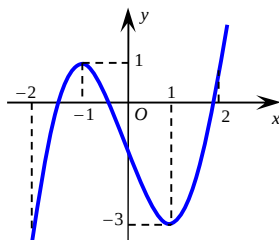


Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

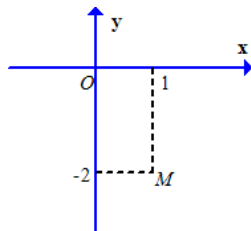
Câu 3: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R . Diện tích toàn phần của hình nón bằng

- A. $\pi R(l + R)$. B. $\pi R(l + 2R)$. C. $\pi R(2l + R)$. D. $2\pi R(l + R)$.

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y = e^{2x+1}$ là

- A. $y' = 2xe^{2x+1}$. B. $y' = 2e^{2x+1}$.
C. $y' = e^{2x+1}$. D. $y' = \frac{1}{2}e^{2x+1}$.

Câu 5: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của z .



- A. Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$. B. Phần thực là -2 và phần ảo là 1.
C. Phần thực là 1 và phần ảo là -2 . D. Phần thực là -2 và phần ảo là i .

Câu 6: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x - 4)$.

- A. $S = (2; +\infty)$. B. $S = (1; +\infty)$.
C. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. D. $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} + x^2$ là

- A. $F(x) = e^{2x} + \frac{x^3}{3} + C$. B. $F(x) = 2e^{2x} + 2x + C$.
C. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{x^3}{3} + C$. D. $F(x) = e^{2x} + x^3 + C$.

Câu 8: Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó bằng 8π .

- A. $h = \sqrt[3]{32}$. B. $h = \sqrt[3]{4}$. C. $h = 2\sqrt{2}$. D. $h = 2$.

Câu 9: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(1) - F(2)$ bằng

- A. $\int_1^2 [-f(x)] dx$. B. $\int_2^1 F(x) dx$.
C. $\int_1^2 [-F(x)] dx$. D. $\int_1^2 f(x) dx$.

Câu 10: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

- A. $S = \{0\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-2\}$. D. $S = \emptyset$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$ là

- A. $\ln x - \cos x + C$ B. $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$
C. $\ln|x| - \cos x + C$ D. $\ln|x| + \cos x + C$

Câu 12: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z có tọa độ là

- A. $(2; -3)$. B. $(2; 3)$. C. $(-2; -3)$. D. $(-2; 3)$.

Câu 13: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

- A. $y = -3$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 14: Đồ thị của hàm số $y = x^3 + 2$ và đồ thị của hàm số $y = x + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 15: Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = -\frac{1}{2}$. B. $I = 2$. C. $I = -2$. D. $I = \frac{1}{2}$.

Câu 16: Thể tích khối chóp có diện tích đáy $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao $3a$ là

- A. $V = 3a^3\sqrt{2}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$.
C. $V = 9a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^2\sqrt{2}$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là:

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = 2$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + 2x^2 + 3$. B. $y = \frac{x-1}{x+3}$.
C. $y = x^3 + x^2 + 2x + 1$. D. $y = -x^3 - x - 2$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan \alpha$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 20: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

- A. A_6^3 . B. C_6^3 . C. A_7^3 . D. 6^3 .

Câu 21: Tính thể tích V của khối lập phương biết độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$.

A. $V = 3\sqrt{3}$.

B. $V = 9$.

C. $V = 81\sqrt{3}$.

D. $V = 27$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = \frac{1}{2}$. Tính u_5 .

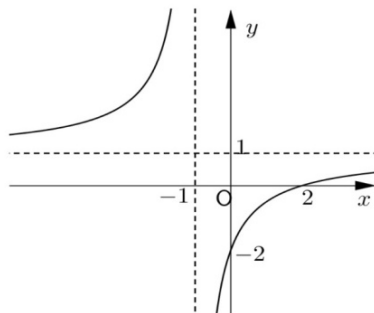
A. $u_5 = \frac{3}{10}$.

B. $u_5 = \frac{3}{32}$.

C. $u_5 = \frac{15}{2}$.

D. $u_5 = \frac{3}{16}$.

Câu 23: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches the boundaries of the domain and at critical points. The horizontal axis represents x with values $-\infty, -3, 0, 3, +\infty$. The vertical axis represents y with values $+\infty, -2, 1, -2, +\infty$. Arrows indicate the direction of the function's path: from $(-\infty, +\infty)$ down to $(-3, -2)$, from $(-3, -2)$ up to $(0, 1)$, from $(0, 1)$ down to $(3, -2)$, and from $(3, -2)$ up to $(+\infty, +\infty)$.

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f(3)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

C. $x_0 = -3$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

D. $M(0;1)$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

A. $I(2;4;0)$.

B. $I(1;2;0)$.

C. $I(1;2;3)$.

D. $I(2;4;6)$.

Câu 26: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): -2x + 5y - 6z + 7 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2; -5; 6)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 5; 6)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -5; -6)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; -5; 6)$.

Câu 27: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}, y = 0, x = 1, x = 4$. Vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox có thể tích là

A. $\frac{21\pi}{16}$.

B. $\frac{21}{16}$.

C. $\frac{15\pi}{8}$.

D. $\frac{15}{16}$.

Câu 28: Tổ 1 của lớp 12A có 10 học sinh gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra 2 bạn trong tổ 1 để phân công trực nhật. Xác suất để chọn được 1 bạn nam và 1 bạn nữ là

A. $\frac{4}{15}$.

B. $\frac{6}{25}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{8}{15}$.

Câu 29: Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

A. $P = x^2$

B. $P = \sqrt{x}$

C. $P = x^{\frac{2}{9}}$

D. $P = x^{\frac{1}{8}}$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

A. $\vec{a} = (3; 1; -4)$.

B. $\vec{a} = (4; 1; -1)$.

C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$.

D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Câu 31: Cho hai số phức $z = 3 - 2i$, khi đó số phức $w = 2z - 3\bar{z}$ là

A. $-3 - 2i$.

B. $11 + 2i$.

C. $-3 - 10i$.

D. $-3 + 2i$.

Câu 32: Cho biết $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = -2$. Tính tích phân $I = \int_0^2 [2x + f(x) - 2g(x)]dx$.

A. $I = 11$.

B. $I = 18$.

C. $I = 5$.

D. $I = 3$.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Mô đun của số phức $w = (z + 1)\bar{z}$ bằng.

A. 2.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 4.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$?

A. $P(2; -1; -2)$.

B. $Q(2; -2; -1)$.

C. $N(2; 1; 2)$.

D. $M(0; 1; 1)$.

Câu 35: Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 5]$. Tính $|M| + |m|$.

A. 32.

B. 70.

C. 19.

D. 51.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 2; -1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ là:

A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

B. $(1; 1; -2)$.

C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

D. $(-2; 1; 1)$.

Câu 37: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = \sqrt{2}, |z_1 - z_2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|2z_1 + z_2 - (5 + 5i)|$ bằng

A. $5\sqrt{2} + \sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{10} - 5\sqrt{2}$.

C. $5\sqrt{2} - \sqrt{10}$.

D. $2\sqrt{10} + 5\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{15}$.

B. $V = \frac{2a^3\sqrt{15}}{15}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

D. $V = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để bất phương trình $2020^x + 6^x \geq m \cdot 2021^x$ có nghiệm không âm?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 3, đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

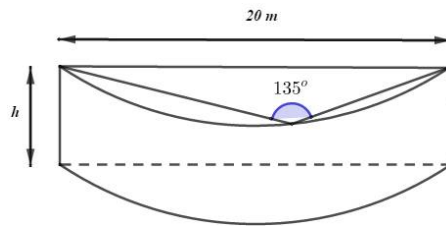
- A. $\frac{13}{36}$. B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{13}$. D. $\frac{6}{13}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 2 & \text{khi } x > 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x \, dx - 3 \int_0^1 f(3-2x) \, dx = a + b \ln 2$,

với a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + 15b$ bằng

- A. 18. B. 10. C. 48. D. 6.

Câu 42: Ông N muốn xây một cái bể như hình vẽ, mặt cong bên ngoài được xây trùng với mặt xung quanh của một khối trụ. Nếu ông N xây bể có thể tích $V = 500 \text{ m}^3$ thì chiều cao h (tính theo đơn vị mét) của bể là

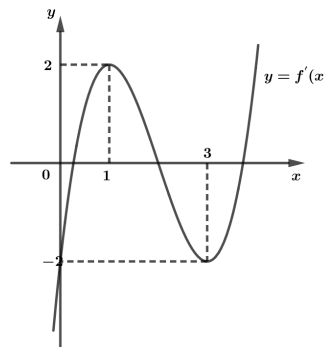


- A. $\frac{15}{2(\pi-1)}$. B. $\frac{20}{\pi-2}$. C. $\frac{10}{\pi-2}$. D. $\frac{15\sqrt{2}}{\pi-1}$.

Câu 43: Cho số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-4| = |z|$ và $(z+4)(\bar{z}+2i)$ là số thực. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3a^2$

- A. 21. B. 22. C. 20. D. 19.

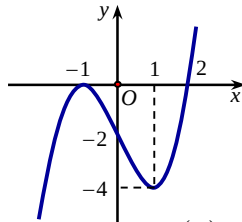
Câu 44: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có $f(0) = 4$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = \left| f(x+2) - \sqrt{2}^{x+2} - \frac{10}{3} \right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

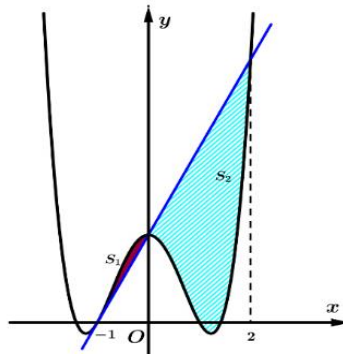


- A. $f(2)$. B. $f(-1)$. C. $f(0)$. D. $f(-2)$.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \leq x \leq 2020$, $1 \leq y \leq 2020$ và $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 16 \cdot 2^y + \log_2(2x+1)$.

- A. 2019. B. 2020. C. 1010. D. 1011.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) . Biết $f(-1) = 0$. Tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x = -1$ của (C) cắt (C) tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.



- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{1}{28}$ D. $\frac{2}{25}$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3; -1; 4)$ và mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc ngoài với mặt cầu (S_1) là

- A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 4$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 2$.
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 4$. D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = 16$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $M(4; 6; 3)$. Qua M kẻ các tia Mx, My, Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là A, B, C . Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a; b; c)$. Tính $a + 3b - c$.

- A. 20. B. 9. C. 11. D. 14.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 6 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3\sqrt{6}$. Đường thẳng Δ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$. B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{1}$. D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

.....HẾT.....

Họ tên thí sinh:.....SBD:.....

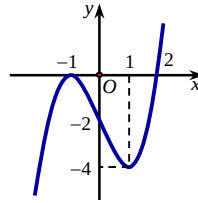
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Câu	Mã 121	Mã 122	Mã 123	Mã 124
1.	B	A	C	D
2.	B	B	B	A
3.	A	B	A	B
4.	B	C	A	B
5.	C	C	D	A
6.	D	D	D	B
7.	C	D	B	D
8.	D	B	A	B
9.	A	A	B	A
10.	D	B	B	A
11.	C	D	A	B
12.	B	B	B	D
13.	C	A	D	D
14.	A	D	C	A
15.	B	A	D	D
16.	B	C	C	B
17.	D	C	D	A
18.	C	D	B	C
19.	D	B	A	B
20.	A	D	A	C
21.	D	A	C	A
22.	D	A	A	A
23.	A	A	A	D
24.	D	A	C	B
25.	B	D	A	D
26.	A	B	B	A
27.	A	B	C	B
28.	D	D	D	C
29.	B	B	B	D
30.	D	B	D	A
31.	C	A	A	B
32.	A	B	B	C
33.	B	C	A	B
34.	B	B	B	C
35.	B	A	B	C
36.	C	A	D	B
37.	C	D	A	C
38.	D	D	B	D
39.	A	C	C	C
40.	B	C	D	C
41.	A	A	D	C
42.	C	C	C	C
43.	C	C	A	B
44.	A	D	C	B
45.	D	C	D	D
46.	C	D	C	A
47.	C	C	C	C
48.	A	D	D	D
49.	B	D	C	A
50.	D	C	B	D

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 4- MÔN TOÁN KHỐI 12
HƯỚNG DẪN MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng



A. $f(2)$.

B. $f(-1)$.

C. $f(0)$.

D. $f(-2)$.

Lời giải

Từ đồ thị thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Xét $g(x) = f(x^2 - 2)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$g'(x) = 2xf'(t)$ với $t = x^2 - 2, t \in [-2; 2]$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ t = x^2 - 2 = -1 \\ t = x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Có $f'(t) > 0 \Leftrightarrow t = x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$	
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
g								

Vậy giá trị lớn nhất bằng $g(0) = f(-2)$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để bất phương trình: $2020^x + 6^x \geq m \cdot 2021^x$ có nghiệm không âm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Phương trình tương đương với $m \leq \frac{2020^x + 6^x}{2021^x}$.

Để bất phương trình có nghiệm không âm thì $m \leq \max_{x \geq 0} \left(\frac{2020^x + 6^x}{2021^x} \right)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2020^x + 6^x}{2021^x} = \left(\frac{2020}{2021} \right)^x + \left(\frac{6}{2021} \right)^x$ trên tập $D = [0; +\infty)$.

Ta có $f(x)$ nghịch biến trên $[0; +\infty)$.

Suy ra $\max_{x \geq 0} \left(\frac{2020^x + 6^x}{2021^x} \right) = f(0) = 2$ nên $m \leq 2$. Do đó $m \in \{0; 1; 2\}$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -3x^2 + 2 & \text{khi } x > 1 \\ \frac{1}{x-2} & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx - 3 \int_0^1 f(3-2x) dx = a + b \ln 2$, với

a, b là các số nguyên. Giá trị của $a + 15b$ bằng

A. 18.

B. 10.

C. 48.

D. 6.

Lời giải

* Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Khi $x = 0$ thì $t = 0$, khi $x = \frac{\pi}{2}$ thì $t = 1$,

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \frac{1}{x-2} dx = -\ln 2$$

$$\text{* Tính } \int_0^1 f(3-2x) dx. \text{ Đặt } u = 3-2x \Rightarrow du = -2dx \Rightarrow dx = \frac{-du}{2}$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 f(3-2x) dx = \int_3^1 f(u) \left(\frac{-du}{2} \right) = \frac{1}{2} \int_1^3 f(u) du = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (-3x^2 + 2) dx = -11$$

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx - 3 \int_0^1 f(3-2x) dx$$

$$= -\ln 2 - 3(-11) = 33 - \ln 2 \Rightarrow a = 33, b = -1 \Rightarrow a + 15b = 18.$$

Câu 4: Cho số phức $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-4| = |z|$ và $(z+4)(\bar{z}+2i)$ là số thực. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3a^2$

A. 21.

B. 20.

C. 19.

D. 22.

Lời giải

Từ giả thiết ta có:

$$(z+4)(\bar{z}+2i) = (a+4+bi)[a+(2-b)i] \text{ là số thực } \Leftrightarrow (a+4)(2-b) + ab = 0 \Leftrightarrow 2a - 4b + 8 = 0.$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} (a-4)^2 + b^2 = a^2 + b^2 \\ a - 2b + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Vậy: } T = a + 2b + 3a^2 = 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2^2 = 20.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

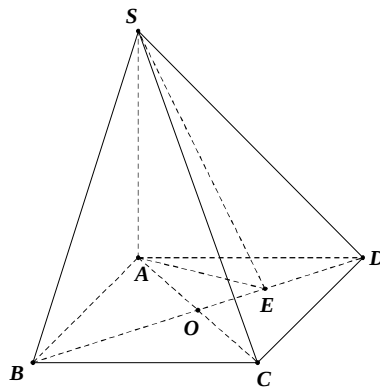
A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$.

C. $\frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$.

D. $\frac{2a^3 \sqrt{15}}{15}$.

Lời giải



Kẻ $AE \perp BD$.

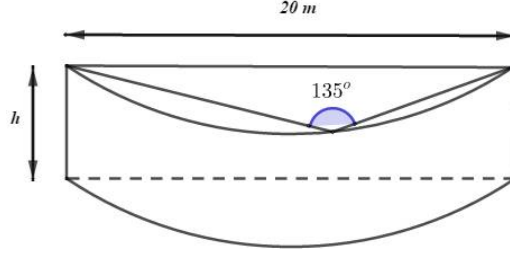
$$60^\circ = \left(\widehat{(SBD), (ABCD)} \right) = \widehat{SEA}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABD \text{ vuông tại } A \text{ có } AE = \frac{AD \cdot AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{Xét } \triangle SAE \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Khi đó thể tích } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}.$$

Câu 6: Ông N muốn xây một cái bể như hình vẽ, mặt cong bên ngoài được xây trùng với mặt xung quanh của một khối trụ. Nếu ông N xây bể có thể tích $V = 500 \text{ m}^3$ thì chiều cao h (tính theo đơn vị mét) của bể là



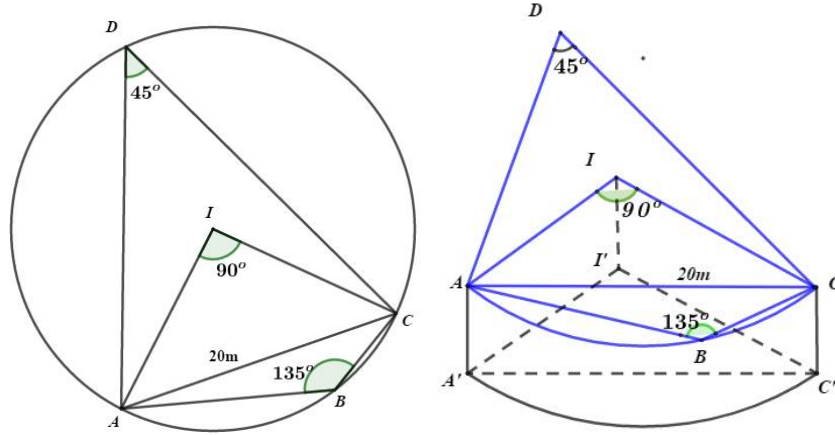
A. $\frac{10}{\pi - 2}$.

B. $\frac{20}{\pi - 2}$.

C. $\frac{15}{2(\pi - 1)}$.

D. $\frac{15\sqrt{2}}{\pi - 1}$.

Lời giải



Xét đường tròn đáy trên của hình trụ có dạng như hình vẽ, ta có $\widehat{ADC} = 180^\circ - \widehat{ABC} = 45^\circ$.

Suy ra $\widehat{AIC} = 2\widehat{ADC} = 90^\circ$.

Xét $\triangle IAC$ vuông cân tại I , ta có $R = IA = \frac{20}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$ (m).

Gọi V_0 là thể tích của khối trụ có đường tròn đáy tâm I bán kính $R = 10\sqrt{2}$ (m), chiều cao h , ta

$$\text{có } \frac{1}{4}V_0 - V_{AIC.A'IC'} = V \Leftrightarrow \frac{h\pi R^2}{4} - \frac{hR^2}{2} = 500 \Leftrightarrow 50h(\pi - 2) = 500 \Leftrightarrow h = \frac{10}{\pi - 2} \text{ (m)}.$$

Câu 7: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$ và

mặt phẳng $(P): x - y + z - 6 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt

d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3\sqrt{6}$. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$.

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+4}{1}$.

D. $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$.

Lời giải

Gọi $A(1+2a; -2+a; 2-2a)$ (do $A \in d_1$); $B(2-b; 3+b; 4+b)$ (do $B \in d_2$)

Suy ra $\overrightarrow{BA} = (2a+b-1; a-b-5; -2a-b-2)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) : $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -1; 1)$.

Do $AB \parallel (P)$ nên $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{n_{(P)}} = 0 \Rightarrow 2a+b-1-a-b+5-2a-b-2=0$

$$\Rightarrow -a + b + 2 = 0 \Rightarrow b = a - 2.$$

$$\text{Ta có: } AB = 3\sqrt{6} \Rightarrow (2a + b - 1)^2 + (a - b - 5)^2 + (-2a - b - 2)^2 = 54$$

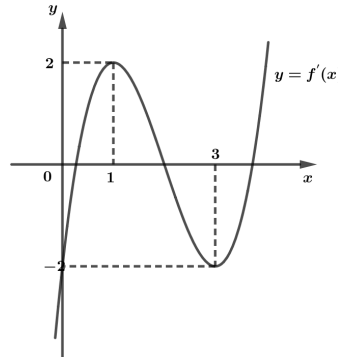
$$\Rightarrow (3a - 3)^2 + 9 + (-3a)^2 = 54 \Rightarrow 18a^2 - 18a - 36 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

TH1: Nếu $a = -1$ thì $A(-1; -3; 4)$ (loại) do $A \in (P)$

TH2: Nếu $a = 2$ thì $A(5; 0; -2)$, $B(2; 3; 4)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 6)$.

Chọn vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (-1; 1; 2)$. Vậy đáp án là D.

Câu 8: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có $f(0) = 4$. Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x) = \left| f(x+2) - \sqrt{2}^{x+2} - \frac{10}{3} \right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có:

$$f''(x) = m(x-1)(x-3) = m(x^2 - 4x + 3) \Rightarrow f'(x) = m\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x\right) + C.$$

$$\text{Mặt khác: } f'(0) = -2, f'(1) = 2 \Rightarrow C = -2, m = 3 \Rightarrow f'(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2.$$

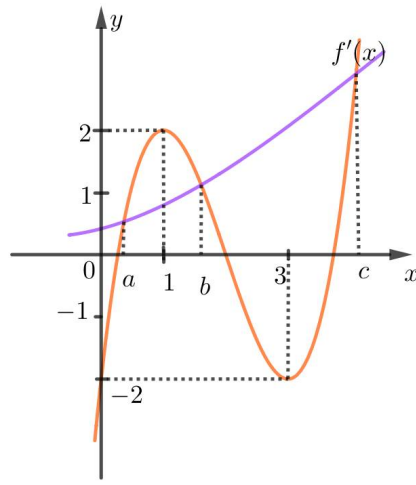
$$f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9x^2}{2} - 2x + C_1, \text{ ta có } f(0) = 4 \Rightarrow C_1 = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{x^4}{4} - 2x^3 + \frac{9x^2}{2} - 2x + 4.$$

$$\text{Đặt } h(x) = f(x+2) - \sqrt{2}^{x+2} - \frac{10}{3} \Rightarrow h'(x) = f'(x+2) - \sqrt{2}^{x+2} \cdot \ln \sqrt{2}.$$

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+2) = \sqrt{2}^{x+2} \cdot \ln \sqrt{2} \text{ hay } f'(t) = \sqrt{2}^t \cdot \ln \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = a; (2 - \sqrt{3} < a < 1) \\ t = b; (1 < b < 2) \\ t = c; (2 + \sqrt{3} < c) \end{cases}.$$

$$(\text{Các nghiệm trên ta chỉ ra được như vậy là do phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases} \text{ và tính}$$

tương giao của 2 đồ thị ở hình sau).



Do đó $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = a - 2 \\ x_2 = b - 2 \\ x_3 = c - 2 \end{cases}$. Có $\begin{cases} h(x_1) = f(a) - \sqrt{2}^a - \frac{10}{3} < 0 \\ h(x_2) = f(b) - \sqrt{2}^b - \frac{10}{3} > 0 \\ h(x_3) = f(c) - \sqrt{2}^c - \frac{10}{3} < 0 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	$a-2$		$b-2$		$c-2$	$+\infty$	
$t = x + 2$	$-\infty$	a		b		c	$+\infty$	
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$h(x)$	$+\infty$			$h(x_2)$			$+\infty$	
		$h(x_1)$			$h(x_3)$			
$g(x) = h(x) $	$+\infty$			$h(x_2)$			$+\infty$	
		$h(x_1)$			$h(x_3)$			
							$g(x) = 0$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu

Câu 9: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \leq x \leq 2020$, $1 \leq y \leq 2020$ và $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 16 \cdot 2^y + \log_2(2x+1)$.

A. 2019.

B. 2020.

C. 1010.

D. 1011.

Lời giải

Ta có $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 16 \cdot 2^y + \log_2(2x+1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(y+3) - 16 \cdot 2^y = \log_2(2x+1) - 4^{x+1}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(y+3) - 2^{y+4} = \log_2(2x+1) - 2^{2x+2} (*)$$

+ Khi $x = 0$ thì $y = -2$ (không thỏa đề)

+ Khi $x = 1$ thì $y = 0$ (không thỏa đề)

+ Khi $x > 1$, Xét $f(t) = \log_2 t - 2^{t+1}$ trên $[4; +\infty)$.

$$\text{Khi đó } f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} - 2^{t+1} \cdot \ln 2 = \frac{1-t \cdot 2^{t+1} \cdot \ln 2 \cdot \ln 2}{t \ln 2} < 0, \forall t \geq 4$$

Suy ra hàm $f(t) = \log_2 t - 2^{t+1}$ nghịch biến trên $[4; +\infty)$. Do đó phương trình (*) thành:

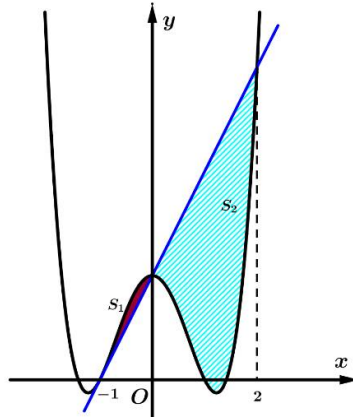
$$y+3=2x+1 \Leftrightarrow y+2=2x \Rightarrow y+2 \text{ chẵn.}$$

$$\text{Vì } 1 \leq y \leq 2020 \text{ nên } \begin{cases} y+2 \geq 3 \\ y+2 \leq 2022 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x \geq 3 \\ 2x \leq 2022 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 1011 \end{cases} \Rightarrow x \in \{2; 3; 4; \dots; 1011\}$$

$$\text{Do đó } (x; y) \in \{(2; 2), (3; 4), (4; 6), (5; 8), \dots, (1011; 2020)\}.$$

Vậy có 1010 cặp số nguyên $(x; y)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) , Biết $f(-1) = 0$. Tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x = -1$ của (C) cắt (C) tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2, Gọi $S_1; S_2$ là diện tích hình phẳng (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$



A. $\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{14}$

C. $\frac{1}{28}$

D. $\frac{2}{25}$

Lời giải

Từ đồ thị (C) nhận thấy $\{a > 0; b < 0; c > 0\}$

Ta có: $f(-1) = 0$ suy ra: $a + b + c = 0$ (1); Gọi $A(-1; 0)$

Phương trình tiếp tuyến tại $A(-1; 0)$ là $(d): y = y'(-1)(x + 1) = (-4a - 2b)(x + 1)$

Phương trình hoành độ giao điểm của tiếp tuyến (d) và đồ thị (C) :

$$(-4a - 2b)(x + 1) = ax^4 + bx^2 + c (*)$$

$$\text{Mà } x = 0, x = 2 \text{ là nghiệm của } (*) \text{ suy ra } \begin{cases} -4a - 2b = c \\ -12a - 6b = 16a + 4b + c \end{cases} (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có: } \begin{cases} c = -a - b \\ -4a - 2b = -a - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -a - b \\ b = -3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2a \\ b = -3a \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } S_1 = \int_{-1}^0 (ax^4 + bx^2 + c - (-4a - 2b)(x + 1)) dx = \int_{-1}^0 (ax^4 - 3ax^2 + 2a - 2a(x + 1)) dx$$

$$= a \int_{-1}^0 (x^4 - 3x^2 - 2x) dx = \frac{a}{5}$$

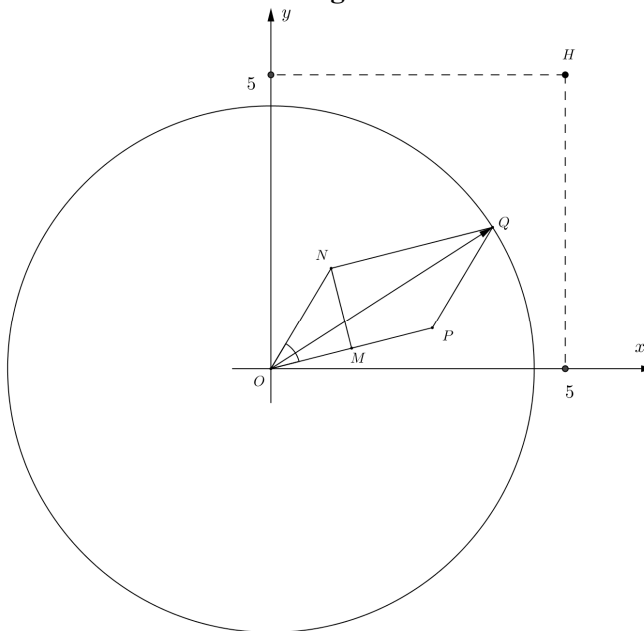
$$S_2 = \int_0^2 ((-4a-2b)(x+1) - (ax^4 + bx^2 + c)) dx = a \int_0^2 (-x^4 + 3x^2 + 2x) dx = \frac{28a}{5}$$

Vậy: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{28}$

Câu 11: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = \sqrt{2}, |z_1 - z_2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|2z_1 + z_2 - (5 + 5i)|$ bằng

- A.** $5\sqrt{2} + \sqrt{10}$. **B.** $5\sqrt{2} - \sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{10} - 5\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10} + 5\sqrt{2}$.

Lời giải



Gọi M, N, P, Q, H lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1; z_2; 2z_1; 2z_1 + z_2; 5 + 5i$.

$$\Rightarrow |z_1| = OM = 1, |z_2| = ON = \sqrt{2} \text{ và } |z_1 - z_2| = MN = 1.$$

$$\text{Xét } \triangle OMN \text{ có: } \cos \widehat{MON} = \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2OM \cdot ON} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{MON} = 45^\circ.$$

Vì tứ giác $OPQN$ là hình bình hành nên $\widehat{OPQ} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ và $PQ = \sqrt{2}$ nên:

$$OQ^2 = QP^2 + OP^2 - 2OP \cdot PQ \cos 135^\circ = 10 \Rightarrow OQ = \sqrt{10} \text{ nên } Q \text{ thuộc đường tròn } (C) \text{ tâm } O \text{ bán kính } R = \sqrt{10}.$$

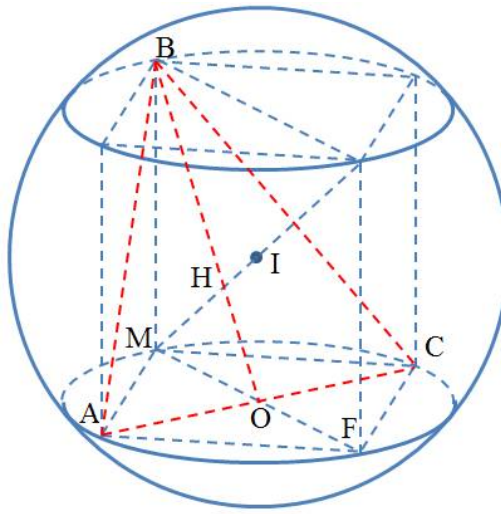
$$\text{Mà: } |2z_1 + z_2 - (5 + 5i)| = HQ \text{ với } H(5; 5).$$

$$|2z_1 + z_2 - (5 + 5i)| \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow HQ \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow HQ = OH - OQ = 5\sqrt{2} - \sqrt{10}.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và $M(4; 6; 3)$. Qua M kẻ các tia Mx, My, Mz đôi một vuông góc với nhau và cắt mặt cầu tại các điểm thứ hai tương ứng là A, B, C . Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a; b; c)$. Tính $a + 3b - c$.

- A.** 9. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải



Ta có $M(4;6;3)$ nằm trên mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R = 5$.

Dựng hình hộp chữ nhật nội tiếp hình cầu, có ba cạnh là MA, MB, MC .

Ta có tâm $I(1;2;3)$ của mặt cầu cũng là tâm của hình hộp chữ nhật.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MAFC$.

Trong mặt phẳng (MBF) , gọi $H = MI \cap BO \Rightarrow H \in BO \subset (ABC)$ (1)

Do H là trọng tâm của $\triangle BMF$ nên $MH = \frac{2}{3}MI$.

Do I, M cố định nên H cố định (2)

Từ (1) và (2) suy ra (ABC) luôn đi qua điểm cố định H .

Gọi $H(a;b;c)$. Ta có $\overrightarrow{MH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MI}$, với $\overrightarrow{MH}(a-4;b-6;c-3); \overrightarrow{MI}(-3;-4;0)$

$$\text{Ta được } \begin{cases} a-4=-2 \\ b-6=-\frac{8}{3} \\ c-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=\frac{10}{3} \\ c=3 \end{cases}.$$

Vậy $a+3b-c=2+10-3=9$.

-----HẾT-----

GV soạn: Trịnh Quốc Phụng