

Họ và tên HS:; Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (8,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 32.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. B. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. C. $u_n = n + \frac{1}{3}$. D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 2. Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

- A. 31. B. 30. C. 29. D. 28.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 4\cos^2 x + \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đó. Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + m^2$.

- A. $T = 14$. B. $T = 15$. C. $T = 12$. D. $T = 17$.

Câu 4. Tổng các nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ của phương trình $\sin 2x - \cos x = 0$ bằng

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. 2π . C. 3π . D. 5π .

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\log_2 x - 1}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; +\infty) \setminus \{2\}$. D. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-3) \leq 2$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. Vô số. B. 9. C. 7. D. 6.

Câu 7. Giả sử nhiệt độ của một loại đồ uống được xác định theo công thức: $T = 22 + 50e^{-\frac{1}{8}t}$, $t \geq 0$, trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống đó xong. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng đơn vị) kể từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống đó không quá 40°C ?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 8. Hàm số $y = \sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(1; 4)$.

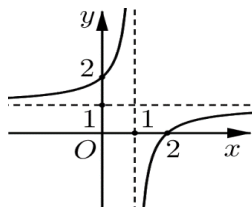
Câu 9. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Khi đó giá trị của $4a - b$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 10. Cho hàm số $y = 2^x - 4x \ln 2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ có dạng $a + b \ln 2$ với a, b là các số nguyên. Giá trị $T = a + b$ là

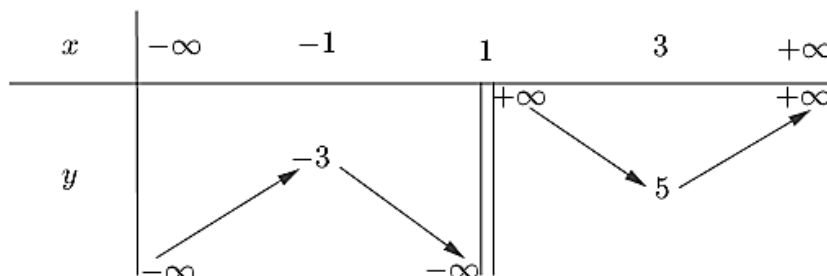
- A. $T = 12$. B. $T = -4$. C. $T = 14$. D. $T = -2$.

Câu 11. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+a}{bx+c}$, $(a, b, c \in \mathbb{Z})$. Khi đó giá trị biểu thức $T = a - 3b - 2c$ bằng



- A. 3. B. 2. C. 0. D. -3.

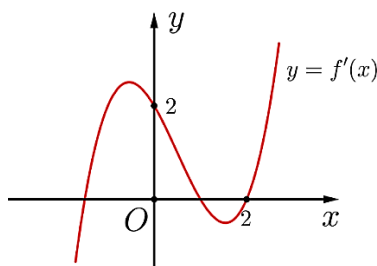
Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $b, c, m, n \in \mathbb{R}; m \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = x - 1$. B. $y = -x + 1$ C. $y = 2x - 1$. D. $y = x$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ nghiệm đúng với mọi x thuộc khoảng $(0; 2)$ khi và chỉ khi

- A. $m < f(2) - 4$. B. $m \leq f(0)$. C. $m \leq f(2) - 4$. D. $m < f(0)$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + 1$ là

- A. $\int f(x)dx = 3^x \ln x + x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. D. $\int f(x)dx = 3^x + x + C$.

Câu 15. Cho biết $I = \int_1^3 \frac{6x^2 - x - 3}{2x + 1} dx = 8 + \frac{a}{b} \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $ad - bc$.

- A. $ad - bc = 2$. B. $ad - bc = 1$. C. $ad - bc = -1$. D. $ad - bc = -2$.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x (3e^{2x-1} - 2)$ là $F(x) = ae^{3x} + be^x + C$ với $a, b, C \in \mathbb{R}$. Độ dài của vectơ $\vec{u} = (ae; b)$ bằng

- A. $|\vec{u}| = 3$. B. $|\vec{u}| = \sqrt{10}$. C. $|\vec{u}| = 2$. D. $|\vec{u}| = \sqrt{5}$.

Câu 17. Cho $\int_2^4 f(x)dx = 10, \int_2^4 g(x)dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 [3f(x) - 5g(x)]dx$.

- A. $I = 15$. B. $I = 10$. C. $I = 5$. D. $I = -5$.

Câu 18. Biết rằng hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{7}{2}$, $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_0^3 f(x) dx = \frac{13}{2}$. Giá trị của $P = a + b + c$ bằng

- A. $-\frac{3}{4}$. B. $-\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 19. Người ta quan sát một quần thể vi khuẩn đang tăng trưởng, ban đầu có 500 vi khuẩn. Sau một ngày và sau bốn ngày kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn của quần thể đó tương ứng là 600 vi khuẩn và 1300 vi khuẩn. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t ngày kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \leq t \leq 10$. Người ta ước tính tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó được mô tả bởi $P'(t) = at + b\sqrt{t}$ (vi khuẩn/ngày), trong đó a, b là các hằng số. Hỏi số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày kể từ khi bắt đầu quan sát là bao nhiêu?

- A. 22900. B. 43200. C. 3200. D. 3201.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$. Tam giác SAB là đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. B. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 21. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi α là góc nhị diện $[A, B'C', A']$. Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = \sqrt{2}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 30° .

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q là trung điểm của AB và CD . Chọn khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$. B. $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 25. Cho hai vector $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; \vec{a} \cdot \vec{b} = 10$. Xét hai vector $\vec{x} = \vec{a} - 2\vec{b}, \vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$. Gọi α là góc giữa hai vector $\vec{x}, \vec{y}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{15}}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{15}}$. C. $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{15}}$. D. $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{15}}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 0), B(-1; 3; 5)$. Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $a + 2b + 2c$ bằng

- A. $\frac{25}{2}$. B. $-\frac{25}{2}$. C. 50. D. $\frac{27}{2}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-20; 7; 4)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(244; -81; 180)$ với vận tốc $7m/s$. Biết rằng sau khi di chuyển từ A được 1 phút 30 giây thì cabin cáp treo cách mặt đất $x + y\sqrt{z}$ mét (với $x, y, z \in \mathbb{N}$). Khi đó giá trị của $2x + 3y - z$ bằng

- A. 260. B. 279. C. 264. D. 300.

Câu 28. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. [80;100). B. [40;60). C. [60;80). D. [20;40).

Câu 29. Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi một phân xưởng được cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[1,5; 2)	[2; 2,5)	[2,5; 3)	[3; 3,5)	[3,5; 4)
Số linh kiện của phân xưởng	4	9	13	8	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn) bằng

- A. 2,788. B. 0,355. C. 2,734. D. 0,596.

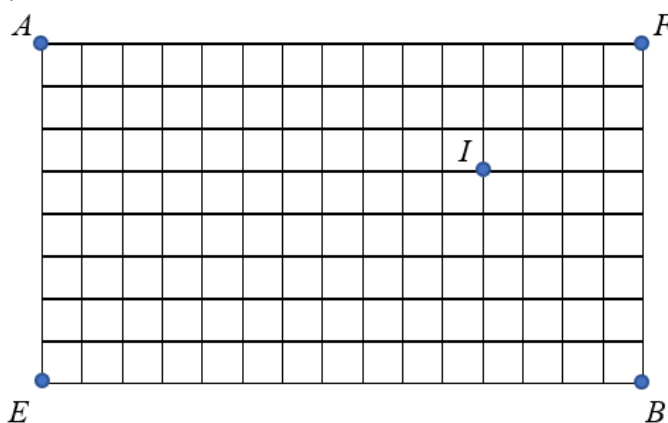
Câu 30. Một người thống kê và chia thời lượng (đơn vị: giây) thực hiện các cuộc gọi điện thoại của mình trong một tuần thành sáu nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)
Tần số	10	11	8	6	4	1

Tứ phân vị thứ ba Q_3 (đơn vị: giây) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 100. B. 105. C. 90. D. 95.

Câu 31. Hai người tham gia một trò chơi di chuyển theo cạnh của các ô hình vuông như trong hình (hình có 15×8 ô hình vuông nhỏ)



Người thứ nhất đi từ điểm A đến điểm B , người thứ hai đi từ điểm E đến điểm F . Biết rằng cả hai người cùng đi ngẫu nhiên và theo con đường ngắn nhất. Tính xác suất để cả hai người cùng đi qua điểm I (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A. 0,029. B. 0,107. C. 0,027. D. 0,241.

Câu 32. Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuấn (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagames 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuấn thắng mỗi set là 0,6. Xác suất để vận động viên Tuấn giành chiến thắng trong trận đấu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng

- A. 0,68. B. 0,48. C. 0,42. D. 0,65.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	-
$f(x)$	3	5	$-\infty$	m

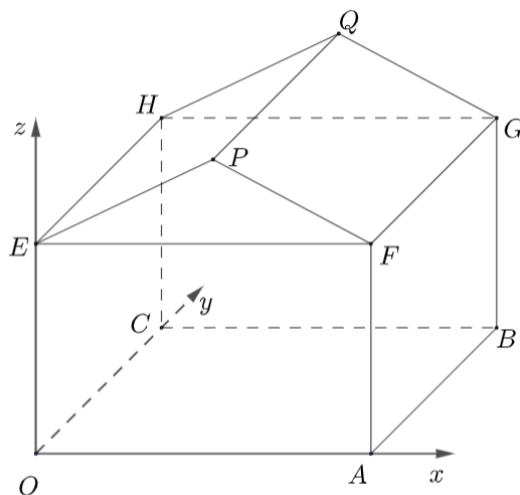
- a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-5;0)$.
b) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 0.
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty;2)$ bằng 3.
d) Có 4 giá trị nguyên $m \in (0;5]$ để đồ thị hàm số đã cho có ba đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 2. Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm.

- a) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.
b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \frac{3}{x}$.
c) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$.
d) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

Câu 3. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFPE.CBGQH$, với $OAFE$ là hình chữ nhật và EFH là tam giác cân tại P . Biết $OA = 4m$; $AB = 6m$; $HC = 5$; số đo góc nhị diện $[Q, FG, H]$ bằng 45° . Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục tọa độ tương ứng như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là 1m).

- a) Tọa độ của $\overrightarrow{PQ}$ là $(0;6;0)$.
b) Tọa độ của điểm G là $(6;4;5)$.
c) Chiều cao kho hàng, tức là khoảng cách từ sàn nhà đến nóc nhà (điểm cao nhất của nóc nhà) bằng $7m$.
d) Chủ cửa hàng muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến E rồi từ E đến H . Độ dài đoạn dây cáp nối cần tối thiểu bằng $11 + \sqrt{10}$ m.



Câu 4. Sau học kì I năm học 2024-2025, thầy Đạo chủ nhiệm lớp 12B1 nhận thấy rằng lớp mình có 60% học sinh có kết quả xuất sắc, 40% học sinh có kết quả loại giỏi, không có học sinh khá và trung bình. Nhưng để nắm chính xác hơn về năng lực tư duy môn toán của từng học sinh nên thầy Đạo đã cho học sinh làm bài kiểm tra toán trong thời gian 90 phút. Sau khi chấm bài xong, thầy Đạo thấy rằng trong số học sinh loại giỏi có 8 học sinh từ 9 điểm toán trở lên và có 75% học sinh xuất sắc trong các học sinh được điểm toán từ 9 trở lên. Biết lớp 12B1 có 40 học sinh.

- a) Tỷ lệ học sinh có điểm toán từ 9 trở lên của lớp 12B1 là 70% .
b) Học sinh xuất sắc kiểm tra môn toán đều có điểm lớn hơn hoặc bằng 9.
c) Những học sinh có điểm toán dưới 9 điểm đều là học sinh loại giỏi.
d) Biết rằng tỷ lệ học sinh có điểm toán trên 9 điểm của học sinh giỏi bằng 37,5% ; trong số học sinh có điểm bằng 9 thì có 50% học sinh xuất sắc. Vậy có 22 học sinh kết quả xuất sắc có điểm trên 9.

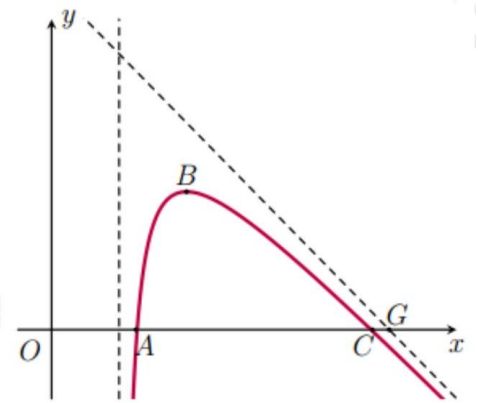
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3,0 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Người ta thả vào ao một loại bèo có tốc độ tăng trưởng được tính theo công thức $S_t = S_0 \cdot e^{rt}$. Trong đó, S_0 là diện tích ban đầu, S_t là diện tích sau t ngày, r là tốc độ tăng trưởng và t là số ngày. Ban đầu, diện tích bèo chiếm $\frac{1}{50}$ diện tích ao. Sau t_1 và t_2 ngày thì diện tích bèo lần lượt chiếm $\frac{1}{30}$ và $\frac{1}{10}$ diện tích ao ($t_2 > t_1$). Biết $t_2 - t_1 = 3$, hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì diện tích bèo chiếm 1 nửa diện tích ao (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Tìm m biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục hệ tọa độ Oxy

một tam giác có diện tích bằng 2. Tính tổng các giá trị của tham số m tìm được bằng bao nhiêu?

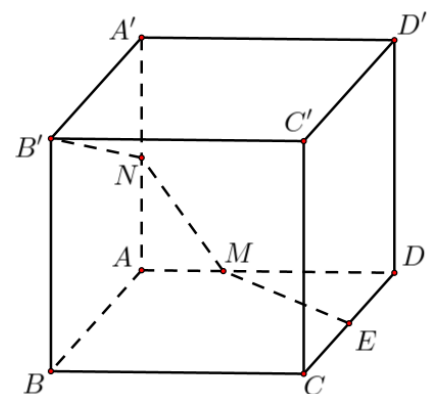
Câu 3. Một máy bay trình diễn có đường bay gần với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gắn với mặt đất. Đường bay có dạng là một phần của đồ thị của hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết rằng máy bay xuất phát tại vị trí A cách gốc tọa độ O một khoảng 2,5 đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát 1,5 đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất 4,5 đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu đơn vị?



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 2x\sqrt{(f(x))^2 + 1}$ và $f(0) = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$.

Tính $2M + 3m$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 5. Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh bằng 10 m. Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm E (là trung điểm của CD) đi qua điểm M thuộc cạnh AD , đi tiếp qua điểm N thuộc cạnh AA' rồi tới điểm B' (như hình vẽ). Biết độ dài đoạn dây điện bằng 25 m. Tính độ dài đoạn MN (làm tròn đến hàng phần trăm).



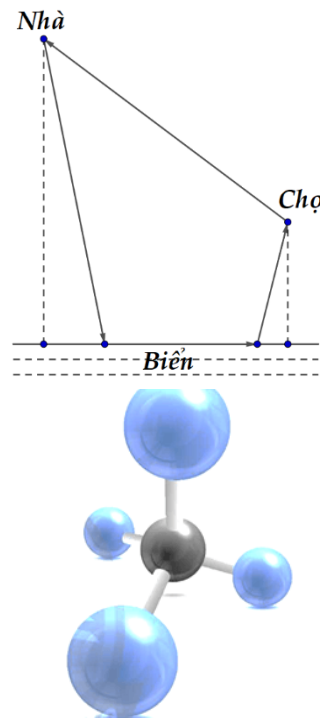
Câu 6. Hai quả bóng bay được thả lên cùng một địa điểm. Sau một khoảng thời gian, quả bóng thứ nhất nằm cách địa điểm xuất phát 200m về hướng Đông và 200m về hướng Nam, đồng thời cách mặt đất 50m; quả bóng thứ hai nằm cách địa điểm xuất phát 100m về hướng Tây và 100m về hướng Bắc, đồng thời cách mặt đất 40m. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất quan sát thấy hai quả bóng này. Biết rằng so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí người đứng có tổng khoảng cách đến hai quả bóng bay là nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm thả hai quả bóng bay này (đơn vị: mét) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN IV. Tự luận (5,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ.

2) Nhà anh Hùng cách bờ biển 1 km . Mỗi buổi sáng anh Hùng chạy bộ từ nhà ra bờ biển, sau đó chạy dọc bờ biển 500 m , rồi anh chạy qua chợ hải sản để mua thức ăn trong ngày, cuối cùng anh chạy thẳng về nhà (tham khảo hình vẽ). Biết chợ hải sản cách bờ biển 400 m và cách nhà anh Hùng 1 km , tính quãng đường ngắn nhất mà anh Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng.

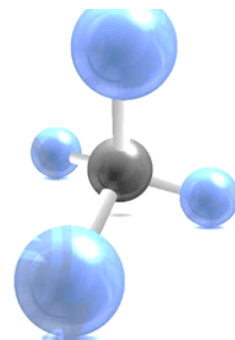


Câu 2 (2,0 điểm).

1) Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện (tham khảo hình vẽ).

Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $\text{H}-\text{C}-\text{H}$ (góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen).

Tính cosin của góc liên kết đó.



2) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $AC = 5a$, hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC . Mặt bên $ACC'A'$ hợp với mặt đáy $A'B'C'$ một góc 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Nhân dịp Tết Trung thu cô giáo tặng quà cho 3 bạn Vũ, Hồng, Ngọc. Trong hộp quà có 9 cây bút và 8 quyển vở được sắp xếp một cách lộn xộn. Cô giáo gọi 3 bạn đứng xếp hàng có thứ tự, Vũ đứng trước được tặng quà trước, Hồng đứng sau nhận quà sau và Ngọc đứng sau cùng nên nhận quà sau cùng. Xác suất để Ngọc nhận được quà là cây bút bằng bao nhiêu, biết rằng cô giáo tặng quà bằng cách rút ngẫu nhiên và mỗi bạn chỉ nhận được một phần quà trong hộp.

-----HẾT-----

Cán bộ coi khảo sát không giải thích gì thêm. Học sinh không được sử dụng tài liệu.

I. ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	D	21	A	31	A
2	B	12	D	22	B	32	A
3	C	13	C	23	A	33	
4	C	14	B	24	D	34	
5	C	15	B	25	D	35	
6	B	16	D	26	A	36	
7	C	17	C	27	C	37	
8	C	18	B	28	D	38	
9	A	19	C	29	B	39	
10	B	20	A	30	D	40	

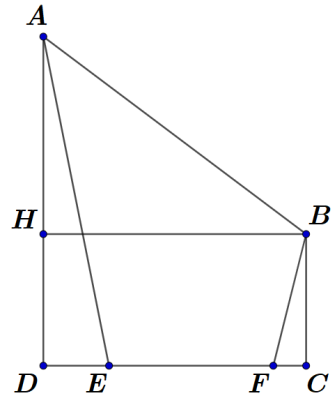
II. ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

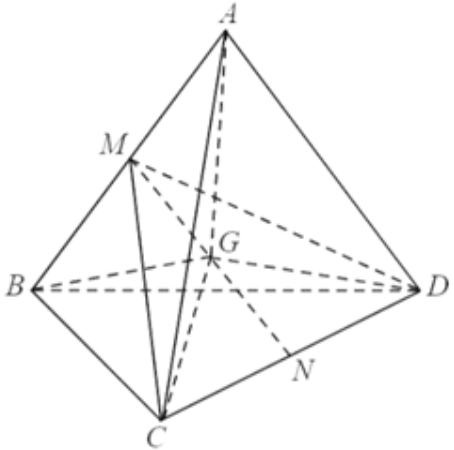
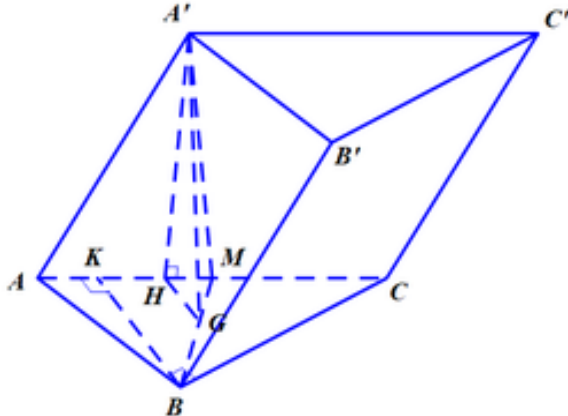
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu	Câu
a) Đúng	a) Sai	a) Đúng	a) Sai	a)	a)
b) Sai	b) Đúng	b) Sai	b) Đúng	b)	b)
c) Sai	c) Sai	c) Đúng	c) Đúng	c)	c)
d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d) Đúng	d)	d)

III. ĐÁP ÁN PHẦN TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	Đáp án
Câu 1	9
Câu 2	-5,5
Câu 3	0,5
Câu 4	25
Câu 5	4,17
Câu 6	47

IV. ĐÁP ÁN TỰ LUẬN (Chia nhỏ đến 0,25 hoặc 0,5 tùy theo đặc thù từng môn)

Câu	Nội dung	Điểm																			
Câu 1.1)	Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$. $y' = 6x^2 - 6x. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}.$ Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table> $m - 1$ $m - 2$ $-\infty$ Vậy $B(0; m - 1)$, $C(1; m - 2)$.	x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	y						$+\infty$	0,5
x	$-\infty$	0	1	$+\infty$																	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$															
y						$+\infty$															
	Phương trình đường thẳng BC: $x + y - m + 1 = 0$ $d(O; BC) = \frac{ 1 - m }{\sqrt{2}}.$ $S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC).BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{ 1 - m }{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow 1 - m = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m = 4 \\ 1 - m = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 5 \end{cases}$	0,5																			
Câu 1.2)	Đổi $400m = 0,4km$ và $500m = 0,5km$. Dựng hình chữ nhật $DCBH$.  Khi đó $DC = HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1^2 - (1 - 0,4)^2} = 0,8$. Đặt $DE = x$ và $FC = y$. Khi đó $x + y = DE + FC = DC - EF = 0,8 - 0,5 = 0,3$. Ta có đoạn đường anh Hùng sẽ đi là $T = AE + EF + FB + BA = \sqrt{x^2 + 1^2} + \sqrt{y^2 + 0,4^2} + 1,5.$	0,5																			
	Lập luận được T nhỏ nhất khi $x = \frac{3}{14}$; $y = \frac{3}{35}$. Vậy quãng đường ngắn nhất anh Hùng đi trong buổi sáng là $1932m$.	0,5																			

Câu 2. 1)	Gọi G là trọng tâm của tứ diện đều $ABCD$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{GA}, \vec{b} = \overrightarrow{GB}, \vec{c} = \overrightarrow{GC}, \vec{d} = \overrightarrow{GD}$. Ta có $\vec{a} = \vec{b} = \vec{c} = \vec{d}$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{d} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{d} = \vec{c} \cdot \vec{d}$. 	0,5
	Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d})^2 = 0$ $\Leftrightarrow \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + \vec{d}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + 2\vec{a}\vec{c} + 2\vec{a}\vec{d} + 2\vec{b}\vec{c} + 2\vec{b}\vec{d} + 2\vec{c}\vec{d} = 0$ $\Leftrightarrow 4\vec{a}^2 + 12 \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ $\Leftrightarrow 12 \vec{a} \vec{b} \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -4\vec{a}^2$ $\Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{3}$.	
Câu 2. 2)	 Ta có $((ACC'A'), (A'B'C')) = ((ACC'A'), (ABC))$ Kẻ $GH \perp AC$, $A'G \perp AC \Rightarrow AC \perp (A'GH) \Rightarrow AC \perp A'H$ Ta có: $\begin{cases} (ACC'A') \cap (ABC) = AC \\ AC \perp A'H \\ AC \perp GH \end{cases} \Rightarrow ((ACC'A'), (ABC)) = (\widehat{A'H, GH}) = \widehat{A'HG} = 60^\circ.$ $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 9a^2} = 4a.$ Kẻ $BK \perp AC \Rightarrow \frac{1}{BK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{16a^2} = \frac{25}{144a^2} \Leftrightarrow BK = \frac{12a}{5}.$ Có $BK \parallel GH \Rightarrow \frac{GH}{BK} = \frac{MG}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH = \frac{1}{3}BK = \frac{1}{3} \cdot \frac{12a}{5} = \frac{4a}{5}.$	0,5

	Tam giác $A'HG$ vuông tại G có: $\tan \widehat{A'HG} = \frac{A'G}{GH} \Rightarrow A'G = \frac{4a}{5} \tan 60^\circ = \frac{4a\sqrt{3}}{5}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{ABC} = \frac{1}{2} 3a.4a.\frac{4a\sqrt{3}}{5} = \frac{24a^3\sqrt{3}}{5}$.	0,5
Câu 3	Để Ngọc nhận được bút, ta xét các trường hợp: • Trường hợp 1: Vũ nhận bút, Hồng nhận bút, Ngọc nhận bút: + Xác suất Vũ nhận bút: $\frac{9}{17}$. Sau khi Vũ nhận bút, còn lại 8 bút và 8 vở, tổng cộng 16 phần quà. + Xác suất Hồng nhận bút: $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$. Sau khi Hồng nhận bút, còn lại 7 bút và 8 vở, tổng cộng 15 phần quà. + Xác suất Ngọc nhận bút: $\frac{7}{15}$. Xác suất của trường hợp này: $\frac{9}{17} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{15} = \frac{63}{510}$ • Trường hợp 2: Vũ nhận bút, Hồng nhận vở, Ngọc nhận bút: + Xác suất Vũ nhận bút: $\frac{9}{17}$. Sau khi Vũ nhận bút, còn lại 8 bút và 8 vở, tổng cộng 16 phần quà. + Xác suất Hồng nhận vở: $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$. Sau khi Hồng nhận vở, còn lại 8 bút và 7 vở, tổng cộng 15 phần quà. + Xác suất Ngọc nhận bút: $\frac{8}{15}$. Xác suất của trường hợp này: $\frac{9}{17} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{15} = \frac{72}{510}$. • Trường hợp 3: Vũ nhận vở, Hồng nhận bút, Ngọc nhận bút: + Xác suất Vũ nhận vở: $\frac{8}{17}$. Sau khi Vũ nhận vở, còn lại 9 bút và 7 vở, tổng cộng 16 phần quà. + Xác suất Hồng nhận bút: $\frac{9}{16}$. Sau khi Hồng nhận bút, còn lại 8 bút và 7 vở, tổng cộng 15 phần quà. + Xác suất Ngọc nhận bút: $\frac{8}{15}$. Xác suất của trường hợp này: $\left(\frac{8}{17}\right) \cdot \left(\frac{9}{16}\right) \cdot \left(\frac{8}{15}\right) = \frac{72}{510}$. • Trường hợp 4: Vũ nhận vở, Hồng nhận vở, Ngọc nhận bút: + Xác suất Vũ nhận vở: $\frac{8}{17}$. Sau khi Vũ nhận vở, còn lại 9 bút và 7 vở, tổng cộng 16 phần quà. + Xác suất Hồng nhận vở: $\frac{7}{16}$. Sau khi Hồng nhận vở, còn lại 9 bút và 6 vở, tổng cộng 15 phần quà. + Xác suất Ngọc nhận bút: $\frac{9}{15}$.	1,0

	Xác suất của trường hợp này: $\left(\frac{8}{17}\right) \cdot \left(\frac{7}{16}\right) \cdot \left(\frac{9}{15}\right) = \frac{504}{4080} = \frac{63}{510}$. Vậy xác suất để Ngọc nhận được quà là cây bút là: $\left(\frac{63}{510}\right) + \left(\frac{72}{510}\right) + \left(\frac{72}{510}\right) + \left(\frac{63}{510}\right) = \frac{270}{510} = \frac{9}{17} \approx 0,53$.	
--	---	--

-----**Hết**-----

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>