

**CHUYÊN ĐỀ TRẮC NGHIỆM****Môn: Toán 10**

Chuyên đề:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

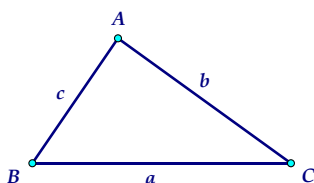
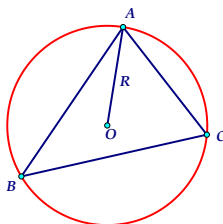
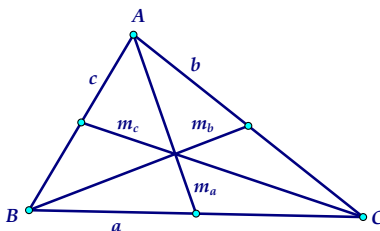
Trường THPT Đặng Huy Trứ

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

Trung tâm Km 10 Hương Trà, Huế

Chủ đề 2:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**I. LÝ THUYẾT****1. Định lý côsin**Xét tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$ và $AB = c$.Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$; $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$ Hệ quả: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$; $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$; $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ **2. Định lý sin**Xét tam giác ABC với $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp.Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ **3. Độ dài trung tuyến**Xét tam giác ABC với m_a , m_b , m_c lần lượt là các trung tuyến kẻ từ A, B, C .

Ta có:

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}; m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}; m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$$

4. Diện tích tam giác

Với tam giác ABC ta kí hiệu h_a, h_b, h_c là độ dài đường cao lần lượt tương ứng với các cạnh BC, CA, AB ; R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác; $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi tam giác; S là diện tích tam giác ABC .
 Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c \\ &= \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C \\ &= \frac{abc}{4R} \\ &= pr \\ &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (Công thức Herong)} \end{aligned}$$

5. Giải tam giác

Việc tính độ dài các cạnh và số đo các góc của một tam giác khi biết một số yếu tố của tam giác đó được gọi là giải tam giác.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = 5, AC = 8$. Tính độ dài cạnh BC .

Câu 2: Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 9, c = 6$.

a) Tính số đo các góc của tam giác.

b) Tính diện tích, bán kính đường tròn ngoại tiếp, bán kính đường tròn nội tiếp, độ dài các đường cao của tam giác.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A = 15^\circ, c = 6$ và $B = 120^\circ$.

a) Tính độ dài các cạnh a, b ;

b) Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và diện tích của tam giác;

c) Tính độ dài đường cao h_a .

Câu 4: Cho tam giác ABC có $a = 14, b = 18, c = 20$. Tính gần đúng góc ABC .

Câu 5: Giải tam giác ABC , biết $c = 14, \hat{A} = 60^\circ, \hat{B} = 40^\circ$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 45^\circ, AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC .

Câu 7: Cho tam giác ABC có $BC = 10, A = 30^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Câu 8: Cho tam giác có ba cạnh là $6, 10, 8$. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Câu 10: Tính diện tích S của tam giác ABC có $c = 4, b = 6, \hat{A} = 150^\circ$.

Câu 11: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là $5, 12, 13$.

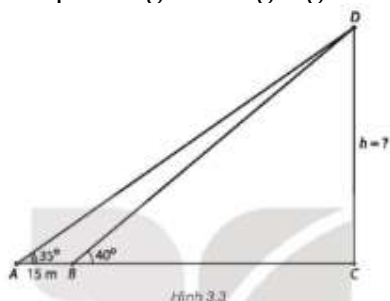
Câu 12: Cho tam giác ABC có góc B tù, $AB = 3, AC = 4$ và có diện tích bằng $3\sqrt{3}$. Tính số đo góc BAC .

Câu 13: Tính diện tích tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4$ cm.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 1, AC = 3, A = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

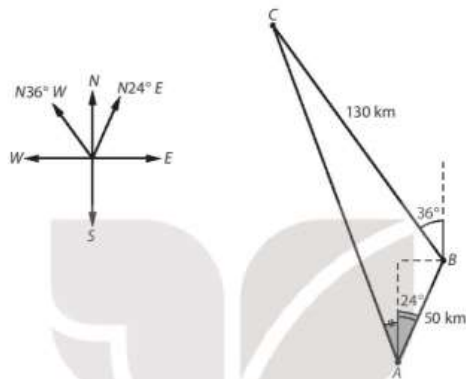
Câu 15: Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 18$ cm và có diện tích bằng 64 cm². Tính $\sin A$.

- Câu 37:** Cho hình bình hành có hai cạnh là 5 và 9, một đường chéo bằng 11. Tìm độ dài đường chéo còn lại.
- Câu 38:** Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\angle BAD = 45^\circ$. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.
- Câu 39:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM .
- Câu 40:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AD . Tính độ dài đoạn thẳng EF .
- Câu 41:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{2}$. Tính góc A biết A là góc tù.
- Câu 42:** Cho tam giác vuông, trong đó có một góc bằng trung bình cộng của hai góc còn lại. Cạnh lớn nhất của tam giác đó bằng a . Tính diện tích tam giác đã cho.
- Câu 43:** Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA = 1$, $MB = 2$, $MC = \sqrt{2}$. Tính góc AMC .
- Câu 44:** Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 2$. Tính độ dài lớn nhất của đoạn OB .
- Câu 45:** Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau 15m. Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang.



Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

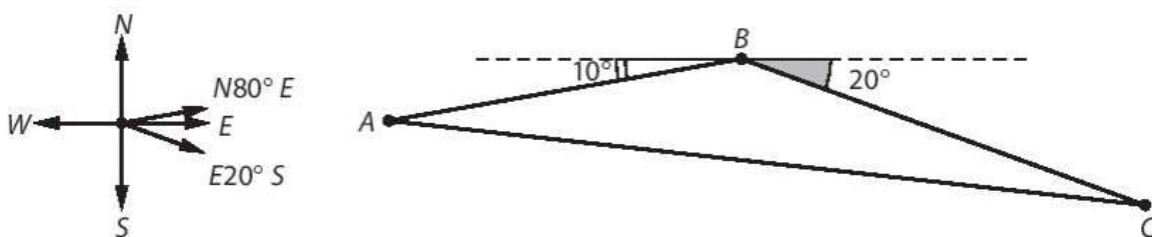
- Câu 46:** Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy 50 km theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp 130 km đến ngư trường C .



a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị đo kilômét).

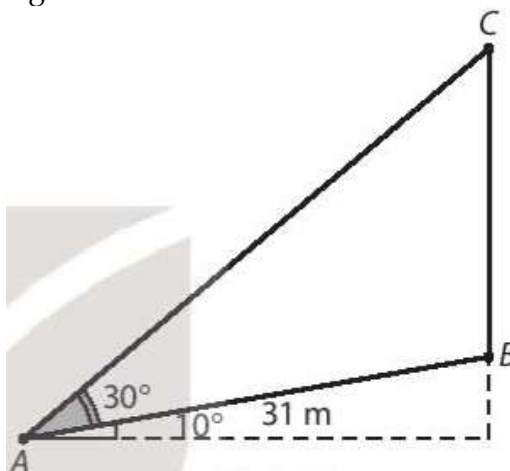
b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Câu 47: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà.



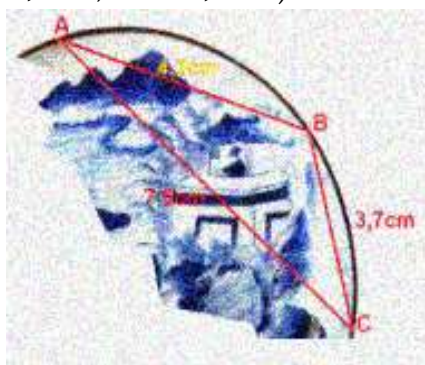
Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômet?

Câu 48: Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang.



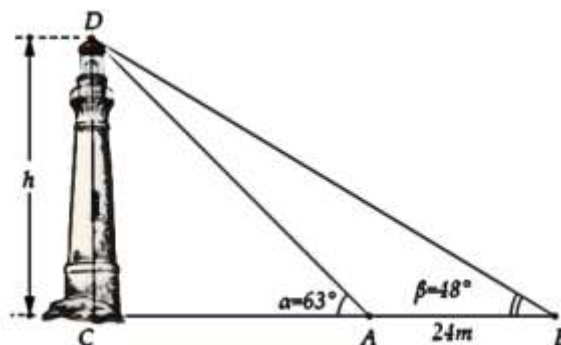
Hãy tính chiều cao của cây.

Câu 49: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3 \text{ cm}$; $BC = 3,7 \text{ cm}$; $CA = 7,5 \text{ cm}$).



Tính gần đúng bán kính của chiếc đĩa này.

Câu 50: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$.



Tính gần đúng chiều cao h của khối tháp.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cdot \cos A$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos A$.

Câu 2: Xét tam giác ABC tùy ý có $BC = a, AC = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$. **B.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 + b^2}{2ac}$. **C.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{ac}$. **D.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Câu 4: Cho tam giác ABC có $BC = a; AB = c; AC = b$ và có R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là **sai**?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. **B.** $\sin A = \frac{a}{2R}$. **C.** $b \cdot \sin B = 2R$. **D.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$.

Câu 5: Xét tam giác ABC , hệ thức nào sau đây **sai**?

A. $a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}$. **B.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$. **C.** $a = 2R \cdot \sin A$. **D.** $b = R \cdot \tan B$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $bc \cos A$. **B.** $bc \sin A$. **C.** $\frac{1}{2} bc \cos A$. **D.** $\frac{1}{2} bc \sin A$.

Câu 7: Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì:

A. A là góc nhọn. **B.** A là góc tù.
C. A là góc vuông. **D.** A là góc nhỏ nhất.

Câu 8: Cho tam giác ABC có $BC = a, CA = b, AB = c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn. **B.** Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A tù.
C. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A nhọn. **D.** Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A vuông.

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $a^2 > b^2 + c^2$ thì A là góc tù.
B. Nếu tam giác ABC có một góc tù thì $a^2 > b^2 + c^2$.
C. Nếu $a^2 < b^2 + c^2$ thì A là góc nhọn.
D. Nếu $a^2 = b^2 + c^2$ thì A là góc vuông.

Câu 10: Cho tam giác ABC thỏa mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Tam giác ABC vuông tại B .
 C. Tam giác ABC tù. D. Tam giác ABC nhọn.
- Câu 11:** Cho tam giác ABC , các đường cao h_a, h_b, h_c thỏa mãn hệ thức $3h_a = 2h_b + h_c$. Tìm hệ thức giữa a, b, c .
 A. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{c}$. B. $3a = 2b + c$. C. $3a = 2b - c$. D. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.
- Câu 12:** Trung tuyến AM của tam giác ABC có độ dài bằng
 A. $\sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$. B. $\frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$. C. $\sqrt{3a^2 - 2b^2 - 2c^2}$. D. $\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.
- Câu 13:** Cho tam giác ABC có $AC = 3\sqrt{3}, AB = 3, BC = 6$. Tính số đo góc B .
 A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 120° .
- Câu 14:** Cho tam giác ABC có $b = 7; c = 5$ và $\cos A = \frac{3}{5}$. Tính a .
 A. $4\sqrt{2}$. B. 2 . C. $\sqrt{2}$. D. 3 .
- Câu 15:** Cho tam giác ABC có $AB = 3\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = 3$. Số đo góc C là
 A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .
- Câu 16:** Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ, C = 45^\circ, AB = 3$. Tính độ dài AC .
 A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 17:** Cho tam giác ABC có $BAC = 105^\circ, ACB = 45^\circ$ và $AC = 8$. Tính độ dài cạnh AB .
 A. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4(1 + \sqrt{3})$.
- Câu 18:** Cho tam giác ABC có $AB = 9, AC = 18$ và $A = 60^\circ$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là
 A. 3 . B. $9\sqrt{3}$. C. 9 . D. 6 .
- Câu 19:** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $6, E$ là trung điểm của CD . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE .
 A. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $3\sqrt{10}$. D. $3\sqrt{5}$.
- Câu 20:** Cho $\triangle ABC$ có $A = 45^\circ, B = 75^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{BC}$.
 A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 21:** Cho tam giác ABC có $BC = 3, AC = 5, AB = 6$. Độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh C bằng
 A. $2\sqrt{2}$. B. 5 . C. $\sqrt{10}$. D. 3 .
- Câu 22:** Cho tam giác ABC có $BC = 4, AC = 5$ và $ACB = 60^\circ$. Độ dài đường trung tuyến hạ từ đỉnh C là
 A. $\frac{\sqrt{61}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{51}}{2}$. C. 3 . D. 2 .

- Câu 23:** Cho tam giác ABC có chu vi bằng 32 và bán kính đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$ bằng 5. Tính diện tích tam giác ABC .
- A. $S = \frac{32}{5}$. B. $S = 40$. C. $S = 160$. D. $S = 80$.
- Câu 24:** Cho tam giác ABC có $a = 5, b = 12, c = 13$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác bằng
- A. 13. B. 6,5. C. 26. D. 7,5.
- Câu 25:** Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ, AB = 3, AC = 4$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
- A. $h_a = \frac{2\sqrt{39}}{13}$. B. $h_a = \frac{\sqrt{39}}{13}$. C. $h_a = \frac{6\sqrt{39}}{13}$. D. $h_a = \frac{3\sqrt{39}}{13}$.
- Câu 26:** Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm. Khi đó, đường trung tuyến AM của tam giác ABC có độ dài bằng
- A. 8 cm. B. 10 cm. C. 9 cm. D. 7,5 cm.
- Câu 27:** Cho tam giác DEF có $DE = DF = 10$ cm và $EF = 12$ cm. Gọi I là trung điểm của cạnh EF . Đoạn thẳng DI có độ dài bằng
- A. 6,5 cm. B. 7 cm. C. 8 cm. D. 4 cm.
- Câu 28:** Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 18$ cm và có diện tích bằng 64 cm². Giá trị $\sin A$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{8}{9}$.
- Câu 29:** Cho tam giác ABC có các góc $A = 105^\circ, B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 30:** Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8, A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .
- A. $\sqrt{129}$. B. 7. C. 49. D. $\sqrt{69}$.
- Câu 31:** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là $\sqrt{3}, \sqrt{2}$ và 1.
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 32:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính $R, AB = R, AC = R\sqrt{3}$. Tính góc A , biết B là góc tù.
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 33:** Tam giác ABC có $a = 14, b = 18, c = 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $B \approx 42^\circ 50'$. B. $B \approx 60^\circ 56'$. C. $B \approx 119^\circ 04'$. D. $B \approx 90^\circ$.
- Câu 34:** Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 9$ cm. Giá trị $\cos A$ bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 35:** Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 5, BC = 6$. Tính $\cos(B+C)$.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $-0,125$. D. $0,75$.
- Câu 36:** Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.
A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 37:** Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $A = 30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
A. 5. B. 10. C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$. D. $10\sqrt{3}$.
- Câu 38:** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.
A. 60. B. 30. C. 34. D. $7\sqrt{5}$.
- Câu 39:** Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC .
A. $5\sqrt{3}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$. D. 10.
- Câu 40:** Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4$ cm thì có diện tích bằng
A. 13 cm^2 . B. $13\sqrt{2}\text{ cm}^2$. C. $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$. D. 15 cm^2 .
- Câu 41:** Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $BAD = 45^\circ$. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.
A. $2a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. a^2 . D. $a^2\sqrt{3}$.
- Câu 42:** Cho hình bình hành có một cạnh là 5 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 5.
A. 3. B. 1. C. $5\sqrt{6}$. D. 5.
- Câu 43:** Cho hình bình hành có hai cạnh là 5 và 9, một đường chéo bằng 11. Tìm độ dài đường chéo còn lại.
A. 9,5. B. $4\sqrt{6}$. C. $\sqrt{91}$. D. $3\sqrt{10}$.
- Câu 44:** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.
A. 1 cm. B. $\sqrt{2}$ cm. C. 2 cm. D. 3 cm.
- Câu 45:** Tính diện tích tam giác ABC biết $A = 60^\circ$, $b = 10$, $c = 20$.
A. $50\sqrt{3}$. B. 50. C. $50\sqrt{2}$. D. $50\sqrt{5}$.
- Câu 46:** Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 9$ và đường trung tuyến $AM = 6$. Tính độ dài cạnh BC .
A. $2\sqrt{17}$. B. $\sqrt{17}$. C. $\sqrt{129}$. D. 22.
- Câu 47:** Cho tam giác ABC có các góc $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.
A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. 1,2.
- Câu 48:** Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = b$, $AB = c$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho góc $BAM = 30^\circ$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$.
A. $\frac{b\sqrt{3}}{3c}$. B. $\frac{\sqrt{3}c}{3b}$. C. $\frac{\sqrt{3}c}{b}$. D. $\frac{b-c}{b+c}$.
- Câu 49:** Trong tam giác ABC , nếu $2h_a = h_b + h_c$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

B. $2 \sin A = \sin B + \sin C$.

C. $\sin A = 2 \sin B + 2 \sin C$.

D. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} - \frac{1}{\sin C}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{2}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

B. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{4}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

C. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

D. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Câu 51: Xét tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_a = \frac{b+c}{2}$.

B. $m_a > \frac{b+c}{2}$.

C. $m_a < \frac{b+c}{2}$.

D. $m_a = b+c$.

Câu 52: Trong tam giác ABC , điều kiện để hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc với nhau là

A. $2a^2 + 2b^2 = 5c^2$.

B. $3a^2 + 3b^2 = 5c^2$.

C. $2a^2 + 2b^2 = 3c^2$.

D. $a^2 + b^2 = 5c^2$.

Câu 53: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và diện tích là S . Tổng $\cot A + \cot B + \cot C$ bằng

A. $\frac{2(a^2 + b^2 + c^2)}{S}$.

B. $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{S}$.

C. $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2S}$.

D. $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}$.

Câu 54: Xét tam giác ABC , nếu có $a^2 = b.c$ thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}$.

B. $h_a^2 = h_b.h_c$.

C. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$.

D. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{2}{h_b} + \frac{2}{h_c}$.

Câu 55: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = c$ và $\cos(A+B) = \frac{1}{3}$.

A. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3c\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{9c\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{3c}{2}$.

Câu 56: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Khi đó, tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng

A. $1 + \sqrt{2}$.

B. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

Câu 57: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 30$ cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Diện tích tam giác GFC bằng

A. 50 cm^2 .

B. $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

C. 75 cm^2 .

D. $15\sqrt{105} \text{ cm}^2$.

Câu 58: Cho tam giác ABC có diện tích S . Nếu tăng độ dài mỗi cạnh BC và AC lên hai lần đồng thời giữ nguyên độ lớn của góc C thì diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng

A. $2S$.

B. $3S$.

C. $4S$.

D. $5S$.

Câu 59: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tính độ dài đoạn thẳng DF .

A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 60: Cho tam giác ABC có $B+C=135^\circ$ và $BC=a$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{3}$.
- Câu 61:** Cho tam giác ABC có $AB=9$, $BC=10$, $CA=11$. Gọi M là trung điểm BC và N là trung điểm AM . Tính độ dài BN .
- A. 6. B. $4\sqrt{2}$. C. 5. D. $\sqrt{34}$.
- Câu 62:** Cho tam giác ABC có $AB=5$, $BC=8$, $CA=6$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Độ dài đoạn thẳng CG bằng
- A. $\frac{5\sqrt{7}}{2}$. B. $\frac{5\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{5\sqrt{7}}{6}$. D. $\frac{13}{3}$.
- Câu 63:** Cho tam giác ABC có $AB=2$ cm, $AC=1$ cm, $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .
- A. 1 cm. B. 2 cm. C. $\sqrt{3}$ cm. D. $\sqrt{5}$ cm.
- Câu 64:** Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 6, 7. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6.
- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. 5. D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.
- Câu 65:** Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.
- A. $\frac{60}{13}$. B. $\frac{120}{13}$. C. $\frac{30}{13}$. D. 12.
- Câu 66:** Cho tam giác ABC có $BC=12$, $CA=9$, $AB=6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM=4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM .
- A. $2\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{20}$. D. $\sqrt{19}$.
- Câu 67:** Cho tam giác cân ABC có $A=120^\circ$ và $AB=AC=a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM=\frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{11a}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.
- Câu 68:** Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+b+c)(a+b-c)=3ab$. Tính số đo của góc C .
- A. 120° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .
- Câu 69:** Cho tam giác ABC có $S=\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Tam giác ABC vuông tại B .
C. Tam giác ABC tù. D. Tam giác ABC nhọn.
- Câu 70:** Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A=\frac{\sin B+\sin C}{\cos B+\cos C}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Tam giác ABC cân. B. Tam giác ABC đều.
C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC có góc $A=60^\circ$.
- Câu 71:** Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, m , 2 với $m \in \mathbb{Z}$. Giá trị của m là
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 72:** Cho tam giác ABC có $AB=7$, $AC=5$ và $\cos(B+C)=-\frac{1}{5}$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $2\sqrt{15}$. B. $4\sqrt{22}$. C. $4\sqrt{15}$. D. $2\sqrt{22}$.

Câu 73: Tam giác ABC có $\cos(A+B) = -\frac{1}{8}$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính cạnh AB .

- A. $\sqrt{46}$. B. 11. C. $5\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 74: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 12$ và $\cot(A+B) = \frac{1}{3}$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$. C. $5\sqrt{10}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 75: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 10$ và $\tan(A+B) = \frac{1}{3}$.

- A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Câu 76: Tìm chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$.

- A. 26. B. 13. C. $5\sqrt{26}$. D. $10\sqrt{6}$.

Câu 77: Cho tam giác ABC có $BC = 10$ và $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$. Tìm chu vi của tam giác đó.

- A. 12. B. 36. C. 24. D. 22.

Câu 78: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{a+b}{6} = \frac{b+c}{5} = \frac{a+c}{7}$. Tính $\cos A$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 79: Tính góc C của tam giác ABC biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

- A. $C = 150^\circ$. B. $C = 120^\circ$. C. $C = 60^\circ$. D. $C = 30^\circ$.

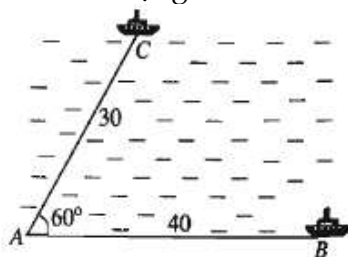
Câu 80: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

- A. 1,5. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 81: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

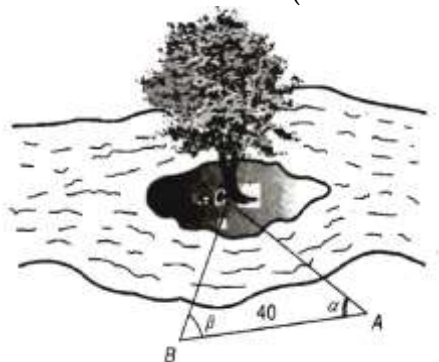
Câu 82: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ.



Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lí? Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

- A. 61 hải lí. B. 36 hải lí. C. 21 hải lí. D. 18 hải lí.

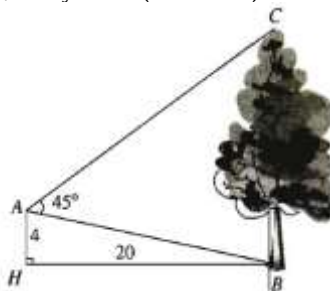
Câu 83: Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C . Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $CAB = 45^\circ$ và $CBA = 70^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 53 m . B. 30 m . C. 41,5 m . D. 41 m .

Câu 84: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).

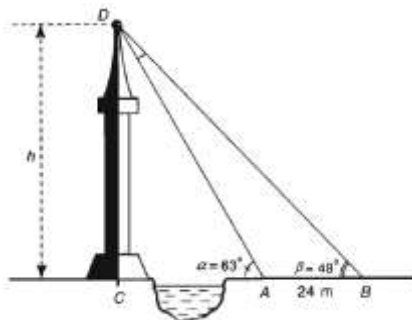


Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $BAC = 45^\circ$.

Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 17,5m . B. 17m . C. 16,5m . D. 16m .

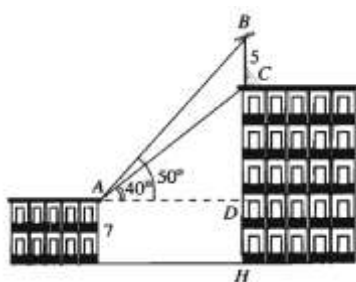
Câu 85: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{m}$, $CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?

- A. 18m . B. 18,5m . C. 60m . D. 61,4m .

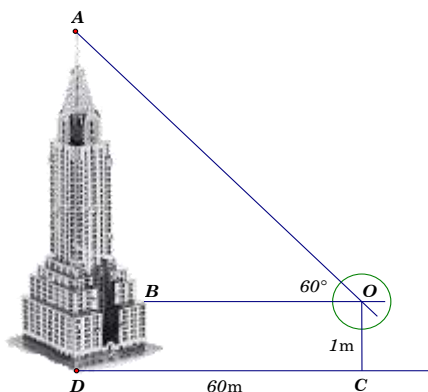
Câu 86: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 12m . B. 19m . C. 24m . D. 29m .

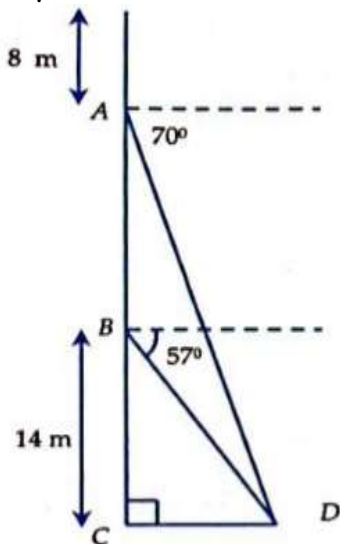
Câu 87: Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60\text{m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1\text{m}$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $AOB = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây?

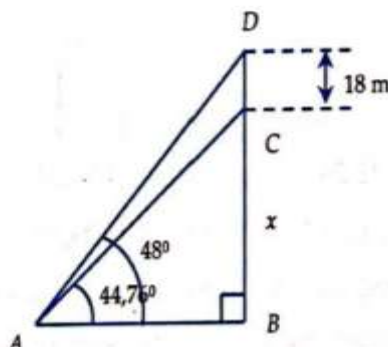
- A. 40m . B. 114m . C. 105m . D. 110m .

Câu 88: Một thợ lặn có vị trí cách mặt nước 8m, một con tàu đắm ở góc 70° . Sau khi cùng xuống tới một điểm cao hơn 14m so với đáy đại dương, thợ lặn nhìn thấy con tàu đắm ở góc 57° . Chiều sâu của con tàu đắm gần giá trị nào nhất?



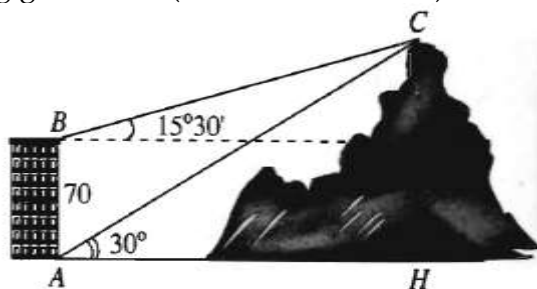
- A. 24,979 m. B. 32,964 m. C. 32,979 m. D. 33,25 m.

Câu 89: Đầu của các tổng thống ở Mount Rushmore cao 18 mét. Một du khách nhìn thấy đỉnh đầu của George Washington ở góc cao 48° và cằm của ông ở góc cao $44,76^\circ$. Chiều cao của núi Rushmore gần giá trị nào nhất?



- A. 182,753 m. B. 99,649 m. C. 99,9 m. D. 168,055 m.

Câu 90: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$ (tham khảo hình vẽ)



Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

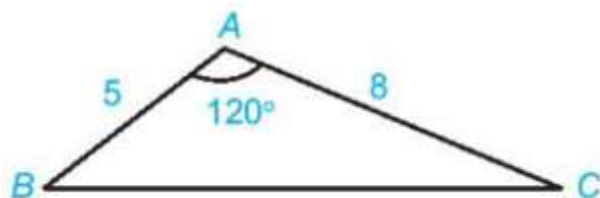
- A. 135m . B. 234m . C. 165m . D. 195m .

HẾT

Huế, 10h58' ngày 29 tháng 8 năm 2022

**CHUYÊN ĐỀ TRẮC NGHIỆM****Môn: Toán 10**

Chuyên đề:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC**LỜI GIẢI CHI TIẾT****II. BÀI TẬP TỰ LUẬN****Câu 1:** Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = 5$, $AC = 8$. Tính độ dài cạnh BC .*Lời giải:*Áp dụng Định lí côsin cho tam giác ABC , ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 129.$$

Vậy $BC = \sqrt{129}$.**Câu 2:** Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 9, c = 6$.

a) Tính số đo các góc của tam giác.

b) Tính diện tích, bán kính đường tròn ngoại tiếp, bán kính đường tròn nội tiếp, độ dài các đường cao của tam giác.

Lời giải:

a) Áp dụng định lí côsin, ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{81 + 36 - 64}{2 \cdot 9 \cdot 6} = \frac{53}{108}$.

Suy ra $A \approx 60^\circ 36' 39''$.Hoàn toàn tương tự, tính được $B \approx 78^\circ 35' 5''$, $C \approx 40^\circ 48' 16''$.

b) Do $a = 8, b = 9, c = 6$ nên tam giác ABC có nửa chu vi $p = \frac{8+9+6}{2} = \frac{23}{2}$.

Suy ra $p - a = \frac{7}{2}$, $p - b = \frac{5}{2}$, $p - c = \frac{11}{2}$.

Từ đó, theo công thức Heron ta được diện tích của tam giác là $S = \sqrt{\frac{23}{2} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{11}{2}} = \frac{\sqrt{8855}}{4}$.

Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp $r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{8855}}{46}$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{432}{\sqrt{8855}}.$$

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A=15^\circ, c=6$ và $B=120^\circ$.

- Tính độ dài các cạnh a, b ;
- Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp và diện tích của tam giác;
- Tính độ dài đường cao h_a .

Lời giải:

a) Do $A=15^\circ, B=120^\circ$ nên $C=120^\circ - A - B = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta được:

$$a = \frac{c}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{6}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 15^\circ = 3(\sqrt{3}-1),$$

$$b = \frac{c}{\sin C} \cdot \sin B = \frac{6}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 120^\circ = 3\sqrt{6}.$$

b) Theo định lí sin, bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác là

$$R = \frac{c}{2\sin C} = \frac{6}{2\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Do } a=3(\sqrt{3}-1), b=3\sqrt{6}, c=6 \text{ và } R=3\sqrt{2} \text{ nên } S = \frac{abc}{4R} = \frac{3(\sqrt{3}-1) \cdot 3\sqrt{6} \cdot 6}{4 \cdot 3\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2}.$$

$$\text{c) Từ kết quả của phần b), suy ra } h_a = \frac{2S}{a} = \frac{9\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}-1)} = 3\sqrt{3}.$$

Câu 4: Cho tam giác ABC có $a=14, b=18, c=20$. Tính gần đúng góc ABC .

Lời giải:

$$\text{Ta có } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{14^2 + 20^2 - 18^2}{2 \cdot 14 \cdot 20} = \frac{17}{35}.$$

Suy ra: $B \approx 60^\circ 56'$.

Câu 5: Giải tam giác ABC , biết $c=14, \hat{A}=60^\circ, \hat{B}=40^\circ$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } \hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 80^\circ.$$

$$\text{Áp dụng Định lí sin, ta có: } \frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ} = \frac{14}{\sin 80^\circ}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{14\sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 12,3; b = \frac{14\sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 9,14.$$

Câu 6: Cho tam giác ABC có $B=60^\circ, C=45^\circ, AB=5$. Tính độ dài cạnh AC .

Lời giải:

$$\text{Áp dụng định lí sin cho tam giác } ABC, \text{ ta có: } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 7: Cho tam giác ABC có $BC=10, A=30^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải:

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{10}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 10.$$

Câu 8: Cho tam giác có ba cạnh là 6,10,8. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Lời giải:

Gọi p, r lần lượt là nửa chu vi và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đã cho, ta có:

$$p = \frac{6+8+10}{2} = 12.$$

Diện tích tam giác là $S = \sqrt{p(p-6)(p-8)(p-10)} = 24$ (đvdt).

$$\text{Suy ra } r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2.$$

Nhận xét: Tam giác đã cho là tam giác vuông.

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

Lời giải:

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8$ (cm).

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24$ (cm²)

Nửa chu vi của tam giác là $p = \frac{6+8+10}{2} = 12$

Suy ra: $r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2$ (cm).

Câu 10: Tính diện tích S của tam giác ABC có $c = 4, b = 6, \hat{A} = 150^\circ$.

Lời giải:

Ta có: $S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 \cdot \sin 150^\circ = 6$.

Câu 11: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

Lời giải:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30.$$

Câu 12: Cho tam giác ABC có góc B tù, $AB = 3$, $AC = 4$ và có diện tích bằng $3\sqrt{3}$. Tính số đo góc BAC .

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{3}}{3 \cdot 4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vì góc B tù nên A là góc nhọn $\Rightarrow A = 60^\circ$.

Câu 13: Tính diện tích tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4$ cm.

Lời giải:

Gọi a là độ dài cạnh và S là diện tích của tam giác, ta có:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a \cdot a \cdot a}{4R} \Rightarrow a = R\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

Vậy diện tích tam giác đã cho là: $S = \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} (\text{cm}^2)$.

Câu 14: Cho tam giác ABC có $AB = 1, AC = 3, A = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Lời giải:

Ta có: $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2.AC.AB.\cos A = 3^2 + 1 - 2.3.1.\cos 60^\circ = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$

Ta lại có: $\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2.\sin A} = \frac{\sqrt{7}}{2.\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AB = 8 \text{ cm}, AC = 18 \text{ cm}$ và có diện tích bằng 64 cm^2 . Tính $\sin A$.

Lời giải:

Ta có: $S = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A \Leftrightarrow \sin A = \frac{2S}{AB.AC} = \frac{8}{9}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có $AB = 9 \text{ cm}, AC = 12 \text{ cm}$ và $BC = 15 \text{ cm}$. Tính độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

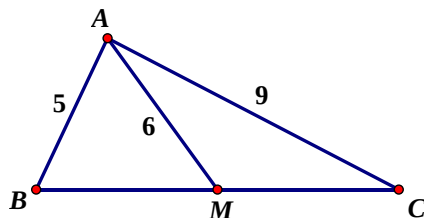
Lời giải:

Cách 1: Ta có $AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4}} = 7,5$.

Cách 2: Tam giác ABC vuông tại A nên $AM = \frac{BC}{2} = 7,5$.

Câu 17: Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 9$ và đường trung tuyến $AM = 6$. Tính độ dài cạnh BC .

Lời giải:

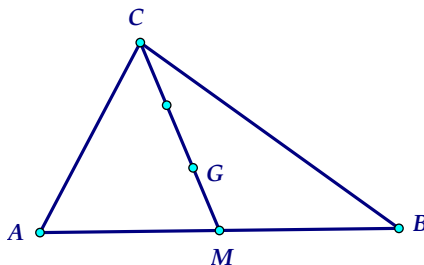


Ta có: $AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow BC^2 = 4 \left(\frac{AC^2 + AB^2}{2} - AM^2 \right) = 4 \left(\frac{9^2 + 5^2}{2} - 6^2 \right) = 68 \Rightarrow BC = 2\sqrt{17}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB = 5, BC = 8, CA = 6$. Gọi G là trọng tâm tam giác. Tính độ dài đoạn thẳng CG .

Lời giải:



Gọi M là trung điểm AB , ta có $CM^2 = \frac{CB^2 + AC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{175}{4}$.

Suy ra: $CG = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{175}{4}} = \frac{5\sqrt{7}}{3}$.

Câu 19: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 6, 7. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6.

Lời giải:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+6+7}{2} = 9$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-6)(p-7)} = 6\sqrt{6}$.

Đặt $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6 là: $h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$.

Câu 20: Cho tam giác ABC có các góc $A = 105^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 105^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

Lời giải:

Đặt $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$. Ta có:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là:

$S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30$.

Đường cao ứng với cạnh lớn nhất là: $h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13}$.

Câu 22: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Góc bé nhất của tam giác có sin bằng bao nhiêu?

Lời giải:

Góc bé nhất ứng với cạnh có số đo bé nhất.

Giả sử $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$. Ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} = \frac{7}{8}$.

Do đó $\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{8}$.

Câu 23: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$ và $\tan A = 2\sqrt{2}$. Tính độ dài cạnh BC .

Lời giải:

Từ giả thiết $\tan A = 2\sqrt{2} > 0$, ta suy ra A là góc nhọn

$\tan A = 2\sqrt{2} \Rightarrow \cos^2 A = \frac{1}{1 + \tan^2 A} = \frac{1}{1 + (2\sqrt{2})^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{3}$

Suy ra: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{3^2 + 4^2 - 2.3.4.\frac{1}{3}} = \sqrt{17}$.

Câu 24: Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi r, R lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp tam giác ABC . Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

Lời giải:

Giả sử $AB = AC = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $S = pr = \frac{AB.AC}{2} \Leftrightarrow \frac{2a + a\sqrt{2}}{2}r = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow r = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$. Suy ra $\frac{R}{r} = 1 + \sqrt{2}$.

Câu 25: Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Tính số đo của góc C .

Lời giải:

Trong tam giác ABC ta luôn có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\cos C$.

Hệ thức $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - c^2 = 3ab \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - ab$

Suy ra: $-2.\cos C = -1 \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 60^\circ$.

Câu 26: Tính góc C của tam giác ABC biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

Lời giải:

Ta có: $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2) \Leftrightarrow a^3 - b^3 - c^2(a - b) = 0$

$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) - c^2(a - b) = 0$

$\Leftrightarrow a^2 + ab + b^2 - c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}$. Do đó: $C = 120^\circ$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $BC = 10$ và $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$. Tính chu vi của tam giác đó.

Lời giải:

Do $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$ nên $\frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} \Rightarrow b = 8; c = 6$ (do $a = BC = 10$).

Chu vi tam giác ABC bằng 24.

Câu 28: Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\frac{\sin A}{1} = \frac{\sin B}{2} = \frac{\sin C}{\sqrt{3}}$. Tính số đo các góc của tam giác.

Lời giải:

Áp dụng định lý sin, ta có $a : b : c = 1 : 2 : \sqrt{3}$.

Đáp số: $A = 30^\circ, B = 90^\circ, C = 60^\circ$.

Câu 29: Cho tam giác ABC có $AB = 7, AC = 5$ và $\cos(B+C) = -\frac{1}{5}$. Tính độ dài cạnh BC .

Lời giải:

Vì trong tam giác ABC ta có $B+C$ bù với góc A nên $\cos(B+C) = -\frac{1}{5} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{5}$

$$\text{Lúc đó: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2.7.5.\frac{1}{5}} = 2\sqrt{15}.$$

Câu 30: Cho tam giác ABC , các đường cao h_a, h_b, h_c thỏa mãn $3h_a = 2h_b + h_c$. Chứng minh rằng:

$$\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}.$$

Lời giải:

$$\text{Kí hiệu } S = S_{\triangle ABC}. \text{ Ta có: } 3h_a = 2h_b + h_c \Leftrightarrow \frac{3.2S}{a} = \frac{2.2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}.$$

Câu 31: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}; \quad \text{b) } \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}.$$

Lời giải:

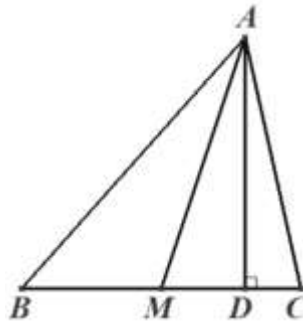
a) Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $m_a = AM$.

Có hai trường hợp sau xảy ra:

Trường hợp 1. $b = c$. Trong trường hợp này AM cũng chính là đường cao kẻ từ A của tam giác. Do đó $m_a^2 = AC^2 - CM^2 = b^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

Trường hợp 2. $b \neq c$. Không mất tính tổng quát, xét trường hợp $b < c$ (H.3.2), trường hợp còn lại chứng minh tương tự.

Gọi D là chân đường cao kẻ từ A . Do $b < c$ nên D thuộc tia MC .



Áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ADB , ta có:

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 = (BM + MD)^2 + AD^2 = BM^2 + 2BM.MD + MD^2 + AD^2.$$

$$\text{Suy ra } AB^2 = BM^2 + 2BM.MD + AM^2 \quad (1).$$

Một cách tương tự, áp dụng định lý Pythagore trong tam giác ADC , cũng được

$$AC^2 = AD^2 + (MC - MD)^2 = MC^2 - 2MC.MD + AM^2 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$AB^2 + AC^2 = (BM^2 + CM^2) + 2(BM.MD - CM.MD) + 2AM^2 = (BM^2 + CM^2) + 2AM^2.$$

$$\text{Hay } m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{b) Từ công thức tính diện tích tam giác ta suy ra } \frac{1}{r} = \frac{p}{S} = \frac{a}{2S} + \frac{b}{2S} + \frac{c}{2S} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}.$$

Câu 32: Cho tam giác ABC có các góc thỏa mãn $\sin C = 2 \cdot \sin B \cdot \cos A$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác cân.

Lời giải:

Áp dụng định lý sin và cosin, ta có:

$$\sin C = 2 \cdot \sin B \cdot \cos A \Leftrightarrow c = 2b \cos A \Leftrightarrow c = 2b \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \Leftrightarrow c^2 = b^2 + c^2 - a^2 \Leftrightarrow a = b.$$

Vậy tam giác ABC cân tại C .

Câu 33: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}. \quad \text{b) } m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Lời giải:

a) Từ định lý cosin và công thức tính diện tích tam giác, suy ra:

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c \cdot \sin A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}.$$

$$\text{Tương tự cũng có } \cot B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4S}, \quad \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}.$$

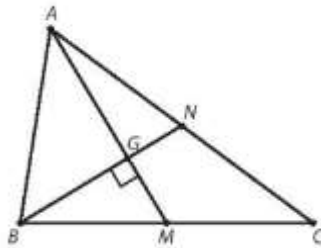
$$\text{Từ đó } \cot A + \cot B + \cot C = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{4S}.$$

b) Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến.

Câu 34: Cho tam giác ABC có hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc. Chứng minh rằng:

$$\text{a) } a^2 + b^2 = 5c^2. \quad \text{b) } \cot C = 2(\cot A + \cot B).$$

Lời giải:



a) Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh BC, CA ; gọi G là trọng tâm tam giác

ABC (Hình vẽ). Khi đó $AG = \frac{2}{3}AM, BG = \frac{2}{3}BN$.

Từ đó theo định lý Pythagore ta có:

$$c^2 = AB^2 = AG^2 + BG^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \right) + \frac{4}{9} \left(\frac{c^2 + a^2}{2} - \frac{b^2}{4} \right) = \frac{4}{9} \left(c^2 + \frac{a^2 + b^2}{4} \right).$$

$$\text{Suy ra } 5c^2 = a^2 + b^2.$$

$$\text{b) Do } a^2 + b^2 = 5c^2 \text{ nên } \cot C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S} = \frac{c^2}{S}.$$

$$\text{Mà } 2(\cot A + \cot B) = 2 \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} + \frac{c^2 + a^2 - b^2}{4S} \right) = \frac{c^2}{S}.$$

$$\text{Suy ra } \cot C = 2(\cot A + \cot B).$$

Câu 35: Cho tam giác ABC có $S = 2R^2 \sin A \sin B$. Chứng minh rằng tam giác ABC là một tam giác vuông.

Lời giải:

Từ định lý sin và công thức tính diện tích, suy ra diện tích của tam giác bằng

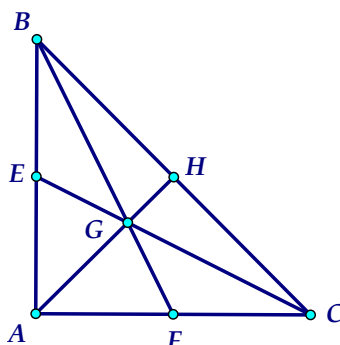
$$S = \frac{abc}{4R} = \frac{(2R \sin A)(2R \sin B)(2R \sin C)}{4R} = 2R^2 \sin A \sin B \sin C.$$

Từ đó, do $S = 2R^2 \sin A \sin B$, suy ra $\sin C = 1$ và do đó $C = 90^\circ$.

Suy ra điều phải chứng minh.

Câu 36: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 30$ cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Tính diện tích tam giác GFC .

Lời giải:

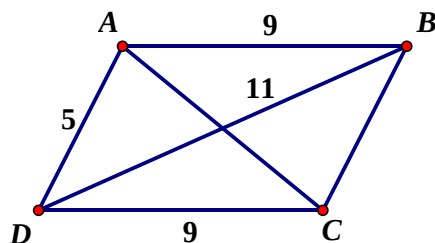


Nối AG cắt BC tại H ta có: $S_{\Delta GFC} = \frac{1}{2} S_{\Delta AGC} = \frac{1}{3} S_{\Delta AHC} = \frac{1}{6} S_{\Delta ABC}$.

Mà $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 = 450 \text{ cm}^2$ nên $S_{\Delta GFC} = \frac{1}{6} \cdot 450 = 75 \text{ cm}^2$.

Câu 37: Cho hình bình hành có hai cạnh là 5 và 9, một đường chéo bằng 11. Tìm độ dài đường chéo còn lại.

Lời giải:



Gọi hình bình hành là $ABCD$, $AD = 5$, $AB = 9$.

Gọi α là góc đối diện với đường chéo có độ dài 11.

Ta có: $\cos \alpha = \frac{5^2 + 9^2 - 11^2}{2 \cdot 5 \cdot 9} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \alpha$ là góc tù $\Rightarrow \alpha = BAD \Rightarrow BD = 11$

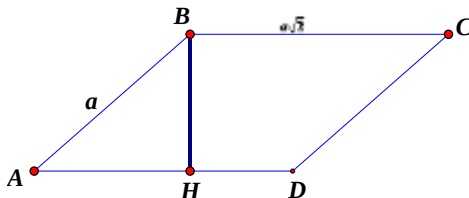
$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos ADC = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos BAD$

(vì BAD và ADC bù nhau $\Rightarrow \cos ADC = -\cos BAD$)

$$\Rightarrow AC^2 = 5^2 + 9^2 + 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 91 \Rightarrow AC = \sqrt{91}.$$

Câu 38: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $\angle BAD = 45^\circ$. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

Lời giải:



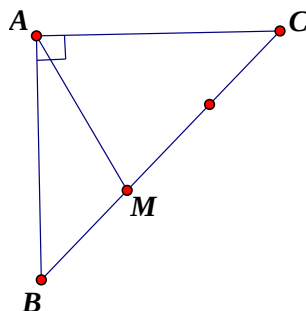
Gọi BH là đường cao của hình bình hành $ABCD$.

Tam giác BHA vuông tại H , góc $BAH = \angle BAC = 45^\circ$, $BH = AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S = BH \cdot AD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$.

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng AM .

Lời giải:

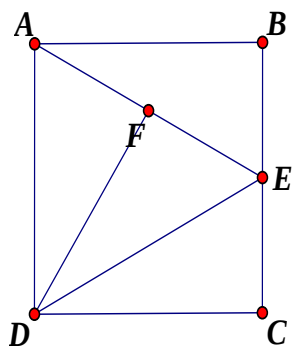


Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$; $BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{2}}{3}$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 40: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tính độ dài đoạn thẳng DF .

Lời giải:



Ta có: $AE = DE = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Dùng công thức độ dài trung tuyến:

$$DF^2 = \frac{DA^2 + DE^2}{2} - \frac{AE^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4}}{2} - \frac{5a^2}{16} = \frac{13a^2}{16} \Rightarrow DF = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

Câu 41: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{2}$. Tính góc A biết A là góc tù.

Lời giải:

Góc A tù, suy ra B, C đều là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$. (vì C nhọn)

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{2}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ$ (do B nhọn).

Suy ra: $A = 180^\circ - (30^\circ + 45^\circ) = 105^\circ$.

Câu 42: Cho tam giác vuông, trong đó có một góc bằng trung bình cộng của hai góc còn lại. Cạnh lớn nhất của tam giác đó bằng a . Tính diện tích tam giác đã cho.

Lời giải:

Gọi tam giác thỏa đề là ABC (với $A > B > C$).

Đề cho tam giác vuông nên ta suy ra $A = 90^\circ$.

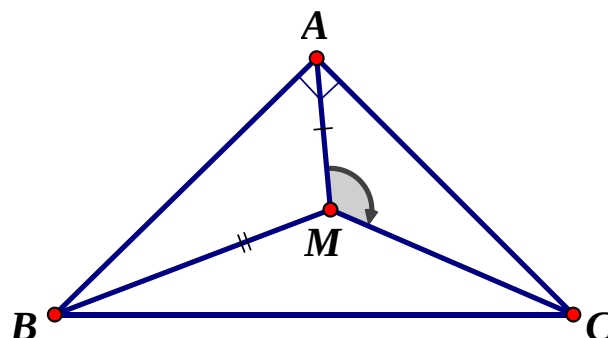
Ta có: $A + B + C = 180^\circ$, mà theo đề: $A + C = 2B$, Suy ra $B = 60^\circ$.

Ta tính: $AB = BC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 43: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA = 1$, $MB = 2$, $MC = \sqrt{2}$. Tính góc AMC .

Lời giải:



Áp dụng định lý cosin trong tam giác ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \cdot BM \cdot \cos \angle AMB \\ BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2BM \cdot CM \cdot \cos \angle BMC \\ AC^2 = CM^2 + AM^2 - 2CM \cdot AM \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 \cdot \cos \angle AMB + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0 \\ \cos \angle CMA = \cos \angle BMC \end{cases}$$

Câu 44: Cho góc $\angle xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 2$. Tính độ dài lớn nhất của đoạn OB .

Lời giải:

Đặt $OA = x$, $OB = y$ ($x, y > 0$)

Áp dụng công thức định lý hàm số cosin cho tam giác OAB ta có:

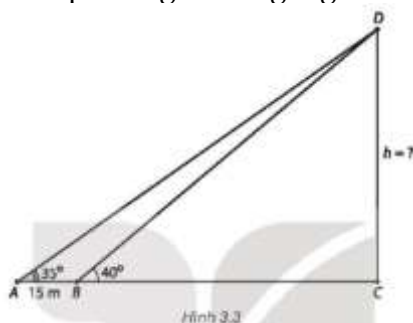
$$x^2 + y^2 - 2xy \cos 30^\circ = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \sqrt{3}xy - 4 = 0 \quad (*)$$

Tìm điều kiện để tồn tại x , ta coi phương trình trên là phương trình ẩn x , tham số y .

$$\text{Khi đó, phương trình } (*) \text{ có nghiệm} \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}y)^2 - 4(y^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 4.$$

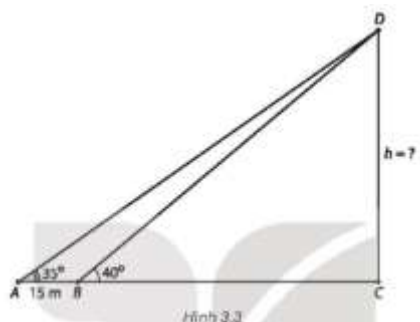
Do đó $\max y = 4$.

Câu 45: Để đo chiều cao của một tòa nhà, người ta chọn hai điểm A và B thẳng hàng với chân C của tòa nhà, cách nhau 15 m. Sử dụng giác kế, từ A và B tương ứng nhìn thấy đỉnh D của tòa nhà dưới các góc 35° và 40° so với phương nằm ngang.



Hỏi chiều cao của tòa nhà đo được là bao nhiêu mét?

Lời giải:

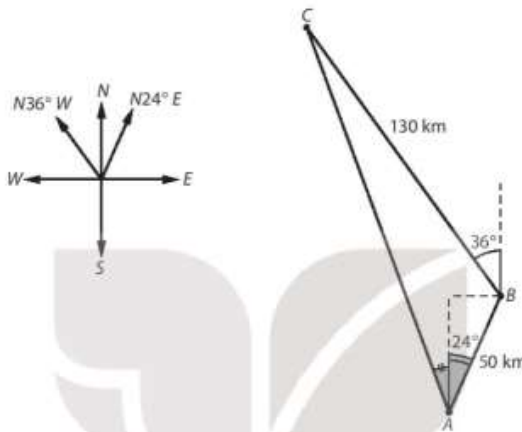


Do $CBD = 40^\circ$, $BAD = 35^\circ$ nên $ABD = 40^\circ - 35^\circ = 5^\circ$ (H.3.3). Áp dụng định lý sin cho tam giác ABD ta được $BD = \frac{AB}{\sin D} \cdot \sin A = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ$.

Từ đó suy ra chiều cao của tòa nhà bằng

$$h = CD = BD \cdot \sin CBD = \frac{15}{\sin 5^\circ} \cdot \sin 35^\circ \approx 63,45 \text{ (m)}$$

Câu 46: Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy 50 km theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp 130 km đến ngư trường C .



a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị đo kilômét).

b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

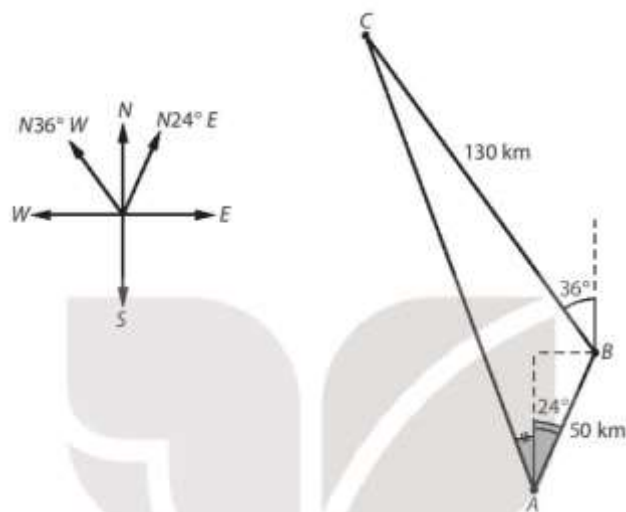
Lời giải:

a) Từ giả thiết suy ra $ABC = (90^\circ - 24^\circ) + (90^\circ - 36^\circ) = 120^\circ$ (H.3.7).

Áp dụng định lý cosin cho tam giác ABC , ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC = 2500 + 16900 - 2 \cdot 50 \cdot 130 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 25900.$$

Suy ra $AC = 10\sqrt{259} \approx 161 \text{ (km)}$.



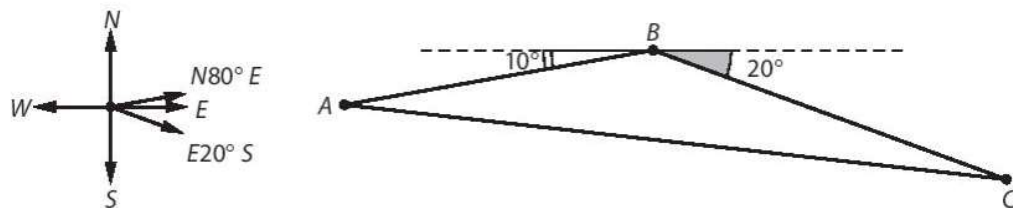
Hình 3.7

b) Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta được $\sin CAB = \frac{BC}{AC} \cdot \sin ABC \approx 0,6993$.

Suy ra $CAB \approx 44^\circ$ và do đó AC lệch về hướng tây một góc $44^\circ - 24^\circ = 20^\circ$ so với phương bắc.

Vậy hướng từ A tới C là $N20^\circ W$.

Câu 47: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà.

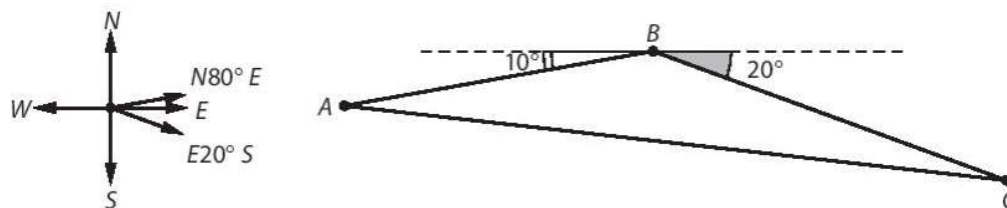


Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

Lời giải:

Coi điểm xuất phát là A , điểm tàu chuyển hướng là B và đích đến là C (H3.8).

Theo giả thiết $ABC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$.



Hình 3.8

Do tàu chạy từ A tới B với vận tốc 20 km/h trong 30 phút, nên $AB = 20 \cdot \frac{30}{60} = 10$ (km).

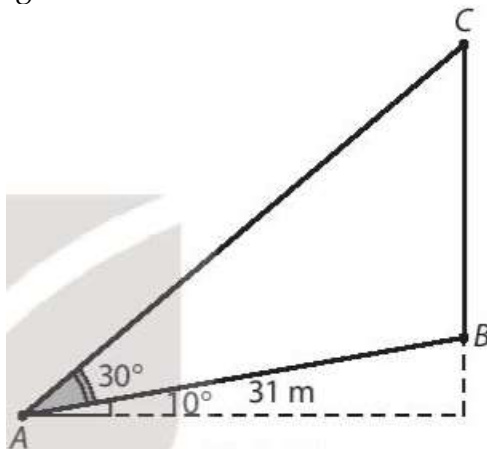
Do tàu chạy từ B đến C với vận tốc 20 km/h trong 36 phút, nên $BC = 20 \cdot \frac{36}{60} = 12$ (km).

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC , ta được:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos ABC = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 452.$$

Suy ra $AC \approx \sqrt{452} \approx 21(\text{km})$.

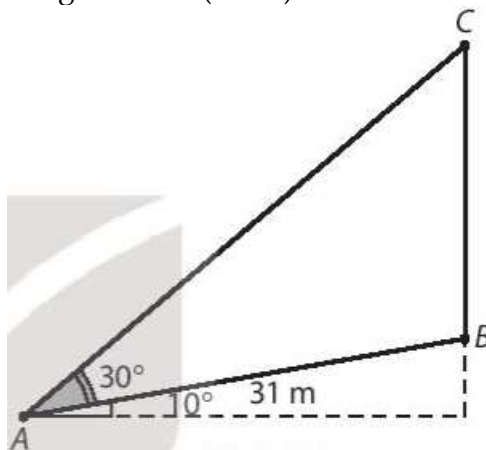
Câu 48: Một cây cổ thụ mọc thẳng đứng bên lề một con dốc có độ dốc 10° so với phương nằm ngang. Từ một điểm dưới chân dốc, cách gốc cây 31m người ta nhìn đỉnh ngọn cây dưới một góc 40° so với phương nằm ngang.



Hãy tính chiều cao của cây.

Lời giải:

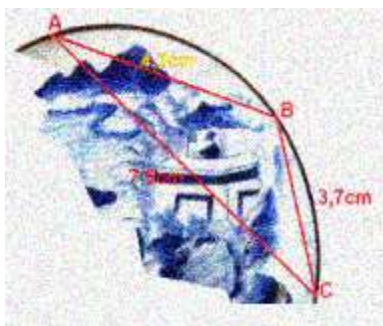
Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC (H.3.9).



Hình 3.9

Đáp số: Chiều cao của cây là $h \approx 20,23(\text{m})$.

Câu 49: Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3 \text{ cm}$; $BC = 3,7 \text{ cm}$; $CA = 7,5 \text{ cm}$).



Tính gần đúng bán kính của chiếc đĩa này.

Lời giải:

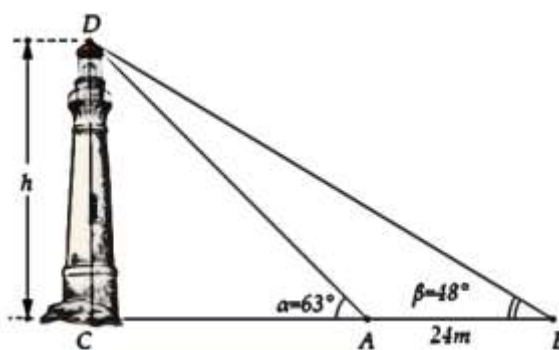
Bán kính R của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{4,3 + 3,7 + 7,5}{2} = \frac{31}{2} \text{ cm}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{p(p - AB)(p - BC)(p - CA)} \approx 5,2 \text{ cm}^2$.

Mà $S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} \approx 5,73 \text{ cm}$.

Câu 50: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $CAD = 63^\circ$; $CBD = 48^\circ$.



Tính gần đúng chiều cao h của khối tháp.

Lời giải:

Ta có $CAD = 63^\circ \Rightarrow BAD = 117^\circ \Rightarrow ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{BD}{\sin BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin BAD}{\sin ADB}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin CBD$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin BAD \cdot \sin CBD}{\sin ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 61,4 \text{ m}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$.

B. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

C. $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cdot \cos A$.

D. $a^2 = b^2 + c^2 - bc \cdot \cos A$.

Lời giải:

Áp dụng định lý hàm số cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 2: Xét tam giác ABC tùy ý có $BC = a, AC = b, AB = c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$. **B.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 + b^2}{2ac}$. **C.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{ac}$. **D.** $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4}$.

Câu 3: Cho tam giác ABC có $A = 120^\circ$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a^2 = b^2 + c^2 - 3bc$. **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + bc$.
C. $a^2 = b^2 + c^2 + 3bc$. **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - bc$.

Lời giải:

Áp dụng định lý hàm số cos tại đỉnh A ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$.

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 120^\circ \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 + bc.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 4: Cho tam giác ABC có $BC = a; AB = c; AC = b$ và có R là bán kính đường tròn ngoại tiếp. Hệ thức nào sau đây là sai?

A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. **B.** $\sin A = \frac{a}{2R}$. **C.** $b \cdot \sin B = 2R$. **D.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$.

Lời giải:

Theo định lý sin trong tam giác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Nên ta suy ra đáp án sai là $b \cdot \sin B = 2R$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 5: Xét tam giác ABC , hệ thức nào sau đây sai?

A. $a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}$. **B.** $\sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}$. **C.** $a = 2R \cdot \sin A$. **D.** $b = R \cdot \tan B$.

Lời giải:

Theo định lý hàm số sin ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Suy ra:

$$+ \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a = \frac{b \cdot \sin A}{\sin B}.$$

$$+ \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{c \cdot \sin A}{a}.$$

$$+ \frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow a = 2R \cdot \sin A.$$

$$+ \frac{b}{\sin B} = 2R \Rightarrow \frac{b}{2} = R \sin B \Rightarrow \frac{b}{2 \cos B} = R \tan B.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 6: Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $bc \cos A$. **B.** $bc \sin A$. **C.** $\frac{1}{2} bc \cos A$. **D.** $\frac{1}{2} bc \sin A$.

Câu 7: Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì:

A. A là góc nhọn. **B.** A là góc tù.
C. A là góc vuông. **D.** A là góc nhỏ nhất.

Lời giải:

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. Vì $a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow \cos A > 0$. Do đó A nhọn.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.****Câu 8:** Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A nhọn. B. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0$ thì góc A tù.
C. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A nhọn. D. Nếu $b^2 + c^2 - a^2 < 0$ thì góc A vuông.

Lời giải:

Áp dụng định lý cô sin ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Leftrightarrow 2bc \cos A = b^2 + c^2 - a^2$.

Suy ra: Nếu $b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Rightarrow \cos A > 0$ nên A nhọn.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.****Câu 9:** Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Nếu $a^2 > b^2 + c^2$ thì A là góc tù.
B. Nếu tam giác ABC có một góc tù thì $a^2 > b^2 + c^2$.
C. Nếu $a^2 < b^2 + c^2$ thì A là góc nhọn.
D. Nếu $a^2 = b^2 + c^2$ thì A là góc vuông.

Lời giải:

Ta có: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$.

Do đó:

- * $a^2 > b^2 + c^2$ thì $\cos A < 0$ do đó A là góc tù nên **A. đúng**.
- * $a^2 < b^2 + c^2$ thì $\cos A > 0$ do đó A là góc nhọn nên **C. đúng**.
- * $a^2 = b^2 + c^2$ thì $\cos A = 0$ do đó A là góc vuông nên **D. đúng**.
- * Nếu tam giác ABC có góc B tù thì $b^2 > a^2 + c^2$; nếu góc C tù thì $c^2 > a^2 + b^2$ do đó **B. sai**.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.****Câu 10:** Cho tam giác ABC thỏa mãn $a^4 = b^4 + c^4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tam giác ABC vuông tại A . B. Tam giác ABC vuông tại B .
C. Tam giác ABC tù. D. Tam giác ABC nhọn.

Lời giải:

Do $a^4 = b^4 + c^4$ nên a là cạnh lớn nhất, A là góc lớn nhất của tam giác ABC .

Ta có: $(b^2 + c^2)^2 > b^4 + c^4$ (do $2b^2c^2 > 0$)

Lúc đó: $(b^2 + c^2)^2 > b^4 + c^4 = a^4 \Leftrightarrow (b^2 + c^2)^2 - a^4 > 0 \Leftrightarrow (b^2 + c^2 - a^2)(b^2 + c^2 + a^2) > 0$

$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 > 0 \Rightarrow \cos A > 0 \Rightarrow A < 90^\circ$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.****Câu 11:** Cho tam giác ABC , các đường cao h_a, h_b, h_c thỏa mãn hệ thức $3h_a = 2h_b + h_c$. Tìm hệ thức giữa a, b, c .

- A. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{c}$. B. $3a = 2b + c$. C. $3a = 2b - c$. D. $\frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.

Lời giải:

Kí hiệu $S = S_{\triangle ABC}$. Ta có: $3h_a = 2h_b + h_c \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2S}{a} = \frac{2 \cdot 2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{3}{a} = \frac{2}{b} + \frac{1}{c}$.

⇒ **Chọn đáp án D.**

Câu 12: Trung tuyến AM của tam giác ABC có độ dài bằng

- A. $\sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$. B. $\frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$. C. $\sqrt{3a^2 - 2b^2 - 2c^2}$. D. $\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

Lời giải:

Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến $AM^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 13: Cho tam giác ABC có $AC = 3\sqrt{3}$, $AB = 3$, $BC = 6$. Tính số đo góc B .

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 120° .

Lời giải:

$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{9 + 36 - 27}{36} = \frac{1}{2}$. Vậy số đo góc B là 60° .

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 14: Cho tam giác ABC có $b = 7$; $c = 5$ và $\cos A = \frac{3}{5}$. Tính a .

- A. $4\sqrt{2}$. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. 3.

Lời giải:

Áp dụng định lý hàm số Cosin vào tam giác ABC có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow BC = 4\sqrt{2}.$$

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 15: Cho tam giác ABC có $AB = 3\sqrt{3}$ và bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = 3$. Số đo góc C là

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải:

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có: $\sin C = \frac{AB}{2R} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow C = 60^\circ$.

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 16: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 3$. Tính độ dài AC .

- A. $\frac{3\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{6}$. D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{3 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 17: Cho tam giác ABC có $BAC = 105^\circ$, $ACB = 45^\circ$ và $AC = 8$. Tính độ dài cạnh AB .

- A. $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $8\sqrt{2}$. D. $4(1 + \sqrt{3})$.

Lời giải:

Ta có: $ABC = 180^\circ - BAC - ACB = 180^\circ - 105^\circ - 45^\circ = 30^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có

$$\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} \Rightarrow AB = \frac{8 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 8\sqrt{2}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $AB=9, AC=18$ và $A=60^\circ$. Bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. 3.

B. $9\sqrt{3}$.

C. 9.

D. 6.

Lời giải:

Trong tam giác ABC ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 243 \Rightarrow BC = 9\sqrt{3}$.

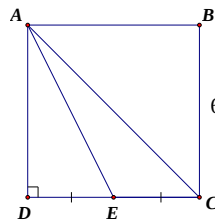
$$\text{Mặt khác } \frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2 \sin A} = \frac{9\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = 9.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 19: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 6, E là trung điểm của CD . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE .

A. $\frac{3\sqrt{10}}{2}$.B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.C. $3\sqrt{10}$.D. $3\sqrt{5}$.

Lời giải:



$$\text{Ta có } AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{36 + 9} = 3\sqrt{5}$$

$$\text{Áp dụng định lý sin cho tam giác } ACE \text{ ta được: } \frac{AE}{\sin \angle ACE} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{3\sqrt{5}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow R = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 20: Cho $\triangle ABC$ có $A=45^\circ, B=75^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{BC}$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.B. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.C. $\frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6}$.D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải:

Áp dụng định lý hàm số sin trong tam giác ABC , ta có

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Leftrightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{\sin C}{\sin A} = \frac{\sin(180^\circ - 45^\circ - 75^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 21: Cho tam giác ABC có $BC=3, AC=5, AB=6$. Độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh C bằng

A. $2\sqrt{2}$.

B. 5.

C. $\sqrt{10}$.

D. 3.

Lời giải:

Gọi M là trung điểm của AB . Áp dụng công thức độ dài trung tuyến, ta có:

$$CM^2 = \frac{2(CA^2 + CB^2) - AB^2}{4} = \frac{2(5^2 + 3^2) - 6^2}{4} = 8. \text{ Suy ra } CM = 2\sqrt{2}.$$

Vậy độ dài trung tuyến kẻ từ đỉnh C của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 22: Cho tam giác ABC có $BC = 4$, $AC = 5$ và $ACB = 60^\circ$. Độ dài đường trung tuyến hạ từ đỉnh C là

A. $\frac{\sqrt{61}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{51}}{2}$.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Ta có: $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos ACB = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} = 21 \Rightarrow AB = \sqrt{21}$.

Do đó $m_c^2 = \frac{2CA^2 + 2CB^2 - AB^2}{4} = \frac{2 \cdot 5^2 + 2 \cdot 4^2 - 21}{4} = \frac{61}{4}$. Vậy $m_c = \frac{\sqrt{61}}{2}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 23: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 32 và bán kính đường tròn nội tiếp của $\triangle ABC$ bằng 5. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $S = \frac{32}{5}$.

B. $S = 40$.

C. $S = 160$.

D. $S = 80$.

Câu 24: Cho tam giác ABC có $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác bằng

A. 13.

B. 6,5.

C. 26.

D. 7,5.

Lời giải:

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{5+12+13}{2} = 15$.

Do đó $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{15 \cdot (15-5)(15-12)(15-13)} = 30$.

Mà $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{5 \cdot 12 \cdot 13}{4 \cdot 30} = 6,5$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 25: Cho tam giác ABC có $A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$. Tính độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

A. $h_a = \frac{2\sqrt{39}}{13}$.

B. $h_a = \frac{\sqrt{39}}{13}$.

C. $h_a = \frac{6\sqrt{39}}{13}$.

D. $h_a = \frac{3\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải:

Áp dụng định lý côsin vào tam giác ABC ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{25 - 12} = \sqrt{13}$$

Diện tích của tam giác ABC : $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

Gọi h_a là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Ta có: $h_a = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{6\sqrt{39}}{13}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

- Câu 26:** Cho tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm và $BC = 15$ cm. Khi đó, đường trung tuyến AM của tam giác ABC có độ dài bằng
- A. 8 cm. B. 10 cm. C. 9 cm. D. 7,5 cm.

Lời giải:

Cách 1: Ta có $AM = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4}} = 7,5$.

Cách 2: Tam giác ABC vuông tại A nên $AM = \frac{BC}{2} = 7,5$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

- Câu 27:** Cho tam giác DEF có $DE = DF = 10$ cm và $EF = 12$ cm. Gọi I là trung điểm của cạnh EF . Đoạn thẳng DI có độ dài bằng
- A. 6,5 cm. B. 7 cm. C. 8 cm. D. 4 cm.

Lời giải:

Cách 1: Ta có $DI = \sqrt{\frac{DE^2 + DF^2}{2} - \frac{EF^2}{4}} = \sqrt{\frac{10^2 + 10^2}{2} - \frac{12^2}{4}} = 8$.

Cách 2: Tam giác DIE vuông tại I nên $DI = \sqrt{DE^2 - EI^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

- Câu 28:** Cho tam giác ABC có $AB = 8$ cm, $AC = 18$ cm và có diện tích bằng 64 cm². Giá trị $\sin A$ bằng
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải:

Ta có: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Leftrightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{8}{9}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

- Câu 29:** Cho tam giác ABC có các góc $A = 105^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 105^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

- Câu 30:** Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 8$, $A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

A. $\sqrt{129}$. B. 7. C. 49. D. $\sqrt{69}$.

Lời giải:

Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{49} = 7$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

- Câu 31:** Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$ và 1.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2} + 1}{2}$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p - \sqrt{3})(p - \sqrt{2})(p - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 32: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn bán kính R , $AB = R$, $AC = R\sqrt{3}$. Tính góc A , biết B là góc tù.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải:

Góc B là góc tù nên A, C là góc nhọn.

Ta có: $\frac{AB}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \frac{R}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 30^\circ$. (vì C nhọn)

Tương tự: $\frac{AC}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \frac{R\sqrt{3}}{\sin B} = 2R \Leftrightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B = 120^\circ$ (do B tù).

Suy ra: $A = 180^\circ - (30^\circ + 120^\circ) = 30^\circ$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 33: Tam giác ABC có $a = 14$, $b = 18$, $c = 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $B \approx 42^\circ 50'$.

B. $B \approx 60^\circ 56'$.

C. $B \approx 119^\circ 04'$.

D. $B \approx 90^\circ$.

Lời giải:

Ta có $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{14^2 + 20^2 - 18^2}{2 \cdot 14 \cdot 20} = \frac{17}{35}$. Suy ra: $B \approx 60^\circ 56'$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 34: Cho tam giác ABC có $AB = 4$ cm, $BC = 7$ cm, $CA = 9$ cm. Giá trị $\cos A$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{2}{3}$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 35: Cho tam giác ABC có $AB = 4$, $AC = 5$, $BC = 6$. Tính $\cos(B + C)$.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. $-0,125$.

D. $0,75$.

Lời giải:

Ta có $c = AB = 4$, $b = AC = 5$, $a = BC = 6$. Tính $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} = \frac{1}{8}$.

Để ý $\cos(B + C) = -\cos A = -\frac{1}{8} = -0,125$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 36: Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. $\sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải:

Nhận xét: Đây là tam giác vuông với cạnh huyền là 13.

Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác: $r = \frac{S}{p} = \frac{30}{15} = 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 37: Cho tam giác ABC có $BC = 10$, $A = 30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. 5.

B. 10.

C. $\frac{10}{\sqrt{3}}$.

D. $10\sqrt{3}$.

Lời giải:

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2 \cdot \sin A} = \frac{10}{2 \cdot \sin 30^\circ} = 10.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 38: Tính diện tích tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13.

A. 60.

B. 30.

C. 34.

D. $7\sqrt{5}$.

Lời giải:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 39: Cho tam giác ABC có $B = 60^\circ$, $C = 45^\circ$, $AB = 5$. Tính độ dài cạnh AC .

A. $5\sqrt{3}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $\frac{5\sqrt{6}}{2}$.

D. 10.

Lời giải:

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 40: Tam giác đều nội tiếp đường tròn bán kính $R = 4$ cm thì có diện tích bằng

A. 13 cm^2 .

B. $13\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

C. $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

D. 15 cm^2 .

Lời giải:

Gọi a là độ dài cạnh và S là diện tích của tam giác, ta có: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a \cdot a \cdot a}{4R} \Rightarrow a = R\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

Vậy diện tích tam giác đã cho là: $S = \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} (\text{cm}^2)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

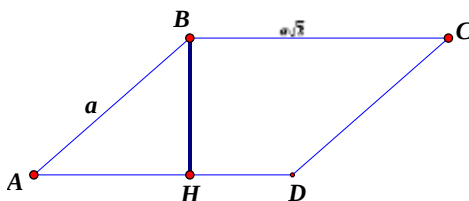
Câu 41: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ và $BAD = 45^\circ$. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$.

A. $2a^2$.

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. a^2 .

D. $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải:

Gọi BH là đường cao của hình bình hành $ABCD$.

Tam giác BHA vuông tại H , góc $BAH = BAC = 45^\circ$, $BH = AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S = BH \cdot AD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2} = a^2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

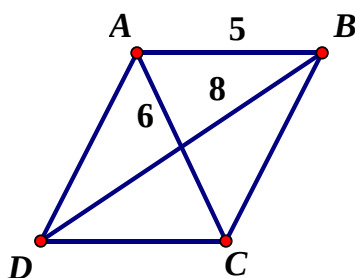
Câu 42: Cho hình bình hành có một cạnh là 5 hai đường chéo là 6 và 8. Tính độ dài cạnh kề với cạnh có độ dài bằng 5.

A. 3.

B. 1.

C. $5\sqrt{6}$.

D. 5.

Lời giải:

Gọi hình bình hành là $ABCD$. Ta có: $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$

$\Rightarrow AC \perp BD \Rightarrow ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow AB = AD = 5$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

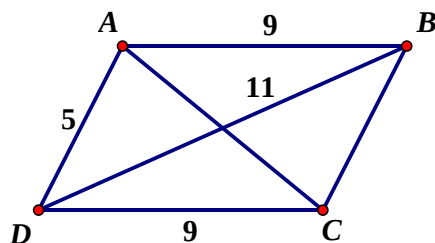
Câu 43: Cho hình bình hành có hai cạnh là 5 và 9, một đường chéo bằng 11. Tìm độ dài đường chéo còn lại.

A. 9,5.

B. $4\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{91}$.

D. $3\sqrt{10}$.

Lời giải:

Gọi hình bình hành là $ABCD$, $AD = 5$, $AB = 9$.

Gọi α là góc đối diện với đường chéo có độ dài 11. Ta có: $\cos \alpha = \frac{5^2 + 9^2 - 11^2}{2 \cdot 5 \cdot 9} = -\frac{1}{6}$

$\Rightarrow \alpha$ là góc tù $\Rightarrow \alpha = BAD \Rightarrow BD = 11$

$$\Rightarrow AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos ADC = AD^2 + DC^2 + 2 \cdot AD \cdot DC \cdot \cos BAD$$

(vì BAD và ADC bù nhau $\Rightarrow \cos ADC = -\cos BAD$)

$$\Rightarrow AC^2 = 5^2 + 9^2 + 2 \cdot 5 \cdot 9 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = 91 \Rightarrow AC = \sqrt{91}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 44: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.

A. 1 cm.

B. $\sqrt{2}$ cm.

C. 2 cm.

D. 3 cm.

Lời giải:

Ta có $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 8$ (cm). Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24$ (cm²)

Nửa chu vi $p = \frac{6+8+10}{2} = 12$. Suy ra $r = \frac{S}{p} = \frac{24}{12} = 2$ (cm).

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 45: Tính diện tích tam giác ABC biết $A = 60^\circ$, $b = 10$, $c = 20$.

A. $50\sqrt{3}$.

B. 50.

C. $50\sqrt{2}$.

D. $50\sqrt{5}$.

Lời giải:

Áp dụng công thức: $S = \frac{1}{2} \cdot bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 20 \cdot \sin 60^\circ = 50\sqrt{3}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 46: Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $AC = 9$ và đường trung tuyến $AM = 6$. Tính độ dài cạnh BC .

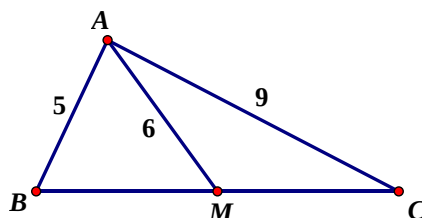
A. $2\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. $\sqrt{129}$.

D. 22.

Lời giải:



$$\text{Ta có: } AM^2 = \frac{AC^2 + AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4 \left(\frac{AC^2 + AB^2}{2} - AM^2 \right) = 4 \left(\frac{9^2 + 5^2}{2} - 6^2 \right) = 68 \Rightarrow BC = 2\sqrt{17}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 47: Cho tam giác ABC có các góc $A = 75^\circ$, $B = 45^\circ$. Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$.

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

D. 1, 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B} = \frac{\sin(180^\circ - 75^\circ - 45^\circ)}{\sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 48: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = b$, $AB = c$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho góc $BAM = 30^\circ$. Tính tỉ số $\frac{MB}{MC}$.

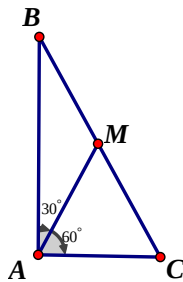
A. $\frac{b\sqrt{3}}{3c}$.

B. $\frac{\sqrt{3}c}{3b}$.

C. $\frac{\sqrt{3}c}{b}$.

D. $\frac{b-c}{b+c}$.

Lời giải:



Ta có $\frac{MB}{\sin 30^\circ} = \frac{AM}{\sin B} \Rightarrow MB = \frac{AM \cdot \sin 30^\circ}{\sin B} = \frac{AM}{2 \cdot \sin B}$.

$\frac{MC}{\sin 60^\circ} = \frac{AM}{\sin C} \Rightarrow MC = \frac{AM \cdot \sin 60^\circ}{\sin C} = \frac{AM \sqrt{3}}{2 \cdot \sin C}$. Do đó $\frac{MB}{MC} = \frac{\sin C}{\sqrt{3} \sin B} = \frac{c}{\sqrt{3}b} = \frac{\sqrt{3}c}{3b}$.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 49: Trong tam giác ABC , nếu $2h_a = h_b + h_c$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

B. $2 \sin A = \sin B + \sin C$.

C. $\sin A = 2 \sin B + 2 \sin C$.

D. $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} - \frac{1}{\sin C}$.

Lời giải:

Ta có: $2h_a = h_b + h_c \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2S}{a} = \frac{2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{2R \cdot \sin A} = \frac{1}{2R \cdot \sin B} + \frac{1}{2R \cdot \sin C}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 50: Cho tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{2}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

B. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{4}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

C. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

D. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Lời giải:

Sử dụng công thức trung tuyến của tam giác, ta có:

$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4} + \frac{2c^2 + 2a^2 - b^2}{4} + \frac{2a^2 + 2b^2 - c^2}{4} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 51: Xét tam giác ABC , khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_a = \frac{b+c}{2}$.

B. $m_a > \frac{b+c}{2}$.

C. $m_a < \frac{b+c}{2}$.

D. $m_a = b+c$.

Lời giải:

Ta có: $m_a^2 = \frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{(b+c)^2 + (b-c)^2 - a^2}{4}$

Vì $|b-c| < a \Rightarrow (b-c)^2 < a^2 \Rightarrow m_a^2 < \frac{(b+c)^2}{4} \Leftrightarrow m_a < \frac{b+c}{2}$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.****Câu 52:** Trong tam giác ABC, điều kiện để hai trung tuyến kẻ từ A và B vuông góc với nhau là

A. $2a^2 + 2b^2 = 5c^2$.

B. $3a^2 + 3b^2 = 5c^2$.

C. $2a^2 + 2b^2 = 3c^2$.

D. $a^2 + b^2 = 5c^2$.

Lời giải:Vì hai trung tuyến vẽ từ A và B vuông góc với nhau nên $\triangle ABG$ vuông tại G với G là trọng tâm tam giác ABC.

Khi đó: $c^2 = GA^2 + GB^2 \Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9} \left(\frac{b^2+c^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2+c^2}{2} - \frac{b^2}{4} \right)$

$\Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9} \left(c^2 + \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} \right) \Leftrightarrow 5c^2 = a^2 + b^2$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.****Câu 53:** Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ và diện tích là S. Tổng $\cot A + \cot B + \cot C$ bằng

A. $\frac{2(a^2+b^2+c^2)}{S}$.

B. $\frac{a^2+b^2+c^2}{S}$.

C. $\frac{a^2+b^2+c^2}{2S}$.

D. $\frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$.

Lời giải:

Từ công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{bc}$, và $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.

Suy ra $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{\frac{2S}{bc}} = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S}$.

Tương tự ta cũng có $\cot B = \frac{a^2+c^2-b^2}{4S}$, $\cot C = \frac{a^2+b^2-c^2}{4S}$.

Vậy $\cot A + \cot B + \cot C = \frac{b^2+c^2-a^2}{4S} + \frac{a^2+c^2-b^2}{4S} + \frac{a^2+b^2-c^2}{4S} = \frac{a^2+b^2+c^2}{4S}$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.****Câu 54:** Xét tam giác ABC, nếu có $a^2 = b.c$ thì đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} - \frac{1}{h_c}$.

B. $h_a^2 = h_b.h_c$.

C. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$.

D. $\frac{1}{h_a^2} = \frac{2}{h_b} + \frac{2}{h_c}$.

Lời giải:

Ta có: $a^2 = b.c \Leftrightarrow \left(\frac{2S}{h_a} \right)^2 = \left(\frac{2S}{h_b} \right) \cdot \left(\frac{2S}{h_c} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b} \cdot \frac{1}{h_c} \Leftrightarrow h_a^2 = h_b.h_c$.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 55: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = c$ và $\cos(A+B) = \frac{1}{3}$.

A. $\frac{c\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3c\sqrt{2}}{8}$.

C. $\frac{9c\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{3c}{2}$.

Lời giải:

Ta có $\cos C = -\cos(A+B) = -\frac{1}{3}$. Do đó $\sin C = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = \frac{3\sqrt{2}c}{8}.$$

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 56: Cho tam giác ABC vuông cân tại A và nội tiếp trong đường tròn tâm O bán kính R . Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Khi đó, tỉ số $\frac{R}{r}$ bằng

A. $1 + \sqrt{2}$.

B. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$.

D. $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải:

Giả sử $AB = AC = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác $S = pr = \frac{AB \cdot AC}{2} \Leftrightarrow \frac{2a + a\sqrt{2}}{2}r = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow r = \frac{a}{2 + \sqrt{2}}$. Suy ra $\frac{R}{r} = 1 + \sqrt{2}$.

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 57: Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 30$ cm. Hai đường trung tuyến BF và CE cắt nhau tại G . Diện tích tam giác GFC bằng

A. 50 cm^2 .

B. $50\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

C. 75 cm^2 .

D. $15\sqrt{105} \text{ cm}^2$.

Lời giải:

Nối AG cắt BC tại H ta có: $S_{\Delta GFC} = \frac{1}{2}S_{\Delta AGC} = \frac{1}{3}S_{\Delta AHC} = \frac{1}{6}S_{\Delta ABC}$

Mà $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 30 = 450 \text{ cm}^2$ nên $S_{\Delta GFC} = \frac{1}{6} \cdot 450 = 75 \text{ cm}^2$.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 58: Cho tam giác ABC có diện tích S . Nếu tăng độ dài mỗi cạnh BC và AC lên hai lần đồng thời giữ nguyên độ lớn của góc C thì diện tích của tam giác mới được tạo nên bằng

A. $2S$.

B. $3S$.

C. $4S$.

D. $5S$.

Lời giải:

Ta có $S = \frac{1}{2}BC \cdot AC \cdot \sin C$

Khi BC, AC tăng 2 lần, ta có $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2BC \cdot 2AC \cdot \sin C = 4 \left(\frac{1}{2}BC \cdot AC \sin C \right) = 4S$.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 59: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm cạnh BC , F là trung điểm cạnh AE . Tính độ dài đoạn thẳng DF .

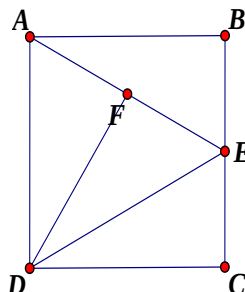
A. $\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Lời giải:



Ta có: $AE = DE = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

Dùng công thức độ dài trung tuyến:

$$DF^2 = \frac{DA^2 + DE^2}{2} - \frac{AE^2}{4} = \frac{a^2 + \frac{5a^2}{4}}{2} - \frac{5a^2}{16} = \frac{13a^2}{16} \Rightarrow DF = \frac{a\sqrt{13}}{4}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 60: Cho tam giác ABC có $B + C = 135^\circ$ và $BC = a$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $a\sqrt{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có $A = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \Rightarrow \frac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{a}{2\sin 45^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 61: Cho tam giác ABC có $AB = 9$, $BC = 10$, $CA = 11$. Gọi M là trung điểm BC và N là trung điểm AM . Tính độ dài BN .

A. 6.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $\sqrt{34}$.

Lời giải:

Ta có $AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 76 \Rightarrow BN^2 = \frac{BA^2 + BM^2}{2} - \frac{AM^2}{4} = 34$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 62: Cho tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 8$, $CA = 6$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Độ dài đoạn thẳng CG bằng

A. $\frac{5\sqrt{7}}{2}$.

B. $\frac{5\sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{5\sqrt{7}}{6}$.

D. $\frac{13}{3}$.

Lời giải:

Gọi M là trung điểm AB , ta có: $CM^2 = \frac{CB^2 + AC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{175}{4} \Rightarrow CG = \frac{2}{3}CM = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{175}{4}} = \frac{5\sqrt{7}}{3}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 63: Cho tam giác ABC có $AB = 2$ cm, $AC = 1$ cm, $A = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

A. 1 cm.

B. 2 cm.

C. $\sqrt{3}$ cm.D. $\sqrt{5}$ cm.

Lời giải:

Áp dụng định lý Cô – sin cho tam giác ABC ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A$
 $= 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 3$. Suy ra: $BC = \sqrt{3}$ (cm).

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 64: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 6, 7. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6.

A. $\sqrt{6}$.B. $2\sqrt{6}$.

C. 5.

D. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải:

Nửa chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+6+7}{2} = 9$.

Diện tích tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-6)(p-7)} = 6\sqrt{6}$. Đặt $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$.

Độ dài đường cao ứng với cạnh có độ dài bằng 6 là: $h_b = \frac{2S}{b} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 65: Cho tam giác có ba cạnh lần lượt là 5, 12, 13. Tính độ dài đường cao ứng với cạnh lớn nhất.

A. $\frac{60}{13}$.B. $\frac{120}{13}$.C. $\frac{30}{13}$.

D. 12.

Lời giải:

Đặt $a = 5$, $b = 12$, $c = 13$. Ta có: $\frac{1}{2}$ chu vi của tam giác là: $p = \frac{5+12+13}{2} = 15$

Diện tích của tam giác là: $S = \sqrt{p(p-5)(p-12)(p-13)} = \sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)} = 30$.

Đường cao ứng với cạnh lớn nhất là: $h_c = \frac{2S}{c} = \frac{2 \cdot 30}{13} = \frac{60}{13}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 66: Cho tam giác ABC có $BC = 12$, $CA = 9$, $AB = 6$. Trên cạnh BC lấy điểm M sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM .

A. $2\sqrt{5}$.B. $3\sqrt{2}$.C. $\sqrt{20}$.D. $\sqrt{19}$.

Lời giải:

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} = \frac{6^2 + 12^2 - 9^2}{2 \cdot 6 \cdot 12} = \frac{11}{16}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2 \cdot AB \cdot BM \cdot \cos B} = \sqrt{6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{11}{16}} = \sqrt{19}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

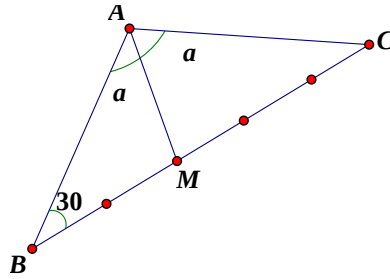
Câu 67: Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{11a}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5}$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

 $\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 68: Cho tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$. Tính số đo của góc C.

A. 120° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Lời giải:

Trong tam giác ABC ta luôn có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$.

$$\text{Hệ thức } (a+b+c)(a+b-c) = 3ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - c^2 = 3ab \Leftrightarrow c^2 = a^2 + b^2 - ab$$

$$\text{Suy ra: } -2 \cdot \cos C = -1 \Rightarrow \cos C = \frac{1}{2} \Rightarrow C = 60^\circ.$$

 $\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 69: Cho tam giác ABC có $S = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A.

B. Tam giác ABC vuông tại B.

C. Tam giác ABC tù.

D. Tam giác ABC nhọn.

Lời giải:

$$\text{Nửa chu vi của tam giác là } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

$$\text{Ta có: } S = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4} \Leftrightarrow 16S^2 = (a+b-c)^2 (a-b+c)^2$$

$$\Leftrightarrow p(p-a)(p-b)(p-c) = (p-c)^2 (p-b)^2$$

$$\Leftrightarrow p(p-a) = (p-c)(p-b) \Leftrightarrow p^2 - pa = p^2 - p(b+c) + bc$$

$$\Leftrightarrow p(c+b-a) = bc \Leftrightarrow (b+c+a)(c+b-a) = 2bc \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2.$$

 $\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 70: Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC cân.

B. Tam giác ABC đều.

C. Tam giác ABC vuông.**D. Tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$.****Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Leftrightarrow \sin A = \frac{a}{2R}; \sin B = \frac{b}{2R}; \sin C = \frac{c}{2R}.$$

$$\text{Và } \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

$$\text{Ta có: } \sin A = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C} \Leftrightarrow \sin A (\cos B + \cos C) = \sin B + \sin C$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{2R} \left(\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right) = \frac{b}{2R} + \frac{c}{2R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2c} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b} = b + c \Leftrightarrow b(a^2 + c^2 - b^2) + c(a^2 + b^2 - c^2) = 2bc(b + c)$$

$$\Leftrightarrow ba^2 + bc^2 - b^3 + ca^2 + cb^2 - c^3 = 2b^2c + 2bc^2$$

$$\Leftrightarrow (b^3 + c^3) + b^2c + bc^2 - ba^2 - ca^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2) + bc(b + c) - a^2(b + c) = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \Rightarrow b^2 + c^2 - a^2 = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2.$$

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.****Câu 71:** Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, m , 2 với $m \in \mathbb{Z}$. Giá trị của m là**A.** 1.**B.** 2.**C.** 3.**D.** 4.**Lời giải:**

Ta có 1, m , 2 là độ dài 3 cạnh tam giác mà một cạnh luôn lớn hơn hiệu 2 cạnh và nhỏ hơn tổng 2 cạnh nên ta có $2 - 1 < m < 2 + 1 \Leftrightarrow 1 < m < 3$

Mặt khác, $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.****Câu 72:** Cho tam giác ABC có $AB = 7$, $AC = 5$ và $\cos(B + C) = -\frac{1}{5}$. Tính độ dài cạnh BC.**A.** $2\sqrt{15}$.**B.** $4\sqrt{22}$.**C.** $4\sqrt{15}$.**D.** $2\sqrt{22}$.**Lời giải:**

Vì trong tam giác ABC ta có $B + C$ bù với góc A nên $\cos(B + C) = -\frac{1}{5} \Rightarrow \cos A = \frac{1}{5}$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{1}{5}} = 2\sqrt{15}.$$

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.****Câu 73:** Tam giác ABC có $\cos(A + B) = -\frac{1}{8}$, $AC = 4$, $BC = 5$. Tính cạnh AB.**A.** $\sqrt{46}$.**B.** 11.**C.** $5\sqrt{2}$.**D.** 6.**Lời giải:**

Vì trong tam giác ABC ta có $A + B$ bù với góc C nên

$$\cos(A + B) = -\frac{1}{8} \Rightarrow \cos C = \frac{1}{8} \quad AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{1}{8}} = 6.$$

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 74: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 12$ và $\cot(A+B) = \frac{1}{3}$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{9\sqrt{10}}{5}$. C. $5\sqrt{10}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải:

Ta có: $\cot(A+B) = \frac{1}{3}$ nên $\cot C = -\frac{1}{3}$, suy ra $3\cos C = -\sin C$.

Mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow \frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = 2\sqrt{10}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 75: Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết $AB = 10$ và $\tan(A+B) = \frac{1}{3}$.

- A. $\frac{5\sqrt{10}}{9}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. $5\sqrt{10}$.

Lời giải:

Ta có: $\tan(A+B) = \frac{1}{3}$ nên $\tan C = -\frac{1}{3}$.

Do đó $3\sin C = -\cos C$, mà $\sin^2 C + \cos^2 C = 1 \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

$\frac{AB}{\sin C} = 2R \Rightarrow R = \frac{AB}{2\sin C} = 5\sqrt{10}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 76: Tìm chu vi tam giác ABC , biết rằng $AB = 6$ và $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$.

- A. 26. B. 13. C. $5\sqrt{26}$. D. $10\sqrt{6}$.

Lời giải:

Vì $2\sin A = 3\sin B = 4\sin C$ nên ta có: $2a = 3b = 4c = 24$ (do $c = AB = 6$).

Do đó: $a = 12, b = 8, c = 6$. Chu vi tam giác ABC bằng 26.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 77: Cho tam giác ABC có $BC = 10$ và $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$. Tìm chu vi của tam giác đó.

- A. 12. B. 36. C. 24. D. 22.

Lời giải:

Vì $\frac{\sin A}{5} = \frac{\sin B}{4} = \frac{\sin C}{3}$, nên $\frac{a}{5} = \frac{b}{4} = \frac{c}{3} \Rightarrow b = 8, c = 6$ (do $a = BC = 10$).

Chu vi tam giác ABC bằng 24.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án C.

Câu 78: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c thỏa mãn điều kiện $\frac{a+b}{6} = \frac{b+c}{5} = \frac{a+c}{7}$. Tính $\cos A$.

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\frac{a+b}{6} = \frac{b+c}{5} = \frac{a+c}{7} = t \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=6t \\ b+c=5t \\ a+c=7t \end{cases} \Rightarrow a+b+c=9t. \text{ Vậy } \begin{cases} a=4t \\ b=2t \\ c=3t \end{cases}$

Theo định lí côsin: $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4t^2 + 9t^2 - 16t^2}{2 \cdot 2t \cdot 3t} = -\frac{1}{4}$.

Tương tự, ta tính được: $\cos B = \frac{7}{8}; \cos C = \frac{11}{16}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 79: Tính góc C của tam giác ABC biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

A. $C = 150^\circ$.

B. $C = 120^\circ$.

C. $C = 60^\circ$.

D. $C = 30^\circ$.

Lời giải:

Ta có: $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2) \Leftrightarrow a^3 - b^3 - c^2(a - b) = 0$

$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) - c^2(a - b) = 0$

$\Leftrightarrow a^2 + ab + b^2 - c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}$. Do đó: $C = 120^\circ$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 80: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 1$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

A. 1,5.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải:

Xét tam giác OAB có $\frac{AB}{\sin O} = 2 = 2R \Rightarrow R = 1$. Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam

giác OAB. Vậy OB lớn nhất khi OB là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB. Khi đó $OB = 2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 81: Cho góc $xOy = 30^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của đoạn OB bằng

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Đặt $OA = x$, $OB = y$. Áp dụng công thức định lý hàm số cosin cho tam giác OAB ta có:

$x^2 + y^2 - 2xy \cos 30^\circ = 2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \sqrt{3}xy - 4 = 0 \quad (*)$

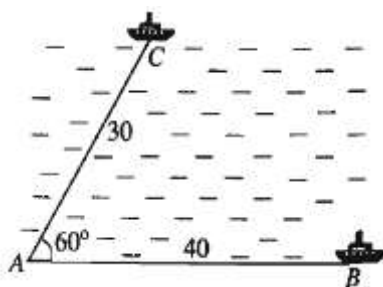
Tìm điều kiện để tồn tại x, ta coi phương trình trên là phương trình ẩn x, tham số y.

Khi đó, phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}y)^2 - 4(y^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq y \leq 4$.

Do đó $\max y = 4$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 82: Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lí một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lí một giờ (tham khảo hình vẽ)



Sau hai giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý?

Kết quả gần nhất với số nào sau đây?

A. 61 hải lý.

B. 36 hải lý.

C. 21 hải lý.

D. 18 hải lý.

Lời giải:

Sau 2 giờ tàu B đi được 40 hải lý, tàu C đi được 30 hải lý. Vậy tam giác ABC có $AB = 40$, $AC = 30$ và $A = 60^\circ$.

Áp dụng định lý côsin vào tam giác ABC, ta có

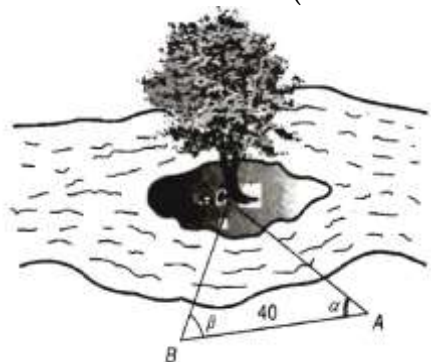
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 30^2 + 40^2 - 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \cos 60^\circ = 900 + 1600 - 1200 = 1300.$$

Vậy $BC = \sqrt{1300} \approx 36$ (hải lý).

Sau 2 giờ, hai tàu cách nhau khoảng 36 hải lý.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 83: Để đo khoảng cách từ một điểm A trên bờ sông đến gốc cây C trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm B cùng ở trên bờ với A sao cho từ A và B có thể nhìn thấy điểm C. Ta đo được khoảng cách $AB = 40\text{m}$, $CAB = 45^\circ$ và $CBA = 70^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Vậy sau khi đo đạc và tính toán được khoảng cách AC gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 53 m.

B. 30 m.

C. 41,5 m.

D. 41 m.

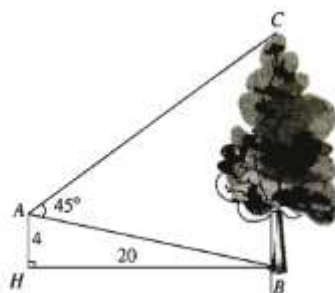
Lời giải:

Áp dụng định lý sin vào tam giác ABC, ta có $\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$

$$\text{Vì } \sin C = \sin(\alpha + \beta) \text{ nên } AC = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} = \frac{40 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 115^\circ} \approx 41,47 \text{ m.}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 84: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ).



Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $BAC = 45^\circ$.

Chiều cao của cây gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 17,5m .

B. 17m .

C. 16,5m .

D. 16m .

Lời giải:

Trong tam giác AHB , ta có $\tan ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} \rightarrow ABH \approx 11^\circ 19'$.

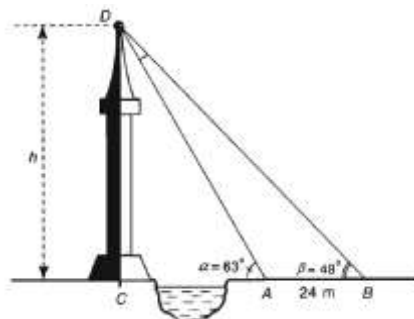
Suy ra $ABC = 90^\circ - ABH = 78^\circ 41'$. Suy ra $ACB = 180^\circ - (BAC + ABC) = 56^\circ 19'$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC , ta được:

$$\frac{AB}{\sin ACB} = \frac{CB}{\sin BAC} \rightarrow CB = \frac{AB \cdot \sin BAC}{\sin ACB} \approx 17\text{m}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 85: Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B và C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24\text{m}$, $CAD = 63^\circ$, $CBD = 48^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao h của tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. 18m .

B. 18,5m .

C. 60m .

D. 61,4m .

Lời giải:

Áp dụng định lý sin vào tam giác ABD , ta có $\frac{AD}{\sin \beta} = \frac{AB}{\sin D}$.

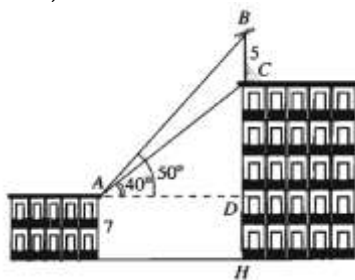
Ta có $\alpha = D + \beta$ nên $D = \alpha - \beta = 63^\circ - 48^\circ = 15^\circ$.

$$\text{Do đó } AD = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{24 \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} \approx 68,91\text{ m}.$$

Trong tam giác vuông ACD , có $h = CD = AD \cdot \sin \alpha \approx 61,4\text{ m}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 86: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao của tòa nhà gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 12m .

B. 19m .

C. 24m .

D. 29m .

Lời giải:

Từ hình vẽ, suy ra $BAC = 10^\circ$ và $ABD = 180^\circ - (BAD + ADB) = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC, ta có

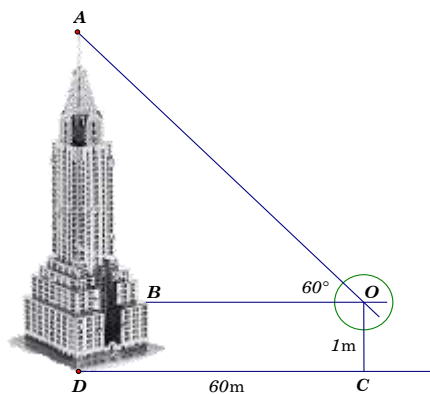
$$\frac{BC}{\sin BAC} = \frac{AC}{\sin ABC} \rightarrow AC = \frac{BC \cdot \sin ABC}{\sin BAC} = \frac{5 \cdot \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5 \text{ m.}$$

Trong tam giác vuông ADC, ta có $\sin CAD = \frac{CD}{AC} \rightarrow CD = AC \cdot \sin CAD = 11,9 \text{ m.}$

Vậy $CH = CD + DH = 11,9 + 7 = 18,9 \text{ m.}$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 87: Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60\text{m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1\text{m}$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $AOB = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ)



Chiều cao của ngọn tháp gần với giá trị nào sau đây?

A. 40m .

B. 114m .

C. 105m .

D. 110m .

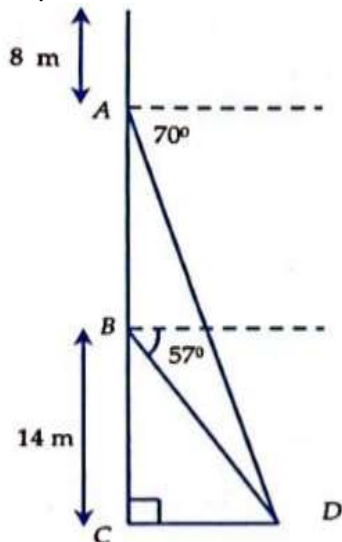
Lời giải:

Tam giác OAB vuông tại B, có $\tan AOB = \frac{AB}{OB} \Rightarrow AB = \tan 60^\circ \cdot OB = 60\sqrt{3} \text{ m.}$

Vậy chiều cao của ngọn tháp là $h = AB + OC = (60\sqrt{3} + 1)m \approx 105m$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 88: Một thợ lặn có vị trí cách mặt nước 8m, một con tàu đắm ở góc 70° . Sau khi cùng xuống tới một điểm cao hơn 14m so với đáy đại dương, thợ lặn nhìn thấy con tàu đắm ở góc 57° . Chiều sâu của con tàu đắm gần giá trị nào nhất?



A. 24,979 m.

B. 32,964 m.

C. 32,979 m.

D. 33,25 m.

Lời giải:

Đặt $CD = x$, $AB = y$. Xét tam giác BCD: $\tan CBD = \frac{x}{14} \Rightarrow x = 14 \cdot \tan 33^\circ$

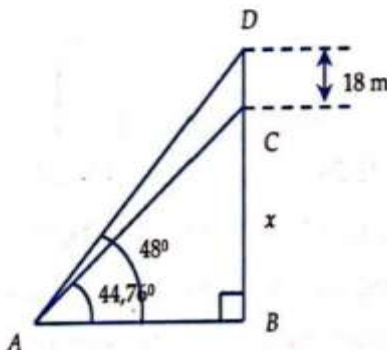
Xét tam giác ACD: $\tan CAD = \frac{x}{y + 14} \Rightarrow (14 + y) \tan 20^\circ = x$

$$\Rightarrow y = \frac{14 \cdot \tan 33^\circ}{\tan 20^\circ} - 14 \approx 10,979$$

Chiều sâu của con tàu đắm bằng: $8 + \frac{14 \cdot \tan 33^\circ}{\tan 20^\circ} \approx 32,979 m$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 89: Đỉnh của các tổng thống ở Mount Rushmore cao 18 mét. Một du khách nhìn thấy đỉnh đầu của George Washington ở góc cao 48° và cằm của ông ở góc cao $44,76^\circ$. Chiều cao của núi Rushmore gần giá trị nào nhất?



A. 182,753 m.

B. 99,649 m.

C. 99,9 m.

D. 168,055 m.

Lời giải:

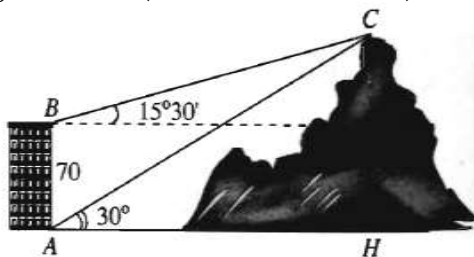
$$\text{Đặt } AB = y, BC = x. \text{ Ta có: } \tan 44,76^\circ = \frac{x}{y} \Rightarrow y = \frac{x}{\tan 44,76^\circ}$$

$$\text{Lại có: } \tan 48^\circ = \frac{x+18}{y} \Rightarrow y = \frac{x+18}{\tan 48^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{\tan 44,76^\circ} = \frac{x+18}{\tan 48^\circ} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot \tan 44,76^\circ}{\tan 48^\circ - \tan 44,76^\circ} + 18 \approx 168,055 \text{ (m)}.$$

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 90: Từ hai vị trí A và B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70\text{m}$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang góc $15^\circ 30'$ (tham khảo hình vẽ)



Ngọn núi đó có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 135m .**B. 234m .****C. 165m .****D. 195m .****Lời giải:**

Từ giả thiết, ta suy ra tam giác ABC có $CAB = 60^\circ$, $ABC = 105^\circ 30'$ và $c = 70$.

$$\text{Khi đó } A + B + C = 180^\circ \Leftrightarrow C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - 165^\circ 30' = 14^\circ 30'.$$

$$\text{Theo định lí sin, ta có } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ hay } \frac{b}{\sin 105^\circ 30'} = \frac{70}{\sin 14^\circ 30'}$$

$$\text{Do đó } AC = b = \frac{70 \cdot \sin 105^\circ 30'}{\sin 14^\circ 30'} \approx 269,4 \text{ m.}$$

Gọi CH là khoảng cách từ C đến mặt đất. Tam giác vuông ACH có cạnh CH đối diện với góc 30° nên $CH = \frac{AC}{2} = \frac{269,4}{2} = 134,7 \text{ m.}$

Vậy ngọn núi cao khoảng 135 m.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.****HẾT**

Huế, 10h58' ngày 29 tháng 8 năm 2022