

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

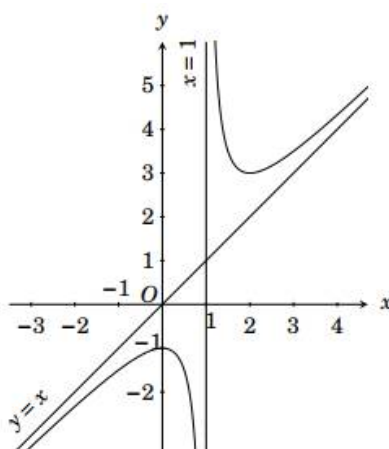
2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 1

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$
- B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = 1$
- C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = x$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ  $(1;1)$ .**

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |      |     |           |     |      |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|-----|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$ | $+\infty$ |     |      |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ | $0$  | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-2$ |     | $3$       |     | $-2$ |     | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1;0)$       B.  $(-\infty;0)$       C.  $(1;+\infty)$       D.  $(0;1)$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .  
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty;1)$  và  $(1;+\infty)$ .  
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty;1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(1;+\infty)$ .  
 D. Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có mấy điểm cực trị?

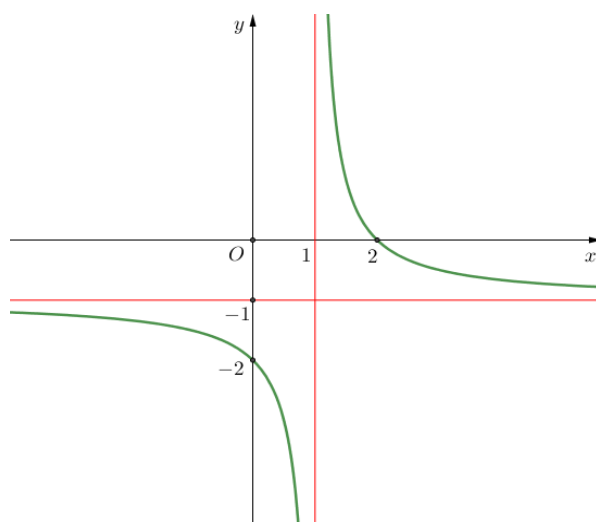
- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1;3]$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

|      |    |   |   |   |   |   |
|------|----|---|---|---|---|---|
| $x$  | -1 | 0 | 2 | 3 |   |   |
| $y'$ |    | + | 0 | - | 0 | + |
| $y$  | 0  | 5 | 1 | 4 |   |   |

- A.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .      B.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ .      C.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ .      D.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$ .

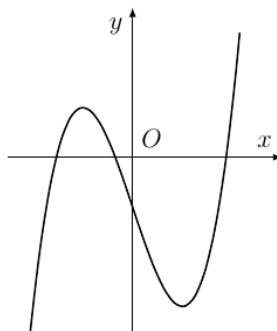
**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.  $x = 1$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 0$ .      D.  $y = -1$ .

**Câu 7.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



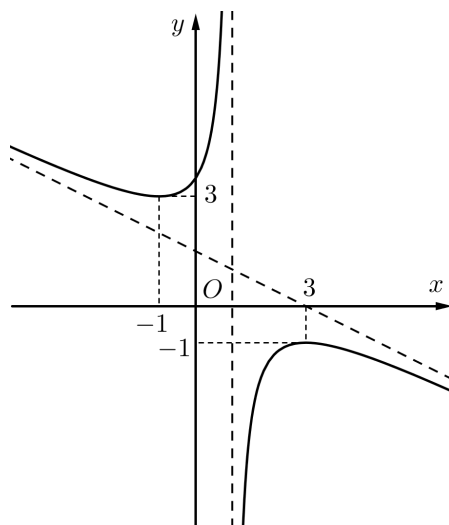
A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

D.  $y = x^2 + x - 1$ .

**Câu 8.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$ .

B.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{x - 1}$ .

C.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$ .

D.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau.

|         |   |    |   |
|---------|---|----|---|
| $x$     | 0 | 3  | 8 |
| $f'(x)$ | + | 0  | - |
| $f(x)$  | 0 | 10 | 0 |

Hàm số đạt giá trị lớn nhất là  $f(x_0)$  tại  $x_0$ . Khi đó tích  $x_0 \cdot f(x_0)$  bằng

A. 30.

B. 3.

C. 10.

D. 0.

**Câu 10.** Hàm số  $y = \cos 2x - 4\sin x + 4$  có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

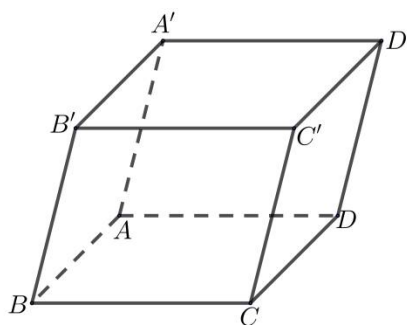
A.  $\frac{\pi}{2}; 0$ .

B. 5; 1.

C. 5; -1.

D. 9; 1.

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Chọn đẳng thức vector đúng:

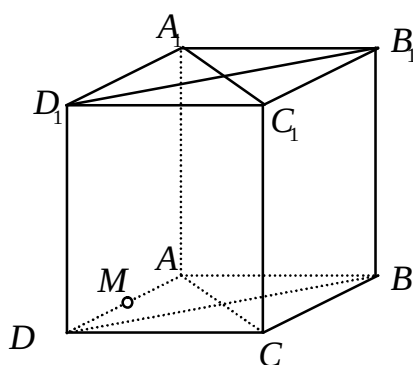
A.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .

B.  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

C.  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ .



Giá trị  $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$  là:

A.  $\frac{1}{2}a^2$ .

B.  $a^2$ .

C.  $\frac{3}{4}a^2$ .

D.  $\frac{3}{2}a^2$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

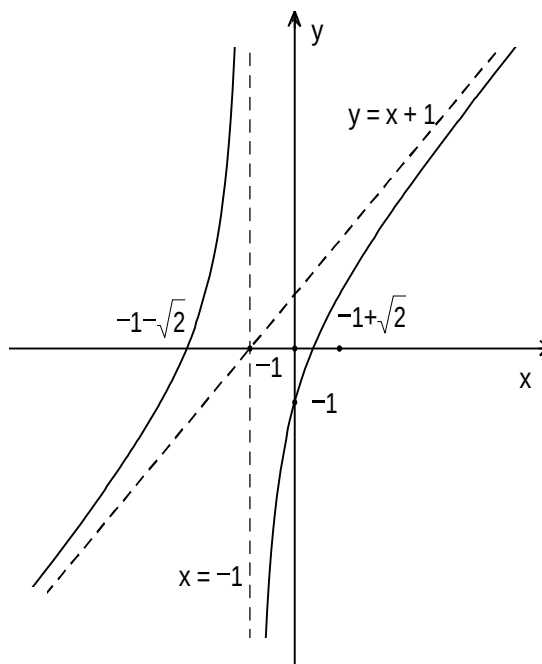
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$  có đồ thị là (C).

a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

|    |           |           |           |
|----|-----------|-----------|-----------|
| x  | $-\infty$ | -1        | $+\infty$ |
| y' | +         |           | +         |
| y  | $-\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ |

c) Đồ thị (C) là hình sau:



d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số  $(C)$  là điểm  $I(0; -1)$ .

**Câu 2.** Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản  $x (x \in \mathbb{N}^*)$  cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản  $x$  cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi  $C(x) = x^2 - 2000x + 1000000000$  (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



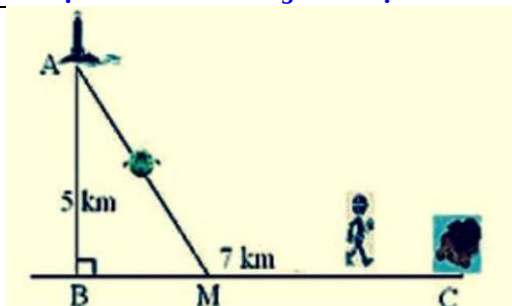
a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $\frac{x^2 - 2000x + 1000000000}{x}$  (đồng)

b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0; 10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.

**Câu 3.** Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí  $A$  có khoảng cách đến bờ biển  $AB = 5\text{km}$ . Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí  $C$  cách  $B$  một khoảng 7km (như hình vẽ).



Người canh hải đăng có thể chèo đò từ  $A$  đến  $M$  trên bờ biển với vận tốc  $4\text{km/h}$  rồi đi bộ đến  $C$  với vận tốc  $6\text{km/h}$ . Gọi  $x(\text{km})$  là khoảng cách từ  $B$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 7$ .

a) Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ  $A$  đến  $M$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$ .

b) Thời gian người canh hải đăng đi bộ từ  $M$  đến  $C$  là:  $\frac{7-x}{6}(h)$ .

c) Thời gian người canh hải đăng đi từ  $A$  đến kho  $C$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ .

d) Vị trí của điểm  $M$  cách  $B$  một khoảng  $2\sqrt{5}\text{km}$  thì người canh hải đăng đi đến kho nhanh nhất.

**Câu 4.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $AB = a$ ;  $AD = a\sqrt{3}$ ;  $AA' = 2a$ .

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

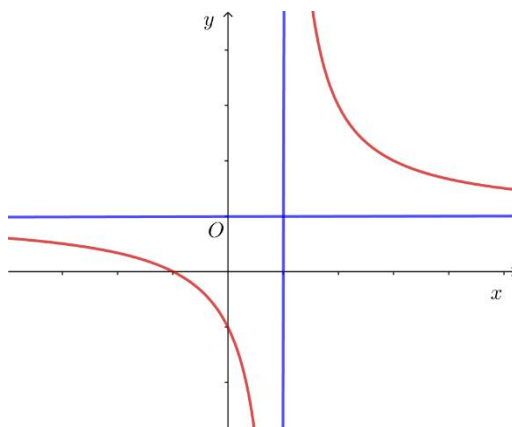
b)  $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{5}$

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CC'}| = 2\sqrt{2}a$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

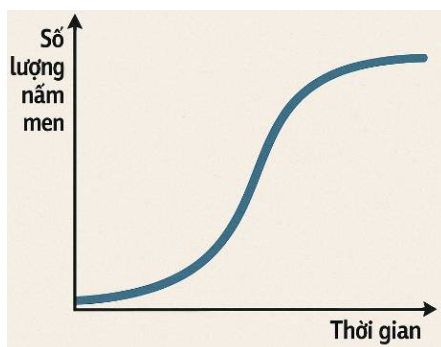
**Câu 1.** Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x-1}$  ( $a$  là số thực cho trước và  $a \neq -1$ ) có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a \in [-2025; 2025]$ ?

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số  $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Theo mô hình này số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu con?

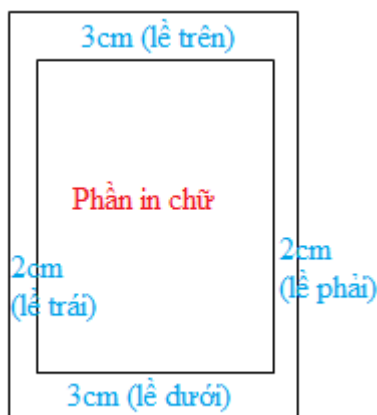


**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán  $x$  máy tính bảng ( $1 \leq x \leq 200, x \in \mathbb{N}$ ) thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là  $p(x) = 4000 - 10x$  (nghìn đồng), trong đó chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là  $c(x) = x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x}$  (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

**Trả lời:** .....

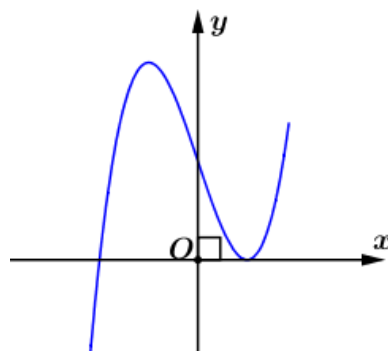
**Câu 4.** Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là  $384 \text{ cm}^2$ . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ (như hình vẽ). Kích thước tối ưu của trang sách là  $a \times b$  (cm) thì phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính giá trị  $a + b$ .



**Trả lời:** .....

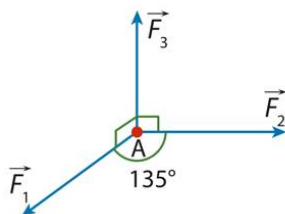
**Câu 5.** Một đường ray tàu lượn trong khu vui chơi giải trí Suối Tiên có hình dáng được mô phỏng theo đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ . Để đảm bảo an toàn và tính thẩm mỹ, người ta chọn hai điểm  $A(a; b)$  và  $B(c; d)$  trên đường ray sao cho tiếp tuyến tại hai điểm này có cùng độ dốc (cùng hệ số góc).

Đồng thời, đoạn đường nối hai trụ đỡ tại các điểm  $A$  và  $B$  phải vuông góc với một đường dây điện có phương trình  $y = -x + 2025$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + 2b - 3c - 4d$ , biết  $a > 0$ .



Trả lời: .....

**Câu 6.** Một chất điểm  $A$  nằm trên mặt phẳng nằm ngang  $(\alpha)$ , chịu tác động bởi ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  như hình vẽ. Các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$ , còn lực  $\vec{F}_3$  có giá vuông góc với  $(\alpha)$  và hướng lên trên. Biết rằng độ lớn của ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là  $20\text{ N}$ ,  $15\text{ N}$  và  $10\text{ N}$ . Tính độ lớn hợp lực của các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  (đơn vị  $\text{N}$  và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của  $\text{N}$ ).



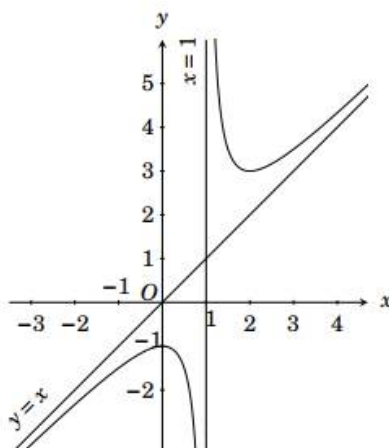
Trả lời: .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 1**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$
- B. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng  $y = 1$
- C. Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = x$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ  $(1;1)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$  và tiệm cận xiên  $y = x$

Đồ thị hàm số (C) không có tiệm cận ngang

Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ  $(1;1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |      |     |           |     |      |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----------|-----|------|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$ | $+\infty$ |     |      |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ | $0$  | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $-2$ |     | $3$       |     | $-2$ |     | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-1;0)$
- B.  $(-\infty;0)$
- C.  $(1;+\infty)$
- D.  $(0;1)$**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(0;1)$  và  $(-\infty; -1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ .
- B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 1)$  và nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số luôn đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$ . Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có mấy điểm cực trị?

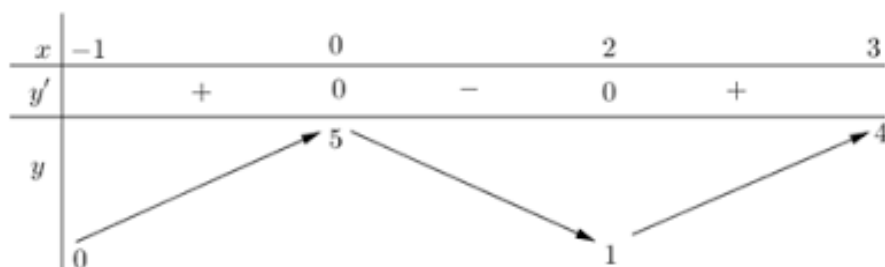
- A. 2.
- B. 3.
- C. 4.
- D. 5.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$f'(x)$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $-1$  và  $3$  nên hàm số có 2 điểm cực trị.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn  $[-1; 3]$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



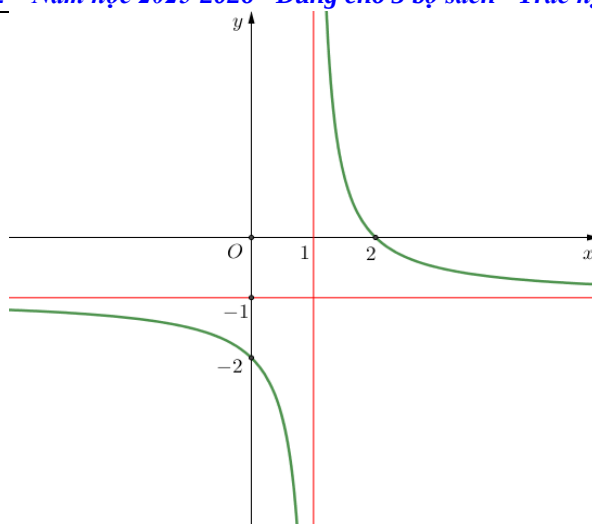
- A.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$ .
- B.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$ .
- C.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$ .
- D.  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ bảng biến thiên ta có:  $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 5$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

**A.**  $x = 1$ .

**B.**  $x = -1$ .

**C.**  $x = 0$ .

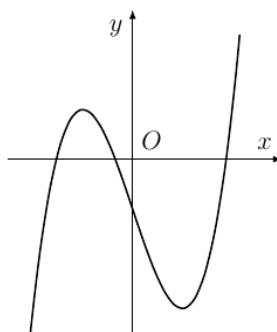
**D.**  $y = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng  $x = 1$

**Câu 7.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



**A.**  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .

**B.**  $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ .

**C.**  $y = x^3 - 3x - 1$ .

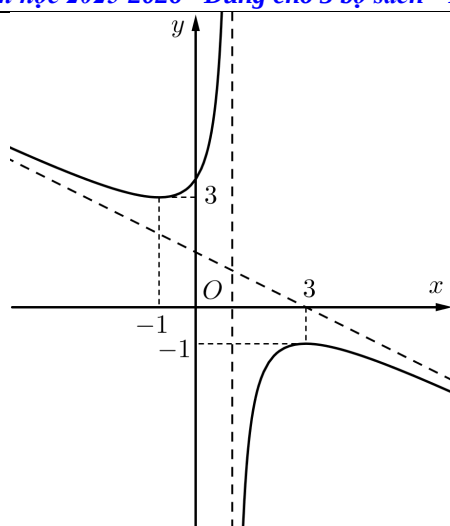
**D.**  $y = x^2 + x - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a > 0$  nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 8.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$ .

B.  $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{x - 1}$ .

C.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$ .

D.  $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thay điểm  $(-1; 3)$  vào các đáp án, ta loại đáp án A, C

Thay điểm  $(3; -1)$  vào hai đáp án còn lại, ta loại đáp án B

Vậy chọn đáp án D đúng

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau.

|         |   |    |   |
|---------|---|----|---|
| $x$     | 0 | 3  | 8 |
| $f'(x)$ | + | 0  | - |
| $f(x)$  | 0 | 10 | 0 |

Hàm số đạt giá trị lớn nhất là  $f(x_0)$  tại  $x_0$ . Khi đó tích  $x_0 \cdot f(x_0)$  bằng

A. 30.

B. 3.

C. 10.

D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy, hàm số đạt giá trị lớn nhất là 10 tại  $x = 3$  nên  $x_0 \cdot f(x_0) = 30$ .

**Câu 10.** Hàm số  $y = \cos 2x - 4\sin x + 4$  có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  là:

A.  $\frac{\pi}{2}; 0$ .

B. 5; 1.

C. 5; -1.

D. 9; 1.

**Lời giải**

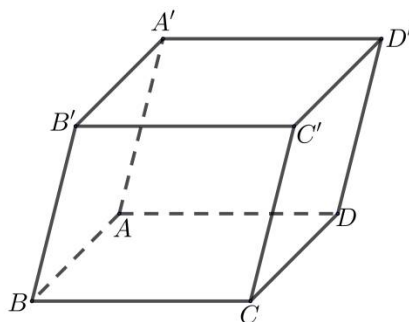
**Chọn C.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Ta có:  $y' = -2\sin 2x - 4\cos x = -4\cos x(\sin x + 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Vì  $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$ . Khi đó  $y(0) = 5$ ;  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Chọn đẳng thức vectơ đúng:

**A.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$ .

**B.**  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

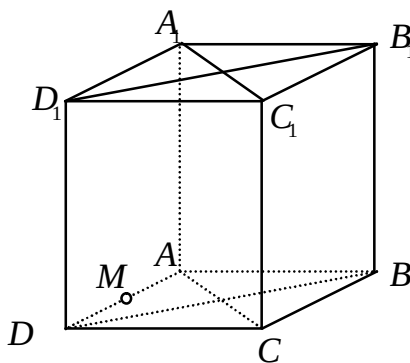
**D.**  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$

**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$  có cạnh  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AD$ .



Giá trị  $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1}$  là:

**A.**  $\frac{1}{2}a^2$ .

**B.**  $a^2$ .

**C.**  $\frac{3}{4}a^2$ .

**D.**  $\frac{3}{2}a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $\overrightarrow{B_1M} \cdot \overrightarrow{BD_1} = (\overrightarrow{B_1B} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD_1})$

$$= \overrightarrow{B_1B} \cdot \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BA}^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} = -a^2 + a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}$$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

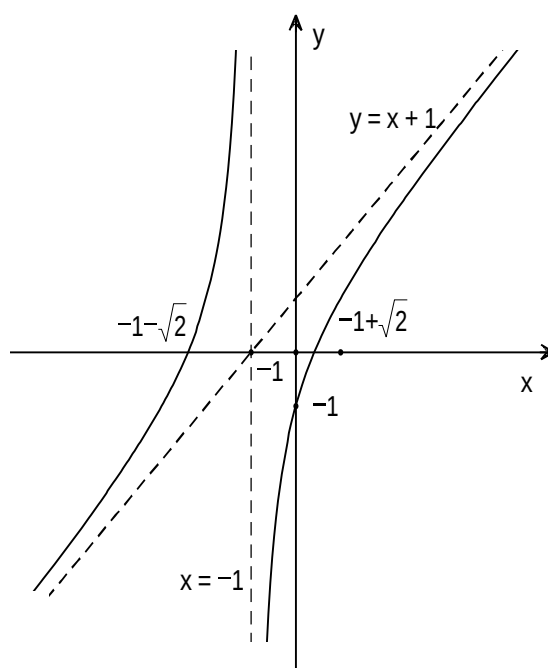
**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$  có đồ thị là (C).

a) Hàm số có tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

|    |           |   |           |   |           |
|----|-----------|---|-----------|---|-----------|
| x  | $-\infty$ |   | -1        |   | $+\infty$ |
| y' |           | + |           | + |           |
| y  | $-\infty$ |   | $+\infty$ |   | $+\infty$ |

c) Đồ thị (C) là hình sau:



d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C) là điểm  $I(0; -1)$ .

**Lời giải**

|             |             |             |            |
|-------------|-------------|-------------|------------|
| a)          | b)          | c)          | d)         |
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |

$$a) y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1} = x + 1 - \frac{2}{x + 1}.$$

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

b) Sự biến thiên:  $y' = \frac{x^2 + 2x + 3}{(x + 1)^2} > 0$  với mọi x thuộc D: hàm số luôn luôn đồng biến trên D, không có cực đại và cực tiểu.

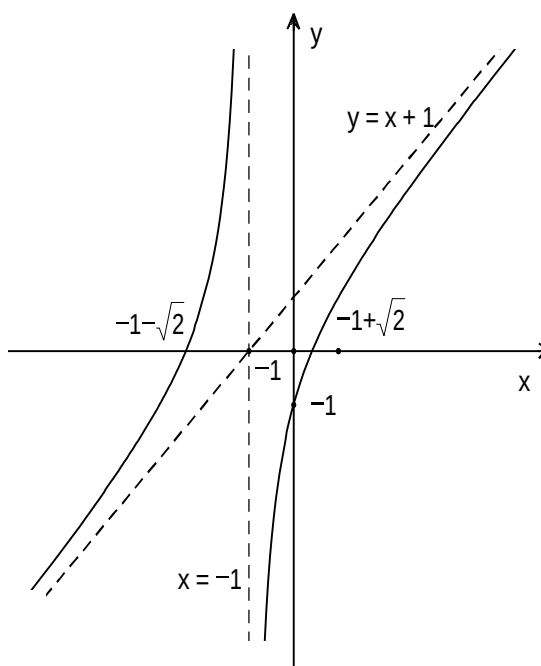
Giới hạn và tiệm cận:  $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow x = -1$  là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y - (x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} y - (x+1) = 0 \Rightarrow y = x+1$  là tiệm cận xiên.

Bảng biến thiên:

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           |           |           |
| $y$  | $-\infty$ | $+\infty$ | $+\infty$ |

c) Đồ thị nhận điểm  $I(-1;0)$  làm tâm đối xứng; cắt trục  $Oy$  tại  $(0,-1)$ , cắt trục  $Ox$  tại  $(-1-\sqrt{2};0)$ ,  $(-1+\sqrt{2};0)$ .



d) Đồ thị nhận điểm  $I(-1;0)$  làm tâm đối xứng.

**Câu 2.** Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản  $x(x \in \mathbb{N}^*)$  cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản  $x$  cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi  $C(x) = x^2 - 2000x + 100000000$  (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $\frac{x^2 - 2000x + 10000000}{x}$  (đồng)

b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0; 10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

**d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.**

**Lời giải**

|            |            |            |             |
|------------|------------|------------|-------------|
| a)         | b)         | c)         | d)          |
| <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |

Ta có:

+ Chi phí phát hành cho  $x$  cuốn tạp chí là  $4000x$  (đồng)

+ Tổng chi phí xuất bản và phát hành cho  $x$  cuốn tạp chí là:

$$C(x) + 4000x = x^2 - 2000x + 100000000 + 4000x = x^2 + 2000x + 100000000 \text{ (đồng)}$$

+ Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là:  $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$  (đồng)

Xét hàm số:  $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$  với  $x \in \mathbb{N}^*$

$$T'(x) = \frac{x^2 - 100000000}{x^2}$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 100000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 100000000$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -10000 (L) \\ x = 10000 (N) \end{cases}$$

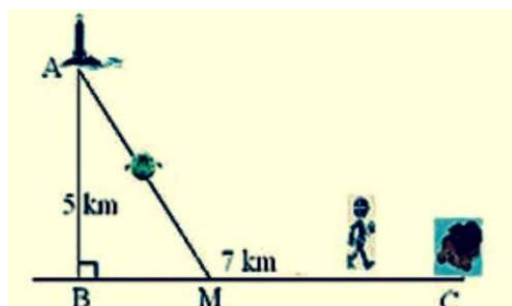
Bảng biến thiên:

|         |        |       |           |
|---------|--------|-------|-----------|
| $x$     | 0      | 10000 | $+\infty$ |
| $T'(x)$ |        | 0     | +         |
| $T(x)$  | $T(0)$ | 22000 | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- + Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng  $(0; 10000)$  cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.
- + Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.
- + Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng khi sản xuất 10000 cuốn tạp chí

**Câu 3.** Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí  $A$  có khoảng cách đến bờ biển  $AB = 5\text{km}$ . Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí  $C$  cách  $B$  một khoảng  $7\text{km}$  (như hình vẽ).



Người canh hải đăng có thể chèo đò từ  $A$  đến  $M$  trên bờ biển với vận tốc  $4\text{km/h}$  rồi đi bộ đến  $C$  với vận tốc  $6\text{km/h}$ . Gọi  $x(\text{km})$  là khoảng cách từ  $B$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 7$ .

a) Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ  $A$  đến  $M$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$ .

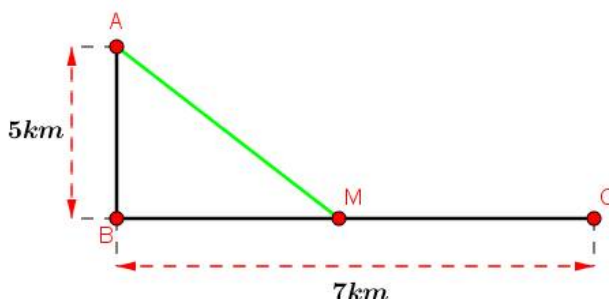
b) Thời gian người canh hải đăng đi bộ từ  $M$  đến  $C$  là:  $\frac{7-x}{6}(h)$ .

c) Thời gian người canh hải đăng đi từ  $A$  đến kho  $C$  là:  $\frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6}$ .

d) Vị trí của điểm  $M$  cách  $B$  một khoảng  $2\sqrt{5}\text{km}$  thì người canh hải đăng đi đến kho nhanh nhất.

**Lời giải**

|     |     |      |      |
|-----|-----|------|------|
| a)  | b)  | c)   | d)   |
| SAI | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |



Ta có  $BM = x(\text{km}) \Rightarrow MC = 7 - x(\text{km})$  với  $0 \leq x \leq 7$

Thời gian người canh hải đăng chèo đò từ  $A$  đến  $M$  là:  $t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}(h)$

Thời gian người canh hải đăng đi bộ đi bộ từ  $M$  đến  $C$  là:  $t_{MC} = \frac{7-x}{6}(h)$

Thời gian người canh hải đăng đi từ  $A$  đến kho  $C$ :  $t(x) = \frac{\sqrt{x^2+25}}{4} + \frac{7-x}{6}(h)$  với  $0 \leq x \leq 7$

Khi đó:  $t'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2+25}} - \frac{1}{6} = \frac{3x-2\sqrt{x^2+25}}{12\sqrt{x^2+25}}$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2\sqrt{x^2+25} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+25} = 3x \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow \begin{cases} x = -2\sqrt{5} (L) \\ x = 2\sqrt{5} (N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|         |                 |                           |   |                       |
|---------|-----------------|---------------------------|---|-----------------------|
| $x$     | 0               | $2\sqrt{5}$               |   | 7                     |
| $t'(x)$ |                 | -                         | 0 | +                     |
| $t(x)$  | $\frac{29}{12}$ | $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$ |   | $\frac{\sqrt{74}}{4}$ |

Từ bảng biến thiên, ta có: giá trị nhỏ nhất của  $t(x)$  là  $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$  tại  $x = 2\sqrt{5}$ . Khi đó thời gian đi là ít nhất và điểm  $M$  nằm cách  $B$  một đoạn  $BM = x = 2\sqrt{5}km$

**Câu 4.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $AB = a$ ;  $AD = a\sqrt{3}$ ;  $AA' = 2a$ .

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

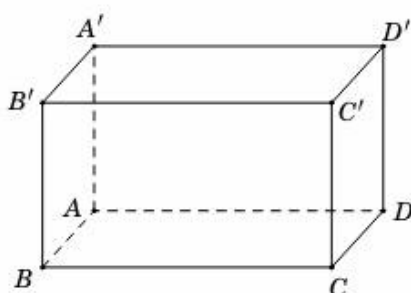
b)  $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = a\sqrt{5}$

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}| = 2\sqrt{2}a$

**Lời giải**

|     |      |     |      |
|-----|------|-----|------|
| a)  | b)   | c)  | d)   |
| SAI | ĐÚNG | SAI | ĐÚNG |



a)  $\overrightarrow{AB'}$  và  $\overrightarrow{CD'}$  không đối nhau nên  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} \neq \vec{0}$

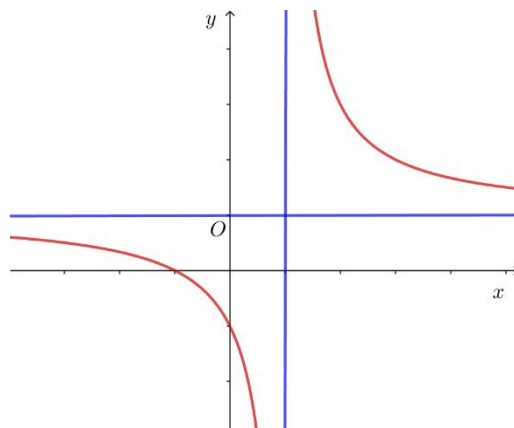
b)  $\overrightarrow{A'D}$  và  $\overrightarrow{CB'}$  đối nhau nên  $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \vec{0}$

c)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$

d)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = 2\sqrt{2}a$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Biết hàm số  $y = \frac{x+a}{x-1}$  ( $a$  là số thực cho trước và  $a \neq -1$ ) có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $a \in [-2025; 2025]$ ?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án** 2026

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

Khi đó:  $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2} \forall x \neq 1$ .

Hai nhánh của đồ thị có chiều đi xuống nên

$y' < 0, \forall x \neq 1$ .

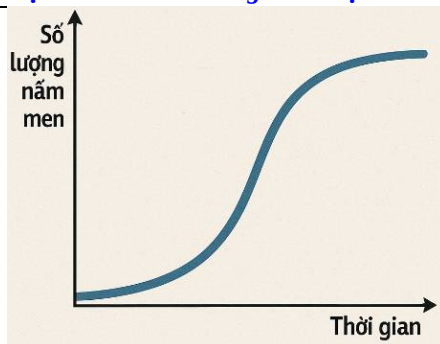
$$\Leftrightarrow \frac{-1-a}{(x-1)^2} < 0$$

$$\Leftrightarrow -1-a < 0$$

$$\Leftrightarrow a > -1$$

Mà  $a \in \mathbb{Z}, a \in [-2025; 2025] \Rightarrow a = \{0; 1; \dots; 2024; 2025\}$ , suy ra có 2026 số cần tìm

**Câu 2.** Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số  $P(t) = \frac{a}{b + e^{-0,75t}}$ , trong đó thời gian  $t$  được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$ , quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Theo mô hình này số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu con?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 100

Ta có:  $P'(t) = \frac{0,75ae^{-0,75t}}{(b + e^{-0,75t})^2}, t \geq 0.$

Theo đề bài, ta có:  $P(0) = 20$  và  $P'(0) = 12.$

Do đó, ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{a}{b+1} = 20 \\ \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20(b+1) \\ \frac{15}{b+1} = 12 \end{cases}.$$

Giải hệ phương trình này, ta được  $a = 25$  và  $b = \frac{1}{4}.$

Khi đó,  $P'(t) = \frac{18,75e^{-0,75t}}{\left(\frac{1}{4} + e^{-0,75t}\right)^2} > 0, \forall t \geq 0,$  tức là số lượng năm men luôn tăng.

Tuy nhiên, do  $\lim_{t \rightarrow +\infty} P(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{25}{\frac{1}{4} + e^{-0,75t}} = 100$  nên số lượng năm men tăng nhưng không vượt quá 100

tế bào.

**Câu 3.** Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán  $x$  máy tính bảng ( $1 \leq x \leq 200, x \in \mathbb{N}$ ) thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là  $p(x) = 4000 - 10x$  (nghìn đồng), trong đó chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là  $c(x) = x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x}$  (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 60

Ta có doanh thu của doanh nghiệp khi bán  $x$  máy tính bảng là:

$$D(x) = x.p(x) = x(4000 - 10x) = 4000x - 10x^2.$$

Chi phí của doanh nghiệp để sản xuất  $x$  máy tính bảng là:

$$C(x) = x \cdot c(x) = x \left( x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x} \right) = x^3 - 70x^2 + 400x + 1000.$$

Lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán  $x$  máy tính bảng là:

$$L(x) = D(x) - C(x) = 4000x - 10x^2 - (x^3 - 70x^2 + 400x + 1000) = -x^3 + 60x^2 + 3600x - 1000.$$

Xét hàm  $L(x) = -x^3 + 60x^2 + 3600x - 1000$  ( $1 \leq x \leq 200; x \in \mathbb{N}$ ).

Có  $y' = -3x^2 + 120x + 3600$ .

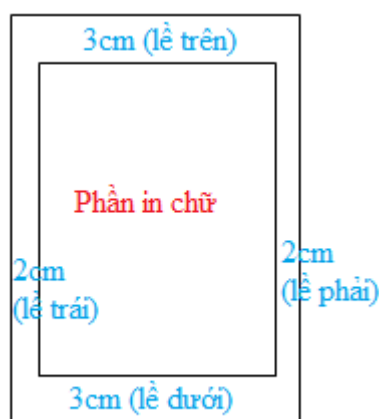
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 & (N) \\ x = -20 & (L) \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

|      |   |        |          |
|------|---|--------|----------|
| $x$  | 0 | 60     | 200      |
| $y'$ |   | +      | -        |
| $y$  | 0 | 215000 | -4881000 |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy doanh nghiệp đó sẽ bán 60 máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất.

**Câu 4.** Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là  $384 \text{ cm}^2$ . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ (như hình vẽ). Kích thước tối ưu của trang sách là  $a \times b$  (cm) thì phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính giá trị  $a + b$ .



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 40

Gọi  $x$  (cm) là chiều rộng của trang sách.

Khi đó, chiều dài của trang sách là  $\frac{384}{x}$  (cm).

Sau khi để lên thì phần in chữ có dạng hình chữ nhật có chiều rộng là  $x - 4$  (cm) và chiều dài là  $\frac{384}{x} - 6$  (cm).

Rõ ràng,  $x$  phải thỏa mãn điều kiện  $x \in (4; 64)$ .

Diện tích phần in chữ trên trang sách là

$$S(x) = (x - 4) \left( \frac{384}{x} - 6 \right) = \frac{-6x^2 + 408x - 1536}{x} \text{ (cm}^2\text{)}$$

Xét hàm số  $S(x) = \frac{-6x^2 + 408x - 1536}{x}$  với  $x \in (4; 64)$ .

$$S'(x) = \frac{-6x^2 + 1536}{x^2}$$

$$\Rightarrow S'(x) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-6x^2 + 1536}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 + 1536 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -16 \text{ (loại)} \\ x = 16 \text{ (nhận)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số  $S(x)$  như sau:

| x       | 4 | 16  | 64 |
|---------|---|-----|----|
| $S'(x)$ | + | 0   | -  |
| $S(x)$  | 0 | 216 | 0  |

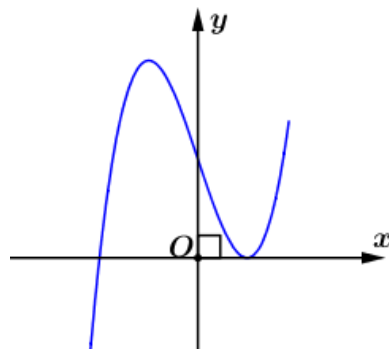
Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy: Trên khoảng  $(4; 64)$ , hàm số  $S(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 216 tại

$$x = 16. \text{ Khi đó, } \frac{384}{x} = \frac{384}{16} = 24$$

Vậy kích thước tối ưu của trang sách là  $16 \times 24$  (cm) thì in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất.

$$\Rightarrow a + b = 40$$

**Câu 5.** Một đường ray tàu lượn trong khu vui chơi giải trí Suối Tiên có hình dáng được mô phỏng theo đồ thị  $(C)$  của hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$ . Để đảm bảo an toàn và tính thẩm mỹ, người ta chọn hai điểm  $A(a; b)$  và  $B(c; d)$  trên đường ray sao cho tiếp tuyến tại hai điểm này có cùng độ dốc (cùng hệ số góc). Đồng thời, đoạn đường nối hai trụ đỡ tại các điểm  $A$  và  $B$  phải vuông góc với một đường dây điện có phương trình  $y = -x + 2025$ . Tính giá trị biểu thức  $T = a + 2b - 3c - 4d$ , biết  $a > 0$ .



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án 16**

$$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$$

Tiếp tuyến với  $(C)$  tại  $A, B$  có cùng hệ số góc và chỉ khi  $f'(x_A) = f'(x_B) \Leftrightarrow x_A^2 = x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B (L) \\ x_A + x_B = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow A, B$  đối xứng nhau qua  $I(0; 2)$  là tâm đối xứng của  $(C)$ .

$$AB \perp d : y = -x + 2025 \Rightarrow AB : x - y + m = 0.$$

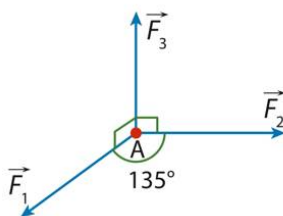
$$AB \text{ qua } I \text{ nên ta có } m = 2 \Rightarrow AB : x - y + 2 = 0.$$

Khi đó hoành độ  $A, B$  thỏa mãn phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow A(2; 4), B(-2; 0).$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 4, c = -2; d = 0 \Rightarrow T = a + 2b - 3c - 4d = 16$$

**Câu 6.** Một chất điểm  $A$  nằm trên mặt phẳng nằm ngang  $(\alpha)$ , chịu tác động bởi ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  như hình vẽ. Các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trong  $(\alpha)$  và  $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 135^\circ$ , còn lực  $\vec{F}_3$  có giá vuông góc với  $(\alpha)$  và hướng lên trên. Biết rằng độ lớn của ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt là  $20\text{ N}$ ,  $15\text{ N}$  và  $10\text{ N}$ . Tính độ lớn hợp lực của các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  (đơn vị  $\text{N}$  và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của  $\text{N}$ ).



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án 17,3**

$$\text{Vẽ } \vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3.$$

Dựng hình bình hành  $OADB$  và hình bình hành  $ODEC$ .

Hợp lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $OBD$ , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ.$$

Vì  $OC \perp (OADB)$  nên  $OC \perp OD$ , suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó tam giác  $ODE$  vuông tại  $D$ .

$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 135^\circ}$$

$$= \sqrt{10^2 + 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135^\circ} \approx 17,3$$

Vậy độ lớn của hợp lực là  $F = OE \approx 17,3 \text{ N}$ .

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 2

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |   |   |   |    |   |           |
|------|-----------|---|---|---|----|---|-----------|
| x    | $-\infty$ |   | 0 |   | 3  |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - |   | - | 0  | + |           |
| y    | 1         |   | 2 |   | -3 |   | 3         |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

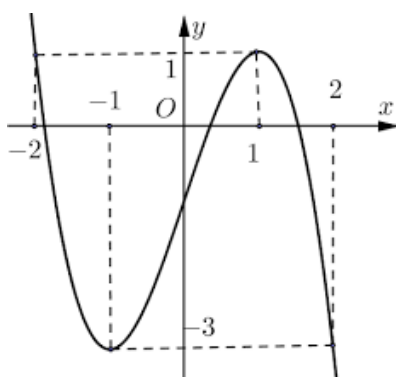
A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

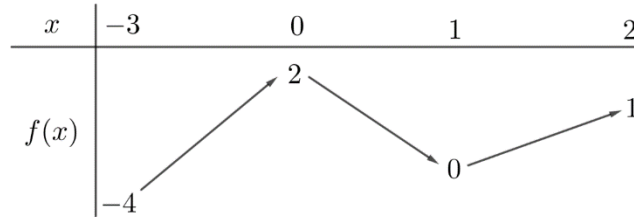
**Câu 3.** Hàm số  $y = \frac{3}{5}x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 2$  đồng biến trên khoảng nào?

- A.  $(-\infty; 0)$ .      **B.  $(-\infty; +\infty)$ .**      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(3-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại

- A.  $x = 0$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = 2$ .      **D.  $x = 3$ .**

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $[-3; 2]$ . Tính  $M.m$ .



- A. 6.      B. 7.      C. 5.      **D. -8.**

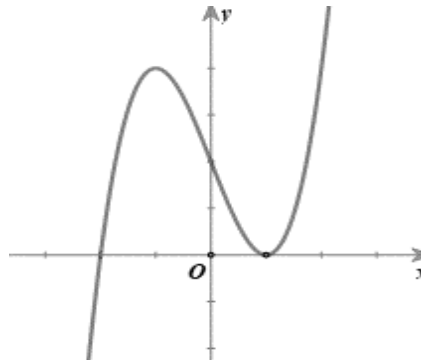
**Câu 6.** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$  có giá trị lớn nhất là  $M$ , giá trị nhỏ nhất là  $m$ . Khi đó  $M - m$  bằng

- A.  $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$ .      **B. 1.**      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}} - 1$ .      D. -1.

**Câu 7.** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$  có hai điểm cực trị  $A, B$ . Khi đó phương trình đường thẳng  $AB$  là:

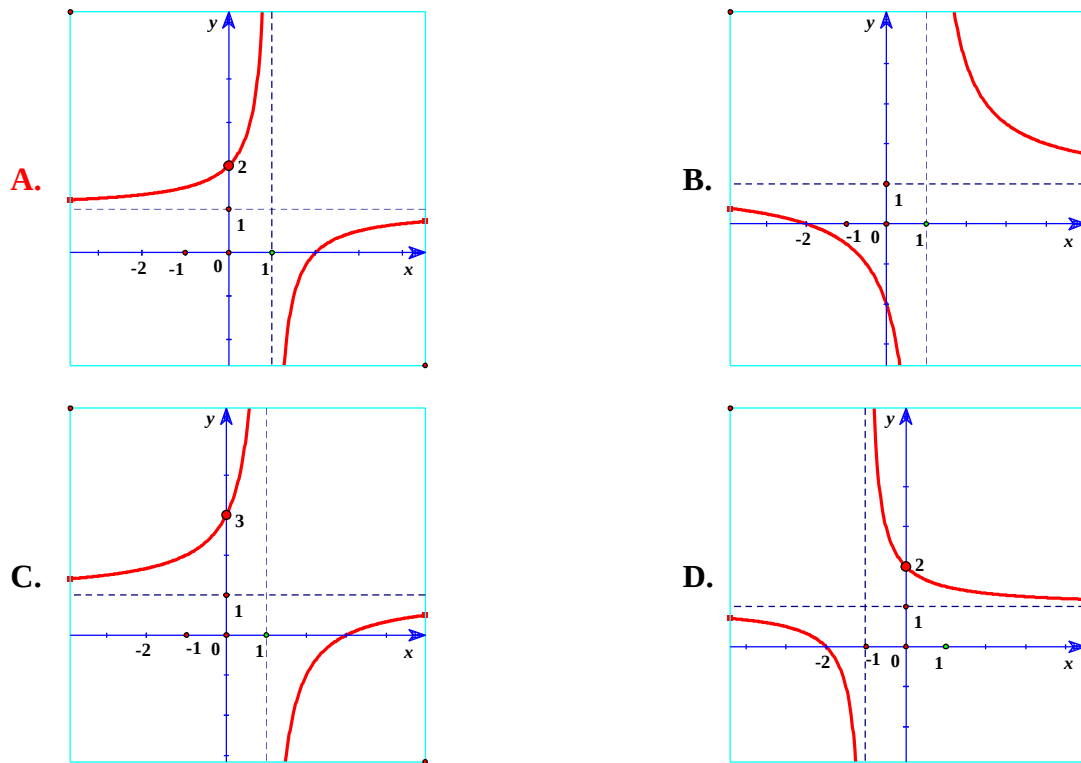
- A.  $y = x - 2$       B.  $y = 2x + 2$       **C.  $y = 2x - 2$**       D.  $y = x + 2$

**Câu 8.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

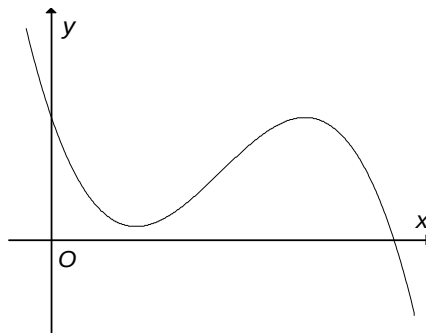


- A.  $y = -x^3 + 3x + 2$       B.  $y = x^2 + 1$       C.  $y = x^3 + x^2 + 1$       **D.  $y = x^3 - 3x + 2$**

**Câu 9.** Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



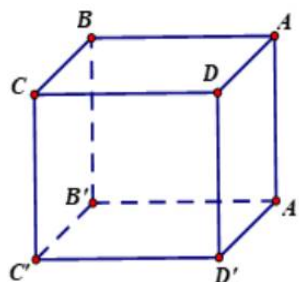
**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$ .

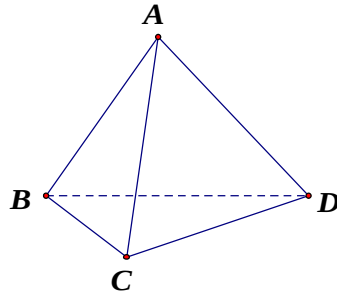
- A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 0.                      **D.** 2.

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'}$ .



- A.**  $\sqrt{2}$ .                      **B.**  $\sqrt{3}$ .                      **C.** 1.                      **D.** 2.

**Câu 12.** Trong không gian, cho tứ diện đều  $ABCD$  có các cạnh bằng  $a$ .



Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng:

- A.** 0.                      **B.**  $4a^2$ .                      **C.**  $2a^2$ .                      **D.**  $a^2$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \ln(x-1)(3-x)$ .

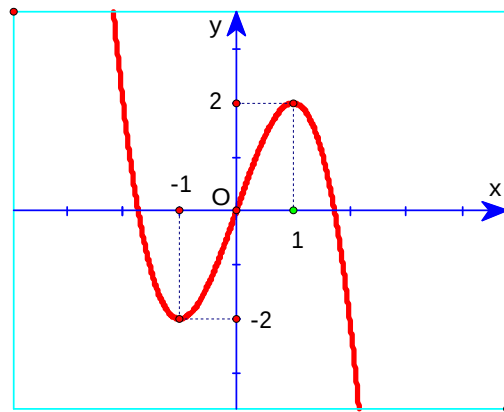
a) Hàm số đã cho luôn xác định trên  $\mathbb{R}$ .

**b)**  $y' = \frac{-2x+4}{(x-1)(3-x)}$

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 tại  $x = 2$ .

d) Hàm số không có giá trị lớn nhất.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



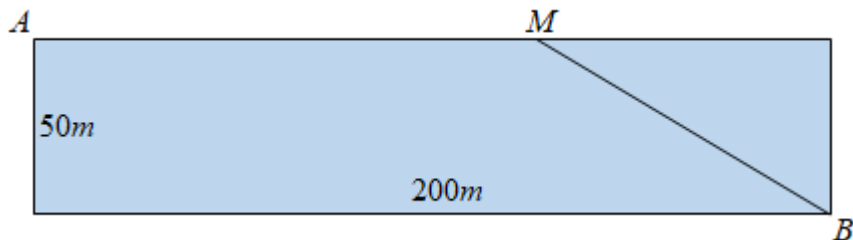
**a)** Đồ thị hàm số đã cho có điểm hai cực trị.

**b)** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**c)** Điểm  $O(0; 0)$  là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$

**d)** Đồ thị hàm số đã cho là hàm số  $y = -x^3 + 3x$ .

**Câu 3.** Có một bể bơi hình chữ nhật rộng  $50m$ , dài  $200m$ . Một vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm  $A$ , chạy đến điểm  $M$  và bơi từ điểm  $M$  đến điểm  $B$  (như hình vẽ). Biết vận tốc chạy  $4,8m/s$ , vận tốc bơi  $2,4m/s$ . Gọi  $x(m)$  là khoảng cách từ  $A$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 200$ .



a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là:  $\frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{4,8}$  (s)

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là:  $\frac{x}{2,4}$  (s)

c) Thời gian vận động viên chạy phối hợp với bơi từ A đến B:  $\frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{4,8} + \frac{x}{2,4}$  (s)

d) Vận động viên chọn điểm M cách A gần bằng 29 mét thì đến B nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Cho tứ diện đều ABCD cạnh a.

a) Gọi G là trọng tâm của tứ diện đều ABCD, M là điểm tùy ý. Ta có:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$

d) Gọi I là trung điểm của AB. Ta có:  $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3a^2}{4}$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án: 1**

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên  $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ .

Ta có:  $y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2x + 2m}{(x + m)^4}$

Hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$  đạt cực đại tại  $x = 2$  khi và chỉ khi:

$$y'(2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 4m - 3}{(2+m)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } m = -3 \Rightarrow y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy  $x = 2$  là giá trị cực tiểu nên  $m = -3$  thỏa

$$+ \text{ Với } m = 1 \Rightarrow y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy  $x = 2$  không phải là giá trị cực tiểu nên  $m = 1$  không thỏa

Vậy  $m = -3$  là giá trị cần tìm

**Câu 2.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .



**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức

$$S(x) = 400 \left( 2 + \frac{3}{x+2} \right) \text{ với } x \geq 1. \text{ Ta coi } y = S(x) \text{ là một hàm số xác định trên } [1; +\infty). \text{ Khi đó, hãy tính}$$

xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong một khoảng thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

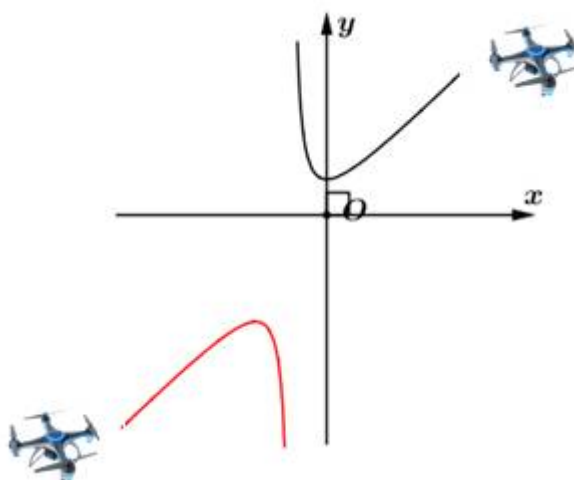
**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng/1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?



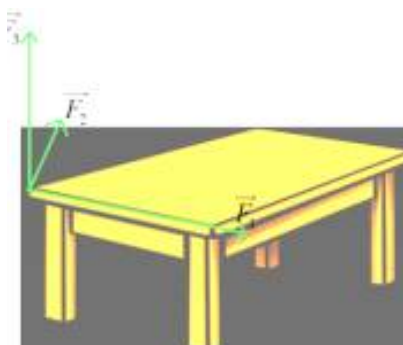
Trả lời: .....

**Câu 5.** Trong hệ trục tọa độ  $(Oxy)$ , mô tả chuyển động của hai máy bay không người lái  $A$  và  $B$  (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng  $km$ ). Biết quỹ đạo chuyển động của hai máy bay luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số  $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ . Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa của hai máy bay  $A$  và  $B$  bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).



Trả lời: .....

**Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trên mặt phẳng chứa mặt bàn, tạo với nhau một góc  $110^\circ$  và có độ lớn lần lượt là  $9N$  và  $4N$ , lực  $\vec{F}_3$  vuông góc với mặt bàn và có độ lớn  $7N$ . Độ lớn hợp lực của ba lực trên bằng bao nhiêu? (Đơn vị là  $N$  và kết quả quy tròn đến hàng đơn vị của  $N$ ).



Trả lời: .....

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### ĐỀ SỐ 2

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|    |           |   |    |           |
|----|-----------|---|----|-----------|
| x  | $-\infty$ | 0 | 3  | $+\infty$ |
| y' | -         | - | 0  | +         |
| y  | 1         | 2 | -3 | 3         |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2.                      **B. 3.**                      C. 4.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B.**

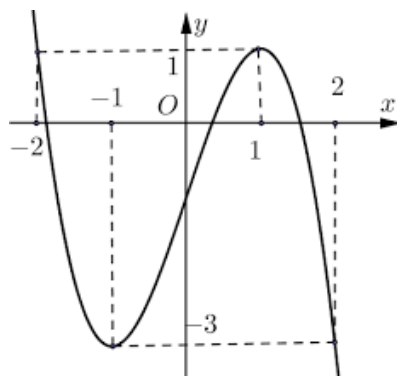
Nhìn bảng biến thiên ta thấy  $x=0$  hàm số không xác định nên  $x=0$  là TCĐ của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$  là TCN của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$  là TCN của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$ .  
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .  
**C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1; +\infty)$ .**  
 D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị đã cho, ta có

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1;1)$  nên cũng đồng biến trên khoảng  $(0;1)$

Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**Câu 3.** Hỏi hàm số  $y = \frac{3}{5}x^5 - 3x^4 + 4x^3 - 2$  đồng biến trên khoảng nào?

A.  $(-\infty; 0)$ .

**B.**  $(-\infty; +\infty)$ .

C.  $(0; 2)$ .

D.  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .  $y' = 3x^4 - 12x^3 + 12x^2 = 3x^2(x-2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)(3-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại

A.  $x = 0$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $x = 2$ .

**D.**  $x = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$ .

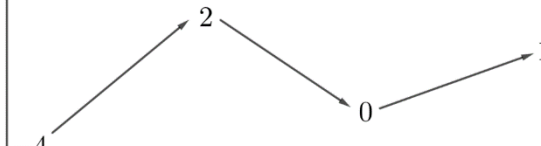
Bảng biến thiên

|      |                                                                                      |   |   |           |   |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-----------|---|
| $x$  | $-\infty$                                                                            | 1 | 3 | $+\infty$ |   |
| $f'$ | -                                                                                    | 0 | + | 0         | - |
| $f$  |  |   |   |           |   |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x = 3$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-3; 2]$  và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên  $[-3; 2]$ . Tính  $M.m$ .

|        |    |   |   |   |
|--------|----|---|---|---|
| $x$    | -3 | 0 | 1 | 2 |
| $f(x)$ | -4 | 2 | 0 | 1 |



A. 6.

**B.** 7.

C. 5.

**D.** -8.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta xác định được  $M = 2$  và  $m = -4$ .

Từ đó suy ra  $M.m = 2.(-4) = -8$ .

**Câu 6.** Hàm số  $f(x) = \frac{1}{\sin x}$  trên đoạn  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]$  có giá trị lớn nhất là  $M$ , giá trị nhỏ nhất là  $m$ . Khi đó  $M - m$  bằng

- A.  $2 - \frac{2}{\sqrt{3}}$ .      B. 1.      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}} - 1$ .      D.  $-1$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$f'(x) = -\frac{\cos x}{\sin^2 x},$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \left( x \in \left[ \frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} \right] \right)$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}, f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2.$$

$$\text{Vậy } \max_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]} f(x) = 2, \min_{\left[\frac{\pi}{3}; \frac{5\pi}{6}\right]} f(x) = 1.$$

**Câu 7.** Biết đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}$  có hai điểm cực trị  $A, B$ . Khi đó phương trình đường thẳng  $AB$  là:

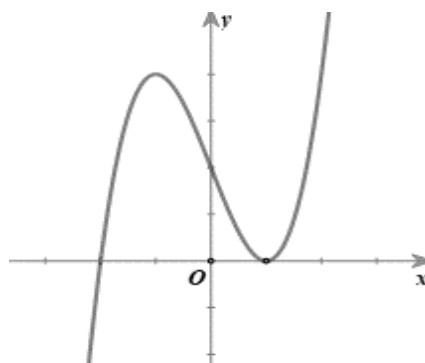
- A.  $y = x - 2$       B.  $y = 2x + 2$       C.  $y = 2x - 2$       D.  $y = x + 2$

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\text{đường thẳng } AB \text{ là: } y = \frac{(x^2 - 2x + 4)'}{(x - 2)'} = 2x - 2$$

**Câu 8.** Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



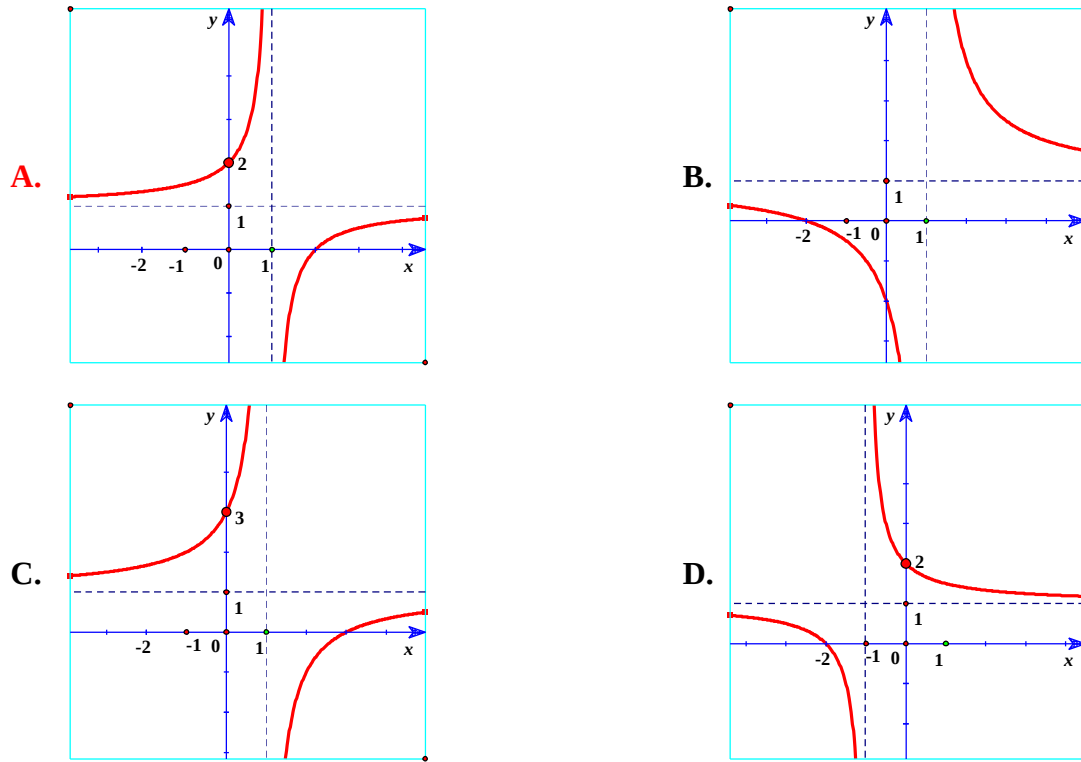
- A.  $y = -x^3 + 3x + 2$       B.  $y = x^2 + 1$       C.  $y = x^3 + x^2 + 1$       D.  $y = x^3 - 3x + 2$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số  $a > 0$  nên chỉ có hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  thỏa mãn điều kiện trên.

**Câu 9.** Hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$  có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



**Lời giải**

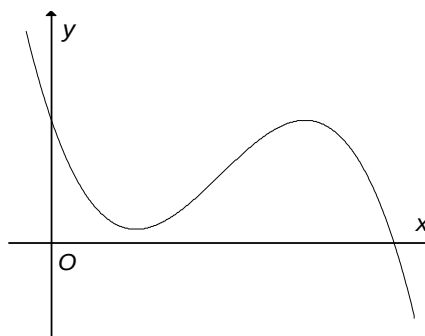
**Chọn A.**

Từ hàm số  $y = \frac{x-2}{x-1}$ , ta có

+ đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $x = 1$ ;  $y = 1$ , do đó loại D

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; 2)$ , do đó loại B, C

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$ .

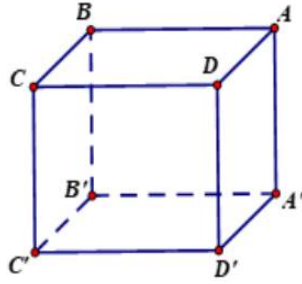
- A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 0.                      **D.** 2.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục hoành tại 1 điểm nên có 1 cực trị

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'}$ .



A.  $\sqrt{2}$ .

B.  $\sqrt{3}$ .

C. 1.

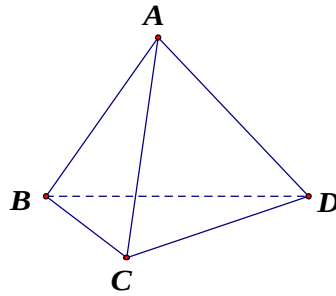
D. 2.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}| = |\overrightarrow{AB'}| = AB' = \sqrt{2}$ .

**Câu 12.** Trong không gian, cho tứ diện đều  $ABCD$  có các cạnh bằng  $a$ .



Tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$  bằng:

A. 0.

B.  $4a^2$ .

C.  $2a^2$ .

D.  $a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0$$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \ln(x-1)(3-x)$ .

a) Hàm số đã cho luôn xác định trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $y' = \frac{-2x+4}{(x-1)(3-x)}$

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 0 tại  $x = 2$ .

d) Hàm số không có giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

|     |      |     |     |
|-----|------|-----|-----|
| a)  | b)   | c)  | d)  |
| SAI | ĐÚNG | SAI | SAI |

a)  $y = \ln(x-1)(3-x)$

Đề hàm số xác định thì:  $(x-1)(3-x) > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên khoảng  $(1;3)$ .

$$y' = \frac{-2x+4}{(x-1)(3-x)}$$

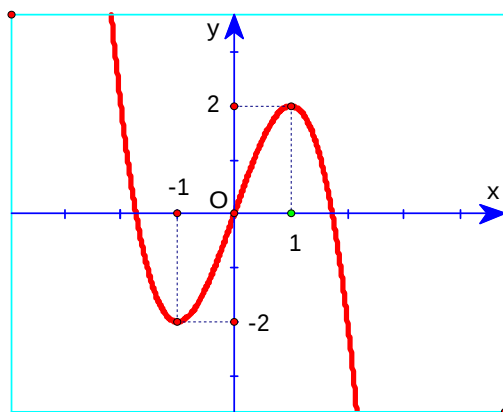
$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x+4 = 0 \Leftrightarrow x = 2(N)$$

Bảng biến thiên:

|      |  |   |   |   |  |
|------|--|---|---|---|--|
| $x$  |  | 1 | 2 | 3 |  |
| $y'$ |  | + | 0 | - |  |
| $y$  |  |   | 0 |   |  |

Từ bảng biến thiên, ta có:  $\max_{(1;3)} y = f(2) = 0$  và hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



a) Đồ thị hàm số đã cho có điểm hai cực trị.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

c) Điểm  $O(0;0)$  là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$

d) Đồ thị hàm số đã cho là hàm số  $y = -x^3 + 3x$ .

**Lời giải**

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| a) | b) | c) | d) |
|----|----|----|----|

|      |     |      |      |
|------|-----|------|------|
| ĐÚNG | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |
|------|-----|------|------|

Dựa vào đồ thị, ta có:

- a) Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị  $(-1; -2); (1; 2)$ .
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng  $(-1; 1)$  và nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1); (1; +\infty)$
- c) đồ thị có điểm cực trị  $(-1; -2); (1; 2)$ .

Ta có 
$$\begin{cases} \frac{-1+1}{2} = 0 = x_0 \\ \frac{-2+2}{2} = 0 = y_0 \end{cases} \text{ suy ra điểm } O(0;0) \text{ là trung điểm hai điểm cực trị } (-1; -2); (1; 2).$$

Vậy điểm  $O(0;0)$  là tâm đối xứng đồ thị hàm số  $y = f(x)$

d)

**Cách 1:** Trắc nghiệm

- + Dựa vào đồ thị ta thấy nhánh bên phải đi xuống nên  $a < 0$ , suy ra thỏa vì  $y = -x^3 + 3x$  có  $a = -1 < 0$
- + đồ thị qua gốc tọa độ  $\Rightarrow O(0;0)$ . Thay  $O(0;0)$  vào  $y = -x^3 + 3x$  ta có:  $0 = 0$  thỏa
- + đồ thị có điểm cực trị  $(-1; -2); (1; 2)$ . Thay  $(-1; -2); (1; 2)$  vào  $y = -x^3 + 3x$  ta có

$$\begin{cases} -2 = 1 - 3 \\ 2 = -1 + 3 \end{cases} \text{ thỏa}$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho là hàm số  $y = -x^3 + 3x$ .

**Cách 2:** Tự luận (*không nên làm cách này vì dài dòng và mất thời gian*)

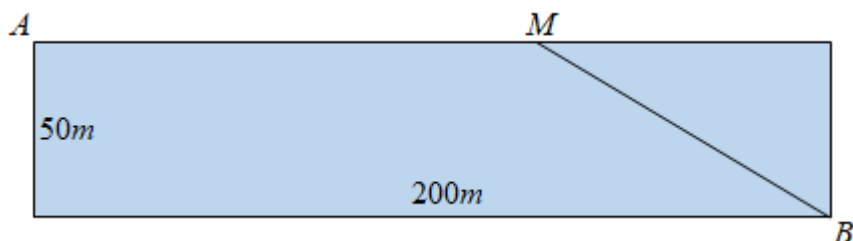
$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (C) \text{ và } f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

- + đồ thị qua gốc tọa độ  $\Rightarrow O(0;0) \in (C) \Rightarrow d = 0$
- + đồ thị có điểm cực trị  $(-1; -2); (1; 2) \in (C) \Rightarrow \begin{cases} -2 = -a + b - c \\ 2 = a + b + c \end{cases}$
- +  $f'(-1) = 0 \Leftrightarrow 3a - 2b + c = 0$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} -2 = -a + b - c \\ 2 = a + b + c \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = -x^3 + 3x$$

**Câu 3.** Có một bể bơi hình chữ nhật rộng  $50m$ , dài  $200m$ . Một vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm  $A$ , chạy đến điểm  $M$  và bơi từ điểm  $M$  đến điểm  $B$  (như hình vẽ). Biết vận tốc chạy  $4,8m/s$ , vận tốc bơi  $2,4m/s$ . Gọi  $x(m)$  là khoảng cách từ  $A$  đến  $M$ , với  $0 \leq x \leq 200$ .



a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là:  $\frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{4,8}$  (s)

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là:  $\frac{x}{2,4}$  (s)

c) Thời gian vận động viên chạy phối hợp với bơi từ A đến B:  $\frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{4,8} + \frac{x}{2,4}$  (s)

d) Vận động viên chọn điểm M cách A gần bằng 29 mét thì đến B nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

### Lời giải

| a)         | b)         | c)         | d)         |
|------------|------------|------------|------------|
| <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Ta có:  $AM = x(m) \Rightarrow MB = \sqrt{(200-x)^2 + 50^2} (m)$  với  $0 \leq x \leq 200$

Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là:  $t_{AM} = \frac{x}{4,8}$  (s)

Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là:  $t_{MB} = \frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{2,4}$  (s)

Thời gian vận động viên chạy phối hợp với bơi từ A đến B:

$$t(x) = \frac{x}{4,8} + \frac{\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}{2,4} (s) \text{ với } 0 \leq x \leq 200$$

$$\text{Khi đó: } t'(x) = \frac{1}{4,8} - \frac{200-x}{2,4\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4,8} - \frac{200-x}{2,4\sqrt{(200-x)^2 + 50^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(200-x)^2 + 50^2} = 2(200-x)$$

$$\Rightarrow (200 - x)^2 + 50^2 = 4(200 - x)^2$$

$$\Rightarrow (200 - x)^2 = \frac{50^2}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 200 - \frac{50\sqrt{3}}{3} (N) \\ x = 200 + \frac{50\sqrt{3}}{3} (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|         |        |                                            |     |          |
|---------|--------|--------------------------------------------|-----|----------|
| $x$     | 0      | $200 - \frac{50\sqrt{3}}{3}$               | 200 |          |
| $t'(x)$ |        | -                                          | 0   | +        |
| $t(x)$  | $t(0)$ | $t\left(200 - \frac{50\sqrt{3}}{3}\right)$ |     | $t(200)$ |

Từ bảng biến thiên, ta có: giá trị nhỏ nhất của  $t(x)$  là  $t\left(200 - \frac{50\sqrt{3}}{3}\right)$  tại  $x = 200 - \frac{50\sqrt{3}}{3} \approx 171(m)$ . Khi

đó thời gian là ít nhất và điểm M nằm cách A một đoạn  $AM = x \approx 171(m)$

**Câu 4.** Cho tứ diện đều ABCD cạnh  $a$ .

a) Gọi  $G$  là trọng tâm của tứ diện đều ABCD,  $M$  là điểm tùy ý. Ta có:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

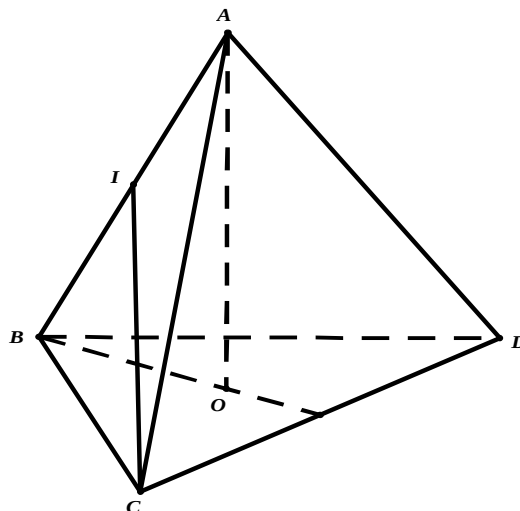
b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -a^2$

d) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Ta có:  $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{3a^2}{4}$

**Lời giải**

|      |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|
| a)   | b)  | c)  | d)  |
| ĐÚNG | SAI | SAI | SAI |



a) vì  $G$  là trọng tâm của tứ diện đều  $ABCD$  và  $M$  là điểm tùy ý nên  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

$$b) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$$

$$c) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -a^2 + \frac{a^2}{2} = -\frac{a^2}{2}$$

d) Tứ diện  $ABCD$  đều cạnh  $a$ .  $CI$  là trung tuyến của tam giác đều  $ABC$  nên  $CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CI} \cdot (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}) = \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{IC}$$

$$\text{Do } \triangle ABC \text{ đều nên } \overrightarrow{CI} \perp \overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AI} = 0$$

$$\text{Đồng thời } \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{IC} = CI \cdot IC \cdot \cos(\overrightarrow{CI}; \overrightarrow{IC}) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \cos 180^\circ = -\frac{3a^2}{4}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 - \frac{3a^2}{4} = -\frac{3a^2}{4}.$$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$  đạt cực tiểu tại  $x = 2$ .

Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 1

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên  $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ .

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2 + 2mx + m^2 - 1}{(x + m)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2x + 2m}{(x + m)^4}$$

Hàm số  $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$  đạt cực đại tại  $x = 2$  khi và chỉ khi:

$$y'(2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{m^2 + 4m - 3}{(2+m)^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m \neq -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$+ \text{ Với } m = -3 \Rightarrow y = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy  $x = 2$  là giá trị cực tiểu nên  $m = -3$  thỏa

$$+ \text{ Với } m = 1 \Rightarrow y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy  $x = 2$  không phải là giá trị cực tiểu nên  $m = 1$  không thỏa

Vậy  $m = -3$  là giá trị cần tìm

**Câu 2.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 20.

Ta có:  $G(x) = 0,025x^2(30 - x) = 0,75x^2 - 0,025x^3, x > 0$

$$G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$$

$$G'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,5x - 0,075x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 20(N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $x$     | 0 | 20 | $+\infty$ |
| $G'(x)$ |   | +  | 0         |
| $G(x)$  |   |    | 100       |

Từ bảng biến thiên, ta thấy: Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  miligam thì huyết áp bệnh nhân giảm

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow a + b = 20$$

**Câu 3.** Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức  $S(x) = 400 \left( 2 + \frac{3}{x+2} \right)$  với  $x \geq 1$ . Ta coi  $y = S(x)$  là một hàm số xác định trên  $[1; +\infty)$ . Khi đó, hãy tính xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong một khoảng thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 800

Ta có:  $S'(x) = -\frac{1200}{(x+2)^2} < 0$ , với mọi  $x \geq 1$ .

Suy ra hàm số  $y = S(x)$  nghịch biến trên  $[1; +\infty)$ .

$$\text{Mặt khác, ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} S(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 400 \left( 2 + \frac{3}{x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 800 + \frac{\frac{1200}{x}}{1 + \frac{2}{x}} \right) = 800$$

Suy ra, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = S(x)$  là  $y = 800$ .

**Câu 4.** Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu triệu đồng/1 tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?



**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng thì có một căn hộ bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một căn hộ trên một tháng là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Khi đó  $x$  cũng là số căn hộ bị bỏ trống.

Tổng số tiền công ty thu được lúc này là

$$T(x) = (2000 + 200x)(20 - x) = -200x^2 + 2000x + 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số  $T(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$  với  $x \in \mathbb{N}^*$

$$\Rightarrow T'(x) = -400x + 2000$$

$$\Rightarrow T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -400x + 2000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (nhận)}$$

Bảng biến thiên của hàm số  $T(x)$  như sau:

| x       | 0      | 5      | $+\infty$ |
|---------|--------|--------|-----------|
| $T'(x)$ | +      | 0      | -         |
| $T(x)$  | 40 000 | 45 000 | $-\infty$ |

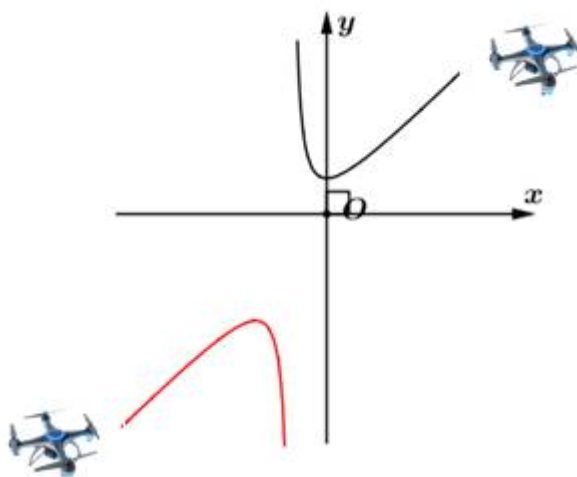
Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số  $T(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 45 000 khi  $x = 5$ .

Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một căn hộ là  $200 \cdot 5 = 1\,000$  nghìn đồng = 1 triệu đồng.

Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng/1 tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

**Câu 5.** Trong hệ trục tọa độ (Oxy), mô tả chuyển động của hai máy bay không người lái A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai máy bay luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số (C):  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ . Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa của hai máy bay

A và B bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 4,39

$$\text{Ta có } y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}, (x \neq -1)$$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ , gồm hai nhánh nằm về hai phía của đường thẳng  $x = -1$ .

Gọi  $A$  là điểm thuộc nhánh trái của đồ thị hàm số, khi đó  $x_A < -1$ .

$$\text{Đặt } a = -1 - x_A > 0 \Rightarrow x_A = -1 - a$$

$$\Rightarrow y_A = -1 - a + \frac{1}{-1 - a + 1} = -1 - a - \frac{1}{a} \Rightarrow A\left(-1 - a; -1 - a - \frac{1}{a}\right)$$

Gọi  $B$  là điểm thuộc nhánh phải của đồ thị hàm số, khi đó  $x_B > -1$ .

$$\text{Đặt } b = x_B + 1 > 0 \Rightarrow x_B = b - 1$$

$$\Rightarrow y_B = b - 1 + \frac{1}{b - 1 + 1} = b - 1 + \frac{1}{b} \Rightarrow B\left(b - 1; b - 1 + \frac{1}{b}\right)$$

$$\Rightarrow AB^2 = (b + a)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2 = (b + a)^2 + (b + a)^2 \cdot \left(\frac{1}{ab}\right)^2 = (a + b)^2 \left(2 + \frac{2}{ab} + \frac{1}{a^2 b^2}\right)$$

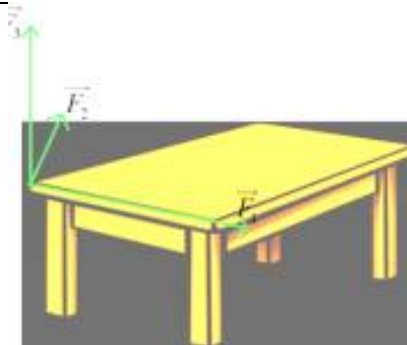
$$\text{Với } a > 0, b > 0 \text{ ta có } \begin{cases} (a + b)^2 \geq 4ab \\ 2 + \frac{1}{a^2 b^2} \geq 2\sqrt{\frac{2}{a^2 b^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{ab} \end{cases}$$

$$\text{Nên } AB^2 \geq 4ab \cdot \left(\frac{2}{ab} + \frac{2\sqrt{2}}{ab}\right) = 8 + 8\sqrt{2} \Rightarrow AB \geq \sqrt{8 + 8\sqrt{2}} \approx 4,39.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2 = \frac{1}{a^2 b^2} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất (đơn vị  $km$ ) giữa hai tàu đánh cá  $A$  và  $B$  là  $4,39(km)$

**Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  có giá nằm trên mặt phẳng chứa mặt bàn, tạo với nhau một góc  $110^\circ$  và có độ lớn lần lượt là  $9N$  và  $4N$ , lực  $\vec{F}_3$  vuông góc với mặt bàn và có độ lớn  $7N$ . Độ lớn hợp lực của ba lực trên bằng bao nhiêu? (Đơn vị là  $N$  và kết quả quy tròn đến hàng đơn vị của  $N$ ).



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 11

Ta có

$$\begin{aligned}\vec{F}_{12} &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \\ &= \sqrt{|\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 + 2|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cdot \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)} \\ &= \sqrt{9^2 + 4^2 + 2 \cdot 9 \cdot 4 \cdot \cos 110^\circ} \approx 8,5\end{aligned}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3 \Rightarrow |\vec{F}| = |\vec{F}_{12} + \vec{F}_3| = \sqrt{|\vec{F}_{12}|^2 + |\vec{F}_3|^2} = \sqrt{(8,5)^2 + 7^2} \approx 11N.$$

Vậy  $a$  sắp xỉ bằng 11.

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

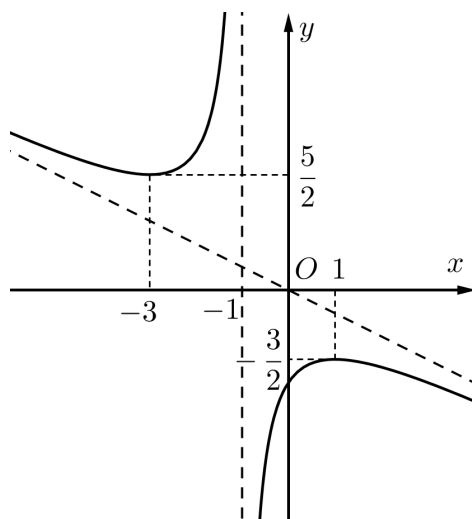
2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 3

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

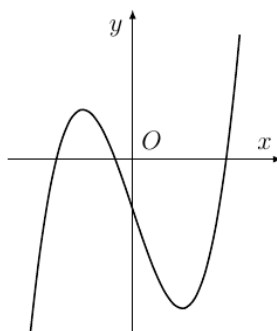
A.  $(-\infty; -1)$

B.  $(-1; 1)$

C.  $(-3; 1)$

D.  $(1; 2)$

**Câu 2.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



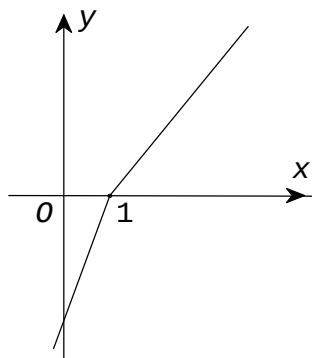
A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

D.  $y = x^2 + x - 1$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên.



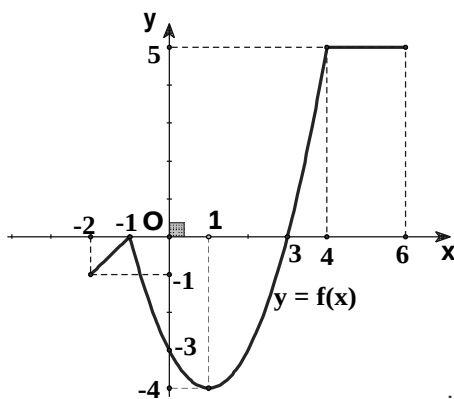
Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 4.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có  $f'(x) = \ln(x + 2025), \forall x \in \mathbb{R}$  thì giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 2024]$  là:

- A.  $f(2024)$ .
- B.  $f(0)$ .
- C.  $f(2025)$ .
- D.  $f(1)$ .

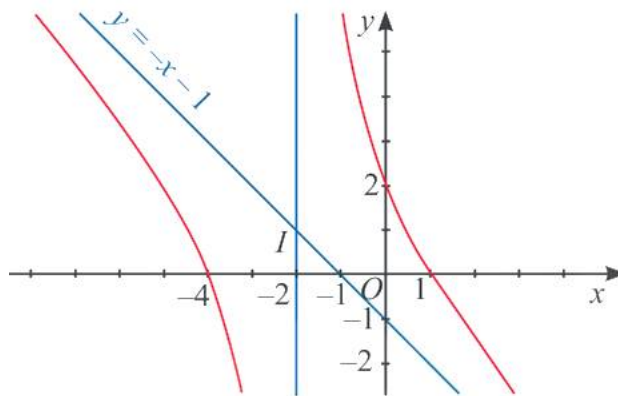
**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-2; 6]$ . Giá trị của  $M - m$  bằng

- A. 9.
- B. -8.
- C. -9.
- D. 8.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

- A.  $y = x - 1$ . B.  $x = -2$ . C.  $y = -2$ . D.  $y = -x - 1$ .

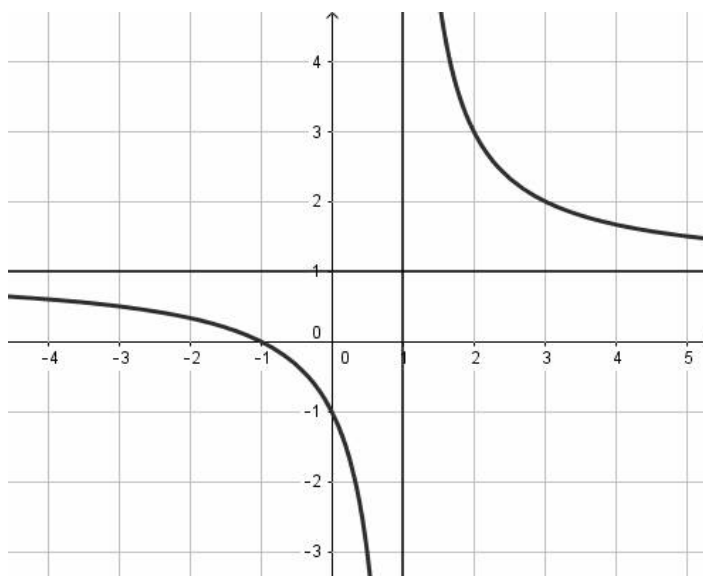
**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số  $m$  để giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là điểm  $I(-1; 1)$ .

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-m$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           | -         | -         |
| $y$  | $m$       | $+\infty$ | $m$       |

Arrows point from  $m$  to  $-\infty$  and from  $+\infty$  to  $m$ .

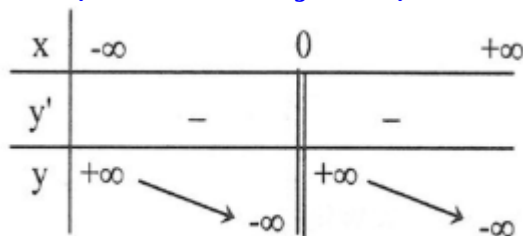
- A. Không có  $m$ . B.  $m = 0$ . C.  $m = -1$ . D.  $m = 1$ .

**Câu 8.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào:



- A.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ . B.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ . C.  $y = \frac{2x+1}{2x-2}$ . D.  $y = \frac{x^2}{1-x}$ .

**Câu 9.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



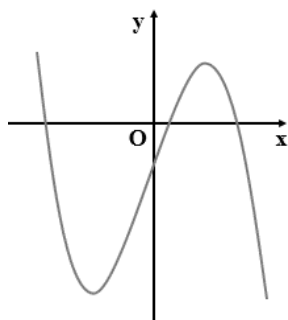
A.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{1-x^2}{x}$ .

D.  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = ax^3 + 3x + d$  ( $a; d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



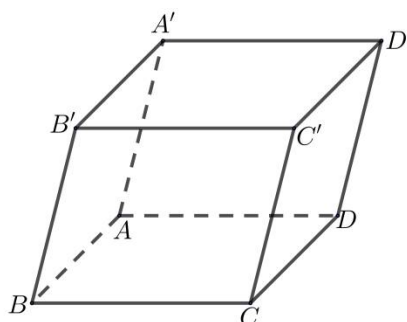
A.  $a > 0, d > 0$ .

B.  $a < 0, d > 0$ .

C.  $a > 0, d < 0$ .

D.  $a < 0, d < 0$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho các vector đó bằng vector  $\overrightarrow{CD}$ .

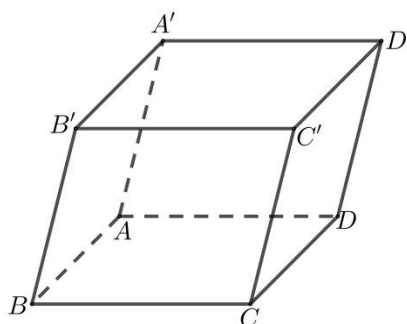
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Câu 12.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$ .

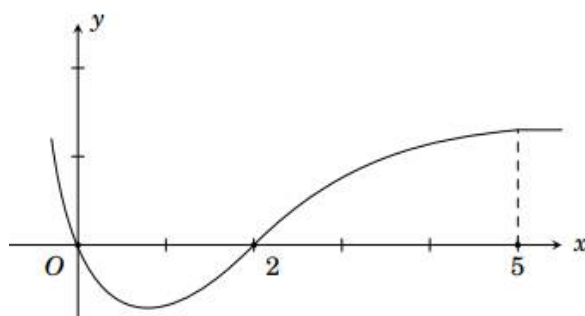
A.  $k = 0$ .

B.  $k = 1$ .

C.  $k = 4$ .

D.  $k = 2$ .

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$ . Đồ thị hàm số  $f'(x)$  được cho như hình vẽ dưới đây. Biết rằng  $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

c)  $\min_{[0;5]} f(x) = f(0)$  và  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

d)  $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$  và  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

**Câu 2.** Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.



a) Hàm cầu là  $P = -\frac{1}{200}x + 19$  (triệu đồng).

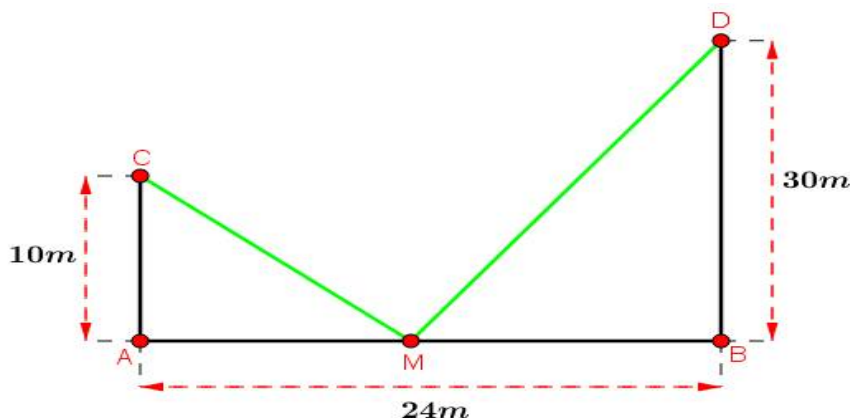
b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là  $200p^2 + 3800p$  (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng), trong đó  $x$  là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

**Câu 3.** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố Nha Trang muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón ngày Quốc Khánh 2–9 nên đã nhờ bạn Nam đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Nam biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí  $A$  và  $B$  có độ cao lần lượt là  $10m$  và  $30m$ , khoảng cách giữa hai trụ đèn  $24m$  và cũng yêu cầu bạn Nam chọn một cái

chốt ở vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của trụ đèn (như hình vẽ). Đặt  $MB = x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$ .



a) Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

b) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(0;18)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ tăng.

c) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(18;24)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ giảm.

d) Bạn Nam phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là  $6m$  thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có các cạnh đều bằng  $a$ .

a)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

d)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng

$y = ax + b$ . Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Một chiếc xe ô tô mới mua có giá 30 000 USD. Sau thời gian  $t$  (năm), người ta xác định giá trị

của xe ô tô đó là  $f(t) = \frac{30000 + 2000t}{t} (\text{USD})$ .



Khi thời gian tăng lên, hỏi giá trị của xe ô tô đó không thể thấp hơn bao nhiêu USD?

**Trả lời:** .....

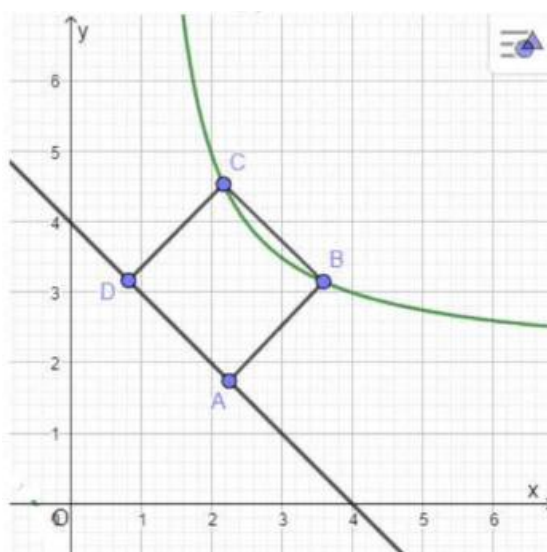
**Câu 3.** Một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $s(t) = 6t^2 - t^3$ , ( $t \geq 0$ ). Biết trong khoảng thời gian  $(a; b)$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$  thì hạt chuyển động lên trên. Tính giá trị  $a - b$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Ngày khai giảng năm học 2025 – 2026. Học sinh khối 12 trường THPT Nguyễn Văn Trỗi thả chùm bóng bay gắn thông điệp “ Chúng ta cùng nhau đi học”. Ước tính độ cao  $h$  (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm  $t$  (đơn vị giờ) được cho bởi công thức  $h(t) = -t^3 + 3t^2$ , ( $0 \leq t \leq 3$ ). Chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là  $a$  (km). Tìm  $a$ ?

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét) như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  và đường đi khi đó ứng với đường thẳng  $(d): y = -x + 4$ . Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn tại hai điểm  $B, C$  trên bờ hồ và 2 cột đèn tại hai điểm  $A, D$  trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông  $ABCD$  như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm của mét).

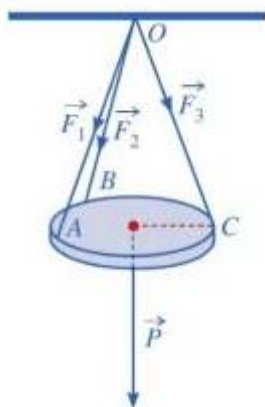


**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm  $A, B, C$  trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng

$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn

$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$  (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng  $P$  của tấm gỗ tròn đó ( Đơn vị là  $N$  và kết quả quy tròn đến hàng phần mười của  $N$  ).

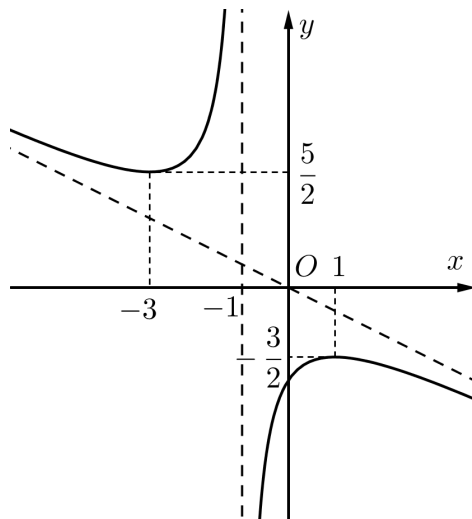
**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 3**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

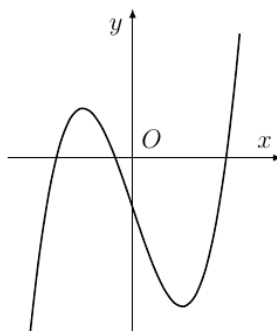
- A.  $(-\infty; -1)$       B.  $(-1; 1)$       C.  $(-3; 1)$       **D.  $(1; 2)$**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có trên khoảng  $(1; 2)$  đồ thị hàm số đi xuống (theo chiều từ trái qua phải) nên nghịch biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**Câu 2.** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



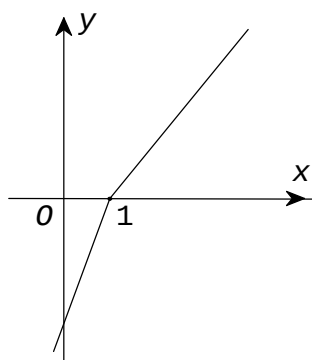
- A.  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .      B.  $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ .      **C.  $y = x^3 - 3x - 1$ .**      D.  $y = x^2 + x - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với  $a > 0$  nên đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$ .
- B. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- C. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $(1; +\infty)$ .
- D. Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Trên khoảng  $(1; +\infty)$  đồ thị hàm số  $f'(x)$  nằm phía trên trục hoành.

**Câu 4.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có  $f'(x) = \ln(x + 2025), \forall x \in \mathbb{R}$  thì giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 2024]$  là:

- A.  $f(2024)$ .
- B.  $f(0)$ .
- C.  $f(2025)$ .
- D.  $f(1)$ .

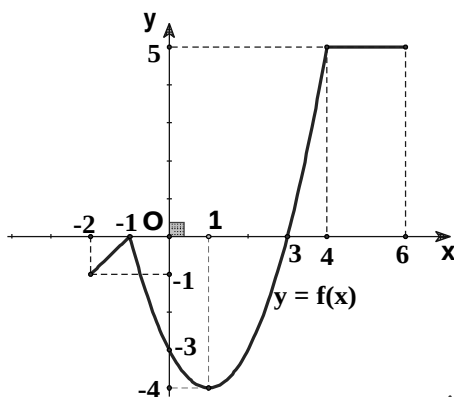
**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $\ln(x + 2025) > 0, \forall x \in [0; 2024] \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in [0; 2024] \Rightarrow$  hàm số  $y = f(x)$  luôn đồng biến trên đoạn  $[0; 2024]$

Vậy  $\max_{[0; 2024]} y = f(2024)$  và  $\min_{[0; 2024]} y = f(0)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$  và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-2; 6]$ . Giá trị của

$M - m$  bằng

**A.** 9.

**B.** -8.

**C.** -9.

**D.** 8.

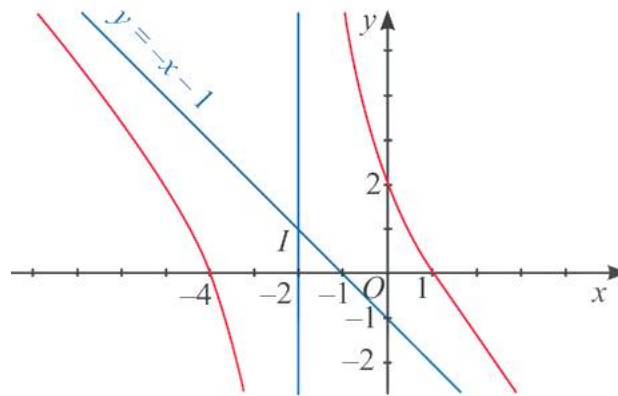
**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị suy ra  $-4 \leq f(x) \leq 5 \quad \forall x \in [-2; 6]; f(1) = -4; f(4) = 5$

$$\Rightarrow \begin{cases} M = 5 \\ m = -4 \end{cases} \Rightarrow M - m = 9.$$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

**A.**  $y = x - 1$ .

**B.**  $x = -2$ .

**C.**  $y = -2$ .

**D.**  $y = -x - 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên  $y = x + 2$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Định tham số  $m$  để giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là điểm  $I(-1; 1)$ .

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-m$      | $+\infty$ |
| $y'$ | -         |           | -         |
| $y$  | $m$       | $+\infty$ | $m$       |

Arrows indicate the limits of the function as  $x$  approaches the vertical asymptote  $x = -m$  from both sides:  $y \rightarrow -\infty$  as  $x \rightarrow -m^-$  and  $y \rightarrow +\infty$  as  $x \rightarrow -m^+$ .

**A.** Không có  $m$ .

**B.**  $m = 0$ .

**C.**  $m = -1$ .

**D.**  $m = 1$ .

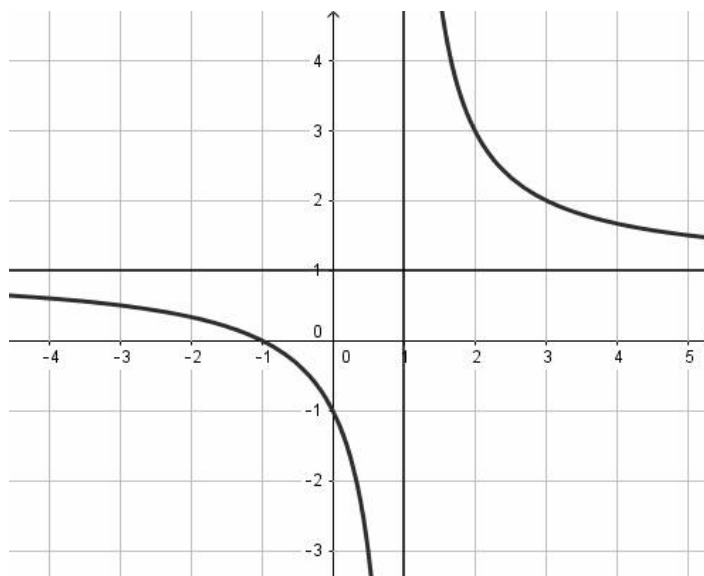
**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ BBT suy ra TCD là  $x = -m$ , TCN là  $y = m$ ; nên giao điểm TCD và TCN là  $I(-m; m)$ .

$$\text{YCBT } I(-m; m) \equiv I(-1; 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -m = -1 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

**Câu 8.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào:



**A.**  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**B.**  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .

**C.**  $y = \frac{2x+1}{2x-2}$ .

**D.**  $y = \frac{x^2}{1-x}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ đồ thị của hàm số, ta có

+ đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $x = 1$ ;  $y = 1$ , do đó loại B, D

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; -1)$ , do đó loại C

**Câu 9.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

|    |           |           |           |
|----|-----------|-----------|-----------|
| x  | $-\infty$ | 0         | $+\infty$ |
| y' | -         |           | -         |
| y  | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ |

**A.**  $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$ .

**C.**  $y = \frac{1-x^2}{x}$ .

**D.**  $y = \frac{x^2 - 1}{x}$ .

**Lời giải**

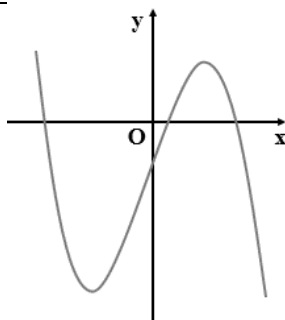
**Chọn C.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng  $x = 0$  suy ra loại đáp án A và B

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định suy ra loại đáp án D

Vậy đáp án C đúng

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = ax^3 + 3x + d$  ( $a; d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A.  $a > 0, d > 0$ .

B.  $a < 0, d > 0$ .

C.  $a > 0, d < 0$ .

D.  $a < 0, d < 0$ .

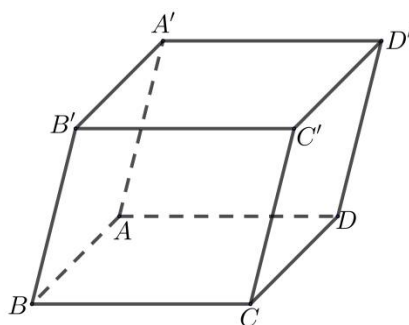
**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$  đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số  $a < 0$ .

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung  $Oy: x=0$  là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi  $x=0 \Rightarrow y=d < 0$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp sao cho các vector đó bằng vector  $\overrightarrow{CD}$ .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

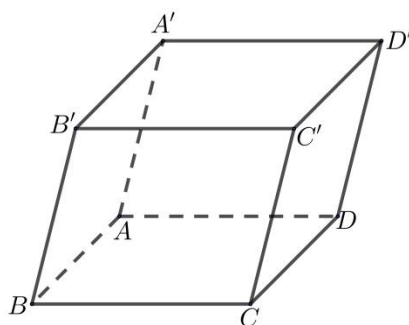
**Lời giải**

**Chọn C.**

Do các vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}$  cùng hướng với vector  $\overrightarrow{CD}$  và  $CD = AB = A'B' = C'D'$  (tính chất hình hộp) nên  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{C'D'}$ .

Vậy ba vector  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{C'D'}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vector  $\overrightarrow{CD}$ .

**Câu 12.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .



Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vectơ:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + k(\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \vec{0}$ .

A.  $k = 0$ .

B.  $k = 1$ .

C.  $k = 4$ .

D.  $k = 2$ .

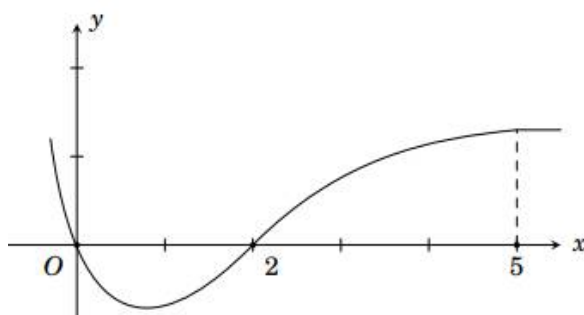
Lời giải

**Chọn B.**

Với  $k = 1$  ta có:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + 1 \cdot (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{C'D}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA'} + \overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$ . Đồ thị hàm số  $f'(x)$  được cho như hình vẽ dưới đây. Biết rằng  $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$

c)  $\min_{[0;5]} f(x) = f(0)$  và  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

d)  $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$  và  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

Lời giải

| a)  | b)   | c)  | d)   |
|-----|------|-----|------|
| SAI | ĐÚNG | SAI | ĐÚNG |

Bảng biến thiên của hàm số trên đoạn  $[0; 5]$

| $x$     | 0      | 2      | 3      | 5      |
|---------|--------|--------|--------|--------|
| $f'(x)$ |        | -      | 0      | +      |
| $f(x)$  | $f(0)$ | $f(2)$ | $f(3)$ | $f(5)$ |

Từ bảng biến thiên suy ra  $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$

Theo bảng biến thiên thì  $f(3) > f(2)$  nên  $f(3) - f(2) > 0$

Theo giả thiết ta có  $f(0) + f(3) = f(2) + f(5) \Leftrightarrow f(5) = f(0) - [f(3) + f(2)] > f(0)$

Suy ra  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$ .

Vậy  $\min_{[0;5]} f(x) = f(2)$  và  $\max_{[0;5]} f(x) = f(5)$

**Câu 2.** Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.



a) Hàm cầu là  $P = -\frac{1}{200}x + 19$  (triệu đồng).

b) Tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là  $200p^2 + 3800p$  (triệu đồng).

c) Công ty giảm giá 4,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là  $C(x) = 12000 - 3x$  (triệu đồng), trong đó  $x$  là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

### Lời giải

| a)          | b)         | c)          | d)          |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a) Gọi  $p$  (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi,  $x$  là số ti vi.

Khi đó ta cần xác định hàm cầu  $p = p(x)$

Theo giả thiết tốc độ thay đổi của  $x$  tỉ lệ với tốc độ thay đổi của  $p$  nên hàm số  $p = p(x)$  là hàm số bậc nhất. Do đó  $p(x) = ax + b (a \neq 0)$

Theo đề có:  $x_1 = 1000$  thì  $p_1 = 14$ ;  $x_2 = 1100$  thì  $p_1 = 13,5$ .

Khi đó phương trình đường thẳng  $p(x) = ax + b (a \neq 0)$  đi qua hai điểm  $(1000; 14)$  và  $(1100; 13,5)$  nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1000a + b = 14 \\ 1100a + b = 13,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = 19 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } p = -\frac{1}{200}x + 19$$

b) Vì  $p = -\frac{1}{200}x + 19$  nên  $x = -200p + 3800$ .

Khi đó tổng doanh thu từ tiền bán ti vi là

$$R(p) = x.p = (-200p + 3800)p = -200p^2 + 3800p$$

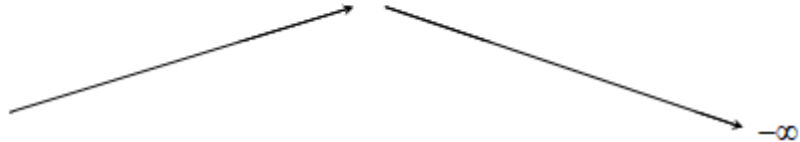
Bài toán trở thành tìm  $p$  để  $f(p)$  đạt giá trị lớn nhất.

$$R(p) = -200p^2 + 3800p$$

$$\Rightarrow R'(p) = -400p + 3800$$

$$\Rightarrow R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 9,5$$

Bảng biến thiên

|         |   |                                                                                     |   |   |           |  |
|---------|---|-------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-----------|--|
| $x$     | 0 | 9,5                                                                                 |   |   | $+\infty$ |  |
| $R'(x)$ |   | +                                                                                   | 0 | - |           |  |
| $R(x)$  |   | $R(9,5) = 18050$                                                                    |   |   |           |  |
|         | 0 |  |   |   |           |  |
|         |   |                                                                                     |   |   | $-\infty$ |  |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy công ty giảm giá  $14 - 9,5 = 4,5$  triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

c) Doanh thu từ bán x ti vi là

$$R(x) = x.p(x) = x\left(-\frac{1}{200}x + 19\right) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x$$

Khi đó tổng lợi nhuận từ bán x ti vi là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 19x - (12000 - 3x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

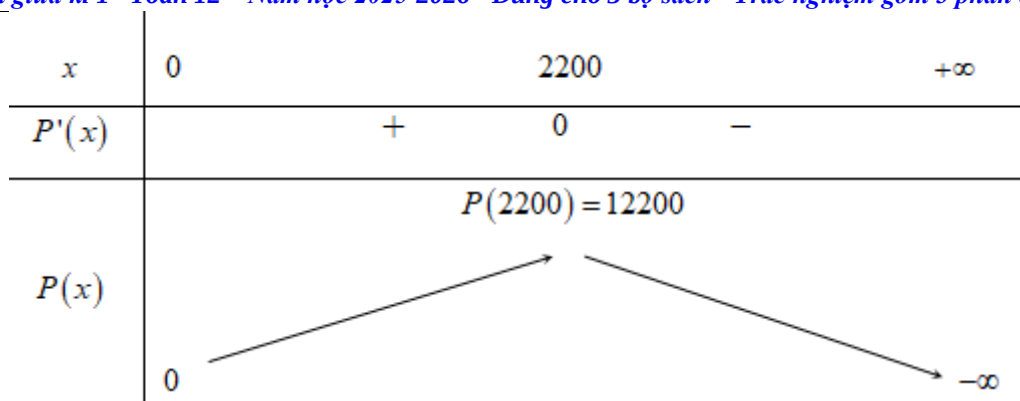
Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $P(x)$  lớn nhất.

$$P(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 22x - 12000$$

$$\Rightarrow P'(x) = -\frac{1}{100}x + 22$$

$$\Rightarrow P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$$

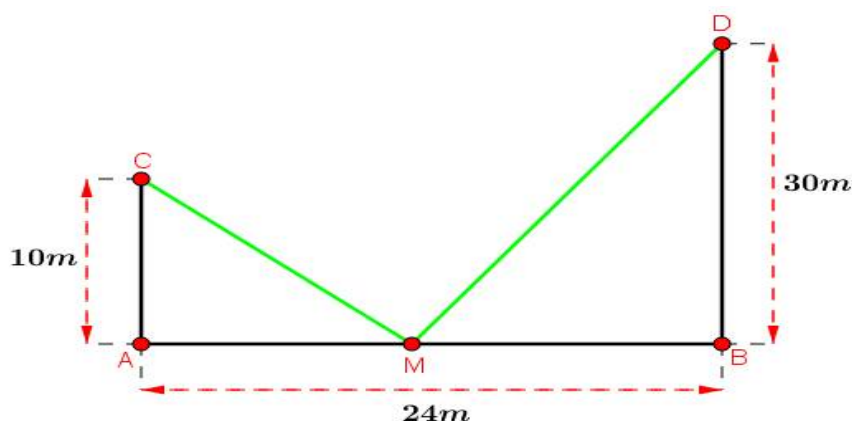
Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số ti vi bán ra trong 1 tuần là 2200 chiếc thì lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất. Tức là mỗi tuần bán thêm 1200 chiếc thì số tiền phải giảm giá  $1200.500:100 = 6\ 000$  nghìn đồng.

Vậy phải để giá bán là  $14 - 6 = 8$  triệu đồng.

**Câu 3.** Nhà Văn hóa Thanh niên của thành phố Nha Trang muốn trang trí đèn dây led gần cổng để đón ngày Quốc Khánh 2–9 nên đã nhờ bạn Nam đến giúp. Ban giám đốc Nhà Văn hóa Thanh niên chỉ cho bạn Nam biết chỗ chuẩn bị trang trí đã có hai trụ đèn cao áp mạ kẽm đặt cố định ở vị trí  $A$  và  $B$  có độ cao lần lượt là  $10m$  và  $30m$ , khoảng cách giữa hai trụ đèn  $24m$  và cũng yêu cầu bạn Nam chọn một cái chốt ở vị trí  $M$  trên mặt đất nằm giữa hai chân trụ đèn để giăng đèn dây Led nối đến hai đỉnh  $C$  và  $D$  của trụ đèn (như hình vẽ). Đặt  $MB = x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$ .



a) Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

b) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(0;18)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ tăng.

c) Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(18;24)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ giảm.

d) Bạn Nam phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là  $6m$  thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Lời giải**

|      |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|
| a)   | b)  | c)  | d)  |
| ĐÚNG | SAI | SAI | SAI |

Đặt  $MB = x(m) \Rightarrow AM = 24 - x(m)$  với  $0 \leq x \leq 24$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến  $M$  là:  $CM = \sqrt{(24-x)^2 + 10^2} (m)$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $D$  đến  $M$  là:  $DM = \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

Chiều dài đèn dây Led giăng từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  là:  $\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} (m)$

Như vậy ta có hàm số  $f(x)$  được xác định bằng tổng quãng đường  $CM$  và  $MD$ :

$$f(x) = \sqrt{(24-x)^2 + 10^2} + \sqrt{x^2 + 30^2} \text{ với } x \in [0; 24]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm  $M$ .

$$f'(x) = -\frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 30^2}} = \frac{24-x}{\sqrt{(24-x)^2 + 10^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(24-x)^2 + 10^2} = (24-x)\sqrt{x^2 + 30^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(24-x)^2 + 10^2] = (24-x)^2(x^2 + 30^2) \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (10x)^2 = [30(24-x)]^2 \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10x = 30(24-x) \text{ hay } 10x = -30(24-x) \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \text{ hay } x = 36 \\ 0 \leq x \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow x = 18$$

Bảng biến thiên:

|         |        |    |                      |         |
|---------|--------|----|----------------------|---------|
| $x$     | 0      | 18 | 24                   |         |
| $f'(x)$ |        | -  | 0                    | +       |
| $f(x)$  | $f(0)$ |    | $f(18) = 8\sqrt{34}$ | $f(24)$ |

Từ bảng biến thiên, ta có:

- + Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(0;18)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giảm từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ giảm.
- + Khi vị trí chốt  $M$  đến trụ đèn cao áp  $B$  nằm trong khoảng  $(18;24)$  thì tổng chiều dài đèn dây Led giảm từ  $C$  đến chốt  $M$  rồi đến  $D$  sẽ tăng.
- + giá trị nhỏ nhất là  $f(18) = 8\sqrt{34}$  tại  $x = 18$

Khi đó Bạn Nam phải đặt chốt  $M$  ở vị trí cách trụ đèn  $B$  trên mặt đất là  $18m$  thì tổng độ dài của hai sợi dây đèn led ngắn nhất.

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có các cạnh đều bằng  $a$ .

a)  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

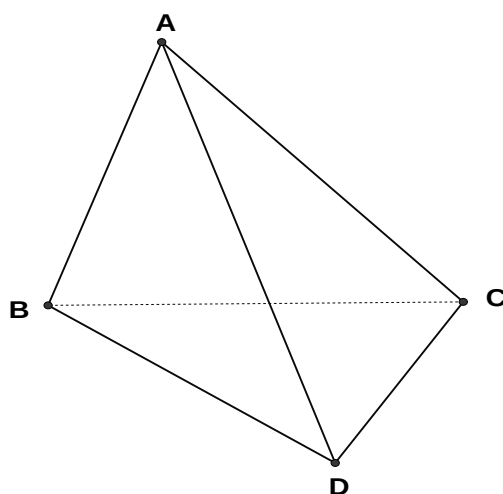
b)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD}$ .

d)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

**Lời giải**

| a)          | b)          | c)         | d)          |
|-------------|-------------|------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |



Vì  $ABCD$  là tứ diện đều nên các tam giác  $ABC, BCD, CDA, ABD$  là các tam giác đều.

a) Đúng vì  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$ .

b) Đúng vì  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$ .

c) Sai vì  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$ ;  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = -a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}$ .

d) Đúng vì  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x + 3}$ . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có dạng

$y = ax + b$ . Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 19

**Phương pháp tự luận:**

$$y' = \frac{3x^2 + 18x + 20}{(x+3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị}$$

hàm số là  $y = 6x + 13$ .

$$\Rightarrow a + b = 19$$

**Phương pháp trắc nghiệm:**

Tại điểm cực trị của đồ thị hàm số phân thức, ta có:  $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{(3x^2 + 13x + 19)'}{(x+3)'} \Leftrightarrow y = 6x + 13 \Rightarrow a + b = 19$$

**Câu 2.** Một chiếc xe ô tô mới mua có giá 30 000 USD. Sau thời gian  $t$  (năm), người ta xác định giá trị của xe ô tô đó là  $f(t) = \frac{30000 + 2000t}{t}$  (USD).

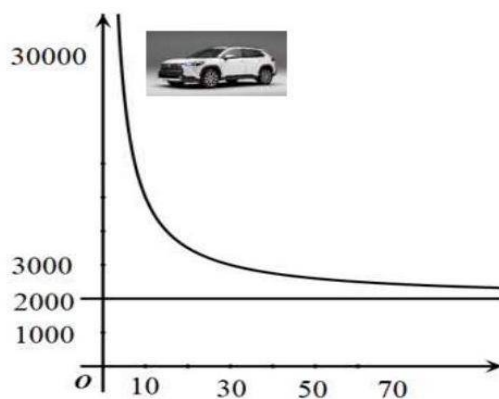


Khi thời gian tăng lên, hỏi giá trị của xe ô tô đó không thể thấp hơn bao nhiêu USD?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2000



Ta có:  $f(t) = \frac{30000 + 2000t}{t}$ .

Ta có:  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{30000 + 2000t}{t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left( \frac{30000}{t} + 2000 \right) = 2000$ .

Suy ra, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = 2000$ .

Vậy khi thời gian tăng lên, giá trị của xe ô tô đó ngày càng giảm về và gần bằng 2000 USD.

**Câu 3.** Một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm  $t$  (giây) là  $s(t) = 6t^2 - t^3$ , ( $t \geq 0$ ). Biết trong khoảng thời gian  $(a; b)$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$  thì hạt chuyển động lên trên. Tính giá trị  $a - b$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** -6

Vận tốc của chuyển động là  $v = s'$  tức là  $v(t) = 12t - 3t^2$ ,  $t > 0$

$$v'(t) = 12 - 6t, v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

Bảng biến thiên:

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $t$     | 0 | 2  | $+\infty$ |
| $v'(t)$ |   | +  | -         |
| $v(t)$  |   | 12 |           |

Hàm số  $v(t)$  đồng biến trên khoảng  $(0; 2)$  nên thì hạt chuyển động lên trên

Vậy  $a - b = -6$

**Câu 4.** Ngày khai giảng năm học 2025 – 2026. Học sinh khối 12 trường THPT Nguyễn Văn Trỗi thả chùm bóng bay gắn thông điệp “ Chúng ta cùng đậu đại học”. Ước tính độ cao  $h$  (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm  $t$  (đơn vị giờ) được cho bởi công thức  $h(t) = -t^3 + 3t^2$ , ( $0 \leq t \leq 3$ ). Chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là  $a$  (km). Tìm  $a$ ?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

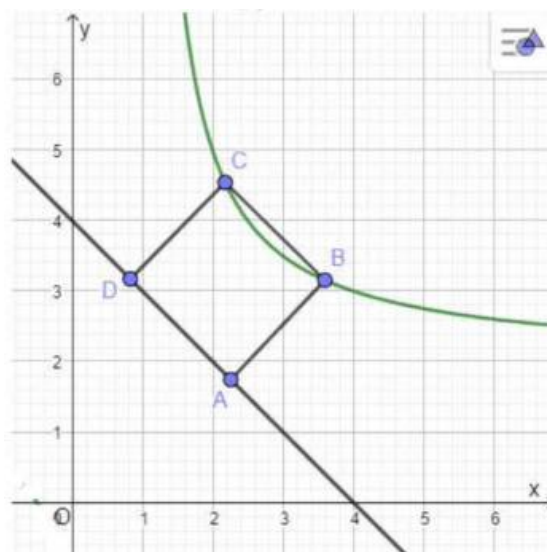
Ta có  $h'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số  $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \leq t \leq 3)$

|         |   |   |   |
|---------|---|---|---|
| $t$     | 0 | 2 | 3 |
| $h'(t)$ | + | 0 | - |
| $h(t)$  | 0 | 4 | 0 |

Vậy chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là  $4(km)$ .

**Câu 5.** Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét) như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  và đường đi khi đó ứng với đường thẳng  $(d): y = -x + 4$ . Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn tại hai điểm  $B, C$  trên bờ hồ và 2 cột đèn tại hai điểm  $A, D$  trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông  $ABCD$  như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ bằng bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm của mét).



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 1,92

Gọi  $(d_1): y = -x + m$  (với  $m > 4$ ) song song với  $(d): y = -x + 4$  và cắt  $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại hai điểm phân biệt  $B, C$  ( $x_B, x_C > 1$ )

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d_1)$  và  $(C): \frac{2x+1}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (1-m)x + m+1 = 0$ .

$$\Delta = m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > 3 + 2\sqrt{3} \text{ (vì } m > 4 \text{)} \quad (1)$$

Khi đó ta có: 
$$\begin{cases} x_C + x_B = m - 1 \\ x_C \cdot x_B = m + 1 \end{cases}$$

Suy ra: 
$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (-x_B + m + x_C - m)^2} = \sqrt{2(x_B - x_C)^2}$$

$$\Rightarrow CB^2 = 2(x_B - x_C)^2 = 2(x_B + x_C)^2 - 8x_B \cdot x_C = 2m^2 - 12m - 6$$

Mặt khác chọn  $I(0;4) \in (d)$ , ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng  $(d); (d_1)$  bằng

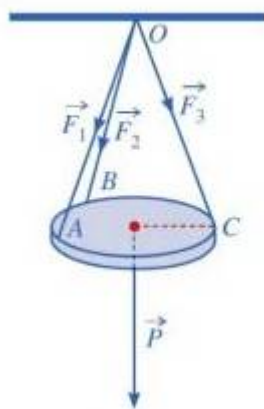
$$AB = d(I; (d_1)) = \frac{|4 - m|}{\sqrt{2}} = \frac{m - 4}{\sqrt{2}}$$

Để  $ABCD$  là hình vuông thì  $AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow \frac{(m-4)^2}{2} = 2m^2 - 12m - 6 \Leftrightarrow m = \frac{8 \pm 2\sqrt{37}}{3}$

Kết hợp điều kiện (1) suy ra  $m = \frac{8 + 2\sqrt{37}}{3}$

Vậy khoảng cách giữa hai cột đèn bên bờ hồ bằng  $\frac{\frac{8 + 2\sqrt{37}}{3} - 4}{\sqrt{2}} \approx 1,92m$

**Câu 6.** Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm  $O$  trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm  $A, B, C$  trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lần lượt trên mỗi dây  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$  (xem hình vẽ).

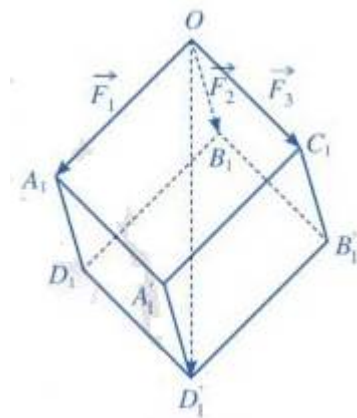


Tính trọng lượng  $P$  của tấm gỗ tròn đó (Đơn vị là  $N$  và kết quả quy tròn đến hàng phần mười của  $N$ ).

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 17,3



Gọi  $A_1, B_1, C_1$  lần lượt là các điểm sao cho  $\overrightarrow{OA_1} = \vec{F}_1$ ,  $\overrightarrow{OB_1} = \vec{F}_2$ ,  $\overrightarrow{OC_1} = \vec{F}_3$

Lấy các điểm  $D_1, A_1', B_1', D_1'$  sao cho  $OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$  là hình hộp.

Theo quy tắc hình hộp ta có:  $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}$

Do các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 10(N)$  nên hình hộp

$OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$  có ba cạnh  $OA, OB, OC$  đôi một vuông góc và bằng nhau. Vì thế  $OA_1D_1B_1.C_1A_1'D_1B_1'$  là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 10, suy ra độ dài đường chéo bằng  $10\sqrt{3}$

Vì tám gỗ tròn ở vị trí cân bằng nên:  $\vec{P} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

Suy ra trọng lượng của tám gỗ tròn:  $|\vec{P}| = |\overrightarrow{OD_1}| = 10\sqrt{3}(N) \approx 17,3(N)$

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

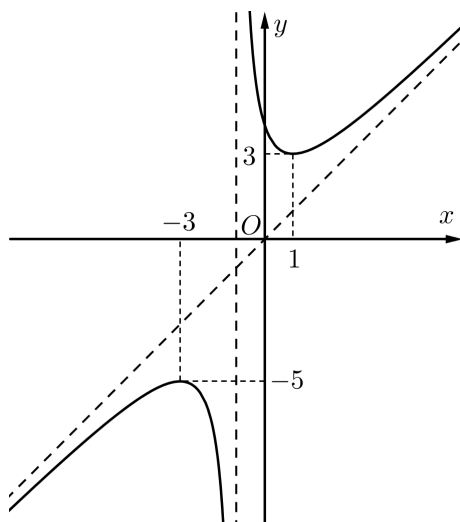
2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 4

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ .

B.  $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$ .

C.  $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |      |      |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|------|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ | $0$ | $-$       |
| $f(x)$  |           |      | $-1$ |      | $-1$      |     |     |           |
|         | $-\infty$ |      |      | $-2$ |           |     |     | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(0; 1)$

B.  $(1; +\infty)$

C.  $(-\infty; 1)$

D.  $(-1; 0)$

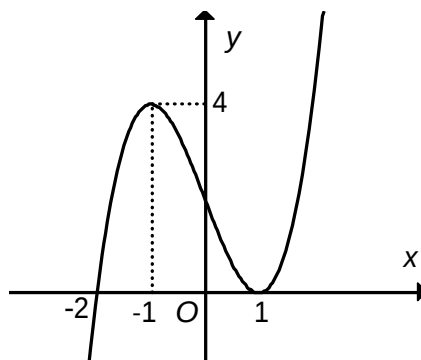
**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |      |     |     |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $3$ | $5$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 5.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  ( $a \neq 0$ ). Biết rằng hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x)$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là **sai**?

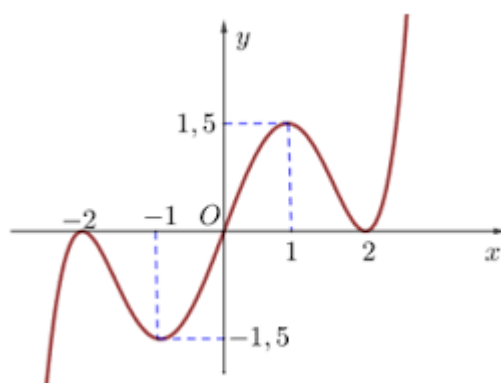


- A. Trên  $(-2;1)$  thì hàm số  $f(x)$  luôn tăng.                      B. Hàm  $f(x)$  giảm trên đoạn  $[-1;1]$ .  
C. Hàm  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1;+\infty)$ .                      D. Hàm  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$  trên đoạn  $[2;3]$  bằng

- A.  $\frac{\ln 2}{2}$ .                      B.  $\frac{\ln 3}{3}$ .                      C.  $\frac{3}{e^2}$ .                      D.  $\frac{1}{e}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



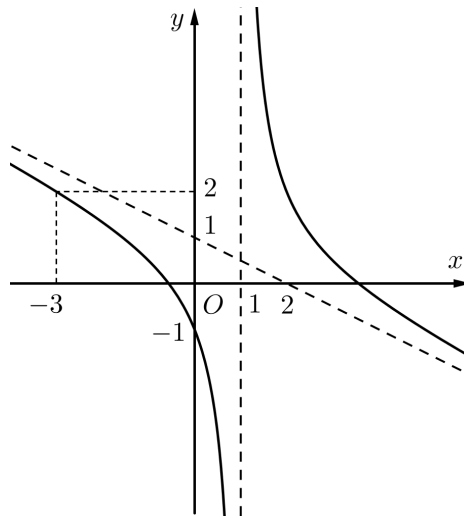
Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + 2024$  cho trên đoạn  $[-2;2]$ . Giá trị  $M - m$  bằng:

- A.  $M - m = 0$                       B.  $M - m = -2024$                       C.  $M - m = 4048$                       D.  $M - m = 3$

**Câu 7.** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$  là

- A. 2                      B. 1                      C. 3                      D. 0

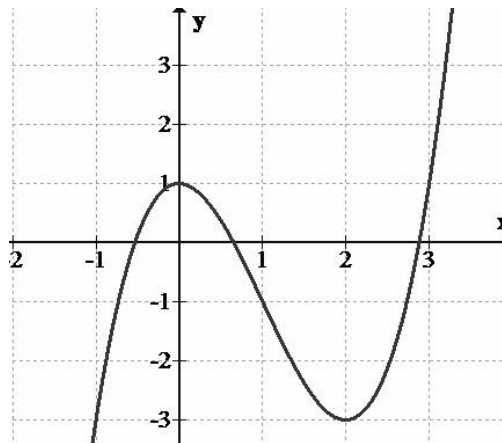
**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A.  $x = 2$ .      B.  $x = 1$ .      C.  $x = -1$ .      D.  $x = -2$ .

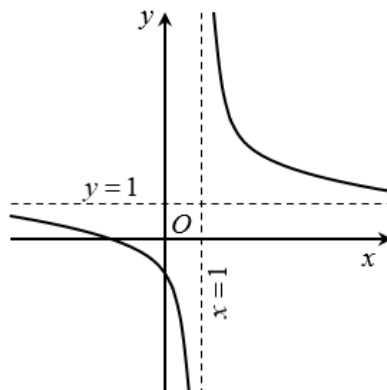
**Câu 9.** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



Chọn một khẳng định ĐÚNG.

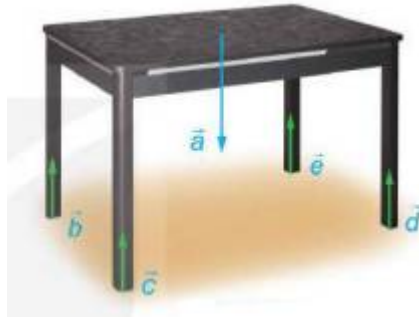
- A.  $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ .      B.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ .      C.  $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ .      D.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



- A.  $y = \frac{x}{1-x}$ .      B.  $y = \frac{x+1}{1-x}$ .      C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{x}{x-1}$ .

**Câu 11.** Một chiếc bàn học sinh cân đối hình chữ nhật được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và bốn chân bàn vuông góc với mặt sàn như hình vẽ. Trọng lực tác dụng lên bàn được biểu thị bởi vector  $\vec{a}$  phân tán đều qua bốn chân bàn và gây nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn được biểu thị bởi các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ .

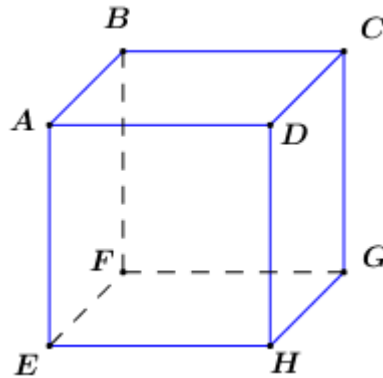


Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Vector  $\vec{d}$  ngược hướng với vector  $\vec{a}$ .
- B. Các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  cùng phương và ngược chiều với vector  $\vec{a}$ .
- C. Vector  $\vec{b}$  với vector  $\vec{a}$  đối nhau.
- D. Các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  đôi một cùng chiều và cùng độ lớn.

**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

- A.  $90^\circ$
- B.  $60^\circ$
- C.  $45^\circ$
- D.  $120^\circ$



**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và bảng biến thiên như hình sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | —         | —         |
| $f(x)$  | $-1$      | $+\infty$ | $-1$      |

Arrows indicate the function values at the boundaries of the intervals:  $f(x) \rightarrow -\infty$  as  $x \rightarrow -2^-$  and  $f(x) \rightarrow -1$  as  $x \rightarrow -2^+$ .

a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = -1$

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận ngang  $y = -1$

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$

d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = 2x - e^{2x}$ .

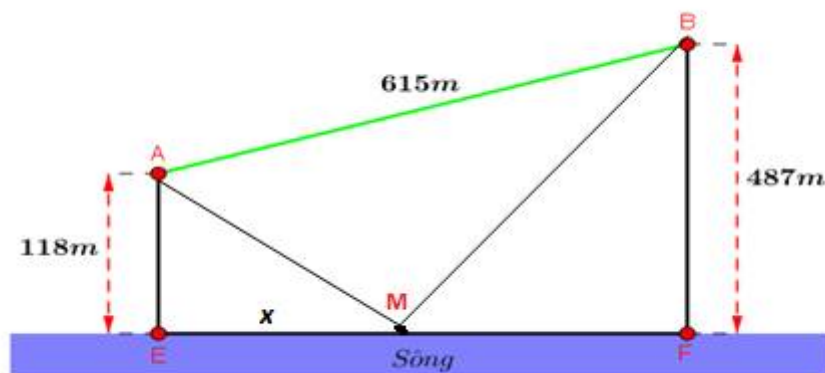
a) Hàm số đã cho luôn xác định trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $f'(\ln 2) = 6$

c) Trên đoạn  $[-1; \ln 2]$ , giá trị lớn nhất của hàm số bằng 0 tại  $x = 0$ .

d) Trên đoạn  $[-1; \ln 2]$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng  $2\ln 2 - 4$  tại  $x = \ln 2$ .

**Câu 3.** Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.



Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Bạn An đi từ A đến M trên bờ sông để lấy nước và mang về B. Đặt  $EM = x$ , với  $0 \leq x \leq 492$ .

a) Quãng đường bạn An đi từ A đến M là:  $AM = \sqrt{x^2 + 118^2}$  (m)

b) Quãng đường bạn An đi từ M đến B là:  $BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$  (m)

c) Thời gian vận động viên chạy phối hợp với bơi từ A đến B là:  $\sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$  (m)

d) Đoạn đường ngắn nhất mà bạn An phải đi A từ đến bờ sông lấy nước và mang về B là 741m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ .

a)  $\overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A_1A}$

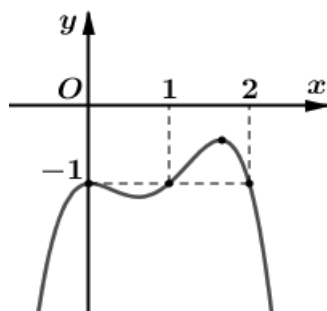
b)  $(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AD}) = 60^\circ$

c)  $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{B_1D_1} = 0$

d)  $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số  $y = f(x)$  có mấy cực trị?

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Biết đồ thị của hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có một điểm cực trị là  $A(-1; 29)$  và đi qua điểm  $B(2; 2)$ . Tính  $a + b + c$ .

**Trả lời:** .....

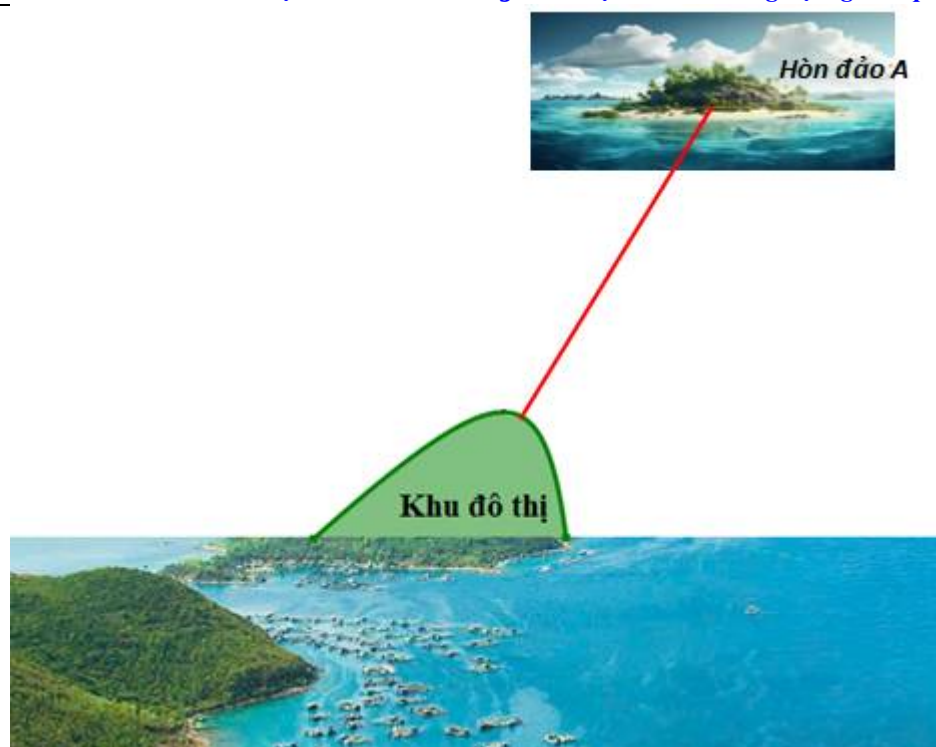
**Câu 3.** Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được  $N(x) = \frac{50x}{x+4}$  ( $x \geq 0$ ) bộ phận mỗi ngày sau  $x$  ngày đào tạo. Xem  $y = N(x)$  là một hàm số xác định trên  $[0; +\infty)$ , khi số ngày đào tạo tăng lên, hãy tính số bộ phận một nhân viên lắp ráp tối đa không vượt quá bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số  $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$ ,  $t \geq 0$  trong đó thời gian  $t$  được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm  $f'(t)$  sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Ở vịnh biển Nha Trang, ngoài xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây một khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo  $A$  để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ  $Oxy$  (với đơn vị đo tương ứng  $1km$ ) đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2+1}{x}$ . Người ta thiết kế tuyến cáp treo nối hòn đảo  $A$  với đường bao của khu đô thị, hỏi độ dài của tuyến cáp treo đó ngắn nhất là bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của kilômét)?



Trả lời: .....

**Câu 6.** Một giỏ hoa treo trong nhà làm bằng 3 sợi dây không giãn, mỗi sợi dài  $60(cm)$  miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính  $20(cm)$ , ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mỗi nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá  $15N$  trọng lượng của miếng giá gỗ là  $5N$ . Tính trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt (đơn vị  $N$ , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



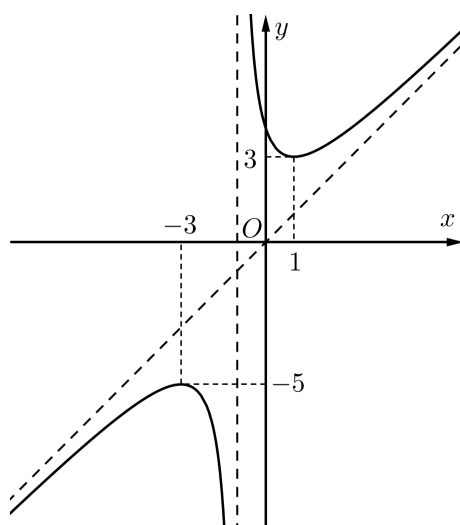
Trả lời: .....

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### ĐỀ SỐ 4

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$ .      B.  $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$ .      C.  $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$ .      **D.  $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có  $am > 0$ , ta loại đáp án C

$$y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{2x^2 + 6x + 2}{(x + 1)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \text{ ta loại đáp án A}$$

$$y = \frac{3x^2 + 5x - 1}{x + 1} \Rightarrow y' = \frac{3x^2 + 6x + 6}{(x + 1)^2} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}, \text{ ta loại đáp án B}$$

Vậy chọn đáp án D đúng

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |      |      |           |
|---------|-----------|------|------|------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $0$  | $1$  | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0    | -    | 0    | -         |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $-1$ | $-2$ | $-1$ | $-\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(0;1)$       B.  $(1;+\infty)$       C.  $(-\infty;1)$       **D.  $(-1;0)$**

**Lời giải**

**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng  $(0;1)$  thì  $f'(x) > 0$ .

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng  $(0;1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|         |           |      |      |     |     |           |
|---------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $-2$ | $3$ | $5$ | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

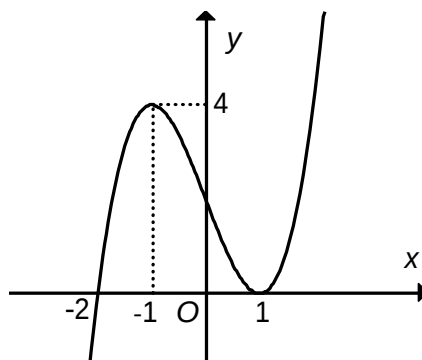
**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu qua các điểm  $-3, -2, 3, 5$ .

Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  ( $a \neq 0$ ). Biết rằng hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x)$  và hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là sai?



A. Trên  $(-2;1)$  thì hàm số  $f(x)$  luôn tăng.

B. Hàm  $f(x)$  giảm trên đoạn  $[-1;1]$ .

C. Hàm  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1;+\infty)$ .

D. Hàm  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty;-2)$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Trên khoảng  $[-1;1]$  đồ thị hàm số  $f'(x)$  nằm phía trên trục hoành.

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$  trên đoạn  $[2;3]$  bằng

A.  $\frac{\ln 2}{2}$ .

B.  $\frac{\ln 3}{3}$ .

C.  $\frac{3}{e^2}$ .

D.  $\frac{1}{e}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét  $y = f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[2;3]$

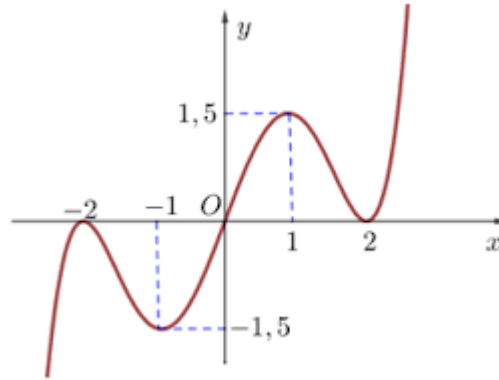
$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = e \in [2;3]$$

$$\text{Có } f(2) = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,3466; f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,3679; f(3) = \frac{\ln 3}{3} \approx 0,366,$$

Suy ra  $\min_{x \in [2;3]} f(x) = \frac{\ln 2}{2}$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{\ln x}{x}$  trên đoạn  $[2;3]$  bằng  $\frac{\ln 2}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + 2024$  cho trên đoạn  $[-2; 2]$ . Giá trị  $M - m$  bằng:

- A.  $M - m = 0$       B.  $M - m = -2024$       C.  $M - m = 4048$       D.  $M - m = 3$

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có:  $\begin{cases} \min_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = -1,5 \\ \max_{[-2;2]} f(x) = f(1) = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \min_{[-2;2]} g(x) = f(-1) = -1,5 + 2024 \\ M = \max_{[-2;2]} g(x) = f(1) = 1,5 + 2024 \end{cases} \Rightarrow M - m = 3$

**Câu 7.** Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$  là

- A. 2      B. 1      C. 3      D. 0

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định của hàm số:  $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

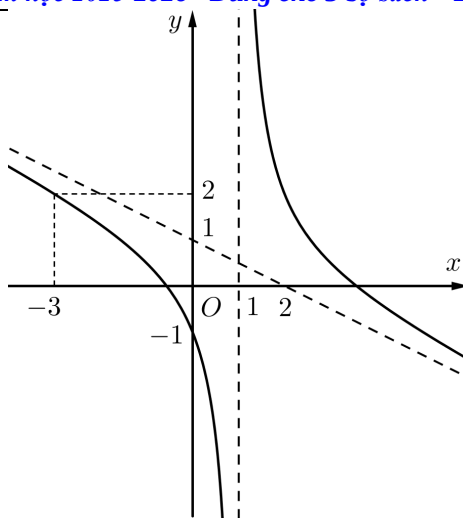
Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$ .

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$

$\Rightarrow$  TCD:  $x = -1$ .

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

A.  $x = 2$ .

B.  $x = 1$ .

C.  $x = -1$ .

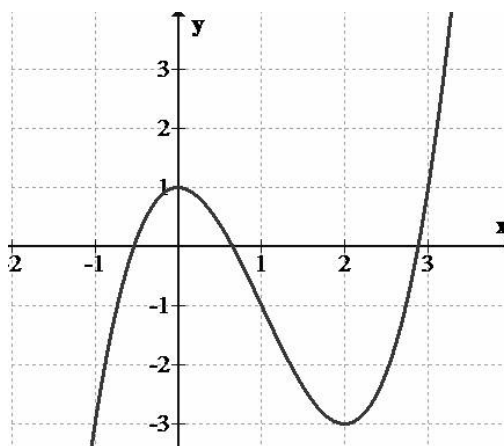
D.  $x = -2$ .

Lời giải

**Chọn B.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng  $x = 1$

**Câu 9.** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?.



Chọn một khẳng định ĐÚNG.

A.  $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ .

B.  $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 1$ .

C.  $y = 2x^3 - 6x^2 + 1$ .

D.  $y = x^3 - 3x^2 + 1$ .

Lời giải

**Chọn D.**

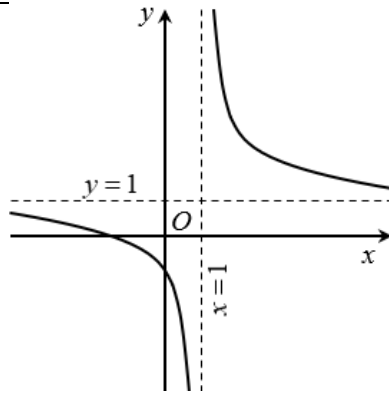
Từ đồ thị hàm số, ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có nhánh bên phải đi lên nên  $a > 0$ , do đó loại A và B

+ đồ thị hàm số có điểm cực tiểu  $x = 2, y = -3$ , do đó loại C

Vậy chọn D

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A.  $y = \frac{x}{1-x}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{1-x}$ .

C.  $y = \frac{x+1}{x-1}$ .

**D.  $y = \frac{x}{x-1}$ .**

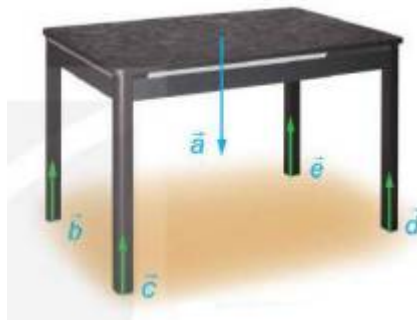
**Lời giải**

**Chọn D.**

Đồ thị trong hình bên có đường tiệm cận ngang  $y=1$  và tiệm cận đứng  $x=1$ , và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm  $M(0;0)$ . Mặt khác ta thấy hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Do đó chỉ có

hàm số  $y = \frac{x}{x-1}$  thỏa mãn những yếu tố trên.

**Câu 11.** Một chiếc bàn học sinh cân đối hình chữ nhật được đặt trên mặt sàn nằm ngang, mặt bàn song song với mặt sàn và bốn chân bàn vuông góc với mặt sàn như hình vẽ. Trọng lực tác dụng lên bàn được biểu thị bởi vector  $\vec{a}$  phân tán đều qua bốn chân bàn và gây nên các phản lực từ mặt sàn lên các chân bàn được biểu thị bởi các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$ .



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Vector  $\vec{d}$  ngược hướng với vector  $\vec{a}$ .

B. Các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  cùng phương và ngược chiều với vector  $\vec{a}$ .

**C. Vector  $\vec{b}$  với vector  $\vec{a}$  đối nhau.**

D. Các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  đôi một cùng chiều và cùng độ lớn.

**Lời giải**

**Chọn C**

Do bốn chân bàn vuông góc với mặt sàn và với mặt bàn nên các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  cùng phương và ngược chiều với vector  $\vec{a}$ .

Trọng lực tác dụng lên bàn được biểu thị bởi vector  $\vec{a}$  phân tán đều qua bốn chân bàn nên các vector  $\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$  đôi một cùng chiều và cùng độ lớn.

Vector  $\vec{b}$  với vector  $\vec{a}$  ngược hướng chứ không phải đối nhau vì hai vector đối nhau là hai vector cùng ngược hướng, cùng độ dài. Đáp án C sai

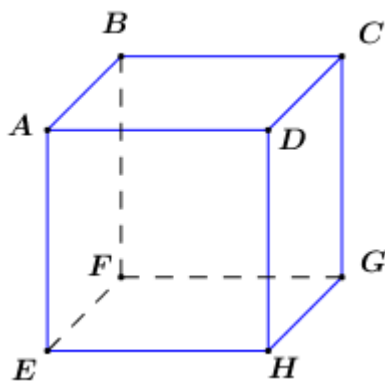
**Câu 12.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

A.  $90^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $120^\circ$



**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $EG \parallel AC$  (do  $ACGE$  là hình chữ nhật)

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EG}) = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \widehat{BAC} = 45^\circ$$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và bảng biến thiên như hình sau:

|         |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       |           | $-$       |
| $f(x)$  | $-1$      | $+\infty$ | $-1$      |

a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = -1$

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận ngang  $y = -1$

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$

d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có điểm cực trị.

**Lời giải**

|     |      |      |      |
|-----|------|------|------|
| a)  | b)   | c)   | d)   |
| SAI | ĐÚNG | ĐÚNG | ĐÚNG |

Từ bảng biến thiên ta thấy:

- a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = -2$
- b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận ngang  $y = -1$
- c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = 2x - e^{2x}$ .

a) Hàm số đã cho luôn xác định trên  $\mathbb{R}$ .

b)  $f'(\ln 2) = 6$

c) Trên đoạn  $[-1; \ln 2]$ , giá trị lớn nhất của hàm số bằng 0 tại  $x = 0$ .

d) Trên đoạn  $[-1; \ln 2]$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng  $2\ln 2 - 4$  tại  $x = \ln 2$ .

**Lời giải**

| a)          | b)         | c)          | d)          |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

$$y = 2x - e^{2x}$$

Hàm số đã cho luôn xác định trên  $\mathbb{R}$ .

$$y' = 2 - 2e^{2x} \Rightarrow f'(\ln 2) = -6$$

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên  $[-1; \ln 2]$ .

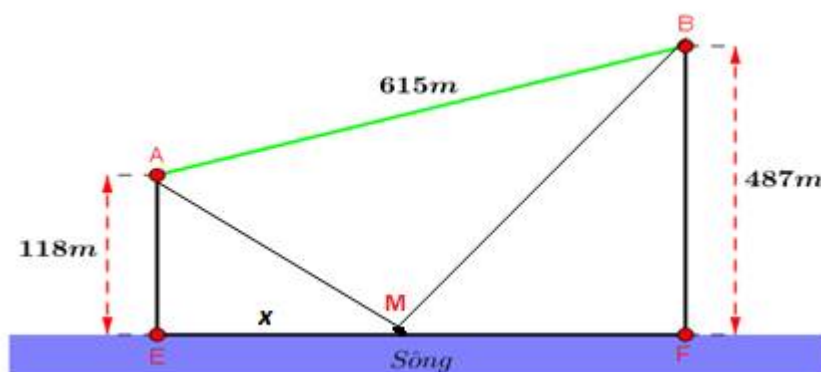
$$y' = 2 - 2e^{2x}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2 - 2e^{2x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 1 \Leftrightarrow x = 0 (N)$$

$$\text{Ta có: } f(-1) = -2 - \frac{1}{e^2}; f(0) = 0; f(\ln 2) = 2\ln 2 - 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \max_{[-1; \ln 2]} y = f(0) = 0 \\ \min_{[-1; \ln 2]} y = f(\ln 2) = 2\ln 2 - 4 \end{cases}$$

**Câu 3.** Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.



Khoảng cách từ  $A$  và từ  $B$  đến bờ sông lần lượt là  $118\text{m}$  và  $487\text{m}$ . Bạn An đi từ  $A$  đến  $M$  trên bờ sông để lấy nước và mang về  $B$ . Đặt  $EM = x$ , với  $0 \leq x \leq 492$ .

a) Quãng đường bạn An đi từ  $A$  đến  $M$  là:  $AM = \sqrt{x^2 + 118^2} \text{ (m)}$

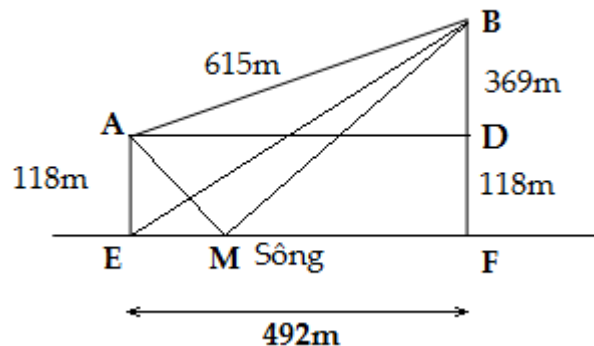
b) Quãng đường bạn An đi từ  $M$  đến  $B$  là:  $BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ (m)}$

c) Thời gian vận động viên chạy phối hợp với bơi từ  $A$  đến  $B$  là:  $\sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ (m)}$

d) Đoạn đường ngắn nhất mà bạn An phải đi  $A$  từ đến bờ sông lấy nước và mang về  $B$  là  $741\text{m}$  (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Lời giải**

| a)         | b)         | c)         | d)          |
|------------|------------|------------|-------------|
| <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |



Ta có  $EM = x$ , với  $0 \leq x \leq 492$

Ta dễ dàng tính được:

$$BD = BF - DF = BF - AE = 487 - 118 = 369 \text{ (m)}$$

$$EF = AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{615^2 - 369^2} = 492 \text{ (m)}$$

Khi đó ta được:  $MF = 492 - x \text{ (m)}$

Quãng đường bạn An đi từ  $A$  đến  $M$  là:  $AM = \sqrt{x^2 + 118^2} \text{ (m)}$

Quãng đường bạn An đi từ  $M$  đến  $B$  là:  $BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ (m)}$

Quãng đường bạn An đi từ  $A$  đến  $M$  trên bờ sông để lấy nước và mang về  $B$  là:

$$AM + MB = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ (m)}$$

Như vậy ta có hàm số  $f(x)$  được xác định bằng tổng quãng đường  $AM$  và  $MB$ :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của  $f(x)$  để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm  $M$ .

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}.$$

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \\ &\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(492 - x)^2 + 487^2] = (492 - x)^2(x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605} \end{aligned}$$

Bảng biến thiên:

|         |        |                                   |          |
|---------|--------|-----------------------------------|----------|
| $x$     | 0      | $\frac{58056}{605}$               | 429      |
| $f'(x)$ |        | 0                                 |          |
| $f(x)$  | $f(0)$ | $f\left(\frac{58056}{605}\right)$ | $f(429)$ |

Từ bảng biến thiên, ta có: giá trị nhỏ nhất là  $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 780m$  tại  $x = \frac{58056}{605}$

Khi đó đoạn đường ngắn nhất mà bạn An phải đi là: 780m

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ .

a)  $\overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A_1A}$

b)  $(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AD}) = 60^\circ$

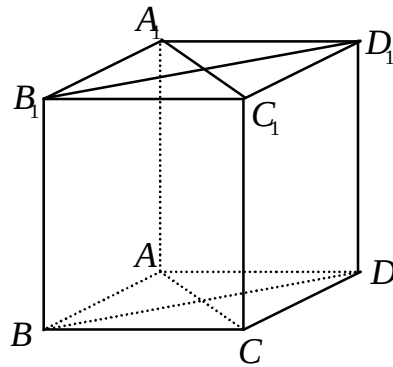
c)  $\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{B_1D_1} = 0$

d)  $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$

**Lời giải**

|    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| a) | b) | c) | d) |
|----|----|----|----|

|      |     |      |     |
|------|-----|------|-----|
| ĐÚNG | SAI | ĐÚNG | SAI |
|------|-----|------|-----|



a)  $\overrightarrow{VP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{A_1A} = \overrightarrow{A_1C} = \overrightarrow{VT}$

b)  $(\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$

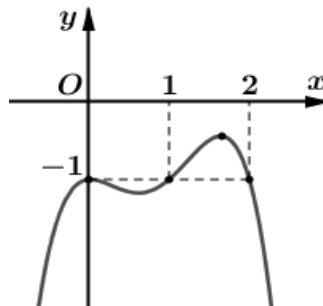
c) Ta có:

$$\overrightarrow{AA_1} \cdot \overrightarrow{B_1D_1} = \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BB_1} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \quad (\text{vì } (\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BA}) = 90^\circ \text{ và } (\overrightarrow{BB_1}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ)$$

d)  $\overrightarrow{A_1C} \cdot \overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AC}) \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A_1A} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC}^2 = 2a^2$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số  $y = f(x)$  có mấy cực trị?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 0

Từ đồ thị  $y = f'(x)$  ta có  $f'(x)$  không cắt trục hoành nên hàm số không có cực trị.

**Câu 2.** Biết đồ thị của hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có một điểm cực trị là  $A(-1; 29)$  và đi qua điểm  $B(2; 2)$ . Tính  $a + b + c$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 12

Ta có  $y' = 3x^2 + 2ax + b$ .

Biết đồ thị của hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có một điểm cực trị là  $A(-1; 29)$  và đi qua điểm

$$B(2; 2) \text{ nên ta có hệ: } \begin{cases} y(-1) = 29 \\ y'(-1) = 0 \\ y(2) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^3 + a(-1)^2 + b(-1) + c = 29 \\ 3(-1)^2 + 2a(-1) + b = 0 \\ 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 24 \end{cases}.$$

Khi đó  $a + b + c = -3 - 9 + 24 = 12$ .

**Câu 3.** Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được  $N(x) = \frac{50x}{x+4}$  ( $x \geq 0$ ) bộ phận mỗi ngày sau  $x$  ngày đào tạo. Xem  $y = N(x)$  là một hàm số xác định trên  $[0; +\infty)$ , khi số ngày đào tạo tăng lên, hãy tính số bộ phận một nhân viên lắp ráp tối đa không vượt quá bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 50

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} N(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50x}{x+4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{50}{1 + \frac{4}{x}} = 50$$

Vậy một nhân viên lắp ráp tối đa không vượt quá 50 bộ phận máy tính.

**Câu 4.** Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số  $f(t) = \frac{5000}{1+5e^{-t}}$ ,  $t \geq 0$  trong đó thời gian  $t$  được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm  $f'(t)$  sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành thì tốc độ bán hàng đạt lớn nhất bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 1250

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(t) &= \frac{5000}{1+5e^{-t}} = \frac{5000e^t}{e^t+5} \\ \Rightarrow f'(t) &= \frac{5000e^t(e^t+5) - 5000e^{2t}}{(e^t+5)^2} = \frac{25000 \cdot e^t}{(e^t+5)^2} > 0, \forall t \geq 0 \\ \Rightarrow f''(t) &= \frac{25000 \cdot e^t \cdot (e^t+5)^2 - 50000 \cdot e^t \cdot (e^t+5) \cdot e^t}{(e^t+5)^4} \\ &= \frac{25000 \cdot e^t \cdot (e^t+5) \cdot (e^t+5-2e^t)}{(e^t+5)^4} = \frac{25000 \cdot e^t \cdot (5-e^t)}{(e^t+5)^3} \end{aligned}$$

Có  $f''(t) = 0 \Leftrightarrow 5 - e^t = 0 \Leftrightarrow t = \ln 5$ .

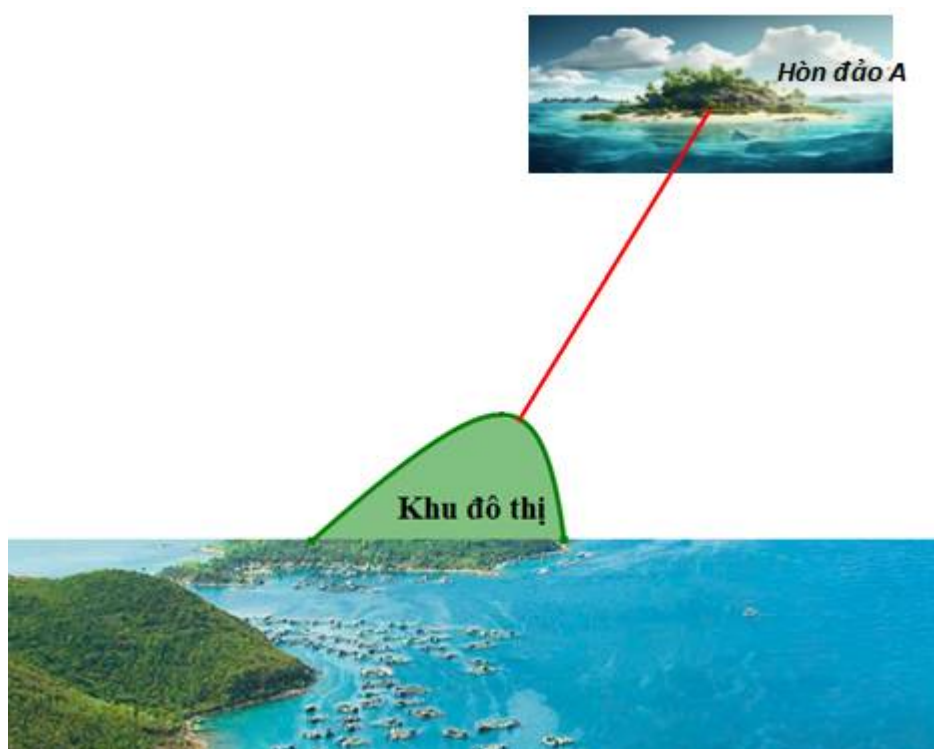
Ta có bảng biến thiên

|          |                  |         |           |
|----------|------------------|---------|-----------|
| $t$      | 0                | $\ln 5$ | $+\infty$ |
| $f''(t)$ | +                | 0       | -         |
| $f'(t)$  | $\frac{6250}{9}$ | 1250    | 0         |

Dựa vào bảng biến thiên ta có tốc độ bán hàng lớn nhất là 1250.

**Câu 5.** Ở vịnh biển Nha Trang, ngoài xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây một khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo A để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy (với đơn vị đo tương ứng 1km) đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị

hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ . Người ta thiết kế tuyến cáp treo nối hòn đảo A với đường bao của khu đô thị, hỏi độ dài của tuyến cáp treo đó ngắn nhất là bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của kilômét)?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2,24

Độ dài ngắn nhất của tuyến cáp treo nối với đường bao của khu đô thị chính là khoảng cách từ A tới

điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ .

Xét hàm số  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$  với  $x \neq 0$ .

Ta có  $y' = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên:

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ | $2$ | $+\infty$ |     |

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có điểm cực đại là  $B(-1; -2)$ .

Khi đó  $AB = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5} \approx 2,24$ .

Vậy độ dài của tuyến cáp treo xấp xỉ  $2,24km$

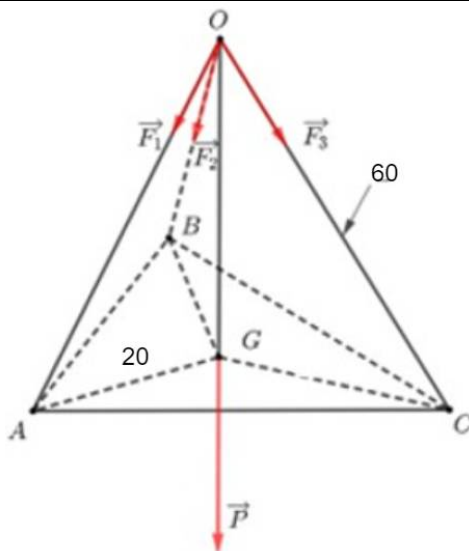
**Câu 6.** Một giỏ hoa treo trong nhà làm bằng 3 sợi dây không giãn, mỗi sợi dài  $60(cm)$  miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính  $20(cm)$ , ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mỗi nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Biết lực chịu đựng của mỗi sợi dây bằng nhau và mỗi sợi chịu không quá  $15N$  trọng lượng của miếng giá gỗ là  $5N$ . Tính trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt (đơn vị  $N$ , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 37,4



Gọi điểm thắt một đầu bên trên là  $O$  và 3 điểm nối 3 sợi dây với giá gỗ tạo thành tam giác đều  $ABC$ .

Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

Vì tam giác  $ABC$  đều nên  $G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

Do đó,  $GA = GB = GC = 20\text{cm}$ . Gọi  $F$  là độ lớn của các lực căng  $F_1, F_2, F_3$  trên mỗi sợi dây. Đặt  $F = x$  với  $0 < x \leq 15$ .

Theo bài ra ta có  $OA = OB = OC = 60\text{cm}$  nên  $OG \perp (ABC)$  và  $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 60$

Do đó,  $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$ . Từ đó ta có  $\overrightarrow{F_1} = \frac{x}{60} \overrightarrow{OA}$ ,  $\overrightarrow{F_2} = \frac{x}{60} \overrightarrow{OB}$ ,  $\overrightarrow{F_3} = \frac{x}{60} \overrightarrow{OC}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \frac{x}{60} (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}) = \frac{3x}{60} \overrightarrow{OG} = \frac{x}{20} \overrightarrow{OG}$ .

Mặt khác, ta lại có  $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{P}$  với  $\overrightarrow{P}$  là trọng lượng của giá gỗ và các chậu hoa.

Nên ta có  $|\overrightarrow{P}| = \frac{x}{20} |\overrightarrow{OG}| = \frac{x\sqrt{60^2 - 20^2}}{20} = x\sqrt{8} \leq 15\sqrt{8}$ .

Vậy giá trị lớn nhất trọng lượng giá gỗ và chậu hoa là  $\max |\overrightarrow{P}| = 15\sqrt{8}$ .

Suy ra trọng lượng tối đa của các chậu hoa để dây treo không bị đứt là  $15\sqrt{8} - 5 \approx 37,4(N)$ .

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 5

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$  nghịch biến trên các khoảng nào ?

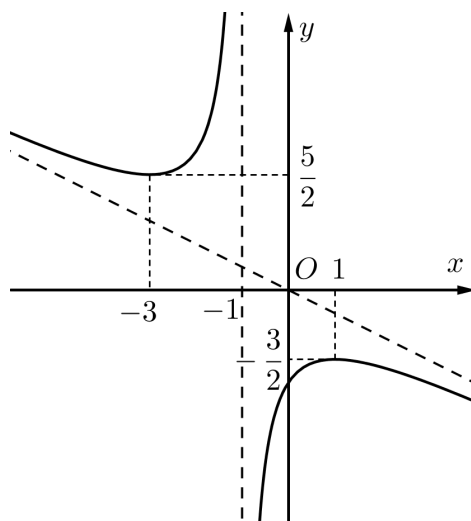
A.  $(-\infty; -4)$  và  $(2; +\infty)$ .

B.  $(-4; 2)$ .

C.  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

**D.  $(-4; -1)$  và  $(-1; 2)$ .**

**Câu 2.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



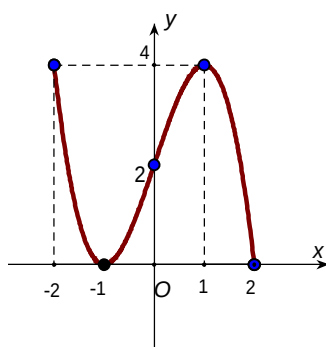
A.  $y = \frac{2x^2 + 5x - 13}{2x + 2}$ .

**B.  $y = \frac{-x^2 - x - 4}{2x + 2}$ .**

C.  $y = \frac{-2x^2 - 3x - 1}{2x - 2}$ .

D.  $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{2x + 2}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



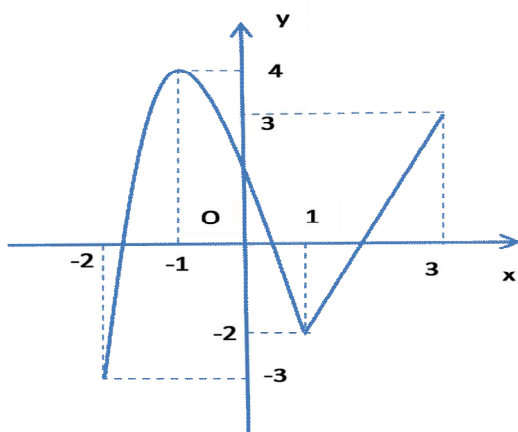
Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = -2$ .                      C.  $x = 2$ .                      D.  $x = -1$ .

**Câu 4.** Điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{1 + 4x - x^4}$  có tọa độ là:

- A.  $(1; 2)$ .                      B.  $(0; 1)$ .                      C.  $(2; 3)$ .                      D.  $(3; 4)$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 3]$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



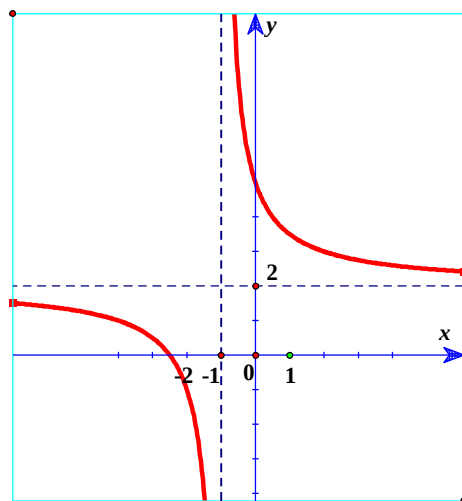
Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 3]$ . Giá trị của  $2m - 3M$  bằng:

- A.  $-13$ .                      B.  $-18$ .                      C.  $-16$ .                      D.  $-15$ .

**Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng:

- A.  $2e^4$                       B.  $-e^2$                       C.  $2e^2$                       D.  $-2e^2$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad-bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = 2$ .      C.  $y = -1$ .      D.  $y = 2$ .

**Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = x + 2025 - \frac{2026}{x+1}$  có tiệm cận xiên là:

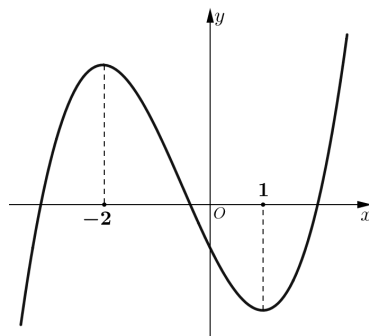
- A.  $y = x + 2025$       B.  $y = x - 2025$       C.  $y = x - 2026$       D.  $y = x + 2026$

**Câu 9.** Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +         | +         |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $-\infty$ |

- A.  $y = \frac{2x-3}{x+1}$ .      B.  $y = \frac{2x+3}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{-2x-3}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ .

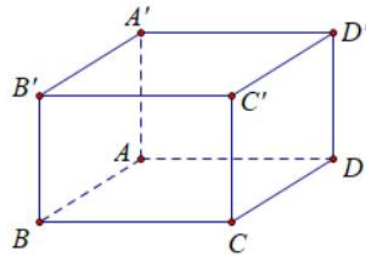
**Câu 10.** Cho đường cong  $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .      B.  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .  
C.  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .      D.  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khẳng định nào sau đây **SAI**?



A.  $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$ .

B.  $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$ .

C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$ .

D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A.  $k = \frac{1}{3}$ .

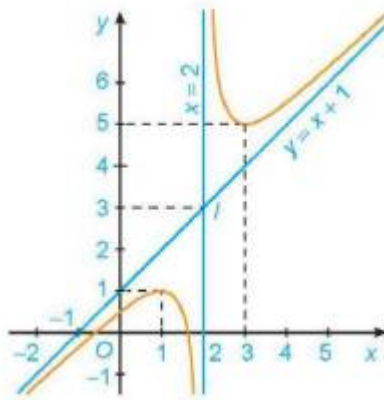
B.  $k = 2$ .

C.  $k = 3$ .

D.  $k = \frac{1}{2}$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  và có đồ thị như hình bên.



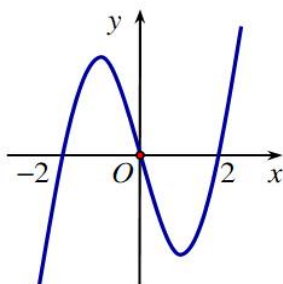
a) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ , đồng biến trong khoảng  $(1; 2)$  và  $(2; 3)$ .

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng là  $x = 2$  và tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .

c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(1; 1)$  và điểm cực tiểu  $(3; 5)$ .

d) Trên khoảng  $(2; +\infty)$ , hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong trong hình bên.



- a) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $f(0)$  tại  $x = 0$ .
- b) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên bằng  $f(-2) = f(2)$  tại  $x = -2$  và  $x = 2$ .
- c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .
- d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

**Câu 3.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là  $400\text{km}$ . Vận tốc dòng nước là  $10\text{km/h}$ . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là  $v(\text{km/h})$ ,  $v > 10$  thì năng lượng tiêu hao của cá trong  $t$  giờ được cho bởi công thức  $E(v) = cv^3t$ , trong đó  $c$  là một hằng số,  $E$  được tính bằng jun.



- a) Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là:  $v - 10(\text{km/h})$ .
- b) Thời gian để cá vượt khoảng cách  $400\text{ km}$  là  $\frac{400}{v-10}(h)$ .
- c) Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách  $400\text{km}$  là:  $400cv^3(v-10)(\text{jun})$ .
- d) Khi nước đứng yên, cá phải bơi với vận tốc  $18(\text{km/h})$  thì ít tiêu hao năng lượng ít nhất.

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc. Cạnh  $AB = AC = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $H$  là trung điểm của  $MD$ .

a)  $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2}$

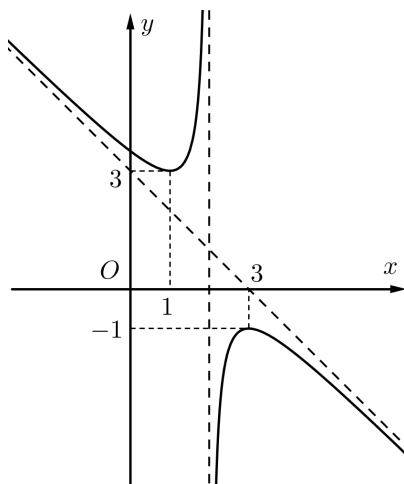
b) Góc giữa hai vector  $\overrightarrow{AH}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng  $60^\circ$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$

d)  $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{4}$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C). Tính giá trị của  $x_0 + 2025y_0$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Biết  $\frac{a}{b}$  (trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b \in \mathbb{N}^*$ ) là giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$  có 2 điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ . Tính giá trị biểu

thức  $T = a + 2b$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Một cơ sở sản xuất tính toán rằng số sản phẩm trung bình mà một nhân viên làm được mỗi ngày

là  $f(x) = \frac{100x}{x+10}$  với  $x$  là số ngày kinh nghiệm làm việc ( $x \geq 0$ ). Xem  $y = f(x)$  là một hàm số xác định

trên  $[0; +\infty)$ . Khi số ngày kinh nghiệm làm việc tăng lên thì số sản phẩm trung bình tối đa mà một nhân viên có thể làm được trong một ngày là bao nhiêu?

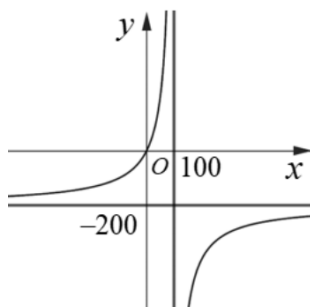
**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian

tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $S$  (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm ở thời gian bao nhiêu giây?

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Để loại bỏ  $x\%$  chất gây ô nhiễm môi trường từ khí thải của một nhà máy  $A$ , người ta ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hóa bởi hàm số có dạng  $C(x) = \frac{ax+b}{-x+d}$  (như hình vẽ), ( $0 \leq x < 100$ ). Tính chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy.



**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt được biểu diễn bởi hai vector  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ . Tính giá trị của  $k$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



**Trả lời:** .....

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### ĐỀ SỐ 5

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Hỏi hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$  nghịch biến trên các khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; -4)$  và  $(2; +\infty)$ .                      B.  $(-4; 2)$ .  
C.  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .                      D.  $(-4; -1)$  và  $(-1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}. \text{ Giải } y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

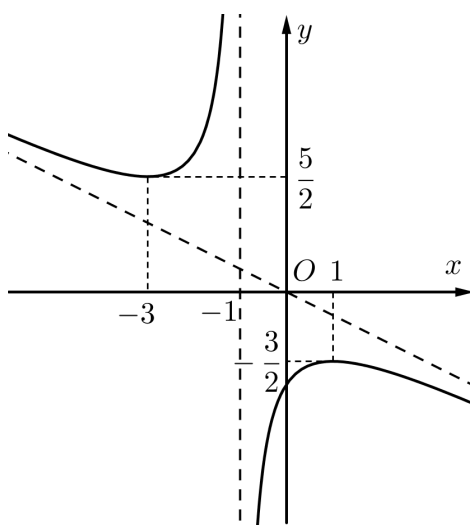
$y'$  không xác định khi  $x = -1$ .

Bảng biến thiên:

|      |           |            |       |            |           |            |           |            |
|------|-----------|------------|-------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| $x$  | $-\infty$ | $-4$       |       | $-1$       |           | $2$        | $+\infty$ |            |
| $y'$ |           | $+$        | $0$   | $-$        |           | $-$        | $0$       | $+$        |
| $y$  |           |            | $-11$ |            | $+\infty$ |            | $1$       | $+\infty$  |
|      | $-\infty$ | $\nearrow$ |       | $\searrow$ |           | $\searrow$ |           | $\nearrow$ |
|      |           |            |       | $-\infty$  |           |            |           |            |

Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-4; -1)$  và  $(-1; 2)$

**Câu 2.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{2x^2 + 5x - 13}{2x + 2}$ .                      B.  $y = \frac{-x^2 - x - 4}{2x + 2}$ .                      C.  $y = \frac{-2x^2 - 3x - 1}{2x - 2}$ .                      D.  $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{2x + 2}$ .

**Lời giải**

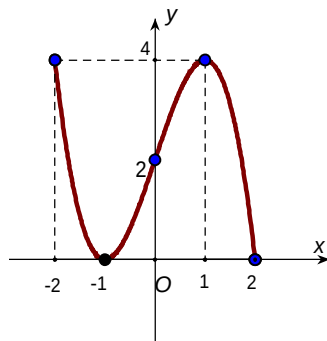
**Chọn B.**

Từ đồ thị ta có  $am < 0$ , ta loại đáp án A, D

Đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -1$ , ta loại đáp án C

Vậy chọn đáp án B đúng

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm

A.  $x = 1$ .

B.  $x = -2$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Câu 4.** Điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \sqrt{1 + 4x - x^4}$  có tọa độ là:

A. (1; 2).

B. (0; 1).

C. (2; 3).

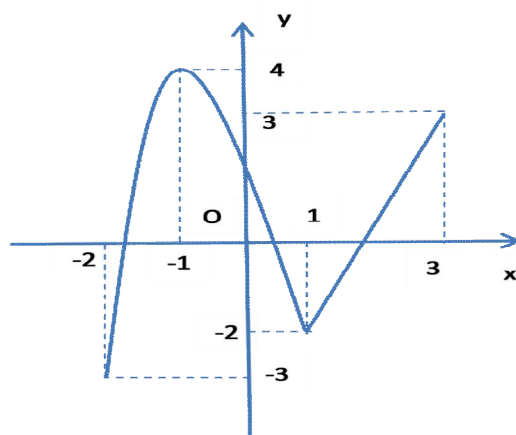
D. (3; 4).

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có  $y' = \frac{2 - 2x^3}{\sqrt{1 + 4x - x^4}}$ .  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = 2$

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 3]$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn  $[-2; 3]$ . Giá trị của  $2m - 3M$  bằng:

A. -13.

B. -18.

C. -16.

D. -15.

Lời giải

**Chọn B.**

Từ đồ thị ta có: 
$$\begin{cases} m = \min_{[-2;3]} f(x) = f(-2) = -3 \\ M = \max_{[-2;3]} f(x) = f(-1) = 4 \end{cases} \Rightarrow 2m - 3M = -18$$

**Câu 6.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng:

A.  $2e^4$

**B.  $-e^2$**

C.  $2e^2$

D.  $-2e^2$

Lời giải

**Chọn B.**

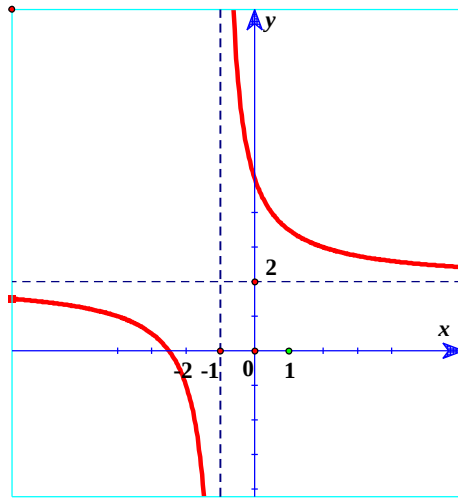
Ta có:  $f'(x) = 2(x^2 - 2)e^{2x} + 2xe^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 2] \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}$$

Và  $f(-1) = -e^{-2}$ ;  $f(2) = 2e^4$ ;  $f(1) = -e^2$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng  $-e^2$  tại  $x = 1$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0, ad - bc \neq 0$ ) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

A.  $x = -1$ .

B.  $x = 2$ .

C.  $y = -1$ .

**D.  $y = 2$ .**

Lời giải

**Chọn D.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang  $y = 2$

**Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = x + 2025 - \frac{2026}{x+1}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x + 2025$

B.  $y = x - 2025$

C.  $y = x - 2026$

**D.  $y = x + 2026$**

Lời giải

**Chọn A.**

$$y = f(x) = x + 2025 - \frac{2026}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 2025)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{2026}{x+1} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 2025)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{2026}{x+1} \right) = 0 \text{ nên đồ thị}$$

hàm số có tiệm cận xiên là  $y = x + 2025$ .

**Câu 9.** Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

|      |           |           |           |
|------|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$      | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +         | +         |
| $y$  | $2$       | $+\infty$ | $2$       |

**A.**  $y = \frac{2x-3}{x+1}$ .

**B.**  $y = \frac{2x+3}{x-1}$ .

**C.**  $y = \frac{-2x-3}{x-1}$ .

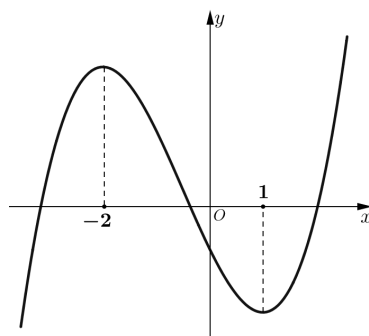
**D.**  $y = \frac{-x+1}{x-2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ bảng biến thiên, ta có: đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $x = -1$ ;  $y = 2$ , do đó loại B, CD

**Câu 10.** Cho đường cong  $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.**  $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .

**B.**  $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$ .

**C.**  $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

**D.**  $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

**Lời giải**

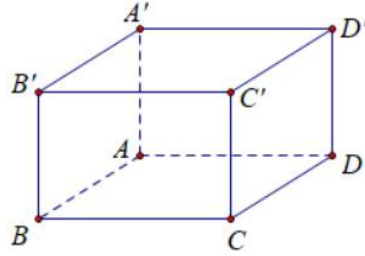
**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có  $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$ , từ dạng đồ thị suy ra  $a > 0$ .

Mặt khác  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$  từ đồ thị ta có phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu suy ra  $ac < 0$  mà  $a > 0$  suy ra  $c < 0$ .

Hơn nữa phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} = -1$  suy ra  $3a = 2b \Rightarrow b > 0$ .

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khẳng định nào sau đây **SAI**?



A.  $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$ .

B.  $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$ .

C.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$ .

D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vector:  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k\overrightarrow{DG}$

A.  $k = \frac{1}{3}$ .

B.  $k = 2$ .

C.  $k = 3$ .

D.  $k = \frac{1}{2}$ .

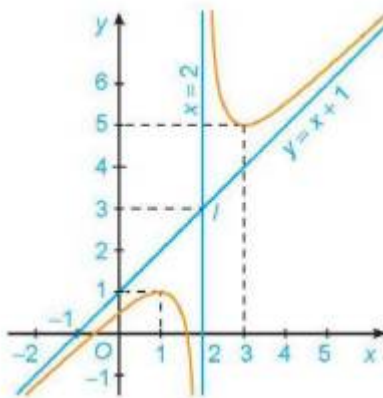
Lời giải

**Chọn C.**

ta có  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$  và có đồ thị như hình bên.



a) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ , đồng biến trong khoảng  $(1; 2)$  và  $(2; 3)$ .

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng là  $x = 2$  và tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .

c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(1; 1)$  và điểm cực tiểu  $(3; 5)$ .

d) Trên khoảng  $(2; +\infty)$ , hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

|            |             |             |            |
|------------|-------------|-------------|------------|
| a)         | b)          | c)          | d)         |
| <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |

Từ đồ thị ta có:

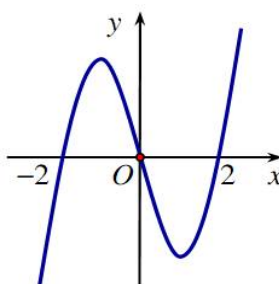
a) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trong khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ , nghịch biến trong khoảng  $(1; 2)$  và  $(2; 3)$ .

b) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng là  $x = 2$  và tiệm cận xiên là  $y = x + 1$ .

c) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(1; 1)$  và điểm cực tiểu  $(3; 5)$ .

d) Trên khoảng  $(2; +\infty)$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  bằng 5.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong trong hình bên.



a) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng  $f(0)$  tại  $x = 0$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên bằng  $f(-2) = f(2)$  tại  $x = -2$  và  $x = 2$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(0; 2)$ .

d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu

**Lời giải**

|            |             |            |             |
|------------|-------------|------------|-------------|
| a)         | b)          | c)         | d)          |
| <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |

Từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta có bảng biến thiên như sau:

|     |           |      |     |     |           |
|-----|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y$ | -         | 0    | +   | 0   | +         |
| $y$ |           |      |     |     |           |

Từ bảng biến thiên, ta có:

a) Hàm số  $y = f(x)$  không có giá trị lớn nhất

b) Hàm số  $y = f(x)$  có giá trị nhỏ nhất trên bằng  $f(-2) = f(2)$  tại  $x = -2$  và  $x = 2$ .

c) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 0)$  và  $(2; +\infty)$ .

d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực đại tại  $x = 0$  và hai điểm cực tiểu tại  $x = -2$ ,  $x = 2$ .

**Câu 3.** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là  $400\text{km}$ . Vận tốc dòng nước là  $10\text{km/h}$ . Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là  $v(\text{km/h})$ ,  $v > 10$  thì năng lượng tiêu hao của cá trong  $t$  giờ được cho bởi công thức  $E(v) = cv^3t$ , trong đó  $c$  là một hằng số,  $E$  được tính bằng jun.



a) Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là:  $v - 10(\text{km/h})$ .

b) Thời gian để cá vượt khoảng cách  $400\text{ km}$  là  $\frac{400}{v-10}(h)$ .

c) Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách  $400\text{km}$  là:  $400cv^3(v-10)(\text{jun})$ .

d) Khi nước đứng yên, cá phải bơi với vận tốc  $18(\text{km/h})$  thì ít tiêu hao năng lượng ít nhất.

### Lời giải

| a)          | b)          | c)         | d)         |
|-------------|-------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là:  $v - 10(\text{km/h})$  với  $v > 10$

Thời gian để cá vượt khoảng cách  $400\text{ km}$  là  $t = \frac{400}{v-10}(h)$

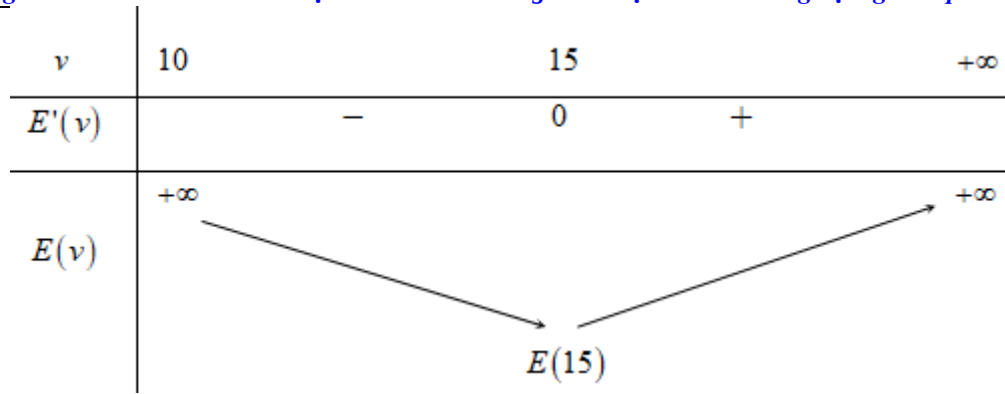
Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách  $400\text{km}$  là:  $E(v) = cv^3 \cdot \frac{400}{v-10} = 400c \cdot \frac{v^3}{v-10}(\text{jun})$

Xét hàm số:  $E(v) = 400c \cdot \frac{v^3}{v-10}$  với  $v > 10$

$$E'(v) = 400c \cdot \frac{v^2(2v-30)}{(v-10)^2}$$

$$E'(v) = 0 \Leftrightarrow v^2(2v-30) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0(L) \\ v = 15(N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, ta có: Cá phải bơi với vận tốc  $15(km/h)$  thì ít tiêu hao năng lượng ít nhất.

**Câu 4.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB, AC, AD$  đôi một vuông góc. Cạnh  $AB = AC = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $H$  là trung điểm của  $MD$ .

a)  $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2}$

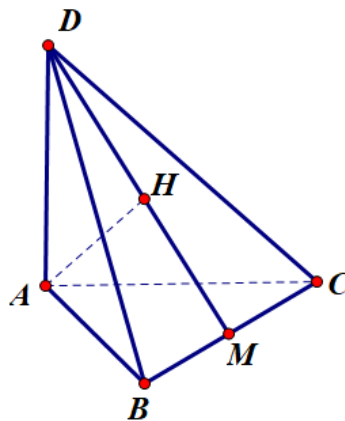
b) Góc giữa hai vector  $\overrightarrow{AH}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng  $60^\circ$

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$

d)  $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{4}$

**Lời giải**

| a)          | b)         | c)          | d)         |
|-------------|------------|-------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |



a)  $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2}$

Vì  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2}$ .

b) Góc giữa hai vector  $\overrightarrow{AH}$  và  $\overrightarrow{BC}$  bằng  $60^\circ$

Tam giác  $ABC$  cân tại  $A \Rightarrow AM \perp BC$

Tam giác  $DBC$  cân tại  $D \Rightarrow DM \perp BC$

$$\Rightarrow BC \perp (ADM) \Rightarrow AH \perp BC$$

$$\Rightarrow (\overrightarrow{AH}; \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$$

$$c) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \cdot \left( \frac{\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM}}{2} \right) = \overrightarrow{AB} \cdot \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}}{2}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} \text{ đôi một vuông góc} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$$

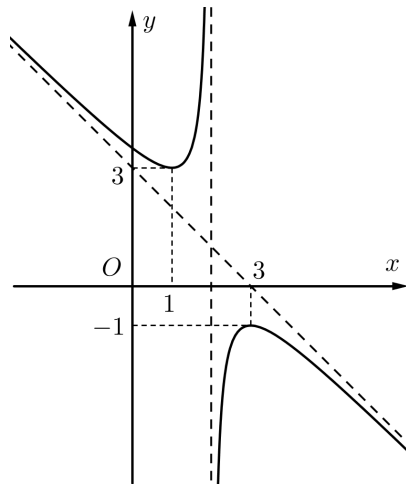
$$\text{Nên } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}}{2} = \frac{1}{2} \left( \overrightarrow{AB} \cdot \left( \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \right) \right) = \frac{1}{4} (\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}) = \frac{a^2}{4}$$

$$d) \overrightarrow{AH} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}}{4}$$

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}}{2} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \left( \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \right) = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) với  $a, b, c, m, n$  là các số thực và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ sau.



Gọi  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C). Tính giá trị của  $x_0 + 2025y_0$ .

Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 2027

Dựa vào đồ thị ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là  $A(1; 3); B(3; -1)$

Vì  $I(x_0; y_0)$  là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là (C) nên là  $I(x_0; y_0)$  trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_0 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 + 2025y_0 = 2027$$

**Câu 2.** Biết  $\frac{a}{b}$  (trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $b \in \mathbb{N}^*$ ) là giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3} \text{ có 2 điểm cực trị } x_1, x_2 \text{ sao cho } x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1. \text{ Tính giá trị biểu}$$

thức  $T = a + 2b$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

$$\text{Ta có: } y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1).$$

$$\text{Hàm số có hai điểm cực trị} \Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow m^2 + 12m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow |m| > \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Khi đó, ta có } x_1 + x_2 = m, x_1x_2 = 1 - 3m^2.$$

$$x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Rightarrow 1 - 3m^2 + 2m = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (l)} \\ m = \frac{2}{3} \text{ (t/m)} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 8.$$

**Câu 3.** Một cơ sở sản xuất tính toán rằng số sản phẩm trung bình mà một nhân viên làm được mỗi ngày là  $f(x) = \frac{100x}{x+10}$  với  $x$  là số ngày kinh nghiệm làm việc ( $x \geq 0$ ). Xem  $y = f(x)$  là một hàm số xác định

trên  $[0; +\infty)$ . Khi số ngày kinh nghiệm làm việc tăng lên thì số sản phẩm trung bình tối đa mà một nhân viên có thể làm được trong một ngày là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 99

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{100x}{x+10} = 100 - \frac{1000}{x+10} < 100 \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 100 \text{ nên số sản phẩm tối đa mà một nhân viên}$$

làm được trong một ngày là không quá 99 sản phẩm.

$$\text{Ta có } f(x) = 99 \Leftrightarrow \frac{100x}{x+10} = 99 \Leftrightarrow x = 990.$$

Vậy khi số ngày kinh nghiệm làm việc tăng lên thì số sản phẩm trung bình tối đa mà một nhân viên có thể làm được trong một ngày là 99.

**Câu 4.** Một chất điểm chuyển động theo quy luật  $S = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$  với  $t$  (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và  $S$  (mét) là quãng đường vật chuyển động trong thời gian đó. Hỏi

trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của chất điểm ở thời gian bao nhiêu giây?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 4

Ta có  $v = S' = -t^2 + 8t + 9, t \in (0;10)$

$v' = -2t + 8.$

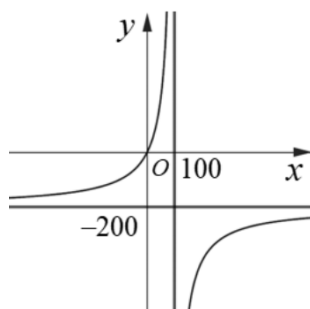
Xét  $v' = 0 \Rightarrow t = 4 \in (0;10)$

Bảng biến thiên:

|      |        |    |         |
|------|--------|----|---------|
| $t$  | 0      | 4  | 10      |
| $v'$ |        | +  | 0       |
| $v$  | $v(0)$ | 25 | $v(10)$ |

Vậy vận tốc lớn nhất của chất điểm là 25(m/s) tại  $t = 4(s)$

**Câu 5.** Để loại bỏ  $x\%$  chất gây ô nhiễm môi trường từ khí thải của một nhà máy A, người ta ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hóa bởi hàm số có dạng  $C(x) = \frac{ax+b}{-x+d}$  (như hình vẽ), ( $0 \leq x < 100$ ). Tính chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy.



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 18

Từ đồ thị hàm số ta thấy: Đồ thị đi qua gốc tọa độ nên  $b = 0$ .

Đồ thị có đường tiệm cận đứng  $x = 100 \Rightarrow d = 100$ .

Đồ thị có đường tiệm cận ngang  $y = -200 \Rightarrow -a = -200 \Rightarrow a = 200$ .

Vậy ta có  $C(x) = \frac{200x}{-x+100}$ .

Suy ra chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy là:

$$C(99) - C(90) = \frac{200.99}{-99+100} - \frac{200.90}{-90+100} = 18000 \text{ (triệu đồng)} = 18 \text{ tỉ đồng.}$$

**Câu 6.** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của bốn lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học. Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ  $900 \text{ km/h}$  lên  $920 \text{ km/h}$ , trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc  $900 \text{ km/h}$  và  $920 \text{ km/h}$  lần lượt được biểu diễn bởi hai vector  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$ . Tính giá trị của  $k$  (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Trả lời: .....

#### Lời giải

**Đáp án:** 0,96

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ  $900 \text{ km/h}$  lên  $920 \text{ km/h}$  máy bay giữ nguyên hướng bay nên vector  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  có cùng hướng. Do đó,  $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$  với  $k$  là một số thực dương nào đó (1).

Gọi  $v_1, v_2$  lần lượt là vận tốc của của chiếc máy bay khi đạt  $900 \text{ km/h}$  và  $920 \text{ km/h}$ .

$$\text{Suy ra } v_1 = 900(\text{km/h}), v_2 = 920(\text{km/h})$$

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương

$$\text{vận tốc máy bay nên } \frac{|\vec{F}_1|}{|\vec{F}_2|} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2| \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2 \Rightarrow k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$$

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

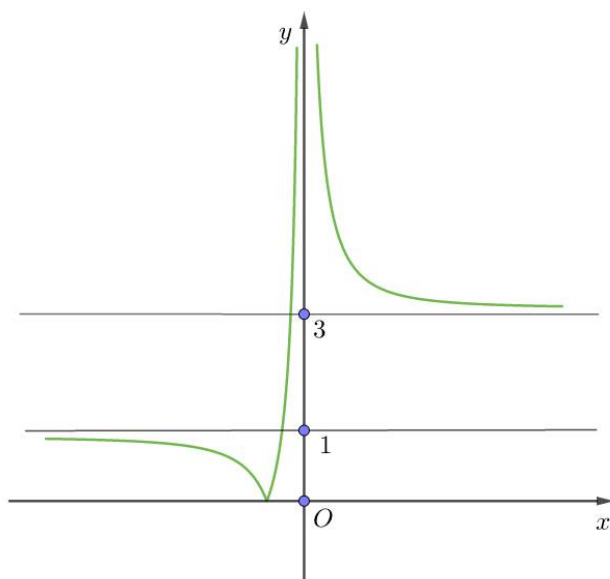
2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 6

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là:

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $1$ |     | $3$       |     | $1$ |     | $+\infty$ |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(0; 2)$ .

B.  $(0; +\infty)$ .

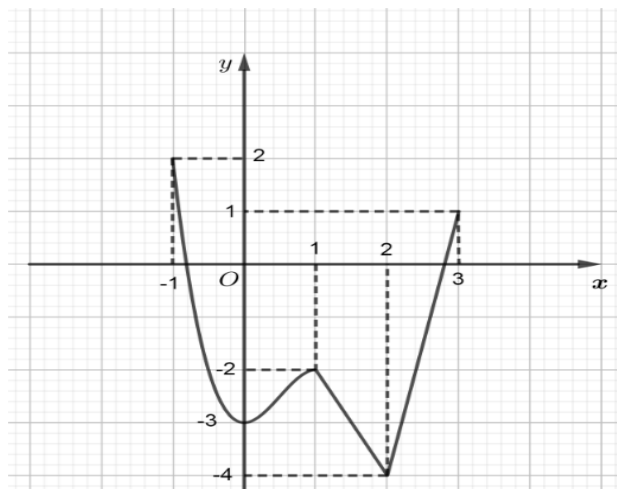
C.  $(-2; 0)$ .

D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 3.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$  có điểm cực trị là  $A(1;3)$ . Khi đó giá trị của  $4a - b$  là:

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1;3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1;3]$ . Giá trị của  $M + m$  là

- A. 2.                                      B. -6.                                      C. -5.                                      D. -2.

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  bằng

- A.  $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ .                      B.  $\min_{\mathbb{R}} y = 5$ .                      C.  $\min_{\mathbb{R}} y = 3 + \sqrt{5}$ .              D.  $\min_{\mathbb{R}} y = 0$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 5x + 2}{4 - x}$  có tiệm cận xiên là:

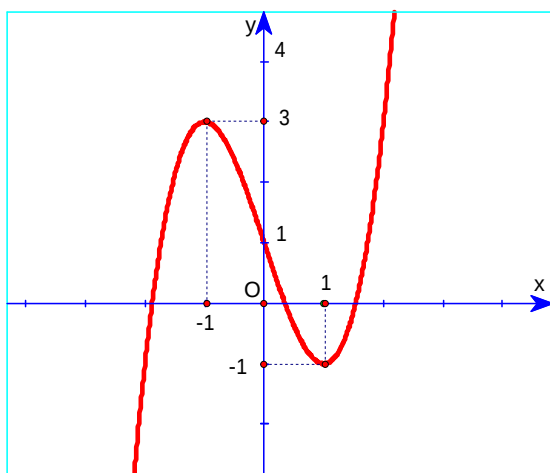
- A.  $y = x - 1$                       B.  $y = -x + 1$                       C.  $y = -x - 1$                       D.  $y = x + 1$

**Câu 7.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

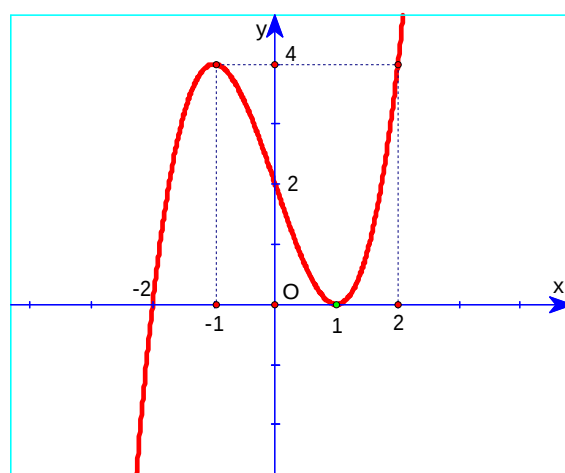
|    |           |            |            |   |            |   |            |
|----|-----------|------------|------------|---|------------|---|------------|
| x  | $-\infty$ | -3         | -1         | 1 | $+\infty$  |   |            |
| y' |           | +          | 0          | - | -          | 0 | +          |
| y  |           |            | -4         |   | $+\infty$  |   | $+\infty$  |
|    | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\searrow$ |   | $\searrow$ | 4 | $\nearrow$ |

- A.  $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$ .                      B.  $y = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$ .                      C.  $y = \frac{1 - x^2}{x}$ .                      D.  $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$ .

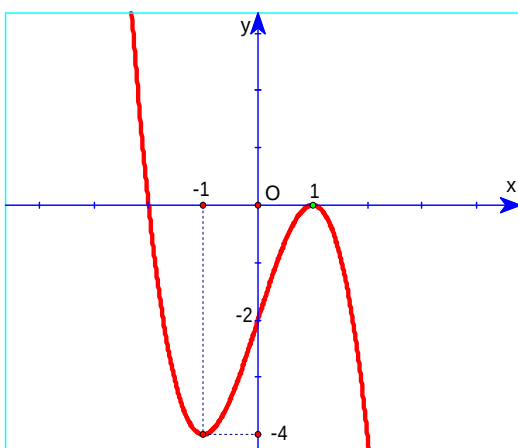
**Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  là hình nào trong 4 hình dưới đây?



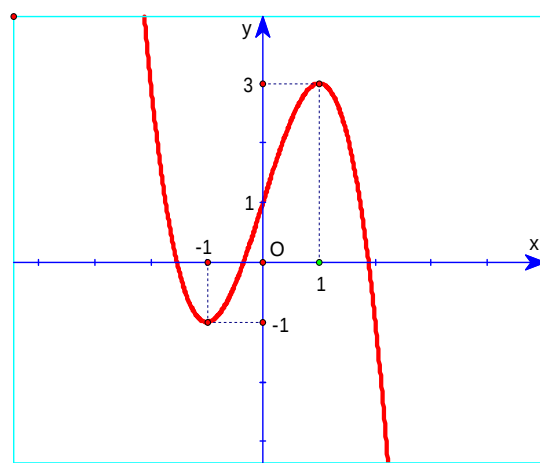
A. Hình 1.



B. Hình 2.

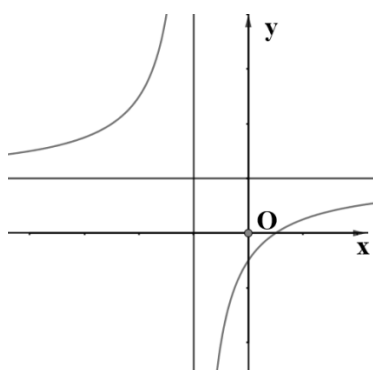


C. Hình 3.



D. Hình 4.

**Câu 9.** Hình vẽ bên là đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ .



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

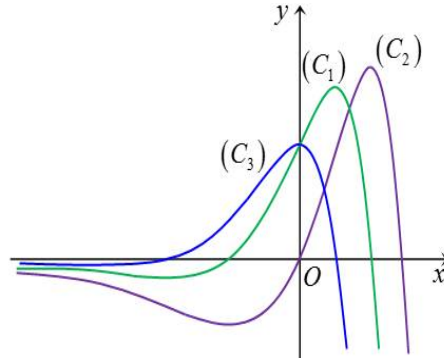
A.  $ad > 0$  và  $bd > 0$ .

B.  $ad > 0$  và  $ab < 0$ .

C.  $bd < 0$  và  $ab > 0$ .

D.  $ad < 0$  và  $ab < 0$ .

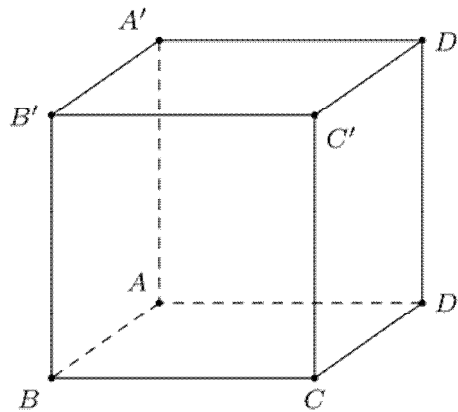
**Câu 10.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $(C_3); (C_2); (C_1)$ .    **B.  $(C_2); (C_1); (C_3)$ .**    C.  $(C_2); (C_3); (C_1)$ .    D.  $(C_1); (C_3); (C_2)$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây).



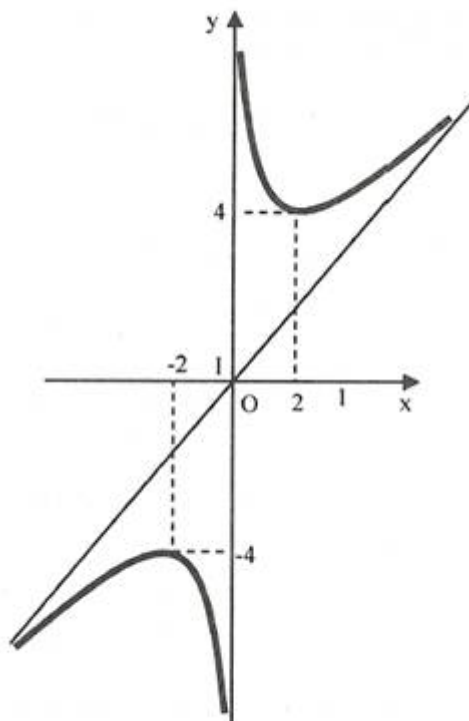
Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overline{AD} = \overline{AB}$ .    B.  $\overline{AD} = \overline{A'C}$ .    C.  $\overline{AD} = \overline{A'B'}$ .    **D.  $\overline{AB} = \overline{D'C'}$ .**

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P$ ,  $Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

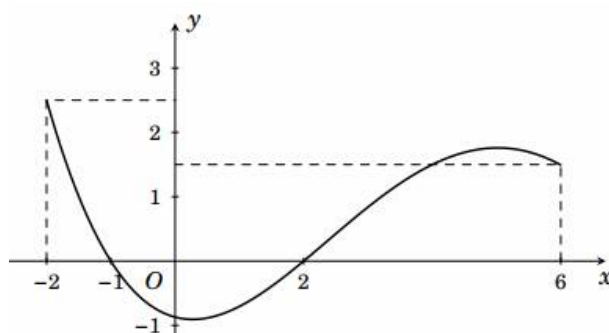
- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .    **B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .**
- C.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$ .    D.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



- a) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ  $O$  làm tâm đối xứng.
- c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(2; 4)$  và điểm cực tiểu  $(-2; -4)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên.



- a)  $f(-1) > f(-2)$
- b)  $f(6) > f(2)$
- c) Trên đoạn  $[-2; 6]$ , đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị.

d)  $\max_{[-2;6]} f(x) = f(6)$

**Câu 3.** Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá cho mỗi hành khách là  $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  USD.



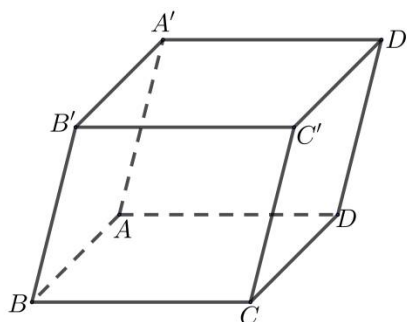
a) Số tiền thu được trong một chuyến xe buýt là :  $\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x$  (USD), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ .

b) Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(0; 40)$  thì thu được số tiền sẽ giảm dần.

c) Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(40; 60)$  thì thu được số tiền sẽ tăng dần.

d) Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 40 (USD).

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm hình hộp



a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

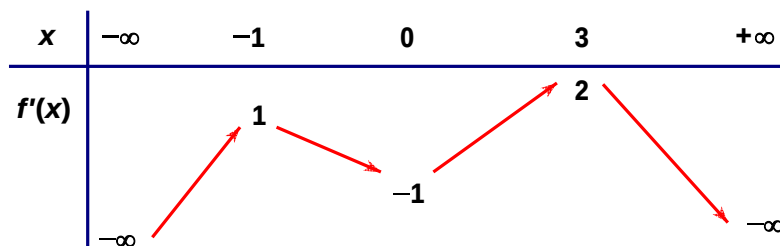
b)  $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{A'C}$ .

c)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0}$

d) Với mọi điểm  $M$  ta đều có  $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{8}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'})$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu cực trị?

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = -2025$ ,

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = 2024$ . Đồ thị hàm số đã cho có bao

nhiều đường tiệm cận ?

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Một bể chứa ban đầu có 300 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 60 lít nước và 20 gam chất khử trùng (hoà tan). Biết rằng nồng độ chất khử trùng luôn tăng theo thời gian và không vượt ngưỡng  $\frac{1}{a}$  gam/lít. Tìm  $a$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và câu lạc bộ Manchester City ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?



**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ Oxy (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 (km)) là một đường cong có dạng  $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $a \neq 0, d \neq 0$ ) và đường cong này cắt trục

hoành tại hai điểm có tọa độ là  $(1;0)$  và  $(8;0)$ . Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm  $(6;5)$ .

Hỏi khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất  $3875 (m)$  thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu kilômét?



Trả lời: .....

**Câu 6.** Cho biết công  $A$  (đơn vị:  $J$ ) sinh bởi lực  $\vec{F}$  tác dụng lên một vật được tính bằng công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ , trong đó  $\vec{d}$  là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của  $|\vec{d}|$  là  $m$ ) khi chịu tác dụng của lực  $\vec{F}$ . Một chiếc xe có khối lượng  $0,15$  tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng  $5^\circ$  so với phương ngang. Tính công (đơn vị:  $J$ ) sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài  $30m$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực  $\vec{P}$  được xác định bởi công thức  $\vec{P} = m\vec{g}$ , với  $m$  (đơn vị:  $kg$ ) là khối lượng của vật và  $\vec{g}$  là gia tốc rơi tự do có độ lớn  $g = 9,8 m/s^2$ .

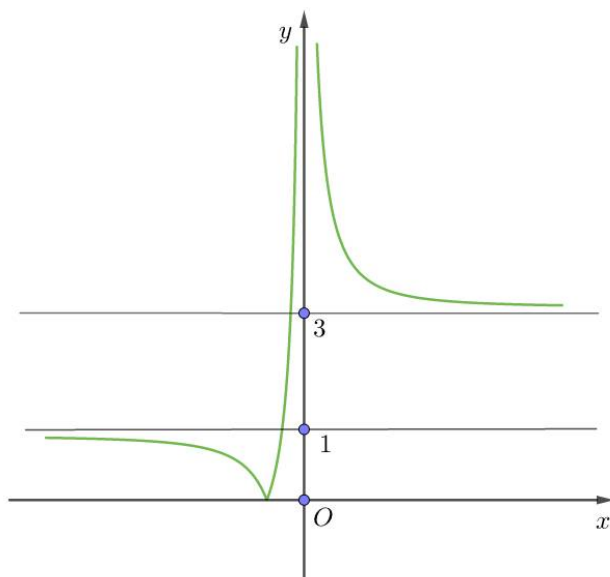
Trả lời: .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 6**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  là:

A. 4.

**B. 3.**

C. 2.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Dựa vào đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$  nên đường thẳng  $y = 1$  là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  nên đường thẳng  $y = 3$  là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  suy ra đường thẳng  $x = 0$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

Vậy đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có tất cả 3 đường tiệm cận.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |      |     |     |           |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |     |           |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      | $1$ | $3$ | $1$       |     | $+\infty$ |     |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.  $(0; 2)$ .**

B.  $(0; +\infty)$ .

C.  $(-2; 0)$ .

D.  $(2; +\infty)$ .

Lời giải

**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng  $(0; 2)$ . thì  $f'(x) < 0$ .

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 2)$ .

**Câu 3.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$  có điểm cực trị là  $A(1; 3)$ . Khi đó giá trị của  $4a - b$  là:

**A.** 1.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

Lời giải

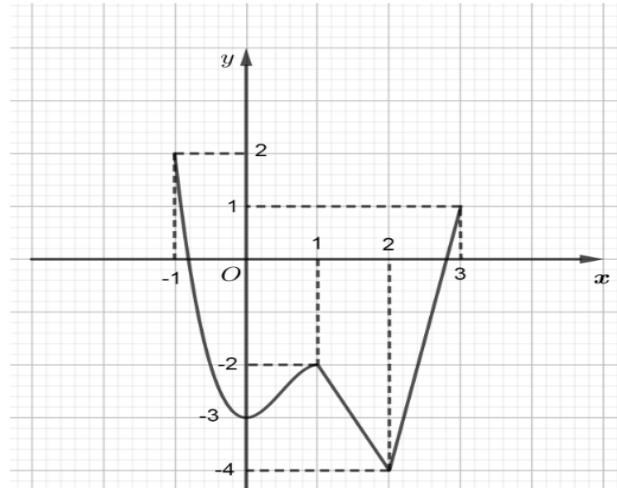
**Chọn A.**

Ta có  $y' = 3x^2 - 4x + a$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị là  $A(1; 3)$ , ta có: 
$$\begin{cases} y'(1) = -1 + a = 0 \\ y(1) = -1 + a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó ta có,  $4a - b = 1$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn  $[-1; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  là

**A.** 2.

**B.** -6.

**C.** -5.

**D.** -2.

Lời giải

**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có: 
$$\begin{cases} m = \min_{[-1; 3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max_{[-1; 3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = -2$$

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  bằng

**A.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ .

**B.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 5$ .

**C.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 3 + \sqrt{5}$ .

**D.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 0$ .

Lời giải

**Chọn B.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Nhận xét: Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

Ta có  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên

|      |           |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 1 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | + |           |
| $y$  | $+\infty$ | ↘ |   | ↗ |           |
|      |           |   |   |   |           |
|      |           |   | 5 |   |           |
|      |           |   |   |   | $+\infty$ |

Do đó  $\min_{\mathbb{R}} y = y(1) = 5$

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2-5x+2}{4-x}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x-1$

B.  $y = -x+1$

C.  $y = -x-1$

D.  $y = x+1$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$y = f(x) = \frac{x^2-5x+2}{4-x} = -x+1 - \frac{2}{4-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x+1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{2}{4-x} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x+1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{2}{4-x} \right) = 0 \text{ nên đồ thị hàm số}$$

có tiệm cận xiên là  $y = -x+1$ .

**Câu 7.** Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

|      |           |    |    |           |           |
|------|-----------|----|----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -3 | -1 | 1         | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +  | 0  | -         | -         |
|      |           |    |    | 0         | +         |
| $y$  |           |    | -4 |           |           |
|      | $-\infty$ |    |    | $+\infty$ | $+\infty$ |
|      |           |    |    | 4         |           |

A.  $y = \frac{x^2-2x}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x^2+3x}{x+1}$ .

C.  $y = \frac{1-x^2}{x}$ .

D.  $y = \frac{x^2+2x+5}{x+1}$ .

**Lời giải**

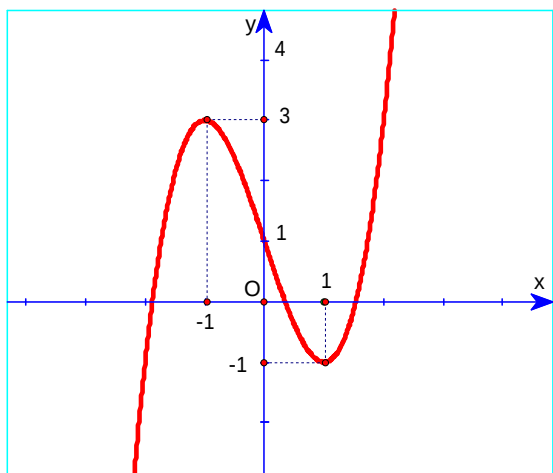
**Chọn D.**

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tiệm cận đứng  $x = -1$  suy ra loại đáp án C

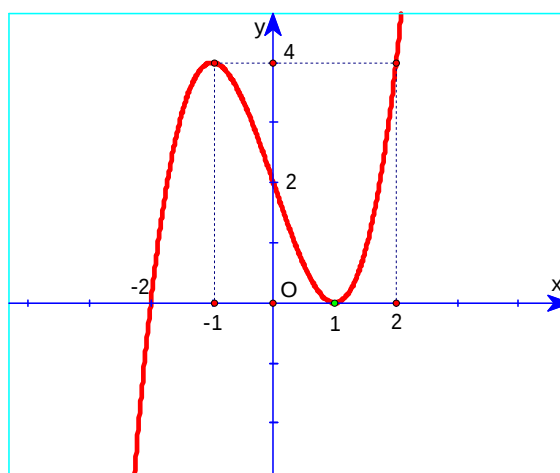
Hàm số có điểm cực đại  $(-3; -4)$  và cực tiểu  $(1; 4)$  suy ra loại đáp án A và B

Vậy đáp án D đúng

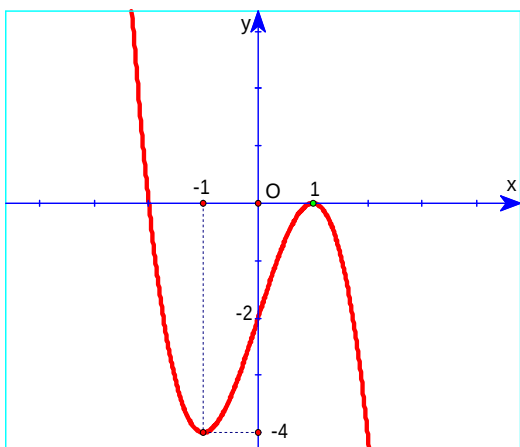
**Câu 8.** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  là hình nào trong 4 hình dưới đây?



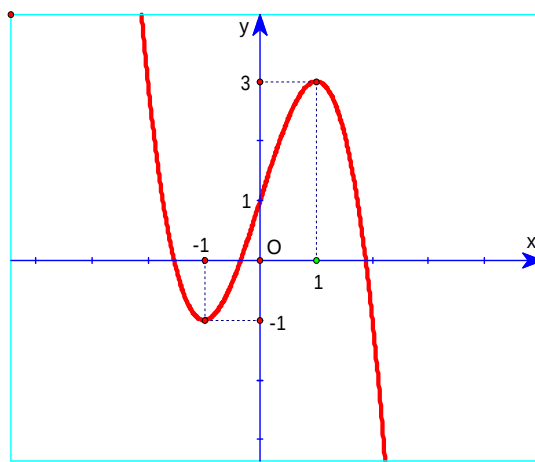
A. Hình 1.



B. Hình 2.



C. Hình 3.



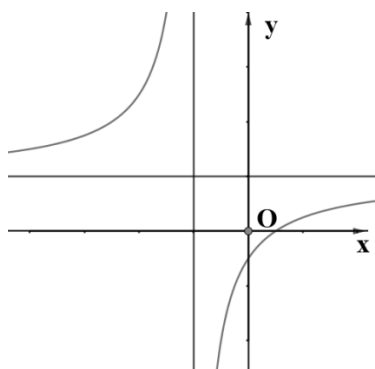
D. Hình 4.

### Lời giải

#### Chọn B.

Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x + 2$  cắt trục tung tại điểm  $(0; 2)$ . Từ 4 đồ thị ta thấy chỉ có hình 2 cắt trục tung tại điểm  $(0; 2)$ . Vậy chọn B.

**Câu 9.** Hình vẽ bên là đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ .



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A.  $ad > 0$  và  $bd > 0$ .

B.  $ad > 0$  và  $ab < 0$ .

C.  $bd < 0$  và  $ab > 0$ .

D.  $ad < 0$  và  $ab < 0$ .

Lời giải

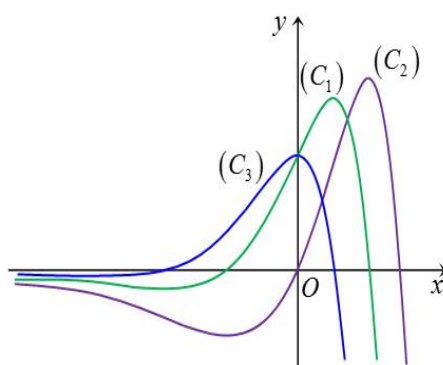
**Chọn B.**

Đồ thị hàm số giao với trục  $Ox$  tại điểm có hoành độ  $x = -\frac{b}{a}$ , giao với  $Oy$  tại điểm có tung độ  $y = \frac{b}{d}$ .

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có } \begin{cases} -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{b}{d} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ab < 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ad > 0.$$

Trong các phương án chỉ có phương án B thỏa mãn.

**Câu 10.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $(C_3); (C_2); (C_1)$ .    **B.  $(C_2); (C_1); (C_3)$ .**    C.  $(C_2); (C_3); (C_1)$ .    D.  $(C_1); (C_3); (C_2)$ .

Lời giải

**Chọn B.**

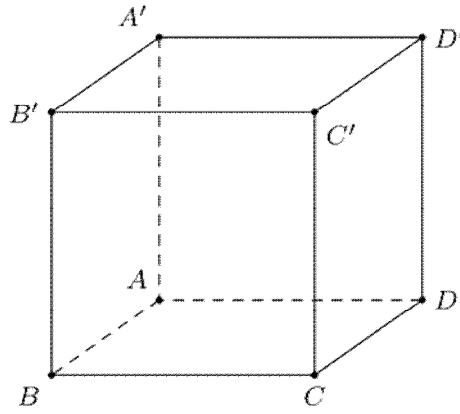
Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $(C_3)$ , đồ thị của  $(C_1)$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $(C_3)$ , đồ thị của  $(C_1)$  đi xuống, suy ra  $(C_3)$  là đạo hàm  $(C_1)$ . Loại A, C

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $(C_1)$ , đồ thị của  $(C_2)$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $(C_1)$ , đồ thị của  $(C_2)$  đi xuống, suy ra  $(C_1)$  là đạo hàm  $(C_2)$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  và theo thứ tự, lần lượt  $(C_2); (C_1); (C_3)$

**Câu 11.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}$ .      B.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C}$ .      C.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'B'}$ .      **D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hai vectơ bằng nhau khi hai vectơ đó có cùng hướng và cùng độ lớn

Suy ra đáp án D  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$  thỏa tính chất trên

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $P, Q$  là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .      **B.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$ .**
- C.  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD})$ .      D.  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

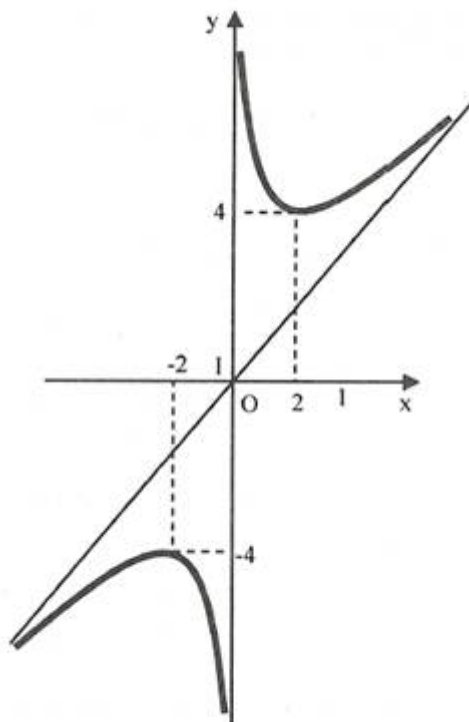
Ta có :  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CQ}$  và  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DQ}$

nên  $2\overrightarrow{PQ} = (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}) + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} + (\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DQ}) = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$ . Vậy  $\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có đồ

thị như hình vẽ dưới đây



- a) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ  $O$  làm tâm đối xứng.
- c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(2; 4)$  và điểm cực tiểu  $(-2; -4)$ .

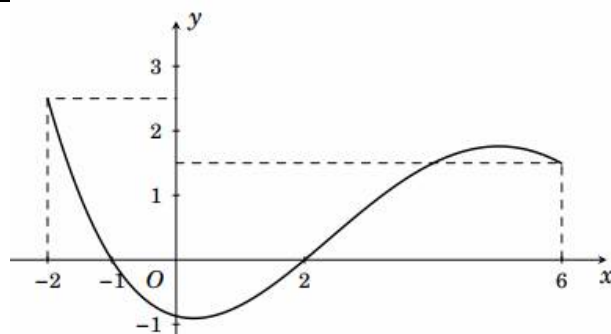
**Lời giải**

| a)          | b)          | c)         | d)         |
|-------------|-------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Từ đồ thị ta có:

- a) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên
- b) Đồ thị hàm số nhận gốc tọa độ  $O$  làm tâm đối xứng vì  $O$  là giao điểm hai đường tiệm cận.
- c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-2; 0)$  và  $(0; 2)$  và đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$
- d) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(-2; -4)$  và điểm cực tiểu  $(2; 4)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $y = f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên.



- a)  $f(-1) > f(-2)$
- b)  $f(6) > f(2)$
- c) Trên đoạn  $[-2; 6]$ , đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị.
- d)  $\max_{[-2; 6]} f(x) = f(6)$

Lời giải

| a)          | b)          | c)          | d)         |
|-------------|-------------|-------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

| $x$  | -2      | -1      | 2      | 6      |   |
|------|---------|---------|--------|--------|---|
| $y'$ | +       | 0       | -      | 0      | + |
| $y$  | $f(-2)$ | $f(-1)$ | $f(2)$ | $f(6)$ |   |

Hàm số đồng biến trên  $(-2; -1)$  và  $(2; 6)$  do  $f'(x) > 0$  nên  $f(-1) > f(-2)$  và  $f(6) > f(2)$

Hàm số nghịch biến trên  $(-1; 2)$  do  $f'(x) < 0$  suy ra  $f(-1) > f(2)$

Trên đoạn  $[-2; 6]$ , đồ thị hàm số  $f'(x)$  cắt trục hoành 2 điểm nên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai cực trị.

Trên đoạn  $[-2; 6]$  chưa đủ dữ kiện xác định giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$

**Câu 3.** Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá cho mỗi hành khách là  $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  USD.



a) Số tiền thu được trong một chuyến xe buýt là :  $\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x$  (USD), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ .

b) Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(0; 40)$  thì thu được số tiền sẽ giảm dần.

c) Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(40; 60)$  thì thu được số tiền sẽ tăng dần.

d) Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 40 (USD).

### Lời giải

| a)          | b)         | c)         | d)         |
|-------------|------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Số tiền thu được trong một chuyến xe buýt là :

$$f(x) = x \left( 3 - \frac{x}{40} \right)^2 = \frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x \text{ (USD) với } 0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$$

Xét hàm số:  $f(x) = \frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x$  với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 (N) \\ x = 120 (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

| $x$     | 0      | 40  | 60      |
|---------|--------|-----|---------|
| $f'(x)$ |        | +   | 0       |
| $f(x)$  |        | 160 |         |
|         | $f(0)$ |     | $f(60)$ |

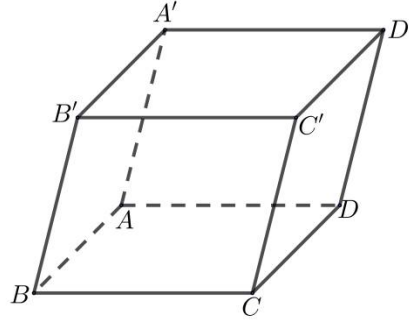
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(0; 40)$  thì thu được số tiền sẽ tăng dần.

+ Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(40; 60)$  thì thu được số tiền sẽ giảm dần.

+ Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 160 (USD).

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm hình hộp



a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

b)  $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{A'C}$ .

c)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0}$

d) Với mọi điểm  $M$  ta đều có  $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{8}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'})$ .

**Lời giải**

| a)          | b)          | c)          | d)          |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

Do  $ABCD$  là hình chữ nhật nên ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .

Lại có  $AA'C'C$  là hình chữ nhật nên:  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

b)  $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{D'D} = \overrightarrow{A'C}$

Ta có:  $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{D'D} = (\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{D'D}) = \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{VP}$ .

c)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0}$

Gọi  $I$  và  $I'$  lần lượt là tâm của hình chữ nhật  $ABCD$  và  $A'B'C'D'$ .

Ta có:  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) = 4\overrightarrow{OI}$ .

$\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = (\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}) = 4\overrightarrow{OI'}$

Mặt khác:  $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$  nên  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \vec{0}$

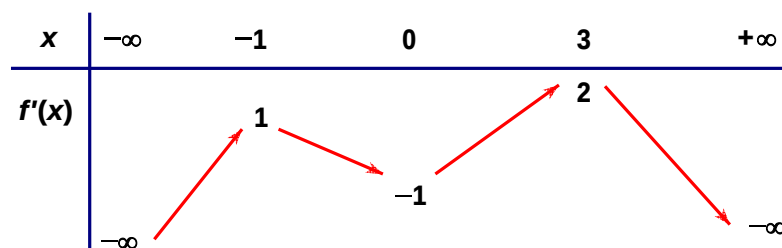
d)  $\overrightarrow{MO} = \frac{1}{8}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{MD'})$

$$= \frac{1}{8} \left[ (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA'}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB'}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD'}) \right]$$

$$= \frac{1}{8} \left[ 8\overrightarrow{MO} + \underbrace{(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'})}_{\vec{0}} \right] = \overrightarrow{MO}$$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng biến thiên của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ.



Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu cực trị?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị  $y = f'(x)$  cắt trục hoành 4 điểm nên hàm số  $y = f(x)$  có 4 cực trị

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = -2025$ ,

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x - 2)] = 2024$ . Đồ thị hàm số đã cho có bao

nhiều đường tiệm cận ?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow$  đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của  $y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow (-3)^-} f(x) = -2025 \Rightarrow$  đường thẳng  $x = -3$  là tiệm cận đứng của  $y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 2)] = 0 \Rightarrow$  đường thẳng  $y = x - 2$  là tiệm cận xiên của  $y = f(x)$ .

Vậy Đồ thị hàm số đã cho có đúng ba tiệm cận.

**Câu 3.** Một bể chứa ban đầu có 300 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 60 lít nước và 20 gam chất khử trùng (hoà tan). Biết rằng nồng độ chất khử trùng luôn tăng theo thời gian và không vượt ngưỡng  $\frac{1}{a}$  gam/lít. Tìm  $a$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Ta có 1 giờ = 60 phút.

Khối lượng chất khử trùng trong bể sau  $t$  phút là  $20t$  (gam).

Thể tích nước trong bể sau  $t$  phút là  $300 + 60t$  (lít).

Nồng độ chất khử trùng trong bể sau  $t$  phút là  $\frac{20t}{300 + 60t}$  (gam/lít).

Vì  $t \geq 0$ ;  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \frac{1}{3}$ . Suy ra đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{3}$ . Do đó khi thời gian  $t$  trở nên

rất lớn, nồng độ chất khử trùng ngày càng tiến về  $\frac{1}{3}$ . Vậy  $a = 3$ .

**Câu 4.** Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và câu lạc bộ Manchester City ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 95

Gọi  $x$  ( $x > 0$ ) nghìn là số tiền giá vé giảm.

Khi đó giá vé sau khi giảm là  $100 - x$  (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm  $300x$  khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là  $27000 + 300x$ .

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên  $27000 + 300x \leq 55000 \Leftrightarrow x \leq \frac{280}{3}$

Doanh thu từ tiền bán vé là:  $y = (27000 + 300x)(100 - x) = -300x^2 + 3000x + 2700000$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -300x^2 + 3000x + 2700000$

Tập xác định  $D = \left(0; \frac{280}{3}\right]$

$y' = -600x + 3000$ .  $y' = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Bảng biến thiên:

|      |         |         |                 |
|------|---------|---------|-----------------|
| $x$  | 0       | 5       | $\frac{280}{3}$ |
| $y'$ | +       | 0       | -               |
| $y$  | 2700000 | 2707500 | 2700000         |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là **95** nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

**Câu 5.** Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ Oxy (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 (km)) là một đường cong có dạng  $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$  ( $a \neq 0, d \neq 0$ ) và đường cong này cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là (1;0) và (8;0). Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm (6;5). Hỏi khi khinh khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 (m) thì khinh khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu kilômét?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 160

**Đáp án:** 7,2.

đường cong là  $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$

Vì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là (1;0) và (8;0) nên

$$x^2 + bx + c = (x-1)(x-8) = x^2 - 9x + 8$$

$$\text{Suy ra } y = \frac{x^2 - 9x + 8}{dx + e} \Rightarrow y' = \frac{(2x-9)(dx+e) - d(x^2 - 9x + 8)}{(dx+e)^2}$$

Vì đồ thị hàm số có điểm cực đại là (6;5) nên suy ra

$$\begin{cases} y'(6) = 0 \\ y(6) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(6d+e) + 10d = 0 \\ \frac{-10}{6d+e} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28d + 3e = 0 \\ 30d + 5e = -10 \end{cases} \Leftrightarrow d = \frac{3}{5}; e = -\frac{28}{5}$$

Vậy phương trình của hàm số là:  $y = \frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28}$ . Kiểm tra lại điểm cực trị của hàm số này ta thấy

điểm  $(6; 5)$  là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow$  tìm nghiệm  $x > 6$  của phương trình

$$\frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28} = 3,875 \Leftrightarrow 5x^2 - 56,625x + 148,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,2 \\ x = 4,125 \text{ (L)} \end{cases}$$

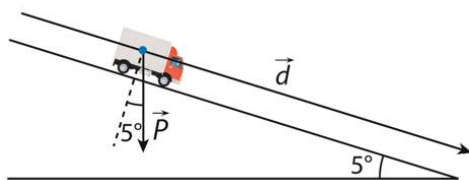
Vậy khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất  $3875 \text{ (m)}$  thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang là  $7,2 \text{ km}$ .

**Câu 6.** Cho biết công  $A$  (đơn vị:  $J$ ) sinh bởi lực  $\vec{F}$  tác dụng lên một vật được tính bằng công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ , trong đó  $\vec{d}$  là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của  $|\vec{d}|$  là  $m$ ) khi chịu tác dụng của lực  $\vec{F}$ . Một chiếc xe có khối lượng  $0,15$  tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng  $5^\circ$  so với phương ngang. Tính công (đơn vị:  $J$ ) sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài  $30 \text{ m}$  (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực  $\vec{P}$  được xác định bởi công thức  $\vec{P} = m\vec{g}$ , với  $m$  (đơn vị:  $kg$ ) là khối lượng của vật và  $\vec{g}$  là gia tốc rơi tự do có độ lớn  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3844



Ta có  $0,15 \text{ tấn} = 150 \text{ kg}$ .

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên chiếc xe là:  $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 150 \cdot 9,8 = 1470 \text{ (N)}$ .

Vectơ  $\vec{d}$  biểu thị độ dịch chuyển của xe có độ dài là  $|\vec{d}| = 30 \text{ (m)}$  và  $(\vec{P}, \vec{d}) = 90^\circ - 5^\circ = 85^\circ$ .

Công sinh ra bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi xe đi hết đoạn đường dốc dài  $30 \text{ m}$  là:

$$A = \vec{P} \cdot \vec{d} = |\vec{P}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 1470 \cdot 30 \cdot \cos 85^\circ \approx 3844 \text{ (J)}$$

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1**

**Năm học 2025 - 2026**

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

**Thời gian 90 phút**

**Trắc nghiệm gồm 3 phần**

**Nội dung:**

**1. Đại số: Chương 1**

**Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số**

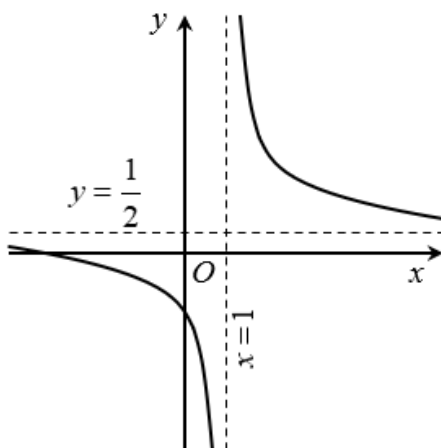
**2. Hình học: Chương 3**

**Bài 1: Vectơ trong không gian.**

**ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

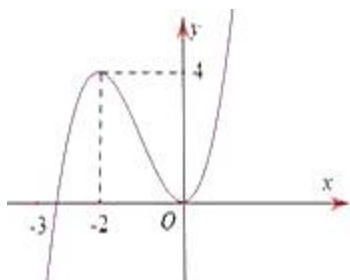
A.  $(-\infty; 2)$

B.  $(-1; 2)$

**C.  $(-1; 0)$**

D.  $(-\infty; +\infty)$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2); (0; +\infty)$ .

B. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .

C. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-3; +\infty)$ .

D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$       | $-$ |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     | $5$       |     |

The graph shows a function  $f(x)$  with the following characteristics:

- As  $x \rightarrow -\infty$ ,  $f(x) \rightarrow +\infty$ .
- The function decreases to a local minimum at  $x = -1$ , where  $f(x) = -3$ .
- The function increases to a local maximum at  $x = 1$ , where  $f(x) = 5$ .
- As  $x \rightarrow +\infty$ ,  $f(x) \rightarrow -\infty$ .

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

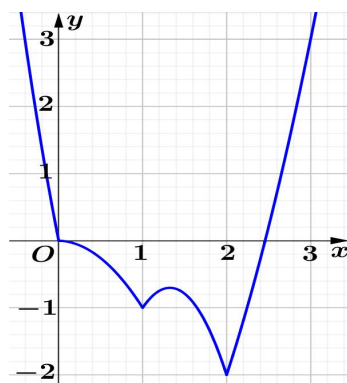
A.  $-1$ .

B.  $5$ .

C.  $-3$ .

D.  $1$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $[0; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng?



A.  $5$ .

B.  $3$ .

C.  $2$ .

D.  $1$ .

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{x+1}$  là:

A. không có giá trị nhỏ nhất.

B. có giá trị nhỏ nhất bằng  $1$ .

C. có giá trị nhỏ nhất bằng  $-1$ .

D. có giá trị nhỏ nhất bằng  $0$ .

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x - 2$

B.  $y = x + 2$

C.  $y = x - 1$

D. không có tiệm cận xiên

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $2$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $-$       | $-$       |           |
| $f(x)$  | $0$       | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

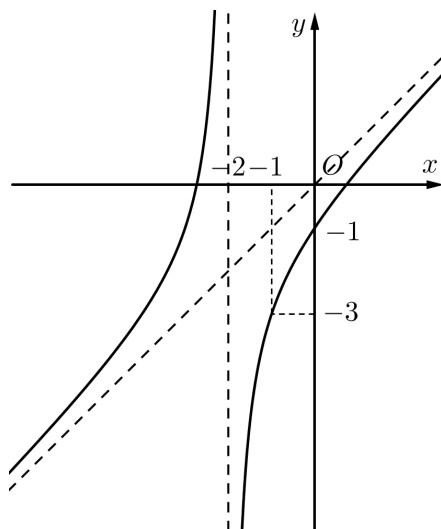
A.  $4$ .

B.  $2$ .

C.  $3$ .

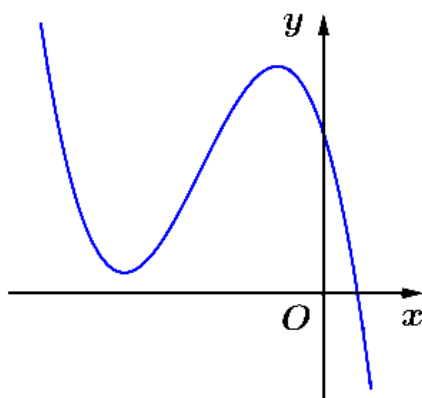
D.  $1$ .

**Câu 8.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



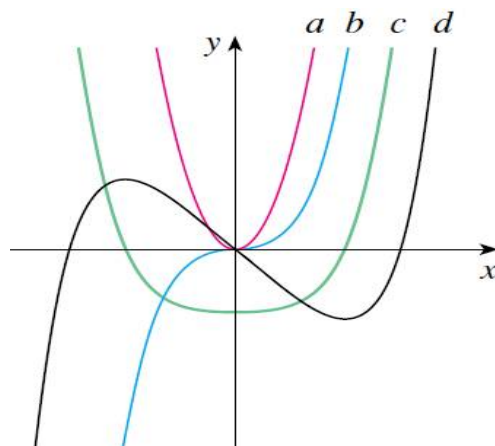
- A.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{-3x^2 + 4x - 2}{x + 2}$ .      **C.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ .**      D.  $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x - 2}$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?



- A. 4.      B. 2.      **C. 1.**      D. 3.

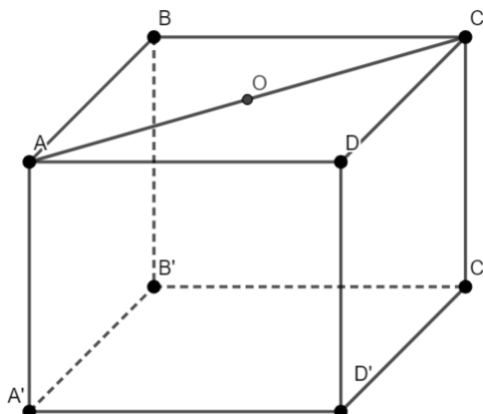
**Câu 10.** Cho đồ thị của bốn hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  và  $y = f'''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $c, d, b, a$ .      **B.  $d, c, b, a$ .**      C.  $d, c, a, b$ .      D.  $d, b, c, a$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Khi đó  $2\overrightarrow{AO}$  bằng véc tơ nào sau đây?



- A.  $\overrightarrow{A'C}$ .      B.  $\overrightarrow{AB}$ .      C.  $\overrightarrow{AD}$ .      **D.  $\overrightarrow{AC}$ .**

**Câu 12.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là

- A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .      **B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .**  
C.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .      D.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \sqrt{5-4x}$ .

a) Điều kiện xác định của hàm số  $y = \sqrt{5-4x}$  là  $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$ .

b)  $y' = \frac{-4}{\sqrt{5-4x}}$

**c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .**

**d) Trên đoạn  $[-1;1]$ , giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là  $\max_{[-1;1]} y = 3$  và  $\min_{[-1;1]} y = 1$ .**

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

| $x$     | $-\infty$                       | 3                               | $+\infty$ |
|---------|---------------------------------|---------------------------------|-----------|
| $f'(x)$ | -                               |                                 | -         |
| $f(x)$  | $\frac{1}{2}$<br>↘<br>$-\infty$ | $+\infty$<br>↘<br>$\frac{1}{2}$ |           |

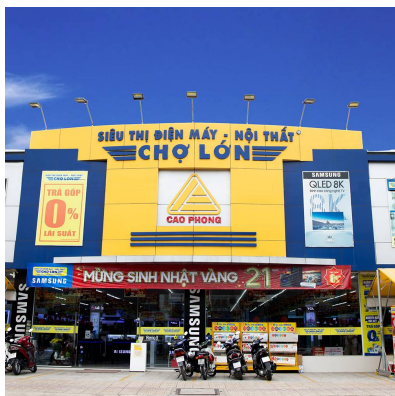
**a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$**

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$

c) Đồ thị giao với trục hoành tại điểm có hoành độ nhỏ hơn 3

d)  $b < 0$  hoặc  $b > \frac{2}{3}$

**Câu 3.** Cửa hàng Điện Máy Chợ Lớn Nha Trang bán lẻ được 2500 cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng về bán, chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 2000000 (đồng) cộng thêm 900000 (đồng) mỗi cái. Mỗi lần cửa hàng đặt hàng về, một nửa số lượng đó được gửi vào kho chứa hàng, biết chi phí gửi trong kho chứa hàng là 1000000 (đồng) một cái mỗi năm. Gọi  $x$  là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần.



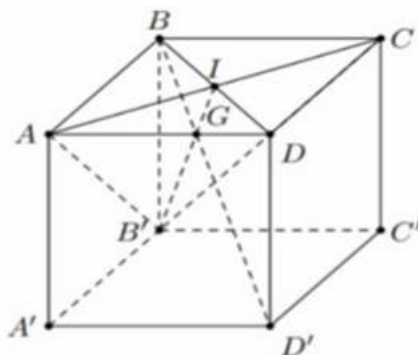
a) Chi phí mỗi năm gửi ti vi trong kho chứa hàng cho mỗi lần đặt hàng về bán là  $500000x$  (đồng)

b) Số lần đặt hàng về bán mỗi năm là  $\frac{2500}{x}$  (lần).

c) Chi phí mỗi lần đặt hàng về bán là  $2900000 \cdot \frac{2500}{x}$  (đồng).

d) Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần 500 cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $I$  là tâm hình vuông  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $AB'C$  (tham khảo hình vẽ).



a)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'} = 0$ .

d)  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}) = 30^\circ$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong  $(C)$  và các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2024$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2025$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$  trên  $[-1; 0]$  (lấy kết quả đến phần trăm).

**Trả lời:** .....

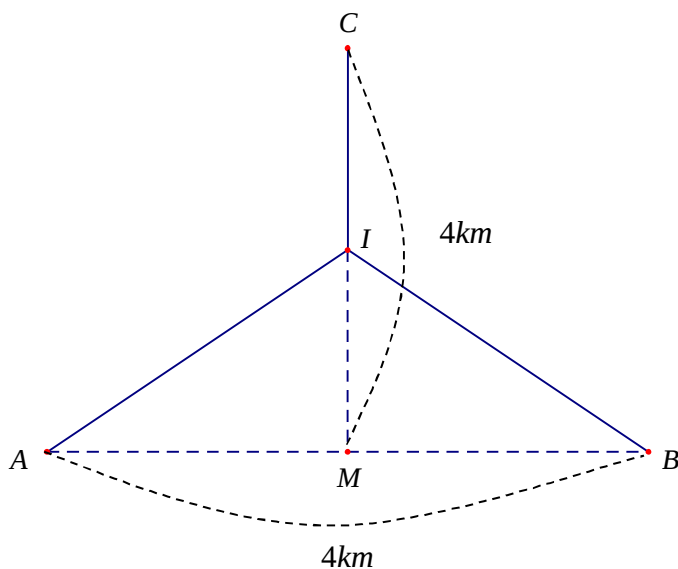
**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có bảng xét dấu sau

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí  $A$  và  $B$  cách nhau  $4km$ . Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí  $C$  nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ , cách trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  một khoảng  $4km$ . Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước  $C$  đến một vị trí  $I$  nằm giữa đoạn thẳng  $MC$  sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy  $A$  và  $B$  (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống dẫn nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu  $km$ ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Trả lời:** .....

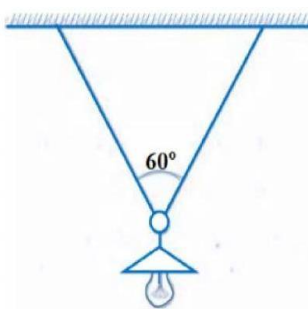
**Câu 5.** Cô Thuý theo dõi sự tiến bộ của bạn Bảo Toàn qua thang đo điểm, được mô hình hóa bằng hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các hệ số. Trong đó  $x$  ( $0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ ) là số tháng kể từ đầu năm học và  $f(x)$  là điểm trong tháng thứ  $x$ . Qua theo dõi, Cô Thuý ghi nhận tháng đầu tiên bạn Bảo Toàn đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba bạn Bảo Toàn đạt mức điểm thấp

Đề ôn kiểm tra giữa kì 1 –Toán 12 – Năm học 2025-2026 - Dành cho 3 bộ sách - Trắc nghiệm gồm 3 phần có lời giải  
nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của bạn Bảo Toàn tăng lên. Vậy ở tháng thứ năm, bạn Bảo Toàn được bao nhiêu điểm?



Trả lời: .....

**Câu 6.** Người ta treo một bóng đèn có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  bằng cách luồn sợi dây qua một cái móc của đèn và hai đầu dây được gắn chặt trên trần nhà. Hai nửa sợi dây có chiều dài bằng nhau và hợp với nhau một góc bằng  $60^\circ$ . Tính lực căng của mỗi nửa sợi dây là bao nhiêu (đơn vị  $N$ , kết quả làm tròn đến hàng phân trăm) ? Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



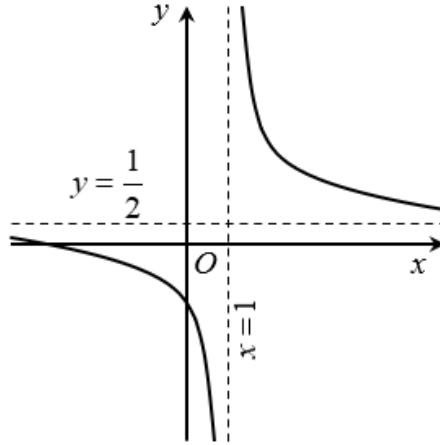
Trả lời: .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 7**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  và có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

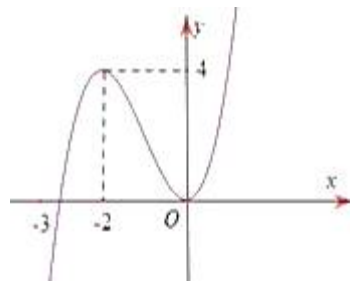
- A.  $(-\infty; 2)$       B.  $(-1; 2)$       **C.  $(-1; 0)$**       D.  $(-\infty; +\infty)$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$  nên nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2); (0; +\infty)$ .  
B. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-2; 0)$ .  
**C. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-3; +\infty)$ .**  
D. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$

**Lời giải**

**Chọn C.**

Trên khoảng  $(-3; +\infty)$  ta thấy đồ thị hàm số  $f'(x)$  nằm trên trục hoành.

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |      |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$       | $0$ | $-$ |           |
| $f(x)$  | $+\infty$ |      |     |           | $5$ |     | $-\infty$ |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A.  $-1$ .

B.  $5$ .

C.  $-3$ .

D.  $1$ .

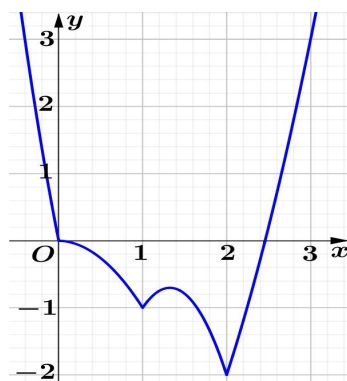
**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $f'(x)$  đổi dấu từ  $(-)$  sang  $(+)$  khi đi qua nghiệm  $x = -1$  nên hàm số đã cho đạt cực tiểu tại  $x = -1$ .

Vậy hàm số đã cho có giá trị cực tiểu là  $y = -3$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên  $[0; 3]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng?



A.  $5$ .

B.  $3$ .

C.  $2$ .

D.  $1$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\text{Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} m = \min_{[0;3]} f(x) = f(2) = -2 \\ M = \max_{[0;3]} f(x) = f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1$$

**Câu 5.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{x+1}$  là:

A. không có giá trị nhỏ nhất.

B. có giá trị nhỏ nhất bằng  $1$ .

C. có giá trị nhỏ nhất bằng  $-1$ .

D. có giá trị nhỏ nhất bằng  $0$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

TXĐ:  $D = [-1; +\infty)$ .

Ta có:  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} > 0, \forall x \in (-1; +\infty)$

Bảng biến thiên:

|      |      |           |
|------|------|-----------|
| $x$  | $-1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $  $ | $+$       |
| $y$  | $0$  | $+\infty$ |

Từ BBT ta thấy: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 tại  $x = -1$

**Câu 6.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x - 2$

B.  $y = x + 2$

C.  $y = x - 1$

D. không có tiệm cận xiên

**Lời giải**

**Chọn D.**

$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = x - 2$  nên đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|         |           |           |           |           |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $2$       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $-$       | $-$       | $-$       |           |
| $f(x)$  | $0$       | $+\infty$ | $+\infty$ | $-\infty$ |

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  nên đường thẳng  $y = 0$  là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  nên đồ thị hàm số  $y = f(x)$  không có tiệm cận ngang khi  $x \rightarrow +\infty$ .

$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = -2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

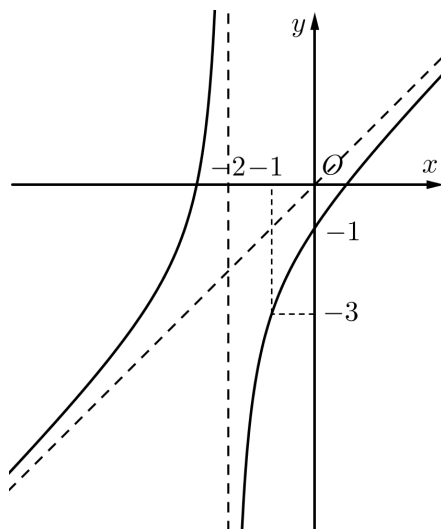
$y = f(x)$ .

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$  nên đường thẳng  $x = 2$  là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ .

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3 tiệm cận.

**Câu 8.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 2}$ .

B.  $y = \frac{-3x^2 + 4x - 2}{x + 2}$ .

**C.**  $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 2}$ .

D.  $y = \frac{3x^2 + 4x - 2}{x - 2}$ .

**Lời giải**

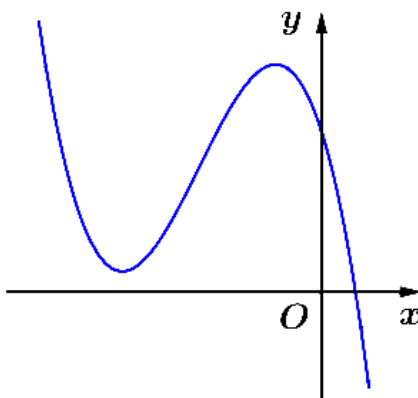
**Chọn C.**

Từ đồ thị ta có  $am > 0$ , ta loại đáp án B

Đồ thị có tiệm cận đứng  $x = -2$ , ta loại đáp án A, D

Vậy chọn đáp án C đúng

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số  $a, b, c, d$ ?



A. 4.

B. 2.

**C. 1.**

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

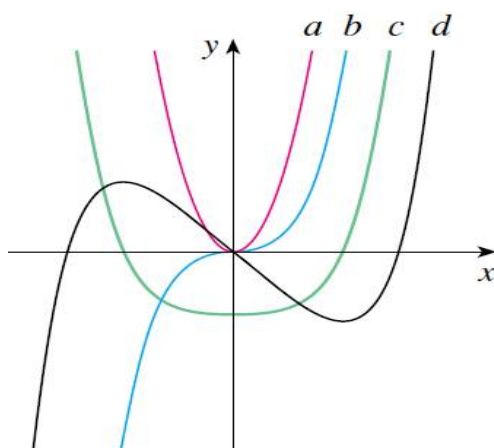
Dựa vào đồ thị ta thấy  $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_y > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0; d)$  nên  $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số  $a, b, c, d$ .

**Câu 10.** Cho đồ thị của bốn hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  và  $y = f'''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A.  $c, d, b, a$ .

B.  $d, c, b, a$ .

C.  $d, c, a, b$ .

D.  $d, b, c, a$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ đồ thị ta thấy:

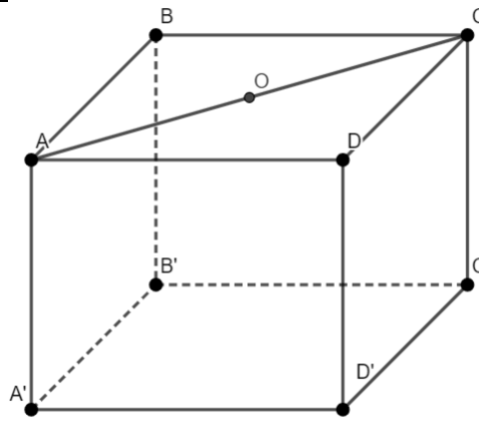
+ đồ thị  $a$  nằm trên trục  $Ox$  và của đồ thị  $b$  luôn đồng biến. Suy ra  $a$  là đạo hàm  $b$ . Loại C, D

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $c$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $b$ , đồ thị của  $c$  đi xuống, suy ra  $b$  là đạo hàm  $c$ .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $d$  đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục  $Ox$  của đồ thị  $c$ , đồ thị của  $d$  đi xuống, suy ra  $c$  là đạo hàm  $d$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  và theo thứ tự, lần lượt  $d, c, b, a$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Khi đó  $2\overrightarrow{AO}$  bằng véc tơ nào sau đây?



A.  $\overrightarrow{A'C}$ .

B.  $\overrightarrow{AB}$ .

C.  $\overrightarrow{AD}$ .

D.  $\overrightarrow{AC}$ .

Lời giải

Chọn D.

Ta có  $2\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 12.** Trong không gian cho điểm  $O$  và bốn điểm  $A, B, C, D$  không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C, D$  tạo thành hình bình hành là

A.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

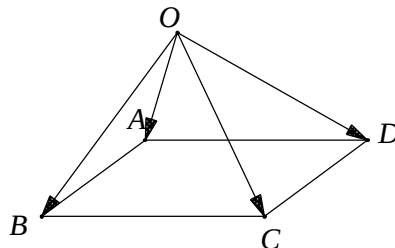
B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$ .

C.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .

D.  $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}$ .

Lời giải

Chọn B.



Trước hết, điều kiện cần và đủ để  $ABCD$  là hình bình hành là:

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}.$$

Với mọi điểm  $O$  bất kì khác  $A, B, C, D$ , ta có:

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}.$$

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai.** Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = \sqrt{5 - 4x}$ .

a) Điều kiện xác định của hàm số  $y = \sqrt{5-4x}$  là  $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$ .

b)  $y' = \frac{-4}{\sqrt{5-4x}}$

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

d) Trên đoạn  $[-1;1]$ , giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lần lượt là  $\max_{[-1;1]} y = 3$  và  $\min_{[-1;1]} y = 1$ .

**Lời giải**

|     |     |      |      |
|-----|-----|------|------|
| a)  | b)  | c)   | d)   |
| SAI | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |

Điều kiện xác định:  $5-4x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{4}$  hay  $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right]$

Suy ra hàm số xác định với  $\forall x \in [-1;1]$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1;1]$

Ta có  $y' = \frac{-2}{\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in [-1;1]$ . Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$ .

Do đó  $\max_{[-1;1]} y = y(-1) = 3; \min_{[-1;1]} y = y(1) = 1$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$  có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

|         |                                 |     |                                 |
|---------|---------------------------------|-----|---------------------------------|
| $x$     | $-\infty$                       | $3$ | $+\infty$                       |
| $f'(x)$ | $-$                             |     | $-$                             |
| $f(x)$  | $\frac{1}{2}$<br>↘<br>$-\infty$ |     | $+\infty$<br>↘<br>$\frac{1}{2}$ |

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = \frac{1}{2}$

c) Đồ thị giao với trục hoành tại điểm có hoành độ nhỏ hơn 3

d)  $b < 0$  hoặc  $b > \frac{2}{3}$

**Lời giải**

|      |     |      |      |
|------|-----|------|------|
| a)   | b)  | c)   | d)   |
| ĐÚNG | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 3)$  nên nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng  $x = 3$

c) Đồ thị giao với trục hoành tại điểm thuộc nhánh trái của đồ thị, suy ra hoành độ giao điểm này nhỏ hơn 3

d) Từ bảng biến thiên suy ra 
$$\begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \\ -\frac{c}{b} = 3 \end{cases} \quad (1)$$

Ta có:  $y' = \frac{ac+b}{(bx+c)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{c}{b} \Leftrightarrow ac+b < 0 \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{b}{2} \cdot (-3b) + b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$

**Câu 3.** Cửa hàng Điện Máy Chợ Lớn Nha Trang bán lẻ được 2500 cái ti vi mỗi năm. Để đặt hàng về bán, chi phí cố định cho mỗi lần đặt là 2000000 (đồng) cộng thêm 900000 (đồng) mỗi cái. Mỗi lần cửa hàng đặt hàng về, một nửa số lượng đó được gửi vào kho chứa hàng, biết chi phí gửi trong kho chứa hàng là 1000000 (đồng) một cái mỗi năm. Gọi  $x$  là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần.



a) Chi phí mỗi năm gửi ti vi trong kho chứa hàng cho mỗi lần đặt hàng về bán là  $500000x$  (đồng)

b) Số lần đặt hàng về bán mỗi năm là  $\frac{2500}{x}$  (lần).

c) Chi phí mỗi lần đặt hàng về bán là  $2900000 \cdot \frac{2500}{x}$  (đồng).

d) Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần 500 cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.

### Lời giải

| a)          | b)          | c)         | d)         |
|-------------|-------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Ta có  $x$  là số ti vi mà cửa hàng đặt mỗi lần, với  $1 \leq x \leq 2500, x \in \mathbb{Z}$

Số lượng ti vi gởi trong kho chứa hàng là  $\frac{x}{2}$  nên chi phí lưu kho tương ứng là :

$$\frac{x}{2} \cdot 1000000 = 500000x \text{ (đồng)}$$

Số lần đặt hàng về bán mỗi năm là  $\frac{2500}{x}$  và chi phí đặt hàng là :  $\frac{2500}{x}(2000000 + 900000x)$  (đồng).

Khi đó tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là:

$$\frac{2500}{x}(2000000 + 900000x) + 500000x = 5 \cdot 10^5 \cdot \left( x + \frac{10000}{x} + 4500 \right) \text{ (đồng)}$$

Xét hàm số:  $f(x) = 5 \cdot 10^5 \cdot \left( x + \frac{10000}{x} + 4500 \right)$  với  $1 \leq x \leq 2500, x \in \mathbb{Z}$

$$f'(x) = 5 \cdot 10^5 \cdot \left( 1 - \frac{10000}{x^2} \right)$$

$$f'(x) = 0$$

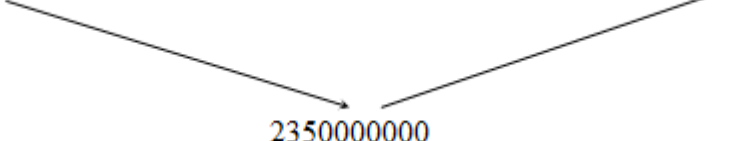
$$\Leftrightarrow 1 - \frac{10000}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 10000$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 (N) \\ x = -100 (L) \end{cases}$$

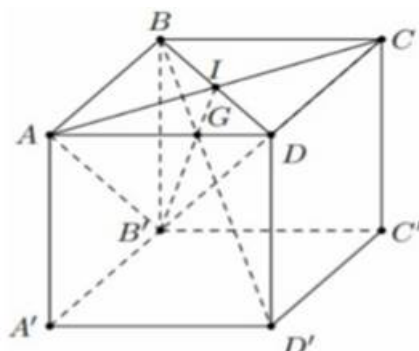
Bảng biến thiên:

|         |        |     |      |           |
|---------|--------|-----|------|-----------|
| $x$     | 1      | 100 | 2500 |           |
| $f'(x)$ |        | -   | 0    | +         |
| $f(x)$  | $f(0)$ |     |      | $f(2500)$ |

  
2350000000

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Cửa hàng nên đặt hàng về bán mỗi lần 100 cái ti vi để tổng chi phí mà cửa hàng phải trả cho mỗi lần đặt là nhỏ nhất.

**Câu 4.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $I$  là tâm hình vuông  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $AB'C$  (tham khảo hình vẽ).



a)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$ .

b)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'} = 0$ .

d)  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}) = 30^\circ$ .

**Lời giải**

|     |      |      |     |
|-----|------|------|-----|
| a)  | b)   | c)   | d)  |
| SAI | ĐÚNG | ĐÚNG | SAI |

a) Ta có:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC}) + \overrightarrow{GB'} = 2\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GB'} = \vec{0}$ .

Do đó ý a) Sai.

b) Ta có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$  (Quy tắc hình hộp).

Do đó ý b) Đúng.

c) Ta có:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{DD'} = 0$  (Vì  $\overrightarrow{DC} \perp \overrightarrow{DD'}$ ).

Do đó ý c) Đúng.

d) Ta có:  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DC'}) = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB'}) = \widehat{CAB'} = 60^\circ$  (Vì tam giác  $CAB'$  đều).

Do đó ý d) Sai.

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong  $(C)$  và các giới hạn  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ ;

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2024$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2025$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$  nên đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .

$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -2024$  nên đường thẳng  $x = -2024$  là tiệm cận đứng của  $(C)$ .

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  nên đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2025$  nên đường thẳng  $y = 2025$  là tiệm cận ngang của  $(C)$ .

**Câu 2.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^{x+1} - \frac{4}{3} \cdot 8^x$  trên  $[-1; 0]$  (lấy kết quả đến phần trăm).

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án:** 0,67

$$y' = 2^{x+1} \ln 2 - \frac{4}{3} \cdot 8^x \ln 8 = 0 \Leftrightarrow 2^x - 2 \cdot (2^x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 0 \\ 2^x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1/2 \end{cases}$$

$$\text{Xét } y(-1) = \frac{5}{6}; y(-\frac{1}{2}) = 0,9428; y(0) = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có: } y_{\min} = \frac{2}{3} \approx 0,67.$$

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có bảng xét dấu sau

|         |           |      |     |     |           |     |     |     |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-3$ | $2$ | $5$ | $+\infty$ |     |     |     |
| $f'(x)$ |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       | $-$ | $0$ | $+$ |

Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

Lời giải

**Đáp án: 3.**

Số cực trị là số giao điểm của đồ thị  $y = f'(x)$  với trục  $ox$  và qua giao điểm đó  $f'(x)$  phải đổi dấu

Từ bảng biến thiên:

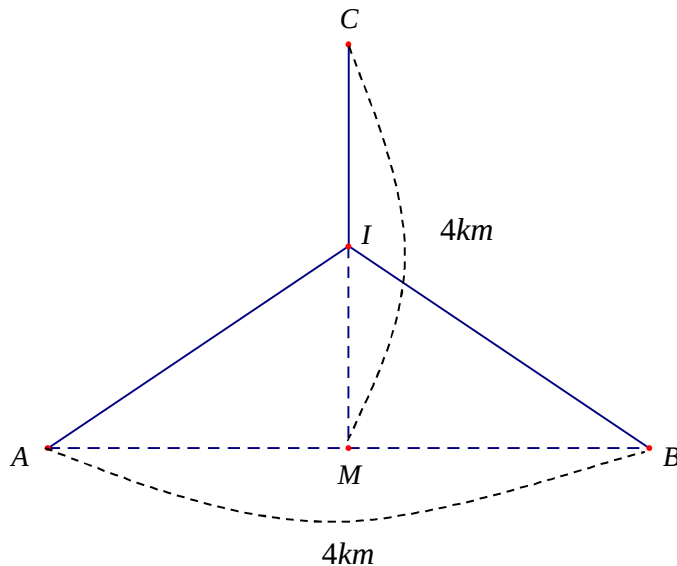
+ Qua nghiệm  $x = -3$  đồ thị  $y = f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương nên  $x = -3$  là hoành độ cực tiểu của đồ thị  $y = f(x)$ .

+ Qua nghiệm  $x = 2$  đồ thị  $y = f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm nên  $x = 2$  là hoành độ cực đại của đồ thị  $y = f(x)$ .

+ Qua nghiệm  $x = 5$  đồ thị  $y = f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương nên  $x = 5$  là hoành độ cực tiểu của đồ thị  $y = f(x)$ .

Vậy Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 4.** Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí  $A$  và  $B$  cách nhau  $4km$ . Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí  $C$  nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AB$ , cách trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  một khoảng  $4km$ . Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước  $C$  đến một vị trí  $I$  nằm giữa đoạn thẳng  $MC$  sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy  $A$  và  $B$  (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống dẫn nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu  $km$ ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



**Trả lời:** .....

### Lời giải

**Đáp án:** 7,46

+ Gọi  $CI = x(km), (0 \leq x \leq 4) \Rightarrow IM = 4 - x.$

+ Khi đó,  $IA = IB = \sqrt{4 + (4 - x)^2} = \sqrt{20 - 8x + x^2}$  (Định lý Pi-ta-go).

Tổng độ dài đường ống dẫn nước là  $T = CI + IA + IB = x + 2\sqrt{x^2 - 8x + 20}$ .

Xét  $T(x) = x + 2\sqrt{x^2 - 8x + 20}, 0 \leq x \leq 4$ .

$$T'(x) = 1 + \frac{2x-8}{\sqrt{x^2-8x+20}}$$

$$\text{Xét } T'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{2x-8}{\sqrt{x^2-8x+20}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x + 20} = -(2x - 8)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x^2 - 8x + 20 = (2x - 8)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ 3x^2 - 24x + 44 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12 - 2\sqrt{3}}{3} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

### Bảng biến thiên

|      |           |     |                                           |     |           |
|------|-----------|-----|-------------------------------------------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $\frac{12-2\sqrt{3}}{2}$                  | $4$ | $+\infty$ |
| $T'$ |           |     | $-$                                       | $0$ | $+$       |
| $T$  |           |     | $\searrow$<br>$4+2\sqrt{3}$<br>$\nearrow$ |     |           |

Tổng độ dài đường ống dẫn nước nhỏ nhất xấp xỉ bằng 7,46km.

**Câu 5.** Cô Thuỷ theo dõi sự tiến bộ của bạn Bảo Toàn qua thang đo điểm, được mô hình hóa bằng hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c$  là các hệ số. Trong đó  $x (0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N})$  là số tháng kể từ đầu năm học và  $f(x)$  là điểm trong tháng thứ  $x$ . Qua theo dõi, Cô Thuỷ ghi nhận tháng đầu tiên bạn Bảo Toàn đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba bạn Bảo Toàn đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của bạn Bảo Toàn tăng lên. Vậy ở tháng thứ năm, bạn Bảo Toàn được bao nhiêu điểm?



Trả lời: .....

Lời giải

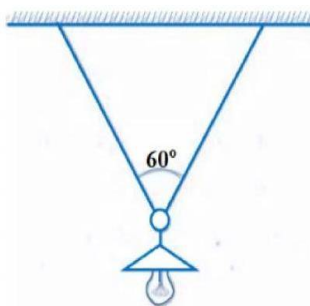
**Đáp án:** 35

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

Dựa vào đề bài ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} f(1) = 19 \\ f'(3) = 0 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 28 \\ 6a + b = -27 \\ 9a + 3b + c = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 30 \Rightarrow f(5) = 35.$$

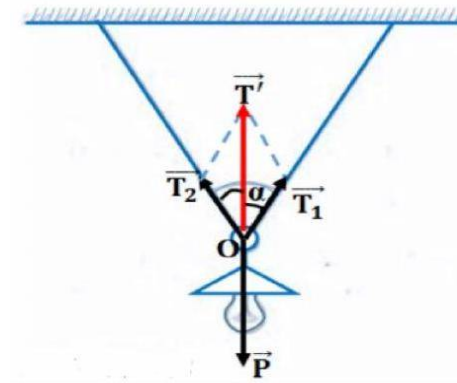
**Câu 6.** Người ta treo một bóng đèn có khối lượng  $m = 1 \text{ kg}$  bằng cách luồn sợi dây qua một cái móc của đèn và hai đầu dây được gắn chặt trên trần nhà. Hai nửa sợi dây có chiều dài bằng nhau và hợp với nhau một góc bằng  $60^\circ$ . Tính lực căng của mỗi nửa sợi dây là bao nhiêu (đơn vị  $N$ , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 5,77



Ta có  $\vec{P} = m\vec{g}$  nên  $P = |\vec{P}| = m \cdot |\vec{g}| = 10 \text{ N}$ .

Bóng đèn ở vị trí cân bằng nên  $\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$  hay  $\vec{P} = \vec{T}'$  với  $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{T}'$ .

Suy ra  $T' = P = 10 \text{ N}$ .

Vì  $T_1 = T_2$  và  $(\vec{T}_1, \vec{T}_2) = 60^\circ$  nên  $\frac{T'}{2} = T_1 \cdot \cos(30^\circ) \Rightarrow T_1 = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \approx 5,77 \text{ (N)}$ .

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 8

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 5x + 2}{4 - x}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x - 1$

B.  $y = -x + 1$

C.  $y = -x - 1$

D.  $y = x + 1$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |   |   |   |    |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 0 |   | 3  |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0  | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 2 |   | -5 |   | $+\infty$ |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

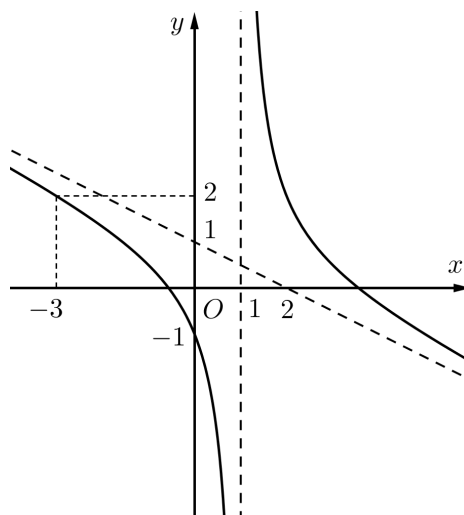
A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ .      B.  $y = \frac{-x^2 + 1}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{-x^2 + 3x + 2}{2x - 2}$ .      D.  $y = \frac{x^2 + 6x + 1}{x - 1}$ .

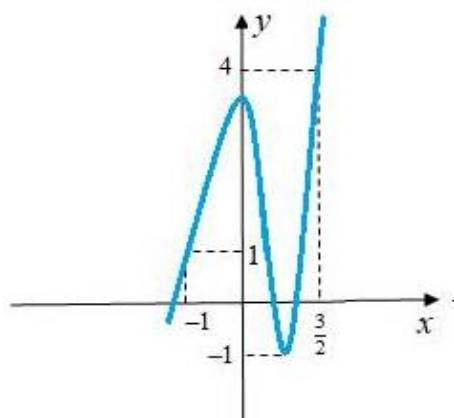
**Câu 4.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng về tính đơn điệu của hàm số

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$   
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$   
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Câu 5.** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^\circ\text{C}$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^\circ\text{C}$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ . Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

- A. Tăng.      B. Giảm.      C. Tăng rồi giảm.      D. Giảm rồi tăng.

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B. 5.      C. 4.      D. 3.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x - \sqrt{x - 1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  và không có giá trị lớn nhất.  
 B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  và giá trị lớn nhất bằng 1.  
 C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.  
 D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm có hoành độ  $x = 1$  và giá trị lớn nhất bằng 1.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$

|      |           |             |           |           |
|------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$        | $1$       | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$         | $+$       | $+$       |
| $y$  | $1$       | $-\sqrt{2}$ | $+\infty$ | $-\infty$ |

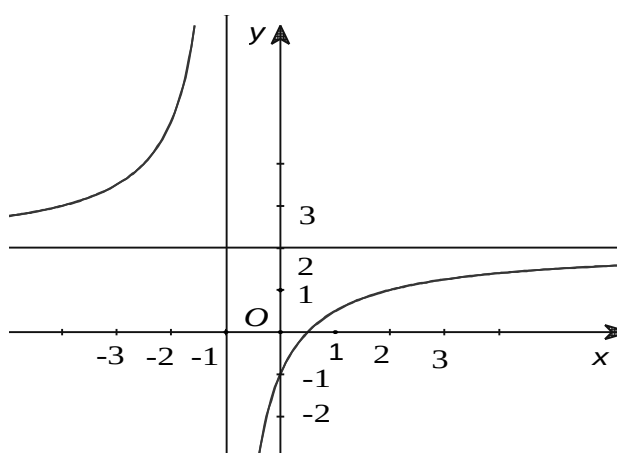
A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

**Câu 9.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Câu 10.** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào ?

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$ | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |

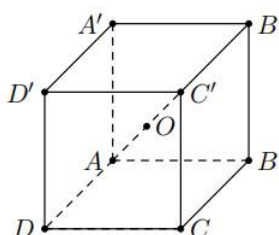
A.  $y = -3x^2 + 1$

B.  $y = x^3 - 1$ .

C.  $y = x^4 + 3x^2 - 1$ .

D.  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + \frac{2}{3}$

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

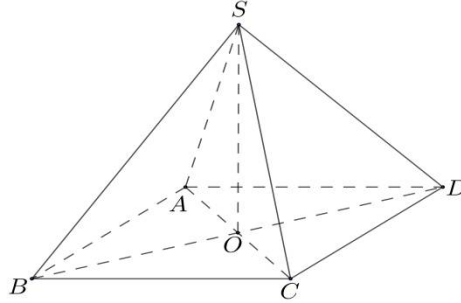
A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Tam giác  $SAC$  đều cạnh bằng  $a$ .



Khi đó  $|\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}|$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $2a\sqrt{3}$ .

D.  $a\sqrt{3}$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên dưới đây

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $-1$      | $0$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ | $2$ | $+\infty$ |     |

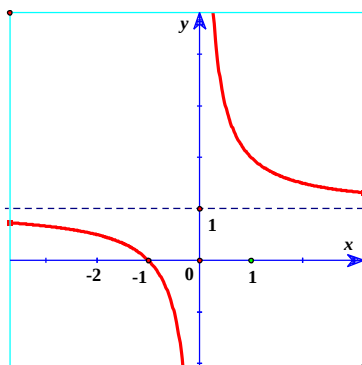
a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(-2; 2)$  và điểm cực tiểu  $(0; 2)$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ .

d) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  là của đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = 1$ , đường tiệm cận ngang  $y = 0$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  không có cực trị.

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Câu 3.** Công ty bất động sản Sealand Nha Trang có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ.



a) Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $50 - x$  (căn).

b) Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$  (đồng).

c) Tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:  $200000(-x^2 + 5x + 600)$  (đồng).

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Mặt bên  $ASB$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và có cạnh  $AB = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

a)  $2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

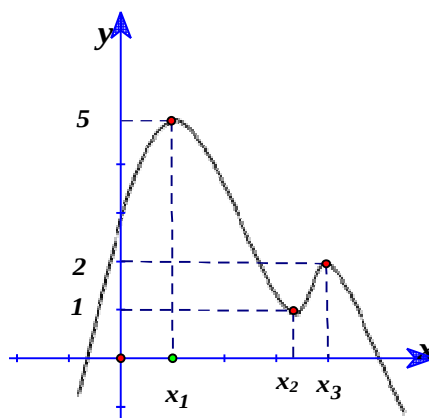
b)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS} = -\frac{a^2}{2}$

d)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS} = 0$

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



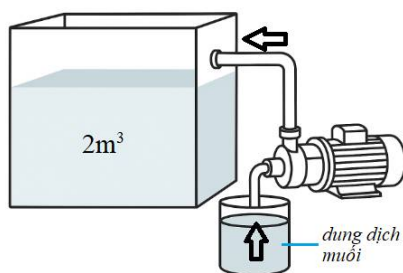
Hàm số  $y = f(x)$  có mấy cực trị ?

**Trả lời:** .....

**Câu 2.** Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos x(\sin x + 1)$  trên đoạn  $[0; \pi]$ .

**Trả lời:** .....

**Câu 3.** Một bể chứa  $2m^3$  nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 20 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối có trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ , thời gian tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = 10$ . Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1 giờ là bao nhiêu gam/lít?

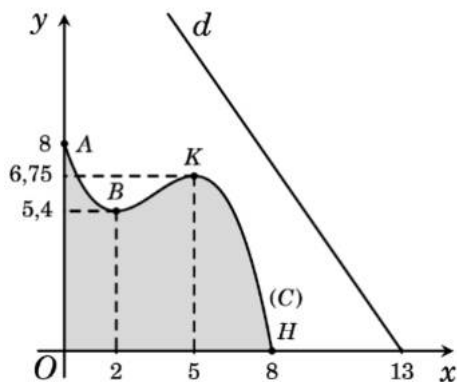


**Trả lời:** .....

**Câu 4.** Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được  $x$  kg thịt, ( $1 \leq x \leq 20$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450$ . Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Một khu vực trồng hoa được xây dựng trong khu du lịch sinh thái. Trong mô hình minh họa (như hình vẽ bên), nó được giới hạn bởi các trục tọa độ (đơn vị trên các trục là mét) và đồ thị  $(C)$  của một hàm số bậc ba. Biết rằng đồ thị  $(C)$  đi qua các điểm  $A(0;8), B(2;5,4), K(5;6,75)$  và  $H(8;0)$ . Trong khu du lịch sinh thái có một con đường chạy dọc theo đường thẳng  $d: y = -\frac{13}{9}x + \frac{169}{9}$ . Tính khoảng cách ngắn nhất từ một điểm thuộc đường giới hạn vườn hoa đến con đường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc  $100^\circ$  và có độ lớn lần lượt là  $25\text{ N}$  và  $12\text{ N}$ . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn  $4\text{ N}$ . Tính độ lớn của hợp lực (đơn vị: N) của ba lực trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

**Trả lời:** .....

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### ĐỀ SỐ 8

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 5x + 2}{4 - x}$  có tiệm cận xiên là:

A.  $y = x - 1$

B.  $y = -x + 1$

C.  $y = -x - 1$

D.  $y = x + 1$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 2}{4 - x} = -x + 1 - \frac{2}{4 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{2}{4 - x} \right) = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\frac{2}{4 - x} \right) = 0 \text{ nên đồ thị hàm số}$$

có tiệm cận xiên là  $y = -x + 1$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |   |    |           |   |
|---------|-----------|---|----|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$ | 0 | 3  | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +         | 0 | -  | 0         | + |
| $f(x)$  | $-\infty$ | 2 | -5 | $+\infty$ |   |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

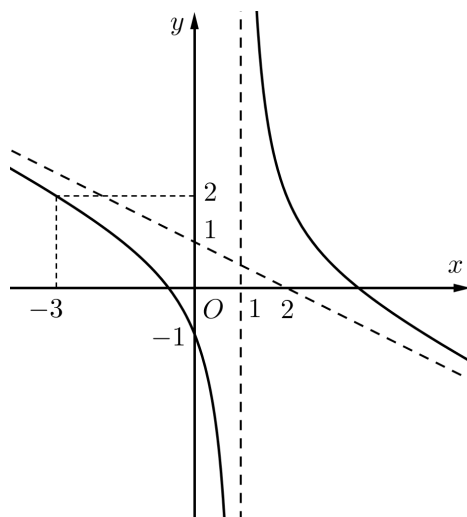
D. 2.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5.

**Câu 3.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x - 1}$ .      B.  $y = \frac{-x^2 + 1}{x - 1}$ .      C.  $y = \frac{-x^2 + 3x + 2}{2x - 2}$ .      D.  $y = \frac{x^2 + 6x + 1}{x - 1}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị ta có  $am < 0$ , ta loại đáp án A, D

$$y = \frac{-x^2 + 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x - 1)^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 1 = 0 \text{ có nghiệm nên ta loại đáp án B}$$

Vậy chọn đáp án C đúng

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + 3x^2 + 2$ . Khẳng định nào sau đây là đúng về tính đơn điệu của hàm số

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$   
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(1; +\infty)$   
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(0; 1)$   
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

+ TXĐ:  $D = R$ .

$$+ y' = -6x^2 + 6x.$$

$$+ y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

+ Bảng biến thiên:

|      |           |   |   |   |   |   |           |
|------|-----------|---|---|---|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 0 |   | 1 |   | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - | 0 | + | 0 | - |           |
| $y$  | $+\infty$ |   |   |   | 3 |   | $-\infty$ |

$\swarrow$        $\nearrow$        $\searrow$   
 $2$        $3$        $-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ .

**Câu 5.** Để giảm nhiệt độ trong phòng từ  $28^\circ C$ , một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi  $T$  (đơn vị  $^\circ C$ ) là nhiệt độ phòng ở phút thứ  $t$  được cho bởi công thức  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ . Trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động, nhiệt độ trong phòng tăng hay giảm?

- A. Tăng.      B. Giảm.      C. Tăng rồi giảm.      D. Giảm rồi tăng.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Xét hàm số  $T = -0,008t^3 - 0,16t + 28$  với  $t \in [1; 10]$ .

$$T' = -0,024t^2 - 0,16 < 0, \forall t \in [1; 10].$$

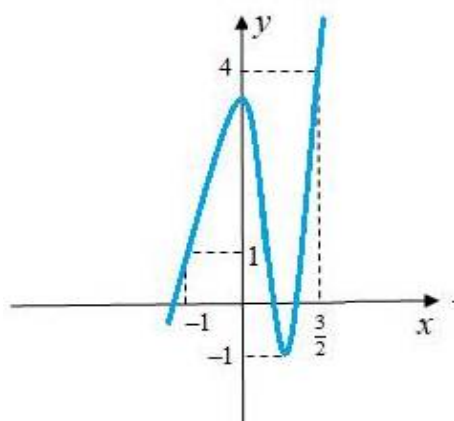
• Bảng biến thiên:

|      |  |   |   |    |  |
|------|--|---|---|----|--|
| $t$  |  | 0 |   | 10 |  |
| $T'$ |  |   | - |    |  |
| $T$  |  |   |   |    |  |

Suy ra hàm số  $T$  nghịch biến trên đoạn  $[1;10]$ .

hiệu độ trong phòng giảm

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên  $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .

B. 5.

C. 4.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đồ thị ta có: 
$$\begin{cases} m = \min_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = -1 \\ M = \max_{\left[-1; \frac{3}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \end{cases} \Rightarrow M + m = 3$$

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = x - \sqrt{x-1}$ . Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  và không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  và giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm có hoành độ  $x=1$  và giá trị lớn nhất bằng 1.

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ:  $D = [1; +\infty)$ .

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x-1}} = \frac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x-1}-1}{2\sqrt{x-1}} = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$$

Bảng biến thiên:

|      |   |               |               |   |   |
|------|---|---------------|---------------|---|---|
| $x$  | 1 | $\frac{5}{4}$ | $+\infty$     |   |   |
| $y'$ |   | -             | 0             | + |   |
| $y$  | 1 |               | $\frac{3}{4}$ |   | 0 |

Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{3}{4}$  và giá trị lớn nhất bằng 1

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = f(x)$

|      |           |             |           |           |
|------|-----------|-------------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1          | 1         | $+\infty$ |
| $y'$ | -         | 0           | +         | +         |
| $y$  | 1         | $-\sqrt{2}$ | $+\infty$ | $-\infty$ |

A. 1.

B. 4.

C. 2.

**D. 3.**

**Lời giải**

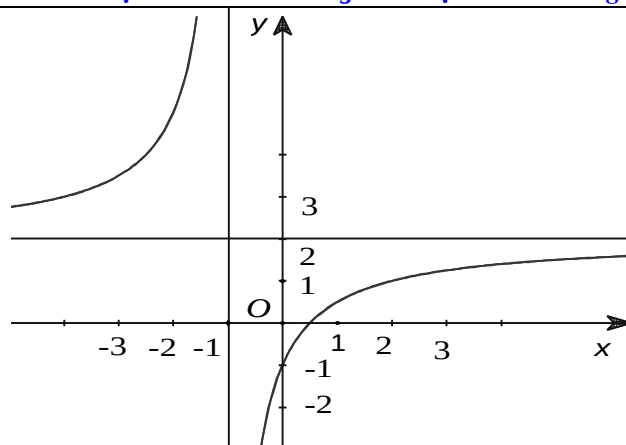
**Chọn D.**

Do  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$  TCĐ:  $x = 1$ .

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$  đồ thị có 2 tiệm cận ngang là  $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCĐ và TCN là 3.

**Câu 9.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A.  $y = \frac{2x+1}{x+1}$ .

B.  $y = \frac{x+1}{x-2}$ .

C.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ .

D.  $y = \frac{2x-1}{x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ đồ thị của hàm số, ta có

+ đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là  $x = -1$ ;  $y = 2$ , do đó loại B, C

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm  $(0; -1)$ , do đó loại A

**Câu 10.** Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào ?

|           |           |          |           |
|-----------|-----------|----------|-----------|
| <b>x</b>  | $-\infty$ | <b>1</b> | $+\infty$ |
| <b>y'</b> | +         | <b>0</b> | +         |
| <b>y</b>  | $-\infty$ | <b>1</b> | $+\infty$ |

A.  $y = -3x^2 + 1$

B.  $y = x^3 - 1$ .

C.  $y = x^4 + 3x^2 - 1$ .

D.  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + \frac{2}{3}$

**Lời giải**

**Chọn D.**

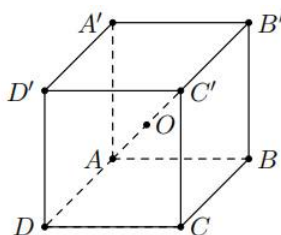
Từ bảng biến thiên, ta thấy

+ Hàm số đã cho có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$  nên  $a > 0$ , do đó loại A

+ Hàm số không có điểm cực trị, do đó loại B, C

Vậy chọn D

**Câu 11.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $O$  là tâm của hình lập phương.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

B.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

C.  $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

D.  $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

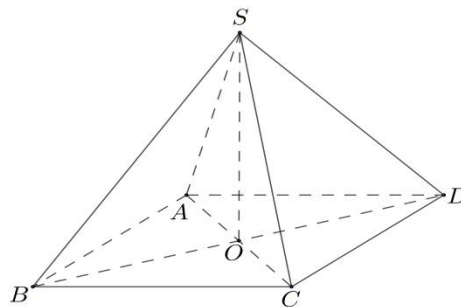
**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

Mặt khác  $O$  là trung điểm  $AC' \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$ .

**Câu 12.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Tam giác  $SAC$  đều cạnh bằng  $a$ .



Khi đó  $|\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}|$  bằng

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $2a\sqrt{3}$ .

D.  $a\sqrt{3}$ .

**Lời giải**

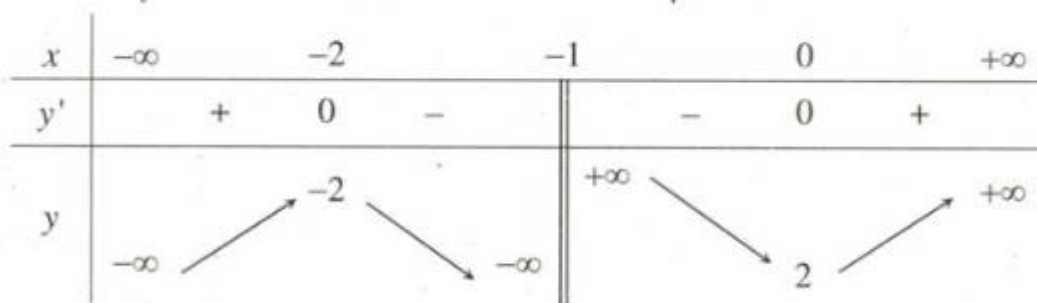
**Chọn D.**

Vì tam giác  $SAC$  đều cạnh bằng  $a$  nên  $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Do đó  $|\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}| = 2|\overrightarrow{SO}| = a\sqrt{3}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$  với  $(a, b, c, m, n \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  và có bảng biến thiên dưới đây



a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(-2; 2)$  và điểm cực tiểu  $(0; 2)$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ .

d) Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  là của đồ thị của hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$ .

### Lời giải

|      |      |      |     |
|------|------|------|-----|
| a)   | b)   | c)   | d)  |
| ĐÚNG | ĐÚNG | ĐÚNG | SAI |

Từ bảng biến thiên ta có:

a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có điểm cực đại  $(-2; 2)$  và điểm cực tiểu  $(0; 2)$ .

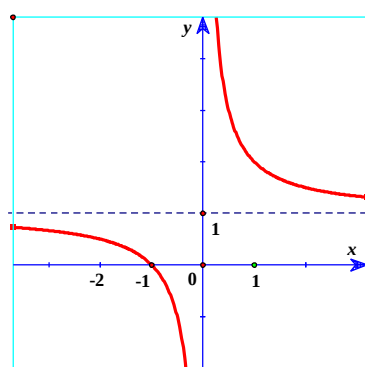
b) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên mỗi khoảng  $(-2; -1)$  và  $(-1; 0)$ .

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = -1$ .

d) Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$  có tiệm cận đứng  $x = 2$  nên hàm số  $y = f(x)$  không phải là hàm số

$$y = \frac{x^2 - 2x}{x - 2}.$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  và có đồ thị như hình bên.



a) Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = 1$ , đường tiệm cận ngang  $y = 0$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  không có cực trị.

c) Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; 0)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

**Lời giải**

|            |             |             |            |
|------------|-------------|-------------|------------|
| a)         | b)          | c)          | d)         |
| <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> |

Từ đồ thị ta có:

Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đường tiệm cận đứng  $x = 0$ , đường tiệm cận ngang  $y = 1$ .

Hàm số  $y = f(x)$  không có cực trị.

Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; 0)$  và  $(0; +\infty)$ .

**Câu 3.** Công ty bất động sản Sealand Nha Trang có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 000 000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100 000 đồng một tháng thì có thêm hai căn hộ bị bỏ trống. Gọi  $x$  là số lần tăng giá căn hộ.



a) Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $50 - x$  (căn).

b) Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$  (đồng).

c) Tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:  $200000(-x^2 + 5x + 600)$  (đồng).

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

**Lời giải**

|            |             |             |             |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| a)         | b)          | c)          | d)          |
| <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

Ta có  $x$  là số lần tăng giá căn hộ, với  $0 < x < 25$

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là  $50 - 2x$  (căn).

Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là:  $2000000 + 100000x$

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$T(x) = (50 - 2x)(2000000 + 100000x) = 200000(-x^2 + 5x + 600)$$

Bài toán trở thành tìm  $x$  để  $T(x)$  lớn nhất

$$T(x) = 200000(-x^2 + 5x + 600) \text{ với } 0 < x < 25$$

$$T'(x) = 200000(5 - 2x)$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 200000(5 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Bảng biến thiên:

|         |        |                             |         |
|---------|--------|-----------------------------|---------|
| $x$     | 0      | $\frac{5}{2}$               | 25      |
| $T'(x)$ | +      | 0                           | -       |
| $T(x)$  | $T(0)$ | $T\left(\frac{5}{2}\right)$ | $T(25)$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy doanh thu lớn nhất khi công ty đặt giá thuê căn hộ là:

$$2000000 + 100000x = 2000000 + 100000 \cdot \frac{5}{2} = 2250000 \text{ (đồng).}$$

**Câu 4.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Mặt bên  $ASB$  là tam giác vuông cân tại  $S$  và có cạnh  $AB = a$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ .

a)  $2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

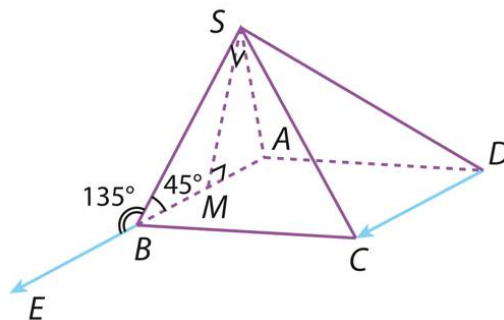
b)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = \frac{a^2}{2}$

c)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS} = -\frac{a^2}{2}$

d)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS} = 0$

**Lời giải**

|             |            |            |             |
|-------------|------------|------------|-------------|
| a)          | b)         | c)         | d)          |
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> |



a)  $2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$  (quy tắc hình bình hành)

b) Vì  $ABCD$  là hình bình hành nên  $AB \parallel CD$ .

Gọi  $E$  là điểm thuộc tia  $AB$  sao cho  $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$ .

Ta có:  $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BS}) = \widehat{EBS}$

$\triangle ASB$  vuông cân (tại  $S$ ) nên  $\widehat{SBA} = 45^\circ$ .

Suy ra  $\widehat{EBS} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ , hay  $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = 135^\circ$ .

Mặt khác, do  $AB = a$  nên  $AS = BS = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Từ đó ta có:

$\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = |\overrightarrow{DC}| \cdot |\overrightarrow{BS}| \cdot \cos(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}) = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 135^\circ = a^2 \frac{\sqrt{2}}{2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{a^2}{2}$

Vậy  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{BS} = -\frac{a^2}{2}$ .

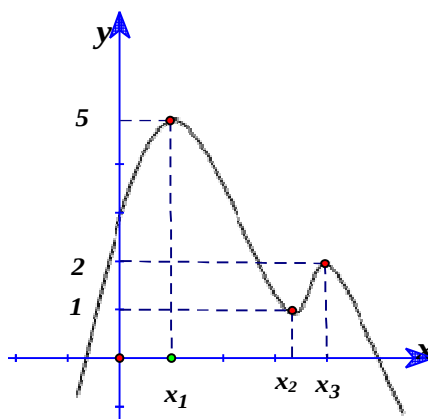
b)  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AS} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AS}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \cos 45^\circ = \frac{a^2}{2}$ .

c) Tam giác  $ASB$  cân tại  $S$  và  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$  nên  $SM \perp AB$ , hay  $\overrightarrow{MS} \perp \overrightarrow{AB}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MS} = 0$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số  $y = f(x)$  có mấy cực trị ?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án: 2.**

Đồ thị hàm số  $f'(x)$  cắt trục hoành tại 2 điểm nên có 2 cực trị

**Câu 2.** Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \cos x(\sin x + 1)$  trên đoạn  $[0; \pi]$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án: 0**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

Ta có:  $y' = -\sin x(\sin x + 1) + \cos^2 x = -2\sin^2 x - \sin x + 1$

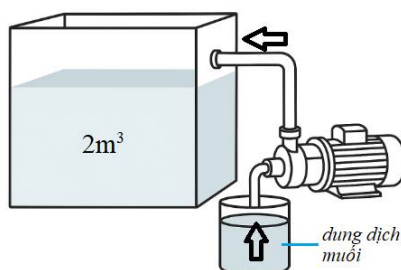
$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ hoặc } x = \frac{5\pi}{6}$$

$$\text{Khi đó: } y(0) = 1; y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}; y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}; y(\pi) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{4} = 0$$

**Câu 3.** Một bể chứa  $2m^3$  nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 20 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau  $t$  phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối có trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số  $f(t)$ , thời gian tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $f(t)$  là  $y = 10$ . Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1 giờ là bao nhiêu gam/lít?



Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án: 3,75**

Giả sử nước muối bơm vào có nồng độ  $a$  gam/lít.

Sau  $t$  phút ta có khối lượng muối trong bể là  $20at$  (gam).

Thể tích của lượng nước trong bể sau  $t$  phút là  $2000 + 20t$  (lít).

Vậy nồng độ muối sau  $t$  phút là  $f(t) = \frac{20at}{2000 + 20t} = \frac{at}{100 + t}$  (gam/lít).

Ta có  $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{at}{100 + t} = a$ , nên đồ thị hàm số  $f(t)$  có tiệm cận ngang là  $y = a$ . Suy ra  $a = 10$ .

Do đó hàm nồng độ muối trong bể sau khi bơm được  $t$  phút là  $f(t) = \frac{10t}{100 + t}$ .

Nồng độ muối sau 1 giờ bơm là  $f(60) = \frac{10 \cdot 60}{100 + 60} = 3,75$  (gam/lít).

**Câu 4.** Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được  $x$  kg thịt, ( $1 \leq x \leq 20$ ). Tổng chi phí sản xuất  $x$  kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:  $C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450$ . Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi  $L(x)$  là lợi nhuận thu được khi bán  $x$  kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 4275

Số tiền thu về khi bán  $x$  kg thịt là:  $750x$ .

Lợi nhuận thu được khi bán  $x$  kg thịt là:  $L(x) = 750x - (x^3 - 9x^2 + 345x + 450) = -x^3 + 9x^2 + 405x - 450$

Xét hàm số  $L(x) = -x^3 + 9x^2 + 405x - 450$  với  $x \in [1; 20]$

$$L'(x) = -3x^2 + 18x + 405; L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \in [1; 20] \\ x = -9 \notin [1; 20] \end{cases}$$

Bảng biến thiên

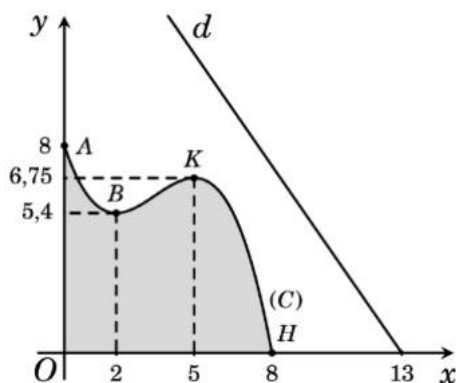
| $x$     | 1   | 15 | 20   |      |
|---------|-----|----|------|------|
| $L'(x)$ |     | +  | 0    | -    |
| $L(x)$  |     |    | 4275 |      |
|         | -37 |    |      | 3250 |

Vậy hộ gia đình sản xuất thịt khô này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 4275 nghìn đồng khi sản xuất 15 kg thịt trâu khô trong một ngày.

**Câu 5.** Một khu vực trồng hoa được xây dựng trong khu du lịch sinh thái. Trong mô hình minh họa (như hình vẽ bên), nó được giới hạn bởi các trục tọa độ (đơn vị trên các trục là mét) và đồ thị  $(C)$  của một hàm số bậc ba. Biết rằng đồ thị  $(C)$  đi qua các điểm  $A(0;8), B(2;5,4), K(5;6,75)$  và  $H(8;0)$ .

Trong khu du lịch sinh thái có một con đường chạy dọc theo đường thẳng  $d: y = -\frac{13}{9}x + \frac{169}{9}$ . Tính

khoảng cách ngắn nhất từ một điểm thuộc đường giới hạn vườn hoa đến con đường (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét).



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 6,16

Gọi  $M$  là điểm thuộc  $(C)$ . Khi đó khoảng cách ngắn nhất từ một điểm thuộc đường giới hạn vườn hoa đến con đường chính là khoảng cách từ  $M$  đến  $d$ .

Đồ thị  $(C)$  của một hàm số bậc ba có dạng:  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ).

Vì đồ thị  $(C)$  đi qua các điểm  $A(0; 8)$ ,  $B(2; 5,4)$ ,  $K(5; 6,75)$  và  $H(8; 0)$  nên ta có:

$$\begin{cases} d = 8 \\ 8a + 4b + 2c + d = 5,4 \\ 125a + 25b + 5c + d = 6,75 \\ 512a + 64b + 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{10} \\ b = \frac{21}{20} \\ c = -3 \\ d = 8 \end{cases}.$$

Suy ra  $f(x) = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{21}{20}x^2 - 3x + 8$ .

Điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho khoảng cách từ  $M$  đến  $d$  là nhỏ nhất khi và chỉ khi tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  song song với  $d$  ( $x_M > 5$ ).

Ta có:  $f'(x) = -\frac{3}{10}x^2 + \frac{21}{10}x - 3$ .

Đường thẳng  $d$  có hệ số góc  $k = -\frac{13}{9}$ .

Suy ra:  $-\frac{3}{10}x^2 + \frac{21}{10}x - 3 = -\frac{13}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6,16 \\ x = 0,84 < 5 \end{cases}$ .

Do  $x_M > 5$  nên  $x_M = 6,16$  thỏa mãn.

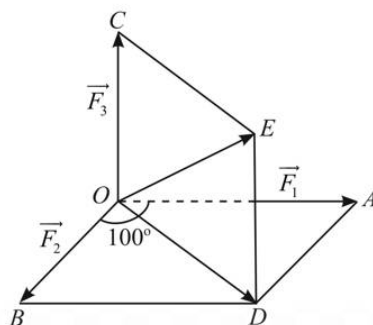
Vậy khoảng cách ngắn nhất từ một điểm thuộc đường giới hạn vườn hoa đến con đường là 6,16m

**Câu 6.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc  $100^\circ$  và có độ lớn lần lượt là  $25\text{ N}$  và  $12\text{ N}$ . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn  $4\text{ N}$ . Tính độ lớn của hợp lực (đơn vị: N) của ba lực trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 26



Gọi  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  là ba lực tác động vào vật đặt tại điểm  $O$  lần lượt có độ lớn là  $25\text{ N}, 12\text{ N}, 4\text{ N}$ .

Vẽ  $\vec{OA} = \vec{F}_1, \vec{OB} = \vec{F}_2, \vec{OC} = \vec{F}_3$ .

Dựng hình bình hành  $OADB$  và hình bình hành  $ODEC$ .

Hợp lực tác động vào vật là  $\vec{F} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OD} + \vec{OC} = \vec{OE}$

Áp dụng định lí côsin trong tam giác  $OBD$ , ta có

$$OD^2 = BD^2 + OB^2 - 2 \cdot BD \cdot OB \cdot \cos \widehat{OBD} = OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

Vì  $OC \perp (OADB)$  nên  $OC \perp OD$ , suy ra  $ODEC$  là hình chữ nhật.

Do đó tam giác  $ODE$  vuông tại  $D$ .

$$\text{Ta có } OE^2 = OC^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ.$$

$$\text{Suy ra } OE = \sqrt{OC^2 + OA^2 + OB^2 + 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos 100^\circ} = \sqrt{4^2 + 25^2 + 12^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 100^\circ} \approx 26,092.$$

Vậy độ lớn của hợp lực là  $F = OE \approx 26\text{ N}$ .

## ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số: Chương 1

Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

2. Hình học: Chương 3

Bài 1: Vectơ trong không gian.

### ĐỀ SỐ 9

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

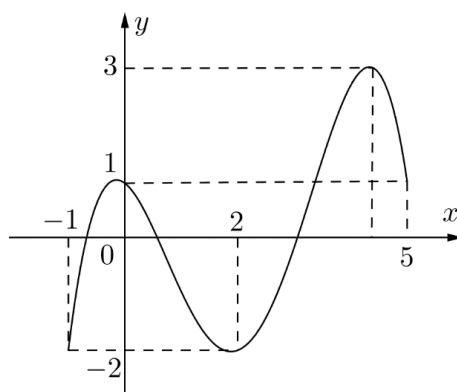
**Câu 1.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x + 5}$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $(5; 3)$ . B.  $(-4; -5)$ . C.  $(6; -1)$ . D.  $(2; -10)$ .

**Câu 2.** Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; 0)$ . B.  $(-1; 1)$ . C.  $(0; +\infty)$ . D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; 5]$  và có đồ thị trên đoạn  $[-1; 5]$  như hình vẽ bên dưới.



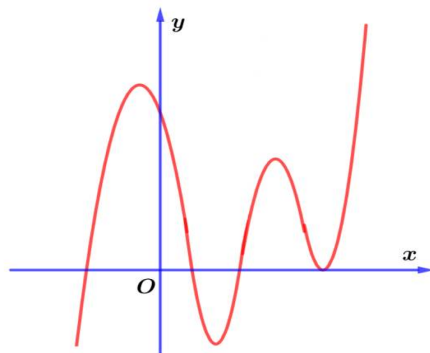
Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 5]$  bằng

- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

**Câu 4.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$  là:

- A. Không tồn tại. B. 1. C.  $\pi$ . D. -1.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 6.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có  $f'(x) = \frac{1}{e^{2024x}} - e^{2024x}, \forall x \in \mathbb{R}$  thì giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[2;3]$  là:

A.  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ .

B.  $f(2)$ .

C.  $f(3)$ .

D. Không tồn tại.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0 | - | +         |
| $y$  | 0         | 2 | 3 | 5         |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

**Câu 8.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

|      |           |    |    |           |
|------|-----------|----|----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 1  | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0  | -  | +         |
| $y$  | $-\infty$ | 2  | -2 | $+\infty$ |

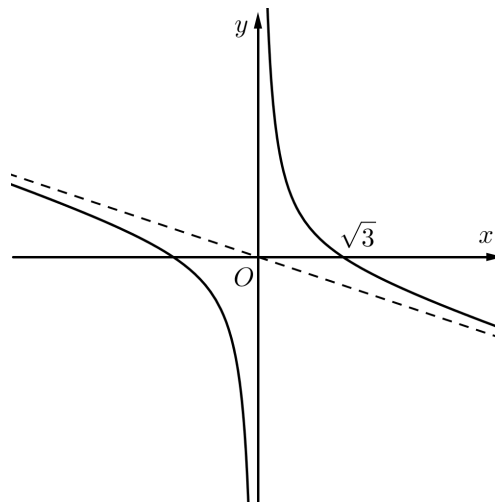
A.  $y = x^4 - 2x^2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x$ .

C.  $y = \frac{x-2}{x+3}$ .

D.  $y = x^3 - 3x$ .

**Câu 9.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



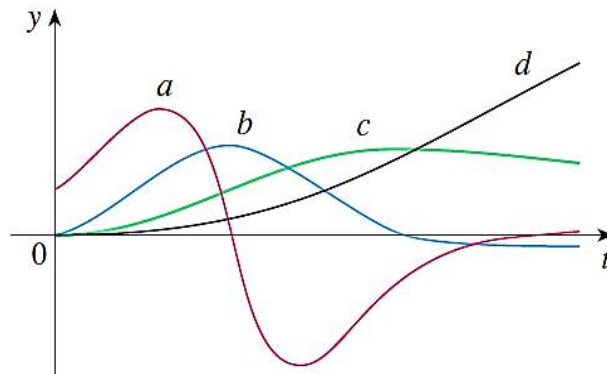
**A.**  $y = \frac{x^2 - 3}{-3x}$ .

**B.**  $y = \frac{x^2 - 3}{3x}$ .

**C.**  $y = \frac{x^2 + 3}{-3x}$ .

**D.**  $y = \frac{x^2 + 3}{3x}$ .

**Câu 10.** Cho đồ thị của bốn hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

**A.**  $c, d, b, a$ .

**B.**  $d, c, a, b$ .

**C.**  $d, c, b, a$ .

**D.**  $d, b, c, a$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 5$ .

Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$

**A.**  $\sqrt{19}$ .

**B.**  $-5$ .

**C.**  $7$ .

**D.**  $\sqrt{39}$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

**A.**  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MG}$

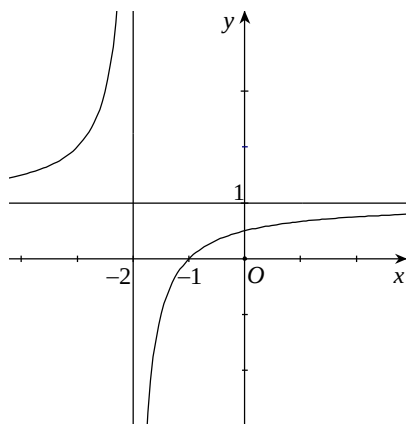
**B.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{GD}$

**C.**  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$

**D.**  $\vec{GM} + \vec{GN} = \vec{0}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



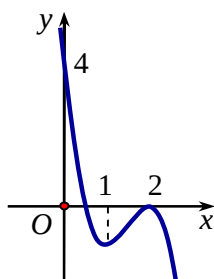
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$  và tiệm cận ngang là  $y = -2$ .

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2), (-2; +\infty)$ .

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là  $(0; -1)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$  ( $b, c, d \in \mathbb{R}$ ), xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



a)  $y' = -6x^2 + 2bx + c$

b)  $d = 4$

c)  $b = 4$

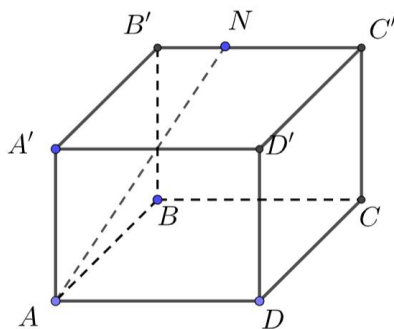
d)  $c > 0$

**Câu 3.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.



- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Câu 4.** Trong không gian, cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ .



- a)  $|\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{DC'}| = a$ .
- b)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2$ .
- d) Gọi  $N$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$ . Khi đó  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x$  có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $4b - a$ .

Trả lời: .....

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ .

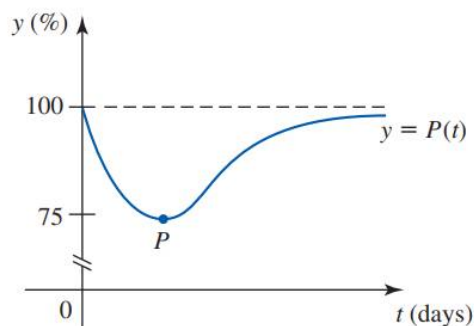
Trả lời: .....

**Câu 3.** Giả sử lợi nhuận của một cửa hàng tạp hoá nhỏ trong ngày thứ  $x$  của một tháng nào đó được cho bởi công thức  $h(x) = -2x^2 + 40x + 700$  (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử tháng đó có 30 ngày, hỏi có bao nhiêu ngày trong tháng đó cửa hàng có lợi nhuận tăng so với lợi nhuận ngày liền trước đó?

Trả lời: .....

**Câu 4.** Khi chất thải hữu cơ được đổ vào một cái ao, quá trình ôxy hóa xảy ra sẽ làm giảm hàm lượng ôxy trong nước. Tuy nhiên, theo thời gian, tự nhiên sẽ phục hồi lại mức ôxy về giá trị bình thường. Trong đồ thị kèm theo,  $P(t)$  cho biết phần trăm hàm lượng ôxy (so với mức bình thường) sau  $t$  ngày kể từ khi chất thải được đổ vào ao.

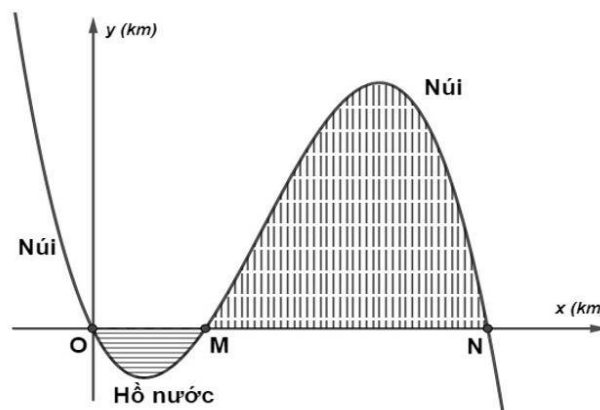
Giả sử hàm số cho hàm lượng ôxy là  $P(t) = 100 \frac{t^2 + 10t + 100}{t^2 + 20t + 100}$  (% mức bình thường),  $t \geq 0$ .



Khi đó tọa độ của điểm  $P(a; b)$  trên đồ thị là điểm cực trị của đồ thị hàm số  $P(t)$ . Tính  $a + b$  ?

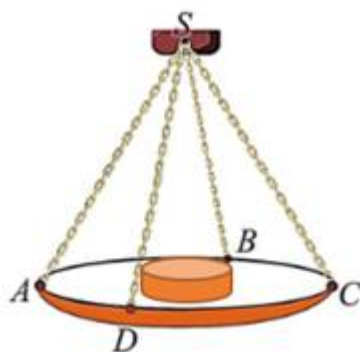
Trả lời: .....

**Câu 5.** Lát cắt của một vùng đất được mô hình hóa bởi hàm bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới (đơn vị trên các trục là km). Biết khoảng cách  $OM = 2\text{ km}$ ; độ rộng của núi  $MN = 3,5\text{ km}$ . Độ sâu của hồ nước là 450m. Chiều cao của ngọn núi là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Trả lời: .....

**Câu 6.** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng  $m = 3\text{ kg}$  được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích  $SA, SB, SC, SD$  sao cho  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có  $\widehat{ASC} = 90^\circ$ . Biết độ lớn của lực căng mỗi sợi xích có dạng  $\frac{a\sqrt{2}}{4}(N)$ . Biết trọng lượng của vật nặng được tính theo công thức  $P = mg$ , lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$ . Khi đó giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?



Trả lời: .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 9**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{2x^2 - 3x}{x + 5}$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $(5; 3)$ .                      B.  $(-4; -5)$ .                      **C.  $(6; -1)$ .**                      D.  $(2; -10)$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$

$$\bullet a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{x^2 + 5x} = 2$$

$$\bullet b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{2x^2 - 3x}{x + 5} - 2x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-13x}{x + 5} = -13$$

Tương tự do  $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$  và  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x] = -13$

Vậy đường thẳng  $y = 2x - 13$  là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng này đi qua điểm  $(6; -1)$ .

**Câu 2.** Hỏi hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng nào ?

- A.  $(-\infty; 0)$ .                      **B.  $(-1; 1)$ .**                      C.  $(0; +\infty)$ .                      D.  $(-\infty; +\infty)$ .

**Lời giải**

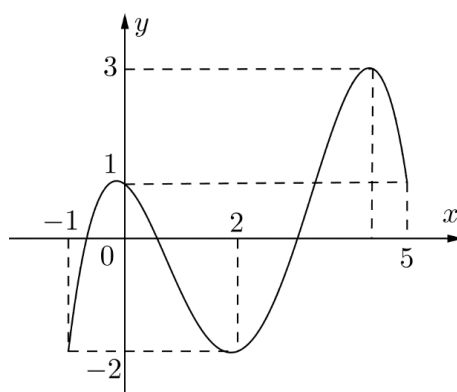
**Chọn B.**

Ta có  $y' = 3x^2 - 3$  ;

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Hàm số  $y = x^3 - 3x$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[-1; 5]$  và có đồ thị trên đoạn  $[-1; 5]$  như hình vẽ bên dưới.



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[-1; 5]$  bằng

A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị ta thấy: 
$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

**Câu 4.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \frac{1}{\cos x}$  trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$  là:

A. Không tồn tại.

B. 1.

C.  $\pi$ .

D. -1.

Lời giải

Chọn D.

$$y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pi \left( x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right) \right)$$

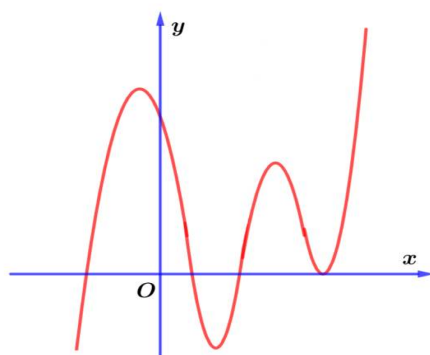
Bảng biến thiên:

|      |                 |       |                  |   |
|------|-----------------|-------|------------------|---|
| $x$  | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ |   |
| $y'$ |                 | +     | 0                | - |
| $y$  |                 |       | -1               |   |

$-\infty \nearrow \quad \quad \quad \searrow -\infty$

Vậy  $\max_{\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)} y = -1$  và  $\min_{\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)} y$  không tồn tại.

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của đạo hàm  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = f(x)$ .



A. 1

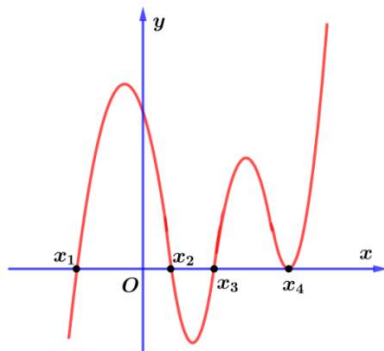
B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn A.



Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  giao với trục hoành tại 4 điểm.  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

Nhận thấy  $f'(x)$  đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua  $x_1$  và  $x_3$  nên hàm số  $y = f(x)$  đạt cực tiểu tại  $x_1$  và  $x_3$ .

Và  $f'(x)$  đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua  $x_2$  nên hàm số  $y = f(x)$  đạt cực đại tại  $x_2$ .

$f'(x)$  không đổi dấu khi đi qua  $x_4$  nên  $x_4$  không là điểm cực trị của hàm số.

Vậy hàm số  $y = f(x)$  có một điểm cực đại.

**Câu 6.** Nếu hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có  $f'(x) = \frac{1}{e^{2024x}} - e^{2024x}, \forall x \in \mathbb{R}$  thì giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[2; 3]$  là:

A.  $f\left(\frac{5}{2}\right)$ .

B.  $f(2)$ .

C.  $f(3)$ .

D. Không tồn tại.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $\frac{1}{e^{2024x}} - e^{2024x} < 0, \forall x \in [2; 3] \Rightarrow f'(x) < 0, \forall x \in [2; 3] \Rightarrow$  hàm số  $y = f(x)$  luôn nghịch biến trên đoạn  $[2; 3]$

Vậy  $\max_{[2; 3]} y = f(2)$  và  $\min_{[2; 3]} y = f(3)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

|      |           |   |           |           |
|------|-----------|---|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 1         | $+\infty$ |
| $y'$ | +         | 0 | -         | +         |
| $y$  | 0         | 2 | $-\infty$ | 3         |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$  là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5$  là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$  là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

**Câu 8.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  |           |      |     |     |           |     |

Diagram illustrating the behavior of the function  $y$  as  $x$  approaches the boundaries of the domain  $(-1, 1)$ :

- As  $x \rightarrow -1^+$ ,  $y \rightarrow 2$ .
- As  $x \rightarrow 1^-$ ,  $y \rightarrow -2$ .
- As  $x \rightarrow -\infty$ ,  $y \rightarrow -\infty$ .
- As  $x \rightarrow +\infty$ ,  $y \rightarrow +\infty$ .

A.  $y = x^4 - 2x^2$ .

B.  $y = -x^3 + 3x$ .

C.  $y = \frac{x-2}{x+3}$ .

D.  $y = x^3 - 3x$ .

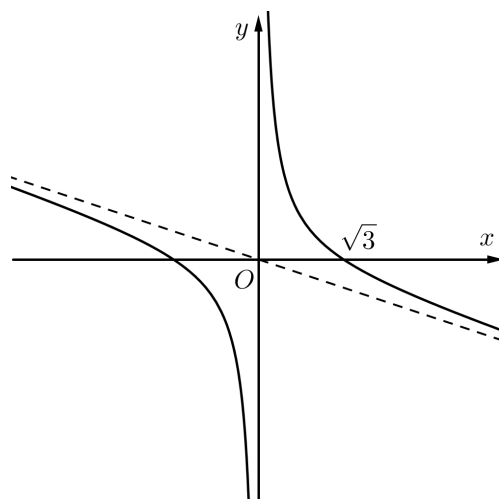
**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ bảng biến thiên ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$  nên loại A và B.

Có  $x \neq 3$  nên loại C  $\Rightarrow$  chọn D.

**Câu 9.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x^2-3}{-3x}$ .

B.  $y = \frac{x^2-3}{3x}$ .

C.  $y = \frac{x^2+3}{-3x}$ .

D.  $y = \frac{x^2+3}{3x}$ .

**Lời giải**

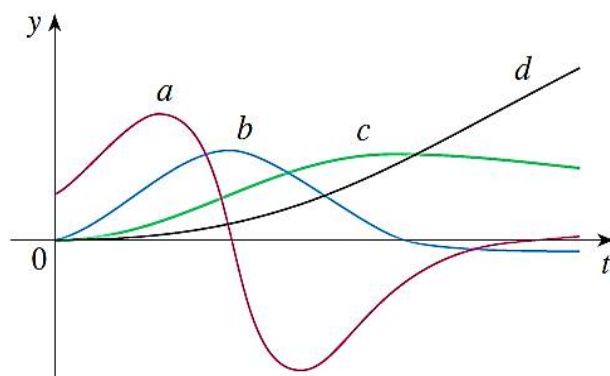
**Chọn A.**

Từ đồ thị ta có  $am < 0$ , ta loại đáp án B, D

Thay điểm  $(\sqrt{3}; 0)$  vào hai đáp án còn lại, ta loại đáp án C

Vậy chọn đáp án A đúng

**Câu 10.** Cho đồ thị của bốn hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  được vẽ mô tả ở hình



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A.  $c, d, b, a$ .

B.  $d, c, a, b$ .

C.  $d, c, b, a$ .

D.  $d, b, c, a$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị ta thấy:

+ đồ thị  $c$  nằm trên trục  $Ox$  và của đồ thị  $d$  luôn đồng biến. Suy ra  $c$  là đạo hàm  $d$ .

+ đồ thị  $a$  cắt trục  $Ox$  tại 2 điểm, đồ thị  $b$  cắt trục  $Ox$  tại 1 điểm. Suy ra  $b$  là đạo hàm  $a$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$ ,  $y = f'''(x)$  và theo thứ tự, lần lượt  $d, c, b, a$ .

**Câu 11.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  tạo với nhau một góc  $120^\circ$  và  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 5$ .

Tính  $|\vec{u} + \vec{v}|$

A.  $\sqrt{19}$ .

B.  $-5$ .

C.  $7$ .

D.  $\sqrt{39}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } \left( |\vec{u} + \vec{v}| \right)^2 = \left( \vec{u} + \vec{v} \right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}||\vec{v}|\cos(\vec{u}; \vec{v}) + |\vec{v}|^2$$

$$= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left( -\frac{1}{2} \right) + 5^2 = 19.$$

$$\text{Suy ra } |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}.$$

**Câu 12.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$ ,  $CD$  và  $G$  là trung điểm của  $MN$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$

B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$

C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

D.  $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$M$ ,  $N$ ,  $G$  lần lượt là trung điểm của  $AB$ ,  $CD$ ,  $MN$  theo quy tắc trung điểm:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$$

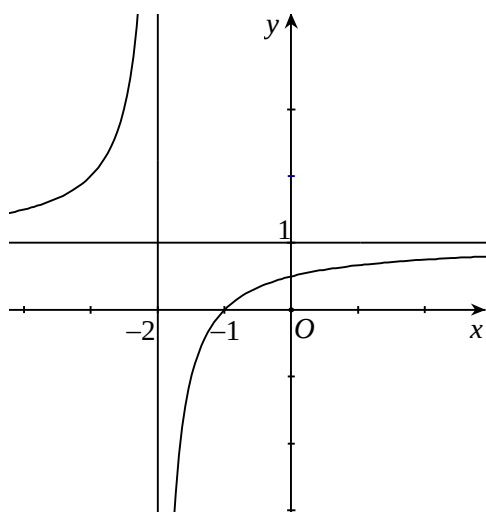
$$\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}$$

$$\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$$

Suy ra:  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$  hay  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với  $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$  có tập xác định trên  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 1$  và tiệm cận ngang là  $y = -2$ .

**b) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; +\infty)$ .**

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là  $(0; -1)$ .

d) Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$ .

**Lời giải**

| a)         | b)          | c)          | d)          |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

Từ đồ thị ta có:

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = -2$  và tiệm cận ngang là  $y = 1$ .

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; +\infty)$ .

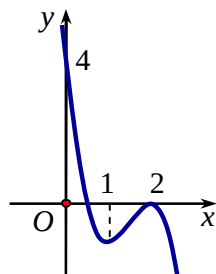
c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là  $(-1; 0)$ .

d) Hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$  có tiệm cận đứng  $x = -2$  và tiệm cận ngang là  $y = 1$  thỏa

Ta tiếp tục tính  $y' = \frac{-1}{(x+2)^2} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$  suy ra nghịch biến trong khoảng  $(-\infty; -2)$  và  $(-2; +\infty)$

nên hàm số  $y = f(x)$  không phải là hàm số  $y = \frac{x+3}{x+2}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$  ( $b, c, d \in \mathbb{R}$ ), xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



a)  $y' = -6x^2 + 2bx + c$

b)  $d = 4$

c)  $b = 4$

d)  $c > 0$

**Lời giải**

| a)          | b)          | c)         | d)         |
|-------------|-------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0; 4)$  nên  $d = 4$ .

Ta có  $y' = -6x^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số có hai điểm cực trị là  $x = 1$  và  $x = 2$ , do đó

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 2b + c = 0 \\ -24 + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 + 2b + c = 0 \\ -24 + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 9 \\ c = -12 < 0 \end{cases}$$

**Câu 3.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được xác định bởi công thức  $G(x) = 0,024x^2(30 - x)$ , trong đó  $x$  là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp ( $x$  được tính bằng mg). Tìm lượng thuốc để tiêm cho bệnh nhân cao huyết áp để huyết áp giảm nhiều nhất.



- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Lời giải**

|     |     |      |      |
|-----|-----|------|------|
| a)  | b)  | c)   | d)   |
| SAI | SAI | ĐÚNG | ĐÚNG |

Ta có:  $G(x) = 0,024x^2(30 - x) = 0,72x^2 - 0,024x^3, x > 0$

$$G'(x) = 1,44x - 0,072x^2$$

$$G'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 1,44x - 0,072x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = 20(N) \end{cases}$$

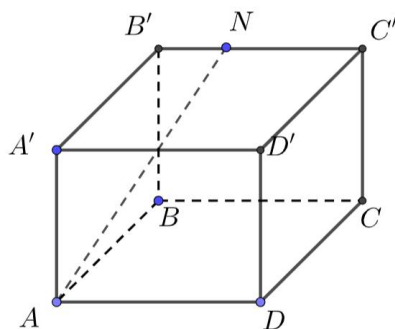
Bảng biến thiên:

|         |   |    |           |
|---------|---|----|-----------|
| $x$     | 0 | 20 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |   | +  | 0         |
| $f(x)$  | 0 | 96 | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên, ta thấy

- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ giảm.
- a) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân lớn hơn 20 mg thì huyết áp bệnh nhân sẽ tăng.
- c) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.
- d) Độ giảm huyết áp giảm nhiều nhất sau khi bệnh nhân tiêm thuốc là 96.

**Câu 4.** Trong không gian, cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ .



a)  $|\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{DC'}| = a$ .

b)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2$ .

d) Gọi  $N$  là điểm thỏa  $\overrightarrow{C'N} = 2\overrightarrow{NB'}$ . Khi đó  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .

Lời giải

| a)   | b)  | c)  | d)   |
|------|-----|-----|------|
| ĐÚNG | SAI | SAI | ĐÚNG |

a)  $\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{C'C}$ .

Suy ra  $|\overrightarrow{A'B'} - \overrightarrow{DC'}| = |\overrightarrow{C'C}| = a$ .

b)  $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$ .

c)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$  (vì  $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ ).

d)  $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'N} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ .

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x$  có dạng  $y = ax + b$ . Tính giá trị  $4b - a$ .

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 20.

$$y = x^3 + 3x^2 - 9x.$$

$$y' = 3x^2 + 6x - 9$$

Chia  $y$  cho  $y'$  ta được:  $y = \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) \cdot (3x^2 + 6x - 9) - 8x + 3$

Vậy đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là:  $y = -8x + 3$

$$\Rightarrow 4b - a = 20$$

**Câu 2.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ .

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 2

Hàm số  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$  có tập xác định  $D = [2; 4]$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x-2}} - \frac{1}{2\sqrt{4-x}} \Rightarrow \begin{cases} y' = 0 \\ x \in (2; 4) \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \Rightarrow y(2) = \sqrt{2}, y(3) = 2, y(4) = \sqrt{2}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$  là 2

**Câu 3.** Giả sử lợi nhuận của một cửa hàng tạp hoá nhỏ trong ngày thứ  $x$  của một tháng nào đó được cho bởi công thức  $h(x) = -2x^2 + 40x + 700$  (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử tháng đó có 30 ngày, hỏi có bao nhiêu ngày trong tháng đó cửa hàng có lợi nhuận tăng so với lợi nhuận ngày liền trước đó?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 9

Ta có:  $h'(x) = -4x + 40; h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ .

Bảng biến thiên của  $h(x)$  trên đoạn  $[1; 30]$ :

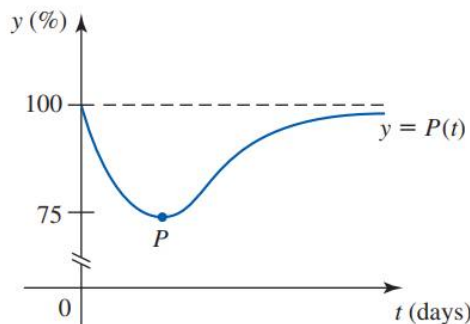
|         |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|
| $x$     | 1   | 10  | 30  |
| $h'(x)$ | +   | 0   | -   |
| $h(x)$  | 738 | 900 | 100 |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm lợi nhuận  $h(x)$  có giá trị tăng trên đoạn  $[1; 10]$ . Do đó các ngày có lợi nhuận tăng so với ngày liền trước đó là từ ngày 2 đến ngày 10.

Vậy có  $10 - 2 + 1 = 9$  ngày.

**Câu 4.** Khi chất thải hữu cơ được đổ vào một cái ao, quá trình ôxy hóa xảy ra sẽ làm giảm hàm lượng ôxy trong nước. Tuy nhiên, theo thời gian, tự nhiên sẽ phục hồi lại mức ôxy về giá trị bình thường. Trong đồ thị kèm theo,  $P(t)$  cho biết phần trăm hàm lượng ôxy (so với mức bình thường) sau  $t$  ngày kể từ khi chất thải được đổ vào ao.

Giả sử hàm số cho hàm lượng ôxy là  $P(t) = 100 \frac{t^2 + 10t + 100}{t^2 + 20t + 100}$  (% mức bình thường),  $t \geq 0$ .



Khi đó tọa độ của điểm  $P(a;b)$  trên đồ thị là điểm cực trị của đồ thị hàm số  $P(t)$ . Tính  $a + b$  ?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 85

$$\text{Ta có: } P'(t) = \frac{(2t+10)(t^2+20t+100) - (2t+20)(t^2+10t+100)}{(t^2+20t+100)^2}$$

$$\text{Khi đó } P'(t) = 0 \Leftrightarrow (2t+10)(t^2+20t+100) - (2t+20)(t^2+10t+100) = 0$$

$$\Rightarrow 10t^2 - 1000 = 0 \Rightarrow t^2 = 100 \Rightarrow t = 10 \quad (t \geq 0)$$

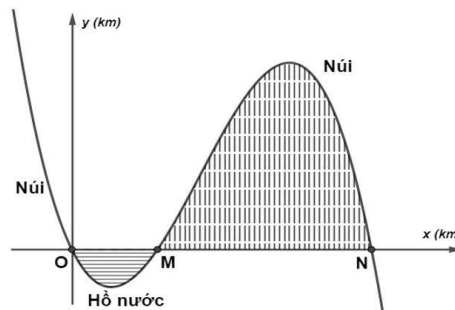
Lập bảng biến thiên ta có  $t = 10$  là điểm cực tiểu của hàm số

$$\text{Thay } t = 10 \text{ vào } P(t): P(10) = 100 \frac{10^2 + 10 \cdot 10 + 100}{10^2 + 20 \cdot 10 + 100} = 100 \frac{100 + 100 + 100}{100 + 200 + 100} = 100 \frac{300}{400} = 75.$$

Vậy điểm  $P$  có tọa độ  $(10; 75)$

$$\Rightarrow a + b = 85$$

**Câu 5.** Lát cắt của một vùng đất được mô hình hóa bởi hàm bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ dưới (đơn vị trên các trục là km). Biết khoảng cách  $OM = 2\text{km}$ ; độ rộng của núi  $MN = 3,5\text{km}$ . Độ sâu của hồ nước là 450m. Chiều cao của ngọn núi là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 1191

Hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có dạng  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , ( $a \neq 0$ )

Ta có:  $ON = OM + MN = 2 + 3,5 = 5,5 (km)$

Dựa vào hình vẽ trên, ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại các điểm:  $O(0;0)$ ,  $M(2;0)$  và  $N(5,5;0)$

Khi đó, phương trình  $f(x) = 0$  có ba nghiệm phân biệt là  $x = 0$ ;  $x = 2$ ;  $x = 5,5$ .

$\Rightarrow f(x) = k.x(x-2)(x-5,5) = k(x^3 - 7,5x^2 + 11x)$  với đồ thị hàm số  $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$  nên  $k < 0$

Ta có:  $f'(x) = k(3x^2 - 15x + 11)$

Xét  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow k(3x^2 - 15x + 11) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 15x + 11 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{93}}{6}$ .

Độ sâu của hồ nước là  $450m = 0,45km$  nên ta có giá trị cực tiểu của đồ thị hàm số trên là  $y_{CT} = -0,45$ .

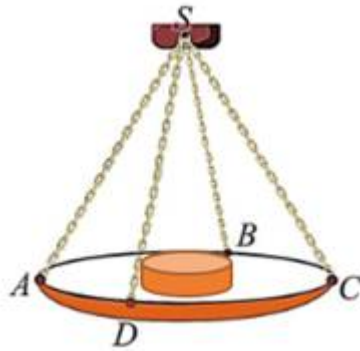
Suy ra,  $f\left(\frac{15 - \sqrt{93}}{6}\right) = -0,45 \Leftrightarrow k \cdot \frac{-135 + 31\sqrt{93}}{36} = -0,45 \Leftrightarrow k = \frac{-16,2}{-135 + 31\sqrt{93}}$ .

Chiều cao của ngọn núi tương ứng với  $y_{CD} = f\left(\frac{15 + \sqrt{93}}{6}\right) \approx 1,19106(km) \approx 1191(m)$ .

Vậy ngọn núi cao khoảng  $1191m$ .

**Câu 6.** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng  $m = 3kg$  được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích  $SA, SB, SC, SD$  sao cho  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có  $\widehat{ASC} = 90^\circ$ . Biết độ lớn của lực căng mỗi sợi xích có dạng  $\frac{a\sqrt{2}}{4}(N)$ . Biết trọng lượng của vật nặng được tính theo công thức

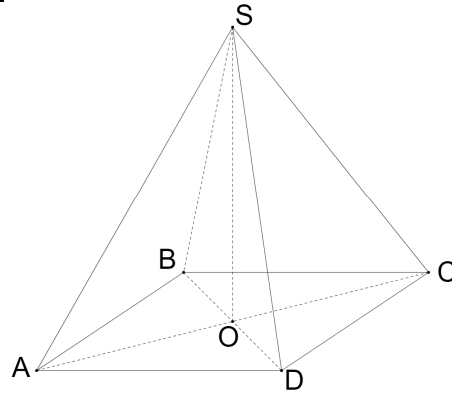
$P = mg$ , lấy  $g = 10m/s^2$ . Khi đó giá trị của  $a$  bằng bao nhiêu?



Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 30



Ta mô hình hóa chiếc cân bởi hình chóp đều  $S.ABCD$  với  $|\overline{SA}| = |\overline{SB}| = |\overline{SC}| = |\overline{SD}| = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

Ta có:  $\Delta SAC$  vuông cân tại  $S$  nên  $AC = \frac{a\sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{a}{2}$ .

Suy ra  $BD = AC = \frac{a}{2}$ . Từ đó suy ra  $AB = AD = CD = BC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

Vậy các mặt bên đều là tam giác đều.

Ta có:  $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$  mà  $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = \overline{P}$

Suy ra  $4\overline{SO} = \overline{P} \Leftrightarrow \overline{SO} = \frac{1}{4}\overline{P}$  nên ta có  $SO = \frac{1}{4}P = \frac{1}{4}mg = \frac{1}{4}3.10 = \frac{15}{2}$ .

Do  $\Delta SAC$  vuông cân tại  $S$  nên  $SO = \frac{1}{2}AC \Leftrightarrow \frac{15}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \Leftrightarrow a = 30$ .

Vậy  $a = 30$ .

**ĐỀ ÔN KIỂM TRA GIỮA KÌ 1**

**Năm học 2025 - 2026**

**TOÁN 12 (Dùng cho 3 bộ sách)**

**Thời gian 90 phút**

**Trắc nghiệm gồm 3 phần**

**Nội dung:**

**1. Đại số: Chương 1**

**Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số**

**2. Hình học: Chương 3**

**Bài 1: Vectơ trong không gian.**

**ĐỀ SỐ 10**

**PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1.** Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

**A.**  $y = x + \frac{1}{x+1}$ .

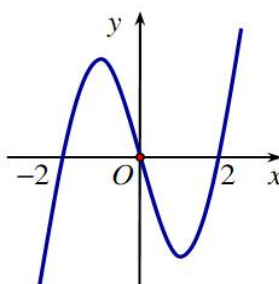
**B.**  $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$ .

**C.**  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ .

**D.**  $y = x - \frac{2}{x+1}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



**A.** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**B.** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**C.** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$ .

**D.** Hàm số  $f(x)$  **nghịch biến trên khoảng**  $(0; 2)$ .

**Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  bằng

**A.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ .

**B.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 5$ .

**C.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 3 + \sqrt{5}$ .

**D.**  $\min_{\mathbb{R}} y = 0$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | $-$  | $0$ | $+$ | $0$       |
|      |           | <    |     |     |           |

Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.  $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$     B.  $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$     C.  $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$     D.  $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|        |           |      |           |
|--------|-----------|------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $-2$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $1$  | $3$       |

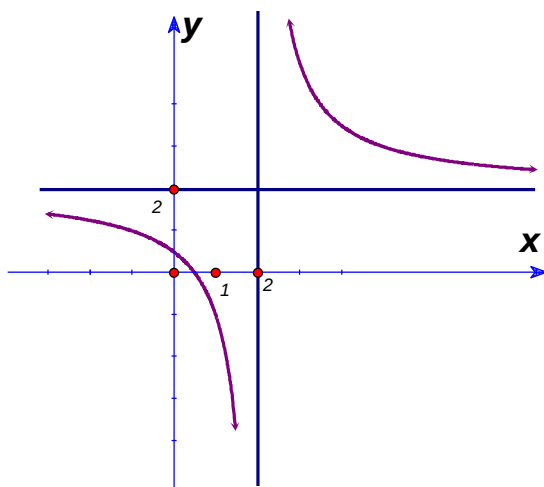
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4.    B. 3.    C. 1.    D. 2.

**Câu 6.** Đường thẳng  $y = x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A.  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ .    B.  $y = \sqrt{x^2-2x+3}$ .    C.  $y = \frac{x^2+1}{x-2}$ .    D.  $y = \frac{2x^2+x+1}{2x+1}$ .

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



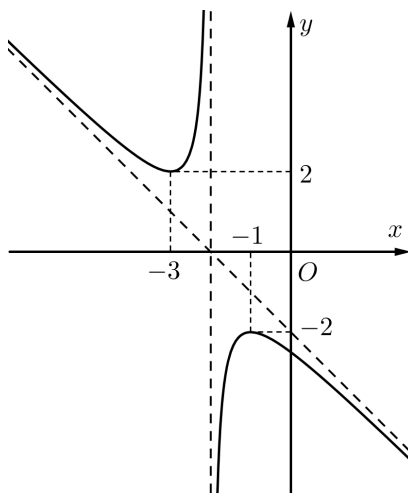
- A.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .    B.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$     C.  $y = \frac{x-1}{x-2}$     D.  $y = \frac{2x-1}{x-2}$ .

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

|      |           |           |
|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$       |
| $y$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

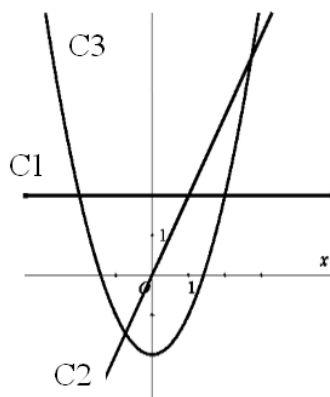
- A.  $y = x^2 + 2x + 1$ .    B.  $y = \frac{x^2+1}{x+2}$ .    C.  $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$ .    D.  $y = \frac{x+1}{x+2}$ .

**Câu 9.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.  $y = \frac{2x^2 + 8x + 4}{x - 2}$ .      B.  $y = \frac{2x^2 + 8x + 4}{x + 2}$ .      **C.  $y = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$ .**      D.  $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x - 2}$ .

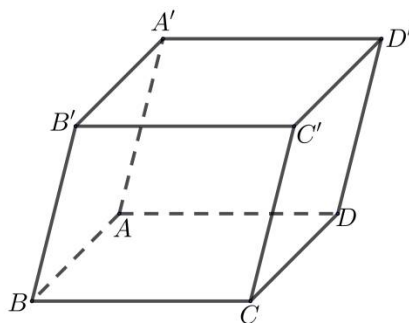
**Câu 10.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

- A.  $(C_3); (C_2); (C_1)$ .      B.  $(C_2); (C_1); (C_3)$ .  
C.  $(C_2); (C_3); (C_1)$ .      D.  $(C_1); (C_3); (C_2)$ .

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ .



Phân tích vector  $\overrightarrow{AC'}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ?

- A.  $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .      B.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .      C.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .      **D.  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .**

**Câu 12.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 1. Giá trị biểu thức  $S = \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \right|$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $2\sqrt{3}$ .

D.  $\sqrt{6}$ .

**PHẦN II. (4 điểm)** Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$ .

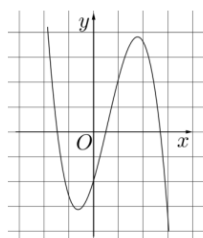
a) Điều kiện xác định của hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$  là  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

b)  $y' = \frac{x^2 - 9}{x^2}$

c) Trên đoạn  $[2; 4]$ , giá trị lớn nhất của hàm số bằng  $\frac{25}{4}$  tại  $x = 4$ .

d) Trên đoạn  $[2; 4]$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 6 tại  $x = 2$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ), xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



a)  $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$

b)  $a > 0$

c)  $d < 0$

d)  $c > 0$

**Câu 3.** Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là  $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ . Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).



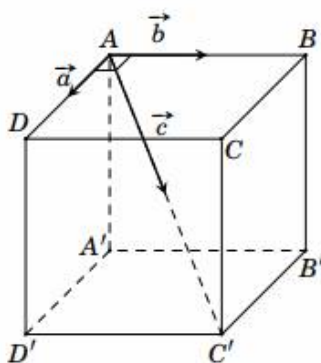
a) Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)

b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là  $30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000$  (nghìn đồng).

c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.

d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

**Câu 4.** Một chất điểm ở vị trí đỉnh  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC'}$  như hình vẽ. Độ lớn của các lực  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$  tương ứng là 10N, 10N và 20N.



a)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .

b)  $|\vec{a} + \vec{b}| = 20\text{ N}$ .

c)  $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$ .

d)  $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 30,6\text{ N}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

**PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.**

**Câu 1.** Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$  có dạng  $y = ax + b$ . Giá trị  $2025a - 2024b$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

**Câu 2.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình  $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$ , trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s(t)$  tính bằng mét (m). Hỏi tại thời gian bao nhiêu giây thì gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

**Trả lời:** .....

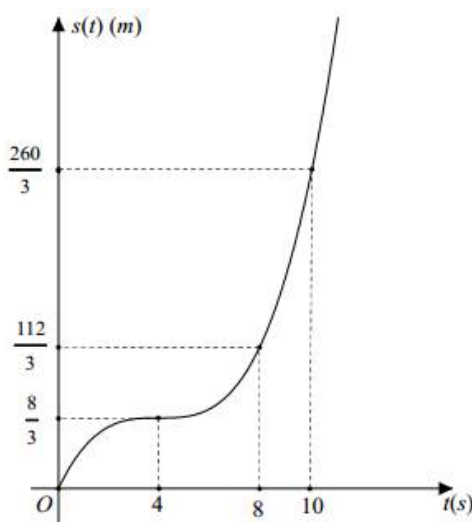
**Câu 4.** Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức

$$S(x) = 200 \left( 5 - \frac{9}{2+x} \right), \text{ trong đó } x \geq 1.$$

Số lượng sản phẩm mà công ty có thể bán được không vượt qua là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Câu 5.** Một vật chuyển động. Quãng đường  $s(t)$  (tính theo mét) vật đi được sau khoảng thời gian  $t$  (tính theo giây),  $t \geq 0$ , được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

**Trả lời:** .....

**Câu 6.** Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lên ba chân của giá đỡ. Ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là  $60^\circ$ . Hỏi độ lớn của lực  $\vec{F}_1$  là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



**Trả lời:** .....

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**ĐỀ SỐ 10**

**PHẦN I. (3 điểm)** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

**A.**  $y = x + \frac{1}{x+1}$ .

**B.**  $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$ .

**C.**  $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ .

**D.**  $y = x - \frac{2}{x+1}$ .

**Lời giải**

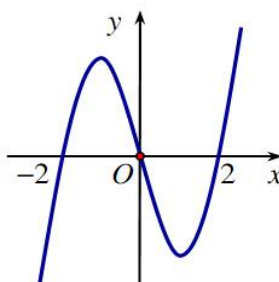
**Chọn A.**

Hàm số  $y = x + \frac{1}{x+1}$  có TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$y'$  đổi dấu khi  $x$  chạy qua  $-2$  và  $0$  nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $f'(x)$  là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



**A.** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**B.** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

**C.** Hàm số  $f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-2; 1)$ .

**D.** Hàm số  $f(x)$  **nghịch biến trên khoảng**  $(0; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Cách 1:** sử dụng bảng biến thiên.

Từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$  | $+$ | $0$ | $-$       |
| $y$  |           |      |     |     |           |

**Cách 2:** Quan sát đồ thị hàm số  $y = f'(x)$

Nếu trong khoảng  $K$  đồ thị hàm số  $f'(x)$  nằm trên trục hoành (có thể tiếp xúc) thì  $f(x)$  đồng biến trên  $K$ .

Nếu trong khoảng  $K$  đồ thị hàm số  $f'(x)$  nằm dưới trục hoành (có thể tiếp xúc) thì  $f(x)$  nghịch biến trên  $K$ .

Nếu trong khoảng  $K$  đồ thị hàm số  $f'(x)$  vừa có phần nằm dưới trục hoành vừa có phần nằm trên trục hoành thì loại phương án đó.

Trên khoảng  $(0; 2)$  ta thấy đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  nằm bên dưới trục hoành.

**Câu 3.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  bằng

A.  $\min_{\mathbb{R}} y = 3$ .

B.  $\min_{\mathbb{R}} y = 5$ .

C.  $\min_{\mathbb{R}} y = 3 + \sqrt{5}$ .

D.  $\min_{\mathbb{R}} y = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Nhận xét: Hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$

Ta có  $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$

Bảng biến thiên

|      |           |     |           |
|------|-----------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $-$       | $0$ | $+$       |
| $y$  | $+\infty$ | $5$ | $+\infty$ |

Do đó  $\min_{\mathbb{R}} y = y(1) = 5$

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

|      |           |      |     |     |           |     |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ | $-$       | $  $ | $-$ | $0$ | $+$       | $-$ |

Mệnh đề nào sau đây đúng

A.  $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$

B.  $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$

C.  $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$

D.  $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ bảng xét dấu, ta có bảng biến thiên sau:

|      |                                                                                    |      |     |     |           |     |     |
|------|------------------------------------------------------------------------------------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|
| $x$  | $-\infty$                                                                          | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |
| $y'$ |                                                                                    | $-$  | $-$ | $0$ | $+$       | $0$ | $-$ |
| $y$  |  |      |     |     |           |     |     |

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|        |           |           |           |
|--------|-----------|-----------|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | $-2$      | $+\infty$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $+\infty$ | $3$       |

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$  ta được tiệm cận ngang  $y = 3$

$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = +\infty$  ta được tiệm cận đứng  $x = -2$

**Câu 6.** Đường thẳng  $y = x + 1$  là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A.  $y = \frac{x-1}{x^2+1}$ .

B.  $y = \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ .

C.  $y = \frac{x^2+1}{x-2}$ .

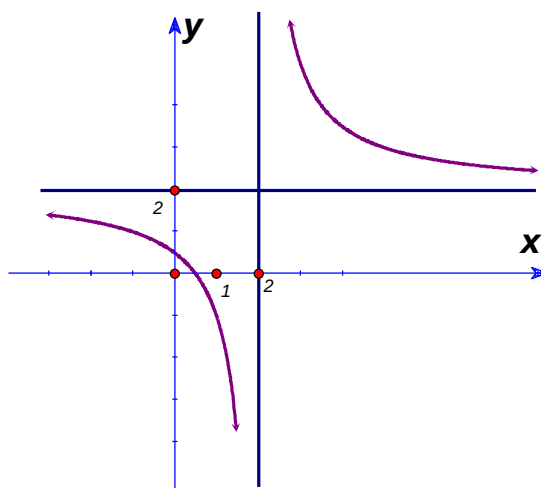
D.  $y = \frac{2x^2+x+1}{2x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét  $y = f(x) = \frac{x^2+1}{x-2}$  khi đó  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$  và  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - x] = 2 \Rightarrow TCX : y = x + 2$

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A.  $y = \frac{2x+1}{x-2}$ .

B.  $y = \frac{2x-1}{x-1}$

C.  $y = \frac{x-1}{x-2}$

D.  $y = \frac{2x-1}{x-2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Quan sát đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là  $x = 2$ ;  $y = 2$ . Như vậy, chỉ có hai hàm số ở phương án A và D thỏa mãn điều kiện này.

Mặt khác, theo hình vẽ, đồ thị hàm số cần tìm cắt trục  $Oy$  tại  $M\left(0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y(0) = \frac{1}{2} \Rightarrow$  Chỉ có hàm số cho ở phương án D thỏa mãn.

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

|      |           |           |
|------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $+\infty$ |
| $y'$ | +         |           |
| $y$  | $-\infty$ | $+\infty$ |

A.  $y = x^2 + 2x + 1$ .

B.  $y = \frac{x^2+1}{x+2}$ .

C.  $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$ .

D.  $y = \frac{x+1}{x+2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ bảng biến thiên, ta thấy

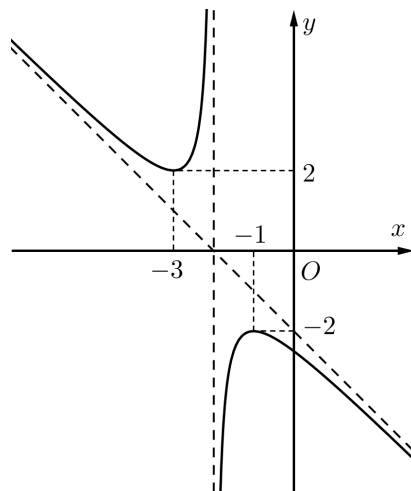
+ hàm số cần tìm có TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ . Do đó, phương án B, D bị loại.

+ hàm số cần tìm đồng biến trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số bậc 2 đã học không thể đơn điệu trên toàn tập xác định  $\mathbb{R}$ .

Do đó, phương án A bị loại.

Kiểm tra phương án C thấy  $y' = 3x^2 + 2x + 2$ ,  $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ . Vậy, đáp án là C.

**Câu 9.** Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{2x^2+8x+4}{x-2}$ .

B.  $y = \frac{2x^2+8x+4}{x+2}$ .

C.  $y = \frac{-x^2-4x-5}{x+2}$ .

D.  $y = \frac{x^2+4x+5}{x-2}$ .

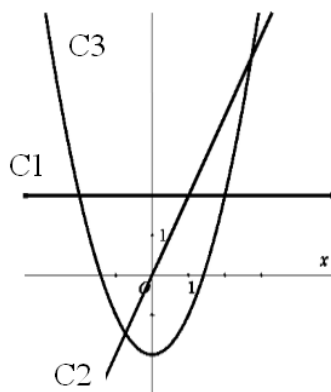
**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị ta có  $am < 0$ , ta loại đáp án A, B, D

Vậy chọn đáp án C đúng

**Câu 10.** Cho đồ thị của ba hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$ ,  $y = f''(x)$  được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

**A.**  $(C_3); (C_2); (C_1)$ .

**B.**  $(C_2); (C_1); (C_3)$ .

**C.**  $(C_2); (C_3); (C_1)$ .

**D.**  $(C_1); (C_3); (C_2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

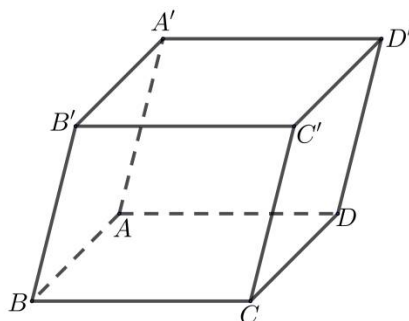
Từ đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị  $(C_2)$  cắt trục  $Ox$  tại điểm ứng hoành độ cực trị của  $(C_3)$ . Suy ra  $(C_2)$  là đạo hàm của  $(C_3)$ .

+ Ứng các khoảng nằm trên trục  $Ox$  của đồ thị  $(C_1)$ , đồ thị của  $(C_2)$  đi lên. Suy ra  $(C_1)$  là đạo hàm của  $(C_2)$ .

Vậy đồ thị các hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  và  $y = f''(x)$  theo thứ tự, lần lượt  $(C_3); (C_2); (C_1)$

**Câu 11.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$ .



Phân tích vector  $\overrightarrow{AC'}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ?

**A.**  $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

**B.**  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**C.**  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

**D.**  $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Theo quy tắc hình hộp ta có  $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 12.** Cho tứ diện đều  $ABCD$  có cạnh bằng 1. Giá trị biểu thức  $S = \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} \right|$  bằng

A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

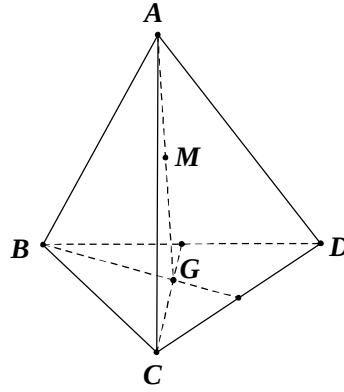
B.  $\sqrt{3}$ .

C.  $2\sqrt{3}$ .

D.  $\sqrt{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**



Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$  nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow \left| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} \right| = 3\left| \overrightarrow{AG} \right|$$

Ta có  $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{1^2 - \left( \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ , suy ra  $S = 3AG = \sqrt{6}$ .

**PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$ .

a) Điều kiện xác định của hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$  là  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

b)  $y' = \frac{x^2 - 9}{x^2}$

c) Trên đoạn  $[2; 4]$ , giá trị lớn nhất của hàm số bằng  $\frac{25}{4}$  tại  $x = 4$ .

d) Trên đoạn  $[2; 4]$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 6 tại  $x = 2$ .

**Lời giải**

|             |             |            |            |
|-------------|-------------|------------|------------|
| a)          | b)          | c)         | d)         |
| <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Điều kiện xác định của hàm số  $y = x + \frac{9}{x}$  là  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

$$y' = 1 - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2 - 9}{x^2}$$

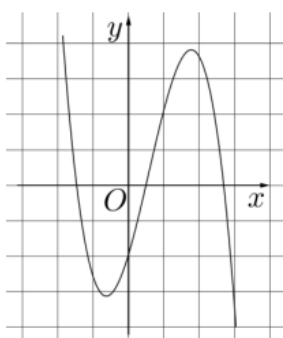
Hàm số đã cho liên tục trên  $[2;4]$

$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin (2;4) \\ x = 3 \in (2;4) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(2) = \frac{13}{2}; y(3) = 6; y(4) = \frac{25}{4}.$$

$$\text{Do đó } \min_{x \in [2;4]} y = y(3) = 6; \max_{x \in [2;4]} y = y(2) = \frac{13}{2}$$

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ), xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình bên.



a)  $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$

b)  $a > 0$

c)  $d < 0$

d)  $c > 0$

**Lời giải**

| a)          | b)         | c)          | d)          |
|-------------|------------|-------------|-------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>ĐÚNG</b> | <b>ĐÚNG</b> |

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số  $a < 0$

Do  $(C) \cap Oy$  tại điểm  $(0; d) \Rightarrow d < 0$ .

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với  $Oy$ )  $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0$

**Câu 3.** Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở  $x$  hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là  $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng), với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$ . Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).



- a) Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)
- b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là  $30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000$  (nghìn đồng).
- c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.
- d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

**Lời giải**

| a)          | b)         | c)         | d)         |
|-------------|------------|------------|------------|
| <b>ĐÚNG</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> | <b>SAI</b> |

Ta có  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

Số tiền thu được từ  $x$  hành khách trong một chuyến xe là :  $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$  (nghìn đồng)

Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là :

$$30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 - 3000 = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số:  $f(x) = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000$  với  $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = 30\left(\frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9\right)$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 (N) \\ x = 120 (L) \end{cases}$$

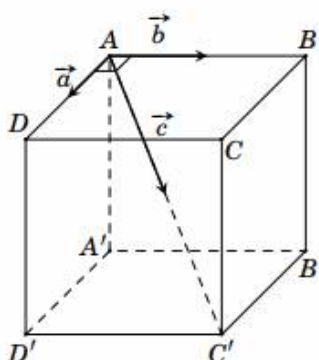
Bảng biến thiên:

|         |        |      |         |   |
|---------|--------|------|---------|---|
| $x$     | 0      | 40   | 60      |   |
| $f'(x)$ |        | +    | 0       | - |
| $f(x)$  | $f(0)$ | 1800 | $f(60)$ |   |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- + Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(0; 40)$  thì thu được số tiền sẽ tăng dần.
- + Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng  $(40; 60)$  thì thu được số tiền sẽ giảm dần.
- + Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 1800000 đồng khi có 40 hành khách.

**Câu 4.** Một chất điểm ở vị trí đỉnh  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC'}$  như hình vẽ. Độ lớn của các lực  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$  tương ứng là 10N, 10N và 20N.



- a)  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .
- b)  $|\vec{a} + \vec{b}| = 20\text{ N}$ .
- c)  $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$ .
- d)  $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 30,6\text{ N}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

#### Lời giải

|     |     |      |     |
|-----|-----|------|-----|
| a)  | b)  | c)   | d)  |
| SAI | SAI | ĐÚNG | SAI |

Từ giả thiết ta có  $\vec{a} \perp \vec{b}$ ;  $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \cos \widehat{DAC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \cos \widehat{BAC'} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

- a) Giả sử  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$ . Theo quy tắc hình bình hành thì  $\vec{d}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{AC}$  suy ra  $\vec{a} + \vec{b} \neq \vec{c}$
- b)  $|\vec{a} + \vec{b}| = 10\sqrt{2}$  (đường chéo hình vuông cạnh bằng 10).

c) Ta có  $\vec{a} + \vec{c} = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 20^2 = 500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}$ .

Suy ra  $|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}}$ .

Mặt khác  $(\vec{b} + \vec{c})^2 = |\vec{b}|^2 + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 20^2 = 500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}$ .

Suy ra  $|\vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{500 + \frac{400\sqrt{3}}{3}}$ . Vậy  $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$ .

d) Giả sử lực tổng hợp là  $\vec{m}$ , tức là  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

Do đó:  $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})^2 \Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + \vec{c}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + 2\vec{b} \cdot \vec{c} + 2\vec{c} \cdot \vec{a}$

$\Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = 10^2 + 10^2 + 20^2 + 0 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow |\vec{m}|^2 = 10^2 + 10^2 + 20^2 + 0 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |\vec{m}| \approx 32,6$ .

### PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

**Câu 1.** Biết tiệm cận xiên của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1}$  có dạng  $y = ax + b$ . Giá trị  $2025a - 2024b$  bằng bao nhiêu?

Trả lời: .....

Lời giải

**Đáp án:** 1

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 2x + 5}{x + 1} = x + 1 + \frac{4}{x + 1}$$

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4}{x + 1} \right) = 0$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{4}{x + 1} \right) = 0$  nên đồ thị hàm số

có tiệm cận xiên là  $y = x + 1 \Rightarrow a = 1; b = 1 \Rightarrow 2025a - 2024b = 1$

**Câu 2.** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức  $G(x) = 0,025x^2(30 - x)$  trong đó  $x$  là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân ( $x$  được tính bằng miligam). Biết liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(a; b)$  thì huyết áp bệnh nhân giảm. Tính giá trị  $a + b$ .

Trả lời: .....

Lời giải

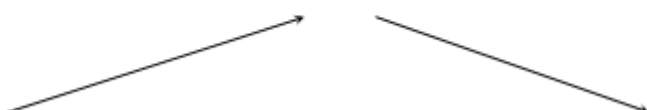
**Đáp án:** 20.

Ta có:  $G(x) = 0,025x^2(30 - x) = 0,75x^2 - 0,025x^3, x > 0$

$G'(x) = 1,5x - 0,075x^2$

$$G'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 20$$

Bảng biến thiên:

|         |  |   |                                                                                    |           |   |
|---------|--|---|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|---|
| $x$     |  | 0 | 20                                                                                 | $+\infty$ |   |
| $G'(x)$ |  |   | +                                                                                  | 0         | - |
| $G(x)$  |  |   |  |           |   |

Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân nằm trong khoảng  $(0; 20)$  thì huyết áp bệnh nhân giảm

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 20 \end{cases} \Rightarrow a + b = 20$$

**Câu 3.** Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình  $s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t$ ,

trong đó  $t > 0$  với  $t$  tính bằng giây (s) và  $s(t)$  tính bằng mét (m). Hỏi tại thời gian bao nhiêu giây thì gia tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 3

Vận tốc của chuyển động là  $v(t) = s'(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 12t + 10$ .

Gia tốc của chuyển động là  $a(t) = v'(t) = t^2 - 6t + 12 = (t - 3)^2 + 3 \geq 3$ .

Vậy gia tốc đạt giá trị nhỏ nhất khi  $t = 3$ .

**Câu 4.** Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong  $x$  (tháng) được tính theo công thức

$$S(x) = 200 \left( 5 - \frac{9}{2+x} \right), \text{ trong đó } x \geq 1.$$

Số lượng sản phẩm mà công ty có thể bán được không vượt qua là bao nhiêu?

**Trả lời:** .....

**Lời giải**

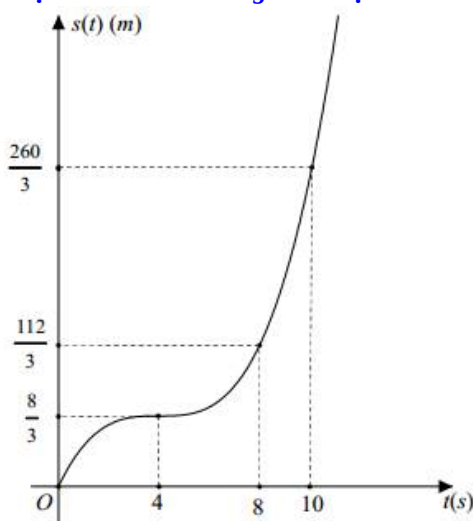
**Đáp án:** 1000

Số lượng sản phẩm mà công ty có thể bán được không vượt qua là tiệm cận ngang của hàm số  $S(x)$ .

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $S(x)$  là:

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} 200 \left( 5 - \frac{9}{2+x} \right) = 1000$$

**Câu 5.** Một vật chuyển động. Quãng đường  $s(t)$  (tính theo mét) vật đi được sau khoảng thời gian  $t$  (tính theo giây),  $t \geq 0$ , được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

Trả lời: .....

**Lời giải**

**Đáp án:** 8

Giả sử  $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$  ( $a \neq 0$ ).

Vì đồ thị hàm số  $s(t)$  đi qua các điểm  $(0;0)$ ,  $(4; \frac{8}{3})$ ,  $(8; \frac{112}{3})$  và  $(10; \frac{260}{3})$  nên ta có

$$\begin{cases} 64a + 16b + 4c = \frac{8}{3} \\ 512a + 64b + 8c = \frac{112}{3} \\ 1000a + 100b + 10c = \frac{260}{3} \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = 0 \end{cases}$$

Do đó  $s(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 2t$ .

Ta có  $v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2t + 2 \Rightarrow v'(t) = t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ .

Bảng biến thiên:

|      |   |   |    |
|------|---|---|----|
| $t$  | 0 | 2 | 10 |
| $v'$ | - | 0 | +  |
| $v$  | 2 | 0 | 32 |

Dựa vào bảng biến thiên, từ giây thứ 2 trở đi vận tốc của vật tăng dần theo thời gian. Do đó trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài trong 8 giây.

**Câu 6.** Một chiếc máy đo đặc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  lên ba chân của giá đỡ. Ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$

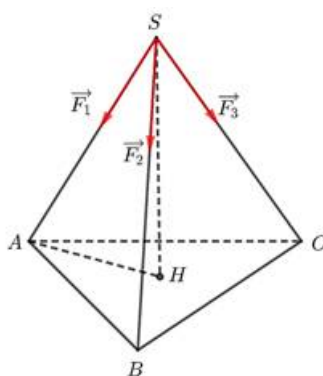
có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là  $60^\circ$ . Hỏi độ lớn của lực  $\vec{F}_1$  là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Trả lời: .....

### Lời giải

**Đáp án:** 11,5



Giả sử chiếc máy đo đạc được đặt ở điểm  $S$ ; mặt phẳng  $(ABC)$  là mặt đất; ba chân của giá đỡ tương ứng với ba cạnh  $SA, SB, SC$ ; các lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  được mô tả như hình vẽ bên.

Gọi  $H$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .

Khi đó,  $SH \perp (ABC)$  và  $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$ .

Vì ba lực  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$  có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là  $60^\circ$  nên tồn tại số thực  $k (k \neq 0)$  để  $\vec{F}_1 = k\vec{SA}, \vec{F}_2 = k\vec{SB}, \vec{F}_3 = k\vec{SC}$  và  $\widehat{SAH} = 60^\circ$ .

Ta có  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = k(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}) = k(3\vec{SH} + \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC}) = 3k\vec{SH}$ .

Lại có  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$ , ở đó  $\vec{P}$  là trọng lực tác dụng lên chiếc máy đo đạc và  $|\vec{P}| = 30 \text{ N}$ .

Khi đó,  $3k\vec{SH} = \vec{P}$ . Suy ra  $3k|\vec{SH}| = |\vec{P}| = 30$ , do đó  $SH = |\vec{SH}| = \frac{30}{3k} = \frac{10}{k}$ .

Tam giác  $SAH$  vuông tại  $H$  nên  $SA = \frac{SH}{\sin \widehat{SAH}} = \frac{\frac{10}{k}}{\sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3k}$ .

Suy ra  $|\vec{F}_1| = k|\vec{SA}| = \frac{20\sqrt{3}}{3} \approx 11,5 \text{ (N)}$ .

Vậy độ lớn của lực  $\vec{F}_1$  xấp xỉ bằng 11,5 N.