

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$; M, N là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

b) Giải phương trình $\log_3(8 \cdot 3^x + 9) = 2x$ trên tập số thực.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và trục hoành.

Câu 5 (1,0 điểm).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 11 = 0$ và điểm $I(3; 6; 7)$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha}$, biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.

b) Biển số xe ô tô của tỉnh X (nếu không kể mã số tỉnh) có 7 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong 26 chữ cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1; 2; \dots; 9\}$, mỗi kí tự ở năm vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Một người chọn ngẫu nhiên một biển số xe trong tất cả các biển số trên. Tính xác suất để người đó chọn được một biển số mà có 5 kí tự ở 5 vị trí cuối là một dãy số tiến (chữ số liền sau lớn hơn chữ số liền trước).

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là trung điểm AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I .

Gọi $H(-\frac{17}{5}; \frac{9}{5})$, $K(-1; 3)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và B lên AI . Phương trình đường phân giác trong của góc A là $(d): 3x - y + 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} y^2(y^2 + 1)^2 + (x^2 + 3x + 2)(x + 2) = 2(y^3 + y)(x + 2)\sqrt{x + 1} \\ \left[4\sqrt{x^2 - 2y^2 + 4} - \sqrt{x^4 + 3} + y^2 - 1 \right] \left[1 + y^2\sqrt{x^2 + 2y^2} - \sqrt{x^2 + y^2} \left(1 + \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \right) \right] = x + 1 - y^2 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^8z^8 + y^8z^8 \leq 3z^8 - 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2z^5}{(yz+1)^5} + \frac{y^2z^5}{(xz+1)^5} + \frac{1}{z^2(x+y)^5}$.

Hết

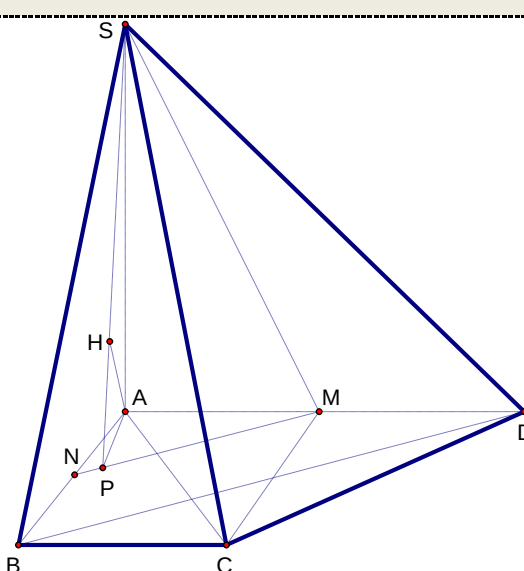
Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

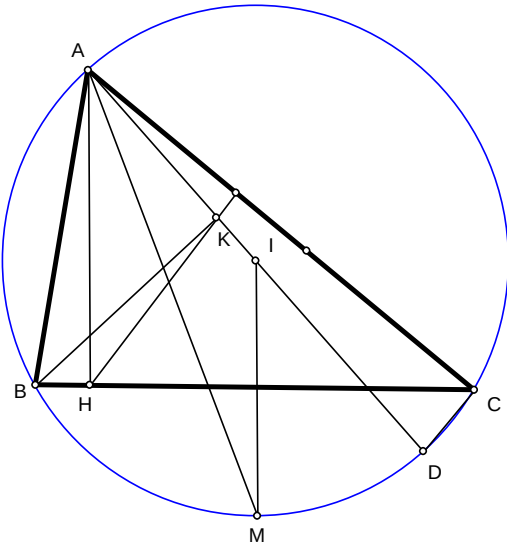
Họ và tên thí sinh:, Số báo danh:

ĐÁP ÁN-THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm																	
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.	1,0																	
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																	
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(0; 2)$ - Cực trị: hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 0$; đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -4$. - Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																	
	<table><tr><td rowspan="3">- Bảng biến thiên:</td><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	- Bảng biến thiên:	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	0,25
	- Bảng biến thiên:		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
y'			+	0	-	0	+												
y		$-\infty$	0	-4	$+\infty$														
Đồ thị: Đồ thị nhận điểm uốn $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.	0,25																		
2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.	1,0																	
	Ta có $f(x)$ liên tục và xác định trên đoạn $[1; 4]$ và $f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$.	0,25																	
	Với $x \in [1; 4], f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0,25																	
	Ta có: $f(1) = 10, f(3) = 6, f(4) = \frac{25}{4}$	0,25																	
	Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm $f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ lần lượt là 10 và 6.	0,25																	
3	a) Cho $z^2 - 4z + 5 = 0$. M, N biểu diễn z_1, z_2 . Tính độ dài đoạn MN .	0,5																	

	Phương trình đã cho có $\Delta' = 4 - 5 = -1 = i^2$ nên có hai nghiệm $z_{1,2} = 2 \pm i$.	0,25
	Từ đó $M(2;1), N(2;-1) \Rightarrow MN = 2$. Vậy $MN = 2$.	0,25
	b) Giải phương trình $\log_3(8 \cdot 3^x + 9) = 2x$ trên tập hợp số thực.	0,5
	Phương trình đã cho tương đương với $8 \cdot 3^x + 9 = 3^{2x} \Leftrightarrow 3^{2x} - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 \\ 3^x = -1(\text{VN}) \end{cases}$ Với $3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$. Đáp số: $\boxed{x = 2}$.	0,25
4	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ và trục hoành.	1,0
	Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là: $x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
	Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^3 x^3 - 3x^2 $	0,25
	$= -\int_0^3 (x^3 - 3x^2) dx = -\left(\frac{x^4}{4} - x^3\right)\Big _0^3$	0,25
	$= \frac{27}{4}$. Vậy diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \frac{27}{4}$	0,25
5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 11 = 0$ và điểm $I(3;6;7)$. Lập phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (P) và (S) .	1,0
	Mặt cầu (S) tâm I có bán kính $R = d(I, (P)) = \frac{ 3+12+14-11 }{3} = 6$.	0,25
	Phương trình mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-6)^2 + (z-7)^2 = 36$.	0,25
	Đường thẳng (d) qua I và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 6+2t \\ z = 7+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.	0,25
	Giả sử M là tiếp điểm của (P) và (S) $M = (d) \cap (P) \Rightarrow (3+t) + (12+4t) + (14+4t) - 11 = 0 \Leftrightarrow 9t + 18 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow \boxed{M(1;2;3)}$	0,25
6	a) Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha}$, biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$.	0,5
	Ta có: $P = \frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{2 \cos 2\alpha \sin \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha}$	0,25
	$= \frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{\cos \alpha} = \frac{1}{6}$	0,25

	b) Biển số xe ô tô của tỉnh X (nếu không kể mã số tỉnh) có 7 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong 26 chữ cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1; 2; \dots; 9\}$, mỗi kí tự ở năm vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$. Một người chọn ngẫu nhiên một biển số xe trong tất cả các biển số trên. Tính xác suất để người đó chọn được một biển số mà có 5 kí tự ở 5 vị trí cuối là một dãy số tiến (chữ số liền sau lớn hơn chữ số liền trước).	0,5
	Ta có 26 cách chọn chữ cái xếp ở vị trí đầu tiên. Tương tự có 9 cách chọn chữ số cho vị trí thứ hai và có 10 cách chọn chữ số cho mỗi vị trí trong năm vị trí còn lại, do đó theo quy tắc nhân ta có số phần tử của không gian mẫu là: $\Omega = 26.9.10.10.10.10.10 = 23400000$.	0,25
	Gọi A là biến cố chọn được biển số mà có 5 kí tự sau là một dãy số tiến. Ta biết rằng với 5 chữ số khác nhau chỉ có duy nhất một cách sắp xếp để được một dãy năm số tăng dần, do đó mỗi cách chọn 5 trong 10 chữ số thuộc tập $\{0; 1; 2; \dots; 9\}$ cho ta một dãy năm số tăng dần, do đó: $ \Omega_A = 26.9.C_{10}^5 \Rightarrow P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{63}{25000}.$	0,25
7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = a$; $AD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAD) và (SAB) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi M là trung điểm AD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.	1,0
	Ta có $\begin{cases} (SAD) \cap (SAB) = SA \\ (SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (ABCD), \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases}$ Từ đó ta cũng có góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45^\circ$. 	0,25
	$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.AC.\frac{1}{2}(AD + BC).AB = \frac{1}{6}a\sqrt{2}.(2a + a).a = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$	0,25
	Gọi N là trung điểm $AB \Rightarrow BD \parallel (SMN)$. Suy ra: $d(SM, BD) = d(BD, (SMN)) = d(D, (SMN)) = d(A, (SMN)).$ Kê $AP \perp MN (P \in MN), AH \perp SP (H \in SP) \Rightarrow AH \perp (SMN) \Rightarrow d(A, (SMN)) = AH$.	0,25
	Tam giác vuông SAP có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AP^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{11}{2a^2}.$	0,25

	Suy ra $AH = \frac{a\sqrt{22}}{11} \Rightarrow d(SM, BD) = \frac{a\sqrt{22}}{11}$.	
8	Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I. Gọi $H(-\frac{17}{5}; \frac{9}{5})$, $K(-1;3)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và B lên AI. Phương trình đường phân giác trong của góc A là $(d): 3x - y + 8 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC Gọi M là giao điểm thứ hai của phân giác (d) với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ($M \neq A$), suy ra $IM \perp BC \Rightarrow IM \parallel AH \Rightarrow \widehat{HAM} = \widehat{IMA}$. Mặt khác tam giác IAM cân tại $I \Rightarrow \widehat{IAM} = \widehat{IMA}$, do đó $\widehat{HAM} = \widehat{IAM}$ hay AM là phân giác $\widehat{HAI}$. (AH và AI đối xứng nhau qua AM) 	1,0
	Gọi E là điểm đối xứng của H qua AM, suy ra $E \in AI$, $E(-1;1)$. Phương trình AI qua 2 điểm E, K là: $x + 1 = 0 \Rightarrow AI \cap AM = A(-1;5)$.	0,25
	Gọi D là điểm đối xứng với A qua I, suy ra $\widehat{ACD} = 90^\circ$; $\widehat{BAD} = \widehat{BCD}$, mà tứ giác $AKHB$ nên có $\widehat{BAD} = \widehat{KHC}$ (cùng bù góc $\widehat{BHK}$). Do đó $\widehat{KHC} = \widehat{BCD} \Rightarrow HK \parallel CD \Rightarrow HK \perp AC$. Phương trình AC qua A và vuông góc với HK là: $2x + y - 3 = 0$. Phương trình BC qua H và vuông góc với AH là: $3x + 4y + 3 = 0 \Rightarrow BC \cap AC = C(3; -3)$.	0,25
	Phương trình KB qua K và vuông góc với AI là: $y - 3 = 0 \Rightarrow KB \cap BC = B(-5; 3)$. Vậy ba đỉnh của tam giác ABC là: $A(-1; 5)$; $B(-5; 3)$; $C(3; -3)$.	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} y^2(y^2 + 1)^2 + (x^2 + 3x + 2)(x + 2) = 2(y^3 + y)(x + 2)\sqrt{x + 1} & (1) \\ \left[\sqrt[4]{x^2 - 2y^2 + 4} - \sqrt{x^4 + 3} + y^2 - 1 \right] \left[1 + y^2\sqrt{x^2 + 2y^2} - \sqrt{x^2 + y^2} \left(1 + \sqrt{x^2 + y^2 + 1} \right) \right] = x + 1 - y^2 & (2) \end{cases}$	1,0
	Đk: $x \geq -1$, $x^2 - 2y^2 + 4 \geq 0$. $(1) \Leftrightarrow (y^3 + y)^2 - 2(y^3 + y)(x + 2)\sqrt{x + 1} + (x + 2)^2(x + 1) = 0$ $\Leftrightarrow \left[y^3 + y - (x + 2)\sqrt{x + 1} \right]^2 = 0 \Leftrightarrow y^3 + y = (x + 2)\sqrt{x + 1}$	0,25
	$\Leftrightarrow y^3 + y = (x + 1)\sqrt{x + 1} + \sqrt{x + 1} \quad (3)$ Xét hàm số: $f(t) = t^3 + t$ trên $\mathbb{R}$, có $f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ $(3) \Leftrightarrow f(y) = f(\sqrt{x + 1}) \Leftrightarrow y = \sqrt{x + 1}$ Thay vào (2) ta có: $\left[\sqrt[4]{x^2 - 2x + 2} - \sqrt{x^4 + 3} + x \right] \left[1 + (x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 2} - \sqrt{x^2 + x + 1} \left(1 + \sqrt{x^2 + x + 2} \right) \right] = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt[4]{x^2-2x+2}-\sqrt{x^4+3}+x=0 & (4) \\ 1+(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2+x+1}\left(1+\sqrt{x^2+x+2}\right)=0 & (5) \end{cases}$	
	Giải (4): $(4) \Leftrightarrow \sqrt[4]{x^2-2x+2}+x=\sqrt{x^4+3}$ Ta có: $\sqrt[4]{x^2-2x+2}=\sqrt[4]{(x^2-2x+2).1.1.1}\leq \frac{x^2-2x+5}{4}$ Do đó từ (4) suy ra $\sqrt{x^4+3}=\sqrt[4]{x^2-2x+2}+x\leq \frac{x^2-2x+5}{4}+x=\frac{x^2+2x+5}{4}$ $\Rightarrow 4\sqrt{x^4+3}\leq x^2+2x+5 \Leftrightarrow 16(x^4+3)\leq (x^2+2x+5)^2$ $\Leftrightarrow 15x^4-4x^3-14x^2-20x+23\leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(15x^2+26x+23)\leq 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2\leq 0 \Leftrightarrow x=1$ (do tam thức bậc hai $15x^2+26x+23>0, \forall x\in\mathbb{R}$) (4) $\Rightarrow x=1$ (thử lại thấy thỏa mãn thỏa mãn)	0,25
	Giải (5): Cách 1: $(5) \Leftrightarrow (1-\sqrt{x^2+x+1})+\left[(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}-\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}\right]=0$ $\Leftrightarrow \frac{-x(x+1)}{1+\sqrt{x^2+x+1}}+\frac{x(2x^2+3x+3)}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}}=0$ $\Leftrightarrow x\left[\frac{2x^2+3x+3}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}}-\frac{x+1}{1+\sqrt{x^2+x+1}}\right]=0$ Do $x\geq -1$ nên $\begin{cases} \sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}\leq \frac{2x^2+2x+3}{2} \\ (x+1)\sqrt{x^2+2x+2}\leq \frac{(x+1)^2+x^2+2x+2}{2}=\frac{2x^2+4x+3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow (x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}\leq 2x^2+3x+3$ $\Rightarrow \frac{2x^2+3x+3}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}}\geq 1$ Mặt khác: $\sqrt{x^2+x+1}\geq \sqrt{x^2}= x \Rightarrow \frac{x+1}{1+\sqrt{x^2+x+1}}\leq \frac{x+1}{1+ x }\leq 1$ $\Rightarrow \frac{2x^2+3x+3}{(x+1)\sqrt{x^2+2x+2}+\sqrt{x^2+x+1}\sqrt{x^2+x+2}}-\frac{x+1}{1+\sqrt{x^2+x+1}}>0 \text{ (dấu “=” không xảy ra)}$ Vậy PT (5) có nghiệm duy nhất $x=0$. Cách 2: Đặt: $u=\sqrt{x^2+x+1}\Rightarrow u^2-x^2-x=1$ $(5) \Leftrightarrow u^2-x^2-x+(x+1)\sqrt{(x+1)^2+1}-u(1+\sqrt{u^2+1})=0$ $\Leftrightarrow u^2-u-u\sqrt{u^2+1}=(x+1)^2-(x+1)-(x+1)\sqrt{(x+1)^2+1} \quad (6)$	0,25

	Xét hàm: $h(t) = t^2 - t - t\sqrt{t^2 + 1}$, có $h'(t) = t^2 - t - t\sqrt{t^2 + 1} = 2t - 1 - \sqrt{t^2 + 1} - \frac{t^2}{\sqrt{t^2 + 1}} = -\frac{(t - \sqrt{t^2 + 1})^2}{\sqrt{t^2 + 1}} - 1 < 0, \forall t$ Do đó hàm số $h(t)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $(6) \Leftrightarrow h(u) = h(x+1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x + 1} = x + 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow x = 0$ Vậy tập nghiệm của hệ là: $\{(0;1), (1; \sqrt{2})\}$	
10	Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn: $x^8 z^8 + y^8 z^8 \leq 3z^8 - 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x^2 z^5}{(yz+1)^5} + \frac{y^2 z^5}{(xz+1)^5} + \frac{1}{z^2(x+y)^5}$.	1,0
	Ta có: $x^8 z^8 + y^8 z^8 \leq 3z^8 - 1 \Leftrightarrow x^8 + y^8 + \frac{1}{z^8} \leq 3$ $P = \frac{x^2}{(y + \frac{1}{z})^5} + \frac{y^2}{(x + \frac{1}{z})^5} + \frac{1}{z^2(x+y)^5}$ Đặt $x = a, y = b, \frac{1}{z} = c$. Bài toán trở thành: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^8 + b^8 + c^8 \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^2}{(b+c)^5} + \frac{b^2}{(c+a)^5} + \frac{c^2}{(a+b)^5}$ Áp dụng BĐT Cô-Si(AM-GM) ta có: $\frac{a^2}{(b+c)^5} + \frac{b+c}{64} \geq \frac{a}{4(b+c)^2}; \quad \frac{a}{(b+c)^2} + \frac{a}{4} \geq \frac{a}{b+c} \Rightarrow \frac{a^2}{(b+c)^5} \geq \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b+c} - \frac{a}{4} \right) - \frac{b+c}{64} \quad (1)$ Tương tự $\frac{b^2}{(c+a)^5} \geq \frac{1}{4} \left(\frac{b}{c+a} - \frac{b}{4} \right) - \frac{c+a}{64} \quad (2)$ $\frac{c^2}{(a+b)^5} \geq \frac{1}{4} \left(\frac{c}{a+b} - \frac{c}{4} \right) - \frac{a+b}{64} \quad (3)$	0,25
	Cộng (1) (2) (3) theo vế ta có $P \geq \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \right) - 3 \frac{a+b+c}{32} \quad (4)$ Mà $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} = (a+b+c) \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) - 3$ $= \frac{1}{2} [(a+b) + (b+c) + (c+a)] \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \right) - 3$ $\geq \frac{1}{2} 3 \sqrt[3]{(a+b)(b+c)(c+a)} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{1}{(a+b)(b+c)(c+a)}} - 3 = \frac{3}{2} \quad (5)$	0,25
	Ta lại có: $a^8 + 1 \geq 2a^4; \quad a^4 + 1 \geq 2a^2; \quad a^2 + 1 \geq 2a \Rightarrow a^8 \geq 2a^4 - 1 \geq 4a^2 - 3 \geq 8a - 7$ Tương tự: $b^8 \geq 8b - 7; \quad c^8 \geq 8c - 7$ $\Rightarrow 3 \geq a^8 + b^8 + c^8 \geq 8(a+b+c) - 21 \Rightarrow a+b+c \leq 3 \quad (6)$	0,25

	Từ (4) (5) (6) ta có $P = \frac{a^2}{(b+c)^5} + \frac{b^2}{(c+a)^5} + \frac{c^2}{(a+b)^5} \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} - \frac{9}{32} = \frac{3}{32}$ Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$. Vậy GTNN của P là $\frac{3}{32}$ khi $x = y = z = 1$.	0,25
--	--	------

.....Hết.....