+|x+1|}{|x|(x-2)}=2$?

A. Nghiệm là một số chẵn. **B.** Nghiệm là một số chia hết cho 11.

C. Nghiệm là một số nguyên tố **D.** Nghiệm là một số chia hết cho 12.

Câu 16. Phương trình $\frac{|x+1|^3}{8}+\frac{8}{|x+1|^3}=2$ có tổng các nghiệm là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** –2.

Câu 17. Tìm số nghiệm của các phương trình sau $x^2+\frac{9}{(x-1)^2}+1=2x+7\left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|$

A. 10 nghiệm. **B.** 8 nghiệm. **C.** 6 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

A. Phương pháp giải

Nâng lên lũy thừa, trị tuyệt đối hóa, sử dụng bất đẳng thức, đưa về phương trình tích, đặt ẩn phụ.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{14-2x}=x-3$.

b) $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-2}-3\sqrt{x^2-4}=0$.

b) $\sqrt{x+4}-\sqrt{1-x}=\sqrt{1-2x}$.

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{\sqrt{3}-x}=x\sqrt{\sqrt{3}+x}$.

b) $2\sqrt{x+3}=9x^2-x-4$.

.....
.....

Câu 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2$.

b) $2\sqrt{x+3}=9x^2-x-4$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 5. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-2}=x+3$.

b) $(x+3)\sqrt{2x^2+1}=x^2+x+3$.

Câu 6. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x-2}+\sqrt[3]{x}=2$.

b) $3\sqrt[3]{x}+\sqrt{x^2+8}=\sqrt{x^2+15}+2$.

Nguyễn Bảo Vương

Phương trình có dạng	Đặt ẩn phụ
$\sqrt{ax+b}, x, x^2, ...$	$t=\sqrt{ax+b}, t\ge 0$
$\sqrt{ax^2+bx+c}, ax^2+bx, ...$	$t=\sqrt{ax^2+bx+c}, t\ge 0$
$\sqrt[3]{ax+b}, ax+b, ...$	$t=\sqrt[3]{ax+b}$
$\begin{cases}\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)}\\ \sqrt{f(x)}.\sqrt{g(x)}\end{cases}, f(x)+g(x)=C$	$t=\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)}$

$\sqrt{f(x)}\pm\dfrac{A}{\sqrt{f(x)}}, f(x)+\dfrac{A^2}{f(x)}$	$t=\sqrt{f(x)}\pm\dfrac{A}{\sqrt{f(x)}}$
$\sqrt[m]{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}$	$t=\sqrt[s]{f(x)}$ với s là bội chung nhỏ nhất của m và n

Câu 7. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}=2$.

b) $3x^2+21x+18+2\sqrt{x^2+7x+7}=2$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Giải các phương trình sau

a) $x^2+\sqrt{x^2+11}=31$.

b) $(x+5)(2-x)=3\sqrt{x^2+3x}$.

Câu 9. Giải các phương trình sau

a) $2x^2-6x-1=\sqrt{4x+5}$.

b) $x+\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=6$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 10. Giải các phương trình sau

a) $3\sqrt{x+3}=3x^2+4x-1$.

b) $x^2+3x+1=(x+3)\sqrt{x^2+1}$.

Câu 11. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{60-24x-5x^2}=x^2+5x-10.$

b) $(x+3)\sqrt{(4-x)(12+x)}=28-x.$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 12. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{4x^2+5x+1}-2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3.$

b) $\sqrt{x^3+x^2-1}+\sqrt{x^3+x^2+2}=3.$

Câu 13. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3}-\sqrt{(1-x)^3}\right]=2+\sqrt{1-x^2}$

b) $x+\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=6$.

Nguyễn Bảo Vương

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=2-x$ là:
A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\{2;3\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=-x^2-5$ là
A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là:
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3$ là:
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2$ là:
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là
A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{6\}$.

Câu 7. Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$.
A. 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

Câu 8. Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1}=x-2$ bằng:
A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2}=x$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng
A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x+7}=2x-1$ là
A. $\left\{\frac{2-\sqrt{10}}{2};\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right\}$.
C. $\left\{\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right\}$. **D.** Một phương án khác.

Câu 12. Phương trình $\sqrt{-x^2+4x}=2x-2$ có bao nhiêu nghiệm?
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5}=x^2-2x+3$ là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 14. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1$ là
A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 15. Phương trình $\sqrt{2x^2+3x-5}=x+1$ có nghiệm:
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2$ là
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3}=3x-1$. là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18. Phương trình: $\sqrt{x^2-x-12}=7-x$ có bao nhiêu nghiệm?

Nguyễn Bảo Vương

A. 0 . **B.** 2 .
C. 1. **D.** Vô Số.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình sau $x-\sqrt{2x^2-3x+1}=1$ là:
A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $x^2-3x+86-19\sqrt{x^2-3x+16}=0$ là.
A. 4 . **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2 .

Câu 21. Tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$ là:
A. 17 . **B.** 4 . **C.** 16. **D.** 8.

Câu 22. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2+5x+2+2\sqrt{x^2+5x+10}=0$ là:
A. 5. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 25 .

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0$ là
A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Câu 24. Phương trình $\sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{2x+1}-x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?
A. 1. **B.** 4 . **C.** 3. **D.** 2 .

Câu 25. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\left(x^2-4x+3\right)\sqrt{x-2}=0$
A. 3 . **B.** 1. **C.** 0 . **D.** 2

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0$ là
A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;1;2\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $\{-1;2\}$.

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-4x+3\right)=0$ là
A. $S=\{2;3\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{1;3\}$. **D.** $S=\{1;2;3\}$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0$ là
A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;1;2\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $\{-1;2\}$.

Câu 29. Phương trình $\left(x^2-6x\right)\sqrt{17-x^2}=x^2-6x$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 30. Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ bằng:
A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}$ là
A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=\sqrt{3-x}$ là
A. $x=\frac{3}{4}$. **B.** $x=\frac{2}{3}$. **C.** $x=\frac{4}{3}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2}=\sqrt{2-x}$ là
A. 3 . **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 2 .

Câu 34. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1$.
A. $\{2\}$. **B.** $\{1;-2\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-1\}$.

Câu 35. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$ là:
A. 0 . **B.** 2 . **C.** 1. **D.** 3 .

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là
A. 3 . **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 2 .

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 38. Phương trình $x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ với $a,b>0$. Khi đó: $a+b=$

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 39. Biết phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị biểu thức $(x_1-1).(x_2-1)$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 40. Phương trình $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}+\sqrt{16-x^2}=4$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1. Điều kiện: $-4\le x\le 4$.

Đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$.

Bước 2. Ta được phương trình $t+\dfrac{8-t^2}{2}=4\Leftrightarrow t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.$.

Bước 3. Với $t=0$ ta có $\sqrt{16-x^2}=4\Leftrightarrow 16-x^2=16\Leftrightarrow x=0$.

Với $t=2$ ta có $\sqrt{16-x^2}=2\Leftrightarrow 16-x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{0;-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\}$.

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2. **B. Lời giải** trên đúng hoàn toàn.

C. Lời giải trên sai ở bước 1. **D. Lời giải** trên sai ở bước 3.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 42. Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2$.

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Câu 43. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 44. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x}+\dfrac{2-x}{\sqrt{x-3}}=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2+4x-1}=x+1$ là?

A. $S=\{-1+\sqrt{3};-1-\sqrt{3}\}$. **B.** $S=\{-1+\sqrt{3}\}$.

C. $S=\{-1-\sqrt{3}\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 46. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2+4x-3}+5=2x$ là?

A. $S=\left\{2;\dfrac{14}{5}\right\}$. **B.** $S=\{2;4\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{14}{5}\right\}$. **D.** $S=\{2\}$

Câu 47. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2+3x}+1=3x$ ta tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được: $x^2+3x=(3x-1)^2$ (2)

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $8x^2-9x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1}{8} \end{array}\right.$

Bước 3: Khi $x=1$,ta có $x^2+3x>0$. Khi $x=\dfrac{1}{8}$, ta có $x^2+3x>0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{1;\dfrac{1}{8}\right\}$

Vậy Cách giải trên **đúng** hay **sai**? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Câu 48. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^3+x^2+6x+28}=x+5$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** –1.

Câu 49. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^4-4x^3+14x-11}=1-x$ bằng:

A. –2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** –1.

Câu 50. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}}=x+1$ là:

A. 0 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Câu 51. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ bằng:

A. $3-\sqrt{2}$. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** 5.

Câu 52. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x-1}=\sqrt{1-2x}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\le x$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x\le\dfrac{1}{2}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Câu 53. $\left[-3;1\right)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x}=\sqrt{\dfrac{1}{1-x^3}}$ **B.** $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}$

C. $\sqrt{-x^2-x+6}=\sqrt{-x^2-3x+4}$ **D.** $\sqrt{1-x}=\sqrt{-x^2-x+6}$

Câu 54. Cho phương trình $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x+1}$ (1). Phép biến đổi nào sau đây là **sai?**

A. $(1)\Leftrightarrow\begin{cases} x+1\ge 0 \\ x^2-2x-3=x+1 \end{cases}$

B. $(1)\Leftrightarrow x^2-2x-3=x+1$

C. $(1)\Leftrightarrow\begin{cases} x^2-2x-3\ge 0 \\ x^2-2x-3=x+1 \end{cases}$

D. $(1)\Rightarrow\begin{cases} x+1\ge 0 \\ x^2-2x-3\ge 0 \\ x^2-2x-3=x+1 \end{cases}$

Câu 55. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x-\dfrac{5}{4}}$. Một bạn làm như sau:

Bước 1: $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x-\frac{5}{4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x-\frac{5}{4}\ge 0 \\ x^2-2x-3=x-\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{5}{4} \\ x^2-3x-\frac{7}{4}=0 \end{cases}$

Bước 2: Phương trình $x^2-3x-\frac{7}{4}=0$ có hai nghiệm phân biệt, nên theo định lý Vi-et, ta có tổng hai nghiệm là $S=3$.

Bước 3: Vậy phương trình có tổng các nghiệm là 3.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Câu 56. Giải phương trình $\sqrt{x^2(x-1)}=\sqrt{x^2(3-x)}$ (*), một bạn làm như sau:

Bước 1: $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x-1)\ge 0\,(1) \\ x^2(x-1)=x^2(3-x)\,(2) \end{cases}$.

Bước 2: Giải (1): Vì $x^2\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên $(1) \Leftrightarrow x-1\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 1$.

Bước 3: $(2) \Leftrightarrow x^2(2x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Kết hợp ta được $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Câu 57. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2-2x+1}}=2$ là

A. $1\le x$ **B.** $x\ne 1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} 2<x \\ x<0 \end{array}\right.$ **D.** $x>1$

Câu 58. Điều kiện xác định của phương trình $(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{\frac{x+1}{x-3}}=-3$ là

A. $x>3$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x>3 \\ x\le -1 \end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -1 \end{array}\right.$ **D.** $x\le -1$

Câu 59. Phép biến đổi nào sau đây là **sai**

A. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Rightarrow 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2$

B. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2$

C. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2 \\ -x^2-2x+7\ge 0 \end{cases}$

D. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} t=\sqrt{5x^2+10x+1}\ge 0 \\ t=\frac{1-t^2}{5}+7 \end{cases}$

Câu 60. Giải phương trình $(x-2)(x-1)+2(x-2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}=0$ (1)

Bước 1: Điều kiện: $\dfrac{x-1}{x-2}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x\le 1 \end{array}\right.$

Bước 2: $(1)\Leftrightarrow (x-2)(x-1)+2\sqrt{(x-2)(x-1)}=0 \quad (2)$

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{(x-2)(x-1)}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (tm) \\ x=2 & (loai) \end{array}\right. . \\ \sqrt{(x-2)(x-1)}=-2 \quad (loai) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có một nghiệm $x=1$

Lời giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng **B.** Sai từ bước 1 **C.** Sai từ bước 2 **D.** Sai từ bước 3

Câu 61. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7$ là

A. -3 **B.** -5 **C.** -2 **D.** 2

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x}+\dfrac{2-x}{\sqrt{x-3}}=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 63. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1$.

A. $\{2\}$. **B.** $\{1;-2\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-1\}$.

Câu 64. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 65. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 66. Số nghiệm của phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 67. Phương trình $x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ với $a,b>0$. Khi đó: $a+b=$

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 68. Biết phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị biểu thức $(x_1-1).(x_2-1)$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 69. Phương trình $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 70. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}+\sqrt{16-x^2}=4$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1. Điều kiện: $-4\le x\le 4$.

Đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$.

Bước 2. Ta được phương trình $t+\dfrac{8-t^2}{2}=4\Leftrightarrow t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.$.

Bước 3. Với $t=0$ ta có $\sqrt{16-x^2}=4\Leftrightarrow 16-x^2=16\Leftrightarrow x=0$.

Với $t=2$ ta có $\sqrt{16-x^2}=2\Leftrightarrow 16-x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{0;-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right\}$.

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2. **B.** Lời giải trên đúng hoàn toàn.

C. Lời giải trên sai ở bước 1. **D.** Lời giải trên sai ở bước 3.

Câu 71. Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2$.

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Câu 72. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 73. Số nghiệm nguyên của phương trình $x\left(x+5\right)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Câu 74. Phương trình $\sqrt{x^2+481}-3\sqrt[4]{x^2+481}=10$ có hai nghiệm α,β. Khi đó tổng $\alpha+\beta$ thuộc đoạn nào sau đây ?

A. $[2;5]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-10;-6]$. **D.** $[-5;-1]$.

Câu 75. Phương trình: $2x^2+5x-1=7\sqrt{x^3-1}$ có nghiệm là $a\pm\sqrt{b}$ thì $2a-b$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 76. Giải phương trình: $x=\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x=\dfrac{a+\sqrt{b}}{c}$, $a,b,c\in\mathbb{N},b<20$. Tính giá trị biểu thức $P=a^3+2b^2+5c$.

A. $P=61$. **B.** $P=109$. **C.** $P=29$. **D.** $P=73$.

Câu 77. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất

A. $m>4$. **B.** $4<m<5$. **C.** $3<m<4$. **D.** $m<4$.

Câu 78. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m\geq-\dfrac{25}{4}$. **B.** $m\geq 3$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\geq-\dfrac{25}{8}$.

Câu 79. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2$ có nghiệm.

A. $m\leq 1$. **B.** $m\in\left(1;+\infty\right)$. **C.** $m>2$. **D.** $m\geq 2$.

Câu 80. Với mọi giá trị dương của m phương trình $\sqrt{x^2-m^2}=x-m$ luôn có số nghiệm là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 81. Cho phương trình $\sqrt{x^2-8x+m}=2x-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m\in\left[-\dfrac{1}{3};\dfrac{15}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{15}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{15}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 82. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1$ có hai nghiệm phân biệt là $S=\left(a;b\right]$. Khi đó giá trị $P=a.b$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 83. Cho phương trình $\sqrt{-x^2+4x-3}=\sqrt{2m+3x-x^2}\ (1)$. Để phương trình (1) có nghiệm thì $m\in[a;b]$. Giá trị a^2+b^2 bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 84. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 85. Cho phương trình: $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}+2\sqrt{4-x^2}+m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4. **B.** 5. **C.** vô số. **D.** 10.

Câu 86. Tìm tất cả giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1}-m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ có nghiệm là

A. $m<-\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}<m\le 1$. **C.** $-\frac{1}{3}\le m<1$. **D.** $-\frac{1}{3}<m<1$.

Câu 87. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{m\sqrt{2018+x}+(m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}$ có đồ thị là (C_m), (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\frac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.

A. $m\in(-\infty;-1)$. **B.** $m\in(-1;+\infty)$. **C.** $m\in[-1;+\infty)$. **D.** $m\in R$.

Câu 89. Số các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2018;2018]$ để phương trình:

$$x^2+(2-m)x+4=4\sqrt{x^3+4x}$$

có nghiệm là

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2021.

Câu 90. Tìm m để phương trình $\left(\sqrt{5m^2-2m-2}+m-1\right)(x+1)^3+x^2-x-3=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$, ta được điều kiện $m\notin[a;b]$. Giá trị của biểu thức $P=a^2+2b$ bằng

A. $P=10$. **B.** $P=12$. **C.** $P=20$. **D.** $P=15$.

Câu 91. Cho phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}+3.\sqrt{(x-1)(5-x)}=m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có nghiệm?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** Vô số.

Câu 92. Tìm m để phương trình $x+2\sqrt{x+1}+m=0$ vô nghiệm

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(1;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;1]$. **D.** $m\in(-\infty;2]$.

Câu 93. Phương trình $\sqrt{2x^2-(2m^2+1)x+m^2}=2x-1$ có hai nghiệm phân biệt thì $m\in(a,b)$. Tính $b-a$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

Câu 94. Phương trình $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=m$ có vô số nghiệm thì giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $m\in(1;3)$. **B.** $m\in(2;4)$. **C.** $m\in(3;5)$. **D.** $m\in(4;6)$.

Câu 95. Phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m\in[a;b]\setminus\{0\}$, tính giá trị của a^2+b

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 96. Số các nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 97. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-x-1}-\sqrt{3-\sqrt{x^2-x-1}}=1$ là

A. $\frac{1}{2}$ **B.** -5 **C.** 5 **D.** 1

Câu 98. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2x^2+2x-\sqrt{x^2+x+2\sqrt{x^2+x-1}}=7$ là

A. 11 **B. - 1** **C. - 9** **D.** $\frac{25}{4}$

Câu 99. Nếu phương trình $x^2+2x+\sqrt{-x^2-2x+15}+m=0$ có nghiệm duy nhất thì

A. $m\in(-2;0)$ **B.** $m=-4$ **C.** $m\in(-4;0)$ **D.** $m=-\frac{65}{4}$

Câu 100. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình sau có nghiệm (ẩn x)

$$2x^2-4x+m+\sqrt{-x^2+2x}=-1$$

A. $\frac{-9}{8}\le m\le 0$ **B.** $0\le m\le\frac{1}{4}$ **C.** $-1\le m$ **D.** $-\frac{9}{8}\le m\le -1$

Câu 101. Cho phương trình $\sqrt{x^2(1-2x)}=\sqrt{x^2(m+x)}$. Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm duy nhất?

A. $m<-\frac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m<-\frac{1}{2}\end{array}\right.$. **D.** $m>-\frac{1}{2}$.

Câu 102. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x^2+\sqrt{x+3}}=\sqrt{3-2x-x^2}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 103. Cho phương trình $4\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{9x^2+54x+81}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình?

A. $\frac{13}{23}$. **B.** 5. **C.** $\frac{102}{23}$. **D.** $\frac{125}{23}$.

Câu 104. Biết phương trình $\sqrt{(x^2-3x)\sqrt{2x^2-5x+2}}=\sqrt{(x^2-3x)\sqrt{2x^2-5x+2}}$ có tập nghiệm S. Phát biểu nào là đúng trong các phát biểu sau?

A. $S\cap\left(0;\frac{1}{4}\right)=\varnothing$. **B.** $S=\mathbb{R}$.

C. $S=(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **D.** S có hai phần tử.

Câu 105. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\sqrt{m-x^2+\sqrt{2x+9}}=\sqrt{x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m>-5$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 106. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x}-\sqrt{17-x}=2$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 107. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x}+\sqrt{17-x}=8$ là:

A. 5. **B.** 2. **C.** 128. **D.** 256.

Câu 108. Số nghiệm của phương trình $x+\sqrt{x^2+16}=\frac{40}{\sqrt{x^2+16}}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 109. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4x^3-3x=\sqrt{1-x^2}$ là:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 110. Cho phương trình $\sqrt{x^2-1}-x=m$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiệm:

A. $m\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$. **B.** $m\in[-1;0)\cup[1;+\infty)$.

C. $m\in[-2;0)\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in[-2;0]\cup[2;+\infty)$.

Câu 111. Cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx-3}=x-m$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình vô nghiệm:

A. $m>1$ **B.** $m\le -1$. **C.** $m>3$. **D.** $m\ge 2$

Câu 112. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt:

A. $m\in[2;6]$ **B.** $m\in[4;6)$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[4;5)$

DẠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2

A. Phương pháp giải

1/ Dạng 1: Phương trình có mẫu số:

Phương pháp:

+ Đặt điều kiện
+ Quy đồng, đưa về phương trình bậc 2.
+ Giải ra nghiệm, so điều kiện và kết luận

2/ Dạng 2: Đặt ẩn phụ

Phương pháp: Nếu trong phương trình có các biểu thức giống nhau thì ta có thể đặt ẩn phụ.

Một số cách đặt ẩn phụ giải phương trình bậc 4:

Dạng 1: $ax^4+bx^2+c=0$ (1) đặt $t=x^2\ge 0$, ta được $at^2+bt^2+c=0$ (2)

Dạng 2: $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=k$ Với $a+b=c+d$,

Pt $\Leftrightarrow (x^2+(a+b)x+ab)(x^2+(c+d)x+cd)=k$

Đặt $t=x^2+(a+b)x$

Dạng 3: $(x+a)^4+(x+b)^4=k$ đặt $t=x+\frac{a+b}{2}$ (chú ý: $(a\pm b)^4=a^4\pm 4a^3b+6a^2b^2\pm 4ab^3+b^4$)

ạng 4: $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$

Vì $x=0$ không thỏa nên chia 2 vế của pt cho x^2, ta được: $a\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+b\left(x\pm\frac{1}{x}\right)+c=0$,

đặt $t=x\pm\frac{1}{x}$ (nếu $t=x+\frac{1}{x}$ thì t có điều kiện : $|t|=\left|x+\frac{1}{x}\right|\ge 2$)

Chú ý: Phương trình trùng phương (1) có

+ 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.
+ 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 1 nghiệm dương và 1 nghiệm bằng 0
+ 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương
+ vô nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) vô nghiệm hoặc 2 nghiệm âm.
+ có 4 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt $t_1;t_2$ thỏa $9t_1=t_2$.

3/ Các phương pháp khác:

Phương pháp nhẩm nghiệm, chia đa thức:

Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm x_0 thì $f(x)=0\Leftrightarrow (x-x_0)g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_0\\g(x)=0\end{array}\right.$

Phương pháp đưa về dạng bình phương.

Ta có thể biến đổi phương trình về các dạng sau:

$$A^2+B^2=0\Rightarrow\begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$$

$$A^2=B^2\Leftrightarrow\begin{cases}A=B\\A=-B\end{cases}$$

Phương pháp dùng máy tính để phân tích

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=a(x^2+px+q)(x^2+mx+n)$.

B. Bài tập tự luận:

Câu 1. Giải phương trình sau: $\frac{x-1}{x-2}-\frac{3x-5}{x-2}=\frac{2x^2+3}{4-x^2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a. $x^4-13x^2+36=0$ b. $x^4+5x^2-6=0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Giải phương trình sau: $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7)=297$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Giải phương trình sau: $(x+3)^4+(x+5)^4=16$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Giải các phương trình sau:

a) $x^4+x^3-4x^2+x+1=0$

b) $x^4-5x^3+10x^2-10x+4=0$

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Giải các phương trình sau:

a) $x^4-2x^3-5x^2+6x+8=0$ (1)

b) $x^4-4x^2+12x-9=0$ (2)

c) $x^4-x^3-5x^2-6x-4=0$ (3)

Nguyễn Bảo Vương

Câu 7. Cho phương trình: $x^4-2mx^2+3m+4=0$ (1). Tìm m để phương trình:

a/có 4 nghiệm

b/có 3 nghiệm

Câu 8. Định k để phương trình: $x^4-4x^3+(k-1)x^2+8x+4=0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\frac{3x+3}{x^2-1}+\frac{4}{x-1}=3$ là

A. -1 hoặc $\frac{10}{3}$. **B.** 1 hoặc $-\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** -1.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\frac{2x}{x-3}+\frac{5x+3}{x+3}=1$ là:

A. $x=0;x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 3. Giải phương trình $\frac{2x^2-5x+2}{x-1}=\frac{2x^2-3x+1}{x-3}$

A. $x=2\vee x=\frac{3}{5}$. **B.** $x=\frac{1}{2}\vee x=\frac{3}{5}$. **C.** $x=\frac{1}{2}\vee x=\frac{5}{3}$. **D.** $x=2\vee x=\frac{5}{3}$.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5. Phương trình $1,5x^4-2,6x^2-1=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $x^4-5x^2+4=0$ là:

A. $S=\{1;4\}$. **B.** $S=\{1;2;-2\}$. **C.** $S=\{-1;1;2;-2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Câu 7. Giải phương trình $x^4-3x^2-4=0$.

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1\vee x=\pm 2$. **D.** $x=1\vee x=2$.

Câu 8. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm: $(\sqrt{7}-2)x^4-3x^2+10(2-\sqrt{5})=0$

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 9. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^6+2003\,x^3-2005=0$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 10. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0$ (1) ($a\neq 0$). Đặt: $\Delta=b^2-4ac, S=\frac{-b}{a}, P=\frac{c}{a}$. Ta có (1) vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta<0$ hoặc $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\Delta>0\\ P>0\end{cases}$.

Câu 11. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0$ (1) ($a\neq 0$). Đặt: $\Delta=b^2-4ac, S=\dfrac{-b}{a}, P=\dfrac{c}{a}$. Ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\Delta>0$. **B.** $\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\Delta\geq 0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\Delta>0\\ S<0\\ P>0\end{cases}$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình: $x^4-2(m-1)x^2+4m-8=0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. $m>2$ và $m\neq 3$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$ và $m\neq 3$. **D.** $m>3$.

Câu 13. Tìm m để phương trình $x^4-(3m+4)x^2+m^2=0$ có 1 nghiệm duy nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m\neq 0$. **D.** không tồn tại m.

Câu 14. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $(x+2)(x-3)(x+1)(x+6)=-36$

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 15. Giải phương trình $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7)=297$.

A. $x=-8\vee x=4$. **B.** $x=-9\vee x=5$. **C.** $x=-9\vee x=4$. **D.** $x=-8\vee x=5$

Câu 16. Cho phương trình $x^4+(x-1)^4-97=0$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. phương trình có hai nghiệm nguyên. **B.** phương trình có nghiệm không nguyên.
C. phương trình không có nghiệm dương. **D.** phương trình không có nghiệm thực.

Câu 17. Giải phương trình $2x^4+3x^3-x^2+3x+2=0$

A. $x=2\vee x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\pm 1$. **C.** $x=-2\vee x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\pm 2$.

Câu 18. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình: $x^2+\dfrac{25x^2}{(x+5)^2}=11$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2,5. **B.** 3. **C.** 3,5. **D.** 2,8.

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $2(x^2+2x)^2-(4m-3)(x^2+2x)+1-2m=0$ có đúng 3 nghiệm $\in[-3;0]$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 20. Cho phương trình: $(x^2-2x+3)^2+2(3-m)(x^2-2x+3)+m^2-6m=0$. Tìm m để phương trình có nghiệm:

A. $\forall m$. **B.** $m\leq 4$. **C.** $m\leq -2$. **D.** $m\geq 2$.

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\dfrac{x^2}{x-1}\right)^2+\dfrac{2x^2}{x-1}+a=0$ có đúng 4 nghiệm.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Câu 22. Định m để phương trình: $\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1=0$ có nghiệm:

A. $-\dfrac{3}{4}\leq m\leq\dfrac{3}{4}$. **B.** $m\geq\dfrac{3}{4}$.

C. $m\leq-\dfrac{3}{4}$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3}{4};+\infty\right)$.

Câu 23. Định k để phương trình: $x^2+\dfrac{4}{x^2}-4\left(x-\dfrac{2}{x}\right)+k-1=0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

A. $k<-8$. **B.** $-8<k<1$. **C.** $0<k<1$. **D.** $-8\le k\le 1$.

Câu 24. Tìm m để phương trình: $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3<m<4$. **B.** $m=2+\sqrt{3}, m>4$.

C. $2+\sqrt{3}<m<4$. **D.** $m<2-\sqrt{3}, m>2+\sqrt{3}$.

Câu 25. Nghiệm dương lớn nhất của phương trình: $\frac{x^2+x-5}{x}+\frac{3x}{x^2+x-5}+4=0$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2. **B.** 2,5. **C.** 1. **D.** 1,5.

Câu 26. Cho phương trình: $\left(x^2-2x+3\right)^2+2(3-m)\left(x^2-2x+3\right)+m^2-6m=0$ Tìm m để phương trình có nghiệm:

A. Với mọi m **B.** $m\le 4$ **C.** $m\le -2$ **D.** $m\ge 2$

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2-\frac{2x^2}{x-1}+a=0$ có đúng 4 nghiệm.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 28. Định m để phương trình: $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\frac{1}{x}\right)+1=0$ có nghiệm:

A. $-\frac{3}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **B.** $m\ge\frac{3}{4}$. **C.** $m\le-\frac{3}{4}$. **D.** $m\le-\frac{3}{4}\vee m\ge\frac{3}{4}$.

Câu 29. Tìm m để phương trình: $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3<m<4$. **B.** $m<2-\sqrt{3}\vee m>2+\sqrt{3}$.

C. $2+\sqrt{3}<m<4$. **D.** $m=2+\sqrt{3}\vee m>4$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình: $x^4-2(m-1)x^2+4m-8=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m>2$ và $m\ne 3$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$ và $m\ne 3$. **D.** $m>3$.

Câu 31 Tìm tất cả các giá trị **nguyên** thuộc $[-2019;2019]$ của tham số m để phương trình $x^4-2mx^3+x^2-2mx+1=0$ có nghiệm.

A. 2019. **B.** 3039. **C.** 4038. **D.** 4041.

Câu 32. Số giá trị nguyên **không** dương của tham số m để phương trình $x^4-4x^2-6-m^3=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 2018.

Câu 33. Số các giá trị nguyên âm của m để phương trình $x^4+2x^3+3x^2+2x-m=0$ có nghiệm là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2018. **D.** 2019.

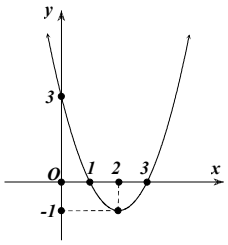
Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương: $x^4+2x^3+(m-1)x^2+2x+1=0$ (1)

A. $m\le -5$. **B.** $m\le 5$. **C.** $m\le -4$. **D.** $m\le 4$.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left(x^2-4x\right)^2-3(x-2)^2+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 30. **B.** vô số. **C.** 28. **D.** 0.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f\left(|x|\right)-1=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. $m=3.$ **B.** $-2<m<3.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m>3..$

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0\ \ (1)$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in\left(4;+\infty\right)\cup\left\{2+\sqrt{3}\right\}.$ **B.** $m\in\left(-\infty;2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};+\infty\right).$

C. $m\in\left(3;4\right).$ **D.** $m\in\mathbb{R}.$

Câu 38. Biết phương trình $x^4-3mx^2+m^2+1=0$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1,x_2,x_3,x_4.$ Tính $M=x_1+x_2+x_3+x_4+x_1.x_2.x_3.x_4$ được kết quả là:

A. $M=m^2+1.$ **B.** $M=-3m.$ **C.** $M=3m.$ **D.** $M=-m^2-1.$

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3)=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. $0.$ **B.** $2.$ **C.** $3.$ **D.** $1.$

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 4 PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT - BẬC HAI

DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối (GTTĐ) ta tìm cách để khử dấu GTTĐ, bằng cách.

• Dùng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ.

1. Định nghĩa

$$|A|=\begin{cases}A & \text{khi } A\ge 0\\ -A & \text{khi } A<0\end{cases}$$

2. Tính chất

- $|A|\ge 0;\ \forall A$
- $|A|.|B|=|A.B|;\ |A|^2=A^2.$
- $|A+B|=|A|+|B|\Leftrightarrow A.B\ge 0.$
- $|A-B|=|A|+|B|\Leftrightarrow A.B\le 0.$
- $|A+B|=||A|-|B||\Leftrightarrow A.B\le 0.$
- $|A-B|=||A|-|B||\Leftrightarrow A.B\ge 0.$

• Bình phương hai vế.

• Đặt ẩn phụ.

Nguyễn Bảo Vương

Một số dạng thường gặp:

- Dạng 1. $|f(x)|=g(x)\overset{Cách\ 1}{\Leftrightarrow}\begin{bmatrix}\begin{cases}f(x)\ge 0\\ f(x)=g(x)\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)=0\\ -f(x)=g(x)\end{cases}\end{bmatrix}\overset{Cách\ 2}{\Leftrightarrow}\begin{cases}g(x)\ge 0\\ \begin{bmatrix}f(x)=g(x)\\ f(x)=-g(x)\end{bmatrix}\end{cases}$
- Dạng 2. $|f(x)|=|g(x)|\overset{Cách\ 1}{\Leftrightarrow}\left[\left(f(x)\right)\right]^2=\left[\left(g(x)\right)\right]^2\overset{Cách\ 2}{\Leftrightarrow}\begin{bmatrix}f(x)=g(x)\\ f(x)=-g(x)\end{bmatrix}.$
- Dạng 3. $a|f(x)|+b|g(x)|=h(x)$.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $(x-3)^2+2|x-3|-8=0$. *b)* $|x^2+5x+4|=x+4.$

Lời giải

a) Đặt $t=|x-3|(t\ge 0)$.

Khi đó phương trình trở thành: $t^2+2t-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2(tm) \\ t=-4(l) \end{array}\right.$.

Với $t=2$ ta được $t=2 \Rightarrow |x-3|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=2 \\ x-3=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=1; x=5$.

b) Ta có:

$$|x^2+5x+4|=x+4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ \left(x^2+5x+4\right)^2=(x+4)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \left(x^2+5x+4\right)^2-(x+4)^2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \left(x^2+6x+8\right)\left(x^2+5x\right)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -4 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+6x+8=0 \\ x^2+5x=0 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm là: $x=0; x=-2; x=-4$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

$a) |2x-1|=|x^2-3x-4|$. $b)$ $|3x-2|=|3-2x|$.

$c) |x^2-4x-5|=4x-17$. $d) |2x-5|+|2x^2-7x+5|=0$.

Lời giải

a) Ta có:

$$|2x-1|=|x^2-3x-4| \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=x^2-3x-4 \\ 2x+1=-\left(x^2-3x-4\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-5x-5=0 \\ x^2-x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5 \pm \sqrt{45}}{2} \\ x=\dfrac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

b)Ta có:

$|3x-2|=|3-2x| \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x \ge 0 \\ |3x-2|^2=(3-2x)^2 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{3}{2} \\ 9x^2-12x+4=4x^2-12x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{3}{2} \\ 5x^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow x=\pm 1$.

c) Ta có:

$|x^2-4x-5|=4x-17 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-17 \ge 0 \\ |x^2-4x-5|^2=(4x-17)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{17}{4} \\ (x^2-4x-5)^2=(4x-17)^2 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{17}{4} \\ (x^2-8x+12)(x^2-22)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x^2-8x+12=0 \\ x^2-22=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{17}{4} \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \vee x=6 \\ x=\pm\sqrt{22} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=\sqrt{22} \end{array}\right.$.

d)Ta có:

$|2x-5| \ge 0$ và $|2x^2-7x+5| \ge 0$. Suy ra: $|2x-5|+|2x^2-7x+5| \ge 0$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |2x-5|=0 \\ |2x^2-7x+5|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5=0 \\ 2x^2-7x+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2} \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{5}{2}$.

Câu 3. Giải các phương trình sau

a) $(x+1)^2-3|x+1|+2=0$. *b)* $4x(x-1)=|2x-1|+1$.

Lời giải

Đặt $t=|x+1|, t \ge 0$. Phương trình trở thành $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=1 \end{array}\right.$.

Với $t=1$ ta có: $|x+1|=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Với $t=2$ ta có $|x+1|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=2 \\ x+1=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm là: $x=-3, x=-2, x=0, x=1$.

b) Phương trình tương đương với: $4x^2-4x-|2x-1|-1=0$.

Đặt $t=|2x-1|, t \ge 0$ suy ra $t^2=4x^2-4x+1 \leftrightarrow\Leftrightarrow 4x^2-4x=t^2-1$.

Phương trình trở thành: $t^2-1-t-1=0\Leftrightarrow t^2-t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1(l)\\t=2(tm)\end{array}\right.$.

Với $t=2$ ta có: $|2x-1|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=2\\2x-1=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=-\dfrac{1}{2};x=\dfrac{3}{2}$.

Câu 4. Giải các phương trình sau

$a)|mx+2m|=|mx+x+1|$. $b)|mx+2x-1|=|x-1|$.

Lời giải

a)

Ta có:

$|mx+2m|=|mx+x+1|\ (*)$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx+2m=mx+x+1\\mx+2m=-(mx+x+1)\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=2m-1 & (1)\\(2m+1)x=-2m-1 & (2)\end{array}\right.$.

Với $2m+1=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$ phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên phương trình $(*)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $2m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq-\dfrac{1}{2}$ phương trình (2) có nghiệm duy nhất $x=-1$. Khi đó $2m-1=-1\Leftrightarrow m=0$.

Do đó nếu $m=0$ thì $(*)$ có 1 nghiệm $x=-1$.

Nếu $m\neq-\dfrac{1}{2}$ và $m\neq 0$ thì $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x=-1;x=2m-1$.

Kết luận:

Với $m=-\dfrac{1}{2}$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Với $m=0$ thì phương trình có 1 nghiệm $x=-1$.

Với $m\neq 0$, $m\neq-\dfrac{1}{2}$ thì phương trình có 2 nghiệm $x=-1;x=2m-1$.

b) Ta có:

$|mx+2x-1|=|x-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx+2x-1=x-1\\mx+2x-1=-(x-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m+1)x=0\\(m+3)x=2\end{array}\right.$.

• Với phương trình (1), ta có

$m=-1$ thì phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$m\neq-1$ thì phương trình (1) có nghiệm $x=0$.

• Với phương trình (2), ta có

$m=-3$ thì phương trình (2) vô nghiệm.

$m \neq -3$ thì phương trình (2) có nghiệm $x = \dfrac{2}{m+3} \neq 0$.

• Kết luận

Với $m = -1$ thì phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = -3$ thì phương trình có nghiệm $x = 0$.

Với $m \neq -1$ và $m \neq -3$ thì phương trình có nghiệm 2 nghiệm phân biệt $x = 0$, $x = \dfrac{2}{m+3} \neq 0$.

Câu 5. Tìm m để phương trình $\left|x^2 + x\right| = \left|mx^2 - (m+1)x - 2m - 1\right|$ có ba nghiệm phân biệt

Lời giải

Ta có:

$\left|x^2 + x\right| = \left|mx^2 - (m+1)x - 2m - 1\right| (*)$.

$\Leftrightarrow \left|x(x+1)\right| = \left|(x+1)(mx - 2m - 1)\right|$

$\Leftrightarrow \left|x+1\right|\left[\left|x\right| - \left|mx - 2m - 1\right|\right] = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ \left|x\right| = \left|mx - 2m - 1\right| \end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ mx - 2m - 1 = x \\ mx - 2m - 1 = -x \end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ (m-1)x = 1 + 2m \\ (m+1)x = 1 + 2m \end{array}\right.$.

Nếu $m = 1$ thì phương trình (1) vô nghiệm khi đó phương trình $(*)$ không thể có ba nghiệm phân biệt.

Nếu $m = -1$ thì phương trình (2) vô nghiệm khi đó phương trình $(*)$ không thể có ba nghiệm phân biệt.

Nếu $m \neq \pm 1$ thì $(1) \Leftrightarrow x = \dfrac{1+2m}{m-1}$ và $(2) \Leftrightarrow x = \dfrac{1+2m}{m+1}$.

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1+2m}{m-1} \neq -1 \\ \dfrac{1+2m}{m+1} \neq -1 \\ \dfrac{1+2m}{m-1} \neq \dfrac{1+2m}{m+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m \neq 0 \\ m \neq -\dfrac{2}{3} \\ m \neq -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy với $m \notin \left\{-1; -\dfrac{1}{2}; -\dfrac{2}{3}; 0; 1\right\}$ thì phương trình có ba nghiệm phân biệt.

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Phương trình $\left|x - 1\right| = 2$ có nghiệm là:

A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 3; x = -1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|x-1|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=2 \\ x-1=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=3; x=-1$.

Câu 2. Cho phương trình $|3x-1|=2x-5\ (1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Phương trình (1) vô nghiệm.

B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm.

C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.

D. Phương trình (1) có vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Với $x \geq \frac{1}{3}$: $(1) \Leftrightarrow 3x-1=2x-5 \Leftrightarrow x=-4$ (loại).

Với $x < \frac{1}{3}$: $(1) \Leftrightarrow 1-3x=2x-5 \Leftrightarrow x=\frac{6}{5}$ (loại).

Vậy phương trình (1) vô nghiệm.

Câu 3. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x|=-x$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

$\forall x<0$ luôn thỏa mãn phương trình.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 4. Giả sử x_0 là một nghiệm lớn nhất của phương trình $|3x-4|=6$. Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

A. $x_0 \in (-1;0)$. **B.** $x_0 \in (0;2)$. **C.** $x_0 \in (4;6)$. **D.** $x_0 \in (3;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$|3x-4|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-4=6 \\ 3x-4=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{10}{3} \\ x=-\frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Suy ra $x_0=\frac{10}{3}$.

Câu 5. Phương trình $|2x-4|+|x-1|=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Bảng khử giá trị tuyệt đối

x		1		2	
$x-1$	-	0	+		+
$2x-4$	-		-	0	+

Trường hợp 1: $x \le 1$ $(1) \Leftrightarrow -(2x-4)-(x-1)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}>1$ loại.

Trường hợp 2: $1<x\le 2$ $(1) \Leftrightarrow -(2x-4)+(x-1)=0 \Leftrightarrow x=3 \notin (1;2]$ loại.

Trường hợp 3: $x>2$ $(1) \Leftrightarrow (2x-4)+(x-1)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}<2$ loại.

Câu 6. Phương trình $|x+1|=2x+1$ có tập nghiệm là

A. $S=\{0\}$. **B.** $S=\left\{0;-\dfrac{2}{3}\right\}$. **C.** $S=\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

$$|x+1|=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x+1=2x+1 \\ x+1=-2x-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

Câu 7. Phương trình $|3-x|=|2x-5|$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính x_1+x_2

A. $-\dfrac{14}{3}$. **B.** $-\dfrac{28}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $|3-x|=|2x-5| \Leftrightarrow (3-x)^2=(2x-5)^2 \Leftrightarrow (x-2)(-3x+8)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=\dfrac{8}{3} \end{array}\right. \Rightarrow x_1+x_2=\frac{14}{3}.$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|5x+4|=x+4$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: $5x+4=x+4 \Leftrightarrow x=0$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $5x+4=-(x+4) \Leftrightarrow 6x+8=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{3}$ (Thỏa mãn)

Vậy phương trình có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

Câu 9. Tập nghiệm của phương trình $|x-2|=2x-1$ là:

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{-1;1\}$. **D.** $S=\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|x-2|=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-2=2x-1 \\ x-2=-2x+1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Câu 10. Gọi a,b là hai nghiệm của phương trình $|3x-2|=|x-4|$ sao cho $a<b$. Tính $M=3a+2b$.

A. $M=5$. **B.** $M=0$. **C.** $M=-5$. **D.** $M=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$|3x-2|=|x-4| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-2=x-4 \\ 3x-2=-(x-4) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$

Vậy $a=-1,\ b=\dfrac{3}{2}$. Do đó $M=3a+2b=0$

Câu 11. Phương trình $|3x-2|=x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$|3x-2|=x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-2=x\left(x\ge \dfrac{2}{3}\right) \\ 2-3x=x\left(x<\dfrac{2}{3}\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 1.

Câu 12. Số nghiệm của phương trình $|x^2-1|=x-2$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$$|x^2-1|=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\ge 0 \\ (x^2-1)^2=(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ (x^2-x+1)(x^2+x-3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2+x-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\sqrt{13}-1}{2} \\ x=\dfrac{-\sqrt{13}-1}{2} \end{array}\right. \end{cases}$$ Vô nghiệm.

(Giải thích: Phương trình $x^2-x+1=0$ vô nghiệm).

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình sau $|x-2|=3x^2-x-2$ là:

A. 0. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$|x-2|=3x^2-x-2$.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-2\ge 0\\ x-2=3x^2-x-2\end{cases}\\ \begin{cases}x-2\le 0\\ -x+2=3x^2-x-2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 2\\ 3x^2-2x=0\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 2\\ 3x^2-4=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 0.

Câu 14. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|2x^2-3x-2|=|x+2|$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$|2x^2-3x-2|=|x+2|\Leftrightarrow(2x^2-3x-2)^2=(x+2)^2$

$\Leftrightarrow 4x^4+9x^2+4-12x^3-8x^2+12x=x^2+4x+4$

$\Leftrightarrow 4x^4-12x^3+8x=0\Leftrightarrow x(4x^3-12x^2+8)=0$

$\Leftrightarrow 4x(x-1)(x^2-2x-2)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1-\sqrt{3}\\ x=1+\sqrt{3}\\ x=1\end{array}\right.$$

$\Rightarrow S=0+(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})+1=3$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 15. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|x^2-2x-1|=|x^2-2|$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|x^2-2x-1|=|x^2-2|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2x-1=x^2-2\\ x^2-2x-1=-x^2+2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=\frac{1}{2} & (*)\\ 2x^2-2x-3=0 & (**)\end{array}\right.$

Phương trình $(**)$ có tổng hai nghiệm là 1, phương trình $(*)$ có nghiệm là $x=\frac{1}{2}$ nên tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{3}{2}$.

Câu 16. Phương trình $|x^2+2x-8|=x-2$ có số nghiệm là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left|x^2+2x-8\right|=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2\ge 0 \\ \left(x^2+2x-8\right)=\pm\left(x-2\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x^2+2x-8=x-2 \\ x^2+2x-8=-x+2 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2+x-6=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2+3x-10=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 2 \\ x=2,\ x=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} x\ge 2 \\ x=2,\ x=-5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=2.$

Câu 17. Phương trình $\left|x-1\right|=2x-5$ có tập hợp nghiệm là

A. $\left\{2\right\}$. **B.** $\left\{4\right\}$. **C.** $\left\{2;4\right\}$. **D.** $\left\{-2;4\right\}$.

Lời giải

Chọn **B**

Sử dụng máy tính. Nhập vào máy $\left|X-1\right|-2x+5$ rồi **Calc** từng đáp án. Cuối cùng ta chọn **B.**

Cách 2: Giải phương trình

$\left|x-1\right|=2x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-1=2x-5 \\ x-1=-2x+5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=4$

Câu 18. Điều kiện để phương trình $\left|5-x\right|=x+4$ có nghiệm là

A. $x\ge 5$. **B.** $x\le 5$. **C.** $x\le -4$. **D.** $x\ge -4$.

Lời giải

Chọn **D**

$x+4\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -4$.

Câu 19. Phương trình $\left|x^2-3x-2\right|=x+3$ có bao nhiêu nghiệm là số thực dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn **C**

Cách 1: $\left|x^2-3x-2\right|=x+3 \Leftrightarrow \left|x^2-3x-2\right|-x-3=0$. Sử dụng máy tính, bấm ***mode 7***, sử dụng chức năng ***Table*** trong máy tính nhập hàm $f(X)=\left|X^2-3X-2\right|-X-3$, cho ***Start*** là 0, ***End*** là 5, bước nhảy ***Step*** là (5-0):25 (nếu không tăng bộ nhớ máy tính được thì ta chọn ***Step*** là 5:19), kiểm tra tiếp với ***Start*** là 5, ***End*** là 10, bước nhảy ***Step*** là (10-5):25. Ta thấy đáp án C thỏa mãn (lần 1: đổi dấu 2 lần; lần 2 không thấy giá trị ***f(X)*** đổi dấu nữa),

Cách 2: phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x-3\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-3x-2=x+3 \\ x^2-3x-2=-x-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-4x-5=0 \\ x^2-2x+1=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1. \\ x=5 \end{array}\right.$

Câu 20. Phương trình $3\left|-x+5\right|=5x+10-2\left|x-5\right|$ tương đương với phương trình nào?

A. $5\left|-x+5\right|=x+2$. **B.** $\left|x-5\right|=x+2$.

C. $(-x+5)^2=(5x+10)^2$. **D.** $5(x-5)^2=(x+2)^2$.

Lời giải

Chọn **B**

Chú ý: $|-x+5|=|x-5|$. Nên phương trình đã cho trở thành $3|x-5|=5x+10-2|x-5|$

$\Leftrightarrow 5|x-5|=5x+10 \Leftrightarrow |x-5|=x+2.$

Câu 21. Cho phương trình $|7x-2|=8x-3$. Chọn đáp án đúng.

A. $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}7x-2\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}7x-2=8x-3\\ 7x-2=-8x+3\end{array}\right.\end{cases}$ **B.** $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}8x-3\ge 0\\ 7x-2=8x-3\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}8x-3\ge 0\\ -7x+2=8x-3\end{array}\right.\end{cases}$

C. $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}8x-3\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}7x-2=8x-3\\ 7x-2=-8x+3\end{array}\right.\end{cases}$ **D.** $|7x-2|=8x-3\Leftrightarrow\begin{cases}7x-2\ge 0\\ 7x-2=8x-3\end{cases}$

Lời giải

Chọn **C**

Ta có $|f(x)|=g(x)\overset{C1}{\Leftrightarrow}\begin{cases}g(x)\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}f(x)=g(x)\\ f(x)=-g(x)\end{array}\right.\end{cases}\overset{C2}{\Leftrightarrow}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)\ge 0\\ f(x)=g(x)\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)\le 0\\ -f(x)=g(x)\end{cases}\end{array}\right.$. Đối chiếu công thức, ta chọn **C.**

Câu 22. Phương trình $|f(x)|=|g(x)|$ tương đương với phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $f(x)=g(x)$. **B.** $|f(x)|^2=|g(x)|^2$. **C.** $f(x)=-g(x)$ **D.** $|f(x)|^2+|g(x)|^2=0$

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Giá trị $x=1$ là nghiệm phương trình nào trong các phương trình sau?

A. $|2x-1|=|x-3|$ **B.** $|2x+1|=|x+2|$ **C.** $|x-1|=|x-3|$ **D.** $|2x+1|=|x+3|$

Lời giải

Chọn B

Thế trực tiếp giá trị $x=1$ vào từng phương trình, ta thấy $x=1$ là nghiệm phương trình $|2x+1|=|x+2|$.

Câu 24. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x-1|=|-5x-2|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$|2x-1|=|-5x-2|\Leftrightarrow(2x-1)^2=(-5x-2)^2\Leftrightarrow 21x^2+24x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=-\dfrac{1}{7}\end{array}\right.$

Phương trình có 2 nghiệm.

Câu 25. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x+1|=|x-2|$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$|2x+1|=|x-2| \Leftrightarrow (2x+1)^2=(x-2)^2 \Leftrightarrow 3x^2+8x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$$

Câu 26. Tìm số nghiệm của phương trình $|2x+1|=|x^2-3x-4|$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$|2x+1|=|x^2-3x-4| \Leftrightarrow |2x+1|^2=|x^2-3x-4|^2 \Leftrightarrow |2x+1|^2-|x^2-3x-4|^2=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-5x-5)(x^2-x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5\pm\sqrt{45}}{2} \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Câu 27. Phương trình $|x^2+3x-10|=11-x$ có bao nhiêu nghiệm

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đk: $x \le 11$

$$\text{pt} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-10=11-x \\ x^2+3x-10=-11+x \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \quad (N) \\ x=-7 \quad (N) \\ x=-1 \ (N) \end{array}\right.$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 28. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $|3x-2|=x^2-3x+3$ là

A. 27. **B.** 28. **C.** 1. **D.** 26.

Lời giải

Chọn **D**

$$|3x-2|=x^2-3x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3x-2 \ge 0 \\ 3x-2=x^2-3x+3 \end{cases} \\ \begin{cases} 3x-2<0 \\ -3x+2=x^2-3x+3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge \dfrac{2}{3} \\ x^2-6x+5=0 \end{cases} \\ \begin{cases} x<\dfrac{2}{3} \\ x^2+1=0 \ \ (vn) \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$$

Phương trình có 2 nghiệm $x=1; x=5$ suy ra $1^2+5^2=26$

Câu 29. Phương trình $|2(m^2-1)x+5|=3$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\pm 1$. **D.** $-1<m<1$.

Lời giải

Chọn **C**

$$\left|2\left(m^2-1\right)x+5\right|=3\Leftrightarrow 2\left(m^2-1\right)x+5=\pm 3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\left(m^2-1\right)x=-8\\2\left(m^2-1\right)x=-2\end{array}\right.$$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 30. Tìm số nghiệm của các phương trình sau $\left(2x-1\right)^2-3\left|2x-1\right|-4=0$

A. 1 nghiệm. **B.** 2 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

Lời giải

Chọn **D**

Đặt $t=\left|2x-1\right|, t\geq 0$.

Phương trình trở thành $t^2-3t-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1(l)\\t=4\end{array}\right.$

Với $t=4$ ta có $\left|2x-1\right|=4\Leftrightarrow 2x-1=\pm 4\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$ hoặc $x=-\dfrac{3}{2}$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=-\dfrac{3}{2}$ và $x=\dfrac{5}{2}$

Câu 31. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $\left|A\right|=A$ khi $A\leq 0$. **B.** $\left|A\right|>0;\forall A.$

C. $\left|-A\right|=A$ khi $A<0$ **D.** $\left|A\right|+\left|B\right|\geq 0;\forall A,B.$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn D.

Vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm.

Câu 32. Phương trình $\left|mx+n\right|=\left|ax+b\right|$ tương đương với phương trình nào dưới đây:

A. $mx+n=ax+b$. **B.** $mx+n=-\left(ax+b\right)$.

C. $\left[\begin{array}{l}mx+n=ax+b\\mx+n=-\left(ax+b\right)\end{array}\right.$. **D.** $\sqrt{mx+n}=\sqrt{ax+b}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\left|f(x)\right|=\left|g(x)\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=g(x)\\f(x)=-g(x)\end{array}\right.$$

Câu 33. Tập hợp nào dưới đây là tập nghiệm của phương trình $\left|x-1\right|=2x$?

A. $\left\{-1;\dfrac{1}{3}\right\}$. **B.** $\left\{-1\right\}$. **C.** $\left\{1;\dfrac{1}{3}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$|x-1|=2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-1=2x \\ x-1=-2x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}.$$

Câu 34. Tập hợp nào dưới đây là tập nghiệm của phương trình $|2x-1|=|4-x|$?

A. $\left\{-3;\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{5}{3};3\right\}$. **C.** $\left\{\frac{5}{3};3\right\}$. **D.** $\left\{-3;\frac{5}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn D.

$$|2x-1|=|4-x| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=4-x \\ 2x-1=x-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{3} \\ x=-3 \end{array}\right.$$

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $|x-7|-3x+5=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

$$|x-7|-3x+5=0 \Leftrightarrow |x-7|=3x-5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x-7=3x-5 \\ x-7=5-3x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{5}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=3$$

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $|3x-4|-|-x|=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

$$|3x-4|-|-x|=0 \Leftrightarrow |3x-4|=|-x| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x-4=-x \\ 3x-4=x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $|3x-7|-|x+5|=x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

+ Với $x \le -5$ thì phương trình trở thành: $7-3x+x+5=x \Leftrightarrow 3x=12 \Leftrightarrow x=4$ (loại)

+ Với $-5<x\le\frac{7}{3}$ thì phương trình trở thành: $7-3x-x-5=x \Leftrightarrow 5x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{5}$ (nhận)

+ Với $x>\frac{7}{3}$ thì phương trình trở thành: $3x-7-x-5=x \Leftrightarrow x=12$ (nhận).

Câu 38. Phương trình $|5-x|-5=-x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. Vô số nghiệm **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

$|5-x|-5=-x \Leftrightarrow |5-x|=5-x \Leftrightarrow 5-x\ge 0 \Leftrightarrow x\le 5$.

Câu 39. Với giá trị nào của a thì phương trình $3|x|+2ax=-1$ có nghiệm duy nhất?

A. $a>\dfrac{3}{2}$. **B.** $a<\dfrac{-3}{2}$. **C.** $\begin{cases} a\ne \dfrac{3}{2} \\ a\ne \dfrac{-3}{2} \end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a<\dfrac{-3}{2} \\ a>\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C.

$3|x|+2ax=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+2ax=-1 \\ -3x+2ax=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (3+2a)x=-1 \\ (-3+2a)x=-1 \end{array}\right.$

Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $\begin{cases} 3+2a\ne 0 \\ -3+2a\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ne -\dfrac{3}{2} \\ a\ne \dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 40. Tập nghiệm của phương trình $|x^2-4x+3|=x^2-4x+3$ là:

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[1;3]$. **C.** $(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn C.

$|x^2-4x+3|=x^2-4x+3 \Leftrightarrow x^2-4x+3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 3 \end{array}\right.$.

Câu 41. Tập nghiệm của phương trình $|x-3|=3-x$ là:

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $\{0;1;2;3\}$. **D.** $\mathbb{N}$.

Lời giải

Chọn B.

$|x-3|=3-x \Leftrightarrow\Leftrightarrow x-3\le 0 \Leftrightarrow x\le 3$.

Câu 42. Gọi tập nghiệm của phương trình $|4x+5|=-|4x-5|$ là S. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $(-\infty;1)\subset S$. **B.** $S=\varnothing$. **C.** $S=\{\varnothing\}$. **D.** $S=\mathbb{N}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì giá trị tuyệt đối của mọi số đều không âm nên $|4x+5|=-|4x-5| \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+5=0 \\ 4x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{5}{4} \\ x=\dfrac{5}{4} \end{cases}$

Suy ra vô nghiệm.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 43. Phương trình $\left|\left(m^2-4\right)x+2\right|=2018$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2-4=0\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 44. Tập nghiệm của phương trình $|2x-1|=|x-3|+|2-x|$ là:

A. $\left\{-1;\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left\{1;\frac{-3}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn B.

+ Với $x\le\frac{1}{2}$ thì phương trình trở thành: $1-2x=3-x+2-x\Leftrightarrow 0x=4\Rightarrow$ vô nghiệm

+ Với $\frac{1}{2}<x\le 2$ thì phương trình trở thành: $2x-1=3-x+2-x\Leftrightarrow 4x=6\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$(nhận)

+ Với $2<x\le 3$ thì phương trình trở thành: $2x-1=3-x+x-2\Leftrightarrow 2x=2\Leftrightarrow x=1$(loại)

+ Với $x>3$ thì phương trình trở thành: $2x-1=x-3+x-2\Leftrightarrow 0x=-4\Rightarrow$ vô nghiệm.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|2x-5m|=2x-3m$ có nghiệm.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in[0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m\in(-\infty;+\infty)$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn B

$|2x-5m|=2x-3m$ (1)

Điều kiện để phương trình đã cho có nghiệm là $2x-3m\ge 0$ (2)

Với điều kiện (2), ta có:

$$(1)\Rightarrow\left[\begin{array}{ll}2x-5m=2x-3m & (3)\\ 2x-5m=-2x+3m & (4)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2m=0 & (3)\\ x=2m & (4)\end{array}\right.$$

Phương trình (3) có nghiệm $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m=0$. Kết hợp điều kiện (2), suy ra $2x-3.0\ge 0\Leftrightarrow x\ge 0$.

Nghiệm của phương trình (4) là nghiệm của phương trình (1) $\Leftrightarrow 2x-3m\ge 0\Leftrightarrow 2.2m-3m\ge 0$

$\Leftrightarrow m\ge 0$.

Vậy phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $m\in[0;+\infty)$.

Câu 46. Cho phương trình $\left|m^2x-6\right|=|4x-3m|$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Khi $m=2$, phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

B. Khi $m=-2$, phương trình đã cho vô nghiệm.

C. Khi $m\ne\pm 2$, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

D. Khi $m=-2$, phương trình có nghiệm duy nhất.

Lời giải

Chọn B

Cách 1.

$$|m^2x-6|=|4x-3m| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2x-6=4x-3m \\ m^2x-6=3m-4x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} (m^2-4)x=3(2-m) & (1) \\ (m^2+4)x=3(m+2) & (2) \end{array}\right.$$

Tập nghiệm của phương trình đã cho là hợp của hai tập nghiệm các phương trình $(1),(2)$.

Vì phương trình (2) luôn có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{3(m+2)}{m^2+4}$ với mọi giá trị của tham số m nên phương trình đã cho cũng luôn có nghiệm với mọi giá trị của tham số m. Do đó phương án **B sai.**

Cách 2. (Trắc nghiệm)

Trong bốn phương án nên trên ta thấy có phương án B và D có kết luận trái ngược nhau, nên phương án sai phải nằm một trong hai phương án này. Thay $m=-2$ vào phương trình ta được

$$|4x-6|=|4x+6| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x-6=4x+6 \\ 4x-6=-4x-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0.$$

Do đó với $m=-2$ phương trình có nghiệm nên phương án sai là **B.**

Câu 47. Điều kiện cần và đủ để phương trình $|x+1|+|x-2|-|x-3|=m$ (với m là tham số thực) có hai nghiệm phân biệt là:

A. $m>2$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m>-2$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x)=|x+1|+|x-2|-|x-3|=\begin{cases} -x-1-x+2+x-3 & ,x\le -1 \\ x+1-x+2+x-3 & ,-1<x\le 2 \\ x+1+x-2+x-3 & ,2<x\le 3 \\ x+1+x-2-x+3 & ,x>3 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} -x-2 & ,x\le -1 \\ x & ,-1<x\le 2 \\ 3x-4 & ,2<x\le 3 \\ x+2 & ,x>3 \end{cases}$$

Số nghiệm phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=m$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$y=f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ -1		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m>-1$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^2-6|x|+5\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

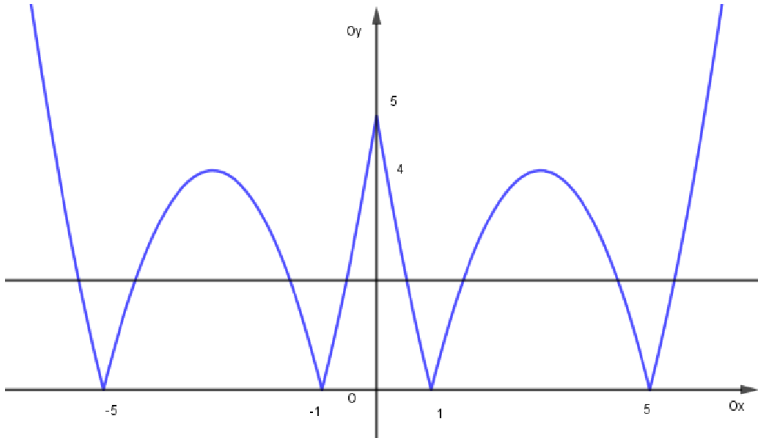
Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=\left|x^2-6|x|+5\right|$.

Đồ thị hàm số $y=x^2-6|x|+5$ là hàm số chẵn nên nhận trục Oy là trục đối xứng. Bao gồm đồ thị hàm số $y=x^2-6x+5$ ở phía bên phải trục Oy và phần lấy đối xứng của nó qua trục Oy.

Đồ thị hàm số $y=\left|x^2-6|x|+5\right|$ bao gồm đồ thị hàm số $y=x^2-6|x|+5$ ở phía bên trên trục Ox và lấy đối xứng phần bên dưới trục Ox qua trục Ox như hình vẽ bên dưới.



Để phương trình $\left|x^2-6|x|+5\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=\left|x^2-6|x|+5\right|$ cắt nhau tại 8 điểm $0<m<4$. Mà $m\in Z$ nên $m\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^2-6|x|+5\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 49. Số giá trị nguyên của m để phương trình $\left|x^2-4\right|=m+1$ có bốn nghiệm phân biệt là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left|x^2-4\right|=m+1\,(*)\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge-1\\ \left[\begin{array}{l}x^2-4=m+1\\ x^2-4=-m-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge-1\\ \left[\begin{array}{l}x^2-m-5=0\,(1)\\ x^2+m-3=0\,(2)\end{array}\right.\end{cases}$

Để phương trình (*) có bốn nghiệm phân biệt thì các phương trình (1);(2) đều có hai nghiệm phân biệt và các nghiệm của phương trình (1) đều không là nghiệm của phương trình (2) và ngược lại.

Khi đó m phải thỏa mãn các điều kiện sau: $\begin{cases}m\ge-1\\ m+5>0\\ -m+3>0\\ x^2-m-5\ne x^2+m-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge-1\\ m>-5\\ m<3\\ m\ne-1\end{cases}\Leftrightarrow-1<m<3.$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Phương trình $x^2-4|x|+3-m=0(*)$ có bốn nghiệm phân biệt khi.

A. $-1<m\le3$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $-1\le m\le3$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>3\\ m<-1\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $|x|=t(t\ge0)$. Khi đó phương trình trình $(*)$ trở thành $t^2-4t+3-m=0(1)$.

Để $(*)$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 > 0 \\ t_1.t_2 = 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m > 0 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3 .$$

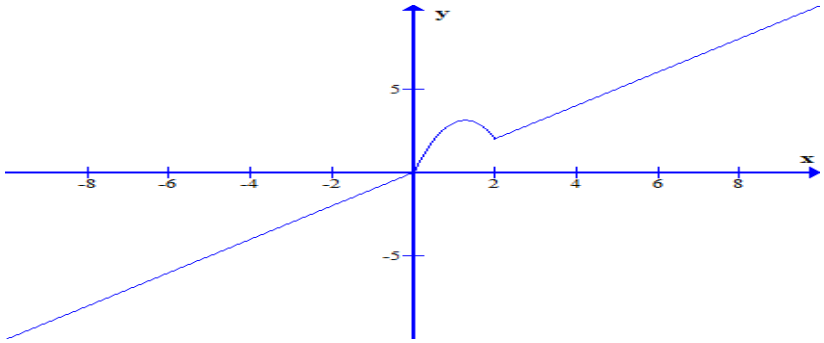
Câu 51. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|x^2 - 2x\right| + 3x - x^2 = m$ có nghiệm

A. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.**B.** $m \in [0; +\infty)$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \in [0; 2]$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y = \left|x^2 - 2x\right| + 3x - x^2 = \begin{cases} x & \text{khi } \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le 0 \end{array}\right. \\ -2x^2 + 5x & \text{khi } 0 < x < 2 \end{cases}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Dựa vào đồ thị ta có đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị với $\forall m \in \mathbb{R}$

Vậy phương trìn $\left|x^2 - 2x\right| + 3x - x^2 = m$ có nghiệm với $\forall m \in \mathbb{R}$

Câu 52. Hàm số $y = x^2 + 4x - 1$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|-x^2 - 4x + 1\right| = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3 . **B.** Vô số. **C.** 4 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn C

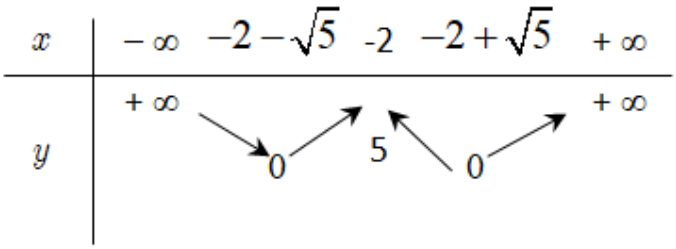
Ta có $\left|-x^2 - 4x + 1\right| = m \Leftrightarrow \left|x^2 + 4x - 1\right| = m$ (1).

Khi đó số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = \left|-x^2 - 4x + 1\right|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên của $y = x^2 + 4x - 1$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm

$$f(x) = \left|x^2 + 4x - 1\right| = \begin{cases} x^2 + 4x - 1 \text{khi } x \in \left(-\infty; -2 - \sqrt{5}\right] \cup \left[-2 + \sqrt{5}; +\infty\right) \\ -\left(x^2 + 4x - 1\right) \text{khi } x \in \left(-2 - \sqrt{5}; -2 + \sqrt{5}\right) \end{cases}.$$

Do đó, ta có bảng biết thiên như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 5$ nên có 4 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 53. Cho phương trình $|x^2 - x - 6| = x^2 + 2x$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $x_1 x_2$.

A. $x_1 x_2 = \frac{3}{2}$. **B.** $x_1 x_2 = 2$. **C.** $x_1 x_2 = -\frac{1}{2}$. **D.** $x_1 x_2 = -3$.

Lời giải

Chọn **D**

Phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^2 - x - 6 = x^2 + 2x \\ x^2 - x - 6 = -x^2 - 2x \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ 2x^2 + x - 6 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2x \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow x_1 . x_2 = -3$$

Câu 54. Cho phương trình $|x^3| = 3x^2 - 4$. Biết phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2. Tính $x_1^2 + x_2^2$.

A. $x_1^2 + x_2^2 = 4$. **B.** $x_1^2 + x_2^2 = 6$. **C.** $x_1^2 + x_2^2 = 8$. **D.** $x_1^2 + x_2^2 = 16$.

Lời giải

Chọn **C**

Phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^3 = 3x^2 - 4 \\ -x^3 = 3x^2 - 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \\ x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 8$$

Câu 55. Cho phương trình $|2x + 2m - 5| = x - 2$, tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất. Một học sinh đã tiến hành giải và biện luận phương trình trên như sau:

Bước 1: $|2x + 2m - 5| = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} 2x + 2m - 5 = x - 2 \\ 2x + 2m - 5 = -x + 2 \end{array}\right. \end{cases}$

Bước 2: $\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x = 3 - 2m \\ x = 7 - 2m \end{array}\right. \end{cases}$

Bước 3: Phương trình trên có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow 7-2m\ge 2\Leftrightarrow m\le \dfrac{5}{2}$

Lý luận của học sinh trên

A. Sai ở bước 1. **B.** Sai ở bước 2.
C. Sai ở bước 3. **D.** Các bước lý luận đều đúng.

Lời giải

Chọn **D**

Câu 56. Tìm m để phương trình $|2x|=x+4+m$ có hai nghiệm thực phân biệt?

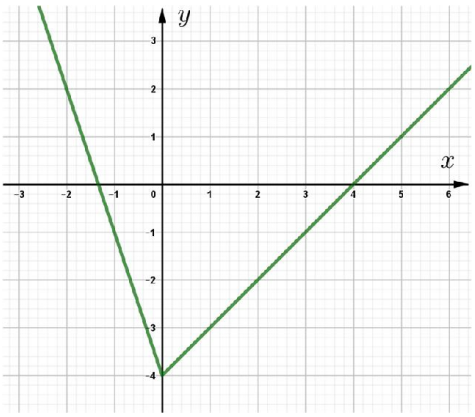
A. $m\le -6$. **B.** $m>-4$. **C.** $-5<m<2$. **D.** $-7<m\le 1$.

Lời giải

Chọn **B**

Ta có $|2x|=x+4+m\Leftrightarrow |2x|-x-4=m$. Đặt $f(x)=|2x|-x-4=\begin{cases}x-4; & x\ge 0\\ -3x-4; & x<0\end{cases}$

Đồ thị hàm số *f(x)*



Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $m>-4$.

Câu 57. Tìm m để phương trình $|x-2|-3x=m-1-x^2$ có 2 nghiệm phân biệt?

A. $m=-2$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\ge -1$.

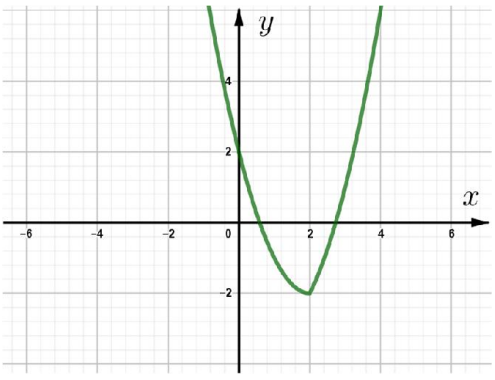
Lời giải

Chọn **B**

Ta có $|x-2|-3x=m-1-x^2\Leftrightarrow |x-2|+x^2-3x=m-1$.

Đặt $f(x)=|x-2|+x^2-3x=\begin{cases}x^2-2x-2; & x\ge 2\\ x^2-4x+2; & x<2\end{cases}$

Đồ thị hàm số *f(x)*



Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m-1>-2 \Leftrightarrow m>-1$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $\left|2\left(m^2-1\right)x+5\right|=3$ vô nghiệm.

A. $m=\pm 1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $-1<m<1$.

Lời giải

Chọn A

$$\left|2\left(m^2-1\right)x+5\right|=3 \Leftrightarrow 2\left(m^2-1\right)x+5=\pm 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\left(m^2-1\right)x=-8 \\ 2\left(m^2-1\right)x=-2 \end{array}\right.$$

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|mx+2m|=|mx+x+1|$ có vô số nghiệm?

A. $m=-\frac{1}{2}$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m<-\frac{1}{2}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|mx+2m|=|mx+x+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} mx+2m=mx+x+1 \\ mx+2m=-\left(mx+x+1\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2m-1 \\ \left(2m+1\right)x=-2m-1 \quad (1) \end{array}\right.$.

Phương trình đã cho có vô số nghiệm khi phương trình (1) vô số nghiệm.

Phương trình (1) vô số nghiệm khi và chỉ khi $m=-\frac{1}{2}$

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|mx+2x-1|=|x-1|$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{-3;-1\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|mx+2x-1|=|x-1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} mx+2x-1=x-1 \\ mx+2x-1=-x+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left(m+1\right)x=0 \\ \left(m+3\right)x=2 \end{array}\right.$.

Phương trình $|mx+2x-1|=|x-1|$ có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m\neq -3 \end{cases}$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^2-5x+4\right|\sqrt{x-m}=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $1\le m<4$. **B.** $m>1$. **C.** $m\ge 4$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\ge m$

Ta có $\left|x^2-5x+4\right|\sqrt{x-m}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|x^2-5x+4\right|=0 \\ \sqrt{x-m}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \\ x=m \end{array}\right.$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1\le m<4$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in[0;+\infty)$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\in[0;+\infty)\setminus\{3\}$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\neq -1$.

Để phương trình có nghiệm thì điều kiện cần là $m\geq 0$.

Khi $m\geq 0$, phương trình tương đương $\Leftrightarrow |3x+mx+2|=m|x+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x+mx+2=m(x+1)\\3x+mx+2=-m(x+1)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{m-2}{3}\\x=\dfrac{-m-2}{2m+3}\end{array}\right.$.

Phương trình $\dfrac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{m-2}{3}\neq -1\\ \dfrac{-m-2}{2m+3}\neq -1\end{cases} \Leftrightarrow m\neq -1$ (luôn đúng do $m\geq 0$).

Với $m=0$ phương trình có nghiệm duy nhất $x=-\dfrac{2}{3}$.

Vậy $m>0$ thì phương trình $\dfrac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 63. Tìm m để phương trình $x^2-2x-2|x-1|+m+3=0$ có nghiệm

A. $m\leq 0$ **B.** $m\leq -2$ **C.** $m\leq -3$ **D.** $m\leq -1$

Lời giải

Chọn **D**

Đặt $t=|x-1|, t\geq 0$ ta có phương trình: $t^2-2t+m+2=0$ (1)

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t\geq 0$

$\Leftrightarrow m=-t^2+2t-2$ có nghiệm $t\geq 0$ dựa vào đồ thị hàm số $f(t)=-t^2+2t-2$ với $t\in[0;+\infty)$

$\Rightarrow m\leq -1$.

Câu 64. Tìm m để phương trình $|2x^2-3x-2|=5m-4x+2x^2$ có nghiệm duy nhất

A. $m=0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\m>\dfrac{81}{80}\end{array}\right.$. **C.** $m=\dfrac{81}{80}$. **D.** $0\leq m\leq\dfrac{81}{80}$

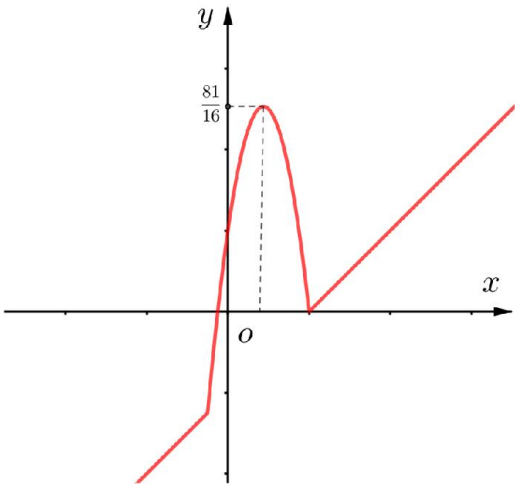
Lời giải

Chọn **B**

Phương trình $\Leftrightarrow 5m=|2x^2-3x-2|-2x^2+4x$

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=f(x)=|2x^2-3x-2|-2x^2+4x$

Ta có: $f(x)=\begin{cases} x-2 & \text{khi } x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty) \\ -4x^2+7x+2 & \text{khi } x\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right) \end{cases}$



Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi đường thẳng $y=5m$ cắt đồ thị (C) tại một điểm. Điều đó xảy ra khi $\left[\begin{array}{l} 5m<0 \\ 5m>\dfrac{81}{16} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>\dfrac{81}{80} \end{array}\right.$.

Vậy $m\in(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{81}{80};+\infty\right)$ là những giá trị cần tìm.

Câu 65. Tìm m để phương trình $\left|x^2-1\right|-\left|2x^2-3x-2\right|=m-1$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

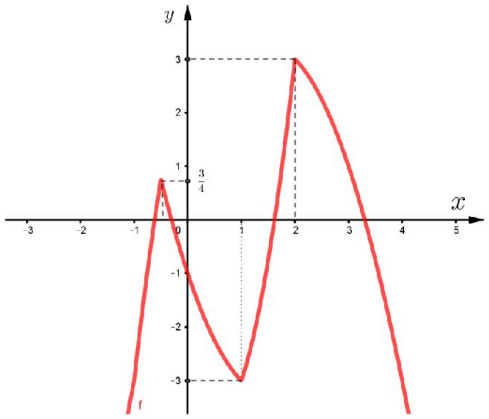
A. $\dfrac{7}{4}<m<4$. **B.** $-2<m<\dfrac{7}{4}$. **C.** $m>4$. **D.** $-7<m\le 1$.

Lời giải

Chọn **B**

Số nghiệm của phương trình đã cho chính là số giao điểm của hai đồ thị

$\begin{cases} \Delta: y=m-1 \\ (C): y=f(x)=\left|x^2-1\right|-\left|2x^2-3x-2\right| \end{cases}$



Dựa vào đồ thị (C) ta có: $-2<m<\dfrac{7}{4}$ thì Δ và (C) cắt nhau tại bốn điểm phân biệt nên phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 66. Số nghiệm của phương trình $(x+1)^2-3|x+1|+2=0$ sau.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn **D**

$$(x+1)^2-3|x+1|+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|x+1|=1\\|x+1|=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+1=\pm 1\\x+1=\pm 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Câu 67. Số nghiệm của phương trình $4x(x-1)=|2x-1|+1$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn **B**

$4x(x-1)=|2x-1|+1 \Leftrightarrow 4x^2-4x-|2x-1|-1=0$

$$(2x-1)^2-|2x-1|-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|2x-1|=-1(\text{VN})\\|2x-1|=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=2\\2x-1=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$pt \Leftrightarrow 4\sqrt{-4x^2+7x+15}+17=14x-8x^2+31 \Leftrightarrow 2\left(7x-4x^2+15\right)-4\sqrt{7x-4x^2+15}-16=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{7x-4x^2+15}=4\\\sqrt{7x-4x^2+15}=-2(ptvn)\end{array}\right. \Leftrightarrow 7x-4x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{7-\sqrt{33}}{8}\\x=\dfrac{7+\sqrt{33}}{8}\end{array}\right.$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 68. Tổng các nghiệm của phương trình $\dfrac{|3x-1|}{x+2}=x-3$ là

A. $-1-\sqrt{8}$. **B.** $4-\sqrt{8}$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x\neq -2$

*Nếu $x\geq \dfrac{1}{3}$ Ta có

$$\frac{|3x-1|}{x+2}=x-3 \Leftrightarrow 3x-1=(x+2)(x-3) \Leftrightarrow 3x-1=x^2-x-6 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1(loai)\\x=5\end{array}\right.$$

*Nếu $x<\dfrac{1}{3}$ Ta có

$$\frac{|3x-1|}{x+2}=x-3\Leftrightarrow 1-3x=(x+2)(x-3)\Leftrightarrow 1-3x=x^2-x-6\Leftrightarrow x^2+2x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+\sqrt{8}(loai)\\x=-1-\sqrt{8}\end{array}\right.$$

Phương trình có hai nghiệm $x=5, x=-1-\sqrt{8}$

Vậy tổng các nghiệm là $4-\sqrt{8}$

DẠNG 2. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

A. Phương pháp giải

Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu ta thường Dùng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ.

- Quy đồng mẫu số (chú ý cần đặt điều kiện mẫu số khác không).
- Đặt ẩn phụ.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $1+\frac{2}{x-2}=\frac{10}{x+3}-\frac{50}{(2-x)(x+3)}$. *b)* $\frac{x+3}{(x+1)^2}=\frac{4x-2}{(2x-1)^2}$.

Lời giải

a)

Điều kiện $x\neq 3, x\neq 2$.

Nguyễn Bảo Vương

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$(2-x)(x+3)-2(x+3)=10(2-x)-50\Leftrightarrow x^2-7x-30\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10\\x=-3\end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình $x=10$.

b)

Điều kiện $x\neq 1, x\neq\frac{1}{2}$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\frac{x+3}{(x+1)^2}=\frac{2}{2x-1}\Leftrightarrow(x+3)(2x-1)=2(x+1)^2\Leftrightarrow x=5.$$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình $x=5$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\frac{1}{x^2+5x+4}+\frac{1}{x^2+11x+28}+\frac{1}{x^2+17x+70}=\frac{3}{4x-2}$. *b)* $1+\frac{4}{(2-x)^2}=\frac{5}{x^2}$.

Lời giải

a)

Điều kiện $x \neq \left\{-10;-7;-4;-1;\frac{1}{2}\right\}$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\frac{1}{x^2+5x+4}+\frac{1}{x^2+11x+28}+\frac{1}{x^2+17x+70}=\frac{3}{4x-2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+4}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+4}-\frac{1}{x+7}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+7}-\frac{1}{x+10}\right)=\frac{3}{4x-2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+10}\right)=\frac{3}{4x-2}$$
$$\Leftrightarrow x^2+7x+12=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-4 \end{array}\right.$$

• Đối chiếu với điều kiện thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

b)

Điều kiện $x \neq 0, x \neq 2$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$x^2+\frac{4x^2}{(2-x)^2}=5 \Leftrightarrow x^2-\frac{4x^2}{2-x}+\frac{4x^2}{(2-x)^2}+\frac{4x^2}{2-x}-5=0.$$

$$\Leftrightarrow \left(x-\frac{2x}{2-x}\right)^2+\frac{4x^2}{2-x}-5=0.$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x^2}{2-x}\right)^2+\frac{4x^2}{2-x}-5=0.$$

Đặt $t=\frac{x^2}{2-x}$, phương trình trở thành $t^2+4t-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-5 \end{array}\right.$.

Với $t=1$ ta có: $\frac{x^2}{2-x}=1 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Với $t=-5$ ta có: $\frac{x^2}{2-x}=-5 \Leftrightarrow x^2-5x+10=0$ vô nghiệm.

• Đối chiếu với điều kiện thì phương trình có nghiệm duy nhất $x=-2, x=1$.

Câu 3. Giải và biện luận các phương trình sau:

a) $\frac{x^2+mx+2}{x^2-1}=1$. *b)* $\frac{|3x+mx+2|}{|x+1|}=m$.

Lời giải

a)

Điều kiện $x^2-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq \pm 1$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với $x^2+mx+2=x^2-1\Leftrightarrow mx=-3$.

Với $m=0$ thì phương trình trở thành $0x=-3$ vô nghiệm

Với $m\neq 0$ thì phương trình tương đương $x=-\dfrac{3}{m}$.

Đối chiếu điều kiện xét $-\dfrac{3}{m}\neq \pm 1\Leftrightarrow m\neq \pm 3$.

Kết luận:

Với $m\in\{-3;0;3\}$ thì phương trình vô nghiệm.

Với $m\notin\{-3;0;3\}$ thì phương trình có nghiệm $x=-\dfrac{3}{m}$.

b)

Điều kiện: $x\neq -1$.

Trường hợp 1: nếu $m<0$ ta có: $VT\geq 0>VP$ suy ra phương trình vô nghiệm.

Trường hợp 2: nếu $m\geq 0$ phương trình tương đương với

$$|3x+mx+2|=m|x+1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x+mx+2=m(x+1)\\3x+mx+2=-m(x+1)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{m-2}{3}\\(2m+3)x=-m-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{m-1}{2}\\x=\dfrac{-m-2}{2m+3}\end{array}\right.$$

Với $x=\dfrac{m-1}{2}$ ta xét $\dfrac{m-1}{2}\neq -1\Leftrightarrow m\neq -1$, luôn đúng với mọi $m\geq 0$.

Với $x=\dfrac{-m-2}{2m+3}$ ta xét $\dfrac{-m-2}{2m+3}\neq -1\Leftrightarrow m\neq -1$, luôn đúng với mọi $m\geq 0$.

Kết luận:

Với $m\geq 0$ phương trình có 2 nghiệm $x=\dfrac{m-1}{2}$, $x=\dfrac{-m-2}{2m+3}$.

Với $m<0$ phương trình vô nghiệm.

Câu 4. Tìm điiều kiện của tham số a,b để phươn trình: $\dfrac{a}{x-a}-\dfrac{b}{x-b}=\dfrac{a^2-b^2}{x^2-(a+b)x+ab}$ $(*)$.

a) Có nghiệm duy nhất b) Có nghiệm.

Lời giải

Điều kiện $x \neq a, x \neq b$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với

$$\frac{a(x-b)-b(x-a)}{(x-a)(x-b)} = \frac{a^2-b^2}{x^2-(a+b)x+ab} \Leftrightarrow (a-b)x = a^2-b^2 \quad (**).$$

a)

Phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi phương trình $(***)$ có nghiệm duy nhất khác a và b.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b \neq 0 \\ \dfrac{a^2-b^2}{a-b} \neq a \\ \dfrac{a^2-b^2}{a-b} \neq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq b \\ a+b \neq a \\ a+b \neq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq b \\ a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi $\begin{cases} a \neq b \\ a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$.

b)

Phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $(**)$ có nghiệm khác a và b.

Với $a = b$ thì phương trình $(**)$ trở thành $0x = 0$: Phương trình $(**)$ có nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó phương trình $(*)$ có nghiệm.

Với $a \neq b$ thì phương trình $(**)$ tương đương với: $x = \dfrac{a^2-b^2}{a-b} = a+b$.

Suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} a+b \neq a \\ a+b \neq b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$.

Vậy phương trình $(*)$ có nghiệm khi $\begin{cases} a \neq b \\ a \neq 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$ và $a = b$.

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x-1}{x-2} = \dfrac{4}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}$. Với điều kiện đó phương trình đã cho tương đương với phương trình $\dfrac{(x-1)(x+2)}{x^2-4} = \dfrac{4}{x^2-4} \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 2 \end{array}\right.$

So sánh điều kiện xác định, PT có 1 nghiệm $x = -3$.

Câu 2. Biết phương trình $\dfrac{x-1}{2x-3} = -3 + \dfrac{4}{x+1}$ có một nghiệm là $\dfrac{a+\sqrt{b}}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\dfrac{a}{c}$ tối giản. Tính $T = 2a - b + 3c$.

A. $T = 5$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = -5$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \neq \dfrac{3}{2} \\ x \neq -1 \end{cases}$

Khi đó, phương trình

$$\frac{x-1}{2x-3} = -3 + \frac{4}{x+1} \Leftrightarrow x^2 - 1 = -3(2x-3)(x+1) + 4(2x-3) \Leftrightarrow 7x^2 - 11x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{11+\sqrt{65}}{14} \\ x = \dfrac{11-\sqrt{65}}{14} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \dfrac{11+\sqrt{65}}{14}$ và $x = \dfrac{11-\sqrt{65}}{14}$. Từ đó suy ra $a = 11$, $b = 65$, $c = 14$. Vậy $T = -1$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\dfrac{1}{x^2+x+2} - \dfrac{1}{x^2+x-2} = 1$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x^2+x+2 \neq 0 \\ x^2+x-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Đặt $t = x^2 + x$ với $t \neq \pm 2$

Phương trình trở thành: $\dfrac{1}{t+2} - \dfrac{1}{t-2} = 1 \Rightarrow t - 2 - (t+2) = (t+2)(t-2) \Leftrightarrow t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 0$.

Khi đó: $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$ (Thỏa mãn đk). Vậy tích các nghiệm là 0.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2-2x+2}{x-1} + \dfrac{1}{x-2} = 2 + \dfrac{1}{x-2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

$$\frac{x^2-2x+2}{x-1}+\frac{1}{x-2}=2+\frac{1}{x-2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-2x+2}{x-1}=2$$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4=0$

$\Leftrightarrow x=2$ (loại)

Vậy số nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 5. Cho phương trình $\frac{x^2-3x-2}{x-3}=-x$ có nghiệm a. Khi đó a thuộc tập:

A. $\left(\frac{1}{3};3\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn B

ĐK $x\neq 3$.

$$\frac{x^2-3x-2}{x-3}=-x\Leftrightarrow x^2-3x-2=-x(x-3)\Leftrightarrow 2x^2-6x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3+\sqrt{13}}{2}\approx 3,3 \\ x=\frac{3-\sqrt{13}}{2}\approx -0,3 \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{13}}{2}\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 6. Một xe hơi khởi hành từ Krông Năng đi đến Nha Trang cách nhau 175 km. Khi về xe tăng vận tốc trung bình hơn vận tốc trung bình lúc đi là 20 km/giờ. Biết rằng thời gian dùng để đi và về là 6 giờ, vận tốc trung bình lúc đi là:

A. 60 km/giờ. **B.** 45 km/giờ. **C.** 55 km/giờ. **D.** 50 km/giờ.

Lời giải

Chọn D

Gọi x km/giờ là vận tốc trung bình lúc đi $(x>0)$

Khi đó thời gian lúc đi là $\frac{175}{x}$ giờ

Thời gian lúc về là $\frac{175}{x+20}$

Theo đề bài ta có $\frac{175}{x}+\frac{175}{x+20}=6\Leftrightarrow 6x^2-230x-3500=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=50 \\ x=-\frac{35}{3} \end{array}\right.$

Vậy vận tốc trung bình lúc đi là 50 km/giờ.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 7. Tìm giá trị của tham số $m(m\in\mathbb{R})$ để phương trình $x^2+\frac{1}{x^2}-(m^2+m+2)\left(x+\frac{1}{x}\right)+m^3+2m+2=0$ có nghiệm thực.

A. $0\leq m\leq 2$. **B.** $m\geq 2$. **C.** $\forall m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\leq -2$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x + \frac{1}{x}\left(t \le -2; t \ge 2\right) \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2$

Phương trình trở thành: $t^2 - \left(m^2 + m + 2\right)t + m^3 + 2m = 0 \Leftrightarrow \left(t - m\right)\left(t - m^2 - 2\right) = 0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = m \\ t = m^2 + 2 \ge 2 \end{array}\right. \Rightarrow$ Phương trình luôn có nghiệm x.

Câu 8. Phương trình $\frac{2mx - 1}{x + 1} = 3$ có nghiệm duy nhất khi

A. $m \ne 0$. **B.** $m \ne \frac{3}{2}$. **C.** $m \ne 0$ và $m \ne \frac{3}{2}$. **D.** $m \ne \frac{-1}{2}$ và $m \ne \frac{3}{2}$. **Lời giải**

Chọn D

Đk: $x \ne -1$

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2\text{mx} - 1 = 3\left(x + 1\right) \Leftrightarrow (2m - 3)x = 4.$

Trường hợp 1: $m = \frac{3}{2} \Rightarrow 0x = 4$ (Vô lí).

Trường hợp 2: $m \ne \frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{2m - 3}$.

Để $x = \frac{4}{2m - 3}$ là nghiệm của phương trình đã cho thì $\frac{4}{2m - 3} \ne -1 \Leftrightarrow m \ne \frac{-1}{2}$.

Do đó $m \ne \frac{-1}{2}$ và $m \ne \frac{3}{2}$. Vậy chọn D.

Câu 9. Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình $\frac{2x - 3m}{x - 2} + \frac{x + 2}{x - 1} = 3$ vô nghiệm. Tính bình phương của tổng các phần tử của tập S.

A. $\frac{121}{9}$. **B.** $\frac{49}{9}$. **C.** $\frac{65}{9}$. **D.** $\frac{16}{9}$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $\left\{\begin{array}{l} x \ne 1 \\ x \ne 2. \end{array}\right.$

Khi đó, biến đổi: $\frac{2x - 3m}{x - 2} + \frac{x + 2}{x - 1} = 3 \Leftrightarrow (3m - 7)x = 3m - 10(*).$

+ Nếu $m = \frac{7}{3}$ thì PT vô nghiệm.

+ Nếu $m \ne \frac{7}{3}$:

-) Ta thấy $x = 1$ không thỏa mãn (*).

-) Thay $x = 2$ vào (*) ta được $m = \frac{4}{3}(TM)$.

Tính $\left(\frac{7}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=\frac{65}{9}$.

Câu 10. Có bao nhiêu giá trị tham số a để phương trình $\frac{x+1}{x-a+1}=\frac{x}{x+a+2}$ vô nghiệm?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x\neq a-1\\ x\neq -a-2\end{cases}$.

Khi đó, $\frac{x+1}{x-a+1}=\frac{x}{x+a+2}\Rightarrow (x+1)(x+a+2)=x(x-a+1)\Leftrightarrow 2(a+1)x+a+2=0$.

Phương trình đã cho vô nghiệm khi

$$\left[\begin{array}{l}2(a+1)(a-1)+a+2=0\\ 2(a+1)(-a-2)+a+2=0\\ \begin{cases}a+1=0\\ a+2\neq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2a^2+a=0\\ (a+2)(-1-2a)=0\\ a=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\\ a=-\frac{1}{2}\\ a=-2\\ a=-1\end{array}\right.$$

Vậy có 4 giá trị của tham số a để phương trình vô nghiệm.

Câu 11. Hàm số $y=\frac{3x^2+2x+1}{x^2-2x+3}$ có tập giá trị $S=[a;b]$. Tính giá trị biểu thức a^2+b^2+ab

A. 35. **B.** 25. **C.** 45. **D.** 55.

Lời giải

Chọn A

$x^2-2x+3\neq 0,\forall x\ \ y=\frac{3x^2+2x+1}{x^2-2x+3}\Leftrightarrow (y-3)x^2-2(y+1)x+3y-1=0$

Nếu $y=3$ phương trình có nghiệm $x=1$.

Nếu $y\neq 3$ để phương trình ẩn x có nghiệm $\Leftrightarrow\ \Delta'=(y+1)^2-(y-3)(3y+1)\geq 0$

$\Leftrightarrow y^2+2y+1-(3y^2-y-9y+3)\geq 0\Leftrightarrow y^2-6y+1\leq 0\Leftrightarrow 3-2\sqrt{2}\leq y\leq 3-2\sqrt{2}$

$.\Rightarrow a=3-2\sqrt{2}, b=3+2\sqrt{2}\ \Rightarrow a^2+b^2+ab=\left(3-2\sqrt{3}\right)^2+\left(3+2\sqrt{3}\right)^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)\left(3+2\sqrt{3}\right)=35$.

Câu 12. Phương trình $\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

A. $m\neq 0$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq 0$ và $m\neq -1$. **D.** $m\neq 1$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq -1\end{cases}$

Phương trình (1) thành

$\frac{x-m}{x+1}=\frac{x-2}{x-1}\ (1) \Leftrightarrow (x-m)(x-1)=(x-2)(x+1) \Leftrightarrow x^2-x-mx+m=x^2-x-2$

$\Leftrightarrow mx=m+2\ (2)$

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có nghiệm duy nhất khác -1 và 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \frac{m+2}{m}\neq 1 \\ \frac{m+2}{m}\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m+2\neq m \\ m+2\neq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ 2\neq 0\ (ld) \\ m\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \end{cases}.$$

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $x^2+\frac{9}{(x-1)^2}+1=2x+7\left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn **A**

ĐKXĐ: $x\neq 1$

Ta có: $x^2+\frac{9}{(x-1)^2}+1=2x+7\left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right| \Leftrightarrow (x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}=7\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|$

Đặt $t=\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right| \Rightarrow t^2=(x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}-6 \Rightarrow (x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}=t^2+6$

Phương trình trở thành $t^2+6=7t \Leftrightarrow t^2-7t+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=6 \end{array}\right.$

♦ Với $t=1 \Leftrightarrow \left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|=1 \Leftrightarrow \left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|=1 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x-2}{x-1}=\pm 1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x-1=0 \\ x^2-x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2} \\ x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

♦ Với $t=6 \Leftrightarrow \left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|=6 \Leftrightarrow \left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|=6 \Leftrightarrow \frac{x^2-2x-2}{x-1}=\pm 6$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+4=0 \\ x^2+4x-8=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\pm 2\sqrt{3} \\ x=-2\pm 2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm là $x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$, $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$, $x=4\pm 2\sqrt{3}$ và $x=-2\pm 2\sqrt{3}$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $\frac{x-1}{2x-3}=\frac{-3x+1}{|x+1|}$ là:

A. $\left\{\frac{11+\sqrt{65}}{14};\frac{11+\sqrt{41}}{10}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{11-\sqrt{65}}{14};\frac{11-\sqrt{41}}{10}\right\}$.

C. $\left\{\frac{11\pm\sqrt{65}}{14}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{11\pm\sqrt{41}}{10}\right\}$.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x\neq -1, x\neq \frac{3}{2}$

+Nếu $x\le -1$ thì $\frac{x-1}{2x-3}=\frac{-3x+1}{-(x+1)}\Leftrightarrow -(x-1)(x+1)=(2x-3)(-3x+1)\Leftrightarrow -x^2+1=-6x^2+11x-3$

$\Leftrightarrow 5x^2-11x+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{11-\sqrt{41}}{10} \\ x=\frac{11+\sqrt{41}}{10}\end{array}\right.$ (loại)

+ Nếu $x>1$ thì $\frac{x-1}{2x-3}=\frac{-3x+1}{x+1}\Leftrightarrow (x-1)(x+1)=(2x-3)(-3x+1)\Leftrightarrow x^2-1=-6x^2+11x-3$

$.\Leftrightarrow 7x^2-11x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{11-\sqrt{65}}{14} \\ x=\frac{11+\sqrt{65}}{14}\end{array}\right.$ (nhận).

Câu 15. Kết luận nào đúng khi nói về nghiệm của phương trình $\frac{x^2-1+|x+1|}{|x|(x-2)}=2$?

A. Nghiệm là một số chẵn. **B.** Nghiệm là một số chia hết cho 11.

C. Nghiệm là một số nguyên tố **D.** Nghiệm là một số chia hết cho 12.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x\neq 0, x\neq 2$

+Nếu $x\le -1$ thì $\frac{x^2-1-(x+1)}{-x(x-2)}=2\Leftrightarrow x^2-x-2=-2x(x-2)\Leftrightarrow 3x^2-5x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2(l) \\ x=-\frac{1}{3}(l)\end{array}\right.$

+ Nếu $-1<x<0$ thì $\frac{x^2-1+(x+1)}{-x(x-2)}=2\Leftrightarrow x^2+x=-2x(x-2)\Leftrightarrow 3x^2-3x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(l) \\ x=1(l)\end{array}\right.$

+ Nếu $x>0$ thì $\frac{x^2-1+(x+1)}{x(x-2)}=2\Leftrightarrow x^2+x=2x(x-2)\Leftrightarrow x^2-5x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(l) \\ x=5(n)\end{array}\right.$.

Câu 16. Phương trình $\frac{|x+1|^3}{8}+\frac{8}{|x+1|^3}=2$ có tổng các nghiệm là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** −2.

Lời giải

Chọn D.

$$\frac{|x+1|^3}{8}+\frac{8}{|x+1|^3}\ge 2\sqrt{\frac{|x+1|^3}{8}.\frac{8}{|x+1|^3}}=2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{|x+1|^3}{8}=\frac{8}{|x+1|^3}\Leftrightarrow |x+1|^3=8\Leftrightarrow |x+1|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=-3\end{array}\right.$.

Câu 17. Tìm số nghiệm của các phương trình sau $x^2+\frac{9}{(x-1)^2}+1=2x+7\left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|$

A. 10 nghiệm. **B.** 8 nghiệm. **C.** 6 nghiệm. **D.** 4 nghiệm.

Lời giải

Chọn **B**

ĐKXĐ: $x\ne 1$

Phương trình tương đương $(x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}=7\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|$

Đặt $t=\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|$

Suy ra $t^2=(x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}-6\Rightarrow (x-1)^2+\frac{9}{(x-1)^2}=t^2+6$

Phương trình trở thành $t^2+6=7t\Leftrightarrow t^2-7t+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=6\end{array}\right.$

Với $t=1$ ta có $\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|=1\Leftrightarrow \left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|=1\Leftrightarrow \frac{x^2-2x-2}{x-1}=\pm 1$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x-1=0\\ x^2-x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}\\ x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Với $t=6$ ta có $\left|x-1-\frac{3}{x-1}\right|=6\Leftrightarrow \left|\frac{x^2-2x-2}{x-1}\right|=6\Leftrightarrow \frac{x^2-2x-2}{x-1}=\pm 6$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-8x+4=0\\ x^2+4x-8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\pm 2\sqrt{3}\\ x=-2\pm 2\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình có nghiệm là $x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$, $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$, $x=4\pm 2\sqrt{3}$ và $x=-2\pm 2\sqrt{3}$.

DẠNG 3. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC

A. Phương pháp giải

Nâng lên lũy thừa, trị tuyệt đối hóa, sử dụng bất đẳng thức, đưa về phương trình tích, đặt ẩn phụ.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{14-2x}=x-3$.

b) $\sqrt{x^2+2x+4}=\sqrt{2-x}$.

Lời giải

a)

$$\sqrt{14-2x}=x-3\Leftrightarrow\begin{cases}x-3\ge 0\\14-2x=(x-3)^2\\14-2x=(x-3)^2\\x^2-4x-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 3\\x=-1\vee x=5\end{cases}\Leftrightarrow x=5.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=5$.

b)

Điều kiện: $\begin{cases}x^2+2x+4\ge 0\\2-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\le 2$.

Nguyễn Bảo Vương

Với điều kiện trên phương trình tương đương với.

$$x^2+2x+4=2-x\Leftrightarrow x^2+3x+2=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\x=-1\end{cases}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=-2$, $x=-1$.

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-2}-3\sqrt{x^2-4}=0$.

b) $\sqrt{x+4}-\sqrt{1-x}=\sqrt{1-2x}$.

Lời giải

a) Điều kiện: $\begin{cases}x-2\ge 0\\x^2-4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 2$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với.

$$\sqrt{x-2}-3\sqrt{(x-2)(x+2)}=0\Leftrightarrow\sqrt{x-2}(1-3\sqrt{x+2})=0.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ 1-3\sqrt{x+2}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-\dfrac{17}{9}\end{array}\right. .$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=2$.

b)

Điều kiện: $\begin{cases}x+4\ge 0\\ 1-x\ge 0\\ 1-2x\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow -4\le x\le \dfrac{1}{2}$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với.

$\sqrt{x+4}=\sqrt{1-2x}+\sqrt{1-x}$.

Bình phương hai vế phương trình và rút gọn ta được

$$2x+1=\sqrt{2x^2-3x+1} \Leftrightarrow \begin{cases}2x+1\ge 0\\ (2x+1)^2=2x^2-3x+1\end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\ x^2+7x=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-7\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow x=0 .$$

Nguyễn Bảo Vương

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=0$.

Câu 3. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{\sqrt{3}-x}=x\sqrt{\sqrt{3}+x}$.

b) $2\sqrt{x+3}=9x^2-x-4$.

Lời giải

a) Điều kiện: $0\le x\le \sqrt{3}$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với.

$$x^3+\sqrt{3}x^2+x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3=\frac{10}{3\sqrt{3}} \Leftrightarrow x=\frac{\sqrt[3]{10}-1}{\sqrt{3}}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\sqrt[3]{10}-1}{\sqrt{3}}$.

b) Điều kiện: $x\ge 3$.

Với điều kiện trên phương trình tương đương với.

$$(1+\sqrt{3+x})^2=9x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+3}+1=3x\\ \sqrt{x+3}+1=-3x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{-5-\sqrt{97}}{18}\end{array}\right.\cdot$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=1, x=\dfrac{-5-\sqrt{97}}{18}$.

Câu 4. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2$.

b) $2\sqrt{x+3}=9x^2-x-4$.

Lời giải

a) Ta có:

$\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}=4-2x-x^2$.

$\Leftrightarrow \sqrt{3\left(x^2+2x+1+\dfrac{4}{3}\right)}+\sqrt{5\left(x^2+2x+1+\dfrac{9}{5}\right)}=-\left(x^2+2x+1\right)+5$.

$\Leftrightarrow \sqrt{3(x+1)^2+4}+\sqrt{5(x+1)^2+9}=5-(x+1)^2$.

Phương trình (1) có: $\begin{cases}VT\ge \sqrt{4}+\sqrt{9}=2+3=5\\ VP\le 5\end{cases}$. Do đó: $(1)\Leftrightarrow (x+1)^2=0\Leftrightarrow x=-1$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{1\}$.

b) Ta có:

$\sqrt{x+\sqrt{2x-5}-2}+\sqrt{x-3\cdot\sqrt{2x-5}+2}=2.\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sqrt{2x-5}+1\right)^2}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sqrt{2x-3}-3\right)^2}=2\sqrt{2}$.

$\Leftrightarrow \sqrt{2x-5}+1+\left|\sqrt{2x-5}-3\right|=4 \quad (2)$.

Do $\left|3-\sqrt{2x-5}\right|\ge 3-\sqrt{2x-5}$ nên $4=|3-\sqrt{2x-5}|+\sqrt{2x-5}+1\ge 3-\sqrt{2x-5}+\sqrt{2x-5}+1=4$.

Vậy $(2)\Leftrightarrow 3-\sqrt{2x-5}\ge 0\Leftrightarrow \begin{cases}2x-5\ge 0\\ 9\ge 2x-5\end{cases}\Leftrightarrow 7\ge x\ge \dfrac{5}{2}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm là: $S=\left[\dfrac{5}{2};7\right]$.

Câu 5. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-2}=x+3$.

b) $(x+3)\sqrt{2x^2+1}=x^2+x+3$.

Lời giải

a) Điều kiện: $\begin{cases}2x+1\ge 0\\ x-2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{1}{2}\\ x\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 2$.

Nhận thấy $(2x-1)-(x-2)=x+3$ nên ta nhân liên hợp vế trái của phương trình, ta được

$$\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-2}=x+3\Leftrightarrow\frac{x+3}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{x-2}}=x+3.$$

$$\Leftrightarrow(x+3)\left(\sqrt{2x+1}+\sqrt{x+2}-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+3=0\\ \sqrt{2x+1}+\sqrt{x+2}-1=0\end{array}\right.$$

Phương trình vô nghiệm với mọi $x\ge 2$.

b)

Ta thấy $x=-3$ không là nghiệm của phương trình.

Xét $x\ne -3$

Phương trình tương đương với:

$$\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+1}=\frac{x^2+x+3}{x+3}\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+1}-1=\frac{x^2}{x+3}.$$

$$\Leftrightarrow\frac{2x^2}{\sqrt{2x^2+1}+1}=\frac{x^2}{x+3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0\\ 2(x+3)=\sqrt{2x^2+1}+1 & (*)\end{array}\right.$$

Phương trình $(*)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+1}=2x+5\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\ 2x^2+1=4x^2+25+20x\end{cases}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\ x^2+10x+12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{5}{2}\\ x=-5\pm\sqrt{13}\end{cases}\Leftrightarrow x=5+\sqrt{13}.$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là: $x=5+\sqrt{13}, x=0$.

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=-2$, $x=-1$.

Câu 6. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x-2}+\sqrt[3]{x}=2$.

b) $3\sqrt[3]{x}+\sqrt{x^2+8}=\sqrt{x^2+15}+2$.

Lời giải

a) Điều kiện: $x\ge\frac{2}{3}$.

Nhẩm ta thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình nên ta tách như sau:

Phương trình $\Leftrightarrow\left(\sqrt{3x-2}-1\right)+\left(\sqrt[3]{x}-1\right)=0$.

$$\Leftrightarrow\frac{\left(\sqrt{3x-2}-1\right)\left(\sqrt{3x-2}+1\right)}{\sqrt{3x-2}+1}+\frac{\left(\sqrt[3]{x}-1\right)\left(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1\right)}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}=0.$$

$$\Leftrightarrow(x-1)\left(\frac{3}{\sqrt{3x-2}+1}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}\right)=0\qquad(1).$$

Vì $\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1=\left(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$ nên $\frac{3}{\sqrt{3x-2}+1}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}>0$

Do đó phương trình $(1)\Leftrightarrow x-1=0\Leftrightarrow x=1$.

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=1$.

Nguyễn Bảo Vương

b)

Phương trình được viết lại như sau: $3\sqrt[3]{x}-2=\sqrt{x^2+15}-\sqrt{x^2+8}$.

Vì $\sqrt{x^2+15}-\sqrt{x^2+8}>0$ nên phương trình có nghiệm thì phải thỏa mãn $3\sqrt[3]{x}-2>0$ hay. $x>\frac{8}{27}$.

Phương trình tương đương với:

$$3\sqrt[3]{x}-3=\sqrt{x^2+15}-4+3-\sqrt{x^2+8}.$$

$$\Leftrightarrow\frac{3(x-1)}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}=\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+15}+4}-\frac{x^2-1}{\sqrt{x^2+8}+3}\qquad(2).$$

$$\Leftrightarrow(x-1)\left(\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}+\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3}-\frac{x+1}{\sqrt{x^2+15}+4}\right)=0.$$

Vì $x>\frac{8}{27}$ suy ra: $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3}-\frac{x+1}{\sqrt{x^2+15}+4}>0$ nên

$$\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}+\frac{x+1}{\sqrt{x^2+8}+3}-\frac{x+1}{\sqrt{x^2+15}+4}>0.$$

Do đó phương trình $(2) \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đối chếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình $x=1$.

Phương trình có dạng	Đặt ẩn phụ
$\sqrt{ax+b}, x, x^2, \ldots$	$t=\sqrt{ax+b}, t \geq 0$
$\sqrt{ax^2+bx+c}, ax^2+bx, \ldots$	$t=\sqrt{ax^2+bx+c}, \mathrm{t} \geq 0$
$\sqrt[3]{ax+b}, ax+b, \ldots$	$t=\sqrt[3]{ax+b}$
$\begin{cases}\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)} \\ \sqrt{f(x)}.\sqrt{g(x)}\end{cases}, f(x)+g(x)=C$	$t=\sqrt{f(x)} \pm \sqrt{g(x)}$
$\sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}, f(x)+\frac{A^2}{f(x)}$	$t=\sqrt{f(x)} \pm \frac{A}{\sqrt{f(x)}}$
$\sqrt[m]{f(x)}, \sqrt[n]{f(x)}$	$t=\sqrt[s]{f(x)}$ với s là bội chung nhỏ nhất của m và n

Câu 7. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}=2$.

b) $3x^2+21x+18+2\sqrt{x^2+7x+7}=2$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

a) Điều kiện $x \geq 1$.

Nhận xét $\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}.\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}=1$.

Đặt $t=\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}, t \geq 0$ thì phương trình có dạng $t+\frac{1}{t}=2 \Leftrightarrow t^2-2t+1=0 \Leftrightarrow t=1$.

Với $t=1$ ta có

$\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}=1 \Leftrightarrow x-\sqrt{x^2-1}=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-1}=x-1 \Leftrightarrow \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}\right)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm phương trình là $x=1$.

Ta có $3x^2+21x+18+2\sqrt{x^2+7x+7}=2 \Leftrightarrow 3\left(x^2+7x+7\right)+2\sqrt{x^2+7x+7}=5$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+7x+7}, t \geq 0$ thì phương trình có dạng

$3t^2+2t-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{5}{3}(loai) \\ t=1(thoa\ man). \end{array}\right.$

Với $t=1$ ta có $\sqrt{x^2+7x+7}=1 \Leftrightarrow x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ x=-1. \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=-6, x=-1$.

Câu 8. Giải các phương trình sau

a) $x^2+\sqrt{x^2+11}=31$.

b) $(x+5)(2-x)=3\sqrt{x^2+3x}$.

Lời giải

a) Đặt $t=\sqrt{x^2+11}, t\ge 0$ thì phương trình có dạng

$t^2+t-42=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-7\,(loai) \\ t=6\,(thoa\ man) \end{array}\right.$

Với $t=6$ ta có $\sqrt{x^2+11}=6 \Leftrightarrow x^2+11=36 \Leftrightarrow x=\pm 5$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=\pm 5$.

b) Phương trình $\Leftrightarrow x^2+3x+3\sqrt{x^2+3x}-10=0$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+3x}, t\ge 0$ thì phương trình có dạng

$t^2+3t-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-5(loai) \\ t=2(thoa\ man) \end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $\sqrt{x^2+3x}=2 \Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow x=-4$ hoặc $x=1$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=1, x=-4$.

Câu 9. Giải các phương trình sau

a) $2x^2-6x-1=\sqrt{4x+5}$.

b) $x+\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=6$.

Lời giải

a) Điều kiện: $x\ge -\dfrac{4}{5}$.

Đặt $t=\sqrt{4x+5}, t\ge 0$ thì $x=\dfrac{t^2-5}{4}$.

Khi đó phương trình trở thành

$$2.\frac{t^4-10t^2+25}{16}-\frac{6}{4}\left(t^2-5\right)-1=t$$

$$\Leftrightarrow t^4-22t^2-8t+27=0$$

$$\Leftrightarrow \left(t^2+2t-7\right)\left(t^2-2t-11\right)=0.$$

Ta tìm được bốn nghiệm là $t_{1,2}=-1\pm 2\sqrt{2}, t_{3,4}=1\pm 2\sqrt{3}$.

Do $t\ge 0$ nên chỉ nhận các giá trị $t_1=-1+2\sqrt{2}, t_3=1+2\sqrt{3}$.

Từ đó tìm được các nghiệm của phương trình $x=1-\sqrt{2}, x=2+\sqrt{3}$.

b) Điều kiện $1\le x\le 6$.

Đặt $t=\sqrt{x-1}, t\ge 0$ thì phương trình trở thành

$$t^2+\sqrt{t+5}=5\Leftrightarrow t^4-10t^2-t+20=0$$

$$\Leftrightarrow \left(t^2+t-4\right)\left(t^2-t-5\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1+\sqrt{21}}{2} \\ t=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right. \text{ (do } t\ge 0\text{)}$$

Từ đó ta tìm được các giá trị của $x=\dfrac{11-\sqrt{17}}{2}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 10. Giải các phương trình sau

a) $3\sqrt{x+3}=3x^2+4x-1$.

b) $x^2+3x+1=\left(x+3\right)\sqrt{x^2+1}$.

Lời giải

a) Điều kiện $x\ge -3$.

Phương trình $\Leftrightarrow -27\left(x+3\right)-3\sqrt{x+3}+3x^2+31x+80=0$.

Đặt $t=\sqrt{x+3}, t\ge 0$ thì phương trình trở thành $-27t^2-3t+3x^2+31x+80=0$.

Ta có $\Delta_t=\left(18x+93\right)^2\ge 0$ suy ra $t_1=\dfrac{-3x-16}{9}$ hoặc $t_2=\dfrac{x+5}{3}$.

Với $t_1=\dfrac{-3x-16}{9}$ ta có $\sqrt{x+3}=\dfrac{-3x-16}{9}$ vô nghiệm vì với $x\ge -3$ thì $\dfrac{-3x-16}{9}<0$.

Với $t_2=\dfrac{x+5}{3}$ ta có $\sqrt{x+3}=\dfrac{x+5}{3}\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=-2$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=1, x=-2$.

Trong **Lời giải** trên ta thấy khó nhất là biến đổi phương trình ban đầu thành $-27(x+3)-3\sqrt{x+3}+3x^2+31x+80=0$ để sau khi đặt ẩn phụ $t=\sqrt{x+3}$ thì phương trình ẩn t có $\Delta=(18x+93)^2$ là bình phương của một nhị thức). Nếu ta tách không hợp lí thì Δ không là bình phương của một nhị thức hoặc là một hằng số, trong trường hợp đó việc giải phương trình mà thỏa mãn các điều kiện trên và việc tách ra như thế có là duy nhất? Để trả lời được câu hỏi này ta thức hiện theo các bước như sau:

Bước 1: Viết $(1)\Leftrightarrow m(x+3)-3\sqrt{x+3}+3x^2+(4-m)x-1-3m=0(m\neq 0).$

Bước 2: Đặt $t=\sqrt{x+3},t\geq 0$ thì phương trình trở thành

$mt^2-3t+3x^2+(4-m)x-1-3m=0.$

Ta có $\Delta_t=-12mx^2-4m(4-m)x+12m^2+4m+9=f(x).$

Bước 3: Tìm m sao cho

$$\begin{cases}-12m>0\\ \Delta_f=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-12m>0\\ \Delta_f=4m(m+27)(m^2+m+1)=0\end{cases}\Leftrightarrow m=-27.$$

Đến đây việc giải phương trình như đã trình bày ở trên.

Đặt $t=\sqrt{x^2+1},t\geq 1$ thì phương trình trở thành

$$t^2-(x+3)t+3x=0\Leftrightarrow(t-x)(x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\ t=x.\end{array}\right.$$

Với $t=3$ ta có $\sqrt{x^2+1}=3\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{2}.$

Với $t=x$ ta có $\sqrt{x^2+1}=x$ vô lí.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=\pm 2\sqrt{2}$.

Câu 11. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{60-24x-5x^2}=x^2+5x-10.$

b) $(x+3)\sqrt{(4-x)(12+x)}=28-x$.

Lời giải

a) Điều kiện $60-24x-5x^2\geq 0.$

Đặt $t=\sqrt{60-24x-5x^2},t\geq 0$ thì phương trình trở thành

$\frac{1}{6}t^2+t-\frac{1}{6}x^2-x=0\Leftrightarrow t^2+6t-x^2-6x=0$.

Ta có $\Delta_t'=(x+3)^2\geq 0$ suy ra $t=x$ hoặc $t=-x-6$.

Với $t=x$ ta có $\sqrt{60-24x-5x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2+4x-10=0\end{cases}\Leftrightarrow x=-2+\sqrt{14}$.

Với $t=-x-6$ ta có $\sqrt{60-24x-5x^2}=-x-6\Leftrightarrow\begin{cases}-x-6\ge 0\\x^2+6x-4=0\end{cases}\Leftrightarrow x=-3-\sqrt{13}$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=-2-\sqrt{14}, x=-3-\sqrt{13}$.

b) Điều kiện $-x^2-8x+48\ge 0$.

Đặt $t=\sqrt{-x^2=8x+48}, t\ge 0$ thì phương trình trở thành $-\frac{1}{2}t^2+(x+3)t-\frac{1}{2}x^2-3x-4=0$.

Ta có $\Delta_t=1$ suy ra $t=x+2$ hoặc $t=x+4$.

Với $t=x+2$ ta có $\sqrt{-x^2-8x+48}=x+2\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\ge 0\\x^2+6x-22=0\end{cases}\Leftrightarrow x=-3+\sqrt{31}$.

Với $t=x+4$ ta có $\sqrt{-x^2-8x+48}=x+4\Leftrightarrow\begin{cases}x+4\ge 0\\x^2+8x-16=0\end{cases}\Leftrightarrow x=-4+4\sqrt{2}$.

Đối chiếu với điều kiện ta đượ nghiệm của phương trình là $x=-3+\sqrt{31}, x=-4+4\sqrt{2}$.

Dạng 3.5 Đưa về hệ phương trình

Nguyễn Bảo Vương

Câu 12. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{4x^2+5x+1}-2\sqrt{x^2-x+1}=9x-3$.

b) $\sqrt{x^3+x^2-1}+\sqrt{x^3+x^2+2}=3$.

Lời giải

a) Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{4x^2+5x+1}\ge 0\\b=\sqrt{x^2-x+1}\ge 0\end{cases}$, ta được hệ phương trình $\begin{cases}a^2-4b^2=9x-3\\a-2b=9x-3\end{cases}$

Từ đó ta có $a^2-4b^2=a-2b\Leftrightarrow(a-2b)(a+2b)=0\Leftrightarrow a=2b$ hoặc $a=1-2b$.

Với $a=2b$ ta có $\sqrt{4x^2+4x+1}=2\sqrt{x^2-x+1}\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$.

Với $a=1-2b$ ta có $\sqrt{4x^2+5x+1}=1-2\sqrt{x^2-x+1}$. (*)

Ta có $\begin{cases}VT(*)\ge 0\\VP(*)=1-2\sqrt{x^2-x+1}=1-2\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}}\le 1-\sqrt{3}<0\end{cases}$ suy ra $(*)$ vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{3}$.

b) Điều kiện $x^3+x^2-1\ge 0$.

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x^3+x^2-1}\ge 0\\ v=\sqrt{x^3+x^2+2}\ge 0\end{cases}$, ta được hệ phương trình

$$\begin{cases}u+v=3\\ v^2-u^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=3\\ (v+u)(v-u)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=3\\ v-u=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\ v=2\end{cases}.$$

Với $\begin{cases}u=1\\ v=2\end{cases}$ ta có

$$\begin{cases}\sqrt{x^3+x^2-1}=1\\ \sqrt{x^3+x^2+2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+x^2-1=1\\ x^3+x^2+2=4\end{cases}$$
$$\Leftrightarrow x^3+x^2-2=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2+2x+2)=0\Leftrightarrow x=1.$$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=1$.

Câu 13. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{1+\sqrt{1-x^2}}\left[\sqrt{(1+x)^3}-\sqrt{(1-x)^3}\right]=2+\sqrt{1-x^2}$

b) $x+\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=6$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

a) Điều kiện $-1\le x\le 1$.

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{1+x}\ge 0\\ v=\sqrt{1-x}\ge 0\end{cases}$, ta được hệ phương trình $\begin{cases}u^2+v^2=2\\ \sqrt{1+uv}\left(u^3-v^3\right)=2+uv\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}1+uv=\frac{1}{2}(2+2uv)=\frac{1}{2}\left(u^2+v^2+2uv\right)=\frac{1}{2}(u+v)^2\\ u^3-v^3=(u-v)\left(u^2+v^2+uv\right)=(u-v)(1+uv).\end{cases}$

Suy ra $\begin{cases}u^2+v^2=2\\ u^2-v^2=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u^2=1+\frac{\sqrt{2}}{2}\\ v^2=1-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ ta có $\begin{cases}1+x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}\\ 1-x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}.$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Điều kiện $x\ge 1$.

Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{x-1}\ge 0 \\ b=\sqrt{5+\sqrt{x-1}}\ge \sqrt{5} \end{cases}$, ta được hệ phương trình $\begin{cases} a^2+b=5 \\ b^2-a=5 \end{cases}$.

Từ đó ta có $(a+b)(a-b+1)=0 \Leftrightarrow a-b+1=0 \Leftrightarrow a=b-1$.

Với $a=b-1$ ta có

$$\sqrt{x-1}=\sqrt{5+\sqrt{x-1}} \Leftrightarrow \sqrt{x-1}+1=\sqrt{5+\sqrt{x-1}}$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{x-1}=5-x \Leftrightarrow x=\frac{11-\sqrt{17}}{2}.$$

Đối chiếu điều kiện ta đượ nghiệm của phương trình là $x=\frac{11-\sqrt{7}}{2}$.

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH – KHÁ

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=2-x$ là:

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\{2;3\}$.

Lời giải

Chọn **B**

Thay các giá trị vào phương trình có $x=1$ vào thỏa mãn phương trình.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=-x^2-5$ là

A. $S=\{1;5\}$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{5\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Vì $-x^2-5<0$ vậy phương trình vô nghiệm

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{4-3x^2}=2x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1\ge 0 \\ 4-3x^2=4x^2-4x+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{-3}{7} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$\Rightarrow x=1$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $-2\le x\le 2$

$$\begin{aligned}&(x-3)\sqrt{4-x^2}=x^2-4x+3\\ \Leftrightarrow&(x-3)\sqrt{4-x^2}=(x-3)(x-1)\\ \Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}x=3\quad (L)\\ \sqrt{4-x^2}=x-1(*)\end{array}\right.\end{aligned}$$

Giải (*)

$$\sqrt{4-x^2}=x-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\ 2x^2-2x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{ll}x=\dfrac{1+\sqrt{7}}{2} & (\text{TM})\\ x=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2} & (\text{L})\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

Câu 5. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2$ là:

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $-\sqrt{10}\le x\le\sqrt{10}$

$$\begin{aligned}&(x-1)\sqrt{10-x^2}=x^2-3x+2\\ \Leftrightarrow&(x-1)\sqrt{10-x^2}=(x-2)(x-1)\\ \Leftrightarrow&\left[\begin{array}{l}x=1(TM)\\ \sqrt{10-x^2}=x-2(*)\end{array}\right.\end{aligned}$$

Giải (*)

$$\sqrt{10-x^2}=x-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ 10-x^2=(x-2)^2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=3(TM)\\ x=-1(L)\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 4

Câu 6. Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{6;2\}$. **D.** $S=\{6\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x-3}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ 2x-3=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ 2x-3=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x^2-8x+12=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} x=6 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=6.$$

Câu 7. Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$.

A. 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

$$\sqrt{3x-4}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\geq 0 \\ \left(\sqrt{3x-4}\right)^2=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ 3x-4=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x^2-9x+13=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{9-\sqrt{29}}{2} \\ x=\dfrac{9+\sqrt{29}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{9+\sqrt{29}}{2}.$$

Nguyễn Bảo Vương

Vậy đồ thị hàm số $y=\sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y=x-3$ có 1 giao điểm chung.

Câu 8. Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1}=x-2$ bằng:

A. 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

+) Với điều kiện $x-2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2$ ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình: $2x-1=(x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(L) \\ x=5(t/m) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=5$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2}=x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{3x-2}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ 3x-2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$\sqrt{5x+6}=x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6\ge 0 \\ 5x+6=x^2-12x+36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 6 \\ x^2-17x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 6 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=15 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=15.$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=15$.

Câu 11. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4x+7}=2x-1$ là

A. $\left\{\frac{2-\sqrt{10}}{2};\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{2+\sqrt{10}}{2}\right\}$.

C. $\left\{\frac{2-\sqrt{10}}{2}\right\}$. **D.** Một phương án khác.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{4x+7}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ 4x+7=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{1}{2} \\ 4x^2-8x-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{1}{2} \\ x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow x=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$. Vậy $x=\frac{2+\sqrt{10}}{2}$.

Câu 12. Phương trình $\sqrt{-x^2+4x}=2x-2$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$\sqrt{-x^2+4x}=2x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2\ge 0 \\ -x^2+4x=(2x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ 5x^2-12x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=2\,(n) \\ x=\frac{2}{5}\,(l) \end{array}\right. \end{cases}$.

Vậy $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5}=x^2-2x+3$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x^2-2x+5>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Đặt $t=x^2-2x+5$, ta có phương trình trở thành $\sqrt{t}=t-2$

$$\sqrt{t}=t-2\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 2\\ t=(t-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 2\\ t^2-5t+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=4\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow t=4.$$

Khi đó $4=x^2-2x+5\Leftrightarrow(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$. Thử lại ta thấy $x=1$ thỏa mãn.

Suy ra phương trình đã cho có một nghiệm.

Câu 14. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2+x+1}=x^2+x-1\Leftrightarrow x^2+x+1-\sqrt{x^2+x+1}-2=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+x+1}\right)^2-\sqrt{x^2+x+1}-2=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+x+1}=-1\,(vn)\\ \sqrt{x^2+x+1}=2\ (1)\end{array}\right.$$

$(1)\Leftrightarrow\sqrt{x^2+x+1}=2\Leftrightarrow x^2+x-3=0$

Do đó: $x_1.x_2=\dfrac{-3}{1}=-3$.

Câu 15. Phương trình $\sqrt{2x^2+3x-5}=x+1$ có nghiệm:

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\sqrt{2x^2+3x-5}=x+1\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\ 2x^2+3x-5=(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ x^2+x-6=0\end{cases}\Leftrightarrow x=2.$

Câu 16. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\3x^2-9x+7=(x-2)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\2x^2-5x+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\in\varnothing.$$

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 17. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3}=3x-1.$ là

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\forall x\in\mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2+3}=3x-1\Leftrightarrow\begin{cases}3x-1\ge 0\\x^2+3=(3x-1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{3}\\8x^2-6x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{3}\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$$

Nguyễn Bảo Vương

Kết luận.

Câu 18. Phương trình: $\sqrt{x^2-x-12}=7-x$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 . **B.** 2 .

C. 1. **D.** Vô Số.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{x^2-x-12}=7-x\Leftrightarrow\begin{cases}7-x\ge 0\\x^2-x-12=(7-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 7\\13x=61\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 7\\x=\dfrac{61}{13}(tm)\end{cases}.$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=\dfrac{61}{13}$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình sau $x-\sqrt{2x^2-3x+1}=1$ là:

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

$x-\sqrt{2x^2-3x+1}=1.$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-3x+1}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1\ge 0 \\ 2x^2-3x+1=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $x^2-3x+86-19\sqrt{x^2-3x+16}=0$ là.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình $x^2-3x+86-19\sqrt{x^2-3x+16}=0 \Leftrightarrow x^2-3x+16-19\sqrt{x^2-3x+16}+70=0(*)$

Đặt $t=\sqrt{x^2-3x+16}$, $t\ge 0$. Khi đó $(*) \Rightarrow t^2-19t+70=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=14\,(n) \\ t=5\ \ (n) \end{array}\right.$

Với $t=14 \Rightarrow \sqrt{x^2-3x+16}=14 \Leftrightarrow x^2-3x-180=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=15 \\ x=-12 \end{array}\right.$.

Với $t=5 \Rightarrow \sqrt{x^2-3x+16}=5 \Leftrightarrow x^2-3x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+3\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{3-3\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 21. Tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$ là:

A. 17. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+5+3\sqrt{x^2-4x+5}-4=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x+5}=1$

$\Leftrightarrow x^2-4x+5=1 \Leftrightarrow x^2-4x+4=0 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 22. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2+5x+2+2\sqrt{x^2+5x+10}=0$ là:

A. 5. **B.** 13. **C.** 10. **D.** 25.

Lời giải:

Chọn B

Điều kiện xác định $x^2+5x+10\ge 0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow x^2+5x+10+2\sqrt{x^2+5x+10}-8=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+5x+10}=2\\ \sqrt{x^2+5x+10}=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x+10}=2 \Leftrightarrow x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-3\\ x_2=-2\end{array}\right..$$

Vậy $x_1^2+x_2^2=2^2+3^2=13$.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{1\}$. **C.** $S=\{2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt{x-2}\left(x^2-3x+2\right)=0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x-2\ge 0\\ \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ x^2-3x+2=0\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge 2\\ \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=1\\ x=2\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow x=2.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{2\}$.

Câu 24. Phương trình $\sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{2x+1}-x\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

+) Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}x^2-1\ge 0\\ 2x+1\ge 0\end{array}\right. \Leftrightarrow x\ge 1$.

+) $\sqrt{x^2-1}\left(\sqrt{2x+1}-x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2-1}=0\\ \sqrt{2x+1}-x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-1=0(1)\\ \sqrt{2x+1}=x(2)\end{array}\right.$

Giải (1): $x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1(n)\\ x=-1(l)\end{array}\right.$

Giải (2): $\sqrt{2x+1}=x \Rightarrow 2x+1=x^2\,(do\ x\ge 1) \Leftrightarrow x^2-2x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}(n)\\ x=1-\sqrt{2}(l)\end{array}\right.$

Vậy số nghiệm của phương trình là 2.

Câu 25. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\left(x^2-4x+3\right)\sqrt{x-2}=0$

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x-2\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 2$

$\left(x^2-4x+3\right)\sqrt{x-2}=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+3=0\\ \sqrt{x-2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(l)\\ x=3(n)\\ x=2(n)\end{array}\right.$.

Câu 26. Tập nghiệm của phương trình $\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;1;2\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $\{-1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x\ge 1$.

Biến đổi: $\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-2=0\\ x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2\\ x=1.\end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta được $x=1,x=2$

Câu 27. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}\left(x^2-4x+3\right)=0$ là

A. $S=\{2;3\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{1;3\}$. **D.** $S=\{1;2;3\}$.

Lời giải

Nguyễn Bảo Vương

Chọn A

Điều kiện $x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 2$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương với

$\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ x^2-4x+3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=1,x=3\end{array}\right.$. So với điều kiện chỉ có $x=2$, $x=3$ thỏa.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{2;3\}$.

Câu 28. Tập nghiệm của phương trình $\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;1;2\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $\{-1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x\ge 1$.

$\left(x^2-x-2\right).\sqrt{x-1}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-2=0\\ \sqrt{x-1}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2\\ x=1\end{array}\right.$

So sánh điều kiện kết luận phương trình có nghiệm $x=1;x=2$.

Câu 29. Phương trình $\left(x^2-6x\right)\sqrt{17-x^2}=x^2-6x$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$\left(x^2-6x\right)\sqrt{17-x^2}=x^2-6x\Leftrightarrow\left(x^2-6x\right)\left(\sqrt{17-x^2}-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-6x=0\\17-x^2\ge 0\end{cases}\\\sqrt{17-x^2}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0(TM)\\x=6(L)\end{array}\right.\\|x|\le\sqrt{17}\end{cases}\\17-x^2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 4\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 30. Số nghiệm của phương trình $\left(x-2\right)\sqrt{2x+7}=x^2-4$ bằng:

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn B

+) Điều kiện: $2x+7\ge 0\Leftrightarrow x\ge-\frac{7}{2}$.

$\left(x-2\right)\sqrt{2x+7}=x^2-4\Leftrightarrow\left(x-2\right)\sqrt{2x+7}=\left(x-2\right)\left(x+2\right)$

$\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left[\sqrt{2x+7}-\left(x+2\right)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\\sqrt{2x+7}=x+2\end{array}\right.$.

+) $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ (thỏa mãn).

+) $\sqrt{2x+7}=x+2\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\ge 0\\2x+7=\left(x+2\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-2\\x^2+2x-3=0\end{cases}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-2\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1$$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}$ là

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S=\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}3-x\ge 0\\ x+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x\le 3$.

Phương trình tương đương: $3-x=x+2\Leftrightarrow 1=2x\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Câu 32. Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}=\sqrt{3-x}$ là

A. $x=\dfrac{3}{4}$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$. **C.** $x=\dfrac{4}{3}$. **D.** $x=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Thay các nghiệm x vào phương trình thấy $x=\dfrac{4}{3}$ là nghiệm.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2}=\sqrt{2-x}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $x\sqrt{x-2}=\sqrt{2-x}$ chỉ xác định khi $x=2$.

Thử lại, ta thấy là nghiệm phương trình.

Vậy phương trình chỉ có 1 nghiệm.

Câu 34. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1$.

A. $\{2\}$. **B.** $\{1;-2\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn D

Đk: $-2\le x\le 3$

$\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1\Leftrightarrow 3-x=x+3+2\sqrt{x+2}\Leftrightarrow 3-x-x-3=2\sqrt{x+2}\Leftrightarrow -2x=2\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ x^2=x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2\end{array}\right.\end{cases}$

Câu 35. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$

Điều kiện $\begin{cases} x+3\ge 0 \\ 2x-1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge \frac{1}{2}$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{x+3}=1+\sqrt{2x-1}$

$\Leftrightarrow x+3=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1}=-x+3 \Leftrightarrow \begin{cases} -x+3\ge 0 \\ 4(2x-1)=(-x+3)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3 \\ x^2-14x+13=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 1.

Câu 36. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

- Điều kiện: $\begin{cases} 3x+1\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\frac{1}{3} \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3}\le x\le 2.$

- PT $\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2-x} \Leftrightarrow \left[\sqrt{3x+1}\right]^2=\left[1+\sqrt{2-x}\right]^2 \Leftrightarrow 3x+1=1+2\sqrt{2-x}+2-x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2-x}=4x-2 \Leftrightarrow \sqrt{2-x}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ 2-x=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{1}{2} \\ 2-x=4x^2-4x+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{1}{2} \\ 4x^2-3x-1=0 \end{cases} \begin{cases} x\ge \frac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{1}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $-3\le x\le 1$.

Phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7 \Leftrightarrow \left(x+\sqrt{x+3}\right)^2=\left(3+\sqrt{1-x}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\sqrt{x+3}=3+\sqrt{1-x} \\ x+\sqrt{x+3}=-\left(3+\sqrt{1-x}\right) VN \end{array}\right. \Leftrightarrow 1-x+\sqrt{1-x}+2-\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}\left(\sqrt{1-x}+1+\dfrac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x+3}}\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}=0$ (do $\sqrt{1-x}+1+\dfrac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x+3}}>0, \forall x\in[-3;1]$)

$\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$.

Câu 38. Phương trình $x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ với $a,b>0$. Khi đó: $a+b=$

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ (điều kiện: $x\ge -\dfrac{1}{3}$)

$\Leftrightarrow (x+1)\left[\sqrt{8x+5}-(x+2)\right]+\left[\sqrt{6x+2}-(x+1)\right]$

$\Leftrightarrow \dfrac{(x+1)\left(-x^2+4x+1\right)}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\dfrac{-x^2+4x+1}{\sqrt{6x-2}+x+1}=0$

$\Leftrightarrow \left(-x^2+4x+1\right)\left(\dfrac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\dfrac{1}{\sqrt{6x-2}+x+1}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+4x+1=0 \\ \dfrac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\dfrac{1}{\sqrt{6x-2}+x+1}=0 (\text{VN}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{5} \\ x=2-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Câu 39. Biết phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $(x_1-1).(x_2-1)$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ge 1 \\ \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x+1}-1-\sqrt{3}\right)=0 \end{array}\right.$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=0\\ \sqrt{x+1}=1+\sqrt{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3+2\sqrt{3}\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3+2\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Suy ra $(x_1-1).(x_2-1)=0$.

Câu 40. Phương trình $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\ge 2$.

Khi đó $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2}\Leftrightarrow\sqrt{x^2-x+1}=2x-1$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\ge 0\\ x^2-x+1=(2x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\ 3x^2-3x=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1(ktm)$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 41. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}+\sqrt{16-x^2}=4$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1. Điều kiện: $-4\le x\le 4$.

Đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$.

Bước 2. Ta được phương trình $t+\dfrac{8-t^2}{2}=4\Leftrightarrow t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=2\end{array}\right.$.

Bước 3. Với $t=0$ ta có $\sqrt{16-x^2}=4\Leftrightarrow 16-x^2=16\Leftrightarrow x=0$.

Với $t=2$ ta có $\sqrt{16-x^2}=2\Leftrightarrow 16-x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{0;-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\}$.

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2. **B. Lời giải** trên đúng hoàn toàn.

C. Lời giải trên sai ở bước 1. **D. Lời giải** trên sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Ở bước 1, khi đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$ thì bản chất của **Lời giải** trên là đưa về phương trình hệ quả. Do đó cần thử lại nghiệm ở bước 3.

Câu 42. Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2$.

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=4\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2$.

Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases}5x-4x^2\ge 0\\ x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le\dfrac{5}{4}\\ x\ne 1\end{cases}(*)$.

Từ phương trình: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2\Rightarrow\sqrt{5x-4x^2}-x=2(x-1)$

$$\Leftrightarrow\sqrt{5x-4x^2}=3x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\ 5x-4x^2=9x^2-12x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\ 13x^2-17x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=4\end{array}\right.$$

.

So sánh với điều kiện $(*)$ thì $x=1$, $x=4$ đều không thỏa mãn điều kiện phương trình ban đầu.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 43. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\ge 3$.

Khi đó pt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+2=0\\ \sqrt{x-3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện suy ra phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

Câu 44. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x}+\dfrac{2-x}{\sqrt{x-3}}=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}2-x\ge 0\\ x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x>3\end{cases}$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm. Suy ra phương trình ban đầu vô nghiệm.

Câu 45. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2+4x-1}=x+1$ là?

A. $S=\{-1+\sqrt{3};-1-\sqrt{3}\}$. **B.** $S=\{-1+\sqrt{3}\}$.

C. $S=\left\{-1-\sqrt{3}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn **B**

$$\sqrt{2x^2+4x-1}=x+1\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\2x^2+4x-1=(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x^2+2x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x=-1\pm\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow x=-1+\sqrt{3}$$

Câu 46. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{-x^2+4x-3}+5=2x$ là?

A. $S=\left\{2;\frac{14}{5}\right\}$. **B.** $S=\{2;4\}$. **C.** $S=\left\{\frac{14}{5}\right\}$. **D.** $S=\{2\}$

Lời giải

Chọn **C**

$$\sqrt{-x^2+4x-3}+5=2x\Leftrightarrow\sqrt{-x^2+4x-3}=2x-5\Leftrightarrow\begin{cases}2x-5\ge 0\\-x^2+4x-3=(2x-5)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{5}{2}\\5x^2-24x+28=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{5}{2}\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{14}{5}\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow x=\frac{14}{5}$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 47. Khi giải phương trình $\sqrt{x^2+3x}+1=3x$ ta tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được: $x^2+3x=(3x-1)^2$ (2)

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $8x^2-9x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{8}\end{array}\right.$

Bước 3: Khi $x=1$,ta có $x^2+3x>0$. Khi $x=\frac{1}{8}$, ta có $x^2+3x>0$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{1;\frac{1}{8}\right\}$

Vậy Cách giải trên **đúng** hay **sai**? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai ở bước 1. **C.** Sai ở bước 2. **D.** Sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^2+3x>0$, ở là điều kiện xác định của phương trình không phải là điều kiện có nghiệm của phương trình

□ Ở Bước 3 ta thay $x=1$ vào phương trình thỏa mãn nên $x=1$ là nghiệm

Khi ta thay $x=\frac{1}{8}$ vào phương trình và thấy $x=\frac{1}{8}$ không thỏa mãn phương trình nên $x=\frac{1}{8}$ không là nghiệm

Câu 48. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^3+x^2+6x+28}=x+5$ bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** –1.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{x^3+x^2+6x+28}=x+5\Leftrightarrow\begin{cases}x+5\ge 0\\ x^3+x^2+6x+28=(x+5)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -5\\ x^3-4x+3=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -5\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm là: 0.

Câu 49. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^4-4x^3+14x-11}=1-x$ bằng:

A. –2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** –1.

Lời giải

Nguyễn Bảo Vương

Chọn D

$$\sqrt{x^4-4x^3+14x-11}=1-x\Leftrightarrow\begin{cases}1-x\ge 0\\ x^4-4x^3+14x-11=(1-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ x^4-4x^3-x^2+16x-12=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm là: –1.

Câu 50. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}}=x+1$ là:

A. 0 nghiệm. **B.** 1 nghiệm. **C.** 2 nghiệm. **D.** 3 nghiệm.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}}=x+1\Leftrightarrow\begin{cases}1+x\ge 0\\ 2x+\sqrt{6x^2+1}=(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\ \sqrt{6x^2+1}=x^2+1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ 6x^2+1=\left(x^2+1\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x^4-4x^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Số các nghiệm là: 2.

Câu 51. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ bằng:

A. $3-\sqrt{2}$. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}=-x^2+3x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+3x-1 \ge 0 \\ 2x-1=\left(-x^2+3x-1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+3x-1 \ge 0 \\ x^4-6x^3+11x^2-8x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+3x-1 \ge 0 \\ (x-1)^2\left(x^2-4x+2\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+3x-1 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2\pm\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2-\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Tổng các nghiệm là: $3-\sqrt{2}$

Câu 52. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{2x-1}=\sqrt{1-2x}$ là

A. $\frac{1}{2} \le x$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x \le \frac{1}{2}$ **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 2x-1 \ge 0 \\ 1-2x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{1}{2} \\ x \le \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Câu 53. $[-3;1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x}=\sqrt{\frac{1}{1-x^3}}$ **B.** $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}$

C. $\sqrt{-x^2-x+6}=\sqrt{-x^2-3x+4}$ **D.** $\sqrt{1-x}=\sqrt{-x^2-x+6}$

Lời giải

Chọn A

A. ĐK: $\begin{cases} 3+x \ge 0 \\ \frac{1}{1-x^3} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -3 \\ 1-x^3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -3 \\ x<1 \end{cases}$.

B. ĐK: $\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{3-2x-x^2}\begin{cases}x^2-2x+1\ge 0\\3-2x-x^2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2\ge 0\\-(x-1)(x+3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

C. ĐK: $\begin{cases}-x^2-x+6\ge 0\\-x^2-3x+4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-(x+3)(x-2)\ge 0\\-(x-1)(x+4)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\le x\le 2\\-4\le x\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

D. ĐK: $\begin{cases}1-x\ge 0\\-x^2-x+6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\-(x+3)(x-2)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1\\-3\le x\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -3\le x\le 1.$

Câu 54. Cho phương trình $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x+1}$ (1). Phép biến đổi nào sau đây là **sai?**

A. $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\x^2-2x-3=x+1\end{cases}$

B. $(1)\Leftrightarrow x^2-2x-3=x+1$

C. $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-3\ge 0\\x^2-2x-3=x+1\end{cases}$

D. $(1)\Rightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\x^2-2x-3\ge 0\\x^2-2x-3=x+1\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Phép biến đổi B thiếu điều kiện.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 55. Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x-\frac{5}{4}}$. Một bạn làm như sau:

Bước 1: $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{x-\frac{5}{4}}\Leftrightarrow\begin{cases}x-\frac{5}{4}\ge 0\\x^2-2x-3=x-\frac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{5}{4}\\x^2-3x-\frac{7}{4}=0\end{cases}$

Bước 2: Phương trình $x^2-3x-\frac{7}{4}=0$ có hai nghiệm phân biệt, nên theo định lý Vi-et, ta có tổng hai nghiệm là $S=3$.

Bước 3: Vậy phương trình có tổng các nghiệm là 3.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2-3x-\frac{7}{4}=0$ có hai nghiệm phân biệt: $x=\frac{7}{2}$ (thỏa ĐK) và $x=-\frac{1}{2}$ (không thỏa ĐK) nên phương trình đã cho có một nghiệm $x=\frac{7}{2}$, và tổng các nghiệm là: $\frac{7}{2}$.

Câu 56. Giải phương trình $\sqrt{x^2(x-1)}=\sqrt{x^2(3-x)}$ (*), một bạn làm như sau:

Bước 1: $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2(x-1)\ge 0\,(1)\\ x^2(x-1)=x^2(3-x)\,(2)\end{cases}$.

Bước 2: Giải (1): Vì $x^2\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $(1)\Leftrightarrow x-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

Bước 3: $(2)\Leftrightarrow x^2(2x-4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$.

Kết hợp ta được $x=2$ là nghiệm của phương trình.

Lời giải trên là đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

Lời giải

Chọn C

$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x-1\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x\ge 1\end{array}\right.$.

Câu 57. Điều kiện xác định của phương trình $\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x^2-2x+1}}=2$ là

A. $1\le x$ **B.** $x\ne 1$ **C.** $\left[\begin{array}{l}2<x\\ x<0\end{array}\right.$ **D.** $x>1$

Lời giải

Chọn **B**

Điều kiện: $x^2-2x+1>0\Leftrightarrow(x-1)^2>0\Leftrightarrow x\ne 1$

Câu 58. Điều kiện xác định của phương trình $(x-3)(x+1)+4(x-3)\sqrt{\dfrac{x+1}{x-3}}=-3$ là

A. $x>3$ **B.** $\left[\begin{array}{l}x>3\\ x\le -1\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x\le -1\end{array}\right.$ **D.** $x\le -1$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\dfrac{x+1}{x-3}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\ x\le -1\end{array}\right.$

Câu 59. Phép biến đổi nào sau đây là **sai**

A. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7\Rightarrow 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2$

B. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7\Leftrightarrow 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2$

C. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+10x+1=(-x^2-2x+7)^2 \\ -x^2-2x+7\ge 0 \end{cases}$

D. $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} t=\sqrt{5x^2+10x+1}\ge 0 \\ t=\dfrac{1-t^2}{5}+7 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Phép biến đổi bình phương hai vế không phải là phép biến đổi tương đương nếu 2 vế không cùng dấu.

Câu 60. Giải phương trình $(x-2)(x-1)+2(x-2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}=0 \quad (1)$

Bước 1: Điều kiện: $\dfrac{x-1}{x-2}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x\le 1 \end{array}\right.$

Bước 2: $(1) \Leftrightarrow (x-2)(x-1)+2\sqrt{(x-2)(x-1)}=0 \quad (2)$

Bước 3: $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{(x-2)(x-1)}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \quad (tm) \\ x=2 \quad (loai) \end{array}\right. \\ \sqrt{(x-2)(x-1)}=-2 \quad (loai) \end{array}\right.$.

Vậy phương trình có một nghiệm $x=1$

Lời giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng **B.** Sai từ bước 1 **C.** Sai từ bước 2 **D.** Sai từ bước 3

Lời giải

Chọn C

$(x-2)(x-1)+2(x-2)\sqrt{\dfrac{x-1}{x-2}}=0 \Leftrightarrow (x-2)(x-1)+2\sqrt{(x-2)(x-1)}=0$ chỉ đúng khi $x>2$

Câu 61. Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7$ là

A. -3 **B.** -5 **C.** -2 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{5x^2+10x+1}=-x^2-2x+7 \Leftrightarrow \begin{cases} t=\sqrt{5x^2+10x+1}\ge 0 \\ t=\dfrac{1-t^2}{5}+7 \Leftrightarrow t^2+5t-36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-9(loai) \\ t=4(tm) \end{array}\right. \end{cases}$

Với $t=4$: $5x^2+10x+1=16 \Leftrightarrow 5x^2+10x-15=0 \Rightarrow x_1+x_2=-2$

Câu 62. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x}+\dfrac{2-x}{\sqrt{x-3}}=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}2-x\ge 0\\ x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\ x>3\end{cases}$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm. Suy ra phương trình ban đầu vô nghiệm.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 63. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1$.

A. $\{2\}$. **B.** $\{1;-2\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn D

Đk: $-2\le x\le 3$

$\sqrt{3-x}=\sqrt{x+2}+1\Leftrightarrow 3-x=x+3+2\sqrt{x+2}\Leftrightarrow 3-x-x-3=2\sqrt{x+2}\Leftrightarrow -2x=2\sqrt{x+2}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ x^2=x+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ \left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=2\end{array}\right.\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 64. Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$\sqrt{x+3}-\sqrt{2x-1}=1$

Điều kiện $\begin{cases}x+3\ge 0\\ 2x-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge\dfrac{1}{2}$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow\sqrt{x+3}=1+\sqrt{2x-1}$

$\Leftrightarrow x+3=1+2\sqrt{2x-1}+2x-1\Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1}=-x+3\Leftrightarrow\begin{cases}-x+3\ge 0\\ 4(2x-1)=(-x+3)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\ x^2-14x+13=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 1.

Câu 65. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{2-x}=1$ là

A. 3 . **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn C

- Điều kiện: $\begin{cases} 3x+1\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{3} \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}\le x\le 2.$

- PT $\Leftrightarrow \sqrt{3x+1}=1+\sqrt{2-x} \Leftrightarrow \left[\sqrt{3x+1}\right]^2=\left[1+\sqrt{2-x}\right]^2 \Leftrightarrow 3x+1=1+2\sqrt{2-x}+2-x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2-x}=4x-2 \Leftrightarrow \sqrt{2-x}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ 2-x=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ 2-x=4x^2-4x+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ 4x^2-3x-1=0 \end{cases} \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{1}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$.

Câu 66. Số nghiệm của phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7$ là

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $-3\le x\le 1$.

Phương trình $x^2+2x+2x\sqrt{x+3}=6\sqrt{1-x}+7 \Leftrightarrow \left(x+\sqrt{x+3}\right)^2=\left(3+\sqrt{1-x}\right)^2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+\sqrt{x+3}=3+\sqrt{1-x} \\ x+\sqrt{x+3}=-\left(3+\sqrt{1-x}\right) \ VN \end{array}\right. \Leftrightarrow 1-x+\sqrt{1-x}+2-\sqrt{x+3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}\left(\sqrt{1-x}+1+\dfrac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x+3}}\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}=0$ (do $\sqrt{1-x}+1+\dfrac{\sqrt{1-x}}{2+\sqrt{x+3}}>0, \forall x\in[-3;1]$)

$\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x=1$.

Câu 67. Phương trình $x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ với $a,b>0$. Khi đó: $a+b=$

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$x^2+4x+3=(x+1)\sqrt{8x+5}+\sqrt{6x+2}$ (điều kiện: $x\ge -\frac{1}{3}$)

$\Leftrightarrow (x+1)\left[\sqrt{8x+5}-(x+2)\right]+\left[\sqrt{6x+2}-(x+1)\right]$

$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(-x^2+4x+1)}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\frac{-x^2+4x+1}{\sqrt{6x-2}+x+1}=0$

$\Leftrightarrow (-x^2+4x+1)\left(\frac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\frac{1}{\sqrt{6x-2}+x+1}\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-x^2+4x+1=0\\ \frac{x+1}{\sqrt{8x+5}+(x+2)}+\frac{1}{\sqrt{6x-2}+x+1}=0(\text{VN})\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2+\sqrt{5}\\ x=2-\sqrt{5}\end{array}\right.$

Câu 68. Biết phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị biểu thức $(x_1-1).(x_2-1)$.

A. 1. **B.** 0 . **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x-1}+\sqrt{3x-3}=\sqrt{x^2-1} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge 1\\ \sqrt{x-1}\left(\sqrt{x+1}-1-\sqrt{3}\right)=0\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=0\\ \sqrt{x+1}=1+\sqrt{3}\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3+2\sqrt{3}\end{array}\right.\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3+2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Suy ra $(x_1-1).(x_2-1)=0$.

Câu 69. Phương trình $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2}$ có số nghiệm là:

A. 1. **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\ge 2$.

Khi đó $\sqrt{x-2}+\sqrt{x^2-x+1}=2x-1+\sqrt{x-2} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}=2x-1$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}2x-1\ge 0\\ x^2-x+1=(2x-1)^2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\ge \frac{1}{2}\\ 3x^2-3x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1(ktm)$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 70. Với bài toán: Giải phương trình $\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}+\sqrt{16-x^2}=4$. Một học sinh giải như sau:

Bước 1. Điều kiện: $-4\le x\le 4$.

Đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$.

Bước 2. Ta được phương trình $t+\dfrac{8-t^2}{2}=4\Leftrightarrow t^2-2t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.$.

Bước 3. Với $t=0$ ta có $\sqrt{16-x^2}=4\Leftrightarrow 16-x^2=16\Leftrightarrow x=0$.

Với $t=2$ ta có $\sqrt{16-x^2}=2\Leftrightarrow 16-x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{0;-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right\}$.

Hãy chọn phương án đúng.

A. Lời giải trên sai ở bước 2.
B. Lời giải trên đúng hoàn toàn.
C. Lời giải trên sai ở bước 1.
D. Lời giải trên sai ở bước 3.

Lời giải

Chọn D

Ở bước 1, khi đặt $t=\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}\Rightarrow t^2=8-2\sqrt{16-x^2}\Rightarrow\sqrt{16-x^2}=\dfrac{8-t^2}{2}$ thì bản chất của lời giải trên là đưa về phương trình hệ quả. Do đó cần thử lại nghiệm ở bước 3.

Câu 71. Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2.$

A. $x=1$. **B.** $x=4$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$. **D.** $x\in\varnothing$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn D

Giải phương trình trên tập số thực: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2$.

Điều kiện xác định của phương trình: $\begin{cases}5x-4x^2\ge 0\\x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le x\le\dfrac{5}{4}\\x\ne 1\end{cases}(*)$.

Từ phương trình: $\dfrac{\sqrt{5x-4x^2}-x}{x-1}=2\Rightarrow\sqrt{5x-4x^2}-x=2(x-1)$

$$\Leftrightarrow\sqrt{5x-4x^2}=3x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\5x-4x^2=9x^2-12x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\13x^2-17x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{2}{3}\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$$

.

So sánh với điều kiện $(*)$ thì $x=1$, $x=4$ đều không thỏa mãn điều kiện phương trình ban đầu.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 72. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}}=0$

A. 1. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\ge 3$.

Khi đó pt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+2=0\\ \sqrt{x-3}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện suy ra phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

Câu 73. Số nghiệm nguyên của phương trình $x\left(x+5\right)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$ là

A. 0 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt[3]{x^2+5x-2}$ ta được phương trình: $t^3+2=2t-2\Leftrightarrow t^3-2t+4=0\Leftrightarrow t=-2$

Với $t=-2\Rightarrow\sqrt[3]{x^2+5x-2}=-2\Leftrightarrow x^2+5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\ x=-3\end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 74. Phương trình $\sqrt{x^2+481}-3\sqrt[4]{x^2+481}=10$ có hai nghiệm α,β . Khi đó tổng $\alpha+\beta$ thuộc đoạn nào sau đây ?

A. $[2;5]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-10;-6]$. **D.** $[-5;-1]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt[4]{x^2+481},t\ge\sqrt[4]{481}$. Phương trình đã cho trở thành :

$t^2-3t-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\ t=-2\end{array}\right.$.Đối chiếu điều kiện, loại $t=-2$.

Với $t=5\Rightarrow\sqrt[4]{x^2+481}=5\Leftrightarrow x^2=144\Leftrightarrow x=\pm12\Rightarrow\alpha=12,\beta=-12$

Do đó : $\alpha+\beta=0\in[-1;1]$. Chọn **B.**

Câu 75. Phương trình: $2x^2+5x-1=7\sqrt{x^3-1}$ có nghiệm là $a\pm\sqrt{b}$ thì $2a-b$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x\ge 1$.

Ta có $2x^2+5x-1=7\sqrt{x^3-1} \Leftrightarrow 2\left(x^2+x+1\right)+3\left(x-1\right)=7\sqrt{\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)}$ (1)

Với $x=1$ ta thấy không thỏa mãn (1) nên không phải là nghiệm.

Với $x\neq 1$ ta có:

$$(1) \Leftrightarrow 2\left(x^2+x+1\right)+3\left(x-1\right)=7\sqrt{\left(x-1\right)\left(x^2+x+1\right)} \Leftrightarrow 2\frac{x^2+x+1}{x-1}-7\sqrt{\frac{x^2+x+1}{x-1}}+3=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{x^2+x+1}{x-1}}=\dfrac{1}{2}\\ \sqrt{\dfrac{x^2+x+1}{x-1}}=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{x^2+x+1}{x-1}=\dfrac{1}{4}\\ \dfrac{x^2+x+1}{x-1}=9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x^2+3x+5=0\\ x^2-8x+10=0\end{array}\right. \Leftrightarrow x=4\pm\sqrt{6}.$$

Suy ra $a=4$ và $b=6$. Do đó, $2a-b=2.4-6=2$.

Câu 76. Giải phương trình: $x=\sqrt{x-\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}$ ta được một nghiệm $x=\frac{a+\sqrt{b}}{c}$, $a,b,c\in\mathbb{N},b<20$. Tính giá trị biểu thức $P=a^3+2b^2+5c$.

A. $P=61$. **B.** $P=109$. **C.** $P=29$. **D.** $P=73$.

Lờigiải

Chọn A

Điều kiện $\left\{\begin{array}{l}x-\dfrac{1}{x}\geq\\ 1-\dfrac{1}{x}\geq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\dfrac{(x-1)(x+1)}{x}\geq 0\\ \dfrac{x-1}{x}\geq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-1\leq x<0\\ x\geq 1\end{array}\right.$

$-1\leq x<0\Rightarrow x<\sqrt{x-\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}}$

Xét $x\geq 1$ $x=\sqrt{x-\frac{1}{x}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}} \Leftrightarrow x-\sqrt{1-\frac{1}{x}}=\sqrt{x-\frac{1}{x}} \Leftrightarrow x^2+1-\frac{1}{x}-2\sqrt{x^2-x}=x-\frac{1}{x}$

$$\Leftrightarrow x^2-x-2\sqrt{x^2-x}+1=0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2-x}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x}=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}(tm)\\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}(l)\end{array}\right.$$

$a=1,b=5,c=2\Rightarrow P=a^3+2b^2+5c=61$

Câu 77. Cho phương trình $\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất

A. $m>4$. **B.** $4<m<5$. **C.** $3<m<4$. **D.** $m<4$.

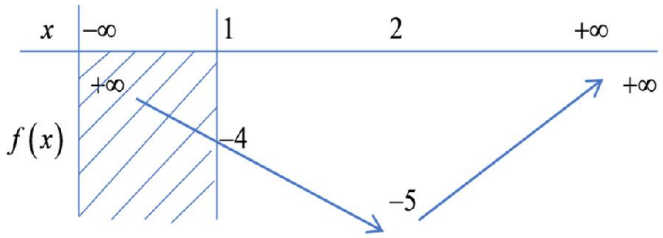
Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2-6x+m}=x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\2x^2-6x+m=(x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x^2-4x-1=-m\ (1)\end{cases}.$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm duy nhất $x\ge 1$.

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-m$ và đồ thị hàm số $f(x)=x^2-4x-1$.



Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\left[\begin{array}{l}-m=-5\\-m>-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5\\m<4\end{array}\right.$.

Câu 78. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m\ge-\frac{25}{4}$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge-\frac{25}{8}$.

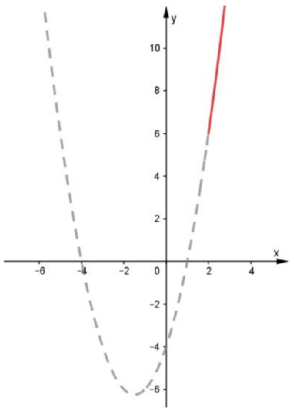
Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x^2-x-2m}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x^2+3x-4=2m\end{cases}.$$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^2+3x-4$ với đường thẳng $y=m$ trên tập $[2;+\infty)$.

Ta có đồ thị sau



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình có nghiệm khi $2m\ge 6\Leftrightarrow m\ge 3$.

Câu 79. Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2$ có nghiệm.

A. $m\le 1$. **B.** $m\in(1;+\infty)$. **C.** $m>2$. **D.** $m\ge 2$.

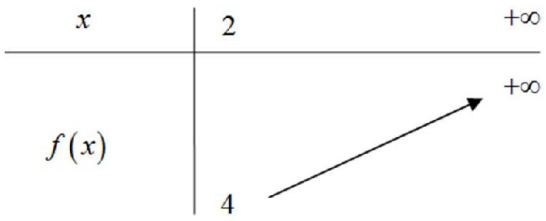
Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{2x^2-2x-2m}=x-2\Leftrightarrow\begin{cases}x-2\ge 0\\2x^2-2x-2m=(x-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 2\\x^2+2x-4=2m\ (*)\end{cases}.$$

Xét hàm số $f(x)=x^2+2x-4$, $(x\ge 2)$

BBT:



Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow(*)$ có nghiệm $x\ge 2\Leftrightarrow 2m\ge 4\Leftrightarrow m\ge 2$.

Câu 80. Với mọi giá trị dương của m phương trình $\sqrt{x^2-m^2}=x-m$ luôn có số nghiệm là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Với mọi giá trị dương của m

Ta có $\sqrt{x^2-m^2}=x-m\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge m\\x^2-m^2=(x-m)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge m\\2xm=2m^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge m\\x=m\end{cases}\Leftrightarrow x=m$.

Vậy phương trình luôn có 1 nghiệm $x=m$.

Câu 81. Cho phương trình $\sqrt{x^2-8x+m}=2x-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m\in\left[-\frac{1}{3};\frac{15}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(-\frac{1}{3};\frac{15}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(-\infty;\frac{15}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

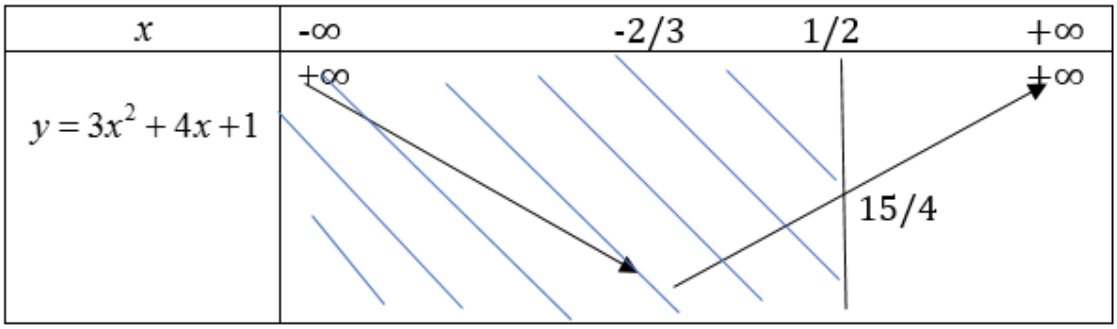
Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\ge 0\\x^2-8x+m=(2x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{1}{2}\\m=3x^2+4x+1\end{cases}\ (*)$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi (*) vô nghiệm.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=3x^2+4x+1$ như sau



Từ BBT suy ra pt vô nghiệm khi và chỉ khi $m<\frac{15}{4}$.

Câu 82. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1$ có hai nghiệm phân biệt là $S=(a;b]$. Khi đó giá trị $P=a.b$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x^2+2x+2m}=2x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1\ge 0 \\ x^2+2x+2m=(2x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\frac{1}{2} \\ 3x^2+2x+1-2m=0\ (*) \end{cases}.$$

Nguyễn Bảo Vương

Đặt $t=x+\frac{1}{2}$;phương trình (*) trở thành: $3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+2\left(t-\frac{1}{2}\right)+1-2m=0$

$\Leftrightarrow 3t^2-t+\frac{3}{4}-2m=0\ (**)$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $-\frac{1}{2}\le x_1<x_2$ khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt t_1,t_2 thỏa $0\le t_1<t_2$. Điều kiện: $\begin{cases} \Delta=(-1)^2-4.3.\left(\frac{3}{4}-2m\right)>0 \\ S=-\frac{-1}{3}>0 \\ P=\frac{\frac{3}{4}-2m}{3}\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\frac{1}{3} \\ m\le\frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3}<m\le\frac{3}{8}$.

Vậy $S=\left(\frac{1}{3};\frac{3}{8}\right]$. Ta có: $\frac{1}{3}.\frac{3}{8}=\frac{1}{8}$.

Câu 83. Cho phương trình $\sqrt{-x^2+4x-3}=\sqrt{2m+3x-x^2}\ (1)$. Để phương trình (1) có nghiệm thì $m\in[a;b]$. Giá trị a^2+b^2 bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\sqrt{-x^2+4x-3}=\sqrt{2m+3x-x^2}\Leftrightarrow\begin{cases}-x^2+4x-3\ge 0\\-x^2+4x-3=2m+3x-x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le x\le 3\\x=2m+3\end{cases}$

Để phương trình (1) có nghiệm thì: $1\le 2m+3\le 3\Leftrightarrow -1\le m\le 0\Rightarrow m\in[-1;0]\Rightarrow a^2+b^2=1$. .

Câu 84. Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương: $\begin{cases}2x-1\ge 0\\x^2-2x-m-1=2x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\dfrac{1}{2}\\x^2-4x-m=0\end{cases}$

Để phương trình $\sqrt{x^2-2x-m-1}=\sqrt{2x-1}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2-4x-m=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa $x_2>x_1\ge\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\x_1+x_2>1\\\left(x_1-\dfrac{1}{2}\right)\left(x_2-\dfrac{1}{2}\right)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4+m>0\\4>0\\x_1x_2-\dfrac{1}{2}(x_1+x_2)+\dfrac{1}{4}\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4+m>0\\-m-\dfrac{1}{2}.4+\dfrac{1}{4}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -4<m\le-\dfrac{7}{4}$.

Câu 85. Cho phương trình: $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}+2\sqrt{4-x^2}+m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4. **B.** 5. **C.** vô số. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $-2\le x\le 2$

Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}\Rightarrow t^2=4+2\sqrt{(2-x)(2+x)}\ge 4\Rightarrow t\ge 2$

Lại có: $\left(\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}\right)^2\le(2-x+2+x)\left(1^2+1^2\right)\Rightarrow t\le 2\sqrt{2}$

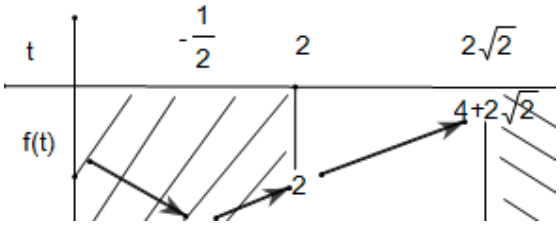
Khi đó phương trình đã cho chuyển về: $t+t^2-4+m=0$

$\Leftrightarrow t^2+t-4=-m(1)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm m để phương trình (1) có nghiệm $t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $f(t)=t^2+t-4$ cắt đường thẳng $y=-m$ trong đoạn $\left[2;2\sqrt{2}\right]$ (*)

Bảng biến thiên của $f(t)=t^2+t-4$ trên $\left[2;2\sqrt{2}\right]$



Từ BBT ta có (*) $\Leftrightarrow 2\le m\le 4+2\sqrt{2}$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4;5;6\}$

Câu 86. Tìm tất cả giá trị m để phương trình $3\sqrt{x-1}-m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ có nghiệm là

A. $m<-\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}<m\le 1$. **C.** $-\frac{1}{3}\le m<1$. **D.** $-\frac{1}{3}<m<1$.

Lời giải

Nguyễn Bảo Vương

Chọn C

ĐK: $x\ge 1$.

$3\sqrt{x-1}-m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}\Leftrightarrow m=\frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}-\frac{2\sqrt[4]{x^2-1}}{\sqrt{x+1}}=3\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}-2\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}}$.

Đặt $t=\sqrt[4]{\frac{x-1}{x+1}},(0\le t<1)$, (vì $\frac{x-1}{x+1}=1-\frac{2}{x+1}$ mà $0<\frac{2}{x+1}\le 1,\forall x\ge 1$ nên $0\le\frac{x-1}{x+1}<1$)

Ta được $m=3t^2-2t=f(t)$, $(0\le t<1)$

$f'(t)=6t-2$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{3}$		1
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	0	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{3}\le m<1$.

Câu 87. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{m\sqrt{2018+x}+(m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}$ có đồ thị là (C_m), (m là tham số). Số giá trị của m để đồ thị (C_m) nhận trục Oy làm trục đối xứng là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=[-2018;2018]\setminus\{0\}, m\neq\pm1$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng khi $f(-x)=f(x), \forall x\in D$

$\Leftrightarrow \dfrac{m\sqrt{2018-x}+(m^2-2)\sqrt{2018+x}}{-(m^2-1)x}=\dfrac{m\sqrt{2018+x}+(m^2-2)\sqrt{2018-x}}{(m^2-1)x}, \forall x\in D$

$\Leftrightarrow (2-m^2)\sqrt{2018+x}-m\sqrt{2018-x}=m\sqrt{2018+x}+(m^2-2)\sqrt{2018-x}, \forall x\in D$

$\Leftrightarrow 2-m^2=m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 (l) \\ m=-2 \end{array}\right.$. Vậy $m=-2$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0$ có nghiệm.

A. $m\in(-\infty;-1)$. **B.** $m\in(-1;+\infty)$. **C.** $m\in[-1;+\infty)$. **D.** $m\in R$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-3$.

Với $x>-3$;phương trình $\dfrac{2(x-m)-x-m}{\sqrt{x+3}}=0 \Leftrightarrow 2(x-m)-x-m=0 \Leftrightarrow x=3m$.

Để phương trình có nghiệm thì $3m>-3 \Leftrightarrow m>-1 \Leftrightarrow m\in(-1;+\infty)$.

Câu 89. Số các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2018;2018]$ để phương trình:

$$x^2+(2-m)x+4=4\sqrt{x^3+4x}$$

có nghiệm là

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x\geq 0$

Ta có $x^2+(2-m)x+4=4\sqrt{x^3+4x}$

$\Leftrightarrow x^2+4+(2-m)x=4\sqrt{(x^2+4)x}$ (1)

Với $x=0$ không phải là nghiệm của phương trình.

Với $x \neq 0$ phương trình (1) trở thành

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2+4}{x}+(2-m)=4\sqrt{\dfrac{x^2+4}{x}}$ (2)

Đặt $t=\sqrt{\dfrac{x^2+4}{x}}, t \geq 2$

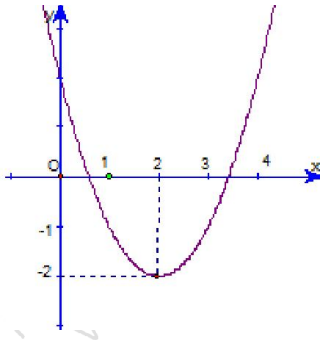
Phương trình (2) trở thành: $t^2-4t+2-m=0$.

$\Leftrightarrow t^2-4t+2=m$ (*)

Để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $y=t^2-4t+2$ và đường thẳng $y=m$

Xét hàm số $y=t^2-4t+2$ có đồ thị như hình vẽ



Dựa vào đồ thị hàm số, để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng 2 suy ra $m \geq -2$.

Suy ra số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-2018;2018]$ để phương trình có nghiệm là 2021.

Câu 90. Tìm m để phương trình $\left(\sqrt{5m^2-2m-2}+m-1\right)(x+1)^3+x^2-x-3=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$, ta được điều kiện $m \notin [a;b]$. Giá trị của biểu thức $P=a^2+2b$ bằng

A. $P=10$. **B.** $P=12$. **C.** $P=20$. **D.** $P=15$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x)=\left(\sqrt{5m^2-2m-2}+m-1\right)(x+1)^3+x^2-x-3$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$f(-1)=-1<0$, $f(0)=\sqrt{5m^2-2m-2}+m-4$.

Để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$ thì

$f(0)=\sqrt{5m^2-2m-2}+m-4>0 \Leftrightarrow \sqrt{5m^2-2m-2}>4-m$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}4-m<0\\5m^2-2m-2\ge 0\end{cases}\\\begin{cases}4-m\ge 0\\5m^2-2m-2>m^2-8m+16\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>4\\\begin{cases}m\le 4\\4m^2+6m-18>0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>4\\m<-3\vee\dfrac{3}{2}<m\le 4\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow m<-3 \vee m>\dfrac{3}{2}$.

Do đó $m\notin\left[-3;\dfrac{3}{2}\right]$ hay $P=a^2+2b=12$.

Câu 91. Cho phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}+3.\sqrt{(x-1)(5-x)}=m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có nghiệm?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=[1;5]$.

Đặt $u=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$, ta có $u^2=\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}\right)^2=4+2\sqrt{(x-1)(5-x)}\ge 4$;nên $u\ge 2$.

Ta lại có: $u^2=\left(1.\sqrt{x-1}+1.\sqrt{5-x}\right)^2 \overset{Bunhiacopxki}{\le}\left(1^2+1^2\right)(x-1+5-x)=8$, nên $u\le 2\sqrt{2}$.

Vậy với $x\in[1;5]$ thì $u\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Mặt khác $u^2=\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}\right)^2=4+2\sqrt{(x-1)(5-x)}\Leftrightarrow\sqrt{(x-1)(5-x)}=\dfrac{u^2-4}{2}$.

Khi đó ta thu được phương trình: $u+\dfrac{3}{2}\left(u^2-4\right)=m\Leftrightarrow\dfrac{3}{2}u^2+u-6=m$.

Xét hàm số $f(u)=\dfrac{3}{2}u^2+u-6$ trên đoạn $\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

u	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	2	$2\sqrt{2}$	$+\infty$
$f(u)$			2	$6+2\sqrt{2}$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có yêu cầu bài toán tương đương $2\le m\le 6+2\sqrt{2}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4;5;6;7;8\}$.

Câu 92. Tìm m để phương trình $x+2\sqrt{x+1}+m=0$ vô nghiệm

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(1;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;1]$. **D.** $m\in(-\infty;2]$.

Lời giải:

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x+1}\ge 0$ ta có phương trình $t^2+2t-1=-m\ (2)$. Phương trình ban đầu vô nghiệm khi và chỉ khi phương trình (2) không có nghiệm $t\in[0+\infty)$. Lập BBT cho hàm số $f(t)=t^2+2t-1$ với $t\in[0+\infty)$ ta có kết luận $-m<-1\Leftrightarrow m>1$ là các giá trị cần tìm. Suy ra đáp án **B.**

Câu 93. Phương trình $\sqrt{2x^2-(2m^2+1)x+m^2}=2x-1$ có hai nghiệm phân biệt thì $m\in(a,b)$. Tính $b-a$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

Lời giải:

Chọn C

Phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt tương đương với phương trình $2x^2-(2m^2+1)x+m^2=(2x-1)^2$ (1)có hai nghiệm phân biệt thuộc $[1/2;+\infty)$.

Mà $(1)\Leftrightarrow 2x^2+(2m^2-3)x+1-m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1/2\\x=1-m^2\end{array}\right.$. Như vậy ta cần

$1-m^2>\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left(\frac{-1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Nguyễn Bảo Vương

Suy ra đáp án **C.**

Câu 94. Phương trình $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}=m$ có vô số nghiệm thì giá trị của m thuộc khoảng nào?

A. $m\in(1;3)$. **B.** $m\in(2;4)$. **C.** $m\in(3;5)$. **D.** $m\in(4;6)$.

Lời giải:

Chọn **A.**

TXĐ: $[1;+\infty)$

Phương trình ban đầu $\Leftrightarrow\left|\sqrt{x-1}-1\right|+\left|\sqrt{x-1}+1\right|=m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2\sqrt{x-1}=m & (x\in[2;+\infty))\\2=m & (x\in[1;2])\end{array}\right.$

Để phương trình có vô số nghiệm thì $m=2$, suy ra chọn đáp án **A.**

Câu 95. Phương trình $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m\in[a;b]\setminus\{0\}$, tính giá trị của a^2+b

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải:

Chọn **C.**

TXĐ: $[1;+\infty)$

Phương trình ban đầu

$\Leftrightarrow 2(x+1)=m^2(x+1)\left(\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\2=m^2\left(\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}\right)(1)\end{array}\right.$

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm $x\ge 1$.

Lại có $(1)\Leftrightarrow\dfrac{2}{m^2}=\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}$ do $m=0$ là cho phương trình vô nghiệm.

Vậy (1) có nghiệm $x\ge 1\Leftrightarrow\dfrac{2}{m^2}$ thuộc miền giá trị của hàm số $y=\sqrt{3x+1}+\sqrt{x-1}$ với $x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow\dfrac{2}{m^2}\ge 2\Leftrightarrow m\in[-1;1]\setminus\{0\}$. Suy ra đáp án **C.**

Câu 96. Số các nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải:

Chọn C

Đặt $t=\sqrt[3]{x^2+5x-2}\Leftrightarrow x(x+5)=t^3+2$. Phương trình đã cho trở thành

$t^3-2t+4=0\Leftrightarrow(t+2)(t^2-2t+2)=0\Leftrightarrow t=-2$.

Với $t=-2$: $x^2+5x-2=-8\Leftrightarrow x^2+5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-3\end{array}\right.$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 97. Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-x-1}-\sqrt{3-\sqrt{x^2-x-1}}=1$ là

A. $\dfrac{1}{2}$ **B.** -5 **C.** 5 **D.** 1

Lời giải:

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{3-\sqrt{x^2-x-1}}\ge 0\Leftrightarrow\sqrt{x^2-x-1}=3-t^2$. Phương trình đã cho trở thành

$3-t^2-t=1\Leftrightarrow t^2+t-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(tm)\\t=-2(loai)\end{array}\right.$

Với $t=1$: $x^2-x-1=4\Leftrightarrow x^2-x-5=0\Rightarrow x_1.x_2=-5$

Câu 98. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $2x^2+2x-\sqrt{x^2+x+2\sqrt{x^2+x-1}}=7$ là

A. 11 **B. - 1** **C. - 9** **D.** $\dfrac{25}{4}$

Lời giải:

Chọn A

$2x^2+2x-\sqrt{x^2+x+2\sqrt{x^2+x-1}}=7\Leftrightarrow 2x^2+2x-\sqrt{(\sqrt{x^2+x-1}+1)^2}=7$

$\Leftrightarrow 2x^2+2x-(\sqrt{x^2+x-1}+1)=7\Leftrightarrow 2x^2+2x-\sqrt{x^2+x-1}-8=0$

Đặt $t=\sqrt{x^2+x-1}\ge 0\Leftrightarrow 2x^2+2x=2(t^2+1)$. Phương trình trở thành

$2t^2-t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2(tm)\\t=-\dfrac{3}{2}(loai)\end{array}\right.$.

Với $t=2$: $x^2+x-1=4\Leftrightarrow x^2+x-5=0\Rightarrow\begin{cases}S=-1\\P=-5\end{cases}\Rightarrow {x_1}^2+{x_2}^2=S^2-2P=11$

Câu 99. Nếu phương trình $x^2+2x+\sqrt{-x^2-2x+15}+m=0$ có nghiệm duy nhất thì

A. $m\in(-2;0)$ **B.** $m=-4$ **C.** $m\in(-4;0)$ **D.** $m=-\dfrac{65}{4}$

Lời giải:

Chọn C

$x^2+2x+\sqrt{-x^2-2x+15}+m=0\Leftrightarrow-(x+5)(3-x)+\sqrt{(x+5)(3-x)}+m+15=0$ (1)

Nhận xét: Nếu a là nghiệm của (1) thì $-2-a$ cũng là nghiệm của (1). Để (1) có nghiệm duy nhất thì $a=-2-a\Leftrightarrow a=-1$. Thay $a=-1$ là nghiệm của (1) ta tính được $m=-3$.

Thử lại: Thay $m=-3$ vào phương trình và giải được nghiệm duy nhất $x=-1$.

Câu 100. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình sau có nghiệm (ẩn x)

$$2x^2-4x+m+\sqrt{-x^2+2x}=-1$$

A. $\dfrac{-9}{8}\le m\le 0$ **B.** $0\le m\le\dfrac{1}{4}$ **C.** $-1\le m$ **D.** $-\dfrac{9}{8}\le m\le -1$

Lời giải:

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{-x^2+2x}=\sqrt{-(x-1)^2+1}\in[0;1]$. Bài toán trở thành: tìm m để phương trình $2t^2-t-1=m$ có nghiệm $t\in[0;1]$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(t)=2t^2-t-1$, $t\in[0;1]$ ta tìm được tập giá trị của nó là $[\dfrac{-9}{8};0]$

Câu 101. Cho phương trình $\sqrt{x^2(1-2x)}=\sqrt{x^2(m+x)}$. Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm duy nhất?

A. $m<-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m<-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$. **D.** $m>-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn C

$\sqrt{x^2(1-2x)}=\sqrt{x^2(m+x)}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2(1-2x)\ge 0\\x^2(1-2x)=x^2(m+x)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0\\1-2x\ge 0\end{array}\right.\\x^2(3x+m-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=0\\x\le\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\dfrac{m-1}{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\\begin{cases}x=-\dfrac{m-1}{3}\\x\le\dfrac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right.$.

Phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} -\dfrac{m-1}{3}=0 \\ x=-\dfrac{m-1}{3}>\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m<-\dfrac{1}{2}. \end{array}\right.$

Câu 102. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x^2+\sqrt{x+3}}=\sqrt{3-2x-x^2}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn A

$\sqrt{3-x^2+\sqrt{x+3}}=\sqrt{3-2x-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2\ge 0 \\ 3-x^2+\sqrt{x+3}=3-2x-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(x-1)(x+3)\ge 0 \\ \sqrt{x+3}=-2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3\le x\le 1 \\ x\le 0 \\ x+3=4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\le x\le 0 \\ 4x^2-x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\le x\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{3}{4} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{4}.$

Câu 103. Cho phương trình $4\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{9x^2+54x+81}$. Tính tổng các nghiệm của phương trình?

A. $\dfrac{13}{23}$. **B.** 5. **C.** $\dfrac{102}{23}$. **D.** $\dfrac{125}{23}$.

Lời giải:

Chọn C

$4\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{9x^2+54x+81} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-3x+1\ge 0 \\ 32x^2-48x+16=9x^2+54x+81 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ x\le \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\ 23x^2-102x-65=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ x\le \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-\dfrac{13}{23} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-\dfrac{13}{23} \end{array}\right. \Rightarrow 5+\left(-\dfrac{13}{23}\right)=\dfrac{102}{23}.$

Câu 104. Biết phương trình $\sqrt{\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-5x+2}}=\sqrt{\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-5x+2}}$ có tập nghiệm S. Phát biểu nào là đúng trong các phát biểu sau?

A. $S\cap\left(0;\dfrac{1}{4}\right)=\varnothing$. **B.** $S=\mathbb{R}$.

C. $S=(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **D.** S có hai phần tử.

Lời giải:

Chọn A

$\sqrt{\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-5x+2}}=\sqrt{\left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-5x+2}} \Leftrightarrow \left(x^2-3x\right)\sqrt{2x^2-5x+2}\ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-5x+2=0 \\ \left\{\begin{array}{l} 2x^2-5x+2>0 \\ x^2-3x\ge 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x\ge 3 \\ x\le 0 \end{array}\right. .$$

Câu 105. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $\sqrt{m-x^2+\sqrt{2x+9}}=\sqrt{x-x^2}$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m>-5$. **B.** $m<-3$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải:

Chọn D

$$\sqrt{m-x^2+\sqrt{2x+9}}=\sqrt{x-x^2} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x-x^2\ge 0 \\ m-x^2+\sqrt{2x+9}=x-x^2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0\le x\le 1 \\ \sqrt{2x+9}=x-m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0\le x\le 1 \\ x\ge m \\ 2x+9=(x-m)^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 0\le x\le 1(*) \\ x\ge m(**) \\ x^2-2(m+1)x+m^2-9=0\,(1) \end{array}\right. .$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa điều kiện $(*),(**)$

$(1):\Delta'>0\Leftrightarrow (m+1)^2-(m^2-9)>0\Leftrightarrow m>-5$.

Khi đó hai nghiệm thỏa $(*),(**)$ khi và chỉ khi: $\left\{\begin{array}{l} f(0)\ge 0; f(1)\ge 0; f(m)\ge 0 \\ 0\le \dfrac{S}{2}\le 1; m\le \dfrac{S}{2} \end{array}\right.$

Với $f(x)=x^2-2(m+1)x+m^2-9; f(0)=m^2-9; f(1)=m^2-2m-10; f(m)=-2m-9.$

$\dfrac{S}{2}=m+1$.

Giải hệ ta được hệ vô nghiệm.

Câu 106. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x}-\sqrt{17-x}=2$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

Chọn C

Điều kiện xác định: $-17\le x\le 17$

$\sqrt{17+x}-\sqrt{17-x}=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{17+x}=2+\sqrt{17-x}$

$\Leftrightarrow 17+x=4+4\sqrt{17-x}+17-x$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{17-x}=x-2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 2 \\ x^2=64 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=8$

Câu 107. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{17+x}+\sqrt{17-x}=8$ là:

A. 5. **B.** 2. **C.** 128. **D.** 256.

Lời giải:

Chọn C

Điều kiện xác định: $-17\leq x\leq 17$

$\sqrt{17+x}+\sqrt{17-x}=8$

$\Leftrightarrow \sqrt{17+x}.\sqrt{17-x}=15$

$\Leftrightarrow 289-x^2=225$

$\Leftrightarrow x^2=64$

$\Leftrightarrow x=\pm 8$

Vậy tổng bình phương các nghiệm là 128

Câu 108. Số nghiệm của phương trình $x+\sqrt{x^2+16}=\dfrac{40}{\sqrt{x^2+16}}$ là:

Nguyễn Bảo Vương

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải:

Chọn C

$x+\sqrt{x^2+16}=\dfrac{40}{\sqrt{x^2+16}}$

$\Leftrightarrow x.\sqrt{x^2+16}+x^2+16=40$

$\Leftrightarrow x\sqrt{x^2+16}=24-x^2$

$\Rightarrow x^4+16x^2=576-48x^2+x^4$

$\Leftrightarrow x^2=9\Leftrightarrow x=\pm 3$

Thử lại ta có: $x=3$ thỏa mãn còn $x=-3$ không thỏa mãn phương trình

Câu 109. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $4x^3-3x=\sqrt{1-x^2}$ là:

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:

Chọn A

Tập xác định: $D=\left[-1;1\right]$. Đặt $x=cost$, $(t\in[0;\pi])$

Phương trình trở thành: $4cos^3t-3cost=\sqrt{1-\cos^2 t}\Leftrightarrow \cos 3t=\sin t\Leftrightarrow \cos 3t=\cos(\dfrac{\pi}{2}-t)$.

Phương trình này có 3 nghiệm thuộc $[0;\pi]$ là: $\frac{3\pi}{4};\frac{\pi}{8};\frac{5\pi}{8}$.Do vậy pt đã cho có 3 nghiệm là:

$x_1=\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

$x_2=\cos\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$

$x_3=\cos\frac{5\pi}{8}=-\sin\frac{\pi}{8}=-\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}}=-\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

Tổng bình phương 3 nghiệm bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 110. Cho phương trình $\sqrt{x^2-1}-x=m$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có nghiệm:

A. $m\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$. **B.** $m\in[-1;0)\cup[1;+\infty)$.

C. $m\in[-2;0)\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in[-2;0]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải:

Chọn B

$\sqrt{x^2-1}-x=m\,(1)$

Ta có

$pt(1)\Leftrightarrow\sqrt{x^2-1}=m+x\Leftrightarrow\begin{cases}m+x\ge 0\\x^2-1=(m+x)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -m\\2mx=-m^2-1\end{cases}\quad(2)$

Với $m=0$ phương trình (2) vô nghiệm.

Với $m\ne 0$, phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi (2) có nghiệm thỏa mãn $x\ge -m$

$\Leftrightarrow-\frac{m^2+1}{2m}\ge -m\Leftrightarrow\frac{m^2-1}{2m}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\-1\le m<0\end{array}\right.$

Câu 111. Cho phương trình $\sqrt{2x^2+mx-3}=x-m$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình vô nghiệm:

A. $m>1$ **B.** $m\le -1$. **C.** $m>3$. **D.** $m\ge 2$

Lời giải:

Chọn A

$\sqrt{2x^2+mx-3}=x-m\,(1)$

Ta có

$pt(1)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+mx-3}=x-m\Leftrightarrow\begin{cases}x-m\ge 0\\2x^2+mx-3=(x-m)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge m\\f(x)=x^2+3mx-3-m^2=0\end{cases}\quad(2)\qquad(*)$

pt(1) vô nghiệm khi và chỉ khi hệ (*) vô nghiệm. Điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình (2) vô nghiệm hoặc phương trình (2) có nghiệm thỏa mãn $x_1 \le x_2 < m$.

$\Delta = 9m^2 + 4.\left(3 + m^2\right) = 13m^2 + 12 \ge 12 \forall m$,

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với:

$$\begin{cases} \Delta \ge 0 \\ x_1 - m < 0 \\ x_2 - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x_1 - m\right)\left(x_2 - m\right) > 0 \\ \left(x_1 - m\right) + \left(x_2 - m\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 - m\left(x_1 + x_2\right) + m^2 > 0 \\ x_1 + x_2 - 2m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 - m^2 + 3m^2 + m^2 > 0 \\ -3m - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 > 3 \\ -5m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| > 1 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Câu 112. Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$.Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt:

A. $m \in \left[2;6\right]$ **B.** $m \in \left[4;6\right)$. **C.** $m \in \left[2;5\right)$. **D.** $m \in \left[4;5\right)$

Lời giải:

Chọn D

$\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1\,(1)$

Ta có

$$pt\left(1\right) \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \ge 0 \\ 2x^2 - 6x + m = \left(x - 1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ f\left(x\right) = x^2 - 4x - 1 + m = 0 \quad (2) \end{cases} \quad (*)$$

Nguyễn Bảo Vương

pt(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hệ (*) có hai nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt mãn $1 \le x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 - 1 \ge 0 \\ x_2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 5 - m > 0 \\ \left(x_1 - 1\right)\left(x_2 - 1\right) \ge 0 \\ \left(x_1 - 1\right) + \left(x_2 - 1\right) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ x_1 x_2 - \left(x_1 + x_2\right) + 1 \ge 0 \\ x_1 + x_2 - 2 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ -1 + m - 4 + 1 \ge 0 \\ 4 - 2 > 0 \forall m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m \ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \le m < 5$$

Cách khác:

$\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1\,(1)$

Ta có

$$pt\left(1\right) \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \ge 0 \\ 2x^2 - 6x + m = \left(x - 1\right)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 - 4x - 1 = -m \quad (2) \end{cases} \quad (*)$$

pt(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hệ (*) có hai nghiệm phân biệt. Điều này xảy ra khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt mãn $1 \le x_1 < x_2$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x - 1$ trên $[1;+\infty)$ cắt đường thẳng $y = -m$ tại hai điểm phân biệt.

Ta có bảng biến thiên

x	1		2		$+\infty$
y	$y(1) = -4$	$\searrow$	$y(2) = -5$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: pt(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-5 < -m \le -4 \Leftrightarrow 4 \le m < 5$

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 4 PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC NHẤT, BẬC HAI

DẠNG 4. PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC 2

A. Phương pháp giải

1/ Dạng 1: Phương trình có mẫu số:

Phương pháp:

+ Đặt điều kiện
+ Quy đồng, đưa về phương trình bậc 2.
+ Giải ra nghiệm, so điều kiện và kết luận

2/ Dạng 2: Đặt ẩn phụ

Phương pháp: Nếu trong phương trình có các biểu thức giống nhau thì ta có thể đặt ẩn phụ.

Một số cách đặt ẩn phụ giải phương trình bậc 4:

Dạng 1: $ax^4+bx^2+c=0$ (1) đặt $t=x^2\ge 0$, ta được $at^2+bt^2+c=0$ (2)

Dạng 2: $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)=k$ Với $a+b=c+d$,

Pt $\Leftrightarrow \left(x^2+(a+b)x+ab\right)\left(x^2+(c+d)x+cd\right)=k$

Đặt $t=x^2+(a+b)x$

Dạng 3: $(x+a)^4+(x+b)^4=k$ đặt $t=x+\dfrac{a+b}{2}$ (chú ý: $(a\pm b)^4=a^4\pm 4a^3b+6a^2b^2\pm 4ab^3+b^4$)

Dạng 4: $ax^4+bx^3+cx^2+bx+a=0$

Vì $x=0$ không thỏa nên chia 2 vế của pt cho x^2, ta được: $a\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+b\left(x\pm\dfrac{1}{x}\right)+c=0$,

đặt $t=x\pm\dfrac{1}{x}$ (nếu $t=x+\dfrac{1}{x}$ thì t có điều kiện : $|t|=\left|x+\dfrac{1}{x}\right|\ge 2$)

Chú ý: Phương trình trùng phương (1) có

+ 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt.
+ 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 1 nghiệm dương và 1 nghiệm bằng 0
+ 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương
+ vô nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) vô nghiệm hoặc 2 nghiệm âm.
+ có 4 nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt $t_1;t_2$ thỏa $9t_1=t_2$.

3/ Các phương pháp khác:

□ **Phương pháp nhẩm nghiệm, chia đa thức:**

Nếu phương trình $f(x)=0$ có nghiệm x_0 thì $f(x)=0\Leftrightarrow (x-x_0)g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_0\\g(x)=0\end{array}\right.$

□ **Phương pháp đưa về dạng bình phương.**

Ta có thể biến đổi phương trình về các dạng sau:

$A^2+B^2=0\Rightarrow\begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$

$A^2=B^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A=B\\A=-B\end{array}\right.$

□ **Phương pháp dùng máy tính để phân tích**

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=a(x^2+px+q)(x^2+mx+n)$.

Nguyễn Bảo Vương

B. Bài tập tự luận:

Câu 1. Giải phương trình sau: $\frac{x-1}{x-2}-\frac{3x-5}{x-2}=\frac{2x^2+3}{4-x^2}$

Lời giải

Đk: $x\neq\pm2$.

Xét phương trình: $\frac{x-1}{x+2}-\frac{3x-5}{x-2}=\frac{2x^2+3}{4-x^2}\Leftrightarrow(x-1)(x-2)-(3x-5)(x+2)+2x^2+3=0$

$\Leftrightarrow x^2-3x+2-3x^2-6x+5x+10+2x^2+3=0\Leftrightarrow 4x=15\Leftrightarrow x=\frac{15}{4}$

Vậy : $x=\frac{15}{4}$

Câu 2. Giải các phương trình sau:

a. $x^4-13x^2+36=0$ b. $x^4+5x^2-6=0$

Lời giải

a. Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$. Ta có: $t^2-13t+36=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\t=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\x=\pm3\end{array}\right.$

b. Đặt $t=x^2\,(t\geq 0)$. Ta có: $t^2+5t-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-6\,(l)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Câu 3. Giải phương trình sau: $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7)=297$

Lời giải

$pt\Leftrightarrow(x-1)(x+5)(x-3)(x+7)=297\Leftrightarrow(x^2+4x-5)(x^2+4x-21)=297$

Đặt $t=x^2+4x-5$.

Ta có $t(t-16)=297\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-11\\t=27\end{array}\right.$

Với $t=-11\Rightarrow x^2+4x-5=-11$ phương trình vô nghiệm

Với $t=27\Rightarrow x^2+4x-5=27\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-8\\x=4\end{array}\right.$

Câu 4. Giải phương trình sau: $(x+3)^4+(x+5)^4=16$

Lời giải

Đặt $t=x+\frac{3+5}{2}=x+4\Rightarrow x=t-4$

Phương trình $\Leftrightarrow(t-1)^4+(t+1)^4=16$

$\Leftrightarrow 2t^4+12t^2-14=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=1\\t^2=-7\,(l)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\Rightarrow x=-3\\t=-1\Rightarrow x=-5\end{array}\right.$

Câu 5. Giải các phương trình sau:

a) $x^4+x^3-4x^2+x+1=0$

b) $x^4-5x^3+10x^2-10x+4=0$

Lời giải

a. Ta có $x=0$ không thỏa

Chia 2 vế cho x^2, ta được: $x^2+x-4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)-4=0$

Đặt $t=x+\frac{1}{x}\ \ \left(|t|\ge 2\right) \Rightarrow t^2=x^2+\frac{1}{x^2}+2$

Thay vào phương trình ta có:

$t^2-2+t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3\,(n) \\ t=2\,(n) \end{array}\right.$

Với $t=2 \Rightarrow x=1$

Với $t=-3 \Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

b. Ta có $x=0$ không thỏa

Chia 2 vế cho x^2, ta được: $x^2-5x+10-\frac{10}{x}+\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)-5\left(x+\frac{2}{x}\right)+10=0$

Đặt $t=x+\frac{2}{x}$ ($|t|\ge 2\sqrt{2}$)

Thay vào phương trình ta có:

$t^2-4-5t+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3\,(n) \\ t=-2\,(\text{l}) \end{array}\right.$

Với $t=3 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Câu 6. Giải các phương trình sau:

a) $x^4-2x^3-5x^2+6x+8=0$ (1)

b) $x^4-4x^2+12x-9=0$ (2)

c) $x^4-x^3-5x^2-6x-4=0$ (3)

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

a. Ta nhẩm được nghiệm $x=-1$

$(1) \Leftrightarrow (x+1)\left(x^3-3x^2-2x+8\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x^3-3x^2-2x+8=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ (x-2)\left(x^2-x-4\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$

b. $x^4-4x^2+12x-9=0\ \ x^4=4x^2-12x+9 \Leftrightarrow x^4=(2x-3)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=2x-3 \\ x^2=-2x+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

c. Dùng máy tính, ta phân tích được như sau:

$(3) \Leftrightarrow \left(x^2+x-1\right)\left(x^2-2x-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2} \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Câu 7. Cho phương trình: $x^4-2mx^2+3m+4=0$ (1). Tìm m để phương trình:

a/có 4 nghiệm

b/có 3 nghiệm

Lời giải

Đặt $t = x^2 \quad (t \ge 0)$, ta được $t^2 - 2t + 3m + 4 = 0$ (2)

a/ Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m - 4 > 0 \\ 3m + 4 > 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{4}{3} < m < -1$$

b/ Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (2) có 1 nghiệm dương và 1 nghiệm $= 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P = 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 3m - 4 > 0 \\ 3m + 4 = 0 \\ 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}$$

Câu 8. Định k để phương trình: $x^4 - 4x^3 + (k-1)x^2 + 8x + 4 = 0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

Lời giải

Xét $x = 0$ không thỏa

Xét $x \ne 0$: Chia 2 vế cho x^2, ta được $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0$

Đặt $t = x - \frac{2}{x}, \ x > 1$.

Với $x > 1 \Rightarrow \frac{1}{x} < 1 \Rightarrow \frac{-2}{x} > -2$

$\Rightarrow x + \left(-\frac{2}{x}\right) > 1 + (-2) = -1$

Hay $t > -1$.

Quy về bài toán tìm k để pt $t^2 - 4t + k + 3 = 0$ có 2 nghiệm $-1 < t_1 < t_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ a.f(-1) > 0 \\ \frac{S}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - k > 0 \\ k + 8 > 0 \\ 2 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -8 < k < 1$$

Vậy $-8 < k < 1$.

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\frac{3x+3}{x^2-1} + \frac{4}{x-1} = 3$ là

A. -1 hoặc $\frac{10}{3}$. **B.** 1 hoặc $-\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Đk: $x \ne \pm 1$.

Xét phương trình: $\frac{3x+3}{x^2-1} + \frac{4}{x-1} = 3 \Leftrightarrow 3x + 3 + 4(x+1) = 3(x^2 - 1)$

$\Leftrightarrow 7x+7=3x^2-3 \Leftrightarrow 3x^2-7x-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\,(KTM) \\ x=\dfrac{10}{3}\ (TM) \end{array}\right.$

Vậy phương trình có một nghiệm $x=\dfrac{10}{3}$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\dfrac{2x}{x-3}+\dfrac{5x+3}{x+3}=1$ là:

A. $x=0; x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

ChọnA.

$\dfrac{2x}{x-3}+\dfrac{5x+3}{x+3}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 3 \\ 6x^2-6x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 3 \\ x=0; x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=0; x=1.$

Câu 3. Giải phương trình $\dfrac{2x^2-5x+2}{x-1}=\dfrac{2x^2-3x+1}{x-3}$

A. $x=2 \vee x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2} \vee x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2} \vee x=\dfrac{5}{3}$. **D.** $x=2 \vee x=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Đk $\begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq 3 \end{cases}$

Pt $\Leftrightarrow \dfrac{2(x-2)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}{x-1}=\dfrac{2(x-1)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)}{x-3}$

Nguyễn Bảo Vương

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2}(n) \\ \dfrac{x-2}{x-1}=\dfrac{x-1}{x-3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x^2-5x+6=x^2-2x+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{2} \\ x=\dfrac{5}{3}(n) \end{array}\right.$

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\left(x^2+1\right)\left(10x^2-31x+24\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+1=0 \\ 10x^2-31x+24=0 \end{array}\right.$

Phương trình $x^2+1=0$ vô nghiệm.

Phương trình $10x^2-31x+24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=\dfrac{8}{5} \end{array}\right.$. Do đó phương trình cho có 2 nghiệm.

Câu 5. Phương trình $1,5x^4-2,6x^2-1=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=x^2$, điều kiện $t\ge 0$.

Ta có phương trình $1,5t^2-2,6t-1=0$. Phương trình có $ac<0$ nên có hai nghiệm trái dấu.

Nghiệm âm loại. Do đó phương trình cho có hai nghiệm.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $x^4-5x^2+4=0$ là:

A. $S=\{1;4\}$. **B.** $S=\{1;2;-2\}$. **C.** $S=\{-1;1;2;-2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn C.

$x^4-5x^2+4=0$

Đặt $t=x^2$, với $t\ge 0$. Khi đó phương trình trở thành:

$t^2-5t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$

+ Với $t=1$, suy ra: $x^2=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

+ Với $t=4$, suy ra: $x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Vậy $S=\{-2;-1;1;2\}$.

Câu 7. Giải phương trình $x^4-3x^2-4=0$.

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1\vee x=\pm 2$. **D.** $x=1\vee x=2$.

Lời giải

Chọn B.

$\text{pt}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-1(l)\\x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm: $(\sqrt{7}-2)x^4-3x^2+10(2-\sqrt{5})=0$

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=x^2$ $(t\ge 0)$

Ta có phương trình $(\sqrt{7}-2)t^2-3t+10(2-\sqrt{5})=0$ (2)

Ta thấy phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu

Suy ra PT (1) có 2 nghiệm

Câu 9. Phương trình sau đây có bao nhiêu nghiệm âm: $x^6+2003\,x^3-2005=0$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^3$, ta có phương trình $t^2+2003t-2005=0$ (1)

Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu, suy ra phương trình ban đầu có 2 nghiệm trái dấu

Suy ra phương trình ban đầu có 1 nghiệm âm.

Câu 10. Cho phương trình $ax^4+bx^2+c=0$ (1) $(a\ne 0)$. Đặt: $\Delta=b^2-4ac, S=\dfrac{-b}{a}, P=\dfrac{c}{a}$. Ta có (1) vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta<0$ hoặc $\begin{cases}\Delta\ge 0\\S<0\\P>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\Delta>0\\S<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\Delta>0\\P>0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 \left(t \ge 0\right)$ ta có phương trình $at^2 + bt + c = 0$ (2)

Phương trình (1) vô nghiệm khi PT(2) xảy ra các trường hợp sau:

TH1: PT (2) vô nghiệm tức là $\Delta < 0$

TH2: PT(2) có 2 nghiệm âm tức là $\begin{cases} \Delta \ge 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

Câu 11. Cho phương trình $ax^4 + bx^2 + c = 0$ (1) ($a \ne 0$). Đặt: $\Delta = b^2 - 4ac, S = \dfrac{-b}{a}, P = \dfrac{c}{a}$. Ta có phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\Delta > 0$. **B.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} \Delta \ge 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = x^2 \left(t \ge 0\right)$ ta có phương trình $at^2 + bt + c = 0$ (2)

Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi PT (2) có 2 nghiệm $t > 0$

Từ đó ta có ĐK

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình: $x^4 - 2(m-1)x^2 + 4m - 8 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

A. $m > 2$ và $m \ne 3$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 1$ và $m \ne 3$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = x^2$ ($t \ge 0$)

Ta có phương trình $t^2 - 2(m-1)t + 4m - 8 = 0$ (2)

PT (1) có 4 nghiệm phân biệt khi PT(2) có hai nghiệm phân biệt dương

Khi đó ta tìm được $m > 2$ và $m \ne 3$.

Câu 13. Tìm m để phương trình $x^4 - \left(3m+4\right)x^2 + m^2 = 0$ có 1 nghiệm duy nhất.

A. $m = 0$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \ne 0$. **D.** không tồn tại m.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = x^2 \left(t \ge 0\right)$. Ta có $t^2 - \left(3m+4\right)t + m^2 = 0$ (2)

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow$ pt (2) có nghiệm $x = 0 \Rightarrow m = 0$. Thay $m = 0$ vào phương trình (2) ta được

$t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$ (không thỏa). Vậy không có giá trị m.

Câu 14. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\left(x+2\right)\left(x-3\right)\left(x+1\right)\left(x+6\right) = -36$

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

$(x+2)(x-3)(x+1)(x+6) = -36$

$\Leftrightarrow (x^2+3x+2)(x^2+3x-18) = -36$

Đặt $t = x^2+3x+2$

Ta có $t(t-20) = -36 \ \ t^2-20t+36 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \Rightarrow x=0, x=-3 \\ t=18 \Rightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{73}}{2} \end{array}\right.$

Câu 15. Giải phương trình $(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297$.

A. $x = -8 \vee x = 4$. **B.** $x = -9 \vee x = 5$. **C.** $x = -9 \vee x = 4$. **D.** $x = -8 \vee x = 5$

Lời giải

Chọn A.

$(x-1)(x+5)(x+7)(x-3) = 297 \Leftrightarrow (x^2+4x-5)(x^2+4x-21) = 297$

Đặt $t = x^2+4x-5$, ta được $t(t-16) = 297$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=27 \\ t=-11 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+4x-5=27 \\ x^2+4x-5=-11 (VN) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-8 \end{array}\right.$.

Câu 16. Cho phương trình $x^4+(x-1)^4-97=0$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. phương trình có hai nghiệm nguyên. **B.** phương trình có nghiệm không nguyên.

C. phương trình không có nghiệm dương. **D.** phương trình không có nghiệm thực.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = x-\dfrac{1}{2}$. Ta được $\left(t+\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(t-\dfrac{1}{2}\right)^2-97=0$.

$\Leftrightarrow t^4+4t^3.\dfrac{1}{2}+6t^2.\dfrac{1}{4}+4t.\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{16}t^4-4t^3.\dfrac{1}{2}+6t^2.\dfrac{1}{4}-4t.\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{16}-97=0$

$\Leftrightarrow 2t^4+3t^2-97=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t^2=\dfrac{-3+\sqrt{785}}{4} \\ t^2=\dfrac{-3-\sqrt{785}}{4} (l) \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\dfrac{-3+\sqrt{785}}{4}}$

Chọn đáp án **B.**

Câu 17. Giải phương trình $2x^4+3x^3-x^2+3x+2=0$

A. $x = 2 \vee x = \dfrac{1}{2}$. **B.** $x = \pm 1$. **C.** $x = -2 \vee x = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $x = \pm 2$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có, $x=0$ không phải nghiệm.

Chia 2 vế cho x^2 ta được $2\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)+3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)-1=0$.

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow t^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$

Ta có: $2\left(t^2 - 2\right) + 3t - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -\frac{5}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{1}{x} = 1 (vn) \\ x + \frac{1}{x} = -\frac{5}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{1}{2}. \\ x = -2 \end{array}\right.$

Câu 18. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình: $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. $2,5$. **B.** 3. **C.** $3,5$. **D.** $2,8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + \frac{25x^2}{(x+5)^2} = 11 \Rightarrow x^2(x+5)^2 + 25x^2 = 11(x+5)^2 \ (x \neq -5)$

$\Leftrightarrow x^4 + 10x^3 + 39x^2 - 110x - 275 = 0$

$\Leftrightarrow (x^2 - x - 5)(x^2 + 11x + 55) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1+\sqrt{21}}{2} (x \approx 2,8) \\ x = \frac{1-\sqrt{21}}{2} (x \approx -1,8) \end{array}\right.$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình: $2\left(x^2 + 2x\right)^2 - (4m - 3)\left(x^2 + 2x\right) + 1 - 2m = 0$ có đúng 3 nghiệm $\in [-3;0]$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 + 2x \ (t \geq -1)$ ta có phương trình $2t^2 - (4m-3)t + 1 - 2m = 0 \ (1)$

Phương trình (1) có 3 nghiệm thuộc đoạn $[-3;0]$ khi xảy ra 2 trường hợp sau:

TH1: PT (1) có một nghiệm $t = -1$ và một nghiệm thuộc khoảng $(-1;0]$. Khi đó $m = 0$ (thỏa mãn)

TH2: PT (1) có 2 nghiệm thỏa mãn $-1 < t_1 < 0 < t_2 \leq 3$ (giả sử $t_1 < t_2$). Khi đó ta tìm được

$\left\{\begin{array}{l} m > \frac{1}{2} \\ m > 0 \\ m \leq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m \leq 2$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 20. Cho phương trình: $\left(x^2 - 2x + 3\right)^2 + 2(3-m)\left(x^2 - 2x + 3\right) + m^2 - 6m = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm:

A. $\forall m$. **B.** $m \leq 4$. **C.** $m \leq -2$. **D.** $m \geq 2$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 - 2x + 3 \left(t \ge 2\right)$ Ta có phương trình $t^2 + 2(3-m)t + m^2 - 6m = 0$ (2)

Phương trình ban đầu có nghiệm khi PT (2) có nghiệm $t \ge 2$

Trường hợp 1: PT (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $2 \le t_1 \le t_2$. Khi đó ta tìm được $m \ge 8$

Trường hợp 2:: PT (2) có 2 nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 < 2 \le t_2$. Khi đó ta tìm được $2 \le m \le 8$

Suy ra $m \ge 2$

Câu 21. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2 + \frac{2x^2}{x-1} + a = 0$ có đúng 4 nghiệm.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \frac{x^2}{x-1} \left(x \ne 1\right) \left(t \in (-\infty;0] \cup [4;+\infty)\right)$

Ta có Phương trình $t^2 + 2t + a = 0$ (2)

PT (1) có đúng 4 nghiệm khi PT(2) có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn thuộc $\left(-\infty;0\right) \cup (4;+\infty)$

Đưa PT (2) về dạng $a = -t^2 - 2t$

Xét đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 - 2t$ ta tìm được $0 < a < 1$ và $a < -24$ thỏa mãn

Vậy có vô số giá trị nguyên của a để PT có đúng 4 nghiệm.

Câu 22. Định m để phương trình: $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$ có nghiệm:

A. $-\frac{3}{4} \le m \le \frac{3}{4}$. **B.** $m \ge \frac{3}{4}$.

C. $m \le -\frac{3}{4}$. **D.** $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = x + \frac{1}{x} \left(x \ne 0\right)$ $t \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$

Ta có PT $t^2 - 2mt - 1 = 0$ (2)

PT (1) có nghiệm khi PT(2) có nghiệm thuộc $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. Từ đó ta tìm được

$m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Câu 23. Định k để phương trình: $x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\left(x - \frac{2}{x}\right) + k - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1:

A. $k < -8$. **B.** $-8 < k < 1$. **C.** $0 < k < 1$. **D.** $-8 \le k \le 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = x - \frac{2}{x} \left(x \ne 0\right)$ $t \in \mathbb{R}$

Ta có phương trình $t^2 - 4t + k + 3 = 0$ (2)

PT(1) có đúng 2 nghiệm lớn hơn 1 khi PT(2) có 2 nghiệm $t > -1$. Từ đó ta tìm được $-8 < k < 1$

Câu 24. Tìm m để phương trình: $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3<m<4$. **B.** $m=2+\sqrt{3}, m>4$.

C. $2+\sqrt{3}<m<4$. **D.** $m<2-\sqrt{3}, m>2+\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=x^2+2x+4,\ t\geq 3$

Ta có phương trình $t^2-2mt+4m-1=0$ (2)

Phương trình (1) có đúng 2 nghiệm khi xảy ra các trường hợp sau:

TH1: PT (2) có nghiệm kép $\Delta=0\Leftrightarrow m^2-4m+1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=2-\sqrt{3} \\ m=2+\sqrt{3} \end{array}\right.$

Suy ra 2 nghiệm kép của PT (2)

$t=2-\sqrt{3}$ (không thỏa mãn vì $t\geq 3$)

Và $t=2+\sqrt{3}$ (thỏa mãn $t\geq 3$) suy ra PT(1) có hai nghiệm

TH2: PT(2) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1<3<t_2$. Từ đó ta tìm được $m>4$

Vậy $m=2+\sqrt{3}, m>4$

Câu 25. Nghiệm dương lớn nhất của phương trình: $\dfrac{x^2+x-5}{x}+\dfrac{3x}{x^2+x-5}+4=0$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. 2. **B.** 2,5. **C.** 1. **D.** 1,5.

Lời giải

Chọn D.

ĐK: $\left\{\begin{array}{l} x\neq 0 \\ x^2+x-5\neq 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} x\neq 0 \\ x\neq\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2} \end{array}\right.$ $(*)$

Với điều kiện $(*)$ ta đặt:

$y=\dfrac{x^2+x-5}{x}\Leftrightarrow x^2-(y-1)x-5=0$ (1)

Phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) có nghiệm thỏa mãn $(*)$

$\left\{\begin{array}{l} x\neq 0 \\ x\neq\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow y\neq 0$ $(**)$

Với điều kiện $(**)$, phương trình đã cho trở thành:

$y+\dfrac{3}{y}+4=0\Leftrightarrow y^2+4y+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=-3 \end{array}\right.$

Với $y=-1$, ta có:

$(1)\Leftrightarrow x^2+2x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1-\sqrt{6} \\ x=-1+\sqrt{6} \end{array}\right.$

Với $y=-3$, ta có:

$$(1)\Leftrightarrow x^2+2x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-5\end{array}\right.$$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt: $x=-1-\sqrt{6}, x=-1+\sqrt{6}$, $x=1, x=-5$.

Vậy Nghiệm dương lớn nhất của PT là

$x=-1+\sqrt{6}\approx 1,5$

Câu 26. Cho phương trình: $\left(x^2-2x+3\right)^2+2(3-m)\left(x^2-2x+3\right)+m^2-6m=0$ Tìm m để phương trình có nghiệm:

A. Với mọi m **B.** $m\le 4$ **C.** $m\le -2$ **D.** $m\ge 2$

Lời giải

Chọn D.

$(x^2-2x+3)^2+2(3-m)(x^2-2x+3)+m^2-6m=0$ (1)

Đặt $t=x^2-2x+3, t>0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2+2(3-m)t+m^2-6m=0$.

Ta có: $\Delta'=(3-m)^2-(m^2-6m)=9$

Suy ta: $t_1=m;\ t_2=m-6$.

+ Với $t_1=m$, suy ra: $x^2-2x+3=m$ (2). Xét parabol $y=x^2-2x+3$ (P) và đường thẳng $y=m$ (d).

Để (2) có nghiệm thì (P) và (d) phải có điểm chung.

Mà (P) có đỉnh $I(1;2)$ và có bề lõm hướng lên nên $m\ge 2$. (*)

+ Với $t_2=m-6$, suy ra: $x^2-2x+3=m-6\Rightarrow x^2-2x+9=m$ (3)

Xét parabol $y=x^2-2x+9$ (P') và đường thẳng $y=m$ (d').

Để (3) có nghiệm thì (P') và (d') phải có điểm chung.

Mà (P') có đỉnh $I(1;8)$ và có bề lõm hướng lên nên $m\ge 8$.(**)

Kết hợp (*) và (**) ta được $m\ge 2$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình: $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2-\frac{2x^2}{x-1}+a=0$ có đúng 4 nghiệm.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn D.

$\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2-\frac{2x^2}{x-1}+a=0$ (1).

Đặt $t=\frac{x^2}{x-1}\Leftrightarrow x^2-tx+t=0$ (2)

Phương trình (1) trở thành: $t^2-2t+a=0$ (3)

Phương trình (1) có đúng 4 nghiệm khi pt (3) có 2 nghiệm phân biệt t thoả pt (2) có 2 nghiệm phân biệt.

Mà (2) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow t^2-4t>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t>4\\t<0\end{array}\right.$

Bài toán trở thành : Tìm a để pt $t^2-2t+a=0$ có 2 nghiệm phân biệt thoả $\left[\begin{array}{l}t>4\\t<0\end{array}\right.$.

Ta giải bài toán bù trừ: Tìm a để pt $t^2-2t+a=0$ có 2 nghiệm phân biệt thoả $0\le t\le 4$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\1.f(0)\ge 0\\\dfrac{S}{2}>0\\1.f(4)\ge 0\\\dfrac{S}{2}<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<1\\a\ge 0\\1>0\\a\ge -8\\1<4\end{cases}\Leftrightarrow 0\le a<1$$

Quay lại bài toán ban đầu ta có $\left[\begin{array}{l}a<0\\a\ge 1\end{array}\right.$.

Vậy có vô số giá trị nguyên a thoả yêu cầu bài toán.

Câu 28. Định m để phương trình: $\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1=0$ có nghiệm:

A. $-\dfrac{3}{4}\le m\le\dfrac{3}{4}$. **B.** $m\ge\dfrac{3}{4}$. **C.** $m\le-\dfrac{3}{4}$. **D.** $m\le-\dfrac{3}{4}\vee m\ge\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

$\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+1=0$

Đặt $t=x+\dfrac{1}{x}\Rightarrow t^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2\ge 2+2=4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t\ge 2\\t\le -2\end{array}\right.$

Bài toán trở thành: Tìm m để pt $t^2-2mt-1=0$ có nghiệm t thoả $\left[\begin{array}{l}t\ge 2\\t\le -2\end{array}\right.$

Nhận thấy $\Delta'=m^2+1>0,\ \forall m$, suy ra pt luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Ta giải bài toán bù trừ: "Tìm m để pt $t^2-2mt-1=0$ có hai nghiệm phân biệt thoả $-2<t<2$"

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a.f(-2)>0\\\dfrac{S}{2}>-2\\a.f(2)>0\\\dfrac{S}{2}<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{-3}{4}\\m>-2\\m<\dfrac{3}{4}\\m<2\end{cases}\Leftrightarrow\frac{-3}{4}<m<\frac{3}{4}.$$

Vậy $\left[\begin{array}{l}m\ge\dfrac{3}{4}\\m\le\dfrac{-3}{4}\end{array}\right.$

Câu 29. Tìm m để phương trình: $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ có đúng hai nghiệm.

A. $3<m<4$. **B.** $m<2-\sqrt{3}\vee m>2+\sqrt{3}$.

C. $2+\sqrt{3}<m<4$. **D.** $m=2+\sqrt{3}\vee m>4$.

Lời giải

Chọn D.

$\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ (1)

Đặt $t=x^2+2x+4=(x+1)^2+3\geq 3$

Pt trở thành $t^2-2mt+4m-1=0$ (2)

Pt (1) có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow$ Pt (2) có đúng 1 nghiệm $t>3$ hoặc pt (2) có 2 nghiệm thoả $t_1<3<t_2$.

+ TH1: Pt (2) có đúng 1 nghiệm $t>3$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=0\\ \dfrac{-b'}{a}>3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+1=0\\ m>3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2+\sqrt{3}\\ m=2-\sqrt{3}\end{array}\right.\\ m>3\end{cases}\Leftrightarrow m=2+\sqrt{3}.$$

+TH2 : Pt (2) có 2 nghiệm thoả $t_1<3<t_2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ (t_1-3)(t_2-3)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m+1>0\\ t_1t_2-3(t_1+t_2)+9<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2+\sqrt{3}\\ m<2-\sqrt{3}\end{array}\right.\\ 4m-1-3.2m+9<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2+\sqrt{3}\\ m<2-\sqrt{3}\end{array}\right.\\ m>4\end{cases}\Leftrightarrow m>4$$

Vậy $m=2+\sqrt{3}$ hoặc $m>4$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình: $x^4-2(m-1)x^2+4m-8=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m>2$ và $m\neq 3$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$ và $m\neq 3$. **D.** $m>3$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2, t\geq 0$; phương trình trở thành: $t^2-2(m-1)t+4m-8=0$.

$x^4-2(m-1)x^2+4m-8=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow t^2-2(m-1)t+4m-8=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ \mathrm{S}>0\\ \mathrm{P}>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+9>0\\ m-1>0\\ 4m-8>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 3\\ m>2\end{cases}$$

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị **nguyên** thuộc $[-2019;2019]$ của tham số m để phương trình $x^4-2mx^3+x^2-2mx+1=0$ có nghiệm.

A. 2019. **B.** 3039. **C.** 4038. **D.** 4041.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: $x=0$ không là nghiệm của phương trình, chia hai vế cho x^2, ta

được: $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)-2m\left(x+\frac{1}{x}\right)+1=0$

Đặt $t=x+\frac{1}{x}\Rightarrow|t|\geq 2; x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2$

Phương trình trở thành: $t^2-2mt-1=0(*)$

Ta có $\Delta'=m^2+1>0,\forall m\Rightarrow$

Phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt $t_1=m-\sqrt{m^2+1}<t_2=m+\sqrt{m^2+1}$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases}t_1>-2 & (1)\\ t_2<2 & (2)\end{cases}$

$(1)\Leftrightarrow -2<m-\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow m+2>\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow\begin{cases}m+2\geq 0\\ (m+2)^2>m^2+1\end{cases}\Leftrightarrow m>-\frac{3}{4}$

$(2)\Leftrightarrow m+\sqrt{m^2+1}<2\Leftrightarrow 2-m>\sqrt{m^2+1}\Leftrightarrow\begin{cases}2-m\geq 0\\ (m-2)^2>m^2+1\end{cases}\Leftrightarrow m<\frac{3}{4}$

Vậy với m thỏa mãn: $-\frac{3}{4}<m<\frac{3}{4}$ thì phương trình vô nghiệm

Suy ra tập tất cả các giá trị m để hệ có nghiệm là: $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4};+\infty\right)$

Câu 32. Số giá trị nguyên **không** dương của tham số m để phương trình $x^4-4x^2-6-m^3=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x^2$, $t\geq 0$, phương trình đã cho trở thành $t^2-4t-6-m^3=0\ (*)$.

Phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 2 nghiệm trái dấu hoặc có nghiệm kép dương.

Trường hợp phương trình $(*)$ có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$-6-m^3<0\Leftrightarrow m^3>-6\Leftrightarrow m>\sqrt[3]{-6}.$$

Các số nguyên không dương thỏa mãn trường hợp này là $m\in\{-1;0\}$.

Trường hợp phương trình $(*)$ có nghiệm kép dương khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\Delta'=10+m^3=0\\ t_1=t_2=-\frac{b}{2a}=2>0\end{cases}\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{-10}\notin\mathbb{Z}.$$

Như thế, không có giá trị m nguyên thỏa mãn trường hợp này.

Vậy có tất cả 2 giá trị nguyên không dương của tham số m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm.

Câu 33. Số các giá trị nguyên âm của m để phương trình $x^4+2x^3+3x^2+2x-m=0$ có nghiệm là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2018. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^4+2x^3+3x^2+2x-m=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2+x\right)^2+2\left(x^2+x\right)-m=0$

Đặt $t=\left(x^2+x\right), t\ge -\dfrac{1}{4}$

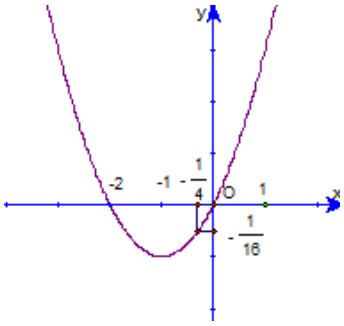
Phương trình trở thành: $t^2+2t-m=0$.

$\Leftrightarrow t^2+2t=m \quad (*)$

Để phương trình dã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng $-\dfrac{1}{4}$.

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm $y=t^2+2t$ và đường thẳng $y=m$

Xét hàm số $y=t^2+2t$ có đồ thị như hình vẽ



Dựa vào đồ thị hàm số, để phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình (*) có nghiệm lớn hơn hoặc bằng $-\dfrac{1}{4}$ suy ra $m\ge -\dfrac{1}{16}$.

Vậy không có giá trị nguyên âm của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm dương: $x^4+2x^3+(m-1)x^2+2x+1=0 \quad (1)$

A. $m\le -5$. **B.** $m\le 5$. **C.** $m\le -4$. **D.** $m\le 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

Chia hai vế của phương trình (1) cho x^2 ta được phương trình $x^2+\dfrac{1}{x^2}+2x+\dfrac{2}{x}+(m-1)=0 (2)$

Đặt $t=x+\dfrac{1}{x}$, với $x>0$ suy ra $t\ge 2\sqrt{x.\dfrac{1}{x}}=2$, $t^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=x^2+\dfrac{1}{x^2}+2$.

Phương trình (2) trở thành $t^2+2t-3=-m \quad (3)$ với $t\ge 2$.

Xét hàm số $f(t)=t^2+2t-3$ trên $\left[2;+\infty\right)$. Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(t)$		$\searrow$		$\nearrow$	5	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình (1) có nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (3) có nghiệm $t\ge 2 \Leftrightarrow$ đường thẳng $y=-m$ cắt đồ thị hàm $y=f(t)$ trên $\left[2;+\infty\right)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có yêu cầu bài toán thỏa mãn khi $-m\ge 5 \Leftrightarrow m\le -5$.

Vậy với mọi giá trị $m \le -5$ thì phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left(x^2-4x\right)^2-3\left(x-2\right)^2+m=0$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 30. **B.** vô số. **C.** 28. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(x^2-4x\right)^2-3\left(x-2\right)^2+m=0 \Leftrightarrow x^2(x-4)^2-3(x-2)^2+m=0\,(1)$.

Đặt $a=x-2 \Rightarrow \begin{cases} a-2=x-4 \\ x=a+2 \end{cases}$

Khi đó (1) có dạng: $\left(a+2\right)^2\left(a-2\right)^2-3a^2+m=0 \Leftrightarrow a^4-11a^2+16+m=0$ (2)

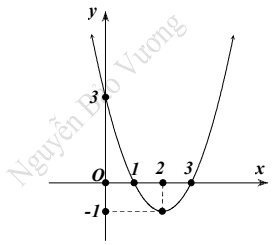
Đặt $t=a^2 \ge 0$ khi đó (2) $\Leftrightarrow t^2-11t+16+m=0$ (*)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11^2-4(16+m)>0 \\ S=11>0 \\ P=16+m>0 \end{cases} \Leftrightarrow -16<m<14,25$$

mà m nguyên nên suy ra có 30 giá trị m thỏa mãn.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên.



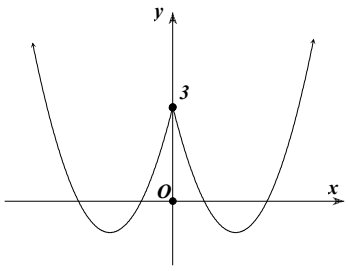
Hỏi với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $f\left(|x|\right)-1=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. $m=3$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $m=2$. **D.** $m>3$..

Lời giải

Chọn C

Đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ là



$f\left(|x|\right)-1=m \Leftrightarrow f\left(|x|\right)=m+1$. Từ đồ thị ta thấy phương trình này có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $m+1=3 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 37. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2+2x+4\right)^2-2m\left(x^2+2x+4\right)+4m-1=0$ (1) có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in\left(4;+\infty\right)\cup\left\{2+\sqrt{3}\right\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;2-\sqrt{3}\right)\cup\left(2+\sqrt{3};+\infty\right)$.

C. $m\in\left(3;4\right)$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2+2x+4=\left(x+1\right)^2+3\ge 3$.

Phương trình $\Leftrightarrow t^2-2mt+4m-1=0\Leftrightarrow 2m\left(t-2\right)=t^2-1\Leftrightarrow 2m=\dfrac{t^2-1}{t-2}$ (2).

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2-1}{t-2}$ trên $\left[3;+\infty\right)$.

Ta có $f'\left(t\right)=1-\dfrac{3}{\left(t-2\right)^2}$, $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left(t-2\right)^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2+\sqrt{3}\\t=2-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

t	3		$2+\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	8	↘	$4+2\sqrt{3}$	↗	$+\infty$

Với mỗi $t>3$ phương trình (1) có hai nghiệm x, vậy đề phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có đúng 1 nghiệm t.

Dựa vào BBT ta được: $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m>8\\2m=4+2\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>4\\m=2+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Câu 38. Biết phương trình $x^4-3mx^2+m^2+1=0$ có bốn nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4. Tính $M=x_1+x_2+x_3+x_4+x_1.x_2.x_3.x_4$ được kết quả là:

A. $M=m^2+1$. **B.** $M=-3m$. **C.** $M=3m$. **D.** $M=-m^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^2,t\ge 0$. Phương trình trở thành: $t^2-3mt+m^2+1=0(*)$. Do phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt nên pt(*) có hai nghiệm phân biệt dương.

Không mất tính tổng quát giả sử pt(*) có hai nghiệm $t_1;t_2$ khi đó phương trình đã cho có 4 nghiệm là $x_1=-\sqrt{t_1};x_2=\sqrt{t_1};x_3=-\sqrt{t_2};x_4=\sqrt{t_2}$. Theo giả thiết thì:

$$M=x_1+x_2+x_3+x_4+x_1.x_2.x_3.x_4=-\sqrt{t_1}+\sqrt{t_1}+\left(-\sqrt{t_2}\right)+\sqrt{t_2}+\left(-\sqrt{t_1}\right).\sqrt{t_1}.\left(-\sqrt{t_2}\right).\sqrt{t_2}=t_1.t_2=m^2+1$$

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x(x+1)(x+2)(x+3)=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: pt đã cho $\Leftrightarrow (x^2+3x+2)(x^2+3x)=m$ (1).

Đặt $t=x^2+3x$, $t=x^2+3x=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\geq -\frac{9}{4}$.

Khi đó pt (1) $\Leftrightarrow (t+2)t=m \Leftrightarrow t^2+2t-m=0$ (2).

Pt (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi pt (2) có 2 nghiệm phân biệt $t_1,t_2>-\frac{9}{4}$

*)Xét (2):

$\Delta'=m+1>0\Leftrightarrow m>-1$.

Khi m>-1, (2) có 2 nghiệm phân biệt $t_1=-1-\sqrt{1+m}$, $t_2=-1+\sqrt{1+m}$ $(t_1<t_2)$.

Pt (2) có 2 nghiệm phân biệt $t_1,t_2>-\frac{9}{4}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\t_1=-1-\sqrt{1+m}>-\frac{9}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\\sqrt{1+m}<\frac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow -1<m<\frac{9}{16}$

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=0$.

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 5 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

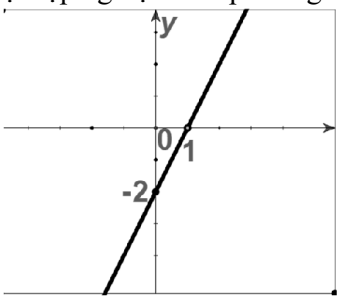
DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Phương pháp giải

- Dạng: $ax+by=c$, với a và b không đồng thời bằng 0 $(a^2+b^2\neq 0)$.
- Nghiệm của hệ phương trình là cặp số $(x_0;y_0)$ sao cho $ax_0+by_0=c$.
- Phương trình luôn có vô số nghiệm. Biểu diễn hình học của tập nghiệm của phương trình là một đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

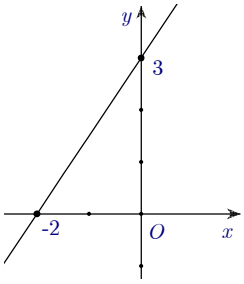
B. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $x-y-2=0$. **B.** $x+y+2=0$. **C.** $2x+y+2=0$. **D.** $2x-y-2=0$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



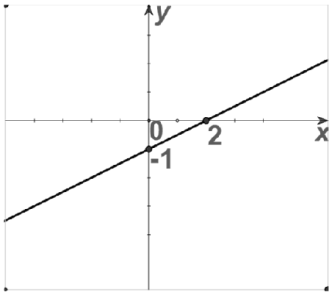
A. $3x-2y+6=0$.

B. $3x+2y+6=0$.

C. $-3x-2y+6=0$.

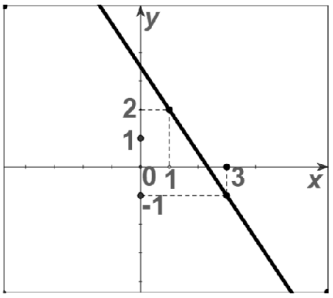
D. $3x-2y+3=0$.

Câu 3. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



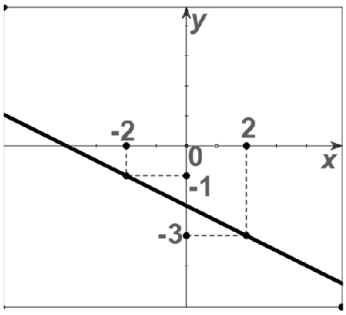
A. $x-2y-2=0$. **B.** $x+2y-2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $2x-y-2=0$.

Câu 4. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



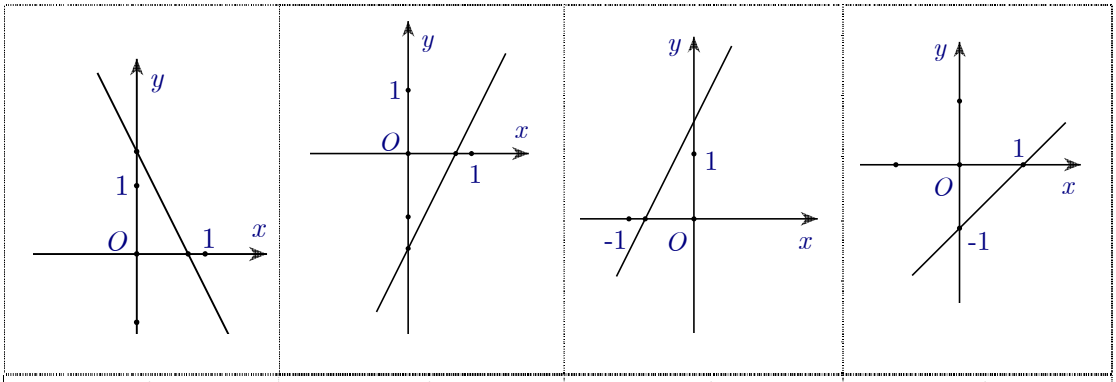
A. $3x+2y+7=0$. **B.** $3x+2y-7=0$. **C.** $-3x+2y-7=0$. **D.** $3x-2y-7=0$.

Câu 5. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $x+2y=4$. **B.** $x+2y=-4$. **C.** $-x+2y=4$. **D.** $x-2y=4$.

Câu 6. Cho các hình sau:



Hình 1	Hình 2	Hình 3	Hình 4

Trong các hình trên, hình nào biểu diễn tập nghiệm của phương trình $4x-2y-3=0$?

A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Câu 7. Cặp số $(x;y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x-y-4=0$?

A. $(x;y)=(2;1)$. **B.** $(x;y)=(1;-2)$. **C.** $(x;y)=(3;-2)$. **D.** $(x;y)=(1;2)$.

Câu 8. Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $3x-2y-6=0$?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(-2;-6)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(2;6)$.

Câu 9. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $-2x+5y-3=0$?

A. $\left(0;\frac{5}{3}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $\left(\frac{-3}{2};0\right)$. **D.** $(6;3)$.

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x+2y-3=0$?

A. $\left(0;\frac{-3}{2}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(5;1)$. **D.** $(3;-3)$.

Câu 11. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}-1=0$?

A. $(0;3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(-2;-3)$.

Câu 12. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $-4x+5y=-2$?

A. $\left(\frac{-1}{4};\frac{1}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{-1}{4};\frac{-1}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};\frac{-1}{5}\right)$.

Câu 13. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $x+y=-2$?

A. $(-1;-1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 14. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $\frac{-3x}{2}+2y=\frac{1}{2}$?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{-1}{3};0\right)$.

Câu 15. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x+y-1=0$?

A. $(x_0;1-2x_0)$. **B.** $(x_0+1;-2x_0)$. **C.** $(-2-x_0;2x_0+3)$. **D.** $(-1-x_0;1+2x_0)$.

Câu 16. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x-2y+3=0$?

A. $(2a-3;a)$. **B.** $(2a-2;a+1)$. **C.** $(-5-2a;a-1)$. **D.** $(-1-2a;1+a)$.

Câu 17. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}+\frac{5}{6}=0$?

A. $(2b+1;3b-1)$. **B.** $(2b-1;3b+1)$. **C.** $(2b-1;-3b+1)$. **D.** $(-2b-1;3b-1)$.

Câu 18. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $3x+y-4=0$?

A. $(t;4-3t)$. **B.** $(t+1;1-3t)$. **C.** $(-t;-4+3t)$. **D.** $(2t;4-6t)$.

DẠNG 2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Phương pháp giải

Định nghĩa 1:

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \qquad \left(a_1^{\,2}+b_1^{\,2}\neq 0, a_2^{\,2}+b_2^{\,2}\neq 0\right).$$

Giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Tính các định thức $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

Nguyễn Bảo Vương

Xét định thức		Kết quả
$D\neq 0$		Hệ có nghiệm duy nhất $\left(x=\frac{D_x}{D};y=\frac{D_y}{D}\right)$
$D=0$	$D_x\neq 0$ hoặc $D_y\neq 0$	Hệ vô nghiệm
	$D_x=D_y=0$	Hệ vô số nghiệm

Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết như phương pháp thế, cộng đại số.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 5x-4y=8 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} \sqrt{3}x-y=1 \\ 5x+\sqrt{2}y=\sqrt{3} \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} \dfrac{6}{x}+\dfrac{5}{y}=3 \\ \dfrac{9}{x}-\dfrac{10}{y}=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} \dfrac{6}{x-2y}+\dfrac{2}{x+2y}=3 \\ \dfrac{3}{x-2y}+\dfrac{4}{x+2y}=-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{6x-3}{y-1}-\dfrac{2y}{x+1}=5 \\ \dfrac{4x-2}{y-1}-\dfrac{4y}{x+1}=2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2\left|x-6\right|+3\left|y+1\right|=5 \\ 5\left|x-6\right|-4\left|y+1\right|=1 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 3. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=2m \\ 4x-my=m+6 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x+(2m-3)y=m \\ (m+1)x+3y=6 \end{cases}$.

Câu 5. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} a(x-1)+by=1 \\ b(x-1)+ay=1 \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 6. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} m\sqrt{x+1}+\sqrt{y}=m+1 \\ \sqrt{x+1}+m\sqrt{y}=2 \end{cases}$.

Câu 7. Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm $\begin{cases} 2m^2x+3(m-1)y=3 \\ m(x+y)-y=2 \end{cases}$.

Câu 8. Tìm các giá trị của b sao cho với mọi a thì hệ phương trình $\begin{cases} x+2ay=b \\ ax+(1-a)y=b^2 \end{cases}$ có nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 9. Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=m+2 \\ mx-(m+1)y=-2 \end{cases}$ có nghiệm là $(2;y_0)$.

Câu 10. Xác định m không âm để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=3m+2 \\ 2x-3y=3m-11 \end{cases}$ có nghiệm thỏa mãn

Nguyễn Bảo Vương

Câu 11. Xác định m nguyên để hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=3 \\ 2x+my=9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x;y)$ Sao cho biểu thức $A=3x-y$ nhận giá trị nguyên.

.....

.....

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$.

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 7x-9y=8 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\left(\frac{5}{17};\frac{19}{17}\right)$. **B.** $\left(-\frac{5}{7};-\frac{19}{17}\right)$. **C.** $\left(-\frac{5}{17};-\frac{19}{17}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{17};-\frac{19}{17}\right)$.

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y=2 \\ -5x+3y=4 \end{cases}$ là

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(-2;-2)$. **D.** $(2;2)$.

Câu 4. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ -x+4y=2 \end{cases}$.

A. $(x;y)=\left(\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$. **B.** $(x;y)=(2;1)$. **C.** $(x;y)=\left(-\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$. **D.** $(x;y)=(-2;-1)$.

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x-6y=-2 \end{cases}$

A. $(x;y)=(1;2)$. **B.** $(x;y)=(2;1)$. **C.** $(x;y)=(1;1)$. **D.** $(x;y)=(-1;-1)$.

Câu 6. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-5y=2 \\ 4x+2y=7 \end{cases}$ là

A. $\left(-\frac{1}{3};2\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x+y-3=0 \\ 2x-y-3=0 \end{cases}$ là

A. $(2;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Câu 8. Hệ phương trình: $\begin{cases} |x-1|+y=0 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ có nghiệm là?

A. $x=-3;y=2$. **B.** $x=2;y=-1$. **C.** $x=4;y=-3$. **D.** $x=-4;y=3$.

Câu 9. Gọi $(x_0;y_0)$ là cặp nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$. Tính $\frac{x_0}{y_0}$.

A. $\frac{x_0}{y_0}=\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{x_0}{y_0}=3$. **C.** $\frac{x_0}{y_0}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{x_0}{y_0}=1$.

Câu 10. Biết hệ phương trình $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{5}{y}=3 \\ \frac{9}{x}-\frac{10}{y}=1 \end{cases}$ có 1 nghiệm $(x;y)$. Hiệu $y-x$ là

A. -2. **B.** $-\frac{2}{15}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{15}$.

Câu 11. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\frac{4}{x-2}+\frac{1}{y}=5\\ \frac{5}{x-2}-\frac{2}{y}=3\end{cases}$ là:

A. $(x;y)=(3;11)$. **B.** $(x;y)=(-3;1)$. **C.** $(x;y)=(13;1)$. **D.** $(x;y)=(3;1)$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 12. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y+4=0\\ 3x+y-1=0\\ 2mx+5y-m=0\end{cases}$ có duy nhất một nghiệm

A. $m=10$. **B.** $m=-10$. **C.** $m=-\frac{10}{3}$. **D.** $m=\frac{10}{3}$.

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases}(m+1)x+y=2m+2\\ x+(m+1)y=m+2\end{cases}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm nguyên duy nhất. Tổng các phần tử của S là

A. -4. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 14. cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+y=m\\ x+my=m\end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi

A. $m\neq 1$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq \pm 1$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 15. Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm: $\begin{cases}3x-my=1\\ -mx+3y=m-4\end{cases}$

A. $m\neq 3$ hay $m\neq -3$. **B.** $m\neq 3$ và $m\neq -3$.

C. $m\neq 3$. **D.** $m\neq -3$.

Câu 16. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau cắtnhau

$(d_1):(m^2-1)x-y+2m+5=0$ và $(d_2):3x-y+1=0$

A. $m=-2$. **B.** $m=2$.

C. $m=2$ hay $m=-2$. **D.** $m\neq \pm 2$.

Câu 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2|x|-y=1\\ mx+y=m+1\end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m\neq -2$ **D.** $m\neq \pm 2$.

Câu 18. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=3\\ mx+y=1-m\end{cases}$ có nghiệm

A. $m<\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m\neq \frac{1}{2}$. **D.** $m>\frac{1}{2}$.

Câu 19. Hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m\\ 4x-my=m+6\end{cases}$ vô nghiệm khi giá trị m bằng

A. $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 20. Gọi m_0 là giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases}x+3y=m\\ mx+y=m-\frac{2}{9}\end{cases}$ có vô số nghiệm. Khi đó:

A. $m_0 \in \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $m_0 \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m_0 \in \left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $m_0 \in \left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 21. cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m \\ x+my=m \end{cases}$, m là tham số. Hệ vô nghiệm khi

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** với mọi m $\in \mathbb{R}$.

Câu 22. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+(m+4)y=2 \\ m(x+y)=1-y \end{cases}$. Để hệ này vô nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số m là:

A. $m=0$ **B.** $m=1$ hay $m=2$.

C. $m=-1$ hay $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=-\frac{1}{2}$ hay $m=3$.

Câu 23. Tìm a để hệ phương trình $\begin{cases} ax+y=a^2 \\ x+ay=1 \end{cases}$ vô nghiệm:

A. $a=1$. **B.** $a=1$ hoặc $a=-1$. **C.** $a=-1$. **D.** Không có a.

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song với nhau

$(d_1):(m^2-1)x-y+2m+5=0$ và $(d_2):3x-y+1=0$

A. $m=-2$. **B.** $m=2$.

C. $m=2$ hay $m=-2$. **D.** $m \neq \pm 2$.

Câu 25. Tìm m để hệ vô số nghiệm $\begin{cases} 2m^2x+3(m-1)y=3 \\ m(x+y)-y=2 \end{cases}$

A. $m=2$ và $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=3$ và $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m \neq 1, m \neq \frac{1}{3}$ **D.** $m \in \varnothing$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} mx+3y=m-1 \\ 2x+(m-1)y=3 \end{cases}$ vô số nghiệm ?

A. $m=-2$. **B.** $m \neq 3$ và $m \neq -2$

C. $m=-2, m=4$ **D.** $m=3$.

Câu 27. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} mx-2y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$ có nghiệm

A. $m \neq 4$. **B.** $m \neq -2$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $m \neq -4$.

Câu 28. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-(m+1)y=3m \\ x-2my=m+2 \\ x+2y=4 \end{cases}$. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m=m_0$.

Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m_0 \in (2;4)$. **B.** $m_0 \in (-4;-2]$. **C.** $m_0 \in [-1;2]$. **D.** $m_0 \in (-2;-1)$.

Câu 29. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ với $x;y$ là các số nguyên?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 1.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 30. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-(m+1)y=3m \\ x-2my=m+2 \\ x+2y=4 \end{cases}$. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m=m_0$.Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m_0 \in (2;4)$. **B.** $m_0 \in [-4;-2]$.

C. $m_0 \in [-1;2]$. **D.** $m_0 \in (-2;-1)$.

Câu 31. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=m+2 \\ mx-(m+1)y=-2 \end{cases}$ có nghiệm là $(2;y_0)$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0^2+y_0^2=10$.

A. $m \in \left\{0;-\frac{4}{3}\right\}$ **B.** $m=\frac{4}{3}$ **C.** $m=0$ **D.** $m \in \left\{\frac{4}{3};0\right\}$

Câu 33. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases}$. Gọi a_0 là giá trị của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a_0 \in (-10;0)$ **B.** $(5;8)$ **C.** $a_0 \in (0;5)$ **D.** $[8;12]$

Câu 34. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là:

A. $m=0, m=-2$. **B.** $m=1, m=2, m=3$.

C. $m=0, m=2$. **D.** $m=1,\ m=-3, m=4$.

Câu 35. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=-\frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-y=2m \\ 4x-my=m+6 \end{cases}$

A. $m \neq 2$ và $m \neq -2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{2m+3}{2+m};-\frac{m}{2m+1}\right)$

B. $m=2$ hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2t-4),\ t \in R$.

C. $m=-2$ hệ phương trình vô nghiệm.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Nguyễn Bảo Vương

DẠNG 3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

A. Phương pháp giải

Nguyên tắc chung để giải các hệ phương trình nhiều ẩn là khử bớt ẩn để đưa về các phương trình hay hệ phương trình có số ẩn ít hơn. Để khử bớt ẩn, ta cũng có thể dùng các phương pháp cộng đại số, phương pháp thế như đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

B. Bài tập tự luận

Sử dụng phương pháp cộng đại số, phương pháp thế,.

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+y-z-t=8 \\ 2x-2y+z+2t=-8 \\ x+3y-2z+t=4 \\ 4x+3y-z+3t=1 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nguyễn Bảo Vương

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hệ phương trình $\begin{cases} x-y-z=-1 \\ 7y-z=5 \\ 2z=4 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(2;1;2)$. **B.** $(-2;-1;-2)$. **C.** $(-2;-1;2)$. **D.** $(2;-1;-2)$.

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+2z=-3 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(1;3;-1)$ **B.** $(1;3;-2)$ **C.** $(1;2;-1)$ **D.** $(1;-3;-1)$

Câu 3. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+z_0^2$.

A. $P=2$. **B.** $P=14$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=2 \\ z+2x=3 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0;y_0;z_0)$ thì giá trị của biểu thức $F=2x_0+y_0+3z_0$ là:

A. 4 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 6

Câu 5. Gọi $(x;y;z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -3x+2y-z=-2 \\ 5x-3y+2z=10 \\ 2x-2y-3z=-9 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M=x+y+z$.

A. -1 **B.** 35 **C.** 15 **D.** 21

Câu 6. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0y_0z_0$.

A. $P=-40$. **B.** $P=40$. **C.** $P=1200$. **D.** $P=-1200$.

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{2x-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x-y}}-4\sqrt{z+1}=1 \\ \sqrt{2x-1}-\dfrac{3}{\sqrt{x-y}}+\sqrt{z+1}=-1 \\ 4\sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}-2\sqrt{z+1}=3 \end{cases}$ là:

A. $(1;0;0)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+z=-3 \\ x+y+z=3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases}$ có 1 nghiệm là

A. $(x;y;z)=(-8;-1;12)$. **B.** $(x;y;z)=(8,1,-12)$.

C. $(x;y;z)=(-4,-1,8)$. **D.** $(x;y;z)=(-4,-1,-6)$.

Câu 9. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y+2z=\dfrac{1}{2} \\ -y+z=-3 \\ 10z=-5 \end{cases}$ ta được nghiệm $(x_0;y_0;z_0)$. Tính giá trị biểu thức $T=x_0-y_0+z_0$.

A. $T=\dfrac{11}{2}$. **B.** $T=-\dfrac{13}{2}$. **C.** $T=\dfrac{3}{2}$. **D.** $T=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 10. Gọi $(x_0;y_0;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=-3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases}$. Tính $x_0+2y_0+z_0$.

A. 0. **B.** –4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 11. Cho ba số thực x, y,z thỏa mãn đồng thời các biểu thức $x+2y+3z-10=0; 3x+y+2z-13=0; 2x+3y+z-13=0$. Tính $T=2(x+y+z)$

A. T=12. **B.** -12. **C.** T=-6. **D.** T=6.

Câu 12. Bộ $(x;y;z)=(2;-1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 2x+6y-4z=-6 \\ x+2y=5 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x-y+z=6 \\ 10x-4y-z=2 \end{cases}$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 13. Cho $(x;y;z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} mx+ny+pz=6 \\ 2mx-3ny+pz=-1 \\ mx+7ny-10pz=-15 \end{cases}$

(trong đó $m;n;p$ là các tham số). Tính tổng $S=m+n+p$ biết hệ có nghiệm $(x;y;z)=(1;2;3)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x+y+(m+1)z=2 & (1) \\ 3x+4y+2z=m+1 & (2) \\ 2x+3y-z=1 & (3) \end{cases}$ vô số nghiệm?

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$ **D.** $m\neq 2$

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x+y-z=1 & (1) \\ 2x+3y+mz=3 & (2) \\ x+my+3z=2 & (3) \end{cases}$ vô nghiệm?

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$ **D.** $m\neq 2, m\neq -3$

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} mx+y=1 \\ my+z=1 \\ x+mz=1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất?

A. $m\neq 1$. **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m\neq -1$

Nguyễn Bảo Vương

Chương 3

Bài 5 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

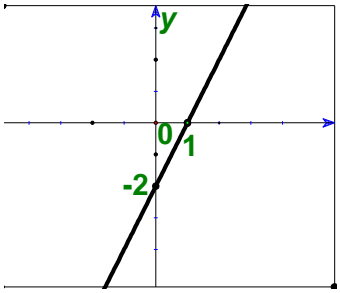
DẠNG 1. PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Phương pháp giải

- Dạng: $ax+by=c$, với a và b không đồng thời bằng 0 $(a^2+b^2\neq 0)$.
- Nghiệm của hệ phương trình là cặp số $(x_0;y_0)$ sao cho $ax_0+by_0=c$.
- Phương trình luôn có vô số nghiệm. Biểu diễn hình học của tập nghiệm của phương trình là một đường thẳng trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

B. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $x-y-2=0$. **B.** $x+y+2=0$. **C.** $2x+y+2=0$. **D.** $2x-y-2=0$.

Lời giải

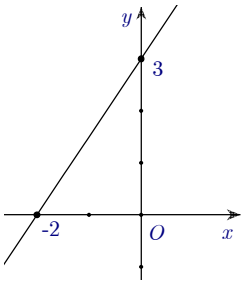
Chọn D.

Gải sử đường thẳng có phương trình $y=ax+b$. Đường thẳng đi qua 2 điểm $(1;0),(0;-2)$ nên tọa độ 2 điểm này thỏa mãn phương trình. Từ đó ta có hệ $\begin{cases}a+b=0\\b=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}$

Vậy đường thẳng có phương trình: $y=2x-2\Leftrightarrow 2x-y-2=0$

Ta chọn đáp án **D.**

Câu 2. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?



A. $3x-2y+6=0$.

B. $3x+2y+6=0$.

C. $-3x-2y+6=0$.

D. $3x-2y+3=0$.

Lời giải

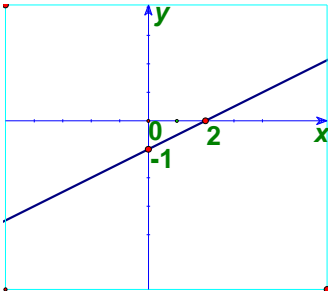
Chọn A.

Gải sử đường thẳng có phương trình $y=ax+b$. Đường thẳng đi qua 2 điểm $(-2;0),(0;3)$ nên tọa độ 2 điểm này thỏa mãn phương trình. Từ đó ta có hệ $\begin{cases}-2a+b=0\\b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{3}{2}\\b=3\end{cases}$

Vậy đường thẳng có phương trình: $y=\dfrac{3}{2}x+3\Leftrightarrow 3x-2y+6=0$

Ta chọn đáp án **A.**

Câu 3. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?

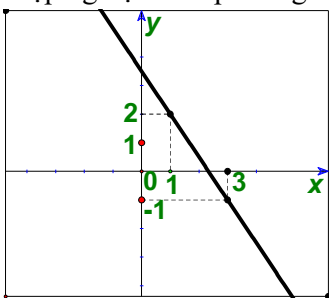


A. $x-2y-2=0$. **B.** $x+2y-2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $2x-y-2=0$.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 4. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?

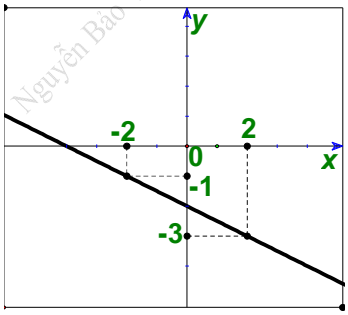


A. $3x+2y+7=0$. **B.** $3x+2y-7=0$. **C.** $-3x+2y-7=0$. **D.** $3x-2y-7=0$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 5. Hình vẽ sau đây là biểu diễn hình học tập nghiệm của phương trình nào?

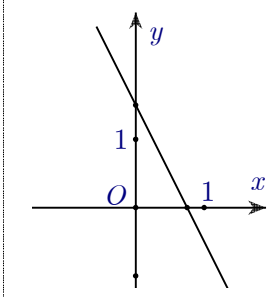


A. $x+2y=4$. **B.** $x+2y=-4$. **C.** $-x+2y=4$. **D.** $x-2y=4$.

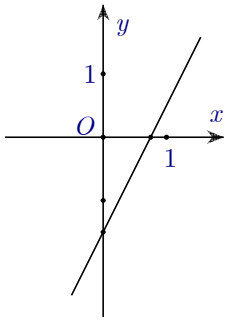
Lời giải

Chọn **B.**

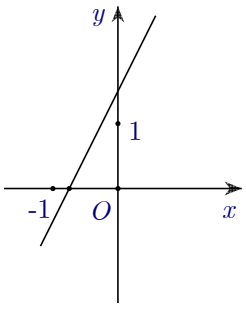
Câu 6. Cho các hình sau:



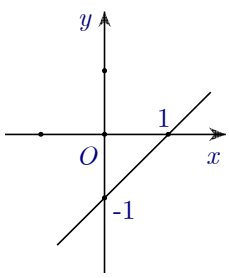
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Trong các hình trên, hình nào biểu diễn tập nghiệm của phương trình $4x-2y-3=0$?

A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn **C.**

Câu 7. Cặp số $(x;y)$ nào dưới đây là nghiệm của phương trình $2x-y-4=0$?

A. $(x;y)=(2;1)$. **B.** $(x;y)=(1;-2)$. **C.** $(x;y)=(3;-2)$. **D.** $(x;y)=(1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy $2.1-(-2)-4=0$ nên cặp số $(x;y)=(1;-2)$ là nghiệm của phương trình $2x-y-4=0$.

Câu 8. Cặp số nào sau đây là một nghiệm của phương trình $3x-2y-6=0$?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(-2;-6)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(2;6)$.

Lời giải

Chọn B.

Lấy các cặp số lần lượt thay vào phương trình, cặp số nào thỏa mãn thì đó là nghiệm của phương trình.

Câu 9. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $-2x+5y-3=0$?

A. $\left(0;\frac{5}{3}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $\left(\frac{-3}{2};0\right)$. **D.** $(6;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Lấy các cặp số lần lượt thay vào phương trình, cặp số nào không thỏa mãn thì đó không phải là nghiệm của phương trình.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 10. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x+2y-3=0$?

A. $\left(0;\frac{-3}{2}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(5;1)$. **D.** $(3;-3)$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 11. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}-1=0$?

A. $(0;3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(-2;-3)$.

Lời giải

Chọn **C.**

Câu 12. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $-4x+5y=-2$?

A. $\left(\frac{-1}{4};\frac{1}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{-1}{4};\frac{-1}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};\frac{-1}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn **D.**

Câu 13. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $x+y=-2$?

A. $(-1;-1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn **D.**

Câu 14. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $\frac{-3x}{2}+2y=\frac{1}{2}$?

A. $(-1;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{-1}{3};0\right)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 15. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $2x+y-1=0$?

A. $(x_0;1-2x_0)$. **B.** $(x_0+1;-2x_0)$. **C.** $(-2-x_0;2x_0+3)$. **D.** $(-1-x_0;1+2x_0)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 16. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $x-2y+3=0$?

A. $(2a-3;a)$. **B.** $(2a-2;a+1)$. **C.** $(-5-2a;a-1)$. **D.** $(-1-2a;1+a)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Câu 17. Cặp số nào sau đây là nghiệm của phương trình $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}+\frac{5}{6}=0$?

A. $(2b+1;3b-1)$. **B.** $(2b-1;3b+1)$. **C.** $(2b-1;-3b+1)$. **D.** $(-2b-1;3b-1)$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 18. Cặp số nào sau đây không phải là nghiệm của phương trình $3x+y-4=0$?

A. $(t;4-3t)$. **B.** $(t+1;1-3t)$. **C.** $(-t;-4+3t)$. **D.** $(2t;4-6t)$.

Lời giải

Chọn **C.**

DẠNG 2. HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. Phương pháp giải

Định nghĩa 1:

Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ phương trình có dạng

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases} \qquad \left(a_1^2+b_1^2\neq 0, a_2^2+b_2^2\neq 0\right).$$

Giải và biện luận hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

Tính các định thức $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

Xét định thức		Kết quả
$D\neq 0$		Hệ có nghiệm duy nhất $\left(x=\frac{D_x}{D};y=\frac{D_y}{D}\right)$
$D=0$	$D_x\neq 0$ hoặc $D_y\neq 0$	Hệ vô nghiệm
	$D_x=D_y=0$	Hệ vô số nghiệm

Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết như phương pháp thế, cộng đại số.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ 5x-4y=8 \end{cases}$.

b) $\begin{cases} \sqrt{3}x-y=1 \\ 5x+\sqrt{2}y=\sqrt{3} \end{cases}$.

Lời giải

a) Ta có $D=\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -4 \end{vmatrix}=-13, D_x=\begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 8 & -4 \end{vmatrix}=-52, D_y=\begin{vmatrix} 2 & 11 \\ 5 & 8 \end{vmatrix}=-39.$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=(4;3)$.

b) Ta có $D=\begin{vmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 5 & \sqrt{2} \end{vmatrix}=11, D_x=\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ \sqrt{3} & \sqrt{2} \end{vmatrix}, D_y=\begin{vmatrix} \sqrt{3} & 1 \\ 5 & \sqrt{3} \end{vmatrix}=-2$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{11};-\frac{2}{11}\right)$.

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} \frac{6}{x}+\frac{5}{y}=3 \\ \frac{9}{x}-\frac{10}{y}=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{6}{x-2y}+\frac{2}{x+2y}=3 \\ \frac{3}{x-2y}+\frac{4}{x+2y}=-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{6x-3}{y-1}-\frac{2y}{x+1}=5 \\ \frac{4x-2}{y-1}-\frac{4y}{x+1}=2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2|x-6|+3|y+1|=5 \\ 5|x-6|-4|y+1|=1 \end{cases}$.

Lời giải

a) Điều kiện $\begin{cases} x\neq 0 \\ y\neq 0 \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{1}{x} \\ v=\dfrac{1}{y} \end{cases}$. Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 6u+5v=3 \\ 9u-10v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{1}{3} \\ v=\dfrac{1}{5} \end{cases}$.

Với $\begin{cases} u=\dfrac{1}{3} \\ v=\dfrac{1}{5} \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=5 \end{cases}$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(3;5)$.

b) Điều kiện $\begin{cases} x-2y\neq 0 \\ x+2y\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 0 \\ y\neq 0 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{1}{x-2y} \\ v=\dfrac{1}{x+2y} \end{cases}$. Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 6u+2v=3 \\ 3u+4v=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=\dfrac{7}{9} \\ v=-\dfrac{5}{6} \end{cases}$.

Với $\begin{cases} u=\dfrac{7}{9} \\ v=-\dfrac{5}{6} \end{cases}$ ta có $\begin{cases} \dfrac{1}{x-2y}=\dfrac{7}{9} \\ -\dfrac{5}{6}=\dfrac{1}{x+2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{70} \\ y=-\dfrac{87}{140} \end{cases}$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=\left(\dfrac{3}{70};-\dfrac{87}{140}\right)$.

c) Điều kiện $\begin{cases} x\neq 1 \\ y\neq 1 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} u=\dfrac{2x-1}{y-1} \\ v=\dfrac{y}{x+1} \end{cases}$. Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} 3u-2v=5 \\ 2u-4v=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Với $\begin{cases} u=2 \\ v=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ ta được $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{y-1}=2 \\ \dfrac{y}{x+1}=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y=-1 \\ x-2y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

d) Đặt $\begin{cases} u=|x-6|\geq 0 \\ v=|y+1|\geq 0 \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 2u+3v=5 \\ 5u-4v=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ v=1 \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=1 \\ v=1 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} 1=|x-6| \\ 1=|y+1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-6=\pm 1 \\ y+1=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=7 \\ y=5 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=0 \\ y=-2 \end{array}\right. \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là
$(x;y)=(7;0)$, $(x;y)=(7;-2)$, $(x;y)=(5;0)$, $(x;y)=(5;-2)$.

Câu 3. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} mx-y=2m \\ 4x-my=m+6 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $D=\begin{vmatrix} m & -1 \\ 4 & -m \end{vmatrix}=4-m^2=(2-m)(2+m)$.

$D_x=\begin{vmatrix} 2m & -1 \\ m+6 & -m \end{vmatrix}=-2m^2+m+6=(2-m)(2m+3)$.

$D_y=\begin{vmatrix} m & 2m \\ 4 & m+6 \end{vmatrix}=m^2-2m=m(m-2)$.

□ Với $D\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq -2 \end{cases}$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{2m+3}{2+m};-\frac{m}{2+m}\right).$$

Nguyễn Bảo Vương

□ Với $D=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

+ Khi $m=2$, ta có $D=D_x=D_y=0$ nên hệ có vô số nghiệm. Các nghiệm của hệ thỏa mãn phương trình $2x-y=4 \Leftrightarrow y=2x-4$. Do đó hệ phương trình có nghiệm là

$$(x;y)=(t;2t-4), t\in\mathbb{R}.$$

+ Khi $m=-2$, ta có $D=0, D_x\neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

Kết luận

$m\neq 2$ và $m\neq -2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{2m+3}{2+m};-\frac{m}{2+m}\right)$.

$m=2$ hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2t-4), t\in\mathbb{R}$.

$m=-2$ hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 4. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} (m-1)x+(2m-3)y=m \\ (m+1)x+3y=6 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $D=\begin{vmatrix} m-1 & 2m-3 \\ m+1 & 3 \end{vmatrix}=2m(2-m)$.

$D_x=\begin{vmatrix} m & 2m-3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix}=9(2-m); D_y=\begin{vmatrix} m-1 & m \\ m+1 & 6 \end{vmatrix}=(m-3)(2-m)$.

□ Với $D\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 2 \end{cases}$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{9}{2m};\frac{m-3}{2m}\right).$$

□ Với $D=0\Leftrightarrow m=0$ hoặc $m=2$.

+ Khi $m=2$, ta có $D=D_x=D_y=0$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm. Các nghiệm của hệ thỏa mãn phương trình $x+y=2\Leftrightarrow y=2-x$. Do đó hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2-t), t\in\mathbb{R}$.

+ Khi $m=0$, ta có $D=0, D_x\neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

Kết luận

$m\neq 0$ và $m\neq 2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{9}{2m};\frac{m-3}{2m}\right)$.

$m=2$ hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2-t), t\in\mathbb{R}$.

$m=0$ hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 5. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} a(x-1)+by=1 \\ b(x-1)+ay=1 \end{cases}$.

Lời giải

Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} ax-a+by=1 \\ bx-b+ay=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} ax+by=a+1 \\ bx+ay=b+1 \end{cases}$.

Ta có $D=\begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$;

$D_x=\begin{vmatrix} a+1 & b \\ b+1 & a \end{vmatrix}=(a-b)(a+b+1); D_y=\begin{vmatrix} a & a+1 \\ b & b+1 \end{vmatrix}=a-b$.

□ Với $D\neq 0\Leftrightarrow a^2-b^2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases} a\neq b \\ a\neq -b \end{cases}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$$(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{a+b+1}{a+b};\frac{1}{a+b}\right).$$

□ Với $D=0\Leftrightarrow a=\pm b$.

+ Khi $a=b$, ta có $D=D_x=D_y=0$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm. Các nghiệm của hệ thỏa mãn phương trình $a(x-1)+ay=1\Leftrightarrow ax+ay=a+1$. Nếu $a=0$ thì phương trình vô nghiệm,

do đó nếu $a \neq 0$ thì phương trình tương đương với $y = \dfrac{-ax + a + 1}{a}$. Vì vậy hệ phương trình có nghiệm dạng $(x;y) = \left(t; \dfrac{-at + a + 1}{a}\right), t \in \mathbb{R}$.

+ Khi $a = -b$, ta có $D = 0, D_y = -2b$.

Nếu $b \neq 0$ thì $D = 0, D_y \neq 0$ suy ra hệ phương trình vô nghiệm.

Nếu $a = b = 0$ thì hệ phương trình trở thành $\begin{cases} 0x + 0y = 1 \\ 0x + 0y = 1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Kết luận

$a \neq b$ và $a \neq -b$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{a+b+1}{a+b}; \dfrac{1}{a+b}\right)$.

$a = b \neq 0$ hệ phương trình có nghiệm là $(x;y) = \left(t; \dfrac{-at + a + 1}{a}\right), t \in \mathbb{R}$.

Câu 6. Giải và biện luận hệ phương trình $\begin{cases} m\sqrt{x+1} + \sqrt{y} = m + 1 \\ \sqrt{x+1} + m\sqrt{y} = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x+1} \geq 0 \\ v = \sqrt{y} \geq 0 \end{cases}$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} mu + v = m + 1 \\ ux + mv = 2 \end{cases}$.

Ta có $D = \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1; D_u = \begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = m^2 + m - 2; D_v = \begin{vmatrix} m & am+1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = m - 1$.

□ Với $D \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $u = \dfrac{D_u}{D} = \dfrac{m+2}{m+1}$ và $v = \dfrac{D_v}{D} = \dfrac{1}{m+1}$.

Vì điều kiện $u, v \geq 0$ nên ta có $\begin{cases} \dfrac{m+2}{m+1} \geq 0 \\ \dfrac{1}{m+1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$. Khi đó ta được

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} = \dfrac{m+2}{m+1} \\ \sqrt{y} = \dfrac{1}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{2m+3}{(m+1)^2} \\ y = \dfrac{1}{(m+1)^2} \end{cases}.$$

□ Với $D = 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

+ Khi $m = 1$, ta có $D = D_u = D_v = 0$ nên hệ phương trình có vô số nghiệm thỏa $\sqrt{x+1} + \sqrt{y} = 2$.

+ Khi $m = -1$, ta có $D = 0, D_u = 2 \neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm.

Kết luận

$-1 < m \neq 1$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\dfrac{2m+3}{(m+1)^2}; \dfrac{1}{(m+1)^2} \right)$.

$m = 1$ hệ phương trình có vô số nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn $\sqrt{x+1} + \sqrt{y} = 2$.

$m \le -1$ hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 7. Tìm m để hệ phương trình vô nghiệm $\begin{cases} 2m^2x + 3(m-1)y = 3 \\ m(x+y) - y = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} 2m^2x + 3(m-1)y = 3 \\ mx + (m-2)y = 2 \end{cases}$.

Ta có $D = \begin{vmatrix} 2m^2 & 3(m-1) \\ m & m-2 \end{vmatrix} = 2m^3 - 7m^2 + 3m$;

$D_x = \begin{vmatrix} 3 & 3(m-1) \\ 2 & m-2 \end{vmatrix} = -3m; D_y = \begin{vmatrix} 2m^2 & 3 \\ m & 2 \end{vmatrix} = 4m^2 - 3m$.

Hệ phương trình đã cho vô nghiệm xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} D = 0 \\ \left[\begin{array}{l} D_x \neq 0 \\ D_y \neq 0 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^3 - 7m^2 + 3m = 0 \\ \left[\begin{array}{l} -3m \neq 0 \\ 4m^2 - 3m \neq 0 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = \dfrac{1}{2} \end{array} \right. .$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 8. Tìm các giá trị của b sao cho với mọi a thì hệ phương trình $\begin{cases} x + 2ay = b \\ ax + (1-a)y = b^2 \end{cases}$ có nghiệm.

Lời giải

Lời giải

Ta có $D = \begin{pmatrix} 1 & 2a \\ a & 1-a \end{pmatrix} = 1 - a - 2a^2$. Suy ra $D \neq 0$ khi và chỉ chi $2a^2 + a - 1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$

□ Do đó $\begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq \dfrac{1}{2} \end{cases}$ thì hệ phương trình có nghiệm.

□ Khi $a = -1$ thì hệ phương trình trở thành $\begin{cases} x - 2y = b \\ x - 2y = -b^2 \end{cases}$

Để hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ $b = -b^2 \Leftrightarrow b^2 + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -1 \end{cases}$

□ Khi $a = \dfrac{1}{2}$ thì hệ phương trình trở thành $\begin{cases} x + y = b \\ x + y = 2b^2 \end{cases}$

Để hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ $b = 2b^2 \Leftrightarrow 2b^2 - b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm với mọi $a \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $b = 0$.

Câu 9. Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x - y = m+2 \\ mx - (m+1)y = -2 \end{cases}$ có nghiệm là $(2; y_0)$.

Lời giải

Do $(2; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2m+2-y_0 = m+2 \\ 2m-(m+1)y_0 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = m & (1) \\ 2m-(m+1)y_0 = -2 & (2) \end{cases}$

Thế $y_0 = m$ vào (2) ta được $m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ hoặc $m = 2$.

Vậy $m = -1$ hoặc $m = 2$ thì thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 10. Xác định m không âm để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 3m + 2 \\ 2x - 3y = 3m - 11 \end{cases}$ có nghiệm thỏa mãn $(x^2+1)+(y^2+1) = 12$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x + y = 3m + 2 \\ 2x - 3y = 3m - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 9m + 6 \\ 2x - 3y = 3m - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10m - 5 \\ x + y = 3m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m - 1 \\ y = m + 3 \end{cases}$

Với

$$(x^2+1)+(y^2+1) = 12 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (2m-1)^2 + (m+3)^2 = 10 \Leftrightarrow 5m^2 + 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(5m+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{-2}{5} \end{array}\right.$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 11. Xác định m nguyên để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ Sao cho biểu thức $A = 3x - y$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 \\ 2x + m(mx - 3) = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 \\ 2x + m^2 x - 3m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = mx - 3 & (1) \\ x(m^2+2) = 3m + 9 & (2) \end{cases}$$

Từ $(2) \Leftrightarrow x = \dfrac{3m+9}{m^2+2}$. Thay vào (1) ta được $y = \dfrac{m(3m+9)}{m^2+2} - 3 = \dfrac{9m-6}{m^2+2}$

Từ đó ta có $A = 3x - y = \dfrac{9m+27}{m^2+2} - \dfrac{9m-6}{m^2+2} = \dfrac{33}{m^2+2}$

Để A là số nguyên thì $m^2 + 2$ là ước nguyên lớn hơn 1 của 33. Suy ra $m \in \{-3; -1; 1; 3\}$ thỏa mãn đề bài

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+y=5 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ 2.2y+y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ 5y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y \\ y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

Nhận xét: Loại bài này bấm máy tính bỏ túi cho nhanh.

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 7x-9y=8 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $\left(\frac{5}{17};\frac{19}{17}\right)$. **B.** $\left(-\frac{5}{7};-\frac{19}{17}\right)$. **C.** $\left(-\frac{5}{17};-\frac{19}{17}\right)$. **D.** $\left(\frac{5}{17};-\frac{19}{17}\right)$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} 5x-4y=3 \\ 7x-9y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 45x-36y=27 \\ 28x-36y=32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x=-5 \\ 28x-36y=32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{17} \\ 28.\left(-\frac{5}{17}\right)-36y=32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{5}{17} \\ y=-\frac{19}{17} \end{cases}$.

Câu 3. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-4y=2 \\ -5x+3y=4 \end{cases}$ là

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(-2;-2)$. **D.** $(2;2)$.

Lờigiải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} 3x-4y=2 \\ -5x+3y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$.

Câu 4. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ -x+4y=2 \end{cases}$.

A. $(x;y)=\left(\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$. **B.** $(x;y)=(2;1)$. **C.** $(x;y)=\left(-\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$. **D.** $(x;y)=(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ -x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=-3 \\ -x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{-10}{7} \\ y=\frac{1}{7} \end{cases}$.

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=\left(-\frac{10}{7};\frac{1}{7}\right)$

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=5\\4x-6y=-2\end{cases}$

A. $(x;y)=(1;2)$. **B.** $(x;y)=(2;1)$. **C.** $(x;y)=(1;1)$. **D.** $(x;y)=(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases}2x+3y=5\\4x-6y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$.

Câu 6. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-5y=2\\4x+2y=7\end{cases}$ là

A. $\left(-\frac{1}{3};2\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases}3x-5y=2\\4x+2y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12x-20y=8\\12x+6y=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}26y=13\\x=\frac{2+5y}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{1}{2}\\x=\frac{3}{2}\end{cases}$.

Lưu ý: Bài này có thể dùng Casio để tìm nghiệm.

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x+y-3=0\\2x-y-3=0\end{cases}$ là

A. $(2;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases}x+y-3=0\\2x-y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-3=0\\3x\quad-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

Câu 8. Hệ phương trình: $\begin{cases}|x-1|+y=0\\2x-y=5\end{cases}$ có nghiệm là?

A. $x=-3;y=2$. **B.** $x=2;y=-1$. **C.** $x=4;y=-3$. **D.** $x=-4;y=3$.

Chọn B.

Lời giải

Từ phương trình 2, rút y theo x, rồi thay vào phương trình 1.

Ta có : $|x-1|+2x-5=0\Leftrightarrow 5-2x\ge 0\cap\left[\begin{array}{l}x-1=5-2x\\x-1=-5+2x\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=-1$. Chọn **B.**

Câu 9. Gọi $(x_0;y_0)$ là cặp nghiệm của hệ: $\begin{cases}2x+y=7\\3x-2y=7\end{cases}$. Tính $\frac{x_0}{y_0}$.

A. $\frac{x_0}{y_0}=\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{x_0}{y_0}=3$. **C.** $\frac{x_0}{y_0}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{x_0}{y_0}=1$.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases}2x+y=7\\3x-2y=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$

Câu 10. Biết hệ phương trình $\begin{cases}\frac{6}{x}+\frac{5}{y}=3\\\frac{9}{x}-\frac{10}{y}=1\end{cases}$ có 1 nghiệm $(x;y)$. Hiệu $y-x$ là

A. –2. **B.** $-\frac{2}{15}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x\neq 0, y\neq 0$.

Đặt $a=\frac{1}{x}, y=\frac{1}{y}$ ta có hệ phương trình

$\begin{cases}6a+5b=3\\9a-10b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}12a+10b=6\\9a-10b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}21a=7\\9a-10b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{3}\\b=\frac{1}{5}\end{cases}$.Suy ra $\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{3}\\\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$

Vậy $y-x=2$.

Câu 11. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\frac{4}{x-2}+\frac{1}{y}=5\\\frac{5}{x-2}-\frac{2}{y}=3\end{cases}$ là:

A. $(x;y)=(3;11)$. **B.** $(x;y)=(-3;1)$. **C.** $(x;y)=(13;1)$. **D.** $(x;y)=(3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x\neq 2\\y\neq 0\end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases}\frac{4}{x-2}+\frac{1}{y}=5\\\frac{5}{x-2}-\frac{2}{y}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x-2}=1\\\frac{1}{y}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}(TM)$.

Vậy nghiệm HPT là $(x;y)=(3;1)$.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 12. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y+4=0\\3x+y-1=0\\2mx+5y-m=0\end{cases}$ có duy nhất một nghiệm

A. $m=10$. **B.** $m=-10$. **C.** $m=-\frac{10}{3}$. **D.** $m=\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} 2x+3y+4=0 \\ 3x+y-1=0 \\ 2mx+5y-m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ 2m.2+5.2-m=0 \end{cases} \Rightarrow m=10.$

Vậy $m=10$.

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x+y=2m+2 \\ x+(m+1)y=m+2 \end{cases}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hệ phương trình có nghiệm nguyên duy nhất. Tổng các phần tử của S là

A. -4. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$D=\begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 1 & m+1 \end{vmatrix}=m^2+2m=m(m+2).$

$D_x=\begin{vmatrix} 2m+2 & 1 \\ m+2 & m+1 \end{vmatrix}=2m^2+3m=m(2m+3).$

$D_y=\begin{vmatrix} m+1 & 2m+2 \\ 1 & m+2 \end{vmatrix}=m^2+m=m(m+1).$

Đề hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $D\neq 0 \Leftrightarrow m(m+2)\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -2 \end{cases}$.

Khi đó hệ phương trình có nghiệm

$\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D}=\dfrac{2m+3}{m+2}=2-\dfrac{1}{m+2} \\ y=\dfrac{D_y}{D}=\dfrac{m+1}{m+2}=1-\dfrac{1}{m+2} \end{cases}.$

Để hệ phương trình có nghiệm nguyên thì $\dfrac{1}{m+2}$ nguyên $\Leftrightarrow \begin{bmatrix} m+2=1 \\ m+2=-1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m=-1 \\ m=-3 \end{bmatrix}$.

Do đó $S=\{-1;-3\}$. Vậy Tổng các phần tử của S là -4.

Câu 14. cho hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=m \\ x+my=m \end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi

A. $m\neq 1$. **B.** $m\neq -1$. **C.** $m\neq \pm 1$. **D.** $m\neq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

Ta có: $D=m^2-1$.

Hệ có nghiệm duy nhất khi $D\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 1$.

Cách 2:

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{m} \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 15. Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình sau có đúng một nghiệm: $\begin{cases} 3x - my = 1 \\ -mx + 3y = m - 4 \end{cases}$

A. $m \neq 3$ hay $m \neq -3$. **B.** $m \neq 3$ và $m \neq -3$.

C. $m \neq 3$. **D.** $m \neq -3$.

Lời giải

Chọn B.

Cách 1:

Ta có : $D = \begin{vmatrix} 3 & -m \\ -m & 3 \end{vmatrix} = 9 - m^2$

Phương trình có đúng một nghiệm khi $D \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

Cách 2:

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\frac{3}{-m} \neq \frac{-m}{3} \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

Câu 16. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau cắtnhau

$(d_1): (m^2 - 1)x - y + 2m + 5 = 0$ và $(d_2): 3x - y + 1 = 0$

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$.

C. $m = 2$ hay $m = -2$. **D.** $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

Để hai đường thẳng cắt nhau thì hệ phương trình $\begin{cases} (m^2 - 1)x - y = -2m - 5 \\ 3x - y = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow D \neq 0 \Leftrightarrow -m^2 + 4 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$.

Cách 2:

Ta có : Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau khi $\frac{m^2 - 1}{3} \neq \frac{-1}{-1} \Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$.

Câu 17. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 2|x| - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases}$, m là tham số. Hệ có nghiệm duy nhất khi

A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \neq -2$ **D.** $m \neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Hệ tương đương $\left[\begin{cases} x \geq 0 \\ 2x - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases} \quad (1) \right.$

$\left. \begin{cases} x < 0 \\ -2x - y = 1 \\ mx + y = m + 1 \end{cases} \quad (2) \right.$

Tập nghiệm của hệ ban đầu là tập hợp hai tập nghiệm của hai hệ (1) và (2).

Hệ (1) có: $D_1 = 2 + m$; $D_{1x} = m$; $D_{1y} = 1$.

Hệ (2) có: $D_2 = -2+m;\ \ D_{2x} = 3m+2;\ \ D_{2y} = -3m-2.$

Hệ ban đầu có nghiệm duy nhất khi: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(1)\ co\ nghiem\ duy\ nhat\\(2)\ VN\end{cases}\\\begin{cases}(1)\ VN\\(2)\ co\ nghiem\ duy\ nhat\end{cases}\end{array}\right.$ giải ta được $m=2.$

Vậy $m=2$ thì hệ có nghiệm duy nhất.

Cách 2:

- Thử thấy $m=2$ thì hệ có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ loại D, A phù hợp.
- Kiểm tra thấy $m=-2$ thì hệ có vô số nghiệm $\Rightarrow$ loại **B.**
- Kiểm tra đáp án **C.** Ta thử lấy m tùy. VD lấy $m=1$ hoặc $m=0$,… thấy hai hệ (1) và (2) đều có nghiệm duy nhất và khác nhau, nên hệ ban đầu có 2 nghiệm $\Rightarrow$ loại **C.**

Vậy $m=2$ thì hệ có nghiệm duy nhất.

Câu 18. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases}x+2y=3\\mx+y=1-m\end{cases}$ có nghiệm

A. $m<\frac{1}{2}.$ **B.** $m=\frac{1}{2}.$ **C.** $m\neq\frac{1}{2}.$ **D.** $m>\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

$D=1-2m.$

$D_x=m+1;\ D_y=-4m+1.$

Xét $D=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$, khi đó $D_x=\frac{3}{2}\neq 0\Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m=-\frac{1}{2}$ không thỏa mãn.

Cách 2:

Bấm máy tính, thử với $m=\frac{1}{2}$ hệ vô nghiệm, các giá trị khác của m hệ có nghiệm.

Câu 19. Hệ phương trình $\begin{cases}mx-y=2m\\4x-my=m+6\end{cases}$ vô nghiệm khi giá trị m bằng

A. $m=2.$ **B.** $m=-2.$ **C.** $m=1.$ **D.** $m=-1.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $D=\begin{vmatrix}m&-1\\4&-m\end{vmatrix}=4-m^2;\ D_x=\begin{vmatrix}2m&-1\\m+6&-m\end{vmatrix}=-2m^2+m+6;\ D_y=\begin{vmatrix}m&2m\\4&m+6\end{vmatrix}=m^2-2m$

Xét $D=0\Leftrightarrow 4-m^2=0\Leftrightarrow m=\pm 2$

Khi $m=2\Rightarrow D_x=D_y=0$ hệ phương trình có vô số nghiệm

Khi $m=-2\Rightarrow D_x=-4\neq 0$ hệ phương trình vô nghiệm

Câu 20. Gọi m_0 là giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases}x+3y=m\\mx+y=m-\frac{2}{9}\end{cases}$ có vô số nghiệm. Khi đó:

A. $m_0\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right).$ **B.** $m_0\in\left(0;\frac{1}{2}\right).$ **C.** $m_0\in\left(\frac{1}{2};2\right).$ **D.** $m_0\in\left(-\frac{1}{2};0\right).$

Lời giải

Chọn B

Ta có $D=\begin{vmatrix}1 & 3\\ m & 1\end{vmatrix}=1-3m$.

Để hệ phương trình vô số nghiệm thì $D=D_x=D_y=0$

Ta có $D=0\Leftrightarrow 1-3m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{3}$

Thay $m=\dfrac{1}{3}$ vào hệ phương trình ta có: $\begin{cases}x+3y=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{1}{3}x+y=\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{1}{3}x+y=\dfrac{1}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+3y=\dfrac{1}{3}\\ x+3y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$

Vậy $m=\dfrac{1}{3}$ hệ phương trình vô số nghiệm.

Câu 21. cho hệ phương trình $\begin{cases}mx+y=m\\ x+my=m\end{cases}$, m là tham số. Hệ vô nghiệm khi

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** với mọi m $\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

Hệ vô nghiệm khi $\begin{cases}m^2-1=0\\ m^2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $m=-1$ thì hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Hệ vô nghiệm khi: $\dfrac{m}{1}=\dfrac{1}{m}\neq\dfrac{m}{m}\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $m=-1$ thì hệ vô nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Cách 3:

Dùng máy tính thử các đáp án, thấy đáp án C đúng.

Vậy $m=-1$ thì hệ vô nghiệm.

Câu 22. Cho hệ phương trình: $\begin{cases}mx+(m+4)y=2\\ m(x+y)=1-y\end{cases}$. Để hệ này vô nghiệm, điều kiện thích hợp cho tham số m là:

A. $m=0$ **B.** $m=1$ hay $m=2$.

C. $m=-1$ hay $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$ hay $m=3$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Ta có: Hệ tương đương $\begin{cases}mx+(m+4)y=2\\ mx+(m+1)y=1\end{cases}$

$D=m(m+1)-m(m+4)=-3m$

$D_x=m-2;\ D_y=-2m.$

Xét $D=0\Leftrightarrow m=0$, khi đó $D_x=-2\neq 0\Rightarrow$ hệ vô nghiệm.

Vậy $m=0$ hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Ta có: Hệ trở thành $\begin{cases} mx+(m+4)y=2 \\ mx+(m+1)y=1 \end{cases} \Rightarrow D=m(m+1)-m(m+4)=-3m$

Hệ vô nghiệm $\Rightarrow D=0 \Rightarrow m=0$

Thử lại thấy $m=0$ thoả điều kiện.

Vậy $m=0$ hệ vô nghiệm.

Câu 23. Tìm a để hệ phương trình $\begin{cases} ax+y=a^2 \\ x+ay=1 \end{cases}$ vô nghiệm:

A. $a=1$. **B.** $a=1$ hoặc $a=-1$. **C.** $a=-1$. **D.** Không có a.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

$D=a^2-1$.

$D_x=a^3-1;\ D_y=a-a^2$.

Xét $D=0 \Leftrightarrow a=\pm 1$.

$a=1$ khi đó $D_x=D_y=0 \Rightarrow$ hệ vô số nghiệm. $a=1$ không thỏa mãn.

$a=-1$ khi đó $D_x=-2\neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $a=-1$ thỏa mãn.

Vậy $a=-1$ thì hệ vô nghiệm.

Cách 2:

Bấm máy tính thử kết quả, thấy $a=-1$ thì hệ vô nghiệm.

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song với nhau

$(d_1):(m^2-1)x-y+2m+5=0$ và $(d_2):3x-y+1=0$

A. $m=-2$. **B.** $m=2$.

C. $m=2$ hay $m=-2$. **D.** $m\neq \pm 2$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

Để hai đường thẳng song song với nhau thì hệ phương trình $\begin{cases} (m^2-1)x-y=-2m-5 \\ 3x-y=-1 \end{cases}$ vô nghiệm.

$\Leftrightarrow D=0; D_x\neq 0$ hoặc $D_y\neq 0$.

Có $D=-m^2+4;\ D_x=2m+4;\ D_y=m^2+6m+16$.

$D=0 \Leftrightarrow -m^2+4=0 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

- $m=2$ thì $D_x=8\neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m=2$ thỏa mãn.
- $m=-2$ thì $D_x=0;\ D_y\neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm. $m=-2$ thỏa mãn.

Vậy $m=\pm 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Cách 2:

Hai đường thẳng d_1 và d_2 song song khi $\frac{m^2-1}{3}=\frac{-1}{-1}\neq\frac{-2m-5}{-1} \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Vậy $m=\pm 2$ thì hai đường thẳng song song với nhau.

Câu 25. Tìm m để hệ vô số nghiệm $\begin{cases} 2m^2x+3(m-1)y=3 \\ m(x+y)-y=2 \end{cases}$

A. $m=2$ và $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=3$ và $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m\neq 1, m\neq \frac{1}{3}$ **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Giải theo tự luận

Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases}2m^2x+3(m-1)y=3\\ mx+(m-2)y=2\end{cases}$

Ta có hệ vô số nghiệm khi: $\frac{2m^2}{m}=\frac{3(m-1)}{m-2}=\frac{3}{2}$

$$\begin{cases}\frac{3(m-1)}{m-2}=\frac{3}{2}\\ \frac{2m^2}{m}=\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=\frac{3}{4}\\ m=0\end{cases}$$

Không có giá trị nào để hệ vô số nghiệm

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases}mx+3y=m-1\\ 2x+(m-1)y=3\end{cases}$ vô số nghiệm ?

A. $m=-2$. **B.** $m\neq 3$ và $m\neq -2$

C. $m=-2, m=4$ **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có hệ vô số nghiệm khi: $\frac{m}{2}=\frac{3}{m-1}=\frac{m-1}{3}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{m}{2}=\frac{3}{m-1}\\ \frac{3}{m-1}=\frac{m-1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$$

Câu 27. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases}mx-2y=1\\ 2x+y=2\end{cases}$ có nghiệm

A. $m\neq 4$. **B.** $m\neq -2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq -4$.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases}mx-2y=1\ (1)\\ 2x+y=2\ (2)\end{cases}$

Từ pt (2) $\Leftrightarrow y=2-2x$. Thế vào pt (1) ta được:

$mx-2(2-2x)=1\Leftrightarrow (m+4)x=5\ (3)$

$\Rightarrow m\neq -4$ thì pt (3) có nghiệm duy nhất $\Rightarrow$ Hệ đã cho có nghiệm duy nhất.

Câu 28. Cho hệ phương trình: $\begin{cases}mx-(m+1)y=3m\\ x-2my=m+2\\ x+2y=4\end{cases}$. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m=m_0$.

Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m_0\in(2;4)$. **B.** $m_0\in(-4;-2]$. **C.** $m_0\in[-1;2]$. **D.** $m_0\in(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hệ $\begin{cases} mx-(m+1)y=3m\ (1) \\ x-2my=m+2\ (2) \\ x+2y=4\ (3) \end{cases}$,

Trừ theo vế hai phương trình (2) và (3) ta được: $2(m+1)y=2-m\ (4)$

Nếu $m=-1$ thì (4) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.

Nếu $m\neq -1$ thì $(4)\Leftrightarrow y=\dfrac{2-m}{2(m+1)}$, thay vào (3) được $x=\dfrac{5m+2}{m+1}$.

Thế các giá trị x,y tìm được vào (1) ta được phương trình:

$m.\dfrac{5m+2}{m+1}-(m+1).\dfrac{2-m}{2(m+1)}=3m$

$\Leftrightarrow 2m(5m+2)-(m+1)(2-m)=6m(m+1)$

$\Leftrightarrow 5m^2-3m-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\dfrac{2}{5} \end{array}\right.$

Suy ra $m_0=1$ hoặc $m_0=-\dfrac{2}{5}$ thuộc $[-1;2]$.

Câu 29. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ với $x;y$ là các số nguyên?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $D=m^2-1=(m-1)(m+1)$; $D_x=m-1$; $D_y=2m^2+m-3=(m-1)(2m+3)$.

Với $m=1$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán m nguyên âm).

Với $m=-1$ ta có $D=0$, $D_x=-2\neq 0$ nên hệ vô nghiệm.

Với $m\neq \pm 1$, hệ có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=\dfrac{2m+3}{m+1} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=2+\dfrac{1}{m+1} \end{cases}$.

$x\in\mathbb{Z}$; $y\in\mathbb{Z}$ khi và chỉ khi $\dfrac{1}{m+1}\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1=1 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=0 \end{array}\right.$. Vì m nguyên âm nên chỉ có giá trị $m=-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Chọn đáp án **B.**

Câu 30. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-(m+1)y=3m \\ x-2my=m+2 \\ x+2y=4 \end{cases}$. Biết hệ phương trình có nghiệm khi tham số $m=m_0$.Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m_0\in(2;4)$. **B.** $m_0\in[-4;-2]$.

C. $m_0 \in [-1;2]$. **D.** $m_0 \in (-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Hệ phương trình $\begin{cases} mx-(m+1)y=3m \ ,(1) \\ x-2my=m+2 \ ,(2) \\ x+2y=4 \ ,(3) \end{cases}$

Từ $(3) \Rightarrow x=4-2y$ thay vào $(1),(2)$ ta được $\begin{cases} (3m+1)y=m \ ,(4) \\ (2m+2)y=2-m \ ,(5) \end{cases}$

$+) m=-\frac{1}{3}:(4)$ vô nghiệm $\Rightarrow m=-\frac{1}{3}$ loại.

$+) m=-1:(5)$ vô nghiệm $\Rightarrow m=-1$ loại.

$+) \begin{cases} m \neq -\frac{1}{3} \\ m \neq -1 \end{cases}$ hệ phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{m}{3m+1}=\frac{2-m}{2m+2} \Leftrightarrow 5m^2-3m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-\frac{2}{5} \end{array}\right.$.

Câu 31. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} (m+1)x-y=m+2 \\ mx-(m+1)y=-2 \end{cases}$ có nghiệm là $(2;y_0)$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$D=-(m+1)^2+m=-m^2-m-1 \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}$

$D_x=-(m+1)(m+2)-2=-m^2-3m-4$

$D_y=-2(m+1)-m(m+2)=-m^2-4m-2$

Suy ra với mọi giá trị của m thì hệ có nghiệm duy nhất: $\begin{cases} x=\frac{D_x}{D}=\frac{m^2+3m+4}{m^2+m+1} \\ y=\frac{D_y}{D}=\frac{m^2+4m+2}{m^2+m+1} \end{cases}$

Để $(2;y_0)$ là nghiệm của hệ thì $\frac{m^2+3m+4}{m^2+m+1}=2 \Leftrightarrow m^2-m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$

Vậy $S=\{-1;2\}$

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0^2+y_0^2=10$.

A. $m \in \left\{0;-\frac{4}{3}\right\}$ **B.** $m=\frac{4}{3}$ **C.** $m=0$ **D.** $m \in \left\{\frac{4}{3};0\right\}$

Lời giải

Chọn A.

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi $m^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Khi đó

$$\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-mx \\ x+m(3-mx)=2m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-mx \\ x=\dfrac{1-m}{1-m^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{m+1} \\ y=\dfrac{2m+3}{m+1} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là: $\begin{cases} x_0=\dfrac{1}{m+1} \\ y_0=\dfrac{2m+3}{m+1} \end{cases}$.

Nên: $x_0^2+y_0^2=10 \Leftrightarrow 1+(2m+3)^2=10.(m+1)^2 \Leftrightarrow 6m^2+8m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{-4}{3} \end{array}\right. (TM)$.

Câu 33. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases}$. Gọi a_0 là giá trị của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $a_0 \in (-10;0)$ **B.** $(5;8)$ **C.** $a_0 \in (0;5)$ **D.** $[8;12]$

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-2y=4-2a \\ x+2y=a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5-a}{5} \\ y=\dfrac{3a}{5} \end{cases}$

$$\Rightarrow x^2+y^2=\left(\frac{5-a}{5}\right)^2+\frac{9a^2}{25}=\frac{10a^2-10a+25}{25}=\frac{1}{5}\left(2a^2-2a+5\right)=\frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{9}{2}\right)\geq\frac{9}{10}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=\dfrac{1}{2}$.

Câu 34. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx+y=3 \\ x+my=2m+1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số m để hệ phương trình có nghiệm nguyên là:

A. $m=0, m=-2.$ **B.** $m=1, m=2, m=3.$

C. $m=0, m=2.$ **D.** $m=1,\ m=-3, m=4.$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Ta có : $D=m^2-1,\ D_x=m-1,\ D_y=2m^2+m-3$

$D\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \pm 1$ thì hệ có nghiệm $\left(\dfrac{1}{m+1};\dfrac{2m+3}{m+1}\right)$, phân tích ta được $\left(\dfrac{1}{m+1};2+\dfrac{1}{m+1}\right)$

Hệ phương trình có nghiệm nguyên khi $m+1$ là ước của 1

$\Rightarrow m=0; m=-2$, thỏa mãn $m\neq \pm 1$.

Vậy $m=0; m=-2$ thì hệ có nghiệm nguyên.

Cách 2:

Sử dụng máy tính, thử các đáp án $\Rightarrow$ chọn **A.**

Câu 35. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases}$. Các giá trị thích hợp của tham số a để tổng bình phương hai nghiệm của hệ phương trình đạt giá trị nhỏ nhất ?

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} 2x-y=2-a \\ x+2y=a+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-2y=4-2a \\ x+2y=a+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{5-a}{5} \\ y=\frac{3a}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow x^2+y^2=\left(\frac{5-a}{5}\right)^2+\frac{9a^2}{25}=\frac{10a^2-10a+25}{25}=\frac{1}{5}\left(2a^2-2a+5\right)=\frac{1}{5}\left(\left(\sqrt{2}a-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2+\frac{9}{2}\right)\geq\frac{9}{10}$

Đẳng thức xảy ra khi $a=\frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} mx-y=2m \\ 4x-my=m+6 \end{cases}$

A. $m\neq 2$ và $m\neq -2$ hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{2m+3}{2+m};-\frac{m}{2m+1}\right)$

B. $m=2$ hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2t-4)$, $t\in R$.

C. $m=-2$ hệ phương trình vô nghiệm.

D. Cả A, B, C đều đúng.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

ChọnD.

Cách 1: Giải theo tự luận

Ta có $D=\begin{vmatrix} m & -1 \\ 4 & -m \end{vmatrix}=4-m^2=(2-m)(2+m)$

$D_x=\begin{vmatrix} 2m & -1 \\ m+6 & -m \end{vmatrix}=-2m^2+m+6=(2-m)(2m+3)$

$D_y=\begin{vmatrix} m & 2m \\ 4 & m+6 \end{vmatrix}=m^2-2m=m(m-2)$

□ Với $D\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq -2 \end{cases}$: Hệ phương trình có nghiệm duy nhất

$(x;y)=\left(\frac{D_x}{D};\frac{D_y}{D}\right)=\left(\frac{2m+3}{2+m};-\frac{m}{2m+1}\right)$

□ Với $D=0\Leftrightarrow m=\pm 2$:

+ Khi $m=2$ ta có $D=D_x=D_y=0$ nên hệ phương trình có nghiệm là nghiệm của phương trình $2x-y=4\Leftrightarrow y=2x-4$. Do đó hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(t;2t-4)$, $t\in R$.

+ Khi $m=-2$ ta có $D=0, D_x\neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm

Cách 2: Giải theo pp trắc nghiệm

Cách 3: (Giải theo Casio nếu có).

DẠNG 3. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT NHIỀU ẨN

A. Phương pháp giải

Nguyên tắc chung để giải các hệ phương trình nhiều ẩn là khử bớt ẩn để đưa về các phương trình hay hệ phương trình có số ẩn ít hơn. Để khử bớt ẩn, ta cũng có thể dùng các phương pháp cộng đại số, phương pháp thế như đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

B. Bài tập tự luận

Sử dụng phương pháp cộng đại số, phương pháp thế,.

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+y-z-t=8 \\ 2x-2y+z+2t=-8 \\ x+3y-2z+t=4 \\ 4x+3y-z+3t=1 \end{cases}$

Lời giải

a) Cách 1 (Phương pháp cộng đại số). Hệ phương trình tương đương với

$$\begin{cases} 7y+3z=10 \\ y+4z=5 \\ -x+2y+z=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25z=25 \\ y+4z=5 \\ -x+2y+z=3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;1;1)$.

Cách 2 (Phương pháp thế) Ta có $\begin{cases} 3x+y-3z=1(1) \\ x-y+2z=1(2) \\ -x+2y+2z=3(3) \end{cases}$

Phương trình $(2) \Leftrightarrow x=y-2z+2$. Thay vào (1), ta được

$$3(y-2z+2)+y-3z=1 \Leftrightarrow 4y-9z=-5(*).$$

Phương trình $(3) \Leftrightarrow x=2y+2z-3$. Thay vào (1), ta được

$$3(2y+2z-3)+y-3z=1 \Leftrightarrow 7y+3z=10(**)$$

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $\begin{cases} 4y-9z=-5 \\ 7y+3z=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ z=1 \end{cases}$. Suy ra $x=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z)=(1;1;1)$

b) Ta có $\begin{cases} 3x+y-z-t=8(1) \\ 2x-2y+z+2t=-8(2) \\ x+3y-2z+t=4(3) \\ 4x+3y-z+3t=1(4) \end{cases}$

Phương trình (1) $t=3x+y-z-8$. Thay vào (2), (3), (4) ta được

$$\begin{cases} 8x-z=8 \\ 4x+4y-3z=12 \\ 13x+6y-4z=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \Rightarrow t=-3 \\ z=0 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y;z;t)=(1;2;0;-3)$.

C. Bài tập trắc nghiệm

DÀNH CHO HỌC SINH TRUNG BÌNH - KHÁ

Câu 1. Hệ phương trình $\begin{cases} x-y-z=-1 \\ 7y-z=5 \\ 2z=4 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(2;1;2)$. **B.** $(-2;-1;-2)$. **C.** $(-2;-1;2)$. **D.** $(2;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A.

Giải tự luận:

Từ phương trình cuối suy ra $z=2.$ thay giá trị này của z vào phương trình thứ hai, ta được $y=1.$ Cuối cùng, thay các giá trị của y và z vừa tìm được vào phương trình đầu ta tìm được $x=2$.

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x;y;z)=(2;1;2)$

Giải trắc nghiệm:

Bấm máy tính $\Rightarrow$ Chọn **A.**

Câu 2. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+2z=-3 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(1;3;-1)$ **B.** $(1;3;-2)$ **C.** $(1;2;-1)$ **D.** $(1;-3;-1)$

Lời giải

Chọn A.

Giải tự luận:

Cách 1:

Cộng phương trình thứ nhất và thứ hai theo vế, ta được hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ 3x+3z=0 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$$

Nhân hai vế phương trình đầu với 3, xong đem cộngtheo vế với phương trình cuối, ta được hệ

$$\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+z=0 \\ 4x=4 \end{cases}$$

Từ phương trình cuối ta có $x=1,$ thay vào phương trình hai tính được $z=-1.$ thay đồng thời x,z vào phương trình đầu thì $y=3.$ Vậy nghiệm của hệ là $(1;3;-1).$

Cách 2:*Rút ẩn từ một phương trình thay vào hai phương trình còn lại.*

Từ phương trình đầu ta rút được $z=3-x-y,$ đem thay vào hai phương trình còn lại ta được hệ:

$$\begin{cases} z=3-x-y \\ 2x-y+2z=-3 \\ x-3y-3z=-5 \end{cases}$$

Thế phương trình đầu vào hai phương trình sau ta có hệ $\begin{cases} z=3-x-y \\ -3y=-9 \\ 4x=4 \end{cases}$

Từ hai phương trình cuối dễ tính được $x=1, y=3$. Thay vào phương trình đầu được $z=-1$.

Vậy nghiệm của hệ là $(1;3;-1)$.

Giải trắc nghiệm:

Bấm máy tính $\Rightarrow$ Chọn **A.**

Câu 3. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x+y-3z=1 \\ x-y+2z=2 \\ -x+2y+2z=3 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+z_0^2$.

A. $P=2$. **B.** $P=14$. **C.** $P=3$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn C.

giải được $(x_0;y_o;z_0)=(1;1;1)$ thay vào P được kết quả $P=3$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ y+2z=2 \\ z+2x=3 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0;y_0;z_0)$ thì giá trị của biểu thức $F=2x_0+y_0+3z_0$ là:

A. 4 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 6

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 5. Gọi $(x;y;z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} -3x+2y-z=-2 \\ 5x-3y+2z=10 \\ 2x-2y-3z=-9 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M=x+y+z$.

A. -1 **B.** 35 **C.** 15 **D.** 21

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 6. Gọi $(x_0;y_o;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=11 \\ 2x-y+z=5 \\ 3x+2y+z=24 \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0y_0z_0$.

A. $P=-40$. **B.** $P=40$. **C.** $P=1200$. **D.** $P=-1200$.

Lời giải

Chọn **B.**

Nguyễn Bảo Vương

Câu 7. Nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2\sqrt{2x-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x-y}}-4\sqrt{z+1}=1 \\ \sqrt{2x-1}-\dfrac{3}{\sqrt{x-y}}+\sqrt{z+1}=-1 \\ 4\sqrt{2x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x-y}}-2\sqrt{z+1}=3 \end{cases}$ là:

A. $(1;0;0)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x\ge\dfrac{1}{2} \\ x>y \\ z\ge -1 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} a=\sqrt{2x-1} \\ b=\dfrac{1}{\sqrt{x-y}} \\ c=\sqrt{z+1} \end{cases}$. Hệ trở thành $\begin{cases} 2a+3b-4c=1 \\ a-3b+c=-1 \\ 4a+b-2c=3 \end{cases}$.

Giải hệ ta được $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1}=1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x-y}}=1 \\ \sqrt{z+1}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy hệ có nghiệm $(1;0;0)$.

Câu 8. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y+z=-3 \\ x+y+z=3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases}$ có 1 nghiệm là

A. $(x;y;z)=(-8;-1;12)$. **B.** $(x;y;z)=(8,1,-12)$.

C. $(x;y;z)=(-4,-1,8)$. **D.** $(x;y;z)=(-4,-1,-6)$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} 2x-y+z=-3 \\ x+y+z=3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=-1 \\ z=12 \end{cases}$

Vậy nghiệm duy nhất của hệ phương trình là $(x;y;z)=(-8;-1;12)$

Câu 9. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y+2z=\dfrac{1}{2} \\ -y+z=-3 \\ 10z=-5 \end{cases}$ ta được nghiệm $(x_0;y_0;z_0)$. Tính giá trị biểu thức $T=x_0-y_0+z_0$.

A. $T=\dfrac{11}{2}$. **B.** $T=-\dfrac{13}{2}$. **C.** $T=\dfrac{3}{2}$. **D.** $T=-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} x+2y+2z=\dfrac{1}{2} \\ -y+z=-3 \\ 10z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y+2z=\dfrac{1}{2} \\ -y-\dfrac{1}{2}=-3 \\ z=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2.\dfrac{5}{2}+2.\dfrac{-1}{2}=\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-7}{2} \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=-\dfrac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x,y,z)=\left(\dfrac{-7}{2};\dfrac{5}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$, suy ra $T=-\dfrac{13}{2}$.

Câu 10. Gọi $(x_0;y_0;z_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-y+z=-3 \\ 2x-2y+z=-2 \end{cases}$. Tính $x_0+2y_0+z_0$.

A. 0. **B.** –4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x+y+z=3 & (1) \\ 2x-y+z=-3 & (2) \\ 2x-2y+z=-2 & (3) \end{cases}$

Lấy $(2)-(3)$ ta được $y=-1$.

Lấy $2.(1)-(2)$ ta được $3y+z=9$.

Vì $y=-1$ nên $z=12$. Do đó $x=-8$;suy ra $(x_0;y_0;z_0)=(-8;-1;12)$.

Vậy $x_0+2y_0+z_0=-8-2+12=2$.

Cách khác: Sử dụng máy tính;tìm nghiệm $(x_0;y_0;z_0)$.

Câu 11. Cho ba số thực x, y,z thỏa mãn đồng thời các biểu thức $x+2y+3z-10=0;3x+y+2z-13=0;2x+3y+z-13=0$. Tính $T=2(x+y+z)$

A. T=12. **B.** -12. **C.** T=-6. **D.** T=6.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y+3z-10=0 \\ 3x+y+2z-13=0 \\ 2x+3y+z-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$

Khi đó: Tính $T=2(x+y+z)=2(3+2+1)=12$.

Cách 2:

Ta có: $\begin{cases} x+2y+3z-10=0 \\ 3x+y+2z-13=0 \\ 2x+3y+z-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow (x+2y+3z)+(3x+y+2z)+(2x+3y+z)=6(x+y+z)=36$

$\Leftrightarrow 2(x+y+z)=12$.

Câu 12. Bộ $(x;y;z)=(2;-1;1)$ là nghiệm của hệ phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} x+3y-2z=-3 \\ 2x-y+z=6 \\ 5x-2y-3z=9 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x-y-z=1 \\ 2x+6y-4z=-6 \\ x+2y=5 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 3x-y-z=1 \\ x+y+z=2 \\ x-y-z=0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x+y+z=-2 \\ 2x-y+z=6 \\ 10x-4y-z=2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Sử dụng máy tính ta được kết quả.

DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ – GIỎI

Câu 13. Cho $(x;y;z)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} mx+ny+pz=6 \\ 2mx-3ny+pz=-1 \\ mx+7ny-10pz=-15 \end{cases}$

(trong đó $m;n;p$ là các tham số). Tính tổng $S=m+n+p$ biết hệ có nghiệm $(x;y;z)=(1;2;3)$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hệ phương trình $\begin{cases} mx+ny+pz=6 \\ 2mx-3ny+pz=-1 \\ mx+7ny-10pz=-15 \end{cases}$ có nghiệm $(x;y;z)=(1;2;3)$ nên ta có

$$\begin{cases} m+2n+3p=6 \\ 2m-6n+3p=-1 \\ m+14n-30p=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \\ p=1 \end{cases}$$

Vậy $S=m+n+p=1+1+1=3$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x+y+(m+1)z=2 & (1) \\ 3x+4y+2z=m+1 & (2) \\ 2x+3y-z=1 & (3) \end{cases}$ vô số nghiệm?

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$ **D.** $m\neq 2$

Chọn A.

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (3) suy ra $z=2x+3y-1$. Thế vào hai PT (1) và (2) ta được

$$\begin{cases} x+y+(m+1)(2x+3y-1)=2 \\ 3x+4y+2(2x+3y-1)=m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m+3)x+(3m+4)y=m+3 \\ 7x+10y=m+3 \end{cases}$$

Ta có:

$$D=\begin{vmatrix} 2m+3 & 3m+4 \\ 7 & 10 \end{vmatrix}=2-m;$$

$$D_x=\begin{vmatrix} m+3 & 3m+4 \\ m+3 & 10 \end{vmatrix}=3(m+3)(2-m);$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 2m+3 & m+3 \\ 7 & m+3 \end{vmatrix}=-2(m+3)(2-m).$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow D=D_x=D_y=0 \Leftrightarrow m=2$

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án A, B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **A.**

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} x+y-z=1 & (1) \\ 2x+3y+mz=3 & (2) \\ x+my+3z=2 & (3) \end{cases}$ vô nghiệm?

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$ **D.** $m\neq 2, m\neq -3$

Chọn B.

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (1) suy ra $z=x+y-1$. Thay vào (2) và (3) ta được

$$\begin{cases} 2x+3y+m(x+y-1)=3 \\ x+my+3(x+y-1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x+(m+3)y=m+3 \\ 4x+(m+3)y=5 \end{cases}$$

Ta có:

$$D=\begin{vmatrix} m+2 & m+3 \\ 4 & m+3 \end{vmatrix}=(m+3)(m-2), D_x=\begin{vmatrix} m+3 & m+3 \\ 5 & m+3 \end{vmatrix}=(m+3)(m-2), D_y=\begin{vmatrix} m+2 & m+3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=m-2$$

Hệ vô nghiệm khi $D=0, D_x\neq 0$ hoặc $D=0, D_y\neq 0$

Với D=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-3 \end{array}\right.$:

+ Khi $m=2$ ta có $D=D_x=D_y=0$ nên hệ phương trình có nghiệm là nghiệm của phương trình

$4x+5y=5 \Leftrightarrow y=\dfrac{-4}{5}x+1.$

Do đó hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=(5t;-4t+1), t\in\mathbb{R}$.

+ Khi $m=-3$ ta có $D=0, D_y\neq 0$ nên hệ phương trình vô nghiệm

Chọn đáp án **B.**

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án A, B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **B.**

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} mx+y=1 \\ my+z=1 \\ x+mz=1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất?

A. $m\neq 1$. **B.** $m=1$ **C.** $m=-1$ **D.** $m\neq -1$

Chọn D.

Lời giải

Cách 1: Giải bằng phương pháp tự luận

Từ (2) suy ra $z=1-my$. Thay vào (3) ta được

$$\begin{cases} mx+y=1 \\ x-m^2y=1-m \end{cases}$$

Hệ có nghiệm duy nhất khi $\dfrac{m}{1}\neq\dfrac{1}{-m^2}\Leftrightarrow m\neq -1$

Chọn đáp án **D.**

Cách 2: Giải bằng phương pháp trắc nghiệm: Lấy lần lượt các giá trị của m ở 3 đáp án B, C thay vào hệ và sử dụng MTCT để giải. Chọn đáp án **B.**

Chương 3

Bài 6 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

PHẦN 1. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: HỆ CÓ MỘT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

A. Phương pháp giải

Sử dụng phương pháp thế

- Từ phương trình bậc nhất rút một ẩn theo ẩn kia.
- Thế vào phương trình bậc 2 để đưa về theo phương trình bậc hai một ẩn
- Số nghiệm của hệ tùy theo số nghiệm của phương trình bậc 2 này.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-4y+1=0 \\ xy=3(x+y)-9 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3=xy+2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+4y^2=8 \quad (1) \\ x=2 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy=4 \quad (1) \\ 2y=6 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+x^2=6x \\ 2x+y-7=0 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+3x^2=4x \\ y+2x=3 \end{cases}$

.....
.....
.....

.....

.....

.....

Câu 8. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x-y-1=0 & (1) \\ x^2-3x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Giải $\begin{cases} 2x+y=4(1) \\ x^2+y^2-2y-1=0(2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y-x=-1 & (1) \\ 3y^2-x^2+2x=1 & (2) \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=5 & (1) \\ x^2+xy+y^2=7 & (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y+1=0 & (1) \\ 2x^2-xy+3y^2-7x-12y+1=0 & (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-2y=5 \\ 3x^2-y^2+2y=\dfrac{15}{4} \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^2-y^2-2y=6(1) \\ 2x-y=5(2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x^2+y^2-2x-2y=-2 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ x^2+2xy+3y^2+2y-5x=3 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x^2-y^2+2y=4 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5 & (1) \\ 3x^2-y^2+2y=4 & (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m(1) \\ x^2+y^2=24-m^2(2) \end{cases}$ có một nghiệm duy nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Cho hệ PT: $\begin{cases} x^2+4y^2=8 & (1) \\ x+2y=m & (2) \end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình có nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 21. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=m & (1) \\ x^2-3x+y=4 & (2) \end{cases}$ có hai nghiệm phân biệt.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Định m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+2y^2=3 \\ y=x-m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Định m để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=m+1 \\ x^2y+xy^2=2m^2-m-3 \end{cases}$ có nghiệm.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 24. Cho HPT : $\begin{cases} x^2+y^2-x=0 & (1) \\ x+ay-a=0 & (2) \end{cases}$.

Tìm a để hệ có hai nghiệm phân biệt $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$. CMR $(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2 \le 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

DẠNG 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI 1

A. Phương pháp giải.

Hệ phương tình đối xứng laoij 1 là hệ phương trình có dạng

$\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ với $f(x,y)=f(y,x)$ và $g(x,y)=g(y,x)$.

(có nghĩa là khi ta hoán vị giữa x và y thì $f(x,y)$ và $g(x,y)$ không thay đổi.)

Cách giải.

- Đặt $S=x+y, P=xy$. Điều kiện $S^2 \ge 4P$.
- Đưa hệ phương trình đã cho về hệ với các ẩn là S và P.
- Giả hệ mới ta tìm được S và P.
- TÌm nghiệm $(x;y)$ bằng cách giải phương trình $X^2-SX+P=0$.

* Hệ phương trình nếu có nghiệm $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của nó

B. Bài tập tự luận

Câu 25. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+xy+y=-1 \\ x^2y+y^2x=-6 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....

Câu 26. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^3+\dfrac{1}{x^3}+y^3+\dfrac{1}{y^3}=20 \end{cases}$ $\begin{cases} \left(x^2+3\right)\left(y^2+1\right)+10xy=0 \\ \dfrac{x}{x^2+3}+\dfrac{y}{y^2+1}+\dfrac{3}{20}=0 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....

Câu 27. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2y + xy^2 = 30 \\ x^3 + y^3 = 35 \end{cases}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 28. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x + y = 2 \\ x^3 + y^3 = 26 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 29. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 30. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 31. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 5(x + y) + 2xy = -19 \\ 3xy + x + y = -35 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 32. Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy(x-y)=-2 \\ x^3-y^3=2 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ 2x+xy+2y=-3 \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 34. Giải hệ $\begin{cases} x+y=10 \\ \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 35. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ x^4-x^2y^2+y^4=13 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 36. Giải hệ $\begin{cases} x^2+y^2=3(x+y) \\ x^3+y^3=9(x+y) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....

Câu 37. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{2xy}=8\sqrt{2} \quad (1) \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=4 \qquad\qquad (2) \end{cases}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 38. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2+x+y+1}+x+\sqrt{y^2+x+y+1}+y=18 \\ \sqrt{x^2+x+y+1}-x+\sqrt{y^2+x+y+1}-y=2 \end{cases}$ (ĐH An ninh 1999-A)

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 39. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^4+y^4=1 \\ x^6+y^6=1 \end{cases}$ (ĐH Tài chính- Kế toán, 2001 A)

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 40. Giải phương trình $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{1-x}=\frac{3}{2}$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 41. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=4 \\ x^2+y^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=4 \end{cases}$.

.....
.....

Câu 42. 10. Cho x, y, z là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=8 \\ xy+yz+zx=4 \end{cases}$. Chứng minh $-\frac{8}{3} \le x, y, z \le \frac{8}{3}$.

Câu 43. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=m \\ x^2y+xy^2=3m-9 \end{cases}$ có nghiệm thực.

Câu 44. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x-4}+\sqrt{y-1}=4 \\ x+y=3m \end{cases}$ có nghiệm.

.....

.....

Câu 45. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+4x+4y=10 \\ xy(x+4)(y+4)=m \end{cases}$ có nghiệm thực.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=m+6 \\ 2x+xy+2y=m \end{cases}$ có nghiệm thực duy nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 47.

a) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=m+6 \\ 2x+xy+2y=m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

b) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=m \\ x^2y+xy^2=m-1 \end{cases}$ vô nghiệm.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 48. Gọi $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-1 \\ x^2+y^2=2m^2+2m-3 \end{cases}$. Tìm m để tích xy nhỏ nhất.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nguyễn Bảo Vương

DẠNG 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI 2

A. Phương pháp giải

Hệ phương trình đối xứng loại 2 là hệ phương trình có dạng $\begin{cases} f(x,y)=0 \ (1) \\ f(y,x)=0 \ (2) \end{cases}$.

(có nghĩa là khi hoán vị giữa x và y thì (1) biến thành (2) và ngược lại).

Cách giải

- Trừ (1) cho (2) vế theo vế ta được $\begin{cases} f(x,y)-f(y,x)=0 \ (3) \\ f(x,y)=0 \end{cases}$.
- Biến đổi (3) về phương trình tích như sau $(3) \Leftrightarrow (x-y).g(x,y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ g(x,y)=0 \end{array}\right.$.
- Do đó hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ x=y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$.
- Giải các hệ phương trình trên ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Chú ý: Hệ phương trình trên nếu có nghiệm là $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của hệ.

B. Bài tập tự luận

Câu 49. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3+2x=y \\ y^3+2y=x \end{cases}$. b) $\begin{cases} 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2} \\ 3y=\dfrac{y^2+2}{x^2} \end{cases}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 50. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3=2y+x+2 \\ y^3=2x+y+2. \end{cases}$ b) $\begin{cases} y^2=x^3-3x^2+2x \\ x^2=y^3-3y^2+2y \end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 4: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI – HỆ CÓ MỘT PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP

A. Phương pháp giải.

*** Định nghĩa**: Hệ phương tình đẳng cấp bậc hai là hệ có dạng:

$$\begin{cases} a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1(1) \\ a_2x^2+b_2xy+c_2y^2=d(2) \end{cases}$$

Để giải và biện luận hệ phương trình đẳng cấp bậc hai có thể lựa chọn một trong hai cách sau:

***Cách 1**: Thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Khử hạng tử rự do để dẫn tới phương trình:

$Ax^2+Bxy+Cy^2=0$

- Bước **2**: Đặt $x=ty$, khi đó:

$(3) \Leftrightarrow y^2\left[At^2+Bt+C\right]=0$

□ Xét $y=0$ thay vào hệ.

□ Xét $At^2+Bt+C=0$, nếu có nghiệm t_0 thì thế $x=t_0y$ vào hệ để xét hệ với một ẩn y.

***Cách 2**: Thực hiện theo các cách sau:

- Bước 1: Từ hệ khử số hạng x^2(hoặc y^2) để dẫn tới hệ phương trình khuyết x^2 (hoặc y^2),

Giả sử: $Dx^2+Exy+F=0 \Rightarrow y=-\dfrac{Dx^2+F}{Ex}(4)$

- Bước 2: Thế (4) vào một phương trình của hệ ta được phương trình trùng phương ẩn x.

□ **Chú ý**:- Với bài toán chứa tham số ta thường lựa chọn cách 2.

- Ta cũng có thể sử dụng phương pháp giải này để giải các hệ bậc cao hơn.

Để hiểu rõ hơn bạn đọc có thể tham khảo các bài tập sau:

B. Bài tập tự luận

Câu 51. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}x^2-xy+y^2=1\\2x^2-3xy+4y^2=3\end{cases}$ b) $\begin{cases}3x^2+5xy-4y^2=38\\5x^2-9xy-3y^2=15\end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 52. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x^2-xy-y^2=3\\4x^2+2xy+y^2=8\end{cases}$

.....

.....

.....

.....

Câu 53. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ x^2-y^2+xy=1 \end{cases}$

Câu 54. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2+y^2+xy=3 \\ x^3+y^3=y+x \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 55. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (x-y)^2 y=2 \\ x^3-y^3=19 \end{cases}$

Câu 56. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6} \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

.....
.....
.....

Câu 57. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x^2 - xy + y^2 = 8 \\ x^2 + 2xy + 2y^2 = 5 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 58. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 + 2xy - 3y^2 = 9 \\ 2x^2 + 2xy + y^2 = 2 \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 59. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (x-y)(x^2 - y^2) = 3 \\ (x+y)(x^2 + y^2) = 15 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 60. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2y(x^2 - y^2) = 3x \\ x(x^2 + y^2) = 10y \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 61. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2-2xy+3y^2=9 \\ 2x^2-13xy+15y^2=0 \end{cases}$

Câu 62. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x^2+3xy+y^2=15 \\ x^2+xy+2y^2=8 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 63. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x^2-8xy+4y^2=0 \\ 9x^2-7xy-6y^2=0 \end{cases}$

Câu 64. Tìm a để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases} x^2-2xy-3y^2=8 \\ 2x^2+4xy+5y^2=a^2-4a^3+4a^2-12+\sqrt{105} \end{cases}$

Câu 65. Giải và biệ luận hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+4y^2=17 & (1) \\ x^2-xy+4y^2=m & (2) \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 66. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2+2xy+y^2=11 \\ x^2+2xy+3y^2=17+m \end{cases}$

a. Giả hệ phương trình với $m=0$.

b.Với nhữnh giá trị nào của m thì hệ có nghiệm?

(ĐK Kinh tế TP HCM năm 1998, khối A)

Câu 67. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 - 4xy + y^2 = m \\ y^2 - 3xy = 4 \end{cases}$

a.Giải hệ khi $m = 1$.

b.Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 68. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 (1) \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 17 + m (2) \end{cases}$

a. Giải hệ phương trình với $m = 0$.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 69. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - mxy + y^2 = m^2 - 3m + 2 (1) \\ x^2 + 2xy + my^2 = m^2 - 4m + 3 (2) \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất?

Câu 70. Giải và biện luận hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 - xy = 2 \\ 2x^2 + 4xy - 2y^2 = m \end{cases}$

Câu 71. Với các giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 17 + m \end{cases}$ có nghiệm

Nguyễn Bảo Vương

Câu 72. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^2 + 8y^2 = 12 \\ x^3 + 2xy^2 + 12y = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y^3 + y^2x + 3x - 6y = 0 \\ x^2 + xy = 3 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

DẠNG 5. MỘT SỐ HỆ PHƯƠNG TRÌNH KHÁC

A. Phương pháp giải

1. Đưa về các hệ phương trình quen thuộc

2. Rút thế: Từ một phương trình rút một ẩn (hoặc biểu thức) theo ẩn còn lại (theo một nhóm biểu thức khác). Nếu trong phương trình của hệ mà có một ẩn xuất hiện dưới dạng bậc nhất, thì ta có thể rút ẩn đó theo ẩn còn lại và thế vào phương trình thứ hai của hệ và bạn cũng đừng ngần ngại khi thấy rằng sau khi thực hiện phép thế, phương trình thu được có bậc không nhỏ.

3. Biến đổi về phương trình tích

Xuất phát từ một phương trình hoặc cộng trừ hai phương trình của hệ, dẫn tới một phương trình tích. Từ phương trình tích này ta có thể biểu diễn được ẩn này qua ẩn kia.

4. Đặt ẩn phụ đưa về hệ quen thuộc

Việc đặt ẩn phụ làm cho cấu trúc của hệ nhìn đơn giản hơn, từ đó chúng ta có lời giải rõ ràng hơn. Đểđặt ẩn phụ chúng ta cần tạo ra những nhóm hạng tử đồng dạng với nhau. Để tạo ra những nhóm hạng tử này ta thường thực hiện chia hoặc ghép các hạng tử với nhau.

5. Phương pháp hàm số

6. Phương pháp đánh giá

Để giải hệ phương trình ta có thể sử dụng phương pháp đánh giá. Thông thường ta xuất phát từ một phương trình hoặc kết hợp cả hai phương trình của hệ để ta thiết lập được một phương trình mà đó là trường hợp xảy ra dấu "="của một bất đẳng thức. Từ đó ta tìm được mối quan hệ đơn giản hơn giữa hai ẩn. Cách làm này thường sử dụng khi các yếu tố xuất hiện trong phương trình khó có mối quan hệ biến đổi đại số.

B. Bài tập tự luận

Câu 73. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-2xy+5y=7(1) \\ 3x^2-2x+y=3(2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 74. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y}=\sqrt{x-y}(1) \\ \sqrt{x+4}-\sqrt{1-y}=\sqrt{1-2x}(2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 75. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x^2+y^2)=y^4\left(1+y^2\right)(1) \\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6(2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 76. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+3xy^2=-49 & (1) \\ x^2-8xy+y^2=8y-17x & (2) \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 77. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+xy(2x+y)=5xy \\ x+y+xy(3x-y)=4xy \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 78. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+x+y=x^2-2y^2 (1) \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y (2) \end{cases}$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 79. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+1+y(x+y)=4y \quad (1) \\ (x^2+1)(y+x-2)=y \quad (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 80. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y+xy^2=6x^2 \, (1) \\ 1+x^2y^2=5x^2 \, (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 81. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2(y+1)=6y-2 \qquad (1) \\ x^4y^2+2x^2y^2+y(x^2+1)=12y^2-1 \, (2) \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 82. Giải hệ: $\begin{cases} x^2y+2y+x=4xy \\ \dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{xy}+\dfrac{x}{y}=3 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 83. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x(2x+3y)(x-1)=14 \\ x^2+x+3y=9 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 84. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (3x+y)^2-3(9x^2-y^2)-10(3x-y)=0 \\ 3x+y+\dfrac{1}{3x-y}=6 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Nguyễn Bảo Vương

Câu 85. **(ĐH-KD-2009).**Giải hệ: $\begin{cases} x(x+y-1)=3 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 86. **(ĐH-KB-2009).** Giải hệ sau: $\begin{cases} xy+x+1=7y \\ x^2y^2+xy+1=13y^2 \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

Câu 87. **(ĐH-KB-2008).** Giải hệ: $\begin{cases} x^4+2x^3y+x^2y^2=-2x+9 \\ x^2+2xy=6x+6 \end{cases}$

Câu 88. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^3-5x=y^3-5y(1) \\ x^8+y^8=1(2) \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 89. **(ĐH-KA-2010).**Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (4x^2+1)x+(y-3)\sqrt{5-2y}=0 \\ 4x^2+y^2+2\sqrt{3-4x}=7 \end{cases}$

Câu 90. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^5+xy^4=y^{10}+y^6\ (1) \\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6(2) \end{cases}$

Câu 91. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x+\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{x^2-2x+9}}=x^2+y \\ y+\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{y^2-2y+9}}=y^2+x \end{cases}$

Câu 92. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} y=-x^3+3x+4 \\ x=2y^3-6y-2 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 93. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (1+x)(1+x^2)(1+x^4)=1+y^7 \\ (1+y)(1+y^2)(1+y^4)=1+x^7 \end{cases}$

PHẦN 2. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ

Câu 1. Hệ nào sau đây là hệ phương trình gồm 1 phương trình bậc nhất và một phương trình bậc 2 hai ẩn

A. $\begin{cases}2x+3y=5\\x-2y=-1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}2x+3y=5\\x^2-2xy+y=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}2x^2+3y=5\\x^3-2xy+y^2=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}2x^2y+3y=5\\x-2y=-1\end{cases}$.

Câu 2. Tất cả các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+y=0\\x^2+y^2=5\end{cases}$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;2)$ và $(1;-2)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 3. Nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình $\begin{cases}x+y=1\\x^2+2y+1=6\end{cases}$ là

A. $(-1;2),(3;-2)$. **B.** $(2;-1),(3;-2)$. **C.** $(-1;2),(3;2)$. **D.** $(-2;1),(3;-2)$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases}y+x^2=4x\\2x+y-5=0\end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 4.
C. 2. **D.** 0.

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases}x+y=-1\\x^2+xy=5\end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=5\\3x^2-y^2+2y=4\end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(1;-3)$ hoặc $\left(\frac{18}{7};\frac{1}{7}\right)$ **B.** $(1;1)$ hoặc $\left(\frac{-18}{7};\frac{-1}{7}\right)$.

C. $(1;-3)$ hoặc $\left(\frac{-18}{7};\frac{1}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{18}{7};\frac{1}{7}\right)$ hoặc $(-1;-3)$.

Câu 7. Hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2=1\\y=x+m\end{cases}$ có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=\sqrt{2}$ và $m=-\sqrt{2}$. **D.** $\forall m\in\mathbb{R}$.

Câu 8. Biết hệ phương trình $\begin{cases}2x-y-1=0 & (1)\\x^2+2y^2-3x+2y-3=0 & (2)\end{cases}$ có hai nghiệm $(x_1;y_1),(x_2;y_2)$. Khi đó giá trị của $x_1x_2+y_1y_2$ bằng

A. $\frac{15}{9}$. **B.** $-\frac{15}{9}$. **C.** $\frac{3}{9}$. **D.** $\frac{27}{9}$.

Câu 9. Cho hệ phương trình $\begin{cases}x+y=4\\xy+y^2=m^2\end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hệ phương trình có nghiệm với mọi m.

B. Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $|m|\ge\sqrt{8}$.

C. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $|m|\ge 2$.

D. Hệ phương trình luôn vô nghiệm.

Câu 10. Hệ phương trình $\begin{cases}2x-y-3=0 & (1)\\x^2-2y^3+2x+2y-8=0 & (2)\end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm $(x;y)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y-3=0 \\ x^3+3y^2-3x+2y-3=0 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 12. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ x+xy+y=-1 \end{cases}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 13. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y-3=0 \\ xy-2x+2=0 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$. Tính x_1+x_2.

A. 2. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 14. Gọi $(x;y)$ là nghiệm dương của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=4 \\ x^2+y^2=128 \end{cases}$. Tổng $x+y$ bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 0.

Câu 15. Biết hệ phương trình $\begin{cases} y+2x=4xy \\ 2y-x=3xy \end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$ với $x_0\neq 0$. Tỉ số $\frac{y_0}{x_0}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 16. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm thực: $\begin{cases} x^2-y=y^2-x & (1) \\ x^2-6y=7 & (2) \end{cases}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 17. Hệ phương trình $\begin{cases} x^3-2019y=x \\ y^3-2019x=y \end{cases}$ có số nghiệm là:

A. 4. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18. Hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2-2x+2y+2=0 \end{cases}$ có số nghiệm là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 0.

Câu 19. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy=2 \\ 2x^2+xy-y^2=9 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0>1$. Tổng $S=x_0+y_0$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 20. Giả sử $(x;y)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$

Tính $x-2y$

A. 2. **B.** -3. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 21. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2-y^2=1 \\ x^2+5y^2=2 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 22. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ xy+x+y=2 \end{cases}$

A. $(0;2),(2;0)$. **B.** $(0;0),(2;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(2;2)$.

Câu 23. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm nguyên: $\begin{cases} x+y+xy=-7 \\ x^2+y^2-3x-3y=16 \end{cases}$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 24. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm $\begin{cases} xy+x+y=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ 3(x+y)+2xy+9=0 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=-1 \\ x^2y+y^2x=-6 \end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên âm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=11 \\ x^2+y^2+3(x+y)=28 \end{cases}$ có mấy nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x^4+y^4+x^2y^2=21 \end{cases}$. Ta có các khẳng định sau:

1. Hệ phương trình vô nghiệm.

2. Hệ phương trình có vô số nghiệm.

3. Hệ phương tình có hai nghiệm phân biệt.

4. Hệ phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

Trong các khẳng định trên khẳng định nào đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 29. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+y^3=8 \\ x+y+2xy=2 \end{cases}$.

A. $(0;0)$. **B.** $(0;0),(2;2)$. **C.** $(0;2),(2;0)$ **D.** $(2;2)$.

Câu 30. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ x+y=6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm dương phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 31. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^2+y^2+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=9 \end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 32. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=6(1) \\ x^2y+xy^2=20(2) \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

1. Hệ phương trình có hai nghiệm nguyên dương phân biệt.

2. Hệ phương trình có hai nghiệm nguyên âm phân biệt.

3. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Cả 3 đáp án đều sai

Câu 33. Giả sử hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=4(1)\\ x+y-\sqrt{xy}=4(2)\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tính $A=x^2+y^2$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 32.

Câu 34. Hệ phương trình $\begin{cases}xy-3x-2y=16\\ x^2+y^2-2x-4y=33\end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên?

A. 0 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{7}{\sqrt{xy}}+1\\ x\sqrt{xy}+y\sqrt{xy}=78\end{cases}$ (chú ý điều kiện $x, y>0$).

A. $(x;y)=(4;4)$. **B.** $(x;y)=(9;9)$.

C. $(x;y)=(4;4)$, $(x;y)=(9;9)$. **D.** $(x;y)=(4;9)(x;y)=(9;4)$

Câu 36. Hệ phương trình có mấy nghiệm $\begin{cases}2(x+y)=3\left(\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}\right)\\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6\end{cases}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 37. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}-7=0\\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}+1=0\end{cases}$ có nghiệm là

A. (x; y) = (1; 5). **B.** (x; y) = (5; 1). **C.** (x; y) = (–1; –5). **D.** (x; y) = (–5; –1).

Câu 38. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}=3\\ \dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{y}=1\end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x;y)=\left(-\dfrac{7}{5};\dfrac{7}{8}\right)$. **B.** $(x;y)=\left(\dfrac{7}{5};-\dfrac{7}{8}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\dfrac{5}{7};-\dfrac{8}{7}\right)$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 39. Cặp (x;y) nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1(1)\\ \sqrt{x+y}=x^2-y(2)\end{cases}$

A. (0; 0). **B.** (-1;0). **C.** $(-2;3)$. **D.** (1;3).

Câu 40. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x^3+y(x+1)=4x^2(1)\\ 5x^4-4x^6=y^2\quad(2)\end{cases}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 41. Để giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y+x^3y+x^2y+xy=-\dfrac{5}{4} \\ x^4+y^2+xy(1+2x)=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$ ta đặt $\begin{cases} u=x^2+y \\ v=xy \end{cases}$

thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases} u+v+uv=-\dfrac{5}{4} \\ u^2+v=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u+v+uv=-\dfrac{5}{4} \\ v^2+u=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u+v-uv=-\dfrac{5}{4} \\ u^2+v=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u+v+uv=-\dfrac{5}{4} \\ u^2-v=-\dfrac{5}{4} \end{cases}$.

Câu 42. Để giải hệ phương trình $\begin{cases} 4xy+4(x^2+y^2)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3 \end{cases}$ ta đặt $\begin{cases} u=x+y+\dfrac{1}{x+y} \\ v=x-y \end{cases}$

thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases} 3u^2+v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 3u^2-v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 3u^2+v^2=12 \\ u+v=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 3u^2+v^2=14 \\ u+v=3 \end{cases}$.

Câu 43. Cặp (x;y) nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3-8x=y^3+2y\,(1) \\ x^2-3=3(y^2+1)\,(2) \end{cases}$

A. (0; 0). **B.** (2;1). **C.** $\left(\sqrt{\dfrac{96}{13}};-\dfrac{\sqrt{78}}{13}\right)$. **D.** (3;-1).

Câu 44. Cặp (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=1+\sqrt{x^2-y^2}\,(1) \\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \qquad (2) \end{cases}$ thì tích xy

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 45. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y}(1) \\ 2y=x^3+1 \quad (2) \end{cases}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 46. (x;y) nguyên là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} xy+y^2+x=7y\,(1) \\ \dfrac{x^2}{y}+x=12 \qquad (2) \end{cases}$ thì xy bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47. Để giải hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3y^3+27=18y^3\,(1) \\ 4x^2y+6x=y^2 \quad (2) \end{cases}$ ta đặt $\begin{cases} a=2x \\ b=\dfrac{3}{y} \end{cases}$

thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a^3+b^3=16 \\ ab(a+b)=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=2 \end{cases}$.

Câu 48. (x;y) nguyên là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3+x-2=y^3+3y^2+4y\,(1) \\ y^3-x^2y+3=0 \quad (2) \end{cases}$ thì $x+y$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 49. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3+2y^3+xy(x-y)=0\,(1) \\ \sqrt{x-2y}+\sqrt{x+2y}=2\,(2) \end{cases}$ thì 2x + y bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 50. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=1+\sqrt{x}\sqrt{y+1}\,(1) \\ x^3-y^2=7\,(2) \end{cases}$ thì 2x - y bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 51. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x^5y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0\,(1) \\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 \quad (2) \end{cases}$ (KA2011)

Thì x^2+y^2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

DẠNG TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH GIỎI

Câu 52. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=2m^2 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ trên có nghiệm.

A. $m\in[-1;1]$. **B.** $m\in[1;+\infty)$. **C.** $m\in[-1;2]$. **D.** $m\in(-\infty;-1]$.

Câu 53. Tìm a để biểu thức $F=xy+2(x+y)$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=a \\ x^2+y^2=6-a^2 \end{cases}$.

A. $a=0$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-2$.

Câu 54. Gọi $(x_1;y_1);(x_2;y_2)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2-xy+x+y=8 \\ xy+3(x+y)=1 \end{cases}$. Tính $|x_1-x_2|$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 55. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 6x^4-(x^3-x)y^2-(y+12)x^2=-6 \\ 5x^4-(x^2-1)^2.y^2-11x^2=-5 \end{cases}$. Biết hệ có 2 nghiệm là: $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$. Đặt S = y_1+y_2. Khi đó S bằng:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 56. Tìm các giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=4m^2-2m \end{cases}$ có nghiệm:

A. $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $\left[0;\frac{1}{2}\right]$. **D.** $[1;+\infty)$

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=m+2 \\ x^2y+xy^2=m+1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất ?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 58. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3-y^3-x^2y+xy^2+x-y=0 & (1) \\ \sqrt{2x^2+y+9}+\sqrt{2y^2-x+1}=x+4 & (2) \end{cases}$. Gọi nghiệm dương của hệ phương trình là $\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)$ trong đó $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Khi đó biểu thức $P=(a-b)^{2018}+(c-d)^{2019}$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 59. Cho các số thực x,y,z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x-y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases}$. Hỏi biểu thức $P=\frac{x+y-2}{z+2}$ có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 60. **(Trích đề thi ĐH khối D – 2004).** Tìm điều kiện m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m \end{cases}.$$

A. $m\le 0$. **B.** $0 \le m \le \frac{1}{4}$ **C.** $m\ge\frac{1}{4}$. **D.** $m\le 0$ hoặc $m\ge\frac{1}{4}$.

Câu 61. Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x+xy+y=m+1 \\ x^2y+xy^2=m \end{cases}$ có nghiệm thực $x>0,y>0$.

A. $m\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $m\in\left(0;\frac{1}{4}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

Câu 62. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=m \\ x+y-\sqrt{xy}=m \end{cases}$ có nghiệm thực.

A. $m=0$. **B.** $m\in[1;4]$. **C.** $m\in[0;4]$. **D.** $m\in[1;4]\cup\{0\}$.

Câu 63. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=2(1+m) \\ (x+y)^2=4 \end{cases}$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\le 0$.

Câu 64. Cho x,y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-1 \\ x^2+y^2=m^2+2m-3 \end{cases}$. Tìm m để $A=xy$ nhỏ nhất.

A. $m=\frac{11-6\sqrt{2}}{4}$. **B.** $m=\frac{4+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=\frac{4-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 65. Biết x,y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2\left(x^2-2x\right)+\sqrt{y+1}=0 \\ 3\left(x^2-2x\right)-2\sqrt{y+1}=-7 \end{cases}$. Tìm m sao cho $mx+2y=4$

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{2}{3}$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Câu 66. Biết x, y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=x+2y$.

A. -1. **B.** -3. **C.** -4. **D.** -7.

Câu 67. Hệ PT sau có $\begin{cases} x-y=4 \\ |2x-1|+|x-3|+3y=5 \end{cases}$ tập nghiệm là:

A. $S=\left\{\left(\frac{15}{4};\frac{-1}{4}\right)\right\}$. **B.** $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right);\left(\frac{15}{4};\frac{-1}{4}\right)\right\}$.

C. $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right)\right\}$. **D.** $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)\right\}$.

Câu 68. Hệ PT sau có $\begin{cases} |x-1|+3|y-2|=9 \\ x+5y=10 \end{cases}$ tập nghiệm là

A. $S=\left\{(-5;3),\left(\frac{25}{4};\frac{3}{4}\right)\right\}$ **B.** $S=\{(25;-3),(-20;6)\}$

C. $S=\{(-5;3),(25;-3)\}$ **D.** $S=\left\{\left(\frac{25}{4};\frac{3}{4}\right),(-20;6)\right\}$

DẠNG 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ

A. Bài tập tự luận

Nguyễn Bảo Vương

Câu 1. Cho một tam giác vuông. Khi ta tăng mỗi cạnh góc vuông lên 2 cm thì diện tích tăng 17 cm^2. Nếu giảm các cạnh góc vuông đi một cạnh 3 cm, một cạnh 1 cm thì diện tích sẽ giảm đi 11 cm^2. Tìm các cạnh của tam giác vuông đó.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25 % khối lượng công việc. Hỏi mỗi người thợ làm công việc đó một mình trong bao lâu.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 3. Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc và dự định xong trong 12 ngày. Họ cùng làm chung với nhau được 8 ngày thì đội 1 được điều động đi làm công việc khác, đội 2 tiếp tục làm. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất tăng gấp đôi nên đội 2 đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ làm xong công việc nói trên.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 4. Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước của vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước chảy được của vòi II. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu đầy bể.

Nguyễn Bảo Vương

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 5. Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 205, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Hai vật chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20m, xuất phát cùng một lúc từ cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp nhau.Nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây lại gặp nhau.Tính vận tốc của mỗi vật.

A. $3\pi(m/\text{s});2\pi(m/s)$. **B.** $3\pi(m/\text{s});\pi(m/s)$.

C. $3\pi(m/\text{s});4\pi(m/s)$. **D.** $3\pi(m/\text{s});\frac{\pi}{2}(m/s)$.

Câu 7. Một công ty có 85 xe chở khách gồm 2 loại, xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Dùng tất cả số xe đó, tối đa công ty chở một lần được 445 khách. Hỏi công ty đó có mấy xe mỗi loại?

A. 35 xe 4 chỗ và 50 xe 7 chỗ. **B.** 55 xe 4 chỗ và 30 xe 7 chỗ.

C. 30 xe 4 chỗ và 55 xe 7 chỗ. **D.** 50 xe 4 chỗ và 35 xe 7 chỗ.

Câu 8. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Số học sinh dự thi của trường A và B lần lượt là

A. 200;100. **B.** 200;150. **C.** 150;100. **D.** 150;120.

Câu 9. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Khối lượng (tấn) quặngA và quặng B ban đầu lần lượt là

A. 10;15. **B.** 10;20. **C.** 10;14. **D.** 10;12.

Câu 10. Một dung dịch chứa 30% axit nitoric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitoric.Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100lít dung dịch 50% axit nitoric?

A. 20 lít dung dịch loại 1 và 80 lít dung dịch loại 2

B. 80 lít dung dịch loại 1 và 20 lít dung dịch loại 2.

C. 30 lít dung dịch loại 1 và 70 lít dung dịch loại 2.

D. 70 lít dung dịch loại 1 và 30 lít dung dịch loại 2.

Câu 11. Tìm vận tốc và chiều dài của 1 đoàn tàu hoả biết đoàn tàu ấy chạy ngang qua văn phòng ga từ đầu máy đến hết toa cuối cùng mất 7 giây. Cho biết sân ga dài 378m và thời gian kể từ khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga là 25 giây.

A. Vận tốc của tàu là 21m/s và chiều dài đoàn tàu là 147m.

B. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.

C. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.

D. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 147 m.

Câu 12. Có ba lớp học sinh $10A$, $10B$, $10C$ gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp $10A$ trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp $10B$ trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp $10C$ trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em

B. 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có40 em.

C. $10A$ có 45 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 43 em.

D. $10A$ có 43 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 45 em.

Câu 13. Một khách sạn có 102 phòng gồm 3 loại: phòng 3 người, phòng 2 người và phòng 1 người. Nếu đầy khách tất cả các phòng thì khách sạn đón được 211 khách. Còn nếu cải tạo lại các phòng bằng

cách: sửa các phòng 2 người thành 3 người, còn phòng 3 người sửa lại thành phòng 2 người và giữ nguyên các phòng 1 người thì tối đa một lần có thể đón đến 224 khách.

Vậy số phòng từng loại hiện nay của khách sạn là

A. 25 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 45 phòng 1 người.

B. 32 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

C. 25 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 32 phòng 1 người.

D. 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Câu 14. Ba cô Lan, Hương và Thúy cùng thêu một loại áo giống nhau. Số áo của Lan thêu trong 1 giờ ít hơn tổng số áo của Hương và Thúy thêu trong 1 giờ là 5 áo. Tổng số áo của Lan thêu trong 4 giờ và Hương thêu trong 3 giờ nhiều hơn số áo của Thúy thêu trong 5 giờ là 30 áo. Số áo của Lan thêu trong 2 giờ cộng với số áo của Hương thêu trong 5 giờ và số áo của Thúy thêu trong 3 giờ tất cả được 76 áo. Hỏi trong 1 giờ mỗi cô thêu được mấy áo?

A. Lan thêu được 9 áo, Hương thêu được 8 áo, Thúy thêu được 6 áo

B. Lan thêu được 8 áo, Hương thêu được được 9 áo, Thúy thêu được 6 áo

C. Lan thêu được 6 áo, Hương thêu được được 8 áo, Thúy thêu được 9 áo

D. Lan thêu được 6 áo, Hương thêu được được 9 áo, Thúy thêu được 8 áo.

Câu 15. Một số có ba chữ số. Nếu lấy số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 17 và dư 7. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng trăm cho nhau thì được số mới mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 54 và dư 8. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị của số mới này cho nhau thì được một số mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 15 và dư là 14. Vậy số đã cho ban đầu là:

A. 172. **B.** 296. **C.** 124. **D.** 587.

Câu 16. Có 12 người ăn 12 cái bánh. Mỗi người đàn ông ăn 2 chiếc, mỗi người đàn bà ăn 1/2 chiếc và mỗi em bé ăn 1/4 chiếc. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, đàn bà và trẻ em?

A. 5 đàn ông, 1 đàn bà, 6 trẻ em. **B.** 5 đàn ông, 6 đàn bà, 1 trẻ em.

C. 6 đàn ông, 1 đàn bà, 5 trẻ em. **D.** 6 đàn ông, 5 đàn bà, 1 trẻ em.

Câu 17. Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420.000 đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570.000 đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750.000 đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?

A. Đồng hồ giá 170.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.

B. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 350.000 đ.

C. Đồng hồ giá 140.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 320.000 đ.

D. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.

Câu 18. Hiện nay tuổi của mẹ gấp 7 lần tuổi con. Sau 2 năm nữa tuổi của mẹ gấp 5 lần tuổi con. Hỏi mẹ sinh con lúc đó mẹ bao nhiêu tuổi?

A. 26. **B.** 28. **C.** 24. **D.** 22.

Câu 19. Một đoàn xe chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm 3 loại: loại chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở 7,5 tấn. Nếu dùng tất cả xe loại 7,5 tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do loại xe 5 tấn bở ba chuyến và loại xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại?

A. 20 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.

B. 18 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 20 xe loại 7,5 tấn.

C. 19 xe loại chở 3 tấn, 20 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.

D. 20 xe loại chở 3 tấn, 18 xe loại chở 5 tấn và 19 xe loại 7,5 tấn.

Câu 20. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây.Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800 đồng. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt và mỗi quả cam là bao nhiêu?

A. Quýt 1400 đồng; cam 800 đồng. **B.** Quýt 700 đồng; cam 200 đồng.

C. Quýt 800 đồng; cam 1400 đồng. **D.** Quýt 600 đồng; cam 800 đồng.

Câu 21. Cho hai người A và B xuất phát cùng một lúc ngược chiều từ thành phố M và N. Khi họ gặp nhau, người ta nhận thấy A đã đi nhiều hơn B là 6km. Nếu mỗi người tiếp tục đi theo hướng cũ với cùng vận tốc ban đầu thì A sẽ đến N sau 4,5 giờ, còn B đến M sau 8 giờ tính từ thời điểm họ gặp nhau. Gọi v_A, v_B lần lượt là vận tốc của người A và người B. Tính tổng $v_A + v_B$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 22. Một hộ gia đình nuôi gà và lợn, tổng số gà chó là 40 con, chủ nhà đếm được 100 chân. Hỏi hiệu số gà số chó là bao nhiêu?

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 25.

Câu 23. Để khuyến khích các em học sinh tích cực học tập, cô giáo quyết định thưởng cho mỗi học sinh xếp loại thi đua tốt 2 vở và 3 bút, mỗi học sinh xếp loại thi đua khá 1 vở, 1 bút. Biết tổng số giải vở cần mua là 60 quyển và 70 chiếc bút. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 40. **B.** 50. **C.** 45. **D.** 55.

Câu 24. Để khuyến khích các em học sinh tích cực học tập, cô giáo quyết định thưởng cho mỗi học sinh xếp loại thi đua tốt 2 vở và 3 bút, mỗi học sinh xếp loại thi đua khá 1 vở và 1 bút. Biết tổng số tiền mua vở là 700000 đồng, số tiền mua bút là 200000 đồng. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh? Biết giá vở là 10000đồng/quyển, bút là 2500đồng/chiếc.

A. 40. **B.** 50. **C.** 45. **D.** 55.

Câu 25. Một người mua vải gồm hai loại tổng cộng 30m, biết vải loại 1 giá 80000 đồng/m, vải loại 2 giá 60000 đồng/m. Tổng số tiền thanh toán là 2000000 đồng. Hỏi số m vãi mỗi loại.

A. 15 m và 15 m. **B.** 20 m và 10 m. **C.** 10 m và 20 m. **D.** 5 m và 25 m.

Câu 26. Một khách mua thẻ sim điện thoại, tổng cộng 250 thẻ loại 20000 đồng và 50000 đồng. Tổng số tiền thanh toán là 8000000 đồng. Hỏi số thẻ mỗi loại.

A. 100 m và 150 m. **B.** 200 m và 50 m. **C.** 125 m và 125 m. **D.** 150 m và 100 m.

Câu 27. Một cửa hàng bán áo sơ mi, quần âu nam và váy nữ. Ngày thứ nhất bán được 12 áo, 21 quần và 18 váy doanh thu là 5.349.000đ. Ngày thứ hai bán được 16 áo, 24 quần và 12 váy, doanh thu là 5.600.000đ. Ngày thứ ba bán được 24 áo, 15 quần và 12 váy doanh thu là 5.259.000đ. Hỏi tổng số tiền mỗi áo, mỗi quần, mỗi váy là bao nhiêu?

A. 310.000đ **B.** 309.000đ **C.** 312.000đ **D.** 315.000đ

Câu 28. Ba phân số đều có tử số là 1 và tổng của ba phân số bằng 1. Hiệu của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng phân số thứ ba, còn tổng của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng 5 lần phân số thứ ba. Tìm tổng bình phương các phân số đó.

A. $\frac{5}{18}$ **B.** $\frac{7}{18}$ **C.** $\frac{5}{6}$ **D.** $\frac{5}{18}$

Câu 29. Hai công nhân được giao việc sơn một bức tường. Sau khi người thứ nhất làm được 7 giờ và người thứ hai làm được 4 giờ thì họ sơn được 5/9 bức tường. Sau đó họ cùng làm việc với nhau trong 4 giờ nữa thì chỉ còn lại 1/18 bức tường chưa sơn. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì sau bao nhiêu giờ mỗi người mới sơn xong bức tường?

A. $18h, 24h$ **B.** $18h, 22h$ **C.** $16h, 18h$ **D.** $16h, 20h$

Câu 30. Trong một cuộc thi pha chế mỗi đội chơi được dùng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu, pha chế 1 lít nước táo cần 20g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, Mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất.

A. 645 **B.** 660 **C.** 600 **D.** 640

Chương 3

Bài 6 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC CAO

PHẦN 1. PHƯƠNG PHÁP GIẢI VÀ BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1: HỆ CÓ MỘT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

A. Phương pháp giải

Sử dụng phương pháp thế

- Từ phương trình bậc nhất rút một ẩn theo ẩn kia.
- Thế vào phương trình bậc 2 để đưa về theo phương trình bậc hai một ẩn
- Số nghiệm của hệ tùy theo số nghiệm của phương trình bậc 2 này.

B. Bài tập tự luận

Câu 1. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-4y+1=0 \\ xy=3(x+y)-9 \end{cases}$

Lời giải

a) Ta có $\begin{cases} y+x^2=4x(1) \\ 2x+y-5=0(2) \end{cases}$

Phương trình $(2) \Leftrightarrow y=5-2x$. Thay vào (1), ta được

$5-2x+x^2=4x \Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=5 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;3)$, $(x;y)=(5;-5)$.

b) Ta có $\begin{cases} 3x-4y+1=0(1) \\ xy=3(x+y)-9(2) \end{cases}$

Phương trình $(1) \Leftrightarrow x=\dfrac{4y-1}{3}$. Thay vào (2), ta được

$\dfrac{4y-1}{3}y=3\left(\dfrac{4y-1}{3}+y\right)-9 \Leftrightarrow 4y^2-22y+30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=3 \\ y=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=\left(\dfrac{11}{3};3\right)$, $(x;y)=\left(3;\dfrac{5}{2}\right)$

Câu 2. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3=xy+2 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x(x+y+1)-3=0 \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \end{cases}$

Lời giải

a) Ta có $\begin{cases} x^3=xy+2(1) \\ 2x-y=3(2) \end{cases}$

Phương trình $(2) \Leftrightarrow y=2x-3$. Thay vào (1), ta được

$x^3=x(2x-3)+2 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-x+2)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-1)$.

b) Điều kiện $x \neq 0$.

Hệ phương trình tương được với $\begin{cases} x+y=\dfrac{3}{x}-1 (1) \\ (x+y)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 (2) \end{cases}$

Thay (1) vào (2), ta được

$\left(\dfrac{3}{x}-1\right)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \Leftrightarrow \dfrac{9}{x^2}-\dfrac{6}{x}+1-\dfrac{5}{x^2}+1=0 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện ta được nghiệm của hệ phương trình là $(x;y)=(1;1)$, $(x;y)=\left(2;\dfrac{-3}{2}\right)$.

Câu 3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+4y^2=8 \ (1) \\ x=2 \end{cases}$

Lời giải

Ta có : $x=2$, thay vào (1) ta được $4y^2=4 \Rightarrow y=\pm 1$

Câu 4. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy=4 \ (1) \\ 2y=6 \end{cases}$

Lời giải

Ta có : $2y=6 \Rightarrow y=3$, thay vào (1) ta được $x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có:

$\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4x-x^2 \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$.

$\Rightarrow 2x+4x-x^2-5=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=5 \Rightarrow y=-5 \end{array}\right.$.

Vậy hệ có nghiệm là $(1;3)$ và $(5;-5)$.

Câu 6. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+x^2=6x \\ 2x+y-7=0 \end{cases}$

Lời giải

$\begin{cases} y+x^2=6x \\ 2x+y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x^2+6x \\ 2x-x^2+6x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x^2+6x \\ -x^2+8x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=5 \\ x=7 \Rightarrow y=-7 \end{array}\right.$

Câu 7. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y+3x^2=4x \\ y+2x=3 \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} y+3x^2=4x \\ y=3-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-2x \\ 3-2x+3x^2=4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-2x \\ 3x^2-6x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-2x \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

Vậy $S=\{(1;1)\}$.

Câu 8. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3x-y-1=0 & (1) \\ x^2-3x+2y-2=0 & (2) \end{cases}$

Lời giải.

Từ (1) ta có $y=3x-1$ thế vào (2) ta được $x^2-3x+2(3x-1)-2=0$

$\Leftrightarrow x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=-4 \Rightarrow y=-13 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $\{(1;2);(-4;-13)\}$

Câu 9. Giải $\begin{cases} 2x+y=4(1) \\ x^2+y^2-2y-1=0(2) \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $2x+y=4 \Rightarrow y=4-2x$ thế vào phương trình (2) ta được:

$x^2+(4-2x)^2-2(4-2x)-1=0 \Leftrightarrow 5x^2-12x+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=\dfrac{7}{5} \Rightarrow y=\dfrac{6}{5} \end{array}\right.$

Câu 10. Giải hệ phương trình $\begin{cases} y-x=-1 & (1) \\ 3y^2-x^2+2x=1 & (2) \end{cases}$

Lời giải.

Từ (1) ta có $y=x-1$ thế vào (2) ta được $3(x-1)^2-x^2+2x-1=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-4x+2=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=0$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $\{(1;0)\}$.

Câu 11. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=5 & (1) \\ x^2+xy+y^2=7 & (2) \end{cases}$

Lời giải

Từ $(1) \Rightarrow y=2x-5$, thay vào (2) ta được

$x^2+x(2x-5)+(2x-5)^2=7$

$\Leftrightarrow x^2+2x^2-5x+4x^2-20x+25=7$

$\Leftrightarrow 7x^2-25x+18=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{18}{7} \end{array}\right.$

Với $x=1\Rightarrow y=-3$

Với $x=\dfrac{18}{7}\Rightarrow y=\dfrac{1}{7}$

Câu 12. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-y+1=0 & (1) \\ 2x^2-xy+3y^2-7x-12y+1=0 & (2) \end{cases}$

Lời giải

Từ $(1)\Rightarrow y=x+1,$ thay vào (2) ta được $2x^2-x(x+1)+3(x+1)^2-7x-12(x+1)+1=0$

$\Leftrightarrow 2x^2-x^2-x+3x^2+6x+3-7x-12x-12+1=0$

$\Leftrightarrow 4x^2-14x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

Với $x=4\Rightarrow y=5$

Với $x=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 13. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x-2y=5 \\ 3x^2-y^2+2y=\dfrac{15}{4} \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} 2x-2y=5 \\ 3x^2-y^2+2y=\dfrac{15}{4} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5+2y}{2} \\ 3x^2-y^2+2y=\dfrac{15}{4} \end{cases}$

$\Rightarrow 3.\left(\dfrac{5+2y}{2}\right)^2-y^2+2y=\dfrac{15}{4}$

$\Leftrightarrow 3.(25+20y+4y^2)-4y^2+8y-15=0$

$\Leftrightarrow 8y^2+68y+60=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1\Rightarrow x=\dfrac{3}{2} \\ y=-\dfrac{15}{2}\Rightarrow x=-5 \end{array}\right.$.

Câu 14. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3x^2 - y^2 - 2y = 6 (1) \\ 2x - y = 5 (2) \end{cases}$

Lời giải

Từ phương trình (2) suy ra $y = 2x - 5$

Thay vào phương trình (1) ta được

$3x^2 - (2x-5)^2 - 2(2x-5) = 6 \Leftrightarrow 5x^2 + 16x - 21 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = -3 \\ x = \dfrac{21}{5} \Rightarrow y = \dfrac{17}{5} \end{array} \right.$

Hệ phương trình có hai nghiệm.

Câu 15. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y = -2 \end{cases}$

Lời giải

Hệ phương trình tương đương

$\begin{cases} y = \dfrac{5-2x}{3} \\ x^2 + \left(\dfrac{5-2x}{3} \right)^2 - 2x - 2.\dfrac{5-2x}{3} = -2 \quad (3) \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

$(3) \Leftrightarrow \dfrac{13}{9}x^2 - \dfrac{26}{9}x + \dfrac{13}{9} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Leftrightarrow y = 1$

Câu 16. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 + 2y - 5x = 3 \end{cases}$

Lời giải

Hệ phương trình tương đương

$\begin{cases} y = \dfrac{2x-1}{3} \\ x^2 + 2.x.\dfrac{2x-1}{3} + 3\left(\dfrac{2x-1}{3} \right)^2 + 2\dfrac{2x-1}{3} - 5x = 3 \quad (3) \end{cases}$

$(3) \Leftrightarrow \dfrac{11}{3}x^2 - \dfrac{17}{3}x - \dfrac{10}{3} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 1 \\ x = \dfrac{-5}{11} \Rightarrow y = \dfrac{-7}{11} \end{array} \right.$

Hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm

Câu 17. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=5\\3x^2-y^2+2y=4\end{cases}$.

Lời giải.

Ta có:.

$$\begin{cases}2x+3y=5\\3x^2-y^2+2y=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5-3y}{2}\\3x^2-y^2+2y=4\end{cases}.$$

$$\Rightarrow 3.\left(\frac{5-3y}{2}\right)^2-y^2+2y=4$$

$$\Leftrightarrow 3.(25-30y+9y^2)-4y^2+8y-16=0 \quad .$$

$$\Leftrightarrow 23y^2-82y+59=0\Rightarrow\begin{cases}y=1\Rightarrow x=1\\y=\dfrac{59}{23}\Rightarrow x=\dfrac{-31}{23}\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(1;1)$ và $\left(\frac{-31}{23};\frac{59}{23}\right)$.

Câu 18. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2x+3y=5 & (1)\\3x^2-y^2+2y=4 & (2)\end{cases}$

Lời giải.

Từ (1) ta có $x=\frac{5-3y}{2}$ thế vào (2) ta được $3\left(\frac{5-3y}{2}\right)^2-y^2+2y-4=0$

$\Leftrightarrow 3(25-30y+9y^2)-4y^2+8y-16\Leftrightarrow 23y^2-82y+59=0\Leftrightarrow y=1,\ y=\frac{59}{23}$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $\left\{(1;1);\left(-\frac{31}{23};\frac{59}{23}\right)\right\}$

Câu 19. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases}x+y=m(1)\\x^2+y^2=24-m^2(2)\end{cases}$ có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

Ta có: $x+y=m\Rightarrow y=m-x$ thế vào phương trình (2) ta được:

$$x^2+(m-x)^2=24-m^2\Leftrightarrow 2x^2-2mx-24+2m^2=0\,(*)$$

Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow(*)$ có nghiệm duy nhất.

$$\Leftrightarrow\Delta'=m^2+48-4m^2=0\Leftrightarrow -3m^2+48=0\Leftrightarrow m=\pm 4.$$

Vậy khi $m=\pm 4$ thì hệ có nghiệm duy nhất.

Câu 20. Cho hệ PT: $\begin{cases}x^2+4y^2=8 & (1)\\x+2y=m & (2)\end{cases}$. Tìm các giá trị của tham số m để hệ phương trình có nghiệm.

Lời giải.

Từ PT $(2) \Rightarrow x = m - 2y$ thay vào (1) ta được: $(m-2y)^2 + 4y^2 = 8$

$\Leftrightarrow 8y^2 - 4my + m^2 - 8 = 0 \ (3)$

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow (3)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8(m^2 - 8) \geq 0$

$\Leftrightarrow m^2 \leq 16 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4$.

Câu 21. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = m & (1) \\ x^2 - 3x + y = 4 & (2) \end{cases}$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải.

Từ (1) ta có $y = 2x + m$ thế vào (2) ta được $x^2 - x + m - 4 = 0 (3)$

Để hệ có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt

$\Delta > 0 \Leftrightarrow 15 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{15}{4}$.

Câu 22. Định m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3 \\ y = x - m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm.

Lời giải

Ta có : Thế $y = x - m$ vào phương trình $x^2 + 2y^2 = 3$ ta được $3x^2 - 4mx + 2m^2 - 3 = 0 (*)$ có

$\Delta' = -2m^2 + 9$. Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m = \pm\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23. Định m để hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x^2 y + xy^2 = 2m^2 - m - 3 \end{cases}$ có nghiệm.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x^2 y + xy^2 = 2m^2 - m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = m + 1 \\ xy(x + y) = 2m^2 - m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = m + 1 & (1) \\ xy(m + 1) = 2m^2 - m - 3 & (2) \end{cases}$

Với $m = -1$, Phương trình (2) có vô số nghiệm.

Với $m \neq -1$, phương trình $(2) \Leftrightarrow xy = 2m - 3 \ (3)$.

Từ $(1),(3)$ sy ra x, y là nghiệm phương trình $X^2 - (m+1)X + 2m - 3 = 0$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 13 \geq 0 \Leftrightarrow m \in R$.

Vậy hệ luôn có nghiệm $\forall m$.

Câu 24. Cho HPT : $\begin{cases} x^2 + y^2 - x = 0 & (1) \\ x + ay - a = 0 & (2) \end{cases}$.

Tìm a để hệ có hai nghiệm phân biệt $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$. CMR $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \leq 1$.

Lời giải

Từ $(2) \Rightarrow x = a - ay$ thay vào (1) ta được : $(a - ay)^2 + y^2 - (a - ay) = 0$

$\Leftrightarrow \left(a^2+1\right)y^2-\left(2a^2-a\right)y+a^2-a=0 \quad (3)$

Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (3)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow \left(2a^2-a\right)^2-4\left(a^2+1\right)\left(a^2-a\right)=0$

$\Leftrightarrow -3a^2+4a \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq \frac{4}{3}$.

Ta có $\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2=\left(a-ay_1-a+ay_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2$

$=\left(a^2+1\right)\left(y_1-y_2\right)^2=\left(a^2+1\right)\left[\left(y_1+y_2\right)^2-4y_1y_2\right]$

$=\left(a^2+1\right)\left[\left(\frac{2a^2-a}{a^2+1}\right)^2-4.\frac{a^2-a}{a^2+1}\right]=\frac{-3a^2+4a}{a^2+1}$

$=\frac{a^2+1-\left(2a-1\right)^2}{a^2+1} \leq \frac{a^2+1}{a^2+1}=1$ (đpcm).

DẠNG 2: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI 1

A. Phương pháp giải.

Hệ phương tình đối xứng laoij 1 là hệ phương trình có dạng

$\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$ với $f(x,y)=f(y,x)$ và $g(x,y)=g(y,x)$.

(có nghĩa là khi ta hoán vị giữa x và y thì $f(x,y)$ và $g(x,y)$ không thay đổi.)

Cách giải.

- Đặt $S=x+y, P=xy$. Điều kiện $S^2 \geq 4P$.
- Đưa hệ phương trình đã cho về hệ với các ẩn là S và P.
- Giả hệ mới ta tìm được S và P.
- TÌm nghiệm $(x;y)$ bằng cách giải phương trình $X^2-SX+P=0$.

* Hệ phương trình nếu có nghiệm $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của nó

B. Bài tập tự luận

Câu 25. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+xy+y=-1 \\ x^2y+y^2x=-6 \end{cases}$

Lời giải

a) Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ (x+y)^2-2xy=10 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$, điều kiện $S^2 \geq 4P$.

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} S+P=7(1) \\ S^2-2P=10(2) \end{cases}$.

Phương trình $(1) \Leftrightarrow P=7-S$. Thay vào (2), ta được

$S^2-2(7-S)=10 \Leftrightarrow S^2+2S-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} S=-6 \\ S=4 \end{array}\right.$.

□ Với $S=-6$ suy ra $P=13$ vô nghiệm do $S^2<4P$.

□ Với $S=4$ suy ra $P=3$, ta có $\begin{cases}x+y=4\\xy=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;3)$, $(x;y)=(3;1)$.

b) Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases}x+y+xy==1\\xy(x+y)=-6\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}S=x+y\\P=xy\end{cases}$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases}S+P=-1\\SP=-6\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}S=2\\P=-3\end{cases}\\\begin{cases}S=-3\\P=2\end{cases}\end{array}\right.$$

□ Với $\begin{cases}S=2\\P=-3\end{cases}$ ta có $\begin{cases}x+y=2\\xy=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$.

□ Với $\begin{cases}S=-3\\P=2\end{cases}$ ta có $\begin{cases}x+y=-3\\xy=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(-1;3)$, $(x;y)=(3;-1)$, $(x;y)=(-1;-2)$, $(x;y)=(-2;-1)$.

Câu 26. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}x+\dfrac{1}{x}+y+\dfrac{1}{y}=5\\x^3+\dfrac{1}{x^3}+y^3+\dfrac{1}{y^3}=20\end{cases}$ $\begin{cases}(x^2+3)(y^2+1)+10xy=0\\\dfrac{x}{x^2+3}+\dfrac{y}{y^2+1}+\dfrac{3}{20}=0\end{cases}$

Lời giải

a) Điều kiện $\begin{cases}x\ne 0\\y\ne 0\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}u=x+\dfrac{1}{x}\\v=y+\dfrac{1}{y}\end{cases}$

Hệ phương trình trở thành $\begin{cases}u+v=5\\u^3-3u+v^3-3v=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=5\\u^3+v^3-3(u+v)=20\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}S=u+v\\P=uv\end{cases}$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Ta được hệ phương trình

$$\begin{cases}S=5\\S^3-3SP-3S=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S=5\\P=6\end{cases}$$

Với $\begin{cases}S=5\\P=6\end{cases}$ ta có $\begin{cases}u+v=5\\uv=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=2\\v=3\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=3\\v=2\end{cases}$.

□ Khi $\begin{cases}u=2\\v=3\end{cases}$ ta có $\begin{cases}x+\dfrac{1}{x}=2\\y+\dfrac{1}{y}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}\end{cases}$

□ Khi $\begin{cases}u=3\\v=2\end{cases}$ ta có $\begin{cases}x+\dfrac{1}{x}=3\\y+\dfrac{1}{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}\\y=1\end{cases}$;

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=\left(1;\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$, $(x;y)=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2};1\right)$, $(x;y)=\left(1;\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)$,

`$(x;y)=\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2};1\right)$.

b) Nhận thấy $x=y=0$ không là nghiệm của hệ.

Xét $xy\neq 0$, hệ phương trình tương đương với $\begin{cases}\dfrac{(x^2+3)}{x}\dfrac{(y^2+1)}{y}=-10\\\dfrac{x}{x^2+3}+\dfrac{y}{y^2+1}=-\dfrac{3}{20}\end{cases}$

Đặt $\begin{cases}a=\dfrac{(x^2+3)}{x}\\b=\dfrac{(y^2+1)}{y}\end{cases}$, hệ phương trình trở thành $\begin{cases}ab=-10\\\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=-\dfrac{3}{20}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ab=-10\\\dfrac{a+b}{ab}=-\dfrac{3}{20}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ab=-10\\a+b=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

Theo định lý Vi-ét đảo thì a,b là hai nghiệm của phương trình

$t^2-\dfrac{3}{2}t-10=0\Leftrightarrow 2t^2-3t-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=4\\t=-\dfrac{5}{2}\end{array}\right.$.

□ Với $\begin{cases}a=4\\b=-\dfrac{5}{2}\end{cases}$ ta có

$\begin{cases}4=\dfrac{(x^2+3)}{x}\\-\dfrac{5}{2}=\dfrac{(y^2+1)}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+3=4x\\2y^2+2=-5y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-4x+3=0\\2y^2-5y+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\vee x=3\\y=-2\vee y=\dfrac{-1}{2}\end{cases}$

□ Với $\begin{cases}a=-\dfrac{5}{2}\\b=4\end{cases}$ ta có $\begin{cases}-\dfrac{5}{2}=\dfrac{(x^2+3)}{x}\\4=\dfrac{(y^2+1)}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+5x+6=0\\y^2-4y+1=0\end{cases}$. Hệ này vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;-2)$, $(x;y)=(3;-2)$, $(x;y)=\left(1;\dfrac{-1}{2}\right)$,

`$(x;y)=\left(3;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 27. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2y+xy^2=30 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$.

Lời giải

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} SP=30 \\ S(S^2-3P)=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=\dfrac{30}{S} \\ S\left(S^2-\dfrac{90}{S}\right)=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=5 \\ P=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \vee \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}.$$

Câu 28. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+y=2 \\ x^3+y^3=26 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} x+y=2 \\ (x+y)^3-3xy(x+y)=26 \end{cases}$$

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S=2 \\ 8-3P.2=26 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S=2 \\ P=-3 \end{cases}$$

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của hệ phương trình bậc hai $X^2-2X-3=0 \Rightarrow X_1=-1, X_2=3$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(x;y)=(-1;3)$, $(x;y)=(3;-1)$.

Câu 29. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x^2-xy+y^2=7 \\ x+y=5 \end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

$$\begin{cases} (x+y)^2-3xy=7 \\ x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy=6 \\ x+y=5 \end{cases}$$

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của hệ phương trình bậc hai $X^2-5X+6=0 \Rightarrow X_1=2, X_2=3$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(x;y)=(2;3)$, $(x;y)=(3;2)$.

Câu 30. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$

Lời giải

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S+P=5 \\ S^2-P=7 \end{cases} \Rightarrow S^2+S-12=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} S_1=3 \Rightarrow P_1=2 \\ S_2=-4 \Rightarrow P_2=9 \end{array}\right.$$

Ta thấy ($S_1=3, P_1=2$) thoả mãn.

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của hệ phương trình bậc hai $X^2-3X+2=0 \Rightarrow X_1=1, X_2=2$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(x;y)=(1;2)$, $(x;y)=(2;1)$.

Câu 31. Giải hệ phương trình sau $\begin{cases} 5(x+y)+2xy=-19 \\ 3xy+x+y=-35 \end{cases}$

Lời giải

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}5S+2P=-19\\3P+S=-35\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}P=-12\\S=1\end{cases}\text{ (Thoả mãn)}$$

$\Rightarrow x,y$ là nghiệm của hệ phương trình bậc hai $X^2-X-12=0\Rightarrow X_1=-3,X_2=4$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $(x;y)=(-3;4)$, $(x;y)=(4;-3)$

Câu 32. Giải hệ phương trình $\begin{cases}xy(x-y)=-2\\x^3-y^3=2\end{cases}$.

Lời giải

Đặt $t=-y,\ S=x+t,\ P=xt$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}xt(x+t)=2\\x^3+t^3=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}SP=2\\S^3-3SP=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S=2\\P=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\t=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}.$$

Câu 33. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+xy+y^2=3\\2x+xy+2y=-3\end{cases}$.

Lời giải

Đáp số: $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}\vee\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}\end{cases}$.

Câu 34. Giải hệ $\begin{cases}x+y=10\\\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{2}\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Điều kiện $x\ne 0,y\ne 0$.

$$\text{Hệ}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10\\x^2+y^2=\dfrac{5}{2}xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10\\(x+y)^2-2xy=\dfrac{5}{2}xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=10\\xy=\dfrac{200}{9}\end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $\left(\dfrac{10}{3},\dfrac{20}{3}\right);\left(\dfrac{20}{3},\dfrac{10}{3}\right)$.

Câu 35. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^4-x^2y^2+y^4=13\end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^4-x^2y^2+y^4=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=5\\\left(x^2+y^2\right)^2-3x^2y^2=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=5\\x^2y^2=4\end{cases}$$

x^2,y^2 là nghiệm của PT bậc 2: $t^2-5t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$

do đó $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2=1\\y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow (1;2),(-1;2),(1;-2),(-1;-2)\\ \begin{cases}x^2=4\\y^2=1\end{cases}\Leftrightarrow (2;1),(2;-1),(-2;1),(-2;-1)\end{array}\right.$

Câu 36. Giải hệ $\begin{cases}x^2+y^2=3(x+y)\\x^3+y^3=9(x+y)\end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases}(x+y)^2-2xy=3(x+y)\\(x+y)(x^2+y^2-xy)=9(x+y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S^2-2P=3S\\S(S^2-3P)=9S\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\begin{cases}S=0\\S^2-2P=3S\end{cases} & (I)\\ \begin{cases}S^2-3P=9\\S^2-2P=3S\end{cases} & (II)\end{array}\right.$$

Giải hệ $(I)\Rightarrow\begin{cases}S=0\\P=0\end{cases}\Rightarrow x=y=0$.

Giải hệ (II) $\begin{cases}S^2-2P=3S\\S^2-3P=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3S-9=P\\S^2-3P=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3S-9=P\\S^2-9S+18=0\end{cases}$

$$S_1=3\Rightarrow P=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=3\\y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=0\\y=3\end{cases}\end{array}\right.$$

$$S_2=6\Rightarrow P=9\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}.$$

Nguyễn Bảo Vương

Vậy hệ phương trình có bốn nghiệm là $(0;0),(0;3),(3;0),(3;3)$.

Câu 37. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{2xy}=8\sqrt{2} & (1)\\ \sqrt{x}+\sqrt{y}=4 & (2)\end{cases}$.

Lời giải

Điều kiện $x,y\ge 0$. Đặt $t=\sqrt{xy}\ge 0$, ta có: $xy=t^2$ và $(2)\Rightarrow x+y=16-2t$.

Thế vào (1), ta được: $\sqrt{t^2-32t+128}=8-t\Leftrightarrow t=4$

Suy ra: $\begin{cases}xy=16\\x+y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}(tm)$.

Câu 38. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x^2+x+y+1}+x+\sqrt{y^2+x+y+1}+y=18\\ \sqrt{x^2+x+y+1}-x+\sqrt{y^2+x+y+1}-y=2\end{cases}$ (ĐH An ninh 1999-A)

Lời giải

Cộng hai PT ta được: $\sqrt{x^2+x+y+1}+\sqrt{y^2+x+y+1}=10$ (1)

Thế vào PT đầu ta được x + y = 8 (2)

Thế (2) vào (1): $\sqrt{x^2+9}+\sqrt{y^2+9}=10$ (3)

Đặt $t=x-4\Rightarrow x=4+t, y=4-t$, thế vào (3): $\sqrt{t^2+8t+25}+\sqrt{t^2-8t+25}=10$

Bình phương hai vế và rút gọn:

$$\sqrt{\left(t^2+25\right)^2-64t^2}=25-t^2 \Leftrightarrow \begin{cases}25-t^2\ge 0\\ \left(t^2+25\right)^2-64t^2=\left(25-t^2\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow t=0$$

Hệ có nghiệm duy nhất $(4;4)$.

Câu 39. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^4+y^4=1\\ x^6+y^6=1\end{cases}$ (ĐH Tài chính- Kế toán, 2001 A)

Lời giải

Từ PT (1) có $-1\le x,y\le 1\Rightarrow x^4\left(x^2-1\right)\le 0$

Tương tự $y^4\left(y^2-1\right)\le 0\Rightarrow x^6+y^6\le x^4+y^4$

Dấu bằng xảy ra khi $x=0$ hoặc $x=1$ hoặc $x=-1$

$x=0$ thay vào hệ $y=1$ hoặc $y=-1$

$x=1$ thay vào hệ $y=0$

$x=-1$ thay vào hệ $y=0$

Vậy hệ có bốn nghiệm là $(0;1),(0;-1),(1;0),(-1;0)$

Câu 40. Giải phương trình $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{1-x}=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Đặt: $\begin{cases}\sqrt[3]{x}=u\\ \sqrt[3]{1-x}=v\end{cases}$. Vậy ta có hệ: $\begin{cases}u+v=\frac{3}{2}\\ u^3+v^3=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=\frac{3}{2}\\ (u+v)\left[(u+v)^2-3uv\right]=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=\frac{3}{2}\\ u.v=\frac{19}{36}\end{cases}$

u,v là hai nghiệm của phương trình: $X^2-\frac{3}{2}X+\frac{19}{36}=0$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}u=\frac{9+\sqrt{5}}{12}\\ u=\frac{9-\sqrt{5}}{12}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\left(\frac{9+\sqrt{5}}{12}\right)^3\\ x=\left(\frac{9-\sqrt{5}}{12}\right)^3\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x=\left(\frac{9+\sqrt{5}}{12}\right)^3; x=\left(\frac{9-\sqrt{5}}{12}\right)^3$.

Câu 41. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+y+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=4\\ x^2+y^2+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=4\end{cases}$.

Lời giải

Điều kiện $x\ne 0, y\ne 0$.

Hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+\left(y+\dfrac{1}{y}\right)=4\\ \left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2+\left(y+\dfrac{1}{y}\right)^2=8\end{cases}$

Đặt $S=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+\left(y+\dfrac{1}{y}\right), P=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(y+\dfrac{1}{y}\right), S^2\ge 4P$ ta có:

$$\begin{cases}S=4\\ S^2-2P=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S=4\\ P=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)+\left(y+\dfrac{1}{y}\right)=4\\ \left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(y+\dfrac{1}{y}\right)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+\dfrac{1}{x}=2\\ y+\dfrac{1}{y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=1\end{cases}.$$

Câu 42. 10. Cho x,y,z là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=8\\ xy+yz+zx=4\end{cases}$. Chứng minh $-\dfrac{8}{3}\le x,y,z\le\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Hệ phương trình $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=8-z^2\\ xy+z(x+y)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-2xy=8-z^2\\ xy+z(x+y)=4\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-2[4-z(x+y)]=8-z^2\\ xy+z(x+y)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2+2z(x+y)+(z^2-16)=0\\ xy+z(x+y)=4\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=4-z\\ xy=(z-2)^2\end{cases}\vee\begin{cases}x+y=-4-z\\ xy=(z+2)^2\end{cases}.$$

Do x,y,z là nghiệm của hệ nên:

$$(x+y)^2\ge 4xy\Leftrightarrow\begin{bmatrix}(4-z)^2\ge 4(z-2)^2\\ (-4-z)^2\ge 4(z+2)^2\end{bmatrix}\Leftrightarrow -\frac{8}{3}\le z\le\frac{8}{3}.$$

Đổi vai trò x,y,z ta được $-\dfrac{8}{3}\le x,y,z\le\dfrac{8}{3}$.

Câu 43. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases}x+y+xy=m\\ x^2y+xy^2=3m-9\end{cases}$ có nghiệm thực.

Lời giải

$$\begin{cases}x+y+xy=m\\ x^2y+xy^2=3m-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)+xy=m\\ xy(x+y)=3m-9\end{cases}.$$

Đặt $S=x+y$, $P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}S+P=m\\ SP=3m-9\end{cases}$.

Suy ra S và P là nghiệm của phương trình $t^2-mt+3m-9=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}S=3\\ P=m-3\end{cases}\vee\begin{cases}S=m-3\\ P=3\end{cases}.$$

Từ điều kiện ta suy ra hệ có nghiệm $\Leftrightarrow\begin{bmatrix}3^2\ge 4(m-3)\\ (m-3)^2\ge 12\end{bmatrix}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;\dfrac{21}{4}\right]\cup\left[3+2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 44. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x-4}+\sqrt{y-1}=4\\ x+y=3m\end{cases}$ có nghiệm.

Lời giải

Đặt $u=\sqrt{x-4}\ge 0, v=\sqrt{y-1}\ge 0$ hệ trở thành: $\begin{cases}u+v=4\\u^2+v^2=3m-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=4\\uv=\dfrac{21-3m}{2}\end{cases}$.

Suy ra u,v là nghiệm (không âm) của $t^2-4t+\dfrac{21-3m}{2}=0$ (*).

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có 2 nghiệm không âm $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\ge 0\\S\ge 0\\P\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{3m-13}{2}\ge 0\\\dfrac{21-3m}{2}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{13}{3}\le m\le 7$.

Câu 45. Tìm điều kiện m để hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+4x+4y=10\\xy(x+4)(y+4)=m\end{cases}$ có nghiệm thực.

Lời giải

$\begin{cases}x^2+y^2+4x+4y=10\\xy(x+4)(y+4)=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x^2+4x)+(y^2+4y)=10\\(x^2+4x)(y^2+4y)=m\end{cases}$.

Đặt $u=(x+2)^2\ge 0, v=(y+2)^2\ge 0$. Hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}u+v=18\\(u-4)(v-4)=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=18\\uv-4(u+v)=m-16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}S=18\\P=m+56\end{cases}$ với $S=u+v, P=uv$.

Để hệ có nghiệm thì $\begin{cases}S^2\ge 4P\\S\ge 0\\P\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -56\le m\le 25$.

Vậy với $-56\le m\le 25$ thì hệ có nghiệm.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 46. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases}x^2+xy+y^2=m+6\\2x+xy+2y=m\end{cases}$ có nghiệm thực duy nhất.

Lời giải

Hệ có nghiệm duy nhất suy ra $x=y$, hệ trở thành:

$\begin{cases}3x^2=m+6\\x^2+4x=m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-6=m\\x^2+4x=3x^2-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-3\\m=21\end{cases}$.

+ $m=-3$: $\begin{cases}x^2+xy+y^2=3\\2(x+y)+xy=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-xy=3\\2(x+y)+xy=-3\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=0\\xy=-3\end{cases}\vee\begin{cases}x+y=-2\\xy=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}\end{cases}\vee\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ (loại).

+ $m=21$: $\begin{cases}x^2+xy+y^2=27\\2x+xy+2y=21\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-xy=27\\2(x+y)+xy=21\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=-8\\xy=37\end{cases}\vee\begin{cases}x+y=6\\xy=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\end{cases}$ (nhận).

Vậy $m=-3$.

Câu 47.

a) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=m+6 \\ 2x+xy+2y=m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

b) Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=m \\ x^2y+xy^2=m-1 \end{cases}$ vô nghiệm.

Lời giải

a) Giả sử hệ phương trình có nghiệm $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của hệ.

Do đó hệ phương trình này có nghiệm duy nhất thì $x_0=y_0$, suy ra

$$\begin{cases} 3x_0^2=m+6 \\ x_0^2+4x_0=m \end{cases} \Rightarrow 3x_0^2=x_0^2+4x_0+6 \Leftrightarrow 2x_0^2-4x_0-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=-1\Rightarrow m=-3 \\ x_0=3\Rightarrow m=21 \end{array}\right.$$

Thử lại.

□ Với $m=-3$, hệ phương trình trở thành $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ 2(x+y)+xy=-3 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S^2-P=3 \\ 2S+P=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2+2S=0 \\ P=-2S-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=0 \\ P=-3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} S=-2 \\ P=1 \end{cases}.$$

Khi $\begin{cases} S=0 \\ P=-3 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} x+y=-2 \\ xy=1 \end{cases}$ suy ra x,y là nghiệm của phương trình

$$X^2+2X+1=0 \Leftrightarrow X=-1.$$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(-1;-1)$.

□ Với $m=21$ hệ phương trình trở thành $\begin{cases} (x+y)^2-xy=27 \\ 2(x+y)+xy=21 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S^2-P=27 \\ 2S+P=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2+2S-48=0 \\ P=-2S+21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=6 \\ P=9 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} S=-8 \\ P=37 \end{cases} \text{ (loại).}$$

Khi $\begin{cases} S=6 \\ P=9 \end{cases}$ ta có $\begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases}$ suy ra x,y là nghiệm của phương trình

$$X^2-6X+9=0 \Leftrightarrow X=3.$$

Suy ra hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(3;3)$.

Vậy $m=-3$ hoặc $m=21$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

b) Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S+P=m \\ SP=m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=m-1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} S=m-1 \\ P=1 \end{cases}$$

Hệ phương trình vô nghiệm khi

$$S^2<4P \Leftrightarrow \begin{cases} 1<4(m-1) \\ (m-1)^2<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{5}{4} \\ -1<m<3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4}<m<3.$$

Vậy $\frac{5}{4} < m < 3$ thì hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 48. Gọi $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-1 \\ x^2+y^2=2m^2+2m-3 \end{cases}$. Tìm m để tích xy nhỏ nhất.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} S=x+y \\ P=xy \end{cases}$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành

$$\begin{cases} S=2m-1 \\ S^2-2P=2m^2+2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=2m-1 \\ (2m-1)^2-2P=2m^2+2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=2m-1 \\ P=m^2-3m+2 \end{cases}.$$

Điều kiện $S^2 \geq 4P$ suy ra $(2m-1)^2 \geq 4(m^2-3m+2) \Leftrightarrow 8m \geq 7 \Leftrightarrow m \geq \frac{7}{8}$. (*)

Ta có $P=xy=m^2-3m+2=\left(m-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m=\frac{3}{2}$ thỏa mãn (*).

Vậy $m=\frac{3}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỐI XỨNG LOẠI 2

A. Phương pháp giải

Hệ phương trình đối xứng loại 2 là hệ phương trình có dạng $\begin{cases} f(x,y)=0 \ (1) \\ f(y,x)=0 \ (2) \end{cases}$.

(có nghĩa là khi hoán vị giữa x và y thì (1) biến thành (2) và ngược lại).

Cách giải

- Trừ (1) cho (2) vế theo vế ta được $\begin{cases} f(x,y)-f(y,x)=0 \ (3) \\ f(x,y)=0 \end{cases}$.
- Biến đổi (3) về phương trình tích như sau $(3) \Leftrightarrow (x-y).g(x,y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ g(x,y)=0 \end{array}\right.$.
- Do đó hệ phương trình tương đương với $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ x=y \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} f(x,y)=0 \\ g(x,y)=0 \end{cases}$.
- Giải các hệ phương trình trên ta tìm được nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Chú ý: Hệ phương trình trên nếu có nghiệm là $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của hệ.

B. Bài tập tự luận

Câu 49. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases} x^3+2x=y \\ y^3+2y=x \end{cases}$. b) $\begin{cases} 3x=\frac{x^2+2}{y^2} \\ 3y=\frac{y^2+2}{x^2} \end{cases}$.

Lời giải

a) Trừ vế theo vế của phương trình đầu và phương trình thứ hai, ta được

$x^3-y^3+3x-3y=0 \Leftrightarrow (x-y)\left(x^2+y^2+xy+3\right)=0$.

$\Leftrightarrow x=y$ (vì $x^2+y^2+xy+3=\left[\left(x+\frac{y}{2}\right)^2+\frac{3y^2}{4}+3\right]>0$).

Thay $x=y$ vào phuonwg trình đầu, ta được $x^3+x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(0;0)$.

b) Điều kiện $x\neq 0$ và $y\neq 0$.

Nhận xét. Từ hệ phương trình ta thấy để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ thì $\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$.

Hệ phương trình tương đương với $\begin{cases}3xy^2=x^2+2\\3yx^2=y^2+2\end{cases}$.

Trừ vế với vế của phương trình đầu và phương trình thứ hai, ta được

$$(x-y)(3xy+x+y)=0 \Leftrightarrow x=y \text{ (vì } 3xy+x+y>0 \text{ với } x,y>0).$$

Thay $x=y$ vào phương trình đầu ta được

$$3x^3-x^2-2=0 \Leftrightarrow (x-1)\left(3x^2+2x+2\right)=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(1;1)$.

Câu 50. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}x^3=2y+x+2\\y^3=2x+y+2.\end{cases}$ b) $\begin{cases}y^2=x^3-3x^2+2x\\x^2=y^3-3y^2+2y\end{cases}$.

Lời giải

a) Trừ vế theo vế của phương trình đầu và phương trình thứ hai, ta được

$(x-y)\left(x^2+xy+y^2+1\right)=0 \Leftrightarrow x=y$ (vì x^2+xy+y^2+1 có $\Delta_x=-\left(3y^2+1\right)<0$.

Thay $x=y$ vào phương trình đầu, ta được $x^3-3x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(-1;-1)$, $(x;y)=(2;2)$.

b) Trừ vế theo vế của phương trình đầu và phương trình thứ hai, ta được

$(x-y)\left(x^2+xy+y^2-2x-2y+2\right)=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-y)\left[x^2+y^2+(x+y-2)^2\right]=0 \Leftrightarrow x=y$.

(vì $x^2+y^2+(x+y-2)^2>0$)

Thay $x=y$ vào phương trình đầu, ta được

$x^3-4x^2+2x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-4x+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-4x+2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(0;0)$, $(x;y)=\left(2+\sqrt{2};2+\sqrt{2}\right),(x;y)=\left(2-\sqrt{2};2-\sqrt{2}\right)$.

DẠNG 4: HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP BẬC HAI – HỆ CÓ MỘT PHƯƠNG TRÌNH ĐẲNG CẤP

A. Phương pháp giải.

*** Định nghĩa**: Hệ phương tình đẳng cấp bậc hai là hệ có dạng:

$\begin{cases}a_1x^2+b_1xy+c_1y^2=d_1(1)\\a_2x^2+b_2xy+c_2y^2=d(2)\end{cases}$

Để giải và biện luận hệ phương trình đẳng cấp bậc hai có thể lựa chọn một trong hai cách sau:

***Cách 1**: Thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Khử hạng tử rự do để dẫn tới phương trình:

$Ax^2+Bxy+Cy^2=0$

- Bước **2**: Đặt $x=ty$, khi đó:

$(3)\Leftrightarrow y^2\left[At^2+Bt+C\right]=0$

□ Xét $y=0$ thay vào hệ.

□ Xét $At^2+Bt+C=0$, nếu có nghiệm t_0 thì thế $x=t_0y$ vào hệ để xét hệ với một ẩn y.

***Cách 2**: Thực hiện theo các cách sau:

- Bước 1: Từ hệ khử số hạng x^2(hoặc y^2) để dẫn tới hệ phương trình khuyết x^2 (hoặc y^2),

Giả sử: $Dx^2+Exy+F=0\Rightarrow y=-\dfrac{Dx^2+F}{Ex}(4)$

- Bước 2: Thế (4) vào một phương trình của hệ ta được phương trình trùng phương ẩn x.

□ **Chú ý**:- Với bài toán chứa tham số ta thường lựa chọn cách 2.

- Ta cũng có thể sử dụng phương pháp giải này để giải các hệ bậc cao hơn.

Để hiểu rõ hơn bạn đọc có thể tham khảo các bài tập sau:

B. Bài tập tự luận

Câu 51. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}x^2-xy+y^2=1\\2x^2-3xy+4y^2=3\end{cases}$ b) $\begin{cases}3x^2+5xy-4y^2=38\\5x^2-9xy-3y^2=15\end{cases}$

Lời giải

a) Ta thấy $x=0$ không thỏa hệ phương trình.

Xét $x\neq 0$. Đặt $y=kx$ và thay vào hệ ta được $\begin{cases}x^2\left(k^2-k+1\right)=1 \quad (1)\\x^2\left(2k^2-3k+4\right)=3\ (2)\end{cases}$

Từ (1) và (2), suy ra $\dfrac{\left(k^2-k+1\right)}{\left(2k^2-3k+4\right)}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 3\left(k^2-k+1\right)=2k^2-3k+4\Leftrightarrow k^2=1\Leftrightarrow k=\pm 1.$

□ Với $k=1$ thì $(1)\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=1\\x=-1\Rightarrow y=-1\end{array}\right.$

□ Với $k=1$ thì $(1)\Leftrightarrow x^2=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(1;1)$, $(x;y)=(-1;-1)$, $(x;y)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$, $(x;y)=\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Cách 2. Hệ phương trình tương dương với $\begin{cases}3x^2-3xy+3y^2=3\ \ (1)\\2x^2-3xy+4y^2=3\ (2)\end{cases}$.

Từ (1) và (2), suy ra $3x^2-3xy+3y^2=2x^2-3xy+4y^2 \Leftrightarrow x^2=y^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=-y \end{array}\right.$

Đến đây bạn đọc thay vào hệ và giải hoàn toàn đơn giản.

b) Ta thấy $x=0$ không thỏa hệ phương trình

Xét $x\neq 0$. Đặt $y=kx$ và thay vào hệ ta được

$$\begin{cases} 3x^2+5kx^2-4k^2x^2=38 & (1) \\ 5x^2-9kx^2-3k^2x^2=15 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left(3+5k-4k^2\right)=38 & (1) \\ x^2\left(5-9k-3k^2\right)=3 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\frac{x^2\left(3+5k-4k^2\right)}{x^2\left(5-9k-3k^2\right)}=\frac{38}{15} \Leftrightarrow 15\left(5-9k-3k^2\right)=38\left(5-9k-3k^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 54k^2-417k-145=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=\frac{1}{3} \\ k=-\frac{145}{18} \end{array}\right.$$

□ Với $k=\frac{1}{3}$ thì $(1) \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \Rightarrow y=1 \\ x=-3 \Rightarrow y=-1 \end{array}\right.$

□ Với $k=-\frac{145}{18}$ thì $(1) \Leftrightarrow x^2=\frac{15.108}{12655}$ vô nghiệm.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x;y)=(3;1)$, $(x;y)=(-3;-1)$.

Câu 52. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2=3 \\ 4x^2+2xy+y^2=8 \end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty$ $(y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} (2t^2-t-1)y^2=3 \\ (4t^2+2t+1)y^2=8 \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{2t^2-t-1}{4t^2+2t+1}=\frac{3}{8}$$

$$\Leftrightarrow 4t^2-14t-11=0 \Leftrightarrow t=\frac{7\pm\sqrt{93}}{4}$$

□ Với $t=\frac{7+\sqrt{93}}{4} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}} \Rightarrow x=\pm\frac{7+\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}}$

□ Với $t=\frac{7-\sqrt{93}}{4} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}} \Rightarrow x=\pm\frac{7-\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là:

Nguyễn Bảo Vương

$$\left(\frac{7+\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}};\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}}\right);\left(\frac{7-\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}};\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}}\right);$$
$$\left(-\frac{7+\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}};-\sqrt{\frac{2}{10+\sqrt{93}}}\right);\left(-\frac{7-\sqrt{93}}{4}\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}};-\sqrt{\frac{2}{10-\sqrt{93}}}\right)$$

Câu 53. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2+y^2+xy=3\\x^2-y^2+xy=1\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, thế vào hệ pt lúc đó hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^2+t+1)y^2=3\\(t^2-t+1)y^2=1\end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{t^2+t+1}{t^2-t+1}=3$$
$$\Leftrightarrow 2t^2+2t-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\t=-2\end{array}\right.$$

□ Với $t=1\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow x=\pm 1$

□ Với $t=-2\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow x=\mp 2$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1;1);(2;-1);(-1;-1);(-2;1)$

Câu 54. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2+y^2+xy=3\\x^3+y^3=y+x\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^2+t+1)y^2=3\\(t^3+1)y^3=(1+t)y\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(t^2+t+1)y^2=3\\(t^3+1)y^2=(1+t)\end{cases}$$
$$\Rightarrow \frac{t^2+1+1}{t^3+1}=\frac{3}{1+t}$$
$$\Leftrightarrow t^3-t^2-t+1=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$$

□ Với $t=1\Rightarrow y=x=\pm 1$

□ Với $t=-1\Rightarrow y=\pm\sqrt{3}\Rightarrow x=\mp\sqrt{3}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1;1);(-1;-1);\left(\sqrt{3};-\sqrt{3}\right);\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$

Câu 55. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}(x-y)^2y=2\\x^3-y^3=19\end{cases}$

Lời giải

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x^2y-2xy^2+y^3=2\\x^3-y^3=19\end{cases}$$

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^2-2t+1)y^3=2\\(t^3-1)y^3=19\end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{t^2-2t+1}{t^3-1}=\dfrac{2}{19}$

$\Leftrightarrow 2t^3-19t^2+38t-21=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\\t=\dfrac{3}{2}\\t=7\end{array}\right.$

□ Với $t=1\Rightarrow 0y^3=19\Rightarrow VN$

□ Với $t=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=2\Rightarrow x=3$

□ Với $t=7\Rightarrow y=\sqrt[3]{\dfrac{1}{18}}\Rightarrow x=7\sqrt[3]{\dfrac{1}{18}}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(3;2);\left(7\sqrt[3]{\dfrac{1}{18}};\sqrt[3]{\dfrac{1}{18}}\right)$

Câu 56. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{6}\\x^2+y^2=13\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

ĐK: $x\neq 0; y\neq 0$

Hệ phương trình tương đương với: $\begin{cases}6x^2-5xy-6y^2=0\\x^2+y^2=13\end{cases}$

Đặt $x=ty$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(6t^2-5t-6)y^2=0\\(t^2+1)y^2=13\end{cases}$

$\Leftrightarrow 6t^2-5t-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{2}{3}\\t=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

□ Với $t=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\pm 2\Rightarrow x=\pm 3$

□ Với $t=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow y=\pm 3\Rightarrow x=\mp 2$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(3;2);(-2;3);(-3;-2);(2;-3)$

Câu 57. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x^2-xy+y^2=8\\x^2+2xy+2y^2=5\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(2t^2-t+1)y^2=8\\(t^2+2t+2)y^2=5\end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{2t^2-t+1}{t^2+2t+2}=\dfrac{8}{5}$

$\Leftrightarrow 2t^2-21t-11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=11\\t=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

□ Với $t=11\Rightarrow y=\pm\sqrt{\dfrac{1}{29}}\Rightarrow \pm\sqrt{\dfrac{121}{29}}$

□ Với $t=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\pm 2\Rightarrow x=\mp 1$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $\left(\sqrt{\dfrac{121}{19}};\sqrt{\dfrac{1}{29}}\right);(1;-2);\left(-\sqrt{\dfrac{121}{19}};-\sqrt{\dfrac{1}{29}}\right);(-1;2);$

Câu 58. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2+2xy-3y^2=9\\2x^2+2xy+y^2=2\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^2+2t-3)y^2=9\\(2t^2+2t+1)y^2=2\end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{t^2+2t-3}{2t^2+2t+1}=\dfrac{9}{2}$

$\Leftrightarrow 16t^2+14t+15=0\Leftrightarrow VN$

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

Câu 59. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}(x-y)(x^2-y^2)=3\\(x+y)(x^2+y^2)=15\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x^3-x^2y-xy^2+y^3=3\\x^3+x^2y+xy^2+y^3=15\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^3-t^2-t+1)y^3=3\\(t^3+t^2+t+1)y^3=15\end{cases}$

$\Rightarrow \dfrac{t^3-t^2-t+1}{t^3+t^2+t+1}=\dfrac{1}{5}$

$\Leftrightarrow 4t^3-6t^2-6t+4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1\\t=2\\t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$

□ Với $t=-1\Rightarrow 0y^3=15\Rightarrow VN$

□ Với $t=2\Rightarrow y=1\Rightarrow x=2$

□ Với $t=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=2\Rightarrow x=1$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1;2);(2;1)$

Câu 60. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2y(x^2-y^2)=3x\\x(x^2+y^2)=10y\end{cases}$

Lời giải

* Trường hợp 1: $y=0\Rightarrow x=0$

* Trường hợp 2: $y\neq 0$. Đặt $x=ty$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(2t^2-2)y^2=3t\\(t^3+t)y^3=10y\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(2t^2-2)y^2=3t\\(t^3+t)y^2=10\end{cases}$

$\Rightarrow\dfrac{2t^2-2}{t^3+t}=\dfrac{3t}{10}$

$\Leftrightarrow 3t^4-17t^2+20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2=4\\t^2=\dfrac{5}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\pm 2\\t=\pm\sqrt{\dfrac{5}{3}}\end{array}\right.$

□ Với $t=2\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow x=\pm 2$

□ Với $t=-2\Rightarrow y^2=-1\Rightarrow VN$

□ Với $t=\sqrt{\dfrac{5}{3}}\Rightarrow y=\pm\dfrac{\sqrt{15}}{2}\Rightarrow x=\pm\dfrac{5}{2}$

□ Với $t=-\sqrt{\dfrac{5}{3}}\Rightarrow y^2<0\Rightarrow VN$

Nguyễn Bảo Vương

Vậy nghiệm của hệ phương rình là: $(2;1);\left(\dfrac{5}{2};\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right);(-2;-1);\left(-\dfrac{5}{2};-\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)$

Câu 61. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2-2xy+3y^2=9\\2x^2-13xy+15y^2=0\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(t^2-2t+3)y^2=9\\(2t^2-13t+15)y^2=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow 2t^2-13t+15=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\t=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

□ Với $t=5\Rightarrow y=\pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{25}{2}}$

□ Với $t=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\pm 2\Rightarrow x=\pm 3$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(3;2);\left(\sqrt{\frac{25}{2}};\sqrt{\frac{1}{2}}\right);(-3;-2);\left(-\sqrt{\frac{25}{2}};-\sqrt{\frac{1}{2}}\right);$

Câu 62. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}2x^2+3xy+y^2=15\\x^2+xy+2y^2=8\end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases}(2t^2+3t+1)y^2=15\\(t^2+t+2)y^2=8\end{cases}$

$\Rightarrow \frac{2t^2+3t+1}{t^2+t+2}=\frac{15}{8}$

$\Leftrightarrow t^2+9t-22=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=2\\t=-11\end{array}\right.$

□ Với $t=2\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow x=\pm 2$

□ Với $t=-11\Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{1}{14}}\Rightarrow x=\pm\frac{11}{\sqrt{14}}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(2;1);\left(\frac{11}{\sqrt{14}};\sqrt{\frac{1}{14}}\right);(-2;-1);\left(-\frac{11}{\sqrt{14}};-\sqrt{\frac{1}{14}}\right);$

Câu 63. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}3x^2-8xy+4y^2=0\\9x^2-7xy-6y^2=0\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

* Trường hợp 1: $y=0\Rightarrow x=0$

* Trường hợp 2: $y\neq 0$

Đặt $x=ty\ (y\neq 0)$, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}(3t^2-8t+4)y^2=0\\(9t^2-7t-6)y^2=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3t^2-8t+4=0\\9t^2-7t-6=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}t=2\\t=\frac{2}{3}\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}t=2\\t=-\frac{3}{5}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow t=2$$

Hệ phương trình trở thành: $0y^2=0\Leftrightarrow\forall y\Rightarrow x=2y$

Kết hợp lại ta được nghiệm của hệ phương trình là: $\begin{cases}x=2y\\y\in R\end{cases}$

Câu 64. Tìm a để hệ sau có nghiệm: $\begin{cases}x^2-2xy-3y^2=8\\2x^2+4xy+5y^2=a^2-4a^3+4a^2-12+\sqrt{105}\end{cases}$

Lời giải

Đặt $m = a^2 - 4a^3 + 4a^2 - 12 + \sqrt{105}$

Khi đó hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 3y^2 = 8 \quad (*) \\ 2x^2 + 4xy + 5y^2 = m \end{cases}$$

Nhận xét rằng: nếu (x;y) là nghiệm của hệ thì $x \neq 0$ (nếu trái lại $(*)$ mâu thuẫn).

Khử số hạng y^2 từ hệ ta được:

$$2xy = 40 + 3m - 11x^2 \Leftrightarrow y = \frac{40 + 3m^2 - 11x^2}{x} \quad (3)$$

Thay (3) vào $(*)$, ta được:

$$105x^4 - 2(31m + 408)t + (3m + 40)^2 = 0$$

Đặt $t = y^2, t \geq 0$, ta được:

$$f(t) = 105t^2 - 2(31m + 408)t + (3m + 40)^2 = 0 \quad (4)$$

Vậy để hệ có nghiệm thì (4) phải có ít nhất 1 nghiệm không âm:

$$\Leftrightarrow (4) \text{ có hai nghiệm không âm (vì } \frac{c}{a} \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ af(0) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -3 + \sqrt{105} \\ \frac{S}{2} \geq 0 \end{cases}$$

Từ đó ta được:

$$a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 12 + \sqrt{105} \geq -3 + \sqrt{105}$$
$$\Leftrightarrow a^4 - 4a^3 + 4a^2 - 9 \geq 0$$
$$\Leftrightarrow (a^2 - 2a)^2 \geq 9$$
$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} a^2 - 2a \geq 3 \\ a^2 - 2a \leq -3 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a \geq 3 \\ a \leq -1 \end{bmatrix}$$

Vậy với $a \geq 3$ hoặc $a \leq -1$ thì hệ có nghiệm.

Câu 65. Giải và biệ luận hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 4y^2 = 17 \quad (1) \\ x^2 - xy + 4y^2 = m \quad (2) \end{cases}$

Lời giải

Nhận xét rằng: nếu $(x;y)$ là nghiệm của hệ thì $y \neq 0$.

Khử số hạng x^2 từ hệ ta được:

$$xy = 17 - m \Leftrightarrow x = \frac{17 - m}{y} \quad (3)$$

Thay (3) vào (1), ta được: $4y^4 - 17y^2 + (17 - m)^2 = 0.$

Đặt $t = y^2$, $t \geq 0$. khi đó: $4t^2 - 17t + (17 - m)^2 = 0.$ (4)

Ta có: $\Delta = (4m - 51)(85 - 4m)$.

a. Nếu $\Delta < 0$

$$\Leftrightarrow (4m - 51)(85 - 4m) < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m > \frac{85}{4} \\ m < \frac{51}{4} \end{bmatrix}$$

Khi đó phương trình (4) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ Hệ phương trình vô nghiệm.

b. Nếu $\Delta = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{85}{4} \\ m = \dfrac{51}{4} \end{array}\right.$

□ Với $m = \dfrac{85}{4}$, Phương trình (4) có nghiệm kép $y = \dfrac{17}{8} \Rightarrow x = -2$

Vậy hệ có nghiệm $\left(-2; \dfrac{17}{8}\right)$

□ Với $m = \dfrac{5}{4}$, phương trình (4) có nghiệm kép $y = \dfrac{17}{8} \Rightarrow x = 2$

□ Vậy hệ có nghiệm $\left(2; \dfrac{17}{8}\right)$

c. Nếu $\Delta > 0 \Leftrightarrow \dfrac{51}{4} < m < \dfrac{85}{4} \Leftrightarrow$ phương trình (4) có 2 nghiệm phân biệt:

$t_{1,2} = \dfrac{17 \pm \sqrt{(4m-51)(85-4m)}}{8} > 0$ vì $S, P > 0$

□ Với $t_1 = \dfrac{17 - \sqrt{(4m-51)(85-4m)}}{8} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1 = \sqrt{t_1} \ \& \ x_1 = \dfrac{17-m}{y_1} \\ y_2 = -\sqrt{t_1} \ \& \ x_2 = \dfrac{17-m}{y_2} \end{array}\right.$

□ Với $t_1 = \dfrac{17 + \sqrt{(4m-51)(85-4m)}}{8} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_3 = \sqrt{t_2} \ \& \ x_3 = \dfrac{17-m}{y_3} \\ y_4 = -\sqrt{t_2} \ \& \ x_4 = \dfrac{17-m}{y_4} \end{array}\right.$

Nguyễn Bảo Vương

Vậy hệ có 4 nghiệm phân biệt $(x_1; y_1); (x_2; y_2); (x_3; y_3); (x_4; y_4)$.

- Với $m < \dfrac{51}{5}$ hoặc $m > \dfrac{85}{4}$, hệ phương trình vô nghiệm.

- Với $m = \dfrac{85}{4}$, hệ có nghiệm $\left(-2; \dfrac{17}{8}\right)$.

- Với $m = \dfrac{51}{4}$, hệ có nghiệm $\left(2; \dfrac{17}{8}\right)$.

- Với $\dfrac{51}{4} < m < \dfrac{85}{4}$, hệ có 4 cặp nghiệm $(x_1; y_1); (x_2; y_2); (x_3; y_3); (x_4; y_4)$.

Câu 66. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 17 + m \end{cases}$

a. Giả hệ phương trình với $m = 0$.

b.Với nhữnh giá trị nào của m thì hệ có nghiệm?

(ĐK Kinh tế TP HCM năm 1998, khối A)

Lời giải

a. Với $m = 0$. Hệ có cho $\Leftrightarrow$ (*) $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 11 \end{cases}$

Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của hệ.

Đặt $y = kx$

Hệ (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+2kx^2+k^2x^2=11 \\ x^2+2kx^2+3k^2x^2=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(3+2k+k^2)=11(1) \\ x^2(1+2k+3k^2)=17(2) \end{cases}$

Lấy (1) chia (2): $\dfrac{3+2k+k^2}{1+2+k^2}=\dfrac{11}{17} \Leftrightarrow 16k^2-12k-40=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=2 \\ k=-\dfrac{5}{4} \end{array}\right.$

□ Với $k=2$ thì (2) $\Leftrightarrow x^2.11=11 \Rightarrow x=\pm 1 \Rightarrow y=2x=\pm 2$

□ Với $k=-\dfrac{5}{2}$ thì (2) $\Leftrightarrow 3x^2=16 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow y=-\dfrac{5}{4}x=\mp\dfrac{5}{4}$

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm: $(1;2);\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3};-\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right);\left(-\dfrac{4\sqrt{3}}{3};\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)$

b. Đặt $17+m=k$

Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2+2xy+y^2=11 \\ x^2+2xy+3y^2=k \end{cases}$

Đặt $y=tx \Rightarrow$ hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} x^2(3+2t+t^2)=11(3) \\ x^2(1+2t+t^2)=k(4) \end{cases}$

Lấy (3) chia (4) $\Rightarrow \dfrac{3+2t+t^2}{1+2t+3t^2}=\dfrac{11}{k} \Leftrightarrow (k-33)t^2+2(k-11)+3k-11=0(5)$

□ $k=33 \Rightarrow m=16 \Rightarrow$ phương trình (5) có nghiệm $t=-2$

□ $k\neq 33$: (5) có nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=(k-11)^2-(k-33)(3k-11)\geq 0=k^2-44k+121\leq 0$

$\Leftrightarrow 22-11\sqrt{3}\leq k\leq 22+11\sqrt{3}$ (**)

Với $17+m=k$ thì (**) $\Leftrightarrow 22-11\sqrt{3}\leq m+17\leq 22+11\sqrt{3} \Leftrightarrow 5-11\sqrt{3}\leq m\leq 5+\sqrt{3}$

Vậy với $5-11\sqrt{3}\leq m\leq 5+\sqrt{3}$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 67. Cho hệ phương trình : $\begin{cases} x^2-4xy+y^2=m \\ y^2-3xy=4 \end{cases}$

a.Giải hệ khi $m=1$.

b.Chứng minh hệ phương trình luôn có nghiệm.

Lời giải

Nhận thấy $y=0$ không thoả mãn phương trình: $y^2-3xy=4$

Đặt $x=ty$.

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} y^2(t^2-4t+1)=m \\ y^2(1-3t)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{y^2(t^2-4t+1)}{y^2(1-3t)}=\dfrac{m}{4}(*) \\ y^2(1-3t)=4(**) \end{cases}$

a. Với $m=1$, ta có hệ: $\begin{cases} \dfrac{t^2-4t+1}{1-3t}=\dfrac{1}{4}(1) \\ y^2(1-3t)=4(2) \end{cases}$

$(1) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$

□ Với $t=3$: $(2) \Rightarrow -8y^2=4 \Rightarrow VN$

□ Với $t=\frac{1}{4}$: (2) $\Rightarrow \frac{1}{4}y^2=4 \Rightarrow y=\pm 4 \Rightarrow x=ty=\pm 1$

Vậy với $m=1$ thì hệ phương trình có hai nghiệm $(1;\ 4);(-1;-4)$

b. Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x\ -4xy+1=m \\ x=\dfrac{y^2-4}{3y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{y^2-4}{3y} \\ 11y^4-(49-9m)y^2-16=0(*) \end{cases}$

Xét phương trình (*) có nghiệm với $\forall m \Leftrightarrow$ hệ phương trình luôn có nghiệm (đpcm).

Câu 68. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x^2+2xy+y^2=11(1) \\ x^2+2xy+3y^2=17+m(2) \end{cases}$

a. Giải hệ phương trình với $m=0$.

b. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm.

Lời giải

a. Thay $m=0$, ta được hệ: $\begin{cases} 3x^2+2xy+y^2=11 \\ x^2+2xy+3y^2=17 \end{cases}$

Nhận thấy $y=0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình.

Đặt $x=ty$, hệ phương trình trở thành: $\begin{cases} (3t^2+2t+1)y^2=11 \\ (t^2+2t+3)y^2=17 \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{3t^2+2t+1}{t^2+2t+3}=\frac{11}{17}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1}{2} \\ t=-\dfrac{4}{5} \end{array}\right.$

Nguyễn Bảo Vương

□ Với $t=\frac{1}{2} \Rightarrow y=\pm 2 \Rightarrow x=\pm 1$

□ Với $t=-\frac{4}{5} \Rightarrow y=\pm\frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow x=\mp\frac{4}{\sqrt{3}}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là: $(1;2);\ (1;2);\ \left(\frac{-4}{\sqrt{3}};\frac{5}{\sqrt{3}}\right);\left(\frac{4}{\sqrt{3}};\frac{-5}{\sqrt{3}}\right)$

b, ▪ Xét $x=0$ thoả mãn hệ khi $\begin{cases} y^2=11 \\ 3y^2=17=m \end{cases}$ hệ có nghiệm $\Leftrightarrow m=16$

Khi $m=16$ hệ có dạng $\begin{cases} 3x^2+2xy+y^2=11 \\ x^2+2xy+3y^2=33 \end{cases}$ thay $x=0;\ y=\sqrt{11}$

Vậy y khi $m=16$ hệ có ít nhất một nghiệm $\left(0;\sqrt{11}\right) \Rightarrow m=16$ thoả mãn.

▪ Xét khi $m\neq 16$ (khi đó nếu hệ có nghiệm thì $x\neq 0$)

Đặt $y=tx$ thay vào hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x^2(3+2t+t^2)=11 \\ x^2(1+2t+3t^2)=17+m \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{t^2+2t+3}{3t^2+2t+1}=\frac{11}{17+m}$

$\Leftrightarrow (m-16)t^2+2(m+6)t+3m+40=0\ \ (3)$

Hệ có nghiệm khi phương trình (3) có nghiệm với mọi m≠16, phương trình (3) là phương trình bậc hai có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0$ vậy hệ có nghiệm khi

$$\begin{cases} m \neq 16 \\ m^2 - 10m - 338 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 11\sqrt{3} \leq m \leq 5 + 11\sqrt{3} \\ m \neq 16 \end{cases}$$

Vậy với $5 - 11\sqrt{3} \leq m \geq 5 + 11\sqrt{3}$ thì hệ phương trình có nghiệm.

Câu 69. Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 - mxy + y^2 = m^2 - 3m + 2 (1) \\ x^2 + 2xy + my^2 = m^2 - 4m + 3 (2) \end{cases}$

Tìm tất cả các giá trị của m để hệ có nghiệm duy nhất?

Lời giải

▪ Điện kiện cần:

Giả sử hệ có nghiệm $(x_0; y_0)$ thì $(-x_0; -y_0)$ cũng là nghiệm của hệ

Nên để hệ có nghiệm duy nhất thì $(0;0)$ phải là nghiệm duy nhất của hệ.

Thay $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ vào hệ ta được $\begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ m^2 - 4m + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 1$

▪ Điều kiện đủ:

Thay $m = 1$ vào hệ phương trình ta được:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3xy = 0 \\ (x+y)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 0 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 70. Giải và biện luận hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^2 - xy = 2 \\ 2x^2 + 4xy - 2y^2 = m \end{cases}$

Lời giải

Nhận thấy $x = 0$ không phải là nghiệm của hệ phương trình.

Đặt $y = tx$, ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} (1-t)x^2 = 2 \\ (2 + 4t - 2t^2)x^2 = m \end{cases}$$

Với $t \neq 1 \Rightarrow \dfrac{1-t}{2+4t-2t^2} = \dfrac{2}{m}$

$$\Leftrightarrow 4t^2 - (m+8)t + m - 4 = 0 \quad (*)$$

Hệ phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có nghiệm $t < 1$

Đặt $f(t) = 4t^2 - (m+8)t + m - 4$

Ta có: $f(1) = -8 < 0$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) luôn có nghiệm $t < 1$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm với mọi m.

Câu 71. Với các giá trị nào của m thì hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 3y^2 = 17 + m \end{cases}$ có nghiệm

Lời giải

Ta thấy $x = 0$ không thỏa hệ phương trình

Xét $x\neq 0$. Đặt $y=kx$ và thay vào hệ ta được $\begin{cases}x^2\left(3+2k+k^2\right)=11 & (1)\\ x^2\left(1+2k+3k^2\right)=17+m & (2)\end{cases}$

Từ (1) và (2), suy ra

$$\frac{x^2\left(3+2k+k^2\right)}{x^2\left(1+2k+3k^2\right)}=\frac{11}{17+m}.$$

$$\Leftrightarrow (17+m)\left(1+2k+k^2\right)=11\left(1+2k+3k^2\right)$$

$$\Leftrightarrow (m-16)k^2+2(m+6)k+m+6=0. \quad (*)$$

Ta có $3+2k+k^2=(k+1)^2+2>0, \forall k\in\mathbb{R}$ nên phương trình (1) luôn có nghiệm x, với mọi k.

Do đó để hệ ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi phương trình (*) có nghiệm ẩn k.

- Với $m=16$ thì phương trình (*) trở thành $44k+88=0\Leftrightarrow k=-2$. Vậy $m=16$ thỏa mãn.
- Với $m\neq 16$ thì phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi

$\Delta_k^{'}=(m+6)^2-(m-16)(m+6)\geq 0\Leftrightarrow 22(m+6)\geq 0\Leftrightarrow m\geq -6$

Vậy hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m\geq -6$

Câu 72. Giải các hệ phương trình sau

a) $\begin{cases}x^2+8y^2=12\\ x^3+2xy^2+12y=0\end{cases}$ b) $\begin{cases}y^3+y^2x+3x-6y=0\\ x^2+xy=3\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

a) Ta có $\begin{cases}x^2+8y^2=12 & (1)\\ x^3+2xy^2+12y=0 & (2)\end{cases}$

Thay $12=x^2+8y^2$ từ (1) vào (2), ta được

$x^3+2xy^2+\left(x^2+8y^2\right)y=0\Leftrightarrow x^3+2xy^2+x^2y+8y^3=0$ (*)

Ta thấy $y=0$ không thỏa hệ phương trình

Xét $y\neq 0$. Chia 2 vế phương (*) cho y^3 ta được $\left(\frac{x}{y}\right)^3+\left(\frac{x}{y}\right)^2+2\left(\frac{x}{y}\right)+8=0$

Đặt $t=\frac{x}{y}$, phương trình trở thành $t^3+t^2+2t+8=0\Leftrightarrow t=-2$

Với $t=-2$ ta có $\frac{x}{y}=-2\Leftrightarrow x=-2y$. Thay vào (1), ta được $12y^2=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\Rightarrow x=-2\\ y=-1\Rightarrow x=2\end{array}\right.$.

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x;y)=(-2;1)$, $(x;y)=(2;-1)$

b) Ta có $\begin{cases}y^3+y^2x+3x-6y=0\\ x^2+xy=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^3+y^2x+3(x-2y)=0 & (1)\\ x^2+xy=3 & (2)\end{cases}$

Thay $3=x^2+xy$ từ (2) vào (1), ta được

$y^3+y^2x+\left(x^2+xy\right)(x-2y)\Leftrightarrow x^3-x^2y-xy^2+y^3=0$ (*)

Ta thấy $y=0$ không thỏa hệ phương trình.

Xét $y\neq 0$, chia 2 vế của phương trình (*) cho y^3 ta được $\left(\frac{x}{y}\right)^3-\left(\frac{x}{y}\right)^2-\left(\frac{x}{y}\right)+1=0$

Đặt $t=\frac{x}{y}$, phương trình trở thành $t^3-t^2-t+1=0\Leftrightarrow t=1$ hoặc $t=-1$

□ Với $t=1$ ta có $\frac{x}{y}=1\Leftrightarrow x=y$. Thay vào (2) ta được $2y^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=\sqrt{\frac{3}{2}}\Rightarrow x=\sqrt{\frac{3}{2}}\\ y=-\sqrt{\frac{3}{2}}\Rightarrow x=-\sqrt{\frac{3}{2}}\end{array}\right.$

□ Với $t=-1$ ta có $\frac{x}{y}=-11\Leftrightarrow x=-y$. Thay vào (2) ta được $0=3$ (vô nghiệm).

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x;y)=\left(\sqrt{\frac{3}{2}};\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$, $(x;y)=\left(-\sqrt{\frac{3}{2}};-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$.

DẠNG 5. MỘT SỐ HỆ PHƯƠNG TRÌNH KHÁC

A. Phương pháp giải

1. Đưa về các hệ phương trình quen thuộc

2. Rút thế: Từ một phương trình rút một ẩn (hoặc biểu thức) theo ẩn còn lại (theo một nhóm biểu thức khác). Nếu trong phương trình của hệ mà có một ẩn xuất hiện dưới dạng bậc nhất, thì ta có thể rút ẩn đó theo ẩn còn lại và thế vào phương trình thứ hai của hệ và bạn cũng đừng ngần ngại khi thấy rằng sau khi thực hiện phép thế, phương trình thu được có bậc không nhỏ.

3. Biến đổi về phương trình tích

Xuất phát từ một phương trình hoặc cộng trừ hai phương trình của hệ, dẫn tới một phương trình tích. Từ phương trình tích này ta có thể biểu diễn được ẩn này qua ẩn kia.

4. Đặt ẩn phụ đưa về hệ quen thuộc

Việc đặt ẩn phụ làm cho cấu trúc của hệ nhìn đơn giản hơn, từ đó chúng ta có lời giải rõ ràng hơn. Đểđặt ẩn phụ chúng ta cần tạo ra những nhóm hạng tử đồng dạng với nhau. Để tạo ra những nhóm hạng tử này ta thường thực hiện chia hoặc ghép các hạng tử với nhau.

5. Phương pháp hàm số

6. Phương pháp đánh giá

Để giải hệ phương trình ta có thể sử dụng phương pháp đánh giá. Thông thường ta xuất phát từ một phương trình hoặc kết hợp cả hai phương trình của hệ để ta thiết lập được một phương trình mà đó là trường hợp xảy ra dấu "="của một bất đẳng thức. Từ đó ta tìm được mối quan hệ đơn giản hơn giữa hai ẩn. Cách làm này thường sử dụng khi các yếu tố xuất hiện trong phương trình khó có mối quan hệ biến đổi đại số.

B. Bài tập tự luận

Câu 73. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3-2xy+5y=7(1)\\ 3x^2-2x+y=3(2)\end{cases}$

Lời giải

Nhận xét:Vì ở phương trình (2) của hệ có thể rút y theo theo x, lúc đó thay vào phương trình (1), thì phương trình (1) là bậc ba, nên rất nhiều khả năng giải bằng phương pháp thế.

Nên ta có lời giải sau:

Hpt $\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-2xy+5y=7(1)\\ y=3+2x-3x^2(2)\end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được: $(1) \Leftrightarrow x^3 - 2x(3+2x-3x^2) + 5\left(3+2x-3x^2\right) = 7$

$\Leftrightarrow 7x^3 - 19x^2 + 4x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-1)\left(7x^2 - 12x - 8\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = \dfrac{6-2\sqrt{33}}{7} \Rightarrow y = \dfrac{-153+44\sqrt{23}}{49} \\ x = \dfrac{6+2\sqrt{33}}{7} \Rightarrow y = \dfrac{-153-44\sqrt{23}}{49} \end{array}\right.$$

Câu 74. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt[3]{x-y} = \sqrt{x-y}\,(1) \\ \sqrt{x+4} - \sqrt{1-y} = \sqrt{1-2x}\,(2) \end{cases}$

Lời giải

Từ $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y \\ x - y = 1 \end{array}\right.$

*Với $x = y$ thay vào phương trình (2) của hệ ta được:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le x \le \dfrac{1}{2} \\ x+4 = 2-3x+2\sqrt{(1-x)(1-2x)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le x \le \dfrac{1}{2} \\ 2x+1 = \sqrt{2x^2-3x+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{2} \le x \le \dfrac{1}{2} \\ 2x^2+7x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

*Với $x - 1 = y$ thay vào phương trình (2) của hệ ta được:

$$\sqrt{x+4} - \sqrt{2-x} = \sqrt{1-2x} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le x \le \dfrac{1}{2} \\ x+4 = 3-3x+2\sqrt{(2-x)(1-2x)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le x \le \dfrac{1}{2} \\ 4x+1 = 2\sqrt{2x^2-5x+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{4} \le x \le \dfrac{1}{2} \\ 8x^2-28x-7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-7+3\sqrt{7}}{4} \Rightarrow y = \frac{-11+3\sqrt{7}}{4}$$

Câu 75. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x(x^2+y^2) = y^4\left(1+y^2\right)(1) \\ \sqrt{4x+5} + \sqrt{y^2+8} = 6(2) \end{cases}$

Lời giải

Điều kiện $x \ge -1$.

Phương trình (1) tương đương $(x-y^2)\left(x^2+xy^2+y^4+y^2\right) = 0$

Vì $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array}\right.$ không phải là nghiệm của hệ nên $x^2+xy^2+y^4+y^2 = \left(x+\dfrac{y^2}{2}\right)^2 + \dfrac{3y^2}{4} + y^2 > 0$

Do đó, $(1) \Leftrightarrow x = y^2$ thế vào phương trình (2) thu được $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x+8} = 6$.

Giải phương trình này thu được nghiệm $x = 1$.

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(x;y) = (1;1), (1;-1)$.

Câu 76. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3+3xy^2=-49 & (1) \\ x^2-8xy+y^2=8y-17x & (2) \end{cases}$

Lời giải

Lấy (1) + 3.(2) ta có được:

$x^3+3x^2+3xy^2-24xy+3y^2=24y-51x-49 \Leftrightarrow x^3+3x^2+3x+1+3y^2(x+1)-24y(x+1)+48(x+1)=$

$\Leftrightarrow (x+1)\left((x+1)^2+3y^2-24y+48\right)=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=\pm 4$

Vậy hệ có hai cặp nghiệm $(x;y)=(-1;\pm 4)$

Câu 77. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+xy(2x+y)=5xy \\ x+y+xy(3x-y)=4xy \end{cases}$

Lời giải

Ta có $x=y=0$ là một nghiệm của hệ. Các cặp số $(x;y)$ với $x=0, y\neq 0; x\neq 0, y=0$ không là nghiệm của hệ.

Xét $xy\neq 0$ chia hai vế phương trình cho $xy\neq 0$ ta được: $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+2x+y=5 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+3x-y=4 \end{cases}$

Suy ra: $5-2x-y=4+y-3x \Leftrightarrow x=2y-1(*)$ thay vào phương trình thứ hai ta có: $2y-1+y+y(2y-1)(5y-3)=4y(2y-1)$

$\Leftrightarrow 3y-1+y(10y^2-11y+3)=8y^2-4y \Leftrightarrow 10y^3-19y^2+10y-1=0 \Leftrightarrow (y-1)(10y^2-9y+1)=0$

$\Leftrightarrow y-1; y=\frac{9+\sqrt{41}}{20}; y=\frac{9-\sqrt{41}}{20}$

Đáp số $(x;y)=(1;1),\left(\frac{9+\sqrt{41}}{20};\frac{\sqrt{41}-1}{10}\right);\left(\frac{9-\sqrt{41}}{20};\frac{-\sqrt{41}-1}{10}\right)$

Câu 78. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} xy+x+y=x^2-2y^2 (1) \\ x\sqrt{2y}-y\sqrt{x-1}=2x-2y (2) \end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x\geq 1, y\geq 0$

Phương trình $(1) \Leftrightarrow (x+y)(x-2y-1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-y \\ x=2y+1 \end{array}\right.$

Ta thay lần lượt từng trường hợp một vào phương trình (2).Giải ra kết quả

*Với $x=-y$ thay vào pt (2) ta được $y\left(\sqrt{2y}+\sqrt{-y-1}-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \Rightarrow x-0 (l) \\ \sqrt{2y}+\sqrt{-y-1}=4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2y(-y-1)}=17-y \Leftrightarrow \begin{cases} y\leq 17 \\ 9y^2-26y+289=0 (VN) \end{cases}$

* Với $x=2y+1$ thay vào pt (2) ta được $(y+1)\left(\sqrt{2y}-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-1 (l) \\ y=2 \Rightarrow x=5 \end{array}\right.$

Vậy hệ có cặp nghiệm $(x;y)=(5;2)$

Cách khác: Điều kiện $x\geq 1; y\geq 0$.

Phương trình (1) tương đương $x^2-(y+1)x-y-2y^2=0$

Xem phương trình này là phương trình bậc hai ẩn x. Ta có $\Delta=(y+1)^2+4(y+2y)^2=(3y+1)^2$.

Khi đó, $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2y+1\\x=-y\end{array}\right.$. Nói cách khác $(1)\Leftrightarrow(x+y)(x-2y-1)=0\Leftrightarrow x=2y+1(do\ x+y>0)$.

Thế vào phươngtrình (2) thu được

$(2y+1)\sqrt{2y}-y\sqrt{2y}=2(2y+1)-2y\Leftrightarrow(y+1)\sqrt{2y}=2(y+1)\Leftrightarrow y=2(do\ y\ge 0)$.

Vậy hệ đã cho có nghiệm (5;2).

Câu 79. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+1+y(x+y)=4y & (1)\\(x^2+1)(y+x-2)=y & (2)\end{cases}$

Lời giải

Ta thấy: $y=0$ không là nghiệm của hệ. Chia hai vế phương trình (1) và (2) cho y ta có hệ:

$\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{y}+x+y=4\\\left(\dfrac{x^2+1}{y}\right)(x+y-2)=1\end{cases}$. Đặt: $u=\dfrac{x^2+1}{y};v=x+y-2\Rightarrow\begin{cases}u+v=2\\u.v=1\end{cases}$

Giải hệ trên suy ra $u=v=1$ ta có $\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{y}=1\\x+y-2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=x^2+1\\y=3-x\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=2\\x=-2\Rightarrow y=5\end{array}\right.$

Vậy hệ có nghiệm: $(x;y)=(1;2),(-2;5)$.

Câu 80. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}y+xy^2=6x^2\ (1)\\1+x^2y^2=5x^2\ (2)\end{cases}$

Lời giải

Nhận xét: $x=0$ không là nghiệm của hệ (vì phương trình (2) vô nghiệm)

Chia hai vế của hai phương trình của hệ cho $x^2\ne 0$. Khi đó hệ đã cho trở thành:

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{x}\left(\dfrac{y}{x}\right)+y\left(\dfrac{y}{x}\right)=6\\\dfrac{1}{x^2}+y^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{y}{x}\left(\dfrac{1}{x}+y\right)=6\\\dfrac{1}{x^2}+y^2=5\end{cases}$.

Đặt: $u=\dfrac{1}{x};\Rightarrow\begin{cases}uy(u+y)=6\\u^2+y^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}sp=6\\s^3-5s-12=0\end{cases}\quad(s=u+y;p=uy)$

Giải hệ trên ta được $\begin{cases}s=3\\p=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+y=3\\uy=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=2;y=1\\u=1;y=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{2};y=1\\x=1;y=2\end{array}\right.$

Đáp số $(x;y)=(1;2),\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 81. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x^2(y+1)=6y-2 & (1)\\x^4y^2+2x^2y^2+y(x^2+1)=12y^2-1\ (2)\end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $y\ne 0;y\ne -1$

Khi đó: $(1)\Leftrightarrow x^2y(y+1)=6y^2-2y\Rightarrow x^2-2=\frac{4y-4}{y+1};x^2+3=\frac{9y+1}{y+1}$.

Thay vào (2), ta có: $x^4y^2+x^2y^2+y+6y^2-2y=12y^2-1\Leftrightarrow(x^2-2)(x^2+3)y^2-y+1=0$

$$\Leftrightarrow\frac{4(y-1)(9y+1)y^2}{(y+1)^2}=y-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\\4(9y+1)y^2=(y+1)^2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=1\to x=\pm\sqrt{2}\\y=\frac{1}{3}\to x=0\end{array}\right.$$

Câu 82. Giải hệ: $\begin{cases}x^2y+2y+x=4xy\\\frac{1}{x^2}+\frac{1}{xy}+\frac{x}{y}=3\end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x\neq 0, y\neq 0$. Chia hai vế phương trình (1) cho xy, thêm 1 vào hai vế của phương trình (2) và nhóm chuyển về dạng tích $\Rightarrow\begin{cases}x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=4\\\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=4\end{cases}$

Đặt: $u=x+\frac{1}{x};v=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\Rightarrow\begin{cases}u+v=4\\uv=4\end{cases}\Leftrightarrow u=v=4$. Học sinh giải tiếp.

Câu 83. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}x(2x+3y)(x-1)=14\\x^2+x+3y=9\end{cases}$

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Hệ viết lại: $\begin{cases}(x^2+x)(2x+3y)=14\\(x^2+x)(2x+3y)=9\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+x=2\\2x+3y=7\end{cases}\\\begin{cases}x^2+x=7\\2x+3y=2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1y=3\\x=2;y=1\end{cases}\\\begin{cases}x=\frac{1+\sqrt{29}}{2};y=\frac{1-\sqrt{29}}{2}\\x=\frac{1-\sqrt{29}}{2};y=\frac{1+\sqrt{29}}{2}\end{cases}\end{array}\right.$

Câu 84. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}(3x+y)^2-3(9x^2-y^2)-10(3x-y)=0\\3x+y+\frac{1}{3x-y}=6\end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $3x-y\neq 0\Rightarrow y\neq 3x$. Chia hai vế phương trình (1) cho $3x-y\neq 0$. Khi đó

Phương trình (1) của hệ trở thành: $\left(\frac{3x+y}{3x-y}\right)^2-3\left(\frac{3x+y}{3x-y}\right)-10=0\Rightarrow\frac{3x+y}{3x-y}=5\vee\frac{3x+y}{3x-y}=-2$. Khi đó

* Trường hợp 1: $\begin{cases}\frac{3x+y}{3x-y}=5\\3x+y+\frac{1}{3x-y}=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+y=2\\\frac{1}{3x-y}=3\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;y=2\\x=\frac{1}{5};y=\frac{2}{5}\end{array}\right.$

Trường hợp 2: $\begin{cases}\dfrac{3x+y}{3x-y}=-2\\ 3x+y+\dfrac{1}{3x-y}=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x+y=2\\ \dfrac{1}{3x-y}=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3+\sqrt{11}}{12};y=\dfrac{3\left(3+\sqrt{11}\right)}{4}\\ x=\dfrac{3-\sqrt{11}}{2};y=\dfrac{3\left(3-\sqrt{11}\right)}{4}\end{array}\right.$

Câu 85. **(ĐH-KD-2009).**Giải hệ: $\begin{cases}x\left(x+y-1\right)=3\\ \left(x+y\right)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0\end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x\neq 0$. Chia hai vế phương trình (1) cho $x\neq 0$, thì (1) trở thành:

$\Leftrightarrow x+y+1-\dfrac{3}{x}=0\Leftrightarrow x+y=\dfrac{3}{x}-1$. Thế vào phương trình (2) của hệ thì (2) trở thành:

$\Leftrightarrow\left(\dfrac{3}{x}-1\right)^2-\dfrac{5}{x^2}+1=0\Leftrightarrow\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{6}{x}+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{x}=1\\ \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;y=1\\ x=2;y=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left(x;y\right)=\left(1;1\right),\left(2;\dfrac{3}{2}\right)$

Câu 86. **(ĐH-KB-2009).** Giải hệ sau: $\begin{cases}xy+x+1=7y\\ x^2y^2+xy+1=13y^2\end{cases}$

Lời giải

Nhận xét: $y=0$ không là nghiệm vì (1) vô lý, cho nên ta chia hai vế phương trình (1) và (2) của hệ cho $y\neq 0;y^2\neq 0$. Khi đó hệ trở thành:

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+\dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{y}=7\\ x^2+\dfrac{x}{y}+\dfrac{1}{y^2}=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x+\dfrac{1}{y}\right)+\dfrac{x}{y}=7(3)\\ \left(x+\dfrac{1}{y}\right)^2-\dfrac{x}{y}=13(4)\end{cases}\Leftrightarrow\left(x+\dfrac{1}{y}\right)^2-\left(x+\dfrac{1}{y}\right)-20=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+\dfrac{1}{y}=-5\\ x+\dfrac{1}{y}=4\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=12y\\ 12y^2+5y+1=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=3y\\ 3y^2-4y+1=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1;y=\dfrac{1}{3}\\ x=3;y=1\end{array}\right.\Rightarrow\left(x;y\right)=\left(1;\dfrac{1}{3}\right),\left(3;1\right)$

Câu 87. **(ĐH-KB-2008).** Giải hệ: $\begin{cases}x^4+2x^3y+x^2y^2=-2x+9\\ x^2+2xy=6x+6\end{cases}$

Lời giải

Hệ viết lại: $\begin{cases}x^2\left(x+y\right)^2=2x+9\\ x^2+2xy=6x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x^2+xy\right)^2=2x+9(3)\\ xy=\dfrac{6x+6-x^2}{2}(4)\end{cases}$. Thay (4) vào (3) rút gọn ta có:

$\Leftrightarrow x^4+12x^3+48x^2+64x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^3+12x^2+48x+64=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ \left(x+4\right)^3=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-4\end{array}\right.$

Học sinh giải tiếp. Đáp số nghiệm hệ: $\left(x;y\right)=\left(-4;\dfrac{17}{4}\right)$

Câu 88. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^3-5x=y^3-5y(1) \\ x^8+y^8=1(2) \end{cases}$

Lời giải

Từ (2) suy ra: $|x|,|y|\le 1$.

Từ (1) ta xét hàm số: f(t)=$t^3-5t \Rightarrow f'(t)=3t^2-5<0 \vee t\in[-1;1]$

Do vậy f(t) là một hàm số nghịch biến. Vậy để có (1) chỉ xảy ra khi $x=y$.

Khi đó (2) trở thành: $x^8=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\Rightarrow (x;y)=\left(-\frac{1}{\sqrt[8]{2}};-\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right);\left(\frac{1}{\sqrt[8]{2}};\frac{1}{\sqrt[8]{2}}\right)$

Câu 89. **(ĐH-KA-2010).**Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \left(4x^2+1\right)x+\left(y-3\right)\sqrt{5-2y}=0 \\ 4x^2+y^2+2\sqrt{3-4x}=7 \end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x\le\frac{3}{4}, y\le\frac{5}{2}$. Đặt: $t=\sqrt{5-2y}\Rightarrow y=\frac{1}{2}\left(5-t^2\right)$, thay vào (1)của hệ ta có:

$\Leftrightarrow 4x^3+x=t\left(3-\frac{5-t^2}{2}\right)\Leftrightarrow 8x^3+2x=t^3+t$.

Xét hàm số: $f(x)=x^3+x\Rightarrow f'(x)=3x^2+1>0\vee x\to f(x)$ đồng biến cho nên vế trái chẳng qua là khi t=2x. Do đó: $\sqrt{5-2y}=2x\Leftrightarrow y=\frac{5-4x^2}{2}$. Thay vào phương trình (2) của hệ ta được:

$g(x)=4x^2+\left(\frac{5-4x^2}{2}\right)^2+2\sqrt{3-4x}=0\vee x\in\left(0;\frac{3}{4}\right)$

Dễ thấy $x=0$ và $x=\frac{3}{4}$ không là nghiệm.

Ta xét: $g'(x)=8x-8x\left(\frac{5}{2}-2x^2\right)-\frac{4}{\sqrt{3-4x}}=4x\left(4x^2-3\right)-\frac{4}{\sqrt{3-4x}}<0\vee x\in\left(0;\frac{3}{4}\right)$,

với: $g(\frac{1}{2})=0\Rightarrow x=\frac{1}{2};y=0$ là nghiệm của hệ

Câu 90. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x^5+xy^4=y^{10}+y^6\ (1) \\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6(2) \end{cases}$

Lời giải

Điều kiện: $x\ge-\frac{4}{5}$. Với $y=0$ không là nghiệm của hệ, chia cả hai vế của phương trình (1) cho $y^5\ne 0$

$\Rightarrow\left(\frac{x}{y}\right)^5+\left(\frac{x}{y}\right)=y^5+y$. Hàm số: $f(t)=t^5+t; f'(t)=5t^4+1>0\vee t\in R$.

Chứng tỏ $f(t)$ đồng biến. Cho nên để có (*) thì chỉ xảy ra khi $\frac{x}{y}=y\leftrightarrow x=y^2$

Thay vào phương trình (2) ta được: $\sqrt{4x+5}+\sqrt{x+8}=6\Rightarrow x=1$

Vậy hệ có nghiệm là $(x;y)=(1;-1)$.

Câu 91. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} x+\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{x^2-2x+9}}=x^2+y \\ y+\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{y^2-2y+9}}=y^2+x \end{cases}$

Lời giải

Cộng hai vế phương trình của hệ vế với vế ta có:

$\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{x^2-2x+9}}+\dfrac{2xy}{\sqrt[3]{y^2-2y+9}}=x^2+y^2$. Ta có $x=y=0$ là một nghiệm của hệ.

Ta có: $\sqrt[3]{x^2-2x+9}=\sqrt[3]{(x-1)^2+8}\geq 2\Rightarrow VT\leq xy+xy=2xy$. Khi đó: $VP=x^2+y^2\geq 2xy$.

Cho nên dấu bằng chỉ xảy ra khi $x=y=1$. Vậy hệ có hai nghiệm: $(x;y)=(0;0),(1;1)$.

Câu 92. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} y=-x^3+3x+4 \\ x=2y^3-6y-2 \end{cases}$

Lời giải

Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} (y-2)=-(x+1)^2(x-2)(1) \\ (x-2)=2(y+1)^2(y-2)(2) \end{cases}$

Nếu $y>2$ từ (1) suy ra $x<2$. Vô lý vì (2) vô nghiệm

Nếu $y<2$ y<2 từ (2) suy ra $x<2$. Vô lý vì (1) vô nghiệm

Vậy hệ có nghiệm duy nhất: $(x;y)=(2;2)$.

Câu 93. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} (1+x)(1+x^2)(1+x^4)=1+y^7 \\ (1+y)(1+y^2)(1+y^4)=1+x^7 \end{cases}$

Lời giải

Dễ thấy: $x=y=0$ hoặc $x=y=-1$ là nghiệm của hệ

Xét: $x>0$

$\Leftrightarrow 1+y^7=(1+x)(1+x^2)(1+x^4)=1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7>1+x^7\Rightarrow y>x$

$\Leftrightarrow 1+x^7=(1+y)(1+y^2)(1+y^4)=1+y+y^2+y^3+y^4+y^5+y^6+y^7>1+y^7\Rightarrow x>y$

Vậy hệ vô nghiệm. Tương tự khi y>0 hệ cũng vô nghiệm

Xét: x<-1 $\Rightarrow 1+x^7<0\Rightarrow y<-1$

Ta có: $1+(x+x^2)+(x^3+x^4)+(x^5+x^6)+x^7>1+x^7\Rightarrow y>x$. Tương tự khi y<-1 ta có x>y

Hệ cũng vô nghiệm

Xét trường hợp $-1<x<0$. Hệ cũng vô nghiệm.

Kết luận: Hệ có nghiệm: $(x;y)=(0;0),(-1;-1)$.

PHẦN 2. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH KHÁ

Câu 1. Hệ nào sau đây là hệ phương trình gồm 1 phương trình bậc nhất và một phương trình bậc 2 hai ẩn

A. $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x-2y=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ x^2-2xy+y=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 2x^2+3y=5 \\ x^3-2xy+y^2=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2x^2y+3y=5 \\ x-2y=-1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B.

Hệ phương trình gồm 1 phương trình bậc nhất và một phương trình bậc 2 hai ẩn có dạng là

$$\begin{cases} mx+ny=p\ (1) \\ ax^2+bxy+cy^2+dx+ey=f\ (2) \end{cases} \left(m\neq 0; n\neq 0; a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$$

Câu 2. Tất cả các nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;2)$ và $(1;-2)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\begin{cases} 2x+y=0\,(1) \\ x^2+y^2=5\,(2) \end{cases}$

$(1)\Rightarrow y=-2x$ thay vào (2) ta được: $5x^2=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=2 \\ y=-2 \end{array}\right.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(-1;2)$ và $(1;-2)$.

Câu 3. Nghiệm $(x;y)$ của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2+2y+1=6 \end{cases}$ là

A. $(-1;2),(3;-2)$. **B.** $(2;-1),(3;-2)$. **C.** $(-1;2),(3;2)$. **D.** $(-2;1),(3;-2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x+y=1\Rightarrow y=1-x$, thay vào phương trình (2) ta được

$$x^2+2(1-x)+1=6\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow y=2 \\ x=3\Rightarrow y=-2 \end{array}\right.$$

Vậy HPT có hai nghiệm $(x;y)$ là $(-1;2),(3;-2)$.

Câu 4. Hệ phương trình $\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 4.
C. 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C.

$$\begin{cases} y+x^2=4x \\ 2x+y-5=0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} y=4x-x^2 \\ 2x+y-5=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow 2x+4x-x^2-5=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x+5=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=5 \Rightarrow y=-5 \end{array}\right.$

Câu 5. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y=-1 \\ x^2+xy=5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} x+y=-1(1) \\ x^2+xy=5(2) \end{cases}$

$(1) \Rightarrow y=-1-x$ thay vào (2) ta được $x^2+x(-1-x)=5 \Leftrightarrow x=-5 \Rightarrow y=4$.

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm.

Câu 6. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 3x^2-y^2+2y=4 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $(1;-3)$ hoặc $\left(\frac{18}{7};\frac{1}{7}\right)$ **B.** $(1;1)$ hoặc $\left(\frac{-18}{7};\frac{-1}{7}\right)$.

C. $(1;-3)$ hoặc $\left(\frac{-18}{7};\frac{1}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{18}{7};\frac{1}{7}\right)$ hoặc $(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn A.

$\begin{cases} 2x-y=5 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5=y \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$

$\Rightarrow x^2+x(2x-5)+(2x-5)^2=7$

$\Leftrightarrow 7x^2-25x+18=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=-3 \\ x=\frac{18}{7} \Rightarrow y=\frac{1}{7} \end{array}\right.$

Câu 7. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=1 \\ y=x+m \end{cases}$ có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=-\sqrt{2}$. **C.** $m=\sqrt{2}$ và $m=-\sqrt{2}$. **D.** $\forall m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C.

Thế $y=x+m$ vào phương trình $x^2+y^2=1$ ta được $2x^2+2mx+m^2-1=0\,(*)$ có $\Delta'=-m^2+2$.

Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 8. Biết hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y-1=0 & (1) \\ x^2+2y^2-3x+2y-3=0 & (2) \end{cases}$ có hai nghiệm $(x_1;y_1),(x_2;y_2)$. Khi đó giá trị của $x_1x_2+y_1y_2$ bằng

A. $\frac{15}{9}$. **B.** $-\frac{15}{9}$. **C.** $\frac{3}{9}$. **D.** $\frac{27}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(1) \Leftrightarrow y = 2x - 1$. Thay vào (2) ta được:

$$(2) \Leftrightarrow x^2 + 2(2x-1)^2 - 3x + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 7x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x = -\dfrac{2}{9} \Rightarrow y = -\dfrac{13}{9} \end{array}\right.$$

Khi đó $x_1x_2 + y_1y_2 = 1.\left(-\dfrac{2}{9}\right) + 1.\left(-\dfrac{13}{9}\right) = -\dfrac{15}{9}$.

Câu 9. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 4 \\ xy + y^2 = m^2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hệ phương trình có nghiệm với mọi m.

B. Hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \ge \sqrt{8}$.

C. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $|m| \ge 2$.

D. Hệ phương trình luôn vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ xy + y^2 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ xy + y^2 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ (4-y)y + y^2 = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ 4y = m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - y \\ y = \dfrac{m^2}{4} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm với mọi m.

Câu 10. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 & (1) \\ x^2 - 2y^3 + 2x + 2y - 8 = 0 & (2) \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm $(x;y)$

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(1) \Leftrightarrow y = 2x - 3$. Thay vào (2) ta được:

$$(2) \Leftrightarrow 16x^3 - 73x^2 + 102x - 40 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(16x^2 - 41x + 20) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \dfrac{41 \pm \sqrt{401}}{32} \end{array}\right.$$

Khi đó, hệ có 3 nghiệm $(2;1); \left(\dfrac{41+\sqrt{401}}{32}; \dfrac{-7+\sqrt{401}}{16}\right); \left(\dfrac{41-\sqrt{401}}{32}; \dfrac{7+\sqrt{401}}{16}\right)$

Câu 11. Hệ phương trình $\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 \\ x^3 + 3y^2 - 3x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

$\begin{cases} x + 2y - 3 = 0 & (1) \\ x^3 + 3y^2 - 3x + 2y - 3 = 0 & (2) \end{cases}$

Ta có $(1) \Leftrightarrow x = 3 - 2y$. Thay vào (2) ta được:

$(2) \Leftrightarrow 8y^3-39y^2+46y-15=0$

$\Leftrightarrow (y-1)(8y^2-31y+15)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{31\pm\sqrt{481}}{16} \end{array}\right.$

Khi đó, hệ có 3 nghiệm $(1;1);\left(-\dfrac{7+\sqrt{481}}{8};\dfrac{31+\sqrt{481}}{16}\right);\left(\dfrac{-7+\sqrt{481}}{8};\dfrac{31-\sqrt{481}}{16}\right)$.

Câu 12. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2+xy+y^2=3 \\ x+xy+y=-1 \end{cases}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-xy=3 \\ (x+y)+xy=-1 \end{cases}$.

Đặt $S=x+y, P=x.y \ \ (S^2\geq 4P)$

Ta được hệ mới $\begin{cases} S^2-P=3 \\ S+P=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=S^2-3 \\ S^2+S-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=S^2-3 \\ \left[\begin{array}{l} S=1 \\ S=-2 \end{array}\right. \end{cases}$

Với $S=1 \Rightarrow P=-2$ (loại)

Với $S=-2 \Rightarrow P=1 \Rightarrow \begin{cases} x+y=-2 \\ x.y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2-y \\ x^2+2x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-1 \\ x=-1 \end{cases}$.

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(-1;-1)$.

Câu 13. **(THPT Yên Dũng 3 - Bắc Giang lần 1- 18-19)** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y-3=0 \\ xy-2x+2=0 \end{cases}$ có nghiệm là $(x_1;y_1)$ và $(x_2;y_2)$. Tính x_1+x_2.

A. 2. **B.** 0. **C.** −1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases} x+y-3=0 \\ xy-2x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x(3-x)-2x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x^2-x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \end{array}\right. \Rightarrow x_1+x_2=1$

Câu 14. Gọi $(x;y)$ là nghiệm dương của hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=4 \\ x^2+y^2=128 \end{cases}$. Tổng $x+y$ bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x\geq y>0$

Ta có: $\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=4\Leftrightarrow\sqrt{x^2-y^2}=8-x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 8\\ y^2=16x-64\end{cases}$

Thay $y^2=16x-64$ vào PT $x^2+y^2=128$ ta được PT: $x^2+16x-192=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=8\\ x=-24\end{array}\right.$.

Suy ra PT có nghiệm $\begin{cases}x=8\\ y=8\end{cases}$. Vậy $x+y=16$

Câu 15. Biết hệ phương trình $\begin{cases}y+2x=4xy\\ 2y-x=3xy\end{cases}$ có nghiệm $(x_0;y_0)$ với $x_0\neq 0$. Tỉ số $\frac{y_0}{x_0}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases}y+2x=4xy\ (1)\\ 2y-x=3xy\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3y+6x=12xy\\ 8y-4x=12xy\end{cases}\Rightarrow 3y+6x=8y-4x\Leftrightarrow 10x-5y=0\Leftrightarrow y=2x$.

Thay vào (1) ta được: $2x+2x=4x.2x\Leftrightarrow 4x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(loai)\\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow y=1$.

Hệ phương trình có nghiệm là $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Vậy tỉ số $\frac{y_0}{x_0}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=2$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 16. Hệ phương trình sau có bao nhiêu nghiệm thực: $\begin{cases}x^2-y=y^2-x & (1)\\ x^2-6y=7 & (2)\end{cases}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình (1): $x^2-y=y^2-x\Leftrightarrow x^2-y^2+x-y=0\Leftrightarrow(x-y)(x+y+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y\\ y=-x-1\end{array}\right.$.

➢ Với $x=y$ thay vào phương trình (2) ta được: $x^2-6x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=7\end{array}\right.$.

Hệ phương trình có hai nghiệm là: $(-1;-1),(7;7)$.

➢ Với $y=-x-1$ thay vào phương trình (2) ta được:

$x^2-6(-x-1)=7\Leftrightarrow x^2+6x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3+\sqrt{10}\\ x=-3-\sqrt{10}\end{array}\right.$.

Với $x=-3+\sqrt{10}\Rightarrow y=2-\sqrt{10}$.

Với $x=-3-\sqrt{10}\Rightarrow y=2+\sqrt{10}$.

Vậy hệ phương trình có tất cả các nghiệm là: $(-1;-1)$, $(7;7)$, $\left(-3+\sqrt{10};2-\sqrt{10}\right)$, $\left(-3-\sqrt{10};2+\sqrt{10}\right)$.

Câu 17. Hệ phương trình $\begin{cases}x^3-2019y=x\\y^3-2019x=y\end{cases}$ có số nghiệm là:

A. 4. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Trừ hai phương trình theo vế ta được: $x^3-2019y-y^3+2019x=x-y$

$\Leftrightarrow (x-y)\left(x^2+xy+y^2+2018\right)=0 \Leftrightarrow (x-y)\left(\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2+2018+\frac{3}{4}y^2\right)=0 \Leftrightarrow x=y$ vì biểu thức $\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2+2018+\frac{3}{4}y^2>0,\forall x,y$.

Với $y=x$ ta được: $x^3-2020x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-2020\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}x=0 & \Rightarrow y=0\\ x=\sqrt{2020} & \Rightarrow y=\sqrt{2020}\\ x=-\sqrt{2020} & \Rightarrow y=-\sqrt{2020}\end{array}\right.$.

Vậy hệ đã cho có 3 nghiệm.

Câu 18. Hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=1\\x^2-2x+2y+2=0\end{cases}$ có số nghiệm là:

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases}x+y=1 \quad (1)\\x^2-2x+2y+2=0 \quad (2)\end{cases}$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow y=1-x$

Thế vào phương trình (2);ta được :

$$x^2-2x+2(1-x)+2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x+4=0$$
$$\Leftrightarrow x=2$$

Với $x=2 \Rightarrow y=-1$

Hệ có 1 nghiệm : $(x;y)=(2;-1)$

Câu 19. Hệ phương trình $\begin{cases}x^2-xy=2\\2x^2+xy-y^2=9\end{cases}$ có nghiệm là $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $x_0>1$. Tổng $S=x_0+y_0$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đặt $y=tx$ thay vào hệ ta được $\begin{cases} x^2(1-t)=2 & (1) \\ x^2(2+t-t^2)=9 & (2) \end{cases}$.

Do $t=1$ không thỏa mãn (1) nên suy ra $\dfrac{2+t-t^2}{1-t}=\dfrac{9}{2} \Leftrightarrow 2t^2-11t+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=5 \\ t=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

+ Với $t=5$ thay vào (1) ta được $-4x^2=2$ (phương trình vô nghiệm).

+ Với $t=\dfrac{1}{2}$ thay vào (1) ta được $x^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2>1 \\ x=-2<1 \end{array}\right.$.

Vậy $x_0=2 \Rightarrow y_0=1 \Rightarrow S=x_0+y_0=3$.

Câu 20. **(HKI XUÂN PHƯƠNG - HN)** Giả sử $(x;y)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases}$

Tính $x-2y$

A. 2. **B.** –3. **C.** 1. **D.** –2.

Lời giải

Chọn B

. Điều kiện: $\begin{cases} xy \ge 0 \\ x \ge -1 \\ y \ge -1 \end{cases}$.

$\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ x+y+2\sqrt{x+y+xy+1}=14 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} a=x+y \\ b=\sqrt{xy} \end{cases} (a \ge -2, b \ge 0)$ ta được hệ phương trình: $\begin{cases} a-b=3 \\ a+2\sqrt{a+b^2+1}=14 \end{cases}$

$\Rightarrow a+2\sqrt{a+(a-3)^2+1}=14 \Leftrightarrow 2\sqrt{a^2-5a+10}=14-a \Leftrightarrow \begin{cases} 14-a \ge 0 \\ 4(a^2-5a+10)=(14-a)^2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \le 14 \\ 3a^2+8a-156=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \le 14 \\ \left[\begin{array}{l} a=6 \\ a=-\dfrac{26}{3} \end{array}\right. \end{cases} \overset{a \ge -2}{\Leftrightarrow} a=6 \Rightarrow b=3.$

$\begin{cases} a=6 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ \sqrt{xy}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ xy=9 \end{cases}$.

x, y là nghiệm của phương trình: $X^2-6X+9=0 \Leftrightarrow X=3 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$.

Vậy $x-2y=-3$.

Câu 21. Hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2-y^2=1 \\ x^2+5y^2=2 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Có $\begin{cases}2x^2-y^2=1\\x^2+5y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=\dfrac{7}{11}\\y^2=\dfrac{3}{11}\end{cases}$. Vậy phương trình đã cho có 4 bộ nghiệm $(x;y)$ là

$$\left(\sqrt{\frac{7}{11}};\sqrt{\frac{3}{11}}\right),\left(-\sqrt{\frac{7}{11}};\sqrt{\frac{3}{11}}\right);\left(\sqrt{\frac{7}{11}};-\sqrt{\frac{3}{11}}\right);\left(-\sqrt{\frac{7}{11}};-\sqrt{\frac{3}{11}}\right).$$

Câu 22. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+xy+y^2=4\\xy+x+y=2\end{cases}$

A. $(0;2),(2;0)$. **B.** $(0;0),(2;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(2;2)$.

Lời giải

Chọn A.

$\begin{cases}x^2+xy+y^2=4\\xy+x+y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-xy=4\\x+y+xy=2\end{cases}$.

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}S^2-P=4\\S+P=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}P=2-S\\S^2+S-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}S=2\\P=0\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}\\\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}\end{array}\right.\\\begin{cases}S=-3\\P=5\end{cases}(l)\end{array}\right.$$

Câu 23. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm nguyên: $\begin{cases}x+y+xy=-7\\x^2+y^2-3x-3y=16\end{cases}$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

$\begin{cases}x+y+xy=-7\\x^2+y^2-3x-3y=16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+xy=-7\\(x+y)^2-3(x+y)-2xy=16\end{cases}$.

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S+P=-7 \\ S^2-3S-2P=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=-7-S \\ S^2-S-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} S=2 \\ P=-9 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1+\sqrt{10} \\ y=1-\sqrt{10} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{10} \\ y=1+\sqrt{10} \end{cases} \end{array} \right. \\ \begin{cases} S=-1 \\ P=-6 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Vậy hệ có hai nghiệm nguyên: $(2;-3),(-3;2)$.

Câu 24. Hệ phương trình sau có mấy nghiệm $\begin{cases} xy+x+y=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} xy+x+y=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy=11 \\ xy(x+y)=30 \end{cases}.$$

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S+P=11 \\ SP=30 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} S=5 \\ P=6 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \end{array} \right. \\ \begin{cases} S=6 \\ P=5 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases} \\ \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Vậy hệ có bốn nghiệm: $(1;5),(5;1),(2;3),(3;2)$.

Câu 25. Hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ 3(x+y)+2xy+9=0 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ 3(x+y)+2xy+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-2xy=13 \\ 3(x+y)+2xy+9=0 \end{cases}.$$

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}S^2-2P=13\\3S+2P+9=0\end{cases}$. Giải hệ tìm S và P từ đó tìm được hệ có bốn nghiệm:

$$(x;y)=(3;-2),(-2;3),\left(-2+\frac{\sqrt{10}}{2};-2-\frac{\sqrt{10}}{2}\right),\left(-2-\frac{\sqrt{10}}{2};-2+\frac{\sqrt{10}}{2}\right)$$

$\Rightarrow$ hệ không có nghiệm nguyên dương.

Câu 26. Hệ phương trình $\begin{cases}x+xy+y=-1\\x^2y+y^2x=-6\end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên âm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

$\begin{cases}x+xy+y=-1\\x^2y+y^2x=-6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y+xy=-1\\xy(x+y)=-6\end{cases}$.

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2\ge 4P$. Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases}S+P=-1\\SP=-6\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}S=2\\P=-3\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}\\\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}\end{array}\right.\\\begin{cases}S=-3\\P=2\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}\\\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Nguyễn Bảo Vương

Câu 27. Hệ phương trình $\begin{cases}x+y+xy=11\\x^2+y^2+3(x+y)=28\end{cases}$ có mấy nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{cases} x+y+xy=11 \\ (x+y)^2-2xy+3(x+y)=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S+P=11 \\ S^2+3S-2P=28 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P=11-S \\ S^2+5S-50=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} S_1=5 \\ P_1=6 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \end{array} \right. \\ \begin{cases} S_2=-10 \\ P_2=21 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-3 \\ y=-7 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-7 \\ y=-3 \end{cases} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Kết luận: Hệ đã cho có 4 nghiệm $(2;3),(3;2),(-3;-7),(-7;-3)$.

Câu 28. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+xy=7 \\ x^4+y^4+x^2y^2=21 \end{cases}$. Ta có các khẳng định sau:

1. Hệ phương trình vô nghiệm.

2. Hệ phương trình có vô số nghiệm.

3. Hệ phương tình có hai nghiệm phân biệt.

4. Hệ phương trình có bốn nghiệm phân biệt.

Trong các khẳng định trên khẳng định nào đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-xy=7 \\ \left(x^2+y^2\right)^2-x^2y^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-xy=7 \\ (7-xy)^2-x^2y^2=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2=7+xy \\ xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\pm 3 \\ xy=2 \end{cases}$$

Hệ có 4 nghiệm $(x;y)$ là $(1;2),(2;1),(-1;-2),(-2;-1)$.

Câu 29. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3+y^3=8 \\ x+y+2xy=2 \end{cases}$.

A. $(0;0)$. **B.** $(0;0),(2;2)$. **C.** $(0;2),(2;0)$. **D.** $(2;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt x + y = S, xy = P. Hệ trở thành: $\begin{cases} S^3-3PS=8 \\ S+2P=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=2 \\ P=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0, y=2 \\ x=2; y=0 \end{array} \right.$

Câu 30. Hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{13}{6} \\ x+y=6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm dương phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x\neq 0, y\neq 0$.

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ x^2+y^2=\dfrac{13}{6}xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ (x+y)^2-\dfrac{15}{6}xy=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ xy=\dfrac{216}{25} \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm là $\left(\dfrac{18}{5},\dfrac{12}{5}\right);\left(\dfrac{12}{5},\dfrac{18}{5}\right)$.

Câu 31. Hệ phương trình $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^2+y^2+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=9 \end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x\neq 0, y\neq 0$.

$\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=5 \\ x^2+y^2+\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=5 \\ u^2-2+v^2-2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=5 \\ uv=6 \end{cases}$

với $u=x+\dfrac{1}{x}, v=y+\dfrac{1}{y}$

TH1: $u=2, v=3$ nghiệm là $x=1, y=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

TH2: $u=3, v=2$ nghiệm là $x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}, y=1$

Câu 32. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=6(1) \\ x^2y+xy^2=20(2) \end{cases}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

1. Hệ phương trình có hai nghiệm nguyên dương phân biệt.

2. Hệ phương trình có hai nghiệm nguyên âm phân biệt.

3. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Cả 3 đáp án đều sai

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x,y\ge 0$. Đặt $t=\sqrt{xy}\ge 0$, ta có: $xy=t^2$ và $\Rightarrow x+y=\frac{36}{t^2}-2t=\frac{36-2t^3}{t^2}$.

Với $t>0$ thì $(2)\Leftrightarrow xy(x+y)=20\Leftrightarrow t^2.\frac{36-2t^3}{t^2}=20\Leftrightarrow 36-2t^3=20\Leftrightarrow t^3=8\Leftrightarrow t=2$

Suy ra: $\begin{cases}xy=4\\x+y=5\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}\\\begin{cases}x=4\\y=1\end{cases}\end{array}\right.$.

Câu 33. Giả sử hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=4(1)\\x+y-\sqrt{xy}=4(2)\end{cases}$ có nghiệm $(x;y)$. Tính $A=x^2+y^2$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 32.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x,y\ge 0$. Đặt $t=\sqrt{xy}\ge 0$, ta có: $xy=t^2$ và $(2)\Rightarrow x+y=4+t$.

Thế vào (1), ta được: $\sqrt{4+3t}=4\Leftrightarrow 4+3t=16\Leftrightarrow t=4$

Suy ra: $\begin{cases}xy=16\\x+y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}(tm)$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 34. Hệ phương trình $\begin{cases}xy-3x-2y=16\\x^2+y^2-2x-4y=33\end{cases}$ có mấy nghiệm nguyên?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x^2+y^2-2x-4y=33\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2=38$ nên đặt $u=x-1,v=y-2$

$\Rightarrow u.v=(x-1)(y-2)=xy-2x-y+2$.

Do đó $xy-3x-2y=(xy-2x-y+2)-(x-1)-(y-2)-5=uv-u-v-5$

Khi đó hệ phương trình trở thành:

$\begin{cases}uv-(u+v)-5=16\\u^2+v^2=38\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}uv-(u+v)=21\\(u+v)^2-2uv=38\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}uv-(u+v)=21\\(u+v)^2-2(u+v)=80\end{cases}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u+v=10\Rightarrow u.v=31\\u+v=-8\Rightarrow u.v=13\end{array}\right.$

TH1: $u+v=10,uv=31$ loại

TH2: $\begin{cases}u+v=-8\\uv=13\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=-4+\sqrt{3},v=-4-\sqrt{3}\\u=-4-\sqrt{3},v=-4+\sqrt{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3+\sqrt{3},y=-2-\sqrt{3}\\x=-3-\sqrt{3},y=-2+\sqrt{3}\end{array}\right.$

Câu 35. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{7}{\sqrt{xy}}+1\\ x\sqrt{xy}+y\sqrt{xy}=78\end{cases}$ (chú ý điều kiện $x, y>0$).

A. $(x;y)=(4;4)$. **B.** $(x;y)=(9;9)$.

C. $(x;y)=(4;4)$, $(x;y)=(9;9)$. **D.** $(x;y)=(4;9)$, $(x;y)=(9;4)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x, y>0$. Khi đó $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x}{y}}+\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\dfrac{7}{\sqrt{xy}}+1\\ x\sqrt{xy}+y\sqrt{xy}=78\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x+y}{\sqrt{xy}}=\dfrac{7+\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}\\ \sqrt{xy}(x+y)=78\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=7+\sqrt{xy}\\ \sqrt{xy}(x+y)=78\end{cases}$.

Đặt $t=\sqrt{xy}>0$, ta có: $xy=t^2$ và $\Rightarrow x+y=7+t$.

$\Rightarrow t(7+t)=78\Leftrightarrow t^2+7t-78=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=6\ \ (tm)\\ t=-13\ \ (l)\end{array}\right.$

Suy ra: $\begin{cases}xy=36\\ x+y=13\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=4\\ y=9\end{cases}\\ \begin{cases}x=9\\ y=4\end{cases}\end{array}\right.$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 36. Hệ phương trình có mấy nghiệm $\begin{cases}2(x+y)=3\left(\sqrt[3]{x^2y}+\sqrt[3]{xy^2}\right)\\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=6\end{cases}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Đáp số: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=8\\ y=64\end{cases}\\ \begin{cases}x=64\\ y=8\end{cases}\end{array}\right.$.

Câu 37. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{27}{2x-y}+\dfrac{32}{x+3y}-7=0\\ \dfrac{45}{2x-y}-\dfrac{48}{x+3y}+1=0\end{cases}$ có nghiệm là

A. (x; y) = (1; 5). **B.** (x; y) = (5; 1). **C.** (x; y) = (–1; –5). **D.** (x; y) = (–5; –1).

Lời giải.

Chọn B.

ĐK $2x-y\neq 0; x+3y\neq 0$ Đặt $a=\dfrac{1}{2x-y}$; $b=\dfrac{1}{x+3y}$. Ta có

$$\begin{cases}27a+32b-7=0\\45a-48b+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{9}\\b=\dfrac{1}{8}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y=9\\x+3y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$$

Câu 38. Hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{y}=3\\\dfrac{3}{x}+\dfrac{1}{y}=1\end{cases}$ có nghiệm là

A. $(x;y)=\left(-\dfrac{7}{5};\dfrac{7}{8}\right)$. **B.** $(x;y)=\left(\dfrac{7}{5};-\dfrac{7}{8}\right)$.

C. $(x;y)=\left(\dfrac{5}{7};-\dfrac{8}{7}\right)$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải.

Chọn B.

ĐK $xy\neq 0$ Đặt $a=\dfrac{1}{x};\ b=\dfrac{1}{y}$. Ta có $\begin{cases}a-2b=3\\3a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{7}\\b=-\dfrac{8}{7}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{7}{5}\\y=-\dfrac{7}{8}\end{cases}$

Câu 39. Cặp (x;y) nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1(1)\\\sqrt{x+y}=x^2-y(2)\end{cases}$

A. (0; 0). **B.** (-1;0). **C.** $(-2;3)$. **D.** (1;3).

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình thứnhất của hệ chứa ba biểu thức $x^2+y^2, xy, x+y$, mà ba biểu thức này quan hệ với nhau bởi đẳng thức: $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ nên ta sẽ biến đổi (1) như sau:

Ta có:

$$(1)\Leftrightarrow x^2+y^2+\frac{(x+y)^2-(x^2+y^2)}{x+y}-1=0\Leftrightarrow\frac{(x^2+y^2)(x+y)-(x^2+y^2)}{x+y}+x+y-1=0$$

$$\Leftrightarrow(x+y-1)\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}+1\right)=0\Leftrightarrow x+y-1=0\Leftrightarrow y=1-x\left(Do\ \frac{x^2+y^2}{x+y}>0\right)$$

Thay vào (2), ta được $x^2-(1-x)=1\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=0\\x=-2\Rightarrow y=3\end{array}\right.$

Câu 40. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x^3+y(x+1)=4x^2\ (1)\\5x^4-4x^6=y^2\qquad(2)\end{cases}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

Vì phương trình thứ nhất của hệ chỉ chứa y nên ta nghĩ đến việc rút y theo x và thế vào phương trình thứ hai của hệ. Ta có:

$y=\dfrac{2x^2(2-x)}{x+1}$ (Do $x=-1$ không là nghiệm của hệ) thay vào phương trình thứ hai của hệ ta có:

$$x^4(5-4x^2)=\frac{4x^4(2-x)^2}{(x+1)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(5-4x^2)(x^2+2x+1)=4(4-4x+x^2)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\4x^4+8x^3+3x^2-26x+11=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(x-1)(2x-1)(2x^2+7x+11)=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=0\\x=1\Rightarrow y=1\\x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Vậy hệ đã cho có ba cặp nghiệm: (x; y)= (0; 0), (1; 1), $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$

Câu 41. Để giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y+x^3y+x^2y+xy=-\dfrac{5}{4}\\x^4+y^2+xy(1+2x)=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$ ta đặt $\begin{cases}u=x^2+y\\v=xy\end{cases}$ thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases}u+v+uv=-\dfrac{5}{4}\\u^2+v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}u+v+uv=-\dfrac{5}{4}\\v^2+u=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$.

C. $\begin{cases}u+v-uv=-\dfrac{5}{4}\\u^2+v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}u+v+uv=-\dfrac{5}{4}\\u^2-v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}$.

Lời giải.

Chọn A.

Hệ viết lại: $\begin{cases}x^2+y+xy(x^2+y)+xy=-\dfrac{5}{4}\\(x^2+y)^2+xy=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u+v+uv=-\dfrac{5}{4}\\u^2+v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\ (u=x^2+y;v=xy)$

Học sinh giải tiếp ta được: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}u=0\\v=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\\\begin{cases}u=-\dfrac{1}{2}\\v=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+y=0\\xy=-\dfrac{5}{4}\end{cases}\\\begin{cases}x^2+y=-\dfrac{1}{2}\\xy=-\dfrac{3}{2}\end{cases}\end{array}\right.\ldots..\Rightarrow(x;y)=\left(\sqrt[3]{\frac{3}{4}};-\sqrt[3]{\frac{25}{16}}\right),\left(1;-\frac{3}{2}\right)$ **7.**

Câu 42. Để giải hệ phương trình $\begin{cases} 4xy+4\left(x^2+y^2\right)+\dfrac{3}{\left(x+y\right)^2}=7 \\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3 \end{cases}$ ta đặt $\begin{cases} u=x+y+\dfrac{1}{x+y} \\ v=x-y \end{cases}$

thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases} 3u^2+v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 3u^2-v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} 3u^2+v^2=12 \\ u+v=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 3u^2+v^2=14 \\ u+v=3 \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn A.

Điều kiện: $x+y\neq 0$

Khi đó hệ trở thành: $\begin{cases} 3\left(x+y\right)^2+\left(x-y\right)^2+\dfrac{3}{\left(x+y\right)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+\left(x-y\right)=3 \end{cases}$. Đặt: $u=x+y+\dfrac{1}{x+y};v=x-y$

Hệ khi đó: $\begin{cases} 3u^2+v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$. Giải hệ trên suy ra $\left[\begin{array}{l} u=2,v=-\dfrac{1}{2} \\ u=-\dfrac{1}{2},v=2 \end{array}\right.$

*Với $u=2,v=-\dfrac{1}{2}$ ta có $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x+y}=2 \\ x-y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-\dfrac{1}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \\ y=\dfrac{3}{4} \end{cases}$

*Với $u=-\dfrac{1}{2},v=2$ ta có $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x+y}=-\dfrac{1}{2}\left(VN\right) \\ x-y=-2 \end{cases}$

Đáp số $\left(x;y\right)=\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{4}\right)$

Câu 43. Cặp (x;y) nào sau đây là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3-8x=y^3+2y\left(1\right) \\ x^2-3=3\left(y^2+1\right)\left(2\right) \end{cases}$

A. (0; 0). **B.** (2;1). **C.** $\left(\sqrt{\dfrac{96}{13}};-\dfrac{\sqrt{78}}{13}\right)$. **D.** (3;-1).

Lời giải.

Chọn C.

$$x^3-8x=y\left(y^2+2\right)=y\frac{x^2}{3}\Leftrightarrow x\left(3x^2-xy-24\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ y=\dfrac{3x^2-24}{x} \end{array}\right.$$

Với $x=0$ thay vào (2) ta thấy phương trình vô nghiệm.

Với $y=\dfrac{3x^2-24}{x}$ thay vào (2) ta được:

$$x^2=3\left(\frac{3x^2-24}{x}\right)^2+6\Leftrightarrow 13x^4-213x^2+864=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=9\\x^2=\dfrac{96}{13}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm3\Rightarrow y=\pm1\\x=\pm\sqrt{\dfrac{96}{13}}\Rightarrow y=\mp\dfrac{\sqrt{78}}{13}\end{array}\right.$$

Vậy hệ phương trình có 4 cặp nghiệm $(x;y)=(\pm3;\pm1),\left(\pm\sqrt{\dfrac{96}{13}};\mp\dfrac{\sqrt{78}}{13}\right)$

Câu 44. Cặp (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=1+\sqrt{x^2-y^2}\ (1)\\\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\qquad(2)\end{cases}$ thì tích xy

A. -2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải.

Chọn C.

Điều kiện: $x\ge0;y\ge0$.

$(1)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x+y}-1\right)\left(\sqrt{x-y}-1\right)=0$. Suy ra hệ trở thành:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=1\\\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\end{cases}\\\begin{cases}x-y=1\\\sqrt{x}+\sqrt{y}=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=1;y=0\\x=0\\y=1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=1\\y=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Rightarrow(x;y)=(1;0);(0;1)$$

Câu 45. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x-\dfrac{1}{x}=y-\dfrac{1}{y}(1)\\2y=x^3+1\qquad(2)\end{cases}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

ĐK $xy\ne0$

$$(1)\Leftrightarrow x^2y-xy^2+x-y=0\Leftrightarrow(x-y)(xy+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y\\xy=-1\end{array}\right.$$

*Với $x=y$ thay vào (2) ta được $x^3-2x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\\x=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

*Với $xy=-1\Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{x}(do\ xy\ne0)$ thay vào (2) ta được $\left(x^2-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}=0(VN)$

Câu 46. (x;y) nguyên là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}xy+y^2+x=7y(1)\\\dfrac{x^2}{y}+x=12\qquad(2)\end{cases}$ thì xy bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

ĐK $y \neq 0$. Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases} x+y+\dfrac{x}{y}=7 \\ (x+y)\dfrac{x}{y}=12 \end{cases}$

Đặt $a=x+y; b=\dfrac{x}{y}$, ta có hệ $\begin{cases} a+b=7 \\ ab=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3, b=4 \\ a=4, b=3 \end{array}\right.$

Với $a=3, b=4$, ta có hệ $\begin{cases} x+y=4 \\ \dfrac{x}{y}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ y=1 \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện

Với $a=4, b=3$, ta có hệ $\begin{cases} x+y=3 \\ \dfrac{x}{y}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{12}{5} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=(3;1),\left(\dfrac{12}{5};\dfrac{3}{5}\right)$

Câu 47. Để giải hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3y^3+27=18y^3 (1) \\ 4x^2y+6x=y^2 \quad (2) \end{cases}$ ta đặt $\begin{cases} a=2x \\ b=\dfrac{3}{y} \end{cases}$

thì ta được hệ phương trình nào trong các hệ sau

A. $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a^3+b^3=16 \\ ab(a+b)=3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=2 \end{cases}$.

Lời giải.

Chọn A.

$(1) \Rightarrow y \neq 0$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^3+\dfrac{27}{y^3}=18 \\ \dfrac{4x^2}{y}+\dfrac{6x}{y^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x)^3+\left(\dfrac{3}{y}\right)^3=18 \\ 2x.\dfrac{3}{y}\left(2x+\dfrac{3}{y}\right)=3 \end{cases}$

Đặt $a=2x; b=\dfrac{3}{y}$. Ta có hệ: $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=1 \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ đã cho có 2 nghiệm $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3+\sqrt{5}}\right),\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3-\sqrt{5}}\right)$

Câu 48. (x;y) nguyên là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3+x-2=y^3+3y^2+4y (1) \\ y^3-x^2y+3=0 \quad (2) \end{cases}$ thì $x+y$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

Biến đổi phương trình (1) tương đương với $x^3+x-2=(y+1)^3+(y+1)-2$

Phương trình (1) có dạng $f(x)=f(y+1)$, với $f(t)=t^3+t-2$

Ta có $f'(t)=3t^2+1>0,\forall t$. Suy ra, f đồng biến trên R. Do đó, $(1)\Leftrightarrow x=y+1$.

Thế vào phương trình (2) ta được $y^3-(y+1)^2y+3=0\Leftrightarrow -2y^2-y+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-\frac{3}{2} \end{array}\right.$

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $(x;y)=(2;1)$, $\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$

Câu 49. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^3+2y^3+xy(x-y)=0(1) \\ \sqrt{x-2y}+\sqrt{x+2y}=2(2) \end{cases}$ thì 2x + y bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

ĐK $x\ge 2y; x\ge -2y$.

Phương trình (1) tương đương với $x^3+2y^3+x^2y-xy^2=0$. Dễ thấy $y\neq 0$, chia hai vế của phương trình cho y^3

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3+\left(\frac{x}{y}\right)^2-\frac{x}{y}+2=0\Leftrightarrow \frac{x}{y}=-2$$

Thế vào phương trình (2) thu được $\sqrt{2x}=2\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=-1$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=(2;-1)$.

Câu 50. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-y=1+\sqrt{x}\sqrt{y+1}(1) \\ x^3-y^2=7(2) \end{cases}$ thì 2x - y bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn C.

ĐK $x\ge 0; y+1\ge 0$.

Đặt $a=\sqrt{x}; b=\sqrt{y+1}$ Với $a\ge 0; b\ge 0$, phương trình (1) trở thành

$2a^2-ab-b^2=0\Leftrightarrow (a-b)(2a+b)=0\Leftrightarrow a=b\Rightarrow x=y+1$

Thay vào phương trình (2) thu được $y^3+2y^2+3y-6=0\Leftrightarrow (y-1)(y^2+3y+6)=0\Leftrightarrow y=1$

Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x;y)=(2;1)$.

Câu 51. (x;y) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x^5y-4xy^2+3y^3-2(x+y)=0(1) \\ xy(x^2+y^2)+2=(x+y)^2 \quad (2) \end{cases}$ (KA2011)

Thì x^2+y^2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn B.

Từ (2) ta có: $(xy-1)(x^2+y^2-2)=0 \Rightarrow xy=1 \vee x^2+y^2=2$

□ $xy=1$; từ (1) suy ra: $y^4-2y^2+1=0 \Leftrightarrow y=\pm 1$. Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(1;1),(-1;-1)$.

□ Với: $x^2+y^2=2 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 3y(x^2+y^2)-4xy^2+2x^2y-2(x+y)=0$

$\Leftrightarrow 6y-4xy^2+2x^2y-2(x+y)=0$

$\Leftrightarrow (1-xy)(2y-x)=0 \rightarrow xy=1 \vee x=2y$

Xét $xy=1$. Đã giải ở trên

Với: $x=2y$, thay vào $x^2+y^2=2 \Rightarrow (x;y)=\left(\frac{2\sqrt{10}}{5};\frac{\sqrt{10}}{5}\right),\left(-\frac{2\sqrt{10}}{5};-\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$

Vậy hệ có nghiệm: $(x;y)=(1;1),(-1;-1),\left(\frac{2\sqrt{10}}{5};\frac{\sqrt{10}}{5}\right),\left(-\frac{2\sqrt{10}}{5};-\frac{\sqrt{10}}{5}\right)$.

DẠNG TOÁN DÀNH CHO HỌC SINH GIỎI

Câu 52. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=2m^2 \end{cases}$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để hệ trên có nghiệm.

A. $m \in [-1;1]$. **B.** $m \in [1;+\infty)$. **C.** $m \in [-1;2]$. **D.** $m \in (-\infty;-1]$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy(x+y)=2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy=m^2 \end{cases}$.

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình $t^2-2t+m^2=0$ (1).

Hệ trên có nghiệm khi phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 1-m^2 \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1;1]$.

Câu 53. **(TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12)** Tìm a để biểu thức $F=xy+2(x+y)$ đạt giá trị nhỏ nhất, biết $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=a \\ x^2+y^2=6-a^2 \end{cases}$.

A. $a=0$. **B.** $a=3$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x+y=a \\ x^2+y^2=6-a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=a \\ (x+y)^2-2xy=6-a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=a \\ xy=a^2-3 \end{cases}$

Điều kiện tồn tại x, y: $(x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow a^2 \geq 4(a^2-3) \Leftrightarrow a^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 2$.

Khi đó: $F=a^2+2a-3=(a+1)^2-4 \geq -4$

$\Rightarrow \min F=-4 \Leftrightarrow a=-1(t/m)$

Do đó chọn đáp án C

Câu 54. Gọi $(x_1;y_1);(x_2;y_2)$ là hai nghiệm phân biệt của hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2-xy+x+y=8 \\ xy+3(x+y)=1 \end{cases}$.

Tính $|x_1-x_2|$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x^2+y^2-xy+x+y=8 \\ xy+3(x+y)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-3xy+x+y=8 \\ xy+3(x+y)=1 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x+y=S \\ xy=P \end{cases}; S^2 \geq 4P$, hệ đã cho trở thành

$$\begin{cases} S^2+S-3P=8 \\ 3S+P=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2+S-3(1-3S)=8 \\ P=1-3S \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^2+10S-11=0 \\ P=1-3S \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} S=1 \\ P=-2 \end{cases} (N) \\ \begin{cases} S=-11 \\ P=34 \end{cases} (L) \end{array} \right.$$

Với $S=1; P=-2$ ta có $x; y$ là nghiệm của phương trình $t^2+t-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2 \end{array} \right.$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(1;-2);(-2;1) \Rightarrow |x_1-x_2|=|1-(-2)|=|-2-1|=3$, chọn **A.**

Câu 55. Cho hệ phương trình $\begin{cases} 6x^4-(x^3-x)y^2-(y+12)x^2=-6 \\ 5x^4-(x^2-1)^2.y^2-11x^2=-5 \end{cases}$. Biết hệ có 2 nghiệm là: $(x_1;y_1)$, $(x_2;y_2)$. Đặt S = y_1+y_2. Khi đó S bằng:

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 6x^4-(x^3-x)y^2-(y+12)x^2=-6 \\ 5x^4-(x^2-1)^2.y^2-11x^2=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6(x^2-1)^2=xy\left[y(x^2-1)+x\right] \\ 5(x^2-1)^2=y^2(x^2-1)^2+x^2 \end{cases}$

Dễ thấy $x=0$ hoặc $y=0$ đều không là nghiệm của hệ phương trình.

Với $x \neq 0; y \neq 0$ ta có: Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{6(x^2-1)^2}{x^2y^2}=\dfrac{x^2-1}{x}+\dfrac{1}{y} \\ \dfrac{5(x^2-1)^2}{x^2y^2}=\dfrac{(x^2-1)^2}{x^2}+\dfrac{1}{y^2} \end{cases}$

Đặt $u=\dfrac{x^2-1}{x}$; $v=\dfrac{1}{y}$ (ĐK: $u \neq 0; v \neq 0$ do $x=\pm 1$ không là nghiệm của hệ).

Khi đó hệ trở thành: $\begin{cases} 6u^2v^2=u+v \\ 5u^2v^2=u^2+v^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2v^2=u+v \\ 5u^2v^2=(u+v)^2-2uv \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2v^2=u+v \\ 5u^2v^2=36u^4v^4-2uv \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2v^2=u+v \\ 5uv=36u^3v^3-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u^2v^2=u+v \\ (2uv-1)\underbrace{(36u^2v^2+9uv+2)}_{>0;\forall u,v}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=\dfrac{3}{2} \\ uv=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Giải hệ được $(u;v) \in \left\{\left(1;\frac{1}{2}\right);\left(\frac{1}{2};1\right)\right\}$. Khi đó $y_1=2; y_2=1$ S = $\Rightarrow S=y_1+y_2=3$.

Câu 56. Tìm các giá trị của m để hệ phương trình sau có nghiệm: $\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=4m^2-2m \end{cases}$ có nghiệm:

A. $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $\left[0;\frac{1}{2}\right]$. **D.** $[1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases} x+y=2 \\ x^2y+xy^2=4m^2-2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2 \\ xy=2m^2-m \end{cases}$

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $4 \geq 4\left(2m^2-m\right) \Leftrightarrow 2m^2-m-1 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq 1$

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x+xy+y=m+2 \\ x^2y+xy^2=m+1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất ?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện cần: Nhận xét rằng nếu hệ có nghiệm $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là nghiệm của hệ, do đó hệ có nghiệm duy nhất khi: $x_0=y_0$.

Khi đó $\begin{cases} x_0^2+2x_0=m+2 \\ 2x_0^3=m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0^3-x_0^2-2x+1=0 \\ 2x_0^3-1=m \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \\ m=-\frac{3}{4} \end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

+) Với $m=1$ hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=3 \\ xy(x+y)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=1 \\ xy=2 \end{cases} (VN) \\ \begin{cases} x+y=2 \\ xy=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=1.$

+) Với $m=-3$ hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=-1 \\ xy(x+y)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=1 \\ xy=-2 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=-2 \\ xy=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \\ x=y=-1 \end{array}\right.$.

+) Với $m=-\frac{3}{4}$ hệ phương trình $\begin{cases} x+y+xy=\frac{5}{4} \\ xy(x+y)=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=1 \\ xy=\frac{1}{4} \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=\frac{1}{4}(VN) \\ xy=1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}.$

Vậy với $m=1; m=-\frac{3}{4}$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Câu 58. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3-y^3-x^2y+xy^2+x-y=0 & (1) \\ \sqrt{2x^2+y+9}+\sqrt{2y^2-x+1}=x+4 & (2) \end{cases}$. Gọi nghiệm dương của hệ phương trình là $\left(\frac{a}{b};\frac{c}{d}\right)$ trong đó $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Khi đó biểu thức $P=(a-b)^{2018}+(c-d)^{2019}$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** –1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $2x^2+y+9\ge 0$; $2y^2-x+1\ge 0$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-y)(x^2+xy+y^2)-xy(x-y)+x-y=0$

$\Leftrightarrow (x-y)(x^2+y^2+1)=0$

$\Leftrightarrow x=y$ (Do $x^2+y^2+1>0 \ \forall x, y$).

Thế $x=y$ vào (2) ta được $\sqrt{2x^2+x+9}+\sqrt{2x^2-x+1}=x+4$ (3)

Đặt $\sqrt{2x^2+x+9}=u$; $\sqrt{2x^2-x+1}=v$ thì $u+v=x+4$ (Do $u, v\ge 0$ nên $x>-4$).

Mặt khác $u^2-v^2=2(x+4)=2(u+v)$.

Suy ra $(u+v)(u-v-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u+v=0 \\ u-v=2 \end{array}\right.$

Với $u+v=0$. Suy ra $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4 \Rightarrow$ (3) vô nghiệm.

Với $u-v=2$ ta có $\begin{cases} u+v=x+4 \\ u-v=2 \end{cases} \Rightarrow 2u=x+6$

Khi đó ta được phương trình $2\sqrt{2x^2+x+9}=x+6$

$\Leftrightarrow 4(2x^2+x+9)=(x+6)^2$

$\Leftrightarrow 7x^2-8x=0 \Leftrightarrow x(7x-8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{8}{7} \end{array}\right.$.

Với $x=0 \Rightarrow y=0$; $x=\frac{8}{7} \Rightarrow y=\frac{8}{7}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có 2 nghiệm là $(x;y)=\left\{(0;0),\left(\frac{8}{7};\frac{8}{7}\right)\right\}$.

Do đó $a=8; b=7; c=8; d=7 \Rightarrow P=2$

Câu 59. **(KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019)** Cho các số thực x, y, z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x-y+z=3 \\ x^2+y^2+z^2=5 \end{cases}$. Hỏi biểu thức $P=\dfrac{x+y-2}{z+2}$ có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Để biết biểu thức P có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên với x, y, z thỏa điều kiện của đề bài, ta cần đi tìm tập giá trị của P.

Ta có: $x^2+y^2+z^2=5 \Leftrightarrow 5-z^2=x^2+y^2 \Leftrightarrow 5-z^2=\dfrac{(x+y)^2+(x-y)^2}{2}$.

Lại có: $x-y+z=3 \Leftrightarrow x-y=3-z$.

Do đó: $5-z^2=\dfrac{(x+y)^2+(3-z)^2}{2} \Leftrightarrow (x+y)^2=-3z^2+6z+1$.

Khi đó: $P=\dfrac{x+y-2}{z+2} \Leftrightarrow (z+2)P+2=x+y$ với $z\neq -2$

$\Leftrightarrow (zP+2P+2)^2=(x+y)^2 \Leftrightarrow (zP+2P+2)^2=-3z^2+6z+1$

$\Leftrightarrow (P^2+3)z^2+2(2P^2+2P-3)z+4P^2+8P+3=0 \ (1)$

Phương trình (1) có nghiệm z khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$

Hay $(2P^2+2P-3)^2-(P^2+3)(4P^2+8P+3)\geq 0 \Leftrightarrow 23P^2+36P\leq 0 \Leftrightarrow -\dfrac{36}{23}\leq P\leq 0$

Vậy trên tập giá trị của P ta nhận thấy P nhận được hai giá trị nguyên là $-1;\ 0$.

Câu 60. **(Trích đề thi ĐH khối D – 2004).** Tìm điều kiện m để hệ phương trình sau có nghiệm thực:

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m \end{cases}.$$

A. $m\leq 0$.

B. $0\leq m\leq \dfrac{1}{4}$.

C. $m\geq \dfrac{1}{4}$.

D. $m\leq 0$ hoặc $m\geq \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x, y\geq 0$ ta có:

$$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ (\sqrt{x})^3+(\sqrt{y})^3=1-3m \end{cases}$$

Đặt $S=\sqrt{x}+\sqrt{y}\geq 0, P=\sqrt{xy}\geq 0,\ S^2\geq 4P.$ Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} S=1 \\ S^2-3SP=1-3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=m \end{cases}.$$

Từ điều kiện $S \ge 0, P \ge 0, S^2 \ge 4P$ ta có $0 \le m \le \frac{1}{4}$.

Câu 61. Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x+xy+y=m+1 \\ x^2y+xy^2=m \end{cases}$ có nghiệm thực $x>0, y>0$.

A. $m \in \left(0;\frac{1}{4}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $m \in \left(0;\frac{1}{4}\right] \cup [2;+\infty)$. **D.** $m \in (0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$\begin{cases} x+xy+y=m+1 \\ x^2y+xy^2=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)+xy=m+1 \\ xy(x+y)=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ xy=m \end{cases} \vee \begin{cases} x+y=m \\ xy=1 \end{cases}$.

Hệ có nghiệm thực dương $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 1 \ge 4m \vee m^2 \ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \le \frac{1}{4} \vee m \ge 2$.

Vậy $m \in \left(0;\frac{1}{4}\right] \cup [2;+\infty)$.

Câu 62. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=m \\ x+y-\sqrt{xy}=m \end{cases}$ có nghiệm thực.

A. $m=0$. **B.** $m \in [1;4]$. **C.** $m \in [0;4]$. **D.** $m \in [1;4] \cup \{0\}$.

Lời giải

Chọn D.

$\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=m \\ x+y-\sqrt{xy}=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=m \\ \left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2-3\sqrt{xy}=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=m \\ \sqrt{xy}=\frac{m^2-m}{3} \end{cases}$.

Suy ra $\sqrt{x}, \sqrt{y}$ là nghiệm (không âm) của phương trình $t^2-mt+\frac{m^2-m}{3}=0$ (*).

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có 2 nghiệm không âm $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \ge 0 \\ S \ge 0 \\ P \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m \le 0 \\ m \ge 0 \\ m^2-m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ 1 \le m \le 4 \end{cases}$.

Vậy $m \in [1;4] \cup \{0\}$.

Câu 63. Tìm m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2=2(1+m) \\ (x+y)^2=4 \end{cases}$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $m \le 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} x^2+y^2=2(1+m) \\ (x+y)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2-2xy=2(1+m) \\ (x+y)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} xy=1-m \\ x+y=2 \end{cases} \right. \\ \left. \begin{cases} xy=1-m \\ x+y=-2 \end{cases} \right.$$

Hệ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt khi phương trình $X^2-SX+P=0$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow S^2-4P=0 \Leftrightarrow (\pm 2)^2=4(1-m) \Leftrightarrow m=0$.

Câu 64. Cho x, y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+y=2m-1 \\ x^2+y^2=m^2+2m-3 \end{cases}$. Tìm m để $A=xy$ nhỏ nhất.

A. $m=\dfrac{11-6\sqrt{2}}{4}$. **B.** $m=\dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $S=x+y,\ P=xy$, điều kiện $S^2 \geq 4P$.

$$\begin{cases} x+y=2m-1 \\ x^2+y^2=m^2+2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=2m-1 \\ S^2-2P=m^2+2m-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S=2m-1 \\ (2m-1)^2-2P=m^2+2m-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=2m-1 \\ P=\dfrac{3}{2}m^2-3m+2 \end{cases}$$

Từ điều kiện suy ra $(2m-1)^2 \geq 6m^2-12m+8 \Leftrightarrow \dfrac{4-\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$.

Xét hàm số $f(m)=\dfrac{3}{2}m^2-3m+2,\ \dfrac{4-\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \dfrac{4+\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $\min f(m)=f\left(\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{11-6\sqrt{2}}{4}, \forall m \in \left[\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}; \dfrac{4+\sqrt{2}}{2}\right]$

Vậy $\min A=\dfrac{11-6\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow m=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 65. Biết x, y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2\left(x^2-2x\right)+\sqrt{y+1}=0 \\ 3\left(x^2-2x\right)-2\sqrt{y+1}=-7 \end{cases}$. Tìm m sao cho $mx+2y=4$

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{2}{3}$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

♦Tự luận: Đặt $\begin{cases} a=x^2-2x \\ b=\sqrt{y+1} \end{cases}$. Hệ phương trình đã cho trở thành

$$\begin{cases} 2a+b=0 \\ 3a-2b=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x=-1 \\ \sqrt{y+1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}.$$

Do đó $m+6=4 \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 66. Biết x, y là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 2\sqrt{4x^2-8x+4}+5\sqrt{y^2+4y+4}=13 \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $A=x+2y$.

A. -1. **B.** -3. **C.** -4. **D.** -7.

Lời giải

Chọn D

♦Tự luận:

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 5|x-1|-3|y+2|=7 \\ 4|x-1|+5|y+2|=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-1|=2 \\ |y+2|=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} y=-3 \\ y=-1 \end{array}\right. \end{cases}$.

Vậy $minA=-1+2.(-3)=-7$.

Câu 67. Hệ PT sau có $\begin{cases} x-y=4 \\ |2x-1|+|x-3|+3y=5 \end{cases}$ tập nghiệm là:

A. $S=\left\{\left(\frac{15}{4};\frac{-1}{4}\right)\right\}$. **B.** $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right);\left(\frac{15}{4};\frac{-1}{4}\right)\right\}$.

C. $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right)\right\}$. **D.** $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)\right\}$.

Nguyễn Bảo Vương

Lời giải

Chọn C

TH1: Nếu $x \geq 3$ ta có

$\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-1+x-3+3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=4 \\ 3x+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{7}{2} \\ y=\frac{-1}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn)

TH2: Nếu $\frac{1}{2} \leq x<3$ ta có

$\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-1+3-x+3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=4 \\ x+3y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{15}{4}(loai) \\ y=\frac{-1}{4} \end{cases}$

TH3: Nếu $x<\frac{1}{2}$ ta có

$\begin{cases} x-y=4 \\ 1-2x+3-x+3y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=4 \\ -3x+3y=1 \end{cases}$ (Hệ vô nghiệm)

Vậy tập nghiệm của hệ là $S=\left\{\left(\frac{7}{2};\frac{-1}{2}\right)\right\}$

Câu 68. Hệ PT sau có $\begin{cases} |x-1|+3|y-2|=9 \\ x+5y=10 \end{cases}$ tập nghiệm là

A. $S=\left\{(-5;3),\left(\frac{25}{4};\frac{3}{4}\right)\right\}$ **B.** $S=\{(25;-3),(-20;6)\}$

C. $S=\{(-5;3),(25;-3)\}$ **D.** $S=\left\{\left(\frac{25}{4};\frac{3}{4}\right),(-20;6)\right\}$

Lời giải

Chọn **A**

TH1: $x\ge 1, y\ge 2$ ta có

$$\begin{cases} x-1+3(y-2)=9 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=16 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=25 \\ y=-3 \end{cases} \text{ (loại)}$$

TH2: $x<1, y\ge 2$ ta có

$$\begin{cases} 1-x+3(y-2)=9 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+3y=14 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

TH3: $x\ge 1, y<2$ ta có

$$\begin{cases} x-1+3(2-y)=9 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y=4 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{25}{4} \\ y=\frac{3}{4} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

TH4: $x<1, y<2$ ta có

$$\begin{cases} 1-x+3(2-y)=9 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x-3y=2 \\ x+5y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-20 \\ y=6 \end{cases} (loai)$$

Vậy tập nghiệm của hệ là $S=\left\{(-5;3),\left(\frac{25}{4};\frac{3}{4}\right)\right\}$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ

A. Bài tập tự luận

Câu 1. Cho một tam giác vuông. Khi ta tăng mỗi cạnh góc vuông lên 2 cm thì diện tích tăng 17 cm^2. Nếu giảm các cạnh góc vuông đi một cạnh 3 cm, một cạnh 1 cm thì diện tích sẽ giảm đi 11 cm^2. Tìm các cạnh của tam giác vuông đó.

Lời giải

Gọi các cạnh của tam giác vuông lần lượt là x, y; (cm); $x, y>3$.

Vì khi ta tăng mỗi cạnh góc vuông lên 2 cm thì diện tích tăng 17 cm^2, do đó ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x+2)(y+2)=\frac{1}{2}xy+17$$

Vì nếu giảm các cạnh góc vuông đi một cạnh 3 cm, một cạnh 1 cm thì diện tích sẽ giảm đi 11 cm^2, dó đó ta có phương trình:

$$\frac{1}{2}(x-3)(y-1)=\frac{1}{2}xy-11.$$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+2)(y+2)=\frac{1}{2}xy+17 \\ \frac{1}{2}(x-3)(y-1)=\frac{1}{2}xy-11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=15 \\ x-3y=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases}$ (t/m)

Vậy ta có các cạnh của tam giác là: $5(cm), 10(cm), 5\sqrt{5}(cm)$.

Câu 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25 % khối lượng công việc. Hỏi mỗi người thợ làm công việc đó một mình trong bao lâu.

Lời giải

Gọi thời gian để người thợ thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ), x > 16.

Gọi thời gian để người thợ thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ), y > 16.

Trong 1 giờ người thứ nhất và người thứ hai làm được khối lượng công việc tương ứng là: $\frac{1}{x},\frac{1}{y}$.

Vì hai người làm chung trong 16 giờ thì xong khối lượng công việc, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}$.

Sau 3 giờ người thứ nhất làm được: $3.\frac{1}{x}$ (khối lượng công việc).

Sau 6 giờ người thứ hai làm được: $6.\frac{1}{y}$ (khối lượng công việc).

Vì nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì họ làm được 25 % khối lượng công việc, nên ta có phương trình: $\frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16}\\ \frac{3}{x}+\frac{6}{y}=\frac{1}{4}\end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

Giải hệ ta được: $\begin{cases}x=24\\ y=48\end{cases}$. (t/m)

Vậy thời gian để người thứ nhất làm một mình xong công việc là 24 (giờ).

Thời gian để người thứ hai làm một mình xong công việc là 48 (giờ).

Câu 3. Hai đội xây dựng cùng làm chung một công việc và dự định xong trong 12 ngày. Họ cùng làm chung với nhau được 8 ngày thì đội 1 được điều động đi làm công việc khác, đội 2 tiếp tục làm. Do cải tiến kỹ thuật, năng suất tăng gấp đôi nên đội 2 đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao nhiêu ngày sẽ làm xong công việc nói trên.

Lời giải

Gọi thời gian để đội 1 làm một mình xong công việc là x (ngày), x > 12.

Gọi thời gian để đội 2 làm một mình xong công việc là y (ngày), y > 12.

Trong một ngày đội 1 và đội 2 làm được khối lượng công việc tương ứng là: $\frac{1}{x},\frac{1}{y}$.

Vì hai đội dự định làm chung 12 ngày thì xong khối lượng công việc, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$.

Phần công việc hai đội làm chung trong 8 ngày là: $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ (khối lượng công việc).

Phần việc còn lại đội 2 phải làm là: $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ (khối lượng công việc).

Vì năng suất tăng gấp đôi nên đội 2 đã làm xong phần việc còn lại trong 3,5 ngày, do đó ta có phương trình:

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}\\ \frac{7}{y}=\frac{1}{3}\end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases}x=28\\ y=21\end{cases}$. (t/m)

Vậy thời gain để đội 1 làm một mình xong công việc là 28 (ngày),
thời gain để đội 2 làm một mình xong công việc là 21 (ngày).

Câu 4. Hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì đầy bể. Mỗi giờ lượng nước của vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước chảy được của vòi II. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì trong bao lâu đầy bể.

Lời giải

Gọi thời gian để vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ), $x>\frac{24}{5}$.

Gọi thời gian để vòi II chảy một mình đầy bể là y (giờ), $y>\frac{24}{5}$.

Trong 1 giờ vòi I và vòi II chảy được lượng nước tương ứng là: $\frac{1}{x},\frac{1}{y}$ (bể).

Vì hai vòi nước chảy chung vào một bể thì sau $4\frac{4}{5}$ giờ thì đầy bể, do đó ta có phương trình:

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}$.

Vì mỗi giờ lượng nước của vòi I chảy được bằng $1\frac{1}{2}$ lượng nước chảy được của vòi II, do đó ta có phương trình: $\frac{1}{x}=\frac{3}{2}.\frac{1}{y}$.

Theo bài ra ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{24}\\ \frac{1}{x}=\frac{3}{2}.\frac{1}{y}\end{cases}$.

Giải hệ pt ta được: $\begin{cases}x=8\\ y=12\end{cases}$. (t/m)

Vậy vòi I chảy một mình đày bể trong 8 giờ, vòi II chảy một mình đầy bể trong 12 giờ.

Câu 5. Trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 205, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

Lời giải

Gọi số chi tiết máy sản xuất được trong tháng đầu của tổ I là x, ($x\in\mathbb{Z}^+, x<720$).

Gọi số chi tiết máy sản xuất được trong tháng đầu của tổ II là y, ($y\in\mathbb{Z}^+, y<720$).

Vì trong tháng đầu hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy, do đó ta có phương trình: $x+y=800$.

Vì sang tháng thứ hai tổ I sản xuất vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 205, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy, do đó ta có phương trình:

$$x+\frac{15x}{100}+y+\frac{20x}{100}=945 \Leftrightarrow \frac{115}{100}x+\frac{112}{100}y=945.$$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{115}{100}x+\frac{112}{100}y=945 \end{cases}$.

Giải hệ phương trình ta được: $\begin{cases} x=300 \\ y=500 \end{cases}$. (t/m)

Vậy trong tháng đầu tổ I sản xuất được 300 chi tiết máy, tổ II sản xuất được 500 chi tiết máy.

B. Bài tập trắc nghiệm

Câu 6. Hai vật chuyển động trên một đường tròn có đường kính 20m, xuất phát cùng một lúc từ cùng một điểm. Nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp nhau.Nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây lại gặp nhau.Tính vận tốc của mỗi vật.

A. $3\pi(m/s);2\pi(m/s)$. **B.** $3\pi(m/s);\pi(m/s)$.

C. $3\pi(m/s);4\pi(m/s)$. **D.** $3\pi(m/s);\frac{\pi}{2}(m/s)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi vận tốc của Vật I là $x(m/s).(x>0)$.

Gọi vận tốc của Vật II là $y(m/s).(y>0;\ y<x)$.

- Sau 20 s hai vật chuyển động được quãng đường là 20x, 20y (m).

Vì nếu chúng chuyển động cùng chiều thì cứ 20 giây lại gặp nhau do đó ta có phương trình:

$$20x-20y=20\pi.$$

- Sau 4 s hai vật chuyển động được quãng đường là 4x, 4y (m).

Vì nếu chúng chuyển động ngược chiều thì cứ 4 giây lại gặp nhau do đó ta có phương trình:

$$4x+4y=20\pi.$$

Từ hai phương trình trên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 20x-20y=20\pi \\ 4x+4y=20\pi \end{cases}$

Giải hệ PT ta được: $\begin{cases} x=3\pi \\ y=2\pi \end{cases}$; Vậy vận tốc của hai vật là: $3\pi(m/s)$ và $2\pi(m/s)$.

Câu 7. Một công ty có 85 xe chở khách gồm 2 loại, xe chở được 4 khách và xe chở được 7 khách. Dùng tất cả số xe đó, tối đa công ty chở một lần được 445 khách. Hỏi công ty đó có mấy xe mỗi loại?

A. 35 xe 4 chỗ và 50 xe 7 chỗ. **B.** 55 xe 4 chỗ và 30 xe 7 chỗ.

C. 30 xe 4 chỗ và 55 xe 7 chỗ. **D.** 50 xe 4 chỗ và 35 xe 7 chỗ.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số xe loại 4 chỗ là x, số xe loại 7 chỗ là y. $(x,y\in\mathbb{N})$

Theo bài ra ta có hệ PT $\begin{cases} x+y=85 \\ 4x+7y=445 \end{cases}$

Giải hệ ta được: $\begin{cases} x = 50 \\ y = 35 \end{cases}$

Vậy có 50 xe loại 4 chỗ và 35 xe loại 7 chỗ.

Câu 8. Trong một kỳ thi, hai trường A,B có tổng cộng 350 học sinh dự thi. Kết quả là hai trường có tổng cộng 338 học sinh trúng tuyển. Tính ra thì trường A có 97% và trường B có 96% học sinh dự thi trúng tuyển. Số học sinh dự thi của trường A và B lần lượt là

A. 200;100. **B.** 200;150. **C.** 150;100. **D.** 150;120.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số thí sinh tham dự của trường A và trường B lần lượt là x, y $(x, y \in \mathbb{N}^*; x, y < 350)$. Ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 350 \\ \frac{97}{100}x + \frac{96}{100}y = 338 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 200 \\ y = 150 \end{cases}$

Vậy số học sinh dự thi của trường A là 200, trường B là 150 học sinh.

Câu 9. Có hai loại quặng sắt. quặng loại A chứa 60% sắt, quặng loại B chứa 50% sắt. người ta trộn một lượng quặng loại A với một lượng quặng loại B thì được hỗn hợp chứa $\frac{8}{15}$ sắt. Nếu lấy tăng hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại A và lấy giảm hơn lúc đầu là 10 tấn quặng loại B thì được hỗn hợp quặng chứa $\frac{17}{30}$ sắt. Khối lượng (tấn) quặngA và quặng B ban đầu lần lượt là

A. 10;15. **B.** 10;20. **C.** 10;14. **D.** 10;12.

Lời giải

Chọn B.

Gọi khối lượng quặng đem trộn lúc đầu quặng loại A là x (tấn), quặng loại B là y (tấn), $x > 0, y > 10$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{8}{15}(x + y) \\ \frac{60}{100}(x + 10) + \frac{50}{100}(y - 10) = \frac{17}{30}(x + 10 + y - 10) \end{cases}$

Giải hệ trên ta được: $\begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy khối lượng quặng A và B đem trộn ban đầu lần lượt là 10 tấn và 20 tấn.

Câu 10. Một dung dịch chứa 30% axit nitoric (tính theo thể tích) và một dung dịch khác chứa 55% axit nitoric.Cần phải trộn thêm bao nhiêu lít dung dịch loại 1 và loại 2 để được 100lít dung dịch 50% axit nitoric?

A. 20 lít dung dịch loại 1 và 80 lít dung dịch loại 2

B. 80 lít dung dịch loại 1 và 20 lít dung dịch loại 2.

C. 30 lít dung dịch loại 1 và 70 lít dung dịch loại 2.

D. 70 lít dung dịch loại 1 và 30 lít dung dịch loại 2.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x, y theo thứ tự là số lít dung dịch loại 1 và 2 $(x, y > 0)$.

Lượng axit nitoric chứa trong dung dịch loại 1là $\frac{30}{100}x$ và loại 2 là $\frac{55}{100}y$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=100 \\ \frac{30}{100}x+\frac{55}{100}y=50 \end{cases}$

Giải hệ này ta được: $x=20;\ y=80$.

Câu 11. Tìm vận tốc và chiều dài của 1 đoàn tàu hoả biết đoàn tàu ấy chạy ngang qua văn phòng ga từ đầu máy đến hết toa cuối cùng mất 7 giây. Cho biết sân ga dài 378m và thời gian kể từ khi đầu máy bắt đầu vào sân ga cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga là 25 giây.

A. Vận tốc của tàu là 21m/s và chiều dài đoàn tàu là 147m.

B. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.

C. Vận tốc của tàu là 21 m/s và chiều dài đoàn tàu là 145 m.

D. Vận tốc của tàu là 23 m/s và chiều dài đoàn tàu là 147 m.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $x(m/s)$ là vận tốc của đoàn tàu khi vào sân ga $(x>0)$

Gọi $y(m)$ là chiều dài của đoàn tàu $(y>0)$

- Tàu chạy ngang văn phòng ga mất 7 giây nghĩa là với vận tốc $x(m/s)$, tàu chạy quãng đường $y(m)$ mất 7 giây.

Ta có phương trình: $y=7x$.

- Khi đầu máy bắt đầu vào sân ga dài 378m cho đến khi toa cuối cùng rời khỏi sân ga mất 25 giây nghĩa là với vận tốc $x(m/s)$ tàu chạy quãng đường $(y+378)\ (m)$ mất 25giây.

Ta có phương trình: $y+378=25x$.

- Từ hai phương trình trên ta được hệ phương trình: $\begin{cases} 7x-y=0 \\ 25x-y=378 \end{cases}$

- Giải hệ ta được: $x=21; y=147$ (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của đoàn tàu là $21(m/s)$ và chiều dài của đoàn tàu là $147m$.

Câu 12. Có ba lớp học sinh $10A$, $10B$, $10C$ gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp $10A$ trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp $10B$ trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp $10C$ trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 10A có 40 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có 45 em

B. 10A có 45 em, lớp 10B có 43 em, lớp 10C có40 em.

C. $10A$ có 45 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 43 em.

D. $10A$ có 43 em, lớp $10B$ có 40 em, lớp $10C$ có 45 em.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số học sinh của lớp $10A$, $10B$, $10C$ lần lượt là x, y, z.

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=128 \\ 3x+2y+6z=476. \\ 4x+5y=375 \end{cases}$

Giải hệ ta được $x=40, y=43, z=45. \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 13. Một khách sạn có 102 phòng gồm 3 loại: phòng 3 người, phòng 2 người và phòng 1 người. Nếu đầy khách tất cả các phòng thì khách sạn đón được 211 khách. Còn nếu cải tạo lại các phòng bằng cách: sửa các phòng 2 người thành 3 người, còn phòng 3 người sửa lại thành phòng 2 người và giữ nguyên các phòng 1 người thì tối đa một lần có thể đón đến 224 khách.
Vậy số phòng từng loại hiện nay của khách sạn là
A. 25 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 45 phòng 1 người.
B. 32 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.
C. 25 phòng 3 người, 45 phòng 2 người, 32 phòng 1 người.
D. 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số phòng 3 người, 2 người, 1 người ban đầu lần lượt là x, y, z.

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x+y+z=102 \\ 3x+2y+z=221 \\ 2x+3y+z=224 \end{cases}$

Giải hệ ta được $x=32, y=45, z=25$

$\Rightarrow$ số phòng từng loại sau khi sửa là: 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Câu 14. Ba cô Lan, Hương và Thúy cùng thêu một loại áo giống nhau. Số áo của Lan thêu trong 1 giờ ít hơn tổng số áo của Hương và Thúy thêu trong 1 giờ là 5 áo. Tổng số áo của Lan thêu trong 4 giờ và Hương thêu trong 3 giờ nhiều hơn số áo của Thúy thêu trong 5 giờ là 30 áo. Số áo của Lan thêu trong 2 giờ cộng với số áo của Hương thêu trong 5 giờ và số áo của Thúy thêu trong 3 giờ tất cả được 76 áo. Hỏi trong 1 giờ mỗi cô thêu được mấy áo?
A. Lan thêu được 9 áo, Hương thêu được 8 áo, Thúy thêu được 6 áo
B. Lan thêu được 8 áo, Hương thêu được được 9 áo, Thúy thêu được 6 áo
C. Lan thêu được 6 áo, Hương thêu được được 8 áo, Thúy thêu được 9 áo
D. Lan thêu được 6 áo, Hương thêu được được 9 áo, Thúy thêu được 8 áo.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số áo thêu trong một giời của Lan, Hương và Thúy lần lượt là x, y, z.

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x=y+z-5 \\ 4x+3y=5z+30 \\ 3x+5y+3z=76 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-z=-5 \\ 4x+3y-5z=30 \\ 3x+5y+3z=76 \end{cases}$

Giải hệ ta được $x=9, y=8, z=6$

Vậy số áo của Lan, Hương và Thúy thêu được trong một giờ lần lượt là $x=9, y=8, z=6$

Câu 15. Một số có ba chữ số. Nếu lấy số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 17 và dư 7. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng trăm cho nhau thì được số mới mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 54 và dư 8. Nếu đổi hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị của số mới này cho nhau thì được một số mà chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 15 và dư là 14. Vậy số đã cho ban đầu là:
A. 172. **B.** 296. **C.** 124. **D.** 587.

Lời giải

Chọn B.

Gọi số có ba chữ số cần tìm có dạng $\overline{xyz}$

Điều kiện: $x>0;\ y,\ z\ge 0;\ x,y,z\in\mathbb{N}$.

- Số đó chia cho tổng các chữ số của nó thì được thương là 17 và dư 5 nên ta có phương trình:

$\dfrac{100x+10y+z}{x+y+z}=17+\dfrac{7}{x+y+z}\Leftrightarrow 83x-7y-16z=7.$

- Tương tự ta có phương trình: $-44x+46y-53z=8$ và $85x-14y-5z=14$.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình $\begin{cases}83x-7y-16z=7\\-44x+46y-53z=8\\85x-14y-5z=14\end{cases}$

Giải hệ ta được $x=2, y=9,\ z=6$

Câu 16. Có 12 người ăn 12 cái bánh. Mỗi người đàn ông ăn 2 chiếc, mỗi người đàn bà ăn 1/2 chiếc và mỗi em bé ăn 1/4 chiếc. Hỏi có bao nhiêu người đàn ông, đàn bà và trẻ em?

A. 5 đàn ông, 1 đàn bà, 6 trẻ em. **B.** 5 đàn ông, 6 đàn bà, 1 trẻ em.

C. 6 đàn ông, 1 đàn bà, 5 trẻ em. **D.** 6 đàn ông, 5 đàn bà, 1 trẻ em.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số đàn ông, đàn bà và trẻ em lần lượt là $x,\ y,\ z$.

Điều kiện: $x,\ y,\ z$ nguyên dương và nhỏ hơn 12.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

$\begin{cases}x+y+z=12\\2x+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2y+2z=24 & (1)\\8x+2y+z=48 & (2)\end{cases}$

Lấy (2) trừ (1) theo vế ta được: $6x-z=24\Leftrightarrow z=6x-24.$

Do $0<z<12\Leftrightarrow 0<6x-24<12\Leftrightarrow 4<x<6\Rightarrow x=5.$

Thay x vào hệ trên ta tính được $y=1; z=6.$

Vậy có 5 đàn ông, 1 đàn bà và 6 trẻ em.

Câu 17. **(TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12)** Một khách hàng vào cửa hàng bách hóa mua một đồng hồ treo tường, một đôi giày và một máy tính bỏ túi. Đồng hồ và đôi giày giá 420.000 đ; máy tính bỏ túi và đồng hồ giá 570.000 đ; máy tính bỏ túi và đôi giày giá 750.000 đ. Hỏi mỗi thứ giá bao nhiêu?

A. Đồng hồ giá 170.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.

B. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 400.000 đ và đôi giày giá 350.000 đ.

C. Đồng hồ giá 140.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 320.000 đ.

D. Đồng hồ giá 120.000 đ, máy tính bỏ túi giá 450.000 đ và đôi giày giá 300.000 đ.

Lời giải

Chọn D

Gọi giá của đồng hồ, máy tính bỏ túi và đôi giá lần lượt là x,y,z.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+z=420.000\\x+y=570.000\\y+z=750.000\end{cases}$. Giải hệ này ta được $\begin{cases}x=120.000\\y=450.000\\z=300.000\end{cases}$

Câu 18. Hiện nay tuổi của mẹ gấp 7 lần tuổi con. Sau 2 năm nữa tuổi của mẹ gấp 5 lần tuổi con. Hỏi mẹ sinh con lúc đó mẹ bao nhiêu tuổi?

A. 26. **B.** 28. **C.** 24. **D.** 22.

Lời giải

Chọn B

Gọi x $(x\in\mathbb{N}^*)$ là tuổi mẹ hiện nay, y $(y\in\mathbb{N}^*)$ là tuổi con hiện nay.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases}x=7y\\x+2=5(y+2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-7y=0\\x-5y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=28\\y=4\end{cases}$ (thỏa điều kiện).

Vậy mẹ sinh con năm $28-4=24$ tuổi.

Câu 19. Một đoàn xe chở 290 tấn xi măng cho một công trình xây đập thủy điện. Đoàn xe có 57 chiếc gồm 3 loại: loại chở 3 tấn, xe chở 5 tấn và xe chở 7,5 tấn. Nếu dùng tất cả xe loại 7,5 tấn chở ba chuyến thì được số xi măng bằng tổng số xi măng do loại xe 5 tấn bở ba chuyến và loại xe 3 tấn chở hai chuyến. Hỏi số xe mỗi loại?

A. 20 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.

B. 18 xe loại chở 3 tấn, 19 xe loại chở 5 tấn và 20 xe loại 7,5 tấn.

C. 19 xe loại chở 3 tấn, 20 xe loại chở 5 tấn và 18 xe loại 7,5 tấn.

D. 20 xe loại chở 3 tấn, 18 xe loại chở 5 tấn và 19 xe loại 7,5 tấn.

Lời giải

Chọn A

Gọi x,y,z lần lượt là số xe loại chở 3 tấn, loại chở 5 tấn loại 7,5 tấn.

Ta có hệ $\begin{cases}x+y+z=57\\3x+5y+7,5z=290\\3.(7,5).z=3.5.y+2.3.x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=20\\y=19\\z=18\end{cases}$.

Nguyễn Bảo Vương

Câu 20. Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây.Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800 đồng. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000 đồng. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt và mỗi quả cam là bao nhiêu?

A. Quýt 1400 đồng; cam 800 đồng. **B.** Quýt 700 đồng; cam 200 đồng.

C. Quýt 800 đồng; cam 1400 đồng. **D.** Quýt 600 đồng; cam 800 đồng.

Chọn C

Gọi giá tiền mỗi quả quýt là: x (đồng; $x>0$) và giá tiền mỗi quả cam là: y (đồng; $y>0$)

Theo bài ra;ta có hệ phương trình: $\begin{cases}10x+7y=17800\\12x+6y=18000\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=800\ (TM)\\y=1400\ (TM)\end{cases}$

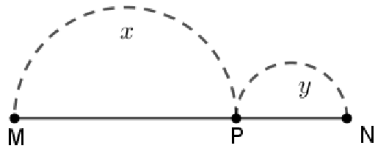
Vậy;giá tiền mỗi quả quýt là 800 đồng và giá tiền mỗi quả cam là 1400 đồng.

Câu 21. Cho hai người A và B xuất phát cùng một lúc ngược chiều từ thành phố M và N. Khi họ gặp nhau, người ta nhận thấy A đã đi nhiều hơn B là 6km. Nếu mỗi người tiếp tục đi theo hướng cũ với cùng vận tốc ban đầu thì A sẽ đến N sau 4,5 giờ, còn B đến M sau 8 giờ tính từ thời điểm họ gặp nhau. Gọi v_A,v_B lần lượt là vận tốc của người A và người B. Tính tổng v_A+v_B.

A. 8. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B



Gọi P là điểm mà hai người A và B gặp nhau. Gọi đoạn $MP = x$ là quãng đường A đi được, $NP = y$ là quảng đường B đi được.

Khi họ gặp nhau, người ta nhận thấy A đã đi nhiều hơn B 6km có nghĩa là đoạn MP dài hơn NP là 6km và thời gian đi của hai người cho đến lúc gặp nhau là bằng nhau. Ta có hệ

$$\begin{cases} x - y = 6 \\ \dfrac{x}{v_A} = \dfrac{y}{v_B} \end{cases} (1)$$

Nếu mỗi người tiếp tục đi theo hướng cũ với cùng vận tốc ban đầu thì A sẽ đến N sau 4,5 giờ,

còn B đến M sau 8 giờ tính từ thời điểm họ gặp nhau nên ta có hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{y}{v_A} = 4,5 \\ \dfrac{x}{v_B} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4,5v_A \\ x = 8v_B \end{cases} (2)$$

Thế (2) vào (1) ta có hệ:

$$\begin{cases} 8v_B - 4,5v_A = 6 \\ \dfrac{8v_B}{v_S} = \dfrac{4,5v_A}{v_B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8v_B - 4,5v_A = 6 \\ \sqrt{8}v_B = \sqrt{4,5}v_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_B = 3 \\ v_A = 4 \end{cases}$$

Vậy $v_A + v_B = 7$.

Câu 22. Một hộ gia đình nuôi gà và lợn, tổng số gà chó là 40 con, chủ nhà đếm được 100 chân. Hỏi hiệu số gà số chó là bao nhiêu?

A. 10. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 25.

Lời giải

Chọn **B**

Gọi số gà là x, số chó là y (đk $x, y \in \mathbb{N}^*, x, y \le 40$)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 40 \\ 2x + 4y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 10 \end{cases}$

Vậy số gà hơn số chó 20 con.

Câu 23. Để khuyến khích các em học sinh tích cực học tập, cô giáo quyết định thưởng cho mỗi học sinh xếp loại thi đua tốt 2 vở và 3 bút, mỗi học sinh xếp loại thi đua khá 1 vở, 1 bút. Biết tổng số giải vở cần mua là 60 quyển và 70 chiếc bút. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh?

A. 40. **B.** 50. **C.** 45. **D.** 55.

Lời giải

Chọn B

Gọi số học sinh loại tốt là x, loại khá là y (đk $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 60 \\ 3x + y = 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 40 \end{cases}$

Vậy lớp có 50 học sinh.

Câu 24. Để khuyến khích các em học sinh tích cực học tập, cô giáo quyết định thưởng cho mỗi học sinh xếp loại thi đua tốt 2 vở và 3 bút, mỗi học sinh xếp loại thi đua khá 1 vở và 1 bút. Biết tổng số tiền mua vở là 700000 đồng, số tiền mua bút là 200000 đồng. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh? Biết giá vở là 10000đồng/quyển, bút là 2500đồng/chiếc.

A. 40. **B.** 50. **C.** 45. **D.** 55.

Lời giải

Chọn C

Gọi số học sinh loại tốt là x, loại khá là y (đk $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} (2x+y).10000 = 700000 \\ (3x+y)2500 = 200000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=70 \\ 3x+y=80 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=30 \end{cases}$

Vậy lớp có 40 học sinh.

Câu 25. Một người mua vải gồm hai loại tổng cộng 30m, biết vải loại 1 giá 80000 đồng/m, vải loại 2 giá 60000 đồng/m. Tổng số tiền thanh toán là 2000000 đồng. Hỏi số m vãi mỗi loại.

A. 15 m và 15 m. **B.** 20 m và 10 m. **C.** 10 m và 20 m. **D.** 5 m và 25 m.

Lời giải

Chọn C

Gọi số m vải loại 1 là x, loại 2 là y (đk $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=30 \\ 80000.x+60000.y=2000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases}$

Vậy loại 1 mua 10m, loại 2 mua 20m.

Câu 26. Một khách mua thẻ sim điện thoại, tổng cộng 250 thẻ loại 20000 đồng và 50000 đồng. Tổng số tiền thanh toán là 8000000 đồng. Hỏi số thẻ mỗi loại.

A. 100 m và 150 m. **B.** 200 m và 50 m. **C.** 125 m và 125 m. **D.** 150 m và 100 m.

Lời giải

Chọn D

Gọi số thẻ loại 20000 đồng là x, loại 50000 đồng là y (đk $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=250 \\ 20000.x+50000.y=8000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=150 \\ y=100 \end{cases}$

Vậy loại 20000 mua 150m, loại 50000 mua 100m.

Câu 27. Một cửa hàng bán áo sơ mi, quần âu nam và váy nữ. Ngày thứ nhất bán được 12 áo, 21 quần và 18 váy doanh thu là 5.349.000đ. Ngày thứ hai bán được 16 áo, 24 quần và 12 váy, doanh thu là 5.600.000đ. Ngày thứ ba bán được 24 áo, 15 quần và 12 váy doanh thu là 5.259.000đ. Hỏi tổng số tiền mỗi áo, mỗi quần, mỗi váy là bao nhiêu?

A. 310.000đ **B.** 309.000đ **C.** 312.000đ **D.** 315.000đ

Lời giải

Chọn **B**

Gọi x, y, z lần lượt là giá tiền một cái áo, một cái quần và một cái váy. Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 12x+21y+18z=5.349.000 \\ 16x+24y+12z=5.600.000 \\ 24x+15y+12z=5.259.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=98.000 \\ y=125.000 \\ z=86.000 \end{cases}$. Từ đó ta chọn được **B.**

Câu 28. Ba phân số đều có tử số là 1 và tổng của ba phân số bằng 1. Hiệu của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng phân số thứ ba, còn tổng của phân số thứ nhất và phân số thứ hai bằng 5 lần phân số thứ ba. Tìm tổng bình phương các phân số đó.

A. $\frac{5}{18}$ **B.** $\frac{7}{18}$ **C.** $\frac{5}{6}$ **D.** $\frac{5}{18}$

Lời giải

Chọn B

Gọi ba phân số đó là: $\frac{1}{x},\frac{1}{y},\frac{1}{z}$. Khi đó: ta có hệ: $\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1\\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}-\frac{5}{z}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{x}=\frac{1}{2}\\ \frac{1}{y}=\frac{1}{3}\\ \frac{1}{z}=\frac{1}{6}\end{cases}$. Từ đó ta chọn

được đáp án **B.**

Câu 29. Hai công nhân được giao việc sơn một bức tường. Sau khi người thứ nhất làm được 7 giờ và người thứ hai làm được 4 giờ thì họ sơn được 5/9 bức tường. Sau đó họ cùng làm việc với nhau trong 4 giờ nữa thì chỉ còn lại 1/18 bức tường chưa sơn. Hỏi nếu mỗi người làm riêng thì sau bao nhiêu giờ mỗi người mới sơn xong bức tường?

A. $18h,24h$ **B.** $18h,22h$ **C.** $16h,18h$ **D.** $16h,20h$

Lời giải

Chọn A

Giả sử mỗi giờ người thứ nhất sơn được $\frac{1}{x}$ bức tường và người thứ hai sơn được $\frac{1}{y}$ bức tường.

Khi đó ta có hệ: $\begin{cases}\frac{7}{x}+\frac{4}{y}=\frac{5}{9}\\ \frac{11}{x}+\frac{8}{y}=\frac{17}{18}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=18\\ y=24\end{cases}$. Nên người 1 sơn 18h, người 2 sơn 24h thì xong

bức tường, ta chọn **A.**

Câu 30. Trong một cuộc thi pha chế mỗi đội chơi được dùng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu, pha chế 1 lít nước táo cần 20g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, Mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất.

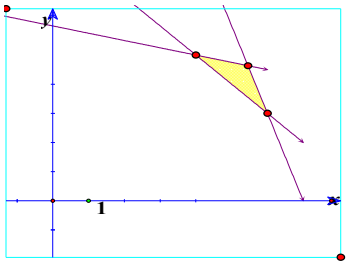
A. 645 **B.** 660 **C.** 600 **D.** 640

Lời giải

Chọn D

Gọi a, b là số lít nước cam và táo mà mỗi đội cần pha chế. Ta có 30a+10b là số gam đường cần dùng, a+b là số lít nước cần dùng, a+4b là số gam hương liệu cần dùng. Khi đó ta có hệ:

$\begin{cases}30a+10b\le 210\\ a+b\le 9\\ a+4b\le 24\end{cases}$. Khi đó ta có đồ thị:



Ta xét ba đỉnh của miền khép kín là $A(4;5), B(\frac{60}{11};\frac{51}{11}), C(6;3)$. Ta thấy F đạt GTLN tại a=4, b=5. Khi đó GTLN là: 640. Chọn **D.**

Nguyễn Bảo Vương