

Họ, tên học sinh: Lớp:

Mã đề: 357

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0.25 điểm).

Câu 1. Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -2x^3 + 6x$. B. $y = x^3 + 4x - 2026$. C. $y = -2x^3 - x + 2026$. D. $y = -x^3 - 4x^2 - 2026$.

Câu 2. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$ là

- A. $y = x + 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $y = 2x + 1$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vector $\vec{u} = \overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{C'A}$.

- A. $\vec{u} = \vec{0}$. B. $\vec{u} = 2\overrightarrow{AC'}$. C. $\vec{u} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\vec{u} = 2\overrightarrow{C'A}$.

Câu 4. Đường thẳng $y = x + 1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x + 1 + \frac{x^2 + 2}{x}$. B. $y = \frac{(x+1)^2}{x+1}$. C. $y = x + 1 - \frac{2}{x-2}$. D. $y = x + 1 - \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 5. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \sqrt{4x^2 - 4}$ là

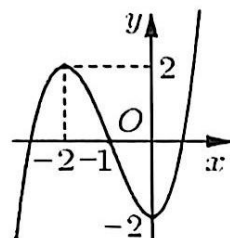
- A. $x = -1$. B. $x = \pm 1$. C. $y = -1$. D. $y = \pm 1$.

Câu 6. Hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 + 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 7. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số bậc ba $y = f(x)$. Giá trị lớn nhất của hàm số đó trên khoảng $(-\infty; 0)$ bằng

- A. 2. B. -2. C. -1. D. 0.



Câu 8. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Số đo góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{BA}$ bằng

- A. 45° . B. 120° . C. 60° . D. 90° .

Câu 9. Mỗi ngày bác An đều chạy bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường chạy bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác An trong 30 ngày được thống kê ở bảng sau

Quãng đường (km)	[2,5; 3,0)	[3,0; 3,5)	[3,5; 4,0)	[4,0; 4,5)	[4,5; 5,0)
Số ngày	7	7	8	5	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. 0,5. B. 1,5. C. 2. D. 2,5.

Câu 10. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên bằng nhau. Góc giữa vectơ $\overrightarrow{BC'}$ và vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị của độ)

- A. 45° . B. 60° . C. 69° . D. 111° .

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;-2;3)$ và $B(1;-1;4)$. Biết tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng Oxy và A, B, M thẳng hàng. Khi đó, giá trị $a+b+c$ bằng

- A. 8. B. -8. C. 2. D. -2.

Câu 12. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2;19]$ và $m = f(x_0)$. Tính $T = m.x_0$

- A. -200. B. -199. C. -104. D. 119491.

PHẦN II. (4 điểm). Câu trắc nghiệm đúng sai. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, thí sinh chỉ chọn **ĐÚNG** hoặc **SAI**)

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

- a) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.
 b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-5; +\infty)$.
 c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$.
 d) $f(-1) = f(2)$.

Câu 2. Tốc độ (đơn vị: km/h) của các ô tô khi đi qua một trạm đo, được cho bởi bảng tần số ghép nhóm:

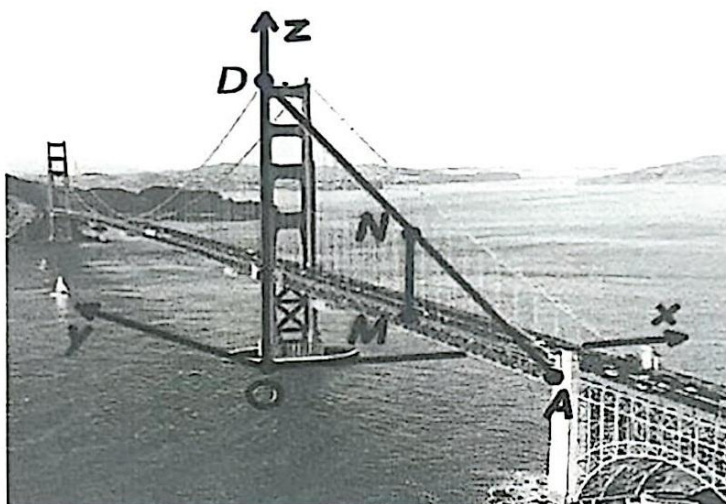
Nhóm	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$	$[65; 70)$
Tần số	4	11	7	8	8	2

- a) Vận tốc trung bình của một ô tô là $53,875$ (km/h).
 b) Độ lệch chuẩn $s = 7,15$ (làm tròn đến hàng phần trăm).
 c) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 47,7$ (làm tròn đến hàng phần chục).
 d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 12,3$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 3. Một xe khách đi từ Long Khánh đến Vũng tàu chờ tối đa được là 45 hành khách một chuyến. Nếu một chuyến chờ được m hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách được tính là $\left(300 - \frac{5m}{2}\right)^2$ đồng. Gọi x là số hành khách trên mỗi chuyến xe và số tiền thu được của mỗi chuyến xe là $F(x)$ ($0 < x \leq 45$).

- a) Hàm số $F(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2$.
 b) Khi xe chờ 40 khách thì số tiền thu được cho chuyến xe đó lớn hơn 1,5 triệu đồng.
 c) Để thu được số tiền lớn nhất thì chuyến xe đó phải chờ tối đa 45 người.
 d) Số tiền thu được nhiều nhất có thể của một chuyến xe là 1,6 triệu đồng.

Câu 4. Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào chiếc cầu (như hình vẽ), với O là điểm nằm trên bề của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước. Giả sử đoạn cầu nối từ điểm A đến trục Oz song song với trục Oy , đoạn cầu này có độ dài bằng 343 m và nằm cách mặt nước 75 m (đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét). Dây cáp AD (xem như một đoạn thẳng) nối điểm D thuộc trục Oz với một điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) . Biết điểm D là đỉnh cột trụ, cách mặt nước 227 m .



- Tọa độ điểm A là $(0; -343; 75)$.
- Số đo góc giữa hai vector $\overrightarrow{DA}$ và $\overrightarrow{AO}$ bằng $36,2^\circ$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của độ).
- Nếu kéo dài đoạn dây AD sẽ cắt mặt nước tại điểm có tọa độ $(0; -77861; 0)$.
- Người ta dùng một đoạn đèn led trang trí nối thẳng từ điểm N trên dây cáp AD đến điểm M trên thành cầu (như hình vẽ), M cách trục Oz một khoảng bằng 230 m và MN song song với cột trụ. Độ dài đoạn đèn led cần dùng là $50,07\text{ m}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 mỗi câu trả lời đúng được 0.5 điểm).

Câu 1. Thanh tra kiểm tra độ lệch chuẩn về khối lượng của 20 túi đường (đơn vị: kg) của một công ty. Các túi được chọn ngẫu nhiên trước khi bán cho người tiêu dùng cho kết quả như sau:

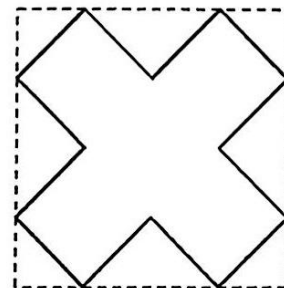
0,95	0,99	1,05	1,00	0,97	0,99	1,03	0,98	1,04	1,01
1,05	1,00	1,02	0,96	0,94	0,98	1,02	1,01	0,99	0,94

Đưa mẫu số liệu trên về mẫu số liệu ghép nhóm biết các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[0,94; 0,97)$. Dựa vào bảng mẫu số liệu ghép nhóm đó, tính độ lệch chuẩn. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

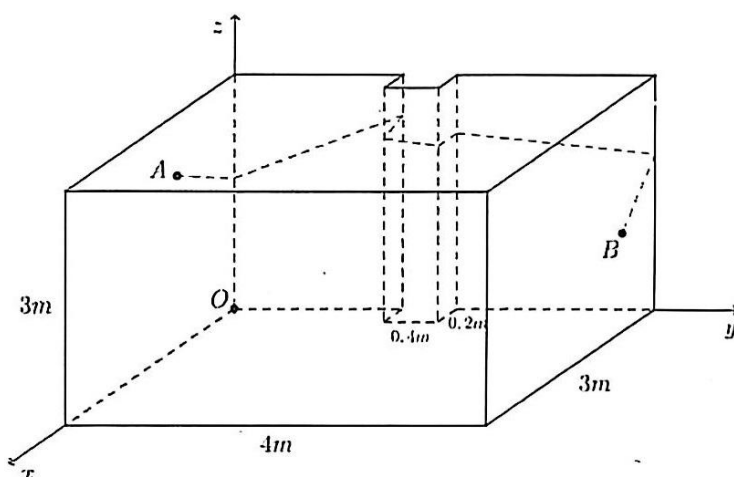
Câu 2. Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 150x + 900$ (nghìn đồng). Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm không vượt quá t (nghìn đồng). Tìm giá trị của t .

Câu 3. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm được tính theo công thức $V(t) = \frac{1}{100} (30t^3 - \frac{t^4}{4})$ với $0 < t < 90$. Tốc độ bơm nước ở thời điểm t được tính theo công thức $v(t) = V'(t)$. Tìm tốc độ bơm nước lớn nhất?

Câu 4. Từ hình vuông có cạnh bằng 6 cm , người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp đó bằng bao nhiêu cm^3 . (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

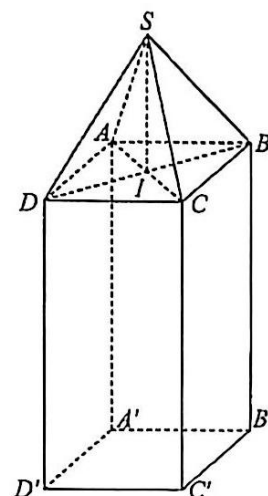


Câu 5. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m , chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m . Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng Oxy trùng với mặt sàn (xem hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Trên bức tường thuộc mặt phẳng Oyz có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài $0,4\text{ m}$, chiều rộng $0,2\text{ m}$. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm



$A\left(1; 0; \frac{5}{2}\right)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B\left(\frac{1}{2}; 4; 1\right)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 1)$, $B\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a; b; c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



-----Hết-----

MÃ ĐỀ 246

PHẦN 1.

1.B	2.A	3.D	4.D	5.C	6.D
7.A	8.C	9.C	10.B	11.A	12.D

PHẦN 2.

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
1a)	Đ	2a)	S	3a)	S	4a)	S
1b)	S	2b)	Đ	3b)	S	4b)	Đ
1c)	Đ	2c)	S	3c)	Đ	4c)	S
1d)	Đ	2d)	Đ	3d)	Đ	4d)	S

PHẦN 3

Câu 1.	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
150	0,03	1,98	1080	11,3	6,09

MÃ ĐỀ 357

PHẦN 1.

1.C	2.D	3.A	4.C	5.C	6.B
7.A	8.D	9.D	10.D	11.B	12.A

PHẦN 2.

Câu 1		Câu 2		Câu 3		Câu 4	
1a)	S	2a)	Đ	3a)	S	4a)	Đ
1b)	S	2b)	S	3b)	Đ	4b)	S
1c)	Đ	2c)	Đ	3c)	S	4c)	S
1d)	Đ	2d)	Đ	3d)	Đ	4d)	S

PHẦN 3

Câu 1.	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0,03	150	1080	11,3	6,09	1,98

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Chọn C .

Với $y = -2x^3 - x + 2026$, ta có:

$$y' = -6x^2 - 1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Chọn D .

Ta có:

$$y = x + \frac{2}{x+1} \text{ và } y' = 1 - \frac{2}{(x+1)^2}.$$

Tại các điểm cực trị:

$$y' = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 2 \Rightarrow \frac{2}{x+1} = x+1.$$

Do đó, cả hai điểm cực trị đều thuộc đường thẳng:

$$y = x + (x+1) = 2x+1.$$

Câu 3. Chọn A .

Vì $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$, ta có:

$$\vec{u} = (\overrightarrow{DC'} + \overrightarrow{C'A}) + (\overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{DD'}).$$

Suy ra:

$$\vec{u} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}.$$

Câu 4. Chọn C .

Với $y = x + 1 - \frac{2}{x-2}$, ta có:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-2}{x-2} = 0.$$

Vậy đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

Câu 5. Chọn C .

Khi $x \rightarrow -\infty$, ta có:

$$y+1=2x+\sqrt{4x^2-4}=\frac{-4}{\sqrt{4x^2-4}-2x}\rightarrow 0.$$

Vậy đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

Câu 6. Chọn B.

Ta có:

$$y'=6x^2-10x=2x(3x-5).$$

Suy ra $y'>0$ trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $\left(\frac{5}{3};+\infty\right)$.

Trong các phương án đã cho, hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 7. Chọn A.

Từ đồ thị, trên khoảng $(-\infty;0)$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=-2$.

Giá trị lớn nhất là $f(-2)=2$.

Câu 8. Chọn D.

Gọi M là trung điểm của AB .

Do các tam giác SAB và ABC cân tại S và C nên:

$$AB\perp SM \text{ và } AB\perp CM.$$

Suy ra $AB\perp (SMC)$, do đó $AB\perp SC$.

Vậy $(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{BA})=90^\circ$.

Câu 9. Chọn D.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$R=5,0-2,5=2,5.$$

Câu 10. Chọn D.

Đặt độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a . Ta có:

$$\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'} \text{ và } \overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{AB}.$$

Vì $\overrightarrow{CC'}\perp\overrightarrow{AB}$ nên:

$$\overrightarrow{BC'}\cdot\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}=a^2\cos120^\circ=-\frac{a^2}{2}.$$

Mặt khác, $BC'=a\sqrt{2}$. Do đó:

$$\cos(\overrightarrow{BC'}, \overrightarrow{A'B'}) = \frac{-a^2/2}{a\sqrt{2} \cdot a} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Suy ra góc cần tìm xấp xỉ $110,70^\circ$, làm tròn được 111° .

Câu 11. Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$.

Vì A, B, M thẳng hàng nên $M = (t; -2+t; 3+t)$.

Do $M \in (Oxy)$ nên:

$$3+t=0 \Rightarrow t=-3.$$

Vậy $M(-3; -5; 0)$ và $a+b+c=-8$.

Câu 12. Chọn A.

Ta có:

$$f'(x) = 3x^2 - 30 = 3(x^2 - 10).$$

Trên đoạn $[2; 19]$, hàm số giảm đến $x = \sqrt{10}$ rồi tăng.

Vì vậy:

$$x_0 = \sqrt{10} \text{ và } m = f(\sqrt{10}) = -20\sqrt{10}.$$

Suy ra $T = mx_0 = -200$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

Từ bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, cực tiểu tại $x = 1$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(1; +\infty)$.

$$\text{Đặt } f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

Từ $f'(-1) = f'(1) = 0$, suy ra $b = 0$, $c = -3a$.

Kết hợp với $f(-1) = 3$, $f(1) = -5$, ta được:

$$2a + d = 3 \text{ và } -2a + d = -5.$$

Suy ra $a = 2$, $d = -1$. Vậy:

$$f(x) = 2x^3 - 6x - 1.$$

a) Sai. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

b) Sai. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ nên không đồng biến trên $(-5;+\infty)$.

c) Đúng, vì $f(0) = -1$.

d) Đúng, vì $f(-1) = 3$ và $f(2) = 16 - 12 - 1 = 3$.

Câu 2.

Tổng tần số là:

$$n = 4 + 11 + 7 + 8 + 8 + 2 = 40.$$

Các giá trị đại diện lần lượt là 42,5; 47,5; 52,5; 57,5; 62,5; 67,5.

a) Đúng.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 42,5 + 11 \cdot 47,5 + 7 \cdot 52,5 + 8 \cdot 57,5 + 8 \cdot 62,5 + 2 \cdot 67,5}{40} = 53,875.$$

b) Sai.

Phương sai là:

$$s^2 = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^6 n_i (x_i - \bar{x})^2 = 51,234375.$$

Độ lệch chuẩn là:

$$s = \sqrt{51,234375} \approx 7,16.$$

c) Đúng.

Vì $\frac{n}{4} = 10$ và tần số tích lũy của hai nhóm đầu lần lượt là 4, 15, nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[45;50)$.

Do đó:

$$Q_1 = 45 + \frac{10-4}{11} \cdot 5 \approx 47,7.$$

d) Đúng.

Vì $\frac{3n}{4} = 30$, ta có:

$$Q_3 = 55 + \frac{30-22}{8} \cdot 5 = 60.$$

Suy ra:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 60 - \left(45 + \frac{30}{11}\right) \approx 12,3.$$

Câu 3.

Doanh thu của chuyến xe là:

$$F(x) = x \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2, \text{ với } 0 < x \leq 45.$$

Ta có:

$$F'(x) = \left(300 - \frac{5x}{2}\right) \left(300 - \frac{15x}{2}\right).$$

Trên khoảng đang xét, $F'(x) > 0$ khi $0 < x < 40$ và $F'(x) < 0$ khi $40 < x < 45$.

Vậy doanh thu lớn nhất đạt được khi chở 40 hành khách:

$$F(40) = 40 \cdot 200^2 = 1600000 \text{ đồng.}$$

a) Sai. Công thức doanh thu phải là $F(x) = x \left(300 - \frac{5x}{2}\right)^2$.

b) Đúng, vì $F(40) = 1600000 > 1500000$.

c) Sai. Xe cần chở 40 người để doanh thu lớn nhất.

d) Đúng. Doanh thu lớn nhất là 1,6 triệu đồng.

Câu 4.

Ta có:

$$A(0; -343; 75) \text{ và } D(0; 0; 227).$$

a) Đúng.

b) Sai.

Ta có:

$$\overrightarrow{DA} = (0; -343; -152) \text{ và } \overrightarrow{AO} = (0; 343; -75).$$

Gọi góc giữa hai vectơ là α . Khi đó:

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{AO}}{|\overrightarrow{DA}| \cdot |\overrightarrow{AO}|} = \frac{-343^2 + 152 \cdot 75}{\sqrt{343^2 + 152^2} \sqrt{343^2 + 75^2}}.$$

Suy ra $\alpha \approx 143,8^\circ$.

c) Sai.

Điểm trên đường thẳng AD có tọa độ dạng:

$$(0; -343t; 227 - 152t).$$

Tại giao điểm với mặt nước:

$$227 - 152t = 0 \Rightarrow t = \frac{227}{152}.$$

Vậy giao điểm là $\left(0; -\frac{77861}{152}; 0\right)$, khác điểm $(0; -77861; 0)$.

d) Sai.

Ta có $M(0; -230; 75)$.

Vì $MN \parallel Oz$ và $N \in AD$ nên:

$$z_N = 227 - \frac{152 \cdot 230}{343}.$$

Do đó:

$$MN = z_N - 75 = \frac{152(343 - 230)}{343} = \frac{17176}{343} \approx 50,08\text{m}.$$

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1.

Các nhóm là:

$$[0,94;0,97), [0,97;1,00), [1,00;1,03), [1,03;1,06).$$

Tần số tương ứng là 4; 6; 6; 4.

Giá trị đại diện tương ứng là 0,955; 0,985; 1,015; 1,045.

Số trung bình là:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 0,955 + 6 \cdot 0,985 + 6 \cdot 1,015 + 4 \cdot 1,045}{20} = 1.$$

Phương sai là:

$$s^2 = \frac{4(0,955-1)^2 + 6(0,985-1)^2 + 6(1,015-1)^2 + 4(1,045-1)^2}{20} = 0,000945.$$

Vậy độ lệch chuẩn là:

$$s = \sqrt{0,000945} \approx 0,03\text{kg}.$$

Đáp số: 0,03.

Câu 2.

Chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm là:

$$\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = 150 + \frac{900}{x}.$$

Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \bar{C}(x) = 150.$$

Vậy $t = 150$.

Đáp số: 150.

Câu 3.

Tốc độ bơm nước là:

$$v(t) = V'(t) = \frac{90t^2 - t^3}{100} = \frac{t^2(90 - t)}{100}.$$

Ta có:

$$v'(t) = \frac{3t(60 - t)}{100}.$$

Trên $(0; 90)$, hàm số $v(t)$ tăng đến $t = 60$ rồi giảm.

Vì vậy:

$$v_{\max} = v(60) = \frac{60^2 \cdot 30}{100} = 1080.$$

Đáp số: 1080.

Câu 4.

Gọi hai kích thước đáy hộp là a, b và chiều cao là h , cùng tính bằng cm.

Do các cạnh xiên trong hình khai triển tạo với cạnh hình vuông góc 45° , ta có:

$$\frac{a + b + 2h}{\sqrt{2}} = 6 \Rightarrow \frac{a + b}{2} = 3\sqrt{2} - h.$$

Thể tích hộp thỏa mãn:

$$V = abh \leq \left(\frac{a + b}{2} \right)^2 h = h(3\sqrt{2} - h)^2.$$

Dấu bằng xảy ra khi $a = b$.

Xét $g(h) = h(3\sqrt{2} - h)^2$, với $0 < h < 3\sqrt{2}$.

Ta có:

$$g'(h) = (3\sqrt{2} - h)(3\sqrt{2} - 3h).$$

Suy ra $g(h)$ tăng trên $(0; \sqrt{2})$ và giảm trên $(\sqrt{2}; 3\sqrt{2})$.

Vậy thể tích lớn nhất đạt được khi $h = \sqrt{2}$ và $a = b = 2\sqrt{2}$.

Khi đó:

$$V_{\max} = (2\sqrt{2})^2 \cdot \sqrt{2} = 8\sqrt{2} \approx 11,3 \text{ cm}^3.$$

Đáp số: 11,3.

Câu 5.

Trải phẳng các mặt tường mà dây điện đi qua. Đường dây ngắn nhất trở thành đoạn thẳng nối hai đầu dây trên hình trải phẳng.

Độ chênh lệch độ cao giữa hai đầu dây là:

$$\Delta z = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2} \text{ m}.$$

Nếu đi qua phía bức tường (Oyz), cột nhô ra làm tăng quãng đường ngang thêm $2 \cdot 0,2 = 0,4 \text{ m}$.

Khoảng cách theo phương ngang trên hình trải phẳng là:

$$L_1 = 1 + 4 + \frac{1}{2} + 2 \cdot 0,2 = 5,9 \text{ m}.$$

Nếu đi vòng qua phía đối diện, khoảng cách theo phương ngang là:

$$L_2 = (3 - 1) + 4 + \left(3 - \frac{1}{2}\right) = 8,5 \text{ m}.$$

Vì $L_1 < L_2$, độ dài dây tối thiểu là:

$$\ell_{\min} = \sqrt{5,9^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} \approx 6,09 \text{ m}.$$

Đáp số: 6,09.

Câu 6.

Ta có $AB = \frac{1}{2} \text{ m}$ và $D\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.

Gọi I là tâm hình vuông $ABCD$. Khi đó:

$$I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1\right) \text{ và } IA = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ m.}$$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SI \perp (ABCD)$.

Cạnh bên của khối chóp là $SA = 0,6 \text{ m}$. Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác vuông SIA , ta được:

$$SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{0,6^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{94}}{20} \text{ m.}$$

Vì khối chóp nằm phía trên trụ nên:

$$S\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 1 + \frac{\sqrt{94}}{20}\right).$$

Do đó:

$$a + b + c = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{\sqrt{94}}{20} = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{94}}{20} \approx 1,98.$$

Đáp số: 1,98.

----- HẾT -----