Teacher2kkk | Học toán cùng GenZ

BỘ CÂU HỎI VD - VDC ÔN THI

HSG **ĐGTD** **ĐGNL** **THPTQG**

12

Trích dẫn từ các đề thi thử THPTQG cả nước

Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh

Em là đường tròn
Vì tôi chọn nhầm kẻ vô tâm.

Thi cử giống như làm ruộng
Dù cày ngày cày đêm..
Thì vẫn phải bừa

Nhắn tin với em
Như học lượng giác
Sợ nhất là seen.

Chắc em vào tim tôi để học toán
Vì dấu vết thương tích quá nhiều..

Anh có tài liệu
em muốn lấy không?

GENZ VS MATH

TEACHER2KKK - HỌC TOÁN CÙNG GENZ

Cậu: Sin/Cos
Tôi: CH4.

Thương chưa đủ
Nên tìm tới nhân tình
Cả hai trao nhau vết tích.

Muốn giỏi Toán phải đi qua từng bước
Nhưng sẽ chỉ là mong ước nếu bỏ bê.

Tôi đâu biết tô đáp án nào
Mà bố mẹ em cứ cấm đoán..

TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

NGÂN HÀNG VD-VDC MÔN TOÁN

Được trích dẫn từ đề thi thử các trường, các sở CẢ NƯỚC

| Là ngân hàng câu hỏi các trường, các sở và BGD sử dụng để ra đề thi THPTQG, HSG, ĐGNL và ĐGTD.

| Hơn 3300 câu VDVDC - 3000 trang, chuẩn form chương trình mới và tiếp tục cập nhật đến ngày thi

Bao gồm nhiều lời giải:

| Tự luận (Tư duy mới ngắn gọn nhưng vẫn chuẩn tự luận)

| Casio (nhiều kĩ thuật mới sáng tạo ít người biết)

| Công thức giải nhanh, bổ đề được trích dẫn từ các giáo trình trong và ngoài nước (có chứng minh)

Được trao đổi trực tiếp 1 : 1 với PAGE để hiểu sâu bản chất tự luận và casio.

(tặng kèm video chữa chi tiết hàng tuần)

Teacher2kkk - Học toán cùng GenZ

Mục lục

CHƯƠNG I. XÁC SUẤT - THỰC TẾ - THỐNG KÊ - RỜI RẠC **2**
A. CÂU HỎI . . . 3
B. ĐÁP ÁN . . . 179
C. LỜI GIẢI CHI TIẾT . . . 183

CHƯƠNG II. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN **450**
A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG . . . 451
B. CÂU HỎI . . . 471
C. ĐÁP ÁN . . . 583
D. LỜI GIẢI CHI TIẾT . . . 589

CHƯƠNG III. HÀM SỐ **1086**
A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG . . . 1087
B. CÂU HỎI . . . 1097
C. ĐÁP ÁN . . . 1340
D. LỜI GIẢI CHI TIẾT . . . 1349

CHƯƠNG IV. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN **2263**
A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG . . . 2264
B. CÂU HỎI . . . 2273
C. ĐÁP ÁN . . . 2362
D. LỜI GIẢI CHI TIẾT . . . 2366

CHƯƠNG V. SỐ PHỨC (ĐỌC THÊM) **2606**
A. CÂU HỎI . . . 2607
B. ĐÁP ÁN . . . 2646
C. LỜI GIẢI CHI TIẾT . . . 2649

CHƯƠNG VI. KIỂM TRA NĂNG LỰC **2948**

CHƯƠNG I

XÁC SUẤT - THỰC TẾ - THỐNG KÊ - RỜI RẠC

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K

Page : https://www.facebook.com/GenZvsMath

Group : https://www.facebook.com/groups/genzvsmath12

Website : https://sites.google.com/view/genzvsmath

Youtube : https://www.youtube.com/@Teacher2ka

Tiktok : https://www.tiktok.com/@teacher2kk

Tuyển tập VD - VDC trong các đề thi thử THPTQG cả nước

Tài liệu bao gồm: Các phương pháp giải Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh.

PHẦN A. CÂU HỎI

Câu 1. Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{20}$. Số ngũ giác có 5 đỉnh lấy từ 20 điểm A_1, A_2, ..., A_{20} và có đúng một cạnh là cạnh của đa giác $A_1A_2...A_{20}$ là

A 9100. **B** 7280. **C** 4400. **D** 5720.

Câu 2. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị của k bằng

Câu 3. Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

A $\frac{1}{7!}$. **B** $\frac{2}{7!}$. **C** $\frac{1}{7}$. **D** $\frac{1}{2.6!}$.

Câu 4. Cho một đa giác đều có 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi S là tập hợp các tam giác có các đỉnh của đa giác trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ tập S, tính xác suất để chọn được tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A $\frac{3}{11}$. **B** $\frac{3}{23}$. **C** $\frac{30}{253}$. **D** $\frac{32}{253}$.

Câu 5. Trong giờ nghỉ giữa giờ môn Toán, bốn bạn An, Bình, Cường, Dũng cùng nói chuyện về chiều cao của mỗi người. An nói: "Tôi cao nhất", Bình nói: "Tôi không thể thấp nhất", Cường nói: "Tôi không cao bằng An nhưng cũng không phải thấp nhất", Dũng nói: "Thế thì tôi thấp nhất rồi". Để xác định ai đúng ai sai, họ đã tiến hành đo tại chỗ, kết quả là chỉ có một người nói sai và không có bạn nào có cùng chiều cao. Ai là người nói sai?

A Dũng. **B** Cường. **C** Bình. **D** An.

Câu 6. Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi khó, trung bình, dễ và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

A $\frac{1}{5}$. **B** $\frac{3}{10}$. **C** $\frac{1}{2}$. **D** $\frac{915}{3848}$.

Câu 7. Vì yêu toán nên khi đặt mật khẩu cho tài khoản Facebook của mình, bạn Toàn đã dùng dãy các chữ cái "TOANYEUTOAN" rồi thay đổi ngẫu nhiên vị trí các chữ cái này để tạo ra mật khẩu. Tính xác suất để mật khẩu đó là một dãy chữ cái mà các chữ cái nếu xuất hiện 1 lần thì không đứng cạnh nhau, đồng thời các chữ T, N giống nhau thì đứng cạnh nhau.

Câu 8. Trong không gian cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với nhau. Trên đường thẳng a lấy 4 điểm phân biệt. Trên mặt phẳng (P) lấy 5 điểm phân biệt sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng và không có đường thẳng nào đi qua 2 điểm trong 5 điểm song song với a. Có bao nhiêu hình tứ diện có đỉnh từ 9 điểm đã lấy từ đường thẳng a và mặt phẳng (P)?

A 40. **B** 50. **C** 100. **D** 80.

Câu 9. Có 30 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ra ngẫu nhiên 10 thẻ. Tính xác suất để trong 10 thẻ được chọn có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng 1 thẻ mang số chia hết cho 10.

A $\dfrac{200}{3335}$. **B** $\dfrac{1001}{3335}$. **C** $\dfrac{99}{667}$. **D** $\dfrac{568}{667}$.

Câu 10. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\{0;1;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số tự tập S. Biết xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400 bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và a, b nguyên tố cùng nhau. Tính $a+b$.

Câu 11. Trên mặt phẳng Oxy, xét đa giác $ABCD$ với các điểm $A(1;4)$, $B(5;4)$, $C(1;0)$ và $D(-3;0)$. Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $M(x;y)$ với $x,y\in\mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của đa giác $ABCD$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $M(x;y)\in S$. Tính xác suất để $2x+y>2$.

Câu 12. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x)=\left(\dfrac{x^2}{4}+x+1\right)^2(x+2)^{3n}$ với n là số tự nhiên thoả mãn $\mathrm{A}_n^3+\mathrm{C}_n^{n-2}=14n$.

A $2^5\mathrm{C}_{19}^{10}$. **B** $2^3\mathrm{C}_{19}^{9}$. **C** $2^7\mathrm{C}_{19}^{9}$. **D** $2^9\mathrm{C}_{19}^{10}$.

Câu 13. Có 6 viên bi gồm 2 bi xanh, 2 bi đỏ, 2 bi vàng (các viên bi có bán kính khác nhau). Tính xác suất để khi xếp 6 viên bi trên thành một hàng ngang thì có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau.

Câu 14. Một chữ cái được lấy ra ngẫu nhiên từ các chữ cái của từ "ASSISTANT" và một chữ cái được lấy ngẫu nhiên từ các chữ cái của từ "STATISTICS". Xác suất để hai chữ cái được lấy ra giống nhau là

A $\dfrac{13}{90}$. **B** $\dfrac{1}{45}$. **C** $\dfrac{19}{90}$. **D** $\dfrac{1}{10}$.

Câu 15. Cho tập $S=\{1;2;...;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A $\dfrac{7}{38}$. **B** $\dfrac{1}{114}$. **C** $\dfrac{5}{38}$. **D** $\dfrac{3}{38}$.

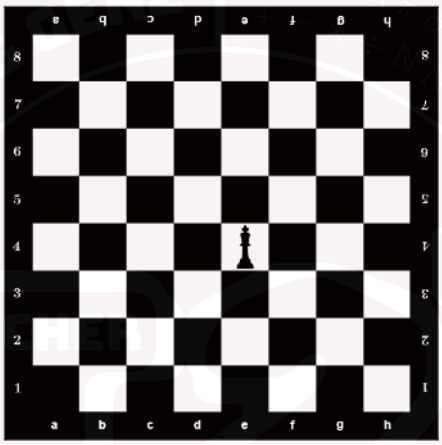
Câu 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2-\dfrac{3}{x}\right)^n$ với $x\neq 0$, biết rằng $\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+...+n\mathrm{C}_n^n=256n$.

A 4889888. **B** 48988. **C** 489888. **D** 49888.

Câu 17. Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần (giả sử người này không gọi thử hai lần với cùng một số điện thoại).

A $\dfrac{1}{10}$. **B** $\dfrac{19}{90}$. **C** $\dfrac{2}{9}$. **D** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 18. Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua như hình vẽ.



Mỗi bước di chuyển, quân vua di chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng. Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên ba bước. Tính xác suất để sau ba bước quân vua trở về đúng ô xuất phát.

Câu 19. Trong kì thi THPTQG 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, D. Mỗi câu trả lời đúng được cộng $0,2$ điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ $0,1$ điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A $1,8.10^{-5}$. **B** $1,3.10^{-7}$. **C** $2,2.10^{-7}$. **D** $2,5.10^{-6}$.

Câu 20. Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+...+a_nx^n$ với $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thoả mãn hệ thức $a_0+\dfrac{a_1}{2}+...+\dfrac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển trên.

Câu 21. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

Câu 22. Cho tập S là tập các số tự nhiên từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên ba số từ S. Tính xác suất P để chọn được ba số có tổng là một số lẻ và không có số nào trong ba số đó chia hết cho 5.

A $P=\dfrac{20}{57}$. **B** $P=\dfrac{14}{57}$. **C** $P=\dfrac{12}{57}$. **D** $P=\dfrac{11}{57}$.

Câu 23. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn.

A $\dfrac{10}{21}$. **B** $\dfrac{10}{189}$. **C** $\dfrac{1}{21}$. **D** $\dfrac{100}{189}$.

Câu 24. Năm 2025 là một năm đặc biệt đối với người yêu toán học, vì 2025 là một số chính phương (tạm gọi là "năm chính phương") và đây cũng là năm chính phương duy nhất của thế kỷ 21. Muốn có được năm chính phương tiếp theo, ta phải chờ thêm 91 năm nữa, tức là năm 2116. Để chào đón năm chính phương đặc biệt này, một thầy giáo dạy toán đã gọi hai em học sinh lên bảng và cho mỗi em viết ngẫu nhiên một số chính phương mà em biết từ 1 đến 2025. Tính xác suất để hai em viết ra hai số chính phương giống nhau và đều là số chia hết cho cả 3 và 5 (biết cả hai em học sinh đều viết đúng số chính phương của mình và khả năng xuất hiện mỗi số chính phương là như nhau).

A $\dfrac{1}{405}$. **B** $\dfrac{2}{2025}$. **C** $\dfrac{1}{675}$. **D** $\dfrac{1}{45}$.

Câu 25. Giả sử $\left(1+x+x^2+...+x^{10}\right)^{11}=a_0+a_1x+...+a_{110}x^{110}$ với $a_0,a_1,...,a_{110}$ là các hệ số. Tính tổng $T=\mathrm{C}_{11}^{0}a_{11}-\mathrm{C}_{11}^{1}a_{10}+\mathrm{C}_{11}^{2}a_9-\mathrm{C}_{11}^{3}a_8+...+\mathrm{C}_{11}^{10}a_1-\mathrm{C}_{11}^{11}a_0$?

Câu 26. Cho 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 7 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A 93204. **B** 39240. **C** 39204. **D** 93240.

Câu 27. Một hộp chứa 20 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 13 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 13. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tích của hai số ghi trên chúng là một số nguyên tố bằng

A $\dfrac{4}{95}$. **B** $\dfrac{6}{95}$. **C** $\dfrac{12}{190}$. **D** $\dfrac{1}{19}$.

Câu 28. Có 50 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{769}{2450}$. **B** $\dfrac{409}{1225}$. **C** $\dfrac{11}{171}$. **D** $\dfrac{8}{89}$.

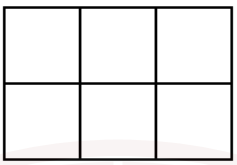
Câu 29. Một nhóm học sinh gồm 6 nam trong đó có bạn nam tên EN và 4 nữ trong đó có bạn nữ tên COVI được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ khai giảng năm học. Xác suất để xếp giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời EN không ngồi cạnh COVI là

A $\dfrac{1}{280}$. **B** $\dfrac{109}{30240}$. **C** $\dfrac{109}{60480}$. **D** $\dfrac{1}{5040}$.

Câu 30. Xét tập hợp A gồm các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để số đó có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải)

A $\dfrac{3}{350}$. **B** $\dfrac{62}{431}$. **C** $\dfrac{74}{411}$. **D** $\dfrac{1}{216}$.

Câu 31. Bé Phúc có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định như hình vẽ.



Bé phúc muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu và mỗi màu tô đúng 2 cạnh của hình vuông đơn vị đó. Hỏi bé Phúc có tất cả bao nhiêu cách tô màu cho bảng trên?

Câu 32. Lấy ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 2024. Xác suất để lấy được số chia cho 3 dư 2 hoặc chia cho 4 dư 1 bằng

Câu 33. Cho A là tập hợp các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy một số bất kì của tập A. Xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9 là

A $\dfrac{1250}{1710}$. **B** $\dfrac{1}{9}$. **C** $\dfrac{625}{1701}$. **D** $\dfrac{1}{18}$.

Câu 34. Chọn ngẫu nhiên lần lượt các số a, b phân biệt thuộc tập hợp $\left\{3^k \mid k \in \mathbb{N},\, 1 \le k \le 10\right\}$. Tính xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên dương.

Câu 35. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{0;1;...;6\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên lần lượt các số a, b phân biệt thuộc tập hợp $\left\{2^k \mid k \in \mathbb{N},\, 1 \le k \le 11\right\}$. Tính xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên dương.

Câu 37. Cho (G) là thập giác đều và M là tập hợp 11 điểm gồm 10 đỉnh và tâm của (G). Chọn ngẫu nhiên 3 điểm thuộc M, xác suất để 3 điểm được chọn lập thành một tam giác bằng

A $\dfrac{8}{11}$. **B** $\dfrac{32}{33}$. **C** $\dfrac{31}{33}$. **D** $\dfrac{10}{11}$.

Câu 38. Cho đa giác đều 20 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác. Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng

A $\frac{7}{216}$. **B** $\frac{2}{969}$. **C** $\frac{3}{323}$. **D** $\frac{4}{9}$.

Câu 39. Trong kỳ thi THPT Quốc Gia, mỗi lớp thi gồm 24 thí sinh được sắp xếp vào 24 bàn khác nhau. Bạn Nam là một thí sinh dự thi, bạn đăng ký 4 môn thi và cả 4 lần thi đều thi tại một phòng duy nhất. Giả sử giám thị xếp thí sinh vào vị trí một cách ngẫu nhiên, tính xác suất để trong 4 lần thi thì bạn Nam có đúng 2 lần ngồi cùng vào đúng một vị trí.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ $A=\{0;1;...;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 1400.

Câu 41. Có bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ tập $S=\{1;2;...;9\}$ mà số đó có đúng hai chữ số 1, có đúng hai chữ số 2, bốn chữ số còn lại đôi một khác nhau, đồng thời các chữ số giống nhau không đứng liền kề nhau?

A 112600. **B** 201600. **C** 126200. **D** 122600.

Câu 42. Cho đa giác đều có 30 cạnh. Gọi S là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác trong tập hợp S. Tính xác suất để tam giác được chọn là tam giác vuông.

A $\frac{45}{406}$. **B** $\frac{3}{58}$. **C** $\frac{3}{29}$. **D** $\frac{6}{29}$.

Câu 43. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6\}$. Từ tập A lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số và chia hết cho 3?

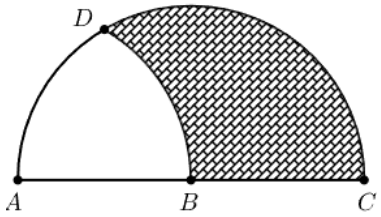
Câu 44. Cho $P(x)=\left(1+4x+3x^2\right)^{10}$. Xác định hệ số của x^3 trong khai triển $P(x)$ theo luỹ thừa của x.

A 8760. **B** 4648. **C** 7740. **D** 8802.

Câu 45. Trong một bài thi đánh giá tư duy gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, trong đó có 5 câu hỏi lĩnh vực tự nhiên và 5 câu hỏi lĩnh vực xã hội. Mỗi câu hỏi có bốn phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng. Một học sinh đã trả lời đúng các câu hỏi thuộc lĩnh vực tự nhiên, nhưng ở lĩnh vực xã hội, học sinh đó chọn ngẫu nhiên một phương án bất kì. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được 1 điểm, trả lời sai không có điểm. Xác suất để học sinh đó đạt ít nhất 8 điểm là (chọn giá trị gần đúng nhất)

A 0,1758. **B** 0,1914. **C** 0,1953. **D** 0,1035.

Câu 46. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (H) (như hình vẽ) quanh trục AC



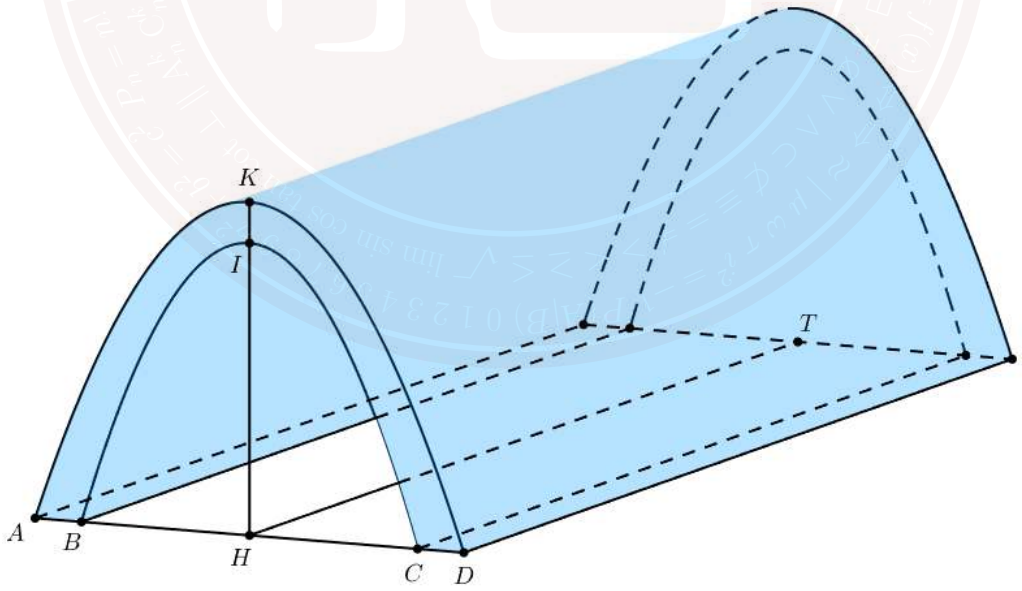
Biết rằng $AC = 2\,\text{cm}$, B là trung điểm AC, miền (H) được giới hạn bởi đoạn thẳng BC và các cung tròn bán kính 1 cm có tâm A và B. Thể tích của vật trang trí gần nhất với kết quả nào sau đây?

A $2,9\,\text{cm}^3$. **B** $3,5\,\text{cm}^3$. **C** $1,7\,\text{cm}^3$. **D** $4,2\,\text{cm}^3$.

Câu 47. Có 6 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C của trường THPT X tham gia kỳ phỏng vấn tuyển sinh của trường đại học Y. Các học sinh này được phân công ngẫu nhiên vào 3 phòng, mỗi phòng có 2 học sinh. Xác suất để không có hai học sinh cùng lớp nào được phân công vào cùng một phòng bằng

A $\dfrac{8}{15}$. **B** $\dfrac{4}{5}$. **C** $\dfrac{2}{5}$. **D** 6.

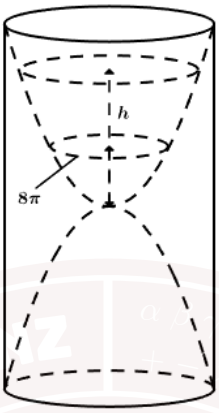
Câu 48. Trên một tuyến đường thẳng có một đoạn phải đi xuyên qua một quả núi nhỏ, do đó người ta đã tạo một hầm chui để thuận tiện cho các phương tiện giao thông di chuyển, vòm của hầm chui được đổ bê tông có dạng như hình vẽ



với $BC = 8\,\text{m}$, $IH = 5\,\text{m}$, $IK = 0,6\,\text{m}$, $AB = CD = 0,5\,\text{m}$, $HT = 10\,\text{m}$. Biết khi cắt vòm của hầm chui bằng mặt phẳng vuông góc với trục của tuyến đường ta luôn có thiết diện là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol và giao tuyến của mặt cắt với mặt đường. Tính thể tích vòm của hầm chui được đổ bê tông.

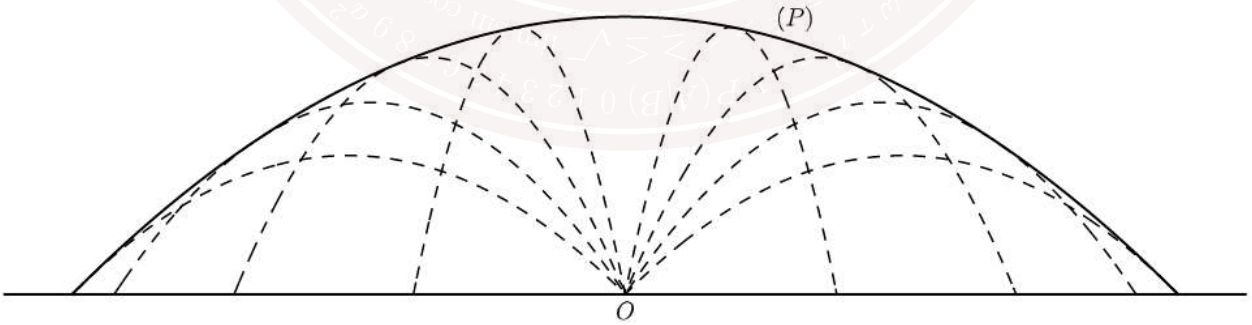
A $208\,\text{m}^3$. **B** $\dfrac{208}{3}\,\text{m}^3$. **C** $416\,\text{m}^3$. **D** $\dfrac{416}{3}\,\text{m}^3$.

Câu 49. Một chiếc đồng hồ cát gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt nằm ngang và đặt trong một hình trụ (mặt nằm ngang là mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ và song song với hai mặt đáy của hình trụ) như hình vẽ.



Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\dfrac{3}{4}$ chiều cao của phần trên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,9\,\text{cm}^3$/phút. Khi chiều cao của cát còn 4 cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi 8π cm. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Chiều cao của khối trụ bên ngoài bằng

Câu 50. Một vật nặng được bắn lên từ điểm O trên mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 10\,\text{m/s}$, các góc bắn α với $30^\circ \le \alpha \le 90^\circ$ (bỏ qua sức cản không khí và coi gia tốc rơi tự do là $g = 10\,\text{m/s}^2$). Cho biết với góc bắn $\alpha < 90^\circ$ thì quỹ đạo của vật là một phần của parabol $y = x\tan\alpha - \dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2$ và xét trên một mặt phẳng thẳng đứng, khi α thay đổi thì các quỹ đạo của vật nặng sinh ra một hình phẳng giới hạn bởi một phần của parabol (P) và mặt đất (xem hình vẽ).

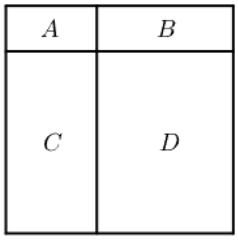


Thể tích của vùng không gian chứa tất cả các vị trí có thể của vật nặng bằng

Câu 51. Thể tích phần giao nhau vuông góc và hai trục cắt nhau của hai ống nước hình trụ cùng bán kính bằng a là

A $\dfrac{2a^3}{3}$. **B** $\dfrac{4a^3}{3}$. **C** $\dfrac{8a^3}{3}$. **D** $\dfrac{16a^3}{3}$.

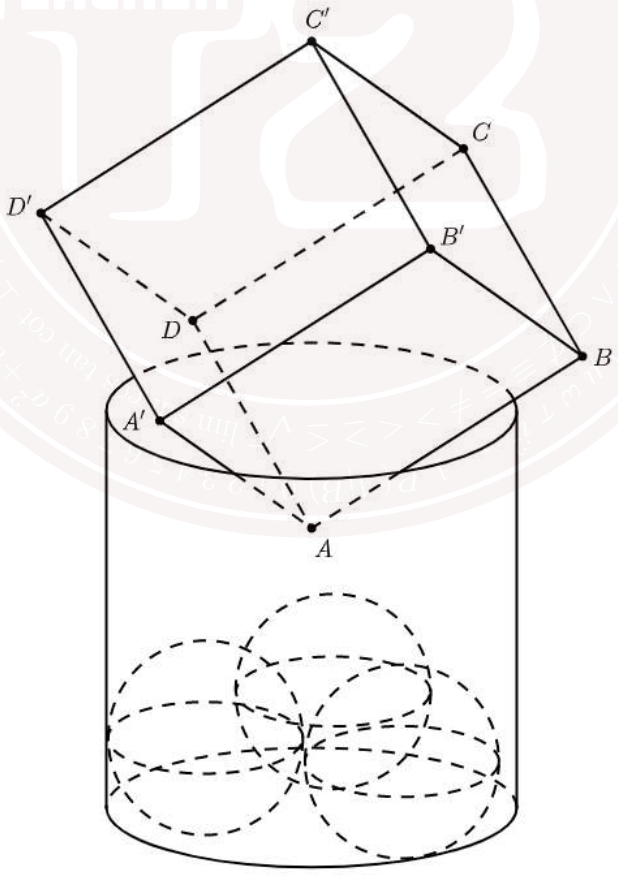
Câu 52. Một mảnh vườn hình vuông có độ dài mỗi cạnh bằng 90 m. Người ta chia mảnh vườn thành bốn mảnh vườn hình chữ nhật A, B, C, D có diện tích lần lượt là 2^a3^b, $2^{a-1}3^{b+1}$, $2^{2a-1}3^b$, $2^{a+1}3^{b+1}$ như hình vẽ.



Diện tích của mảnh vườn A là

A $648\,\text{m}^2$. **B** $512\,\text{m}^2$. **C** $972\,\text{m}^2$. **D** $216\,\text{m}^2$.

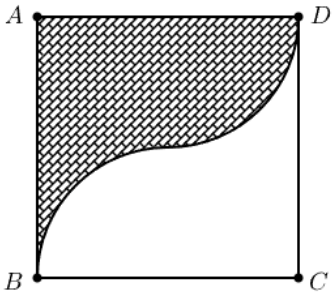
Câu 53. Một bình thủy tinh hình trụ không có nắp, trong bình được xếp vào ba viên bi bằng nhau có bán kính $\sqrt{3}\,\text{dm}$ sao cho các viên bi đều tiếp xúc với đáy, đôi một tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với đường sinh của bình. Người ta đổ đầy nước vào rồi đặt lên miệng bình một khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ đặc, sao cho đường chéo AC' có phương vuông góc với mặt đáy của bình và các cạnh AA', AB, AD tiếp xúc với miệng bình như hình vẽ.



Sau đó quan sát thấy lượng nước tràn ra ngoài bằng $\dfrac{1}{16}$ lượng nước ban đầu có trong bình. Giả sử độ dày của vỏ bình không đáng kể, hỏi thể tích của bình thủy tinh gần nhất với số nào sau đây?

A $350,31\,\text{dm}^3$. **B** $276,41\,\text{dm}^3$. **C** $275,44\,\text{dm}^3$. **D** $319,94\,\text{dm}^3$.

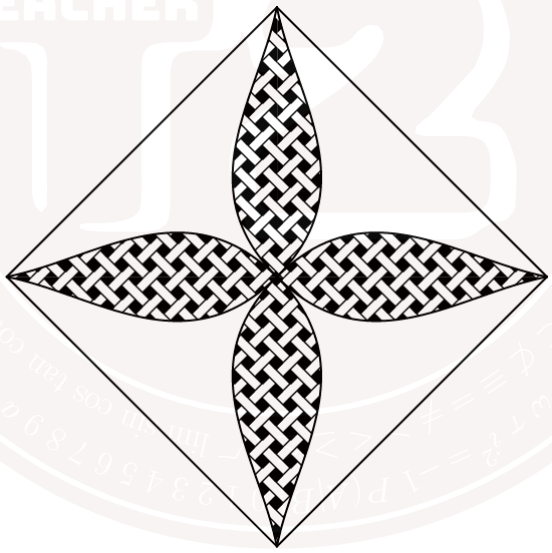
Câu 54. Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) quanh trục AB (phần gạch chéo như hình vẽ).



Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD. Tính thể tích của vật trang trí đó, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

A $20,3\,\text{cm}^3$. **B** $10,5\,\text{cm}^3$. **C** $12,6\,\text{cm}^3$. **D** $8,4\,\text{cm}^3$.

Câu 55. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo như hình vẽ.

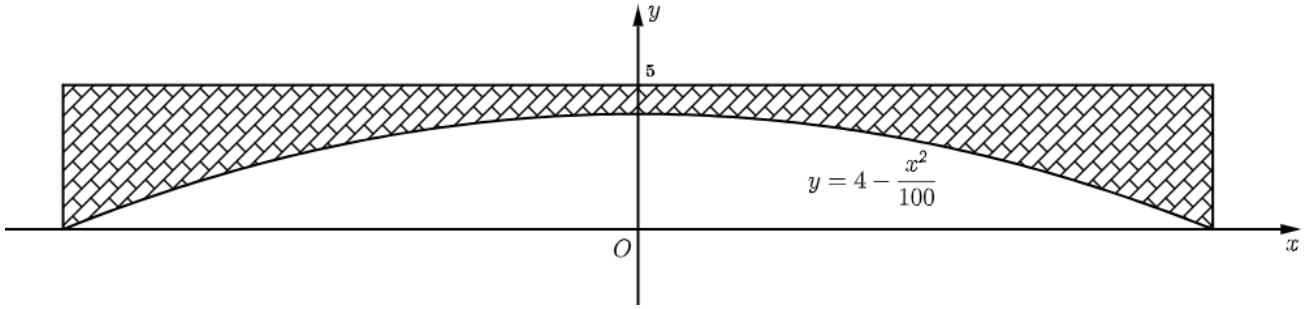


Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 - x$ với $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập 02/03, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\dfrac{2}{3}$. Tính $2a + 2b$.

Câu 56. Một kiến trúc sư muốn thiết kế một mô hình kim tự tháp Ai Cập có dạng là một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp một mặt cầu có bán kính bằng 6 m. Để tiết kiệm nguyên liệu xây dựng thì kiến trúc sư đó phải thiết kế kim tự tháp sao cho có thể tích nhỏ nhất. Chiều cao của kim tự tháp đó là

A 12 m. **B** 18 m. **C** 36 m. **D** 24 m.

Câu 57. Mặt cắt dọc của một chiếc cầu bê tông (các đơn vị đo bằng mét) như hình vẽ.



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m. Thể tích bê tông ít nhất cần để đúc cầu là

A $760\,\text{m}^3$. **B** $960\,\text{m}^3$. **C** $780\,\text{m}^3$. **D** $840\,\text{m}^3$.

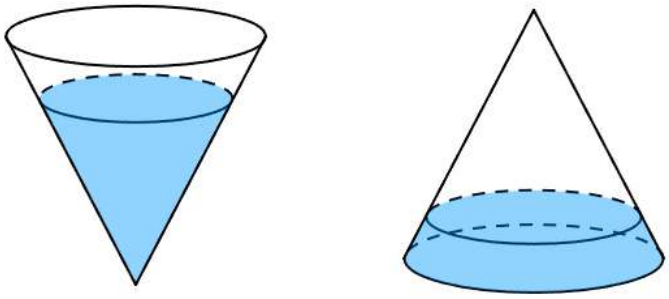
Câu 58. Một cái thùng đựng đầy nước được tạo thành từ việc cắt mặt xung quanh của một hình nón bởi một mặt phẳng vuông góc với trục của hình nón. Miệng thùng là đường tròn có bán kính bằng ba lần bán kính mặt đáy của thùng. Người ta thả vào đó một khối cầu có đường kính bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao của thùng nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $54\sqrt{3}\pi\,\text{dm}^3$. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với mặt trong của thùng và đúng một nửa của khối cầu đã chìm trong nước. Thể tích nước còn lại trong thùng có giá trị nào sau đây?

A $\frac{46}{5}\sqrt{3}\pi\,\text{dm}^3$. **B** $18\sqrt{3}\pi\,\text{dm}^3$. **C** $\frac{46}{3}\sqrt{3}\pi\,\text{dm}^3$. **D** $18\pi\,\text{dm}^3$.

Câu 59. Một người nghĩ ra cách làm gấu tuyết đón giáng sinh như sau: Ghép hai mặt cầu có bán kính lần lượt là 3 dm và 5 dm, khoảng cách hai tâm của chúng là 6 dm. Gọi (C) là phần đường tròn giao của hai mặt cầu trên, người đó cắt bỏ đường tròn (C), sau đó cho luồn một chiếc ống hình trụ bằng kim loại qua đường tròn (C) sao cho hai đáy của hình trụ cũng là đường tròn có cùng bán kính với (C) và nằm trên hai mặt cầu khác nhau (với cách làm này thì kết cấu của gấu tuyết được vững chắc). Tính thể tích chiếc ống hình trụ đó.

A $\frac{224}{3}\pi\,\text{dm}^3$. **B** $\frac{212}{3}\pi\,\text{dm}^3$. **C** $\frac{227}{3}\pi\,\text{dm}^3$. **D** $\frac{215}{3}\pi\,\text{dm}^3$.

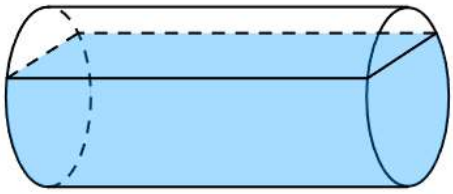
Câu 60. Một cốc thủy tinh hình nón có chiều cao 35 cm. Người ta đổ vào cốc thủy tinh một lượng nước sao cho chiều cao của lượng nước trong cốc bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao cốc thủy tinh, sau đó người ta bịt kín miệng cốc rồi lật úp cốc xuống như hình vẽ.



Khi đó, chiều cao của nước trong cốc bằng bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

A $5,29\,\text{cm}$. **B** $4,55\,\text{cm}$. **C** $5,76\,\text{cm}$. **D** $5,84\,\text{cm}$.

Câu 61. Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 2 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m như hình vẽ.



Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)

A $1,263\,\text{m}^3$. **B** $1,262\,\text{m}^3$. **C** $1,265\,\text{m}^3$. **D** $1,264\,\text{m}^3$.

Câu 62. Mã ISBN (viết tắt của *International Standard Book Number*) của một quyển sách là mã số tiêu chuẩn quốc tế duy nhất để xác định một quyển sách trên toàn thế giới, được in trên bìa sách. Ở Việt Nam, theo quy định tại Thông tư 05/2016/TT-BTTTT, mã ISBN là một dãy số gồm 13 chữ số, ví dụ mã ISBN của cuốn *Đoạn đường để nhớ* (Nicholas Sparks, Thái Hà dịch, Nhã Nam phát hành 2017) là

$$978-604-926-714-7$$

trong đó, 978 là mã cố định của sản phẩm là sách, 604 là mã quốc gia của Việt Nam, 6 chữ số tiếp theo là mã nhà phát hành và mã sản phẩm, còn chữ số cuối cùng là **mã kiểm tra**, dùng để kiểm tra xem các số phía trước được ghi chính xác hay không. **Mã kiểm tra** được tính như sau:

1. Đánh số thứ tự của 12 số đầu từ 1 đến 12 từ trái sang phải.
2. Lấy tổng các chữ số thứ tự lẻ.
3. Lấy tổng các chữ số thứ tự chẵn, rồi nhân với 3.
4. Cộng hai con số ở hai bước trên lại, lấy số dư của nó khi chia cho 10.
5. Lấy 10 trừ con số ở bước trên, ra **mã kiểm tra**. Nếu bước này ra 10 thì **mã kiểm tra** là 0.

Ví dụ, với mã cuốn sách ở trên, ta tính $(9+8+0+9+6+1)+3(7+6+4+2+7+4)=123$, số dư của nó khi chia cho 10 bằng 3, nên **mã kiểm tra** là $10-3=7$.
Trong 50 cuốn sách, có 12 số đầu mã ISBN liên tiếp từ $978-604-926-001$ đến $978-604-926-050$, có bao nhiêu cuốn sách có **mã kiểm tra** là 1?

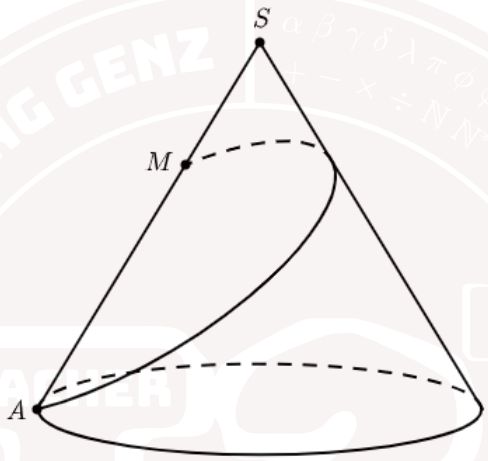
Câu 63. Một viên đá quý có dạng hình lăng trụ nghiêng $ABC.A'B'C'$, đáy lăng trụ là tam giác vuông cân với cạnh huyền $BC=2\,\text{dm}$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm H của BC. Biết diện tích của tứ giác $BCC'B'$ bằng $4\,\text{dm}^2$. Một nghệ nhân muốn tạo ra một chiếc hộp hình trụ bằng kim loại để đựng viên đá trên sao cho các cạnh bên của lăng trụ nằm trên các đường sinh của hình trụ. Tìm thể tích khối trụ nhỏ nhất chứa được viên đá (giả sử vỏ hộp hình trụ có độ dày không đáng kể).

A $\dfrac{245\pi}{96}\,\text{dm}^3$. **B** $\dfrac{25\pi}{8}\,\text{dm}^3$. **C** $\dfrac{49\pi}{16}\,\text{dm}^3$. **D** $\dfrac{125\pi}{48}\,\text{dm}^3$.

Câu 64. Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc hộp kín hình trụ bằng nhôm để đựng rượu có thể tích $V = 28\pi a^3$. Để tiết kiệm sản xuất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản xuất những chiếc hộp hình trụ có bán kính đáy R sao cho diện tích nhôm cần dùng là ít nhất. Tính R.

A $R = a\sqrt[3]{7}$. **B** $R = 2a\sqrt[3]{7}$. **C** $R = 2a\sqrt[3]{14}$. **D** $R = a\sqrt[3]{14}$.

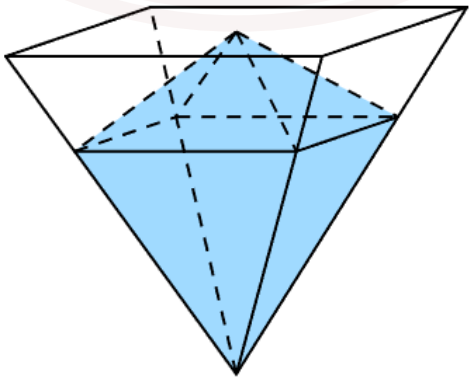
Câu 65. Nhân dịp năm mới để trang trí một cây thông Noel, ở sân trung tâm có hình nón (N). Người ta cuộn quanh cây bằng một sợi dây đèn Led nhấp nháy từ điểm A đến điểm M sao cho sợi dây luôn tựa trên mặt nón như hình vẽ.



Biết rằng bán kính đáy của hình nón bằng $R = 8\,\text{m}$, độ dài đường sinh bằng $24\,\text{m}$ và M là điểm sao cho $2\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{0}$. Chiều dài nhỏ nhất của sợi dây đèn cần có bằng

A $8\sqrt{19}\,\text{m}$. **B** $8\sqrt{13}\,\text{m}$. **C** $8\sqrt{7}\,\text{m}$. **D** $9\sqrt{12}\,\text{m}$.

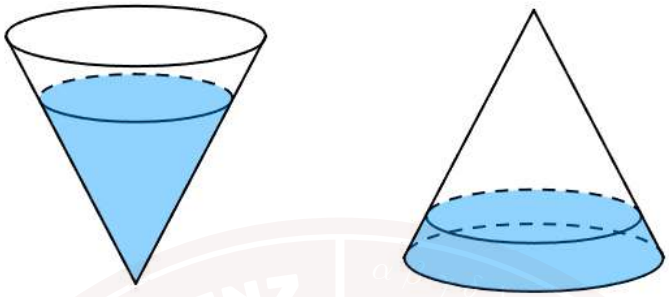
Câu 66. Một viên đá quý có dạng hình chóp đều, đáy là hình vuông cạnh và chiều cao bằng $6\,\text{mm}$. Nhà chế tác tạo hình cho viên đá quý để gắn vào sản phẩm đã được đặt hàng. Ông cắt viên đá theo các mặt phẳng đi qua tâm của đáy, lần lượt song song với các cạnh đáy và vuông góc với các mặt bên để thu được viên đá hoàn thiện như hình vẽ.



Thể tích của viên đá hoàn thiện gần nhất với kết quả nào sau đây?

A $52\,\text{mm}^3$. **B** $38\,\text{mm}^3$. **C** $46\,\text{mm}^3$. **D** $60\,\text{mm}^3$.

Câu 67. Một bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo phương thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó, đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo phương thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm như hình vẽ

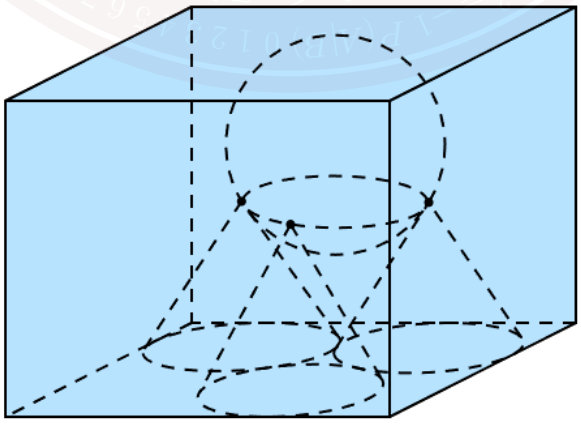


Biết chiều cao của nón bằng $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = 5a + b$.

Câu 68. Thầy Hà gửi 75 triệu đồng vào ngân hàng VietinBank với lãi suất 6,5%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo và trong thời gian gửi, lãi suất không đổi và thầy Hà không rút tiền ra. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thầy Hà nhận được số tiền nhiều hơn 110 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi?

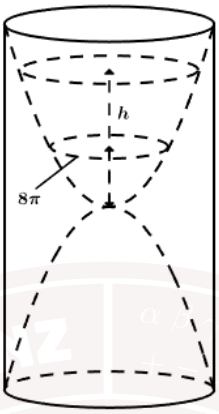
A 7. **B** 6. **C** 4. **D** 5.

Câu 69. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ bán kính đáy của khối nón như hình vẽ.



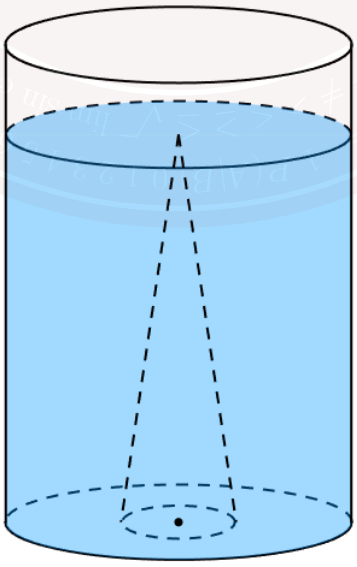
Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}$ cm^3. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.

Câu 70. Một chiếc đồng hồ cát gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt nằm ngang và đặt trong một hình trụ (mặt nằm ngang là mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ và song song với hai mặt đáy của hình trụ) như hình vẽ.



Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của phần trên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $14,75\,\text{cm}^3$/phút. Khi chiều cao của cát còn 4 cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi 8π cm. Biết sau 20 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Chiều cao của khối trụ bên ngoài bằng

Câu 71. Một khối nón (N) có bán kính bằng 4 và chiều cao bằng 27, được làm bằng chất liệu không thấm nước có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ có đường kính bằng 24 sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc như hình vẽ.



Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao 27 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng

A $\frac{70}{3}$. **B** $\frac{52}{3}$. **C** 26. **D** 24.

Câu 72. Sau khi uống rượu và điều khiển xe ô tô trên đường, ông A bị xử phạt số tiền 40000000 đồng và phải hoàn thành trong thời hạn 10 ngày kể từ ngày vi phạm. Theo Thông tư 18/2023/TT-BTC của Bộ tài chính ngày 21/03/2023, cứ mỗi ngày chậm nộp phạt, cá nhân phải nộp thêm 0,05% trên tổng số tiền phạt chưa nộp. Để số tiền phải nộp thêm do chậm nộp phạt không quá 200000 đồng thì ngày muộn nhất ông A phải đến nộp tiền là ngày thứ bao nhiêu kể từ ngày vi phạm?

A 19. **B** 21. **C** 22. **D** 20.

Câu 73. Một người thợ muốn xây dựng một bồn chứa nước hình trụ tròn với thể tích $150\,\text{m}^3$. Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và nắp làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để làm bồn chứa nước. Biết giá thành các vật liệu như sau: Bê tông 100000 đồng/m^2, tôn 90000 đồng/m^2 và nhôm 120000 đồng/m^2.

A 15037000 đồng. **B** 15038000 đồng. **C** 15040000 đồng. **D** 15039000 đồng.

Câu 74. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc sai. Số điểm khi chỉ trả lời đúng 1, 2, 3, 4 ý lần lượt là 0,1, 0,25, 0,5 và 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 1 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

A $\dfrac{17}{256}$. **B** $\dfrac{1}{16}$. **C** $\dfrac{1}{128}$. **D** $\dfrac{9}{128}$.

Câu 75. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm"

A Xác suất $P(B)=\dfrac{21}{40}$ và $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{19}{40}$.

B Xác suất có điều kiện $P\left(A|B\right)=0,3$.

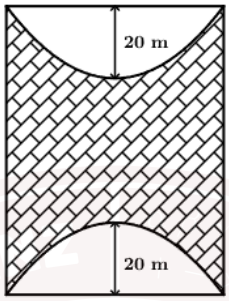
C Xác suất $P(A)=0,51$.

D Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 76. Trong một đề thi trắc nghiệm môn Toán có loại câu hỏi trả lời dạng đúng sai. Một câu hỏi có 4 ý hỏi, mỗi ý hỏi học sinh chỉ cần trả lời đúng hoặc sai. Số điểm khi chỉ trả lời đúng 1, 2, 3, 4 ý lần lượt là 0,1, 0,25, 0,5 và 1 điểm. Giả sử một thí sinh làm bài bằng cách chọn phương án ngẫu nhiên để trả lời cho 2 câu hỏi loại đúng sai này. Tính xác suất để học sinh đó được 0,5 điểm ở phần trả lời 2 câu hỏi này.

A $\dfrac{5}{32}$. **B** $\dfrac{11}{64}$. **C** $\dfrac{5}{256}$. **D** $\dfrac{1}{32}$.

Câu 77. Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60 m và 80 m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20 m như hình vẽ.



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Câu 78. Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 20/10/2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp hình chữ nhật có thể tích bằng 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x.

A Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V = x^2h$.

B Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.

C Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.

D Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Câu 79. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây, kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

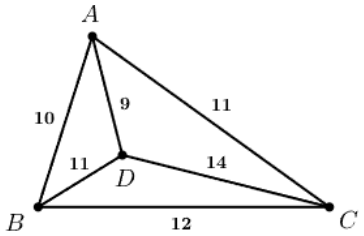
A Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

B Giá trị của b là 10.

C Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t)\mathrm{d}t$.

D Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 80. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả như hình vẽ.



Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

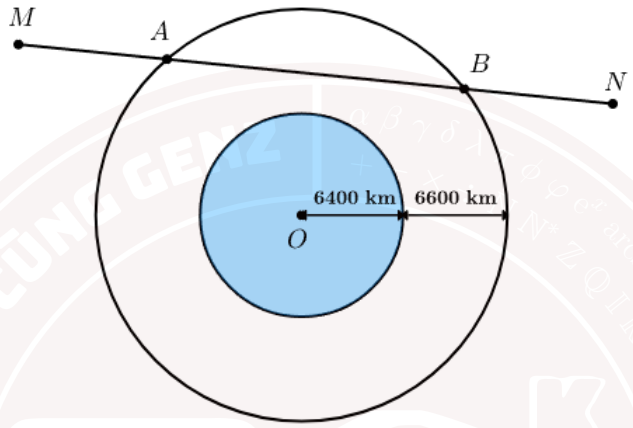
Câu 81. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thoả mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 82. Một doanh nghiệp dự đinh sản xuất không quá 500 sản phẩm. Biết rằng nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó bằng $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm bằng $G(x)=x+1000+\dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 83. Trên một trục số thẳng đứng có chiều dương hướng lên trên, một chất điểm bắt đầu chuyển động dọc theo trục số. Giả sử tại thời điểm t giây $(t\ge 0)$ tính từ lúc bắt đầu chuyển động thì vị trí $s(t)$ của chất điểm trên trục số thẳng đứng được xác định bởi công thức $s(t)=t^3-18t^2+96t$ (mét). Trong 10 giây chuyển động đầu tiên thì chất điểm di chuyển được quãng đường bằng bao nhiêu mét?

Câu 84. Nồng độ C của một loại hoá chất trong máu sau t giờ tiêm vào cơ thể được cho bởi công thức $C(t)=\dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t\ge 0$. Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là cao nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 85. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục toạ độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$



A Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

C Khoảng cách giữa vị trị đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

D Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Câu 86. Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây đúng?

A $s_1 = s_2$. **B** $s_1 = 2s_2$. **C** $2s_1 = s_2$. **D** $4s_1 = s_2$.

Câu 87. Một người nông dân có 15000000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau như hình vẽ



Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của khu đất thu được sau khi làm hàng rào.

Câu 88. Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ 1 có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Bí thư và 8 học sinh nam trong đó có Lớp trưởng. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Gọi A là biến cố: "Lớp trưởng và Bí thư được chia cùng một nhóm". Các mệnh để sau đúng hay sai?

A Nhóm nhiều nhất có 2 học sinh nữ.

B Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6720$.

C Số phần tử của biến cố A là $n(A) = 2100$.

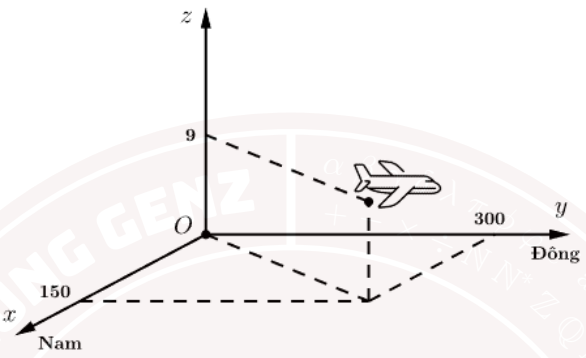
D Xác suất của biến cố A là $\dfrac{7}{32}$.

Câu 89. Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại ở vị trí M, biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 3500 km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu A. Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thoả $O(0;0;0)$, $A(3;4;0)$ và $M(x;y;3,5)$ (đơn vị toạ độ là ngàn km). Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 27000 km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 90. Hai bạn A và B tranh chức vô địch trong một cuộc thi cờ tướng. Khi chơi 1 ván cờ, xác suất thắng của A là $0,45$ và xác suất thắng của B là $0,55$. Mỗi ván cờ không có hòa cờ. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm A đã thắng 4 ván và bạn B mới thắng 2 ván thì xác suất để A giành chiến thắng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 91. Một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông cạnh x cm và chiều cao h cm. Biết tổng diện tích bề mặt của chiếc hộp bằng 243 cm^2. Tìm x cm để chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Câu 92. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút.



Biết các đơn vị trên hình tính theo km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.

A Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

B Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, toạ độ của máy bay là $(300;150;9)$.

C Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc 750 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không thay đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút, máy bay ở toạ độ $(150;1086;9)$.

D Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là $335,6$ km.

Câu 93. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây, kể từ khi bắt đầu tăng tốc; sau 24 giây đó, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

A Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

B Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h.

C Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m là 620 m.

D Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5 giây thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300 m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t)=-3$ m/s^2. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10 m.

Câu 94. Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[250;260)$	$[260;270)$	$[270;280)$	$[280;290)$	$[290;300)$
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

A Số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng A nhỏ hơn số trung bình của cân nặng các quả táo ở thùng B.

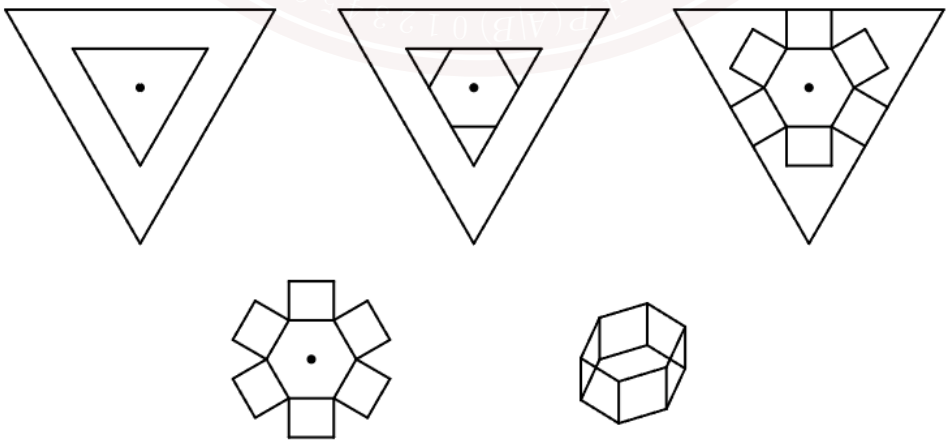
B Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A. Xác suất để quả táo đó có cân nặng từ 280 g trở lên là $0,28$.

C Lấy ngẫu nhiên một quả táo từ thùng A và một quả táo từ thùng B. Xác suất để hai quả táo lấy ra đều nặng từ 270 g trở lên là $0,6384$.

D Số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng B nhiều hơn số táo có cân nặng từ 280 g trở lên ở thùng A.

Câu 95. Trên màn hình rađa của đài kiểm soát (được coi như mặt phẳng toạ độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo km), một xe thiết giáp chuyển động thẳng đều từ mục tiêu $A(60;20)$ đến mục tiêu $B(20;50)$ và thời gian đi quãng đường AB là 3 giờ. Gọi $M(x_M;y_M)$ là toạ độ của xe thiết giáp tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ. Hỏi y_M bằng bao nhiêu?

Câu 96. Cho một tấm tôn hình tam giác đều có cạnh bằng 2 m. Người ta thiết kế một hình lục giác đều và sáu hình chữ nhật ở phía ngoài lục giác có một cạnh bằng cạnh của lục giác, một cạnh bằng x (mét) với $0<x<\dfrac{2}{3}$. Sau đó người ta cắt theo nét đứt đoạn để thu được hình hợp bởi một lục giác đều và sáu hình chữ nhật. Sau đó gấp các hình chữ nhật để tạo thành khối lăng trụ lục giác đều như hình vẽ.



Thể tích của khối lăng trụ lớn nhất bằng bao nhiêu dm^3? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 97. Hai bạn A và B tranh chức vô địch trong một cuộc thi cờ tướng. Khi chơi 1 ván cờ, xác suất thắng của A là $0,55$ và xác suất thắng của B là $0,45$. Mỗi ván cờ không có hòa cờ. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm A đã thắng 4 ván và bạn B mới thắng 2 ván thì xác suất để A giành chiến thắng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 98. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 99. Trong lớp $12X$ có 50% học sinh thích học môn Toán, 45% học sinh thích học môn Ngữ Văn và 35% học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp $12X$.

A Xác suất chọn được học sinh thích học môn Ngữ Văn là $0,5$.

B Xác suất chọn được học sinh thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ Văn là $0,6$.

C Xác suất chọn được học sinh chỉ thích học môn Toán mà không thích học môn Ngữ Văn là $0,15$.

D Xác suất chọn được học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn là $0,35$.

Câu 100. Trong khoảng thời gian từ ngày 01/01/2024 đến hết ngày 30/09/2024, nhóm nghiên cứu đã quan sát sự phát triển của một quần thể sinh vật X. Kết quả nghiên cứu chỉ ra rằng, tại ngày thứ t của năm 2024 (tính từ ngày 01/01/2024) số cá thể sinh vật X trong quần thể được ước lượng bởi hàm số $f(t) = -\dfrac{t^3}{300} + bt^2 + ct + 12000$ (con), $0 \le t \le 365$ và ngày 26/09/2024 là ngày có số lượng cá thể sinh vật X nhiều nhất với 55740 con. Ngày 26/10/2024 số lượng cá thể sinh vật X được ước lượng khoảng bao nhiêu nghìn con? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 101. Trong lớp $12X$ có 45% học sinh thích học môn Toán, 40% học sinh thích học môn Ngữ Văn và 30% học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn. Giáo viên chủ nhiệm chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp $12X$.

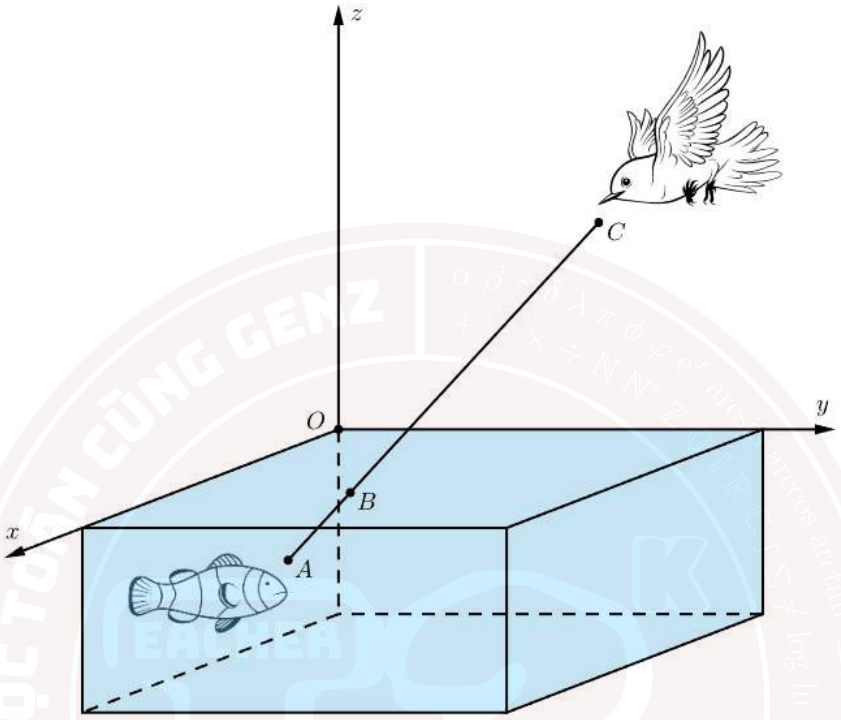
A Xác suất chọn được học sinh thích học môn Ngữ Văn là $0,4$.

B Xác suất chọn được học sinh thích học ít nhất một trong hai môn Toán và Ngữ Văn là $0,85$.

C Xác suất chọn được học sinh chỉ thích học môn Toán mà không thích học môn Ngữ Văn là $0,05$.

D Xác suất chọn được học sinh thích học cả hai môn Toán và Ngữ Văn là $0,3$.

Câu 102. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1 m và $1,5$ m như hình vẽ.



Toạ độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$. Tính $T=5a+15b+25c$.

Câu 103. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Biết rằng nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 300)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó bằng $F(x)=-2x^2+1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm bằng $G(x)=x^2-77x+1000+\dfrac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 104. Có hai hộp đựng bóng. Hộp thứ nhất có 10 quả bóng được đánh số từ 1 đến 10. Hộp thứ hai có 12 quả bóng được đánh số từ 1 đến 12. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một quả. Xác suất để hai quả bóng lấy được không có quả bóng nào ghi số 4 hoặc ghi số 6 là $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Câu 105. Trong hộp có 14 sản phẩm, trong đó có 8 sản phẩm loại I và 6 sản phẩm loại II. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 sản phẩm trong hộp. Gọi X là số sản phẩm loại I trong 3 sản phẩm được chọn ra. Tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 106. Trước 3 tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa MU - MC. Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU (có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu đó hay không? Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời "sẽ xem" và "không xem" là 80% và 20%. Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu". Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu".

A $P(AB) = 0,6$.

B Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là $72,5\%$.

C Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.

D Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu, biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

Câu 107. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được xác định bởi công thức $V(t) = 300\left(t^2 - t^3\right) + \dfrac{9}{2}$ với $0 \le t \le \dfrac{1}{2}$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \le t \le \dfrac{1}{2}$. Biết 1 lít xăng có giá 21000 đồng.

A Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là $1,5$ lít.

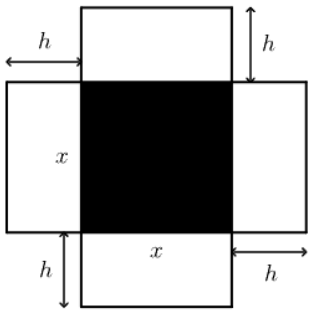
B Sau khi bơm 30 giây thì bình đầy xăng. Số tiền người mua phải trả là 787500 đồng.

C Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

D Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \dfrac{1}{2}\right]$.

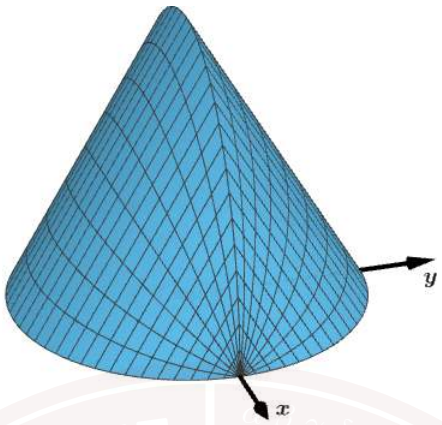
Câu 108. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[10; 199]$. Tính xác suất để chọn được số lẻ hoặc chia hết cho 5 (kết quả viết dưới dạng số thập phân)

Câu 109. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông như hình vẽ.



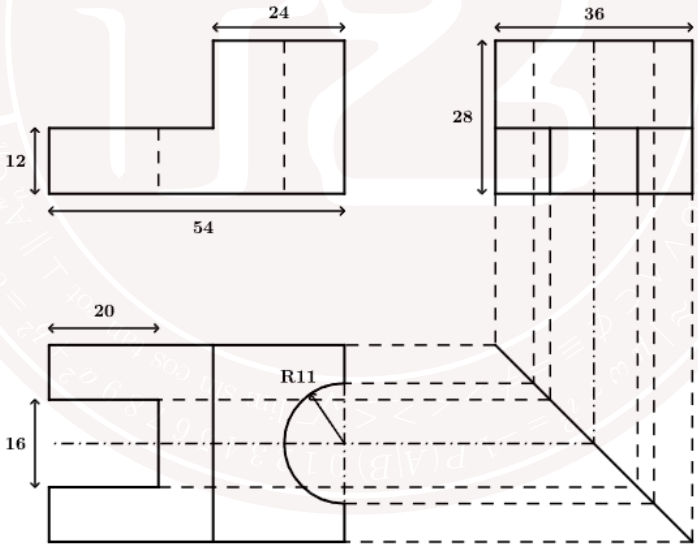
Hộp có đáy là hình vuông cạnh x cm, chiều cao h cm và thể tích là $4000\,\text{cm}^3$. Tìm x cm sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

Câu 110. Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 như hình vẽ.



Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1 \le x \le 1)$ thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 111. Một chi tiết máy có các hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh, hình chiếu bằng và kích thước như hình vẽ.



Tính thể tích kim loại cần để đúc chi tiết máy đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A 22668. **B** 28750. **C** 27990. **D** 26340.

Câu 112. Một cốc hình trụ có đường kính đáy bằng 7 cm và chiều cao 15 cm. Trong cốc chứa một lượng nước bằng $\frac{2}{3}$ thể tích cốc. Một con quạ muốn uống được nước trong cốc thì mặt nước phải cách miệng cốc không quá 3 cm. Con quạ thông minh đã mổ những viên sỏi hình cầu có bán kính 0,9 cm thả vào cốc để mực nước dâng lên. Hỏi để uống được nước, con quạ cần thả ít nhất bao nhiêu viên sỏi?

Câu 113. Một doanh nghiệp dự đinh sản xuất không quá 400 sản phẩm. Biết rằng nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó bằng $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm bằng $G(x) = \dfrac{100000x+1}{\dfrac{3x}{2}}$ (đồng). Chi phí mua nguyên vật liệu bằng $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho các sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 114. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố ven biển A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\dfrac{\pi(t-70)}{182} + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \le 365$. Cánh đồng muối B, thuộc địa phận của thành phố A, có thể hoạt động nếu trong ngày nắng nhiều hơn 10 giờ.

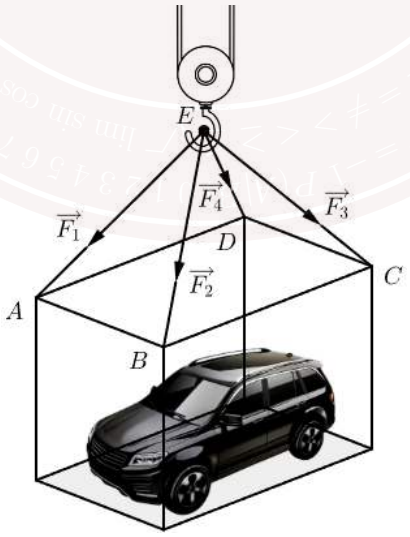
A Ngày có nhiều ánh sáng nhất là 13 giờ.

B Số giờ có ánh sáng giảm liên tục trong tháng 7.

C Cánh đồng muối B có thể hoạt động 213 ngày mỗi năm.

D Ngày thứ 70 trong năm, thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

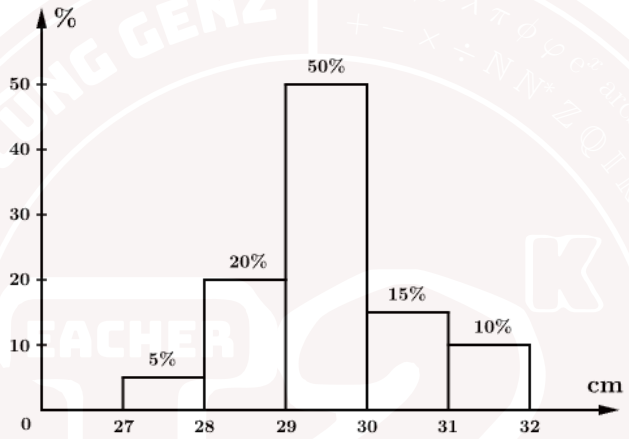
Câu 115. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ



Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Trọng lượng của chiếc xe ô tô bằng bao nhiêu newton (làm tròn đến hàng đơn vị)? Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là 3500 N và trọng lượng của khung sắt là 2500 N.

Câu 116. Theo thông kê tại một chuỗi nhà máy của công ty X, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 tổ công nhân đi làm và mỗi tổ làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng (giảm) thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì mỗi tuần sẽ giảm (tăng) thêm 1 tổ nghỉ và năng suất lao động giảm (tăng) 5 sản phẩm/1 tổ/1 giờ. Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x)=\dfrac{95x^2+120x}{4}$ với x là thời gian (giờ) làm việc trong một tuần. Công ty cần áp dụng thời gian làm việc mấy giờ mỗi tuần để số lượng sản phẩm thu được hàng tuần là lớn nhất?

Câu 117. Đo chiều dài của 80 con cá, kết quả thu được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm như sau:



Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 118. Trong kỳ thi tốt nghiệp THPT năm 2025 có môn Toán có cấu trúc đề thi gồm 22 câu với ba phần như sau:

- Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn, 12 câu, mỗi câu $0,25$ điểm.
- Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai, 4 câu, mỗi câu 1 điểm.
  - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được $0,1$ điểm.
  - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được $0,25$ điểm.
  - Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được $0,5$ điểm.
  - Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.
- Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn, 6 câu, mỗi câu $0,5$ điểm.

Giả sử một thí sinh do lười học nên không làm được môn toán. Phần III thí sinh không trả lời đúng câu nào. Phần I và phần II thí sinh tô bừa các đáp án. Nếu thí sinh tô phần II được tổng $0,55$ điểm. Khi đó, xác suất của 12 câu tô bừa ở phần I để tổng điểm bài làm môn toán của thí sinh được trên 3 điểm là $x.10^{-8}$. Tổng các chữ số phần nguyên của x bằng bao nhiêu?

Câu 119. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A một khoảng bằng 4050 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u}=(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B=550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?

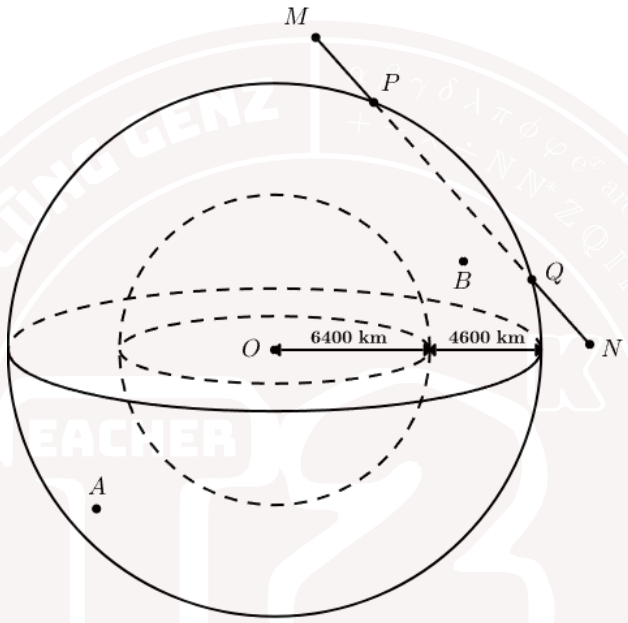
Câu 120. Ông An đang ở trong rừng để đào vàng. Ông ta tìm thấy vàng ở điểm X, cách điểm A 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của ông An nằm ở Y, cách điểm B 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB=18$ km, $AM=NB=x$ km và $AX=BY=3$ km như hình vẽ.



Khi đang đào vàng, ông An bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo hàm số $f(t)=50\log(t+2)$ mg/l. Trong đó, $f(t)$ là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông An cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng với vận tốc 5 km/h và chạy trên đường bờ biển với vận tốc 13 km/h. Để về đến trại Ông An cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên đường bờ biển. Chọn điểm M trên đường bờ biển sao cho khi ông An về đến trại nồng độ chất độc trong máu thấp nhất. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông An về đến trại (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 121. Tục truyền rằng, vào thế kỷ thứ 6 sau công nguyên, vị hiền triết tên là *Brahmagupta* là người phát minh ra bàn cờ vua. Nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. *Brahmagupta* xin nhà vua: "Tâu bệ hạ, thần chỉ xin một thứ. Xin bệ hạ hãy cho thần một hạt gạo cho ô vuông đầu tiên trên bàn cờ, hai hạt gạo cho ô vuông thứ hai, bốn hạt gạo cho ô vuông thứ ba, và cứ thế nhân đôi số hạt gạo cho mỗi ô vuông tiếp theo". Vua Ấn Độ nghĩ rằng đây là một yêu cầu rất đơn giản và ông đồng ý. Tuy nhiên, khi các quan chức của nhà vua bắt đầu đếm số hạt gạo, họ thấy không thể đáp ứng được yêu cầu của *Brahmagupta*. Số hạt gạo cho ô vuông thứ 64 là một con số khổng lồ. Vua *Sissa* nhận ra rằng *Brahmagupta* đã dạy ông một bài học quý giá về tầm quan trọng của sự suy nghĩ cẩn thận và hậu quả của những hành động của mình. Biết số hạt gạo cho ô thứ 64 là $N.10^{16}$ hạt. Tích các chữ số phần nguyên của N bằng bao nhiêu?

Câu 122. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu vũ trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 4600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400 km. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục toạ độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ $v_1 = 2\sqrt{2}.10^3$ km/h không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(0;5;12)$ đến điểm $N(12;5;0)$



A Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449 km (làm tròn đến hàng đơn vị).

B Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống trái đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với trái đất là 14490 km (làm tròn đến hàng đơn vị).

C Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6;-5;-6)$, $B(7;-6;7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách trái đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412 km (làm tròn đến hàng đơn vị).

D Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \dfrac{\pi\sqrt{97}}{3}.10^3$ km/h thì sẽ va chạm với thiên thạch.

Câu 123. Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu bằng $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

Câu 124. Kính viễn vọng không gian *Hubble* được đưa vào vũ trụ ngày 24/04/1990 bằng tàu con thoi *Discovery*. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (giây) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126$ (giây) được cho bởi hàm số $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23,61t - 3,083$ ft/s với $1\,\text{ft} = 0,3048\,\text{m}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

A Vận tốc của tàu con thoi luôn tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

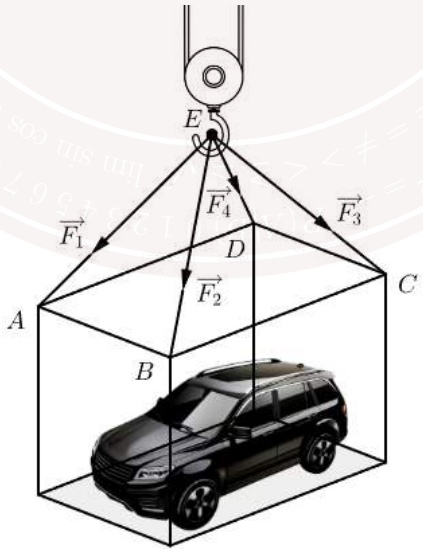
B Gia tốc lớn nhất mà tàu con thoi có thể đạt được trong lúc thực hiện sứ mệnh trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là $62,87\,\text{ft/s}^2$.

C Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ lúc cất cánh đến thời điểm $t = 23\,\text{s}$.

D Gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian từ $t = 21,5\,\text{s}$ đến $t = 126\,\text{s}$.

Câu 125. Một bể chứa 3000 lít nước tinh khiết, người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 25 gam muối/lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử nồng độ muối trong nước bể sau t phút được xác định bởi một hàm số $f(t)$ (gam/lít) trên $[0;+\infty)$. Khi t càng lớn thì nồng độ muối trong bể tiến gần đến bao nhiêu gam/lít?

Câu 126. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° như hình vẽ

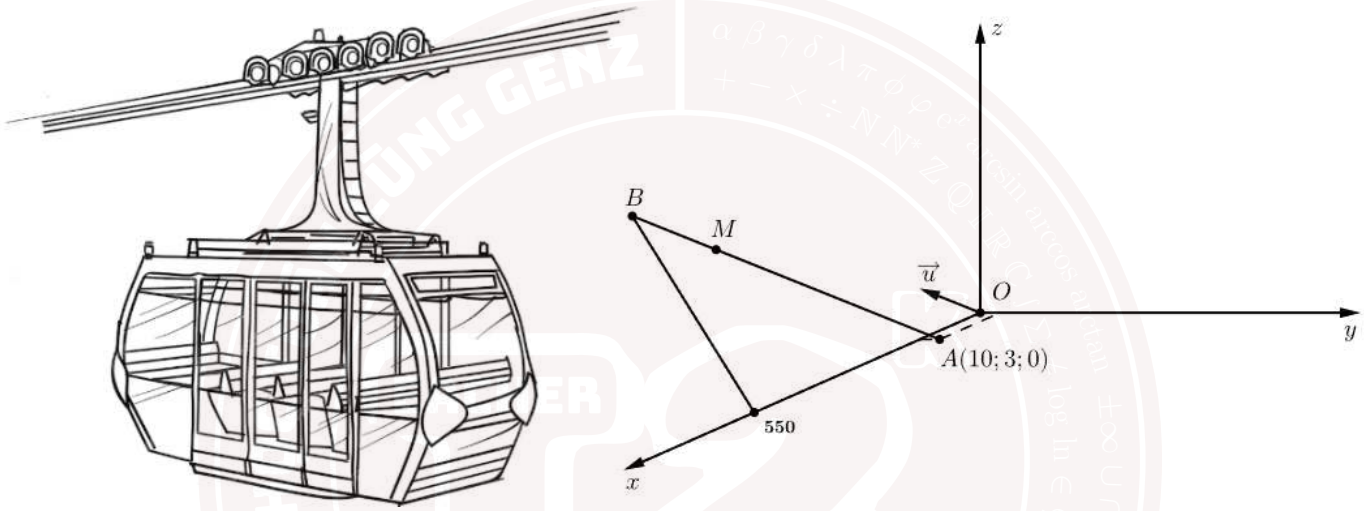


Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng lực căng $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = \left|\overrightarrow{F_4}\right|$, trọng lượng khung sắt là 1000 N và trọng lượng của chiếc xe ô tô là 4000 N. Tính cường độ lực căng của mỗi đoạn dây cáp (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 127. Lớp $12A8$ của trường THPT X có 41 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 41. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn để làm nhiệm vụ kiểm tra vở bài tập của các bạn trong lớp. Xác suất để 3 bạn được chọn có số thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=2a+b$.

A 553. **B** 573. **C** 653. **D** 613.

Câu 128. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét) được mô hình hoá như như vẽ.



A Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z}{1}$.

B Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t\geq 0$), cabin đến vị trí điểm M. Khi đó toạ độ điểm M là $\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$.

C Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_{B}=550$. Quãng đường AB có độ dài bằng $810\,\text{m}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

D Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).

Câu 129. Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục toạ độ với gốc toạ độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Toạ độ của hạt trên trục tại thời điểm t (giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x(t)=2t-3\ln(t+1)$ (mét) với $t\geq 0$. Hàm số $v(t)=x'(t)\,\text{m/s}$ biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

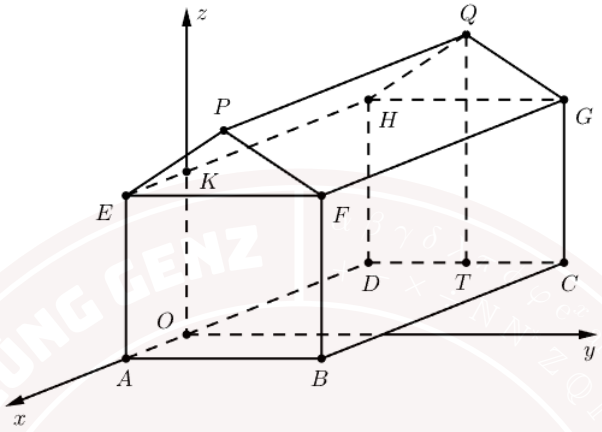
A Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là $1,84\,\text{m}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

B Hạt đứng yên tại thời điểm $t=0,5\,\text{s}$.

C $v(t)=2-\frac{3}{t+1}$.

D Vận tốc ban đầu của hạt là $1\,\text{m/s}$.

Câu 130. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\,\text{m}$, $AE = 5\,\text{m}$, $AD = 8\,\text{m}$ và $QT = 7\,\text{m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\,\text{m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ.



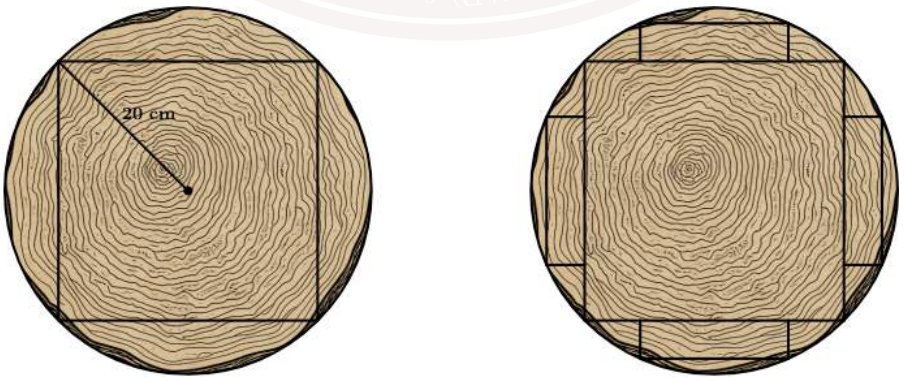
A $Q(-6;3;5)$.

B $\overrightarrow{OC} = (-6;6;0)$.

C Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}\,\text{m}$.

D Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn) là 3750000 đồng (làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Câu 131. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ như hình vẽ.



Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 132. Một nhà sản xuất trung bình bán được 1500 tivi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 15 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 600 nghìn đồng, số lượng tivi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 120 tivi mỗi tuần. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi tivi, x là số tivi bán ra trong tuần.

A Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - \dfrac{7x}{2}$ (triệu đồng), nhà sản xuất đặt giá bán 9,5 triệu đồng thì lợi nhuận là lớn nhất.

B Công ty giảm giá 3,5 triệu đồng cho người mua thì doanh thu của công ty sẽ lớn nhất.

C Tổng doanh thu từ tiền bán tivi là $f(p) = -200p^2 + 450p$ (triệu đồng).

D Hàm cầu là $P = -\dfrac{x}{200} + \dfrac{45}{2}$ (triệu đồng).

Câu 133. Một nhóm gồm 3 học sinh lớp 10, 3 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngồi vào một hàng có 9 ghế, mỗi học sinh ngồi 1 ghế. Tính xác suất để 3 học sinh lớp 10 không ngồi 3 ghế liền nhau. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 134. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành tự trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,005t$ $\left(\text{m/s}^2\right)$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều.



A Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5.10^{-8}t^2$ (m/s).

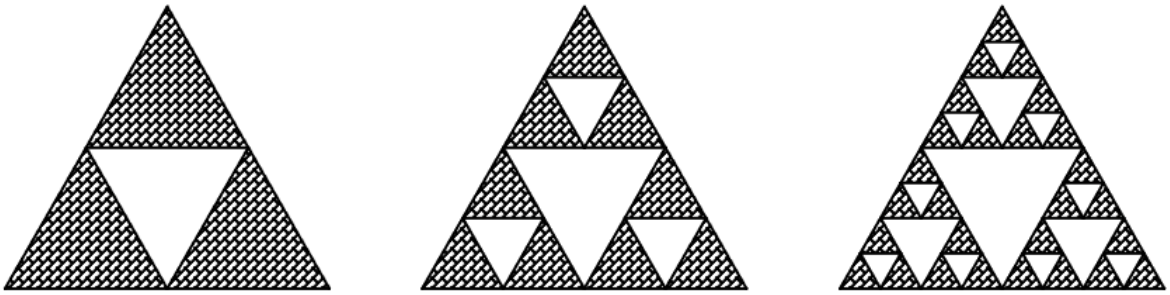
B Chiều dài của đoàn tàu là $l = 180$ (m).

C Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc 57,6 (km/h).

D Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m). Khi đó, đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Câu 135. Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

Câu 136. Từ một tam giác đều có diện tích bằng 1, ta thực hiện lần lượt các bước như sau:



- **Bước 1:** Nối trung điểm các cạnh của tam giác đã cho, chia tam giác này thành 4 tam giác nhỏ và bỏ đi tam giác ở giữa, bỏ đi 1 tam giác có diện tích $\frac{1}{4}$.
- **Bước 2:** Làm tương tự như **Bước 1** với mỗi tam giác trong 3 tam giác còn lại, bỏ đi 3 tam giác, mỗi tam giác có diện tích $\frac{1}{4^2}$.

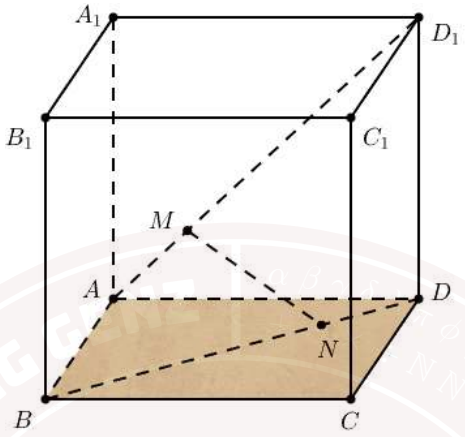
Biết ở bước thứ n, bỏ đi 3^{n-1} tam giác, mỗi tam giác có diện tích $\frac{1}{4^n}$. Cứ tiếp tục quá trình như vậy, tổng diện tích các tam giác đã bỏ đi bằng bao nhiêu?

Câu 137. Trong không gian $Oxyz$, một khinh khí cầu ở toạ độ $A(-16;-10;10)$ bắt đầu bay với vectơ vận tốc không đổi $\overrightarrow{v}=(4;3;-1)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc toạ độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?

Câu 138. Trong một chiếc hộp có 30 viên bi có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có 6 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh, 8 viên bi màu vàng và 9 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Xác suất để 3 viên bi lấy ra có đúng hai màu bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 139. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x)=x^2-2000x+10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng có phương trình dạng $y=ax+b$. Tính $P=68a+3b+800$.

Câu 140. Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1 xuống một điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM = DN$.



Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 141. Một bể ban đầu chứa 160 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 60 lít nước vào bể đồng thời cho vào bể 21 gam chất khử trùng (hòa tan). Đặt $f(t)$ gam/lít là nồng độ chất khử trùng trong bể sau t phút ($t \geq 0$), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(t)$, ta thấy giá trị $f(t)$ tăng theo t nhưng không vượt ngưỡng p gam/lít. Tìm số p.

Câu 142. Trên một bảng quảng cáo, người ta mắc hai hệ thống bóng đèn. Hệ thống I gồm 2 bóng mắc nối tiếp, hệ thống II gồm 2 bóng mắc song song. Khả năng bị hỏng của mỗi bóng đèn sau 6 giờ thắp sáng liên tục là $0,15$. Biết tình trạng của mỗi bóng đèn là độc lập.

A Xác suất cả hai hệ thống bị hỏng (không sáng) (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm nghìn) bằng $0,026$.

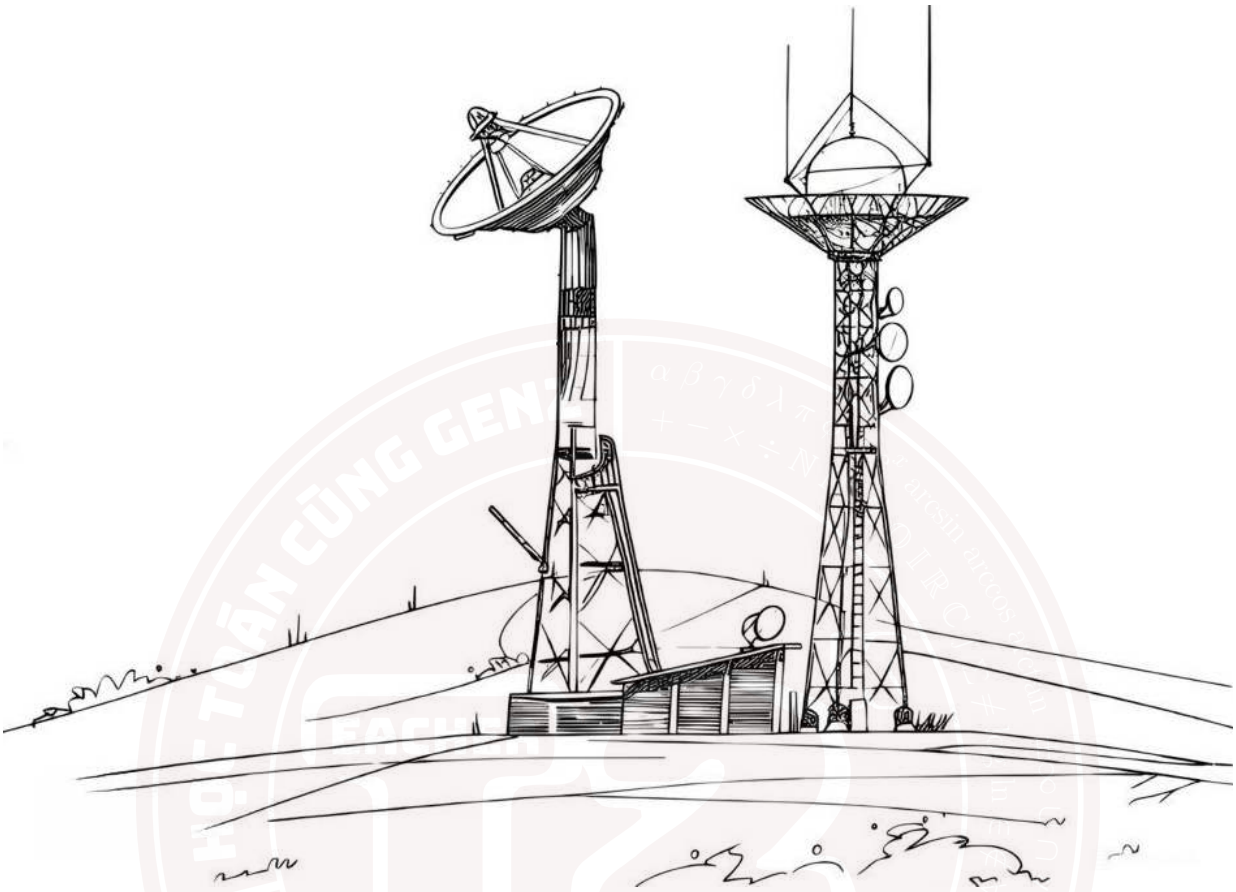
B Xác suất để hệ thống I bị hỏng (không sáng) bằng $0,5775$.

C Xác suất để hệ thống II hoạt động bình thường bằng $0,9775$.

D Xác suất để hệ thống II bị hỏng (không sáng) bằng $0,0225$.

Câu 143. Một doanh nghiệp dự đinh sản xuất không quá 1000 sản phẩm. Biết rằng nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 1000$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó bằng $F(x) = x^3 - 2999x^2 + 2255000x + 300000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm bằng $G(x) = x + 5000 + \dfrac{300000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 144. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt trên quả đồi ở vị trí $I(1;-2;3)$.



Biết rằng điện thoại sẽ bắt được sóng tốt nếu vị trí của điện thoại cách vị trí điểm I không quá 5000 m. Nhà các bạn Minh Hiển, Nhật Hoàng và Phương Linh có vị trí toạ độ lần lượt là $M(1;2;0)$, $N(-3;1;0)$ và $P(2;-2;0)$

A Bạn Minh Hiển có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

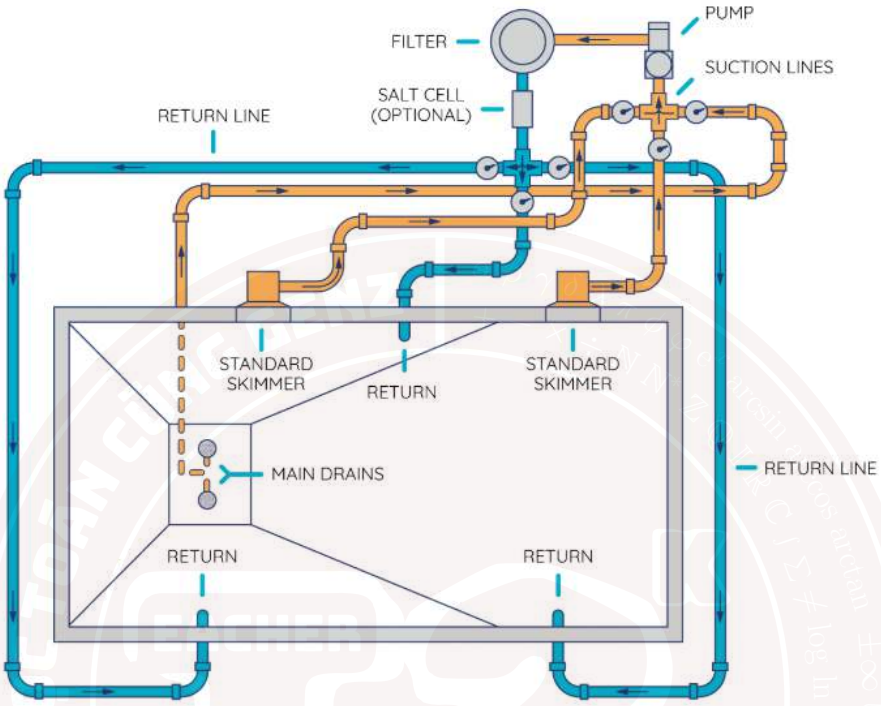
B Bạn Nhật Hoàng có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

C Bạn Phương Linh có thể sử dụng điện thoại tại nhà.

D Gọi Q là vị trí nằm trên đoạn thẳng đi từ nhà Minh Hiển đến nhà Nhật Hoàng sao cho tại vị trí này có thể sử dụng điện thoại. Độ dài lớn nhất của MQ bằng $\dfrac{8\sqrt{17}}{17}$.

Câu 145. Trong một cuộc thi về "bữa ăn dinh dưỡng", ban tổ chức yêu cầu để đảm bảo lượng dinh dưỡng hằng ngày thì mỗi gia đình có 4 thành viên cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit, 1 kg thịt heo chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng người nội trợ chỉ được chi tối đa 200 ngàn đồng để mua thịt. Biết rằng 1 kg thịt bò giá 200 ngàn đồng, 1 kg thịt heo giá 100 ngàn đồng. Người nội trợ nên mua x kg thịt bò và y kg thịt heo để phí thấp nhất cho khẩu phần thức ăn mà vẫn đảm bảo chất dinh dưỡng, khi đó hãy tìm $x+2y$.

Câu 146. Hệ thống lọc nước bể bơi vô cùng quan trọng khi tiến hành xây dựng công trình bơi lội để nguồn nước được làm sạch thường xuyên và giữ vệ sinh cho người bơi. Trong quá trình vận hành lọc nước thì lượng nước trong bể sẽ thay đổi theo thời gian. Lượng nước trong bể giảm nếu hệ thống đang xả nước bẩn ra khỏi bể và tăng nếu hệ thống đang cấp thêm nước sạch cho bể như hình vẽ



Biết 1 gallon bằng 3,785 lít, dung tích của bể là 1000 gallon và thời điểm 6 giờ sáng bể chứa 250 gallon nước. Hàm số $f(t)$ biểu thị cho tốc độ thay đổi lượng nước trong bể theo thời gian t giờ, từ thời điểm 6 giờ sáng đến 6 giờ chiều được cho bởi công thức $f(t)=\begin{cases}100t & \text{khi } 0\le t\le 3\\ 900-200t & \text{khi } 3\le t\le 6\\ 100t-900 & \text{khi } 6\le t\le 12\end{cases}$ với mốc thời gian $t=0$ tại thời điểm 6 giờ sáng. Hỏi ở thời điểm 6 giờ chiều thì trong bể chứa bao nhiêu gallon nước?

Câu 147. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát (người giám sát sẽ giám sát tất cả các máy). Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ.

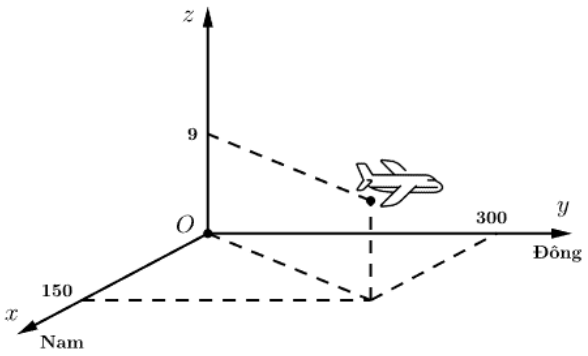
A Trong 1 giờ, cần 266 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

B Trong $\dfrac{8}{3}$ giờ, cần 100 máy để sản xuất được 8000 quả bóng pickleball.

C Chi phí hoạt động thấp nhất là 6,5 triệu đồng.

D Để chi phí hoạt động thấp nhất, công ty cần sử dụng 16 máy.

Câu 148. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút.



Biết các đơn vị trên hình tính theo km.

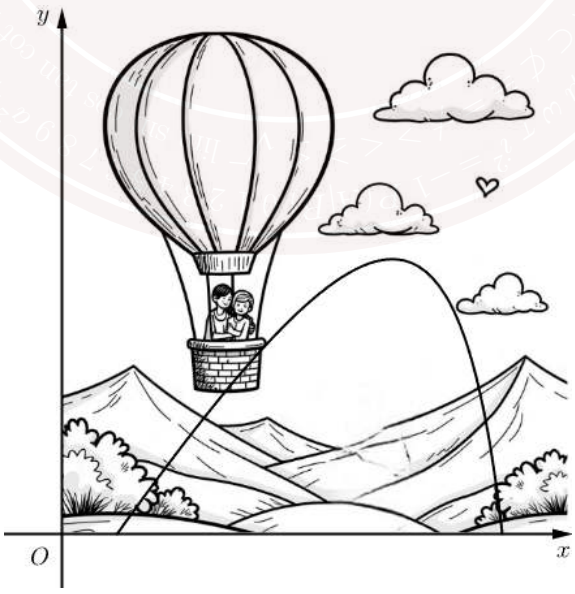
A Máy bay đang ở độ cao 9 km.

B Toạ độ của máy bay lúc 9 giờ 30 phút là $(150;300;9)$.

C Phi công để máy bay ở chế độ tự động và bay hướng đông, độ cao không đổi lúc 10 giờ 30 phút, máy bay ở toạ độ $(150;1086;9)$. Khi đó vận tốc của máy bay là 776 km/h, biết vận tốc gió theo hướng đông là 10 m/s.

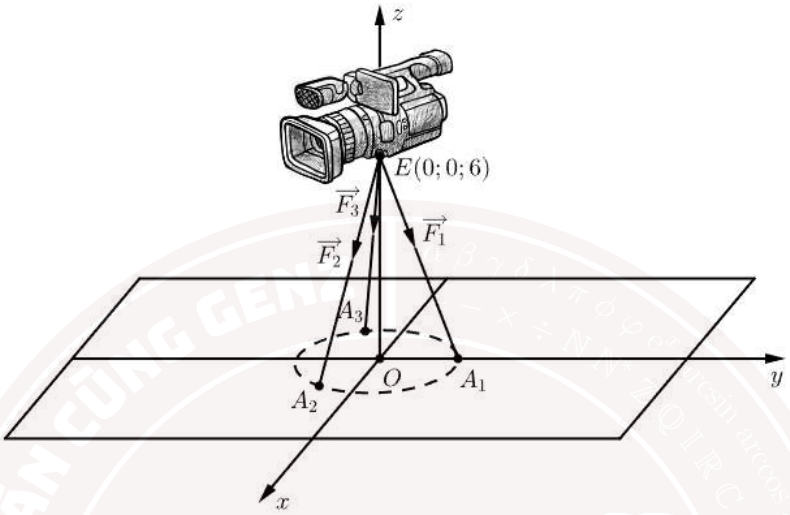
D Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi, sau khi bay đến vị trí lúc 10 giờ 30 phút thì máy bay bay ngược lại (hướng tây) với vận tốc 800 km/h với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11 giờ máy bay cách gốc toạ độ một khoảng 723 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 149. Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục toạ độ là một đường cong bậc hai trên bậc nhất có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có toạ độ là $(1;0)$ và $(8;0)$ với đơn vị trên hệ trục toạ độ là 1 km như hình vẽ.



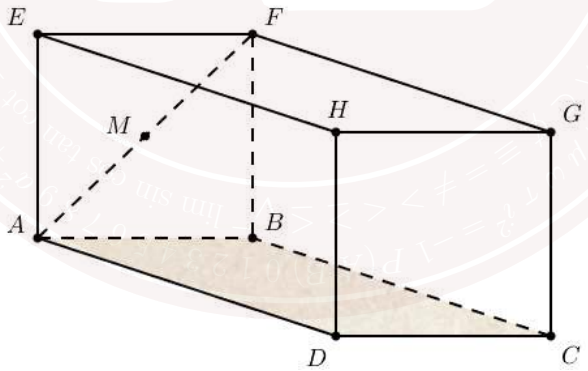
Biết điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(6;5)$. Hỏi khi khinh khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 m thì khinh khí cầu cách gốc toạ độ theo phương ngang bao nhiêu? (đơn vị: km)

Câu 150. Một chiếc máy quay phim có trọng lượng 300 N được đặt trên một giá đỡ ba chân tại điểm đặt $E(0;0;6)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A_1(0;1;0)$, $A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$, $A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$ như hình vẽ.



Giả sử $\overrightarrow{F_1}=(a;b;c)$, khi đó $a+3b-c$ bằng

Câu 151. Một bể cá đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB=6$ dm, $AD=8$ dm và cạnh bên bằng 10 dm. Một chú cá con bơi theo những đoạn thẳng từ điểm G đến chạm mặt đáy của hồ, rồi từ điểm đó bơi đến vị trí điểm M là trung điểm của AF được mô hình hoá như hình vẽ



Để đường đi ngắn nhất thì chú cá bơi đến điểm dưới đáy hồ cách BA và BC những đoạn bằng a và b. Khi đó tổng $T=3a+6b$ bằng bao nhiêu?

Câu 152. Ông Thanh nuôi cá chim ở một cái ao có diện tích $50\,\text{m}^2$. Vụ trước ông nuôi với mật độ là $20\,\text{con/m}^2$ và thu được 1,5 tấn cá. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình thì cứ thả giảm đi $8\,\text{con/m}^2$ thì mỗi con cá khi thu hoạch tăng lên 0,5 kg. Vậy vụ tới ông phải thả bao nhiêu con cá giống để được tổng năng suất khi thu hoạch là cao nhất? (giả sử không có hao hụt khi nuôi).

Câu 153. Độ dốc của mái nhà là tan của góc tạo bởi mái nhà đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp *Memphis* tại bang *Tennessee* (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều. Biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng $80300\,\text{m}^2$ (gồm mặt bên và mặt đáy) và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{9}{5}$. Tính chiều cao của kim tự tháp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 154. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+2b$.

Câu 155. Xác suất để công ty X thuê một trong hai công ty vệ tinh A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng X phát sinh thêm chi phí sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục nghìn)

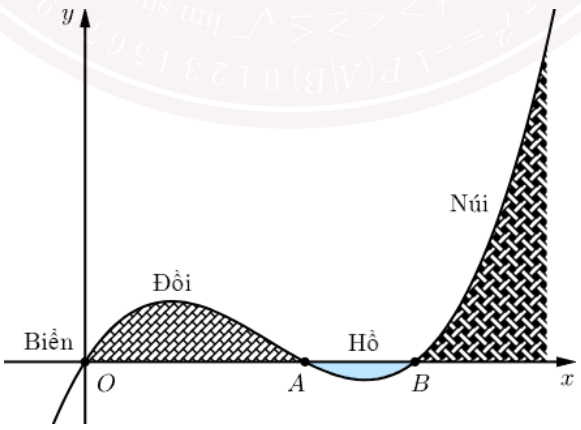
A Xác suất để X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.

B Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là $0,4737$.

C Biết X có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty B tư vấn là $0,5263$.

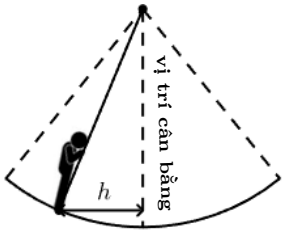
D Biết X không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để X thuê công ty A tư vấn là $0,395$.

Câu 156. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



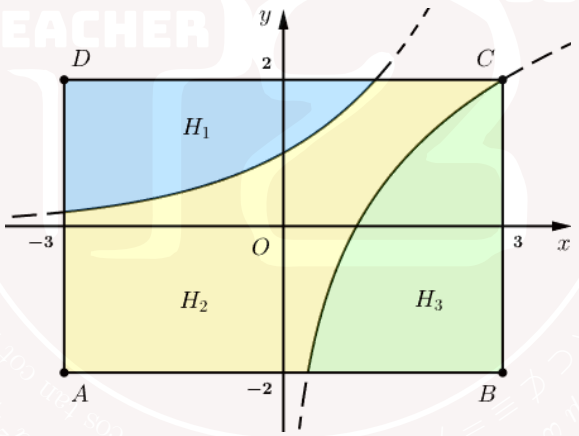
Đơn vị độ dài trên các trục là km. Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA=2\,\text{km}$, độ rộng của hồ là $AB=1\,\text{km}$ và ngọn đồi cao $550\,\text{m}$. Tìm độ sâu của hồ tại điểm sâu nhất? (tính bằng mét và làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 157. Hội Lim (Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng.



Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian t (s) ($t \geq 0$) bởi hệ thức $h = |d|$ với $d = 4\cos\dfrac{(2t-1)\pi}{3}$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Hỏi trong khoảng 20 giây đầu tiên thì đu đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Câu 158. Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6\,\text{m} \times 4\,\text{m}$, được bạn An trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_b x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $d : y = x$ và chia thành ba phần như hình vẽ

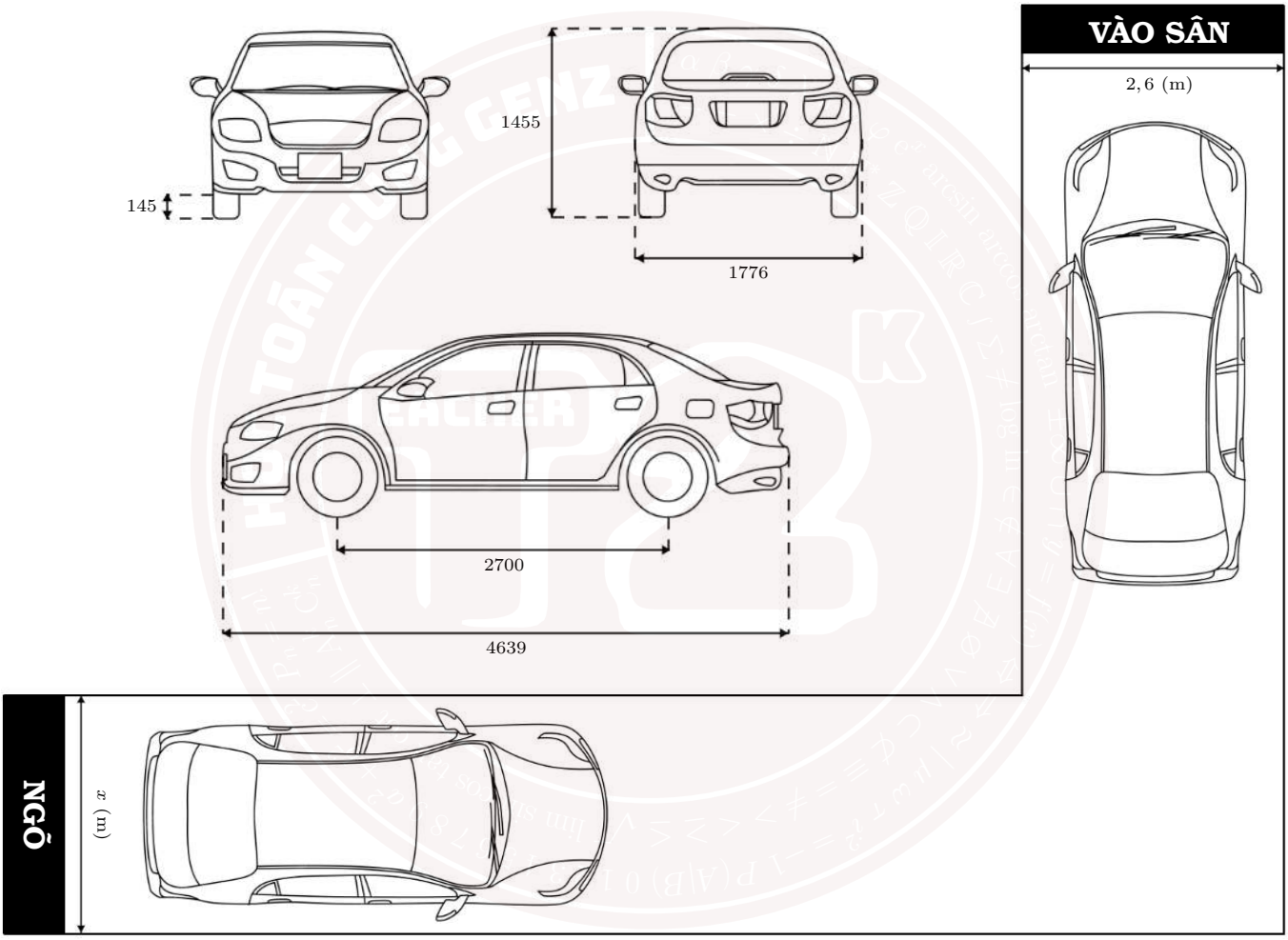


Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Biết mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3\,\text{m}^2$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 100000 đồng/hộp, hộp sơn vàng là 140000 đồng/hộp, hộp sơn xanh lá cây là 130000 đồng/hộp. Tính giá tiền bạn An mua để sơn bức tường này? (đơn vị là triệu đồng và cửa hàng sơn chỉ bán số nguyên của hộp).

Câu 159. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp xem màu rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn đều có đủ cả hai màu.

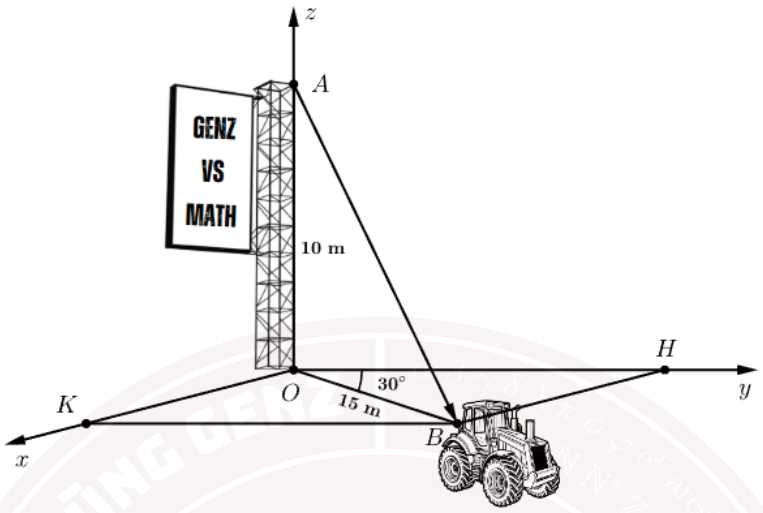
Câu 160. *Đổ tam hưởng* là trò chơi dân gian có thưởng trong ngày Tết xưa ở một số địa phương. Trong trò chơi này, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất và người chơi thắng cuộc nếu trong ba con súc sắc có ít nhất hai con súc sắc xuất hiện mặt 6 chấm. Biết rằng xác suất để trong 4 ván, người chơi thắng ít nhất 3 ván là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó, $b-650a$ bằng bao nhiêu?

Câu 161. Thầy Trương muốn mua một chiếc ô tô. Ngõ từ đường vào sân nhà thầy hình chữ L.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào sân chiều rộng $2,6$ (m). Biết kích thước xe ô tô như hình vẽ trên (đơn vị milimet) và để ô tô đi qua an toàn thì chiều rộng và chiều dài tương ứng của đoạn đường phải lớn hơn kích thước thiết kế của ô tô một khoảng, cụ thể là $5\,\text{m}\times 1,9\,\text{m}$. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô từ ngõ vào sân, thầy Trương coi ô tô như một khối chữ nhật có kích thước $5\,\text{m}\times 1,9\,\text{m}$. Chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên là $x=\frac{p}{q}$ (m) để ô tô của thầy Trương có thể đi vào được sân, với p, q là các số nguyên dương và phân số $\frac{p}{q}$ tối giản (giả thiết ô tô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ô tô không bị biến dạng). Khi đó, $p+q$ bằng bao nhiêu?

Câu 162. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ



Độ dài đơn vị trên các trục toạ độ bằng 1 m. Biết $\overrightarrow{AB}=(x;y;z)$. Tính $2x+\dfrac{2}{\sqrt{3}}y-z$.

Câu 163. Ông A dự định đầu tư sản xuất một loại sản phẩm với số lượng không quá 150 sản phẩm. Nếu ông A sản xuất được x sản phẩm thì bán và thu về số tiền được tính theo công thức $f(x)=x^3-1565x^2+128500x+30000$ (nghìn đồng), khi đó chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm được tính theo công thức $C(x)=1000+x+\dfrac{25000}{x}$ (nghìn đồng). Ông A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu về là lớn nhất?

Câu 164. Khảo sát tại một trường THPT cho thấy tỉ lệ học sinh thích bóng đá là 65%, thích bóng rổ là 30% và thích cả hai môn là 20%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong trường. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

A Xác suất để chọn được học sinh thích cả bóng đá và bóng rổ là $0,2$.

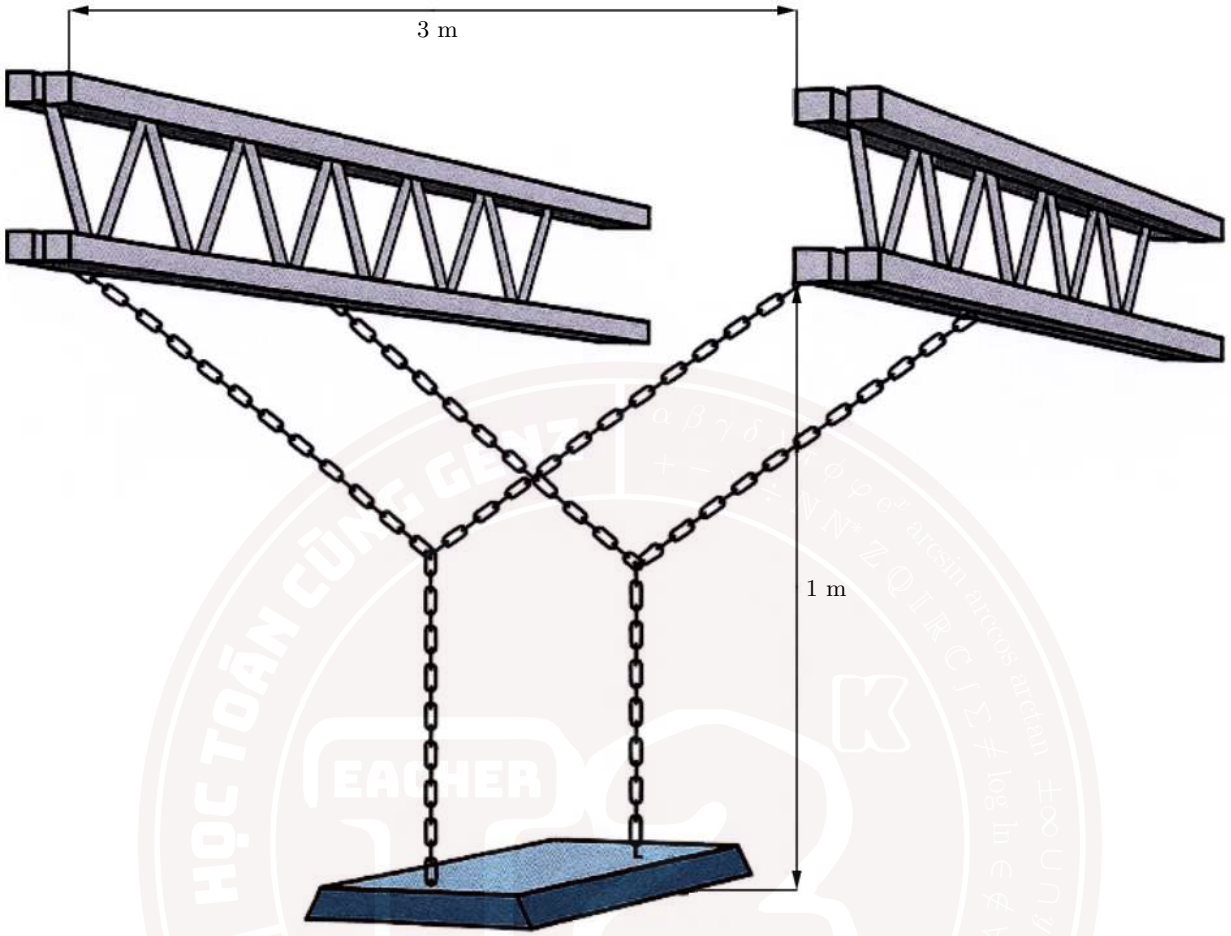
B Xác suất để chọn được học sinh thích một trong hai môn bóng đá hoặc bóng rổ là $0,95$.

C Xác suất để chọn được học sinh thích ít nhất một trong hai môn bóng đá và bóng rổ là $0,75$.

D Xác suất để chọn được học sinh thích bóng đá là $0,65$.

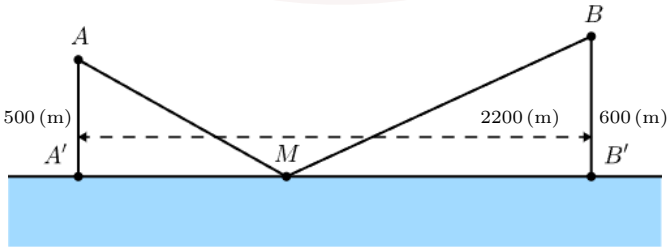
Câu 165. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A một khoảng bằng 3780 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u}=(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B=550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?

Câu 166. Trong một cửa hàng, nhà quản lí dự định treo một đồ trang trí trên cao.



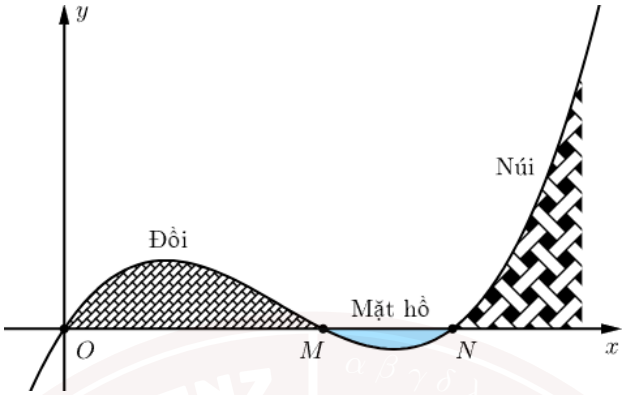
Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m và tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a+b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a-b-c$.

Câu 167. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA'=500$ (m), $BB'=600$ (m). Người ta đo được $A'B'=2200$ (m) như hình vẽ.



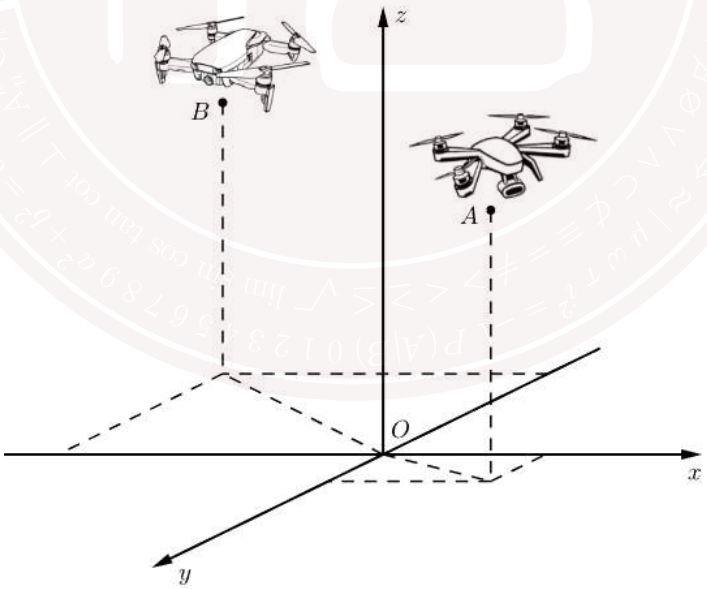
Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 168. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đơn vị độ dài trên các trục là km. Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ là $AB = 1$ km và ngọn đồi cao 528 m. Độ sâu nhất của hồ nước là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 169. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía nam và 2 m về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía bắc và 6 m về phía tây.



Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Trên mặt đất, người ta xác định được một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Hỏi khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó bằng bao nhiêu mét?

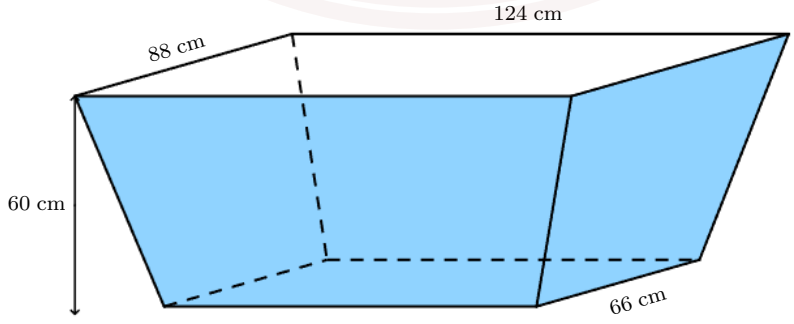
Câu 170. Gọi D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, nếu các vật xung quanh ban đầu có nhiệt độ T_S thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hoá bởi hàm số $T(t) = T_S + D_0 \mathrm{e}^{-kt}$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến 195°F và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là 65°F. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút thì nhiệt độ gà tây nướng không vượt quá 91°F (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng nhiệt độ của gà tây nướng là 150°F sau nửa giờ.

Câu 171. Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ.



Trong đó hai lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$ có giá nằm trên mặt phẳng chứa mặt bàn, tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là 9 N và 4 N, lực $\overrightarrow{F_3}$ vuông góc với mặt bàn và có độ lớn 7 N. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là a N. Tìm giá trị của a. (Kết quả quy tròn về số nguyên)

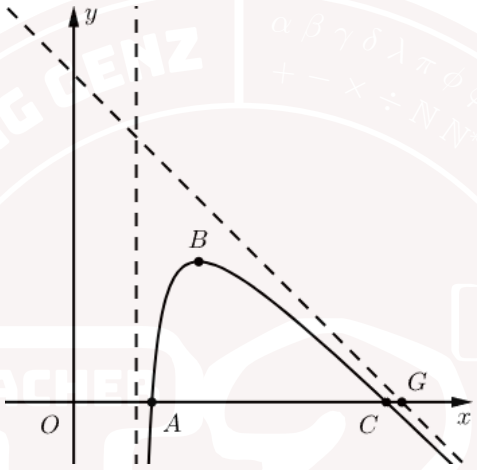
Câu 172. Anh A bơm nước vào một chiếc thùng nhựa đựng nước có dạng hình chóp cụt với hai đáy là hai hình chữ nhật, các cạnh bên bằng nhau và có kích thước như hình vẽ.



Với tốc độ bơm nước vào thùng là 20 lít/phút. Vận tốc nước dâng lên ở cạnh bên của thùng nhựa (đơn vị cm/phút) khi chiều cao mực nước bằng 25 cm là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 173. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;4;0)$, $B(0;4;6)$, $C(2;0;6)$, $D(-1;-2;-3)$ và vị trí điểm $M(a;b;c)$ thoả $MA+MB+MC+MD$ nhỏ nhất. Tính độ dài MO. (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 174. Một máy bay trình diễn có đường bay gắn với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ.

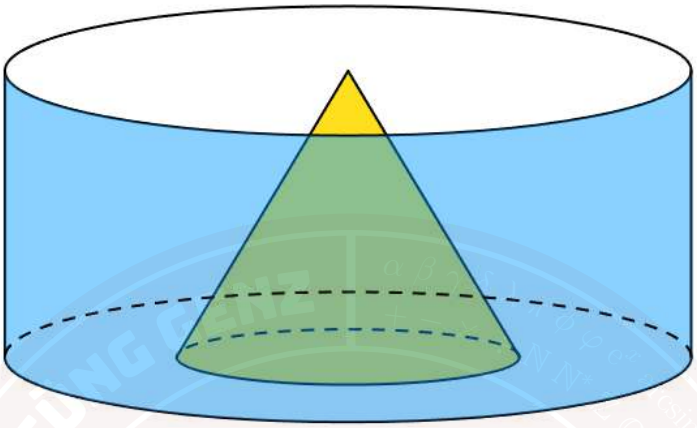


Trục Ox gắn với mặt đất, đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x=2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm $f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết rằng máy bay xuất phát tại vị trí A cách gốc toạ độ O một khoảng $2,5$ đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát $1,5$ đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất $4,5$ đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?

Câu 175. Trong hệ trục toạ độ Oxy, cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ (C) mô tả chuyển động của hai tàu đánh cá A và B (đơn vị trên mỗi trục toạ độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai tàu luôn thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Tính khoảng cách ngắn nhất (km) giữa hai tàu đánh cá A và B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 176. Chọn ngẫu nhiên bốn số tự nhiên khác nhau từ 70 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để bốn số được chọn lập thành một cấp số nhân có công bội nguyên là $\dfrac{a}{b}$ (trong đó a, b là các số tự nhiên và nguyên tố cùng nhau). Khi đó hãy làm tròn đến hàng đơn vị số $\dfrac{10^5 a}{b}$.

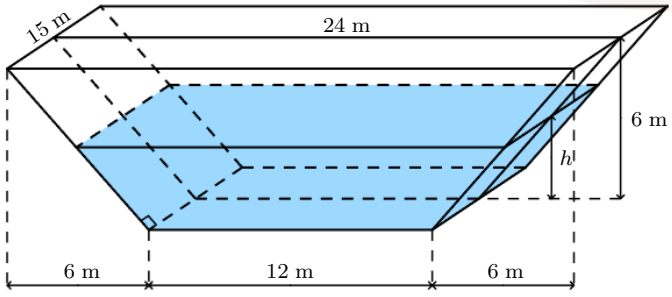
Câu 177. Một bể cá hình trụ thủy tinh có bán kính đáy bằng 6 dm và chiều cao bằng 5 dm. Bên trong bể cá người ta đặt một vật trang trí là khối nón đặc (đỉnh hình nón sẽ được bố trí vòi bơm nước cho bể cá), đáy hình nón có bán kính bằng 3 dm và có tâm trùng với đáy hình trụ, chiều cao hình nón bằng với chiều cao hình trụ.

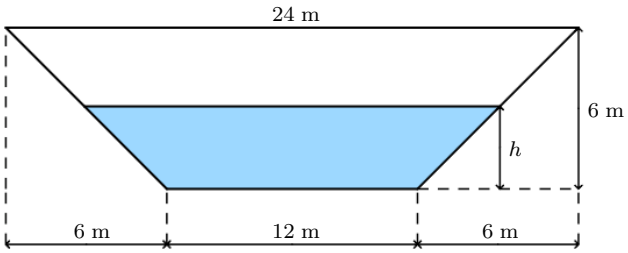


Người ta bơm nước vào bể với tốc độ $1,875\pi$ lít/phút, đến phút thứ 41 thì tốc độ dâng lên của nước là bao nhiêu cm/phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 178. Một công ty xây dựng đấu thầu 3 dự án X, Y và Z. Xác suất để ba dự án X, Y, Z trúng thầu tương ứng là a, b và $0,8$ $(a > b)$. Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án trúng thầu là $0,964$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,224$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập với nhau. Tính $2a+b$.

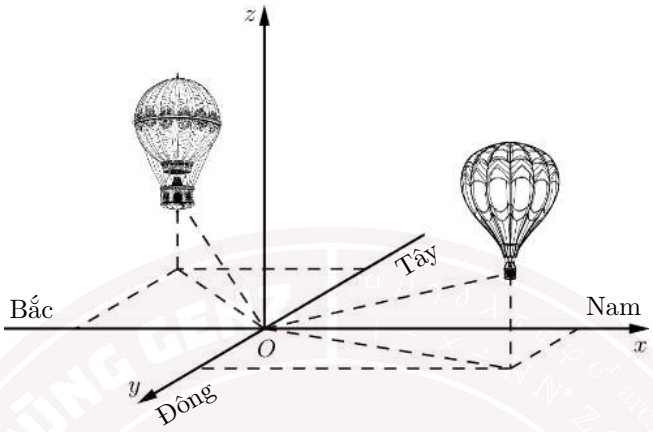
Câu 179. Một bể chứa nước có mặt đáy và miệng bể đều là hình chữ nhật nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau, miệng bể có chiều ngang 15 m và chiều dài 24 m, đáy bể có kích thước 15 m $\times$ 12 m. Độ sâu của bể nước (tính từ miệng đến đáy) là 6 m, mặt cắt vuông góc với chiều ngang của bể có hình dạng là hình thang cân như hình vẽ.





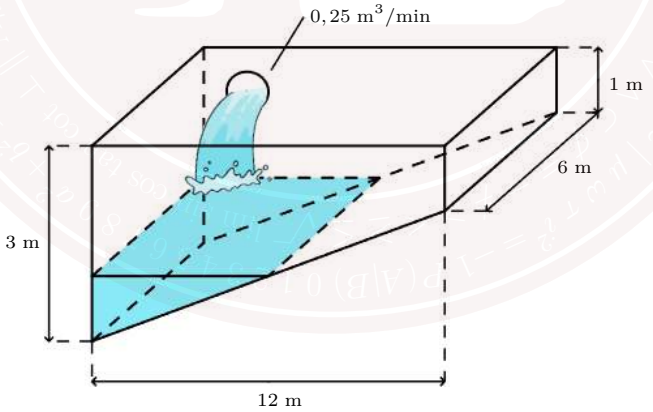
Lúc đầu bể không có nước, người ta sử dụng một máy bơm để bơm nước vào bể với tốc độ 50 m^3 trong một phút. Vào lúc mực nước đúng 5 m thì tốc độ dâng lên của mực nước trong bể là bao nhiêu m/phút? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 180. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc thứ nhất ở vị trí A nằm cách điểm xuất phát $2,5$ km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8$ km. Chiếc thứ hai ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát $1,5$ km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,6$ km.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là km). Trên mặt đất, người ta xác định được một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai chiếc khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó bằng bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

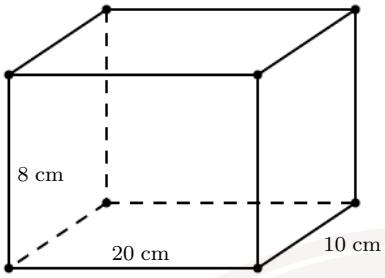
Câu 181. Một hồ bơi được chế tạo từ một khối hộp chữ nhật có chiều dài 12 mét, rộng 6 mét, sâu 1 mét ở đầu nông và sâu 3 mét ở đầu sâu như hình vẽ.



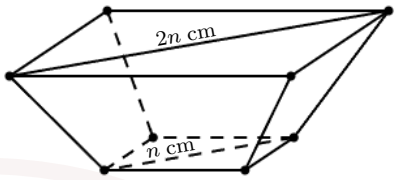
Nước được bơm vào hồ bơi với tốc độ $0,25$ mét khối mỗi phút. Biết rằng trong bể có 1 mét nước ở đầu sâu. Để lượng nước đạt 75% dung tích bể bơi thì cần bơm trong bao nhiêu phút?

Câu 182. Trong đề kiểm tra 15 phút môn Toán có 20 câu trắc nghiệm. Mỗi câu trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. An giải chắc chắn đúng 10 câu, 10 câu còn lại lựa chọn ngẫu nhiên đáp án. Biết rằng mỗi câu trả lời đúng được $0,5$ điểm, trả lời sai không bị trừ điểm. Xác suất để An đạt được đúng 8 điểm là p. Khi đó, $100p$ bằng

Câu 183. Một chiếc khay đựng đầy nước có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 20 cm, chiều rộng 10 cm và chiều cao 8 cm (hình a). Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất đó sang chiếc khay thứ hai có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với đáy khay là hình vuông nhỏ có đường chéo dài n cm, miệng khay là hình vuông lớn có đường chéo dài $2n$ cm (hình b).



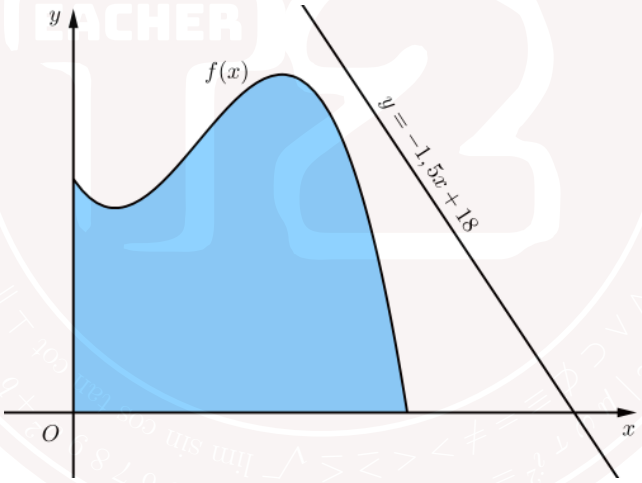
Hình a



Hình b

Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\dfrac{2}{5}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\dfrac{1}{4}$ so với ban đầu. Thể tích của chiếc khay thứ hai theo đơn vị cm^3 có kết quả chính xác đến hàng đơn vị là $a\,\text{cm}^3$. Tổng các chữ số của số a bằng bao nhiêu?

Câu 184. Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí như hình vẽ.



Biết nó được giới hạn bởi trục toạ độ và đồ thị của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{10}+\dfrac{9x^2}{10}-\dfrac{3x}{2}+\dfrac{28}{5}$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục toạ độ là 100 m.

A Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài 600 m.

B Trên đường đi dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox, điểm cách gốc O một đoạn 500 m có khoảng cách theo phương thẳng đứng đến bờ hồ đối diện là lớn nhất.

C Khoảng cách nhỏ nhất theo phương thẳng đứng từ một điểm trên đường đi dạo ven hồ đến bờ hồ đối diện là 490 m.

D Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $\Delta: y=\dfrac{3x}{2}+18$. Người ta dự định xây dựng bên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Biết toạ độ của điểm để xây bến thuyền này là $M(a;b)$. Giá trị $a+5b$ bằng 43.

Câu 185. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

A Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

B Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là $13,5\%$.

C Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn $24,5\%$.

D Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được chọn có một người có bằng đại học không vượt quá $19,8\%$.

Câu 186. Cho dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_n = u_{n-1} + n \end{cases}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. Giá trị của u_3 là

A 10. **B** 14. **C** 7. **D** 9.

Câu 187. Hệ thống cáp treo gồm hai trụ lớn và một đường cáp nối thẳng giữa hai trụ đó (coi như độ cong không đáng kể), được đặt trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $O(0;0;0)$ thuộc trụ thứ nhất và chuyển động thẳng đều theo đường cáp đến điểm $A(896;2025;189)$ thuộc trụ thứ hai với tốc độ $7,4$ (m/s) (đơn vị trên mỗi trục là mét).

A Điểm chính giữa của đường cáp có toạ độ là $(448;1012,5;94,5)$.

B Có một khu vui chơi phía dưới cáp treo nằm trong mặt phẳng (Oxy) với điểm trung tâm có toạ độ $I(750,5;1497,25;0)$. Biết rằng từ trong cabin cáp treo có thể ngắm nhìn toàn cảnh khu vui chơi rõ nhất tại vị trí điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ cách trung tâm khu vui chơi một khoảng ngắn nhất. Khi đó, $x_0 + y_0 + z_0 \approx 2332,5$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

C Trên đường cáp có điểm B có hoành độ $x_B = 672$, khi đó thời gian để cabin đi từ điểm B đến điểm A xấp xỉ là 70 giây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

D Độ dài đường cáp xấp xỉ bằng 2220 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 188. Điểm trung bình môn Toán cuối năm của học sinh lớp $12A$, $12B$ được thống kê ở bảng sau

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
$12A$	1	0	11	22	6
$12B$	0	6	8	14	12

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

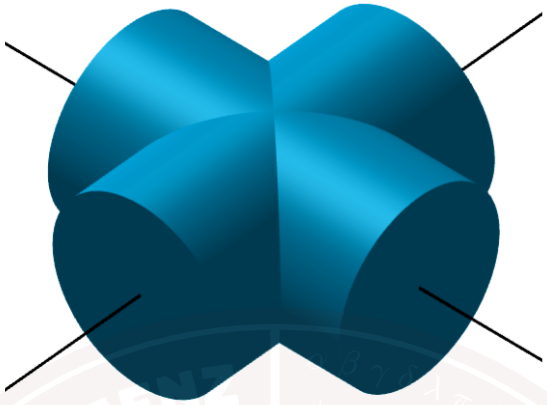
A Lớp $12A$ có 28 học sinh có điểm trung bình môn Toán cuối năm từ 8 trở lên.

B Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp $12A$ (làm tròn đến hàng phần trăm) là $0,72$.

C Số trung bình của mẫu số liệu lớp $12A$ lớn hơn số trung bình của mẫu số liệu lớp $12B$.

D Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp $12A$ có điểm trung bình môn Toán cuối năm ít phân tán hơn lớp $12B$.

Câu 189. Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3, có trục là hai đường thẳng cắt nhau và vuông góc với nhau như hình vẽ.



Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H).

Câu 190. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

A Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là $0,6$.

B Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,075$.

C Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn $0,65$.

D Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,6$.

Câu 191. Kết quả điểm trung bình học kì 1 của hai nhóm học sinh thuộc hai trường X và Y được thống kê ở bảng sau

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Nhóm học sinh trường X	4	5	3	4	2
Nhóm học sinh trường Y	2	5	4	3	1

A Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của hai mẫu số liệu thì nhóm học sinh trường X có điểm trung bình đều hơn nhóm học sinh trường Y.

B Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trường Y (làm tròn đến hàng phần trăm) $\Delta Q = 1,73$.

C Cỡ của mẫu số liệu trường X là 18 và cỡ của mẫu số liệu trường Y là 12.

D Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của hai mẫu số liệu thì nhóm học sinh trường Y có điểm trung bình đều hơn nhóm học sinh trường X.

Câu 192. Một cửa hàng bán bưởi da xanh Bến Tre với giá 50000 đồng/quả. Giá nhập vào là 30000 đồng/quả. Với giá bán này cửa hàng bán được 100 quả/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/quả thì số bưởi da xanh bán ra sẽ tăng thêm 10 quả.

A Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 2000000 đồng.

B Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 2200000 đồng.

C Nếu giá bán là 44000 đồng/quả, khi đó cửa hàng bán được 150 quả/ngày.

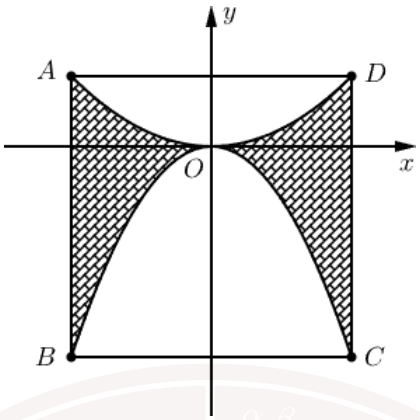
D Nếu giá bán là 40000 đồng/quả, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 2000000 đồng.

Câu 193. Một công ty kinh doanh dịch vụ nghỉ dưỡng nhận thấy rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 8 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng giảm đi 4 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 8 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 4 ngày. Hỏi công ty cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất? Biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 1 triệu đồng và Sở du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 194. Một công ty kinh doanh dịch vụ nghỉ dưỡng nhận thấy rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng giảm đi 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi công ty cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất? Biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 195. Một xí nghiệp may áo vest và quần âu để chuẩn bị cho dịp cuối năm. Biết may 1 áo vest hết 2 m vải và cần 20 giờ; may 1 quần âu hết 1,5 m vải và cần 5 giờ. Xí nghiệp được giao sử dụng không quá 900 m vải và số giờ công không vượt quá 6000 giờ. Theo khảo sát thị trường, số lượng quần âu bán ra không nhỏ hơn số lượng áo vest bán ra và số lượng quần âu bán ra không vượt quá 2 lần số lượng áo vest bán ra. Khi xuất ra thị trường, 1 chiếc áo vest lãi 350 nghìn đồng, 1 chiếc quần âu lãi 100 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số áo vest và quần âu xí nghiệp cần may và bán ra thị trường để xí nghiệp có số tiền lãi cao nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 2x + 3y$.

Câu 196. Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu tặng cho khách hàng thân thiết của mình như hình vẽ.



Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục toạ độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là cm) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/cm^2, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.

A Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \dfrac{x^2}{16}$.

B Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\dfrac{3x^2}{4}$.

C Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5$ cm^2.

D Chi phí sản xuất 1 chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Câu 197. Trong một cuộc thử tên lửa, Triều Tiên đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với vận tốc $v(t) = \dfrac{t^3}{90000000} + \dfrac{t}{500} + 1$ (m/s), trong đó t đơn vị giây, tính từ lúc tên lửa bắt đầu phóng và dự tính sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang vùng biển thuộc chủ quyền của Nhật Bản, ngay lập tức Rađa nhận được tín hiệu và gửi về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu của Rađa sau 30 phút, quân đội Nhật Bản đã cho phóng 1 quả tên lửa tầm trung được xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a(t_1) = \dfrac{t_1}{4500} + \dfrac{n}{100}$ $\left(\text{m/s}^2\right)$ với $n > 0$, t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng.

A Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v(t_1) = \dfrac{t_1^2}{9000} + \dfrac{nt_1}{100}$ (m/s).

B Kể từ khi bị Rađa phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được $1913,4$ km.

C Sau 15 phút phóng lên thì tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu, biết quãng đường nó đi được bằng $\dfrac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút đó. Khi đó, $n > 100$.

D Giả sử hàm $h(t) = \dfrac{-5mt^2}{648} + \dfrac{500mt}{9} + a$ (mét) $(m > 0, a \in \mathbb{R})$ thể hiện độ cao của quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là $483,12$ km.

Câu 198. Một chiếc thang dài 9 mét tựa vào một bức tường thẳng đứng trên một mặt đất bằng phẳng



Khi đầu dưới của thang di chuyển (trên mặt đất) ra xa bức tường với vận tốc không đổi là 2 m/s thì đầu trên cùng của thang sẽ trượt xuống dọc theo bức tường. Khi điểm đầu thang cách mặt đất 3 mét thì tốc độ di chuyển của nó bằng bao nhiêu m/s? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 199. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Câu 200. Trong một cuộc thi thể thao về môn bắn súng. Các vận động viên phải thực hiện bắn hạ mục tiêu đang di động trên mặt của khối cầu đặc có bán kính bằng 1 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O đặt tại vị trí xạ thủ A ngắm bắn, xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 m. Biết khối cầu có tâm $I(7;24;3)$ và xem đường đi của viên đạn là một đường thẳng.

A Vị trí xa nhất để xạ thủ A nhìn thấy và ngắm bắn mục tiêu là $25,2$ m (làm tròn đến hàng phần mười).

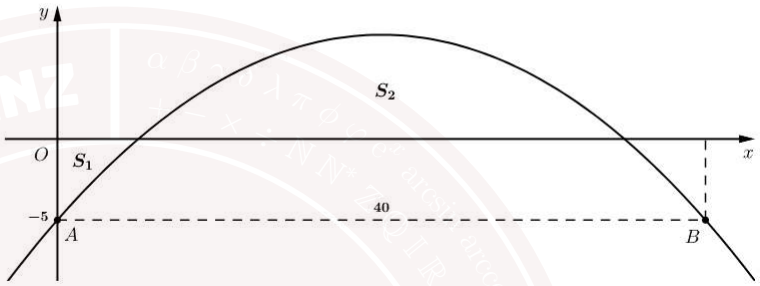
B Biết vận tốc viên đạn là $\dfrac{54}{5}\sqrt{65}$ km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để xạ thủ A bắn trúng mục tiêu chưa tới 1 s.

C Để các xạ thủ có thể dễ dàng bắn trúng mục tiêu hơn, ban tổ chức đã quyết định cho mục tiêu di chuyển trên đường tròn lớn nhất của mặt cầu và song song với mặt đất. Khi đó khoảng cách ngắn nhất từ vị trí xạ thủ A ngắm bắn đến mục tiêu là $3\sqrt{65}$ m.

D Xạ thủ A đang ngắm ở vị trí gần mục tiêu nhất nằm trên đường tròn lớn nhất của mặt cầu và song song với mặt đất. Tại thời điểm tuyển thủ A nổ súng thì mục tiêu đang ở vị trí $M(6;24;3)$ di chuyển với vận tốc $v = \arctan\dfrac{24}{7}$ m/s và đi ngược chiều kim đồng hồ. Khi đó xạ thủ A bắn trúng mục tiêu.

Câu 201. Một nhóm kĩ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dàn thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một đường cong parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau 400 m, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là 50 m và AB song song với mặt đường. Gắn hệ trục toạ độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục toạ độ là 10 m. Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong parabol tạo với 2 trục toạ độ các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ.





Biết $S_2 - 2S_1 = \dfrac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 202. Sau học kỳ I năm học $2024-2025$, thầy Nghĩa chủ nhiệm lớp 12B5 nhận thấy rằng lớp mình có 60% học sinh có kết quả xuất sắc, 40% học sinh có kết quả loại giỏi, không có học sinh khá và trung bình. Nhưng để nắm chính xác hơn về năng lực tư duy môn toán của từng học sinh nên thầy Nghĩa đã cho học sinh làm bài kiểm tra toán trong 90 phút. Sau khi chấm bài xong, thầy Nghĩa thấy rằng trong số học sinh loại giỏi có 8 học sinh từ 9 điểm toán trở lên và có 75% học sinh xuất sắc trong các học sinh được điểm toán từ 9 trở lên. Biết lớp 12B5 có 40 học sinh.

A Tỉ lệ học sinh có điểm toán từ 9 trở lên của lớp 12B5 là 80%.

B Học sinh xuất sắc kiểm tra môn toán đều lớn hơn hoặc bằng 9 điểm.

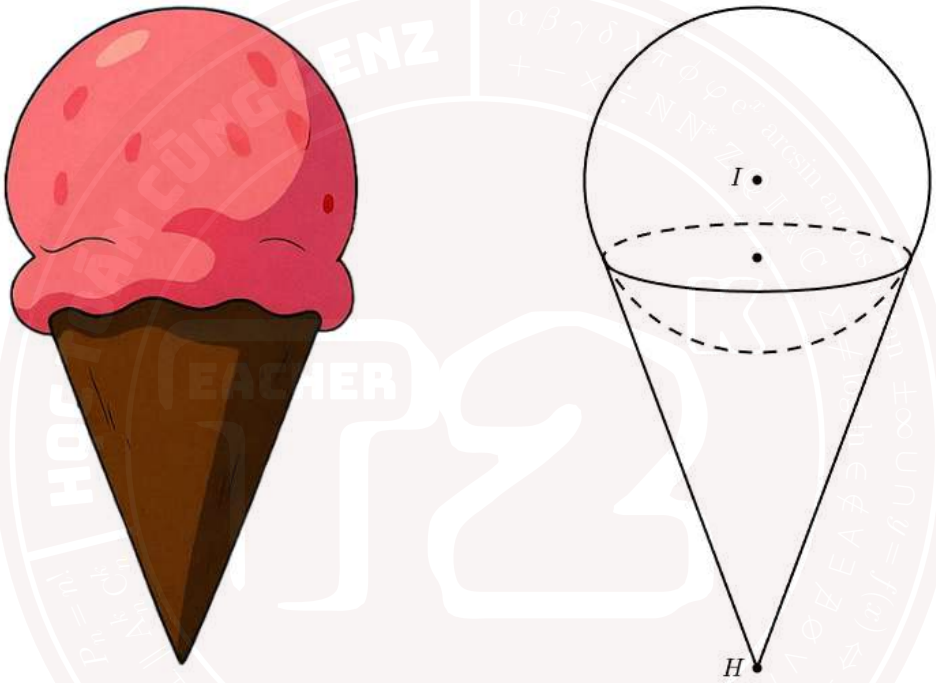
C Những học sinh có điểm toán dưới 9 điểm đều là học sinh loại giỏi.

D Có 22 học sinh kết quả xuất sắc có điểm trên 9, biết rằng tỉ lệ học sinh có điểm toán trên 9 điểm của học sinh giỏi bằng 37,5% và trong số học sinh được 9 điểm có 50% học sinh xuất sắc.

Câu 203. Anh Nam có một cái ao với diện tích $50\,\text{m}^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $40\,\text{con/m}^2$ và thu được 3 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình, anh thấy cứ thả giảm đi $8\,\text{con/m}^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5\,\text{kg}$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh Nam nên mua bao nhiêu cá giống để thả? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)

Câu 204. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng, là $\dfrac{a}{b}$ (với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a+b$.

Câu 205. Một cơ sở sản xuất kem làm một mô hình kem ốc quế lớn gồm 2 phần: Phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón như hình vẽ.



Chủ cơ sở sản xuất muốn gắn một chiếc đèn Led lớn chiếu thẳng cây kem vào buổi tối, biết rằng chiếc đèn nằm trên mặt phẳng chứa đường tròn (C) là phần tiếp xúc giữa phần kem và phần ốc quế. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ trong không gian thoả mãn phần kem hình cầu có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R_c = 3$; phần đỉnh của hình nón là điểm $H(0;1;-2)$ và đáy là đường tròn có bán kính $R_N = \sqrt{6}$. Để tối ưu hoá lượng ánh sáng chiếc đèn có thể chiếu vào cây kem, người ta tính toán rằng chiếc đèn Led sẽ phải ở vị trí $M(a;b;2)$ $(a \in \mathbb{Z})$ và từ điểm M kẻ được 2 tiếp tuyến với đường tròn (C) sao cho góc giữa hai tiếp tuyến đó không bé hơn 60°. Có bao nhiêu vị trí đặt chiếc đèn Led thoả mãn yêu cầu của chủ cơ sở?

Câu 206. Trên hai tia Ox, Oy của góc nhọn xOy lần lượt cho 5 điểm và 6 điểm phân biệt khác O. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm từ 12 điểm (gồm điểm O và 11 điểm đã cho), xác suất để 3 điểm chọn được là ba đỉnh của một tam giác bằng

A $\dfrac{19}{22}$. **B** $\dfrac{27}{44}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{39}{44}$.

Câu 207. Có bốn ngăn (trong một giá để sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và tám quyển sách khác nhau. Bạn An xếp hết tám quyển sách nói trên vào bốn ngăn đó sao cho mỗi ngăn có ít nhất một quyển sách và các quyển sách được xếp thẳng đứng thành một hàng ngang với gáy sách quay ra ngoài ở mỗi ngăn. Khi đã xếp xong tám quyển sách, hai cách xếp của bạn An được gọi là giống nhau nếu chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau đây:

- Với từng ngăn, số lượng quyển sách ở ngăn đó là như nhau trong cả hai cách xếp;
- Với từng ngăn, thứ tự từ trái sang phải của các quyển sách được xếp là như nhau trong cả hai cách xếp.

Gọi T là số cách xếp đôi một khác nhau của bạn An. Giá trị của $\dfrac{T}{600}$ bằng bao nhiêu?

Câu 208. Một phần mềm nhận dạng tin nhắn quảng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khoá để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả các tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải là quảng cáo. Trong số các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo. Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

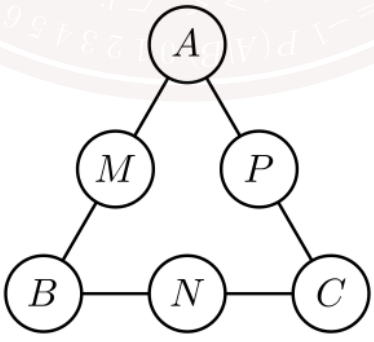
A Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu bằng $0,8$.

B Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.

C Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.

D Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$.

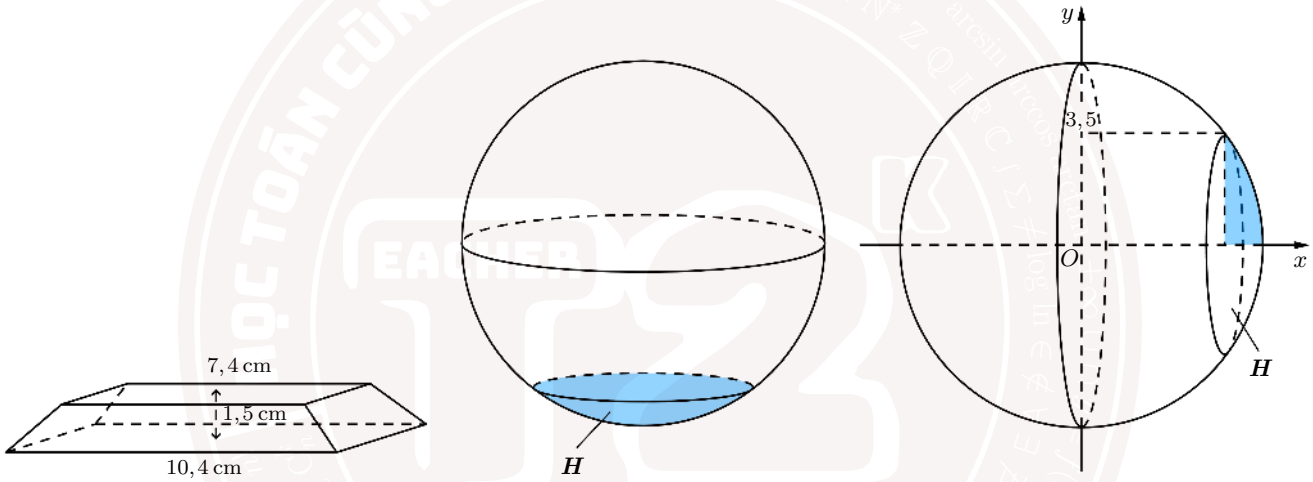
Câu 209. Bạn Nam tham gia cuộc thi giải một mật thư. Theo quy tắc của cuộc thi, người chơi cần chọn ra sáu số từ tập $S = \{21;22;23;24;25;26;27;28;29\}$ và xếp mỗi số vào đúng một vị trí trong sáu vị trí A, B, C, M, N, P như hình vẽ sao cho mỗi vị trí chỉ được xếp một số.



Mật thư sẽ được giải nếu các bộ ba số xuất hiện ở những bộ ba vị trí (A,M,B); (B,N,C); (C,P,A) tạo thành các cấp số cộng theo thứ tự đó. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên 6 số trong tập S và xếp ngẫu nhiên vào các vị trí được yêu cầu. Gọi xác suất để bạn Nam giải được mật thư ở lần chọn và xếp đó là a. Giá trị của $\dfrac{2}{a}$ bằng bao nhiêu?

Câu 210. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$; $1 \le x \le 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 400x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 270$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Câu 211. Để đặt được một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng $7,4$ cm và $10,4$ cm, bề dày của khối gỗ bằng $1,5$ cm. Sau đó khoét bỏ đi một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,7$ cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn bán kính $3,5$ cm (xem hình dưới).



Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (*không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười*)?

Câu 212. Mô hình toán học sau đây được sử dụng trong quan sát chuyển động của một vật. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$ có $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài của mỗi vectơ đơn vị đó bằng 1 mét. Cho hai điểm A và B, trong đó điểm A có tọa độ là $(6;6;0)$. Một vật (coi như là một hạt) chuyển động thẳng với tốc độ phụ thuộc thời gian t (giây) theo công thức $v(t) = \beta t + 300$ (m/giây), trong đó β là hằng số dương và $0 \le t \le 6$. Ở thời điểm ban đầu ($t = 0$), vật đi qua A với tốc độ 300 m/giây và hướng tới B. Sau 2 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đi được quãng đường 608 m . Gọi $\vec{u} = (a;b;c)$ là vectơ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AB}$. Biết rằng $|\vec{u}| = 1$ và góc giữa vectơ $\vec{u}$ lần lượt với các vectơ $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ có số đo tương ứng bằng $60°$, $60°$, $45°$.

A $a = \cos 60°$.

B Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y-6}{1} = \dfrac{z}{2}$.

C $\beta = 3$.

D Giả sử sau 5 giây kể từ thời điểm ban đầu, vật đến điểm $B(x_B;y_B;z_B)$. Khi đó, $x_B = 781$.

Câu 213. Để gây quỹ từ thiện, câu lạc bộ thiện nguyện của một trường THPT tổ chức hoạt động bán hàng với hai mặt hàng là nước chanh và khoai chiên. Câu lạc bộ thiết kế hai thực đơn. Thực đơn 1 có giá 35 nghìn đồng, bao gồm hai cốc nước chanh và một túi khoai chiên. Thực đơn 2 có giá 55 nghìn đồng, bao gồm ba cốc nước chanh và hai túi khoai chiên. Biết rằng câu lạc bộ chỉ làm được không quá 165 cốc nước chanh và 100 túi khoai chiên. Số tiền lớn nhất mà câu lạc bộ có thể nhận được sau khi bán hết hàng bằng bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 214. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k.y(t)$ ($t \geq 0$), trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày), $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít, 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = \mathrm{e}^{g(t)}$ ($t \geq 0$).

A $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

B $k = -\dfrac{\ln 2}{6}$.

C $C = 3\ln 2$.

D Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 20$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn $0,4$ mg/lít.

Câu 215. Một xưởng sản xuất thực phẩm gồm 3 kỹ sư chế biến thực phẩm, 3 kỹ thuật viên và 12 công nhân. Để đảm bảo sản xuất thực phẩm chống dịch Covid 19, xưởng cần chia thành 3 ca sản xuất theo thời gian liên tiếp nhau sao cho mỗi ca có 6 người.

A Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất là $\mathrm{C}_{18}^{6}\,\mathrm{C}_{12}^{6}$.

B Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất sao cho ca đầu tiên gồm toàn công nhân là $\mathrm{C}_{12}^{6}\,\mathrm{C}_{12}^{6}$.

C Số cách phân chia lao động vào 3 ca sản xuất sao cho mỗi ca có đúng 1 kỹ sư và đúng 1 kỹ thuật viên là $\mathrm{C}_{6}^{1}\,\mathrm{C}_{6}^{1}\,\mathrm{C}_{12}^{4}$.

D Xác suất sao cho mỗi ca có đúng 1 kỹ thuật viên, 1 kỹ sư chế biến thực phẩm là $\dfrac{225}{3094}$.

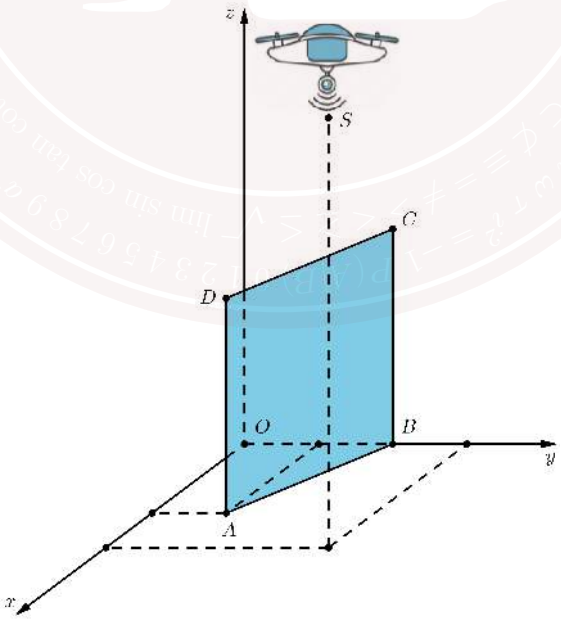
Câu 216. Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhập theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại chi phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất.

Câu 217. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở toạ độ $A(25;-10;1)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v}_1=(-3;-4;0)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở toạ độ $B(30;-25;1,1)$ và bay theo hướng vectơ $\overrightarrow{v}_2=(-4;3;0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 218. Trong nông nghiệp bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Mới đây một nhóm các nhà khoa học Việt Nam đã phát hiện ra bèo hoa dâu có thể được dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị bệnh ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần bèo phát triển thành 3 lần lượng đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm như nhau. Sau bao nhiêu ngày bèo sẽ vừa phủ kín mặt hồ?

A $7\log_3 25$. **B** $3^{\frac{25}{7}}$. **C** 56. **D** $7\log_3 24$.

Câu 219. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ dựng vuông góc mặt đất với hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;2;0)$ với chiều cao 3 m. Biết rằng mỗi đơn vị trong hệ trục toạ độ tương ứng với 1 m. Một trạm phát sóng với máy phát đặt tại điểm S có toạ độ $(3;3;6)$. Trạm phát sóng phát sóng ra xung quanh tuy nhiên khi gặp bức tường thì bị chắn. Vì vậy sẽ có một vùng sau bức tường nơi mà không bắt được sóng như hình vẽ.



Một người đi bộ từ vị trí có toạ độ là $(-4;-4;0)$ theo hướng thẳng đến gốc toạ độ với vận tốc 1 m/s. Tính thời gian kể từ lúc bắt đầu di chuyển đến khi người đó bị mất sóng (đơn vị giây, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 220. Trong không gian, xét hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía Nam, tia Oy hướng về phía Đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời như hình vẽ.



Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía Nam và 15 km về phía Tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.

A Radar không phát hiện tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

B Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

C Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí C cách O 15 km về phía Nam. Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía Đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

D Một tàu ngầm đang ở vị trí $M\,(0;0;-18)$ luôn hoạt động ở độ sâu 18 km so với mực nước biển và di chuyển về hai hướng Đông và Nam. Nếu không vượt quá giới hạn 24 km Đông và 24 km Nam thì tàu ngầm vẫn kết nối được với radar.

Câu 221. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại vị trí của radar và đơn vị độ dài trên mỗi trục toạ độ là 1 km. Radar phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M\,(500;200;10)$ đến điểm $N\,(800;300;10)$ trong 20 phút.

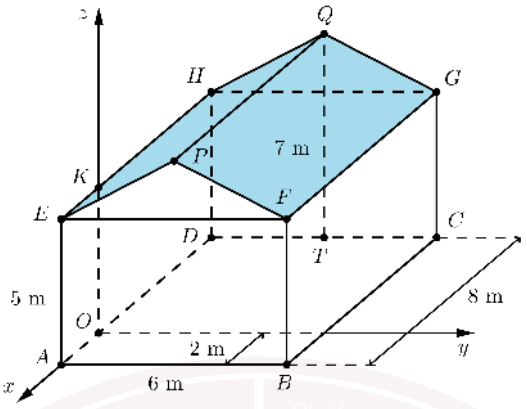
A Máy bay đang di chuyển theo hướng tiến lại gần vị trí đặt radar.

B Khoảng cách $MN = 100\sqrt{10}$ km.

C Tốc độ của máy bay khi di chuyển từ M đến N là $150\sqrt{10}$ km/h.

D Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là $Q\,(a;b;c)$ với $a+b+c=1191$.

Câu 222. Nhà bác An được mô tả như hình vẽ



Trong đó phần thân nhà là hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Ngôi nhà được lợp ngói hai mái là hai hình chữ nhật $PEHQ$ và $PFGQ$, biết tam giác EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của cạnh DC. Các kích thước của nhà lần lượt là $AB = 6\,\text{m}$, $AE = 5\,\text{m}$, $AD = 8\,\text{m}$, $QT = 7\,\text{m}$. Xét trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\,\text{m}$ và các trục tọa độ tương ứng là các trục Ox, Oy, Oz. Khi đó,

A $A(2;0;0)$.

B $\overrightarrow{AC} = (6;6;0)$.

C Bác An muốn lắp một chiếc đèn lồng tại vị trí trung điểm của FG và đầu nguồn đặt tại vị trí O. Bác ấy thiết kế đường dây điện nối từ O đến K sau đó nối đến chiếc đèn lồng. Độ dài đoạn dây điện nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}\,\text{m}$.

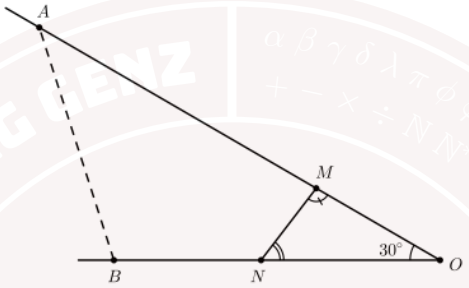
D Mái nhà bác An được lợp bằng ngói đất nung Đất Việt, giá tiền mỗi viên ngói là 11.000 đồng và để lợp được $1\,\text{m}^2$ diện tích mái cần 22 viên ngói. Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là 13.960.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt ghép các viên ngói, kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

Câu 223. Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p(x)$ (triệu đồng) và hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng). Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu (triệu đồng)?

Câu 224. Có 10 cái hộp khác nhau được đánh số từ 1 đến 10 và 10 viên bi giống nhau. Gọi T là số cách sắp xếp 10 viên bi vào 10 hộp (mỗi hộp không nhất thiết có bi) sao cho tổng số viên bi trong các hộp số 1, 2, 3 là số chẵn, còn tổng các viên bi trong các hộp 8, 9, 10 là số lẻ. Giá trị của $\dfrac{T}{100}$ bằng bao nhiêu?

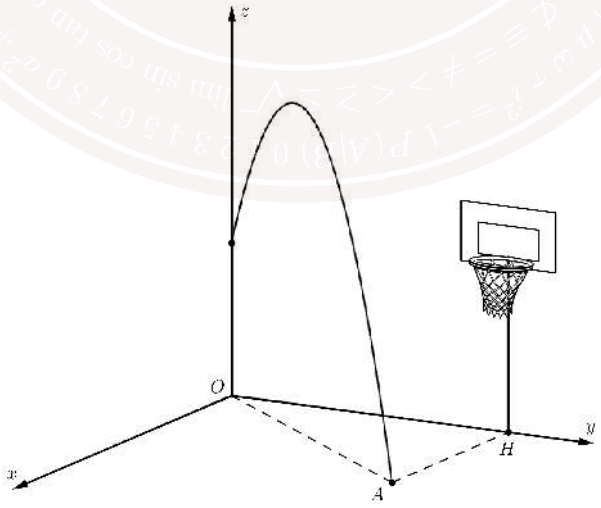
Câu 225. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên trục toạ độ là mét). Một camera giám sát an toàn đặt tại $I(50;-10;50)$. Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ khi cabin xuất phát thì cabin gần camera giám sát an toàn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 226. Hai chất điểm A và B chuyển động thẳng đều cùng hướng về O với vận tốc $V_B=\dfrac{V_A}{\sqrt{3}}$ và $\widehat{AOB}=30^\circ$ như hình vẽ



Biết rằng khi khoảng cách giữa hai chất điểm A và B là nhỏ nhất thì $\widehat{BAO}=\varphi$. Tìm φ (đơn vị độ).

Câu 227. Trong giờ học môn bóng rổ, một học sinh đang tập ném bóng vào rổ. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) sao cho (Oxy) trùng với mặt đất, chân cột bóng rổ là điểm H thuộc tia Oy sao cho $OH=4\,\text{m}$. Lúc bắt đầu ném quả bóng thuộc tia Oz ở độ cao $2\,\text{m}$. Quả bóng được ném bay lên rồi rơi xuống đất tại vị trí A sao cho $AH=3\,\text{m}$ và AH vuông góc với Oy. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một đường parabol (P) luôn nằm trong mặt phẳng (α) vuông góc với mặt đất như hình vẽ.



Sau khi ném được một lúc, khi quả bóng có hoành độ bằng 2 thì cao độ của nó bằng $3,5$. Khi quả bóng có độ cao lớn nhất so với mặt đất thì hoành độ của quả bóng bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 228. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 115 + 20\sin(180\pi t)$ ở đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thủy ngân) và thời gian t tính theo phút. Tốc độ thay đổi huyết áp được xác định bởi hàm số đạo hàm $P'(t)$

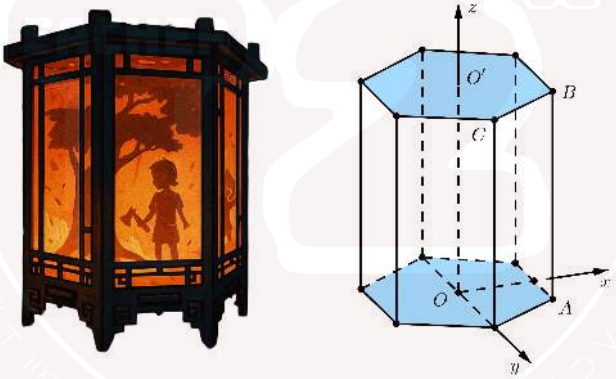
A Chỉ số huyết áp là 135/95.

B Số lần huyết áp tâm thu xảy ra trong khoảng thời gian một giờ đồng hồ là 5000.

C $P'(t) = 3600\pi\cos(180\pi t)$ (mmHg/phút).

D Trong một phút có 180 lần tốc độ thay đổi huyết áp bằng 1800π (mmHg/phút).

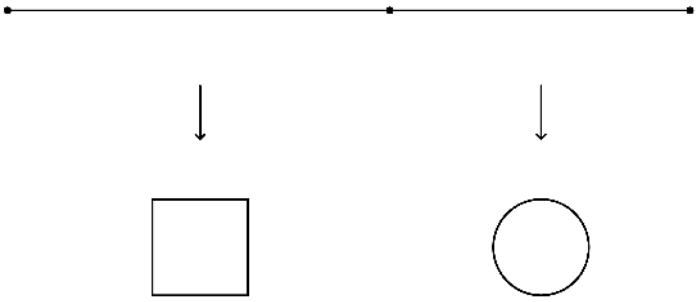
Câu 229. Lồng đèn kéo quân là một kiểu đèn trung thu cổ truyền ở Việt Nam (phổ biến ở miền Bắc và Bắc Trung Bộ). Chiếc lồng đèn kéo quân không chỉ là một món đồ chơi, mà còn là một tác phẩm nghệ thuật dân gian, gắn liền với tuổi thơ của biết bao thế hệ.



Trong hình là một chiếc lồng đèn kéo quân có dạng lăng trụ lục giác đều. Khi gắn chiếc lồng đèn này vào hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ với gốc toạ độ O trùng với tâm của một lục giác đều, tia Ox đi qua trung điểm một cạnh lục giác, tia Oy đi qua một đỉnh lục giác đó, tia Oz đi qua tâm của lục giác còn lại, đơn vị trục là cm. Người ta có được $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \left(10\sqrt{3}; 20; 50\right)$, trong đó AB là một cạnh bên của lăng trụ, BC là một cạnh đáy của lăng trụ. Hỏi thể tích của chiếc lồng đèn này là bao nhiêu cm^3? (làm tròn đến hàng đơn vị, bỏ qua độ dày của các vật liệu bao quanh)

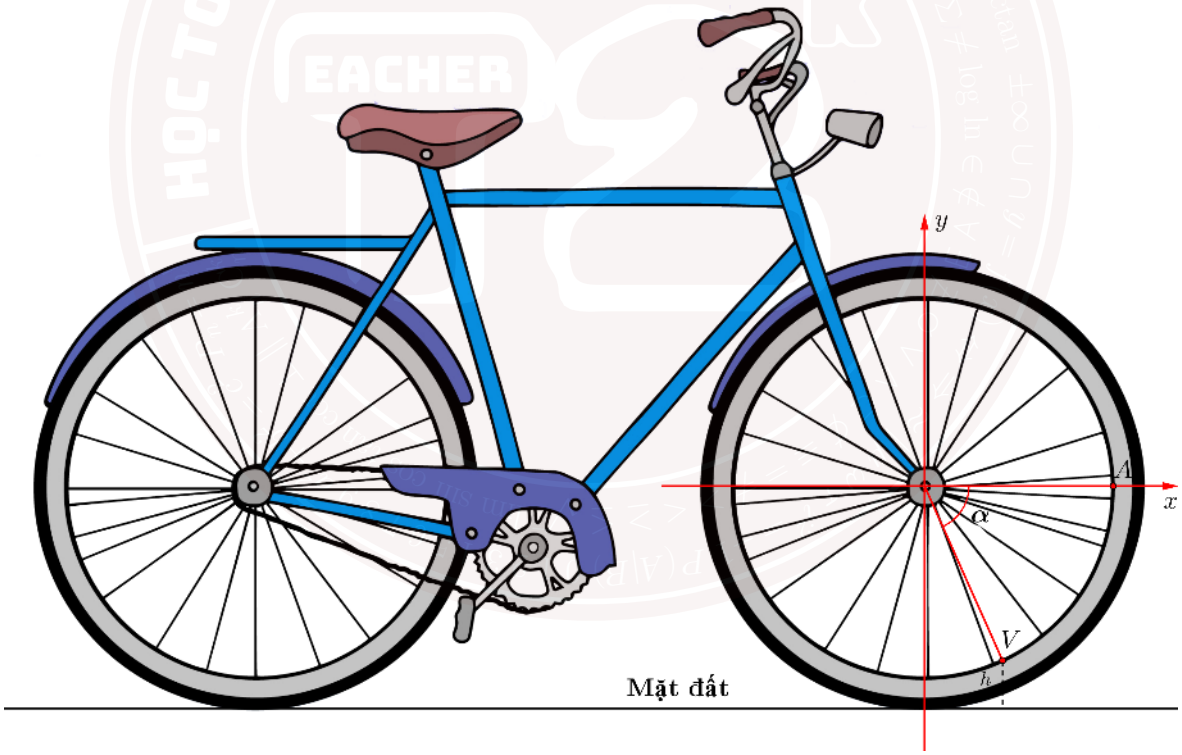
Câu 230. Một cửa hàng thực phẩm bán thịt gà với chi phí mua vào là 120 nghìn đồng/kg, bán ra 150 nghìn đồng/kg. Với giá bán này thì một tháng cửa hàng bán được 1000 kg. Nhằm đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng/kg thì khối lượng thịt gà bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 50 kg. Cửa hàng phải định giá bán mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam để lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Câu 231. Một sợi dây kim loại dài 60 dm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r.



Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?

Câu 232. Khi xe đạp di chuyển, van V của bánh xe quay quanh trục O theo chiều kim đồng hồ với vận tốc không đổi 12 rad/s. Ban đầu van V ở vị trí A, sau 2 phút di chuyển, khoảng cách từ van V đến mặt đất là h, biết bán kính $OA = 60$ cm.



Giả sử độ dày của lốp xe không đáng kể (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A Với mỗi góc lượng giác $(OA, OV) = \alpha$, sau 25 vòng quay bánh xe thì $(OA, OV) = \beta$, ta luôn có $\sin\beta = \sin\alpha$.

B $h = 114,78$ cm.

C Khi góc $\alpha = 20^\circ$ thì số đo góc lượng giác $(OA, OV) = 20^\circ + k.360^\circ$ $(k \in \mathbb{Z})$.

D Biết $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}$ và vị trí van V như hình vẽ. Khi đó, $\sin\alpha = -\dfrac{4}{5}$.

Câu 233. Trong không gian $Oxyz$ với mặt nước phẳng lặng trùng với mặt phẳng (Oxy), đơn vị trên mỗi trục là mét. Có hai con chim bói cá ở các vị trí $A(90;0;25)$, $B(80;30;15)$ trên các cành cây đang cùng ngắm mục tiêu là một chú cá đang bơi trên mặt hồ. Khi cá nằm im ở vị trí $C(20;10;0)$ thì hai con chim quyết định tấn công mục tiêu của mình. Chim bói cá ở vị trí A xuất phát trước con còn lại 1 giây và bay về phía con cá với vận tốc 12 m/s, chim bói cá còn lại cũng tấn công mục tiêu với vận tốc 15 m/s.

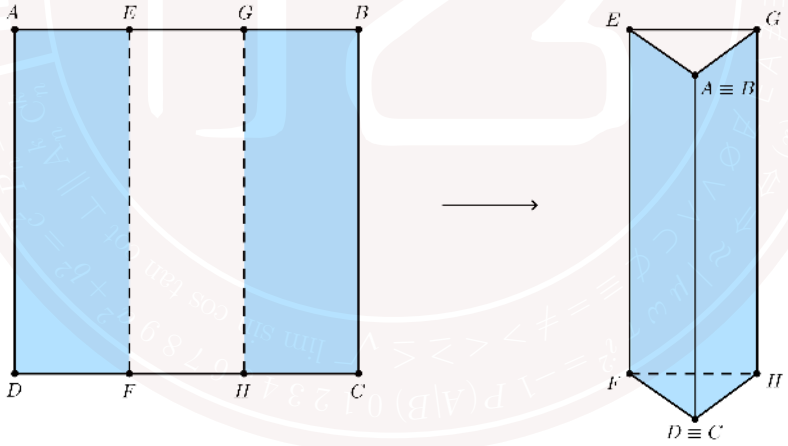
A Khoảng cách của chim bói cá ở A đến mục tiêu ngắn hơn khoảng cách từ chim bói cá ở B đến mục tiêu.

B Chim bói cá ở vị trí A sẽ đến mục tiêu trước con chim ở vị trí B.

C Trong thực tế, sau khi bay được 5 giây, chim bói cá từ vị trí A thấy không tranh được con mồi với đối thủ nên nó chuyển hướng để bay đi và đậu trên một nhánh cây khác, vị trí chuyển hướng có toạ độ $(34;8;4,5)$.

D Từ khi chuyển hướng, chim bói cá bay với vectơ vận tốc $\overrightarrow{u}=(3;6;6)$ (m/s) và sau 6 giây tiếp theo, nó đã đậu trên một cành cây khác. Khoảng cách từ vị trí mới so với vị trí nó đậu ban đầu bằng 63,2 m (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 234. Từ một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm, người ta muốn gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy như hình vẽ.



Biết rằng $AD \parallel EF \parallel GH \parallel BC$. Đặt $DF=CH=x$ cm với $7,5<x<15$.

A $EG=FH=30-x$.

B Diện tích tam giác AEG bằng $\sqrt{15(15-x)^2(2x-15)}$.

C Gọi $f(x)=(15-x)^2(2x-15)$ $\forall x\in(7,5;15)$ thì $f'(x)=(x-15)(3x-30)$.

D Thể tích khối lăng trụ $AGE.CHF$ lớn nhất bằng $V_{\max}=700\sqrt{3}\,\text{cm}^3$.

Câu 235. Chọn ngẫu nhiên 4 số a, b, c, d thuộc tập hợp $S=\{1;2;...;2025\}$. Tính xác suất để 4 số chọn ra thoả mãn $a^2+b^2+c^2+d^2$ chia hết cho 5. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 236. Có bao nhiêu cách sắp xếp 8 chữ cái trong cụm từ "TRUNG THU" trên một hàng ngang?

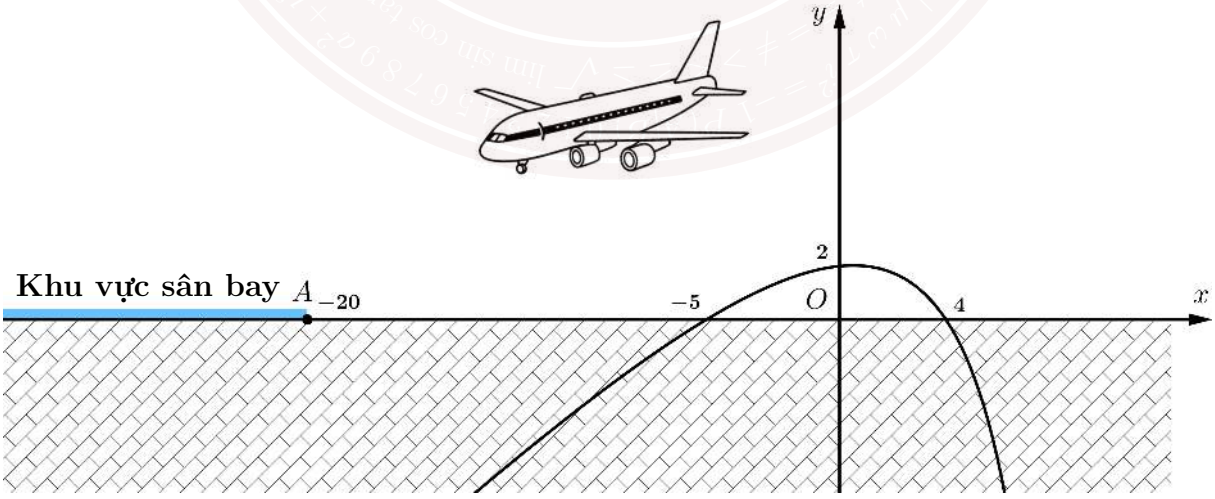
A 10080. **B** 8!. **C** 20160. **D** 7200.

Câu 237. Một người đàn ông và một người phụ nữ cùng kéo chiếc thuyền theo hai hướng khác nhau bởi hai sợi dây cột vào mũi thuyền như hình vẽ.



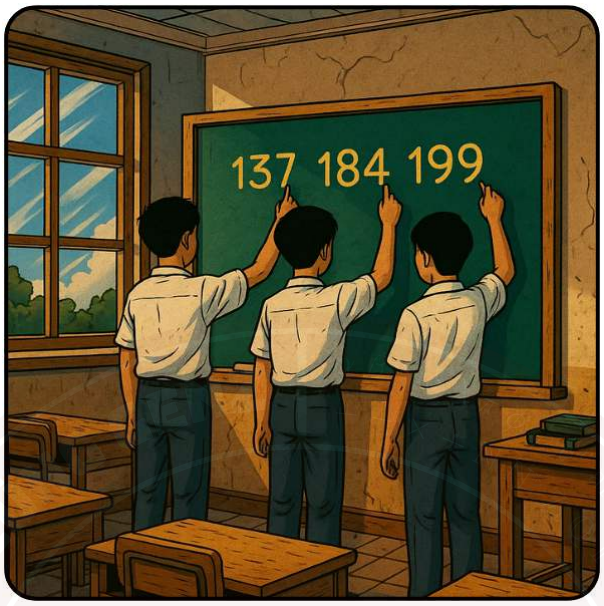
Các vectơ lực kéo lần lượt là $\overrightarrow{F_1} = (180;110;0)$, $\overrightarrow{F_2} = (160;-50;0)$ (đơn vị Newton). Khi đó chiếc thuyền tiến về phía trước vì chịu tác động của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$ với độ lớn bao nhiêu Newton? Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị.

Câu 238. Trong một hệ trục toạ độ Oxy thích hợp, đơn vị mỗi trục là 100 mét, các chuyên gia của một hãng hàng không đang nghiên cứu lát cắt ngang của một ngọn núi nằm gần khu vực sân bay, nơi mà máy bay thường xuyên cất cánh và hạ cánh. Lát cắt ấy được mô hình hoá là một nhánh của đồ thị hàm số $(C): f(x) = \dfrac{x^2 + x - 20}{x - 10}$ $(x < 10)$.



Các chuyên gia quan tâm đến khoảng cách từ vị trí $A(-20;0)$ đến vị trí B, trong đó B là điểm giao của đường tiệm cận xiên của (C) với trục Ox (mặt đất), hỏi khoảng cách AB bằng bao nhiêu mét?

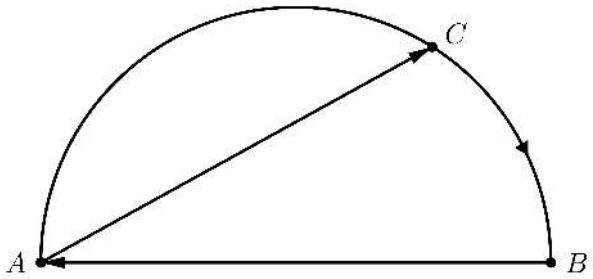
Câu 239. Trong một buổi ôn tập Xác suất của lớp 12 tại trường THCS - THPT Nguyễn Khuyến, có ba bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng.



Mỗi bạn độc lập viết ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc $[101;200]$, sau đó lấy số tự nhiên vừa viết ra trừ cho tổng các chữ số của nó, kết quả thu được lại đem ra trừ cho tổng các chữ số của kết quả đó... Quá trình này cứ tiếp tục cho đến khi có số 0 xuất hiện thì dừng lại. Theo quy luật này, mỗi bạn đã tìm được cho mình một dãy số tự nhiên hữu hạn, không tính số đầu tiên được viết ra. Tìm xác suất sao cho có đúng hai bạn viết được dãy số tự nhiên hoàn toàn giống nhau, đồng thời tổng tất cả số hạng của cả ba dãy số mà ba bạn viết được là một số chia hết cho 18. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 240. Một hồ nước hình bán nguyệt có đường kính $AB = 150\,\text{m}$. Một người chèo thuyền theo một đường thẳng với vận tốc $3\,\text{km/h}$ từ vị trí A đến vị trí C bất kỳ trên cung AB. Tại vị trí C người đó nghỉ 2 phút rồi tiếp tục chạy bộ dọc theo cung nhỏ CB đến B, sau đó chạy theo đường thẳng BA để quay về A với vận tốc $6\,\text{km/h}$ như hình vẽ.

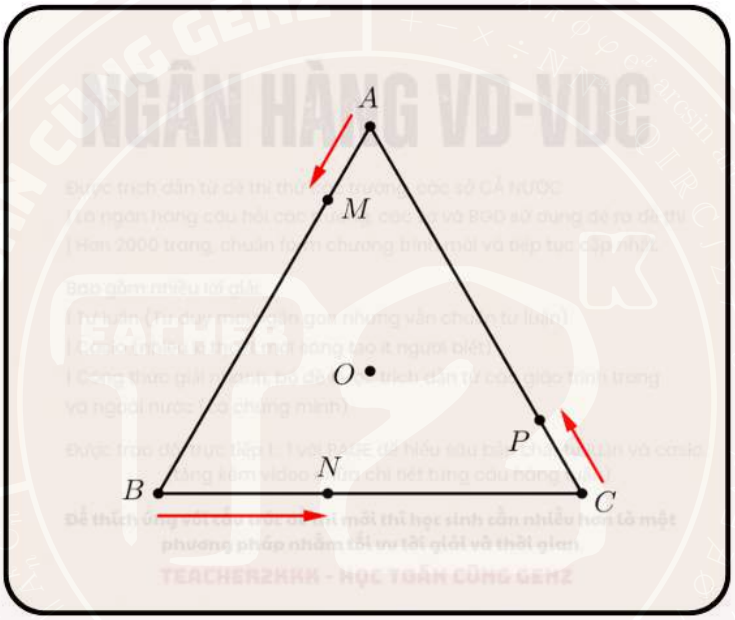




Hỏi thời gian chậm nhất mà người đó về đến A là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 241. Một công ty vận tải có thể huy động tối đa 10 xe tải để chuyển 60 tấn hàng hóa đến một địa điểm. Mỗi xe tải có thể chở 3 tấn hàng trong một chuyến đi (có thể đi nhiều chuyến) và mất 1 giờ để hoàn tất một chuyến. Chi phí khởi động để điều một xe tải là 100 nghìn đồng. Ngoài ra, khi cùng chạy, n xe tải tốn chi phí nhiên liệu mỗi giờ là $15(2n+5)$ nghìn đồng. Công ty đang tính toán để sử dụng một số lượng xe tải sao cho tổng chi phí vận chuyển là thấp nhất, vậy chi phí thấp nhất ấy là bao nhiêu nghìn đồng cho đợt vận chuyển hàng nói trên?

Câu 242. Một công ty du lịch muốn quảng bá Tour du lịch đặc biệt của họ đến với du khách bằng cách thiết kế một banner quảng cáo như hình vẽ.

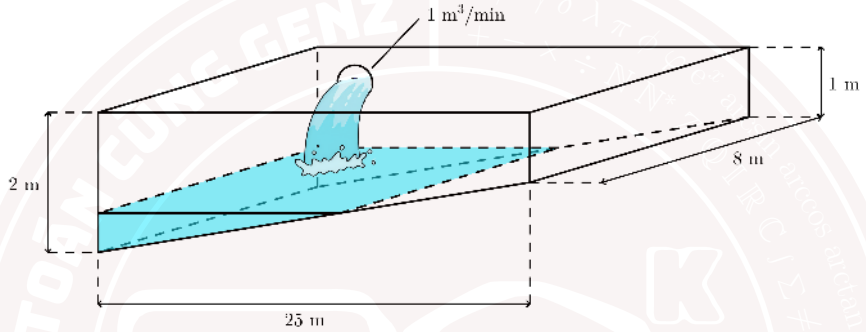


Điểm nhấn trên banner là một tam giác đều có cạnh bằng 1 mét với ba đỉnh A, B, C tương ứng với 3 địa danh mà công ty muốn nói đến. Họ thiết kế các chuỗi đèn LED chạy từ A đến B, từ B đến C và từ C đến A, trong đó chùm sáng chạy từ A đến B (ta xem là điểm M di động) với vận tốc $1,25$ cm/s, chùm sáng chạy từ B đến C (ta xem là điểm N di động) với vận tốc $2,5$ cm/s, chùm sáng chạy từ C đến A (ta xem là điểm P di động) với vận tốc $1,25$ cm/s. Mỗi dao động được tính kể từ khi cả ba chùm sáng cùng xuất phát cho đến khi chùm sáng cuối cùng về đích. Biết O là trọng tâm tam giác đều ABC, tính tổng khoảng cách ngắn nhất $OM+ON+OP$ theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần trăm (trong một dao động).

Câu 243. Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi hộ nông dân thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng, biết rằng tổng số công không quá 180?

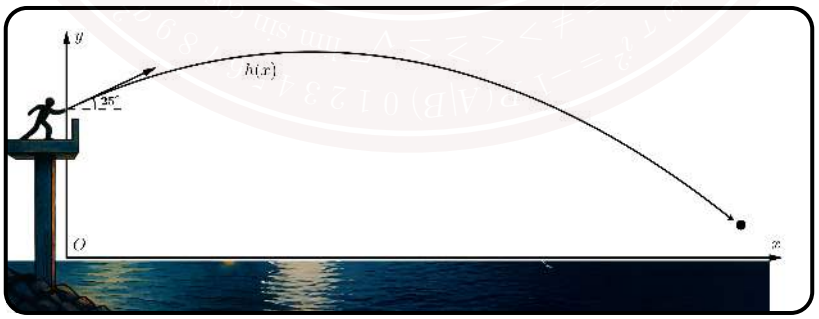
Câu 244. Hai đội bóng chuyền A và B đấu với nhau một trận gồm nhiều hiệp đấu. Biết rằng mỗi hiệp đấu không có kết quả hoà, đội nào thắng 3 hiệp trước là đội chiến thắng chung cuộc và kết quả của các hiệp đấu là độc lập. Trong mỗi hiệp đấu, xác suất để đội A thắng nhiều hơn 12% so với xác suất đội B thắng. Tính xác suất để đội A giành chiến thắng chung cuộc. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 245. Mặt bể bơi của một chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài 25 m và chiều rộng 8 m. Bể bơi sâu 1 m ở bên đầu nông và sâu 2 m bên đầu sâu. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai mặt bên theo chiều dài bể bơi như hình vẽ.



Ban đầu bể bơi không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể bơi lúc 7h sáng với tốc độ 1 m^3/phút, vào lúc 7h36 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\dfrac{1}{a}$ (mét/phút). Giá trị của a bằng bao nhiêu?

Câu 246. Một hòn đá được ném từ một cây cầu với quỹ đạo ban đầu là 25° so với phương nằm ngang. Vào thời điểm nó di chuyển x (m) theo phương ngang, chiều cao của hòn đá so với mặt nước dưới cầu được cho bởi $h(x) = ax^2 + bx + c$ (m) với $a, b, c \in \mathbb{R}$.



Hòn đá được ném từ độ cao 3 mét so với mặt nước và đạt độ cao cực đại khi $x = 5$.

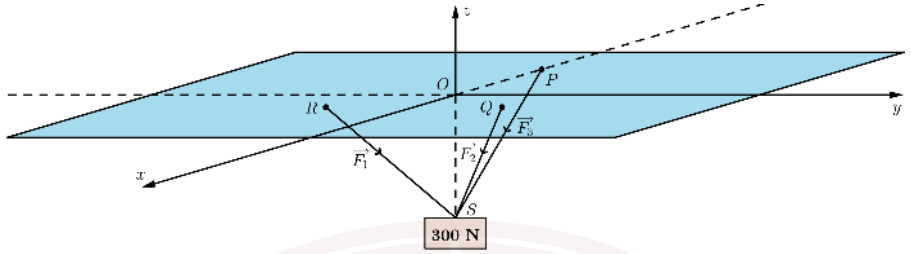
A Giá trị $c = 3$.

B Đạo hàm của $h(x)$ là $h'(x) = 2ax + b$.

C Độ cao lớn nhất của hòn đá so với mặt nước là 4,16 mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

D Hòn đá rơi xuống nước tại vị trí $x = 4,45$ mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

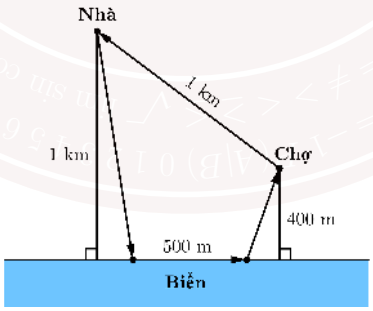
Câu 247. Một vật có trọng lượng 300 N được treo bằng ba sợi dây cáp không dãn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0)$, $Q\left(1;\sqrt{3};0\right)$, $R\left(1;-\sqrt{3};0\right)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S\left(0;0;-2\sqrt{3}\right)$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 N) như hình vẽ.



Gọi $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS. Giá trị $\left|\overrightarrow{F_1}\right|+\left|\overrightarrow{F_2}\right|+\left|\overrightarrow{F_3}\right|$ bằng bao nhiêu Niu-tơn? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 248. Ba bạn An, Bình, Nam chơi phi tiêu, ai phi trúng mục tiêu trước thì người đó thắng cuộc và được hai bạn còn lại mua vé xem trận bán kết AFF Suzuki Cup 2018 của tuyển Việt Nam. Thứ tự chơi lần lượt là: An, Bình, Nam, An, Bình, Nam,... Xác suất phi trúng mục tiêu trong một lần phi tiêu của An, Bình, Nam tương ứng là 0,2, 0,4 và 0,6. Gọi P_1, P_2, P_3 lần lượt là xác suất giành chiến thắng của ba bạn An, Bình, Nam. Khi đó xác suất giành chiến thắng của Bình là bao nhiêu (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)?

Câu 249. Nhà anh An cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng anh chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi chạy qua chợ, cuối cùng anh chạy về nhà được mô hình hóa như hình vẽ.



Biết chợ cách bờ biển 400 m và cách nhà anh An 1 km. Tính quãng đường ngắn nhất mà anh An đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị là mét và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 250. Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 9 học sinh đó sao cho không có hai học sinh lớp 12 nào đứng cạnh nhau bằng $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 251. Khảo sát chiều cao của 20 học sinh nam 12A của một trường THPT X, người ta được kết quả thống kê trong bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Số học sinh	3	5	7	4	1

A Gọi x_1, x_2, ..., x_{20} là mẫu số liệu gốc gồm chiều cao của 20 học sinh trên được xếp theo thứ tự không giảm. Khi đó, $x_3 \in [165;170)$ và $x_9 \in [170;175)$.

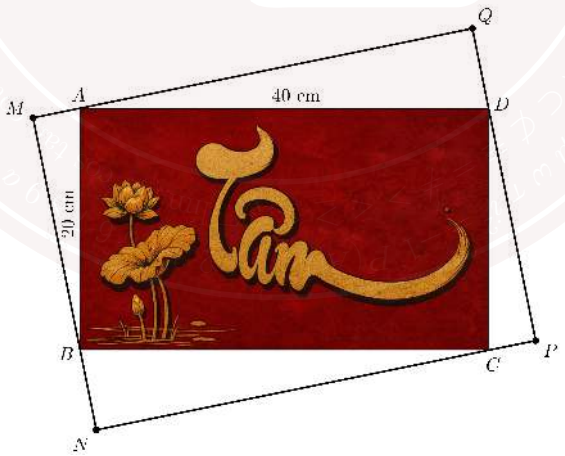
B Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng 175.

C Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng $8,5$.

D Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm khảo sát nói trên, xác suất chọn được học sinh có chiều cao từ 175 cm trở lên bằng $0,25$.

Câu 252. Một giờ hoạt động ngoài trời của lớp 1/1 trường tiểu học X, cô giáo cho 35 học sinh lớp mình nắm tay nhau xếp thành một vòng tròn để chơi trò chơi "Mèo bắt Chuột". Sau khi ổn định, cô gọi tên ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp ra giữa vòng (3 em làm "Mèo", 3 em làm "Chuột"). Xác suất 6 em được gọi tên không có hai em nào đứng cạnh nhau trong vòng tròn bằng a. Tính $11594a$.

Câu 253. Bà Bích xin một "chữ Tâm" được sơn son thếp vàng trong một hình chữ nhật $ABCD$ kích thước $20\,\text{cm} \times 40\,\text{cm}$. Bà treo bức tranh này trên tường trong phòng khách của bà. Để tăng điểm nhấn cho bức tranh, bà trang trí một khung hình cách điệu hình chữ nhật $MNPQ$ sao cho các điểm A, B, C, D lần lượt thuộc các cạnh QM, MN, NP, PQ như hình vẽ.

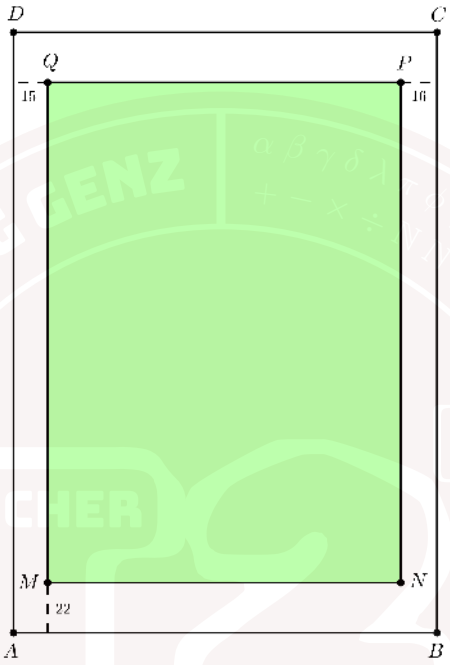


Lúc này, bà cần tính toán phần diện tích chiếm chỗ của hình chữ nhật $MNPQ$ trên tường nhà sao cho cân đối nhất. Hỏi diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ là bao nhiêu centimét vuông?

Câu 254. Cụ ông bán vé số dạo còn 5 vé xổ số khác nhau. Một người có bao nhiêu lựa chọn mua một số vé trong số các vé xổ số đó? Tính cả trường hợp mua không vé, tức là không mua vé nào.

Câu 255. Mỗi trang của một quyển sách giáo khoa Toán được thiết kế thoả mãn các tiêu chí sau (trang sách có dạng hình chữ nhật $ABCD$, phần diện tích dùng để trình bày là $MNPQ$):

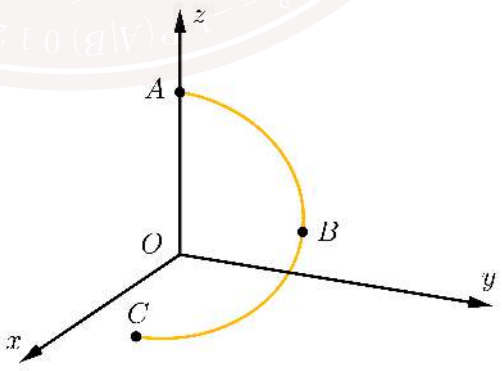
- Diện tích của trang sách $ABCD$ bằng $491,04\,\text{cm}^2$.
- Lề trên và lề dưới bằng nhau và bằng $22\,\text{mm}$.
- Lề trái và lề phải lần lượt là $15\,\text{mm}$ và $16\,\text{mm}$.



Phần diện tích dùng để trình bày (sau khi căn lề) đạt giá trị lớn nhất, khi đó chu vi mỗi trang sách bằng bao nhiêu? (đơn vị: mm)

Câu 256. Trong công viên nước, người ta xây dựng một máng trượt nước dạng một cung tròn.





Mô hình hoá trong hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 mét) với điểm đầu máng trượt là $A(0;0;12)$, cung tròn đi qua điểm $B(5;12;5)$ và kết thúc ở điểm $C(17;5;0)$. Tính độ dài máng trượt đó (kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 257. Một hộ gia đình sản xuất chiếu cói, mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu $(0 \le x \le 20)$. Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (nghìn đồng) cho bởi hàm số $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$ (giả sử hàm chi phí là $C(x)$ thì đạo hàm $C'(x)$ gọi là chi phí biên, biểu thị tốc độ thay đổi tức thời của chi phí đối với số lượng đơn vị hàng hoá được sản xuất).



Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?

Câu 258. Một nhà phân phối có thể thuê tối đa 3 chiếc xe tải loại A và 8 chiếc xe tải loại B để vận chuyển 100 chiếc máy giặt từ nhà máy sản xuất đến nơi tiêu thụ. Mỗi xe loại A chở được tối đa 20 máy giặt với giá cước 3 triệu đồng mỗi chuyến, mỗi xe loại B chở được tối đa 10 máy giặt với giá cước 2 triệu đồng mỗi chuyến. Nếu mỗi xe chỉ chở nhiều nhất một chuyến, số tiền cước tối thiểu (triệu đồng) mà nhà phân phối phải trả là bao nhiêu?

Câu 259. Trong không gian $Oxyz$, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng lên (đơn vị trên mỗi trục là một kilômét). Tại cùng một thời điểm, một radar phát hiện một máy bay tại $A(0;0;10)$ bay theo hướng $\overrightarrow{v} = (-4;3;0)$ không đổi và một xe tăng tại O di chuyển theo hướng $\overrightarrow{u} = (3;4;0)$ không đổi. Sau 20 giây radar xác định được vị trí máy bay tại $B(-8;6;10)$ và xe tăng tại $E\left(\frac{3}{20};\frac{1}{5};0\right)$.

A Nếu máy bay và xe tăng tiếp tục giữ nguyên hướng và vận tốc không đổi thì 10 giây tiếp theo vị trí máy bay và xe tăng lần lượt là $C(-12;9;10)$, $F\left(\frac{9}{40};\frac{3}{10};0\right)$.

B Khoảng cách giữa máy bay và xe tăng sau 20 giây kể từ lúc radar phát hiện là 15 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

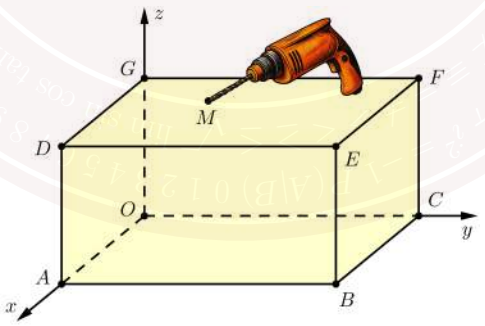
C Vận tốc trung bình của xe tăng trong 20 giây đầu tiên là $12,5$ m/s.

D Một lúc sau, radar phát hiện máy bay vẫn giữ nguyên hướng bay ban đầu và cách A một khoảng 27 km, tốc độ máy bay lúc đó 1800 km/h, đồng thời xe tăng đang di chuyển theo hướng ban đầu và cách O một kilômét với tốc độ 60 km/h. Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là 1689 km/h (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 260. Thị trấn X là miền phẳng được giới hạn bởi $\begin{cases} x+y \le 10 \\ x-y+20 \ge 0 \\ x \le 10 \\ y \ge -10 \end{cases}$ trong hệ trục toạ độ Oxy với đơn vị hệ trục là km. Một đơn vị vận chuyển giao hàng được đặt tại gốc O của hệ toạ độ và sẽ miễn phí vận chuyển nếu như đơn hàng được giao đến một địa điểm cách đơn vị vận chuyển đó theo đường thẳng không quá 10 km. Chọn ngẫu nhiên một địa điểm A của thị trấn đó, hãy tính xác suất để địa điểm A nằm trong khu vực được miễn phí vận chuyển (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).

Câu 261. Trong không gian $Oxyz$, đơn vị độ dài trên mỗi trục là mét, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy). Một quả bóng được sút lên từ vị trí điểm $A(1;1;0)$ theo quỹ đạo parabol lên độ cao lớn nhất h (đơn vị là mét) so với mặt đất. Biết trục đối xứng của parabol là đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 44+3t \\ y = 27-4t \\ z = 1+t \end{cases}$ và một điểm nằm trên parabol là $B(19;2;2)$. Tính h (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 262. Một người thợ mộc có một khối gỗ hình hộp chữ nhật $OABC.GDEF$ có kích thước $OA = OG = 30$ cm và $OC = 60$ cm. Gắn hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục toạ độ tương ứng 10 cm).



Người thợ mộc có ý định khoan khối gỗ tại điểm M là trọng tâm của tam giác DGF và tiến hành khoan theo hướng của vectơ $\overrightarrow{FA}$.

A Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{FA}$ là $(3;6;3)$.

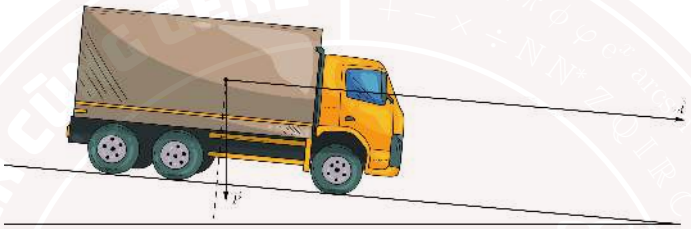
B Toạ độ điểm M là $(1;2;3)$.

C Mũi khoan luôn nằm trên đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{-1}$.

D Để xuyên thủng khối gỗ người đó phải dùng mũi khoan có chiều dài tối thiểu là 73 cm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

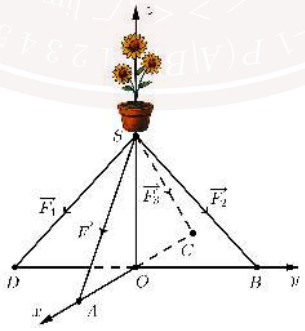
Câu 263. Ông A có một khu đất hình elip với độ dài trục lớn 10 m và độ dài trục bé 8 m. Ông A muốn chia khu đất thành hai phần, phần thứ nhất là một hình chữ nhật nội tiếp elip dùng để xây bể cá cảnh và phần còn lại dùng để trồng hoa. Biết chi phí xây bể cá là 800000 đồng trên một m^2 và chi phí trồng hoa là 900000 đồng trên một m^2. Hỏi ông A có thể thiết kế xây dựng như trên với tổng chi phí thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 264. Cho biết A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\overrightarrow{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{d}$ trong đó $\overrightarrow{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị: mét) khi chịu tác dụng của lực $\overrightarrow{F}$.



Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh ra (đơn vị là KJ và kết quả làm tròn ở bước cuối cùng đến hàng phần chục) bởi trọng lực $\overrightarrow{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m, biết rằng trọng lực $\overrightarrow{P}$ được xác định bởi công thức $\overrightarrow{P} = m.\overrightarrow{g}$ với m là khối lượng của vật và $\overrightarrow{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8\ \text{m/s}^2$.

Câu 265. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân. Trong hệ trục toạ độ được chọn, có điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0)$, $B(0;30;0)$, $C(-30;0;0)$, $D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 80 N và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ.



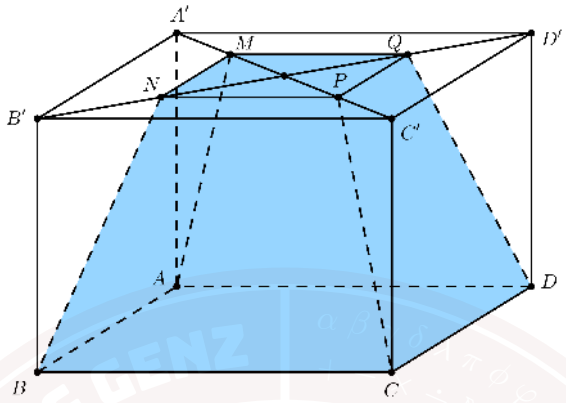
A Độ dài vectơ $\overrightarrow{SA}$ là $30\sqrt{3}$.

B Hình chóp $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

C Hình chóp $SA'B'C'D'$ là hình chóp tứ giác đều. Với A', B', C', D' lần lượt là điểm cuối của các vectơ lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$.

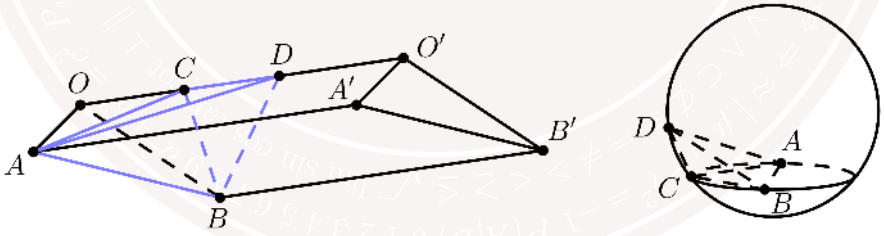
D Biết $\overrightarrow{F_1} = (a;b;c)$. Khi đó, $a+b-c = 20$.

Câu 266. Một vật lưu niệm làm bằng thủy tinh có dạng hình lăng trụ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 10\,\text{cm}$. Phía bên trong làm bằng nhựa đặc là hình chóp cụt đều $MNPQ.ABCD$ có $MN = 5\,\text{cm}$ và chiều cao bằng chiều cao của lăng trụ như hình vẽ.



Biết rằng khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(CDQP)$ bằng $3\sqrt{10}\,\text{cm}$. Phần khoảng trống bên trong vật lưu niệm người ta bơm chất lỏng có màu sắc (xem độ dày thành vật thể không đáng kể). Khi đó thể tích phần chất lỏng bơm vào là $\dfrac{a}{b}$ (lít) với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $a+b$.

Câu 267. Ông An có một thanh đá thạch anh màu xanh ngọc dạng hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$, trong đó $OA = OB = 2\,\text{dm}$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $OO' = 4\,\text{dm}$. Ông mang thanh thạch anh này đến tiệm chuyên gia công và sản xuất đồ lưu niệm yêu cầu chủ tiệm phân chia thanh đá thành ba phần bởi hai mặt phẳng (CAB) và (DAB) sao cho tam giác CAB vuông, tam giác DAB đều. Sau đó, làm một quả cầu pha lê ngoại tiếp khối thạch anh $ABCD$ (4 điểm A, B, C, D thuộc mặt cầu) như hình vẽ.

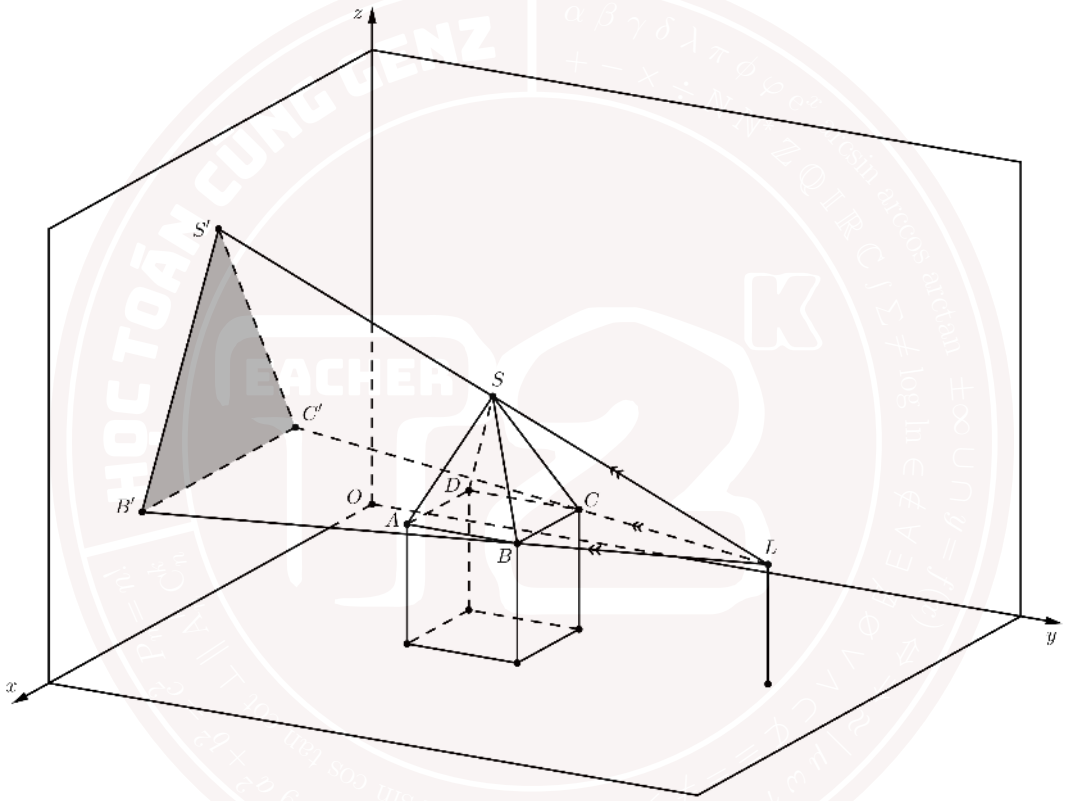


Chủ tiệm định giá tiền hoàn thành món hàng bằng bình phương thể tích khối thạch anh $ABCD$ $\left(\text{dm}^3\right)$ cộng với bình phương bán kính mặt cầu (dm) ngoại tiếp khối đó rồi nhân với 60 nghìn đồng $\left(V_{ABCD}^2 + R^2\right).60000$. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu nghìn đồng cho món đồ lưu niệm của mình?

Câu 268. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng $A'ABC$ là tứ diện đều có cạnh bằng 2 m. Cùng một thời điểm, hai chất điểm xuất phát từ C' và A di chuyển trên đoạn $C'A'$ và AM (với M là trung điểm của đoạn BC) với tốc độ lần lượt là 2 m/s và $2\sqrt{3}$ m/s. Tìm thời điểm (tính theo giây) mà khoảng cách giữa hai chất điểm là ngắn nhất? Các chất điểm sẽ dừng lại khi chất điểm cuối cùng về đích. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 269. Cho hai hộp đựng bi, đựng hai loại bi là bi xanh và bi đỏ, tổng số bi trong hộp là 15 bi và hộp thứ nhất đựng nhiều bi hơn hộp thứ hai, đồng thời số bi xanh ở hộp một nhiều hơn số bi xanh ở hộp hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Nếu xác suất để lấy được 2 bi xanh là $\dfrac{5}{28}$ thì xác suất để lấy được 2 bi đỏ là $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $D=a+b$.

Câu 270. Trong một cảnh dựng phim có một ngôi nhà, mái nhà là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao là 2 mét. Trong hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tính bằng mét), với các điểm ở đáy là $A(6;4;2)$, $B(6;6;2)$, $C(4;6;2)$, $D(4;4;2)$ và S là đỉnh của mái nhà.



A Đáy của mái nhà nằm trên mặt phẳng $z-2=0$.

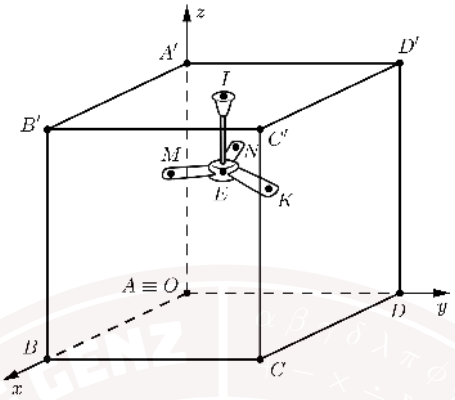
B Toạ độ đỉnh chóp của mái nhà là $S(5;4;5)$.

C Nếu mặt nghiêng của mái nhà (SBC) tạo với mặt phẳng (Oxz) một góc φ thì $\cos\varphi=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

D Một đèn chiếu đặt tại $L(5;10;2)$ chiếu sáng lên mái nhà từ bên phải. Một màn đặt trùng với mặt phẳng toạ độ (Oxz), trên đó sẽ xuất hiện bóng của mái nhà là hình tam giác $S'B'C'$ như hình vẽ. Diện tích tam giác $S'B'C'$ bằng 10 mét vuông.

Câu 271. Một quầy cà phê nếu bán với giá 20000 đồng/ly thì mỗi ngày bán được là 100 ly. Chủ quầy nhận thấy mỗi lần giảm giá bán 1000 đồng cho mỗi ly thì số ly cà phê bán được mỗi ngày tăng thêm 10 ly. Biết rằng chi phí cho mỗi ly cà phê là 10000 đồng. Với phương thức giảm giá đó thì mỗi ngày chủ quầy đã bán được n ly cà phê và lợi nhuận thu được cao nhất. Tìm n.

Câu 272. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB=4$, $AD=3$, $AA'=4$ được gắn vào hệ trục toạ độ $Oxyz$, trong đó điểm A trùng với gốc toạ độ O, điểm B nằm trên tia Ox, điểm D nằm trên tia Oy và điểm A' nằm trên tia Oz.



Một cái quạt trần được treo vào trần nhà tại điểm I là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$, trục của quạt là đoạn $IE=1$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

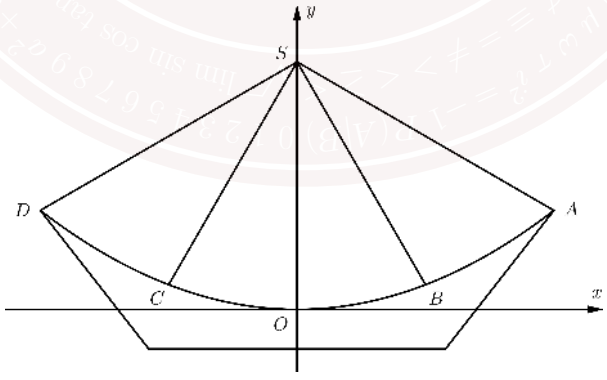
A Toạ độ điểm C là $(3;4;0)$.

B Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{CD'}$ là $(-4;0;4)$.

C Toạ độ điểm E là $(2;3;3)$.

D Gọi M, N, K lần lượt là các điểm cuối của mỗi cánh quạt cùng với điểm E cùng thuộc một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$, tam giác MNK đều và E là trọng tâm của tam giác MNK (tham khảo hình vẽ). Giả sử điểm M có hoành độ, tung độ lần lượt là 1 và 2. Khi đó $AN^2+AK^2=\dfrac{71}{2}$.

Câu 273. Một chiếc thuyền buồm được gắn vào hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ.



Mặt trên của thuyền là một phần của đường cong parabol có đỉnh trùng với gốc toạ độ O và nhận trục Oy làm trục đối xứng, trụ chính của thuyền là đoạn SO với $SO=5$ m; từ đỉnh trụ (đỉnh S), người ta kéo căng bốn sợi dây rồi buộc cố định vào bốn vị trí A, B, C, D ở mặt trên của thuyền, tổng chiều dài của bốn sợi dây là $12+6\sqrt{3}$ m. Biết rằng $SA=SD$, $SB=SC$ và $\widehat{DSC}=\widehat{CSO}=\widehat{OSB}=\widehat{BSA}=30^\circ$. Tính chiều dài (đơn vị mét) của con thuyền (đoạn thẳng AD). (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 274. Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo cho sản phẩm mới. Số tiền đầu tư cho quảng cáo là x (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm sản xuất và bán ra phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm $Q(x) = 1250 + \dfrac{507}{2}\ln(3+x)$ (đơn vị: sản phẩm). Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 13 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 21 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là p tỷ đồng (số p được làm tròn đến hàng phần mười). Tìm số p.

Câu 275. Một khối gỗ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có thể tích là $19,5\,\text{dm}^3$ với cạnh đáy nhỏ và đáy lớn lần lượt là $2\,\text{dm}$, $5\,\text{dm}$.



Biết góc phẳng nhị diện tạo bởi đáy nhỏ và mặt bên của hình chóp cụt bằng a độ. Tìm số a.

Câu 276. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ đứng $ABC.MNP$, đáy của nó là tam giác cân có $AB = BC = 2\,\text{dm}$, $AC = 1\,\text{dm}$. Cạnh bên khối gỗ là $AM = 4\,\text{dm}$.



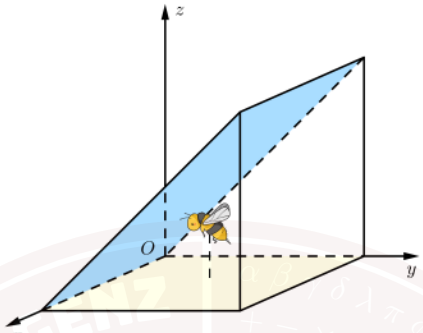
A Tổng diện tích ba mặt bên khối gỗ bằng $20\,\text{dm}^2$.

B Thể tích khối gỗ bằng $\dfrac{\sqrt{15}}{2}\,\text{dm}^3$.

C Khoảng cách hai đoạn AM và BC bằng $\dfrac{\sqrt{15}}{4}\,\text{dm}$.

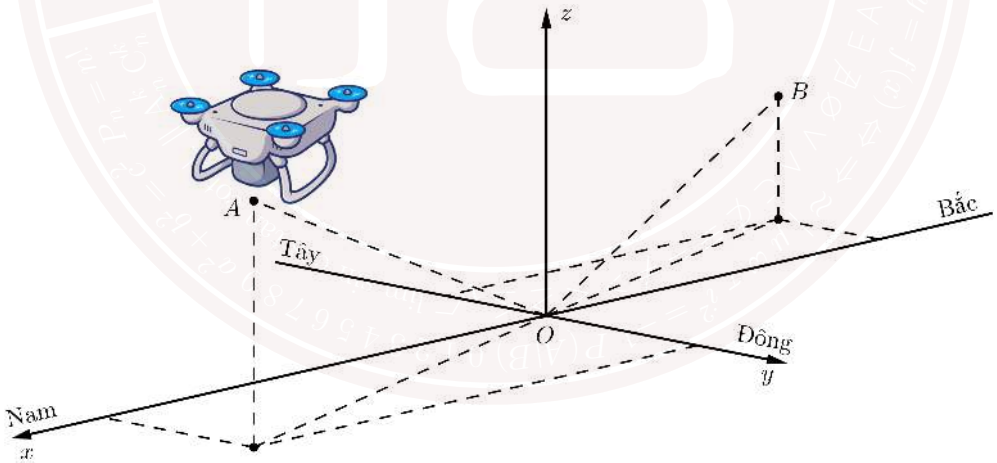
D Bác thợ mộc cắt khối gỗ bằng một lát cắt có dạng IJK với $I \in AM$, $J \in BN$, $K \in CP$ sao cho tam giác IJK đều. Giá trị cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (IJK) và (ABC) bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 277. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị dài trên mỗi trục là 1 dm. Một con ong mật xuất phát tại vị trí điểm $A(3;2;1)$ bay xuống mặt phẳng (Oxy) nó nghỉ tại chỗ một lát rồi sau đó bay đến mặt phẳng $(P): y-z=0$. Tại mặt phẳng (P) con ong mật cẩn thận bò đi một đoạn đường thẳng có độ dài bằng 2 dm, sau đó nó bay trở về vị trí xuất phát.



Tính độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con ong mật đã thực hiện (kết quả tính theo đơn vị dm và làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 278. Một trạm kiểm soát không lưu dưới mặt đất theo dõi việc chuyển động của các vật thể trên bầu trời. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại trạm kiểm soát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời như hình vẽ (đơn vị đo lấy theo kilomet).



Một chiếc flycam bay thẳng đều với vận tốc 5 km/h từ vị trí A đến vị trí B. Biết rằng A cách trạm kiểm soát 8 km về phía nam và 3 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 4 km; trong khi đó B cách trạm kiểm soát 6 km về phía bắc và 2 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 2 km.

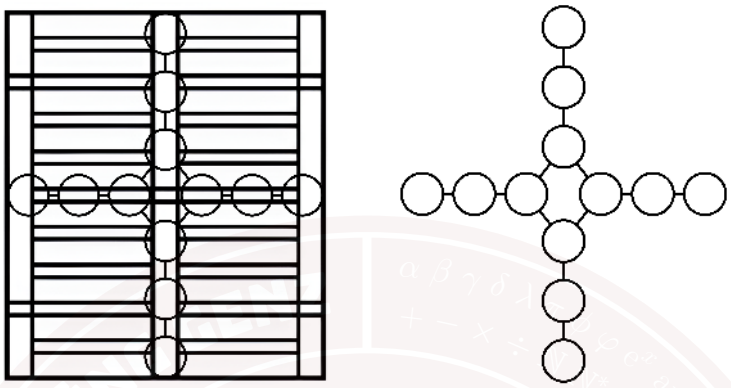
A Vị trí A có toạ độ $(8;3;4)$.

B Quãng đường từ A đến B có độ dài 3 km.

C Thời gian chiếc flycam bay từ A đến B là 3 giờ.

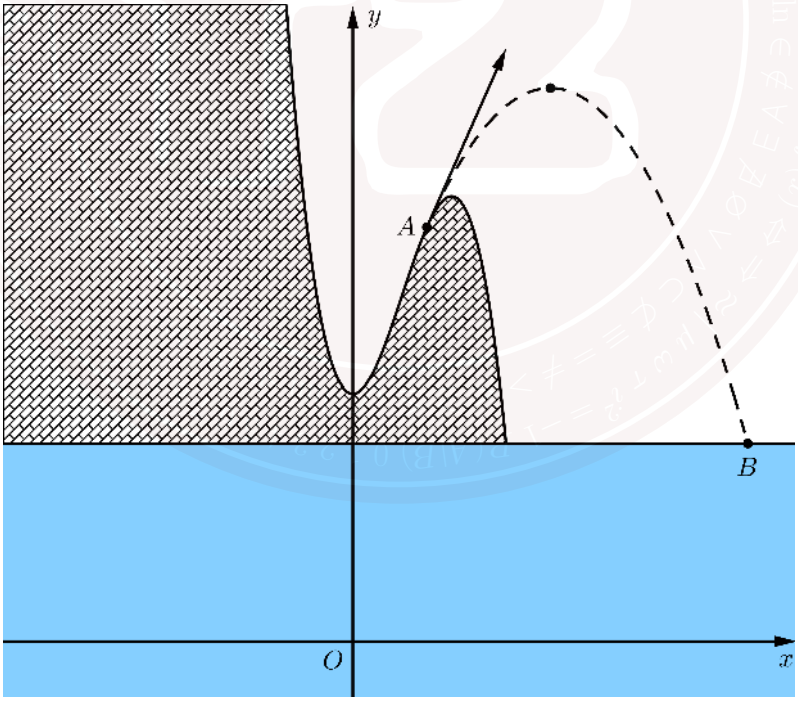
D Sau khi chiếc flycam bay đến B thì nó tiếp tục bay với vận tốc không đổi. Khi đó, 1 giờ tính từ lúc chiếc flycam ở vị trí B thì nó cách mặt đất một khoảng cách nhỏ hơn 1,3 km.

Câu 279. Bạn Sơn muốn bố trí một hệ thống 12 bóng đèn màu trên chiếc cửa sổ phòng học của mình. Theo tư vấn của một người bạn, Sơn quyết định chọn 3 màu khác nhau cho số bóng đèn này với điều kiện 2 bóng đèn kề nhau (được nối với nhau bằng 1 đoạn dây như hình vẽ) thì không có cùng 1 màu.



Hỏi Sơn có bao nhiêu cách chọn màu cho 12 bóng đèn như thế?

Câu 280. Một kỹ sư thiết kế đường trượt nước tại công viên theo đồ thị hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+5$, đơn vị trên mỗi trục là mét.



Theo tính toán của kỹ sư, một người chơi có khối lượng 55 kg khi trượt từ vị trí ban đầu đến vị trí A có cao độ $8,375$ mét so với mặt đất (trục Ox) thì họ sẽ bị bắn lên không theo đường cong parabol trước khi tiếp nước ở vị trí $B(8;4)$. Biết rằng parabol và đồ thị hàm bậc ba có chung tiếp tuyến tại vị trí A, tính chiều cao h lớn nhất so với mặt đất mà một người chơi có khối lượng 55 kg đạt được theo tính toán của kỹ sư ấy, đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần chục.

Câu 281. Một bệnh viện xá của xã có 2 tầng: tầng trệt và tầng một. Hiện tại có 50 bệnh nhân, tầng trệt có 30 phòng và tầng một có 20 phòng với mỗi phòng là 1 giường bệnh cho 1 bệnh nhân. Do tình hình lũ lụt nên tầng trệt sẽ bị ngập toàn bộ 30 phòng trừ tầng một. Để khắc phục sự cố nên ban quản lý sẽ phân bố các giường bệnh lên tầng một. Trong đó, mỗi phòng tầng một có thể phân bố từ 0 giường đến 2 giường. Gọi T là tổng cách sắp xếp sao cho đủ 30 bệnh nhân ở tầng trệt lên tầng một. Tính $\dfrac{T}{1321}$?

Câu 282. Một buổi chiều nọ, bên bếp lửa hồng trong gian nhà ấm áp, người ta nhìn thấy ba mẹ con cùng ngồi ăn đậu phộng rang. Tấm ăn trước, cô bốc 1 hạt đậu và bỏ vào miệng; Cám là người bốc đậu tiếp theo, cô bỏ hai hạt đậu vào miệng; dì ghẻ là người bốc đậu tiếp theo liền bỏ 3 hạt vào miệng. Trở lại lượt của Tấm, cô lấy 4 hạt đậu, rồi Cám lấy 5 hạt đậu, dì ghẻ lấy 6 hạt đậu... Bữa ăn hào hứng như thế cho đến lượt cuối cùng thì số hạt đậu không đủ theo quy luật trò chơi, người nào đến lượt cuối sẽ lấy hết số hạt đậu còn lại.



Sau bữa ăn ấm áp ấy, Tấm nhận ra mình đã cho vào bụng khoảng 317 hạt đậu. Hỏi tổng số đậu mà ba mẹ con đã ăn trong tối đó là bao nhiêu?

Câu 283. Một nhà máy sản xuất giấy đang sản xuất các giấy đựng bắp rang cùng loại để bán và phục vụ trong các rạp chiếu phim như hình vẽ.

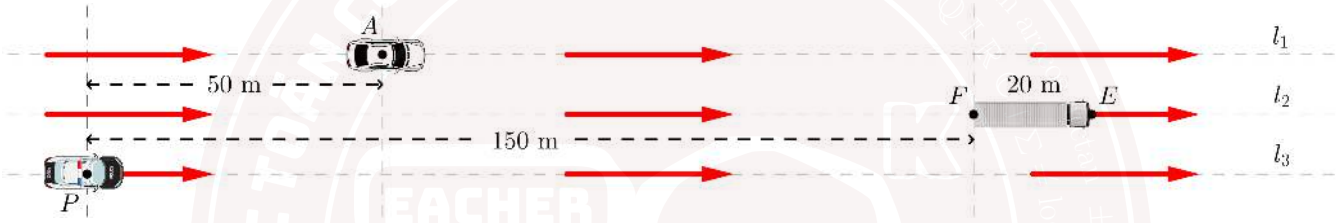


Hộp đựng bắp rang là khối chóp cụt tứ giác đều và không có nắp. Gọi a_1, a_2, V là cạnh của 2 đáy trong đó a_1 nằm ở đáy dưới hộp bắp và V là thể tích của hộp bắp. Theo thiết kế, hộp bắp thỏa 2 điều kiện $\dfrac{a_2}{a_1} = 1,5$ và $V = 1000\,\text{cm}^3$. Hiện tại nhà máy có $100\,\text{m}^2$ giấy. Tính số lượng hộp đựng bắp nhiều nhất mà nhà máy có thể sản xuất?

Câu 284. Có ba phương tiện chuyển động cùng hướng trên một đại lộ theo ba đường thẳng song song được biểu diễn trong một mặt phẳng.

- Một ô tô con (xem như điểm A) chuyển động trên đường thẳng l_1 với tốc độ không đổi 20 m/s.
- Một xe container (xem như đoạn thẳng EF) dài 20 mét ($EF = 20$ m) chuyển động với tốc độ không đổi 16 m/s trên đường thẳng l_2 song song và cách l_1 một khoảng 10 mét.
- Một xe cảnh sát (xem như điểm P) chuyển động với tốc độ không đổi 16 m/s trên đường thẳng l_3 song song và cách l_2 một khoảng 10 mét.

Phát hiện ô tô con có dấu hiệu vi phạm an toàn giao thông, xe cảnh sát tăng tốc với tốc độ $v(t) = 16 + \dfrac{t}{2}$ m/s để đuổi theo ô tô con, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu tăng tốc. Tại thời điểm bắt đầu tăng tốc, xe cảnh sát cách ô tô con 50 mét (theo chiều dọc của đại lộ) và cách đuôi xe container (điểm F) 150 mét (theo chiều dọc của đại lộ), tham khảo hình vẽ.



Trong suốt thời gian xe cảnh sát tăng tốc thì ô tô con và xe container vẫn duy trì tốc độ như trên đồng thời các xe không thay đổi quỹ đạo chuyển động. Sau khi tăng tốc được 28 giây thì xe cảnh sát bắt đầu giảm tốc để xử lý tình huống. Trong khoảng thời gian xe cảnh sát tăng tốc, xe container che khuất tầm nhìn của xe cảnh sát đối với ô tô con (nghĩa là hai đoạn thẳng AP và EF có điểm chung) trong khoảng thời gian bao nhiêu giây? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

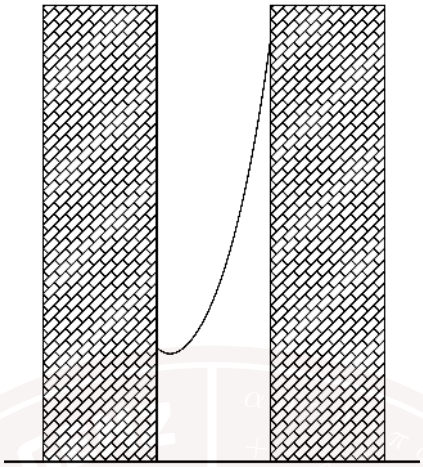
Câu 285. Tại một trường THPT, trong đợt làm bài thi thử TN THPTQG môn Toán, vì sắp hết giờ làm bài nên học sinh X quyết định tô đáp án một cách ngẫu nhiên đối với hai câu 3 và 4 của phần II (mỗi câu có 4 ý A, B, C, D; thí sinh chỉ trả lời ĐÚNG hoặc SAI cho mỗi ý). Trong mỗi câu này, nếu số ý được tô đúng đáp án lần lượt là 0, 1, 2, 3, 4 thì số điểm đạt được tương ứng là 0, 0,1, 0,25, 0,5, 1. Biết rằng bài thi của học sinh X đạt được trọn vẹn 8 điểm ở các câu còn lại. Tính xác suất để bài thi của học sinh X đạt điểm số lớn hơn 9. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 286. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	6	7	8	m	4

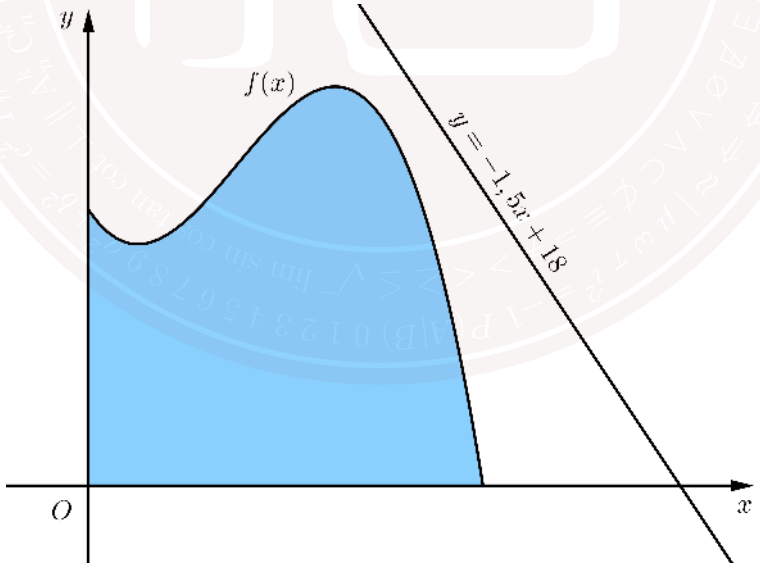
Biết số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\overline{x} = 26$. Tính giá trị của số tự nhiên m.

Câu 287. Một sợi dây kim loại được treo giữa hai bức tường cách nhau 2 mét như hình vẽ.



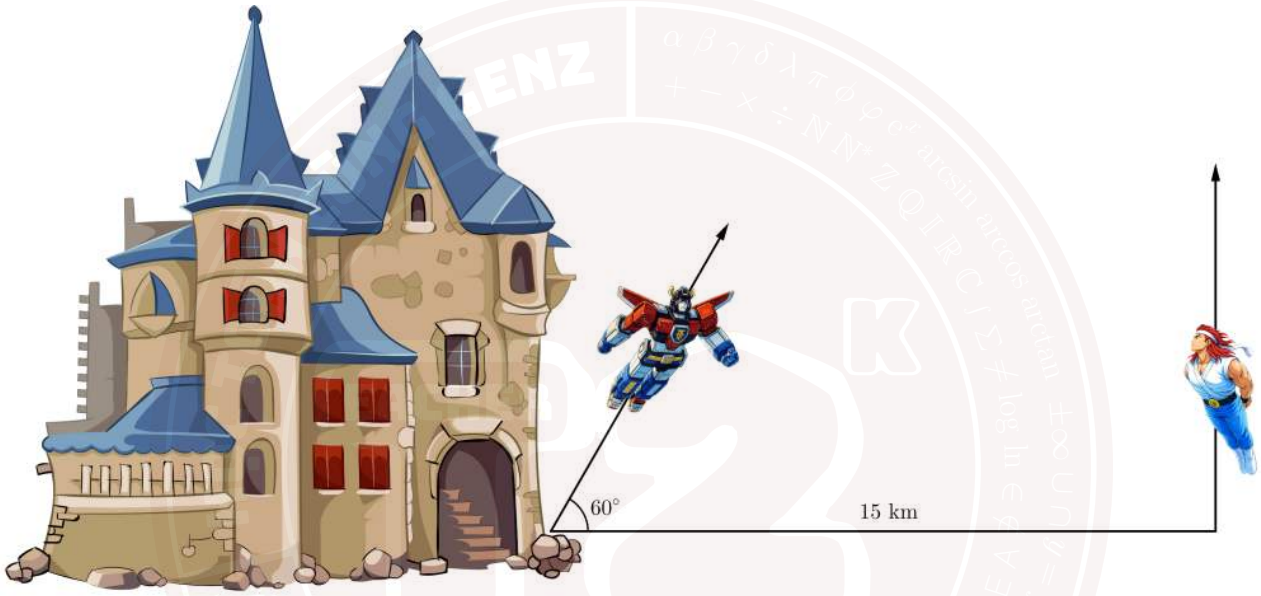
Độ cao so với mặt đất của mỗi điểm trên sợi dây này được cho bởi hàm số $h(x)=\mathrm{e}^{-2x}+\mathrm{e}^{x}$ $(0\le x\le 2)$, trong đó x (mét) là khoảng cách từ mỗi điểm trên sợi dây đến bức tường phía bên trái. Hỏi sợi dây sẽ gần với mặt đất một khoảng ngắn nhất là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 288. Ông Bình có một hồ nuôi cá có diện tích mặt hồ được mô hình là miền giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{10}+\dfrac{9x^2}{10}-\dfrac{3x}{2}+\dfrac{28}{5}$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 mét. Một con sông có bờ chạy dọc theo đường thẳng $\Delta: y=-1,5x+18$ như hình vẽ.



Ông Bình dự định xây dựng trên bờ hồ một trạm để lọc nước cho hồ tại vị trí M, nếu điểm xây trên bờ hồ (thuộc đồ thị đã cho) là $M(a;b)$ thì số tiền để xây trạm tương ứng là $(4a+5b)$ triệu đồng, đồng thời chi phí mỗi mét ống nối từ trạm này ra bờ sông là $0,45$ triệu đồng. Tổng chi phí (xây trạm và đường ống) ít nhất mà Ông Bình dùng để hoàn thành công trình trên là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)

Câu 289. Dũng sĩ Hesman là một robot khổng lồ do năm con robot mãnh sư ghép lại mà thành. Cùng với thanh gươm ánh sáng vô cùng lợi hại, Hesman đã giúp đỡ các bạn của mình chống lại các thế lực xấu nhằm bảo vệ hòa bình cho vũ trụ và hành tinh Arus xinh đẹp. Tác giả: Hùng Lân (1956 – 2025). Một trong những thế lực ấy chính là tên người đá Gác-nô, sau khi chống phá các bạn không thành, hắn trở lại phi thuyền và bay thẳng lên bầu trời hòng trốn thoát với vận tốc $v = 2t$ (km/phút) trong 8 phút liên tiếp, từ phút thứ 9 trở đi Gác-nô chuyển động thẳng đều. Khi ấy từ lâu đài Mãnh sư, Hesman và các bạn cũng phát hiện ra điều này, mọi người tức tốc vào buồng lái và khởi động để Hesman bay thẳng về phía Gác-nô, hợp với phương ngang một góc 60° với gia tốc $3\,\text{km/phút}^2$ như hình vẽ.



Biết rằng Hesman xuất phát sau Gác-nô 3 phút và khoảng cách hai vị trí xuất phát bằng 15 km. Ta xem các đường bay của Hesman và Gác-nô là đồng phẳng.

A Sau 4 phút kể từ khi xuất phát, Hesman ở vị trí A cách mặt đất 12 km.

B Sau 15 phút kể từ khi bỏ trốn, Gác-nô bay được đoạn đường 176 km.

C Khi Hesman đến vị trí A thì Hesman còn cách vị trí Gác-nô 30 km (làm tròn đến hàng đơn vị).

D Tại vị trí A, Kíp cùng các bạn quyết định cho Hesman chỉnh hướng bay về phía Gác-nô với gia tốc $a\,\text{km/phút}^2$ và dự kiến sau đúng 20 phút sẽ bắt kịp Gác-nô. Khi đó, $a \in (0,5;0,6)$.

Câu 290. Có 25 chai rượu Vang Opus One đang đựng trong thùng A và thùng B, trong mỗi thùng đều có chai Vang thật và Vang giả (các chai Vang đều giống nhau về mẫu mã, chai Vang giả được chủ quán Bar đánh dấu để phân biệt) và số chai rượu ở thùng A nhiều hơn ở thùng B. Biết khi lấy ngẫu nhiên ở mỗi thùng một chai Vang thì xác suất lấy được hai chai Vang thật là $\dfrac{65}{144}$. Nhân viên quầy bar có P cách để xếp hết 25 chai Vang này lên kệ rượu thành một hàng ngang sao cho không có hai chai Vang giả nào được xếp kề nhau. Tính giá trị $\dfrac{P}{12}$

Câu 291. Nguồn sáng phát ra từ một cây đèn pin khi chiếu vào một quả cầu phản quang sẽ cho ta hình ảnh của một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của một mặt nón như hình vẽ.



Giả sử nguồn sáng phát ra từ điểm M trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho sẵn với đơn vị trên mỗi trục là mét, các tiếp tuyến MA, MB, MC thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$.

A Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$.

B Nếu đặt $MA=MB=MC=x>0$ thì $AB=x$, $BC=x\sqrt{3}$, $AC=x\sqrt{2}$.

C Tam giác ABC cân.

D Độ dài bé nhất của OM là $2,26$ m (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 292. Trong đường đua, một chiếc xe công thức I bắt đầu chuyển động và nó tăng tốc với gia tốc $a\,\text{m/s}^2$ không đổi, khi vận tốc đạt $80\,\text{m/s}$ thì xe chuyển động đều trong thời gian 56 giây; sau đó nó giảm vận tốc với gia tốc $b\,\text{m/s}^2$ không đổi cho đến khi dừng lại (a và b là các số dương). Biết rằng tổng thời gian chuyển động của xe là 74 giây.



A Thời điểm xe đạt vận tốc $80\,\text{m/s}$ là $t_1=\dfrac{80}{a}$ s.

B Quãng đường mà xe chuyển động với vận tốc không đổi bằng $4,5$ km.

C $\dfrac{40}{a}+\dfrac{40}{b}=9$.

D Tổng quãng đường xe đi được trong 74 giây là $5,6$ km.

Câu 293. Trong một live show âm nhạc có ca sĩ Mỹ Tâm tham gia, nhiều fan hâm mộ đã tỏ ra lo ngại rằng ban tổ chức có thể hủy show với một vài lý do khác nhau. Những lo ngại này là đúng vì có đến $0,302$ khả năng show diễn sẽ bị hủy. Nếu vé bán hết thì chắc chắn live show sẽ diễn ra. Nếu trời mưa thì ban tổ chức không thể bán hết vé, khi đó khả năng hủy show là 50%. Nếu trời không mưa thì khả năng vé được bán hết là 90%, trong trường hợp còn vé thì khả năng hủy show là 5%.

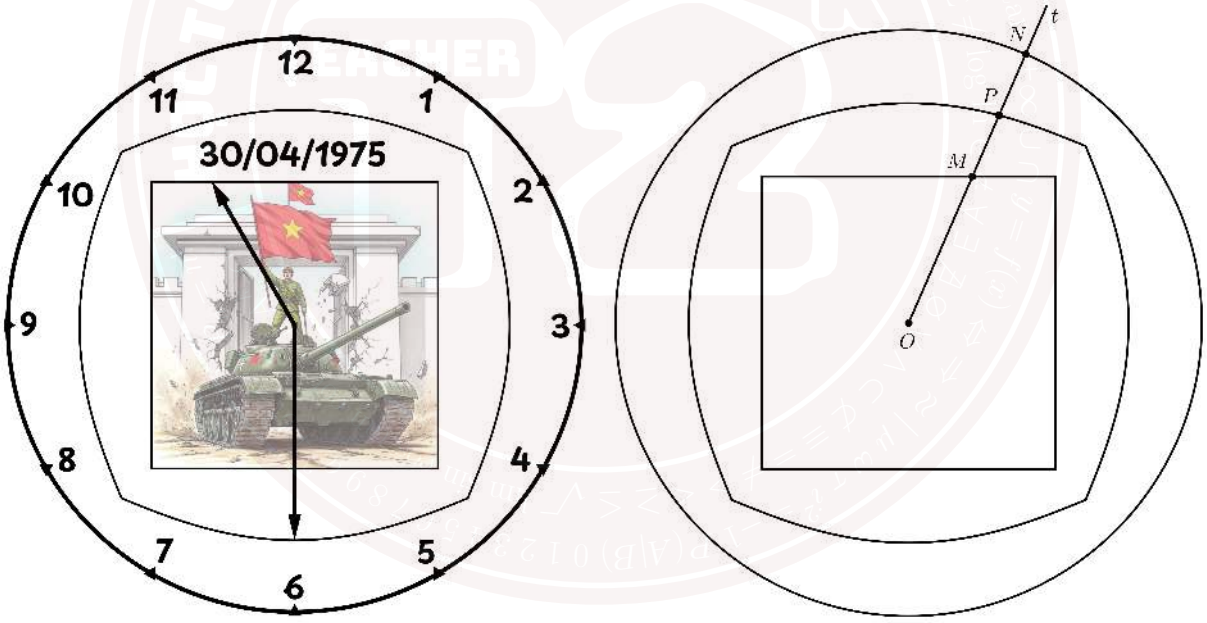
A Nếu vé chưa được bán hết khi trời không mưa thì xác suất để show vẫn diễn ra bằng $0,95$.

B Xác suất để trời mưa bằng $0,55$.

C Xác suất để ban tổ chức không bán hết vé bằng $0,64$.

D Sau cùng thì show của Mỹ Tâm cũng đã diễn ra, xác suất hôm đó trời mưa bằng $0,43$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 294. Trong một cuộc thi sáng tạo các chủ đề liên quan đến Kỷ niệm 50 năm ngày miền Nam hoàn toàn giải phóng, tại hệ thống trường Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, một em học sinh đến từ lớp 12B1 đã đạt giải đặc biệt với một thiết kế vô cùng độc đáo. Em học sinh này đã thiết kế bề mặt của một chiếc đồng hồ treo tường bằng sự kết hợp giữa lịch sử, mỹ thuật và toán học.



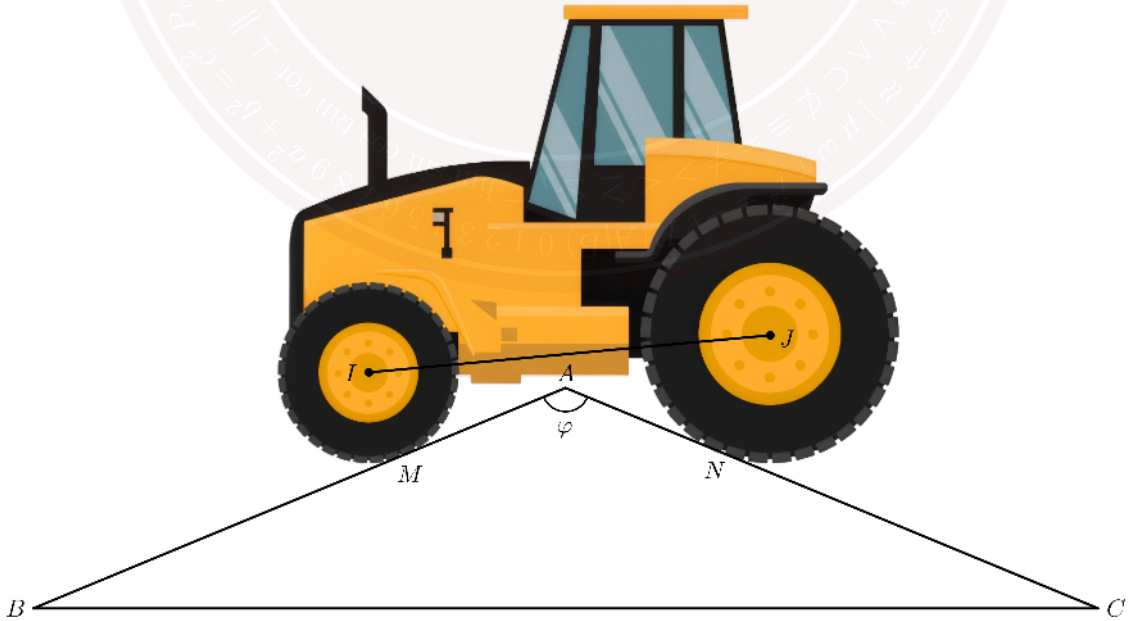
- Phần trong của mặt đồng hồ là hình vuông có cạnh bằng $2\,\text{dm}$, nơi đây lưu giữ hình ảnh của chiếc xe tăng 390 của bộ đội Việt Nam tiến vào dinh độc lập.
- Phần ngoài của mặt đồng hồ là đường tròn có bán kính bằng $2\,\text{dm}$.
- Đường cong trung gian có tên (L) là tập hợp tất cả điểm P sao cho nếu kẻ tia Ot bất kỳ cắt hình vuông và đường tròn lần lượt tại M, N thì P là trung điểm MN (O là tâm đường tròn). Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L) theo đơn vị dm^2 và làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 295. Một cửa hàng bán lẻ bán được 2500 cái tivi mỗi năm. Để bán được số tivi đó, họ phải đặt hàng từ nhà máy sản xuất tivi nhiều lần trong năm, mỗi lần đặt hàng với số lượng tivi như nhau. Mỗi lần lấy hàng từ nhà máy về thì cửa hàng chỉ trưng bày được một nửa số tivi đó, một nửa còn lại phải lưu vào kho; chi phí gửi trong kho là 10\$ cho một cái tivi và chỉ tính cho một lần nhập hàng trong năm. Chi phí cố định mỗi lần đặt hàng là 20\$, ngoài ra cửa hàng phải trả thêm 9\$ cho mỗi tivi.



Hỏi mỗi lần đặt hàng trong năm thì cửa hàng cần đặt bao nhiêu tivi để chi phí mà cửa hàng phải trả là nhỏ nhất?

Câu 296. Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC cân tại A, $AB = 1000$ và $\widehat{BAC} = \varphi$ với $\tan\varphi = -1$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC. Hai điểm I và J di động sao cho đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn tâm I bán kính bằng $100\sqrt{2}$ tại điểm M thuộc đoạn AB, đường thẳng AC tiếp xúc với đường tròn tâm J bán kính bằng 200 tại điểm N thuộc đoạn AC, khoảng cách giữa hai điểm I và J bằng $200\sqrt{5}$, hai điểm I và G nằm ở hai phía khác nhau của đường thẳng AB, hai điểm J và G nằm ở hai phía khác nhau của đường thẳng AC.



Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng IJ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 297. Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể bất kì trong không gian.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, một vệ tinh đang ở vị trí tọa độ $A(-1;-3;-5)$ thường xuyên truyền tín hiệu đến các trạm thu ở các vị trí $B(-1;1;-1)$ và $C(1;-1;-1)$ trên mặt đất. Biết rằng mặt đất được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$. Người ta xác định được tọa độ điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài $MA+MB+MC$ bé nhất. Tính giá trị $a+b+c$ và làm tròn đến hàng phần chục.

Câu 298. Đang ngồi ăn cơm chiều ngoài ban công, một thầy giáo dạy Toán chợt nhìn thấy các góc cạnh tường của nhà kế bên đan xen nhau trong không gian tạo nên khung hình của một tam giác đều.



Không bỏ lỡ cơ hội, thầy giáo đã cho ra một bài toán như sau: Trong không gian, cho mặt phẳng (α) và bốn điểm M, N, A, B phân biệt sao cho ba đường thẳng MN, MA, NB vuông góc với nhau từng đôi một. Hình chiếu vuông góc của các đường thẳng MN, MA, NB trên mặt phẳng (α) giới hạn nên một tam giác đều có cạnh bằng 6. Độ dài đoạn thẳng MN là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 299. Trong truyện cổ tích "Cây tre trăm đốt", khi không vác được cây tre dài đến 100 đốt về nhà, anh Khoai ngồi khóc. Bụt hiện lên, bày cho anh một cách hay: "Con hãy đọc câu thần chú "xác suất, xác suất" thì cây tre sẽ phân tách ra nhiều thanh nhỏ để con có thể mang được về nhà".



Biết rằng sau mỗi câu thần chú như thế thì cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt (có thể chỉ có một loại). Tính xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đơn vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 300. Một túi chứa ba đồng xu công bằng (fair coin - tức đồng xu có đủ hai mặt sấp ngửa) và một đồng xu có hai mặt ngửa (double - headed coin). Một đồng xu được chọn ngẫu nhiên từ túi và được gieo để xem mặt hiện ra là ngửa hay sấp.



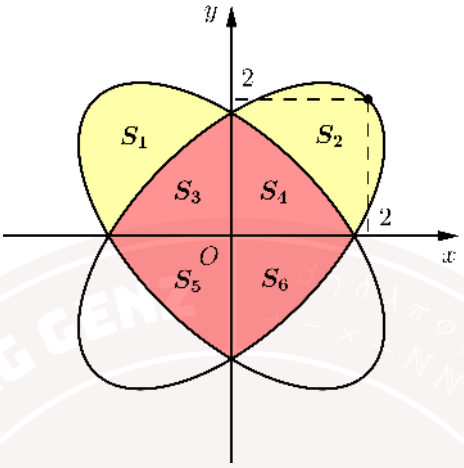
A Xác suất để đồng xu fair coin được chọn và mặt sấp xuất hiện bằng $\frac{1}{2}$.

B Xác suất xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{5}{8}$.

C Nếu biết mặt ngửa đã xuất hiện, xác suất đồng xu có hai mặt ngửa đã được chọn bằng $\frac{3}{5}$.

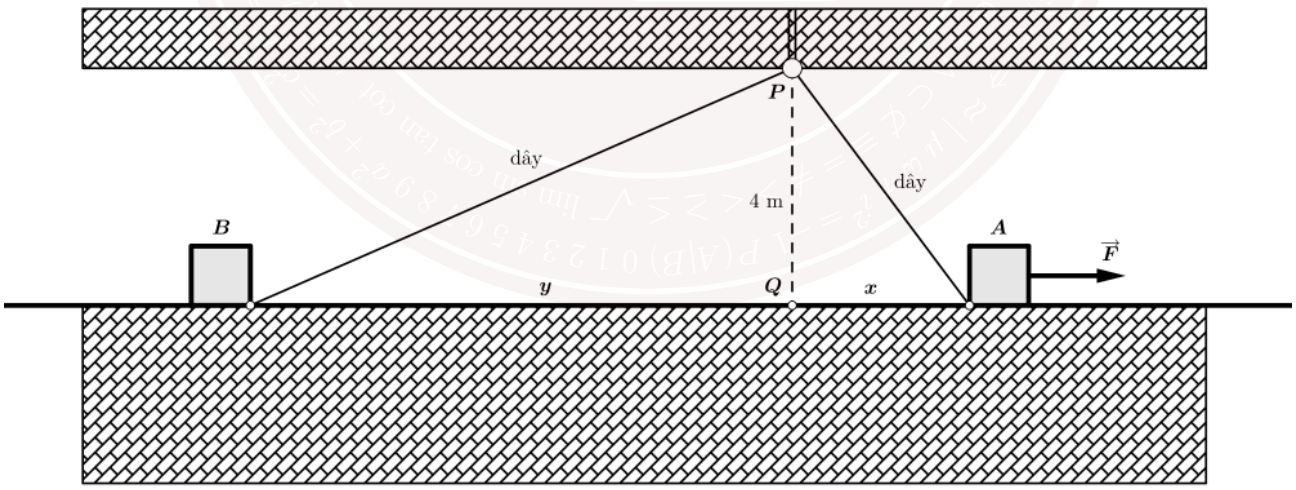
D Nếu gieo đồng xu lần đầu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để khi gieo đồng xu đó lần thứ hai vẫn xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{7}{10}$.

Câu 301. Bạn Hoa vừa mê học toán, vừa mê một bạn nam lớp bên cạnh. Ngày sinh nhật Hoa thì bạn nam ấy đã tặng cho Hoa một tờ giấy, trong đó có vẽ hai hình elip ghép lại tạo ra hình trái tim rất đẹp. Phần hai cánh có diện tích S_1, S_2 được tô màu vàng, phần có diện tích S_3, S_4, S_5, S_6 được tô màu đỏ. Hoa vui vẻ đón nhận "món quà" nhưng sau đó lại tỏ ra khó hiểu.



Một người bạn đã tư vấn cho Hoa rằng màu đỏ tượng trưng cho tình yêu, màu vàng lại tượng trưng cho tình bạn, bây giờ chỉ còn cách tính tỉ số $\dfrac{S_3+S_4+S_5+S_6}{S_1+S_2}$ bằng bao nhiêu mới biết Crush thực sự có tình cảm với Hoa hay chỉ xem Hoa là bạn? Các em hãy giúp bạn Hoa tính tỉ số trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng khoảng cách từ O đến giao điểm hai elip bằng $1,8$ cm.

Câu 302. Có hai thùng hàng A và B được đặt trên sàn nhà kho.



Hai thùng được nối với nhau bằng một sợi dây dài 15 m, sợi dây luôn căng và được kéo qua một ròng rọc gắn tại điểm P trên trần nhà. Biết trần nhà cao 4 m so với mặt sàn (đoạn $PQ = 4$ m) và trong quá trình di chuyển, hai thùng hàng luôn nằm trên mặt sàn (bỏ qua lực ma sát). Nếu thùng A cách Q khoảng 3 m và đang được kéo ra xa Q với tốc độ không đổi $0,5$ m/s, hỏi thùng B đang di chuyển về phía Q với tốc độ bao nhiêu m/s? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 303. Vào rạng sáng ngày 1/1/2025, hệ thống phòng thủ hành tinh phát hiện một thiên thạch lớn có tên là 2025-XH3 đang di chuyển từ vị trí $A(-60;-45;-10)$ hướng đến vị trí $B(-20;-15;0)$ trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp (đơn vị: nghìn km).



Các nhà khoa học từ Trái Đất cho rằng thiên thạch chuyển động thẳng đều và sẽ đến vị trí B vào rạng sáng ngày 19/1/2025. Giả sử bề mặt Trái Đất được mô hình hóa là một mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2=6,4^2$.

A Phương trình thể hiện đường đi của thiên thạch là $d:\begin{cases}x=-60+4t\\y=-45+3t\\z=-10+2t\end{cases}$.

B Nếu không có gì thay đổi thì thiên thạch sẽ va vào Trái Đất.

C Vị trí va chạm dự kiến giữa thiên thạch và Trái Đất cách điểm A một khoảng $71,4$ nghìn km (làm tròn đến hàng phần chục).

D Trong tình thế cấp bách ấy, các nhà khoa học đã quyết định phóng một tên lửa từ vị trí E thuộc mặt đất đi thẳng về phía thiên thạch để làm thay đổi quỹ đạo của nó, BE là tiếp tuyến của mặt cầu (Trái Đất). Tốc độ của tên lửa là $2,5$ nghìn km/ngày, dự kiến tên lửa sẽ va chạm với thiên thạch tại vị trí B, vì vậy họ phải phóng tên lửa vào ngày 11/1/2025.

Câu 304. Lớp 12A có tất cả 40 học sinh, trong đó có 26 nam sinh, còn lại là nữ sinh. Trong một bài kiểm tra Toán, lớp có đúng 18 học sinh đạt điểm Giỏi (22 học sinh còn lại đạt điểm Khá) đồng thời số nam sinh đạt điểm Giỏi gấp đôi số nữ sinh đạt điểm Khá. Chọn ngẫu nhiên hai học sinh của lớp 12A.

A Xác suất để hai học sinh được chọn đều là nữ sinh bằng $\dfrac{7}{60}$.

B Xác suất để hai học sinh được chọn không có cùng giới tính bằng $\dfrac{32}{65}$.

C Xác suất để cả hai học sinh được chọn đều là nữ sinh đạt điểm Giỏi bằng $\dfrac{3}{52}$.

D Biết rằng hai học sinh được chọn không có cùng giới tính, xác suất để cả hai học sinh đó đều đạt điểm Giỏi bằng $\dfrac{18}{91}$.

Câu 305. Người ta cho một chiếc xe điện mô hình chạy thử nghiệm trên một đường thẳng trong 24 giây với vận tốc $v(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}t & ,0\le t\le 8\\ 4 & ,8<t<16\\ -\dfrac{1}{2}t+12 & ,16\le t\le 24\end{cases}$ (decimet/giây), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc xe bắt đầu chuyển động. Trong 24 giây chạy thử nghiệm đó, chiếc xe mô hình đi được quãng đường bao nhiêu decimet?

Câu 306. Một thành phố có ba loại phương tiện giao thông công cộng: xe buýt, tàu điện ngầm và taxi. Tỉ lệ sử dụng mỗi loại phương tiện đối với xe buýt 40%, tàu điện ngầm 35%, taxi 25%. Tỉ lệ trễ giờ của xe buýt, tàu điện ngầm và taxi trong một tháng lần lượt là: 20%, 10%, 5%.



Anh Lộc là một người dân trong thành phố. Trong tháng đầu tiên, anh Lộc chọn một trong ba loại phương tiện trên để đi làm, sao cho xác suất chọn mỗi loại phương tiện đúng bằng tỉ lệ sử dụng phương tiện đó của người dân trong thành phố. Từ tháng thứ hai trở đi, cách anh Lộc chọn phương tiện đi làm phụ thuộc vào việc anh có bị trễ giờ trong tháng trước hay không. Nếu tháng trước anh Lộc không bị trễ giờ, anh ấy tiếp tục sử dụng loại phương tiện mà anh đã đi trong tháng đó. Nếu tháng trước anh Lộc bị trễ giờ, anh ấy sẽ chọn ngẫu nhiên một trong hai loại phương tiện còn lại để đi làm trong tháng tiếp theo, với xác suất chọn mỗi loại là 50%. Xác suất để anh Lộc sử dụng taxi trong tháng thứ ba có dạng $\dfrac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $b-2a$?

Câu 307. Một hệ thống bị tắt dần với phản hồi được cho bởi phương trình $f'(t)+f(t)=kf(t-1)$. Trong đó, k là hằng số cho trước và khác 0. Các nghiệm khác 0 của phương trình đã cho có dạng $f(t)=ae^{\lambda t}$, với a và λ là các hằng số, có thể tồn tại với điều kiện λ thỏa mãn phương trình $g(\lambda)=0$. Khi đó,

A $g(\lambda)=(\lambda+1)-k\mathrm{e}^{-\lambda}$.

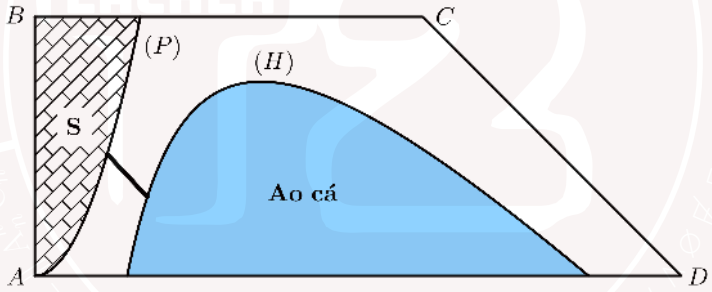
B $g(2)=1+k\mathrm{e}^{2}$.

C Với mọi $k<0$, phương trình $g(\lambda)=0$ không có nghiệm λ nào.

D Với mọi $k<0$, phương trình $g(\lambda)=0$ có đúng một nghiệm λ.

Câu 308. Để hạn chế vi phạm thời gian làm việc đối với công nhân, giám đốc công ty quyết định xử lý bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ của các quản đốc, giám đốc công ty biết được trong một tháng, giữa tỉ lệ công nhân vi phạm đúng k lần $(1 \le k \le 2)$ là $t_k = \dfrac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số công nhân vi phạm đúng k lần, N là tổng số công nhân) và mức phạt mỗi lần vi phạm có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi công nhân nộp phạt x nghìn đồng $(60 \le x \le 300)$ khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x-20$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì $t_1 = \dfrac{36}{x+10}$ và $t_2 = \dfrac{4}{x-30}$ (không có công nhân nào vi phạm quá hai lần). Biết rằng N không đổi và bằng 2400. Tổng số tiền nộp phạt của các công nhân vi phạm trong một tháng ít nhất là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 309. Anh Nghĩa có một khu đất hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 100\,\text{m}$, $DC = 60\,\text{m}$ và $AD = 40\,\text{m}$. Anh ấy đã đào một cái hồ để nuôi cá, hồ được bao bởi cạnh AB và một phần đường cong (H), biết (H) chứa các điểm K sao cho tích khoảng cách từ K đến AD và BC luôn bằng $\dfrac{1225}{\sqrt{2}}\,\text{m}$. Anh Nghĩa xây thêm một nhà kho để chứa thức ăn cho cá được tạo bởi cạnh AD, DC và đường cong Parabol (P) có đỉnh A, biết rằng phần đất để xây nhà kho có diện tích $S = \dfrac{1600}{9}\sqrt{6}\,\text{m}^2$.



Anh Nghĩa suy nghĩ và muốn xây một con đường thẳng đi từ nhà kho đến ao cá để vận chuyển thức ăn cho cá. Tính độ dài (mét) ngắn nhất của con đường (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 310. Một công ty công nghệ tổ chức một kỳ thi tuyển dụng với hai bài kiểm tra: một bài kiểm tra lập trình và một bài kiểm tra tư duy logic. Công ty nhận thấy rằng: 60% ứng viên là nam, 40% ứng viên là nữ; 80% nam vượt qua bài kiểm tra lập trình, 70% nữ vượt qua bài kiểm tra lập trình; 75% nam vượt qua bài kiểm tra tư duy logic, 85% nữ vượt qua bài kiểm tra tư duy logic. Giả sử các bài kiểm tra là độc lập giữa các giới tính.

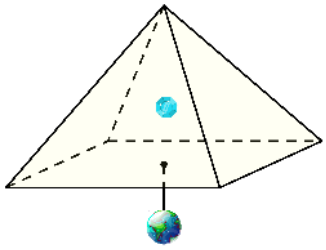
A Trong những người vượt qua bài kiểm tra lập trình tỉ lệ ứng viên nữ là $\dfrac{7}{19}$.

B Trong những ứng viên nam có 40% ứng viên không vượt qua được ít nhất một bài kiểm tra.

C Có $59,8\%$ ứng viên vượt qua được hai bài kiểm tra.

D Một ứng viên ngẫu nhiên được chọn và được biết rằng người đó đã vượt qua cả hai bài kiểm tra lập trình và logic. Khi đó xác suất người đó là nữ bằng $0,397$ (làm tròn đến hàng phần nghìn).

Câu 311. Vào ngày lễ tình nhân, Ronaldo đã tặng cho cô bạn gái Georgina một viên kim cương vô cùng giá trị. Viên kim cương nằm trong một gói quà độc đáo có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy bằng 4 dm, vị trí đặt kim cương là tâm của mặt cầu nội tiếp hình chóp đó.



Từ vị trí tâm O của đáy hình chóp, có một sợi dây dùng để treo một quả cầu nhỏ, bên trong quả cầu đó chứa những lời cầu chúc có cánh của huyền thoại bóng đá dành cho người tình. Gói quà được treo cân bằng trong căn phòng sao cho đỉnh hình chóp ở vị trí cao nhất và đáy hình chóp song song với mặt đất; khi đó viên kim cương và quả cầu đối xứng nhau qua O; đồng thời tâm quả cầu cách đều tất cả các cạnh hình chóp. Hỏi gói quà hình chóp đều đó có thể tích bao nhiêu dm khối (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 312. Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm..., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



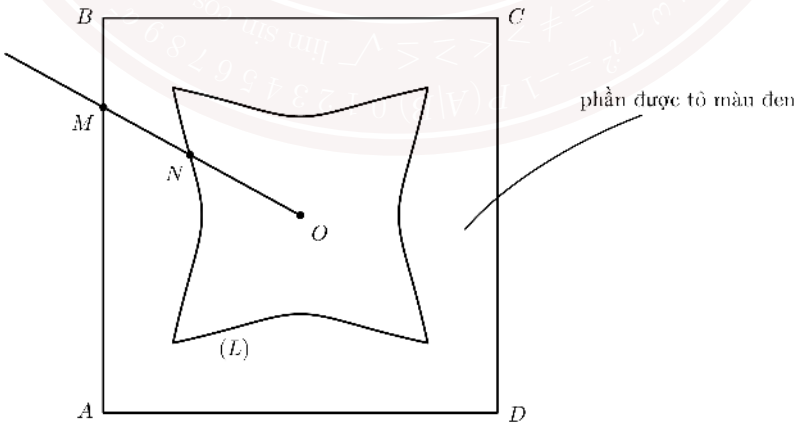
Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=16 \end{cases}$ $\left(t \text{ là tham số}\right)$. Vì địa hình phức tạp, người ta đành chọn điểm $A(12;10;15)$ cạnh vách núi để làm điểm trung chuyển từ mặt đất (mặt phẳng (Oxy)) đến đường ống này. Dựa vào kinh nghiệm của mình, họ phải chọn vị trí B thuộc đường ống và vị trí C thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, AC là bé nhất, tìm giá trị bé nhất đó theo đơn vị mét, làm tròn đến hàng phần chục.

Câu 313. Trong giải Billiards carom ba băng cá nhân vô địch thế giới lần thứ 76 năm 2024 tổ chức tại Bình Thuận, bốn cơ thủ T (Trần Thanh Lực), D (Dick Jaspers), E (Eddy Merckx), C (Cho Myung-woo) đã giành được quyền vào bán kết. Bốn cơ thủ đang tiếp tục hành trình chinh phục vị trí cao nhất. Trận bán kết 1, cơ thủ T sẽ tranh tài với cơ thủ D. Trận bán kết 2, cơ thủ E sẽ tranh tài với cơ thủ C. Trong trận chung kết, cơ thủ giành chiến thắng ở trận bán kết 1 sẽ tranh tài với cơ thủ giành chiến thắng ở trận bán kết 2, cơ thủ giành chiến thắng ở trận chung kết này được gọi là NHÀ VÔ ĐỊCH.



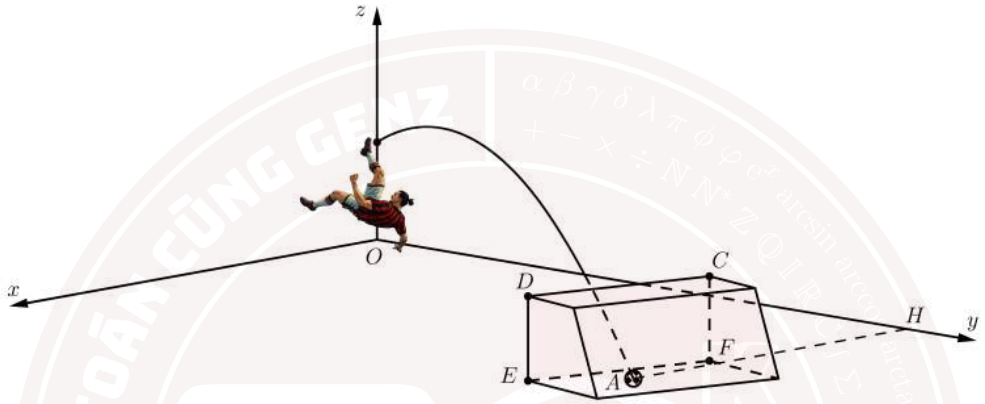
Gọi m_X là số điểm hiện có của cơ thủ X ($X \in \{T;D;E;C\}$) theo cách tính điểm của Liên đoàn bi-a thế giới - UMB (Union Mondiale de Billard). Nếu cơ thủ X tranh tài với cơ thủ Y ($X,Y \in \{T;D;E;C\}$) thì xác suất để cơ thủ X giành chiến thắng là $\dfrac{m_X}{m_X+m_Y}$ (không có trận hòa). Tính xác suất để cơ thủ T (Trần Thanh Lực) trở thành NHÀ VÔ ĐỊCH; biết rằng $m_T = 246$, $m_D = 426$, $m_E = 287$, $m_C = 352$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 314. Người nghệ sĩ vẽ một bông hoa không màu trên một miếng bìa hình vuông $ABCD$ tâm O bằng một đường cong kín (L) rồi tô màu đen phần bên ngoài đường cong này của hình vuông như hình vẽ.



Nếu điểm M thuộc cạnh của hình vuông $ABCD$ và tia OM cắt (L) tại điểm N thì $MN = 2\,\text{dm}$. Biết rằng $AB = 8\,\text{dm}$. Phần được nghệ sĩ tô màu đen có diện tích bằng bao nhiêu centimet vuông? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 315. Trong trận đấu giữa Thụy Điển và Anh tại giải vô địch bóng đá thế giới, khi thời gian trận đấu sắp kết thúc, Zlatan Ibrahimović đã thực hiện một cú xe đạp chổng ngược móc bóng từ khoảng cách xa vào lưới đội tuyển Anh. Đây được coi là một trong những bàn thắng đẹp nhất lịch sử bóng đá thế giới với khoảng cách xa nhất từng được ghi bằng kỹ thuật này. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) sao cho (Oxy) trùng với mặt đất, tại thời điểm Ibra tung người móc bóng quả bóng thuộc tia Oz và có độ cao 2 m, bay theo quỹ đạo của một Parabol thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt đất rơi xuống đất tại vị trí điểm A nằm trong khung thành. Biết $d(A,Oy)=AH=8$ $(H\in Oy)$ và $OH=15$.



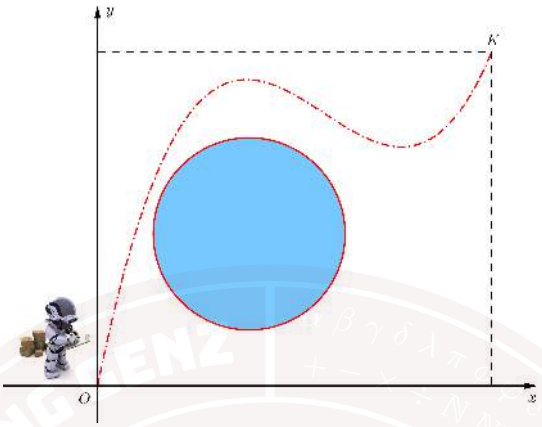
Sau khi bay lên không trung quả bóng đạt độ cao lớn nhất tại điểm có hoành độ $x=3$. Tại thời điểm bóng bắt đầu bay vào khung thành (tức là bóng nằm trên vạch kẻ ngang của khung thành) thì độ cao của quả bóng so với mặt đất là bao nhiêu mét? Biết rằng khung thành $CDEF$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đất và đi qua 2 điểm $M(4;15;-2)$, $N(8;14;6)$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 316. Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng với thể tích của một vật thể (V) trong không gian.



Biết rằng điểm M thuộc (V) khi và chỉ khi $MA\le\sqrt{2}$ dm hoặc $MB\le\sqrt{5}$ dm; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB=3$ dm. Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 317. Trên hệ trục toạ độ Oxy, một Robot AI được lập trình để đi từ điểm $O(0;0)$ đến điểm $K(13;11)$, trên đường đi phải tránh vùng chướng ngại vật là miền trong của hình tròn tâm $I(5;5)$, bán kính $R=\sqrt{10}$ (Robot vẫn đi được trên biên của đường tròn).



Tính độ dài quãng đường tối ưu nhất mà Robot có thể đi từ điểm O đến K. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 318. Để tiện cho việc đo đạc một chi tiết sản phẩm kỹ thuật, kỹ sư tạo một mô hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với $AB=4\,\text{cm}$, $AC=6\,\text{cm}$, $AA'=5\,\text{cm}$, $\widehat{A'AB}=60^\circ$, $\widehat{A'AC}=30^\circ$, $\widehat{BAC}=45^\circ$. Do yêu cầu kỹ thuật, kỹ sư cần tính khoảng cách từ trung điểm M của cạnh AB đến trung điểm N của cạnh $A'C'$, khoảng cách đó bằng bao nhiêu centimet? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

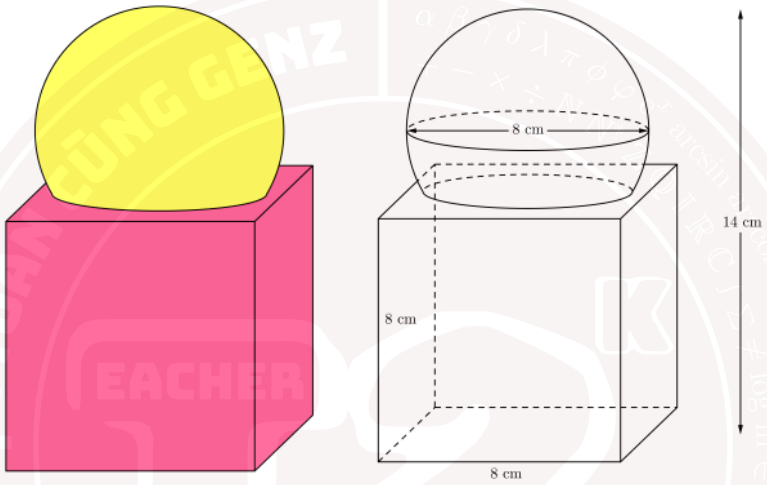
Câu 319. Một hàng rào cao $2,4$ mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng $1,5$ mét như hình vẽ



Chiều dài ngắn nhất của cầu thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 320. Một quả cầu sắt có bán kính 10 cm được phủ bởi một lớp băng đồng đều có độ dày 5 cm. Biết rằng lớp băng này tan chảy với tốc độ 50 cm^3/phút. Cho biết công thức tính thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, trong đó R là bán kính của khối cầu. Tốc độ giảm độ dày của băng là x cm/phút. Khi đó, giá trị của x bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 321. Một đồ lưu niệm bằng thủy tinh có chiều cao bằng 14 cm, được thiết kế gồm hai phần, phần dưới là một khối lập phương cạnh bằng 8 cm và phần trên là một phần của khối cầu có đường kính bằng 8 cm được mô hình hóa như hình vẽ



A Thể tích phần dưới (khối lập phương) bằng 512 cm^3.

B Phần chỏm cầu có bán kính $R = 4$ cm và chiều cao $h = 6$ cm.

C Thể tích của chỏm cầu (phần phía trên) bằng 70π cm^3.

D Thể tích của đồ lưu niệm đó là 738 cm^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 322. Hộp A chứa bốn quả bóng được đánh số 1, 2, 3, 4. Hộp B chứa ba quả bóng được đánh số 1, 2, 3. Hộp C chứa hai quả bóng được đánh số 1, 2.



Một trong ba hộp được chọn ngẫu nhiên và sau đó một quả bóng được chọn ngẫu nhiên từ hộp đó.

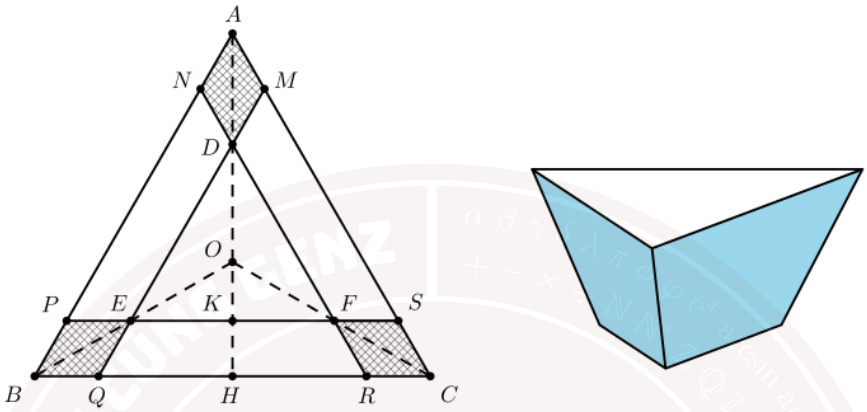
A Nếu hộp A được chọn thì xác suất quả bóng số 1 được chọn bằng $\frac{1}{3}$.

B Xác suất chọn được quả bóng số 3 bằng $\frac{5}{36}$.

C Biết rằng quả bóng số 1 đã được chọn, xác suất để quả bóng này thuộc hộp A bằng 0,23 (làm tròn đến hàng phần trăm).

D Nếu người ta lấy được quả bóng số 1, sau đó hoàn lại quả bóng và tiếp tục lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp đó thì được quả bóng số 3, xác suất để quả bóng này thuộc hộp B bằng $\frac{16}{27}$.

Câu 323. Anh Việt có một tấm nhôm hình tam giác đều ABC với cạnh bằng 6 dm. Bên trong tấm nhôm này, anh vẽ thêm tam giác đều DEF sao cho hai tam giác có cùng trọng tâm, đồng thời các cạnh tương ứng song song với nhau. Anh Việt muốn làm một chậu đựng nước dạng hình chóp cụt tam giác đều với đáy nhỏ là DEF và đáy lớn để hở. Anh cắt bỏ ba hình bình hành ở ba góc của tam giác ABC là $AMDN$, $BPEQ$ và $CSFR$ như hình vẽ.



Kẻ đường cao AH và gọi O là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $x = DN = DM$ $(0 < x < 2)$.

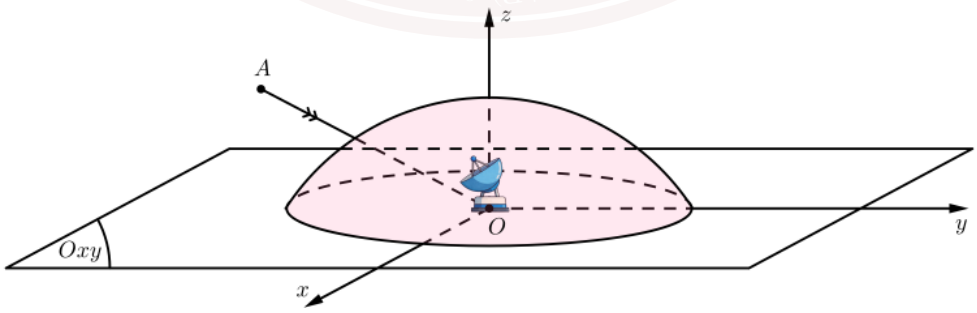
A $NP = QR = SM = 6 - 2x$ dm.

B $AH = 3\sqrt{3}$ dm và $OA = 2\sqrt{3}$ dm.

C $AD = x\sqrt{3}$ dm và $DE = 6 - 3x$ dm.

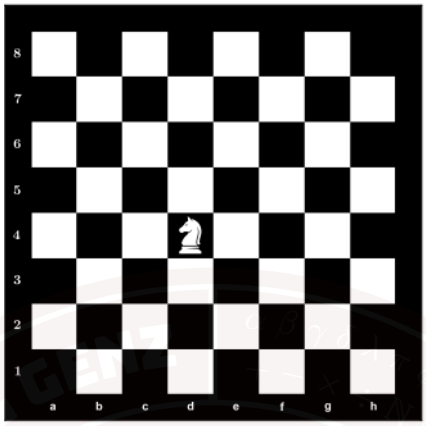
D Sau khi gập hình và dùng keo dán kín các đoạn gập vào nhau gồm DM với DN, EP với EQ, FS với FR, sức chứa tối đa của chậu xấp xỉ $4,54$ lít.

Câu 324. Hình chỏm cầu có một đáy là một phần của hình cầu bị chia bởi một mặt phẳng. Một rađa có thể phát hiện các mục tiêu trong khu vực của một hình chỏm cầu với chiều rộng trên mặt đất là một hình tròn với bán kính 450 km và chiều cao 30 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng Oxy là mặt đất (xem mặt đất là mặt phẳng), trục Oz hướng lên cao và gốc tọa độ O trùng với vị trí của rađa như hình vẽ.



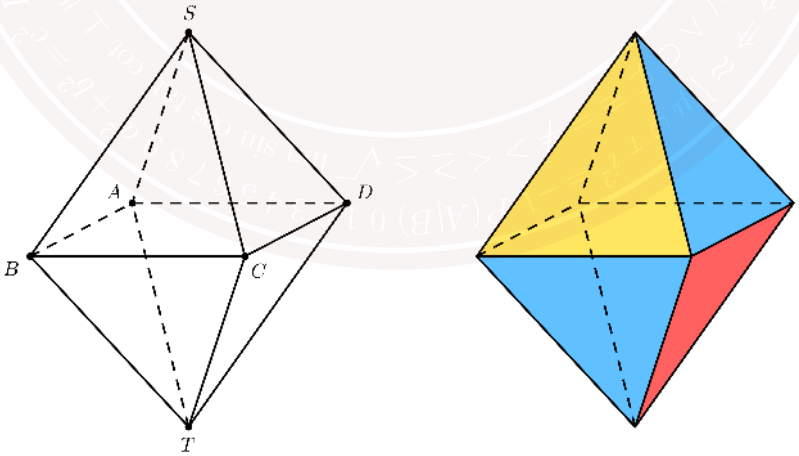
Mỗi đơn vị trên trục là 1 km. Một tên lửa bắt đầu từ vị trí điểm $A(30; -780; 60)$, dự định bay thẳng với vận tốc không đổi 7 km/giây hướng thẳng đến vị trí của rađa. Thời gian dự kiến từ khi tên lửa bị rađa phát hiện đến khi nó bắn trúng rađa là bao nhiêu giây? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 325. Một con mã đang được đặt ở vị trí chính giữa tâm ô vuông d4 trong bàn cờ vua. Thầy Nghĩa di chuyển con mã 4 bước để sau 4 bước đó quân mã quay trở lại vị trí ban đầu với điều kiện 4 bước đi không trùng nhau.



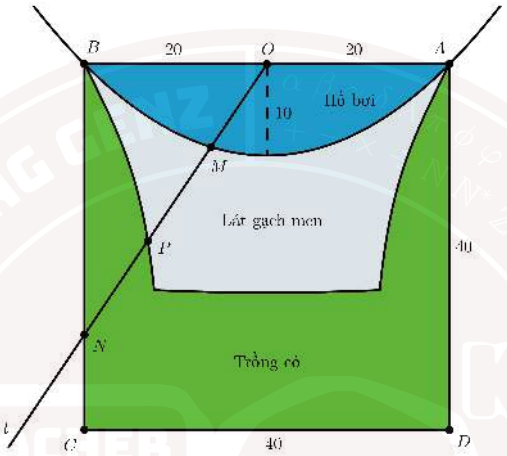
Mỗi bước di chuyển Thầy Nghĩa đều đặt con mã ở các điểm chính giữa tâm ô vuông đó. (4 điểm đặt mã sau 4 bước được xem là 4 điểm ở tâm ô vuông con mã đi đến). Xác suất đường đi của con mã có 4 điểm đặt đó là 4 đỉnh của một hình vuông có dạng $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản, $a,b\in\mathbb{N}^*$). Tính $a+2b$?
Cách di chuyển của quân Mã: Mã di chuyển theo đường chéo của hình chữ nhật 2×3 ô vuông (hoặc 3×2 ô vuông).

Câu 326. Một đèn lồng đón năm mới được thiết kế theo hình bát diện đều (ta có thể hình dung hình bát diện đều là hai hình chóp tứ giác đều có tất cả cạnh bằng nhau $S.ABCD$ và $T.ABCD$ sử dụng chung một mặt đáy).



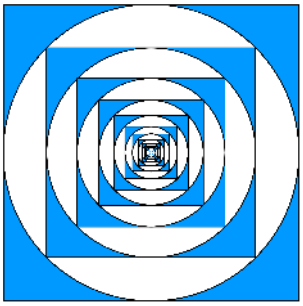
Nghệ nhân đã thiết kế sẵn 12 tấm bìa cứng là các tam giác bằng nhau gồm 3 màu xanh, đỏ, vàng; các tấm bìa cùng màu được đánh số từ 1 đến 4. Mỗi tấm bìa khi dán vào đèn lồng sẽ vừa kín một trong tám mặt bên của nó. Gọi N là số cách mà nghệ nhân có thể chọn 8 tấm bìa dán lên 8 mặt bên của đèn lồng sao cho hai tấm bìa có chung một cạnh thì khác màu, hai tấm bìa có chung đúng một đỉnh thì khác số. Giá trị $\frac{N}{8}+16$ bằng bao nhiêu?

Câu 327. Công tử Bạc Liêu có một mảnh đất hình vuông ở một khu đô thị sầm uất, hình vuông có cạnh 40 m, công tử dự định xây một hồ bơi được giới hạn bởi cạnh AB của hình vuông và một parabol đi qua hai đầu mút cạnh đó, đỉnh của parabol cách cạnh AB một đoạn 10 m. Từ vị trí O là trung điểm AB, kẻ tia Ot bất kì cắt parabol và một cạnh khác của hình vuông theo thứ tự tại các điểm M, N. Gọi P là trung điểm MN, khi tia Ot quay quanh gốc O thì tập hợp các điểm P tạo thành đường cong (L). Công tử dự định sử dụng một loại gạch men đặc biệt để lát nền cho toàn bộ khu vực được giới hạn bởi đường cong (L) và parabol. Phần còn lại trên mảnh đất hình vuông đó thì công tử sẽ trồng cỏ.



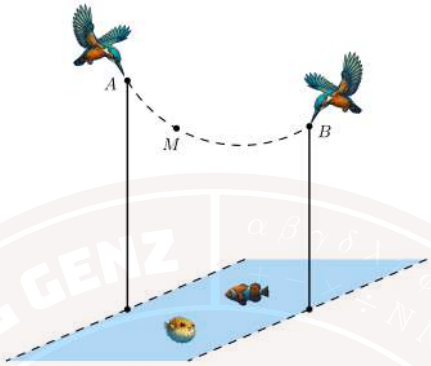
Biết rằng chi phí xây hồ bơi là 5 triệu đồng/m^2, chi phí lát gạch men là 2 triệu đồng/m^2, chi phí trồng cỏ tự nhiên là 100 nghìn đồng/m^2. Tính tổng số tiền mà công tử Bạc Liêu phải chi trả cho toàn bộ dự án trên theo đơn vị tỷ đồng (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 328. Một loại gạch men có kích thước hình vuông 60×60 cm. Người ta thiết kế hoa văn cho viên gạch bằng cách tạo đường tròn (C_1) nội tiếp hình vuông ban đầu, phần nằm ngoài đường tròn (C_1) mà thuộc viên gạch thì được tô màu đậm. Tiếp theo họ tạo ra một hình vuông nội tiếp đường tròn (C_1), bên trong hình vuông này lại có một đường tròn nội tiếp (C_2) và họ tiếp tục tô màu đậm cho phần nằm ngoài đường tròn (C_2) mà thuộc hình vuông này. Quy luật này cứ thế tiếp tục vô hạn lần như hình vẽ.



Hỏi tổng diện tích thuộc về viên gạch được tô màu đậm là bao nhiêu cm vuông? Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị của cm vuông.

Câu 329. Trong không gian $Oxyz$ cho trước với mặt phẳng lặng trùng với mặt phẳng (Oxy), đơn vị trên mỗi trục là mét. Một chú chim bói cá đang đậu trên một cành cây ở trị trí $A(0;0;5)$ tiến hành bay xuống để thám thính ngang qua trên mặt hồ nước đến đậu trên một cành cây khác tại vị trí $B(4;0;4)$ theo quỹ đạo là một cung tròn hoàn hảo nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt nước đi qua điểm M thoả mãn $\widehat{AMB} = 135^\circ$ như hình vẽ.



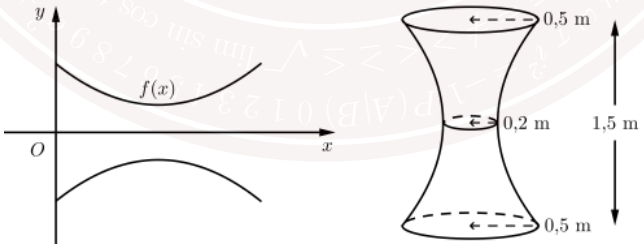
A Quỹ đạo bay của chim bói cá thuộc mặt phẳng $y = 0$.

B Đường tròn chứa quỹ đạo bay của chim bói cá có tâm $I\left(\frac{3}{2};0;\frac{5}{2}\right)$.

C Khoảng cách ngắn nhất mà chim bói cá bay xuống sát với mặt nước nhất là $3,58$ m (làm tròn đến hàng phần trăm).

D Biết rằng vận tốc của con chim bói cá là 2 m/s thì thời gian chim bói cá bay từ điểm $A(0;0;5)$ đến điểm gần mặt nước nhất mất $1,5$ s (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 330. Một chậu nước có dạng một khối tròn xoay với thiết diện qua trục của chậu (mặt cắt đi qua hai tâm của hai đường tròn đáy) là hai đường parabol đối xứng nhau qua trục đó. Biết hai đường tròn đáy chậu cùng có bán kính $0,5$ m; thiết diện nhỏ nhất vuông góc với trục của chậu có bán kính $0,2$ m; chiều cao của chậu nước bằng $1,5$ m. Người ta bơm nước vào chậu với tốc độ $1,5\pi$ lít/phút.



Xét hệ trục tọa độ Oxy với gốc O trùng với tâm đường tròn đáy của chậu nước, tia Ox chứa trục của chậu nước (đơn vị trên mỗi trục là mét). Mặt cắt qua trục của chậu nước cho ta hai nhánh parabol như hình vẽ. Gọi $y = f(x)$ là parabol nằm trên trục hoành.

A $f(x) = \dfrac{8x^2}{15} - \dfrac{4x}{5} + \dfrac{1}{2}$.

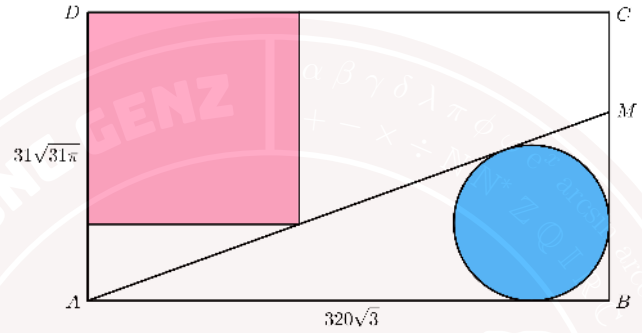
B Sức chứa tối đa của chậu nước bằng $0,5\,\text{m}^3$ (làm tròn đến hàng phần chục của mét khối).

C Sau $1,6$ giờ bơm nước (làm tròn đến hàng phần chục của giờ) thì chậu đầy nước.

D Nếu bơm từ đầu như thế thì đến phút thứ 49, tốc độ dâng lên của nước bằng $0,01$ mét/phút.

Câu 331. Bạn Xuân Anh có một tờ giấy cứng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 320\sqrt{3}$ mm và $AD = 31\sqrt{31\pi}$ mm. Bạn chọn một điểm M thuộc cạnh BC rồi dùng thước kẻ vạch và cắt tờ giấy theo đường thẳng AM, chia tờ giấy thành hai phần.

- Phần mảnh giấy chứa cạnh CD: Bạn muốn cắt được một hình vuông có đỉnh D, hai cạnh nằm trên đường DA và DC, đỉnh còn lại hình vuông thuộc đường cắt AM.
- Phần mảnh giấy chứa cạnh AB: Bạn muốn cắt được một hình tròn sao cho hình tròn tiếp xúc với cả ba cạnh tam giác ABM.



Gọi S (phần tô đậm như hình vẽ) là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn cắt được. Hỏi khi M di động trên BC, giá trị nhỏ nhất của S bằng bao nhiêu dm^2 (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 332. Một bức tường được tọa độ hóa trong không gian $Oxyz$ với đơn vị là mét bởi mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và điểm $M(1;-3;4)$ là tọa độ của một quả táo.



Một người bắn một mũi tên với đầu mũi tên là $B(2;-1;4)$ theo hướng $\overrightarrow{a} = (2;4;0)$.

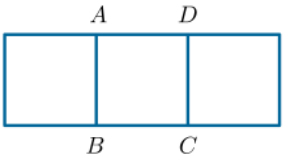
A Quả táo cách bức tường 4 m.

B Mũi tên bay xuyên qua trái táo.

C Mũi tên cắm vào bức tường tại điểm $C(5;5;4)$.

D Mặt đất được tọa độ hóa là mặt phẳng $(Q): y+z-2=0$. Vào 12h trưa (khi bóng của vật trên mặt đất là hình chiếu thẳng đứng từ vật xuống mặt đất) sau khi mũi tên cắm vào bức tường thì bóng của mũi tên trên mặt đất dài 50 cm (làm tròn đến hàng đơn vị), biết mũi tên dài $\dfrac{\sqrt{39}}{10}$ cm.

Câu 333. Bạn Linh dùng ba màu xanh, đỏ, vàng để tô các cạnh của 3 hình vuông đơn vị theo nguyên tắc: Mỗi cạnh chỉ được tô một màu, mỗi hình vuông phải được tô đủ 3 màu, hai cạnh ở giữa AB và CD được tô bởi hai màu khác nhau.



Nếu một hình vuông có hai cạnh được tô màu xanh thì ta gọi đó là "hình vuông xanh", tương tự là "hình vuông đỏ" và "hình vuông vàng". Hỏi bạn Linh có bao nhiêu cách tô để tạo ra một hình vuông xanh, một hình vuông đỏ và một hình vuông vàng?

Câu 334. Lớp 12E có 20 bạn nam và 20 bạn nữ.

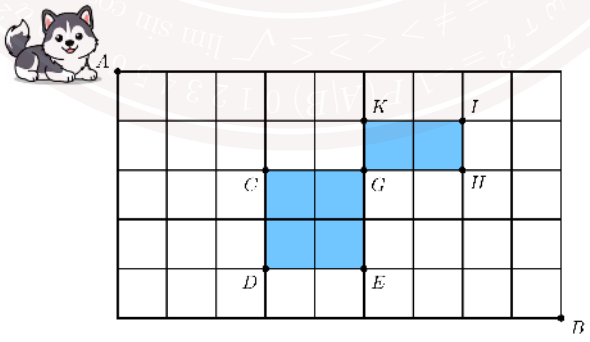
A Thầy quản nhiệm muốn chia lớp ra thành 4 tổ, mỗi tổ có 10 bạn thì có $C_{40}^{10}C_{30}^{10}C_{20}^{10}$ cách.

B Xác suất để thầy quản nhiệm chia lớp ra thành 4 tổ, mỗi tổ có 10 bạn sao cho số lượng nam và nữ của mỗi tổ bằng nhau là $0,03$ (Làm tròn đến hàng phần trăm).

C Thầy quản nhiệm có thể chia lớp ra thành 4 tổ, mỗi tổ có 10 bạn sao cho số lượng các bạn nữ của các tổ lập thành một cấp số cộng và số lượng các bạn nam của mỗi tổ cũng vậy.

D Nghe lời thầy F có am hiểu về phong thủy, để cả lớp đạt NV1 trong kì thi quốc gia sắp tới thầy quản nhiệm chia lớp ra thành 4 tổ, mỗi tổ có 10 bạn sao cho tổ nào cũng có nam lẫn nữ và sự chênh lệch giữa số lượng nam và nữ trong tổ nhiều hơn 3 bạn. Nếu gọi k_1, k_2, k_3, k_4 lần lượt là hiệu số giữa số lượng nam và nữ của tổ 1, 2, 3 và 4 thì $\{k_1;k_2;k_3;k_4\}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q \neq 1$. Xác suất để thầy quản nhiệm chia như vậy lớn hơn $0,0015$.

Câu 335. Trên một lưới ô hình chữ nhật AB gồm 9 cột và 5 hàng ô vuông như hình vẽ.



Một bé cún xuất phát từ điểm A và chạy đến điểm B. Mỗi bước, bé cún chỉ được chạy sang phải hoặc xuống dưới đúng 1 ô (đi theo các cạnh ô vuông), vì vậy bé cún luôn đi theo đường ngắn nhất. Trong hình có các vùng tô đậm là những bãi bùn. Bé cún không được chạy vào miền trong của các vùng tô đậm, nhưng được phép chạy trên đường biên của chúng. Hỏi bé cún có bao nhiêu cách chạy từ A đến B?

Câu 336. Trên hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài: mét), một người lái mô tô xuất phát từ vị trí $A(0;0;0)$ đến $B(0;600;0)$ trong 6 phút. Từ B, người đó cho xe đổi hướng để tiến thẳng đến $C(1500;600;0)$ với tốc độ không đổi và bằng đúng tốc độ khi đi từ A đến B.



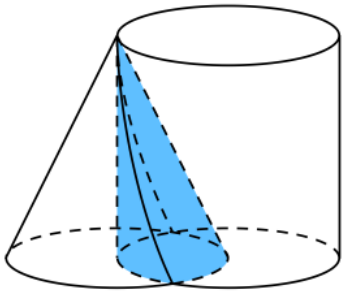
Hỏi ở phút thứ 8 kể từ khi xe đổi hướng, tốc độ thay đổi khoảng cách của xe mô tô đối với vị trí xuất phát A là bao nhiêu mét/phút?

Câu 337. Một phi đội tại Thái Lan có 20 máy bay, gồm 12 chiếc F-16A (một chỗ ngồi) và 8 chiếc F-16B (hai chỗ ngồi). Trong 12 chiếc F-16A có 3 chiếc đã được nâng cấp chuẩn MLU, trong 8 chiếc F-16B có 5 chiếc đã được nâng cấp chuẩn MLU.

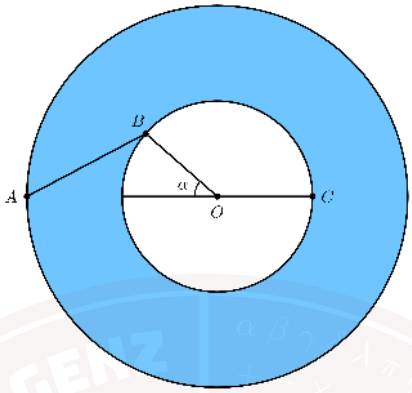


Chọn ngẫu nhiên 1 máy bay kiểm tra, biết rằng máy bay được chọn đã nâng cấp MLU, hãy tính xác suất máy bay đó là F-16B (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 338. Tìm thể tích phần giao nhau của khối nón (N) và khối trụ (T) biết rằng chúng có cùng chiều cao 4 dm, hai đường tròn đáy đồng phẳng và có bán kính cùng bằng 2 dm, đồng thời trục của hình nón là một đường sinh của hình trụ như hình vẽ (làm tròn đến hàng phần trăm)

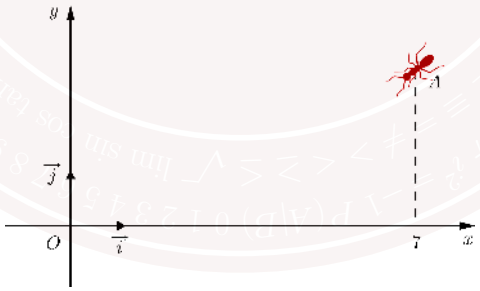


Câu 339. Một bể bơi có hình dạng hai đường tròn đồng tâm lồng vào nhau (cùng tâm O), trong đó phần gạch chéo là nước, biết bán kính đường tròn nhỏ bằng 50 m, đường kính đường tròn lớn bằng 200 m như hình vẽ.



Bạn An muốn bơi từ vị trí A đến vị trí B theo phương thẳng rồi lên bờ đi bộ từ B đến C theo vòng cung $\overset{\frown}{BC}$. Biết rằng vận tốc bơi là $3,6$ km/h, vận tốc đi bộ là $4,8$ km/h và ba điểm A, O, C thẳng hàng. Hỏi thời gian ngắn nhất để bạn An hoàn thành lộ trình như trên là bao nhiêu phút? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

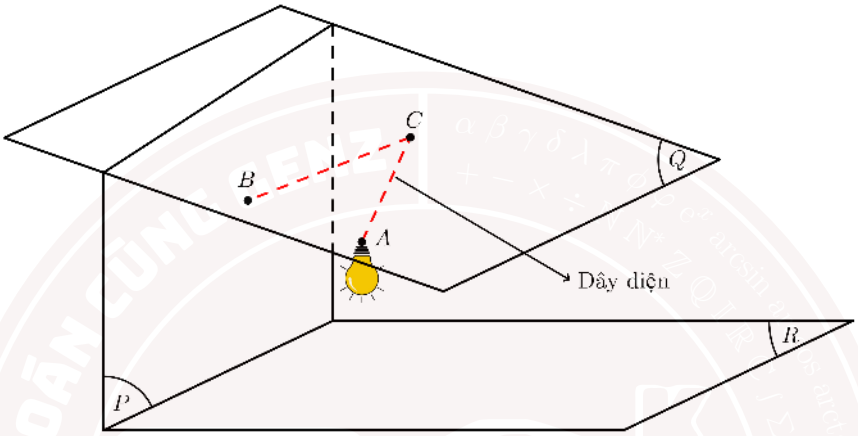
Câu 340. Chú kiến bị lạc tổ, chú đang loay hoay để tìm tổ. Chú đi theo suy đoán và đặt hệ trục toạ độ Oxy thì đường đi của chú có quỹ đạo là một phần đường cong đồ thị của hàm số có công thức $f(x)=a\,(x-b)^2$ (với a, b là các số thực dương). Với số thực k, hàm số $g(k)=\max\limits_{[k;k+2]} f(x)-\min\limits_{[k;k+2]} f(x)$ thoả mãn $g(3)=a$ và $g(2)+g(6)=32$. Biết tổ của chú nằm ngay tại gốc toạ độ O. Thời điểm 9h sáng chú đang ở vị trí A như hình vẽ.



Khoảng cách giữa chú kiến và tổ của mình là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 341. Một công ty công nghệ cung cấp gói lưu trữ dữ liệu doanh nghiệp với giá niêm yết 200.000 đồng/tháng và đang có 400 khách hàng. Phòng kinh doanh xác định được quy luật cứ giảm giá 10.000 đồng thì sẽ có thêm 50 khách hàng mới. Tuy nhiên, do hiện tượng quá tải băng thông, chi phí vận hành $C(n)$ (nghìn đồng) không cố định mà biến thiên theo hàm bậc hai của số lượng khách hàng n, được xác định bởi công thức $C(n)=28n+0,01n^2+15.000$. Công ty cần chốt giá bán bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận đạt mức tối đa?

Câu 342. Mái nhà tranh của ông F được đặt vào trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị là mét) với mặt phẳng $(R): z+1=0$ là mặt đất. Một bức tường là mặt phẳng $(P): x+y-2\sqrt{2}=0$ và mái nhà lợp lá của ông là mặt phẳng $(Q): x-z+\sqrt{2}=0$. Ông F muốn đặt một bóng đèn tròn để chiếu sáng ban đêm, sau khi cố định bóng đèn tại vị trí $A(1;-1;1)$, ông nối dây điện thẳng dài từ bóng đèn đến vị trí một khoen móc đặt tại C trên mái nhà (Q) rồi luồn dây điện thẳng đến ổ cắm tại vị trí B nằm trên bức tường (P). Sau khi hoàn thành và đo đạc thì ông F thấy tam giác ABC là tam giác đều. Biết rằng dây điện dài 7 mét.



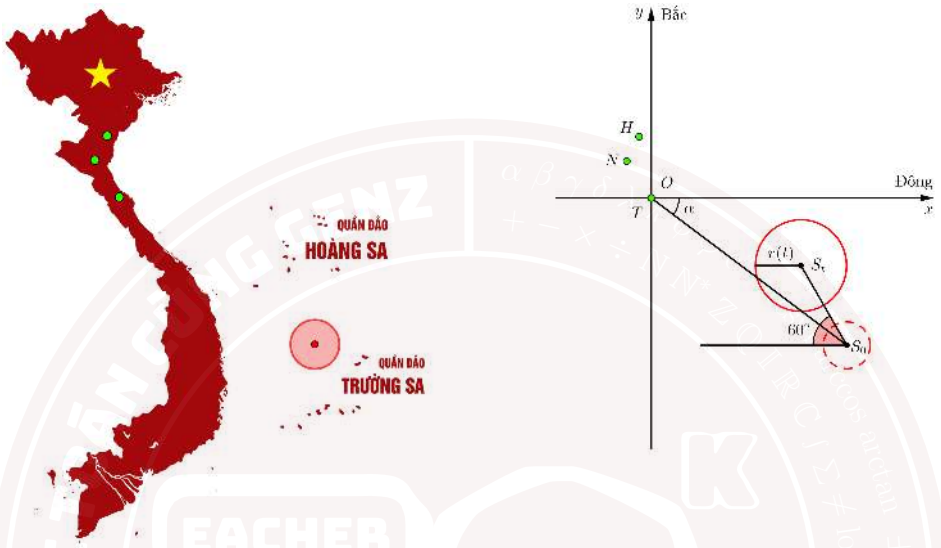
Tính chiều cao lớn nhất (mét) của khoen móc C so với mặt đất (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 343. Hãng Xtul Air – Công ty chuyên về các chuyến bay thuê chuyến vừa có hoạt động thâm nhập thị trường Việt Nam.



Hãng đã cho ra mắt dịch vụ sử dụng máy bay riêng của Xtul Air, trong đó có chiếc Gulfstream G650 là máy bay phản lực thương mại lớn, sức chứa tối đa 20 người, có thể bay từ Hà Nội về TP. Hồ Chí Minh trong 1 tiếng, có giá 8000 USD/giờ. Hãng cho biết với mỗi lần bay, hãng sẽ tốn 4000 USD bao gồm tiền nhiên liệu và bảo hành máy móc. Ngoài ra tốn thêm 1000 USD cho mỗi khách hàng do trọng lượng tăng thêm và các dịch vụ trên máy bay. Để khuyến khích khách hàng trải nghiệm, hãng Xtul Air áp dụng chính sách giảm giá vé cho các chuyến bay, cứ mỗi chuyến bay mọi người sẽ được giảm giá vé theo tỷ lệ phần trăm dựa trên số lượng khách hàng. Cụ thể, nếu chuyến bay có 5 người thì mỗi hành khách được giảm 15% giá vé, chuyến bay có 6 người thì mỗi hành khách được giảm 18% giá vé, và cứ thế ứng với n người thì vé được giảm $3n$% giá vé, tối đa 20 hành khách (từ 5 người thì có thể bay). Hỏi lợi nhuận của hãng cao nhất khi số khách hàng trên máy bay là bao nhiêu?

Câu 344. Miền Trung Việt Nam vốn luôn phải oằn mình chống chọi với thiên tai. Giả sử trong một đợt áp thấp nhiệt đới mạnh lên thành bão, Trung tâm Dự báo Khí tượng Thủy văn Quốc gia phát đi thông báo khẩn về cơn bão số 4 có tên quốc tế là Sao La. Trên bản đồ quy hoạch phòng chống thiên tai được gắn hệ trục tọa độ Oxy với đơn vị đo là 10 km (hướng Đông là trục Ox, hướng Bắc là trục Oy), vị trí ba thành phố trọng điểm là Hà Tĩnh, Vinh (Nghệ An) và Thanh Hóa được xác định lần lượt tại các điểm $T(0;0)$, $N(-2;3)$ và $H(-1;5)$.



Tại thời điểm bản tin phát đi, tâm bão Sao La đang ở ngoài khơi Biển Đông, cách thành phố Hà Tĩnh 200 km. Vị trí tâm bão nằm ở hướng Đông Nam so với Hà Tĩnh, tạo với phương Đông một góc α sao cho $\cos\alpha = 0,8$. Cơn bão di chuyển phức tạp theo hướng Tây Bắc lệch 60° so với hướng Tây với vận tốc 20 km/h. Sức tàn phá của bão rất lớn với vùng nguy hiểm là một hình tròn có bán kính ban đầu 20 km và liên tục mở rộng thêm 10 km mỗi giờ. Để lên phương án sơ tán dân cư đồng bộ, Ban chỉ đạo cần biết khoảng thời gian mà cả 3 thành phố này cùng nằm trong vùng nguy hiểm của bão Sao La kéo dài bao nhiêu giờ? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 345. Dịp cuối tuần, một nhóm n bạn gồm Khoa, Khôi, Thảo và $n-3$ bán khác cùng nhau đến rạp chiếu phim xem bộ phim "Mưa đỏ".



Khi xếp tùy ý nhóm bạn này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n, mỗi bạn ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Khoa, Thảo, Khôi theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\dfrac{13}{675}$. Tìm n?

Câu 346. Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

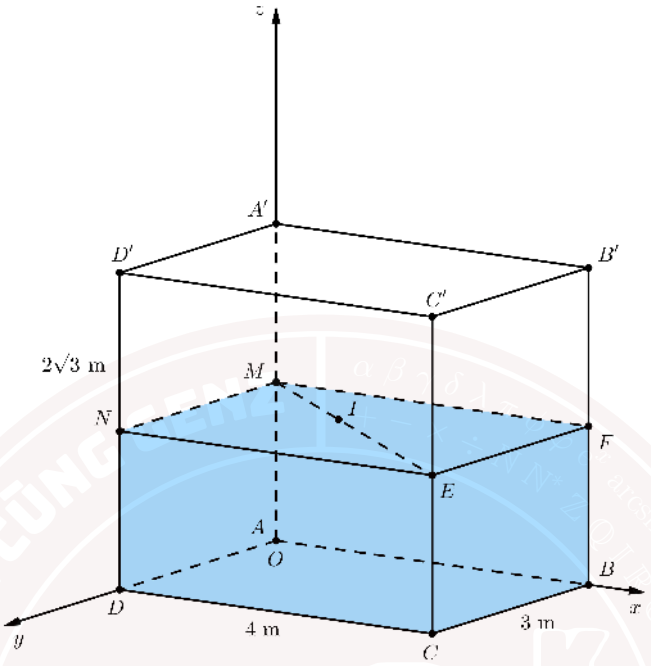
Một đơn vị sản phẩm loại I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Trong điều kiện sản xuất đó, hãy tính số tiền lãi (nghìn đồng) có thể đạt cao nhất?

Câu 347. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị km), Trái đất được mô phỏng là mặt cầu tâm O bán kính $R = 6400$ và đường xích đạo được xem là đường tròn giao tuyến giữa mặt cầu mô phỏng trái đất và mặt phẳng (Oxy). Tại Bắc Cực $I(0;0;6400)$, Bộ chỉ huy thiết lập một "Vòm An Ninh". Vùng an toàn này là một mặt cầu tâm I có bán kính quét là $R_q = 1280\sqrt{10}$. Bất kỳ tàu nào đi vào biên giới của vùng này sẽ được bảo vệ tuyệt đối. Siêu điệp viên Alpha đang ẩn náu tại tọa độ $M(0;5120;3840)$.

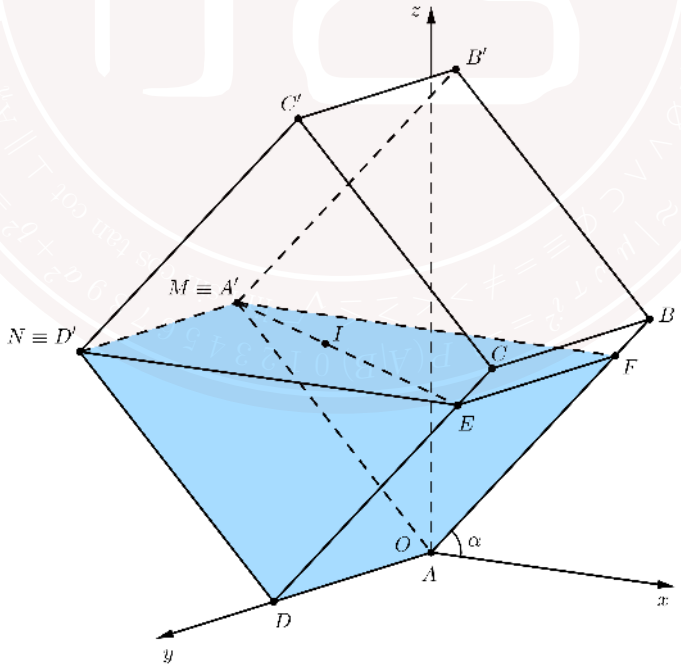


Anh nhận được mật lệnh "Phải di chuyển từ vị trí hiện tại xuống đường Xích đạo để kích hoạt thiết bị định vị, sau đó lập tức rút lui về ranh giới Vòm An Ninh tại điểm nhập K theo lộ trình ngắn nhất để tẩu thoát". Biết vận tốc di chuyển của Alpha là $v_A = 60$ km/h. Cùng lúc đó, tàu truy kích Beta đang phục kích tại vị trí $N(0;-6400;0)$. Ngay khi Alpha xuất phát, Beta tính toán được chính xác điểm K và lao đến đó để chặn đầu. Tàu Beta phải duy trì vận tốc tối thiểu là bao nhiêu km/h để có thể chặn đầu Alpha trước lúc điệp viên này vào ranh giới an toàn (làm tròn đến hàng phần chục)? (xem vận tốc của Alpha và Beta là chuyển động đều và hai tàu di chuyển trên mặt của khối cầu)

Câu 348. Một bể chứa nước hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều dài các cạnh $AB = 4\,\text{m}$, $AD = 3\,\text{m}$ và $AA' = 2\sqrt{3}\,\text{m}$ được đặt vào hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị là mét) như hình vẽ.



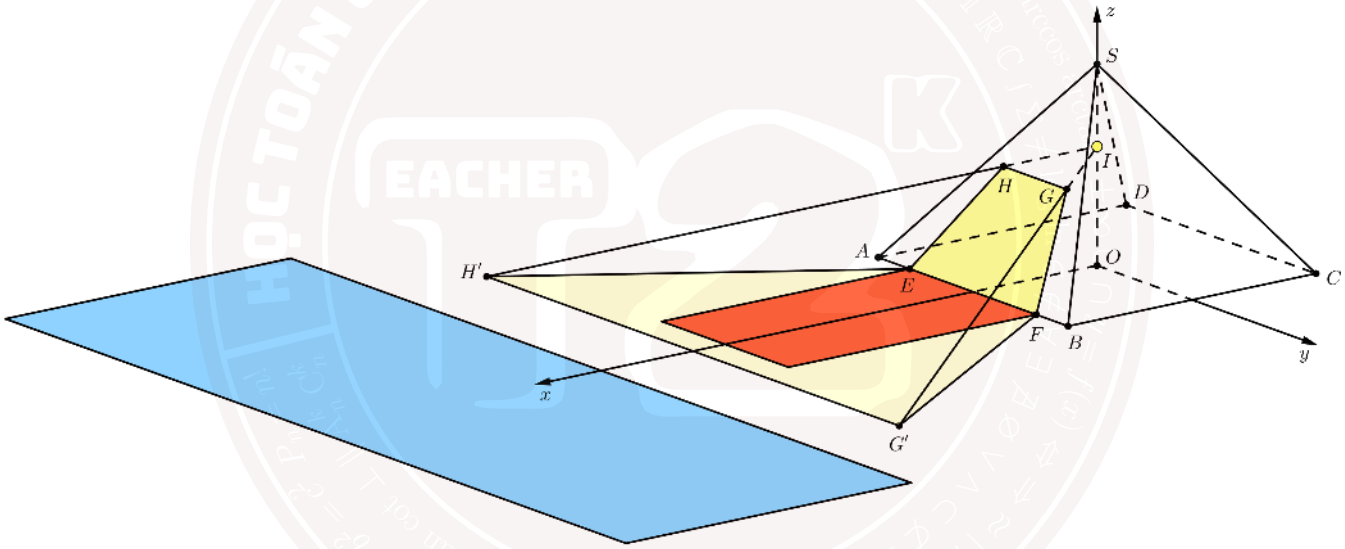
Trong bể đang chứa $12\sqrt{3}\,\text{m}^3$ nước và mặt nước chạm bốn cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, F, E, N. Một máy bơm oxy, coi như một điểm $I \in ME$ được đặt trên mặt nước với vị trí của máy bơm thỏa mãn $\dfrac{MI}{ME} = \dfrac{2}{5}$. Người ta nghiêng bể nước trên trục Oy như hình vẽ.



Khi đáy bể hợp với mặt phẳng (Oxy) một góc α sao cho mặt nước lúc này chứa cạnh $A'D'$. Máy bơm lúc này vẫn nằm trên đoạn ME ở vị trí thỏa mãn tỉ số $\dfrac{MI}{ME}$ như cũ. Lúc đó tọa độ của máy bơm là $I(x_0; y_0; z_0)$. Tính $\dfrac{x_0}{\sqrt{7}} + 5y_0 + \dfrac{5z_0}{\sqrt{21}}$.

Câu 349. Đài truyền hình FTV phát sóng hai chương trình truyền hình A, B với xác suất lần lượt là $0,55$ và $0,45$. Do thời tiết xấu gây nhiễu trên đường truyền nên $\frac{2}{9}$ các tín hiệu chương trình A bị lệch và phát chương trình B sau khi thu được, còn lại bình thường. Còn đối với chương trình B thì $\frac{1}{5}$ các tín hiệu bị lệch và phát chương trình A sau khi thu được, $\frac{1}{4}$ các tín hiệu chương trình B bị mất hẳn không thu được, còn lại bình thường. Ông F đang xem một chương trình truyền hình trên TV, tính xác suất ông F xem được chương trình thu được từ đúng với các tín hiệu lúc phát đi (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 350. Một khu resort dựng một lều sự kiện hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có đáy hình vuông cạnh 6 m, cao 4 m. Cửa lều là hình thang $EFGH$ trên mặt bên (SAB) sao cho $EA = FB = 1$ m (với $E, F \in AB$ và H, G lần lượt là trung điểm SE, SF). Nguồn sáng I treo tại $(0;0;a)$ trên trục Oz $(2 < a < 4)$ chiếu qua cửa lều tạo thành vùng sáng hình thang $EFG'H'$ trên sân cỏ.



Biết rằng ngay trước cửa lều, dọc theo trục Ox:

- Người ta trải một tấm thảm đỏ rộng 4 m, dài 6 m sao cho cạnh ngắn nhất vừa khít với cửa lều.
- Cách cửa lều 9 m là mép của một hồ bơi sang trọng.

A Diện tích thực tế của cửa lều là $7,5\ \text{m}^2$.

B Khi treo đèn ở độ cao $a = 3$ m, một người nằm trong vùng có ánh sáng chiếu vào cách bóng đèn xa nhất là $6,18$ m (làm tròn đến hàng phần trăm).

C Để ánh sáng phủ trọn hết chiều dài tấm thảm đỏ 6 m, kỹ thuật viên phải treo đèn ở độ cao $a \in (2;2,4]$ (mét).

D Ban quản lí yêu cầu vùng sáng phải phủ kín thảm đỏ nhưng tuyệt đối không được chạm vào mép nước hồ bơi để tránh chói mắt khách bơi. Khi đó, độ cao treo đèn a (mét) chỉ có thể nằm trong khoảng $\left(\frac{16}{7};2,4\right]$.

Câu 351. Trước thềm trận siêu kinh điển (El Clasico) giữa Barcelona và Real Madrid, đài truyền hình Marca thực hiện phỏng vấn ngẫu nhiên một lượng người hâm mộ (biết rằng trong số những người được phỏng vấn, số người đang mặc áo thi đấu của hai đội chiếm 20%). Kết quả khảo sát cho thấy rằng 60% người trả lời sẽ xem, 40% người còn lại trả lời sẽ không xem. Tuy nhiên, số liệu thực tế sau trận đấu cho thấy có sự sai lệch giữa câu trả lời và hành động thực:

- Trong số những người trả lời "có xem", tỉ lệ người thực sự xem là 90%.
- Trong số những người trả lời "không xem", tỉ lệ người thực sự xem là 15%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự xem trận đấu"; B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu".

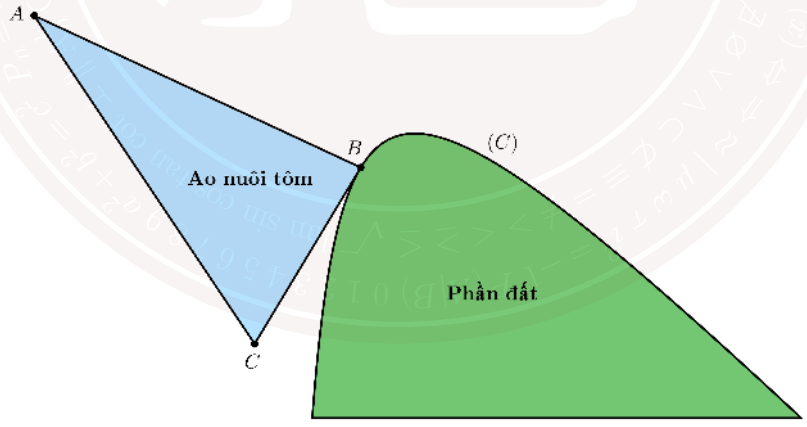
A Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự xem trận đấu là 60%.

B Trong số những người thực sự xem trận đấu, số người đã trả lời "không xem" khi phỏng vấn chiếm tỉ lệ 10%.

C Trong số những người mặc áo thi đấu, nếu tỉ lệ người thực sự xem trận đầu là 85% thì tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong những người không mặc áo thi đấu là $53,75\%$.

D Gọi E là biến cố "Người trả lời sai sự thật" (trả lời có và không xem hoặc ngược lại). Biết rằng trong nhóm mặc áo thi đấu, xác suất xảy ra biến cố E là 10%. Khi đó, xác suất để một người trả lời đúng sự thật trong nhóm không mặc áo thi đấu là $87,5\%$.

Câu 352. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ có đồ thị (C)



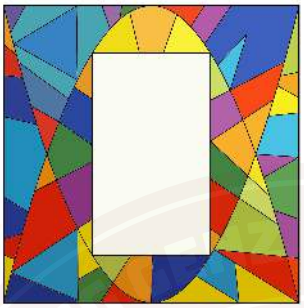
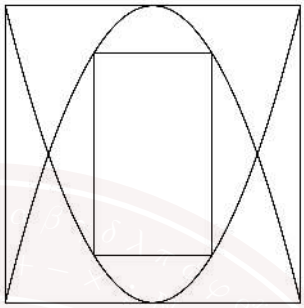
A Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{7}{2}\right)$.

B Hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận xiên là $y=-x+10$.

C Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4\sqrt{15}$.

D Trong không gian Oxy mô hình hóa một phần đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ $(x>0)$ là bờ của phần đất nhô ra (đơn vị mỗi trục là 1 m). Người ta muốn quây một ao nuôi tôm có dạng hình tam giác ABC với $A(-6;6)$, đường thẳng BC là tiếp tuyến với (C) nhận B làm tiếp điểm và $BC=10$ m. Diện tích ao nuôi tôm lớn nhất là $20\sqrt{5}\,\text{m}^2$.

Câu 353. Một cơ sở sản xuất dự định làm các viên gạch men hình vuông cạnh 60 cm. Bề mặt viên gạch được trang trí bởi một họa tiết hình chữ nhật màu trắng có tâm trùng với tâm viên gạch. Các đỉnh của hình chữ nhật này nằm trên hai đường parabol đối xứng nhau qua tâm viên gạch. Biết rằng mỗi đường parabol có đỉnh tại trung điểm một cạnh của viên gạch và đi qua hai đầu mút của cạnh đối diện như hình vẽ.

Cho biết chi phí nguyên liệu phần men trắng là 80 nghìn đồng/m^2, còn phần men màu bao quanh là 200 nghìn đồng/m^2. Hỏi chi phí nguyên liệu thấp nhất để sản xuất một viên gạch là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 354. Một cơ sở sản xuất lụa dệt thủ công hai loại lụa gấm và lụa tơ tằm. Công suất tối đa một ngày của cả xưởng là 100 m lụa, biết rằng tiền nguyên liệu cho một mét lụa gấm là 20 nghìn đồng và cần hai công thợ để dệt xong, còn đối với lụa tơ tằm thì cần 10 nghìn đồng tiền nguyên liệu và một công thợ. Vốn của xưởng một ngày là không quá 6 triệu đồng và một công thợ là 40 nghìn đồng. Giá bán lẻ một mét lụa gấm và tơ tằm lần lượt là 150 nghìn đồng/mét và 80 nghìn đồng/mét. Vậy chủ cơ sở cần sản xuất một ngày x mét lụa gấm và y mét lụa tơ tằm để thu lời nhiều nhất (giả sử mỗi ngày đều bán hết). Tính giá trị của biểu thức $x+3y$.

Câu 355. Một kiến trúc sư thiết kế bồn hoa trong công viên trên hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị: mét). Bồn hoa là hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=-x^2+4$ và trục hoành Ox. Kiến trúc sư bố trí một dải đèn LED thẳng, được mô phỏng bởi đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1)$, cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B (có hoành độ lần lượt là x_1, x_2). Dải đèn chia bồn hoa thành hai phần riêng biệt: Phần hình phẳng nằm phía trên dây cung AB được dùng để trồng Hoa Hồng, phần còn lại của bồn hoa (nằm phía dưới dây cung AB) được dùng để trồng Cỏ Nhật.

A Diện tích toàn bộ bồn hoa (tổng diện tích trồng Hoa Hồng và Cỏ Nhật) bằng 16 m^2.

B Tích các hoành độ giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) luôn bằng 3 (tức là $x_1x_2=3$).

C Diện tích trồng Hoa Hồng đạt giá trị nhỏ nhất khi dải đèn LED được thiết kế nằm ngang (song song với trục hoành).

D Khi diện tích trồng Hoa Hồng gấp đôi diện tích trồng Cỏ Nhật, chiều dài của dải đèn LED (tính bằng độ dài đoạn thẳng AB) xấp xỉ 3,84 mét (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 356. Một công ty khí tượng sử dụng hai mô hình dự báo thời tiết hoạt động độc lập với nhau là mô hình 1 và mô hình 2. Dựa trên dữ liệu quá khứ, độ chính xác của các mô hình được quy định như sau:

- Mô hình 1: Có xác suất dự báo đúng là 80%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,8$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,8$.
- Mô hình 2: Có xác suất dự báo đúng là 90%. Nghĩa là, nếu thực tế trời mưa, xác suất mô hình báo có mưa là $0,9$; nếu thực tế không mưa, xác suất mô hình báo không mưa là $0,9$.

Biết rằng tỷ lệ ngày có mưa trong năm ở khu vực này là 20%.

A Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo sai là $0,2$.

B Trong trường hợp mô hình 1 dự báo không mưa và mô hình 2 dự báo có mưa, xác suất mô hình 1 dự báo đúng thấp hơn xác suất mô hình 2 dự báo đúng.

C Xác suất để cả hai mô hình đều dự báo có mưa là $0,16$.

D Nếu cả hai mô hình đều dự báo trời có mưa thì xác suất để thực tế trời có mưa là $0,9$.

Câu 357. Bác Nghĩa đang giúp con trai sắp xếp 16 cuốn sách ôn thi vào một chiếc kệ 5 ngăn phân biệt, 16 cuốn sách này thuộc 8 môn học khác nhau: Toán, Lý, Hóa, Sinh, Sử, Địa, Văn, Anh. Mỗi môn học gồm đúng 2 cuốn: một cuốn sách giáo khoa và một cuốn sách bài tập.



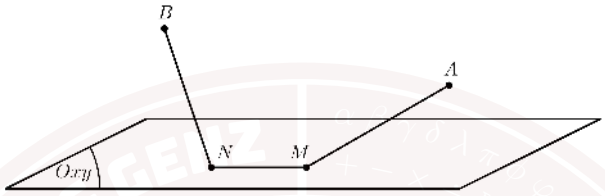
Để việc ôn tập đạt hiệu quả cao nhất theo từng khối thi, bác Nghĩa đặt ra các quy tắc khắt khe sau:

- Do ngăn kệ nhỏ, mỗi ngăn chỉ được chứa tối đa 5 cuốn sách và không được để ngăn nào trống.
- Hai cuốn sách của cùng một môn học phải luôn nằm chung một ngăn với nhau.
- Các môn học trong cùng một tổ hợp môn thi phải nằm ở 3 ngăn liên tiếp để thuận tiện cho việc tra cứu. Các tổ hợp gồm: (Văn, Sử, Địa), (Toán, Lý, Hóa), (Toán, Hóa, Sinh) và (Toán, Lý, Anh).
- Các cuốn sách trong mỗi ngăn được xếp theo hàng ngang với gáy sách quay ra ngoài ở mỗi ngăn, thứ tự từ trái sang phải.

Tổng số cách xếp 16 cuốn sách này vào 5 ngăn kệ thỏa điều kiện trên là T. Tính giá trị của $\dfrac{T}{1024}$?

Câu 358. Một nhóm học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có Hoàng và 5 học sinh nữ trong đó có Lan được xếp thành một hàng dọc. Gọi m là số cách xếp thỏa mãn các học sinh nam nữ đứng xen kẽ nhau sao cho Hoàng và Lan không đứng liên tiếp nhau. Giá trị $\dfrac{m}{32}$ bằng bao nhiêu?

Câu 359. Trong không gian $Oxyz$, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), có hai trạm phát sóng trên không: trạm A đặt trên không tại vị trí $A(1;1;3)$, trạm B đặt trên không tại vị trí $B(10;13;6)$.



Trên mặt đất người ta cần đặt hai trạm thu tín hiệu M và N sao cho khoảng cách giữa hai trạm thu là cố định $MN = 5$, tổng chiều dài dây nối từ trạm A đến M và từ trạm B đến N là ngắn nhất. Khi đó, tổng hoành độ hai điểm M và N bằng

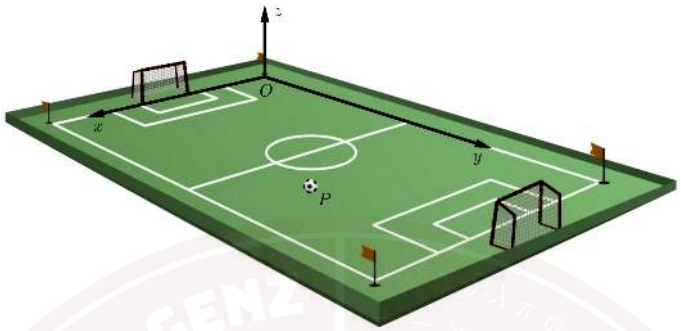
Câu 360. Xét một bảng ô vuông kích thước 3×3. Mỗi ô được điền ngẫu nhiên và độc lập một giá trị từ tập $\{-1;0;1\}$. Biết rằng tổng các số trên mỗi hàng đều bằng 0, gọi p là xác suất để tổng các số trên mỗi cột cũng đều bằng 0. Tính giá trị của $3430p$.

Câu 361. Cho đa giác đều 36 cạnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh trong các đỉnh của đa giác đã cho. Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có 2 góc ở 2 đỉnh liền kề, chung một cạnh của tứ giác là 2 góc tù (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 362. Một bài thi trắc nghiệm có 12 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hú họa một câu trả lời. Tính xác suất để điểm của học sinh này không lớn hơn 4 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

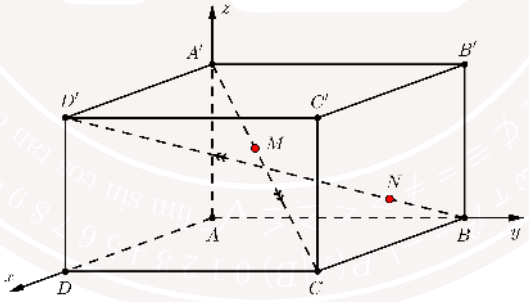
Câu 363. Bạn Tiến làm một bài kiểm tra gồm 20 câu hỏi trắc nghiệm nhiều lựa chọn. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời và chỉ có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 0,5 điểm. Bạn ấy đã làm đúng 15 câu, trong những câu còn lại có 2 câu bạn ấy đã loại được một phương án sai. Do quá sát giờ nộp bài nên bạn ấy đã trả lời bằng cách chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để bạn Tiến được 9 điểm. (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 364. Một sân bóng đá tiêu chuẩn có dạng hình chữ nhật với kích thước đường biên ngang là 68 m, có khung thành rộng 7,32 m và cao 2,44 m nằm ở chính giữa đường biên ngang. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O là điểm đá phạt góc, trục Ox nằm trên đường biên ngang, trục Oy nằm trên đường biên dọc, trục Oz vuông góc với sân bóng (đơn vị trên mỗi trục là mét) như hình vẽ



Một quả bóng được đá từ vị trí $P(6;22;0)$ với vận tốc 28 m/s theo hướng của vectơ $\overrightarrow{v}=(15;-11;1)$ về phía khung thành. Giả sử quả bóng là một điểm, quỹ đạo bay của quả bóng là một đường thẳng và khung thành là một phần của mặt phẳng (Oxz). Thời gian bóng từ vị trí điểm P đến khung thành là bao nhiêu giây? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 365. Trong một gian triển lãm nghệ thuật, người ta thiết kế một không gian hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AD=20$ m, $AB=10$ m, $AA'=5$ m và được gắn vào hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc toạ độ O trùng với điểm A, tia Ox chứa điểm D, tia Oy chứa điểm B, tia Oz chứa điểm A' như hình vẽ



Người ta căng hai sợi dây cáp phát sáng vào hai đường chéo của hình hộp là $A'C$ và BD'. Giá sợi dây cáp là 100 nghìn đồng/mét (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét)

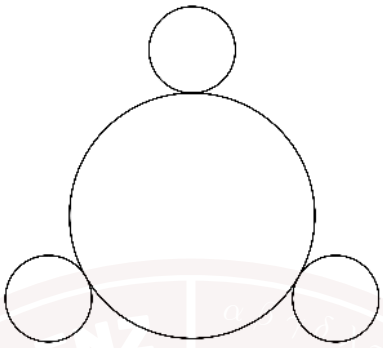
A Toạ độ các điểm $B\,(0;10;0)$, $C\,(20;10;0)$, $A'\,(0;0;5)$, $D'\,(20;0;5)$.

B Tổng số tiền cần để mua hai sợi dây cáp phát sáng nói trên là 2613 nghìn đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

C Mặt phẳng $(A'BC)$ có phương trình $y+2z-10=0$.

D Trên dây $A'C$, một điểm sáng M chuyển động đều từ A' đến C với vận tốc 3 m/s. Đồng thời trên dây BD', điểm sáng N chuyển động đều từ B đến D' với vận tốc 2 m/s. Tính từ khi hai điểm sáng bắt đầu chuyển động đến khi có ít nhất một điểm sáng về đích thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm sáng M và N bằng 3,77 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 366. Cho tập $X=\{1;2;3;...;12\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập X rồi đặt 1 số vào vòng tròn lớn ở chính giữa, đặt 3 số còn lại vào ba vòng tròn nhỏ xung quanh (ba vòng tròn nhỏ không phân biệt vị trí).



Gọi P là xác suất để tổng các số tự nhiên trên hai vòng tròn nhỏ bất kì luôn nhỏ hơn số ở vòng tròn lớn chính giữa đồng thời tổng cả ba số trên ba vòng tròn nhỏ luôn lớn hơn số ở vòng tròn lớn. Tính giá trị của $1980P$.

Câu 367. Một lon sữa cho trẻ em được lấy ra khỏi tủ lạnh và đặt trên bàn để rã đông.



Nhiệt độ của lon sữa tại thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh là $-4°\text{C}$ và sau t giờ, tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa được cho bởi công thức $T'(t)=7\text{e}^{-0,35t}$ ($°\text{C}$/giờ) cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là $10°\text{C}$.

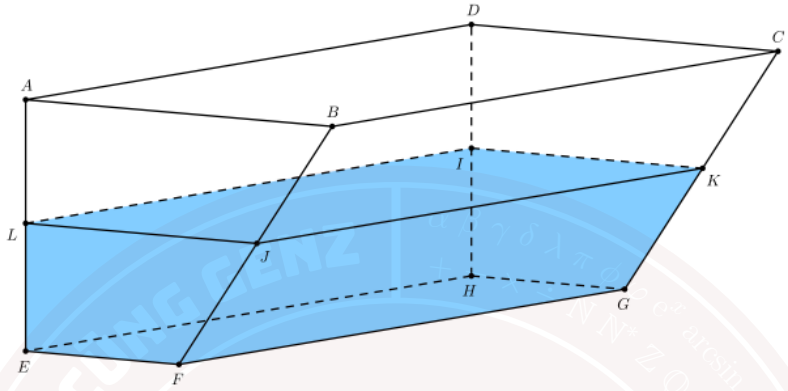
A Sau 2 giờ, tốc độ thay đổi nhiệt độ của lon sữa bằng $3,48°\text{C}$/giờ (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).

B Nhiệt độ của lon sữa tính từ thời điểm lấy ra khỏi tủ lạnh cho đến khi lon sữa đạt nhiệt độ môi trường được tính bởi công thức $T(t)=-20\text{e}^{-0,35t}$.

C Thời gian để lon sữa đạt nhiệt độ môi trường là $3,44$ giờ (làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân của giờ).

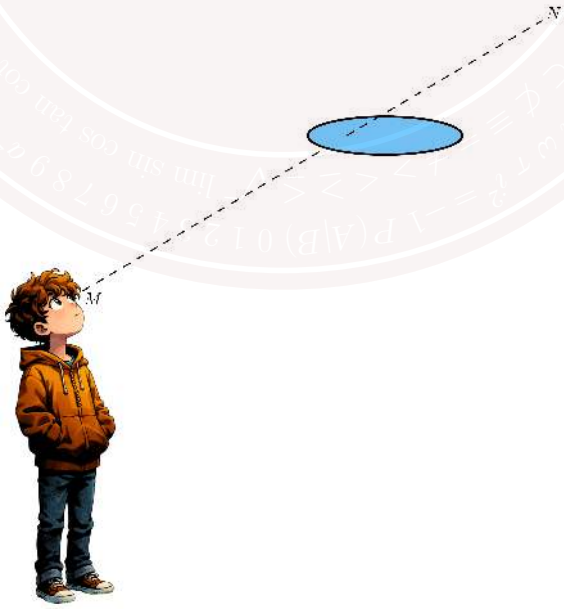
D Ngay sau khi đạt nhiệt độ môi trường, lon sữa được đưa vào máy hâm sữa. Tốc độ tăng nhiệt độ của lon sữa trong máy sau t giờ được xác định bởi $L'(t)=k\text{e}^{-0,22t}$ (k là hằng số). Lon sữa được coi là đạt yêu cầu khi nhiệt độ lon sữa bằng $70°\text{C}$. Biết rằng thời gian cần thiết để hâm nóng lon sữa là 5 phút thì hằng số $k\in(720;730)$.

Câu 368. Cho một bể chứa nước có hình dạng là một lăng trụ đứng $AEFB.DHGC$. Mặt đáy của lăng trụ là hình thang vuông $AEFB$ (vuông tại A và E). Biết rằng chiều dài của bể $AD = 12\,\text{m}$, chiều rộng của mặt bể $AB = 6\,\text{m}$, chiều rộng của đáy bể $EF = 3\,\text{m}$ và chiều cao của bể $AE = 4\,\text{m}$. Bể được bơm nước vào với lưu lượng không đổi $P = 4\,\text{m}^3/\text{giờ}$. Giả sử mặt nước $(IKJL)$ luôn song song với mặt đáy $(HGFE)$ của bể như hình vẽ.



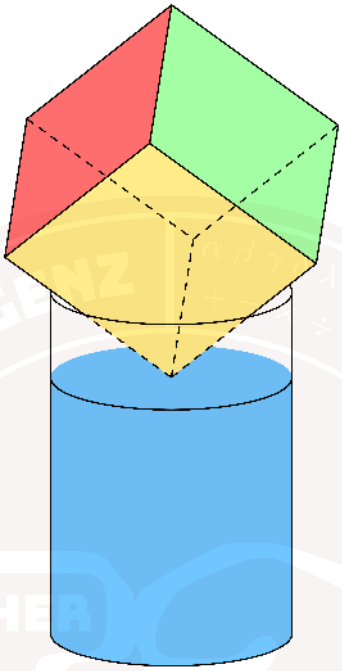
Tính tốc độ tăng chiều cao của mực nước (m/giờ) tại thời điểm $t = 18$ giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 369. Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1;2;3)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(3;6;-12)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 cm). Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn tâm tại gốc tọa độ, bán kính $R = 2$ thuộc mặt phẳng (Oxy) bắt đầu xuất phát đi thẳng theo hướng vectơ $\overrightarrow{j} = (0;1;0)$ với tốc độ không đổi $v = 5\,\text{cm/s}$.



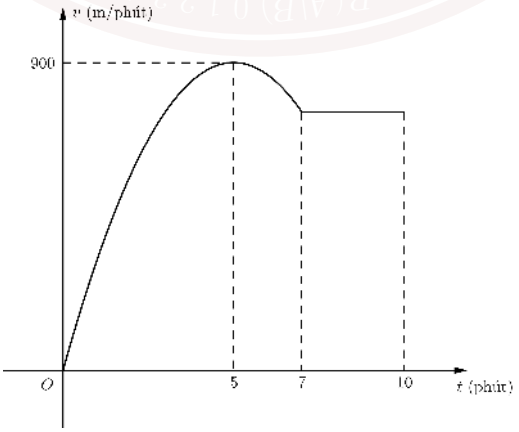
Tính khoảng thời gian mà trong quá trình di chuyển tấm bìa đã che khuất tầm nhìn của người quan sát (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 370. Một cái ly nước hình trụ có chiều cao 9 cm đang chứa một lượng nước bằng $\frac{3}{4}$ thể tích của ly. Bạn A đặt một vật có dạng hình lập phương vào miệng ly thì thấy một đỉnh của vật đó chạm vào mặt nước, đồng thời đường chéo qua đỉnh này của hình lập phương trùng với trục đối xứng của ly như hình vẽ



Nếu ban đầu bạn A đổ nước đầy ly thì sau khi đặt khối lập phương như trên, lượng nước tràn ra là bao nhiêu centimet khối (bỏ qua độ dày của ly)? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 371. Một xe ôtô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động. Trong 7 phút đầu tiên với tốc độ được biểu bị bằng đồ thị là đường cong parabol, biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến tốc độ cao nhất 900 m/phút và bắt đầu giảm tốc độ. Sau khi đi được 7 phút thì xe chuyển động đều được mô tả như hình vẽ.



Quãng đường xe đi được sau 10 phút đầu tiên kể từ khi hết đèn đỏ là bao nhiêu mét?

Câu 372. Một nhóm 12 bạn học sinh đặt mua 12 vé kề nhau trong một hàng có 12 ghế để xem bộ phim "Mưa Đỏ". Tuy nhiên, đến hôm đi xem phim thì 3 bạn bận đột xuất nên chỉ có 9 bạn gồm 4 bạn nam và 5 bạn nữ đi xem phim. Nhân viên rạp chiếu phim sắp xếp ngẫu nhiên cho 9 bạn vào 9 trong 12 ghế đã mua (mỗi bạn một ghế).

A Số cách sắp xếp 9 bạn là 79833600.

B Xác suất để 9 bạn ngồi cạnh nhau là $\dfrac{1}{220}$.

C Xác suất để không có hai ghế trống cạnh nhau là $\dfrac{6}{11}$.

D Xác suất để không có hai bạn nam nào ngồi cạnh nhau là $\dfrac{14}{55}$.

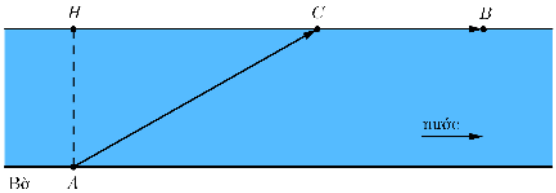
Câu 373. Một đa giác đều 20 đỉnh, tất cả các cạnh của đa giác sơn màu xanh và tất cả các đường chéo của đa giác đó sơn màu đỏ. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh là các đỉnh của đa giác đều trên. Người ta chọn ngẫu nhiên từ X một tam giác. Xác suất để chọn được tam giác có ba cạnh cùng màu là $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $a+b$ bằng

Câu 374. Anh Bảo vừa tốt nghiệp đại học ngành dược và được nhận vào làm việc tại tập đoàn dược mỹ phẩm PBC với một trong hai phương án lương như sau:

- Phương án 1: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 6 triệu đồng so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.
- Phương án 2: lương khởi điểm 10 triệu đồng một tháng, cứ sau tròn 3 năm thì tăng lương mỗi tháng 40% so với mỗi tháng của 3 năm trước đó.

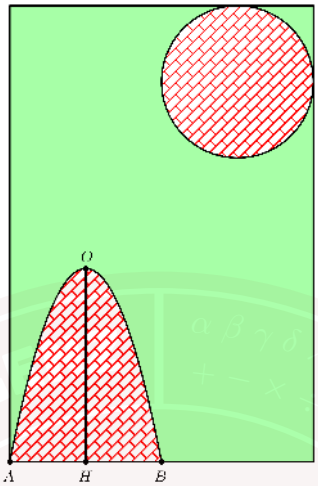
Nếu anh Bảo kí hợp đồng làm việc 20 năm thì sau 20 năm đi làm, tổng tiền lương anh nhận được theo phương án 2 nhiều hơn phương án 1 bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 375. Trong một buổi tập luyện của lính đặc công, một chiến sỹ cần phối hợp bơi và chạy bộ để từ điểm A ở bờ sông bên này đến điểm B về phía hạ lưu của bờ sông bên kia như hình vẽ.



Chiến sỹ dự định bơi thẳng từ điểm A đến một điểm thuộc đoạn HB sau đó chạy từ điểm đó về điểm B. Biết $AH=300$ m, $HB=900$ m, vận tốc dòng nước là 1 m/s, vận tốc bơi của chiến sỹ đối với nước là 1 m/s và vận tốc chạy trên bờ của chiến sỹ là 3 m/s. Hỏi chiến sỹ cần ít nhất bao nhiêu giây để hoàn thành kế hoạch trên? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 376. Một công viên nhỏ trong một khu dân cư có dạng hình chữ nhật với chiều rộng là 46 m và chiều dài là 69 m. Ban quản lý lát gạch phần đất dạng parabol và hình tròn bán kính 11,5 m như hình vẽ.



Phần còn lại sẽ trồng cỏ và cây xanh. Ban quản lý dự định làm một đoạn đường nhỏ nối hai phần lát gạch. Biết $AB = 23$ m và $OH = 33,75$ m, hỏi chiều dài ngắn nhất của đoạn đường đó là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 377. Tại một thành phố, người ta thực hiện xét nghiệm đại trà để phát hiện Virus X. Qua thống kê, tỉ lệ người dân có kết quả xét nghiệm Dương tính (được máy báo là nhiễm bệnh) là 12%. Tuy nhiên, xét nghiệm không chính xác tuyệt đối:

- Trong số những người có kết quả Dương tính, có 5% thực chất là không nhiễm bệnh.
- Trong số những người có kết quả Âm tính (máy báo không nhiễm), có 2% thực chất là đang nhiễm bệnh.

Chọn ngẫu nhiên một người vừa thực hiện xét nghiệm.

A Xác suất để người đó có kết quả Âm tính là 0,98.

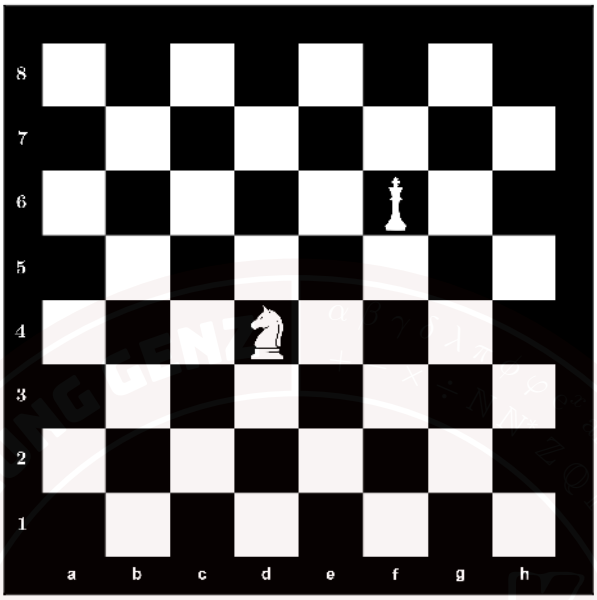
B Xác suất để người đó thực sự không nhiễm bệnh, biết rằng kết quả xét nghiệm là Âm tính, bằng 0,98.

C Xác suất để người đó thực sự không nhiễm bệnh là 0,8684.

D Xác suất để người đó có kết quả Âm tính, biết rằng người đó thực sự không nhiễm bệnh bé hơn 0,99.

Câu 378. Lớp mẫu giáo có 10 em bé, các bé đứng thành vòng tròn và cách đều nhau, đứng ở tâm vòng tròn là cô giáo. Mỗi bé cầm hai cờ, một xanh một đỏ trên mỗi tay. Cô giáo bảo "giơ lên cao một cờ", các bé giơ ngẫu nhiên một cờ. Gọi a là xác suất để không có 4 cờ nào cùng màu được giơ lên ở 4 vị trí mà 4 vị trí ấy là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Giá trị của $\dfrac{2200}{a}$ bằng bao nhiêu?

Câu 379. Trên một bàn cờ vua, Thông và Nghĩa cùng tham gia một trò chơi xác suất thú vị. Họ đặt một quân Mã tại ô D4 và một quân Vua tại ô F6. Quy ước rằng trong trò chơi này, hai quân cờ không ăn nhau.



Trò chơi được tiến hành như sau:

- Thông: Thực hiện hành trình 4 bước đi sao cho các ô đi qua trong 3 bước đầu không trùng nhau và sau bước thứ 4 Mã phải quay về lại đúng vị trí D4 ban đầu.
- Nghĩa: Thực hiện hành trình 3 bước đi và sau bước thứ 3 Vua phải quay về lại đúng vị trí F6 ban đầu.
- Trình tự: Hai quân di chuyển xen kẽ nhau, bắt đầu bằng Mã. Cụ thể: Mã đi bước 1 tiếp đến Vua đi bước 1, Mã đi bước 2 tiếp đến Vua đi bước 2... cho đến khi cả hai hoàn tất hành trình.

Xác suất để trong suốt quá trình di chuyển trên, có ít nhất một thời điểm Mã và Vua cùng đứng trên một ô cờ có dạng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$ $(a,b\in\mathbb{N}^*)$. Hãy tính giá trị của $b-5a$?

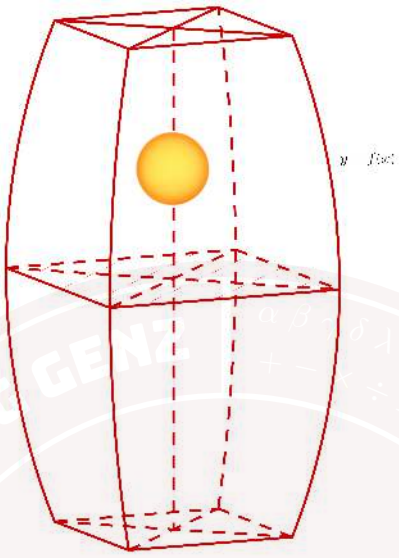
Cách di chuyển của quân Mã: Mã di chuyển theo đường chéo của hình chữ nhật 2×3 ô vuông (hoặc 3×2 ô vuông).

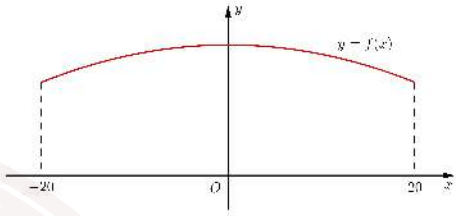
Cách di chuyển của quân Vua: Vua có thể di chuyển sang bất kỳ ô liền kề chung cạnh hoặc chung đỉnh xung quanh nó theo hướng ngang, dọc hoặc chéo.

Câu 380. Trong dịp Tết Nguyên Đán, bạn Kiên nhận được tiền lì xì ngày mùng 1 là 3000000 đồng. Kể từ mùng 2, mỗi ngày tiền lì xì giảm 300000 đồng so với ngày trước đó. Nhưng đến ngày mùng 3 mẹ bạn Kiên lại nói "Để mẹ giữ tiền cho sau này cưới vợ thì mẹ đưa" nên bạn Kiên quyết định bắt đầu từ ngày hôm đó ngày nào cũng đưa cho mẹ X triệu. Tính X (đơn vị: triệu đồng) để hết ngày mùng 9, Kiên còn lại đúng 5000000 đồng.

Câu 381. Cận kề ngày Tết Nguyên Đán, bác Nghĩa muốn thiết kế một đèn lồng cao 40 cm để treo lên ở hiên nhà. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao vuông góc với trục thẳng đứng của đèn lồng luôn là một hình vuông như hình vẽ.







Mặt đáy và đỉnh của đèn lồng là hình vuông có cạnh $L_0 = 10\sqrt{2}$ cm. Mặt cắt ngang tại vị trí rộng nhất của của đèn lồng là hình vuông (hình vuông có diện tích lớn nhất) có cạnh $L_{\max} = 14\sqrt{2}$ cm. Mặt cắt của đèn lồng theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong Parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của đèn lồng. Một đường cong Parabol $y = f(x)$ trong bốn đường cong để tạo ra khung đèn lồng được gắn trong hệ trục Oxy với trục Ox biểu diễn chiều cao của chiếc đèn lồng (đơn vị mỗi trục là 1 cm)

A Diện tích lớn nhất của mặt cắt ngang hình vuông, vuông góc với trục thẳng đứng bằng 196 cm^2.

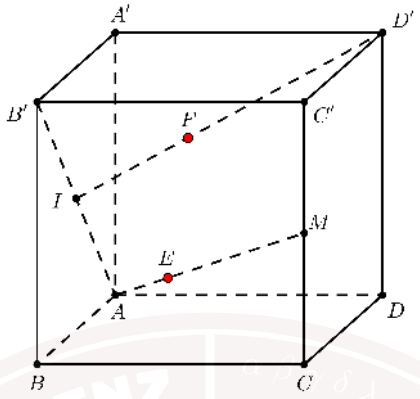
B Phương trình của đường cong Parabol $f(x) = -\dfrac{x^2}{100} + 14$.

C Tính thể tích của chiếc đèn lồng đó là 12,95 lít (làm tròn đến hàng phần trăm).

D Để đảm bảo an toàn, bác Nghĩa treo một chiếc bóng đèn sợi đốt hình cầu có tâm (được xem là một điểm) đặt trên trục thẳng đứng của lồng đèn và cách đáy 28,7 cm. Bác quy định rằng để tránh làm cháy lớp giấy dán, khoảng cách từ mặt bóng đèn đến bất kỳ điểm nào trên lồng đèn phải ít nhất là 7 cm. Bác có thể chọn chiếc bóng đèn có bán kính lớn nhất là 2,2839 cm (làm tròn đến bốn chữ số sau dấu phẩy).

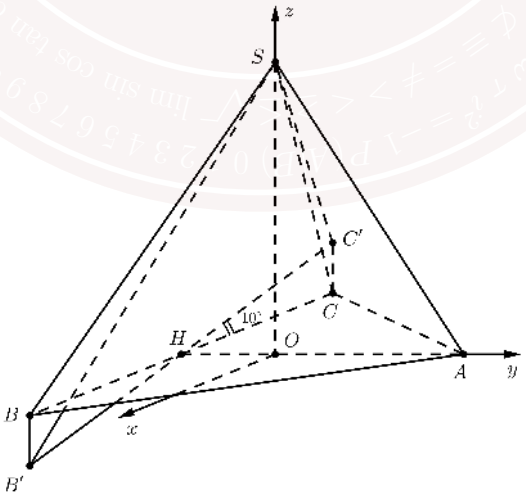
Câu 382. Một nghệ nhân có 9 chiếc đèn lồng với độ dài dây treo (cm) lần lượt là 10, 20, 30, ..., 90. Khung đèn là một tam giác đều ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CA. Nghệ nhân chọn ngẫu nhiên 6 chiếc đèn và gán ngẫu nhiên vào 6 vị trí A, B, C, M, N, P (mọi cách gán là đồng khả năng). Để khung đèn đạt độ cân đối hoàn hảo, trên mỗi cạnh tam giác, chiều dài dây treo của đèn ở giữa phải bằng trung bình cộng chiều dài dây treo của hai đèn ở hai đầu mút cạnh đó. Xác suất để thỏa mãn điều kiện ngay lần chọn và gán đầu tiên là k. Giá trị của $\dfrac{6}{k}$ bằng bao nhiêu?

Câu 383. Trong căn phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 5 m, chiều cao của phòng là 6 m, có hai con nhện đang di chuyển trên 2 dây tơ khác nhau.



Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC', còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con nhện bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 384. Trong bảng thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kĩ sư thiết kế các trụ điện cao 120 m. Để giữ thăng bằng cho trụ điện, người ta kéo dây cáp nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất tại các điểm A, B, C sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm tiếp đất bằng $40\sqrt{3}$ m. Tuy nhiên trong thực tế, do sườn núi dốc 10° so với mặt biển nên vị trí tiếp đất của dây cáp tại A, B', C' (BB', CC' song song thân trụ điện) như hình vẽ.



Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O trùng với chân trụ điện, (Oxy) song song với mặt biển, A thuộc tia Oy, trục Oz hướng lên trên. Khi đó, tổng độ dài của ba dây cáp SA, SB', SC' bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét)

Câu 385. Trong một góc nhà xưởng, nền và hai vách vuông góc đôi một; đỉnh cọc tiếp địa là A có khoảng cách vuông góc đến nền, vách 1, vách 2 lần lượt 45 cm, 75 cm, 75 cm.



Người thợ lắp một tấm ván khuôn (coi như một mặt phẳng) đi qua A, các mép tấm ván áp sát và bịt kín với nền và hai vách để tạo một khối bê tông dạng tứ diện (có ba mặt trùng với nền và hai vách). Tính thể tích nhỏ nhất của khối bê tông (đơn vị m^3). (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 386. Thầy An là một thủ khoa xuất sắc được tuyển đặc cách vào một trường THPT ở thủ đô. Sau thời gian tập sự, thầy chính thức bắt đầu tính thâm niên biên chế từ ngày 01/01/2020. Năm 2020 (năm thứ nhất), tổng thu nhập ở trường của thầy An là 60 triệu đồng/năm. Giả định mức tăng lương hàng năm là cố định 6 triệu đồng/năm cho mọi năm tiếp theo (bao gồm tăng lương cơ sở và thâm niên). Nhờ được ở nhà công vụ miễn phí và sống tối giản, mỗi năm thầy dành đúng 50% tổng thu nhập hàng năm gửi tiết kiệm để mua nhà (lãi tiền gửi đều rút ra để chi tiêu, không nhập gốc và không tính vào thu nhập). Đầu năm 2020, thầy nhắm một căn hộ giá 1500 triệu đồng. Do nhu cầu thị trường, giá căn hộ này liên tục tăng 10% so với giá cuối năm trước (giá cập nhật vào ngày cuối cùng hàng năm, tức ngày 31/12). Đầu năm 2025, thầy chốt mua căn hộ trên với giá giao dịch bằng giá thị trường tại thời điểm mua, làm tròn đến hàng triệu đồng. Khi mua, ngoài tiền tiết kiệm tích lũy 5 năm (giai đoạn 2020 - 2024), thầy được gia đình hỗ trợ đúng 1400 triệu đồng. Số tiền thiếu vay ngân hàng lãi suất cố định 7%/năm trong 35 năm (không thay đổi lãi suất ưu đãi dành cho nhân tài ngành giáo dục). Ngân hàng đưa ra 2 phương án: Phương án 1 là trả một số tiền cố định (gồm cả gốc và lãi); phương án 2 là trả gốc chia đều 35 năm, cộng với tiền lãi tính trên dư nợ thực tế đầu năm đó. Các phương án đều tính lãi theo năm, trả nợ vào cuối của mỗi năm, kỳ đầu tiên 31/12/2025. Các tính toán vay và trả nợ, kết quả được làm tròn đến hàng triệu đồng gần nhất.

A Giá niêm yết của căn hộ tại thời điểm thầy An chốt mua (đầu năm 2025) là 2250 triệu đồng.

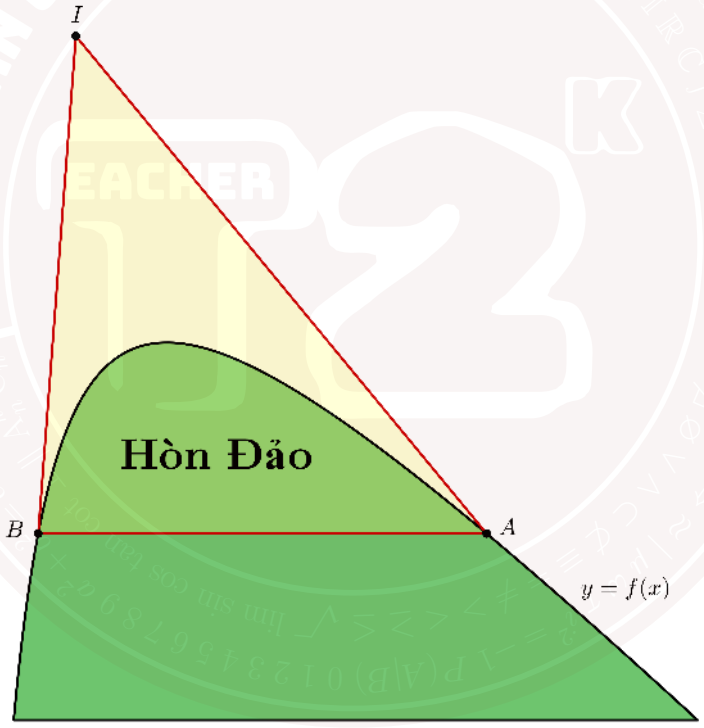
B Số tiền thầy An phải vay ngân hàng là 670 triệu đồng.

C Tổng số tiền phải trả cả gốc và lãi sau 35 năm của hai phương án chênh nhau hơn 370 triệu.

D Gọi một năm (từ 2025) là thâm hụt nếu tiền trả nợ cuối năm lớn hơn 50% thu nhập năm đó. Khi đó, số năm thâm hụt liên tiếp từ 2025 theo phương án 2 nhiều hơn đúng 2 năm so với phương án 1.

Câu 387. Một nhà máy tung ra thị trường dòng drone phun thuốc tự động. Nhà máy có công suất tối đa là 350 chiếc/quý. Phòng kinh doanh đưa ra hai tham số tài chính quan trọng cho việc sản xuất và tiêu thụ hết x chiếc drone ($x \in \mathbb{N}^*$, $x \leq 350$) trong một quý như sau: Giá bán mỗi chiếc drone được xác định theo hàm cầu $P(x) = 120 - 0,2x$ (đơn vị: triệu đồng/chiếc). Chi phí vận hành cố định là 1000 triệu đồng. Chi phí linh kiện: Giá gốc là 50 triệu đồng/chiếc, nếu sản xuất trên 100 chiếc thì chi phí linh kiện giảm xuống chỉ còn 40 triệu đồng/chiếc (áp dụng cho toàn bộ lô hàng). Hỏi lợi nhuận sau thuế nhà máy lớn nhất đạt bao nhiêu triệu đồng? (Biết thuế 10% tính trên lợi nhuận dương)

Câu 388. Trong hệ trục Oxy (đơn vị mỗi trục là 100 m) đường biên của một Hòn đảo được mô hình hóa bởi hàm số $f(x) = \dfrac{-x^2 + 10x - 12}{x}$ $(x > 0)$. Ban quản lý Hòn Đảo muốn quây một vùng tam giác an toàn để người dân có thể vui chơi và tắm biển ở khu vực đó.



Đặt cố định một điểm ngoài biển tại tọa độ $I(2;6)$ sau đó căng 2 tấm lưới bảo vệ IA, IB với hai điểm A, B $(x_A > x_B > 0)$ nằm trên đường biên và luôn thỏa mãn $AB \parallel Ox$.

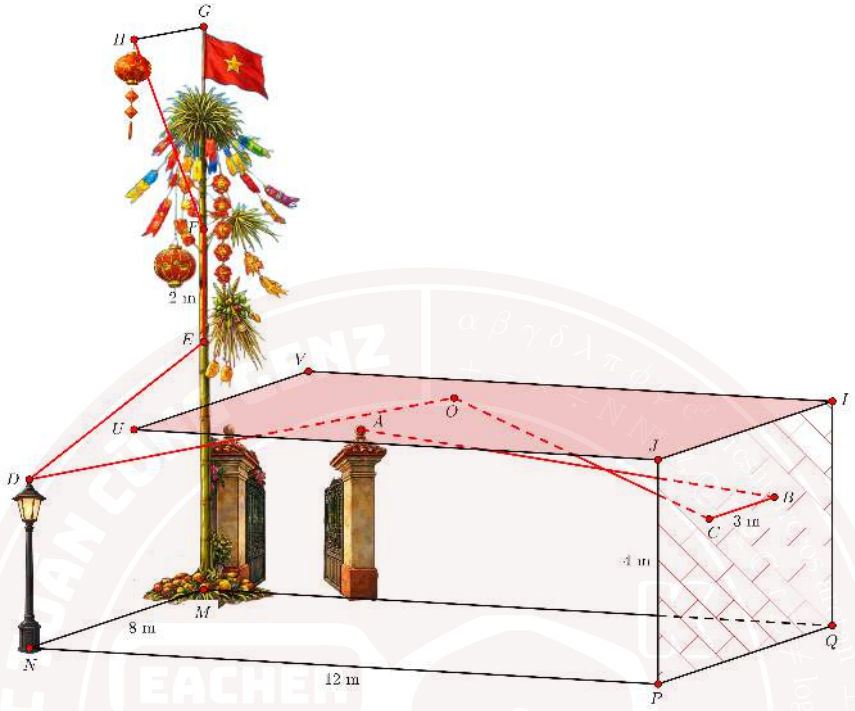
A Đỉnh cao nhất của Hòn đảo (điểm cực đại của đồ thị hàm số) cách điểm I một khoảng 327 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

B Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{-x^2 + 10x - 12}{x}$ là $M(0;10)$.

C Quãng đường ngắn nhất từ hòn đảo đến điểm I là 317 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

D Nếu điều chỉnh dây phao sao cho khoảng cách từ trạm I đến dây phao AB bằng đúng chiều dài dây phao AB thì diện tích vùng an toàn ΔIAB là 80000 m^2.

Câu 389. Cận kề ngày Tết cổ truyền, anh Nghĩa dự định trang trí hệ thống đèn Led cho khoảng sân nhà hình chữ nhật $MNPQ$ có chiều dài $MQ = 12\,\text{m}$, $MN = 8\,\text{m}$. Để cung cấp điện cho hệ thống đèn Led, anh Nghĩa đi dây điện theo trình tự $A \to B \to C \to O \to D \to E \to F \to H$ như hình vẽ



Trong đó, điểm A nằm trên cột cổng cao 3 m, vị trí chân cột cách cây Nêu 3 m và chân cột nằm trên đoạn MQ; đoạn BC nằm trên bức tường hình chữ nhật $PQIJ$ có $PJ = 4\,\text{m}$ (bức tường vuông góc với mặt đất), $BC = 3\,\text{m}$ và $BC \parallel IJ$; điểm O nằm trên mái che hình chữ nhật $IJUV$ có $JU = 10\,\text{m}$ (mái che song song với mặt đất); cột đèn đặt tại góc N và điểm D nằm trên cột đèn cao 3 m; điểm E, F nằm trên thân cây Nêu sao cho $EF = 2\,\text{m}$, cây Nêu MG vuông góc với đất tại M, chiều cao $MG = 10\,\text{m}$; điểm H cách đỉnh G một khoảng $HG = 0,5\,\text{m}$ (HG song song với mặt đất). Tổng độ dài dây điện ngắn nhất mà anh Nghĩa cần sử dụng để hoàn thành hệ thống đèn trang trí này là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 390. Nhân dịp năm mới, cô giáo chuẩn bị 40 bao lì xì may mắn gồm ba loại: loại I có 12 bao, mỗi bao chứa 50 nghìn đồng; loại II có 10 bao, mỗi bao chứa 20 nghìn đồng; loại III là các bao còn lại, mỗi bao chứa 10 nghìn đồng. Ba học sinh An, Bình, Chi theo thứ tự lần lượt lên bốc thăm, mỗi người chỉ bốc đúng một bao lì xì và không hoàn lại. Biết các kết quả tính xác suất được làm tròn đến hàng phần trăm.

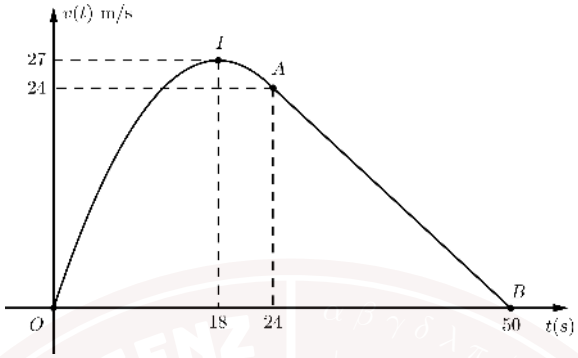
A Xác suất An bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,45$.

B Xác suất Bình bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,45$.

C Biết Bình bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng, xác suất để An bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,44$.

D Xác suất để có ít nhất một bạn bốc được bao lì xì 10 nghìn đồng là $0,84$.

Câu 391. Trong một thử nghiệm ô tô xuất phát từ trạng thái nghỉ. Người lái điều khiển xe đạt vận tốc cực đại tại $t = 18$ giây, rồi giảm tốc và dừng hẳn. Toàn bộ quá trình kéo dài 50 giây. Đồ thị vận tốc $v(t)$ (m/s) theo thời gian $t(s)$ như hình vẽ.



Trong đó, đoạn $[0;24]$ đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(18;27)$ và đi qua điểm O; đoạn $[24;50]$ đồ thị là đoạn thẳng AB với $A(24;24)$ và $B(50;0)$.

A Trong 24 giây đầu tiên, vận tốc của ô tô luôn tăng.

B Trong 24 giây đầu tiên, có một thời điểm mà gia tốc của ô tô bằng $2\,\text{m/s}^2$.

C Gọi giai đoạn 1 là $[0;24]$, giai đoạn 2 là $(24;50]$. Độ lớn gia tốc của ôtô ngay trước thời điểm kết thúc giai đoạn 1 ($t = 24$ giây) lớn hơn độ lớn gia tốc của ô tô trong suốt giai đoạn 2 (từ 24 giây đến 50 giây).

D Quãng đường xe đi được trong 26 giây cuối lớn hơn 70% quãng đường xe chạy trong 24 giây đầu tiên.

Câu 392. Một hộ gia đình muốn xây dựng một kho chứa mini dạng khối tứ diện $OABC$ tận dụng góc tường nhà (với O là góc tường và ba cạnh OA, OB, OC nằm trên ba mép tường vuông góc). Để lắp đặt hệ thống thông gió, mặt phía trước của kho (mặt phẳng (ABC)) bắt buộc phải đi qua một van điều tiết đặt tại vị trí M có tọa độ $M(1;2;1)$ (đơn vị tính là mét).



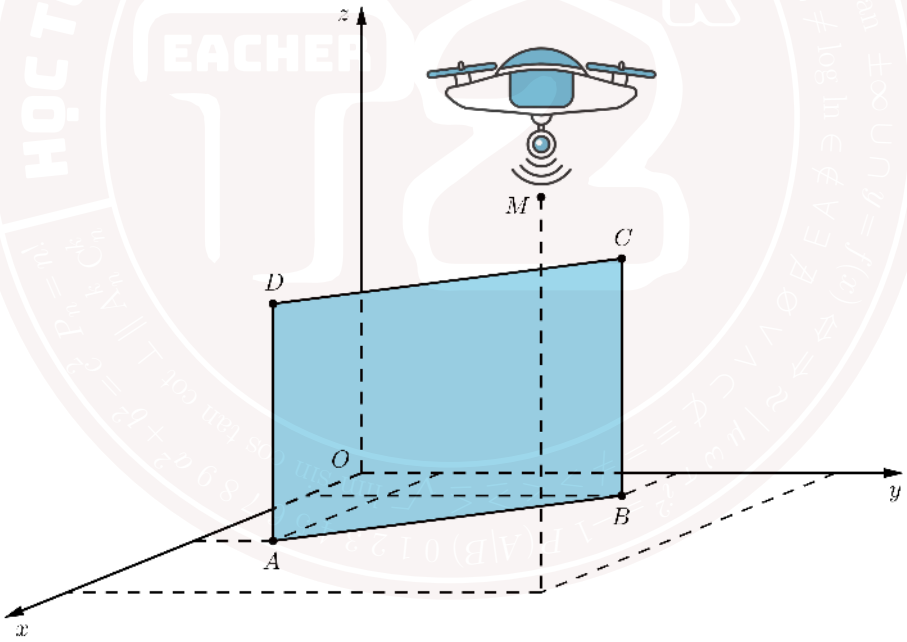
Gia đình muốn thiết kế kho sao cho thể tích của kho là nhỏ nhất để không làm ảnh hưởng quá nhiều đến diện tích sinh hoạt của sân chung. Khi kho được thiết kế với thể tích nhỏ nhất, hãy tính khoảng cách từ góc tường O đến mặt phẳng (ABC).

Câu 393. Trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1 km), tại thời điểm 8 giờ sáng, hai máy bay A và B có vị trí và lộ trình chuyển động như sau:

- Máy bay A đang ở vị trí $M(0;0;9)$ và bay thẳng đều theo hướng đến điểm $N(1200;0;9)$ với tốc độ hành trình $v_1 = 800\,\text{km/h}$.
- Máy bay B đang ở vị trí $P(103;-97;12)$ và bay thẳng đều theo hướng đến điểm $Q(703;103;12)$ với tốc độ hành trình $v_2 = 200\sqrt{10}\,\text{km/h}$.

Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay A và máy bay B trong quá trình bay là bao nhiêu km? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

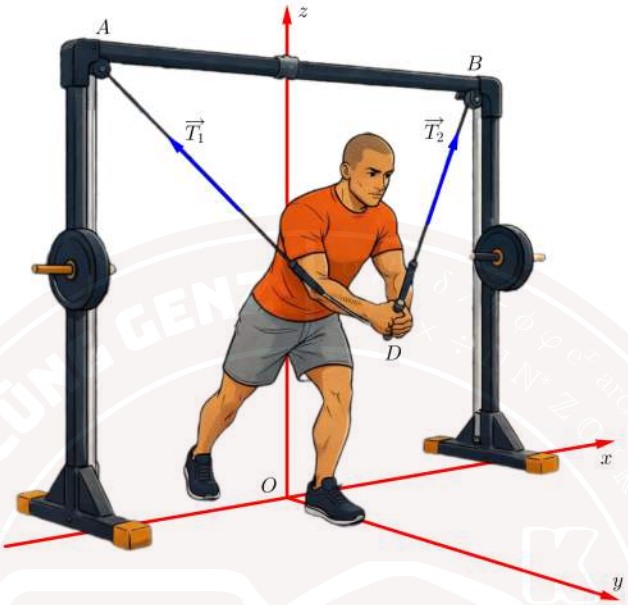
Câu 394. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao 3 m được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) và hai điểm $A(3;1;0)$, $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với 1 m. Một trạm phát sóng được đặt tại $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chắn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng như hình vẽ.



Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận tốc $0,8\,\text{m/s}$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 395. Xét một đa giác đều có 60 đỉnh. Có bao nhiêu đa giác đều có các đỉnh là một trong các đỉnh của đa giác đều đã cho?

Câu 396. Bạn Mạnh rất yêu thích tập Gym và bạn thường thực hiện bài tập ép ngực với máy tập cáp chéo có tên Tiếng Anh là "Cable Crossover". Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét có gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trên sàn ngay chính giữa hai trụ của máy tập, các trục Ox, Oy, Oz được chọn như hình vẽ.



Các ròng rọc của hai dây cáp được gắn tại các điểm $A(-1,4;0;1,9)$ và $B(1,4;0;1,9)$. Khi tập thì Mạnh kéo và giữ hai tay cầm tại điểm $D(0;0,8;1,2)$ và tại đó hai tay sẽ chịu tác dụng của hai lực căng $\vec{T}_1$ và $\vec{T}_2$. Biết rằng mức tạ được cài đặt sao cho độ lớn lực căng trên mỗi sợi dây cáp đều là 330 N (làm tròn đến hàng phần trăm)

A Chiều dài đoạn dây cáp tính từ ròng rọc A đến tay cầm D bằng $1,76$ m.

B Vectơ hợp lực tác dụng lên tay Mạnh có phương song song với trục Oz.

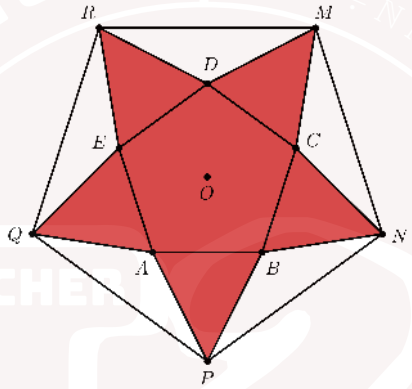
C Để giữ yên hai tay tại vị trí D thì Mạnh phải tác dụng một lực giữ có độ lớn bằng $369,52$ N.

D Để tối ưu hóa nhóm cơ ngực, huấn luyện viên yêu cầu Mạnh điều chỉnh vị trí giữ tay (thay đổi tung độ y của điểm D) sao cho góc tạo bởi hai dây cáp tại D đúng bằng 90°. Biết cao độ của tay vẫn giữ nguyên ở $z_D = 1,2$ m thì khi đó Mạnh cần giữ tay cầm ở vị trí sao cho $y_D = 1,21$ m.

Câu 397. Trong kế hoạch vận hành thử nghiệm phân đoạn dài 290 km thuộc dự án đường sắt tốc độ cao, các kỹ sư cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho đoàn tàu ($200 \le v \le 350$) để đạt hiệu quả kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của đoàn tàu là $P(v) = 5v^3$ W. Giá điện kinh doanh ưu đãi là 2 nghìn đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân lực, bảo trì và các chi phí quản lý khác, được tính là 197780 nghìn đồng cho mỗi giờ tàu chạy. Số lượng khách mua vé phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số $N(v) = v + 610$ (hành khách). Giá vé bình quân cho phân đoạn này là 1 triệu đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến tàu trên phân đoạn này là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 398. Có hai chuồng A và B. Chuồng A ban đầu có 9 con dê trắng và 8 con dê đen. Chuồng B ban đầu có 5 con dê trắng và 6 con dê đen. Các con dê được xem như nhau về kích thước và khả năng bị chọn. Người ta bắt ngẫu nhiên đồng thời 3 con dê từ chuồng A chuyển sang chuồng B. Sau đó, từ chuồng B bắt ngẫu nhiên 2 con dê ra kiểm tra. Biết rằng cả 2 con dê bắt ra đều là dê trắng. Hỏi xác suất để cả 2 con dê trắng đó đều là dê chuyển từ chuồng A sang là bao nhiêu phần trăm? (kết quả làm tròn đến hai chữ số ở phần thập phân).

Câu 399. Có một tấm bìa hình ngũ giác đều $MNPQR$ tâm O cạnh bằng 30 cm, cắt bỏ 5 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của ngũ giác đều ban đầu, đỉnh là đỉnh của ngũ giác đều bên trong như hình vẽ rồi gập lên thành một khối chóp ngũ giác đều có cạnh đáy bằng x (cm).



Tìm x để thể tích tạo thành là lớn nhất.

Câu 400. Một người môi giới bất động sản có 8 chìa khóa để mở 8 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 3 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 3 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 401. Cho một bể chứa nước và ban đầu chưa có nước. Người ta bắt đầu bơm nước vào bể với lưu lượng là $L_1(t) = 6t + 3$ (lít/phút). Cùng lúc đó, do bể có một vết nứt dưới đáy nên nước bị chảy ra ngoài với lưu lượng là $L_2(t) = 2t$ (lít/phút). Dung tích tối đa của bể là 2015 lít. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai?

A Nếu bơm được 30 phút và dừng thì lượng nước trong bể chưa đầy bể.

B Thể tích nước được bơm vào bể trong 5 phút đầu tiên là 90 lít.

C Thể tích nước chảy ra từ bể trong 5 phút đầu tiên là 10 lít.

D Khi nước chảy vào vừa làm đầy bể, thì đã có nhiều hơn 900 lít nước bị chảy ra ngoài (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 402. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 403. Một công ty bất động sản thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua ở mức giá nào cho một căn nhà, để tiến hành dự án xây dựng khu đô thị mới sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/m^2)	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$	$[26;30)$
Số khách hàng	75	105	197	80	43

A Phương sai xấp xỉ $20,52$.

B Biết rằng công ty sẽ xây dựng phân khúc nhà giá rẻ cho 25% số khách hàng có nhu cầu mua ở mức giá thấp nhất theo khảo sát, xây dựng phân khúc nhà giá cao cấp cho 25% số khách hàng có nhu cầu mua ở mức giá cao nhất theo khảo sát. Tuy nhiên trước hết sẽ ưu tiên xây dựng phân khúc nhà tầm trung hướng tới 50% số khách hàng còn lại. Khi đó theo khảo sát, độ chênh lệch giá cao nhất và giá thấp nhất (đúng đến hàng phần mười, đơn vị triệu đồng) dành cho phân khúc nhà tầm trung là $6,1$ triệu.

C Tứ phân vị thứ ba là 25.

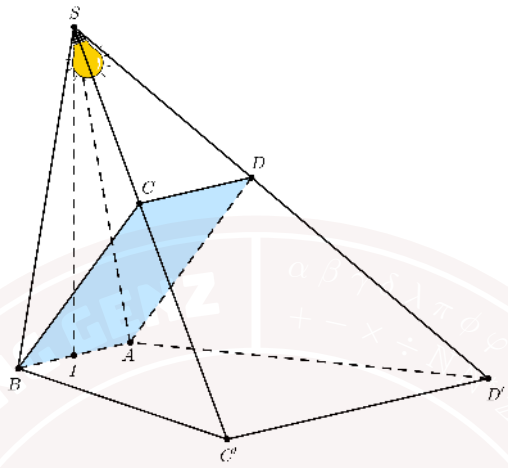
D Độ dài mỗi nhóm là 4.

Câu 404. Một cơ sở sản xuất thiết bị cứu hộ chế tạo một chiếc phao cứu sinh như hình vẽ.



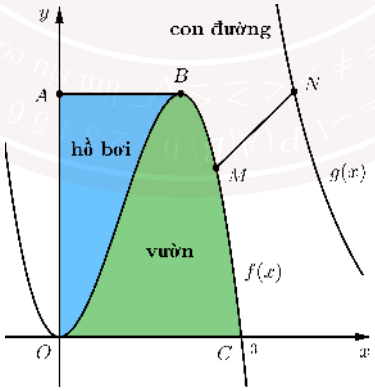
Khi đó, theo mặt cắt qua tâm, người ta thấy, bán kính ngoài của phao bằng 35 cm, bán kính trong của phao bằng 25 cm. Phao được làm từ một loại vật liệu đồng nhất, có khối lượng riêng bằng $0,05\,\text{g/cm}^3$ (coi phao là khối đặc, không có khoang rỗng bên trong). Tính khối lượng của chiếc phao (đơn vị kg), biết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, số π nhận giá trị bằng $3,1416$.

Câu 405. Một tấm pin năng lượng mặt trời hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 2\,\text{m}$ và $BC = 3\,\text{m}$. Tấm pin được đặt nghiêng sao cho cạnh AB nằm sát trên mặt đất phẳng. Một bóng đèn (xem như một điểm) được đặt tại vị trí S cao $4\,\text{m}$ có hình chiếu vuông góc lên mặt đất trùng với trung điểm I của cạnh AB.



Vào buổi tối khi bật đèn lên bóng của tấm pin trên mặt đất tạo thành một hình thang cân $ABC'D'$ (với C', D' lần lượt là bóng của C, D). Biết rằng hình thang cân $ABC'D'$ có chiều cao bằng $4,5\,\text{m}$. Diện tích lớn nhất của hình thang cân $ABC'D'$ là bóng của tấm pin trên mặt đất bằng bao nhiêu mét vuông? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 406. Anh Nghĩa có một mảnh đất dạng hình thang cong $OABC$ (B là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$) được mô hình hóa trong mặt phẳng Oxy (đơn vị mỗi trục là $10\,\text{m}$). Anh Nghĩa chia mảnh đất hình thang cong $OABC$ thành 2 phần để làm hồ bơi và làm vườn trồng cỏ được ngăn cách bởi một phần của đồ thị hàm bậc ba $y = f(x)$ như hình vẽ.



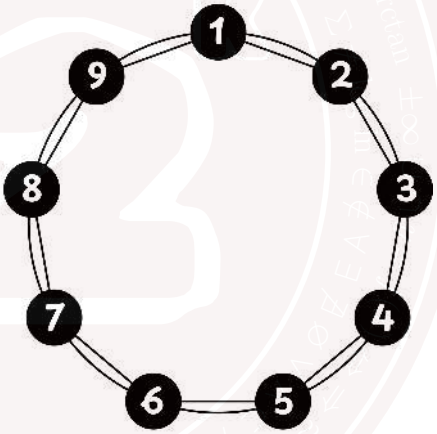
Biết đơn giá làm hồ bơi là 400000 đồng/m^2, đơn giá trồng cỏ là 200000 đồng/m^2. Tổng chi phí anh Nghĩa phải trả là 295 triệu đồng. Bên cạnh đó có một con đường nhựa được mô hình hóa bằng hàm $g(x) = \dfrac{15}{x-2} - \dfrac{159}{40}$ $(x > 2)$. Anh Nghĩa muốn làm một đoạn đường MN đi từ Vườn anh Nghĩa đến con đường nhựa đó. Độ dài ngắn nhất của đoạn đường MN mà anh Nghĩa muốn làm là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 407. Một hộp đựng 30 lá thăm khác nhau được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 lá thăm từ hộp. Tính xác suất để trong 4 lá thăm được chọn có ít nhất 2 lá thăm là số nguyên tố và tổng của 4 số đó là một số chẵn (làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 408. Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoản chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây dự trữ trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản trái cây trong kho tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày là thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Câu 409. Một kỹ sư tiến hành lắp ráp một rotor của động cơ phản lực. Rotor có 9 khe cắm cánh quạt được đánh số cố định từ 1 đến 9 theo vòng tròn như hình vẽ.





Khoảng cách giữa các khe đều nhau, tạo thành các đỉnh của một đa giác đều có 9 cạnh. Do sai số chế tạo, 9 cánh quạt có khối lượng thực tế là các số nguyên phân biệt từ 1 gam đến 9 gam. Để đảm bảo rotor cân bằng động học khi quay, kỹ sư lựa chọn phương án lắp đặt thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- Chia 9 cánh quạt thành 3 nhóm (mỗi nhóm 3 cánh).
- Mỗi nhóm được lắp vào 3 khe cắm tạo thành một tam giác đều (ba khe cắm tạo thành một tam giác đều khi và chỉ khi chúng cách nhau đúng 3 khe theo vòng tròn).
- Tổng khối lượng của 3 cánh quạt trong mỗi nhóm phải bằng nhau.

Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 cánh quạt vào 9 khe cắm thỏa mãn các điều kiện kỹ thuật trên? (Hai cách sắp xếp được coi là khác nhau nếu có ít nhất một cánh quạt ở một vị trí khe cắm khác nhau, không đồng nhất các cách lắp khác nhau bởi phép quay hay phép đối xứng của rotor).

Câu 410. Một cơ quan X chuẩn bị tổ chức cho 500 người đi tham quan trải nghiệm. Để chuẩn bị cho chuyến đi, cơ quan cần vận chuyển tổng cộng 29 tấn hàng hóa (bao gồm vật dụng, thực phẩm...). Công ty vận tải báo giá cho thuê xe như sau:

- Xe lớn: Có thể chở tối đa 50 người và 2 tấn hàng. Chi phí thuê là 10 triệu đồng/xe. Công ty có 13 xe loại này.
- Xe nhỏ: Có thể chở tối đa 30 người và 3 tấn hàng. Chi phí thuê xe là 7 triệu đồng/xe. Công ty có 15 xe loại này.

Sau khi tính toán, cơ quan X chọn phương án để chi phí thuê xe là thấp nhất. Số tiền thuê xe thấp nhất mà cơ quan X phải trả là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 411. Một cuộc diễn tập phòng không được đặt trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ với 1 đơn vị độ dài trên các trục tính bằng 1 km trên thực tế. Một bệ phóng tên lửa phòng không được đặt tại vị trí $O(0;0;0)$ và tên lửa bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi là 600 m/s. Một máy bay không người lái bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi là 1080 km/h và bay theo hướng của vectơ $\overrightarrow{u} = (-3;4;0)$. Khi phát hiện máy bay không người lái tại vị trí $A(6;-20;1)$ thì tên lửa khai hỏa, rời bệ phóng và sau đó bắn hạ được mục tiêu. Hỏi khoảng cách từ bệ phóng tên lửa đến vị trí máy bay không người lái bị bắn hạ bằng bao nhiêu km? Giả sử cả máy bay không người lái và tên lửa đều không chịu tác động của trọng lực hay lực cản không khí (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

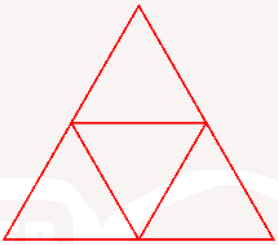
Câu 412. Một chi tiết máy mẫu bằng nhựa đúc đặc có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 20 cm. Do bị lỗi kỹ thuật, bên trong chi tiết này có một khoang rỗng. Để kiểm tra, kỹ sư thả chìm hoàn toàn chi tiết máy vào một bể chứa dung dịch chống gỉ có dạng hình lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh bằng 30 cm. Khi đó, mực dung dịch trong bể dâng thêm 2 cm và dung dịch đã tràn vào và lấp đầy khoang rỗng bên trong.



Sau khi vớt chi tiết ra và lau khô bề mặt, khối lượng của nó tăng thêm 160 gam so với ban đầu. Biết khối lượng riêng của dung dịch là $0,8\,\text{g/cm}^3$. Hãy tính độ dài cạnh bên của hình chóp nói trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 413. Một nông trại dâu tây sạch tại Đà Lạt (Bên A) ký hợp đồng cung cấp độc quyền cho một chuỗi cửa hàng tại TP.HCM (Bên B). Dựa trên dữ liệu thị trường, bên B dự tính rằng nếu mỗi ngày nhập và bán hết x (kg) dâu tây ($0 < x < 150$), thì tổng doanh thu bán lẻ là $R(x) = 300x - x^2$ (nghìn đồng). Tuy nhiên, để vận hành việc bán hàng (bảo quản, nhân sự, mặt bằng...), bên B phải chịu chi phí vận hành (không bao gồm tiền nhập hàng) là $C(x) = x^2 + 20x + 500$ (nghìn đồng). Bên A sẽ quyết định mức giá bán sỉ là p cho bên B. Giả sử bên B là đơn vị kinh doanh tối ưu, họ sẽ luôn chọn lượng nhập hàng là x sao cho lợi nhuận thu được là cao nhất ứng với mức giá p. Hãy xác định mức giá sỉ p (nghìn đồng) mà nông trại nên thiết lập để tổng doanh thu của nông trại từ việc bán hàng cho bên B là lớn nhất. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 414. Cho 4 tam giác như hình vẽ.



Người ta chọn 3 số phân biệt từ tập hợp $S = \{1; 2; ...; 26\}$ để xếp vào 3 tam giác ở 3 góc. Sau đó, tính tổng bình phương của 3 số đó rồi ghi kết quả vào tam giác còn lại ở giữa. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho số ghi ở tam giác giữa là một số chia hết cho 5?

Câu 415. Trong vòng chung kết của cuộc thi ĐƯỜNG ĐẾN VINH QUANG có 4 thí sinh An, Bình, Toàn và Phương tham gia thi đấu. Sau khi An, Bình và Toàn hoàn thành phần thi cuối của mình, điểm số của ba bạn đạt được lần lượt là 180 điểm, 200 điểm và 170 điểm. Bạn Phương là thí sinh cuối cùng bước vào phần thi cuối với điểm số hiện có là 190 điểm. Tại phần thi cuối, mỗi thí sinh phải trả lời 3 câu hỏi thuộc ba lĩnh vực: Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh. Mỗi câu trả lời đúng được 20 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 10 điểm. Thí sinh có quyền sử dụng "Ngôi sao hy vọng" tối đa một lần cho một trong ba câu hỏi, nếu trả lời đúng nhận được 40 điểm, trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 20 điểm. Biết xác suất Phương trả lời đúng câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên, Xã hội và Tiếng Anh lần lượt là $0,7$, $0,4$ và $0,3$. Giả thiết rằng việc trả lời đúng mỗi câu hỏi không làm thay đổi xác suất trả lời đúng hoặc sai các câu hỏi còn lại.

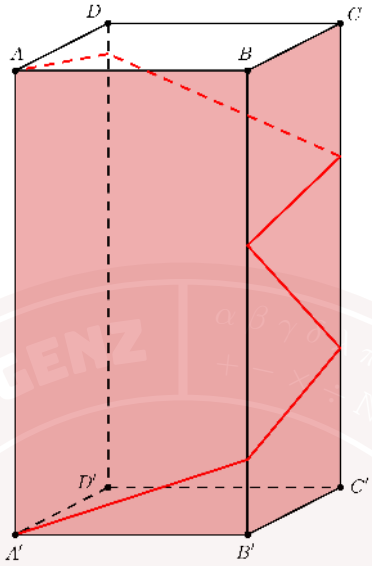
A Xác suất để Phương trả lời sai câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên là $0,3$.

B Xác suất để Phương trả lời đúng cả ba câu hỏi là $0,084$.

C Xác suất để Phương trả lời đúng ít nhất một trong ba câu hỏi là $0,916$.

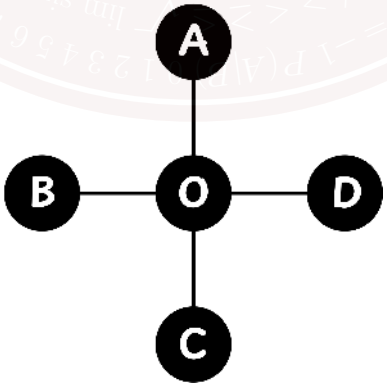
D Nếu Phương chọn "Ngôi sao hy vọng" ở câu hỏi thuộc lĩnh vực Tự nhiên thì xác suất để Phương trở thành quán quân của cuộc thi này là $0,736$.

Câu 416. Cho một tòa nhà đồ chơi có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông cạnh 20 cm và chiều cao 80 cm, $A'B'C'D'$ là mặt dưới, $ABCD$ là mặt trên. Một con kiến xuất phát từ điểm A' và bò lên bề mặt xung quanh của tòa nhà để đến đích là điểm A như hình vẽ.



Đường đi của con kiến là một đường gấp khúc liên tục, nằm hoàn toàn trên bốn mặt bên (không bò trên mặt trên và mặt dưới), không trùng với các cạnh của hình hộp và lần lượt gặp các cạnh bên theo đúng thứ tự BB', CC', BB', CC', DD'. Biết rằng con kiến chạm vào cạnh BB' ở các điểm cách B' một khoảng không nhỏ hơn 16 cm và chạm vào cạnh CC' ở các điểm cách C một khoảng không lớn hơn 16 cm. Độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con kiến đi là bao nhiêu cm? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

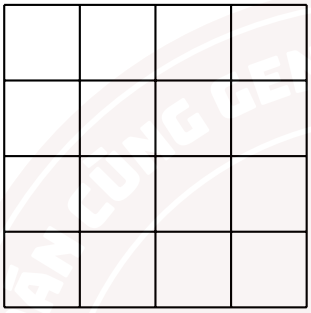
Câu 417. Chọn ngẫu nhiên 5 số phân biệt từ tập hợp $X = \{2;4;6;8;10;12;13;14;16;18;20\}$ để xếp vào 5 ô A, B, C, D, O (mỗi ô xếp một số) như hình vẽ.



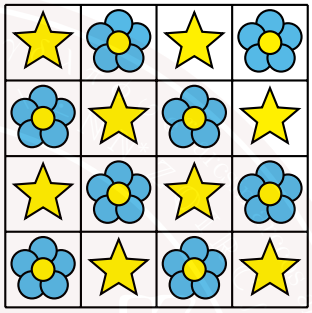
Gọi Y là biến cố: "Số 13 xếp ở ô O và tổng các số xếp ở các ô A, O, C bằng tổng các số xếp ở các ô B, O, D". Biết xác suất của biến cố Y là $P(Y) = \dfrac{p}{q}$ (với $p, q \in \mathbb{N}$ và $\dfrac{p}{q}$ là phân số tối giản). Khi đó, giá trị $p+q$ bằng bao nhiêu?

Câu 418. Anh Tú vay ngân hàng 300 triệu đồng để mua xe ô tô với lãi suất cố định $7,2\%$/năm theo hình thức trả góp hằng tháng, trong thời hạn 12 tháng (ứng với 12 kì trả nợ). Trong thời hạn đó, cuối mỗi kì trả nợ, anh Tú phải trả 25 triệu đồng tiền gốc (ứng với 300 triệu đồng chia đều cho 12 tháng) và một khoản tiền lãi được tính theo số tiền dư nợ còn lại. Sau 12 tháng, tổng số tiền lãi anh Tú phải trả ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 419. Người ta trang trí một bảng ô vuông 4×4 (như hình 1) bởi các ngôi sao và các bông hoa giống nhau.



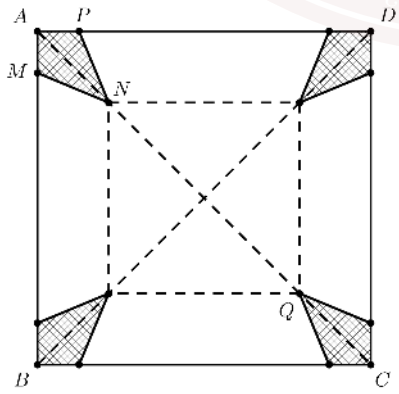
Hình 1

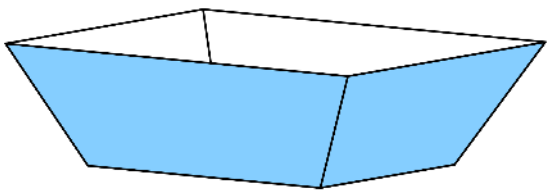


Hình 2

Mỗi ô vuông nhỏ được dán một ngôi sao hoặc một bông hoa, sao cho trong mỗi hàng hoặc mỗi cột của bảng ô vuông đều có 2 ngôi sao và 2 bông hoa (tham khảo một cách dán trong hình 2). Có tất cả bao nhiêu cách trang trí bảng ô vuông thỏa mãn yêu cầu trên?

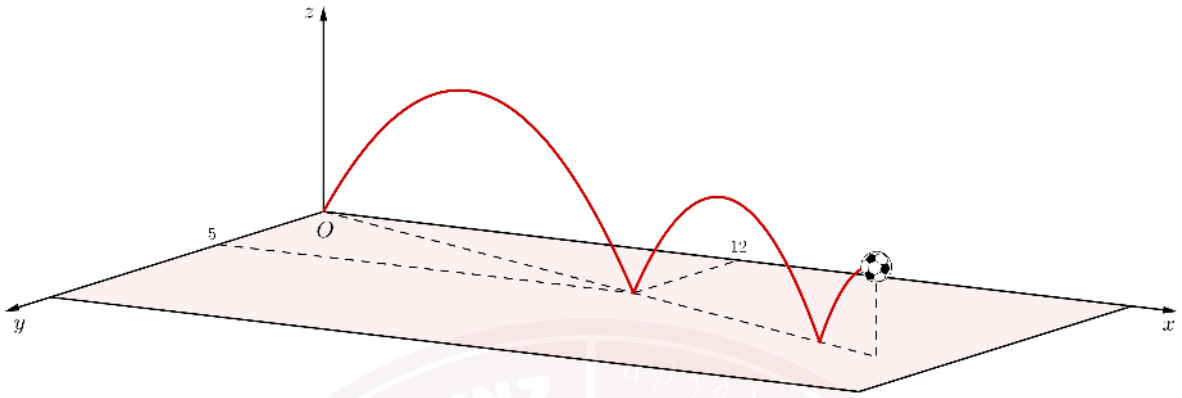
Câu 420. Từ một tấm nhôm hình vuông có cạnh bằng 8 dm, người ta cắt bỏ bốn tứ giác bằng nhau (cùng bằng tứ giác $AMNP$) ở bốn góc tấm nhôm đó, biết $AM=AP=1$ dm và điểm N thuộc đường chéo AC. Với phần còn lại của tấm nhôm sau khi đã bỏ đi 4 tứ giác nói trên, người ta đã gập các đoạn MN trùng với PN rồi dán kỹ bằng keo, làm tương tự cho 3 cặp đoạn còn lại, người ta thu được chậu nước hình chóp cụt tứ giác đều.





Bỏ qua độ dày tấm nhôm, sức chứa lớn nhất của chậu nước hình chóp cụt tứ giác đều này là bao nhiêu lít? (làm tròn đến hàng đơn vị)

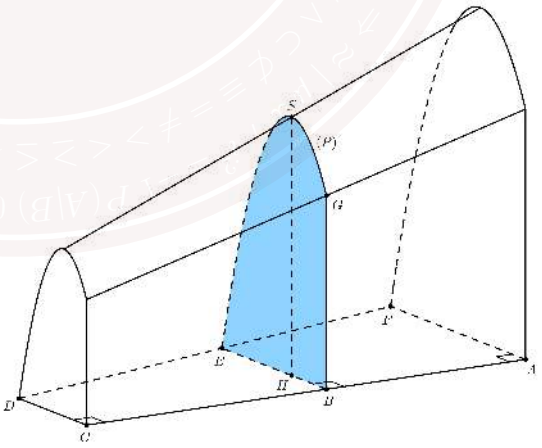
Câu 421. Một quả bóng được phát lên từ vị trí gốc tọa độ O trong hệ trục $Oxyz$ (đơn vị mét) như hình vẽ.



Quả bóng bay theo quỹ đạo parabol nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt sân bóng (Oxy) và rơi xuống vị trí cách Ox 5 m, cách Oy 12 m. Trong các lần nảy tiếp theo, đường đi của quả bóng luôn là parabol với: Độ cao cực đại bằng 75% độ cao cực đại của lần nảy ngay trước đó; bề rộng (khoảng cách hai lần chạm đất liên tiếp) bằng 60% bề rộng của lần nảy ngay trước đó. Biết độ cao cực đại của lần nảy đầu tiên là 4 m. Sau lần nảy thứ n $(n \in \mathbb{N})$ thì tổng độ dài hình chiếu vuông góc đường đi quả bóng lên mặt sân bằng $31,590208$ m. Trong lần nảy thứ n đó, bóng đạt chiều cao cực đại tại $M(a;b;c)$. Tính $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

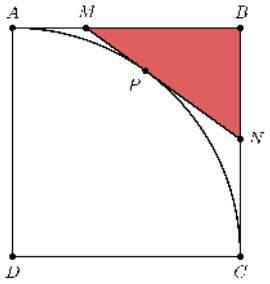
Câu 422. Một đường hầm hiện đại được thiết kế với mặt đáy là hình thang $ACDF$ vuông tại A và C $(AF \parallel CD)$. Xét một thiết diện bất kì của đường hầm vuông góc với AC là một hình phẳng giới hạn bởi đường cong (P), đoạn BE và đoạn BG (G thuộc (P)) như hình vẽ.





Giả sử (P) là một nhánh của parabol có đỉnh S và hình chiếu của S trên mặt nền là H, E là chân của parabol (E thuộc (P) và mặt đáy) thì $SH = 2EH$. Một mặt bên đường hầm có dạng mặt phẳng vuông góc với mặt đáy chứa đường thẳng AC. Nếu B là hình chiếu vuông góc của G xuống mặt phẳng đáy thì $BE = BG$ và B thuộc đoạn AC. Biết $AC = 20$ mét, $AF = 2CD = 10$ mét. Thể tích đường hầm trên bằng bao nhiêu m^3? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 423. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D, bán kính DA như hình vẽ.



Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N. Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 424. Có 15 quả bóng được đánh số từ 1 đến 15 được bỏ vào 3 chiếc hộp mất nhãn (giống nhau), mỗi hộp có 6 ngăn được đánh số từ 1 đến 6 như hình vẽ.



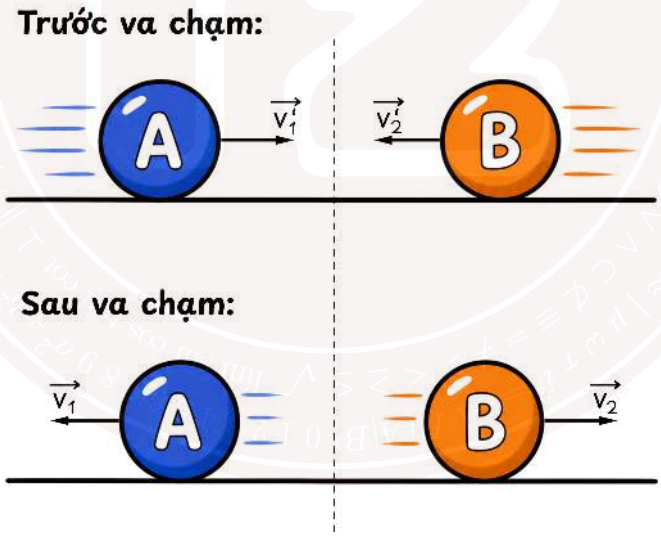
Mỗi ngăn chứa tối đa 1 quả bóng. Biết rằng sau khi các quả bóng này được bỏ ngẫu nhiên vào các ngăn của mỗi hộp thì còn 3 ngăn trống (ngăn nào cũng có thể trống). Gọi N là số cách thực hiện sao cho có đúng một hộp mà các quả bóng được bỏ vào có số tăng dần theo thứ tự trên xuống, đồng thời hộp đó chứa đủ 6 quả bóng. Tính giá trị $\dfrac{N}{20175064}$.

Câu 425. Trong kế hoạch khai thác tuyến ca nô cao tốc phục vụ du lịch sinh thái trên vùng lòng hồ Thủy điện Sơn la (từ bến Mường La đi Quỳnh Nhai) có chiều dài 100 km. Ban quản lý cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho ca nô ($30 \le v \le 70$) để đạt lợi nhuận kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của động cơ ca nô là $P(v) = 10v^3$ (W). Giá điện kinh doanh tại bến sạc là 2000 đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định: Bao gồm nhân lực lái tàu, khấu hao và bến bãi, được tính là 2500000 đồng cho mỗi giờ ca nô chạy. Số lượng khách mua vé cho mỗi chuyến phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số $N(v) = \dfrac{v}{5} + 20$ (hành khách). Giá vé bình quân cho tuyến này là 500000 đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến ca nô trên tuyến này là lớn nhất. (Biết công thức tính điện lượng tiêu thụ là $A = P(v).t$)

Câu 426. Anh An có số vốn tự có là 1 tỷ đồng. Để mua một căn hộ chung cư tiềm năng, anh vay thêm ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất $10,5\%$/năm theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm. Anh dùng toàn bộ số tiền 2 tỷ đồng để mua căn hộ với đơn giá 40 triệu đồng/m^2. Sau đúng 2 năm đầu tư, giá chung cư khu vực đó tăng lên, anh bán lại với giá 52 triệu đồng/m^2. Ngay sau khi nhận tiền bán nhà, anh thực hiện tất toán toàn bộ khoản nợ (gốc và lãi) cho ngân hàng. Hỏi sau khi trừ đi các chi phí nợ vay, anh An còn lại số tiền lãi là bao nhiêu triệu đồng so với số vốn 1 tỷ đồng ban đầu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 427. Một cá nhân gây thiệt hại cho tài sản nhà nước với tổng số tiền là 450 triệu đồng. Để được giảm nhẹ trách nhiệm hình sự, người này được yêu cầu phải hoàn thành việc bồi thường ít nhất 60% tổng số tiền gốc trong vòng 6 tháng đầu tiên. Phương thức bồi thường được thỏa thuận như sau: Tháng thứ nhất người đó nộp m (triệu đồng); kể từ tháng thứ hai, mỗi tháng số tiền nộp bằng 90% số tiền đã nộp ở tháng liền trước đó. Hỏi số tiền m nhỏ nhất mà người này phải nộp trong tháng đầu tiên là bao nhiêu để được giảm nhẹ trách nhiệm hình sự? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 428. Có hai chất điểm A, B đang chuyển động thì xảy ra va chạm như hình vẽ.



Biết rằng sau khi va chạm hai chất điểm di chuyển về hai hướng ngược nhau, chất điểm A di chuyển tiếp với tốc độ $v_1(t) = 6 - 3t$ (m/s), chất điểm B di chuyển với tốc độ $v_2(t) = 12 - 4t$ (m/s) trước khi cả hai dừng lại, t là thời gian tính bằng giây, thời điểm ban đầu $t = 0$ là lúc xảy ra va chạm.

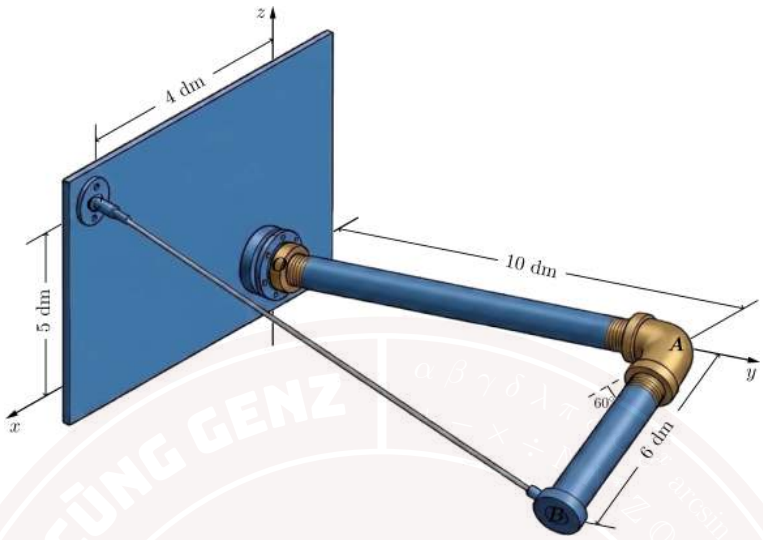
A Quãng đường chất điểm A di chuyển được kể từ khi va chạm đến khi dừng lại là 18 m.

B Sau va chạm chất điểm A dừng lại sau 2 s.

C Quãng đường chất điểm A di chuyển sau khi va chạm đến khi dừng hẳn được biểu diễn bởi hàm số $s_1(t) = 6t - \dfrac{3}{2}t^2$ (m).

D Khoảng cách hai chất điểm sau khi đã dừng hẳn là 23 m.

Câu 429. Một ống dẫn nước OAB được cố định vào một bức tường đồng thời được đặt trong hệ tọa độ $Oxyz$ và có các kích thước như hình vẽ.



- Đoạn ống OA nằm trên tia Oy (vuông góc với tường), có chiều dài $OA = 10\,\text{dm}$.
- Đoạn ống AB nối tiếp với OA, có chiều dài $AB = 6\,\text{dm}$. Ống AB vuông góc với OA và hướng xuống dưới, tạo với mặt phẳng nằm ngang (Oxy) một góc $60°$.
- Đầu B của ống được giữ cố định bởi một thanh sắt nối với điểm C trên tường. Biết điểm $C(4;0;5)$ (đơn vị trên các trục là dm).

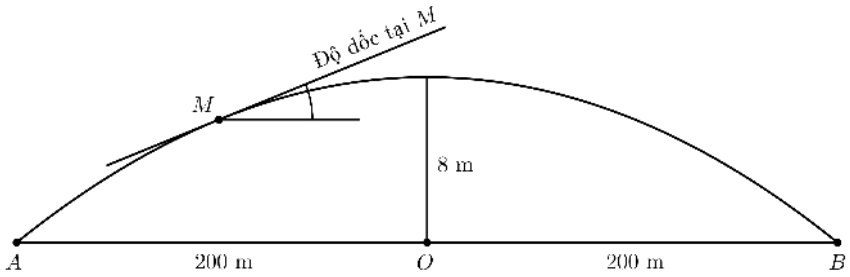
A Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $H\left(0;10;-3\sqrt{3}\right)$.

B Tọa độ của điểm $A(0;10;0)$.

C Cao độ của điểm B là -3.

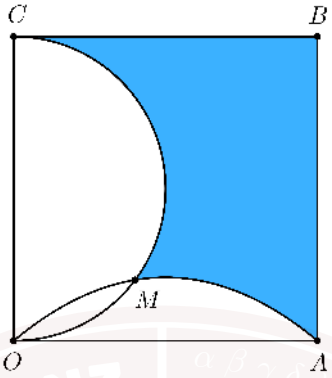
D Độ dài thanh sắt BC là $14,1\,\text{dm}$.

Câu 430. Hình vẽ dưới đây mô tả một cây cầu vượt có mặt cắt đứng là một phần parabol nối hai điểm A, B và nhận đường trung trực của đoạn AB làm trục đối xứng, $AB = 400\,\text{m}$.



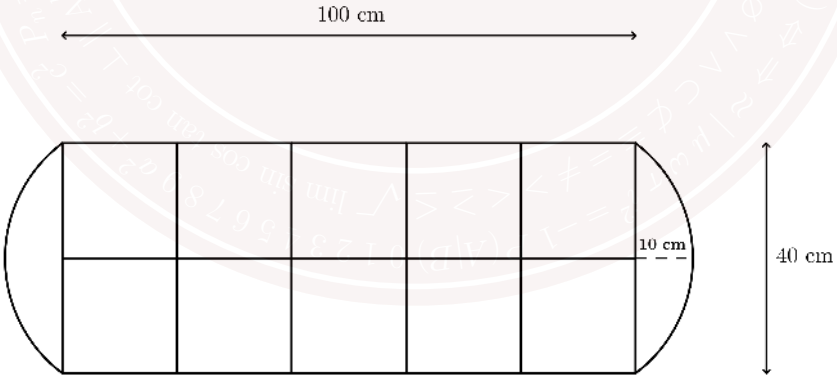
Khoảng cách từ đỉnh cây cầu đến AB bằng $8\,\text{m}$. Xét tiếp tuyến d tại điểm M trên mặt cầu, người ta quy ước $\tan(\Delta, d)$ là độ dốc tại M của mặt cầu, với Δ là đường thẳng đi qua hai điểm A, B. Độ dốc lớn nhất của mặt cầu là bao nhiêu?

Câu 431. Để chuẩn bị cho lễ kỷ niệm 20 năm ngày ra trường, ban tổ chức quyết định đặt hàng một đơn vị thủ công mỹ nghệ để chế tác các huy hiệu cài áo đặc biệt.



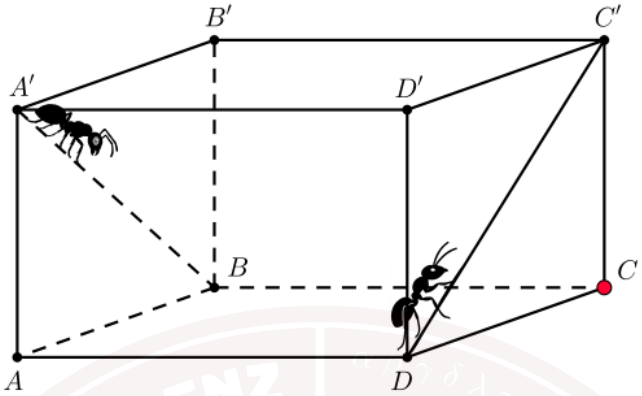
Huy hiệu được thiết kế trên một phôi bạc hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 20 mm. Theo bản vẽ kỹ thuật từ các nghệ nhân, cấu trúc của huy hiệu được phân chia như sau: lấy một điểm M được xác định bên trong phôi bạc sao cho khoảng cách từ M đến cạnh dưới OA là 4 mm và cách cạnh bên trái OC là 8 mm, cạnh vòm là một cung tròn đi qua ba điểm O, M, C; đường lượn là một phần của đường Parabol đi qua ba điểm O, M, A. Phần tô đậm trong bản vẽ sẽ được phủ men sứ màu xanh lam. Các phần còn lại sẽ được giữ nguyên màu bạc để khắc tên trường và niên khóa. Hãy tính diện tích theo đơn vị mm^2 phần cần phủ men sứ màu xanh để đơn vị sản xuất báo giá chính xác chi phí vật liệu. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 432. Một xưởng mộc tại Mai Sơn sản xuất những chiếc bàn cờ Ô ăn quan bằng gỗ nguyên khối.



Mặt trên của bàn cờ là một mặt phẳng được thiết kế và có kích thước như hình vẽ gồm ba phần: phần chính giữa là một hình chữ nhật có chiều dài 100 cm và chiều rộng 40 cm; hai "ô quan" ở hai đầu trái và phải là hai hình phẳng bằng nhau được ghép nối liền mạch với hai cạnh chiều rộng của hình chữ nhật. Biết rằng đường bao ngoài của mỗi "ô quan" là một cung tròn. Xưởng mộc tiến hành phủ một lớp keo bảo vệ bóng lên toàn bộ bề mặt trên của chiếc bàn cờ này. Biết chi phí vật tư và nhân công để phủ keo là 100000 đồng/m^2. Tính tổng chi phí x (nghìn đồng) để hoàn thiện việc phủ keo cho mặt bàn cờ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 433. Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 3\,\text{m}$, $BB' = BC = 4\,\text{m}$, tại C có một tổ kiến.



Kiến 1 xuất phát từ A' bò về tổ với vận tốc $0,02\,\text{m/s}$ trên hai đoạn thẳng liên tiếp $A'B$, BC. Kiến 2 xuất phát từ D bò về tổ với vận tốc $0,06\,\text{m/s}$ trên hai đoạn thẳng liên tiếp DC', $C'C$. Biết rằng hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi khi kiến 2 còn cách tổ 1 m thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu m? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 434. Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số $C(x) = 0,1x^2 + 100x + 20000$ (USD). Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm. Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

Câu 435. Trong một kỳ thi bằng hình thức vấn đáp, ban tổ chức chuẩn bị một bộ câu hỏi gồm 12 câu hỏi khác nhau, mỗi câu được đựng trong một phong bì kín giống hệt nhau. Có ba thí sinh A, B và C cùng tham gia. Quy tắc chọn câu hỏi như sau: mỗi thí sinh lần lượt chọn ngẫu nhiên 4 phong bì từ bộ 12 câu hỏi đó để xác định phần thi của mình (sau khi mỗi thí sinh chọn xong, các câu hỏi được hoàn trả lại để thí sinh tiếp theo vẫn chọn từ bộ 12 câu hỏi ban đầu). Biết rằng xác suất để xảy ra đồng thời hai điều kiện:

- Có ít nhất một câu hỏi mà cả ba thí sinh A, B, C đều chọn giống nhau.
- Tổng số câu hỏi khác nhau mà cả ba thí sinh đã chọn được là đúng 9 câu.

được viết dưới dạng phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị $S = a + b$.

Câu 436. Nhân dịp nghỉ lễ 30/4, siêu thị X in ra 100 phiếu thưởng được đánh số thứ tự từ 1 đến 100, mỗi phiếu ghi 1 số, các phiếu khác nhau ghi số khác nhau. Mỗi khách hàng trong 100 khách hàng đầu tiên đến siêu thị trong ngày 30/4 sẽ được nhận 1 phiếu thưởng. Những người được nhận phiếu thưởng có thể tìm thêm 2 người khác để ghép thành 1 nhóm có 3 người. Nếu tổng các số ghi trên 3 thẻ của 3 người trong nhóm bằng 100 thì mỗi người trong nhóm được nhận 50000 đồng. Siêu thị quy định:

- Một người có thể ghép vào nhiều nhóm nên có thể nhận thưởng nhiều lần.
- Mỗi nhóm 3 người chỉ được nhận thưởng 1 lần.

Hỏi ban quản lý siêu thị phải chuẩn bị số tiền thưởng lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 437. Trước thềm cuộc bầu cử đại biểu Hội đồng nhân dân ở tỉnh X, một cuộc trưng cầu dân ý online đã được tổ chức. Kết quả cho thấy có 40% cử tri tham gia trả lời sẽ bầu cho ứng cử viên A. Sau cuộc bầu cử, tất cả cử tri từng tham gia cuộc trưng cầu dân ý online đều phản hồi lại kết quả mình đã bầu chọn. Các phản hồi cho thấy trong số các cử tri từng trả lời sẽ bầu cho ứng cử viên A có 90% đã thực sự bầu, trong số các cử tri từng trả lời sẽ không bầu cho ứng cử viên A có 20% đã bầu cho ứng cử viên A. Nếu chỉ xét những người tham gia cuộc trưng cầu dân ý online thì

A Xác suất cử tri bầu ứng cử viên A biết rằng trước bầu cử họ trả lời sẽ bầu ứng cử viên A là $0,9$.

B Xác suất cử tri không bầu ứng cử viên A biết rằng trước bầu cử họ trả lời sẽ không bầu ứng cử viên A là $0,2$.

C Tỉ lệ cử tri bầu cho ứng cử viên A là 48%.

D Biết rằng một cử tri đã bầu cho ứng cử viên A, xác suất để họ đã nói sẽ không bầu ứng cử viên A trước bầu cử là $0,2$.

Câu 438. Trong một trò chơi thám hiểm, anh Sơn phải vượt qua một mê cung gồm các phòng thông nhau theo sơ đồ như hình vẽ.



Tại mỗi phòng, anh Sơn sẽ chọn ngẫu nhiên một trong các cửa thông với phòng hiện tại (với xác suất như nhau) để đi tiếp. Quá trình di chuyển diễn ra liên tục và trò chơi sẽ kết thúc ngay khi anh bước vào phòng chứa Kho báu hoặc phòng có Bẫy. Biết anh Sơn bắt đầu từ Phòng 1, tính xác suất để anh tìm được kho báu. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 439. Hệ thống gồm các vật như sau được gọi là máng n:

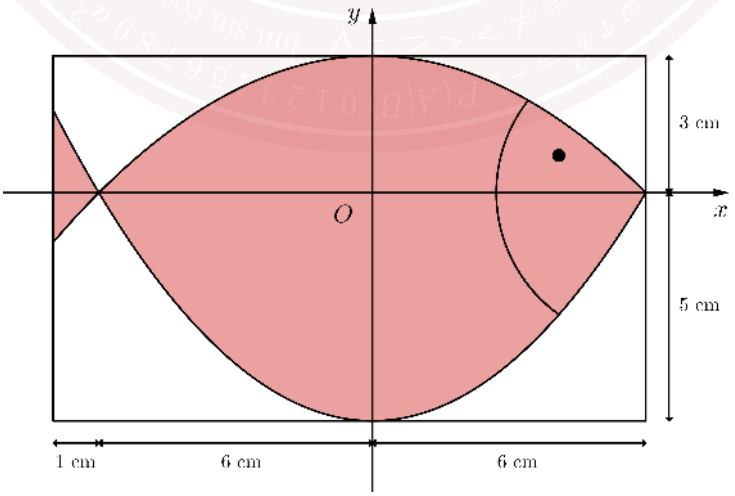
- Một máng nghiêng có n lỗ dọc theo đáy. Tính từ trên cao xuống, các lỗ lần lượt có đường kính là 1, 2, 3, ..., n.
- n quả bóng có đường kính là các số nguyên dương không lớn hơn n, trong đó có thể có nhiều quả bóng có cùng đường kính.

Hình vẽ dưới đây mô tả máng 4:



Xét máng n, thả lăn n quả bóng từ đỉnh máng xuống, lần lượt từng quả. Đối với mỗi quả bóng, khi lăn đến lỗ có đường kính lớn hơn hoặc bằng đường kính của nó thì nó sẽ lọt vào đồng thời đóng lỗ này lại. Đối với một thứ tự các quả bóng sau khi thả lăn, nếu các quả bóng đều lọt vào lỗ thì thứ tự các quả bóng ấy được gọi là dãy đẹp. Hai dãy đẹp giống nhau khi và chỉ khi thứ tự bán kính của bóng lọt lỗ là như nhau. Có thể tạo được bao nhiêu dãy đẹp khác nhau đối với máng 5 biết rằng có đúng một quả có đường kính là 4 và một quả có đường kính là 5?

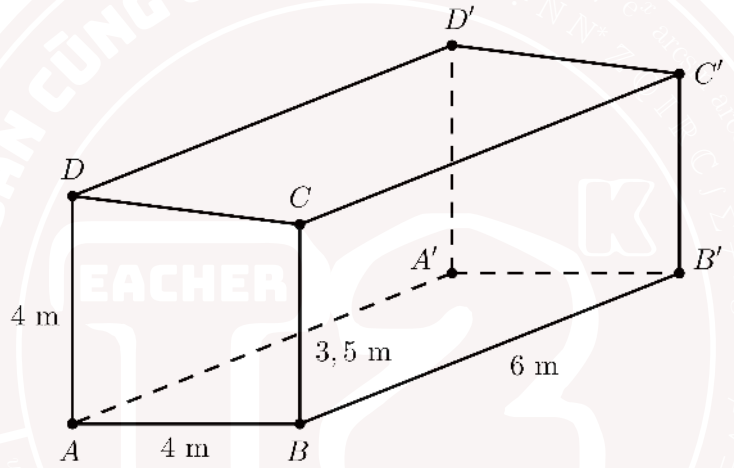
Câu 440. Họa sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm).



Diện tích logo bằng bao nhiêu cm^2 (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng)?

Câu 441. Có 10 người đang đứng đợi tàu ở sân ga. Nhà ga thông báo đoàn tàu mang số hiệu QH15 đang tiến vào sân ga chỉ còn 4 toa hành khách có thể lên tàu, mỗi toa tàu trong số 4 toa này đều có thể chứa thêm tối đa 10 hành khách. Để lên tàu hành khách đang đứng đợi tàu ở sân ga cần chọn một trong các cửa ga mang số 1, 2, 3, 4, xếp thành một hàng dọc ở trước đó, khi tàu dừng hẳn từ các cửa ga 1, 2, 3, 4 hành khách đã xếp hàng lần lượt theo thứ tự từ đầu hàng đến cuối hàng bước lên tàu. Gọi T là số cách 10 hành khách đang đứng đợi tàu ở sân ga lên tàu QH15, biết rằng mỗi toa tàu đều phải có ít nhất một khách lên tàu. Giá trị của $\dfrac{T}{76800}$ bằng bao nhiêu?

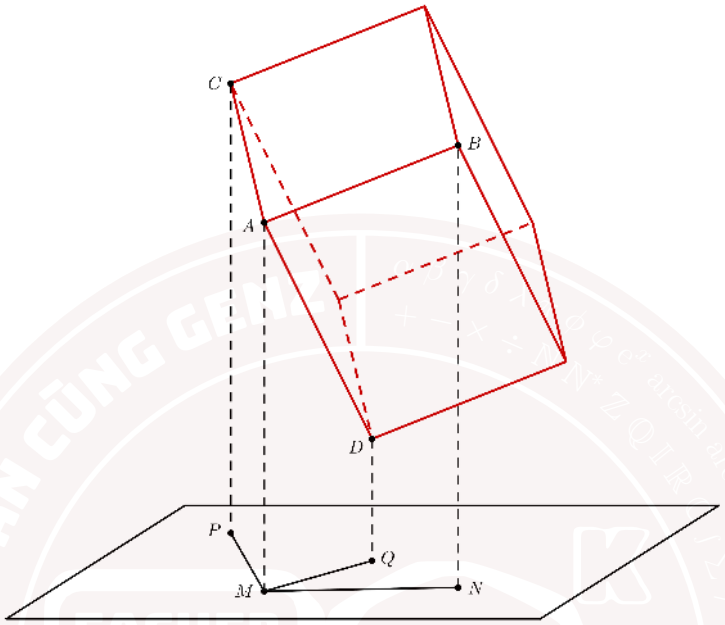
Câu 442. Một ngôi nhà hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = AD = 4\,\text{m}$, $BC = 3{,}5\,\text{m}$, $BB' = 6\,\text{m}$ như hình vẽ.



Ở bức tường $ADD'A'$ người ta lắp một bóng điện cách cạnh $A'D'$ một khoảng bằng 3 m và cách mặt sàn một khoảng bằng 3 m, còn ở bức tường $BCC'B'$ người ta lắp một bóng điện cách cạnh $B'C'$ một khoảng bằng 3 m và cách mặt sàn một khoảng bằng $2{,}5$ m. Một bảng điều khiển được đặt tại bức tường $A'B'C'D'$ cách cạnh $A'D'$ một khoảng bằng 1 m và cao $1{,}5$ m so với mặt sàn. Người ta muốn nối dây điện từ bảng điều khiển men theo các bức tường (không mắc lên mái) đến 2 bóng điện trên. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu mét dây điện? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

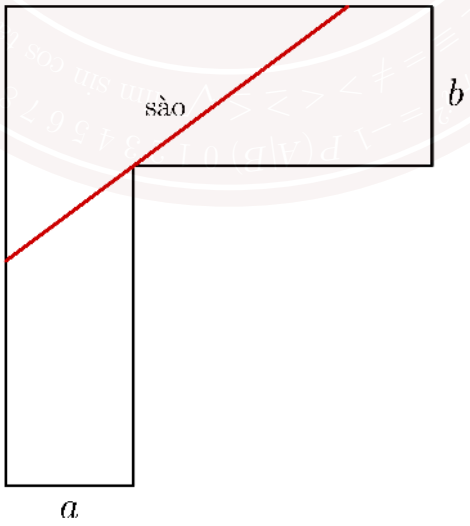
Câu 443. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$\$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 444. Bạn Minh sử dụng 12 thanh sắt gắn thành một hình hộp chữ nhật với kích thước ba cạnh lần lượt là 20 cm, 30 cm, 60 cm. Vào lúc ánh nắng mặt trời vuông góc với mặt sân, Minh để hình hộp đó trong không trung. Các cạnh hình hộp được in bóng là các đoạn thẳng trên mặt sân. Giả sử rằng các tia nắng song song với nhau và mặt sân phẳng như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của tổng độ dài bóng tất cả các cạnh hình hộp chữ nhật (cm) có dạng $a+b\sqrt{13}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a+b$.

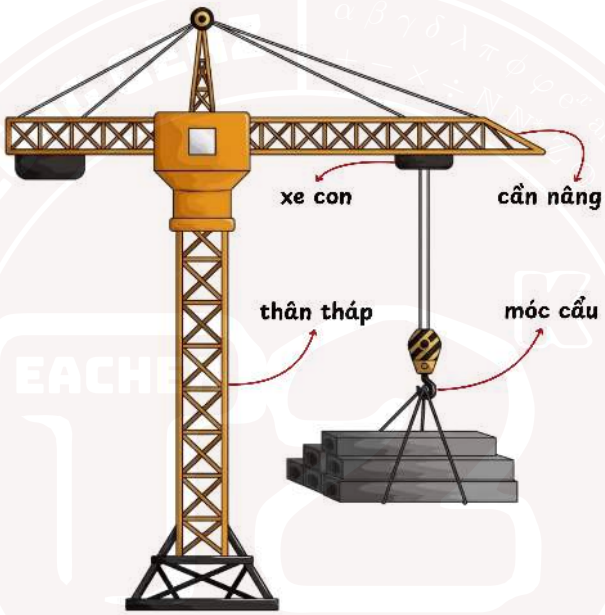
Câu 445. Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang như hình vẽ



Biết $a=2,4$ và $b=3$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài l tối thiểu là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 446. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) tâm O, bán kính $R=1$. Gọi T là tập hợp tất cả các điểm $M(x;y)$, trong đó $x,y\in\mathbb{Z}$, sao cho từ M kẻ được 2 tiếp tuyến MA,MB đến (C) (A, B là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}\geq 60^\circ$. Chọn ngẫu nhiên 2 điểm trong T. Biết xác suất để đường thẳng đi qua 2 điểm được chọn song song với trục Ox bằng $\dfrac{1}{a}$. Tính a^2.

Câu 447. Người ta thường dùng cẩu trục tháp để vận chuyển vật liệu xây dựng, thân tháp vuông góc với mặt đất, cần nâng vuông góc thân tháp dùng để làm điểm tựa nâng vật liệu, trên cần nâng có bộ phận gọi là xe con, có thể chạy dọc cần nâng nhằm di chuyển vật liệu như hình vẽ



Ban đầu vật liệu ở mặt đất, cẩu trục dùng móc cẩu nâng vật liệu lên cao theo phương thẳng đứng và cao hơn 1 m so với vị trí cần đặt, sau đó giữ nguyên độ cao và cẩu trục quay cần nâng một góc $\alpha\in(0^\circ;180^\circ)$ sao cho quỹ đạo tạo thành một cung tròn cho đến khi mặt phẳng (P) chứa cần nâng và điểm cần đặt vuông góc với mặt đất (vật liệu và điểm cần đặt cùng nằm trên một nửa mặt phẳng (P) so với thân tháp). Tiếp đến điều chỉnh xe con nhằm di chuyển và hạ vật liệu xuống 1 m theo phương thẳng đứng đúng vị trí cần đặt. Giả sử rằng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, thân tháp là trục Oz và mặt đất là mặt phẳng Oxy (đơn vị tính bằng mét), vị trí ban đầu của vật liệu là điểm $A(6;8;0)$ và vị trí cần đặt vật liệu là điểm $B(4;-3;15)$. Tính quãng đường vật liệu đã di chuyển (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

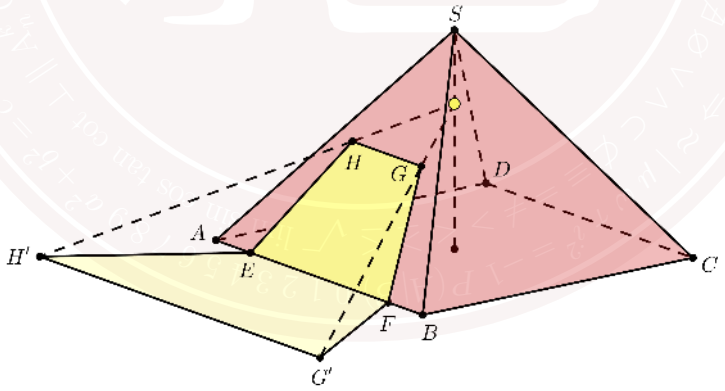
Câu 448. Kết thúc học kì 1, cô giáo đã chuẩn bị 8 hộp bút bi, 7 tập vở viết và 5 bộ dụng cụ vẽ hình (thước kẻ, compa, êke, thước đo độ) để làm phần thưởng cho 10 học sinh có kết quả xuất sắc nhất lớp. Mỗi học sinh nhận thưởng sẽ được 2 phần thưởng khác loại. Trong số 10 học sinh trên có 2 học sinh tên Dũng và Nam. Tìm xác suất để Dũng và Nam có phần thưởng giống nhau.

Câu 449. Một người dùng ba loại nguyên liệu A, B, C để sản xuất ra hai loại sản phẩm P và Q. Để sản xuất 1 kg mỗi loại sản phẩm P hoặc Q phải dùng một số kilôgam nguyên liệu khác nhau. Tổng số kilôgam nguyên liệu mỗi loại mà người đó có và số kilôgam từng loại nguyên liệu cần thiết để sản xuất ra 1 kg sản phẩm mỗi loại được cho trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Số kilôgam nguyên liệu đang có	Số kilôgam từng loại nguyên liệu cần để sản xuất 1 kg sản phẩm	
		P	Q
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Biết 1 kg sản phẩm P có lợi nhuận 3 triệu đồng và 1 kg sản phẩm Q có lợi nhuận 5 triệu đồng. Người đó đã lập được phương án sản xuất hai loại sản phẩm trên sao cho có lãi cao nhất. Hỏi lãi cao nhất bằng bao nhiêu triệu đồng?

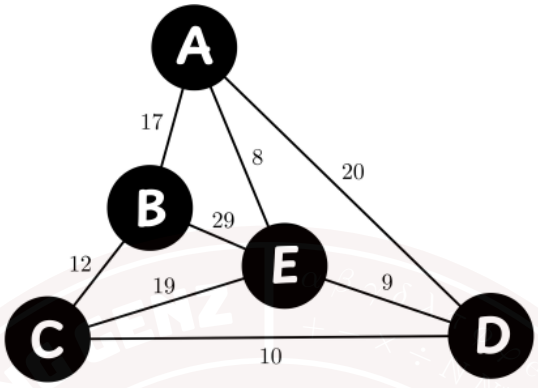
Câu 450. Một cái lều có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 8 m và chiều cao là 3 m. Cửa vào lều là hình thang $EFGH$ trong đó $AE = FB$ và $EF = 4$ m. Gọi G, H lần lượt là trung điểm của SF và SE. Một nguồn sáng đặt cách đỉnh S một khoảng 1 m ở phía dưới. Ánh sáng chiếu ra ngoài qua cửa tạo thành một vùng được chiếu sáng $EFG'H'$ như hình vẽ.



Diện tích vùng được chiếu sáng là bao nhiêu m^2 (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

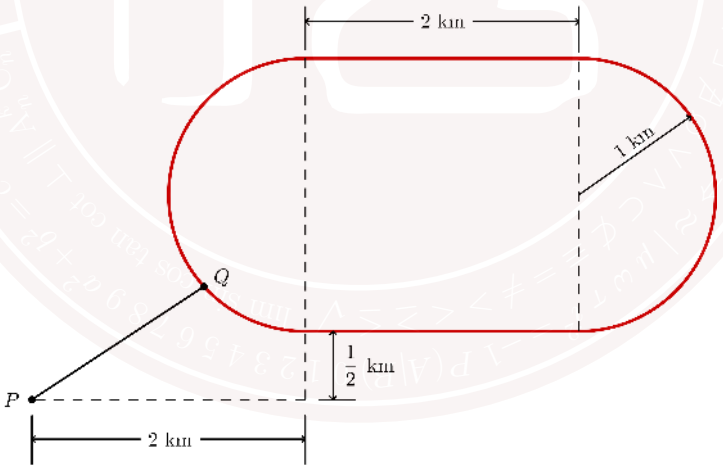
Câu 451. Một lớp 11 của một trường THPT có 18 học sinh học giỏi môn Toán, 12 học sinh học giỏi môn Ngữ Văn và có 10 học sinh không giỏi môn nào (lớp không có học sinh học giỏi môn khác ngoài 2 môn Toán và Ngữ Văn). Dịp đại hội Đoàn xã tháng 10 vừa qua, lớp này được chọn ra 2 học sinh giỏi để dự đại hội Đoàn. Xác suất để trong 2 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh giỏi cả Toán và Ngữ Văn là $\dfrac{9}{23}$. Số học sinh của lớp 11 này bằng bao nhiêu?

Câu 452. Một người dân Bắc Ninh đang ở xã A và cần chuyển hàng hóa gấp tới địa chỉ ở 4 xã B, C, D, E trong tỉnh. Người này thuê xe ô tô để đi và xuất phát từ xã A lần lượt đi qua các xã còn lại (mỗi xã đi qua một lần duy nhất) rồi quay trở về xã ban đầu với thời gian (đơn vị: phút) đi giữa các xã cho như hình vẽ.



Biết giá thuê xe theo thỏa thuận là 750000 đồng/giờ và không thay đổi khi đi. Chi phí tiền thuê xe thấp nhất bao nhiêu nghìn đồng để người này xong công việc của mình?

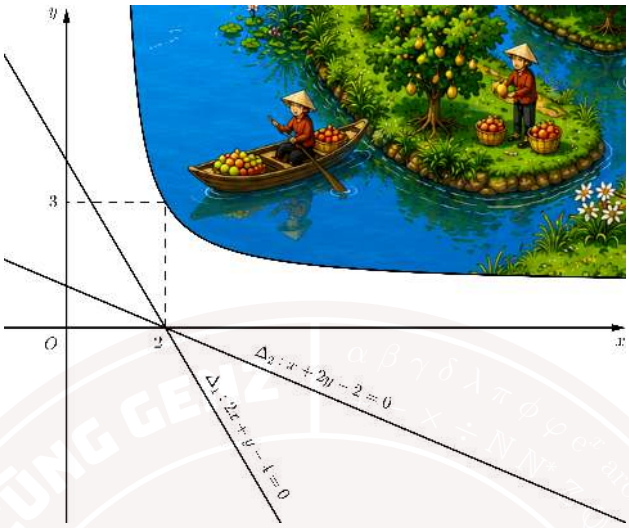
Câu 453. Một mặt bằng đường đua được mô hình hoá bởi một hình bao gồm hai cạnh của một hình chữ nhật và hai nửa đường tròn bằng nhau. Một khán giả đang ngồi xem đua tại vị trí điểm P với các thông số được cho như hình vẽ.



Gọi Q là điểm trên đường đua sao cho khoảng cách từ P đến Q là ngắn nhất. Khoảng cách ngắn nhất đó bằng bao nhiêu kilomet?

Câu 454. Vào đầu tháng 1 anh Huy gửi vào ngân hàng 1 tỷ đồng với lãi suất $0,5\%$/tháng. Từ đó, cứ vào đầu mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ hai anh Huy đến ngân hàng rút ra 30 triệu đồng để tiêu xài. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Huy rút hết tiền trong ngân hàng? (tháng cuối cùng có thể rút được ít hơn 30 triệu đồng)

Câu 455. Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong $(C): f(x)=\dfrac{x+a}{x+b}$ bao quanh nó là sông nước như hình vẽ.



Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2;3)$ và có đường tiệm cận đứng $x=1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1: 2x+y-4=0$ và $\Delta_2: x+2y-2=0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M(x_0;y_0)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 456. Anh A mở một nhà hàng lẩu. Anh đã trang bị cho mỗi bàn ăn một nồi lẩu có dạng hai hình trụ đồng trục như hình vẽ.



Bán kính đáy nồi (ngoài) là $R=15\,\text{cm}$, bán kính trụ giữa (trong) là $r=3,5\,\text{cm}$, chiều cao lòng nồi là $h=10\,\text{cm}$. Để khách hàng có trải nghiệm tốt nhất, anh A cần xác định chiều dài tối thiểu L của chiếc đũa sao cho dù đầu đũa có bị trượt vào vị trí nào trong nồi, phần đầu đũa thừa ra ngoài miệng nồi vẫn phải lớn hơn 5 cm. Tính L (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 457. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp một bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên ngồi vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế xếp đối diện nhau. Xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a-b$

Câu 458. Nhằm đưa ra cảnh báo sớm về tình trạng sức khỏe của cư dân, người ta sử dụng một ứng dụng trí tuệ nhân tạo để sàng lọc nguy cơ mắc bệnh dựa trên hồ sơ y tế được lưu trữ. Khi phát hiện nguy cơ mắc bệnh, ứng dụng này sẽ gửi cảnh báo để giúp người dân đi khám bệnh kịp thời. Người ta dùng ứng dụng này để tầm soát nguy cơ mắc một loại bệnh. Kết quả thu được khi quét thử nghiệm hồ sơ y tế của 10000 người như sau: Có 1000 người nhận được cảnh báo và 9000 người còn lại không nhận được cảnh báo từ ứng dụng. Trong số 1000 người nhận được cảnh báo thì có 700 người có bệnh và 300 người không có bệnh. Trong số 9000 người không nhận được cảnh báo thì có 100 người có bệnh và 8900 người không có bệnh. Chọn ngẫu nhiên một người trong số 10000 người nói trên.

A Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng bằng $0,9$.

B Xác suất để người đó không có bệnh, biết rằng người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, lớn hơn $0,98$.

C Xác suất để người đó không có bệnh bằng $0,9$.

D Xác suất để người đó không nhận được cảnh báo từ ứng dụng, biết rằng người đó không có bệnh, nhỏ hơn $0,95$.

Câu 459. Trong không gian xét hệ tọa độ $Oxyz$ có một đơn vị dài trên các trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Một mục tiêu cần được bảo vệ có vị trí ở gốc tọa độ O. Người ta thiết lập một vành đai bảo vệ quanh mục tiêu theo một đường tròn tâm O có bán kính bằng 7 đơn vị (tương ứng 70 mét trên thực tế) nằm trong mặt phẳng (Oxy). Một máy bay không người lái (được coi như một hạt) bay theo một đường thẳng từ vị trí $M(5;10;4)$ đến vị trí $N(14;-2;4)$. Tại mỗi vị trí của máy bay, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng nối từ vị trí đó đến một điểm bất kì trên vành đai.

A $\overrightarrow{MN}=(9;-12;0)$.

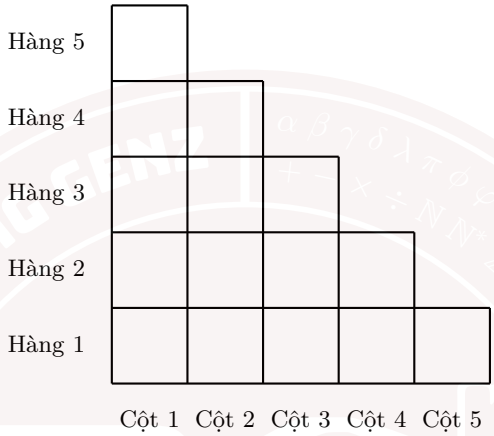
B Phương trình tham số của đường thẳng MN là $\begin{cases} x=5+3t \\ y=10-4t \\ z=0 \end{cases}$ với $t\in\mathbb{R}$.

C Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách ngắn nhất từ máy bay đến vành đai bảo vệ là 50 mét.

D Trong quá trình bay từ M đến N, khoảng cách từ máy bay đến vành đai bảo vệ là ngắn nhất khi máy bay ở vị trí có tọa độ là $(8;6;4)$.

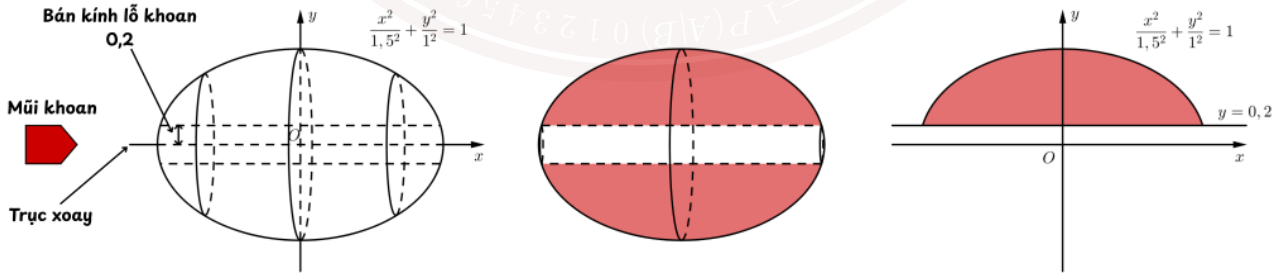
Câu 460. Trong một trò chơi bạn Bình cần vượt qua một thử thách. Theo yêu cầu của thử thách, Bình cần điền tất cả 15 số thuộc tập hợp $S=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;10;11;12;15;16;20\}$ vào 15 ô vuông trong hình dưới thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Mỗi ô điền đúng một số và mỗi số chỉ được sử dụng một lần;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một hàng không chia hết cho 5;
- Hiệu hai số ở hai ô bất kì khác nhau trên cùng một cột không chia hết cho 5.



Hai cách điền gọi là giống nhau nếu số điền ở mỗi ô tương ứng trong 15 ô là giống nhau (không tính đến thứ tự điền các số vào 15 ô vuông). Gọi H là số cách điền khác nhau để bạn Bình vượt qua được thử thách. Giá trị của $\dfrac{H}{30}$ bằng bao nhiêu?

Câu 461. Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\dfrac{x^2}{1,5^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox, sau đó khoan dọc theo trục xoay như hình vẽ.



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

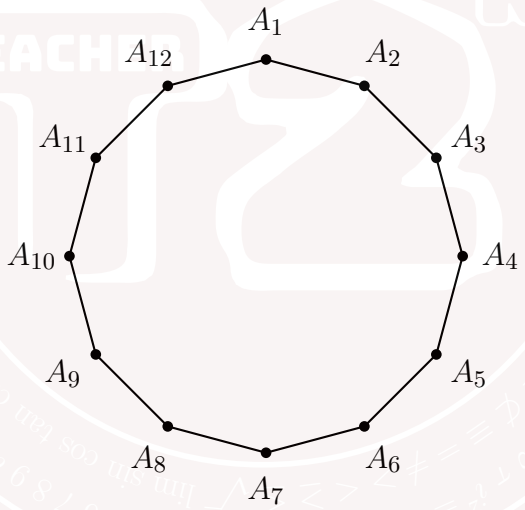
Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0,2$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 462. Một nông trại cung cấp rau quả cho siêu thị A với số liệu bán hàng của bốn ngày trong tuần được ghi lại trong bảng sau:

Ngày	**Số ki-lô-gam**			**Tổng số tiền (nghìn đồng)**
	Rau muống	**Bí xanh**	**Cà chua**	
Thứ Tư	19	14	10	600
Thứ Năm	20	12	8	540
Thứ Sáu	25	12	7	570
Thứ Bảy	50	25	20	?

Biết rằng đơn giá theo ki-lô-gam của mỗi loại rau quả trong bảng trên là không đổi. Tổng số tiền nông trại thu được ở ngày thứ Bảy từ ba loại rau quả trên khi cung cấp cho siêu thị A là bao nhiêu nghìn đồng?

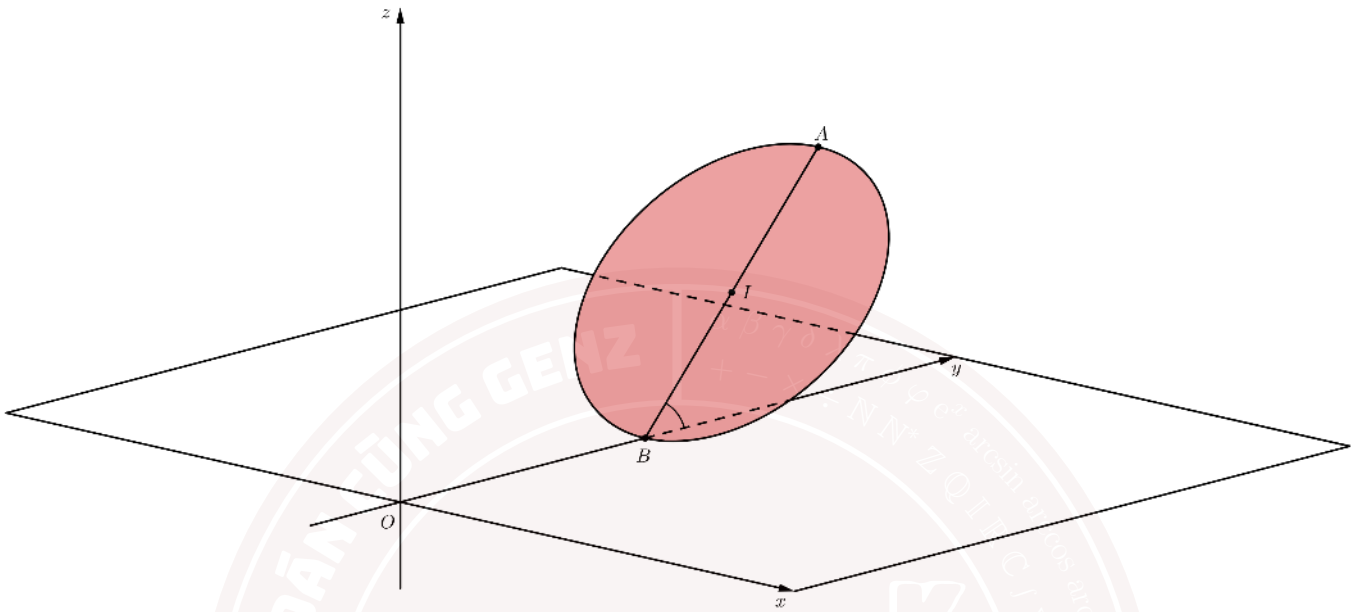
Câu 463. Một khung hình trang trí có dạng một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2...A_{12}$ được gắn cố định trên một trần nhà như hình vẽ.



Bạn Dũng có 12 bóng đèn gồm bốn bóng màu đỏ và tám bóng màu xanh, có công suất đôi một khác nhau. Bạn Dũng lắp ngẫu nhiên 12 bóng đèn trên vào 12 đỉnh A_1, A_2, ..., A_{12} sao cho mỗi đỉnh có đúng một bóng đèn. Gọi P là xác suất để mỗi hình vuông (có bốn đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho) đều có ít nhất một bóng đèn màu đỏ. Giá trị của $3190P$ bằng bao nhiêu?

Câu 464. Quanh một đa giác đều $2n$ cạnh ($n \geq 6$, $n \in \mathbb{N}$) vẽ vòng tròn ngoại tiếp. Ba đỉnh bất kì của đa giác được gọi là cùng phía nếu tồn tại một nửa đường tròn chứa 3 đỉnh đó (các đầu mút của nửa đường tròn là các đỉnh của đa giác). Biết xác suất của biến cố "3 đỉnh chọn bất kì cùng phía" bằng $\dfrac{33}{43}$. Tìm n?

Câu 465. Tính thể tích vật thể khi quay hình tròn (I), đường kính $AB = 2R = 8$ quanh trục Oz. Biết hình tròn tiếp xúc Oy tại $B(0;8;0)$; mặt phẳng (Oyz) chứa tâm I và vuông góc với mặt phẳng chứa hình tròn. Hình tròn nghiêng một góc 45° so với đáy (Oxy) như hình vẽ



Câu 466. Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(0;4;5)$, $B(3;0;5)$, $C(3;4;0)$, $D(3;4;5)$ và vị trí $M(a;b;c)$ trên đoạn thẳng AB thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến đường thẳng MD lớn nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Câu 467. Một xưởng mộc dùng gỗ sồi để sản xuất 5 chiếc bàn mỗi ngày. Chi phí cho mỗi lần vận chuyển nguyên liệu là 5625USD, chi phí để lưu trữ một đơn vị nguyên liệu là 10USD mỗi ngày, trong đó một đơn vị là lượng nguyên liệu cần thiết để sản xuất một chiếc bàn, và lưu ý rằng trong mỗi ngày của chu kì sản xuất (thời gian giữa hai lần nhập nguyên liệu liên tiếp) thì lượng nguyên liệu lưu trữ trung bình mỗi ngày được tính bằng một nửa tổng lượng nguyên liệu tồn kho đầu kì và lượng nguyên liệu tồn kho cuối kì. Giả sử nguyên liệu được nhập về sau mỗi x ngày.

A Một chu kì sản xuất, xưởng mộc phải nhập về $5x$ đơn vị nguyên liệu.

B Chi phí để lưu trữ nguyên liệu trong x ngày của một chu kì sản xuất là $50x^2$ USD.

C Hàm chi phí trung bình mỗi ngày trong một chu kì sản xuất là $c(x) = 50x + \dfrac{5625}{x}$.

D Để chi phí trung bình mỗi ngày của một chu kì sản xuất là ít nhất thì xưởng mộc nên nhập hàng sau mỗi 15 ngày và mỗi lần nhập về 75 đơn vị nguyên liệu.

Câu 468. Một hộp chứa các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau gồm 5 bi trắng, 6 bi đỏ và 7 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 6 viên bi từ hộp, trong đó có x viên bi trắng, y viên bi đỏ và z viên bi xanh. Các khẳng định sau đúng hay sai?

A Xác suất chọn được 6 viên bi đủ ba màu, đồng thời ba số $x-y$, $y-z$, $z-x$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng là $\dfrac{40}{221}$.

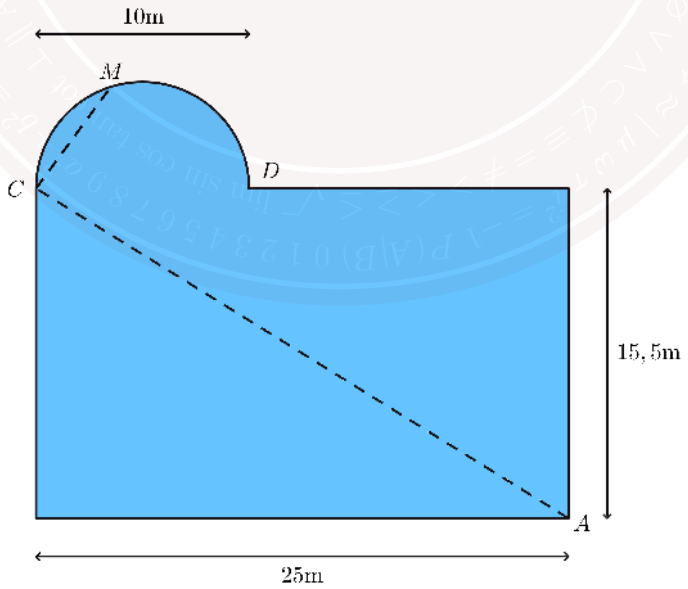
B Xác suất chọn được ít nhất một viên bi màu xanh nhỏ hơn $0,95$.

C Xác suất chọn được 6 viên bi toàn màu xanh là $\dfrac{1}{2652}$.

D Xác suất chọn được ít nhất 5 viên bi màu xanh là $\dfrac{1}{78}$.

Câu 469. Có 9 quả cầu giống hệt nhau được đánh số từ 1 đến 9 và đựng trong một hộp. Sau khi xáo trộn, người ta lấy ngẫu nhiên lần lượt 4 quả. Xác suất để lấy được tổng các chữ số ghi trên các quả cầu là 15 bằng bao nhiêu? (không làm tròn các bước tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)

Câu 470. Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng $15,5$ m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 10 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM, với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình như hình vẽ.

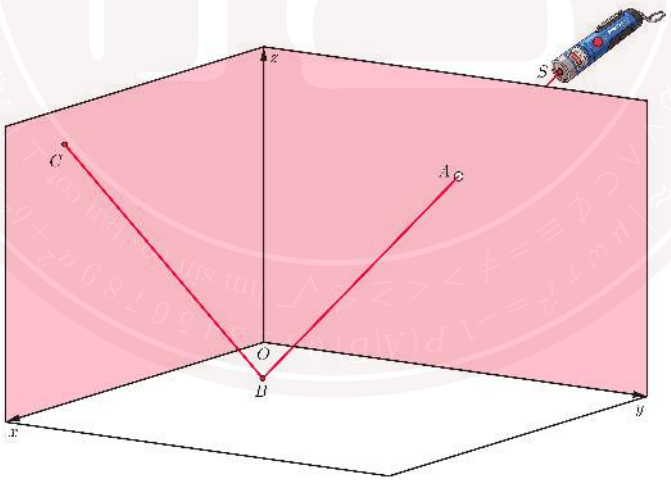


Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là $2,4$ km/h, vận tốc đi bộ là $4,8$ km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 471. Mặt cầu tâm I bán kính $R>0$ là tập hợp tất cả các điểm trong không gian cách I một khoảng bằng R. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên hệ trục là centimét, một tổ kiến có bề mặt là một mặt cầu tâm là gốc tọa độ và bán kính $R=6\,\text{cm}$, ở điểm $A(20;0;0)$ có 10 miếng mồi và ở điểm $B(0;20;0)$ có 3 miếng mồi. Một con kiến trên bề mặt tổ, mỗi lần đi đến A hoặc B tha đúng một miếng mồi về tổ. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất con kiến đó đi là bao nhiêu centimét để con kiến tha hết 13 miếng mồi về tổ? (kết quả làm tròn hàng đơn vị)

Câu 472. Mèo Táo có mở một cửa hàng sách và đang cần tuyển nhân viên trông coi cửa hàng. Để tuyển nhân viên đòi hỏi có khả năng tư duy và suy luận tốt, Táo đưa ra thử thách như sau: Bộ truyện tranh thám tử Kenichi gồm 44 tập đang được sắp xếp từ 1 đến 44 trên giá (giả sử đang tính từ trái qua phải và tất cả cuốn truyện được sắp xếp cùng chiều). Yêu cầu hãy thực hiện việc sắp xếp các tập truyện theo trình tự ngược lại từ 44 đến 1 theo quy tắc: đổi chỗ 2 tập truyện đang xếp liên tiếp sẽ bị tính 1 điểm, đổi chỗ 2 tập truyện mà ở giữa chúng có đúng 3 tập khác thì không bị tính điểm. Bạn An muốn ứng tuyển vào nhân viên cửa hàng. Hỏi điểm số của An nhỏ nhất là bao nhiêu điểm để thực hiện được thử thách trên?

Câu 473. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, đơn vị mỗi trục là mét, mặt sàn là mặt (Oxy), trục Oz hướng lên, có hai bức tường (1) và (2) nằm lần lượt trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) như hình vẽ.



Một tia Laze được chiếu từ điểm S xuyên qua một lỗ nhỏ tại $A(0;6;5)$ trên bức tường (1), tia sáng này phản xạ tại điểm B trên mặt sàn rồi đến bức tường (2) tại điểm $C(12;0;7)$. Theo tính chất phản xạ ta có AB và BC cùng tạo với mặt sàn các góc bằng nhau. Khi đó,

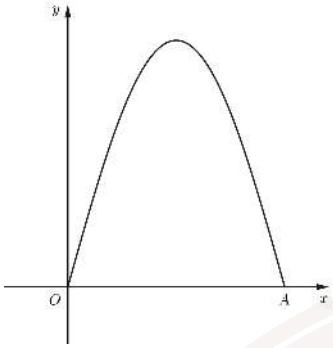
A Tung độ của điểm B là $y_B=5$.

B Nếu $B(x_B;y_B;0)$ thì $\overrightarrow{AB}=(x_B;y_B-6;-5)$.

C Hình chiếu vuông góc của điểm C trên mặt sàn (Oxy) là điểm $C'(0;0;7)$.

D Biết điểm S cách lỗ A một khoảng $SA=3$ mét và $S(a;b;c)$ thì $a+b+c=12$.

Câu 474. Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4{,}8\sin\dfrac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình vẽ





Một xà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho xà lan có thể đi qua được gầm cầu (trục Ox nằm trên mặt sàn của xà lan), để đảm bảo an toàn thì vị trí cao nhất của thùng hàng cách mép dưới cầu 70 cm (thẳng vị trí cao nhất hướng lên). Tính chiều cao tối đa của khối hàng hóa đó để xà lan có thể đi qua được gầm cầu (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 475. Một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng như hình vẽ



Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10 m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12 m so với tường. Giả sử độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là 1,2 m. Độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 476. Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Singapore ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 60000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 24000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

Câu 477. Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để Sơn thua? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

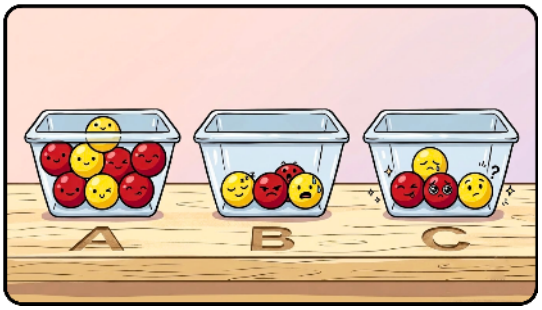
Câu 478. Một trang trại dự định dành 100 ha đất để trồng ba loại cây: Cao su, Cà phê và Hồ tiêu. Lợi nhuận hàng năm ước tính của Cao su là 40 triệu đồng/ha, Cà phê là 60 triệu đồng/ha và Hồ tiêu là 80 triệu đồng/ha. Do các yếu tố về quy hoạch và tài nguyên nước, diện tích trồng các loại cây phải tuân thủ các điều kiện sau:

- Tổng diện tích trồng Cà phê và Hồ tiêu không được vượt quá diện tích trồng Cao su.
- Diện tích trồng Hồ tiêu không được vượt quá 20 ha.
- Diện tích trồng Cà phê không được vượt quá 3 lần diện tích trồng Hồ tiêu.

Tổng lợi nhuận thu được hàng năm của trang trại đó lớn nhất là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 479. Một giải đấu eSports có 8 đội tuyển tham gia thi đấu loại trực tiếp, bắt đầu từ Tứ kết (8 đội được chia thành 4 cặp, đội thắng trong mỗi cặp sẽ tiến vào bán kết, đội thua bị loại). Ban Tổ chức đánh số hạt giống các đội theo thứ tự từ mạnh đến yếu là 1 đến 8. Việc bốc thăm chia 4 cặp đấu Tứ kết được thực hiện ngẫu nhiên. Biết rằng khi thi đấu, đội có số hạt giống nhỏ hơn sẽ đánh bại đội có số hạt giống lớn hơn, tuy nhiên, có hai ngoại lệ: Đội số 8 luôn đánh bại đội số 1 và đội số 7 luôn đánh bại đội số 2. Tính xác suất để đội hạt giống số 3 giành chức vô địch giải đấu. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 480. Hộp A có 5 bi đỏ và 3 bi vàng, hộp B có 2 bi đỏ và 2 bi vàng, hộp C có 2 bi đỏ và 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp A bỏ sang hộp B rồi lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp B bỏ sang hộp C, sau cùng lấy ngẫu nhiên 3 bi từ hộp C.

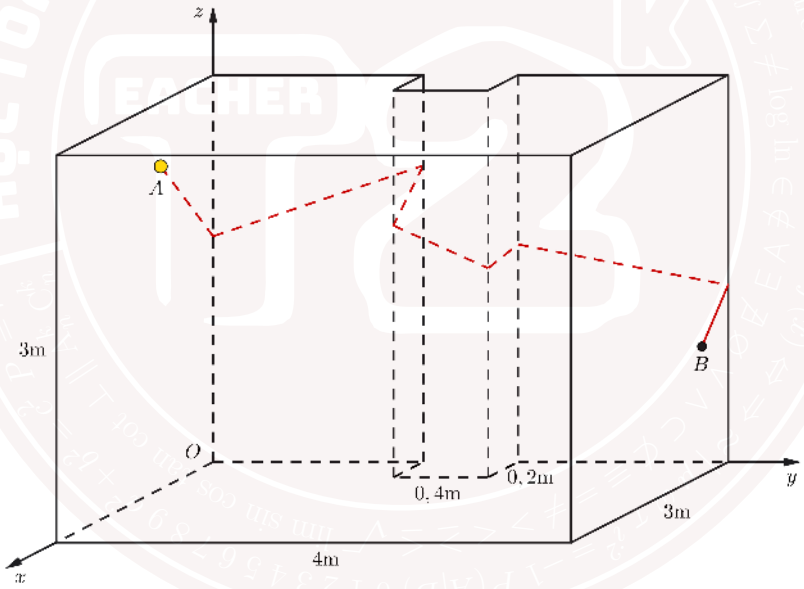


Xác suất để lấy được 3 bi đỏ từ hộp C là $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a-b$.

Câu 481. Hai thí sinh A và B cùng tham gia một cuộc thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi của các thí sinh là như nhau. Hai phong bì được gọi là giống nhau nếu chứa cùng một câu hỏi. Xác suất để 3 phong bì A chọn và 3 phong bì B chọn có ít nhất hai phong bì giống nhau là $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{N}$. Tính a^2+b^2.

Câu 482. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H). Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H).

Câu 483. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét như hình vẽ.



Trên bức tường thuộc mặt phẳng (Oyz) có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài $0,4$ m, chiều rộng $0,2$ m. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm $A(1;0;2,5)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B(0,5;4;1)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đấu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 484. Cho đa giác đều 36 đỉnh $A_1A_2...A_{36}$ nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong số các đỉnh A_1, A_2, ..., A_{36} của đa giác đã cho, biết xác suất để chọn được ba đỉnh tạo thành một tam giác có một góc bằng 120° là P. Giá trị biểu thức $595P$ bằng bao nhiêu?

Câu 485. Cho bảng 6×6 gồm 36 ô vuông đơn vị và cho 8 quân cờ đôi một khác nhau. Người ta xếp ngẫu nhiên 8 quân cờ đó vào 36 ô trong bảng sao cho mỗi ô xếp nhiều nhất một quân cờ. Hai cách xếp được gọi là như nhau nếu vị trí của 8 quân cờ tương ứng trên bảng là giống nhau sau khi xếp xong (không tính đến thứ tự xếp các quân cờ vào bảng). Chọn ngẫu nhiên một cách xếp như trên. Gọi P là xác suất của biến cố: "Cách xếp được chọn thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:

- Trên mỗi hàng có ít nhất một quân cờ;
- Trên mỗi cột có ít nhất một quân cờ;
- Mỗi quân cờ phải cùng hàng với đúng một quân cờ khác hoặc cùng cột với đúng một quân cờ khác."

Giá trị của 9^4P bằng bao nhiêu? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng phần trăm)

Câu 486. Một bài thi trắc nghiệm gồm 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai trừ 1 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách ở mỗi câu hỏi chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Gọi p là xác suất khi thí sinh đó có kết quả 20 điểm. Giá trị của $100p$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 487. Một tập đoàn năng lượng cần xây dựng tuyến ống dẫn dầu cỡ lớn chạy theo một đường thẳng dài 720 km để dẫn dầu đi qua một vùng hoang mạc rộng lớn. Hai trạm bơm công suất lớn ở hai đầu tuyến đã xây xong, phần việc còn lại là:

- Lắp đặt ống dẫn dầu giữa hai trạm bơm công suất lớn đã có.
- Xây thêm một số trạm bơm tăng áp nằm trên tuyến ống dẫn để tăng hiệu quả dẫn dầu sao cho các trạm bơm tăng áp này chia toàn bộ tuyến ống dẫn dầu thành các đoạn có độ dài bằng nhau.

Đơn vị thiết kế lập dự toán phần việc còn lại như sau:

- Chi phí xây 1 trạm bơm tăng áp là 108 (triệu đồng).
- Chi phí xây đoạn ống dẫn dầu nối giữa hai trạm bơm kề nhau với khoảng cách x km là $x(2+\sqrt{x})$ (triệu đồng).

Hỏi cần xây thêm bao nhiêu trạm bơm tăng áp để tổng chi phí phần việc còn lại theo dự toán như trên là nhỏ nhất? Coi kích thước của các trạm bơm tăng áp là không đáng kể so với chiều dài toàn tuyến ống dẫn dầu.

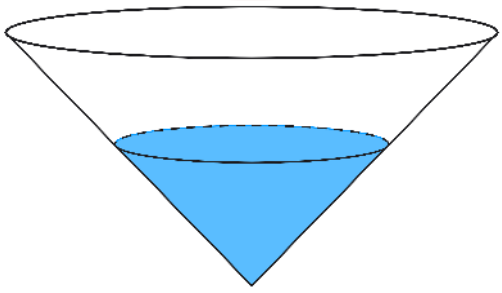
Câu 488. Cho một nhóm 15 học sinh có chiều cao khác nhau gồm 5 học sinh nữ có chiều cao tăng dần kí hiệu lần lượt là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 và 10 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 15 học sinh đó thành một hàng ngang sao cho nếu tính từ trái sang phải thì các học sinh nữ có chiều cao tăng dần, các học sinh nam cũng có chiều cao tăng dần, giữa học sinh G_1 và G_2 có ít nhất 2 học sinh nam, giữa học sinh G_4 và G_5 có ít nhất 1 học sinh nam và nhiều nhất 4 học sinh nam?

Câu 489. Trong hộp chứa 100 cái thẻ được đánh số thứ tự liên tiếp từ 1 đến 100. Hai thẻ khác nhau thì đánh số thứ tự khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ trong hộp. Xác suất để để chọn được 3 thẻ có số thứ tự lập thành cấp số cộng, đồng thời có tổng không vượt quá 125 bằng $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $b-a$.

Câu 490. Cho bảng 5×5 gồm 25 ô vuông đơn vị và cho bốn màu. Người ta tô mỗi ô trong bảng bởi một trong bốn màu đã cho sao cho hai ô bất kì có chung đỉnh hoặc chung cạnh thì khác màu. Hai cách tô màu bảng được gọi là giống nhau nếu mỗi ô của bảng có cùng màu ở cả hai cách tô (không tính đến thứ tự tô màu các ô). Gọi S là số cách tô màu bảng phân biệt thỏa mãn điều kiện trên. Giá trị của $9S$ bằng bao nhiêu?

Câu 491. Một vật đặt tại vị trí đỉnh A của một tứ diện đều $ABCD$ chịu tác dụng của ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ có độ lớn lần lượt là 8N, 10N và 12N. Lực $\overrightarrow{F_1}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{F_2}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{F_3}$ ngược hướng với $\overrightarrow{AD}$. Độ lớn của lực tổng hợp $\overrightarrow{F}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}$ tác dụng lên vật bằng bao nhiêu Newton? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 492. Một cái bể nước hình nón để ngược có chiều cao 51 cm, bán kính đáy bằng 50 cm như hình vẽ.



Một vòi nước chảy vào bể sao cho sau mỗi giây chiều cao mực nước tăng đều lên 2 cm cho đến khi đầy bể. Hãy tính tốc độ tăng thể tích $\left(\text{m}^3/\text{s}\right)$ của nước trong khoảng thời gian một giây ngay trước khi bể đầy. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 493. Để chuẩn bị cho hành trình học đại học sau khi tốt nghiệp phổ thông, ngay từ đầu năm lớp 10, được sự đồng ý của cha mẹ, bạn Hùng vừa đi học vừa đi làm thêm để có thể giảm gánh nặng kinh tế cho gia đình. Tháng đầu tiên đi làm, bạn Hùng được ông chủ trả 3 triệu đồng, nhờ siêng năng làm việc nên cứ mỗi tháng ông chủ lại tăng 7% lương so với tiền lương tháng liền trước. Mỗi khi lĩnh lương, bạn Hùng đều cất đi phần lương tăng so với tháng trước. Hỏi sau 3 năm kể từ khi bắt đầu đi làm thêm thì bạn Hùng tiết kiệm được bao nhiêu triệu đồng? (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

Câu 494. Bác An có một cửa hàng chuyên bán buôn bưởi Đoan Hùng, bác nhận thấy rằng: Nếu bán mỗi kilogram bưởi với giá 30 nghìn đồng thì mỗi tuần có 60 đơn hàng và mỗi đơn hàng mua 100 kilogram. Nếu cứ tăng giá mỗi kilogram bưởi thêm 2 nghìn đồng thì hàng tuần số đơn hàng giảm 4 đơn, đồng thời số lượng bưởi mà mỗi đơn hàng đặt mua cũng giảm đi 2 kilogram. Hỏi bác cần bán mỗi kilogram bưởi với giá bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận hàng tuần thu được là lớn nhất? Biết giá nhập mỗi kilogram bưởi là 24 nghìn đồng và giá bán không vượt quá 50 nghìn đồng/kilogram.

Câu 495. Công ty vận tải nhận một đơn hàng vận chuyển ít nhất 23 tấn hàng loại A, ít nhất 59 tấn hàng loại B và không quá 139 tấn hàng loại C. Công ty vận tải sử dụng hai loại xe X và Y để chở số hàng đó. Mỗi xe loại X đều chở 12 tấn hàng loại A, 6 tấn hàng loại B và 18 tấn hàng loại C. Mỗi xe loại Y đều chở 2 tấn hàng loại A, 20 tấn hàng loại B và 22 tấn hàng loại C. Chi phí cho 1 xe loại X là 37 triệu đồng và cho 1 xe loại Y là 45 triệu đồng. Gọi T (triệu đồng) là chi phí nhỏ nhất để công ty hoàn thành đơn hàng. Giá trị của $10T$ bằng bao nhiêu?

Câu 496. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0 < x \leq 2500)$, tổng số tiền thu được là $f(x) = 2006x - x^2$ (đơn vị: nghìn đồng) và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) $(0 < t < 320)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 497. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép (tức là tiền lãi được cộng vào vốn của kỳ kế tiếp). Ban đầu người đó gửi với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất $2,1\%$/kỳ, sau 2 năm người đó thay đổi phương thức gửi, chuyển thành kỳ hạn 1 tháng với lãi suất $0,65\%$/tháng. Tính tổng số tiền lãi (triệu đồng) nhận được sau 5 năm. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 498. Cho một đa giác đều (H) có 9 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi X là tập hợp tất cả các tam giác có ba đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác trên

A Chọn một tam giác trong tập X. Xác suất để tam giác đó là tam giác cân nhưng không phải tam giác đều bằng $\dfrac{3}{7}$.

B Số tam giác đều có trong tập X là 3.

C Đặt 9 đồng xu được đánh số từ 1 đến 9 trên các đỉnh của đa giác đều (H), mỗi đỉnh đặt một đồng xu. Gọi A là biến cố "Các tam giác đều có ba đỉnh là đỉnh của (H) có tổng các số ghi trên ba đồng xu của mỗi tam giác đó là bằng nhau". Khi đó $P(A)=\dfrac{1}{280}$.

D Số tam giác có trong tập X là 84.

Câu 499. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Để theo dõi hành trình của hai khinh khí cầu, người ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng lên trời (đơn vị đo lấy theo kilômét). Vào lúc 9 giờ sáng, chiếc thứ nhất ở vị trí A nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Vị trí người quan sát đứng lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính tổng $32a+60b+5c$

Câu 500. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(2;1;12)$, trong đó một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trạm thu phát sóng đó có bán kính phủ sóng là 130 mét. Vùng phủ sóng của trạm thu phát được quy ước là tập hợp tất cả các điểm P trên mặt đất và trong không gian sao cho khoảng cách IP không vượt quá 130 mét. Mặt đất được coi là một phần của mặt phẳng (Oxy) và mỗi người trên mặt đất được coi như một chất điểm.

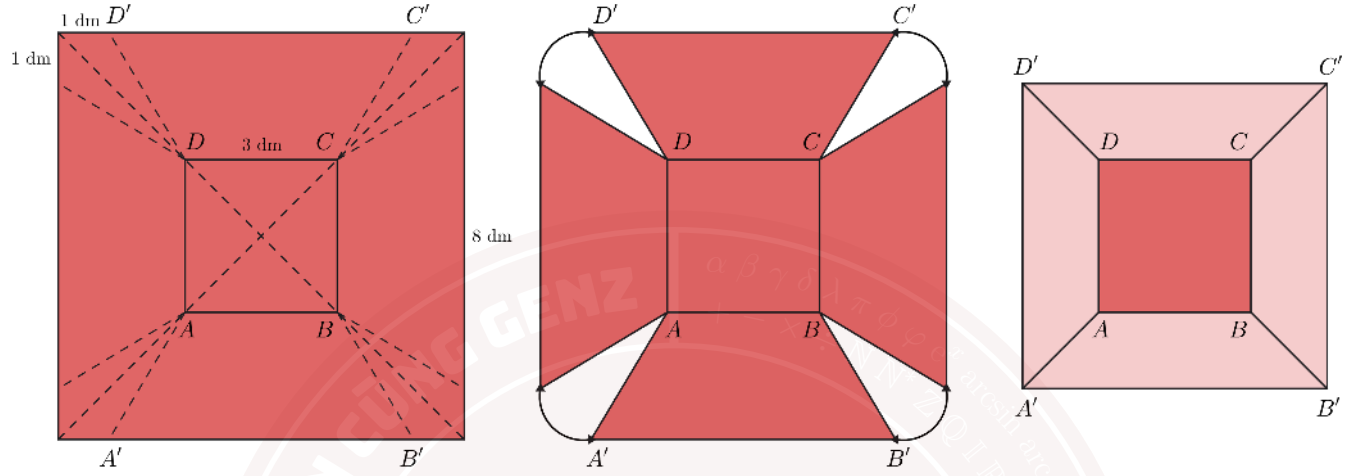
A Vùng phủ sóng của trạm thu phát là một phần của hình cầu giới hạn bởi mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-12)^2=169$.

B Giả sử một người cầm điện thoại đang ở vị trí điểm $M(3;1;0)$ và chuyển động thẳng đều trên mặt đất với tốc độ 3,6 km/h. Khi đó, tại giây thứ 40 tính từ lúc xuất phát ở vị trí điểm $M(3;1;0)$, người đó đã đi được ra ngoài vùng phủ sóng của trạm thu phát.

C Khoảng cách ngắn nhất để một người cầm điện thoại đang ở vị trí có tọa độ $N(8;9;0)$ di chuyển trên mặt đất tới được vùng phủ sóng (theo đơn vị mét) là 100 m.

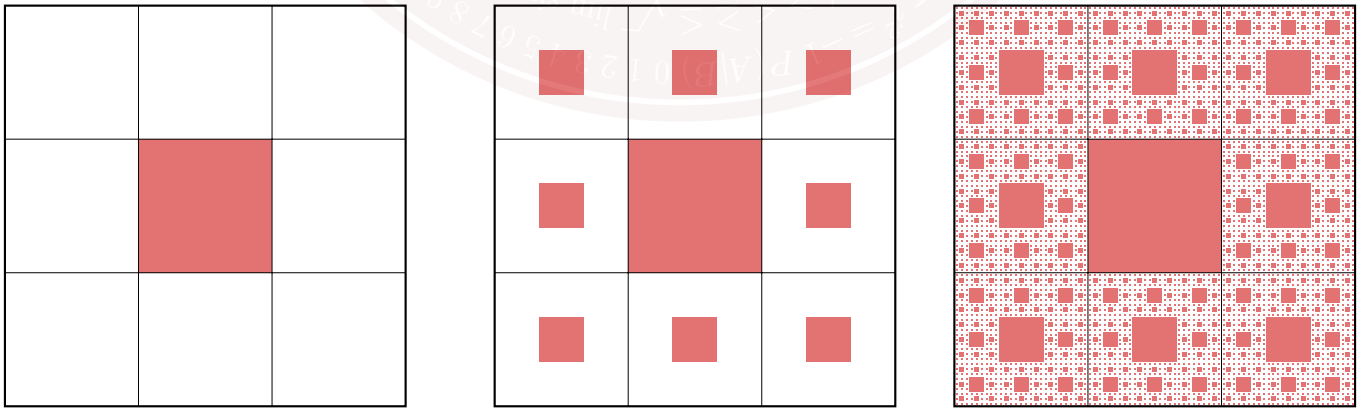
D Giả sử một người cầm điện thoại chuyển động thẳng đều trên mặt đất từ vị trí $A(6;9;0)$ đến vị trí $B(-4;b;0)$ với tốc độ 3,6 km/h sao cho khoảng thời gian người đó thuộc vùng phủ sóng đúng bằng 60 giây. Khi đó $b=\dfrac{3}{2}$.

Câu 501. Để chuẩn bị cho hội chợ "Ý tưởng xanh", bạn Nam dự định làm một chiếc khay trồng rau mầm thủy canh dạng hình chóp cụt đều không có nắp. Từ một tấm vật liệu tái chế hình vuông có cạnh 8 dm, Nam cắt bỏ bốn phần giống nhau ở bốn góc, sau đó gấp tạo hình rồi hàn các mép lại để được chiếc khay như hình vẽ.



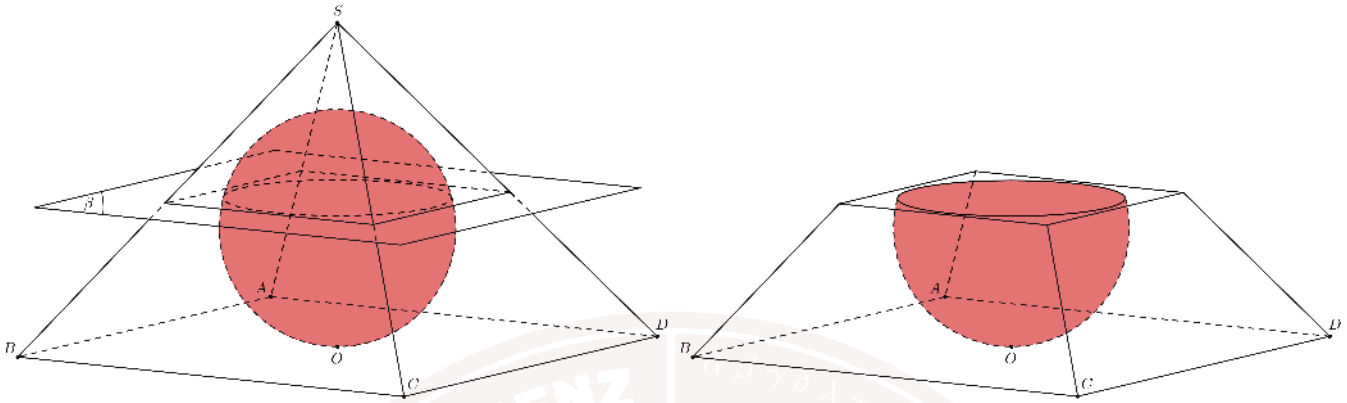
Biết đáy khay là hình vuông có cạnh bằng 3 dm. Hỏi chiều cao của chiếc khay trồng rau này bằng bao nhiêu dm?

Câu 502. Trong một dự án nghiên cứu công nghệ vật liệu mới, các kỹ sư thiết kế một tấm pin năng lượng mặt trời dạng hình vuông có cạnh 1 m. Để tối ưu hóa khả năng hấp thụ ánh sáng và tản nhiệt, mặt tấm pin được phủ các lớp vi mạch cảm biến dạng phân mảnh (fractal). Ban đầu, tấm pin hình vuông được chia thành 9 ô vuông nhỏ bằng nhau, ô vuông ở chính giữa được phủ một lớp vật liệu cảm biến sẫm màu. Ở giai đoạn tiếp theo, mỗi ô vuông màu sáng còn lại tiếp tục được chia thành 9 ô vuông nhỏ hơn và ô chính giữa của nó lại được phủ vật liệu cảm biến sẫm màu. Quá trình chia nhỏ và phủ vi mạch sẫm màu này được thực hiện liên tiếp đúng 5 lần.



Tính tổng diện tích mặt tấm pin đã được phủ vật liệu cảm biến sẫm màu sau 5 lần thực thiện theo đơn vị mét vuông. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 503. Một mô hình thủy tinh được cấu tạo bởi một khối chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 4, O là giao điểm của AC, BD và một khối cầu (S) nội tiếp khối chóp.



Biết $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}R_{(S)}S_{tp}$, trong đó $R_{(S)}$ là bán kính mặt cầu nội tiếp khối chóp và S_{tp} là diện tích toàn phần của hình chóp.

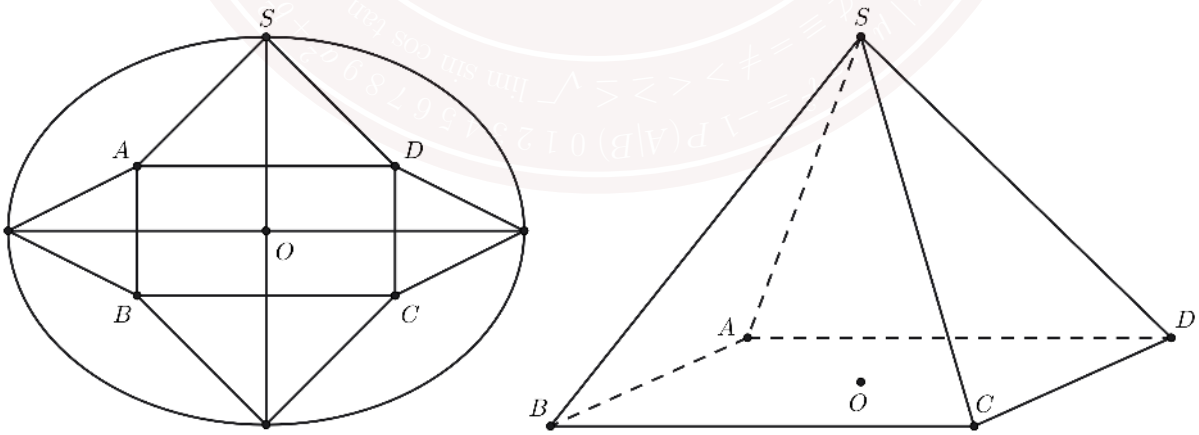
A Khoảng cách từ đỉnh S đến mặt đáy $(ABCD)$ bằng $\sqrt{2}$.

B Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

C Gọi α là một góc phẳng của góc nhị diện $[O,SD,C]$. Giá trị $\tan\alpha=2$.

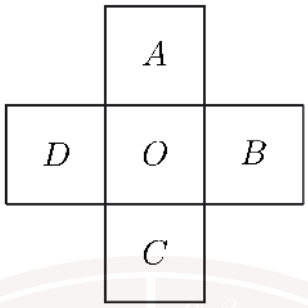
D Để sử dụng phần không gian bên trong của khối cầu (S) để nuôi cá, người ta cắt mô hình này bằng một mặt phẳng (β) song song với mặt đáy $(ABCD)$. Để tối ưu hóa phần không gian này thì tổng chu vi giữa giao tuyến của mặt phẳng (β) và mô hình này phải nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất này bằng $18,89$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 504. Cho một tấm bìa hình elip tâm O có độ dài trục lớn và trục bé lần lượt bằng 8 và 6. Một hình chữ nhật có các cạnh song song hoặc vuông góc với hai trục của elip như hình vẽ.



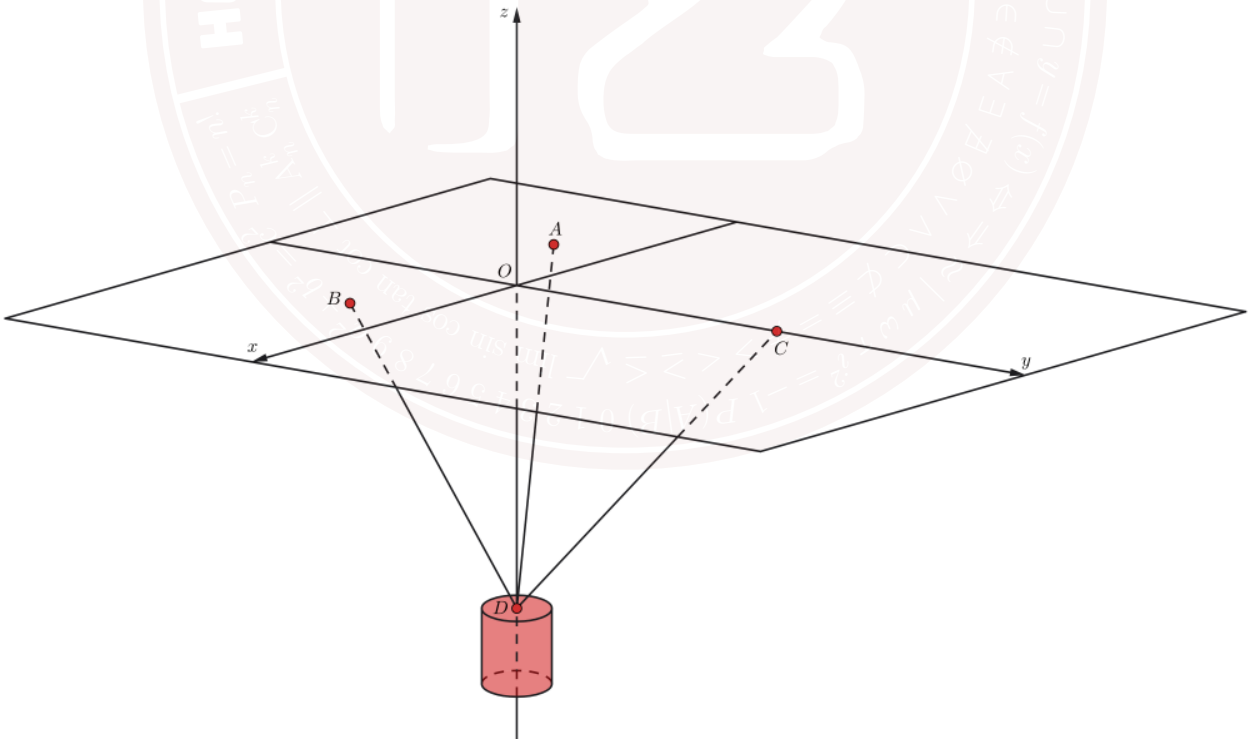
Người ta tiến hành cắt ra các tam giác cân từ tấm bìa có một cạnh chung với hình chữ nhật sao cho có thể gấp vặn thành một hình chóp tứ giác có tất cả các cạnh bên bằng nhau. Thể tích lớn nhất của khối chóp tạo thành bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 505. Cho 5 thẻ màu xanh, 5 thẻ màu đỏ và 5 thẻ màu vàng, mỗi loại được đánh số thứ tự từ 1 đến 5, tất cả thẻ đều có dạng hình vuông 1×1. Chọn ngẫu nhiên 5 thẻ để ghép vào các ô như hình vẽ (mỗi thẻ tương ứng với một trong các ô vuông A, B, C, D, O)



Tính xác suất để hai hình vuông có đúng 1 cạnh chung thì khác màu, hai hình vuông có đúng 1 đỉnh chung thì khác số. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

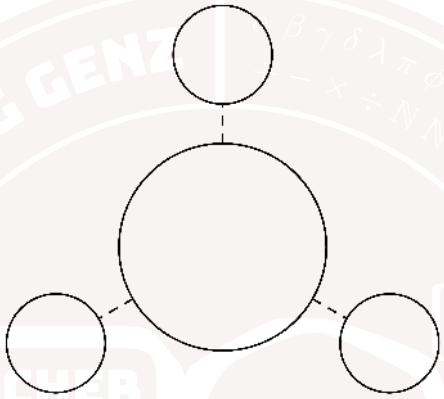
Câu 506. Trong không gian $Oxyz$, một vật được treo bằng ba sợi dây không dãn, mỗi sợi dây có một đầu lần lượt được gắn tại các điểm $A(-2;-1;0)$, $B(2;-1;0)$, $C(0;4;0)$, còn đầu kia được gắn với vật tại điểm $D(0;0;-4)$ (trong đó mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, trục Oz hướng thẳng lên trên) như hình vẽ.



Biết rằng mỗi sợi dây được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 15 N. Để không dây nào bị đứt thì trọng lượng tối đa của vật bằng bao nhiêu Newton? (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)

Câu 507. Trong ngày giới thiệu các câu lạc bộ (CLB) ngoại khóa của trường THPT, thống kê việc đăng kí vào 3 CLB bóng đá, cầu lông và cờ vua thì có tổng là 70 học sinh, mỗi học sinh muốn tham gia vào CLB nào thì phải viết 1 đơn đăng kí gửi CLB đó. Tổng cả 3 CLB thu được 155 đơn. Hỏi có ít nhất bao nhiêu học sinh đăng kí tham gia cả 3 CLB?

Câu 508. Cho tập hợp $X=\{1;2;3;...;12\}$. Chọn ngẫu nhiên 4 số phân biệt từ tập X. Trong 4 số được chọn, ta đặt 1 số vào vòng tròn lớn ở chính giữa, 3 số còn lại được đặt vào ba vòng tròn nhỏ xung quanh (biết rằng ba vòng tròn nhỏ này không phân biệt vị trí).



Gọi P là xác suất để các số được đặt thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

- Ba số ở ba vòng tròn nhỏ có thể sắp xếp thành một cấp số cộng tăng.
- Số ở vòng tròn lớn chính giữa bằng tổng của cả ba số ở ba vòng tròn nhỏ.

Tính giá trị của biểu thức $33990P$.

Câu 509. Trong mặt phẳng Oxy, một con ếch đang đứng tại điểm O, nó bắt đầu nhảy. Ở mỗi bước nhảy nó nhảy ngẫu nhiên theo một trong hai cách sau:

- Bước lên: Sang phải một đơn vị theo trục Ox và lên trên một đơn vị theo trục Oy.
- Bước xuống: Sang phải một đơn vị theo trục Ox và xuống dưới một đơn vị theo trục Oy.



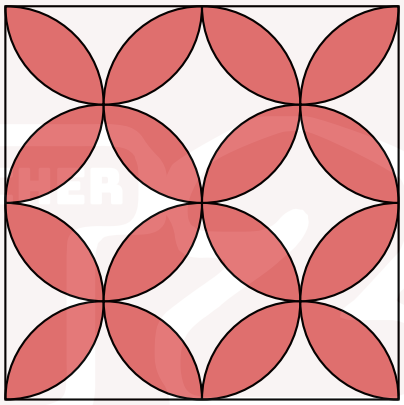
Xác suất để con ếch đến được điểm $A(15;3)$ sau 15 lần nhảy và không nhảy xuống điểm có tung độ âm bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 510. Công ty chứng khoán VNStock cần xử lý 18000 lệnh giao dịch trong một ngày làm việc (8 giờ). Hệ thống gồm các máy chủ xử lý với thông số như sau:

- Năng suất: 250 lệnh/giờ/máy.
- Chi phí triển khai: 15 triệu đồng/máy (cài đặt ban đầu).
- Chi phí vận hành: Điện + bảo trì: 120000 đồng/giờ/máy.
- Chi phí nhân viên giám sát: 8 triệu đồng/giờ (trả theo giờ làm việc thực tế).

Tìm chi phí (triệu đồng) thấp nhất mà công ty phải bỏ ra để thực hiện số lượng giao dịch nói trên. (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 511. Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng 80 cm như hình vẽ.



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu đậm) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}$ cm. Tính diện tích hoa (cm^2) trên mỗi viên gạch. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 512. Một trường đại học trao hai loại học bổng A và B cho sinh viên trong trường, một sinh viên có thể được nhận cả hai loại học bổng A và B. Trong số các sinh viên được trao học bổng loại A có 12% số bạn được trao học bổng loại B và trong số các sinh viên không được trao học bổng loại A có 10% số bạn được trao học bổng loại B. Có $10,2\%$ số sinh viên toàn trường được trao học bổng loại B. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong trường.

A Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B là $0,898$.

B Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại A, là $0,88$.

C Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A là $0,89$.

D Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại B, lớn hơn $0,9$.

Câu 513. Có tám bạn học sinh ngồi quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu (các đồng xu đều cân đối, đồng chất). Tất cả tám bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn nào gieo được mặt ngửa sẽ đứng lên. Khi đó,

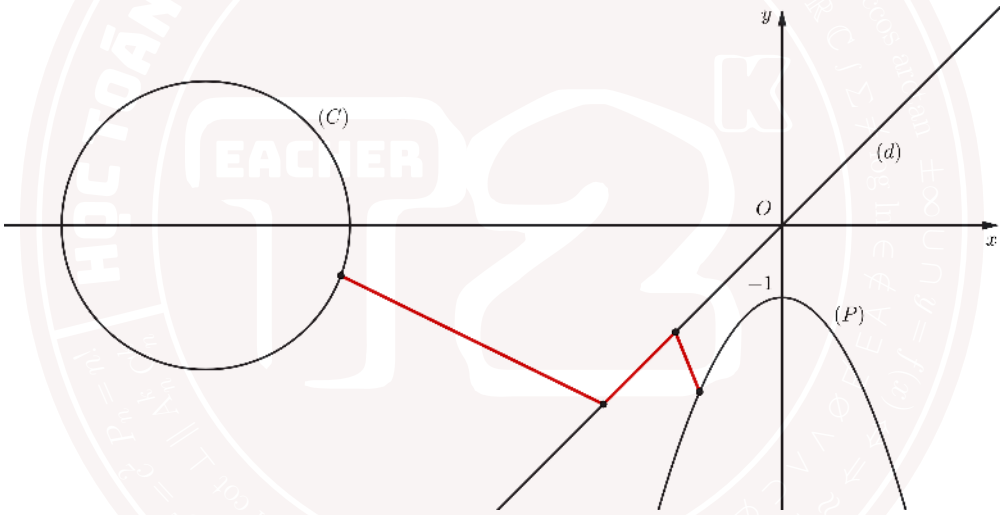
A Số phần tử của không gian mẫu khi tám bạn cùng tung đồng xu bằng 256.

B Số kết quả của phép thử sao cho có đúng một bạn đứng lên là 8.

C Số kết quả của phép thử sao cho có đúng hai bạn đứng lên và hai bạn đó không đứng cạnh nhau là 8.

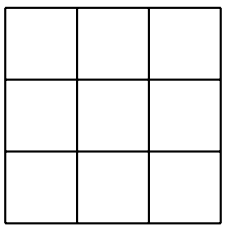
D Xác suất để có ít nhất hai bạn ngồi liền kề nhau phải đứng lên là $\dfrac{105}{128}$.

Câu 514. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P): y=-x^2-1$ và đường tròn $(C): (x+8)^2+y^2=4$. Một chất điểm xuất phát từ một điểm bất kì thuộc (P) di chuyển đến đường thẳng $(d): y=x$, tiếp tục di chuyển trên đường thẳng (d) một đoạn bằng $\sqrt{2}$ sau đó di chuyển đến một điểm thuộc đường tròn (C)



Tính quãng đường ngắn nhất mà chất điểm hoàn thành chặng đường trên? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 515. Cho một bảng ô vuông 3×3 như hình vẽ.



Điền ngẫu nhiên 9 số thuộc tập hợp $X=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ vào 9 ô vuông trong bảng (mỗi ô điền một số khác nhau). Gọi Y là biến cố "mỗi hàng, mỗi cột bất kì trong bảng đều có ít nhất một số lẻ". Biết xác suất $P(Y)=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 516. Anh An gửi ngân hàng 288 triệu với kì hạn 1 năm và hưởng lãi suất $6,3\%$/năm theo thể thức lãi kép. Sau khi gửi được tròn 8 tháng, anh cần dùng đến 288 triệu trên để mua đồ nội thất. Nhân viên ngân hàng đã đề xuất cho anh hai phương án:

- Phương án 1: Anh rút hết tiền trước kì hạn. Khi đó toàn bộ số tiền anh đã gửi được tính lãi với lãi suất không kì hạn là $0,2\%$/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng).
- Phương án 2: Anh thế chấp sổ tiết kiệm đó để vay ngân hàng 300 triệu. Khi đó toàn bộ số tiền vay sẽ phải chịu lãi suất 15%/năm (tính theo thể thức lãi kép với kì hạn 1 tháng). Đủ kì hạn 1 năm của khoản tiền gửi, anh sẽ rút hết tiền và trả hết nợ cho ngân hàng.

Nếu thực hiện theo phương án 2 thì anh được lợi bao nhiêu triệu đồng so với phương án 1? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

PHẦN B. ĐÁP ÁN

Câu 1 **B**	Câu 2 12	Câu 3 **B**	Câu 4 **C**	Câu 5 **D**	Câu 6 **D**	Câu 7 $\frac{1}{66}$	Câu 8 **C**	Câu 9 **C**	Câu 10 1501
Câu 11 $\frac{3}{5}$	Câu 12 **A**	Câu 13 $\frac{2}{5}$	Câu 14 **C**	Câu 15 **D**	Câu 16 **C**	Câu 17 **D**	Câu 18 $\frac{3}{64}$	Câu 19 **B**	Câu 20 126720
Câu 21 $\frac{4}{9}$	Câu 22 **B**	Câu 23 **A**	Câu 24 **C**	Câu 25 -11	Câu 26 **D**	Câu 27 **D**	Câu 28 **B**	Câu 29 **A**	Câu 30 **D**
Câu 31 15552	Câu 32 $\frac{1011}{2023}$	Câu 33 **D**	Câu 34 $\frac{17}{90}$	Câu 35 $\frac{17}{45}$	Câu 36 $\frac{9}{55}$	Câu 37 **B**	Câu 38 **C**	Câu 39 $\frac{253}{1152}$	Câu 40 $\frac{1}{1500}$
Câu 41 **B**	Câu 42 **C**	Câu 43 72	Câu 44 **A**	Câu 45 **D**	Câu 46 **A**	Câu 47 **A**	Câu 48 **B**	Câu 49 $\frac{8}{3}\sqrt{\frac{87}{2\pi}}$	Câu 50 250π
Câu 51 **D**	Câu 52 **A**	Câu 53 **D**	Câu 54 **B**	Câu 55 $\frac{4}{5}$	Câu 56 **D**	Câu 57 **D**	Câu 58 **C**	Câu 59 **A**	Câu 60 **D**
Câu 61 **D**	Câu 62 4	Câu 63 **A**	Câu 64 **D**	Câu 65 **B**	Câu 66 **C**	Câu 67 90	Câu 68 **A**	Câu 69 $324\left(\sqrt{3}+2\right)$	Câu 70 $3\sqrt{\frac{295}{2\pi}}$
Câu 71 **C**	Câu 72 **A**	Câu 73 **B**	Câu 74 **D**	Câu 75 **AC**	Câu 76 **B**	Câu 77 3200	Câu 78 **AD**	Câu 79 **AB**	Câu 80 43
Câu 81 3	Câu 82 333	Câu 83 224	Câu 84 $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$	Câu 85 **ACD**	Câu 86 **A**	Câu 87 6250	Câu 88 **BD**	Câu 89 $\frac{\sqrt{74}}{27}$	Câu 90 $\frac{6669}{8000}$
Câu 91 9	Câu 92 **AC**	Câu 93 **ABC**	Câu 94 **ABCD**	Câu 95 30	Câu 96 $\frac{8000}{81}$	Câu 97 $\frac{7271}{8000}$	Câu 98 $\frac{3}{38}$	Câu 99 **BCD**	Câu 100 54300
Câu 101 **AD**	Câu 102 28	Câu 103 $\frac{4802}{125}$	Câu 104 5	Câu 105 $\frac{12}{7}$	Câu 106 **AD**	Câu 107 **B**	Câu 108 $\frac{3}{5}$	Câu 109 20	Câu 110 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
Câu 111 **C**	Câu 112 26	Câu 113 253	Câu 114 **AD**	Câu 115 $100\left(70\sqrt{3}-25\right)$	Câu 116 36	Câu 117 29	Câu 118 17	Câu 119 15	Câu 120 $50\log\frac{292}{65}$
Câu 121 36	Câu 122 **AD**	Câu 123 20	Câu 124 **AB**	Câu 125 25	Câu 126 $1250\sqrt{2}$	Câu 127 **B**	Câu 128 **ABC**	Câu 129 **BC**	Câu 130 **BC**
Câu 131 $\sqrt[25]{568-136\sqrt{17}}$	Câu 132 **AD**	Câu 133 $\frac{11}{12}$	Câu 134 **BC**	Câu 135 15	Câu 136 1	Câu 137 240	Câu 138 1255	Câu 139 6868	Câu 140 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
Câu 141 $\frac{7}{20}$	Câu 142 **CD**	Câu 143 500	Câu 144 **ACD**	Câu 145 3	Câu 146 700	Câu 147 **BD**	Câu 148 **AB**	Câu 149 $\frac{36}{5}$	Câu 150 150

Câu 151 20	Câu 152 1100	Câu 153 $\frac{9\sqrt{4015}}{\sqrt{5+\sqrt{106}}}$	Câu 154 437	Câu 155 **AD**	Câu 156 $\frac{550\left(7\sqrt{7}-10\right)^2}{243}$	Câu 157 13	Câu 158 $1,15$	Câu 159 $\frac{11}{20}$	Câu 160 347
Câu 161 47	Câu 162 40	Câu 163 42	Câu 164 **ACD**	Câu 165 14	Câu 166 -4	Câu 167 $1100\sqrt{5}$	Câu 168 $\frac{528\left(7\sqrt{7}-10\right)^2}{243}$	Câu 169 $\frac{5}{2}$	Câu 170 $\frac{30}{\log_5 \frac{26}{17}}$
Câu 171 $\sqrt{146+72\cos 110^\circ}$	Câu 172 $\frac{12000}{573221}\sqrt{15845}$	Câu 173 $\sqrt{14}$	Câu 174 $\frac{1}{2}$	Câu 175 $\sqrt{8\sqrt{2}+8}$	Câu 176 $\frac{220000}{183379}$	Câu 177 $\frac{1}{18}$	Câu 178 $\frac{9}{5}$	Câu 179 $\frac{5}{33}$	Câu 180 $\frac{3\sqrt{17}}{14}$
Câu 181 360	Câu 182 $\frac{212625}{131072}$	Câu 183 13	Câu 184 **BCD**	Câu 185 **AC**	Câu 186 **A**	Câu 187 **AB**	Câu 188 **AD**	Câu 189 144	Câu 190 **BC**
Câu 191 **D**	Câu 192 **AD**	Câu 193 $\frac{5}{2}$	Câu 194 $\frac{7}{2}$	Câu 195 1350	Câu 196 **B**	Câu 197 **ABCD**	Câu 198 $4\sqrt{2}$	Câu 199 $\frac{1}{4}$	Câu 200 **ABCD**
Câu 201 $\frac{450}{7}$	Câu 202 **ABCD**	Câu 203 1600	Câu 204 14	Câu 205 6	Câu 206 **C**	Câu 207 2352	Câu 208 **A**	Câu 209 2520	Câu 210 1092
Câu 211 $95,9$	Câu 212 **AD**	Câu 213 2975	Câu 214 **AB**	Câu 215 **ABD**	Câu 216 100	Câu 217 $\frac{4\sqrt{140339}}{305}$	Câu 218 **A**	Câu 219 $\frac{11\sqrt{2}}{3}$	Câu 220 **ABC**
Câu 221 **B**	Câu 222 **AC**	Câu 223 8	Câu 224 230	Câu 225 $\frac{104}{9}$	Câu 226 120	Câu 227 $\frac{43}{34}$	Câu 228 **ACD**	Câu 229 $3750\sqrt{3}$	Câu 230 145
Câu 231 2	Câu 232 **AD**	Câu 233 **SSSS**	Câu 234 **B**	Câu 235 $\frac{28594579}{123202145}$	Câu 236 **A**	Câu 237 $20\sqrt{298}$	Câu 238 900	Câu 239 $\frac{15957}{100000}$	Câu 240 $\frac{6\sqrt{3}+14+\pi}{4}$
Câu 241 1375	Câu 242 1	Câu 243 26	Câu 244 $\frac{5970944}{9765625}$	Câu 245 120	Câu 246 **AB**	Câu 247 $200\sqrt{3}$	Câu 248 $\frac{40}{101}$	Câu 249 $100\left(\sqrt{205}+15\right)$	Câu 250 22
Câu 251 **BD**	Câu 252 4095	Câu 253 1800	Câu 254 32	Câu 255 900	Câu 256 $4\arccos\frac{\sqrt{24901}}{218}\cdot\frac{109\sqrt{46}}{69}$	Câu 257 1300	Câu 258 17	Câu 259 **ACD**	Câu 260 $\frac{3\pi+2}{23}$
Câu 261 $\frac{200}{51}$	Câu 262 **BC**	Câu 263 $18\pi-4$	Câu 264 $441\cos 85^\circ$	Câu 265 **BC**	Câu 266 21	Câu 267 1030	Câu 268 $\frac{1}{2}$	Câu 269 71	Câu 270 **ACD**
Câu 271 100	Câu 272 **BD**	Câu 273 $6\sqrt{3}$	Câu 274 $23,4$	Câu 275 135	Câu 276 **ACD**	Câu 277 $\sqrt{14-4\sqrt{2}+2}$	Câu 278 **AC**	Câu 279 4608	Câu 280 $\frac{54425}{4864}$
Câu 281 6460	Câu 282 933	Câu 283 2274	Câu 284 $6\sqrt{34}-2\sqrt{266}$	Câu 285 $\frac{29}{256}$	Câu 286 15	Câu 287 $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$	Câu 288 101	Câu 289 **BD**	Câu 290 4199
Câu 291 **AD**	Câu 292 **AC**	Câu 293 **ACD**	Câu 294 $\lim\left(\sqrt{\ }\right)^{+\cdots+1}$	Câu 295 100	Câu 296 $40\sqrt{5}$	Câu 297 $-\frac{15}{7}$	Câu 298 $3\sqrt{6}$	Câu 299 $\frac{12926460}{90968849}$	Câu 300 **BD**
Câu 301 $\frac{\pi}{2\arctan\frac{119}{9\sqrt{319}}}-1$	Câu 302 $\frac{\sqrt{21}}{14}$	Câu 303 **BC**	Câu 304 **AC**	Câu 305 64	Câu 306 5354	Câu 307 **A**	Câu 308 $\frac{516}{5}$	Câu 309 $\frac{5\sqrt{10}}{2}$	Câu 310 **ABC**

Câu 311 $\frac{32\sqrt{7}}{9}$	Câu 312 $\sqrt{101}+\sqrt{1061}$	Câu 313 $\frac{566497}{3566472}$	Câu 314 $\left(\sqrt{\ }\right)$	Câu 315 $\frac{162}{289}$	Câu 316 $\frac{27+10\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{3}\pi$	Câu 317 $17,8$	Câu 318 $\sqrt{\sqrt{\ }\sqrt{\ }}$	Câu 319 $\left(2,4^{\frac{3}{4}}+1,5^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{3}{2}}$	Câu 320 $\frac{1}{18\pi}$
Câu 321 **ABD**	Câu 322 **C**	Câu 323 **ABCD**	Câu 324 $\frac{10\sqrt{681}}{7}$	Câu 325 26	Câu 326 7792	Câu 327 $2,4$	Câu 328 $7200-1800\pi$	Câu 329 **ACD**	Câu 330 **ABC**
Câu 331 $\frac{1416}{625}\pi$	Câu 332 **AC**	Câu 333 918	Câu 334 **ABCD**	Câu 335 1127	Câu 336 80	Câu 337 $\frac{5}{8}$	Câu 338 $\frac{64\pi+216\sqrt{3}-512}{9}$	Câu 339 $\frac{5}{2}$	Câu 340 $\sqrt{373}$
Câu 341 160	Câu 342 $\frac{3\sqrt{10}+8+2\sqrt{2}}{4}$	Câu 343 15	Câu 344 $10,8$	Câu 345 27	Câu 346 17	Câu 347 $60+\frac{120}{\pi}\arccos\frac{4}{5}$	Câu 348 $\frac{44}{5}$	Câu 349 $\frac{2431}{3195}$	Câu 350 **ABCD**
Câu 351 **ABCD**	Câu 352 **BCD**	Câu 353 $72-\frac{24\sqrt{6}}{5}$	Câu 354 260	Câu 355 **CD**	Câu 356 **CD**	Câu 357 5832	Câu 358 576	Câu 359 9	Câu 360 310
Câu 361 $\frac{32}{35}$	Câu 362 $\frac{7066197}{8388608}$	Câu 363 $\frac{67}{576}$	Câu 364 $\frac{\sqrt{347}}{14}$	Câu 365 **ACD**	Câu 366 16	Câu 367 **ACD**	Câu 368 $\frac{\sqrt{2}}{18}$	Câu 369 $\frac{2\sqrt{51}}{25}$	Câu 370 $\frac{729\sqrt{3}}{128}$
Câu 371 6972	Câu 372 **ACD**	Câu 373 97	Câu 374 $\frac{3686472}{3125}$	Câu 375 $100\left(3+\sqrt{3}\right)$	Câu 376 $\frac{115\sqrt{929}}{108}-\frac{23}{2}$	Câu 377 **BD**	Câu 378 6400	Câu 379 71	Câu 380 $1,6$
Câu 381 **BCD**	Câu 382 7560	Câu 383 $\frac{15}{\sqrt{34}}$	Câu 384 416	Câu 385 $\frac{729}{640}$	Câu 386 **CD**	Câu 387 6300	Câu 388 **ABD**	Câu 389 $\sqrt{470}+\frac{\sqrt{389}}{2}+5$	Câu 390 **ABCD**
Câu 391 **BC**	Câu 392 2	Câu 393 $3\sqrt{3}$	Câu 394 $\frac{305\sqrt{13}}{52}$	Câu 395 78	Câu 396 **AD**	Câu 397 290	Câu 398 $\frac{2700}{637}\%$	Câu 399 $20\sqrt{5}-20$	Câu 400 $\frac{39}{64}$
Câu 401 **ABD**	Câu 402 $\frac{47}{256}$	Câu 403 **ABD**	Câu 404 $\frac{3\pi^2}{40}$	Câu 405 $\frac{63}{4}$	Câu 406 $\sqrt{241}$	Câu 407 $\frac{634}{3045}$	Câu 408 5	Câu 409 2592	Câu 410 105
Câu 411 $\frac{2\sqrt{42379}-196}{15}$	Câu 412 $5\sqrt{17}$	Câu 413 140	Câu 414 3360	Câu 415 **ABD**	Câu 416 $8\sqrt{89}+16\sqrt{41}$	Câu 417 698	Câu 418 $11,7$	Câu 419 2502	Câu 420 44
Câu 421 $\frac{666009761}{16000000}$	Câu 422 $\frac{3500}{3}$	Câu 423 $3-2\sqrt{2}$	Câu 424 9900	Câu 425 50	Câu 426 $\frac{15159}{40}$	Câu 427 $\frac{27000000}{468559}$	Câu 428 **BC**	Câu 429 **AB**	Câu 430 $\frac{2}{25}$
Câu 431 $308-50\arccos\frac{-3}{5}$	Câu 432 $34+\frac{25\pi}{2}\arcsin\frac{4}{5}$	Câu 433 $\frac{\sqrt{4210}}{15}$	Câu 434 1375	Câu 435 5893	Câu 436 $\frac{588}{5}$	Câu 437 **AC**	Câu 438 $\frac{2}{3}$	Câu 439 320	Câu 440 $\frac{1766}{27}$
Câu 441 3969	Câu 442 $\frac{\sqrt{73}}{2}+\sqrt{37}$	Câu 443 100	Câu 444 280	Câu 445 $\left(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$	Câu 446 196	Câu 447 $22+5\pi$	Câu 448 $\frac{14}{45}$	Câu 449 17	Câu 450 24
Câu 451 34	Câu 452 700	Câu 453 $\frac{3}{2}$	Câu 454 37	Câu 455 $20+10\sqrt{2}$	Câu 456 $\sqrt{951}+5$	Câu 457 -25	Câu 458 **AB**	Câu 459 **ACD**	Câu 460 1152
Câu 461 $\frac{96\sqrt{6}}{125}\pi$	Câu 462 1275	Câu 463 1865	Câu 464 22	Câu 465 $\frac{128\pi\sqrt{2}}{3}$	Câu 466 $\frac{216}{25}$	Câu 467 **AD**	Câu 468 **ACD**	Câu 469 $\frac{1}{21}$	Câu 470 $1,4$

Câu 471 369	Câu 472 22	Câu 473 **BD**	Câu 474 $\frac{24}{5}\cos\frac{1}{2}-\frac{7}{10}$	Câu 475 $\left(8,8^{\frac{4}{3}}+12^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$	Câu 476 90	Câu 477 $\frac{37}{56}$	Câu 478 $5,4$	Câu 479 $\frac{1}{35}$	Câu 480 -37
Câu 481 3721	Câu 482 450	Câu 483 $\frac{\sqrt{3706}}{10}$	Câu 484 33	Câu 485 $\frac{295245}{168113}$	Câu 486 $\frac{212625}{131072}$	Câu 487 19	Câu 488 736	Câu 489 8044	Câu 490 3240
Câu 491 $2\sqrt{43}$	Câu 492 $\frac{7501\pi}{1560600}$	Câu 493 $3\left(1,07^{35}-1\right)$	Câu 494 40	Câu 495 209	Câu 496 284	Câu 497 $98,2$	Câu 498 **BD**	Câu 499 34	Câu 500 **AD**
Câu 501 2	Câu 502 $\frac{26281}{59049}$	Câu 503 **B**	Câu 504 $\frac{134+10\sqrt{305}}{5\sqrt{150+6\sqrt{305}}}$	Câu 505 $\frac{370}{3003}$	Câu 506 $\frac{150}{\sqrt{21}}$	Câu 507 15	Câu 508 103	Câu 509 $\frac{1001}{16384}$	Câu 510 $\frac{5191}{25}$
Câu 511 $3200\,(\pi-2)$	Câu 512 **AD**	Câu 513 **AB**	Câu 514 $3\sqrt{5}+\sqrt{2}-2$	Câu 515 43	Câu 516 $2,48$				

CHƯƠNG II

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K

Page : https://www.facebook.com/GenZvsMath

Group : https://www.facebook.com/groups/genzvsmath12

Website : https://sites.google.com/view/genzvsmath

Youtube : https://www.youtube.com/@Teacher2ka

Tiktok : https://www.tiktok.com/@teacher2kk

Tuyển tập VD - VDC trong các đề thi thử THPTQG cả nước

Tài liệu bao gồm: Các phương pháp giải Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh.

PHẦN A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG

Nền tảng hình học giải tích

Vectơ. Vectơ là một đoạn thẳng có hướng.

Tọa độ của vectơ. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ với các vectơ đơn vị $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$, $\overrightarrow{k}$ trên các trục Ox, Oy, Oz, cho một vectơ $\overrightarrow{u}$. Khi đó, tồn tại duy nhất một bộ ba số thực $(x;y;z)$ sao cho $\overrightarrow{u}=x\overrightarrow{i}+y\overrightarrow{j}+z\overrightarrow{k}$. Bộ ba số thực $(x;y;z)$ thỏa mãn hệ thức được gọi là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{u}$ đối với hệ trục $Oxyz$, kí hiệu $\overrightarrow{u}=(x;y;z)$ hay $\overrightarrow{u}(x;y;z)$, trong đó x, y, z lần lượt là hoành độ, tung độ và cao độ của vectơ $\overrightarrow{u}$.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là tọa độ của điểm M.

Chú ý: $\overrightarrow{i}^2=\overrightarrow{j}^2=\overrightarrow{k}^2=1$ và $\overrightarrow{i}.\overrightarrow{j}=\overrightarrow{i}.\overrightarrow{k}=\overrightarrow{j}.\overrightarrow{k}=0$

Phương trình đường thẳng trong mặt phẳng.

Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua $I(x_0;y_0)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(u_1;u_2)$ và vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(n_1;n_2)$

- Phương trình tham số của đường thẳng có dạng: $\begin{cases}x=x_0+u_1t\\y=y_0+u_2t\end{cases}\quad\left(u_1^2+u_2^2\neq 0\right)$
- Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng: $\dfrac{x-x_0}{u_1}=\dfrac{y-y_0}{u_2}\ (u_1,u_2\neq 0)$
- Phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng:

$$n_1x+n_2y+c=0 \text{ với } n_1^2+n_2^2\neq 0 \text{ và } -c=n_1x_0+n_2y_0$$

Phương trình đường tròn trong mặt phẳng. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(x_0;y_0)$ và bán kính bằng R. Điểm $M(x;y)\in(C)\Leftrightarrow IM=R\Leftrightarrow(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$

Phương trình mặt phẳng.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $I(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n}=(a;b;c)$. Điểm $M(x;y;z)\in(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{n}\perp\overrightarrow{IM}\Leftrightarrow a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ hay $\boxed{ax+by+cz+d=0}$ với $-d=ax_0+by_0+cz_0$ và $a^2+b^2+c^2\neq 0$

Phương trình đường thẳng trong không gian.

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $I(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;b;c)$.

- Phương trình tham số của đường thẳng có dạng: $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\\z=z_0+ct\end{cases}\quad\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$
- Phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng: $\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}\ (a,b,c\neq 0)$

Phương trình mặt cầu.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R.

- Phương trình chính tắc có dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$
- Phương trình tổng quát có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ với $d=a^2+b^2+c^2-R^2$

Một số công thức, tính chất quan trọng.

Cho các vectơ $\overrightarrow{u}=(u_1;u_2;u_3)$ và $\overrightarrow{v}=(v_1;v_2;v_3)$. Khi đó,

a) $|\overrightarrow{u}|=\sqrt{u_1^2+u_2^2+u_3^2}$

b) $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}=|\overrightarrow{u}|.|\overrightarrow{v}|\cos(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})=u_1v_1+u_2v_2+u_3v_3$

c) $[\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}]=\left(\begin{vmatrix}u_2 & u_3\\ v_2 & v_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_3 & u_1\\ v_3 & v_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}u_1 & u_2\\ v_1 & v_2\end{vmatrix}\right)=(u_2v_3-v_2u_3;u_3v_1-v_3u_1;u_1v_2-v_1u_2)$

d) $|[\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}]|=|\overrightarrow{u}|.|\overrightarrow{v}|\sin(\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$

e) $\overrightarrow{u}\perp\overrightarrow{v}\Leftrightarrow\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}=0$

f) $\overrightarrow{u}\parallel\overrightarrow{v}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\overrightarrow{u}=k\overrightarrow{v}\ \ (k\in\mathbb{R})\\ u_1:u_2:u_3=v_1:v_2:v_3\\ [\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}]=\overrightarrow{0}\end{array}\right.$

g) Ba vectơ $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$ và $\overrightarrow{w}$ đồng phẳng, khi và chỉ khi, $[\overrightarrow{u},\overrightarrow{v}].\overrightarrow{w}=0$

h) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $S_{ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$ và $S_{ABD}=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|}{2}$

i) Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp thì $V_{\text{hộp}}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$ và $V_{ABDA'}=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|}{6}$

j) $d(M,(P))=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ với $M(x_0;y_0;z_0)$ và $(P):ax+by+cz+d=0$

k) $\cos(\widehat{(P),(Q)})=\left|\cos\left(\overrightarrow{n}_{(P)},\overrightarrow{n}_{(Q)}\right)\right|$

l) $\sin(\widehat{\Delta,(P)})=\left|\cos\left(\overrightarrow{u}_{\Delta},\overrightarrow{n}_{(P)}\right)\right|$

m) Với $M\in\Delta_1$ và $N\in\Delta_2$, ta có: $d(M,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u}_{\Delta_2},\overrightarrow{MN}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u}_{\Delta_2}\right|}$ và $d(\Delta_1,\Delta_2)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{u}_{\Delta_1},\overrightarrow{u}_{\Delta_2}\right].\overrightarrow{MN}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u}_{\Delta_1},\overrightarrow{u}_{\Delta_2}\right]\right|}$

Một số định lí quan trọng.

Định lí 1. Cho ba vectơ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$, trong đó $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ không cùng phương. Điều kiện cần và đủ để ba vectơ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ đồng phẳng là tồn tại duy nhất cặp số thực $(m;n)$ sao cho $\overrightarrow{c}=m\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}$

Định lí 2. Nếu $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ là ba vectơ không đồng phẳng thì với mỗi vectơ $\overrightarrow{d}$, tồn tại duy nhất bộ số thực $(m;n;p)$ sao cho $\overrightarrow{d}=m\overrightarrow{a}+n\overrightarrow{b}+p\overrightarrow{c}$.

Bài tập 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;2;5)$ và $D(4;5;-6)$

A Chứng minh rằng A, B, C, D là các đỉnh của một tứ diện.

B Tính diện tích tam giác ABC.

C Tính thể tích của tứ diện $ABCD$ và độ dài đường cao kẻ từ D của tứ diện.

D Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp dựng trên ba cạnh AB, AC, AD và tính thể tích hình hộp đó.

Bài tập 2. Cho vectơ $\overrightarrow{u}$ tùy ý khác $\overrightarrow{0}$. Tính giá trị biểu thức $\cos^2\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{i}\right)+\cos^2\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{j}\right)+\cos^2\left(\overrightarrow{u},\overrightarrow{k}\right)$.

Bài tập 3. Cho $A(1;-2;-1)$, $B(3;-2;-3)$, $C(-4;4;-2)$ và $D(3;2;-4)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua C, D và thỏa mãn $d(A,(P))=2d(B,(P))$.

Bài tập 4. Cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng đi qua M, theo thứ tự cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho

A M là trọng tâm tam giác ABC.

B M là trực tâm tam giác ABC.

Bài tập 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P):3x-y+2z-5=0$ và $(Q):x+3y-2z+3=0$.

A Viết phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của (P) và (Q).

B Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của $M(2;3;-5)$ trên Δ.

C Tìm tọa độ điểm K đối xứng với M qua Δ.

Bài tập 6. Cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z-4=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

Bài tập 7. Viết phương trình mặt cầu chứa đường tròn $(\omega):\begin{cases}(x-3)^2+(y-4)^2+z^2=36\\4x+y-z-9=0\end{cases}$ và đi qua điểm $M(7;-3;1)$.

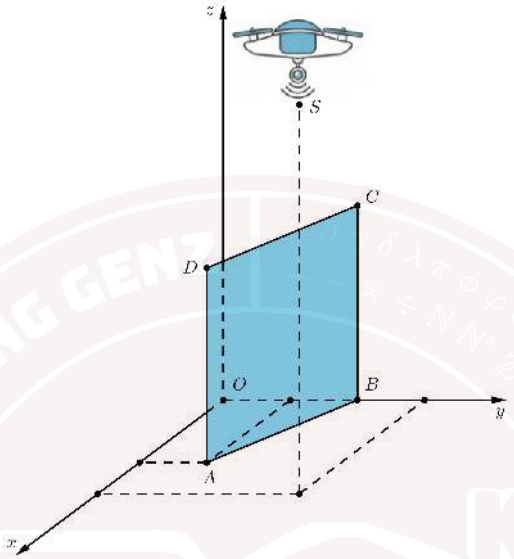
Bài tập 8. Viết phương trình mặt cầu đi qua hai đường tròn

$$(\omega):\begin{cases}x^2+(y-2)^2+z^2=25\\y=2\end{cases} \quad \text{và } (\omega'):\begin{cases}x^2+(y-3)^2+z^2=16\\y=3\end{cases}$$

Bài tập 9. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K là điểm thoả mãn $\overrightarrow{SK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ và L là giao điểm của đường thẳng SK với đường thẳng BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 56. Tính thể tích khối chóp $S.ABL$.

Bài tập 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\dfrac{1}{SM^2}+\dfrac{1}{SN^2}+\dfrac{1}{SP^2}$.

Bài tập 11. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ dựng vuông góc mặt đất với hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;2;0)$ với chiều cao 3 m. Biết rằng mỗi đơn vị trong hệ trục toạ độ tương ứng với 1 m. Một trạm phát sóng với máy phát đặt tại điểm S có toạ độ $(3;3;6)$. Trạm phát sóng phát sóng ra xung quanh tuy nhiên khi gặp bức tường thì bị chắn. Vì vậy sẽ có một vùng sau bức tường nơi mà không bắt được sóng như hình vẽ.



Một người đi bộ từ vị trí có toạ độ là $(-4;-4;0)$ theo hướng thẳng đến gốc toạ độ với vận tốc 1 m/s. Tính thời gian kể từ lúc bắt đầu di chuyển đến khi người đó bị mất sóng (đơn vị giây, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Ba đường conic

Định nghĩa. Cho đường thẳng Δ và một điểm F không nằm trên nó. Tập hợp những điểm M thỏa mãn $\dfrac{MF}{d(M,\Delta)} = e$ với e là một số dương không đổi, gọi là đường conic với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ và tâm sai e.

a) Đường elip:

- **Định nghĩa.** Cho hai điểm cố định F_1 và F_2, $F_1F_2 = 2c$ và một số không đổi $a > c$. Tập hợp những điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ gọi là đường elip.

  Hai điểm F_1, F_2 gọi là hai tiêu điểm của elip, khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của elip. Các đoạn thẳng MF_1 và MF_2 gọi là các bán kính qua tiêu của M

- **Phương trình chính tắc của elip.**

  Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $F_1(-c;0)$ và $F_2(c;0)$. Với điểm $M(x;y)$, ta có:

  $$(MF_1 + MF_2)(MF_1 - MF_2) = 4cx \Leftrightarrow MF_1 - MF_2 = \frac{2cx}{a}$$

  Suy ra $MF_1 = a + \dfrac{cx}{a}$ và $MF_2 = a - \dfrac{cx}{a}$.

  Khi đó, $\sqrt{(x \pm c)^2 + y^2} = a \pm \dfrac{cx}{a} \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$ hay $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$ với $b^2 = a^2 - c^2$

- **Hình dạng của elip.**

  Đường elip có hai trục đối xứng là đường thẳng F_1F_2 đi qua hai tiêu điểm F_1, F_2 và đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.

  Đường elip có tâm đối xứng là giao điểm O của hai trục đối xứng.

  Hai trục đối xứng của elip cắt elip tại 4 điểm, các điểm đó gọi là đỉnh của elip.

  Đoạn thẳng nối hai đỉnh elip cùng nằm trên một trục đối xứng có độ dài bằng $2a$, gọi là trục lớn của elip.

  Đoạn thẳng nối hai đỉnh elip cùng nằm trên một trục đối xứng có độ dài bằng $2b$, gọi là trục bé của elip.

  Hình chữ nhật kích thước $2a \times 2b$ ngoại tiếp elip, gọi là hình chữ nhật cơ sở của elip.

- **Tâm sai và đường chuẩn của elip.**

  Tỉ số tiêu cự và độ dài trục lớn của elip gọi là tâm sai của elip và kí hiệu là e. Vậy, $e = \dfrac{c}{a}$.
  Cho elip có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > b > 0)$. Đường thẳng $\Delta_1 : x + \dfrac{a}{e} = 0$ và đường thẳng $\Delta_2 : x - \dfrac{a}{e} = 0$ lần lượt được gọi là đường chuẩn của elip ứng với tiêu điểm F_1 và F_2

  Định lí 1. Nếu M nằm trên đường elip thì $\dfrac{MF_1}{d(M,\Delta_1)} = \dfrac{MF_2}{d(M,\Delta_2)} = e$

  Định lí 2. Cho điểm F không nằm trên đường thẳng Δ. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\dfrac{MF}{d(M,\Delta)} = e$ với e là một số không đổi nhỏ hơn 1, là một đường elip.

b) Đường hypebol:

- **Định nghĩa.** Cho hai điểm cố định F_1 và F_2, $F_1F_2 = 2c$ và một số không đổi $a < c$. Tập hợp những điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ gọi là đường hypebol.

  Hai điểm F_1, F_2 gọi là hai tiêu điểm của hypebol, khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ gọi là tiêu cự của hypebol. Các đoạn thẳng MF_1 và MF_2 gọi là các bán kính qua tiêu của M

- **Phương trình chính tắc của hypebol.**

  Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $F_1(-c;0)$ và $F_2(c;0)$. Với điểm $M(x;y)$, ta có:

  $$(MF_1 + MF_2)(MF_1 - MF_2) = 4cx \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = \pm\frac{2cx}{a}$$

  Suy ra $MF_1 = \left|a + \dfrac{cx}{a}\right|$ và $MF_2 = \left|a - \dfrac{cx}{a}\right|$.

  Khi đó, $\sqrt{(x \pm c)^2 + y^2} = \left|a \pm \dfrac{cx}{a}\right| \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$ hay $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$ với $b^2 = c^2 - a^2$

- **Hình dạng của hypebol.**

  Đường hypebol có hai trục đối xứng là đường thẳng F_1F_2 đi qua hai tiêu điểm F_1, F_2 và đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.

  Đường hypebol có tâm đối xứng là giao điểm O của hai trục đối xứng.

  Đường thẳng F_1F_2 cắt hypebol tại 2 điểm, các điểm đó gọi là đỉnh của hypebol.

Độ dài đoạn thẳng nối hai đỉnh hypebol bằng $2a$, gọi là độ dài trục thực của hypebol.

Đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2 gọi là trục ảo của hypebol. Độ dài $2b$ gọi là độ dài trục ảo.

Hình chữ nhật kích thước $2a \times 2b$ tiếp xúc hypebol tại các đỉnh của hypebol, gọi là hình chữ nhật cơ sở của hypebol

- **Tâm sai, đường tiệm cận và đường chuẩn của hypebol.**

  Tỉ số $e = \dfrac{c}{a}$, gọi là tâm sai của hypebol.

  Hai đường thẳng chứa hai đường chéo của hình chữ nhật cơ sở của hypebol, gọi là hai đường tiệm cận của hypebol đó.

  Cho hypebol có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > 0, b > 0)$. Đường thẳng $\Delta_1 : x + \dfrac{a}{e} = 0$ và đường thẳng $\Delta_2 : x - \dfrac{a}{e} = 0$ lần lượt được gọi là đường chuẩn của hypebol ứng với tiêu điểm F_1 và F_2

  Định lí 1. Nếu M nằm trên đường hypebol thì $\dfrac{MF_1}{d(M, \Delta_1)} = \dfrac{MF_2}{d(M, \Delta_2)} = e$

  Định lí 2. Cho điểm F không nằm trên đường thẳng Δ. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $\dfrac{MF}{d(M, \Delta)} = e$ với e là một số không đổi lớn hơn 1, là một đường hypebol.

c) Đường parabol:

- **Định nghĩa.** Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ gọi là đường parabol.

  Điểm F gọi là tiêu điểm của parabol, đường thẳng Δ gọi là đường chuẩn của parabol. Khoảng cách từ F đến Δ gọi là tham số tiêu của parabol.

- **Phương trình chính tắc của parabol.**

  Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $P\left(-\dfrac{p}{2}; 0\right)$, $F\left(\dfrac{p}{2}; 0\right)$ và đường thẳng $\Delta : x + \dfrac{p}{2} = 0$ với $p > 0$. Điểm $M(x; y)$ thuộc parabol (P), khi và chỉ khi, $MF = d(M, \Delta) \Leftrightarrow \boxed{y^2 = 2px}$

- **Tính chất.**

  Đường thẳng đi qua tiêu điểm và vuông góc với đường chuẩn là trục đối xứng của parabol.

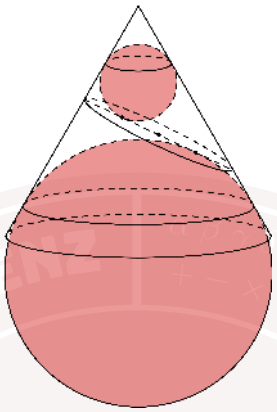
  Trục đối xứng cắt parabol tại điểm O gọi là đỉnh của parabol.

  Parabol nằm trong nửa mặt phẳng chứa điểm F và có bờ là trung trực của đoạn FP.

Bài tập 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai parabol $y^2 = 4x$ và $y = ax^2 + \dfrac{5x}{2} - 2$. Có bao nhiêu giá trị a để hai parabol đã cho cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nằm trên một đường tròn có bán kính $R = 3\sqrt{5}$?

Bài tập 2. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip $(E) : \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$ và hai điểm A, B thuộc (E) sao cho $OA \perp OB$. Gọi I là trung điểm của AB. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng OI.

Bài tập 3. Nhà toán học Gemina Dandelin dùng một mặt phẳng cắt hình nón, sau đó đặt vào trong hình nón hai quả cầu nhỏ có kích thước khác nhau sao cho chúng lần lượt tiếp xúc với mặt bên của hình nón và với mặt phẳng cắt. Khi đó có thể chứng minh thiết diện thu được khi mặt phẳng cắt hình nón là một elip, với các tiêu điểm là các tiếp điểm giữa hai mặt cầu với thiết diện (gọi là mô hình hai cầu Dandelin) như hình vẽ.



Nếu thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều thì elip thu được khi dùng một mặt phẳng cắt tạo với trục của hình nón một góc 60° có độ dài trục lớn là $2a$ và tiêu cự là $2c$. Tính giá trị $\dfrac{c\sqrt{3}}{a}$.

Phép biến hình - Phép dời hình

Phép biến hình. Nếu với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng, bằng một quy tắc f, ta tìm được điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng ấy thì f được gọi là phép biến hình trong mặt phẳng. Khi đó ta nói f biến điểm M thành M' và kí hiệu $f: M \mapsto M'$ hoặc $f(M) = M'$. Điểm M' được gọi là ảnh của điểm M qua phép biến đổi f và điểm M là tạo ảnh của M'

Phép đối xứng qua tâm.

- **Định nghĩa.** Cho điểm O. Phép biến đổi $Đ_O$ biến O thành O và biến mọi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép đối xứng qua tâm O.
- **Biểu thức tọa độ.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $I(a;b)$, $A(m;n)$ và $A'\left(m';n'\right)$. Nếu $Đ_I(A) = A'$ thì $\begin{cases} m' = 2a - m \\ n' = 2b - n \end{cases}$

Phép đối xứng trục.

- **Định nghĩa.** Cho đường thẳng Δ. Phép biến hình biến mỗi điểm $X \in \Delta$ thành điểm X và biến điểm $M \notin \Delta$ thành điểm M' sao cho Δ là đường trung trực của đoạn thẳng MM' được gọi là phép đối xứng qua đường thẳng Δ hay phép đối xứng trục Δ, kí hiệu là $Đ_\Delta$.
- **Biểu thức tọa độ.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(m;n)$, $A'\left(m';n'\right)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$. Nếu $Đ_\Delta(A) = A'$ thì $\begin{cases} m' = m - \dfrac{2a(am+bn+c)}{a^2+b^2} \\ n' = n - \dfrac{2b(am+bn+c)}{a^2+b^2} \end{cases}$

Phép tịnh tiến.

- **Định nghĩa.** Cho trước vectơ $\overrightarrow{u}$. Với mỗi điểm M trong mặt phẳng, ta dựng điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{u}$. Khi đó ta nói M' là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{u}$ và kí hiệu $T_{\overrightarrow{u}}: M\mapsto M'$; $\overrightarrow{u}$ được gọi là vectơ tịnh tiến.
- **Biểu thức tọa độ.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(m;n)$, $A'\left(m';n'\right)$ và vectơ $\overrightarrow{u}=(a;b)$. Nếu $T_{\overrightarrow{u}}(A)=A'$ thì $\begin{cases}m'=m+a\\n'=n+b\end{cases}$

Phép quay quanh một điểm.

- **Định nghĩa.** Cho điểm O và góc lượng giác α. Phép quay $Q_{(O;\alpha)}$ tâm O, góc quay α là phép biến hình biến O thành O và biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho $OM=OM'$ và $\left(OM,OM'\right)=\alpha$
- **Biểu thức tọa độ.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $I(a;b)$, $A(m;n)$ và $A'\left(m';n'\right)$. Nếu $Q_{(I;\alpha)}(A)=A'$ thì $\begin{cases}m'=a+(m-a)\cos\alpha-(n-b)\sin\alpha\\n'=b+(m-a)\sin\alpha+(n-b)\cos\alpha\end{cases}$

Phép vị tự.

- **Định nghĩa.** Cho điểm O và số thực $k\neq 0$. Phép biến hình biến mọi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{OM'}=k\overrightarrow{OM}$ được gọi là phép vị tự tâm O, tỉ số k và được kí hiệu là $V_{(O,k)}$.
- **Biểu thức tọa độ.** Trong hệ tọa độ Oxy, cho các điểm $I(a;b)$, $A(m;n)$ và $A'\left(m';n'\right)$. Nếu $V_{(I,k)}(A)=A'$ thì $\begin{cases}m'=a+k(m-a)\\n'=b+k(n-b)\end{cases}$

Phép đối xứng qua mặt phẳng.

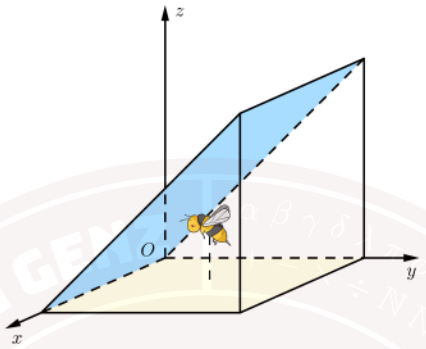
- **Định nghĩa.** Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó và biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MM'.
- **Biểu thức tọa độ.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(m;n;p)$, $A'\left(m';n';p'\right)$ và mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$. Nếu $Đ_{(P)}(A)=A'$ thì $\begin{cases}m'=m-\dfrac{2a(am+bn+cp+d)}{a^2+b^2+c^2}\\n'=n-\dfrac{2b(am+bn+cp+d)}{a^2+b^2+c^2}\\p'=p-\dfrac{2c(am+bn+cp+d)}{a^2+b^2+c^2}\end{cases}$

Phép dời hình. Phép biến hình f được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.

Phép đồng dạng. Phép biến hình f được gọi là phép đồng dạng tỉ số k $(k>0)$ nếu với hai điểm bất kì M, N và hai ảnh M', N' tương ứng của chúng, ta có $M'N'=kMN$.

Bài tập 1. Chứng minh biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua mặt phẳng.

Bài tập 2. Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị dài trên mỗi trục là 1 dm. Một con ong mật xuất phát tại vị trí điểm $A(3;2;1)$ bay xuống mặt phẳng (Oxy) nó nghỉ tại chỗ một lát rồi sau đó bay đến mặt phẳng $(P): y-z=0$. Tại mặt phẳng (P) con ong mật cẩn thận bò đi một đoạn đường thẳng có độ dài bằng 2 dm, sau đó nó bay trở về vị trí xuất phát.



Tính độ dài ngắn nhất của quãng đường mà con ong mật đã thực hiện (kết quả tính theo đơn vị dm và làm tròn đến hàng phần trăm)

Bài tập 3. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $I(3;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu cứu hộ C di chuyển tìm kiếm cứu nạn cứu hộ và chạy vòng quanh trạm với bán kính 1 (km). Tàu du lịch A đang di chuyển trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=\dfrac{5}{2}+2a \\ y=1+a \\ z=0 \end{cases}$. Tàu chở hàng B đang di chuyển trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng $\Delta_2: \begin{cases} x=\dfrac{1}{2}-2b \\ y=-1+b \\ z=0 \end{cases}$.



Do thời tiết xấu nên hai tàu A và B gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ phát tín hiệu để tàu cứu hộ C lần lượt tiếp cận tàu du lịch A trước, sau đó đến tàu chở hàng B. Xét vị trí tối ưu của tàu C bắt đầu đổi hướng để tiếp cận đến các tàu A, B dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $P=CA+AB+BC$ là nhỏ nhất. Tính giá trị $P_{\min}$.

Nền tảng hình học cổ điển

Tiên đề 1. Trong không gian với hai điểm phân biệt cho trước có một và chỉ một đường thẳng đi qua.

Tiên đề 2. Trong không gian với ba điểm cho trước không cùng thuộc một đường thẳng, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua.

Tiên đề 3. Trong không gian, hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì phải có điểm chung thứ hai.

Tiên đề 4. Trong không gian có ít nhất bốn điểm không cùng thuộc bất cứ mặt phẳng nào.

Tiên đề 5. Trong mỗi mặt phẳng của không gian, các tiên đề của hình học phẳng đều đúng.

Mệnh đề. Một mặt phẳng trong không gian được xác định bởi một trong các cách thức sau:

- Mặt phẳng đó đi qua ba điểm không cùng thuộc một đường thẳng.
- Mặt phẳng đó đi qua một đường thẳng và một điểm ngoài đường thẳng ấy.
- Mặt phẳng đó đi qua hai đường thẳng cắt nhau.
- Mặt phẳng đó đi qua hai đường thẳng song song với nhau.

Hai đường thẳng song song. Hai đường thẳng a và b được gọi là song song với nhau, kí hiệu $a \parallel b$, nếu chúng đồng phẳng và không cắt nhau.

- **Định lí 1.** Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm A ngoài d. Lúc đó tồn tại duy nhất một đường thẳng a đi qua điểm A và song song với đường thẳng d.
- **Định lí 2.** Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.
- **Mệnh đề 1.** Nếu hai mặt phẳng chứa lần lượt hai đường thẳng song song với nhau và hai mặt phẳng đó cắt nhau theo một đường thẳng thì đường thẳng này song song với cả hai đường thẳng trên hoặc trùng với một trong chúng.
- **Mệnh đề 2.** Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Đường thẳng song song với mặt phẳng. Đường thẳng d và mặt phẳng (α) được gọi là song song với nhau, kí hiệu $d \parallel (\alpha)$, nếu chúng không có điểm chung.

- **Định lí 1.** Cho điểm P và hai đường thẳng a, b chéo nhau. Lúc đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (Q) đi qua điểm P sao cho (Q) song song hoặc chứa a và song song hoặc chứa b.
- **Định lí 2.** Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng d không nằm trong (α). Lúc đó d và (α) song song với nhau khi và chỉ khi tồn tại một đường thẳng a nằm trong (α) sao cho d và a song song với nhau.

- **Mệnh đề 1.** Cho điểm P và hai đường thẳng a, b chéo nhau sao cho P không thuộc a và b. Giả sử đường thẳng a không song song với mặt phẳng $(P;b)$ và đường thẳng b không song song với mặt phẳng $(P;a)$. Lúc đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (Q) đi qua P sao cho (Q) song song với a và b.
- **Mệnh đề 2.** Nếu hai mặt phẳng cùng song song hoặc chứa một đường thẳng và chúng cắt nhau theo giao tuyến là một đường thẳng thì giao tuyến này song song hoặc trùng với đường thẳng trên.
- **Mệnh đề 3.** Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (Q). Nếu đường thẳng b song song với đường thẳng a thì b song song hoặc nằm trong (Q).
- **Hệ quả 1.** Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Lúc đó tồn tại duy nhất một mặt phẳng (Q) đi qua a và song song với b.
- **Hệ quả 2.** Cho một đường thẳng và một mặt phẳng song song với nhau. Nếu một đường thẳng đi qua một điểm thuộc mặt phẳng đã cho và song song với đường thẳng đã cho thì nó phải thuộc mặt phẳng này.

Mặt phẳng song song với mặt phẳng. Hai mặt phẳng (P) và (Q) được gọi là song song với nhau, kí hiệu $(P) \parallel (Q)$, nếu chúng không có điểm chung.

- **Định lí 1.** Cho hai mặt phẳng (P) và (Q). Lúc đó (P) và (Q) song song với nhau khi và chỉ khi trong mặt phẳng (Q) tồn tại hai đường thẳng a, b cắt nhau sao cho a và b đều song song với (P).
- **Định lí 2.** Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, tồn tại duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- **Mệnh đề.** Cho (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song với nhau. Nếu mặt phẳng (R) cắt (P) theo một đường thẳng thì (R) cũng cắt (Q) theo một đường thẳng và các đường thẳng này song song với nhau.

Định lí Thales trong không gian. Ba mặt phẳng song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

Định lí Thales đảo trong không gian. Cho hai đường thẳng d_1, d_2 chéo nhau và các điểm A_1, B_1, C_1 trên d_1, các điểm A_2, B_2, C_2 trên d_2 sao cho $\dfrac{A_1B_1}{B_1C_1} = \dfrac{A_2B_2}{B_2C_2}$. Lúc đó các đường thẳng A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 cùng song song với một mặt phẳng.

Hai đường thẳng vuông góc. Hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 được gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $\Delta_1 \perp \Delta_2$, nếu góc giữa chúng bằng 90°.

Đường thẳng vuông góc mặt phẳng. Một đường thẳng gọi là vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.

- **Định lí 1.** Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng nằm trong mặt phẳng thì đường thẳng ấy vuông góc với mặt phẳng đó.
- **Định lí 2.** Có duy nhất một mặt phẳng (P) đi qua điểm O cho trước và vuông góc với đường thẳng cho trước.
- **Định lí 3.** Có duy nhất một đường thẳng Δ đi qua một điểm O cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- **Tính chất 1.** Mặt phẳng nào vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.
- **Tính chất 2.** Hai đường thẳng (mặt phẳng) cùng vuông góc với một mặt phẳng (đường thẳng) thì song song hoặc trùng nhau.
- **Tính chất 3.** Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với nhau. Đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng (P) thì cũng vuông góc với a.
- **Tính chất 4.** Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng khác thì đường thẳng và mặt phẳng ấy song song với nhau hoặc đường thẳng ấy nằm trong mặt phẳng.
- **Tính chất 5.** Đường thẳng nào vuông góc với một trong hai mặt phẳng song song thì cũng vuông góc với mặt phẳng còn lại.

Mặt phẳng trung trực của một đoạn thẳng. Cho đoạn thẳng AB. Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB và đi qua trung điểm O của đoạn thẳng AB gọi là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Phép chiếu song song. Trong không gian cho mặt phẳng (P) và đường thẳng l cắt mp(P). Với mỗi điểm M trong không gian, vẽ đường thẳng đi qua M và song song hoặc trùng với l. Đường thẳng này cắt (P) tại một điểm M' nào đó. Phép đặt tương ứng mỗi điểm M trong không gian với điểm M' của mặt phẳng (P) như trên gọi là phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l.

Phép chiếu vuông góc. Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương l vuông góc với mặt phẳng (P) gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P).

- **Định lí.** Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng b nằm trong (P). Khi đó điều kiện cần và đủ để b vuông góc với a là b vuông góc với hình chiếu a' của a trên (P).

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói rằng góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng 90°. Nếu đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa a và hình chiếu a' của nó trên (P) gọi là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P).

Góc giữa hai mặt phẳng. Góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng đó.

- **Định lí 1.** Giả sử S là diện tích của đa giác (H) trong mặt phẳng (P) và S' là diện tích hình chiếu (H') của (H) trên mặt phẳng (P') thì $S' = S\cos((\widehat{P),(P'}))$
- **Định lí 2.** Diện tích hình chiếu của một hình phẳng bất kì bằng diện tích của hình đem chiếu nhân với côsin của góc giữa mặt phẳng chứa hình đem chiếu và mặt phẳng chiếu.

Hai mặt phẳng vuông góc. Hai mặt phẳng (P), (Q) gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $(P) \perp (Q)$, nếu góc giữa chúng bằng 90°.

- **Định lí 1.** Nếu một mặt phẳng chứa một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng khác thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.
- **Định lí 2.** Nếu hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng a nào nằm trong mặt phẳng (P) mà vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q) đều vuông góc với mặt phẳng (Q).
- **Hệ quả 1.** Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau và A là điểm thuộc (P) thì đường thẳng a đi qua A và vuông góc với (Q) sẽ nằm trong (P).
- **Hệ quả 2.** Nếu hai mặt phẳng cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của hai mặt phẳng (nếu có) cũng vuông góc với mặt phẳng thứ ba.
- **Hệ quả 3.** Qua đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (Q) có duy nhất một mặt phẳng (P) vuông góc với (Q).

Khoảng cách.

- **Định nghĩa 1.** Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) (hoặc đường thẳng Δ) là khoảng cách giữa hai điểm M và H, trong đó H là hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (P) (hoặc trên đường thẳng Δ).
- **Định nghĩa 2.** Khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) song song với a là khoảng cách từ một điểm nào đó của a đến mặt phẳng (P).
- **Định nghĩa 3.** Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm bất kì của mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.
- **Định nghĩa 4.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.

Nhị diện.

- **Định nghĩa 1.** Hình hợp bởi hai nửa mặt phẳng (P) và (Q) có chung bờ a được gọi là một nhị diện. Hai nửa mặt phẳng (P) và (Q) gọi là hai mặt của nhị diện. Đường thẳng a gọi là cạnh của nhị diện.

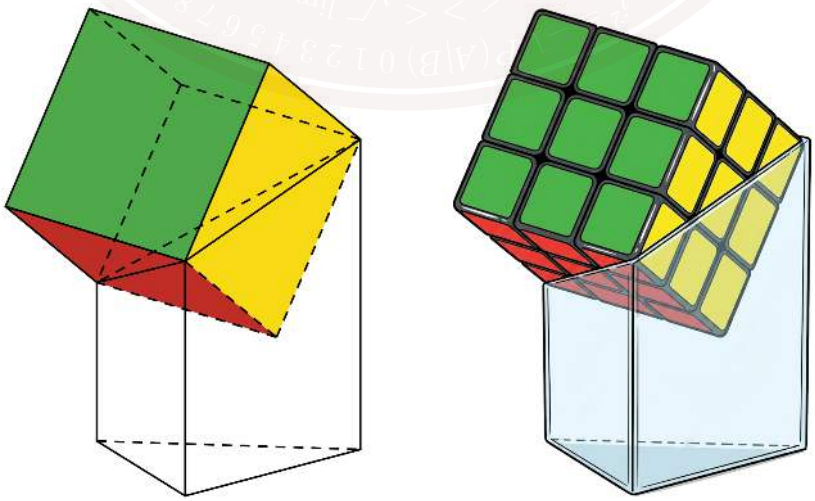
Kí hiệu nhị diện có hai mặt là (P) và (Q), cạnh a là $[P,a,Q]$ hoặc $[P,Q]$. Cũng có lúc dùng kí hiệu $[M,a,N]$ trong đó M, N là điểm lần lượt thuộc hai mặt (P), (Q) và M, N không thuộc bờ a.

- **Định nghĩa 2.** Cho nhị diện $[P,a,Q]$. Cắt nhị diện đó bằng mặt phẳng (R) vuông góc với cạnh a tại O. Giao của (R) với các nửa mặt phẳng (P), (Q) lần lượt là các tia Ox, Oy. Khi đó góc xOy gọi là góc phẳng của nhị diện $[P,a,Q]$. Số đo của góc phẳng nhị diện được gọi là số đo nhị diện đó.

Thể tích một số hình khối hay gặp.

- **Khối lăng trụ (trụ tròn xoay).** Nếu khối lăng trụ (trụ tròn xoay) có diện tích đáy bằng S và có chiều cao bằng h thì $V = Sh$.
- **Khối chóp (nón).** Nếu khối chóp (nón) có diện tích đáy bằng S và có chiều cao bằng h thì $V = \dfrac{Sh}{3}$
- **Khối chóp cụt (nón cụt).** Nếu khối chóp cụt (nón cụt) có diện tích đáy trên và đáy dưới là S và S', chiều cao bằng h thì $V = \dfrac{\left(S + S' + \sqrt{SS'}\right)h}{3}$
- **Khối cầu.** Khối cầu bán kính R có $V_{\text{cầu}} = \dfrac{4\pi R^3}{3}$ và $S_{\text{mặtcầu}} = 4\pi R^2$

Bài tập 1. Anh Đạt sau khi mua khối rubik thì lướt trúng video review đế kê rubik, nhưng các sản phẩm đều không hợp gu nên muốn tự thiết kế riêng cho mình một khối đế kê rubik (T). Từ ba tấm nhựa mica trong suốt có kích thước lần lượt là 5×10, 5×10 và $2\sqrt{5} \times 10$ (đơn vị: cm), anh Đạt cắt thành ba hình thang vuông có các mép cắt bằng đường chéo của các mặt khối rubik, sau đó ghép lại thành đế kê (các tấm nhựa dư tận dụng làm mặt đáy dưới tam giác có độ dài các cạnh là 5, 5 và $2\sqrt{5}$) như hình vẽ



Giả sử độ dày của các tấm mica không đáng kể và khối rubik luôn đặt vào đế kê như hình vẽ. Đáy trên và đáy dưới của khối (T) lệch nhau một góc bao nhiêu độ?

Bài tập 2. Chứng minh công thức tính thể tích hình chóp cụt (nón cụt).

Bài tập 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB=2$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH=\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu?

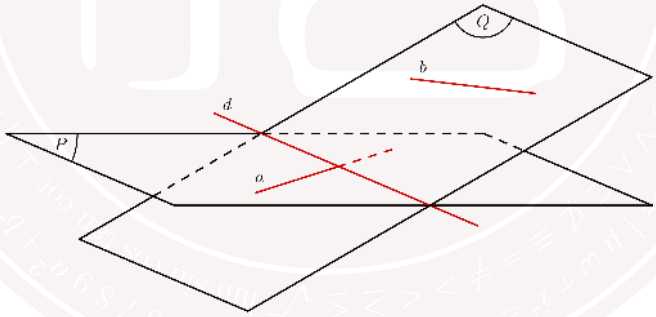
Bài tập 4. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC và góc nhị diện $\left[C',BC,A\right]=135^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' bằng bao nhiêu?

Bài tập 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB=4a$, $BC=3a\sqrt{2}$, $\widehat{ABC}=45^\circ$ và $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90^\circ$. Biết góc phẳng nhị diện $[A,SB,C]$ là α với $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ có dạng $\dfrac{x\sqrt{y}}{z}a^3$, trong đó y là số nguyên tố và $\dfrac{x}{z}$ là phân số tối giản, $x,y,z\in\mathbb{N}^*$. Tính $x+y+z$.

Bài tập 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD=1$ và hai mặt phẳng (ADB), (ADC) vuông góc. Gọi E là trung điểm của BC. Góc tạo bởi hai mặt phẳng (ADE) và (ADC) bằng 30°. Nếu tam giác ADE là tam giác đều thì thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Biết $AB=AC=3$ và $SA=BC=4$. Tính $\cos\alpha$ với α là góc giữa đường thẳng CH và mặt phẳng (SBC).

Bài tập 8. Cho hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (P), (Q) và $d=(P)\cap(Q)$ như hình vẽ.



Biết góc nhị diện $[P,d,Q]=\dfrac{5\pi}{6}$, góc tạo bởi đường thẳng a và giao tuyến d bằng $\dfrac{\pi}{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $\tan(a,b)$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 10. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên SAB, SBC, SCD và SDA. Tính thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm M, N, P, Q, B và D

Bài tập 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Điểm H trên cạnh BC sao cho $BC=3BH$. Biết rằng $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $SC=SD=\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$ và $SH=SO$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

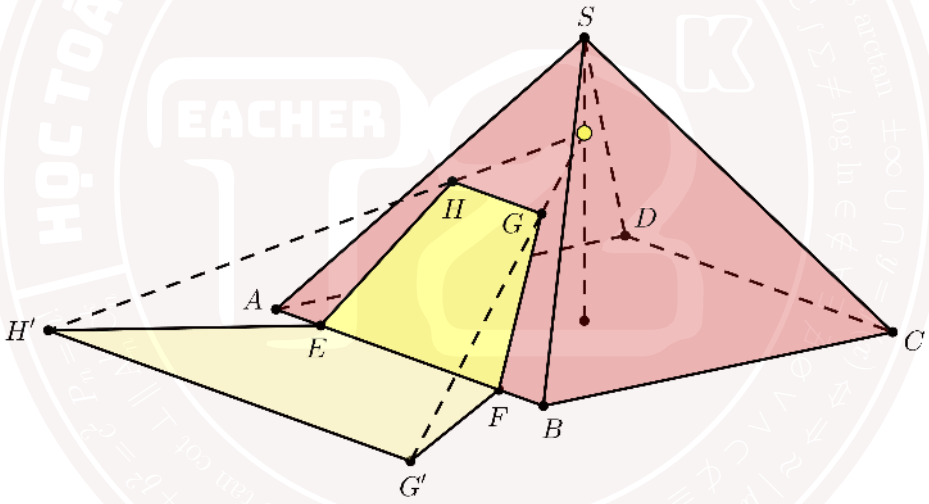
Bài tập 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng α. Giá trị lớn nhất của α bằng bao nhiêu độ?

Một số định lí nổi tiếng hay gặp

Định lí *Simson*. Cho khối chóp $SABC$. Trên ba đường thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác S. Khi đó, tỉ số thể tích giữa khối chóp $SA'B'C'$ và khối chóp $SABC$ được tính theo công thức: $\dfrac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}$

Định lí *Menelaus*. Cho tam giác ABC và ba điểm A', B', C' trên các đường thẳng BC, AC và AB sao cho: hoặc cả ba điểm A', B', C' đều nằm trên phần kéo dài của ba cạnh, hoặc một trong ba điểm trên nằm trên phần kéo dài của một cạnh còn hai điểm còn lại nằm trên hai cạnh của tam giác. Điều kiện cần và đủ để A', B', C' thẳng hàng là $\dfrac{A'B}{A'C}.\dfrac{B'C}{B'A}.\dfrac{C'A}{C'B} = 1$

Bài tập 1. Một cái lều có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng 8 m và chiều cao là 3 m. Cửa vào lều là hình thang $EFGH$ trong đó $AE = FB$ và $EF = 4$ m. Gọi G, H lần lượt là trung điểm của SF và SE. Một nguồn sáng đặt cách đỉnh S một khoảng 1 m ở phía dưới. Ánh sáng chiếu ra ngoài qua cửa tạo thành một vùng được chiếu sáng $EFG'H'$ như hình vẽ.



Diện tích vùng được chiếu sáng là bao nhiêu m^2?

Bài tập 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$ và $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $AH \perp SB$. Khi đó, $\dfrac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}}$ bằng bao nhiêu?

Một số chuyên đề đặc sắc trong hình học không gian

Tâm tỉ cự. Với các điểm A_1, A_2, ..., A_n và các số α_1, α_2, ..., α_n thỏa mãn điều kiện $\sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i \neq 0$. Tồn tại duy nhất điểm M thỏa mãn $\sum\limits_{i=1}^{n} \alpha_i \overrightarrow{MA_i} = \overrightarrow{0}$. Điểm M xác định như trên được gọi là tâm tỉ cự của hệ điểm $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ với các hệ số tương ứng là $\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$.

Khi $\alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_n$, ta nói M là trọng tâm của hệ điểm $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$.

Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB, khi và chỉ khi, với điểm O bất kì, ta có

$$2\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB} \text{ hay } \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{0}$$

Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC, khi và chỉ khi, với điểm O bất kì, ta có

$$3\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC} \text{ hay } \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{0}$$

Điểm P là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi và chỉ khi, với điểm O bất kì, ta có

$$4\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD} \text{ hay } \overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{0}$$

a) *Phương pháp:*

- Tìm tâm tỉ cự M thỏa $\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{MA_i}=\overrightarrow{0}\Leftrightarrow\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{IA_i}=\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\right)\overrightarrow{IM}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{IA_i}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i}$ với mọi điểm I.
- Chèn tâm tỉ cự M vào biểu thức của đề bài, biến đổi để xuất hiện $\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{MA_i}=\overrightarrow{0}$, nhằm rút gọn biểu thức ban đầu.

  - Nếu đề đã cho sẵn tọa độ của hệ điểm $\{A_1,A_2,...,A_n\}$, ta cho $I\equiv O$ thì có ngay tọa độ điểm M.

  - Nếu đề chưa cho đủ toàn bộ tọa độ của hệ điểm $\{A_1,A_2,...,A_n\}$, tiếp tục biến đổi $\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\overrightarrow{IA_i}=\left(\sum\limits_{i=1}^{n}\alpha_i\right)\overrightarrow{IM}$ và kết hợp với các yếu tố cố định đề cho để tìm quỹ tích của điểm M.

b) *Dấu hiệu nhận biết:* Biểu thức có nhiều hàm lũy thừa (nguyên dương) cùng bậc hoặc có thể đưa được về hàm lũy thừa cùng bậc; Biểu thức vectơ nằm trong môđun; Có sử dụng phép chiếu song song, phép chiếu vuông góc...

Trải phẳng. Phương pháp dùng các phép biến hình, phép dời hình để đưa cái yếu tố trong không gian về cùng một mặt phẳng, gọi là trải phẳng.

a) *Phương pháp:* Sử dụng phép dời hình đưa cái yếu tố trong không gian về cùng một mặt phẳng kết hợp các bất đẳng thức cơ bản (đa số là bất đẳng thức tam giác)

b) *Dấu hiệu nhận biết:* Tìm GTNN của tổng các đoạn thẳng không đồng phẳng

Phương tích. Phương tích của điểm P đối với đường tròn (mặt cầu) (S) tâm I, bán kính R, kí hiệu $\mathcal{P}_{P/(S)}$, được định nghĩa là giá trị $\mathcal{P}_{P/(S)}=IP^2-R^2=\overrightarrow{PA}.\overrightarrow{PB}$ với A, B là giao điểm của (S) với đường thẳng đi qua P.

a) *Phương pháp:* Sử dụng định nghĩa để rút ra các mối quan hệ của PA, PB.

b) *Dấu hiệu nhận biết:* Có đường thẳng cắt đường tròn (mặt cầu) tại hai điểm và đang thiếu dữ kiện.

Mặt cầu nội tiếp, ngoại tiếp khối đa diện.

a) *Mặt cầu nội tiếp khối đa diện:* Một mặt cầu gọi là nội tiếp một đa diện (hay đa diện ngoại tiếp mặt cầu) nếu mặt cầu tiếp xúc với các mặt của đa diện đó.

Nếu đa diện có mặt cầu nội tiếp tâm O, bán kính r thì

- **Tính chất 1.** Hình chiếu của điểm O trên các mặt của đa diện là điểm tiếp xúc giữa mặt cầu với các mặt đa diện và khoảng cách từ O đến các mặt bằng nhau.
- **Tính chất 2.** Gọi V, S_{tp} lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của đa diện. Khi đó, $V = \dfrac{S_{\text{tp}}.r}{3}$
- **Hệ quả:**

  - Hình chóp đều nào cũng có mặt cầu nội tiếp.

  - Hình chóp có mặt cầu nội tiếp khi và chỉ khi trong đáy hình chóp có một điểm cách đều tất cả các mặt bên của hình chóp.

b) *Mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện:* Mặt cầu đi qua mọi đỉnh của khối đa diện (H) gọi là mặt cầu ngoại tiếp khối đa diện (H) và khối đa diện (H) gọi là nội tiếp mặt cầu đó.

- **Tính chất 1.** Hình chóp nội tiếp một mặt cầu khi và chỉ khi đáy của nó là đa giác nội tiếp một đường tròn.
- **Tính chất 2.** Một hình lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi nó là hình lăng trụ đứng với đáy là đa giác nội tiếp đường tròn.
- **Hệ quả:** Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là giao điểm của trục đường tròn ngoại tiếp đáy với mặt phẳng trung trực của một cạnh bên của hình chóp.

Điểm Torricelli.

a) *Điểm Torricelli của tam giác:* là điểm nằm trong một tam giác sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến các đỉnh của tam giác đạt giá trị nhỏ nhất.

- **Cách xác định điểm Torricelli:** Nếu có một góc của tam giác (K) không nhỏ 120° thì điểm Torricelli trùng với đỉnh chứa góc đó. Nếu cả ba góc đều nhỏ hơn 120° thì dựng ba tam giác đều ra phía ngoài trên ba cạnh của tam giác (K). Sau đó, nối đỉnh mới của mỗi tam giác đều với đỉnh đối diện tương ứng của tam giác (K). Giao điểm của ba đoạn thẳng này chính là điểm Torricelli.
- **Phương pháp:** Tìm điểm Torricelli sau đó tính tổng khoảng cách từ điểm đó đến các đỉnh của tam giác hoặc dùng bổ đề hoặc casio.

b) *Điểm Torricelli của tứ diện:* là điểm nằm trong một tứ diện sao cho tổng khoảng cách từ điểm đó đến các đỉnh của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất.

- **Phương pháp:** Chưa có cách xác định điểm Torricelli tổng quát cho bài toán tự luận. Tuy nhiên, có thể dùng casio để tìm.

c) *Một số dạng mở rộng:* Cho tam giác ABC (hoặc tứ diện $ABCD$). Tìm giá trị nhỏ nhất của $xMA+yMB+zMC$ (hoặc $xMA+yMB+zMC+tMD$) với M là điểm bất kì.

Cực trị hình học không gian. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một đại lượng hình học trong không gian ba chiều (như độ dài, diện tích, thể tích, góc...) khi các yếu tố của hình biến thiên nhưng vẫn tuân theo một điều kiện ràng buộc nào đó.

- *Phương pháp hàm số (đạo hàm), bất đẳng thức, đánh giá hình học, tọa độ hóa, casio...*

Bài tập 1. (Phú Thọ)

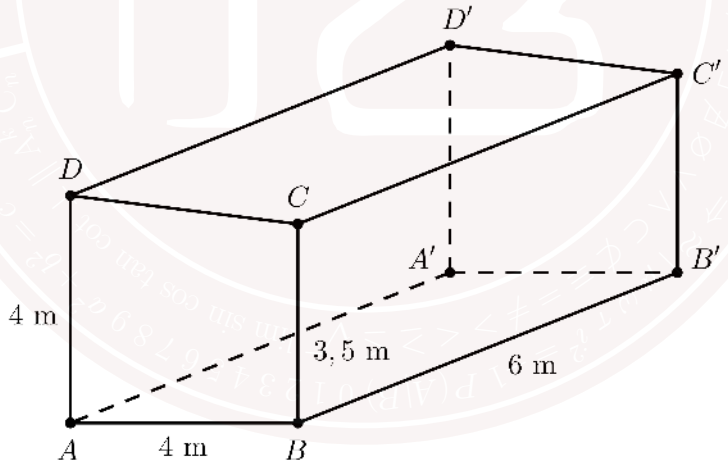
Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$ và $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=12a+12b+c$.

Bài tập 2. (Liên trường THPT, Nghệ An)

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;0;2)$ và $C(-2;2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc toạ độ O sao cho A, B, C cùng phía với (P). Khi (P) có phương trình $-7x+my+nz=0$ thì biểu thức $T=d(A,(P))+2d(B,(P))+4d(C,(P))$ lớn nhất. Tính $S=m+n$.

Bài tập 3. (Ninh Bình)

Một ngôi nhà hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=4\,\text{m}$, $BC=3,5\,\text{m}$, $BB'=6\,\text{m}$ như hình vẽ.



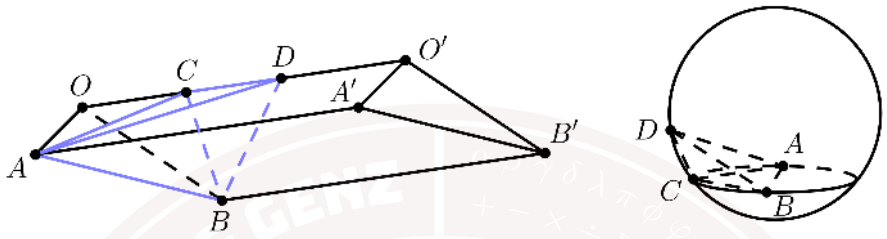
Ở bức tường $ADD'A'$ người ta lắp một bóng điện cách cạnh $A'D'$ một khoảng bằng $3\,\text{m}$ và cách mặt sàn một khoảng bằng $3\,\text{m}$, còn ở bức tường $BCC'B'$ người ta lắp một bóng điện cách cạnh $B'C'$ một khoảng bằng $3\,\text{m}$ và cách mặt sàn một khoảng bằng $2,5\,\text{m}$. Một bảng điều khiển được đặt tại bức tường $A'B'C'D'$ cách cạnh $A'D'$ một khoảng bằng $1\,\text{m}$ và cao $1,5\,\text{m}$ so với mặt sàn. Người ta muốn nối dây điện từ bảng điều khiển men theo các bức tường (không mắc lên mái) đến 2 bóng điện trên. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu mét dây điện?

Bài tập 4. (Phú Thọ)

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì qua M cắt (S) tại A, B. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng bao nhiêu?

Bài tập 5. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, TP HCM)

Ông An có một thanh đá thạch anh màu xanh ngọc dạng hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$, trong đó $OA = OB = 2\,\text{dm}$, $\widehat{AOB} = 120^\circ$, $OO' = 4\,\text{dm}$. Ông mang thanh thạch anh này đến tiệm chuyên gia công và sản xuất đồ lưu niệm yêu cầu chủ tiệm phân chia thanh đá thành ba phần bởi hai mặt phẳng (CAB) và (DAB) sao cho tam giác CAB vuông, tam giác DAB đều. Sau đó, làm một quả cầu pha lê ngoại tiếp khối thạch anh $ABCD$ (4 điểm A, B, C, D thuộc mặt cầu) như hình vẽ.



Chủ tiệm định giá tiền hoàn thành món hàng bằng bình phương thể tích khối thạch anh $ABCD$ $\left(\text{dm}^3\right)$ cộng với bình phương bán kính mặt cầu (dm) ngoại tiếp khối đó rồi nhân với 60 nghìn đồng $\left(V_{ABCD}^2 + R^2\right)$.60000. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu nghìn đồng cho món đồ lưu niệm của mình?

Bài tập 6. (THPT Triệu Sơn 1, Thanh Hoá)

Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;4;0)$, $B(0;4;6)$, $C(2;0;6)$, $D(-1;-2;-3)$ và vị trí điểm $M(a;b;c)$ thoả $MA+MB+MC+MD$ nhỏ nhất. Tính độ dài MO.

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

(*Luyện tập thêm những dạng bài hay hơn khác của các trường, các sở trên cả nước ở phần sau*)

PHẦN B. CÂU HỎI

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;3;3)$ và $J(4;-1;1)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính IJ và có hai tâm nằm trên đường thẳng IJ. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng chứa hai đường tròn đáy của (T) có phương trình dạng $x+by+cz+d_1=0$ và $x+by+cz+d_2=0$. Giá trị của $d_1^2+d_2^2$ bằng:

A 61. **B** 25. **C** 14. **D** 26.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{2}a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N là hai điểm cùng nằm trong một nửa mặt phẳng (SAC) có bờ là AC sao cho $\widehat{BMD}=\widehat{BND}=90^\circ$. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ lớn nhất bằng.

A $\dfrac{4a^3}{3}$. **B** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=25$ và hai điểm $A(7;9;0);B(0;8;0)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$, với M là điểm bất kì thuộc mặt cầu (S).

A $\dfrac{5\sqrt{5}}{2}$. **B** $5\sqrt{5}$. **C** 10. **D** $5\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SB=2AB$ và $\widehat{SBA}=120^\circ$. Gọi E là chân đường phân giác trong góc $\widehat{SBA}$, biết $BE=a$. Góc giữa cạnh bên SA với mặt đáy bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{7\sqrt{14}a^3}{16}$. **B** $\dfrac{9\sqrt{14}a^3}{16}$. **C** $\dfrac{5\sqrt{14}a^3}{16}$. **D** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{16}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN=3NB$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua các điểm M,N và cắt các cạnh SC,SD lần lượt tại hai điểm phân biệt P,Q. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.MNPQ$.

A $\dfrac{V}{3}$. **B** $\dfrac{27V}{80}$. **C** $\dfrac{27V}{40}$. **D** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, một mặt cầu (J) (J và S cùng phía với $(ABCD)$) tiếp xúc với $(ABCD)$ tại A, đồng thời tiếp xúc với mặt cầu nội tiếp hình chóp. Một mặt phẳng (P) đi qua J và BC. Gọi φ là góc giữa (P) và $(ABCD)$. Tính $\tan\varphi$ biết các đường chéo của thiết diện của hình chóp cắt bởi (P) lần lượt cắt và vuông góc với SA,SD.

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng $84a^3$. Gọi M là trung điểm của AB, J thuộc cạnh SC sao cho $JC=2JS$, H thuộc cạnh SD sao cho $HD=6HS$. Mặt phẳng (MHJ) chia khối chóp thành 2 phần. Thể tích khối đa diện của phần chứa đỉnh S bằng

A $17a^3$. **B** $19a^3$. **C** $24a^3$. **D** $21a^3$.

Câu 8. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AA'=2$, đáy $ABCD$ là hình thoi với ABC là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của $B'C',C'D',DD'$ và Q thuộc BC sao cho $QC=3QB$. Tính thể tích tứ diện $MNPQ$.

A $3\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$, $(S_2):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ và điểm $A\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2). Khi đoạn AM ngắn nhất thì $M=(a;b;c)$. Tính giá trị của $T=a+b+c$.

A $T=1$. **B** $T=-1$. **C** $T=\dfrac{7}{3}$. **D** $T=-\dfrac{7}{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;5)$, $B(-1;3;2)$, $C(-2;1;3)$, $D(5;7;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $T=4MA^2+5MB^2-6MC^2+MD^4$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b+c$ bằng

A 11. **B** -11. **C** 12. **D** 9.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SB=a\sqrt{2}$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 45°, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy (ABC) bằng α, $(0^\circ<\alpha<90^\circ)$. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho hình trụ (T) chiều cao bằng $2a$, hai đường tròn đáy của (T) có tâm lần lượt là O và O_1, bán kính bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O_1 lấy điểm B sao cho $AB=\sqrt{5}a$. Thể tích khối tứ diện OO_1AB bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 13. Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$ và góc ở đỉnh là 2α với $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$. Một mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H và cắt hình nón theo một đường tròn tâm H. Gọi V là thể tích của khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H. Biết $V=\dfrac{50\pi}{81}$ khi $SH=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=3a^2-2b^3$

A 12. **B** 23. **C** 21. **D** 32.

Câu 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác đều và thể tích bằng V. Gọi E,F,I là các điểm lần lượt di động trên các cạnh AB,BC,CA sao cho $AE=BF=CI$. Thể tích khối chóp $A'EFI$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A $\dfrac{V}{9}$. **B** $\dfrac{V}{6}$. **C** $\dfrac{V}{4}$. **D** $\dfrac{V}{12}$.

Câu 15. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a. Các điểm M, N lần lượt di động trên các tia AC và $B'D'$ sao cho $AM + B'N = a\sqrt{2}$. Thể tích khối tứ diện $AMNB'$ có giá trị lớn nhất bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D** $\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;10)$, $B(4;6;5)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho đường thẳng MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

A 10. **B** $2\sqrt{41}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $6\sqrt{3}$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z}{1}$, $d_2 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{-1}$, $d_3 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$, $d_4 : \begin{cases} x = 6+t \\ y = a+3t \\ z = b+t \end{cases}$ (với tham số t và $a, b \in \mathbb{R}$). Biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho. Giá trị của biểu thức $2b-a$ bằng

A -2. **B** 3. **C** 2. **D** -3.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5)$, $I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y - 2z + 5 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM = 5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b + 2c$ bằng

A 11. **B** 6. **C** -1. **D** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

A $3\sqrt{2}$. **B** $2\sqrt{3}$. **C** 5. **D** 4.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x+2)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(\alpha) : x + y + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(4;-12;1)$ nhỏ nhất có tung độ bằng

A -6. **B** -4. **C** 0. **D** 2.

Câu 21. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 2AC$ và điểm $M(2;0;4)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P) : 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ A ($M \in BC$). Phương trình đường thẳng BC là

A $\begin{cases} x = 2-t \\ y = t \\ z = 4+t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4-t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x = -2+2t \\ y = -2+t \\ z = -2+3t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2-t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=60^\circ$, $\widehat{BSC}=90^\circ$, $\widehat{CSA}=120^\circ$. Gọi M,N lần lượt là các điểm trên cạnh AB và SC sao cho $\dfrac{CN}{SC}=\dfrac{AM}{AB}$. Khi khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất, thể tích của khối chóp $S.AMN$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{432}$. **B** $\dfrac{5\sqrt{2}a^3}{72}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{72}$. **D** $\dfrac{5\sqrt{2}a^3}{432}$.

Câu 23. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. M,N,P là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA',BB',CC' sao cho $\dfrac{AM}{AA'}=\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{BN}{BB'}=x$, $\dfrac{CP}{CC'}=y$. Biết thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng $\dfrac{2V}{3}$. Giá trị lớn nhất của $x.y$ bằng

A $\dfrac{25}{36}$. **B** $\dfrac{17}{21}$. **C** $\dfrac{5}{24}$. **D** $\dfrac{9}{16}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A 4. **B** 6. **C** 7. **D** 5.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;1)$, $B(3;-2;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA,MB luôn tạo với mặt phẳng (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Bán kính R của đường tròn (C) là

A $R=1$. **B** $R=2\sqrt{2}$. **C** $R=8$. **D** $R=2$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, $SA=2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M,N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}$ bằng

A $\dfrac{8}{3}$. **B** $\dfrac{41}{16}$. **C** $\dfrac{23}{16}$. **D** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-2z+10=0$ và hai điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;0;-4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho luôn tồn tại hai mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{6}$ tiếp xúc với mặt phẳng (P), đồng thời tiếp xúc với đoạn thẳng AB tại M. Gọi $T=[m;n)$ là tập giá trị của biểu thức $25a^2+b^2+2c^2$. Tổng $m+n$ bằng

Câu 28. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=3$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 45° và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB', $A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC' bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4\sqrt{3}$ và $AA'=4$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

A $\dfrac{\sqrt{11}}{35}$. **B** $\dfrac{\sqrt{15}}{60}$. **C** $\dfrac{\sqrt{13}}{65}$. **D** $\dfrac{\sqrt{17}}{45}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-m}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+m^2}{3}$ và hai điểm $M(-1;-2;3)$, $N(2;-1;2)$. Gọi M',N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M,N trên Δ. Khi m thay đổi, thể tích khối tứ diện $MNN'M'$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A $\dfrac{335}{1176}$. **B** $7\sqrt{13}$. **C** $\dfrac{125\sqrt{3}}{4}$. **D** $\dfrac{79}{471}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ và ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;-2;4)$, $C(3;-10;12)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+MB^2+2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $2a+3b+c$ bằng

A 1. **B** 2. **C** -2. **D** 5.

Câu 32. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx-3y-(2m-3)z-9=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A $\sqrt{11}$. **B** $\dfrac{13\sqrt{11}}{11}$. **C** $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$. **D** $\dfrac{2\sqrt{11}}{11}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$. Khi khoảng cách MB lớn nhất, phương trình đường thẳng MB là

A $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-2-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2-t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(2;-1;2)$. Từ A kẻ ba tiếp tuyến bất kì AM, AN, AP đến (S). Gọi T là điểm thay đổi trên mặt phẳng (MNP) sao cho từ T kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến (S) và cả hai tiếp tuyến này đều nằm trong (MNP). Khoảng cách từ T đến giao điểm của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=-1+t \\ y=2-t \\ z=1+3t \end{cases}$ với mặt phẳng (MNP) có giá trị nhỏ nhất là

A $\dfrac{27\sqrt{3}}{16}+\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. **B** $-\dfrac{27\sqrt{3}}{16}+\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. **C** $\dfrac{27\sqrt{3}}{8}-\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$. **D** $\dfrac{27\sqrt{3}}{16}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(5;6;1)$. Xét khối nón đỉnh A và có đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi khối nón có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của khối nón đi qua điểm nào dưới đây?

A $N(4;-1;5)$. **B** $Q(-3;-4;3)$. **C** $P(1;-7;-5)$. **D** $M(6;3;-1)$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y-2z+4=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;3)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ lần lượt tại M, N sao cho N là trung điểm của AM có phương trình là

A $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+2t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-t \\ z=3-2t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=2-t \\ y=-1+2t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=35$ và hai điểm $M(6;-14;7)$, $N(10;8;9)$. Với A là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $AM+AN$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó tiếp diện của mặt cầu (S) tại A có phương trình là

A $3x+y+5z-35=0$. **B** $3x-y+5z+38=0$.
C $3x-y-5z+42=0$. **D** $3x-y+5z-45=0$.

Câu 38. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC'=\sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A', B, D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **D** 1.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 2 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SD thỏa mãn $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SD}=k$ $(0<k<1)$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại điểm P. Biết khối chóp $S.AMPN$ có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}$, khi đó giá trị của k bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x+y-2z+6=0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d. Hoành độ của B bằng

A -5. **B** 8. **C** 3. **D** 1.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;6)$, $B(3;3;-9)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-12=0$. Điểm M di động trên (P) sao cho MA, MB luôn tạo với (P) các góc bằng nhau. Biết M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tung độ của tâm đường tròn đó bằng

A $\dfrac{2}{3}$. **B** $-\dfrac{2}{3}$. **C** 0. **D** -12.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=\sqrt{2}a$, $AD=2a$, $\widehat{ABC}=45^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC), (SCD) bằng 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $3a^3$. **B** a^3. **C** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D** $\dfrac{3}{4}a^3$.

Câu 43. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q):2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A -15. **B** -13. **C** -14. **D** -7.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z+11=0$. Xét điểm M đi động trên (P), các điểm A, B, C phân biệt di động trên (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S). Mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A $E(0;3;-1)$. **B** $F\left(\dfrac{1}{4};-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$. **C** $G(0;-1;3)$. **D** $H\left(\dfrac{3}{2};0;2\right)$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$, $(Q):x+2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn MN bằng

A $3+5\sqrt{3}$. **B** 28. **C** $9+5\sqrt{3}$. **D** 14.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn, mặt phẳng $(BB'C'C)$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **B** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **C** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N). Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A $T=24$. **B** $T=12$. **C** $T=36$. **D** $T=18$.

Câu 48. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a-b+2c|$

A $\dfrac{3+\sqrt{41}}{15}$. **B** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$. **C** $\dfrac{3+\sqrt{41}}{5}$. **D** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{15}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho các điểm $A(4;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;12)$, $D(-1;7;-9)$ và M là một điểm nằm ngoài mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Các đường thẳng MA, MB, MC, MO lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm A', B', C', O' (khác A,B,C,O) sao cho $\dfrac{MA}{MA'}+\dfrac{MB}{MB'}+\dfrac{MC}{MC'}+\dfrac{MO}{MO'}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MD+MO$.

A $8\sqrt{3}$. **B** $10\sqrt{3}$. **C** $9\sqrt{3}$. **D** $11\sqrt{3}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha):ax+by-z+c=0$. Khi đó $a-b+c$ bằng

A 5. **B** -5. **C** 8. **D** -4.

Câu 51. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(m;n;1)$. Giá trị biểu thức $T=m^2+n^2$ bằng

A $T=5$. **B** $T=2$. **C** $T=3$. **D** $T=4$.

Câu 52. Cho hai mặt phẳng (P), (Q) song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O, bán kính $R=2a$ thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng (P), (Q) để diện tích xung quanh của hình nón lớn nhất là

A $h=\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B** $h=4a\sqrt{3}$. **C** $h=2a\sqrt{2}$. **D** $h=2a$.

Câu 53. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$ và hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2=1$, $(S_2):x^2+(y-4)^2+z^2=4$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của $MA+2ND+4MN+4BC$ là

A $\sqrt{256}$. **B** $2\sqrt{265}$. **C** $4\sqrt{265}$. **D** $3\sqrt{265}$.

Câu 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13;-7;-13)$, $B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d(A,(P))+2d(B,(P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Câu 55. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{16\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}a^3$. **B** $\dfrac{16}{3}a^3$. **C** $\dfrac{16}{3\sqrt{3}}a^3$. **D** $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 56. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2AB=2BC$ và SC vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Nếu $A(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $S(0;0;3)$ và C có hoành độ dương thì tung độ của B bằng

A $\frac{7}{2}$. **B** 2. **C** $-\frac{1}{2}$. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M, N. Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN. Khi đó tích abc bằng

A $-\frac{64}{27}$. **B** $-\frac{32}{27}$. **C** $\frac{64}{27}$. **D** $\frac{32}{27}$.

Câu 58. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$.

A $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **B** $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **C** $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **D** $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 59. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$ và điểm $A(-1;1;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C). Tính bán kính của (C) khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất.

A 3. **B** $\frac{5}{\sqrt{2}}$. **C** 4. **D** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;a;b)$. Giá trị của $5a+3b$ bằng

A -3. **B** 5. **C** -1. **D** -5.

Câu 61. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+9=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Xét đường thẳng d' đi qua điểm $A(1;1;1)$ và song song với (α). Khi đường thẳng d' tạo với d một góc nhỏ nhất thì d' đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(3;8;-9)$. **B** $N(2;5;-4)$. **C** $P(-1;1;3)$. **D** $Q(2;7;-6)$.

Câu 62. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=27$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Độ dài đoạn OM lớn nhất bằng bao nhiêu?

A $4\sqrt{5}$. **B** $4\sqrt{3}$. **C** $3\sqrt{5}$. **D** $5\sqrt{3}$.

Câu 63. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=1$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=mt\\z=(1-m)t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P), (Q) là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) tại M, N. Khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A $\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D** $\sqrt{2}$.

Câu 64. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;1;1)$ và đi qua điểm $A(0;2;0)$. Xét khối chóp đều $ABCD$ có B, C, D thuộc mặt cầu (S). Khi khối tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất, mặt phẳng (BCD) có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của $b+c+d$.

A 3. **B** -1. **C** 4. **D** -2.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$ và hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A $\dfrac{27}{4}$. **B** $\dfrac{33}{5}$. **C** $-\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{31}{5}$.

Câu 66. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=6$ và điểm $M(1;-2;4)$. Xét điểm N thuộc mặt cầu (S) sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với mặt cầu (S). Khi đó điểm N luôn nằm trên mặt phẳng có phương trình

A $2x+2y+z+1=0$. **B** $2x+y+z+2=0$. **C** $2x+y+2z-2=0$. **D** $x+y+z+1=0$.

Câu 67. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A $8\sqrt{2}$. **B** 34. **C** $\sqrt{78-2\sqrt{13}}$. **D** $\sqrt{78-\sqrt{13}}$.

Câu 68. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của BB', P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\dfrac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh CC' tại N. Tính thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ theo a.

A $\dfrac{11a^3}{3}$. **B** $2a^3$. **C** $\dfrac{9a^3}{4}$. **D** $3a^3$.

Câu 69. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$ với a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện $5\left(a^2+b^2+c^2\right)=6(ab+bc+ca)$ và biểu thức $P=\sqrt{2(a+b+c)}-\left(b^2+c^2\right)$ đạt giá trị lớn nhất. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục Ox, Oy và Oz. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A $x+2y+2z-1=0$. **B** $x+2y+3z-1=0$. **C** $2x+y+z-1=0$. **D** $x+2y+2z+1=0$.

Câu 70. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+5)^2=36$ và bốn điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-1;2)$, $C(1;2;2)$, $D(3;-1;1)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T=MA^2+2MB^2-MC^2-4MD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A $\dfrac{22}{7}$. **B** 2. **C** $-\dfrac{22}{7}$. **D** $-\dfrac{34}{7}$.

Câu 71. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+1)^2+z^2=8$ và hai điểm $A(0;3;0)$, $B(4;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+2MB$ bằng

A 12. **B** $\sqrt{6}$. **C** 6. **D** $2\sqrt{6}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=2\sqrt{2}$, $AB=1$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng $\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** $\sqrt{2}$.

Câu 73. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$ và cắt d_1,d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

A $\begin{cases}x=12-t\\y=5\\z=-9+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=5-t\\y=\dfrac{5}{2}\\z=-\dfrac{7}{2}+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=6\\y=\dfrac{5}{2}-t\\z=-\dfrac{9}{2}+t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=6-2t\\y=\dfrac{5}{2}+t\\z=-\dfrac{9}{2}+t\end{cases}$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+7=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Gọi A,B là hai điểm trên mặt cầu (S) và $AB=4$; A',B' là hai điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với đường thẳng d. Giá trị lớn nhất của tổng $AA'+BB'$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A 13. **B** 11. **C** 12. **D** 14.

Câu 75. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $A(4;-4;2)$, $B(6;0;6)$. Biết $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $MA+MB$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$ bằng

A $P=18$. **B** $P=106$. **C** $P=16$. **D** $P=136$.

Câu 76. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AN}$, biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;b;-1)$. Khi đó $a-b$ bằng

A 4. **B** -2. **C** -5. **D** -4.

Câu 77. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$, bán kính bằng 4. Cho mặt cầu (S') có tâm $I'(2;1;5)$, bán kính bằng 2. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với 2 mặt cầu trên. Tính khoảng cách nhỏ nhất từ gốc toạ độ O đến (P).

A $\dfrac{9-\sqrt{15}}{4}$. **B** $\dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$. **C** $\dfrac{9-\sqrt{15}}{2}$. **D** $\dfrac{9+\sqrt{15}}{4}$.

Câu 78. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(4;2;1)$. Điểm M trên d sao cho độ dài của vectơ $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất. Toạ độ của điểm M là

A $(-2;2;-2)$. **B** $\left(\dfrac{5}{2};-1;-\dfrac{1}{2}\right)$. **C** $\left(-\dfrac{1}{2};1;-\dfrac{3}{2}\right)$. **D** $(4;-2;0)$.

Câu 79. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+25}{-2}$ và điểm $M(2;3;-1)$. Mặt phẳng $(P):2x+by+cz+d=0$ chứa đường thẳng Δ. Khi khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất, giá trị của $b+c+d$ bằng

A 145. **B** 149. **C** 148. **D** 151.

Câu 80. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, có bao nhiêu điểm M trên trục hoành có hoành độ nguyên sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến đến mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=1$ và song song với $(Q):2x+y+2z=0$.

A 1. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Câu 81. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=1$. Xét các điểm M di động trên đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. Qua M vẽ đường thẳng cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A,B. Dựng mặt cầu tâm M, bán kính $\sqrt{MA.MB}$. Khi đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu có diện tích nhỏ nhất thì M có toạ độ $M(a;b;c)$. Giá trị của $P=-a+2b+9c$ bằng

A 3. **B** -3. **C** -4. **D** 4.

Câu 82. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=a^2$ và họ mặt phẳng $(P_m):\left(m^2+1\right)x+2my+2\sqrt{2}z=0$. Có bao nhiêu giá trị a để khi m thay đổi luôn có duy nhất một mặt cầu cố định có tâm nằm trên mặt cầu (S) và tiếp xúc với mặt phẳng (P_m)?

A 6. **B** 0. **C** 2. **D** 4.

Câu 83. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;4)$, $B(2;0;0)$, $C(4;0;0)$. Trên các tia Bm, Cn cùng phía và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lần lượt lấy các điểm M,N thỏa mãn $BM.CN=1$. Gọi I là trung điểm BC và E là điểm đối xứng của I qua trực tâm tam giác AMN. Biết khi M,N di động thì E nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính đường tròn đó.

A $\dfrac{\sqrt{17}}{9}$. **B** $\dfrac{17}{18}$. **C** $\dfrac{17}{9}$. **D** $\dfrac{18}{17}$.

Câu 84. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(0;1;-4)$, $B(4;-7;-4)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng $(P):2x+2y-z+10=0$ sao cho $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=AM^2$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ M đến đường thẳng d?

A $2\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{58}$. **C** $3\sqrt{2}$. **D** 6.

Câu 85. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;3)$ và $B(-2;-1;1)$. Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là hai mặt cầu thay đổi nhưng luôn tiếp xúc với đường thẳng AB lần lượt tại A và B, đồng thời tiếp xúc với nhau tại điểm M. Khi đó, khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(P):x+2y-2z+8=0$ đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

A 5. **B** 6. **C** $5\sqrt{2}$. **D** $6\sqrt{2}$.

Câu 86. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm A,B sao cho AB đạt giá trị nhỏ nhất. Biết Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(2018;y_0;z_0)$. Tính $T=z_0-y_0$.

A $T=1009$. **B** $T=0$. **C** $T=-2018$. **D** $T=2018$.

Câu 87. Cho một hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính $R=\sqrt{5}$ và góc ở đỉnh bằng 2α với $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với SO tại H và cắt hình nón theo đường tròn tâm H. Gọi V là thể tích khối nón đỉnh O và đáy là đường tròn tâm H. Biết V đạt giá trị lớn nhất khi $SH=\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$.

A 21. **B** 43. **C** 32. **D** 12.

Câu 88. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và $d_3:\begin{cases}x=4+t\\y=2-3t\\z=-1+t\end{cases}$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt các đường thẳng d_1,d_2,d_3 lần lượt tại A,B,C sao cho $T=AC+BC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tỉ số $\dfrac{AC}{BC}$.

A $\dfrac{5}{2}$. **B** $\dfrac{7}{2}$. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 89. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Toạ độ điểm M trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$ có dạng $M(a;b;c)$ với $c>0$. Tính tổng $a+b+c$.

A 6. **B** 2. **C** -2. **D** 1.

Câu 90. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', đường kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\tan\alpha = 1$. **B** $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C** $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. **D** $\tan\alpha = \sqrt{2}$.

Câu 91. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$, đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$. Mặt phẳng (α) thay đổi, luôn đi qua A và song song với Δ. Trong trường hợp (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất thì (α) có phương trình $ax + by + cz - 9 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $S = a - b + c$.

A 9. **B** 4. **C** 1. **D** 0.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành có diện tích bằng $12a^2$, khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $4a$. Gọi N là trọng tâm tam giác ACD; G và T lần lượt là trung điểm các cạnh SB và SC. Mặt phẳng (NGT) chia khối chóp thành hai khối đa diện. Thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S bằng

A $\dfrac{20a^3}{3}$. **B** $8a^3$. **C** $\dfrac{28a^3}{3}$. **D** $\dfrac{32a^3}{3}$.

Câu 93. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, mặt phẳng $(P) : 2x + 2y - z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S) : (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm M, N sao cho MN có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x = 2 + 9t \\ y = 1 + 9t \\ z = 3 + 8t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 94. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + t \end{cases}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 \end{cases}$ cắt nhau tại A. Đường thẳng d_3 đi qua $M(0;2;2)$ cắt d_1, d_2 lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC đều, diện tích tam giác ABC bằng

A $2\sqrt{3}$. **B** $4\sqrt{3}$. **C** $3\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 95. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 25$ và đường thẳng $d : \dfrac{x+4}{1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z-4}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ $(b < 0)$ là một điểm trên d và MA, MB là hai tiếp tuyến với mặt cầu (S) vuông góc với d vẽ từ M (A, B là các tiếp điểm). Khi diện tích tam giác MAB lớn nhất thì $a + b + c$ bằng

A $\dfrac{8}{3}$. **B** $\dfrac{16}{3}$. **C** $\dfrac{11}{3}$. **D** $\dfrac{26}{3}$.

Câu 96. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;4)$, đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-6z+10=0$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho $T=MA+MB+MC$ đạt giá trị lớn nhất?

A 3. **B** 2. **C** 4. **D** 1.

Câu 97. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$ và $B(3;2;5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2023$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A $2\sqrt{17}$. **B** $\sqrt{65}$. **C** $25\sqrt{97}$. **D** $205\sqrt{97}$.

Câu 98. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua I và cách gốc toạ độ O một khoảng lớn nhất. Mặt phẳng (α) cắt các trục toạ độ tại các điểm A, B, C. Đường kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ bằng

A 3. **B** 9. **C** 6. **D** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 99. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+4)^2+(y-1)^2+z^2=16$, $(S_2): (x+4)^2+(y-1)^2+z^2=36$ và điểm $A(6;3;0)$. Đường thẳng d di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất bằng?

A $4\sqrt{5}.\left(\sqrt{26}+2\right)$. **B** $8\sqrt{5}.\left(\sqrt{26}+2\right)$. **C** $4\sqrt{130}$. **D** $8\sqrt{26}$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) với mặt đáy lần lượt là 90°, 30°, 30°, 30°. Biết tam giác SAB vuông cân tại S, $AB=2$ và chu vi của tứ giác $ABCD$ bằng 14. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D** $2\sqrt{3}$.

Câu 101. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-6)^2=25$ và ba điểm $A(2;2;4)$, $B(-2;-2;2)$, $C(5;-2;-3)$. Điểm M nằm trên (S) và cách đều hai điểm A, B. Độ dài đoạn CM có giá trị lớn nhất bằng?

A $2\sqrt{26}+4$. **B** $3\sqrt{26}+4$. **C** $\sqrt{97}+4$. **D** $\sqrt{94}+4$.

Câu 102. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-7=0$, điểm $M(2;-1;1)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x+2y-4z-7=0$. Đường thẳng d qua M cắt (P), (S) lần lượt tại các điểm A, B sao cho M là trung điểm AB. Biết độ dài ngắn nhất của đoạn AB có dạng $2\sqrt{a-2\sqrt{b}}$, giá trị của $a+b$ bằng

A 232. **B** 223. **C** 212. **D** 192.

Câu 103. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z+5=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. Hai mặt phẳng (P) và (P') chứa d và tiếp xúc với (S) tại T, T'. Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm TT'. Tính tổng $4a+5b+10c$.

A 20. **B** -5. **C** 5. **D** $\dfrac{1}{20}$.

Câu 104. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=8$ và hai điểm $A(4;4;3)$, $B(1;1;1)$. Gọi (C) là tập hợp các điểm $M\in(S)$ để $|MA-2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết rằng (C) là một đường tròn bán kính r. Tính r.

A $2\sqrt{2}$. **B** $\sqrt{7}$. **C** $\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{6}$.

Câu 105. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A 78. **B** 76. **C** 74. **D** 72.

Câu 106. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+5=0$ và hai mặt cầu $(S_1): (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=1$, $(S_2): (x+4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Gọi M, $A(a;b;c)$, B lần lượt thuộc (P), (S_1), (S_2) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a-b+c$?

A 3. **B** -3. **C** 1. **D** -1.

Câu 107. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=1$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+6=0$. Từ điểm M kẻ ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S), trong đó A, B, C là các tiếp điểm. Khi M di động trên mặt phẳng (P), tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A $\dfrac{3}{4}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 108. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ và hai điểm $A(4;2;1)$, $B(3;0;0)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA+MB$ bằng

A $4\sqrt{2}$. **B** $6\sqrt{2}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $3\sqrt{2}$.

Câu 109. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, một mặt phẳng qua A và trung điểm của cạnh SC, cắt cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Đặt $\dfrac{SM}{SB}=x$ và $\dfrac{SN}{SD}=y$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A $x+y=3xy$. **B** $x+y=2xy$. **C** $x+y=4xy$. **D** $x+y=xy$.

Câu 110. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, $A(3;0;4)$ thuộc (P) và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) và đi qua A sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A $\vec{u}=(1;-3;-5)$. **B** $\vec{u}=(3;1;-5)$. **C** $\vec{u}=(3;-1;-7)$. **D** $\vec{u}=(1;1;-1)$.

Câu 111. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với Δ?

A 9. **B** 26. **C** 14. **D** 7.

Câu 112. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z-5=0$ và hai điểm $A(8;-3;3)$, $B(11;-2;13)$. Gọi M, N là hai điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MN=\sqrt{6}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A $2\sqrt{13}$. **B** $\sqrt{53}$. **C** $4\sqrt{33}$. **D** $2\sqrt{33}$.

Câu 113. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=7$. Hỏi có bao nhiêu điểm M trên (Oxy), M có toạ độ nguyên sao cho qua M kẻ được ít nhất hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S)?

A 8. **B** 45. **C** 36. **D** 24.

Câu 114. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):3x-4z+8=0$ và $(Q):3x-4z-12=0$. Gọi (S) là mặt cầu đi qua gốc toạ độ O và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q). Biết rằng khi (S) thay đổi thì tâm của nó luôn nằm trên một đường tròn (C) có tâm $H(a;b;c)$, bán kính r. Tính $T=25\left(a+c+\dfrac{r}{\sqrt{6}}\right)$.

A $T=8\sqrt{6}$. **B** $T=18$. **C** $T=5\sqrt{6}$. **D** $T=43$.

Câu 115. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(-3;0;-3)$. **B** $M(0;11;-3)$. **C** $Q(0;-3;-5)$. **D** $N(0;3;-5)$.

Câu 116. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):\left(m^2+1\right)x+\left(m^2-1\right)y+2mz+4=0$ và điểm $A(2;4;-2)$. Biết rằng khi tham số m thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu cố định cùng đi qua A là (S_1), (S_2). Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên (S_1) và (S_2). Tìm giá trị lớn nhất của MN?

A $16\sqrt{2}$. **B** $8+8\sqrt{2}$. **C** $8+6\sqrt{2}$. **D** $8\sqrt{2}$.

Câu 117. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$, $(Q):2x-y+2z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ có đúng một mặt cầu (S) thỏa yêu cầu.

A $r=\dfrac{2\sqrt{21}}{3}$. **B** $r=\dfrac{2\sqrt{21}}{5}$. **C** $r=\dfrac{2\sqrt{7}}{15}$. **D** $r=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 118. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1\left(\sqrt{3};-1;1\right)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1=1$ (C không trùng với O). Biết $\overrightarrow{u}=(a;b;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng A_1C. Giá trị của a^2+b^2 bằng?

A 16. **B** 5. **C** 9. **D** 4.

Câu 119. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=\dfrac{5}{6}$, mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và điểm $A(1;1;1)$. Điểm M thay đổi trên đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Giá trị lớn nhất của $P=AM$ là

A $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\sqrt{\dfrac{35}{6}}$.

Câu 120. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(-1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính $a^3+b^3+c^3$.

A 1. **B** 10. **C** -1. **D** 0.

Câu 121. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4$ và mặt phẳng $(P):4y-z+3=0$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) với tung độ nguyên, mà từ M kẻ được tiếp tuyến với (S) đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P)?

A 34. **B** 18. **C** 32. **D** 20.

Câu 122. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{4}$, $d':\dfrac{x-1}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z+4}{c}$ trong đó a, b, c là các số thực khác 0 sao cho các đường thẳng d và d' cắt nhau. Khi đó, khoảng cách từ giao điểm của d và d' đến mặt phẳng $(P):x+y-z+2022=0$ bằng

A $2021\sqrt{3}$. **B** $675\sqrt{3}$. **C** $674\sqrt{3}$. **D** $2022\sqrt{3}$.

Câu 123. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=2022$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(a;b;c)$ $(a+b+c>0)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C có thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất?

A 4. **B** 8. **C** 1. **D** 2.

Câu 124. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;-1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Gọi d là đường thẳng đi qua A, d cắt Δ_1 đồng thời góc giữa d và Δ_2 là nhỏ nhất. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(3;-5;1)$. **B** $N(-5;6;1)$. **C** $P(7;-10;-5)$. **D** $Q(-9;10;5)$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 126. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc 60°. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 với V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A $\dfrac{12}{5}$. **B** $\dfrac{5}{12}$. **C** $\dfrac{7}{5}$. **D** $\dfrac{5}{7}$.

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABC$ biết rằng hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là điểm H thỏa mãn điều kiện hai điểm A và H nằm về hai phía so với đường thẳng BC đồng thời ba mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCA) cùng tạo với mặt phẳng đáy các góc α. Biết rằng tam giác ABC vuông tại A thỏa mãn $AB=3$, $AC=4$ và khoảng cách từ H đến (SBC) bằng $\dfrac{12\sqrt{13}}{13}$. Khi đó $\tan\alpha$ bằng:

A $-\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{2}{3}$. **C** $-\dfrac{2}{3}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 128. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y$ $(y>0)$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x$ $(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$.

Câu 129. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.MNP$ có đáy là tam giác cân tại B với $AB=2AC=2$. Trên các cạnh bên AM, BN, CP ta lần lượt lấy các điểm I, J, K sao cho tam giác IJK đều. Tính giá trị cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (IJK) và (ABC).

A $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng 2; khoảng cách giữa hai đường thẳng AD, BC bằng 3. Góc hợp bởi hai mặt bên SAB, SBC với đáy theo thứ tự bằng 60°, 45°; đồng thời góc hợp bởi hai mặt phẳng (SAC), (SBD) bằng 90°. Gọi a, b lần lượt là khoảng cách từ O đến hai mặt phẳng (SCD), (SAD). Giá trị biểu thức $T=\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{b^2}$ bằng

A $-\dfrac{4}{9}$. **B** $\dfrac{4}{9}$. **C** $-\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 131. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4a$, $BC=3\sqrt{2}a$, $\widehat{ABC}=45^\circ$, $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90^\circ$, sin góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A $\dfrac{a\sqrt{183}}{6}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{183}}{3}$. **C** $\dfrac{5a\sqrt{3}}{12}$. **D** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{12}$.

Câu 132. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=AB=a$, $A'D=A'B=2a$, $BD=a\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{12}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{24}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{4}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{2}$.

Câu 133. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'C'$, BB'. Tính thể tích của khối tứ diện $CMNP$.

A $\dfrac{V}{8}$. **B** $\dfrac{7V}{48}$. **C** $\dfrac{V}{6}$. **D** $\dfrac{5V}{48}$.

Câu 134. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $A.BCNM$. Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

A $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{96}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{12}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{16}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{32}$.

Câu 135. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có $AC=3$, $B'D'=4$, khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 5, góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ bằng 60°. Gọi M là trọng tâm tam giác ABC; N, P, Q, R lần lượt là trung điểm của AD', AB', $B'C$, CD'; S là điểm nằm trên cạnh $A'C'$ sao cho $A'S=\dfrac{1}{4}A'C'$. Thể tích khối đa diện $MNPQRS$ bằng:

A $\dfrac{10\sqrt{3}}{2}$. **B** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$. **D** $10\sqrt{3}$.

Câu 136. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $AC=\sqrt{3}$. Góc $\widehat{CAA'}=90^\circ$, $\widehat{BAA'}=120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh BB'. Biết CM vuông góc với $A'B$, tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A $V=\dfrac{1+\sqrt{33}}{8}$. **B** $V=\dfrac{1+\sqrt{33}}{4}$. **C** $V=\dfrac{3\left(1+\sqrt{33}\right)}{8}$. **D** $V=\dfrac{3\left(1+\sqrt{33}\right)}{4}$.

Câu 137. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AD=x$, các cạnh còn lại có cạnh bằng $4\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất là

A $2\sqrt{3}$. **B** $6\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{2}$. **D** $2\sqrt{6}$.

Câu 138. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết góc giữa SC và (SAD) bằng 30°, tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3}{4}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 139. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A thỏa mãn $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, đồng thời $A'A$, $A'B$, $A'C$ cùng tạo với đáy 1 góc 60°. M, N, H lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'C'$, BC. Tính thể tích khối tứ diện $MNAH$.

A $\dfrac{3a^3}{2}$. **B** $\dfrac{a^3}{2}$. **C** $\dfrac{a^3}{4}$. **D** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 140. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=2\sqrt{6}a$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB và SC. Biết góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng 60°, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp đa diện $ABCMN$?

A $S=36\pi a^2$. **B** $S=72\pi a^2$. **C** $S=24\pi a^2$. **D** $S=8\pi a^2$.

Câu 141. Cho hình trụ (T) có bán kính đáy $r=\sqrt{6}$ và chiều cao gấp đôi bán kính đáy. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai đáy trụ. Trên đường tròn tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B sao cho thể tích của tứ diện $OO'AB$ lớn nhất. Tính AB?

A $\sqrt{30}$. **B** 6. **C** 5. **D** $4\sqrt{3}$.

Câu 142. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách từ A đến các đường thẳng BC và CD lần lượt là $2a$ và $3a$. Gọi S là tâm của hình bình hành $A'B'C'D'$, biết hai mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ và $\left(BDD'B'\right)$ vuông góc với nhau; các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SAD) lần lượt tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ các góc 30°, 45°, 60°. Tính khoảng cách từ D' đến mặt phẳng (SCD).

A $\dfrac{3a\sqrt{14}}{14}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{14}}{14}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{14}}{7}$. **D** $\dfrac{2a\sqrt{14}}{7}$.

Câu 143. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và thể tích bằng 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB, SC. Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, thể tích của khối đa diện chứa đỉnh S bằng

A $\dfrac{7}{9}$. **B** $\dfrac{14}{19}$. **C** $\dfrac{7}{12}$. **D** $\dfrac{9}{16}$.

Câu 144. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2022. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh AA', BB', CC' lần lượt tại M, N, P sao cho $MA=MA'$, $NB=2NB'$, $PC=3PC'$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A 1348. **B** $\dfrac{7751}{6}$. **C** $\dfrac{13480}{9}$. **D** $\dfrac{10784}{9}$.

Câu 145. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=120^\circ$. Biết $\widehat{A'BA}=\widehat{C'A'C}=90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'AD)$ và $(ABB'A')$ bằng α với $\tan\alpha=\sqrt{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A $\sqrt{2}a^3$. **B** a^3. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 146. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;6;2)$ và $B(-3;4;6)$. Biết điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A -8. **B** -7. **C** 8. **D** 7.

Câu 147. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 11. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính $R_1=3$, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính $R_2=4$, (S_3) là mặt cầu tâm C bán kính $R_3=6$. Số mặt phẳng cùng tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên là

A 8. **B** 4. **C** 7. **D** 6.

Câu 148. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có thể tích $V=6$ và đường cao $h=1$. Một mặt phẳng (P) thay đổi luôn song song với hai đáy lăng trụ và cắt các đoạn thẳng AB_1, BC_1, CD_1, DA_1 lần lượt tại M, N, P, Q. Diện tích nhỏ nhất của tứ giác $MNPQ$ có giá trị thuộc khoảng nào?

A $(2;3)$. **B** $(3;4)$. **C** $\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{7}{2};\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 149. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' và N là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $DN=3ND'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 $(V_1<V_2)$, tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A $\dfrac{3}{5}$. **B** $\dfrac{5}{11}$. **C** $\dfrac{3}{8}$. **D** $\dfrac{3}{13}$.

Câu 150. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=\sqrt{3}$, $AC=\sqrt{7}$, $SA=1$. Hai mặt bên SAB và SAC lần lượt tạo với đáy các góc bằng 45° và 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{7}{6}$. **D** $\dfrac{7\sqrt{7}}{6}$.

Câu 151. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=1$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AC bằng $\dfrac{2}{3}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $\dfrac{1}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 152. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(5;-2;0)$, $B(4;5;-2)$ và $C(0;3;2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Đặt $Q=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a,b\in\mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a+b$.

A 38. **B** 23. **C** 43. **D** 18.

Câu 153. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AA' và BB'. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng

A 2. **B** $\dfrac{2}{3}$. **C** 1. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 154. Cho hai khối cầu có tổng diện tích bằng 80π tiếp xúc ngoài nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại hai điểm A, B. Tính tổng thể tích của hai khối cầu đó biết $AB=4\sqrt{2}$.

A $24\sqrt{2}\pi$. **B** $96\sqrt{2}\pi$. **C** 96π. **D** 192π.

Câu 155. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$. Biết $\widehat{A'AB}=90^\circ$ và $AA'=a\sqrt{5}$, $CA'=2a\sqrt{2}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A a^3. **B** $2a^3$. **C** $3a^3$. **D** $4a^3$.

Câu 156. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi (α) là mặt phẳng qua CD' và tạo với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ một góc φ với $\tan\varphi=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Mặt phẳng (α) chia khối lập phương thành hai khối đa diện có thể tích là V_1 và V_2 với $V_1>V_2$. Tính V_1.

A $V_1=\dfrac{7}{12}a^3$. **B** $V_1=\dfrac{10}{17}a^3$. **C** $V_1=\dfrac{7}{24}a^3$. **D** $V_1=\dfrac{17}{24}a^3$.

Câu 157. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác ABC có $AB=1$, $AC=2$, $\widehat{BAC}=60^\circ$. Điểm S thay đổi thuộc đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) (S khác A). Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC. Đường kính MN thay đổi của mặt cầu (T) ngoại tiếp khối đa diện $ABCB_1C_1$ và I là điểm cách tâm mặt cầu (T) một khoảng bằng ba lần bán kính. Tính giá trị nhỏ nhất của $IM+IN$.

A $6\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{20}$. **C** 6. **D** $2\sqrt{10}$.

Câu 158. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=9a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC; P, Q lần lượt là hai điểm thuộc cạnh SB và SC thỏa $\dfrac{SP}{SB}=\dfrac{SQ}{SC}=\dfrac{1}{3}$. Thể tích khối tứ diện $AOPQ$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 159. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có cạnh a, $\widehat{BAD}=60^\circ$ và $A'A=a\sqrt{5}$. Biết rằng mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy và hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc 45°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$. **B** $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **C** $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D** $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 160. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60^\circ$, $\widehat{CSA}=90^\circ$, $SA=a$, $SB=SC=2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 161. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC=a\sqrt{2}$, tất cả các cạnh còn lại có độ dài bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 162. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-2)$ và $B(2;2;1)$. Điểm M thay đổi thỏa mãn $\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OA}\right)=\left(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OB}\right)$ luôn thuộc mặt phẳng có phương trình

A $x+4y+3z=0$. **B** $4x-y+3z=0$. **C** $3x+4y+3z=0$. **D** $x-4y-3z=0$.

Câu 163. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với SO và cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q. Một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối trụ lớn nhất bằng

A $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{8}$. **B** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{27}$. **C** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{27}$.

Câu 164. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B thay đổi trên mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=25$ sao cho $AB=6$. Giá trị lớn nhất của biểu thức OA^2-OB^2 là

A 12. **B** 6. **C** 10. **D** 24.

Câu 165. Cho tứ diện $ABCD$, có $AB=3a$, $AC=4a$, $AD=5a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác DAB, DBC, DCA. Tính thể tích V của tứ diện $DMNP$ khi thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A $V=\dfrac{20a^3}{27}$. **B** $V=\dfrac{80a^3}{7}$. **C** $V=\dfrac{120a^3}{27}$. **D** $V=\dfrac{10a^3}{27}$.

Câu 166. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, BC, CC'. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ đã cho thành 2 phần, phần chứa điểm B có thể tích V_1. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

A $\dfrac{25}{144}$. **B** $\dfrac{37}{144}$. **C** $\dfrac{61}{144}$. **D** $\dfrac{49}{144}$.

Câu 167. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+5=0$. Lấy điểm A di động trên (S) và điểm B di động trên (P) sao cho $\overrightarrow{AB}$ cùng phương $\overrightarrow{a}=(-2;1;-1)$. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB.

A $2+3\sqrt{6}$. **B** $4+3\sqrt{6}$. **C** $2+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. **D** $4+\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 168. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc SO sao cho $SI=\dfrac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\dfrac{m}{n}$?

A $\dfrac{7}{5}$. **B** $\dfrac{8}{5}$. **C** $\dfrac{9}{5}$. **D** 2.

Câu 169. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$, đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Mặt phẳng $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ góc 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $V=\dfrac{a^3}{8}$. **B** $V=\dfrac{27a^3}{32}$. **C** $V=\dfrac{3a^3}{32}$. **D** $V=\dfrac{9a^3}{32}$.

Câu 170. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, các cạnh $AB=a$, $AC=2a$ và góc $\widehat{BAC}=120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SC. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC), biết $\cos\alpha=\sqrt{\dfrac{3}{7}}$. Tính cosin góc giữa hai mặt (SAB) và (SBC)?

A $\sqrt{\dfrac{7}{13}}$. **B** $\sqrt{\dfrac{3}{13}}$. **C** $\sqrt{\dfrac{10}{13}}$. **D** $\sqrt{\dfrac{6}{13}}$.

Câu 171. Trên cạnh AD của hình vuông $ABCD$ cạnh 1, người ta lấy điểm M sao cho $AM=x$ $(0\le x\le 1)$. Trên nửa đường thẳng Ax vuông góc với mặt phẳng chứa hình vuông, người ta lấy điểm S với $SA=y$ thoả mãn $y>0$ và $x^2+y^2=1$. Biết khi M thay đổi trên đoạn AD thì thể tích của khối chóp $S.ABCM$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{\sqrt{m}}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*$ và m, n nguyên tố cùng nhau. Tính $T=m+n$.

A 11. **B** 17. **C** 27. **D** 35.

Câu 172. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB, BC, CD, DA, SB và SC. Tính thể tích của khối đa diện $MNPQRT$.

A $\dfrac{6a^3}{96}$. **B** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{96}$. **C** $\dfrac{a^3}{96}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

Câu 173. Cho hình chóp đều $SABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T=\dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 174. Cho hình nón có đỉnh S có bán kính đáy bằng a và góc ở đỉnh bằng 120°. Thiết diện tạo bởi một mặt phẳng đi qua đỉnh S và hình nón là một tam giác có diện tích lớn nhất bằng:

A $\dfrac{2a^2}{3}$. **B** $\dfrac{a^2}{3}$. **C** $\dfrac{4a^2}{3}$. **D** $\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$.

Câu 175. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a+b+c$ bằng

A 2. **B** $\sqrt{2}$. **C** 6. **D** $\sqrt{6}$.

Câu 176. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(-\sqrt{2};0;0\right)$, $B\left(\sqrt{2};0;0\right)$, $C(4;1;-2)$ và $D(1;-2;4)$. Điểm M thay đổi thỏa mãn $MA+MB=2\sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=2MC^2+MD^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;40)$. **B** $(40;41)$. **C** $(41;42)$. **D** $(42;+\infty)$.

Câu 177. Cho hình nón đỉnh S có độ dài đường cao là R và đáy là đường tròn tâm O bán kính R. Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn đáy tại A; (P) là mặt phẳng chứa SA và d. Mặt phẳng (Q) thay đổi qua S cắt đường tròn $(O;R)$ tại hai điểm C, D sao cho $CD=R\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi (P) và (Q). Tính giá trị lớn nhất của $\cos\alpha$.

A $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. **B** $\dfrac{10}{5}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$. **D** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 178. Trên hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x+y+z=2$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2=2$. Gọi điểm $M(a;b;c)$ thuộc giao tuyến của (P) và (S). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A $\min c\in(-1;1)$. **B** $\min b\in[1;2]$. **C** $\max a=\min b$. **D** $\max c\in\left[\sqrt{2};2\right]$.

Câu 179. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$, $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$ và điểm $A(4;1;2)$. Gọi Δ là đường thẳng qua A cắt d_1 và cách d_2 một khoảng lớn nhất. Biết $\overrightarrow{u}=(a;1;c)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Độ dài của $\overrightarrow{u}$ là

A $3\sqrt{5}$. **B** $\sqrt{86}$. **C** $\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{85}$.

Câu 180. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên AC, $B'D'$ sao cho $2AM = D'N$. Khối tứ diện $AMNB'$ có thể tích lớn nhất bằng

A $\dfrac{a^3}{24}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D** $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 181. Cho hai hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 8. Trục của hai hình nón vuông góc với nhau và cắt nhau tại một điểm cách đáy của mỗi hình nón một khoảng bằng 3. Một hình cầu bán kính r nằm bên trong cả hai hình nón. Biết giá trị lớn nhất của r^2 bằng $\dfrac{m}{n}$, với m và n là hai số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m-n$.

A -152. **B** 152. **C** -136. **D** 136.

Câu 182. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$ và $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, $T = 12a + 12b + 2023c$ có giá trị là

A $T = -1$. **B** $T = 3$. **C** $T = 1$. **D** $T = -3$.

Câu 183. Cho hình lăng trụ $ABCD.MNPQ$ có tất cả các cạnh bằng $\sqrt{3}$, đáy $ABCD$ là hình thoi và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Các mặt phẳng $(ADQM)$, $(ABNM)$ cùng tạo với mặt phẳng đáy của lăng trụ góc α thỏa mãn $\tan\alpha = 2\sqrt{11}$ và hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(MNPQ)$ nằm bên trong hình thoi này. Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AMNQ$. Tính thể tích của khối tứ diện $OABM$.

A $\dfrac{\sqrt{33}}{22}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{33}}{44}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{33}}{88}$. **D** $\dfrac{\sqrt{33}}{88}$.

Câu 184. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ và mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng 60°. Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A $\dfrac{3a^3}{2}$. **B** $\dfrac{a^3}{2}$. **C** $\dfrac{a^3}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 185. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện. Đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\dfrac{V_2}{V_1}$ bằng

A $\dfrac{V_2}{V_1} = 3$. **B** $\dfrac{V_2}{V_1} = 2$. **C** $\dfrac{V_2}{V_1} = 1$. **D** $\dfrac{V_2}{V_1} = \dfrac{3}{2}$.

Câu 186. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với đáy; H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SC, SB. Biết góc giữa (AHK) và (ABC) bằng 45°. Tính thể tích khối tứ diện $ABHK$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Câu 187. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;1)$, $B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-5=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (α), tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3MA^2+2MB^2$.

A $\dfrac{802}{15}$. **B** $\dfrac{440}{9}$. **C** $\dfrac{821}{15}$. **D** $\dfrac{119}{5}$.

Câu 188. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ và điểm $M(2;2;1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B. Khi biểu thức $T=MA+4MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì đoạn thẳng AB có giá trị bằng

A 4. **B** $2\sqrt{3}$. **C** $4\sqrt{3}$. **D** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 189. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+13=0$ và $(S_2):(x+3)^2+(y-2)^2+z^2=9$. Hai điểm A, B di động và lần lượt thuộc (S_1), (S_2). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB bằng

A 9. **B** 10. **C** 12. **D** 16.

Câu 190. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của cạnh SA. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với mặt phẳng (SBC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số của thể tích phần chứa đỉnh S và thể tích phần còn lại.

A $\dfrac{5}{16}$. **B** $\dfrac{5}{11}$. **C** $\dfrac{16}{5}$. **D** $\dfrac{11}{5}$.

Câu 191. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có AB song song với CD. Biết $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$ và diện tích hình thang $ABCD$ bằng $6\sqrt{2}$. Gọi $D(a;b;c)$, khi đó biểu thức $T=a-2b+4c$ bằng

A $T=3$. **B** $T=5$. **C** $T=6$. **D** $T=8$.

Câu 192. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;3;-1)$, $B(0;4;2)$, $C(1;2;-1)$ và $D(7;2;1)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox. Đặt $P=4\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+6\left|\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|$. Tính giá trị nhỏ nhất của P?

A $P_{\min}=48$. **B** $P_{\min}=3$. **C** $P_{\min}=12\sqrt{34}$. **D** $P_{\min}=12$.

Câu 193. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$ và $D(2;1;-1)$. Hai điểm M, N lần lượt trên đoạn BC và BD sao cho $2\dfrac{BC}{BM}+3\dfrac{BD}{BN}=10$ và $\dfrac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}}=\dfrac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax+by+cz+32=0$. Tính $S=a-b+c$?

A $S=98$. **B** $S=26$. **C** $S=97$. **D** $S=27$.

Câu 194. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không có góc tù và có diện tích bằng 15. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(4;5)$. **B** $(3;4)$. **C** $(2;3)$. **D** $(6;7)$.

Câu 195. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc 60°. Gọi M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DM=3MC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên BM. Diện tích xung quanh khối nón được sinh ra khi quay tam giác SAH xung quanh cạnh SA là

A $\dfrac{4\pi a^2\sqrt{118}}{\sqrt{17}}$. **B** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{118}}{17}$. **C** $\dfrac{4a^2\sqrt{118}}{17}$. **D** $\dfrac{4\pi a^2\sqrt{118}}{17}$.

Câu 196. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2). Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A $8\sqrt{3}$. **B** 9. **C** 8. **D** $\sqrt{15}$.

Câu 197. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Gọi các điểm M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CC', $A'C'$. Mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần có thể tích V_1, V_2 $\left(V_1 \text{ là thể tích khối đa diện chứa điểm } A\right)$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 198. Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh 2, có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD=2AD$, I là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N. Khi d thay đổi, thể tích khối chóp $S.MNC$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **B** $\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **D** $\dfrac{4\sqrt{2}}{27}$.

Câu 199. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{3}$. Đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D** $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 200. Cho lăng trụ đáy tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm M của cạnh BC. Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy là 60°. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ là

A $\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. **B** $\dfrac{2a\sqrt{7}}{7}$. **C** $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 201. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2mx+\left(m^2+1\right)y+\left(m^2-1\right)z-10=0$ và điểm $A(2;11;-5)$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A. Tổng bán kính của hai mặt cầu đó là

A $7\sqrt{2}$. **B** $12\sqrt{2}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $5\sqrt{2}$.

Câu 202. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+2m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=4+2t \\ y=3+t \\ z=3+2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A $m=6$. **B** $m=12$. **C** $m=-12$. **D** $m=-6$.

Câu 203. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 10 và diện tích đáy bằng 12. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CB, CA và P, Q, R lần lượt là giao hai đường chéo của mỗi hình bình hành $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CAA'C'$. Thể tích khối đa diện $ABMNRQP$ bằng

A 34. **B** 70. **C** 68. **D** 35.

Câu 204. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ. Biết rằng khi $AH=BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A $\begin{cases} x=4+t \\ y=5-2t \\ z=1 \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=4-t \\ y=5+2t \\ z=t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=4+t \\ y=5-2t \\ z=t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=4-t \\ y=5+2t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 205. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(4;1;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA.\overrightarrow{MA}=4MB.\overrightarrow{MB}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ là

A $\frac{1}{5}$. **B** 6. **C** -2. **D** $-\frac{2}{3}$.

Câu 206. Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB vuông tại S, (A, B thuộc đường tròn đáy). Biết tam giác SAB có bán kính đường tròn nội tiếp bằng $2\sqrt{5}-\sqrt{10}$, đường cao SO tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A $5\sqrt{10}\pi$. **B** $4\sqrt{15}\pi$. **C** $5\sqrt{2}\pi$. **D** $2\sqrt{5}\pi$.

Câu 207. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $AB=BC'=a\sqrt{3}$. Lấy hai điểm M, N lần lượt trên hai cạnh AB' và $A'C$ sao cho $\overrightarrow{MB'}=2\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{A'C}=3\overrightarrow{A'N}$. Thể tích khối đa diện $BMNC'C$ bằng

A $\frac{2\sqrt{6}}{27}a^3$. **B** $\frac{4}{9}a^3$. **C** $\frac{4\sqrt{6}}{27}a^3$. **D** $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

Câu 208. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10;6;-2)$, $B(-5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+12=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T=2MA^2-MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A $-\frac{464+4\sqrt{58}}{29}$. **B** 6. **C** -6. **D** $\frac{464-4\sqrt{58}}{29}$.

Câu 209. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-3)^2=8$ và hai điểm $A(4;-4;3)$, $B(1;-1;7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA-2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính đường tròn đó là

A 2. **B** $\sqrt{6}$. **C** $\sqrt{7}$. **D** $\sqrt{5}$.

Câu 210. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$, $B(3;2;6)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=16$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A $4\sqrt{13}$. **B** $4\sqrt{5}$. **C** $5\sqrt{3}$. **D** $2\sqrt{15}$.

Câu 211. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$ và điểm $M(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON=\sqrt{6}$. Tính y_0.

A -2. **B** 2. **C** -1. **D** 3.

Câu 212. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+2y+3z+4=0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+3y+z-7=0$, $(Q): x-y+z+1=0$. Khi đó d bằng

A 3. **B** 1. **C** -3. **D** -1.

Câu 213. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng $4a$ và $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA', DC. Khi mặt phẳng $\left(A'NB\right)$ tạo với mặt đáy của lăng trụ một góc là 60° thì khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và $A'N$ bằng

A a. **B** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C** $a\sqrt{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 214. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;4;4)$, $B(1;2;3)$, $C(5;0;-1)$. Điểm M thay đổi trong không gian thỏa mãn $\widehat{ABM}=\widehat{AMC}=90^\circ$. Mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC cắt AM tại N. Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng

A $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$. **D** $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 215. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho khối đa diện lồi $OAMEN$ có thể tích 296 với các đỉnh $A\left(0;0;8\sqrt{2}\right)$, $M(5;0;0)$, $N(0;7;0)$, $E(a;b;0)$, trong đó $ab\neq 0$. Khi a, b thay đổi thì đường thẳng AE luôn tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=c^2$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất bằng

A $\dfrac{24\sqrt{666}}{333}$. **B** $\dfrac{81\sqrt{37}}{74}$. **C** $\dfrac{27\sqrt{222}}{37}$. **D** $\dfrac{24\sqrt{74}}{\sqrt{461}}$.

Câu 216. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và (SBD) bằng α. Biết $\cos\alpha=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ và tam giác SAC không cân. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{32\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{128}{3}$. **C** $\dfrac{16}{3}$. **D** $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 217. Trong không gian $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của $d: \begin{cases} x=-1+2at \\ y=3-2t \\ z=\left(a^2-2\right)t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$ trên mặt phẳng $(\alpha): 2x-3z-6=0$. Lấy các điểm $M(0;-3;-2)$, $N(3;-1;0)$ thuộc (α). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số a để MN vuông góc với d'.

A -4. **B** -3. **C** 1. **D** 2.

Câu 218. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+12=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Xét hai điểm M, N lần lượt thuộc (P) và (S) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u}=(1;1;1)$. Giá trị nhỏ nhất của MN bằng

A 3. **B** $9\sqrt{3}-1$. **C** $6\sqrt{3}$. **D** 2.

Câu 219. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM=C'N=DP=\dfrac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A $S=\dfrac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **B** $S=\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{2}$. **C** $S=\dfrac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D** $S=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{2}$.

Câu 220. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$ và $\widehat{ASB}=60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A $S=\dfrac{13\pi a^2}{2}$. **B** $S=\dfrac{13\pi a^2}{3}$. **C** $S=\dfrac{11\pi a^2}{2}$. **D** $S=\dfrac{11\pi a^2}{3}$.

Câu 221. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$. Điểm M thay đổi trên (S), điểm N thay đổi trên (P). Độ dài nhỏ nhất của MN bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** 2. **C** 1. **D** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 222. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;2)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=1$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S) đồng thời thỏa mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AM}=6$. Điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào dưới đây?

A $2x-2y+6z-9=0$. **B** $2x+2y+6z+9=0$.
C $2x-2y+6z+9=0$. **D** $2x-2y-6z+9=0$.

Câu 223. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, lấy các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ và $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{b^2+a^2}\right)$ với a,b,c dương. Biết diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{3}{2}$ và thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (ABD) có dạng $mx+ny+pz+1=0$. Tính $m+n+p$.

A -2. **B** -1. **C** 2. **D** 0.

Câu 224. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh BC, $B'C'$ và P, Q lần lượt là tâm các mặt $ABB'A'$ và $ACC'A'$. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 225. Cho mặt cầu $S(O;9)$. Một hình nón có đỉnh và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S). Khi thể tích của hình nón lớn nhất, diện tích đường tròn đáy của hình nón thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(200;220)$. **B** $(230;240)$. **C** $[220;230]$. **D** $[200;220]$.

Câu 226. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x+2y+z-7=0$ và đi qua hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;5;3)$. Bán kính nhỏ nhất của mặt cầu (S) bằng

A $\dfrac{\sqrt{470}}{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{546}}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{763}}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{345}}{3}$.

Câu 227. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$, điểm N thay đổi trên mặt cầu (S). Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=NA^2+NB^2+3NC^2$. Giá trị $M-m$ bằng

A 125. **B** 120. **C** 80. **D** 85.

Câu 228. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0$ và ba điểm $A(2;0;2)$, $B(4;0;4)$, $C(5;2;4)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho có một mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với (P) tại M. Khi đó, độ dài đoạn CM có giá trị nhỏ nhất là

A 3. **B** $\sqrt{10}$. **C** $\sqrt{109}$. **D** $\sqrt{13}$.

Câu 229. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+7=0$. Điểm M chạy tùy ý trên (α). Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $m\in(28;47)$. **B** $m\in(24;28)$. **C** $m\in(10;20)$. **D** $m\in(20;24)$.

Câu 230. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N là hai điểm nằm trên hai cạnh SC, SD sao cho $\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{SN}{ND}=2$. Biết G là trọng tâm tam giác SAB. Tính tỉ số $\dfrac{V_{G.MND}}{V_{S.ABCD}}$.

A $\dfrac{1}{16}$. **B** $\dfrac{1}{18}$. **C** $\dfrac{1}{20}$. **D** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 231. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Khi độ dài cạnh AB thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A $3\sqrt{3}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C** $\sqrt{3}a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

Câu 232. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z+11=0$. Lấy điểm M tùy ý trên (α). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) với A, B, C là các tiếp điểm đôi một phân biệt. Khi M thay đổi thì mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm cố định $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A 0. **B** $\frac{7}{2}$. **C** $-\frac{3}{4}$. **D** 2.

Câu 233. Cho khối nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng 120°. Mặt phẳng (Q) thay đổi, đi qua S và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết rằng giá trị lớn nhất diện tích tam giác SAB là $2a^2$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (Q) trong trường hợp diện tích tam giác SAB đạt giá trị lớn nhất là

A $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C** $a\sqrt{2}$. **D** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 234. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$. Một đường thẳng d đi qua O, song song với (P), cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AB.

A 8. **B** 6. **C** 4. **D** 3.

Câu 235. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với AA' cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{8}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D** $\frac{\sqrt{3}a^3}{10}$.

Câu 236. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm O, bán kính $R=2$ và mặt cầu $\left(S'\right):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. Mặt phẳng (P) thay đổi luôn tiếp xúc với hai mặt cầu (S) và $\left(S'\right)$. Biết rằng (P) luôn đi qua điểm $M(a;b;c)$ cố định. Tính giá trị của biểu thức $a+b+c$.

A 2. **B** 4. **C** -4. **D** -2.

Câu 237. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;1)$ và $N(-1;0;0)$. Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, có các cạnh song song với các trục số và các mặt phẳng $(ABCD)$, $\left(A'B'C'D'\right)$ lần lượt có phương trình là $z=0$ và $z=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+C'N$ bằng

A $2\sqrt{5}$. **B** $2\sqrt{6}$. **C** $2\sqrt{3}$. **D** $2\sqrt{2}$.

Câu 238. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng a, góc giữa BB' và mặt đáy bằng 45°, $BC=2a$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\frac{a^3}{3}$. **B** $2a^3$. **C** a^3. **D** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 239. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 2 cm, $AC=3$ cm, $SB=SC=SD=2$ cm. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SC, SD. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SMNP$.

A $\dfrac{29\pi}{4}$ cm^2. **B** $\dfrac{9\pi}{4}$ cm^2. **C** $\dfrac{16\pi}{7}$ cm^2. **D** $\dfrac{64\pi}{7}$ cm^2.

Câu 240. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(1;0;2)$ và $C(-2;2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc toạ độ O sao cho A, B, C cùng phía với (P). Khi (P) có phương trình $-7x+my+nz=0$ thì biểu thức $T=d(A,(P))+2d(B,(P))+4d(C,(P))$ lớn nhất. Tính $S=m+n$.

A $S=31$. **B** $S=24$. **C** $S=4$. **D** $S=0$.

Câu 241. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(a;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Biết rằng (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M(3;1;7)$ và $N(7;4;5)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A $x+2y+5z-30=0$. **B** $2x+4y+10z-2=0$.
C $x+2y+5z+30=0$. **D** $2x+4y-10z+1=0$.

Câu 242. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=4$, $\widehat{ACB}=150^\circ$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc mặt phẳng $(P):x+2y+2z+23=0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng

A $\dfrac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$. **B** $\dfrac{24}{4-\sqrt{3}}$. **C** $\dfrac{8}{4-\sqrt{3}}$. **D** $80\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Câu 243. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $AB=3$, $AD=4$, $\widehat{BAD}=120^\circ$. Cạnh bên $SA=2\sqrt{3}$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SD và BC, α là góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (MNP). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A $\alpha\in(0^\circ;30^\circ)$. **B** $\alpha\in(30^\circ;45^\circ)$. **C** $\alpha\in(45^\circ;60^\circ)$. **D** $\alpha\in(60^\circ;90^\circ)$.

Câu 244. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 3. Các mặt bên SAB, SAC, SBC lần lượt tạo với đáy các góc là 30°, 45°, 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) nằm trong tam giác ABC.

A $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **B** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **C** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. **D** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{4\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Câu 245. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) $\left(A,B,C\text{ là các tiếp điểm}\right)$ thoả mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Tổng $a+b+c$ bằng

A $\dfrac{10}{3}$. **B** 1. **C** -2. **D** 2.

Câu 246. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=30^\circ$, $SA=1$. Lấy B', C' lần lượt thuộc cạnh SB, SC sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tỉ số $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}$ gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A $0,5$. **B** $0,6$. **C** $0,55$. **D** $0,65$.

Câu 247. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O, $SA=2a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh OA, biết tam giác SBD vuông tại S. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A $\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$. **B** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **C** $\dfrac{4a\sqrt{10}}{5}$. **D** $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 248. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA', biết hai mặt phẳng (MBC) và $\left(MB'C'\right)$ vuông góc với nhau. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{a^3}{8}$. **B** $\dfrac{a^3}{4}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 249. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;6;0)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x+4y+89=0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trên mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(4;-2;3)$ trên đường thẳng d. Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng

A 15. **B** 20. **C** $\dfrac{68}{5}$. **D** $\dfrac{93}{5}$.

Câu 250. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì qua M cắt (S) tại A, B. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A 64. **B** 32. **C** 16. **D** 8.

Câu 251. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;7;2)$ và $B(-1;3;-1)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A $4\sqrt{3}$. **B** $3\sqrt{10}$. **C** $\sqrt{85}$. **D** $\sqrt{65}$.

Câu 252. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{4}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

A $T=4$. **B** $T=3$. **C** $T=-4$. **D** $T=-5$.

Câu 253. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):3x-8y+7z-1=0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm có toạ độ nguyên thuộc (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a+b+c$ bằng

A -7. **B** 7. **C** -3. **D** 3.

Câu 254. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC, góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C')$ và $(BCC'B')$ bằng 60°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C'$ bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $8a^3\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **D** $8a^3\sqrt{6}$.

Câu 255. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(-1;2;1)$, $B(0;-1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng AB và đường thẳng d. Viết phương trình mặt phẳng (P). Biết khoảng cách giữa d và (P) bằng $\sqrt{2}$; (P) cắt Ox tại điểm có hoành độ dương.

A $x-y-1=0$. **B** $x-y-3=0$. **C** $x-z-1=0$. **D** $x-z-3=0$.

Câu 256. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1;-2;3)$, $B(5;0;-1)$, $C(-1;2;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P thoả $\dfrac{AB}{AM}+\dfrac{AC}{AN}+\dfrac{AD}{AP}=9$ và có thể tích $AMNP$ nhỏ nhất. Khi đó, mặt phẳng (MNP) đi qua điểm nào sau đây?

A $\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. **B** $\left(\dfrac{-27}{3};\dfrac{41}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. **C** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{74}{3}\right)$. **D** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{3};\dfrac{91}{8}\right)$.

Câu 257. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt đáy và cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E, F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE$, $SD=3SF$. Thể tích V của khối tứ diện $AEFC$ là

A $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 258. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+7=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Gọi A, B là hai điểm trên mặt cầu (S) và $AB=4$; A', B' là hai điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho AA', BB' cùng song song với đường thẳng d. Giá trị lớn nhất của tổng độ dài $AA'+BB'$ gần nhất với giá trị nào sau đây?

A 13. **B** 11. **C** 12. **D** 14.

Câu 259. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Hai đường thẳng AB' và BC' vuông góc với nhau. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 260. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $\widehat{BAC}=135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thoả mãn $SA=a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt tại M, N. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

A 45°. **B** 60°. **C** 75°. **D** 30°.

Câu 261. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$ và điểm $P(2;4;5)$ nằm bên trong mặt cầu. Qua P dựng 3 dây cung AA', BB', CC' của mặt cầu (S) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là PA, PB, PC. Gọi PQ là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng Q luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A $\sqrt{57}$. **B** $\sqrt{61}$. **C** $\dfrac{\sqrt{219}}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{219}}{2}$.

Câu 262. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+8=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y+4z-3=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u}=(0;1;-1)$ và khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất. Tính MN.

A $MN=2\sqrt{2}$. **B** $MN=2$. **C** $MN=\sqrt{3}$. **D** $MN=3\sqrt{2}$.

Câu 263. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=2\sqrt{2}$, $AB=1$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết rằng hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng $\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** $\sqrt{2}$.

Câu 264. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z-18=0$. Khi điểm M thay đổi trên mặt phẳng (P) lấy điểm N thuộc tia OM sao cho $OM.ON=36$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức NA^2+NB^2.

A $16-8\sqrt{3}$. **B** $24-8\sqrt{3}$. **C** $20-8\sqrt{3}$. **D** $8-4\sqrt{3}$.

Câu 265. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+ay+bz+c=0$ chứa đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+1=0$ và $(\beta): x+y-2z-1=0$. Biết rằng khoảng cách từ điểm $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 3. Khi đó, giá trị $a+b+c$ bằng

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** 6.

Câu 266. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi O' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, (N) là hình nón ngoại tiếp hình chóp $O'.ABC$. Góc giữa đường sinh của (N) và mặt đáy là 60°, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'C$ bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $\dfrac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **B** $\dfrac{4\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **C** $\dfrac{\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **D** $\dfrac{64\sqrt{21}}{27}\pi a^3$.

Câu 267. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB.

A $MB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **B** $MB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C** $MB=\sqrt{5}$. **D** $MB=\sqrt{41}$.

Câu 268. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60°. Thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng

A $\dfrac{a^3}{2}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 269. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;3;-1)$, $B(0;4;2)$, $C(1;2;-1)$, $D(7;2;1)$. Đặt $T=8\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|+12\left|\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right|$, trong đó N di chuyển trên trục Ox. Giá trị nhỏ nhất của T thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(80;100)$. **B** $(130;150)$. **C** $(62;80)$. **D** $(100;130)$.

Câu 270. Cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x}{4}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(3;2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Biết I nằm trên d' và $a<2$. Tính $T=a+b+c$.

A $T=8$. **B** $T=4$. **C** $T=0$. **D** $T=2$.

Câu 271. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $BC=a$. Biết $SA=a\sqrt{2}$; hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm đoạn AB; khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A $\dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{5}\pi a^3}{8}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **D** $\dfrac{3\sqrt{5}\pi a^3}{2}$.

Câu 272. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A $\dfrac{2}{3}$. **B** $\dfrac{7}{3}$. **C** $\dfrac{1}{3}$. **D** 1.

Câu 273. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B\left(3;4;\dfrac{19}{2}\right)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác OAM không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 20. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(5;10)$. **B** $(3;5)$. **C** $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$. **D** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 274. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{5}$, $\widehat{DAB}=\widehat{CBD}=90^\circ$, $\widehat{ABC}=135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng 30°. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A $\dfrac{a^3}{\sqrt{2}}$. **B** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{2}}$. **C** $\dfrac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **D** $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 275. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và điểm $M(2;-2;5)$. Điểm $N(a;b;c)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A -3. **B** 3. **C** -2. **D** 2.

Câu 276. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. Hai mặt phẳng (P), (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các tiếp điểm là M, N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **B** 3. **C** $\dfrac{7}{3}$. **D** $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 277. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=3a$, $BC'=4a$ và $\widehat{BAC}=30^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB' và (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AB, BC'. Biết thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (α) có chu vi bằng $9a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $24\sqrt{3}a^3$. **B** $10\sqrt{6}a^3$. **C** $\dfrac{4\sqrt{13}a^3}{3}$. **D** $\dfrac{3\sqrt{39}a^3}{2}$.

Câu 278. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-1;2)$, $B(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):z-1=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích lớn nhất. Tính $T=2a-3b+c$.

A 0. **B** 3. **C** 6. **D** 2.

Câu 279. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $AA'C'C$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A $V=\dfrac{3a^3}{32}$. **B** $V=\dfrac{3a^3}{16}$. **C** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 280. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-2;-7)$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=729$. Biết điểm B thuộc giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-107=0$. Khi điểm M di động trên đường thẳng d thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+MB$ bằng

A $5\sqrt{29}$. **B** $\sqrt{742}$. **C** $5\sqrt{30}$. **D** 27.

Câu 281. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$. Đường thẳng d' là hình chiếu của d theo phương Ox trên (P); d' nhận $\overrightarrow{u}=(a;b;2019)$ làm một vectơ chỉ phương. Xác định tổng $a+b$.

A 2023. **B** -2021. **C** -2019. **D** 2019.

Câu 282. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+z^2=9$ và $\left(S'\right):x^2+(y-6)^2+z^2=24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P):z-m=0$. Gọi T là tập hợp các giá trị m để trên mặt phẳng (P) dựng được đúng một tiếp tuyến đến đường tròn (C). Tổng các phần tử của tập hợp T là

A 0. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

Câu 283. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1)$, mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+5=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=3+t_1 \\ y=2+2t_1 \\ z=5-3t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=2+2t_2 \\ y=3+t_2 \\ z=-5+t_2 \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, cắt hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại B và C. Tính tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P).

A 4. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Câu 284. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng d và khoảng cách từ d đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A $x+3y+2z+10=0$. **B** $3x+z+2=0$. **C** $x-2y-3z-1=0$. **D** $x-y-6=0$.

Câu 285. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng (Oxy). Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A $P(8;-4;0)$. **B** $N(15;-4;0)$. **C** $S\left(15;\dfrac{7}{2};0\right)$. **D** $M(3;2;0)$.

Câu 286. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;2)$, $B(2;-2;0)$. Gọi $I_1(1;1;-1)$ và $I_2(3;1;1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB. Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S).

A $R=2\sqrt{2}$. **B** $R=2\sqrt{6}$. **C** $R=\dfrac{\sqrt{219}}{3}$. **D** $R=\dfrac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 287. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho $SC=a$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất là

A $\dfrac{a^3}{16}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 288. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A $3x+4y-2=0$. **B** $3x+4y+2=0$. **C** $6x+8y+11=0$. **D** $6x+8y-11=0$.

Câu 289. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song với CD, $CD=7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\dfrac{SM}{SA}=k$ $(0<k<1)$. Tìm giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A $k=\dfrac{-7+\sqrt{53}}{2}$. **B** $k=\dfrac{-7+\sqrt{65}}{2}$. **C** $k=\dfrac{-7+\sqrt{53}}{4}$. **D** $k=\dfrac{-7+\sqrt{71}}{4}$.

Câu 290. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A $3x+4y-2=0$. **B** $6x+8y-11=0$. **C** $6x+8y+11=0$. **D** $3x+4y+2=0$.

Câu 291. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ vào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A $\overrightarrow{n}=(5;-2;-1)$. **B** $\overrightarrow{n}=(5;2;1)$. **C** $\overrightarrow{n}=(-5;2;-1)$. **D** $\overrightarrow{n}=(5;2;-1)$.

Câu 292. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;4)$, $B(2;5;4)$, $C\left(-\frac{5}{2};5;-1\right)$, $D(-3;1;-4)$. Các điểm M, N thoả mãn $MA^2+3MB^2=48$ và $ND^2=\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{BC}\right)\overrightarrow{ND}$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN.

A 1. **B** 4. **C** $\frac{2}{3}$. **D** 0.

Câu 293. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;0;\sqrt{3}\right)$ và điểm B thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi C là điểm trên tia Oz thoả mãn $d(C,AB)=d(C,OB)=k$. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi tập hợp tất cả các điểm M mà $CM\le k$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(0,2;0,7)$. **B** $(1,2;1,7)$. **C** $(1,7;2,2)$. **D** $(0,7;1,2)$.

Câu 294. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC, I là hình chiếu của điểm S trên $(ABCD)$. Biết $AIBC$ là hình vuông cạnh a và $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A a^3. **B** $\frac{a^3}{2}$. **C** $\frac{a^3}{6}$. **D** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 295. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, mặt cầu $(S_2):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và điểm $A(1;6;0)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A $8\sqrt{7}$. **B** $4\sqrt{7}$. **C** $2\sqrt{7}$. **D** $6\sqrt{7}$.

Câu 296. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-2;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I là trung điểm AB, trục nằm trên đường thẳng AB, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$ $(d>0)$. Gọi S là tập hợp các giá trị của biểu thức $b+c+d$. Khi đó:

A $S=\left\{-2\sqrt{3}\right\}$. **B** $S=\left\{2\sqrt{3}\right\}$. **C** $S=\left\{-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right\}$. **D** $S=\left\{4+2\sqrt{3}\right\}$.

Câu 297. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A a^3. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 298. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng α. Giá trị lớn nhất của α bằng

A 30°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 90°.

Câu 299. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(8;9)$. **B** $(7;8)$. **C** $(10;11)$. **D** $(6;7)$.

Câu 300. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-8=0$. Tam giác ABC có $A(1;2;-2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B, C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A $(16;-10;-3)$. **B** $(3;-1;4)$. **C** $(4;-2;-1)$. **D** $(1;2;0)$.

Câu 301. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;-2)$ và $S(-1;4;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối khóp $S.ABC$ bằng

A 162. **B** 81. **C** 45. **D** 27.

Câu 302. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+2z-1=0$ và điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B, C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\dfrac{15\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;3;3)$ đến (Q) bằng

A $2\sqrt{6}$. **B** $\sqrt{6}$. **C** $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. **D** $\dfrac{7\sqrt{6}}{6}$.

Câu 303. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d và cách A một khoảng lớn nhất.

A $x+y+3z+5=0$. **B** $x-y+3z+5=0$. **C** $x+y-3z-7=0$. **D** $x+2y+3z+5=0$.

Câu 304. Cho tứ diện $ABCD$ có $S_{ABC}=4a^2$, $S_{ABD}=6a^2$ và $AB=3a$. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) bằng 60°. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A $2\sqrt{3}a^3$. **B** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D** $\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 305. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;3;-2)$, $B(1;4;3)$, $C(-2;5;2)$ và $D(-1;-1;8)$. Điểm M di động trên trục Oy. Gọi $P=2\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|+3\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MD}\right|$. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

A 30. **B** $6\sqrt{10}$. **C** 5. **D** $6\sqrt{29}$.

Câu 306. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+8=0$ và điểm $A(2;-1;3)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm đoạn MN. Một vectơ chỉ phương của Δ là

A $\overrightarrow{u}=(6;1;2)$. **B** $\overrightarrow{u}=(7;2;8)$. **C** $\overrightarrow{u}=(3;2;2)$. **D** $\overrightarrow{u}=(3;4;2)$.

Câu 307. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ và điểm $M(0;-2;1)$. Gọi d_1, d_2, d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua điểm M và lần lượt cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A, B, C. Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A $\dfrac{50\sqrt{3}}{9}$. **B** $\dfrac{1000\sqrt{3}}{27}$. **C** $\dfrac{100\sqrt{3}}{9}$. **D** $\dfrac{500\sqrt{3}}{27}$.

Câu 308. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P):x-2y-z-1=0$ tại điểm M. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ với $a>0$ thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại A. Biết rằng diện tích tam giác IAM bằng $12\sqrt{3}$. Tổng $a+b+c$ bằng

A 6. **B** -10. **C** 10. **D** -6.

Câu 309. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $BD=a\sqrt{3}$. Biết SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBD) hợp với (SAB) một góc α thoả mãn $\cos\alpha=\dfrac{3}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B** $\dfrac{a^3}{4}$. **C** $\dfrac{a^3}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 310. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-4}$, điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Gọi B là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc bằng 90°. Khi độ dài đoạn MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A $T(-3;2;7)$. **B** $N(-1;-2;3)$. **C** $V(-2;-1;3)$. **D** $Q(3;0;15)$.

Câu 311. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M là trung điểm BC. Biết góc giữa đường thẳng DM với mặt bên SAB là góc α thoả mãn $\tan\alpha=\dfrac{2\sqrt{21}}{21}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A $\dfrac{2a^3}{9}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 312. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8;-1;6)$, $B(1;2;3)$, $C\left(-4;14;\sqrt{11}\right)$. Điểm M di động trên mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=49$ sao cho tam giác MAB có $2\sin\widehat{MAB}=\sin\widehat{MBA}$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng CM thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(8;9)$. **B** $(7;8)$. **C** $(10;11)$. **D** $(9;10)$.

Câu 313. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(3;3;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

A $\begin{cases}x=-2\\y=-2+t\\z=1+2t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2+t\\z=1+4t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=2+t\\y=-2\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 314. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết hình chiếu của A' trên mặt đáy ABC là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$ và góc giữa mặt bên $A'CCA$ và mặt đáy ABC bằng 45°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B** $\dfrac{1}{12}a^3$. **C** $\dfrac{1}{4}a^3$. **D** $\dfrac{3}{4}a^3$.

Câu 315. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$. **B** $\dfrac{\sqrt{17}}{17}$. **C** $\dfrac{5\sqrt{17}}{17}$. **D** $\dfrac{9\sqrt{17}}{17}$.

Câu 316. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ là góc nhọn, mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ và (ABC) bằng 45°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **B** $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **C** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **D** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 317. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;10)$ và $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho MB luôn vuông góc OA và tam giác OAM diện tích bằng 15. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(4;5)$. **B** $(7;9)$. **C** $(2;3)$. **D** $(6;7)$.

Câu 318. Cho khối nón đỉnh S, đáy là hình tròn $(O;R)$, chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\dfrac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=12$. Gọi C, D lần lượt là các điểm đối xứng với A, B qua O. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SA bằng

A $8\sqrt{2}$. **B** $\dfrac{24}{5}$. **C** $4\sqrt{2}$. **D** $\dfrac{5}{24}$.

Câu 319. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;1)$, $B(1;3;1)$ và $C(3;2;1)$. Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt mặt phẳng (Oyz) tại $M(0;a;b)$. Tính tổng $a+b$.

A 0. **B** 2. **C** -1. **D** -2.

Câu 320. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;0)$, $B(8;0;6)$. Xét điểm M thay đổi sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng OM bằng 2 và diện tích tam giác OAM không lớn hơn 6. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(5;7)$. **B** $\left(\frac{13}{3};5\right)$. **C** $\left(\frac{7}{2};4\right)$. **D** $\left(4;\frac{13}{3}\right)$.

Câu 321. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z+2=0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB, thoả mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α). Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

A $\sqrt{3}$. **B** 2. **C** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 322. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và (ABC) bằng 45°. Gọi M là trung điểm BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'M$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A a^3. **B** $6a^3$. **C** $3a^3$. **D** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 323. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA\perp MB$ và N là điểm thay đổi thuộc d. Khi MN nhỏ nhất, tìm hoành độ điểm M.

A -1. **B** 5. **C** $\frac{1}{5}$. **D** $\frac{17}{5}$.

Câu 324. Cho một mặt cầu và một hình nón nội tiếp trong mặt cầu. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác nhọn, không đều và diện tích xung quanh của hình nón bằng $\frac{3}{8}$ diện tích mặt cầu. Gọi α là góc giữa đường sinh và mặt đáy của hình nón. Biết $\cos\alpha=\frac{\sqrt{a}-b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương đôi một nguyên tố cùng nhau. Tổng $a+b+c$ bằng

A 16. **B** 28. **C** 26. **D** 18.

Câu 325. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;0;0)$, $B(1;2;3)$. Gọi M là một điểm di động thoả mãn $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OA}=\frac{\sqrt{3}OM.OA}{2}$ và $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MO}=0$. Gọi p, q lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của BM. Giá trị p^2+q^2 bằng

A 40. **B** 30. **C** $34-2\sqrt{39}$. **D** $34+2\sqrt{39}$.

Câu 326. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K là điểm thoả mãn $\overrightarrow{SK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ và L là giao điểm của đường thẳng SK với đường thẳng BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 56, thể tích khối chóp $S.ABL$ bằng

A 21. **B** 32. **C** 40. **D** 42.

Câu 327. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc và cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A $\sqrt{2}$. **B** $2\sqrt{3}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 328. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$ và mặt cầu $(S):(x-2-m)^2+(y-1+m)^2+(z-2+m)^2=25$ với m là tham số. Gọi I là tâm của (S). Khi Δ cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất, OI bằng

A $\sqrt{19}$. **B** $2\sqrt{19}$. **C** 3. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 329. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{4}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) đúng hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A 18. **B** 22. **C** 15. **D** 16.

Câu 330. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$. Lấy điểm B thuộc mặt cầu (S) sao cho tam giác OAB đều. Tính khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến mặt phẳng (OAB), biết rằng mặt phẳng (OAB) không đi qua điểm $C(1;0;1)$.

A $3\sqrt{2}$. **B** $\sqrt{3}$. **C** 1. **D** $3\sqrt{3}$.

Câu 331. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-4)$ và $B(-3;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích hình tròn đường kính MN có diện tích bằng $\frac{9\pi}{4}$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A $\sqrt{61}$. **B** $5\sqrt{3}$. **C** $\sqrt{53}$. **D** $\sqrt{68}$.

Câu 332. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh AC sao cho $AH=\frac{2}{3}AC$; mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 333. Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và chiều cao $h=10$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2, thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$, đường thẳng qua I và vuông góc với $(ABCD)$ cắt mặt trụ tại điểm S sao cho $SI>8$. Gọi (N) là khối nón có đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích của khối nón (N).

A $V=\dfrac{200\sqrt{60}\pi}{3}$. **B** $V=850\pi$. **C** $V=\dfrac{200\sqrt{60}}{3}$. **D** $\dfrac{850\pi}{3}$.

Câu 334. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $A(1;3;0)$. Mặt cầu (S) đi qua A, tiếp xúc với (Oxy) và d. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A $\sqrt{30}$. **B** $6\sqrt{6}$. **C** $2\sqrt{5}$. **D** $2\sqrt{10}$.

Câu 335. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(6;0;0)$, $B(6;8;0)$, $C(0;8;0)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua B và vuông góc với AC. Điểm M thay đổi thoả mãn $\widehat{ABM}=\widehat{AMC}=90^\circ$. Gọi N là giao điểm của AM và (α). Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng

A $\dfrac{8}{5}$. **B** $\dfrac{8\sqrt{2}}{5}$. **C** $\dfrac{24}{5}$. **D** $\dfrac{12}{5}$.

Câu 336. Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO; A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $\widehat{SAO}=30^\circ$, $\widehat{SAB}=60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A $a\sqrt{3}$. **B** $a\sqrt{5}$. **C** $a\sqrt{2}$. **D** $2a\sqrt{3}$.

Câu 337. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+2=0$. Gọi (N) là hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp trong mặt cầu (S) và (T) là hình trụ có diện tích xung quanh lớn nhất nội tiếp bên trong hình nón. Khi đó, điểm nào dưới đây có thể thuộc đường tròn đáy của hình trụ?

A $M\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **B** $Q\left(0;\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **C** $N\left(\dfrac{2}{3};0;\dfrac{2}{3}\right)$. **D** $P\left(0;0;\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 338. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P):3x+y-z-1=0$ và mặt phẳng $(Q):x+3y+z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q). Sin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A $\dfrac{\sqrt{55}}{55}$. **B** $-\dfrac{3\sqrt{55}}{11}$. **C** 0. **D** $\dfrac{7\sqrt{55}}{55}$.

Câu 339. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;3)$, $B(5;0;3)$. Một hình trụ (T) nội tiếp trong mặt cầu đường kính AB đồng thời nhận AB làm trục của hình trụ. Gọi M và N lần lượt là tâm các đường tròn đáy của (T) với M nằm giữa A, N. Khi thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) có dạng $-x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b-d$ bằng

A $4+\sqrt{2}$. **B** $2+2\sqrt{2}$. **C** $-2\sqrt{2}$. **D** $2\sqrt{2}$.

Câu 340. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. Biết đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với d_1, cắt d_2 và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(a;b;-1)$. Giá trị biểu thức $M=a^2+b^2$ bằng

A $M=5$. **B** $M=10$. **C** $M=13$. **D** $M=4$.

Câu 341. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;6;0)$, $B(6;0;6)$, $C(0;6;6)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc toạ độ O, vuông góc với mặt phẳng (ABC) sao cho (P) cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N thoả mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A $H(1;-3;4)$. **B** $E(1;5;-3)$. **C** $D(1;3;2)$. **D** $F(1;-1;3)$.

Câu 342. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a+c-1|$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{3}{5}$. **C** 11. **D** $\dfrac{11}{5}$.

Câu 343. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{9}$.

Câu 344. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\sqrt{17}a$, $AB=3a$, $BC=5a$ và $CA=7a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{15\sqrt{17}a^3}{4}$. **B** $\dfrac{15\sqrt{2}a^3}{4}$. **C** $\dfrac{5\sqrt{17}a^3}{4}$. **D** $\dfrac{5\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 345. Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính $R=4$ và điểm A thuộc mặt cầu (S). Gọi (α) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) bằng 60°. Thiết diện của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng

A 8π. **B** 4π. **C** 2π. **D** 16π.

Câu 346. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD. Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{15}}{36}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{15}}{4}a^3$. **C** $\dfrac{\sqrt{15}}{24}a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

Câu 347. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-15;7;-11)$, $B(-3;1;1)$, $C(7;-1;5)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z+1}{1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa d sao cho A, B, C cùng phía đối với mặt phẳng (α). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến mặt phẳng (α). Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=d_1+2d_2+3d_3$ bằng

A $\sqrt{41}$. **B** Kết quả khác. **C** $\dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **D** $\sqrt{82}$.

Câu 348. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^\circ$ và $AA'=a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm $A'B$, $A'D$, BD; G là trọng tâm tam giác $B'CD'$. Thể tích khối tứ diện $MNPG$ là

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{28}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 349. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18$ và hai điểm $A(8;0;0)$, $B(4;4;0)$. Điểm M bất kì thuộc mặt cầu (S). Biết $MA+3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $T=x_0+y_0+z_0$ bằng

A -18. **B** -8. **C** 8. **D** 18.

Câu 350. Trong không gian cho hai điểm I_1, I_2 với $I_1I_2=6$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm I_1, có bán kính bằng 13; (S_2) là mặt cầu tâm I_2, có bán kính bằng 17. Hai mặt cầu (S_1), (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A $4\sqrt{10}$. **B** 11. **C** 4. **D** $2\sqrt{30}$.

Câu 351. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D$ có hai mặt kề nhau có diện tích bằng 20 và 15 mét vuông. Độ dài AC' có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu mét?

A 5. **B** 50. **C** $2\sqrt{5}$. **D** $5\sqrt{2}$.

Câu 352. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(4;2;4)$, $B(1;4;2)$. MN là dây cung của mặt cầu thoả mãn $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\overrightarrow{u}=(0;1;1)$ và $MN=4\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$.

A $\sqrt{41}$. **B** $\sqrt{17}$. **C** $\sqrt{50+2\sqrt{17}}-1$. **D** $4\sqrt{2}$.

Câu 353. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=36$, $(S_2):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=100$ và điểm $A(-1;3;2)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C phân biệt. Diện tích tam giác ABC lớn nhất bằng

A 96. **B** 24. **C** 48. **D** 32.

Câu 354. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y+z-1=0$ và hai điểm $A(5;2;1)$, $B(3;-2;1)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho các đường thẳng AM và BM luôn tạo với (P) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (C) cố định có tâm $I(a;b;c)$. Tính $T=2a+b+c$.

A $T=2$. **B** $T=5$. **C** $T=6$. **D** $T=1$.

Câu 355. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua A, cắt d và (P) tại M, N sao cho A là trung điểm MN. Biết Δ có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;b;4)$, giá trị $a+b$ bằng

A -5. **B** 10. **C** 0. **D** 5.

Câu 356. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=2+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **C** $\dfrac{7\sqrt{2}}{6}$. **D** $4\sqrt{2}$.

Câu 357. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Hai điểm M, N thay đổi lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P):x-2=0$, $(Q):z-2=0$ sao cho trung điểm K của đoạn thẳng MN luôn thuộc đường thẳng Δ. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(2;3)$. **B** $(1;2)$. **C** $(4;5)$. **D** $(3;4)$.

Câu 358. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$ và N là điểm di động luôn cách d một khoảng bằng 1 đơn vị và cách mặt phẳng (Oxy) một khoảng không quá 3 đơn vị. Tổng giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của MN bằng

A $3\sqrt{11}+1$. **B** $\sqrt{58}+1$. **C** $3\sqrt{10}+1$. **D** 11.

Câu 359. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=36$ và $\left(S'\right):(x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=81$. Gọi d là đường thẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu trên và cách điểm $M(4;-1;-7)$ một khoảng lớn nhất. Gọi $E(m;n;p)$ là giao điểm của d với mặt phẳng $(P):2x-y+z-17=0$. Biểu thức $T=m+n+p$ có giá trị bằng

A $T=81$. **B** $T=92$. **C** $T=79$. **D** $T=88$.

Câu 360. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=27$. Gọi mặt phẳng $(P):ax+by+2z+c=0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-2)$, $B(-4;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Khi đó, $a^2+b^2+c^2$ bằng

A 49. **B** 33. **C** 21. **D** 18.

Câu 361. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$ và $BC=4a$. Gọi M là trung điểm $B'C'$, biết khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(B'AC\right)$ bằng $\dfrac{6a}{13}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V=6a^3$. **B** $V=12a^3$. **C** $V=4a^3$. **D** $V=2a^3$.

Câu 362. Xét các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 12. Quay hình chữ nhật đó xung quanh một cạnh ta thu được khối tròn xoay có thể tích lớn nhất bằng

A 16π. **B** 27π. **C** 32π. **D** 24π.

Câu 363. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+t \\ z=2t \end{cases}$ và $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Gọi Δ là đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d_1 và d_2. Khi đó, giao điểm của Δ và mặt phẳng $(P): x+2y-z-10=0$ có toạ độ là

A $(1;5;1)$. **B** $(3;2;-3)$. **C** $(2;5;2)$. **D** $(1;4;-1)$.

Câu 364. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi D là trung điểm cạnh BC. Biết $AA'=2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' là

A $a\sqrt{17}$. **B** $\dfrac{a}{\sqrt{17}}$. **C** $2a\sqrt{17}$. **D** $\dfrac{2a}{\sqrt{17}}$.

Câu 365. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB. Biết góc giữa hai mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ và (ABC) là 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 366. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB'=4$ và $AB'\perp BC'$. Biết rằng thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $\dfrac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó, tổng $m+n$ bằng

A 34. **B** 35. **C** 41. **D** 36.

Câu 367. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $SA=SB=SC=AC=a$, SB tạo với mặt phẳng (SAC) một góc 30°. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{a^3}{4}$. **B** $\dfrac{a^3}{8}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 368. Xét khối nón (N) có đỉnh và đường tròn đáy cùng nằm trên một mặt cầu bán kính bằng 2. Khi (N) có độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{3}$, thể tích của nó bằng

A $2\sqrt{3}\pi$. **B** 3π. **C** $6\sqrt{3}\pi$. **D** π.

Câu 369. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$, nhận $\overrightarrow{u}=(1;a;1-a)$ $(a\in\mathbb{R})$ làm vectơ chỉ phương. Biết rằng d cắt (S) tại hai điểm phân biệt mà các tiếp diện của (S) tại hai điểm đó vuông góc với nhau. Hỏi a^2 thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C** $\left(7;\dfrac{15}{2}\right)$. **D** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 370. Trong không gian $Oxyz$, xét mặt cầu (S) có tâm $I(4;8;12)$ và bán kính R thay đổi. Có bao nhiêu giá trị nguyên của R sao cho ứng với mỗi giá trị đó, tồn tại hai tiếp tuyến của (S) trong mặt phẳng (Oyz) mà hai tiếp tuyến đó cùng đi qua O và góc giữa chúng không nhỏ hơn 60°?

A 6. **B** 2. **C** 10. **D** 5.

Câu 371. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$, mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z+11=0$ và điểm $A(-2;3;-1)$. M là một điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho các tiếp tuyến của mặt cầu (S) vẽ từ M tạo thành mặt nón có góc ở đỉnh là 2φ với $\sin\varphi=\dfrac{3}{5}$. Tìm giá trị lớn nhất của AM.

A $4+\sqrt{10}$. **B** $3+\sqrt{10}$. **C** $\sqrt{10}-3$. **D** $4-\sqrt{10}$.

Câu 372. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADNM$.

A $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **C** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 373. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$, $d_2:\begin{cases}x=-1+t'\\y=-1\\z=-t'\end{cases}$. Đường thẳng vuông góc với (P) cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A $\begin{cases}x=\dfrac{1}{5}+t\\y=-\dfrac{3}{5}+t\\z=-\dfrac{2}{5}+t\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=-\dfrac{13}{5}+t\\y=\dfrac{9}{5}+t\\z=\dfrac{4}{5}+t\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=\dfrac{7}{5}+t\\y=-1+t\\z=\dfrac{2}{5}+t\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=t\end{cases}$.

Câu 374. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;6;-2)$, $B(5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+2y+z-12=0$. Điểm M di động trên (α) sao cho MA, MB luôn tạo với (α) các góc bằng nhau. Biết rằng M luôn thuộc một đường tròn (ω) cố định. Hoành độ của tâm đường tròn (ω) bằng

A 10. **B** $\dfrac{9}{2}$. **C** 2. **D** -4.

Câu 375. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ và đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 trên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(a;b;c)$. Giá trị biểu thức $\dfrac{3a-b}{c}$ bằng

A $\dfrac{11}{3}$. **B** $-\dfrac{11}{3}$. **C** 4. **D** $-\dfrac{13}{3}$.

Câu 376. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

A $x-4y+z-3=0$. **B** $x+4y-z+1=0$. **C** $x-4y-z+1=0$. **D** $x+4y+z-3=0$.

Câu 377. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A 90°. **B** 150°. **C** 30°. **D** 60°.

Câu 378. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(2;4;0)$, $D(0;0;6)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Có bao nhiêu mặt phẳng cắt (S) theo một đường tròn có diện tích 14π và cách đều năm điểm O, A, B, C, D (O là gốc toạ độ).

A 5. **B** 3. **C** 1. **D** Vô số.

Câu 379. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với SO và cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q. Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Khi thể tích khối trụ lớn nhất thì độ dài SI bằng

A $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B** $SI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C** $SI=\dfrac{a}{3}$. **D** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 380. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-y+2z+1=0$ và $(Q): 2x+y+z-1=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm thuộc trục hoành, đồng thời (S) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 và (S) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng r. Xác định r sao cho chỉ đúng một mặt cầu (S) thoả yêu cầu.

A $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B** $r=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C** $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D** $r=\sqrt{3}$.

Câu 381. Tứ diện $ABCD$, có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB=a$, $AC=2a$, $AD=3a$. Gọi M là điểm bất kì thuộc miền trong tam giác BCD. Qua M, kẻ các đường thẳng d_1 song song với AB cắt mặt phẳng (ACD) tại B_1; d_2 song song với AC cắt mặt phẳng (ABD) tại C_1; d_3 song song với AD cắt mặt phẳng (ABC) tại D_1. Thể tích khối tứ diện $MB_1C_1D_1$ lớn nhất bằng

A $\dfrac{a^3}{8}$. **B** $\dfrac{a^3}{27}$. **C** $\dfrac{2a^3}{9}$. **D** $\dfrac{a^3}{9}$.

Câu 382. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A $5\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{73}$. **C** 8. **D** 2.

Câu 383. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần bằng 18 và độ dài đường chéo AC' bằng $\sqrt{18}$. Thể tích lớn nhất của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A $V_{\max}=8$. **B** $V_{\max}=3$. **C** $V_{\max}=\sqrt{8}$. **D** $V_{\max}=4$.

Câu 384. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V_1. Gọi O_1, O_2, O_3, O_4 lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$, $CDD'C'$, $DAA'D'$ và V_2 là thể tích khối đa diện $ABCD.O_1O_2O_3O_4$. Tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\dfrac{13}{5}$. **B** $\dfrac{12}{5}$. **C** $\dfrac{6}{11}$. **D** $\dfrac{11}{6}$.

Câu 385. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng đường kính đáy, hai đáy là các đường tròn $(O;r)$ và $\left(O';r\right)$ sao cho AB không là đường sinh của hình trụ (T). Khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất thì đoạn AB có độ dài bằng

A $\left(2+\sqrt{2}\right)r$. **B** $\sqrt{6}r$. **C** $\sqrt{3}r$. **D** $\sqrt{5}r$.

Câu 386. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x-z+3=0$. Biết đường thẳng Δ đi qua gốc toạ độ O có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(1;a;b)$, vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc lớn nhất. Hỏi điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ?

A $P(0;1;0)$. **B** $M(2;0;-2)$. **C** $N(-1;1;1)$. **D** $Q(1;2;2)$.

Câu 387. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2=\dfrac{13}{2}$ và ba điểm $A(-1;2;3)$, $B(0;4;6)$, $C(-2;1;5)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thay đổi trên (S) sao cho biểu thức $2MA^2+MB^2-2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A $a+b+c=4$. **B** $a+b+c=6$. **C** $a+b+c=12$. **D** $a+b+c=\dfrac{13}{2}$.

Câu 388. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=3a$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A $108\pi a^3$. **B** $36\pi a^3$. **C** $6\pi a^3$. **D** $36\pi a^3$.

Câu 389. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=48$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{\sqrt{2}}$. Điểm $M(a;b;c)$ $(a>0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) thoả mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$ và $\widehat{CMA}=120^\circ$. Tính $Q=a+b-c$.

A $Q=6-4\sqrt{2}$. **B** $Q=10+4\sqrt{2}$. **C** $Q=9+4\sqrt{2}$. **D** $Q=9-4\sqrt{2}$.

Câu 390. Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) bằng

A $\dfrac{32\pi R^3}{81}$. **B** $\dfrac{32R^3}{81}$. **C** $\dfrac{32R^3}{27}$. **D** $\dfrac{32\pi R^3}{27}$.

Câu 391. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $AD = 4a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD. Mặt phẳng (AHK) hợp với mặt đáy một góc 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A $20\sqrt{3}a^2$. **B** $20\sqrt{3}a^3$. **C** $60\sqrt{3}a^3$. **D** $\dfrac{20a\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 392. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x+y+z+5=0$, $(Q): x+y+z+1=0$ và $(E): x+y+z+2=0$. Ứng với mỗi cặp điểm A, B lần lượt thuộc hai mặt phẳng (P), (Q) thì mặt cầu đường kính AB luôn cắt mặt phẳng (E) theo một đường tròn. Tìm bán kính nhỏ nhất của đường tròn đó.

A $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **C** 1. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 393. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S), tâm $I(2;-1;3)$, bán kính $R=4$ và mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-4x-6z-2=0$. Biết mặt phẳng (P) là giao của hai mặt cầu (S) và (S_1). Gọi M, N là hai điểm thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng $\sqrt{a-b\sqrt{2}}$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và $A(0;5;0)$, $B(3;-2;-4)$. Tính giá trị gần đúng của $\dfrac{b}{a}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

A $0,05$. **B** $0,07$. **C** $0,11$. **D** $0,13$.

Câu 394. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CB' bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$; khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'D'$, $B'A$ bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$; khoảng cách giữa hai đường thẳng BD', AC bằng $\dfrac{\sqrt{2}a}{\sqrt{6}}$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đã cho.

A a^3. **B** $\dfrac{a^3}{2}$. **C** $2a^3$. **D** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 395. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ thoả mãn $\dfrac{1}{a}-\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$. Biết rằng mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là 4. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 5.

Câu 396. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SD}=k$ $(0<k<1)$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại Q. Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMQN$ bằng $\dfrac{2}{3}$.

A $k=\dfrac{2}{3}$. **B** $k=\dfrac{1}{8}$. **C** $k=\dfrac{1}{4}$. **D** $k=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 397. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy $AB=5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của A_1B_1 và AA_1. Biết rằng hình chiếu của BM trên đường thẳng C_1N là đoạn thẳng có độ dài bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ và chiều $AA_1>3$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A $\dfrac{125\sqrt{3}}{8}$. **B** $\dfrac{125\sqrt{3}}{2}$. **C** $25\sqrt{3}$. **D** $\dfrac{125\sqrt{3}}{4}$.

Câu 398. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB}=90^\circ$?

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 399. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Tìm phương trình đường thẳng d song song với $(P):x+y-2z+5=0$ và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất.

A $x-1=y-2=z-2$. **B** $x+1=y+2=z+2$.
C $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. **D** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 400. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (Oxy) với mặt cầu $(S):(x-6)^2+(y-6)^2+(z+3)^2=41$. Gọi d là đường thẳng đi qua các điểm $A(0;0;12)$, $B(0;4;8)$. Với M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên (C) và d. Giá trị nhỏ nhất của đoạn MN gần với giá trị nào nhất sau đây?

A 3,5. **B** 2,35. **C** 1,25. **D** 2,92.

Câu 401. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=16$, điểm A nằm trên đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=2\end{cases}$ và nằm ngoài mặt cầu (S). Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S). Gọi (P_m) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết mặt phẳng (P_m) luôn đi qua một đường thẳng d cố định. Phương trình đường thẳng d là

A $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=-2\end{cases}$. **B** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=2\end{cases}$. **C** $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=2\end{cases}$. **D** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$.

Câu 402. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^\circ$. Hình chiếu vuông góc của D' trên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD, góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(A'B'C'D')$ bằng 45°. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A $\dfrac{3a^3}{8}$. **B** $\dfrac{a^3}{8}$. **C** $\dfrac{3a^3}{16}$. **D** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 403. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+12y+6z+24=0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN=8$ và $OM^2-ON^2=-112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A 4. **B** 3. **C** $2\sqrt{3}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 404. Cho tứ diện $SABC$ có $SC=CA=AB=3\sqrt{2}$, SC vuông góc với (ABC), tam giác ABC vuông tại A, các điểm M và N lần lượt thuộc SA và BC sao cho $AM=CN=2$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB bằng

A $2\sqrt{2}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** 2. **D** 1.

Câu 405. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (ABC) vuông góc đồng thời với hai mặt phẳng (SAC) và (SBC), $AC=2\sqrt{3}a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$, đường thẳng SA tạo với (ABC) một góc 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A $32\pi a^2$. **B** $5\pi a^2$. **C** $\dfrac{5\pi}{3}a^2$. **D** $20\pi a^2$.

Câu 406. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, có thể tích bằng $24\,\text{cm}^3$. Gọi E là trung điểm SC. Một mặt phẳng chứa AE cắt các cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A $7\,\text{cm}^3$. **B** $6\,\text{cm}^3$. **C** $8\,\text{cm}^3$. **D** $9\,\text{cm}^3$.

Câu 407. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=25$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+15=0$. Gọi $M_1(a;b;c)$, $M_2(d;e;f)$ là hai điểm thuộc (S) sao cho $d(M_1,(P))$ đạt giá trị lớn nhất và $d(M_2,(P))$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $T=a+3b+c+d-3e+f$ là

A 10. **B** 20. **C** -6. **D** $\dfrac{17}{3}$.

Câu 408. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 324. Mặt phẳng (P) đi qua trọng tâm G của tam giác ABB', song song với AB' và BC' chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Tính thể tích V khối đa diện chứa đỉnh A.

A 122. **B** 190. **C** 124. **D** 200.

Câu 409. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm M thuộc cạnh CC' sao cho $CC'=3CM$. Mặt phẳng $(AB'M)$ chia khối hộp thành hai khối đa diện có thể tích V_1, V_2. Biết V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A', V_2 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh B. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A $\dfrac{13}{41}$. **B** $\dfrac{41}{108}$. **C** $\dfrac{13}{8}$. **D** $\dfrac{41}{13}$.

Câu 410. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3$, $AD=2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A $V=\dfrac{16\pi}{3}$. **B** $V=\dfrac{10\pi}{3}$. **C** $V=\dfrac{32\pi}{3}$. **D** $V=\dfrac{20\pi}{3}$.

Câu 411. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0$, $b>0$, $c>0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $I(1;2;3)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

Câu 412. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=20$, mặt phẳng $(P):2x-2y+z-1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P), vuông góc với d và cắt (S) theo dây cung có độ dài lớn nhất. Hỏi Δ đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A $M(-1;-1;-1)$. **B** $N(5;6;3)$. **C** $P(-4;-4;1)$. **D** $Q(8;11;7)$.

Câu 413. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2022. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Biết thể tích của khối tứ diện $MNPQ$ bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $b\in[20;30]$. Tính $a+b$.

A 2031. **B** 2076. **C** 2025. **D** 2049.

Câu 414. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=\sqrt{3}$, $AB=1$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thoả mãn $\overrightarrow{HC}=-2\overrightarrow{HA}$. Tính khoảng cách giữa AA' và BC.

A $\dfrac{\sqrt{210}}{15}$. **B** $\dfrac{\sqrt{210}}{10}$. **C** $\dfrac{\sqrt{210}}{5}$. **D** $\dfrac{\sqrt{210}}{20}$.

Câu 415. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;-2)$, $B(2;1;0)$ sao cho khoảng cách từ gốc toạ độ O đến (P) lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A $x-2y-z-3=0$. **B** $2x-y-z-3=0$. **C** $x-y-z+3=0$. **D** $x+y-z-3=0$.

Câu 416. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, đáy nhỏ CD, $SC=a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm AD, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $8\sqrt{6}a^3$. **B** $24\sqrt{6}a^3$. **C** $12\sqrt{6}a^3$. **D** $4\sqrt{6}a^3$.

Câu 417. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{SAB}=\widehat{SBC}=90^\circ$, $\widehat{ABC}=135^\circ$, $AB=a$ và $AC=a\sqrt{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 30°. Tính khoảng cách từ S đến (ABC).

A $a\sqrt{2}$. **B** a. **C** $a\sqrt{3}$. **D** $a\sqrt{7}$.

Câu 418. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1;3;2)$, $F(0;-1;5)$, $K(2;4;-1)$ và tam giác ABC thoả mãn $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CK}=\overrightarrow{0}$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A $G(1;2;2)$. **B** $G(-1;-4;3)$. **C** $G(2;2;1)$. **D** $G(1;1;-3)$.

Câu 419. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, $\widehat{ASC}=120^\circ$, $\widehat{BSC}=60^\circ$, $\widehat{ASB}=90^\circ$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SB và AC.

Ⓐ 0. Ⓑ $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. Ⓒ $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 420. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x+5)^2+y^2+z^2=25$, $(S_2):(x+5)^2+y^2+z^2=100$ và điểm $K(8;0;0)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm M, N. Tam giác KMN có thể có diện tích lớn nhất bằng

Câu 421. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-y+z-4=0$ lần lượt tại M, N sao cho tam giác OMN nhận $G\left(\dfrac{4}{3};0;1\right)$ làm trọng tâm. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

Ⓐ $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases}x=0\\y=-1+t\\z=3+4t\end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+2t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 422. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $3a$, $SA=a$ và $SA\perp(ABC)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC; M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Thể tích của khối tứ diện $AMNG$ bằng

Ⓐ $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{16}$. Ⓑ $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. Ⓒ $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{16}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 423. Cho hình lăng $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM=2MA'$, $NB'=2NB$, $PC=PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

Ⓐ $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. Ⓑ $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. Ⓒ $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. Ⓓ $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 424. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng $\left(A'CD\right)$ bằng 30°. Gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{A'M}=\dfrac{\overrightarrow{A'B}}{3}$. Thể tích khối tứ diện $A'CDM$ bằng

Ⓐ $\dfrac{a^3}{18}$. Ⓑ $\dfrac{a^3}{3}$. Ⓒ $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 425. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z+5=0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π. Tìm bán kính R của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1;1;1)$.

Ⓐ $R=5$. Ⓑ $R=\dfrac{\sqrt{265}}{4}$. Ⓒ $R=\dfrac{5\sqrt{5}}{4}$. Ⓓ $R=4$.

Câu 426. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

Câu 427. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2$ và $AD=1$. Gọi M là trung điểm của DC. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCM$.

A $R=\sqrt{3}$. **B** $R=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C** $R=\dfrac{\sqrt{11}}{2}$. **D** $R=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 428. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh $BA'=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

A $a\sqrt{2}$. **B** $\dfrac{a}{3}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 429. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60°. Gọi H là trung điểm của đoạn AB. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A Không tồn tại hình chóp đã cho.
B Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{64}$.
C Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{16}$.
D Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 430. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ. Biết khoảng cách giữa d và Δ là 3, tính giá trị nhỏ nhất của $\cos\varphi$.

Câu 431. Trong không gian $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc toạ độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A 8. **B** 14. **C** 11. **D** 6.

Câu 432. Cho khối chóp $S.ABCD$, mặt đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) là 30°.

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 433. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(1;-1;1)$, $B(4;2;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với d sao cho khoảng cách từ điểm B đến Δ là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{4}$.
B $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{4}$.
C $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{4}$.
D $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-4}$.

Câu 434. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và hai điểm $A(6;0;0)$, $B(0;0;-6)$. Khi điểm M thay đổi trên đường thẳng d, hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+MB$.

A $\min P=6\sqrt{3}$. **B** $\min P=6\sqrt{2}$. **C** $\min P=9$. **D** $\min P=12$.

Câu 435. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\dfrac{a\sqrt{m}}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*$, $m\le 15$. Tổng $T=m+n$ bằng

A 15. **B** 17. **C** 19. **D** 21.

Câu 436. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AA', $C'D'$, CC'. Tính thể tích V của khối tứ diện $BMNE$.

A $V=\dfrac{a^3}{24}$. **B** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D** $V=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 437. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi S là tâm hình vuông $A'B'C'D'$; M và N lần lượt là trung điểm SA, BC. Nếu MN tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° và $AB=a$ thì thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{12}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{3}$. **C** $a^3\sqrt{30}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 438. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của biểu thức $T=a-b+9c$ bằng

A $\dfrac{13}{9}$. **B** $-\dfrac{13}{9}$. **C** 13. **D** -13.

Câu 439. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{9}\right)$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2\\ x=t\\ z=1+t\end{cases}$. Gọi $N(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó, $a+b+c$ có giá trị bằng

A 2. **B** -2. **C** $\dfrac{5}{2}$. **D** $-\dfrac{5}{2}$.

Câu 440. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 có phương trình $d_1: \begin{cases} x=1+2t_1 \\ y=1+t_1 \\ z=1-2t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=3+t_2 \\ y=-1+2t_2 \\ z=2+2t_2 \end{cases}$, $d_3: \begin{cases} x=4+2t_3 \\ y=4-2t_3 \\ z=1+t_3 \end{cases}$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I, bán kính R tiếp xúc với ba đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R bằng

Câu 441. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều. Gọi α là góc tạo bởi $A'B$ với mặt phẳng $(ACC'A')$ và β là góc giữa mặt phẳng $(A'BC')$ với mặt phẳng $(ACC'A')$. Biết $\cot^2\alpha-\cot^2\beta=\dfrac{m}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị của biểu thức $T=m+2n$ bằng

A 3. **B** 5. **C** 7. **D** 9.

Câu 442. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=2CD=DB=2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A và B trên đường thẳng CD sao cho H, C, D, K theo thứ tự cách đều. Biết góc tạo bởi AH và BK bằng 60°. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 443. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Biết giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ có dạng $\sqrt{a-b\sqrt{c}}$ với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và c là số nguyên tố. Tính $a+b+c$.

Câu 444. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB=SA=1$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là điểm di động trên đoạn CD và N là điểm di động trên đoạn CB sao cho $\widehat{MAN}=45^\circ$. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.AMN$ là

Câu 445. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất là $8x+ay+bz+d=0$. Tính $T=a+b+d$.

A 5. **B** 13. **C** -9. **D** 3.

Câu 446. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$ và $AD=a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Cosin của góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC) bằng

A $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B** $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$. **C** $\dfrac{1}{4}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 447. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên hai cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của AA' và $B'N=\dfrac{2}{3}BB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Biết thể tích khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và a, b nguyên tố cùng nhau. Tính $a+2b$.

A 14. **B** 31. **C** 41. **D** 32.

Câu 448. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$ và điểm $M(1;3;-1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a;b;c)$. Giá trị $T=2a+b+c$ bằng

A $T=\dfrac{134}{25}$. **B** $T=\dfrac{62}{25}$. **C** $T=\dfrac{84}{25}$. **D** $T=\dfrac{116}{25}$.

Câu 449. Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=25$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z+6=0$. Một hình nón tròn xoay có đáy nằm trên (P), chiều cao $h=15$, bán kính đáy bằng 5. Hình cầu và hình nón nằm về một phía đối với mặt phẳng (P). Người ta cắt hai hình đó bởi mặt phẳng $(Q):x+2y+2z+d=0$, thu được hai thiết diện có tổng diện tích là S. Biết rằng S đạt giá trị lớn nhất khi $d=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T=a+b$.

Câu 450. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha):ax+by-z+c=0$. Khi đó $a-2b+3c$ bằng

A 10. **B** -8. **C** 0. **D** -14.

Câu 451. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$. Gọi (P), (Q) lần lượt là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) tại A và B; I là tâm mặt cầu (S). Giá trị $\cos\widehat{AIB}$ bằng

A $-\dfrac{1}{9}$. **B** $\dfrac{1}{9}$. **C** $-\dfrac{1}{3}$. **D** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 452. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC sao cho $MC=2MB$; N, P lần lượt là trung điểm BD và AD; Q là giao điểm của AC và (MNP). Thể tích khối đa diện $ABMNPQ$ bằng

A $\dfrac{7\sqrt{2}}{216}$. **B** $\dfrac{13\sqrt{2}}{432}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{36}$. **D** $\dfrac{11\sqrt{2}}{432}$.

Câu 453. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AC' cắt các cạnh BC, CD, DD', $D'A'$, $A'B'$, $B'B$ lần lượt tại các điểm M, N, P, Q, R, S. Thể tích khối chóp $A.MNPQRS$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{8}$. **D** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 454. Cho hình nón (T) đỉnh S, chiều cao bằng 2, đáy là đường tròn (C_1) tâm O, bán kính $R=2$. Khi cắt (T) bởi mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn SO và song song với đáy của hình nón, ta được đường tròn (C_2) tâm I. Lấy hai điểm A, B lần lượt trên hai đường tròn (C_2) và (C_1) sao cho $\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{OB}\right)=60^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $IAOB$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{24}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 455. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm di động trên cạnh AB và N là trung điểm SD. Mặt phẳng (α) đi qua M, N và song song BC chia khối chóp thành hai khối có tỉ lệ thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{5}$, trong đó V_1 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh A, V_2 là thể tích khối đa diện chứa đỉnh B. Tỉ số $\dfrac{AM}{AB}$ bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{3}{5}$. **D** $\dfrac{3}{7}$.

Câu 456. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;3)$ và $C(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa A, B sao cho khoảng cách từ C đến (P) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. Tìm toạ độ giao điểm M của (P) và trục Oy.

A $M(0;-1;0)$ hoặc $M\left(0;\dfrac{23}{37};0\right)$. **B** $M(0;1;0)$ hoặc $M\left(0;-\dfrac{23}{37};0\right)$.

C $M(0;-1;0)$ hoặc $M\left(0;-\dfrac{23}{37};0\right)$. **D** $M(0;1;0)$ hoặc $M\left(0;\dfrac{23}{37};0\right)$.

Câu 457. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;4;5)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là $ax+by+cz-60=0$. Tính $a+b+c$.

Câu 458. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $AC=a\sqrt{3}$, SAB là tam giác đều, $\widehat{SAD}=120^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C** $a^3\sqrt{3}$. **D** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 459. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $AB=\sqrt{5}$, $AD=\sqrt{2}$ và $SA=\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SD và P là điểm nằm trên cạnh SC sao cho $2SP=3PC$. Thể tích của khối đa diện $ACMPN$ là

Câu 460. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh bằng a và $\widehat{BAC}=60^\circ$. Gọi I, J lần lượt là tâm của các mặt bên $ABB'A'$, $CDD'C'$. Biết $AI=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$, $AA'=2a$ và góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$, $(A'B'C'D')$ bằng 60°. Tính theo a thể tích khối tứ diện $AOIJ$.

A $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{64}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{192}$.

Câu 461. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;3;1)$, $B(4;-1;3)$, $C(-6;2;4)$ và $D(2;1;7)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thoả $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right|=\left|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ là một mặt cầu (S). Xác định toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A $I\left(1;\frac{14}{3};\frac{8}{3}\right)$ và $R=\frac{\sqrt{21}}{3}$.
B $I\left(\frac{1}{3};\frac{14}{3};\frac{2}{3}\right)$ và $R=\frac{\sqrt{21}}{3}$.
C $I\left(\frac{4}{3};1;\frac{2}{3}\right)$ và $R=\frac{\sqrt{3}}{3}$.
D $I\left(\frac{8}{3};\frac{10}{3};\frac{1}{3}\right)$ và $R=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 462. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC}=60^\circ$, $AB=3a$ và $AC=4a$. Gọi M là trung điểm $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $4a^3$. **B** $27a^3$. **C** $7a^3$. **D** $9a^3$.

Câu 463. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, $A'C=3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$ và $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α có $\tan\alpha=\frac{3}{4}$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

Câu 464. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4x-3y+mz+22=0$ và hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=49$, $(S_2):(x-10)^2+(y-9)^2+(z-2)^2=400$. Có bao nhiêu số nguyên m để mặt phẳng (P) cắt 2 mặt cầu (S_1), (S_2) theo giao tuyến là 2 đường tròn không có tiếp tuyến chung?

Câu 465. Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính R và hai mặt phẳng song song với nhau cắt khối cầu tạo thành hai hình tròn (C_1), (C_2) cùng bán kính. Hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn, đáy trùng với hình tròn còn lại có diện tích xung quanh lớn nhất. Khi đó, thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn (C_1) và (C_2) bằng

A $\frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **B** $\frac{2\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **C** $\frac{\pi R^3\sqrt{3}}{9}$. **D** $\frac{4\pi R^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 466. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A trên các cạnh SB và SD. Khi đó, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng

A 45°. **B** 60°. **C** 30°. **D** 90°.

Câu 467. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan\alpha=\sqrt{2}$ thì góc giữa (SAC) và (SBC) bằng

A 90°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 30°.

Câu 468. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-2;3;4)$ và $C(-2;5;1)$. Điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2-3MB^2+MC^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $T=a^2+b^2$ bằng

A $T=25$. **B** $T=17$. **C** $T=18$. **D** $T=34$.

Câu 469. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $\widehat{CAB}=135^\circ$ và $\widehat{SBA}=\widehat{SAC}=90^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 470. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;0)$ và $B(4;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và $(S'):x^2+y^2+z^2+2y-2=0$. Gọi M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng

Câu 471. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $A'A=A'B=A'C=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ và (ABC) bằng 30°, thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D** $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 472. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Giả sử $M\in(P)$ và $N\in(S)$ sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{u}=(1;0;1)$. Giá trị lớn nhất của đoạn MN bằng

Câu 473. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $C(0;0;3)$ và hai điểm A, B lần lượt thay đổi trên hai trục Ox, Oy (A, B khác O) sao cho $OA+OB=2$. Gọi I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Biết rằng I luôn chạy trên các cạnh của một tứ giác cố định, diện tích của tứ giác đó bằng

Câu 474. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu của điểm A' trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm G của tam giác ABC và diện tích tam giác $A'AB$ bằng $\dfrac{a^2}{4}$. Tính góc giữa đường thẳng BB' và mặt phẳng $(A'GC)$.

A 60°. **B** 30°. **C** 90°. **D** 45°.

Câu 475. Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 4, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $\left(O';1\right)$. Giả sử AB là một dây cung cố định trên $(O;1)$ sao cho $\widehat{AOB}=120^\circ$ và MN là đường kính thay đổi trên $\left(O';1\right)$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$ là

A $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{4}{3}$. **C** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 476. Cho nửa đường tròn đường kính $AB=4$, điểm M di động trên nửa đường tròn đó. Gọi d là tiếp tuyến của nửa đường tròn tại M; d cắt các tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A, B lần lượt tại D, C. Khi quay tứ giác $ABCD$ quanh trục AB ta được một vật thể tròn xoay có thể tích nhỏ nhất là

A 16π. **B** $\dfrac{16\pi}{3}$. **C** 32π. **D** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 477. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{13}}{13}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 478. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC'=4$. Tính thể tích của khối đa diện $ABCC'B'$.

A $\dfrac{8}{3}$. **B** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{16}{3}$.

Câu 479. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'C'$, BB'; V_1 là thể tích của khối tứ diện $CMNP$. Tính $\dfrac{V_1}{V}$.

Câu 480. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên các đoạn thẳng AC, $B'D'$ sao cho $AM=2D'N$. Khối tứ diện $AMNB'$ có thể tích lớn nhất bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 481. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{7}$ và vuông góc với đáy. Lấy điểm M trên cạnh SC sao cho $CM<a$. Gọi (C) là hình nón đỉnh C, các điểm B, M, D thuộc mặt xung quanh, điểm A thuộc mặt đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của (C).

A $\dfrac{16\pi a^2\sqrt{7}}{15}$. **B** $\dfrac{8\pi a^2\sqrt{30}}{15}$. **C** $\dfrac{32\pi a^2\sqrt{2}}{15}$. **D** $\dfrac{16\pi a^2\sqrt{3}}{15}$.

Câu 482. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$ sao cho $2OA-OB+OC+5\sqrt{OB^2+OC^2}=36$. Tính $a-b+c$ khi thể tích khối chóp $O.ABC$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 483. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;2)$, $B(0;2;0)$, $C(1;0;3)$. Gọi M là điểm trong không gian thoả mãn $MA^2+MC^2=MB^2$. Tính MP với $P(3;-2;5)$.

A $\sqrt{2}$. **B** 2. **C** $2\sqrt{5}$. **D** $2\sqrt{6}$.

Câu 484. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1 = 2$ và $R_2 = \sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A, B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C, D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

Câu 485. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $N(2;3;4)$. Một mặt cầu bất kì đi qua O và N cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A, B, C \neq O$. Biết rằng khi mặt cầu thay đổi nhưng vẫn thoả đề bài, trọng tâm G của tam giác ABC luôn nằm trên một mặt phẳng cố định. Mặt phẳng cố định này chắn các trục toạ độ thành một tứ diện, thể tích của khối tứ diện đó bằng

Câu 486. Tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác đều. Góc giữa hai mặt phẳng (BCD) và (ABC) là 60°. Hình cầu tâm O bán kính bằng 1 tiếp xúc AB, AC và mặt phẳng (BCD). Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên mặt phẳng (ABC), H nằm trong tam giác ABC. Biết rằng O thuộc đường thẳng DH và $DH = \dfrac{AB}{2}$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

Câu 487. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-1)$, $B(0;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-2=0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\widehat{AMB}$ lớn nhất thì giá trị của $\cos\widehat{AMB}$ bằng

Câu 488. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' bằng $\sqrt{5}$; khoảng cách từ A đến BB', CC' lần lượt bằng 1 và 2. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \dfrac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

Câu 489. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đáy ABC có $BC = a$ và $\widehat{BAC} = 150^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC. Góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) là

A 60°. **B** 45°. **C** 30°. **D** 90°.

Câu 490. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;6;2)$, $B(2;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z=0$. Xét đường thẳng d thay đổi nằm trong (P) và đi qua B. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d. Biết rằng khi d thay đổi thì H thuộc một đường tròn cố định. Diện tích của hình tròn đó bằng

A 4π. **B** π. **C** 6π. **D** 3π.

Câu 491. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2a\sqrt{5}$ và tất cả các cạnh bên của hình chóp bằng $5a$. Thể tích lớn nhất của khối chóp đã cho bằng

A $\dfrac{20a^3\sqrt{5}}{3}$. **B** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C** $\dfrac{40a^3\sqrt{5}}{3}$. **D** $15a^3\sqrt{5}$.

Câu 492. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, M là trung điểm cạnh BC và I là tâm hình vuông $CDD'C'$. Mặt phẳng (AMI) chia khối lập phương thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện không chứa điểm D có thể tích V. Khi đó, giá trị của V là

A $V = \dfrac{7a^3}{29}$. **B** $V = \dfrac{22a^3}{29}$. **C** $V = \dfrac{7a^3}{36}$. **D** $V = \dfrac{29a^3}{36}$.

Câu 493. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a, hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của BO. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên các cạnh AB và AD. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC bằng $\dfrac{\sqrt{65}a}{40}$, thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{10}a^3}{60}$. **B** $\dfrac{5\sqrt{10}a^3}{60}$. **C** $\dfrac{5\sqrt{10}a^3}{120}$. **D** $\dfrac{\sqrt{10}a^3}{120}$.

Câu 494. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $SO \perp (ABCD)$, $SO = \dfrac{3a}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SD. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại E. Thể tích V của khối đa diện lồi $SABEN$ bằng

A $\dfrac{a^3}{2}$. **B** $\dfrac{5a^3}{12}$. **C** $\dfrac{7a^3}{12}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 495. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 3MC$; N là trung điểm $B'C'$; d là đường thẳng đi qua A cắt $A'M$, BN lần lượt tại E và F. Tính tỉ số $\dfrac{V_{EABC}}{V_{FA'B'C'}}$.

A $\dfrac{5}{4}$. **B** $\dfrac{6}{5}$. **C** $\dfrac{4}{3}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 496. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$, M là trung điểm của SA. Biết rằng $(MCD) \perp (SAB)$, khoảng cách giữa hai đường thẳng OM, SB bằng

A $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C** $3a\sqrt{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 497. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 3$, $AC = 6$, $AD = 9$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $\widehat{CAD} = 90^\circ$ và $\widehat{BAD} = 120^\circ$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **C** $9\sqrt{2}$. **D** $6\sqrt{6}$.

Câu 498. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC đều cạnh bằng a và tam giác BCD cân tại D với $DC = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$, $AD > AB$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, khi đó cosin góc giữa hai đường thẳng AG, CD bằng bao nhiêu? Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng 30°.

Câu 499. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\dfrac{AM}{AB}=x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SA, BC. Mặt phẳng (α) chia hình chóp thành hai phần, trong đó phần chứa điểm B có thể tích V'. Biết $V'=\dfrac{208}{343}V$, tổng các giá trị x thoả mãn bằng

Câu 500. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $B'A'$ và $B'B$. Mặt phẳng (P) đi qua MN và tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α sao cho $\tan\alpha=\sqrt{2}$. Biết (P) cắt các cạnh DD' và DC. Khi đó mặt phẳng (P) chia khối lập phương thành hai phần, gọi thể tích phần chứa điểm A là V_1 và phần còn lại có thể tích V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

Câu 501. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A $AB=3a\sqrt{2}$. **B** $AB=a\sqrt{3}$. **C** $AB=2a$. **D** $AB=3a$.

Câu 502. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60°, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng

Câu 503. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=2a$; các tam giác ΔSAB, ΔSCB lần lượt vuông tại A và C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a. Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

Câu 504. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$ và $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=3a$. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMPN$ bằng

A $\dfrac{2a^3}{3}$. **B** a^3. **C** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 505. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Khoảng cách từ đường thẳng AA' đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(ABC'\right)$ và cùng bằng 1. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABC'\right)$ và (ABC) bằng φ. Tính $\tan\varphi$ khi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ nhỏ nhất.

Câu 506. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60°. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 507. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB=a$, $AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB và SC. Biết góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng 60°, thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **B** $\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{9}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{21}}{9}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 508. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Mặt bên SBC là tam giác nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Các mặt phẳng (SAB), (SAC) lần lượt tạo với đáy các góc 60° và 30°. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC). Tính $\sin\varphi$.

Câu 509. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-2)$, $B(3;-4;2)$. Gọi M là điểm thoả mãn $MA=MB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right|$ với O là gốc toạ độ.

Câu 510. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$ và $K(-5;8;2)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng KC bằng

Câu 511. Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O có $OA=2a$, $OB=3a$, $OC=4a$. Gọi M, N, P lần lượt là điểm đối xứng với O qua trung điểm ba cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC. Thể tích của tứ diện $OMNP$ bằng

A $16a^3$. **B** $4a^3$. **C** $8a^3$. **D** $12a^3$.

Câu 512. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$, $B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+1=0$. Đường thẳng d đi qua điểm A, song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất và một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}=(1;a;b)$. Khi đó, $a+2b$ bằng

Câu 513. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):2x-y+2z-1=0$, $(Q):2x-y+2z+11=0$ và các điểm $A(-1;1;1)$, $B(1;2;3)$. Gọi (S) là mặt cầu bất kì qua A và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P), (Q); I là tâm của mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng BI thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(5;6)$. **B** $(4;5)$. **C** $(6;7)$. **D** $(3;4)$.

Câu 514. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $OABC$ với $O(0;0;0)$, $A(1;-2;2)$, $B(2;2;1)$ và $C\left(-\frac{5}{3};-\frac{2}{3};\frac{14}{3}\right)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính OA. Một tiếp tuyến MN thay đổi tiếp xúc với (S) tại điểm H với M thuộc tia AC và N thuộc tia OB. Biết khi M, N thay đổi thì H di động trên mặt phẳng (Q) cố định có phương trình $ax+by-z+c=0$. Tính $a+b+c$.

Câu 515. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B và $AB=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC=2HA$. Mặt bên $ABB'A'$ tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\frac{a^3}{3}$. **B** $\frac{3a^3}{2}$. **C** $\frac{3a^3}{5}$. **D** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 516. Cho khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh AA', BB' sao cho M là trung điểm của cạnh AA' và $NB=3NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Thể tích khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng

A $\frac{11}{4}$. **B** $\frac{17}{4}$. **C** $\frac{11}{8}$. **D** $\frac{7}{2}$.

Câu 517. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;1;0)$, $B(-1;1;4)$, $C(5;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+7=0$. Giả sử d là đường thẳng bất kì thuộc mặt phẳng (P) luôn đi qua điểm B. Gọi M là hình chiếu của C trên d. Giá trị lớn nhất của AM bằng

Câu 518. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và ba điểm $A(0;1;0)$, $B(0;0;1)$, $C(3;-2;-1)$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu thoả mãn $MA^2-\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=0$ là đường tròn cố định có bán kính bằng

Câu 519. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(-2;3;-4)$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+6=0$. Xét điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho biểu thức $\left|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=x_0+y_0+z_0$.

A $S=9$. **B** $S=7$. **C** $S=10$. **D** $S=8$.

Câu 520. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi M trung điểm BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'M$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A a^3. **B** $4a^3$. **C** $3a^3$. **D** $2a^3$.

Câu 521. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=64$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN=4\sqrt{7}$ và $OM^2+ON^2=74$. Tính khoảng cách từ O đến MN.

Câu 522. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A $\overrightarrow{u}=(1;0;2)$. **B** $\overrightarrow{u}=(2;2;-1)$. **C** $\overrightarrow{u}=(2;1;6)$. **D** $\overrightarrow{u}=(5;-2;3)$.

Câu 523. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+1=0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ của điểm M bằng

A $\dfrac{3}{2}$. **B** $-\dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 524. Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 5. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 6π. Xét tứ diện $ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn (C), còn D di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

Câu 525. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;4)$. Xét các đường thẳng Δ qua A và tạo với (Oyz) một góc 45°. Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (Oyz). Khi OM đạt giá trị nhỏ nhất thì Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}_{\Delta}=(1;a;b)$. Giá trị của a^2+b^2 bằng

Câu 526. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$, $(Q):x-2y+2z-8=0$, $(R):x-2y+2z+4=0$. Một đường thẳng Δ thay đổi cắt ba mặt phẳng (P), (Q), (R) lần lượt tại các điểm A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $AB+\dfrac{96}{AC^2}$ là

Câu 527. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB cân tại S và hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là H nằm bên trong hình vuông $ABCD$. Biết khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAB) và đường thẳng SA lần lượt bằng $\dfrac{3a}{4}$, $\dfrac{\sqrt{39}a}{8}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B** $\sqrt{3}a^3$. **C** $\sqrt{2}a^3$. **D** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{4}$.

Câu 528. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, khi đó (P) có phương trình là

A $5x-6y-z-1=0$. **B** $6x-4y-z-31=0$.

C $x+2y-2z-3=0$. **D** $2x-5y+z+1=0$.

Câu 529. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-3}$ và hai điểm $A(0;1;2)$, $B(1;-1;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) gấp 2 lần khoảng cách từ B đến (P), đồng thời A, B cùng phía so với (P). Mặt phẳng (P) đi qua điểm dưới đây?

A $P(1;2;2)$. **B** $Q(-1;2;2)$. **C** $M(1;2;1)$. **D** $N(1;2;-1)$.

Câu 530. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và $d_3:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt các đường thẳng d_1,d_2,d_3 lần lượt tại A, B, C. Giá trị nhỏ nhất của $AC+BC$ là

Câu 531. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12$ và điểm $A(0;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là $ax+by+cz+14=0$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $M=a-b+c$ bằng

A 7. **B** 8. **C** 4. **D** 2.

Câu 532. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;2;-1)$, $B(-2;-6;3)$, $C(2;-2;1)$. Hai điểm M, N thay đổi sao cho $MN=5$, $MC=NC$ và đồng thời tam giác MAB vuông tại M. Giá trị lớn nhất của biểu thức $2OM^2-ON^2$ bằng

Câu 533. Trong không gian $Oxyz$, xét khối chóp $K.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông diện tích lớn hơn 1. KA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và góc tạo bởi KB với $(ABCD)$ bằng 45°. Biết rằng $A(0;1;1)$ còn ba điểm K, B, D cùng thuộc mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=3$. Thể tích của khối chóp $K.ABCD$ là

Câu 534. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, $A'A=A'B=A'C=a\sqrt{7}$ và $B'C$ tạo với mặt phẳng (ABC) góc 30°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{9}{2}a^3$. **B** $\dfrac{3}{2}a^3$. **C** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}a^3$. **D** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 535. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;1)$, $B(0;0;9)$ và $Q(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích lớn nhất. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MQ bằng

Câu 536. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+Ay+Bz+C=0$ chứa trục Oz và cách điểm $M(1;2;3)$ một khoảng lớn nhất. Khi đó, tổng $A+B+C$ bằng

A 2. **B** 6. **C** 3. **D** -3.

Câu 537. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $D(0;0;-8)$ và hai mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=4$, $\left(S'\right):(x-8)^2+(y-8)^2+z^2=64$. Gọi DM là tiếp tuyến thay đổi của mặt cầu (S') với M là tiếp điểm; A, B, C là các điểm phân biệt thay đổi trên mặt cầu (S) sao cho $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CO}=0$. Khi phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax+2y+cz+d=0$ thì khoảng cách từ $N(0;0;1)$ đến (ABC) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $a+2c+d$ bằng

Câu 538. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+2}{1}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d_1, cắt trục Oz tại A và cắt d_2 tại B sao cho AB nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A $2x-y+z+\dfrac{1}{5}=0$.

B $2x-y+z+\dfrac{1}{4}=0$.

C $-2x+y-z+1=0$.

D $-2x+y-z-\dfrac{1}{3}=0$.

Câu 539. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;3)$, $B(4;2;3)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. Biết C thuộc mặt cầu (S) và $\widehat{ACB}=45^\circ$, phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax+by+cz+3=0$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b+c+2$ bằng

Câu 540. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;2)$ và song song với mặt phẳng (Oxy). Gọi B, C lần lượt là hình chiếu của A trên trục Oy, Oz; E là trung điểm đoạn AB và I là điểm di động trên cạnh OC. Tam giác đều ACD nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời điểm D có hoành độ dương. Khi diện tích tam giác DEI đạt giá trị nhỏ nhất, tính độ dài đoạn EI.

Câu 541. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm cạnh BB'. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(MDA'\right)$ bằng $\dfrac{2a}{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

A $\dfrac{a^3}{3}$.

B $\dfrac{2a^3}{3}$.

C $8a^3$.

D a^3.

Câu 542. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;0)$ và $M\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C. Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng

Câu 543. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng

A $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

B $\dfrac{3a^3}{2}$.

C $\dfrac{3a^3}{8}$.

D $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 544. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(8;-8;8)$. Gọi M là điểm sao cho $MA=3MO$ với O là gốc toạ độ. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P):2x+2y+z+19=0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A $6+3\sqrt{3}$. **B** $3\sqrt{3}$. **C** $6-3\sqrt{3}$. **D** 6.

Câu 545. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$, mặt phẳng $(\alpha):x+2y-z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M, vuông góc với mặt phẳng (α) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A $A(-3;1;7)$. **B** $B(1;3;1)$. **C** $C(5;2;9)$. **D** $D(1;-9;2)$.

Câu 546. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{3}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$. Biết rằng điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng d sao cho biểu thức $P=MA^4+MB^4+MA^2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M là

Câu 547. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-2=0$ và điểm $A(1;1;2)$. Mặt phẳng (P) qua điểm A và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) có phương trình là

A $2x+y-z-1=0$. **B** $3y-z-1=0$. **C** $3x-z-1=0$. **D** $3y-z+1=0$.

Câu 548. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;0)$, $B(4;6;0)$ và mặt cầu $(C):x^2+y^2+z^2-8z+7=0$. Gọi S là điểm thuộc đoạn thẳng AB, các tiếp tuyến với mặt cầu (C) kẻ qua điểm S tạo thành mặt nón tròn xoay. Xét các hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn đi qua các tiếp điểm của các tiếp tuyến, khối nón có thể tích nhỏ nhất bằng

Câu 549. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi hai điểm M, M' lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, $A'C'$. Biết $AM'=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$ và $AM'\perp BM$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{3a^3}{8}$. **B** $\dfrac{a^3}{8}$. **C** $\dfrac{a^3}{4}$. **D** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 550. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $A'(0;0;3)$. Mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ tiếp xúc với hai đường thẳng $B'D'$ và BC'. Khi thể tích của khối cầu (S) đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của d bằng

Câu 551. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ tâm I và điểm $A(-1;3;-2)$. Gọi B, C, D là các điểm phân biệt trên mặt cầu (S) sao cho $\widehat{ABI}=\widehat{ACI}=\widehat{ADI}=120^\circ$. Viết phương trình mặt phẳng (BCD).

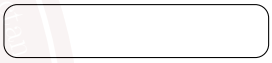
A $10x-2y+2z-3=0$. **B** $10x-2y+2z-7=0$.

C $10x-2y+2z-2=0$. **D** $10x-2y+2z-5=0$.

Câu 552. Cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-1)^2=4$ và hai điểm $A(3;3;1)$, $B(3;0;1)$. Gọi M là điểm thay đổi thuộc (S). Tính giá trị nhỏ nhất của MA^2+2MB^2.

A 153. **B** 33. **C** 6. **D** 36.

Câu 553. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và hai điểm $B\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};0\right)$, $C(0;1;-1)$. Gọi A là giao điểm của d và (P); S là điểm di động trên đường thẳng d $(S\neq A)$; H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC; Δ là đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và (P). Với điểm M tuỳ ý trên đường thẳng Δ, giá trị nhỏ nhất của $MB+MC$ bằng



Câu 554. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $4a$, $AA'=8a$ và $\widehat{BAD}=120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AB', $B'C$, BD'. Tính theo a thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K.

A $\dfrac{40\sqrt{3}a^3}{3}$. **B** $\dfrac{28\sqrt{3}a^3}{3}$. **C** $16\sqrt{3}a^3$. **D** $12\sqrt{3}a^3$.

Câu 555. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z+2=0$. Mặt phẳng (α) chứa d và tạo với (P) một góc nhỏ nhất có phương trình là

A $-5x+y+z+4=0$. **B** $9x-y-3z-2=0$.

C $3x-y-5=0$. **D** $-13x+3y+2z+13=0$.

Câu 556. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;1;2)$, $B(1;4;2)$, $C(1;1;5)$ và đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-3=0$ với mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Biết rằng có 3 điểm M thuộc (C) sao cho $MA+MB+MC$ lớn nhất. Tổng các hoành độ của 3 điểm M này bằng



Câu 557. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$, $B(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị $9a+3b+6c$ bằng

A 4. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Câu 558. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho biết có hai mặt cầu có tâm nằm trên đường thẳng $d: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ tiếp xúc đồng thời với hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z+1=0$ và $(\beta): 2x-3y-6z-2=0$. Gọi R_1, R_2 $(R_1 > R_2)$ là bán kính của hai mặt cầu đó. Tỉ số $\dfrac{R_1}{R_2}$ bằng

A 3. **B** 2. **C** $\sqrt{2}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 559. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1-2t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$ và điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) chứa d sao cho $d(A,(P))$ lớn nhất. Khi đó, toạ độ vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A $(1;2;3)$. **B** $(1;1;1)$. **C** $(0;1;1)$. **D** $(1;-1;1)$.

Câu 560. Cho khối trụ (T) có AB và CD lần lượt là hai đường kính trên mặt đáy của (T). Biết góc giữa AB và CD bằng $30°$; $AB=6$ và thể tích $ABCD$ bằng 30. Khi đó, thể tích (T) bằng

A 30π. **B** 90π. **C** $\dfrac{90\pi\sqrt{3}}{270}$. **D** 45π.

Câu 561. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B,(P)) = 2d(A,(P))$. Biết mặt phẳng (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

A 6. **B** 12. **C** 4. **D** 8.

Câu 562. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x+by+cz+d=0$ đi qua hai điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

Câu 563. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$ và $B(-1;1;3)$. Một mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A và B sao cho khoảng cách từ điểm $K(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A $\vec{n} = (2;-1;1)$. **B** $\vec{n} = (1;-1;1)$. **C** $\vec{n} = (2;1;-1)$. **D** $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Câu 564. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -20 \\ y = 2 \\ z = t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = m^2 \\ y = m+2 \\ z = 1-t_2 \end{cases}$ và điểm $K(8;-1;0)$. Biết rằng tồn tại đường thẳng Δ đi qua K, vuông góc với 2 đường thẳng d_1, d_2 và đồng thời thoả mãn $d(d_1,\Delta) = d(d_2,\Delta) = d(Oz,\Delta)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực m thoả mãn?

Câu 565. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=2a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$ và các cạnh bên hợp với đáy góc 45°. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$.

A $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **B** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D** $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

Câu 566. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(2;-2;5)$ và tiếp xúc với ba mặt phẳng $(P):x=1$, $(Q):y=-1$ và $(R):z=1$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

Câu 567. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thuộc mặt cầu $(S_1):x^2+(y-2)^2+(z-5)^2=1$ và điểm B thuộc mặt cầu $(S_2):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+6)^2=9$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng $(P):x+2y-2z+15=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MA+MB$ bằng

Câu 568. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

Câu 569. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;4;0)$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}+t\\ y=-2+t\\ z=\dfrac{3}{2}\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y+3=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho điểm M luôn cách đường thẳng Δ một khoảng bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABM$ có bán kính nhỏ nhất bằng

Câu 570. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A $\dfrac{a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{a^3}{6}$. **D** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 571. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z-9=0$. Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và cắt trục Oz sao cho khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d tương ứng là

A $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{8}$. **B** $d:\dfrac{x-1}{11}=\dfrac{y-1}{6}=\dfrac{z-10}{-2}$.

C $d:\dfrac{x-3}{-3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{8}$. **D** $d:\dfrac{x-9}{-3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{8}$.

Câu 572. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C không trùng với gốc toạ độ sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Xác định phương trình mặt phẳng (P).

A $2x+y+3z+9=0$. **B** $3x+2y+z-14=0$.

C $3x+2y+z+14=0$. **D** $2x+y+z-9=0$.

Câu 573. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với ba đường thẳng AB, AC, AD lần lượt tại BCD. Tính diện tích của mặt cầu (S).

A $4\pi a^2$. **B** $3\pi a^2$. **C** $2\pi a^2$. **D** $6\pi a^2$.

Câu 574. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-3)^2+(z-4)^2=36$. Xét hai điểm M, N thay đổi trên mặt cầu (S) sao cho $MN=10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=OM^2-ON^2$.

A -100. **B** 20. **C** -60. **D** -120.

Câu 575. Cho mặt trụ (T) có bán kính $R=10$. Mặt phẳng (P) tạo với trục của (T) một góc 45°. Biết thiết diện tạo bởi (P) và (T) là một elip (E) có độ dài trục bé bằng hai lần bán kính của mặt trụ (T). Diện tích của hình elip giới hạn bởi (E) là

A 180π. **B** $100\sqrt{2}$. **C** $100\sqrt{2}\pi$. **D** $50\sqrt{2}\pi$.

Câu 576. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (MBC) bằng $\dfrac{3a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V=\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{6}$. **B** $V=\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C** $V=\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{12}$. **D** $V=\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 577. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;-2;1)$. Tìm toạ độ điểm M thuộc d sao cho MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất?

A $M(5;2;-4)$. **B** $M(-1;-1;-1)$. **C** $M(1;0;-2)$. **D** $M(3;1;-3)$.

Câu 578. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}};3;4\right)$ và $B(5;0;0)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A tạo với trục Ox một góc 60° và cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm $M(a;b;c)$. Khi BM nhỏ nhất, tính $T=a+5b+10c$.

Câu 579. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ và mặt cầu $(S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. Gọi M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $T=AM+BN$ bằng

Câu 580. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(0;4)$, $B(6;2)$, $C(7;0)$. Hai điểm M, N di động thoả mãn $OM=2$ và $CN=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MN+2NB$.

Câu 581. Tam giác mà ba đỉnh của nó là ba trung điểm ba cạnh của tam giác ABC được gọi là tam giác trung bình của tam giác ABC. Ta xây dựng dãy các tam giác $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, $A_3B_3C_3$, ... sao cho $A_1B_1C_1$ là một tam giác đều cạnh bằng 3 và với mỗi số nguyên dương $n\geq 2$, tam giác $A_nB_nC_n$ là tam giác trung bình của tam giác $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}$. Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu S_n tương ứng là diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác $A_nB_nC_n$. Tính tổng $S=S_1+S_2+...+S_n+...$

Câu 582. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\dfrac{1}{SM^2}+\dfrac{1}{SN^2}+\dfrac{1}{SP^2}$.

Câu 583. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAC}=60^\circ$. Biết $AA'=A'B=A'D$ và cạnh bên AA' hợp với mặt đáy góc 60°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD.

A $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B** $\dfrac{3a}{4}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 584. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}$, $AD=\sqrt{15}$. Hai mặt bên $ABB'A'$, $BCC'B'$ lần lượt tạo với đáy góc 45° và 30°, biết cạnh bên bằng $\sqrt{5}$. Tính thể tích khối hộp.

A 3. **B** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **C** $3\sqrt{5}$. **D** $5\sqrt{3}$.

Câu 585. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC}=60^\circ$, $AB<AC$ và $BC=2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của BC. Gọi D, E lần lượt là các chân đường cao kẻ từ B, C của tam giác ABC. Biết thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{28\pi a^3\sqrt{21}}{27}$. Tìm thể tích khối chóp $S.DEH$.

A $\dfrac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{24}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{12}a^3$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{24}a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{12}a^3$.

Câu 586. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Gọi M là trung điểm của SA. Biết khoảng cách từ A đến (MBC) bằng $\dfrac{6a}{\sqrt{21}}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $2a^3\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{4a^3\sqrt{13}}{3}$. **C** $\dfrac{10a^3\sqrt{3}}{9}$. **D** $\dfrac{8a^3\sqrt{39}}{3}$.

Câu 587. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'B = AC' = 2$; góc giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng $60°$; góc giữa $(AB'C')$ và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Gọi H là trung điểm của $B'C'$, biết $B'C' \perp (A'AH)$. Tìm thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V = \dfrac{3}{2}$. **B** $V = 3$. **C** $V = \dfrac{5}{3}$. **D** $V = \dfrac{7}{3}$.

Câu 588. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2 = 1$ và hai điểm $A(3;0;0)$, $B(-1;1;0)$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S). Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+3MB$.

A $2\sqrt{34}$. **B** $\sqrt{26}$. **C** 5. **D** $\sqrt{34}$.

Câu 589. Cho hình chóp $SABC$ có $SA = x$, $BC = y$ và $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $SABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $x+y$ bằng

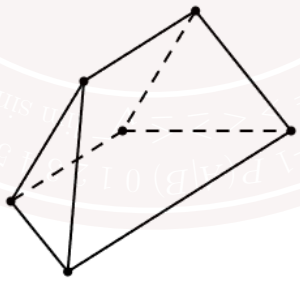
Câu 590. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD. Tính khoảng cách d từ S đến mặt phẳng (AMN).

A $d = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B** $d = 2a$. **C** $d = \dfrac{3a}{2}$. **D** $d = a\sqrt{5}$.

Câu 591. Cho hình chóp $S.ABCD$ có bảy cạnh bằng 1 và cạnh bên $SC = x$. Tìm x để thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất.

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $2\sqrt{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D** $\sqrt{6}$.

Câu 592. Cho khối đa diện như hình vẽ.



Biết khối đa diện có hai mặt là các tam giác đều cạnh bằng 1 và hai mặt là các nửa lục giác đều có cạnh chung là đáy lớn. Thể tích của khối đa diện đã cho là

A $\dfrac{5\sqrt{2}}{12}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 593. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 1$ và hai mặt phẳng (ADB), (ADC) vuông góc. Gọi E là trung điểm của BC. Góc tạo bởi hai mặt phẳng (ADE) và (ADC) bằng $30°$. Nếu tam giác ADE là tam giác đều thì thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là

Câu 594. Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC=1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $2OA+OB=2OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **D** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 595. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ có đỉnh P, Q thuộc $B'D'$ và các đỉnh còn lại thuộc các mặt của hình lập phương, đồng thời hai mặt $(MNN'M')$ và $(PQQ'P')$ chia đoạn $A'C$ thành ba phần bằng nhau. Tỉ số thể tích của khối hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ và khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

Câu 596. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC; E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **B** $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{27}$. **C** $V=\dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

Câu 597. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. Biết $SA\perp(ABCD)$, $AB=BC=a$, $AD=2a$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, D, C, E bằng

A $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{93}}{6}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D** a.

Câu 598. Cho hình chóp $S.ABCDEF$ có đáy $ABCDEF$ là hình lục giác đều tâm O. Gọi M là trung điểm của SD; H, K, N lần lượt là giao điểm của mặt phẳng (AMF) với các cạnh SB, SC, SE; V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.AHKMNF$ và $S.ABCDEF$. Tính $\dfrac{V_1}{V}$

Câu 599. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC, cắt cạnh AD tại E. Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là β thoả mãn $\tan\beta=\dfrac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{m}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ tối giản. Giá trị của $m+n$ bằng

Câu 600. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, AD (M, N không trùng với A) sao cho $\dfrac{2AB}{AM}+\dfrac{3AD}{AN}=8$. Kí hiệu V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBDN$. Giá trị lớn nhất của $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

Câu 601. Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2;2;6)$, $B(-3;1;8)$, $C(-1;0;7)$, $D(1;2;3)$. Gọi H là trung điểm của CD, $SH \perp (ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 15 (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 sao cho $S \equiv S_1$, $S \equiv S_2$. Tìm toạ độ trung điểm I của S_1S_2.

A $I(1;0;3)$. **B** $I(0;1;5)$. **C** $I(-1;0;-3)$. **D** $I(0;-1;-3)$.

Câu 602. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 10. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên SAB, SBC, SCD và SDA. Thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm M, N, P, Q, B và D là

Câu 603. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Biết góc giữa (AMN) và (ABC) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{3}$. **C** $\dfrac{2a^3\sqrt{30}}{9}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{21}}{9}$.

Câu 604. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác ΔSAB và ΔSCD bằng 2. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** 2. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 605. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x$ $\left(0 < x < a\sqrt{3}\right)$, các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \dfrac{a\sqrt{m}}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $2n^2 - 3m < 15$. **B** $m + 2n = 10$. **C** $m^2 - n = 30$. **D** $4m - n^2 = -20$.

Câu 606. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi có $\widehat{BAA'} = 120^\circ$, mặt bên $ACC'A'$ là hình chữ nhật. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A $V = \dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$. **B** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **C** $V = 2a^3$. **D** $V = \dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 607. Cho mặt cầu (S) có bán kính R và hình nón (N) nội tiếp mặt cầu (S). Gọi V là thể tích khối nón (N). Giá trị lớn nhất của V là

A $\dfrac{32\pi R^3}{27}$. **B** $\dfrac{\pi R^3}{3}$. **C** $\dfrac{32\pi R^3}{81}$. **D** $\dfrac{\pi R^3}{27}$.

Câu 608. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA = 2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AN^2}$, khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.

Câu 609. Cho hình chóp $S.ABC$ với $SA=2$, $BC=2$. Một hình cầu bán kính 4 tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) tại C, tiếp xúc với SA tại S và cắt SB tại điểm thứ hai D sao cho CD đi qua tâm của hình cầu. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

Câu 610. Trong mặt phẳng (P) cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=b$. Trên các nửa đường thẳng Ax, Cy ở cùng phía và vuông góc với (P), lần lượt lấy các điểm M, N sao cho (MBD) vuông góc với (NBD). Tìm giá trị nhỏ nhất $V_{\min}$ của tứ diện $MNBD$.

A $\dfrac{a^2b^2}{12\sqrt{a^2+b^2}}$. **B** $\dfrac{a^2b^2}{6\sqrt{a^2+b^2}}$. **C** $\dfrac{a^2b^2}{3\sqrt{a^2+b^2}}$. **D** $\dfrac{a^2b^2}{9\sqrt{a^2+b^2}}$.

Câu 611. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{5}a$; tam giác ABC vuông tại A có $AC=2a$; góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{5\sqrt{3}}{8}a^3$. **B** $\dfrac{15\sqrt{3}}{4}a^3$. **C** $\dfrac{15\sqrt{3}}{8}a^3$. **D** $\dfrac{5\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 612. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC. Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ là

A $\dfrac{a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{12}$. **C** $\dfrac{a^3}{4}$. **D** $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 613. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-3=0$ và hai điểm $A(3;5;0)$, $B(0;-1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên (S). Khi biểu thức $MA+2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $2a+b+c$ bằng

A -7. **B** -1. **C** 8. **D** -5.

Câu 614. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S di động không trùng với A. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD lần lượt tại H, K. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ACHK$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{32}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 615. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ và điểm $M(1;-2;3)$. Xét hai điểm A, B di động sao cho B luôn thuộc mặt phẳng (P) và thoả mãn $3MB=2MA$ (M thuộc đoạn thẳng AB). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

A $4\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$. **C** 7. **D** $\dfrac{25\sqrt{3}}{6}$.

Câu 616. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I, $AB=3a$, $BC=4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID. Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A $\dfrac{125\pi}{2}a^2$. **B** $\dfrac{125\pi}{4}a^2$. **C** $\dfrac{25\pi}{2}a^2$. **D** $4\pi a^2$.

Câu 617. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{3a^3\sqrt{10}}{5}$. **B** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 618. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành với $AD=\sqrt{5}CD=\sqrt{10}$, $SB\perp CD$, $SA\perp AC$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) với $\sin\varphi=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{CAD}+\widehat{ADC}=45^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

Câu 619. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4, chiều cao bằng 8. Một khối trụ có bán kính đáy thay đổi và nội tiếp hình nón đã cho. Thể tích của khối trụ đạt giá trị lớn nhất bằng

A 16π. **B** $\dfrac{512\pi}{27}$. **C** $\dfrac{512\pi}{81}$. **D** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 620. Trong các hình nón có đỉnh và đường tròn đáy đều nằm trên mặt cầu có bán kính bằng 3, hình nón có thể tích lớn nhất thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A $2\sqrt{34}\pi$. **B** $\sqrt{34}\pi$. **C** 34π. **D** $8\sqrt{3}\pi$.

Câu 621. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **B** $\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **C** $\dfrac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **D** $\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

Câu 622. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;1)$ và $B(4;0;-2)$. Gọi $M(x;y;z)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tổng $T=2x+y+z$ bằng

A 4. **B** -2. **C** 0. **D** 3.

Câu 623. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;3;-5)$, $B(1;1;-5)$, $C(4;3;-1)$ và mặt cầu $(S_m):x^2+y^2+z^2+(m-2)x+4y+(m-2)z-3=0$ với m là tham số thực. Gọi (T) là tập hợp tất cả điểm cố định mà mặt cầu (S_m) luôn đi qua với mọi số thực m và M là một điểm di động trên (T) sao cho thể tích tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất $V_{\max}$. Giá trị $V_{\max}$ bằng

Câu 624. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là điểm trên cạnh SD sao cho $5SH=3SD$. Mặt phẳng (α) qua B, H, song song với đường thẳng AC và cắt hai cạnh SA, SC lần lượt tại E, F. Tính tỉ thể tích $\dfrac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$.

A $\dfrac{1}{7}$. **B** $\dfrac{6}{35}$. **C** $\dfrac{3}{20}$. **D** $\dfrac{1}{6}$.

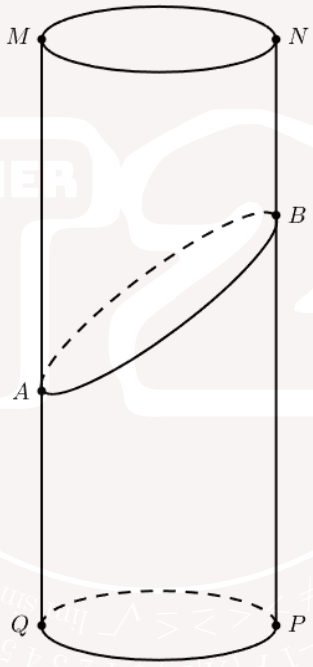
Câu 625. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $\widehat{ABS}=\widehat{ACS}=90^\circ$. Biết góc giữa BC và mặt phẳng (ABS) bằng 30°. Thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{2a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 626. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{a}=(1;-2;4)$, $\overrightarrow{b}=(x_0;y_0;z_0)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{a}$. Biết vectơ $\overrightarrow{b}$ tạo với tia Oy một góc nhọn và $\left|\overrightarrow{b}\right|=\sqrt{21}$. Giá trị của tổng $x_0+y_0+z_0$ bằng

A -3. **B** 3. **C** -6. **D** 6.

Câu 627. Cho khối trụ có chiều cao 20 cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng được thiết diện là hình elip có độ dài trục lớn bằng 10 cm. Thiết diện chia khối trụ ban đầu thành hai nửa, nửa trên có thể tích V_1, nửa dưới có thể tích V_2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$. Biết $AM=12$ cm, $AQ=8$ cm, $PB=14$ cm, $BN=6$ cm như hình vẽ.



A $\dfrac{6}{11}$. **B** $\dfrac{9}{11}$. **C** $\dfrac{9}{20}$. **D** $\dfrac{11}{20}$.

Câu 628. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC; φ là góc giữa hai mặt phẳng (SEF) và (SBC). Giá trị của $\sin\varphi$ bằng

A $\dfrac{7}{21}$. **B** $\dfrac{\sqrt{21}}{14}$. **C** $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. **D** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 629. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a; góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 630. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, thể tích V của khối chóp lớn nhất bằng.

A $V=144\sqrt{6}$. **B** $V=576\sqrt{2}$. **C** $V=576$. **D** $V=144$.

Câu 631. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $\widehat{ABS}=\widehat{ACS}=90^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ACS) và (ABS) bằng 60°. Thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{2a^3}{3}$. **B** $\dfrac{a^3}{6}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 632. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích $V=\dfrac{4}{3}$, $\widehat{ACB}=30^\circ$ và $2AD+2BC+AC=12$. Độ dài cạnh CD bằng

Câu 633. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình chóp $M.ABCD$ có đỉnh M thay đổi luôn nằm trên mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=1$, đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm $H(1;2;3)$, $A(3;2;1)$. Thể tích lớn nhất của khối chóp bằng

A 64. **B** $\dfrac{32}{3}$. **C** $\dfrac{128}{3}$. **D** $\dfrac{64}{3}$.

Câu 634. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, G là trọng tâm tam giác SOD. Một mặt phẳng (P) qua G và cắt các đường thẳng SA, SC, SD theo thứ tự tại I, J, K. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=13\dfrac{SA^2}{SI^2}+\dfrac{SC^2}{SJ^2}+4\dfrac{SD^2}{SK^2}-12\dfrac{SA}{SI}$ bằng $\overline{ab}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$. Tính $a+b$.

Câu 635. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SC. Biết $BM\perp AN$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{8}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{8}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{24}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{24}$.

Câu 636. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên AA', BB', CC' của hình lăng trụ lần lượt tại D, E, F. Biết mặt phẳng $(ABB'A')$ vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$ và chu vi của tam giác DEF bằng 4. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $a+b\sqrt{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$ và $\sqrt{c}$ tối giản. Tổng $a+b+c$ bằng

Câu 637. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón (N) có đỉnh $A(2;3;0)$, độ dài đường sinh bằng 5 và đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng $(P):2x+y+2z-1=0$. Gọi (C) là giao tuyến của mặt xung quanh của (N) với mặt phẳng $(Q):x-4y+z+4=0$ và M là một điểm di động trên (C). Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng

Câu 638. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho $SC=a$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất là

A $\dfrac{a^3}{16}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 639. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ACB}=30^\circ$. Biết góc giữa $B'C$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng α thoả mãn $\sin\alpha=\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CC' bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $V=\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **B** $V=a^3\sqrt{6}$. **C** $V=2a^3\sqrt{3}$. **D** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 640. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=4$ và hai điểm $E(2;-2;1)$, $F(-1;1;1)$. Điểm M di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của $P=|3ME-2MF|$ bằng

Câu 641. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=3a$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A $36\pi a^2$. **B** $6\pi a^2$. **C** $48\pi a^2$. **D** $18\pi a^2$.

Câu 642. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(5;6;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$ và thoả mãn $3MA^2+MB^2=48$. Tính giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2+3c^2$.

Câu 643. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a. Biết rằng $SA=a$, $SA\perp AD$, $SB=a\sqrt{3}$, $AC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 644. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Gọi M là trung điểm của AB, các điểm N, P thoả mãn $2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NB'}=\overrightarrow{0}$ và $\overrightarrow{A'C'}=4\overrightarrow{A'P}$. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng

A $\dfrac{7V}{12}$. **B** $\dfrac{V}{4}$. **C** $\dfrac{5V}{24}$. **D** $\dfrac{7V}{24}$.

Câu 645. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $AB=a$, $SA=2SD$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A $\dfrac{5a^3}{2}$. **B** $5a^3$. **C** $\dfrac{15a^3}{2}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 646. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong $\widehat{B}$ của ΔABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng

A 15. **B** 4. **C** 14. **D** 5.

Câu 647. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng $\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B** $a\sqrt{3}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 648. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ cạnh a lần lượt thuộc hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi G là điểm sao cho tam giác GEF vuông cân tại G, $(ABCD) \parallel (GEF)$ và G, C nằm cùng phía so với mặt phẳng $(ABEF)$. Thể tích của khối đa diện $ABCDGEF$ bằng

A $\dfrac{5a^3}{6}$. **B** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D** $\dfrac{4a^3}{5}$.

Câu 649. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy. Đáy là tam giác ABC có $\tan A = 2$, $\tan B = 3$ và chu vi bằng 4. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB và SC. Diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCKH$ gần bằng số nào dưới đây nhất?

A $S \approx 8,26$. **B** $S \approx 8,62$. **C** $S \approx 7,73$. **D** $S \approx 6,81$.

Câu 650. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và điểm N trên tia OM sao cho $OM.ON = 12$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định. Tính bán kính của mặt cầu đó.

Câu 651. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA. Biết rằng thể tích của khối tứ diện $OMNP$ bằng 9. Diện tích của mặt cầu đi qua 4 điểm O, A, B, C bằng

A 54π. **B** 27π. **C** 36π. **D** 108π.

Câu 652. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình bình hành. Cho $AC = BC = a$, $CD = a\sqrt{2}$, $AC' = a\sqrt{3}$ và $\widehat{CA'B'} = \widehat{A'D'C} = 90^\circ$. Thể tích khối tứ diện $BCDA'$ bằng

A $\dfrac{2a^3}{3}$. **B** $\sqrt{6}a^3$. **C** a^3. **D** $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 653. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AHK) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C** $\dfrac{8a^3\sqrt{6}}{9}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 654. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;4)$, $B(-1;2;1)$, $C(3;-1;6)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-8=0$. Điểm M thay đổi trên (P) sao cho đường thẳng AM và BM cùng tạo với (P) các góc bằng nhau. Giá trị nhỏ nhất của độ dài CM bằng

Câu 655. Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A, B, có $AB = BC = \sqrt{2}$ và $AD = 2\sqrt{2}$. Thể tích khối tròn xoay tạo ra khi quay hình thang $ABCD$ quanh CD là

A $\dfrac{7\pi}{3}$. **B** $\dfrac{14\pi}{3}$. **C** $\dfrac{7\pi}{6}$. **D** $\dfrac{7\pi\sqrt{2}}{12}$.

Câu 656. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;3;-1)$, $B(2;-2;4)$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $T = 3MA^2 + 2MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, $a-2b+c$ bằng

A 0. **B** -1. **C** -2. **D** 3.

Câu 657. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$ và điểm $A(2;3;3)$. Xét khối trụ (T) nội tiếp mặt cầu (S) và có trục đi qua điểm A. Khi khối trụ (T) có thể tích lớn nhất thì hai đường tròn đáy của (T) nằm trên hai mặt phẳng có phương trình dạng $x+ay+bz+c=0$ và $x+ay+bz+d=0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c+d$ bằng

A $-4+4\sqrt{2}$. **B** -5. **C** -4. **D** $-5+4\sqrt{2}$.

Câu 658. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD). Khoảng cách từ O đến các mặt phẳng (SAB), (SCD) lần lượt là a và $2a$. Mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với hai mặt phẳng (SBC), (SAD) có bán kính bằng

A $\dfrac{\sqrt{10}a}{2}$. **B** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C** $3a$. **D** $\dfrac{\sqrt{40}a}{5}$.

Câu 659. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Một hình tứ diện đều có hai đỉnh nằm trên đường thẳng AC', hai đỉnh còn lại nằm trên đường thẳng BA'. Tính thể tích của tứ diện đó.

A $\dfrac{a^3}{24}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{216}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{96}$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{108}$.

Câu 660. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6, một khối trụ có bán kính đáy thay đổi nội tiếp khối nón đã cho. Khi thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A 8π. **B** 10π. **C** 12π. **D** 16π.

Câu 661. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $3a$ và O là tâm của đáy. Gọi M là trọng tâm của tam giác SAB. Mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'. Tính thể tích khối nón đỉnh O và có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $A'B'C'D'$.

A $\sqrt{2}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 662. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABA' và M là tâm của mặt bên $ADD'A'$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết khối tứ diện $AGCM$ có thể tích bằng 6.

A 54. **B** 144. **C** 108. **D** 324.

Câu 663. Cho hình nón đỉnh S, góc ở đỉnh bằng 120°, bán kính đáy $R=3a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt nón theo thiết diện là một tam giác. Khi diện tích thiết diện lớn nhất, góc giữa thiết diện và mặt đáy của hình nón bằng

A 30°. **B** 90°. **C** 60°. **D** 45°.

Câu 664. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB=3a$, $BC=4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID. Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{25\pi}{2}a^2$. **B** $\dfrac{125\pi}{4}a^2$. **C** $\dfrac{125\pi}{2}a^2$. **D** $4\pi a^2$.

Câu 665. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\dfrac{SM}{SA}=x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là

A $x=\dfrac{1}{2}$. **B** $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$. **C** $x=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **D** $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Câu 666. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Giả sử d là một đường thẳng thay đổi luôn đi qua C và d không nằm trong các mặt phẳng (ABC), $(ACC'A')$. Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và d; $M\in d$; $N\in AA'$. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng $B'M$ là

A $\dfrac{a}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{a\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 667. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 24. Gọi M là trung điểm BB', $\left(MA'D\right)$ cắt BC tại K. Tính thể tích khối đa diện $A'B'C'D'MKCD$.

A 17. **B** 12. **C** 15. **D** 18.

Câu 668. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, $AB=2a$ và góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC'), (ABC) bằng 60°. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'C'$ và BC. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Thể tích của phần nhỏ bằng

A $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{24}$. **B** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **C** $\dfrac{7\sqrt{6}a^3}{24}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 669. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=BC=a$, $\widehat{ABC}=120^\circ$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{21}}$. Thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{10}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{10}$.

Câu 670. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$, $B(2;1;-8)$. Từ điểm $M(-3;9;5)$ kẻ được bao nhiêu đường thẳng cắt mặt cầu đường kính AB tại hai điểm C, D thoả mãn $MC+MD=24$?

A Vô số. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Câu 671. Cho tam giác ABC vuông tại C. Đường thẳng Δ đi qua C và song song với cạnh AB. Tam giác ABC quay xung quanh Δ được khối tròn xoay có thể tích V_1. Cạnh AB quay xung quanh Δ tạo thành mặt xung quanh của hình trụ có thể tích V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $\dfrac{1}{4}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 672. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC}=30^\circ$, $AB=3a$ và $AC=4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A $4a^3$. **B** $9a^3$. **C** $27a^3$. **D** $7a^3$.

Câu 673. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;4;9)$, $B(1;-2;3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại I. Tính tỉ số $\dfrac{IA}{IB}$.

A 3. **B** $\dfrac{3}{2}$. **C** 2. **D** 4.

Câu 674. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC', $B'C'$ sao cho $AM=MA'$, $NB'=2NB$, $PC'=3PC$ và $B'Q=4QC'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

Câu 675. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang thoả $AB \parallel CD$ và $AB=2CD$. Biết $B'D=9a$; diện tích tứ giác $ACC'A'$ bằng $3a^2$; góc giữa $B'D$ và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30°. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{27a^3}{4}$. **B** $\dfrac{45a^3}{4}$. **C** $\dfrac{45\sqrt{3}a^3}{4}$. **D** $\dfrac{27\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 676. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 2, $SB=SC=SD=2$ và SA thay đổi. Gọi M là trung điểm của SA. Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $MBCD$ bằng

Câu 677. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$, $C(-1;-1;0)$ và $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm B', C', D' sao cho $\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ để tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A $16x+40y-44z+39=0$. **B** $16x-40y-44z+39=0$.

C $16x-40y-44z-39=0$. **D** $16x+40y+44z-39=0$.

Câu 678. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB=3$, $AC=2$ và $\widehat{BAC}=60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$ bằng

Câu 679. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;2)$, $C(1;2;2)$, $D(3;-1;1)$ và $M \in (Oxy)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = MA^2 + 2MB^2 - MC^2 - \dfrac{1}{4}MD^4$.

A 1. **B** $\dfrac{7}{4}$. **C** $\dfrac{15}{4}$. **D** 6.

Câu 680. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính R và AB là một đường kính của mặt cầu. Gọi C là điểm bất kì thuộc (S) (C khác A, B) và S là điểm thuộc mặt cầu sao cho SO vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong mặt phẳng (ABC), kẻ hai tiếp tuyến Ax, By với mặt cầu (S). Gọi E, F lần lượt là giao điểm của Ax, By với tiếp diện tại C của mặt cầu. Khi C thay đổi trên mặt cầu (S), thể tích khối chóp $S.ABFE$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A $\dfrac{2R^3}{3}$. **B** $\dfrac{4R^3}{3}$. **C** $\dfrac{R^3}{3}$. **D** R^3.

Câu 681. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(1;2;0)$. Xét điểm C thuộc trục Oz, gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC. Biết rằng khi C thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính đường tròn đó bằng

Câu 682. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 3a$ và $AC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\dfrac{3a\sqrt{15}}{10}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $9a^3$. **B** $27a^3$. **C** $16a^3$. **D** $32a^3$.

Câu 683. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{a}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 684. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N, P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$, $BCC'B'$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A $12\sqrt{3}$. **B** $7\sqrt{3}$. **C** $9\sqrt{3}$. **D** $10\sqrt{3}$.

Câu 685. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{5}$. Mặt bên SAC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của BC và O là trung điểm của SI. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AO và cắt các cạnh SB, SC tại hai điểm phân biệt M, N. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích tứ diện $SAMN$ bằng

A $\dfrac{7\sqrt{15}}{24}a^3$. **B** $\dfrac{5\sqrt{15}}{12}a^3$. **C** $\dfrac{\sqrt{15}}{6}a^3$. **D** $\dfrac{7\sqrt{5}}{8}a^3$.

Câu 686. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $96\,\text{cm}^3$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'.MNP$.

A $8\,\text{cm}^3$. **B** $32\,\text{cm}^3$. **C** $24\,\text{cm}^3$. **D** $16\,\text{cm}^3$.

Câu 687. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$. Biết tam giác ABC vuông cân tại C và $AB=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau $A'M$ và CN.

A $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{2a\sqrt{10}}{5}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 688. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;2)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=1$. Biết B, C, D là ba điểm phân biệt trên (S) sao cho tiếp diện của (S) tại mỗi điểm đó đều đi qua A. Hỏi mặt phẳng (BCD) đi qua điểm nào dưới đây?

A $M(1;1;1)$. **B** $P(-3;1;1)$. **C** $N(-1;1;1)$. **D** $Q(1;1;-1)$.

Câu 689. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB=BC=a$, $AD=2a$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi M là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD bằng

A $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{11}}{22}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{2}}{11}$.

Câu 690. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục toạ độ tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trực tâm là M?

A $2x+y-3z-14=0$. **B** $-2x+y+3z-14=0$.
C $-2x+y+3z+14=0$. **D** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 691. Hình nón (N) có đỉnh S, đáy là đường tròn tâm I, đường sinh $l=3a$ và chiều cao $SI=a\sqrt{5}$. Gọi H là điểm thay đổi trên đoạn SI. Mặt phẳng (α) vuông góc với SI tại H, cắt (N) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khối nón đỉnh I, đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất bằng

A $\dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{81}$. **B** $\dfrac{8\sqrt{5}\pi a^3}{81}$. **C** $\dfrac{16\sqrt{5}\pi a^3}{81}$. **D** $\dfrac{32\sqrt{5}\pi a^3}{81}$.

Câu 692. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Một mặt phẳng (Q) đi qua trọng tâm của tam giác ABD và trung điểm CC', đồng thời (Q) song song với BD. Mặt phẳng (Q) chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D$ thành hai phần. Thể tích của phần chứa A' bằng

A $\dfrac{185V}{216}$. **B** $\dfrac{191V}{216}$. **C** $\dfrac{181V}{216}$. **D** $\dfrac{187V}{216}$.

Câu 693. Cho khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{3a\sqrt{7}}{5}$, $BD=5a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $\dfrac{15a^3\sqrt{7}}{4}$. **B** $\dfrac{42a^3\sqrt{3}}{15}$. **C** $\dfrac{125a^3\sqrt{3}}{16}$. **D** $\dfrac{84a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 694. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $AB=a$. Gọi E là trung điểm SA và F là trung điểm SC, biết $BE\perp AF$. Thể tích của khối chóp $B.AEFC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{64}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{24}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{32}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{8}$.

Câu 695. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, SA vuông góc với đáy, $AB=2AD=2CD$, góc giữa SC và đáy bằng 60°. Biết khoảng cách từ B đến (SCD) bằng $\dfrac{a\sqrt{42}}{7}$, tính thể tích của khối chóp $S.ACD$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C** $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 696. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và điểm $A(0;0;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt khối cầu (S) theo giao tuyến là một hình tròn có diện tích nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

A $3x+2y+2z-4=0$. **B** $x-2y+3z-6=0$.
C $x+2y+3z-6=0$. **D** $x+2y+z-2=0$.

Câu 697. Một khối thép hình lập phương cạnh a được khoan bỏ đi một khối trụ có bán kính b và chiều cao a ($a>2b$ và $a,b\in\mathbb{Z}$). Vật thể mới tạo thành sau khi khoan có diện tích bề mặt bằng $216+16\pi$, giá trị của a^2-b^2 bằng

A 20. **B** 32. **C** 34. **D** 40.

Câu 698. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Diện tích của (T) bằng

A $\dfrac{64\pi a^2}{7}$. **B** $\dfrac{256\pi a^2}{7}$. **C** $\dfrac{112\pi a^2}{3}$. **D** $28\pi a^2$.

Câu 699. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SC\perp(ABC)$. Biết cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$, khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{8}$.

Câu 700. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình chóp $M.ABCD$ có đỉnh M thay đổi luôn nằm trên mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z-6)^2=4$, đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm $H(1;2;3)$, $A(3;2;1)$. Thể tích lớn nhất của khối chóp bằng

A $\dfrac{80}{3}$. **B** $\dfrac{32}{3}$. **C** 64. **D** $\dfrac{128}{3}$.

Câu 701. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 15. Thể tích V của khối chóp lớn nhất bằng

A $V=8000\sqrt{2}$. **B** $V=\dfrac{8000\sqrt{2}}{3}$. **C** $V=\dfrac{8000}{3}$. **D** $V=\dfrac{8000\sqrt{3}}{3}$.

Câu 702. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $SB=12$ và $SB\perp(ABC)$. Gọi D, E lần lượt là các điểm thuộc các đoạn SA, SC sao cho $SD=2DA$, $ES=EC$. Biết $DE=2\sqrt{3}$, thể tích khối chóp $B.ACED$ bằng

Câu 703. Cho hình nón (N) có đỉnh S, bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $4a$. Gọi (T) là mặt cầu đi qua S và đường tròn đáy của (N). Bán kính của (T) bằng

A $\sqrt{15}a$. **B** $\dfrac{16\sqrt{15}a}{15}$. **C** $\dfrac{8\sqrt{15}a}{15}$. **D** $\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 704. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(0;0;1)$, $B(2;-2;0)$ và $C\left(\sqrt{11};4;4\right)$. Biết điểm $D(x;y;z)$ là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC. Tính giá trị của biểu thức $P=3x-y-3z$.

Câu 705. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=12$ và điểm $A(1;4;3)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

Câu 706. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC'=8$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 9 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ một góc 60°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A 12. **B** 18. **C** $18\sqrt{3}$. **D** $12\sqrt{3}$.

Câu 707. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=2025$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M(a;b;c)$ $(a+b+c>0)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C có thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất?

Câu 708. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $P(7;9;0)$, $Q(0;8;0)$ và $R(-5;-7;0)$. Điểm M di chuyển trong không gian thoả mãn $\overrightarrow{MP}.\overrightarrow{MR}+75=0$. Giá trị nhỏ nhất của $MP+2MQ$ bằng

A $5\sqrt{3}$. **B** 5. **C** $5\sqrt{5}$. **D** $5\sqrt{2}$.

Câu 709. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=5$. Hình chiếu vuông góc của A và C trên $A'B'$ trùng nhau. Khoảng cách từ A đến $A'B'$ bằng 3; khoảng cách từ C đến $A'B'$ bằng 4. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A $6\sqrt{3}$. **B** $3\sqrt{3}$. **C** 30. **D** 15.

Câu 710. Cho một hình nón có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng $5\sqrt{6}\pi$. Biết đỉnh và đường tròn đáy của hình nón đã cho cùng nằm trên mặt cầu (S). Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A 72π. **B** 36π. **C** 108π. **D** 48π.

Câu 711. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông tại B. Biết $SA \perp (ABC)$, $AB = \sqrt{2}a$, $BC = \sqrt{6}a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B** $\sqrt{3}a^3$. **C** $\sqrt{6}a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 712. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+6)^2 + z^2 = 50$ có tâm là I và điểm $K(1;-3;0)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho $\widehat{KMI}$ lớn nhất. Khi đó, M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình dạng $x + ay + bz + c = 0$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A 1. **B** -10. **C** -3. **D** -13.

Câu 713. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu (S_1), (S_2), ..., (S_n), ... thoả mãn (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_n) $(n \geq 2)$ tiếp xúc ngoài với $\left(S_{n-1}\right)$ và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), ..., (S_n), ... theo a.

A $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **B** $\dfrac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **C** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **D** $\dfrac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 714. Cho hai đường thẳng d, Δ vuông góc và chéo nhau, có $AB = a$ là đoạn vuông góc chung $(A \in d;\ B \in \Delta)$. Trên d và Δ lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $AM = 2a$, $BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

A $\dfrac{4a}{\sqrt{17}}$. **B** $\dfrac{3a}{\sqrt{15}}$. **C** $\dfrac{4a}{5}$. **D** $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 715. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $SB > 2a$ và $\widehat{ABC} = \widehat{BAS} = \widehat{BCS} = 90^\circ$. Biết sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 716. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $AA' = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a.

A $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 717. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O', chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30°, cắt hai đường tròn tâm O, O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{4}$. **C** $\sqrt{3}\pi a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 718. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng 8. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC và P, Q lần lượt thuộc các cạnh $A'C'$, $A'B'$ sao cho $\dfrac{A'P}{A'C'}=\dfrac{A'Q}{A'B'}=\dfrac{3}{4}$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, A', M, N, P và Q bằng

A 27. **B** 36. **C** 18. **D** 19.

Câu 719. Cho khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao bằng 9 và đáy là hình bình hành có diện tích bằng 90. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các mặt bên SAB, SBC, SCD và SDA. Thể tích của khối đa diện lồi có đỉnh là các điểm M, N, P, Q, D, B bằng

Câu 720. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, Q, R lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'B'$, BC, $B'C'$; P, S lần lượt là trọng tâm của các tam giác $AA'B$, $CC'B$. Tỉ số thể tích khối đa diện $MNRQPS$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

Câu 721. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=60^\circ$, $AA'=2a$, mặt bên $ABB'A'$ là hình chữ nhật và tạo với mặt đáy góc 60°. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, $A'D'$, CC', BB'. Thể tích khối $MNPQA'$ bằng

A $\dfrac{3a^3}{16}$. **B** $\dfrac{9a^3}{32}$. **C** $\dfrac{9a^3}{16}$. **D** $\dfrac{3a^3}{32}$.

Câu 722. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Một mặt phẳng không qua S cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q thoả mãn $\overrightarrow{SA}=2\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SP}$. Tính tỉ số $\dfrac{SB}{SN}$ khi biểu thức $T=\left(\dfrac{SB}{SN}\right)^2+4\left(\dfrac{SD}{SQ}\right)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 723. Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=3$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có thiết diện qua trục của (T) lớn nhất. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) bằng

A $27\sqrt{3}\pi$. **B** 18π. **C** $18\sqrt{3}\pi$. **D** 27π.

Câu 724. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-3;3)$, $B(-2;2;-2)$ và $C(-5;4;-4)$. Tập hợp tất cả các điểm M thay đổi thoả $\dfrac{MA}{MB}=\dfrac{3}{2}$ là mặt cầu (S). Gọi (P) là mặt phẳng đi qua C và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A $(1;3;-5)$. **B** $(-1;0;-2)$. **C** $(-1;4;-6)$. **D** $(1;-3;4)$.

Câu 725. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $\widehat{CBA}=\widehat{BAD}=90^\circ$, $AB=BC=2a$, $AD=a$, $SA=SB$, $\widehat{SCD}=90^\circ$ và cạnh bên SA hợp với đáy một góc 45°. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$. Giá trị $\cos\varphi$ bằng

Câu 726. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi M là trung điểm SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) bằng

A $\dfrac{1513a}{89}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{1513}}{\sqrt{89}}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{1513}}{89}$. **D** $\dfrac{1513a}{\sqrt{89}}$.

Câu 727. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Điểm H trên cạnh BC sao cho $BC=3BH$. Biết rằng $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $SC=SD=\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$ và $SH=SO$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B** $V=\sqrt{3}a^3$. **C** $V=3a^3$. **D** $V=a^3$.

Câu 728. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của $A'B'$, N là điểm thuộc cạnh $A'C'$ sao cho $A'N=\dfrac{2}{3}A'C'$, K là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (MNK) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính thể tích phần có thể tích nhỏ hơn.

A $\dfrac{127\sqrt{3}a^3}{648}$. **B** $\dfrac{127\sqrt{3}a^3}{645}$. **C** $\dfrac{127\sqrt{3}a^3}{646}$. **D** $\dfrac{127\sqrt{3}a^3}{647}$.

Câu 729. Cho mặt cầu $S(O;4a)$. Biết rằng tồn tại hai mặt phẳng (P), (Q) vuông góc với nhau đồng thời khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến các mặt phẳng (P), (Q) lần lượt là $2a$ và $3a$. Hai mặt phẳng (P), (Q) cắt mặt cầu lần lượt theo hai đường tròn (C_1), (C_2) thoả mãn $(C_1)\cap(C_2)=\{A;B\}$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A $AB=\sqrt{3}a$. **B** $AB=\sqrt{5}a$. **C** $AB=2\sqrt{5}a$. **D** $AB=2\sqrt{3}a$.

Câu 730. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;0)$ và $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C. Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A $4\sqrt{6}$. **B** $3\sqrt{6}$. **C** $2\sqrt{6}$. **D** $5\sqrt{6}$.

Câu 731. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y+2z+11=0$ và hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$, $(S_2):(x-2)^2+(y-5)^2+(z+1)^2=4$. Gọi C, D lần lượt là các điểm thuộc mặt cầu (S_1), (S_2). Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $MC+MD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị biểu thức $T=a+b+c$ bằng

A 7. **B** -5. **C** $-\dfrac{31}{7}$. **D** $\dfrac{59}{13}$.

Câu 732. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích bằng 13π. Khi đó, mặt phẳng (P) có phương trình dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị biểu thức $T=a+b+c$ bằng

A 3. **B** 6. **C** -3. **D** 0.

Câu 733. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1+3a;-2;2+3a)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u}=(a;1;a+1)$. Biết khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m;n;p)$ bán kính R đi qua điểm $M(1;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ. Một khối nón (N) có đỉnh I và đường tròn đáy của khối nón nằm trên mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là $\max V_{(N)}=\dfrac{q\pi}{3}$. Khi đó tổng $2m-n+p+q$ bằng

Câu 734. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2z-38=0$ và hai mặt phẳng $(\alpha):x+2y-4=0$, $(\beta):3y+z-5=0$. Xét (P) là mặt phẳng thay đổi, song song với giao tuyến của hai mặt phẳng (α), (β) và tiếp xúc với mặt cầu (S). Khoảng cách lớn nhất từ điểm $A(5;-5;6)$ đến mặt phẳng (P) bằng

Câu 735. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-1)$ và $B(1;1;3)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất với $M\in(Oxy)$.

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 736. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$, $(S_2):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ và điểm $A\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{19}{3}\right)$. Gọi I là tâm mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2). Khi đoạn AM ngắn nhất thì $M=(a;b;c)$. Tính giá trị của $T=\dfrac{a}{2}-b-c$.

Câu 737. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6)$, $B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{5}$. Tính $T=a+b+c$.

A $T=5$. **B** $T=3$. **C** $T=4$. **D** $T=2$.

Câu 738. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $\widehat{ABC}=120^\circ$. Mặt bên $ABB'A'$ là hình thoi có $\widehat{AA'B'}=60^\circ$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng 3. Độ dài cạnh AA' bằng

A 4. **B** 2. **C** $\sqrt[3]{4}$. **D** $2\sqrt[3]{3}$.

Câu 739. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ và hai điểm $A(-1;2;-2)$, $B(2;1;-1)$. Mặt phẳng (P) qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{7}$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A $x+4y+z+6=0$. **B** $x-y-4z-5=0$.

C $5x+13y-2z-25=0$. **D** $5x+16y+z+32=0$.

Câu 740. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z=0$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại H. Biết H chạy trên một đường tròn tâm K cố định. Tìm bán kính của mặt cầu (S) khi OH đạt giá trị lớn nhất.

Câu 741. Cho nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính $AD=8$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền tứ giác $ABCD$ quanh đường thẳng CD bằng

A $28\pi\sqrt{13}$. **B** 112π. **C** 70π. **D** 336π.

Câu 742. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=AB'=AC'$ và khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng $\dfrac{3a\sqrt{2}}{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **B** $\dfrac{a^3}{12}$. **C** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 743. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(5;8;3)$, $Q(-2;-1;-4)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=3 \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=-5 \\ y=3 \\ z=-t' \end{cases}$. Biết điểm N di động trên đường thẳng Δ_1 và điểm P di động trên đường thẳng Δ_2. Giá trị nhỏ nhất của $T=MN+NP+PQ$ là

Câu 744. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $M(5;7;0)$, $Q(-5;8;-4)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=3 \\ z=3 \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=-5 \\ y=3 \\ z=2-t' \end{cases}$. Biết điểm N di động trên đường thẳng Δ_1 và điểm P di động trên đường thẳng Δ_2. Giá trị nhỏ nhất của $T=MN+NP+PQ$ là

Câu 745. Cho hình tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, $AB=AC=a$, M là trung điểm CB và H là trung điểm MD.

A $\overrightarrow{DM}=\dfrac{\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}}{2}$.

B Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60°.

C $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}=\dfrac{a^2}{4}$.

D $\overrightarrow{AH}=\dfrac{\overrightarrow{AD}}{2}+\dfrac{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}{4}$.

Câu 746. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;1;1)$, $C(-3;-3;4)$ và $D\left(1;\dfrac{1}{2};1\right)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $T=-3\left(\dfrac{MA}{MD}\right)^2-2\left(\dfrac{MB}{MD}\right)^2+\left(\dfrac{MC}{MD}\right)^2$ đạt giá trị lớn nhất thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

Câu 747. Cho hình trụ có chiều cao bé hơn bán kính đáy và có diện tích xung quanh bằng $15\pi a^2$. Với hình trụ đó, gọi AB và CD lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy sao cho AB vuông góc với CD. Biết rằng khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCD) bằng $3a$. Thể tích của khối trụ được tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A $\dfrac{15\sqrt{85}\pi}{17}a^3$. **B** $\dfrac{45\sqrt{85}\pi}{17}a^3$. **C** $\dfrac{15\sqrt{10}\pi}{4}a^3$. **D** $\dfrac{45\sqrt{10}\pi}{4}a^3$.

Câu 748. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B có $AB=2$, $AD=8$, $BC=x$ với $0<x<8$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối tròn xoay tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ (kể cả các điểm trong) quanh đường thẳng BC và AD. Tìm x để $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$.

A $x=1$. **B** $x=2$. **C** $x=4$. **D** $x=3$.

Câu 749. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2\sqrt[3]{26}$, tam giác ABC vuông tại C, $\widehat{BAC}=60^\circ$ và góc giữa BB' với mặt đáy ABC bằng 60°. Hình chiếu vuông góc của B' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích của khối tứ diện $A'ABC$.

Câu 750. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$ và $A'B=\sqrt{6}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 751. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng 1 và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SN bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 752. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của AD, góc giữa SB với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là 45°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BH theo a được kết quả là ma. Khi đó, giá trị $\dfrac{3m^2}{5}$ bằng bao nhiêu?

Câu 753. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, $2b+c$ bằng bao nhiêu?

Câu 754. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, M là điểm thay đổi trên SO. Khi biểu thức $P=MS^2+MA^2+MB^2+MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{SM}{SO}$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 755. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB=AE=2\,(\text{m})$ và $AD=3\,(\text{m})$. Lấy hai điểm M, N thoả mãn $\overrightarrow{AM}=\dfrac{\overrightarrow{AD}}{5}$ và $\overrightarrow{EN}=\dfrac{2\overrightarrow{EC}}{5}$. Độ dài đoạn MN bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 756. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos[A,SB,C]$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 757. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, $O=AC\cap BD$ và $SO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC.

A $(SMN)\perp(ABCD)$.

B $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

C $d(A,(SBC))=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

D $\cos\alpha=-\dfrac{1}{4}$ với α là số đo góc nhị diện $[B,SC,D]$.

Câu 758. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$ và $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $AH\perp SB$. Khi đó,

A $AH\perp(SBC)$.

B $d(A,(SBC))=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

C Góc giữa OM với mặt phẳng (SAB) là α, $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$.

D $\dfrac{V_{A.MOH}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 759. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=a$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của SA, SC, biết $BD\perp AE$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là $\dfrac{a^3\sqrt{m}}{n}$. Tính giá trị của $m+n$.

Câu 760. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có $AB=a$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm ΔSCD. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng BG và SA. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 761. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-2)$ và $C(0;3;4)$.

A $\overrightarrow{AB}=(1;3;-2)$.

B Toạ độ hình chiếu của B trên (Oxy) là $H(0;0;-2)$.

C Gọi điểm $E(a;b;c)$ là hình chiếu của C trên AB. Khi đó, $7a+3b+c=8$.

D Toạ độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $T=MB+MC$ nhỏ nhất là $M\left(\dfrac{3}{2};0;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 762. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;-1;2)$, $B(-2;0;3)$ và $C(0;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T=12a+12b+c$.

Câu 763. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Xét đường thẳng Δ cắt d và (P) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Biết vectơ $\overrightarrow{u}=(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ. Tính $a+b$.

Câu 764. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;0)$, $B(5;-3;2)$ và $C(0;4;-1)$. Xét các điểm M thay đổi trong không gian sao cho diện tích tam giác ABM bằng $6\sqrt{2}$.

A Đoạn thẳng AB có độ dài bằng 3.

B Đường thẳng AB có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

C Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB bằng $2\sqrt{2}$.

D Đoạn thẳng MC có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$.

Câu 765. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;3;4)$. Giả sử điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng khoảng cách $MA+MB$ ngắn nhất. Tính $T=a+b$.

Câu 766. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1 và thể tích bằng $\frac{2}{3}$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SCD. Trên các cạnh AB, SD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho EF song song BG. Khoảng cách giữa hai đường thẳng DG và EF bằng $\frac{m}{n}$ với m, n nguyên dương và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=2m-n$.

Câu 767. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A $\frac{28\pi}{3}a^2$. **B** $\frac{28\pi}{9}a^2$. **C** $\frac{25\pi}{3}a^2$. **D** $\frac{25\pi}{9}a^2$.

Câu 768. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 2, $\widehat{ABC}=120^\circ$ và $SB=2$. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với đáy và cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

Câu 769. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z+3}{-5}$ và $d_2:\frac{x+2}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{-1}$. Trong các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2, gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, phương trình của (S) là

A $x^2+(y+1)^2+z^2=6$. **B** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=6$.
C $x^2+(y-3)^2+(z+4)^2=6$. **D** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=6$.

Câu 770. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;6;-1)$, $B(2;-4;-1)$ và mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$ đi qua A. Điểm $M(a;b;c)$ (với $c>0$) thuộc (S) sao cho IAM là tam giác tù, có diện tích bằng $2\sqrt{7}$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và IA lớn nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng

Câu 771. Cho khối trụ có bán kính là R, chiều cao h, hai đường tròn đáy có tâm là O và O'. Một khối nón có đỉnh trùng với O' và đáy có tâm O, bán kính $2R$. Gọi V_1 là thể tích phần khối nón nằm bên ngoài khối trụ, V_2 là thể tích phần khối trụ nằm bên ngoài khối nón. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

Câu 772. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với $AB=2$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm H của tam giác ABC và $SH=\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD bằng bao nhiêu (*không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm*)?

Câu 773. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-8;9;9)$ và $B(10;9;-15)$. Xét các điểm C, D sao cho $AC=BC=17$ và tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Giả sử khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (Oxz) đạt giá trị lớn nhất khi điểm D có toạ độ là $(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A 36. **B** 21. **C** 24. **D** 15.

Câu 774. Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua gốc toạ độ O và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$, đồng thời d tiếp xúc với mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-9)^2=36$. Gọi giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $(P):z+5=0$ là điểm $M(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A -7. **B** 1. **C** -11. **D** -3.

Câu 775. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$ và $A'(0;0;3)$. Gọi P là trung điểm $B'C'$ và K là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz)

A $C(3;3;3)$.

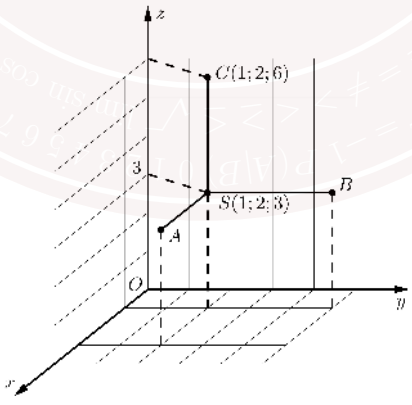
B Trọng tâm của tam giác PCD có toạ độ là $\left(2;\dfrac{5}{4};1\right)$.

C Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|\overrightarrow{KP}+\overrightarrow{KC}+\overrightarrow{KD}\right|$ là $\dfrac{5}{2}$.

D Góc giữa hai đường thẳng AP và BC' bằng 60°.

Câu 776. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(5;3;4)$, $B(1;2;1)$, $C(8;-3;2)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC. Tính $a+2b+3c$.

Câu 777. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm S, A, B, C như hình vẽ



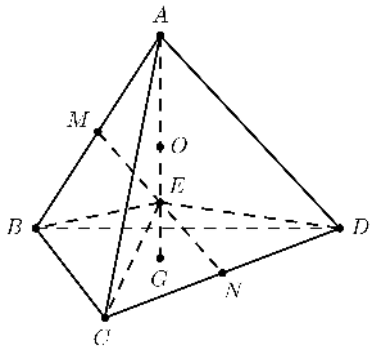
A Toạ độ điểm A, B lần lượt là $(3;2;3)$ và $(1;5;3)$.

B $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{BC}=6$.

C $\cos\widehat{BAC}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$.

D Xét hình nón (N) có đỉnh S, điểm A thuộc đường sinh và hai điểm B, C thuộc đường tròn đáy của (N). Bán kính đáy hình nón bằng $\sqrt{6}$.

Câu 778. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh đều bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD.



A Vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

B $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{0}$ với E là trung điểm MN.

C $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=0$.

D Điểm I xác định bởi $P=3\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+\overrightarrow{IC}^2+\overrightarrow{ID}^2$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của P là $2a^2$.

Câu 779. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(2;1;5)$ và $C(2;4;2)$

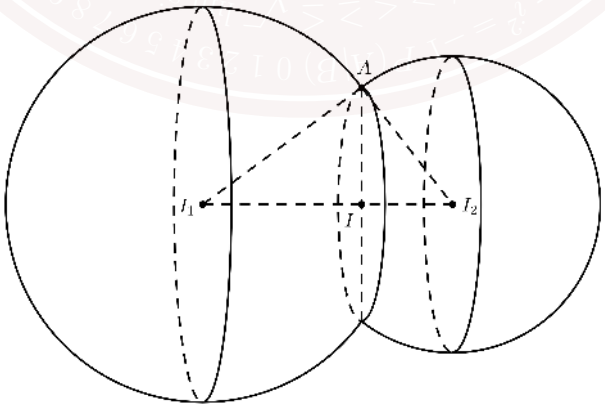
A Toạ độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};4\right)$.

B $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(5;7;10)$.

C Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30°.

D Điểm $I(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thoả mãn $T=\left|3\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, $a-2b+2c=15$.

Câu 780. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm là $I_1(1;1;2)$, bán kính $R_1=4$ và mặt cầu (S_2) có tâm là $I_2(-1;2;-1)$, bán kính $R_2=3$.



Dễ kiểm tra được độ dài $I_1I_2=\sqrt{14}$ thoả mãn $|R_1-R_2|<I_1I_2<R_1+R_2$ nên hai mặt cầu (S_1) và (S_2) cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm $I(a;b;c)$, bán kính R. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+5c+8R^2$.

Câu 781. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC và góc nhị diện $\left[C', BC, A\right] = 135°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC' là

Câu 782. Cho tứ diện $OABC$ với OBC là tam giác vuông tại O, có $OB = 1$ và $OC = \sqrt{3}$. Biết rằng OA vuông góc với mặt phẳng (OBC) và $OA = \sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 783. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2$, $BD = 4$ và $A'A = 6$. Gọi φ là số đo góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(BC'D)$. Tính $P = 1 + \tan^2\varphi$.

Câu 784. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}$, ABC là tam giác vuông tại A có cạnh $AC = 1$, góc giữa AD và (SAB) bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 785. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 4 \end{cases}$ và điểm $A(0;6;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn chứa đường thẳng d; H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P). Tính khoảng cách lớn nhất từ gốc toạ độ O đến điểm H.

Câu 786. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$.

A Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;-2;3)$ sao cho độ dài OA, OB, OC theo thứ tự lập thành cấp số cộng có công sai bằng 2. Khoảng cách từ điểm $D(1;1;1)$ đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó, $T = m + n = 8$.

B Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

C Mặt phẳng (ABC) đi qua $H(1;1;1)$ sao cho H là trực tâm ΔABC là $x + y + z - 3 = 0$.

D Mặt phẳng (ABC) đi qua $G(1;2;3)$ sao cho G là trọng tâm ΔABC là $6x + 3y + 2z + 18 = 0$.

Câu 787. Cho khối chóp $SABC$ được đặt vào trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ với $B(0;6;0)$, $C(8;0;0)$, A là điểm trên mặt (Oxy) và S là điểm trên trục Oz sao cho $\overrightarrow{AS} = -\frac{1}{12}\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]$. Tính thể tích của khối chóp $SABC$ (làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 788. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB=4a$ và $\widehat{BAD}=120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH=a\sqrt{3}$.

A Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$. Khi đó, $\tan\alpha=\dfrac{2}{3}$.

B Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $8a^3$.

C Góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng góc $\widehat{BSH}$.

D Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của CD, BC và SA. Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 789. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $3a^3$ và mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, khoảng cách giữa SB và CD bằng $m.a$ với $m\in\mathbb{R}$. Tính m (làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 790. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{u}=(3;2;-6)$, mặt phẳng $(P):2x+2y+z-10=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x+2y-2z-3=0$.

A Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$.

B Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) bằng 5.

C Gọi α là góc giữa giá của $\overrightarrow{u}$ và mặt phẳng (P). Khi đó $\cos\alpha=\dfrac{4}{21}$.

D Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Biết đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u}$. Khi đoạn MN đạt giá trị lớn nhất thì tọa độ $M(a;b;c)$ với $a-2b+3c=4$.

Câu 791. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=29$, hai điểm $A(0;0;4)$, $B(6;-2;6)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+8}{-1}=\dfrac{z-4}{2}$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$.

A Điểm A nằm trên mặt cầu (S) và điểm B nằm ngoài mặt cầu (S).

B Đường thẳng d là tiếp tuyến của mặt cầu (S).

C Điểm M nằm trên mặt phẳng $(P):x-y+2z-8=0$.

D Gọi $(a;b;c)$ là tọa độ của điểm M khi khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d ngắn nhất. Giá trị của biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$ bằng 10.

Câu 792. Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB=4a$, $BC=3a\sqrt{2}$, $\widehat{ABC}=45^\circ$ và $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=90^\circ$. Biết góc phẳng nhị diện $[A,SB,C]$ là α với $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ có dạng $\dfrac{x\sqrt{y}}{z}a^3$, trong đó y là số nguyên tố và $\dfrac{x}{z}$ là phân số tối giản, $x,y,z\in\mathbb{N}^*$. Tính $x+y+z$.

Câu 793. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Biết $AB=AC=3$ và $SA=BC=4$. Tính $\cos\alpha$ với α là góc giữa đường thẳng CH và mặt phẳng (SBC).

Câu 794. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=4$, $AC=AD=CD=2\sqrt{3}$ và $BC=BD=\sqrt{7}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 795. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $3\sqrt{2}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$, $AB\perp SC$ và ΔSAC đều. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng bao nhiêu?

Câu 796. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 1. Trên các mặt phẳng (BCD), (CDA), (DAB), (ABC) lần lượt lấy các điểm A_1, B_1, C_1, D_1 sao cho các đường thẳng A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1 lần lượt vuông góc với các mặt phẳng (BCD), (CDA), (DAB), (ABC). Biết thể tích khối tứ diện $A_1B_1C_1D_1$ bằng $\dfrac{a}{b}\sqrt{2}$ với a, b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

Câu 797. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB=4a$ và $\widehat{BAD}=120^\circ$. Gọi H là trung điểm của AO. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH=a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của ba cạnh CD, BC và SA. Khoảng cách giữa hai đường thẳng PN và SM bằng $\dfrac{2a\sqrt{m}}{n}$. Tính $m-n$.

Câu 798. Cho tứ diện $SABC$ có $SA=SB=SC=5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{1}{SA'}+\dfrac{1}{SB'}+\dfrac{1}{SC'}$.

Câu 799. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1\,\text{cm}$, $AC=\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90^\circ$ và góc giữa BC và mặt phẳng (SAB) bằng 45°. Tính khoảng cách (cm) giữa hai đường thẳng SA và BC. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 800. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=20\sqrt{5}$, $AC=BD=50$, $AD=BC=10\sqrt{13}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 801. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = AB = 4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác SAB

A $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

B $\overrightarrow{DS} = -2\overrightarrow{DM} + 3\overrightarrow{DG}$.

C Nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O là tâm hình vuông $ABCD$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Điểm $E(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (SBD) sao cho C, E, G thẳng hàng. Khi đó, $a+b+c=2$.

D Nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho O là tâm hình vuông $ABCD$, B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, S thuộc tia Oz. Điểm $F(x;y;z)$ thuộc mặt phẳng (SAC) sao cho $FG+FB$ nhỏ nhất. Khi đó, $x+y+z=-1$.

Câu 802. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;4)$ và $B(-2;2;3)$. Các điểm M, N thay đổi sao cho M luôn thuộc mặt phẳng (Oxy) và $\overrightarrow{MN} = (-2;-2;1)$.

A Hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $(0;1;4)$.

B Điểm $D(a;b;c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{NM}$. Khi đó, $a+b+c=1$.

C Điểm C thuộc mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn A, B, C thẳng hàng. Khi đó, $3\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CB}$.

D Giá trị nhỏ nhất của $AM+MN+NB$ bằng 12.

Câu 803. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;2)$ và $B(5;10;4)$. Các điểm M, N di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài MN bằng 2. Tổng $AM+BN$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

PHẦN C. ĐÁP ÁN

Câu 1 **D**	Câu 2 **D**	Câu 3 **B**	Câu 4 **B**	Câu 5 **B**	Câu 6 **C**	Câu 7 **A**	Câu 8 **D**	Câu 9 **B**	Câu 10 **C**
Câu 11 **B**	Câu 12 **C**	Câu 13 **C**	Câu 14 **D**	Câu 15 **D**	Câu 16 **D**	Câu 17 **D**	Câu 18 **A**	Câu 19 **C**	Câu 20 **B**
Câu 21 **C**	Câu 22 **D**	Câu 23 **A**	Câu 24 **D**	Câu 25 **D**	Câu 26 **B**	Câu 27 $\frac{1340}{19}$	Câu 28 **C**	Câu 29 **C**	Câu 30 **A**
Câu 31 **B**	Câu 32 **B**	Câu 33 **A**	Câu 34 **B**	Câu 35 **D**	Câu 36 **C**	Câu 37 **B**	Câu 38 **A**	Câu 39 **A**	Câu 40 **C**
Câu 41 **A**	Câu 42 **C**	Câu 43 **B**	Câu 44 **A**	Câu 45 **C**	Câu 46 **C**	Câu 47 **B**	Câu 48 **B**	Câu 49 **C**	Câu 50 **D**
Câu 51 **D**	Câu 52 **A**	Câu 53 **B**	Câu 54 **B**	Câu 55 **A**	Câu 56 **D**	Câu 57 **D**	Câu 58 **A**	Câu 59 **D**	Câu 60 **D**
Câu 61 **B**	Câu 62 **C**	Câu 63 **A**	Câu 64 **D**	Câu 65 **C**	Câu 66 **A**	Câu 67 **C**	Câu 68 **D**	Câu 69 **A**	Câu 70 **B**
Câu 71 **D**	Câu 72 **C**	Câu 73 **B**	Câu 74 **D**	Câu 75 **C**	Câu 76 **B**	Câu 77 **C**	Câu 78 **B**	Câu 79 **B**	Câu 80 **D**
Câu 81 **A**	Câu 82 **C**	Câu 83 **C**	Câu 84 **C**	Câu 85 **A**	Câu 86 **D**	Câu 87 **B**	Câu 88 **A**	Câu 89 **A**	Câu 90 **D**
Câu 91 **C**	Câu 92 **C**	Câu 93 **D**	Câu 94 **A**	Câu 95 **B**	Câu 96 **A**	Câu 97 **D**	Câu 98 **B**	Câu 99 **A**	Câu 100 **D**
Câu 101 **A**	Câu 102 **A**	Câu 103 **C**	Câu 104 **B**	Câu 105 **B**	Câu 106 **C**	Câu 107 **D**	Câu 108 **B**	Câu 109 **A**	Câu 110 **B**
Câu 111 **D**	Câu 112 **C**	Câu 113 **D**	Câu 114 **B**	Câu 115 **C**	Câu 116 **B**	Câu 117 **A**	Câu 118 **D**	Câu 119 **D**	Câu 120 **C**
Câu 121 **A**	Câu 122 **C**	Câu 123 **A**	Câu 124 **C**	Câu 125 **B**	Câu 126 **C**	Câu 127 **B**	Câu 128 **A**	Câu 129 **C**	Câu 130 **A**
Câu 131 **A**	Câu 132 **D**	Câu 133 **D**	Câu 134 **D**	Câu 135 **B**	Câu 136 **D**	Câu 137 **B**	Câu 138 **C**	Câu 139 **C**	Câu 140 **B**
Câu 141 **B**	Câu 142 **A**	Câu 143 **C**	Câu 144 **B**	Câu 145 **A**	Câu 146 **C**	Câu 147 **D**	Câu 148 **C**	Câu 149 **A**	Câu 150 **A**

Câu 151 **A**	Câu 152 **C**	Câu 153 **A**	Câu 154 **C**	Câu 155 **D**	Câu 156 **D**	Câu 157 **C**	Câu 158 **C**	Câu 159 **A**	Câu 160 **C**
Câu 161 **B**	Câu 162 **A**	Câu 163 **D**	Câu 164 **A**	Câu 165 **A**	Câu 166 **D**	Câu 167 **B**	Câu 168 **C**	Câu 169 **D**	Câu 170 **A**
Câu 171 **A**	Câu 172 **B**	Câu 173 **D**	Câu 174 **A**	Câu 175 **A**	Câu 176 **B**	Câu 177 **A**	Câu 178 **A**	Câu 179 **B**	Câu 180 **A**
Câu 181 **B**	Câu 182 **A**	Câu 183 **C**	Câu 184 **C**	Câu 185 **B**	Câu 186 **D**	Câu 187 **B**	Câu 188 **A**	Câu 189 **A**	Câu 190 **D**
Câu 191 **B**	Câu 192 **C**	Câu 193 **A**	Câu 194 **B**	Câu 195 **D**	Câu 196 **B**	Câu 197 **A**	Câu 198 **D**	Câu 199 **C**	Câu 200 **C**
Câu 201 **B**	Câu 202 **D**	Câu 203 **D**	Câu 204 **C**	Câu 205 **B**	Câu 206 **A**	Câu 207 **C**	Câu 208 **C**	Câu 209 **A**	Câu 210 **A**
Câu 211 **B**	Câu 212 **A**	Câu 213 **A**	Câu 214 **B**	Câu 215 **D**	Câu 216 **A**	Câu 217 **B**	Câu 218 **C**	Câu 219 **C**	Câu 220 **B**
Câu 221 **C**	Câu 222 **C**	Câu 223 **D**	Câu 224 **C**	Câu 225 **C**	Câu 226 **B**	Câu 227 **B**	Câu 228 **D**	Câu 229 **B**	Câu 230 **B**
Câu 231 **D**	Câu 232 **D**	Câu 233 **A**	Câu 234 **A**	Câu 235 **C**	Câu 236 **B**	Câu 237 **D**	Câu 238 **C**	Câu 239 **C**	Câu 240 **A**
Câu 241 **A**	Câu 242 **A**	Câu 243 **D**	Câu 244 **B**	Câu 245 **C**	Câu 246 **C**	Câu 247 **C**	Câu 248 **B**	Câu 249 **A**	Câu 250 **A**
Câu 251 **D**	Câu 252 **C**	Câu 253 **C**	Câu 254 **A**	Câu 255 **D**	Câu 256 **D**	Câu 257 **C**	Câu 258 **D**	Câu 259 **B**	Câu 260 **A**
Câu 261 **A**	Câu 262 **A**	Câu 263 **C**	Câu 264 **C**	Câu 265 **C**	Câu 266 **A**	Câu 267 **C**	Câu 268 **D**	Câu 269 **B**	Câu 270 **D**
Câu 271 **A**	Câu 272 **A**	Câu 273 **D**	Câu 274 **D**	Câu 275 **C**	Câu 276 **D**	Câu 277 **D**	Câu 278 **D**	Câu 279 **D**	Câu 280 **C**
Câu 281 **C**	Câu 282 **A**	Câu 283 **B**	Câu 284 **B**	Câu 285 **B**	Câu 286 **D**	Câu 287 **B**	Câu 288 **A**	Câu 289 **B**	Câu 290 **A**
Câu 291 **A**	Câu 292 **A**	Câu 293 **D**	Câu 294 **D**	Câu 295 **A**	Câu 296 **B**	Câu 297 **D**	Câu 298 **A**	Câu 299 **A**	Câu 300 **C**
Câu 301 **D**	Câu 302 **B**	Câu 303 **A**	Câu 304 **D**	Câu 305 **A**	Câu 306 **D**	Câu 307 **B**	Câu 308 **C**	Câu 309 **B**	Câu 310 **B**

Câu 311	Câu 312	Câu 313	Câu 314	Câu 315	Câu 316	Câu 317	Câu 318	Câu 319	Câu 320
D	**B**	**C**	**C**	**A**	**A**	**B**	**A**	**B**	**D**
Câu 321	Câu 322	Câu 323	Câu 324	Câu 325	Câu 326	Câu 327	Câu 328	Câu 329	Câu 330
C	**C**	**D**	**D**	**A**	**B**	**C**	**C**	**C**	**D**
Câu 331	Câu 332	Câu 333	Câu 334	Câu 335	Câu 336	Câu 337	Câu 338	Câu 339	Câu 340
D	**C**	**D**	**A**	**D**	**C**	**A**	**D**	**D**	**D**
Câu 341	Câu 342	Câu 343	Câu 344	Câu 345	Câu 346	Câu 347	Câu 348	Câu 349	Câu 350
C	**A**	**B**	**D**	**B**	**D**	**B**	**D**	**C**	**D**
Câu 351	Câu 352	Câu 353	Câu 354	Câu 355	Câu 356	Câu 357	Câu 358	Câu 359	Câu 360
D	**C**	**A**	**D**	**B**	**C**	**D**	**C**	**D**	**C**
Câu 361	Câu 362	Câu 363	Câu 364	Câu 365	Câu 366	Câu 367	Câu 368	Câu 369	Câu 370
A	**C**	**B**	**D**	**B**	**B**	**C**	**B**	**B**	**D**
Câu 371	Câu 372	Câu 373	Câu 374	Câu 375	Câu 376	Câu 377	Câu 378	Câu 379	Câu 380
B	**C**	**A**	**C**	**B**	**A**	**C**	**B**	**D**	**C**
Câu 381	Câu 382	Câu 383	Câu 384	Câu 385	Câu 386	Câu 387	Câu 388	Câu 389	Câu 390
B	**D**	**D**	**B**	**B**	**B**	**B**	**B**	**A**	**A**
Câu 391	Câu 392	Câu 393	Câu 394	Câu 395	Câu 396	Câu 397	Câu 398	Câu 399	Câu 400
B	**C**	**D**	**C**	**B**	**A**	**D**	**C**	**A**	**B**
Câu 401	Câu 402	Câu 403	Câu 404	Câu 405	Câu 406	Câu 407	Câu 408	Câu 409	Câu 410
C	**A**	**B**	**C**	**D**	**C**	**B**	**A**	**D**	**C**
Câu 411	Câu 412	Câu 413	Câu 414	Câu 415	Câu 416	Câu 417	Câu 418	Câu 419	Câu 420
18	**B**	**D**	**A**	**D**	**D**	**B**	**A**	**B**	$90\sqrt{3}$
Câu 421	Câu 422	Câu 423	Câu 424	Câu 425	Câu 426	Câu 427	Câu 428	Câu 429	Câu 430
D	**D**	**C**	**A**	**B**	26	**C**	**C**	**B**	$\frac{4}{9}$
Câu 431	Câu 432	Câu 433	Câu 434	Câu 435	Câu 436	Câu 437	Câu 438	Câu 439	Câu 440
D	**C**	**D**	**A**	**C**	**A**	**A**	**D**	**B**	$\frac{3\sqrt{2}}{2}$
Câu 441	Câu 442	Câu 443	Câu 444	Câu 445	Câu 446	Câu 447	Câu 448	Câu 449	Câu 450
C	**D**	93	$\frac{\sqrt{2}-1}{3}$	**D**	**B**	**C**	**C**	-17	**D**
Câu 451	Câu 452	Câu 453	Câu 454	Câu 455	Câu 456	Câu 457	Câu 458	Câu 459	Câu 460
A	**B**	**B**	**C**	**C**	**B**	19	**C**	$\frac{13\sqrt{30}}{200}$	**C**
Câu 461	Câu 462	Câu 463	Câu 464	Câu 465	Câu 466	Câu 467	Câu 468	Câu 469	Câu 470
A	**B**	8	6	**A**	**B**	**C**	**D**	**B**	$2\sqrt{13}$

Câu 471 **C**	Câu 472 $3\sqrt{2}$	Câu 473 2	Câu 474 **D**	Câu 475 **A**	Câu 476 **A**	Câu 477 **A**	Câu 478 **C**	Câu 479 $\frac{5}{48}$	Câu 480 **B**
Câu 481 **B**	Câu 482 5	Câu 483 **D**	Câu 484 $6\sqrt{2}$	Câu 485 $\frac{24389}{3888}$	Câu 486 $\frac{9\sqrt{3}}{8}$	Câu 487 $-\frac{5}{13}$	Câu 488 $\frac{2\sqrt{15}}{3}$	Câu 489 **A**	Câu 490 **C**
Câu 491 **C**	Câu 492 **D**	Câu 493 **A**	Câu 494 **A**	Câu 495 **B**	Câu 496 **D**	Câu 497 **A**	Câu 498 $\frac{13\sqrt{5}}{35}$	Câu 499 $\frac{3}{7}$	Câu 500 1
Câu 501 **D**	Câu 502 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	Câu 503 $\frac{2}{3}$	Câu 504 **A**	Câu 505 $\frac{1}{\sqrt{2}}$	Câu 506 $9\sqrt{3}$	Câu 507 **C**	Câu 508 $\frac{\sqrt{61}}{8}$	Câu 509 7	Câu 510 $2\sqrt{37}$
Câu 511 **C**	Câu 512 22	Câu 513 **B**	Câu 514 5	Câu 515 **B**	Câu 516 **A**	Câu 517 $4\sqrt{2}$	Câu 518 $\frac{12}{5}$	Câu 519 **A**	Câu 520 **A**
Câu 521 3	Câu 522 **A**	Câu 523 **C**	Câu 524 $\frac{81\sqrt{3}}{4}$	Câu 525 1	Câu 526 18	Câu 527 **A**	Câu 528 **B**	Câu 529 **C**	Câu 530 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$
Câu 531 **B**	Câu 532 $45+6\sqrt{86}$	Câu 533 $\sqrt{3}$	Câu 534 **C**	Câu 535 $\sqrt{2}$	Câu 536 **A**	Câu 537 -3	Câu 538 **A**	Câu 539 1	Câu 540 $\frac{\sqrt{5}}{2}$
Câu 541 **D**	Câu 542 $\frac{8\sqrt{34}}{9}$	Câu 543 **D**	Câu 544 **C**	Câu 545 **B**	Câu 546 -1	Câu 547 **B**	Câu 548 $\frac{1200\pi\sqrt{29}}{841}$	Câu 549 **A**	Câu 550 14
Câu 551 **B**	Câu 552 **B**	Câu 553 $\frac{\sqrt{14}}{2}$	Câu 554 **D**	Câu 555 **B**	Câu 556 6	Câu 557 **D**	Câu 558 **A**	Câu 559 **B**	Câu 560 **B**
Câu 561 **C**	Câu 562 1	Câu 563 **D**	Câu 564 6	Câu 565 **B**	Câu 566 3	Câu 567 $\sqrt{286}-4$	Câu 568 $\sqrt{58}$	Câu 569 $\frac{5\sqrt{130}}{14}$	Câu 570 **A**
Câu 571 **C**	Câu 572 **B**	Câu 573 **C**	Câu 574 **A**	Câu 575 **C**	Câu 576 **A**	Câu 577 **B**	Câu 578 33	Câu 579 5	Câu 580 $2\sqrt{37}$
Câu 581 4π	Câu 582 $\frac{18}{7}$	Câu 583 **D**	Câu 584 **C**	Câu 585 **D**	Câu 586 **C**	Câu 587 **A**	Câu 588 **C**	Câu 589 $\frac{4}{\sqrt{3}}$	Câu 590 **A**
Câu 591 **C**	Câu 592 **C**	Câu 593 $\frac{\sqrt{3}}{8}$	Câu 594 **C**	Câu 595 $\frac{2}{9}$	Câu 596 **B**	Câu 597 **A**	Câu 598 $\frac{36}{13}$	Câu 599 8	Câu 600 $\frac{5}{16}$
Câu 601 **B**	Câu 602 $\frac{50}{9}$	Câu 603 **A**	Câu 604 **A**	Câu 605 **B**	Câu 606 **D**	Câu 607 **C**	Câu 608 $\frac{5}{4}$	Câu 609 $\frac{8\sqrt{3}}{51}$	Câu 610 **C**
Câu 611 **D**	Câu 612 **D**	Câu 613 **B**	Câu 614 **C**	Câu 615 **D**	Câu 616 **B**	Câu 617 **D**	Câu 618 $\frac{4}{3}$	Câu 619 **B**	Câu 620 **D**
Câu 621 **D**	Câu 622 **B**	Câu 623 $2\sqrt{7}+10$	Câu 624 **C**	Câu 625 **B**	Câu 626 **A**	Câu 627 **B**	Câu 628 **B**	Câu 629 **D**	Câu 630 **C**

Câu 631 **B**	Câu 632 $2\sqrt{5}$	Câu 633 **D**	Câu 634 3	Câu 635 **D**	Câu 636 38	Câu 637 $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{21}}$	Câu 638 **C**	Câu 639 **C**	Câu 640 $\sqrt{67}$
Câu 641 **A**	Câu 642 1	Câu 643 **C**	Câu 644 **C**	Câu 645 **A**	Câu 646 **D**	Câu 647 **D**	Câu 648 **C**	Câu 649 **C**	Câu 650 $\frac{7}{2}$
Câu 651 **D**	Câu 652 **D**	Câu 653 **C**	Câu 654 $\sqrt{6}$	Câu 655 **B**	Câu 656 **B**	Câu 657 **B**	Câu 658 **D**	Câu 659 **D**	Câu 660 **D**
Câu 661 **B**	Câu 662 **C**	Câu 663 **D**	Câu 664 **B**	Câu 665 **B**	Câu 666 **C**	Câu 667 **A**	Câu 668 **A**	Câu 669 **D**	Câu 670 **B**
Câu 671 **C**	Câu 672 **B**	Câu 673 **A**	Câu 674 $\frac{11}{45}$	Câu 675 **A**	Câu 676 $\frac{1}{2}$	Câu 677 **A**	Câu 678 $\frac{\sqrt{21}}{3}$	Câu 679 **D**	Câu 680 **A**
Câu 681 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	Câu 682 **B**	Câu 683 **D**	Câu 684 **C**	Câu 685 **A**	Câu 686 **D**	Câu 687 **D**	Câu 688 **A**	Câu 689 **A**	Câu 690 **B**
Câu 691 **C**	Câu 692 **A**	Câu 693 **D**	Câu 694 **C**	Câu 695 **A**	Câu 696 **D**	Câu 697 **B**	Câu 698 **A**	Câu 699 **C**	Câu 700 **A**
Câu 701 **C**	Câu 702 $\frac{192}{5}$	Câu 703 **C**	Câu 704 $\sqrt{11}$	Câu 705 $\frac{32}{3}$	Câu 706 **C**	Câu 707 4	Câu 708 **C**	Câu 709 **C**	Câu 710 **B**
Câu 711 **A**	Câu 712 **D**	Câu 713 **A**	Câu 714 **A**	Câu 715 **C**	Câu 716 **D**	Câu 717 **C**	Câu 718 **D**	Câu 719 50	Câu 720 $\frac{5}{54}$
Câu 721 **B**	Câu 722 4	Câu 723 **D**	Câu 724 **C**	Câu 725 $\frac{4}{\sqrt{33}}$	Câu 726 **C**	Câu 727 **D**	Câu 728 **A**	Câu 729 **D**	Câu 730 **A**
Câu 731 **B**	Câu 732 **C**	Câu 733 256	Câu 734 $3\sqrt{10}$	Câu 735 **C**	Câu 736 3	Câu 737 **B**	Câu 738 **B**	Câu 739 **B**	Câu 740 $\frac{9\sqrt{6}}{2}$
Câu 741 **B**	Câu 742 **A**	Câu 743 $\sqrt{369}$	Câu 744 $\sqrt{369}$	Câu 745 **AC**	Câu 746 1	Câu 747 **D**	Câu 748 **B**	Câu 749 9	Câu 750 $\frac{2}{3}$
Câu 751 $\frac{\sqrt{21}}{14}$	Câu 752 $\frac{6}{25}$	Câu 753 4	Câu 754 $\frac{4}{5}$	Câu 755 $\frac{\sqrt{61}}{5}$	Câu 756 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$	Câu 757 **ABD**	Câu 758 **AC**	Câu 759 75	Câu 760 $\frac{\sqrt{5}}{5}$
Câu 761 **AD**	Câu 762 -1	Câu 763 $\frac{5}{2}$	Câu 764 **BD**	Câu 765 3	Câu 766 -5	Câu 767 **A**	Câu 768 1	Câu 769 **D**	Câu 770 $\sqrt{6}$
Câu 771 2	Câu 772 $\frac{3\sqrt{2}}{5}$	Câu 773 **B**	Câu 774 **B**	Câu 775 **A**	Câu 776 8	Câu 777 **AD**	Câu 778 **BCD**	Câu 779 **ABD**	Câu 780 65
Câu 781 $\frac{\sqrt{6}}{4}$	Câu 782 $\frac{\sqrt{15}}{5}$	Câu 783 370	Câu 784 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	Câu 785 8	Câu 786 **ABC**	Câu 787 32	Câu 788 **ABD**	Câu 789 $6\sqrt{3}$	Câu 790 **B**

Câu 791	Câu 792	Câu 793	Câu 794	Câu 795	Câu 796	Câu 797	Câu 798	Câu 799	Câu 800
AC	8	$\frac{5\sqrt{105}}{63}$	$\frac{3\sqrt{15}}{8}$	3	163	26	$\frac{4}{5}$	$\frac{\sqrt{78}}{13}$	8000

Câu 801	Câu 802	Câu 803
BC	**C**	10

CHƯƠNG III

HÀM SỐ

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K

Page : https://www.facebook.com/GenZvsMath

Group : https://www.facebook.com/groups/genzvsmath12

Website : https://sites.google.com/view/genzvsmath

Youtube : https://www.youtube.com/@Teacher2ka

Tiktok : https://www.tiktok.com/@teacher2kk

Tuyển tập VD - VDC trong các đề thi thử THPTQG cả nước

Tài liệu bao gồm: Các phương pháp giải Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh.

PHẦN A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG

Định nghĩa

Giả sử X và Y là hai tập hợp tùy ý. Nếu có một quy tắc f cho tương ứng mỗi $x \in X$ với một và chỉ một $y \in Y$ thì ta nói rằng f là một hàm từ X vào Y, kí hiệu

$$f : X \to Y$$
$$x \mapsto y = f(x)$$

Nếu X, Y là các tập hợp số thì f được gọi là một hàm số.

- X được gọi là tập xác định (miền xác định) của hàm số f, thường được kí hiệu là D.
- Y được gọi là tập giá trị (miền giá trị) của hàm số f, thường được kí hiệu là T_f.

Bài tập. Tìm miền xác định, miền giá trị của các hàm số sau:

A $f(x) = x^3 - 3x$.

B $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$.

C $f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x < 0 \\ 1 - x & , x \geq 0 \end{cases}$.

D $f(x) = \dfrac{3x + |x|}{x}$.

Đồ thị hàm số và một số phép biến đổi đồ thị cơ bản

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D, tập hợp các điểm $(x; f(x))$ với mọi $x \in D$ là đồ thị của hàm số $y = f(x)$.

Chú ý: Một đường cong hoặc đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ chỉ có thể là đồ thị của một hàm số nào đó, nếu nó cắt một đường thẳng cùng phương với trục Oy không quá một điểm.

Đồ thị	Cách vẽ
$f(x) + a$	Nếu $a > 0$ thì tịnh tiến đồ thị $f(x)$ lên trên $\lvert a \rvert$ đơn vị. Nếu $a < 0$ thì tịnh tiến đồ thị $f(x)$ xuống dưới $\lvert a \rvert$ đơn vị.
$f(x + a)$	Nếu $a > 0$ thì tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang trái $\lvert a \rvert$ đơn vị. Nếu $a < 0$ thì tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải $\lvert a \rvert$ đơn vị.
$af(x)$	Nếu $0 < a < 1$ thì co đồ thị $f(x)$ theo tỉ số a dọc theo trục tung. Nếu $a > 1$ thì dãn đồ thị $f(x)$ theo tỉ số a dọc theo trục tung.
$f(ax)$	Nếu $0 < a < 1$ thì dãn đồ thị $f(x)$ theo tỉ số $\dfrac{1}{a}$ dọc theo trục hoành. Nếu $a > 1$ thì co đồ thị $f(x)$ theo tỉ số $\dfrac{1}{a}$ dọc theo trục hoành.
$f(\lvert x \rvert)$	Giữ phần đồ thị bên phải và bỏ phần đồ thị bên trái trục Oy của đồ thị $f(x)$. Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua trục Oy.
$\lvert f(x) \rvert$	Giữ phần đồ thị bên trên và bỏ phần đồ thị bên dưới trục Ox của đồ thị $f(x)$. Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua trục Ox.

Bài tập. Hãy nêu cách dựng đồ thị hàm số $y=|x(x-2)|$ từ đồ thị hàm số $y=x^2$.

Hàm số chẵn, hàm số lẻ

Định nghĩa. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định D.

- Hàm số f gọi là hàm số chẵn trên $M\subset D$, nếu với mọi $x\in M$ thì $-x\in M$ và $f(-x)=f(x)$
- Hàm số f gọi là hàm số lẻ trên $M\subset D$, nếu với mọi $x\in M$ thì $-x\in M$ và $f(-x)=-f(x)$

Tính chất.

- Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục Oy làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc toạ độ O làm tâm đối xứng.

Bài tập 1. Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

A $f(x)=x+\sin x$.

B $f(x)=x+\cos x$.

C $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$.

D $f(x)=\log_3\left(\sqrt{4x^2+1}+2x\right)+3x^{2027}$.

Bài tập 2. Chứng minh các tính chất đồ thị của hàm số chẵn, hàm số lẻ trên.

Hàm số tuần hoàn

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định D được gọi là hàm số tuần hoàn với chu kì $a>0$ trên $M\subset D$.

Nếu với mọi $x\in M$ thì $x\pm a\in M$ và $f(x\pm a)=f(x)$

Số $T>0$ nhỏ nhất thoả mãn được gọi là chu kì cơ sở của hàm số tuần hoàn.

Bài tập. Tìm chu kì cơ sở của hàm số $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$.

Hàm số ngược

Định nghĩa. Cho hàm số $f:X\to Y$, nếu tồn tại hàm $g:Y\to X$ sao cho $g(f(x))=x\ \ \forall x\in X$ và $f(g(y))=y\ \ \forall y\in Y$ thì g được gọi là hàm số ngược của f, thường được kí hiệu là f^{-1}.

Cách tìm hàm ngược: Giả sử hàm số $y=f(x)$ có hàm số ngược, ta giải phương trình $f(x)=y$ theo ẩn x, phương trình này có nghiệm duy nhất $x=g(y)$.

Điều kiện đủ để hàm số có hàm số ngược.

- Mọi hàm số đồng biến (nghịch biến) trên tập xác định của nó đều có hàm số ngược.
- Nếu $f(x)$ là hàm số đồng biến (nghịch biến) thì $f^{-1}(x)$ cũng là hàm số đồng biến (nghịch biến)

Định lí. Xét hệ trục toạ độ Oxy, đồ thị của hai hàm số ngược nhau $y=f(x)$ và $y=f^{-1}(x)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y=x$.

Nếu đồ thị của hai hàm số ngược nhau cắt nhau thì cắt nhau trên đường thẳng $y=x$.

Bài tập. Tìm hàm số ngược của hàm số $f(x)=2027^x$.

Đạo hàm

Định nghĩa. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(a;b)$. Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ tại điểm $x_0\in(a;b)$, kí hiệu là $f'(x_0)$, tồn tại nếu tồn tại giới hạn hữu hạn

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} \text{ hay } f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Chú ý: Hàm số có đạo hàm tại x_0 thì liên tục tại x_0. Hàm số liên tục tại x_0 có thể không có đạo hàm tại x_0

Ứng dụng:

- Xét tính đơn điệu của hàm số; tìm cực trị, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất... của hàm số.
- Nếu hàm số $f(t)$ biểu thị tính chất T theo thời gian t thì $f'(t_0)$ biểu thị tốc độ thay đổi tính chất T theo thời gian tại thời điểm t_0.
- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $M(x_0;f(x_0))$ là $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
- Tính gần đúng $f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$

Các qui tắc tính đạo hàm

$(u\pm v)'=u'\pm v'$	$(uv)'=u'v+uv'$	$\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$	$(f(u))'=u'f'(u)$
$(x^n)'=nx^{n-1}$	$\left(\sqrt[n]{x}\right)'=\frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$(\mathrm{e}^x)'=\mathrm{e}^x$	$(a^x)'=a^x\ln a$
$(\sin x)'=\cos x$	$(\cos x)'=-\sin x$	$(\tan x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$	$(\cot x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
$(\ln x)'=\frac{1}{x}$	$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$	$\left(f^{-1}(x)\right)'=\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$	$C'=0$

Bài tập 1. Cho hàm số $f(x)=x(x-1)(x-2)...(x-2027)$. Tính giá trị của $f'(0)$.

Bài tập 2. Tính đạo hàm (nếu có) của hàm số $f(x)=|x|$

Bài tập 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) và Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=2$. Biết rằng $f(1+x)+f(9-7x)-2x=0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi Δ cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

Bài tập 4. Một chiếc thang dài 9 mét tựa vào một bức tường thẳng đứng trên một mặt đất bằng phẳng



Khi đầu dưới của thang di chuyển (trên mặt đất) ra xa bức tường với vận tốc không đổi là 2 m/s thì đầu trên cùng của thang sẽ trượt xuống dọc theo bức tường. Khi điểm đầu thang cách mặt đất 3 mét thì tốc độ di chuyển của nó bằng bao nhiêu m/s? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Hàm số đơn điệu

Định nghĩa.

Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định D, với $K\subset D$ là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng.

- Hàm số $y=f(x)$ gọi là đồng biến (tăng) trên K, nếu $\forall x_1,x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$

- Hàm số $y=f(x)$ gọi là nghịch biến (giảm) trên K, nếu $\forall x_1,x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$

Một hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K thì ta nói hàm số đó đơn điệu trên K.

Tính đơn điệu và dấu của đạo hàm.

Định lí 1.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó,

- Nếu f đồng biến trên K thì $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in K$.

- Nếu f nghịch biến trên K thì $f'(x)\leq 0$ với mọi $x\in K$.

Định lí 2.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó,

- Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in K$ thì f đồng biến (tăng) trên K.

- Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in K$ thì f nghịch biến (giảm) trên K.

- Nếu $f'(x)=0$ với mọi $x\in K$ thì f có giá trị không đổi trên K.

Chú ý: Nếu $f'(x)\geq 0$ với mọi $x\in K$ (hoặc $f'(x)\leq 0$ với mọi $x\in K$) và phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một số hữu hạn nghiệm trên K thì f đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K.

Định lí "Ghép trục"

Hàm số $f(u(x))$ biến thiên cùng chiều với $u(x)$ trong những khoảng mà $f(u)$ đồng biến, ngược chiều với $u(x)$ trong những khoảng mà $f(u)$ nghịch biến.

Bài tập 1. Xét tính đơn điệu của các hàm số sau:

A $f(x)=x^3-3x$.

B $f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$.

C $f(x)=\sqrt{4x^2+1}-2x$.

D $f(x)=\dfrac{3x+|x|}{x}$.

Bài tập 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Xét tính đơn điệu của hàm số $g(x)=f\left(f^2(x)\right)$.

Cực trị hàm số

Định nghĩa

Giả sử hàm số f xác định trên $D \subset \mathbb{R}$ và $x_0 \in D$.

- x_0 được gọi là một điểm cực đại của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a;b) \subset D$ và $f(x) < f(x_0) \ \ \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số f.

- x_0 được gọi là một điểm cực tiểu của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a;b) \subset D$ và $f(x) > f(x_0) \ \ \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số f

Chú ý:

- Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị (của hàm số).

- Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là cực trị (của hàm số).

- Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số f thì $(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực trị của đồ thị hàm số f

Điều kiện cần và đủ để hàm số đạt cực trị

Điều kiện cần: Giả sử hàm số đạt cực trị tại x_0. Khi đó, nếu f có đạo hàm tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$

Điều kiện đủ: Giả sử hàm số f liên tục trên $(a;b)$ chứa x_0 và có đạo hàm trên $(a;x_0)$ và $(x_0;b)$.

- Nếu $\begin{cases} f'(x) < 0 \ \ \forall x \in (a;x_0) \\ f'(x) > 0 \ \ \forall x \in (x_0;b) \end{cases}$ thì f đạt cực tiểu tại x_0.

- Nếu $\begin{cases} f'(x) > 0 \ \ \forall x \in (a;x_0) \\ f'(x) < 0 \ \ \forall x \in (x_0;b) \end{cases}$ thì f đạt cực đại tại x_0.

Nói cách khác:

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

Chú ý:

- Nếu $f'(x_0) = 0$ thì chưa chắc x_0 là điểm cực trị của hàm số f.

- Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số f thì chưa chắc tồn tại đạo hàm của f tại x_0.

Do đó, nếu hàm số f đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định.

Định lí.

Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp 1 trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0, $f'(x_0) = 0$ và f có đạo hàm cấp hai khác 0 tại x_0. Khi đó,

- Nếu $f''(x_0) < 0$ thì f đạt cực đại tại x_0.

- Nếu $f''(x_0) > 0$ thì f đạt cực tiểu tại x_0.

Bài tập 1. Đếm số điểm cực đại, cực tiểu của các hàm số sau:

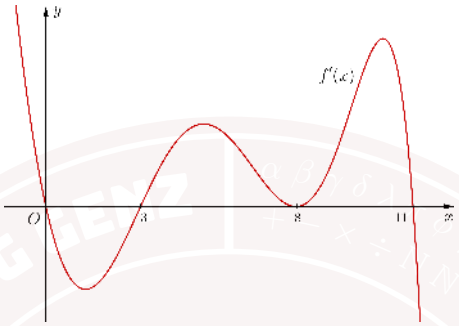
A $f(x)=x^3+3x^2$.

B $f(x)=x(x-1)(x-2)...(x-2027)$.

C $f(x)=|x|$.

D $f(x)=\begin{cases}x^3+3x^2 & ,x\le 1\\ \log_3\left(x^2-10x+36\right)+1 & ,x>1\end{cases}$.

Bài tập 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Bài tập 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^5(x+1)^4(x-2)^3$. Hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Định nghĩa. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D.

Khi đó, $M=\max\limits_{x\in D}f(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\le M\ \ \forall x\in D\\ \exists x_0\in D:f(x_0)=M\end{cases}$ và $m=\min\limits_{x\in D}f(x)\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)\ge m\ \ \forall x\in D\\ \exists x_0\in D:f(x_0)=m\end{cases}$

Một số phương pháp tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Phương pháp miền giá trị (điều kiện có nghiệm)

- Tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $y=f(x)$.

- Đưa về dạng $m\le y\le M$ và xét dấu " $=$ " xảy ra.

Phương pháp đạo hàm

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ suy ra $\max f(x)$, $\min f(x)$

Chú ý: Nếu hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$ thì tồn tại $\max\limits_{[a;b]}f(x)$ và $\min\limits_{[a;b]}f(x)$

Quy tắc tìm $\max\limits_{[a;b]}f(x)$ và $\min\limits_{[a;b]}f(x)$.

- Tìm các điểm x_1, x_2, ..., x_n sao cho $f'(x)=0$ và $f'(x)$ không xác định trên $[a;b]$.

- So sánh $f(a)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$, ..., $f(x_n)$, $f(b)$ và kết luận.

Phương pháp Casio (sẽ được lồng ghép và hướng dẫn trong các bài giảng)

Phương pháp bất đẳng thức

Một số bất đẳng thức thường dùng: $AM-GM$, BCS, $Holder$, $Minkowski$, $Bernoulli$, $Jensen$, $Chebyshev$, trị tuyệt đối, vectơ...

Bài tập 1. Tìm giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất (nếu có) của các hàm số sau:

A $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+x+1}$.

B $f(x)=\dfrac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$.

C $f(x)=|x+1|+|x-2|+|2x-5|$.

D $f(x,y)=\dfrac{3y^2-4xy}{x^2+y^2}$.

Bài tập 2. Cho hai điểm thay đổi A, B lần lượt thuộc đồ thị $y=\mathrm{e}^{x-1}$ và $y=\ln(x-1)$. Giá trị nhỏ nhất của AB bằng $a+b\sqrt{2}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 3. Thầy Đạt muốn làm một thùng inox có nắp dạng hình hộp chữ nhật để đựng sách **Bộ câu hỏi VD - VDC ôn thi HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG** là tuyển tập VD - VDC được trích dẫn từ các đề thi thử các trường, các sở trên cả nước với yêu cầu là thể tích bằng $3\,\mathrm{dm}^3$ và độ dài đường chéo của thùng bằng $\sqrt{7}\,\mathrm{dm}$. Vì sách đã quá dày với hơn 3000 trang và 3400 câu hỏi nên thầy Đạt không muốn thùng nặng nữa, do đó chọn các tấm inox mỏng (độ dày không đáng kể).



Gọi M, m lần lượt là số tiền nhiều nhất và ít nhất mà thầy Đạt cần để mua những tấm inox cùng loại đó với giá 50000 đồng/dm^2. Số tiền chênh lệch $M-m$ bằng bao nhiêu nghìn đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Định nghĩa.

- Đường thẳng $y=y_0$ được gọi là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=y_0$
- Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to x_0^{\pm}}f(x)=\pm\infty$
- Đường thẳng $y=ax+b$ $(a\neq 0)$ được gọi là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-(ax+b)\right)=0$$

Xác định các hệ số a, b của tiệm cận xiên của đồ thị $f(x)$ như sau:

$$a=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}\text{ và }b=\lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x)-ax\right)$$

Chú ý: Đồ thị có thể cắt các đường tiệm cận của đồ thị.

Bài tập. Tìm các đường tiệm cận của đồ thị mỗi hàm số sau:

A $f(x)=\dfrac{x^2-3x+5}{2x+1}$.

B $f(x)=\dfrac{x^3+2}{x^2-1}$.

C $f(x)=2x+\sqrt{x^2-1}$.

D $f(x)=\dfrac{\sin x}{x}$.

Một số dạng toán liên quan đến hàm số

Dạng 1. Dạng toán liên quan đến ứng dụng đạo hàm: khảo sát hàm số; hàm đặc trưng; viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị; tốc độ thay đổi của đại lượng; các bài toán mô hình hóa liên quan đến tối ưu nhỏ nhất, lớn nhất.

- *Phương pháp đạo hàm, bất đẳng thức, ghép trục, casio...*

Dạng 2. Các bài toán biện luận số nghiệm của phương trình, bất phương trình; số điểm cực trị, giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số có chứa tham số m.

a) Dạng cô lập được tham số m: (*có thể dùng máy tính để hỗ trợ*)

- Tương giao đồ thị: Vẽ đồ thị, lập bảng biến thiên. Sau đó, biện luận trực tiếp trên đồ thị, bảng biến thiên.
- Sử dụng các qui tắc điều kiện có nghiệm, điều kiện đúng với mọi của phương trình, bất phương trình.
- Sử dụng định nghĩa giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất.

b) Dạng không cô lập được tham số m:

- Sử dụng các tính chất của hàm số, đồ thị của các hàm số thường gặp để xử lí.

Dạng 3. Viết phương trình đường thẳng, đường cong đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số.

a) Hàm đa thức $f(x)$:

- *Phương pháp trực tiếp:* Tìm tọa độ các điểm cực trị, sau đó lập phương trình đường thẳng, đường cong tương ứng.
- *Phương pháp gián tiếp:* Thực hiện phép chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $f'(x)$, thu được $f(x)=Q(x)f'(x)+R(x)$. Khi đó, $y=R(x)$ chính là phương trình đường thẳng, đường cong cần tìm. (*trong một số trường hợp có thể sử dụng máy tính để thực hiện phép chia*)

b) Hàm phân thức $f(x)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$:

- *Phương pháp trực tiếp:* Tìm tọa độ các điểm cực trị, sau đó lập phương trình đường thẳng, đường cong tương ứng.
- *Phương pháp gián tiếp:* Cực trị của hàm số là nghiệm của $f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{u(x)}{v(x)}=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}$. Khi đó, $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}$ chính là phương trình đường thẳng, đường cong cần tìm.

Dạng 4. Dạng toán liên quan đến tâm đối xứng, trục đối xứng của đồ thị hàm số.

a) Hàm đa thức bậc ba: điểm uốn của đồ thị hàm bậc ba là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

- **Định nghĩa.** Điểm uốn của đồ thị là điểm phân chia hai phần lồi, lõm của đồ thị.
- **Định lí.** Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp hai trên khoảng K chứa điểm x_0. Nếu $f''(x_0)=0$ và $f''(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 thì $(x_0;f(x_0))$ là một điểm uốn của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

b) Hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất, bậc hai trên bậc nhất:

- Tâm đối xứng là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.
- Trục đối xứng là các đường phân giác của góc tạo bởi các đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

c) *Phương pháp:* Sử dụng các tính chất của các phép đối xứng qua điểm, qua đường thẳng (*có thể suy ra được nhiều bổ đề để sử dụng nếu cần*)

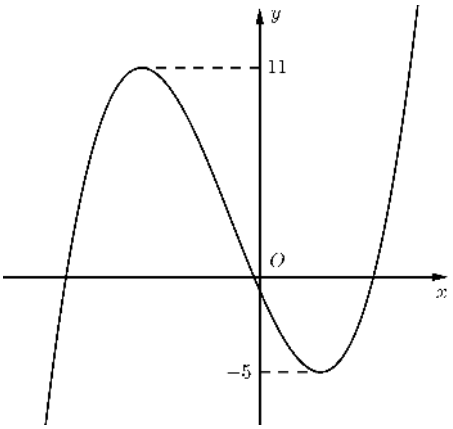
Dạng 5. Dạng toán đếm điểm nguyên trong miền, trong các đường cong, các hình khối quen thuộc.

- *Phương pháp số học:* giải các phương trình nghiệm nguyên, dùng các định lí số học để xử lí.
- *Phương pháp đồ thị:* vẽ và đếm.
- *Phương pháp Casio:* gạch đề và bấm

Dạng 6. Hai đường cong tiếp xúc nhau.

- *Phương pháp:* Điều kiện để hai đường cong $y=f(x)$ và $y=g(x)$ tiếp xúc nhau, khi và chỉ khi, hệ phương trình $\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases}$ có nghiệm. Khi đó, hai đường cong có tiếp tuyến chung tại tiếp điểm của hai đường cong.

Bài tập 1. (THPT Lục Ngạn 1, Bắc Ninh)
Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu cặp số nguyên $(m;n)$ để phương trình $|f(x)-m|=2n$ có đúng 6 nghiệm?

Bài tập 2. (Chuyên Hạ Long, Quảng Ninh)

Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m^2x+m$ có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $a: y=\dfrac{x}{2}-\dfrac{5}{2}$?

Bài tập 3. (Chuyên Hạ Long, Quảng Ninh)

Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(m+2)x+5}{x^2+1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị m sao cho đồ thị hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt hai trục toạ độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{25}{4}$. Tính tổng các phần tử của S.

Bài tập 4. (THPT Nguyễn Đăng Đạo, Bắc Ninh)

Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{x-1}$. Gọi A, B là hai điểm di động trên đồ thị hàm số sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A và B luôn song song với nhau. Khi khoảng cách từ điểm $M(4;1)$ đến đường thẳng AB lớn nhất thì độ dài đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu?

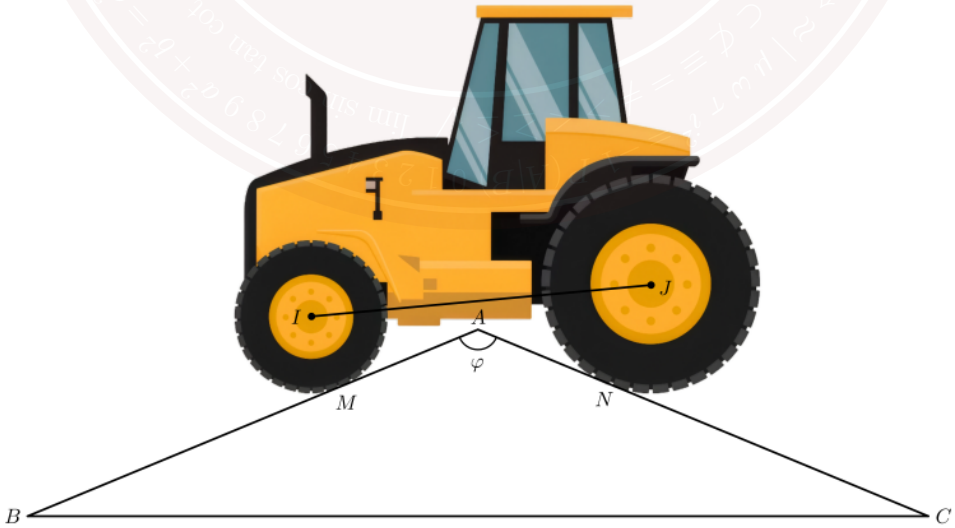
Bài tập 5. (BGD)

Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+x\right)+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+y^2+24x\right)$$

Bài tập 6. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, TP HCM)

Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC cân tại A, $AB=1000$ và $\widehat{BAC}=\varphi$ với $\tan\varphi=-1$. Điểm G là trọng tâm của tam giác ABC. Hai điểm I và J di động sao cho đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn tâm I bán kính bằng $100\sqrt{2}$ tại điểm M thuộc đoạn AB, đường thẳng AC tiếp xúc với đường tròn tâm J bán kính bằng 200 tại điểm N thuộc đoạn AC, khoảng cách giữa hai điểm I và J bằng $200\sqrt{5}$, hai điểm I và G nằm ở hai phía khác nhau của đường thẳng AB, hai điểm J và G nằm ở hai phía khác nhau của đường thẳng AC.



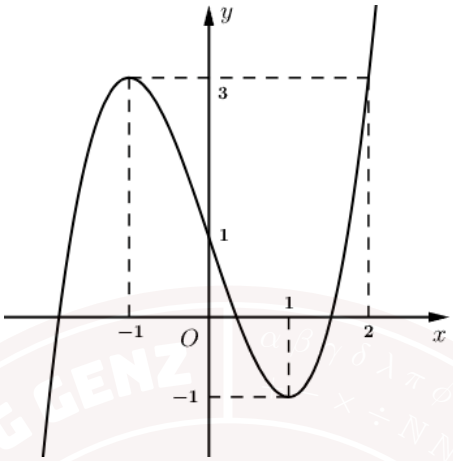
Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng IJ đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

(*Luyện tập thêm những dạng bài hay hơn khác của các trường, các sở trên cả nước ở phần sau*)

PHẦN B. CÂU HỎI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ.

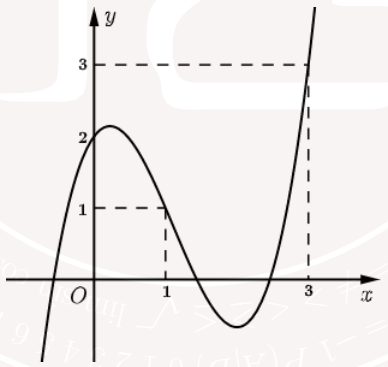


Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$ trên $[0;1]$ bằng 2022.

Câu 2. Cho a là số thực dương sao cho $3^x+a^x\geq 6^x+9^x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $a\in(14;16]$. **B** $a\in(12;14]$. **C** $a\in(16;18]$. **D** $a\in(10;12]$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi x_0 là điểm mà tại đó hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x}{2}+1\right)-\ln\left(x^2+8x+16\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-2;4]$. Khi đó x_0 thuộc khoảng nào?

A $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B** $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **C** $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D** $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$.

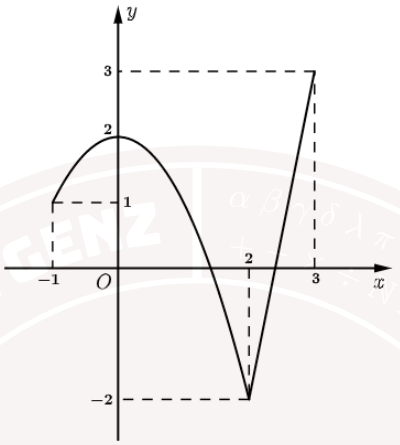
Câu 4. Cho phương trình $\ln(x+m)-\mathrm{e}^x+m=0$, với mọi m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2022;2022]$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A 2022. **B** 2021. **C** 2019. **D** 4042.

Câu 5. Cho các số thực x,y thỏa mãn $2^{x^2+y^2-2}+2^{2xy-1}\log_3(x-y)=2^{1-xy}+2^{2xy-2}\left(1+\log_3(1-xy)\right)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4\left(x^3+y^3\right)-6xy$ bằng

Câu 6. Có bao nhiêu số nguyên $y \geq 3$ sao cho tồn tại đúng 2 số thực x lớn hơn $\dfrac{1}{2021}$ thỏa mãn $\left(\mathrm{e}^{y^x - xy + x}\right)^{\ln y} = xy$?

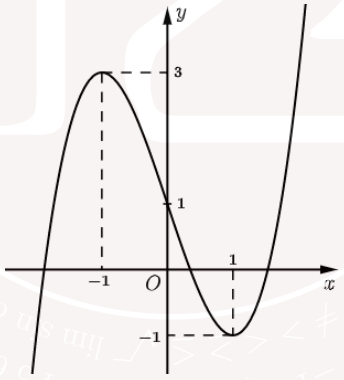
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f\left(3|\cos x| - 1\right) + m$ bằng 4.

A $m = 4$. **B** $m = 6$. **C** $m = 2$. **D** $m = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét phương trình $f^2(\sin x) + (m-5) f(\sin x) + 4 = [f(\sin x) + m - 1]\,|f(\sin x) - 2|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đó có 5 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $[0; 2\pi]$?

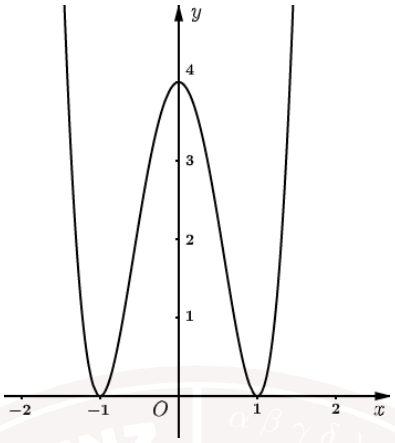
A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Câu 9. Cho hàm số $y = \left|\dfrac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4?

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \log_3\left(\sqrt{4x^2+1} + 2x\right) + 3x^{2021}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2021; 2021]$ để bất phương trình $f\left(x^2+1\right) + f(-2mx) \geq 0$ đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$?

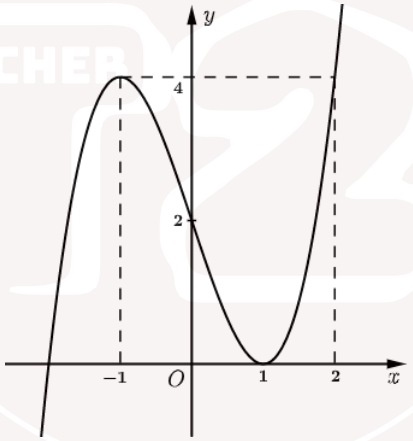
A 2023. **B** 4020. **C** 4022. **D** 2021.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi số tự nhiên n là số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^2\left(f^2(x)-2022m\right)$. Khi đó với mọi m ta luôn có $p\le n\le q$; $p,q\in\mathbb{N}$. Giá trị của $p+q$ bằng

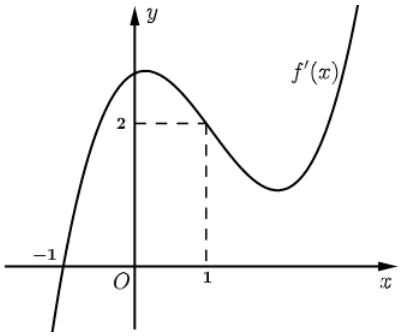
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt?

A 5. **B** 6. **C** 7. **D** 8.

Câu 13. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

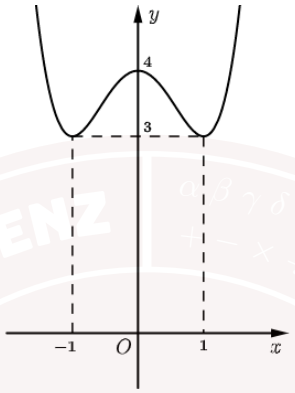


Hỏi hàm số $g(x)=f\left(\sin x-1\right)+\dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 14. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{3x-4y}{2x+y+1}$ bằng $a\sqrt{113}+b$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Khi đó $a+b$ bằng

Câu 15. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để phương trình $\log\dfrac{f(x)}{mx^2}+x\left[f(x)-mx\right]=mx^3-f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A 2019. **B** 2020. **C** 2022. **D** 2021.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x+1-|x-1|\right)$ là

A 8. **B** 9. **C** 10. **D** 7.

Câu 17. Cho đường cong $(C_m): y=x^3-3(m-1)x^2-3(m+1)x+3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B sao cho O,A,B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3f(h)-1}{6h}=\dfrac{2}{3}$ và $f\left(x_1+x_2\right)=f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)+2x_1x_2\left(x_1+x_2\right)-\dfrac{1}{3}\ \forall x_1,x_2\in\mathbb{R}$. Tính $f(2)$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị nguyên $m\in(-2021;2021)$ thỏa mãn

$$\left(\sqrt{m^2-2m+4}+1-m\right)\left(\sqrt{4^m+3}-2^m\right)\ge 3$$

A 2021. **B** 2020. **C** 1. **D** 0.

Câu 20. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $\left(2^n+3^n\right)^{2020}<\left(2^{2020}+3^{2020}\right)^n$. Số phần tử của S là

A 8999. **B** 2019. **C** 1010. **D** 7979.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $|f(x-1)+2|=m$ có 4 nghiệm thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<1<x_4$.

A $4<m<6$. **B** $3<m<6$. **C** $2<m<6$. **D** $2<m<4$.

Câu 22. Tính $a+b$ biết $[a;b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_2\sqrt{x^2-2x+m}+4\sqrt{\log_4\left(x^2-2x+m\right)}\le 5$$

thỏa mãn với mọi $x\in[0;2]$

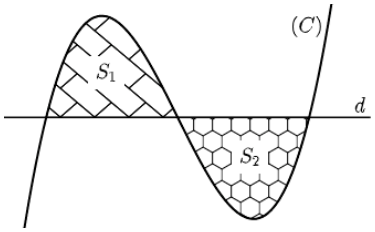
A $a+b=4$. **B** $a+b=2$. **C** $a+b=0$. **D** $a+b=6$.

Câu 23. Cho các số thực a,b thay đổi thỏa mãn $1<a<b\le 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3\log_a\left(b^2+16b-16\right)+\dfrac{16}{27}\log^3_{\frac{b}{a}}a$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ sao cho $f\left(\dfrac{x_1}{x_2}\right)=\dfrac{f(x_1)}{f(x_2)}\ \forall x_1,x_2\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(x_2)\neq 0$. Biết $f'(1)=2$, khi đó $f'(x)$ bằng

A $2f(x)$. **B** $\dfrac{f(x)}{x}$. **C** $2xf(x)$. **D** $\dfrac{2f(x)}{x}$.

Câu 25. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=-45m-2$ cùng với đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2mx^2+x+1$ tạo thành hai miền kín có diện tích lần lượt là S_1,S_2 thỏa mãn $S_1=S_2$ (xem hình vẽ).



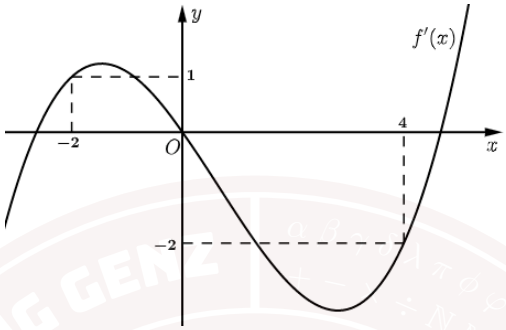
Số phần tử của tập X là

A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 9.

Câu 26. Gọi S là tập các số nguyên y sao cho với mỗi $y \in S$ có đúng 10 số nguyên x thỏa mãn $2^{y-x} \geq \log_3\left(x+y^2\right)$. Tính tổng các phần tử thuộc S

A 7. **B** -4. **C** 1. **D** -1.

Câu 27. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-4\right)+x^4-8x^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 4. **B** 7. **C** 3. **D** 5.

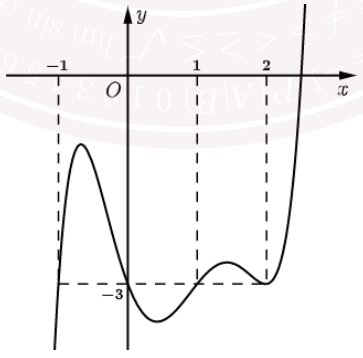
Câu 28. Biết tập các giá trị thực m để phương trình $m(x+4)\sqrt{x^2+2}=5x^2+8x+24$ có 4 nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng.

A $\dfrac{28}{3}$. **B** $\dfrac{25}{3}$. **C** 4. **D** 9.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=2^x-2^{-x}+2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình $f\left(4^x-mx+37m\right)+f\left((x-m-37)\,2^x\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(30;50)$. **B** $(10;30)$. **C** $(50;70)$. **D** $(-10;10)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)<0$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi m,n lần lượt là số điểm cực đại, số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=|f(|x|)+3|x||$. Giá trị m^n là

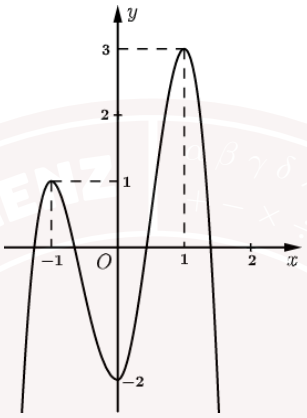
A 4. **B** 8. **C** 27. **D** 16.

Câu 31. Cho $f(x)$ là hàm đa thức và cho hàm đa thức bậc ba $g(x)=f(x+1)$ thỏa mãn điều kiện $(x-1)g'(x+3)=(x+1)g'(x+2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(2x^2-4x+5\right)$ là

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 5.

Câu 32. Xét các số nguyên dương x, y thỏa mãn $(y+z)\left(3^x - 81^{\frac{1}{y+z}}\right) = xy + xz - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2\left(2y^2 + z^2\right)$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(1-x)$ có đúng 3 điểm cực trị là $A(-1;1)$, $B(0;-2)$, $C(1;3)$ như hình vẽ.



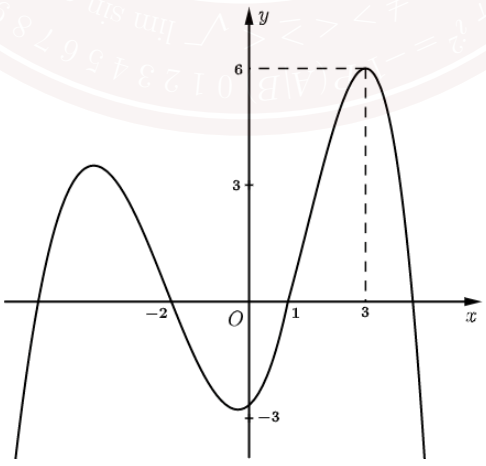
Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(\dfrac{1-x}{x+2}\right) - \dfrac{2x+1}{x+2} + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt?

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để phương trình

$$2^{3^m}.7^{x^2-2x} + 7^{3^m}.2^{x^2-2x} = 14^{3^m}\left(7x^2 - 14x + 2 - 7.3^m\right)$$

có bốn nghiệm phân biệt trong đó có đúng hai nghiệm lớn hơn -1.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

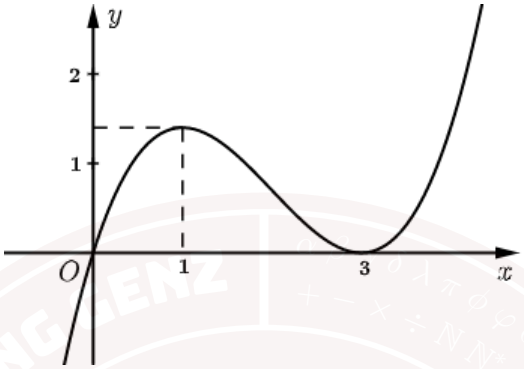


Đặt $T = 103f\left(a^2 + a + 1\right) + 234f\left(af(b) + bf(a)\right)$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Gọi m là số cặp $(a;b)$ mà tại đó biểu thức T đạt giá trị lớn nhất, gọi giá trị lớn nhất của T là M. Giá trị biểu thức $\dfrac{M}{m}$ bằng

Câu 36. Cho $f(x)=2023\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2023}}+\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right)$. Tính giá trị biểu thức $H=f'(1)+f'(2)+...+f'(2022)$.

A 2022. **B** e^{2022}. **C** e^{1011}. **D** 1011.

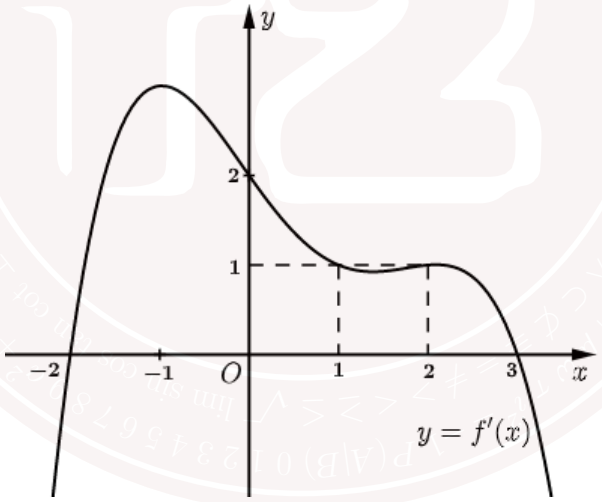
Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[-100;100]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+4f(x)+3m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A 5047. **B** 5049. **C** 5050. **D** 5043.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị thực m để bất phương trình $f(2x)+\dfrac{8x^3}{3}-4x-m<0$ đúng với mọi $x\in\left[-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right]$.

A $m>f(1)-\dfrac{5}{3}$. **B** $m\geq f(0)$. **C** $m>f(0)$. **D** $m>f(3)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		3		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(x^2+2|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $(2;+\infty)$. **B** $(-2;0)$. **C** $(-1;1)$. **D** $(1;2)$.

Câu 40. Cho x,y là các số thực dương và thỏa mãn $\dfrac{x^2+1}{\sqrt{y}}=\dfrac{y+1}{x}$. Giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $P=\dfrac{y+4}{x}$ là

A $m=4$. **B** $m=8$. **C** $m=3$. **D** $m=2\sqrt{2}$.

Câu 41. Xét các số thực x,y thỏa mãn $x^2+y^2>1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+4y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3x+y$ bằng

A $5+2\sqrt{10}$. **B** $5+4\sqrt{5}$. **C** $5+5\sqrt{2}$. **D** $10+2\sqrt{5}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

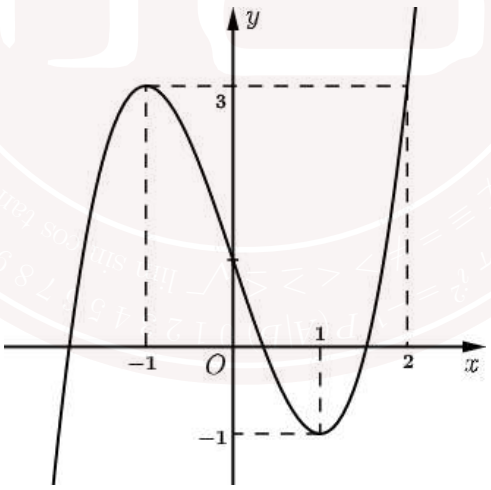
$$9^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+3).3^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0$$

có nghiệm thực?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 7.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2)+f'(3)+...+f'(2020)=\dfrac{a}{b}$ với a,b là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Giá trị $2a-b$ là

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $\log_2^3(f(x)+1)-\log_{\sqrt{2}}^2(f(x)+1)-2\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{f(x)+1}+6=0$ là

A 7. **B** 5. **C** 6. **D** 8.

Câu 45. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$$3^{4x^2-1}\log\left(4x^2+4x+2\right)=3^{y-2x-4}\log(2x+y-1)$$

đồng thời $x,y\leq 2021$?

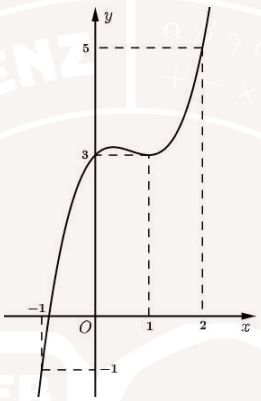
A 15. **B** 28. **C** 22. **D** 35.

Câu 46. Cho hai số thực x,y thay đổi và thỏa mãn $(x+y)^3+4xy\geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=5\left(x^4+y^4+x^2y^2\right)-4\left(x^2+y^2\right)+2$ bằng

Câu 47. Với a,b là các số thực thỏa mãn $2a^3-6a^2+7a=(3-2b)\sqrt{1-b}+3$ và biểu thức $P=2a+b$ đạt giá trị lớn nhất. Tổng $a+b$ bằng

A 2. **B** 4. **C** 6. **D** 8.

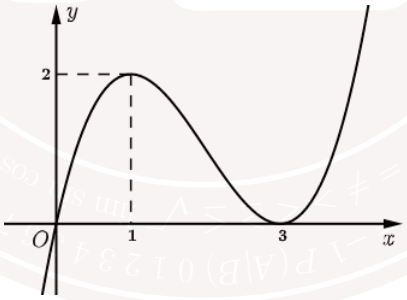
Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Đặt hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $g(-1)>g(1)$. **B** $g(1)>g(2)$. **C** $g(1)=g(2)$. **D** $g(-1)=g(1)$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tập tất cả các giá trị thực m để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+4f(x)-2m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị là

A $(-2;0)$. **B** $(6;8)$. **C** $(0;6)$. **D** $(-2;0]\cup[6;+\infty)$.

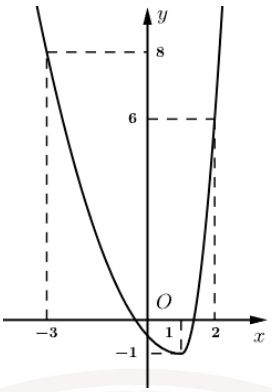
Câu 50. Cho hai số thực x,y thỏa mãn $0\leq x\leq 2020$ và $\log_2(2x+2)+x-3y=8^y$. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn các điều đã cho?

A 2018. **B** 1. **C** 2019. **D** 4.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-m^2}{x+1}$, với m là tham số. Gọi m_1,m_2 (với $m_1<m_2$) là các giá trị của tham số m thỏa mãn $2\max\limits_{[0;2]}f(x)-\min\limits_{[0;2]}f(x)=8$. Tổng $2m_1+3m_2$ bằng

A 1. **B** -2. **C** 4. **D** -1.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tổng các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=|f(x)+2m|$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng 5 là

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $-\dfrac{3}{2}$. **C** $-\dfrac{7}{2}$. **D** -2.

Câu 53. Cho hai số thực dương x,y thỏa mãn

$$(y+1)^2\ln\left(x^2-\frac{x^2}{y+2}\right)+\left[x^2+\left(x^2-1\right)y-2\right]\left[3x^2+\left(3x^2+5\right)y+10\right]=0$$

Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+\dfrac{y}{2}$ có dạng $a+b\sqrt{2}$ với a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $S=a^2+b^2$ bằng

Câu 54. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$, trong đó x,y nguyên dương thuộc đoạn $[0;2022]$, thỏa mãn điều kiện $2^x-\log_2\left(y^2+615\right)=y^2-x+615$?

A 3. **B** 2. **C** 4. **D** 1.

Câu 55. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn

$$2\log_3(x+y+1)=\log_2\left(x^2+2x+2y^2+1\right)$$

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Câu 56. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

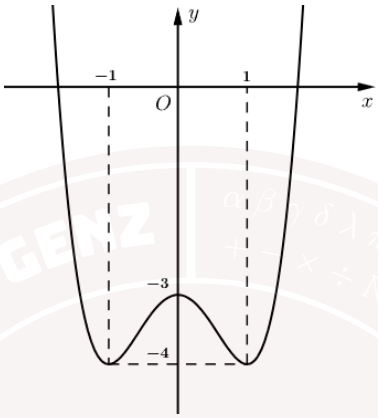
Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}}f^3(2x+1)$.

A 4. **B** 6. **C** 7. **D** 5.

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10;10)$ để hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3-x}+2}{\sqrt{3-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-6;2)$?

A 11. **B** 10. **C** 8. **D** 7.

Câu 58. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



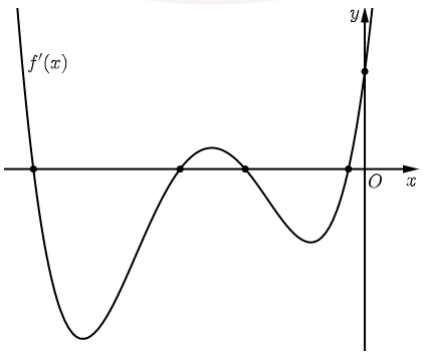
Đặt $g(x) = f\left(\sqrt{x^2-4x+6}\right) - 2\left(x^2-4x\right)\sqrt{x^2-4x+6} - 12\sqrt{x^2-4x+6} + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

Câu 59. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1} - x^2\right)(3^y - x) < 0$?

Câu 60. Cho phương trình $27^x - (2m-1)9^x + \left(m^2+2m-53\right)3^x - m^2 + 51 = 0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình trên có ba nghiệm không âm phân biệt. Số phần tử của S là

A 17. **B** 23. **C** 19. **D** 18.

Câu 61. Cho hàm đa thức $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng $f(0) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại đúng 4 điểm phân biệt. Hỏi hàm số $g(x) = \left|f\left(x^6\right) - x^3\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Câu 62. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\left(x^2+y^2+4\right)+\log_{2022}\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{y}\right)=\dfrac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi biểu thức $P=x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $\dfrac{y}{x}$ bằng

A 4. **B** 2. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{1}{4}$.

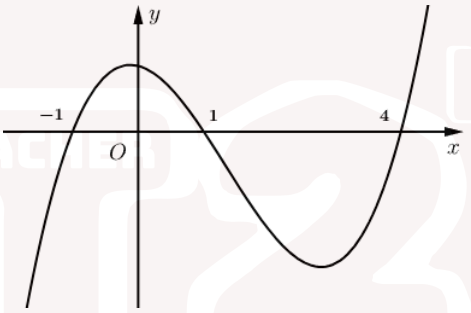
Câu 63. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 2 số nguyên y thỏa mãn $4^{x^2-5y+16}+2^{-x-y}\geq 512$ và $x+y>0$?

A 4. **B** 5. **C** 6. **D** 7.

Câu 64. Cho phương trình $\left(x^2-2x+m\right)^2-2x^2+3x-m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt?

A 2022. **B** 4045. **C** 2024. **D** 2023.

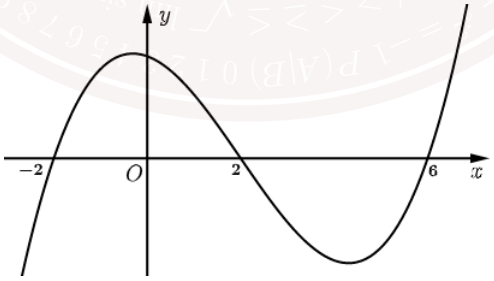
Câu 65. Cho hàm bậc bốn $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Gọi S là tập các giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(|4-2x|+m-6\right)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng

A 18. **B** 11. **C** 2. **D** 13.

Câu 66. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(\left|2x^3+3x\right|-m+1\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 4. **B** 7. **C** 5. **D** 6.

Câu 67. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$ sao cho biểu thức $P=\dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x+2022y$ bằng

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1	↘ 0	↗ $+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A 21. **B** 19. **C** 18. **D** 20.

Câu 69. Có bao nhiêu số nguyên y thuộc đoạn $[-2022;2022]$ sao cho tồn tại $x\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $12\sqrt[3]{3y+12.2^x}=2^{3x}-3y$?

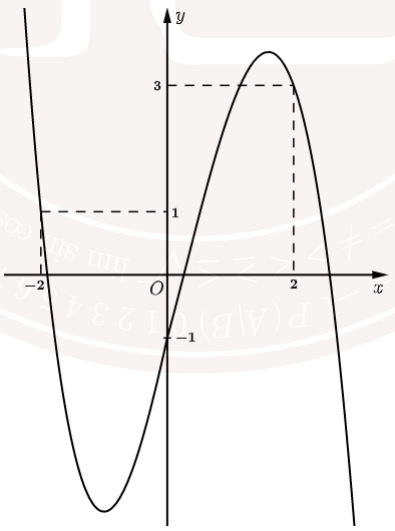
A 2027. **B** 2028. **C** 2021. **D** 2022.

Câu 70. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[-2022;2022]$ thỏa mãn

$$\left[\log_2^2(2x)-3\log_2 x-7\right]\sqrt{27-3^{x-6}}\le 0$$

A 9. **B** 8. **C** 2021. **D** 2022.

Câu 71. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Đặt hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{x^3}{4}-\dfrac{x^2}{4}+x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

A $(-\infty;-5]$. **B** $[-1;+\infty)$. **C** $(-5;-1)$. **D** $(-1;+\infty)$.

Câu 72. Cho bất phương trình $8^x+3x.4^x+\left(3x^2+2\right)2^x\le\left(m^3-1\right)x^3+2(m-1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng năm nghiệm nguyên dương phân biệt là

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Câu 73. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình $\left(f^2(x)+x^2\right)^2-\left(m^2+2m+14\right)\left(f^2(x)+x^2\right)+4(m+1)^2+36=0$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

Câu 74. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3-3x-2\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-30;30]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 2. **B** 16. **C** 17. **D** 1.

Câu 75. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\le 20$ thỏa mãn

$$\log_{2022}\frac{x+1}{y+1}\le y^4+2y^3-x^2y^2-2y^2x$$

Câu 76. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để hàm số $f(x)=|x|^3-3mx^2+24(m-2)|x|+2021m$ có đúng năm điểm cực trị là

A 2025. **B** 2021. **C** 2019. **D** 2020.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là $A(x_1;0)$, $B(x_2;0)$, $C(x_3;0)$, $D(x_4;0)$, với x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của (C) tại A,B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P=\left[f'(x_3)+f'(x_4)\right]^{2022}$ bằng

A $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. **B** $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. **C** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. **D** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

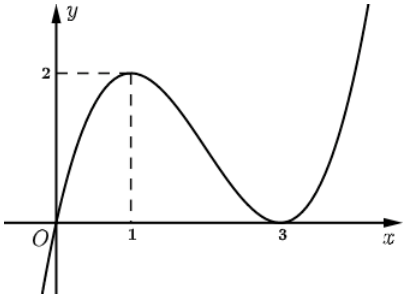
Câu 78. Cho các số thực a dương và b không âm thỏa mãn $2^{a+\frac{1}{a}}\le\log_2\left[(8-b)\sqrt{b+4}\right]$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $a\sin 2x+b\cos 2x=2m-1$ có nghiệm là

A 2. **B** 1. **C** 4. **D** 0.

Câu 79. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $5^{x^2-2x-3}-\left(2x-x^2\right).25^x\le 1+3.25^x$ là

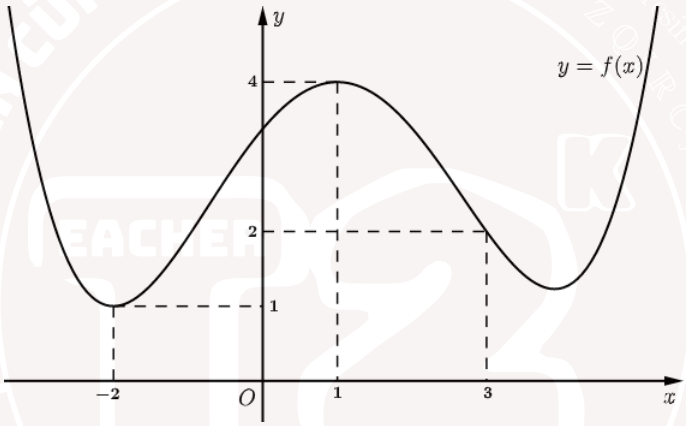
A 5. **B** 4. **C** 6. **D** 3.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a\neq 0)$ có đồ thị $f'(1-x)$ như hình vẽ.



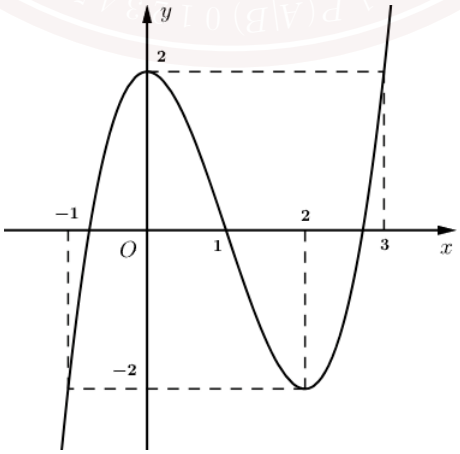
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)-x^2$ là

Câu 81. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình $\dfrac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\geq\dfrac{3}{4}f^2(x)$ đúng với mọi $x\in[-2;3]$?

Câu 82. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Biết $f(0)=\dfrac{1}{2}$, số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|18f\left(1-\dfrac{x}{3}\right)-x^2\right|$ là

Câu 83. Cho hàm số $f(x)=x+3^x$ và $g(x)=x^3-mx^2+\left(m^2+1\right)x-3$ với m là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g\left(2x+f(x)\right)$ trên đoạn $[0;1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng

A 3. **B** $\frac{7}{2}$. **C** $\frac{5}{2}$. **D** 2.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-2)^2\left(x^2-x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A 154. **B** 17. **C** 213. **D** 153.

Câu 85. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(1)<0$ và có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f\left(\sqrt{x^2+1}\right)+x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. **B** $(1;2)$. **C** $(0;1)$. **D** $(-1;0)$.

Câu 86. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|}\le\log_{y^2+3}(|x-2y|+3)$?

Câu 87. Trên parabol $(P):y=x^2$ lấy hai điểm $A(-1;1)$, $B(2;4)$. Gọi M là điểm trên cung AB của (P) sao cho diện tích của tam giác AMB lớn nhất. Biết chu vi tam giác MAB là $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}+c\sqrt{29}$, khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A $\frac{29}{6}$. **B** $\frac{41}{9}$. **C** $\frac{9}{2}$. **D** $\frac{13}{3}$.

Câu 88. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b có đúng 3 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn $\log_2\frac{2^a+a}{ab}+2^a\le a(b-1)$?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Câu 89. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-7x+12\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Câu 90. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{2\log_3(x+2)}-\sqrt{\log_3(2x^2-1)}\geq(x+1)(x-5)$?

A 8. **B** 7. **C** 6. **D** 5.

Câu 91. Biết nửa khoảng $S=[p^m;p^n)$ $(p,m,n\in\mathbb{N}^*)$ là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2-2x}-27\right)\left(5^{x^2}-y\right)\leq 0$. Tổng $m+n+p$ bằng

Câu 92. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x$ và $g(x)=|f(2+\sin x)+m|$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)=50$?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 93. Với các số thực không âm a,b thỏa mãn $16b+3a.2^{3a+4b}\geq 8$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3a^2+3b^2+12a+18b+6$ bằng

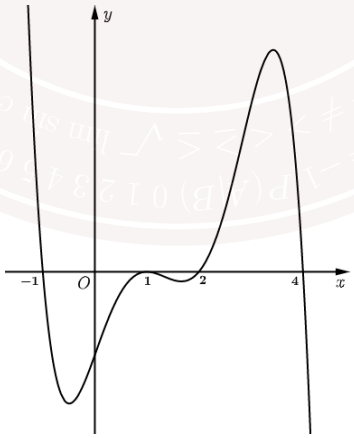
Câu 94. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$\log_8\left(x^2+4mx+12m\right)<\log_8\left(x^2+4x+12\right).\log_8\left(x^2+8x+24\right)$$

nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



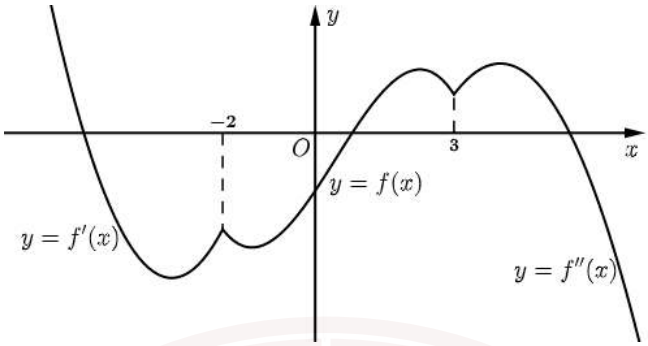
Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f\left(x^2\right)=2022m-2021$ (với m là tham số) là

A 5. **B** 4. **C** 7. **D** 6.

Câu 96. Cho phương trình $\log_a 4+\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+ax+2}+4\right).\log_a\left(x^2+ax+5\right)=0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số a để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S bằng

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 0.

Câu 97. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $(-\infty;-2]$, đồ thị $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ và đồ thị $y=f''(x)$ trên $[3;+\infty)$.



Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y=f(x)$ là

Câu 98. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại số thực $b\geq a$ thỏa mãn $4^a=2^b+b$ và đoạn $[a;b]$ chứa không quá 5 số nguyên?

A 5. **B** 10. **C** 6. **D** 11.

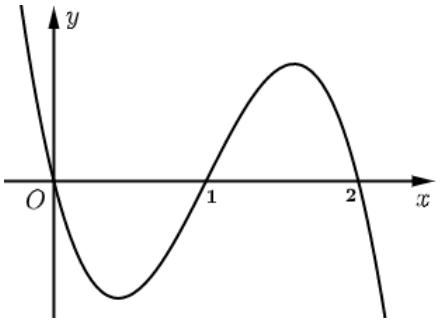
Câu 99. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	0	-4	0	4	0	$+\infty$

Tính tổng tất cả các giá trị nguyên $m\in(-8;8)$ để hàm số $y=f(3x-1)+x^3-3(m-1)x+m$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

A -33. **B** -39. **C** -22. **D** -25.

Câu 100. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(1+x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho $g(x)=f\left(-x^2+2x-2022+m\right)$ đồng biến trên $(0;1)$?

A 2023. **B** 2021. **C** 2022. **D** 2024.

Câu 101. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\left(x^2+9x\right)\left(x^2-9\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+2m-m^2\right)$ có không quá 6 điểm cực trị?

A 2. **B** 5. **C** 4. **D** 7.

Câu 102. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+x-6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(x^3-3x^2-9x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A 7. **B** 8. **C** 9. **D** 10.

Câu 103. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có không quá 20 số nguyên b thỏa mãn $2^a+4.6^b<2^{a+b+2}+3^b$?

A 33. **B** 32. **C** 31. **D** 30.

Câu 104. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tồn tại các số thực x, y thỏa mãn $\mathrm{e}^{x^2+y^2-m}+\mathrm{e}^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2$

A 9. **B** 7. **C** 6. **D** 8.

Câu 105. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$. Biết hàm số $g(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ nhận $x=1$ là điểm cực trị. Số điểm cực trị của hàm số $y=g(f(x))$ là

A 5. **B** 6. **C** 4. **D** 3.

Câu 106. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↗	0	↘	-2	↘	-4	↗	0	↗	$+\infty$

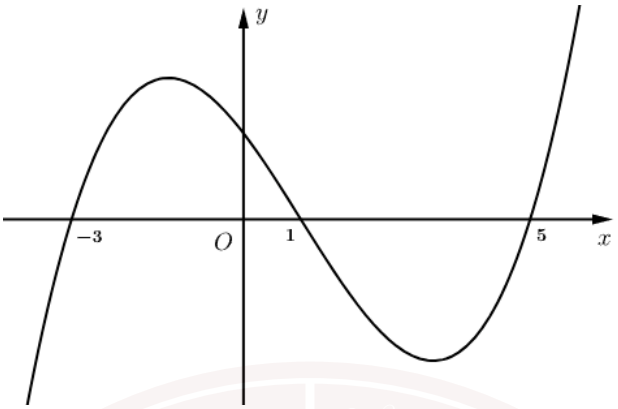
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(|x+1|-2\right)\right)=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;3]$?

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

Câu 107. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(m^2+1\right)\log_2^2 x-10\log_2 x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt không nhỏ hơn 1 là

A 4. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Câu 108. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ

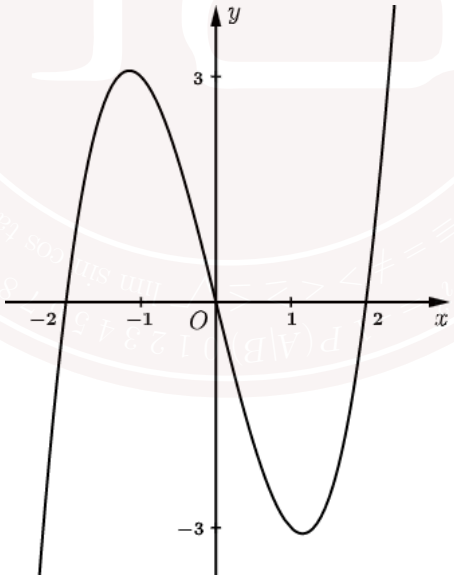


Tổng các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(|x-1|+m-9\right)$ có đúng 3 điểm cực tiểu là

A 40. **B** 34. **C** 24. **D** 30.

Câu 109. Cho $a,b,c>1$ thỏa mãn $6\log_{2ab}c\geq 1+\log_{2b}c.\log_a c$ và biết phương trình $c^{x^2+1}=a^x$ có nghiệm. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_a\left(2bc^2\right)$ bằng $\dfrac{m+\sqrt{n}}{p}$ trong đó m, n, p là các số nguyên dương và $\dfrac{m}{p}$ là phân số tối giản. Giá trị của $m+n+p$ bằng

Câu 110. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(-x)$ như hình vẽ

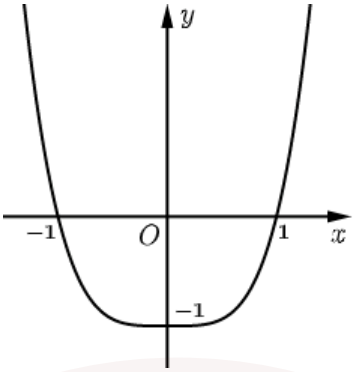


Điều kiện tham số m để bất phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right)\leq m$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ là

A $m\geq f(0)$. **B** $m<f\left(\sqrt{2}\right)$. **C** $m\geq f\left(\sqrt{2}\right)$. **D** $m>f\left(\sqrt{2}\right)$.

Câu 111. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi giá trị của x có đúng 11 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình $\left(2^y-x^2\right)\left(5^y-x-1\right)\leq 0$?

Câu 112. Cho hàm số $f(x)=ax^4-b^2x^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số các giá trị nguyên của m để phương trình $xf\left(\sqrt{x}\right)=(2m+2)x^2-\left(m^2-5\right)x-1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<1<x_2$?

Câu 113. Cho a, b là hai số thay đổi thỏa mãn $a>1$, $b>1$ và $a+b=12$. Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_a x.\log_b x-\log_a x-\log_b x-1=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x_1.x_2$ là

A $P_{\max}=39$. **B** $P_{\max}=36$. **C** $P_{\max}=32$. **D** $P_{\max}=45$.

Câu 114. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên x và y sao cho đẳng thức sau thỏa mãn

$$\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101}=20y+1$$

A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Câu 115. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2\left(x^2-4x\right)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(2x^2-12x+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 17. **B** 18. **C** 16. **D** 19.

Câu 116. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f^2\left(x^2-4x\right)-(m+5)f\left(x^2-4x\right)+m=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A 6. **B** 5. **C** 4. **D** 7.

Câu 117. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x+1)(x-2)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất.

A 132. **B** 143. **C** 286. **D** 253.

Câu 118. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)^4(x+4)^3\left[x^2+2(m+3)x+6m+18\right]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị?

A 6. **B** 8. **C** 7. **D** 5.

Câu 119. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x+2m)=\log_5\left(3^x-m^2\right)$ có nghiệm?

A 4. **B** 3. **C** 5. **D** 2.

Câu 120. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $2.3^y+y=2x-1+\log_3(2x+3^y)$ với $1\le x\le 2022$?

A 6. **B** 2021. **C** 2022. **D** 5.

Câu 121. Có bao nhiêu số nguyên b sao cho ứng với mỗi b có không quá 10 số nguyên a thỏa mãn $3^{3a+2}+9^{b-1}<3^a\left(3^{a-2}+9^{b+1}\right)$?

A 18. **B** 23. **C** 20. **D** 22.

Câu 122. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để cho hàm số $y=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có 3 điểm cực tiểu?

A 6. **B** 8. **C** 7. **D** 5.

Câu 123. Có bao nhiêu số nguyên $y\in[-2022;2022]$ để bất phương trình $(5x)^{y+\frac{\log_5 x}{10}}\ge 5^{\frac{11}{10}\log_5 x}$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x\in(1;25)$?

A 2022. **B** 2023. **C** 4044. **D** 4026.

Câu 124. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=4x^3-16x\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=-4$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2+1$. Tính giá trị biểu thức $T=k^2+2k-3$.

A $T=5$. **B** $T=12$. **C** $T=21$. **D** $T=60$.

Câu 125. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0;2022]$ sao cho $y-x-2\geq 0$ và $4.2^x-2^y+3(x-y)+6\geq 0$?

A 2022. **B** 2021. **C** 2020. **D** 2023.

Câu 126. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

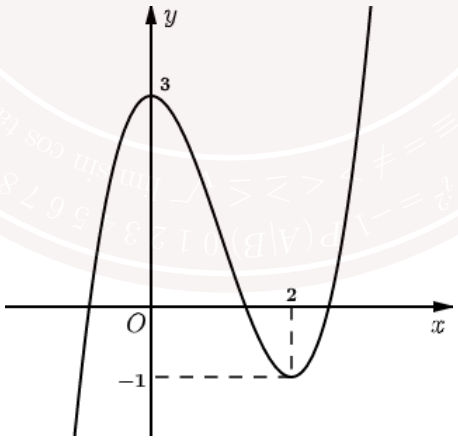
Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{1}{f(x)-4}+\dfrac{1}{f(x)+6}=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 127. Tập các giá trị thực m để bất phương trình $1-\log_{\frac{1}{7}}\left(x^2+1\right)\geq \log_7\left(mx^2+4x+m\right)$ có tập nghiệm $\mathbb{R}$ là

A $-2<m\leq 5$. **B** $-2\leq m<5$. **C** $2\leq m<5$. **D** $2<m\leq 5$.

Câu 128. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong đoạn $[-20;22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f(x-m)-\dfrac{11}{3}m^2+\dfrac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A 32. **B** 40. **C** 36. **D** 38.

Câu 129. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y, có đúng bốn số nguyên dương x thỏa mãn $\ln\dfrac{2^x+x}{xy}+2^x+x(1-y)\leq 0$?

A 4. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Câu 130. Cho bất phương trình $1+3x^2+(m+5)x+m+\log_2\left(x^2+2x+m\right)>3x^3+2\log_2(4x-2)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên x?

A 9. **B** 8. **C** 7. **D** 10.

Câu 131. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\dfrac{x^3-3x^2+x-3}{2^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5?

A 499. **B** 498. **C** 512. **D** 511.

Câu 132. Cho các hàm số $y=f(x)$, $y=f(f(x))$, $y=f\left(x^2+2x-1\right)$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2), (C_3). Đường thẳng $x=2$ cắt (C_1), (C_2), (C_3) lần lượt tại A, B, C. Biết phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại A và (C_2) tại B lần lượt là $y=2x+3$ và $y=8x+5$. Phương trình tiếp tuyến của (C_3) tại C là

A $y=24x-27$. **B** $y=12x+3$. **C** $y=4x+1$. **D** $y=8x-9$.

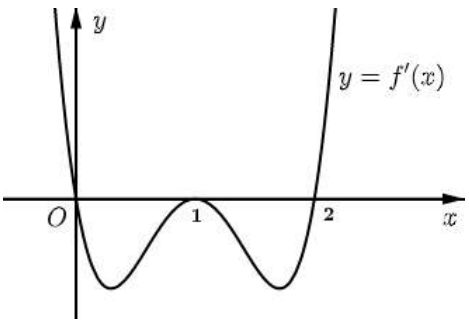
Câu 133. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	15	↘	-1	↗	15	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(f^2(x)-2f(x)-m\right)$ có đúng 25 điểm cực trị?

A 188. **B** 187. **C** 189. **D** 190.

Câu 134. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc năm. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}+2022$ có 8 điểm cực trị?

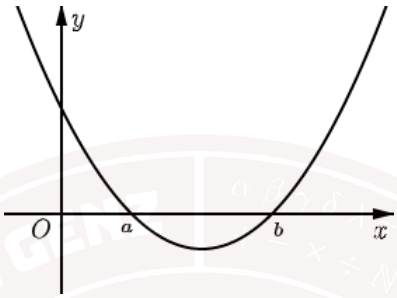
A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 135. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x \le 2020$ thỏa mãn điều kiện

$$\log_2 \frac{x+2}{y+1} + x^2 + 4x = 4y^2 + 8y + 1$$

A 1010. **B** 4040. **C** vô số. **D** 2020.

Câu 136. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2022;2022]$ để hàm số $g(x) = \left|2f^2(x) + 3f(x) + m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị? Biết phương trình $f'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt, $f(a) = 1$, $f(b) = 0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$.

A 2018. **B** 2019. **C** 4044. **D** 2020.

Câu 137. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-20;20]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left|\dfrac{x^2 + mx - 2}{x-1}\right|$ trên $[0;2]\backslash\{1\}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A 20. **B** 21. **C** 19. **D** 22.

Câu 138. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$, trong đó $x, y \in \mathbb{N}^*$ sao cho bất phương trình sau luôn đúng

$$\left(3y - 2y^2 + 2\right)\log_3\left(1 + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}\right) > (y+1)\log_2\sqrt{x}$$

A 4012. **B** 4095. **C** 5406. **D** 3684.

Câu 139. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+1} - \sqrt{3}\right)(3^x - 2m) < 0$ khác rỗng và chứa không quá 5 số nguyên?

A 281. **B** 143. **C** 121. **D** 243.

Câu 140. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)\left(x^2 - 5x + 6\right)$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [0;5]$ (với $2m \in \mathbb{Z}$) để hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2|x-2| - 4x + m + 3\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

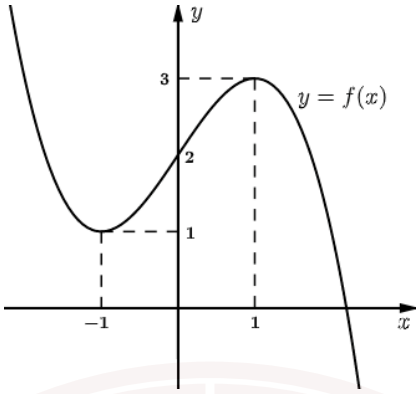
A 5. **B** 7. **C** 6. **D** 3.

Câu 141. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \le x, y \le 2022$ và

$$(xy + 2x + 5y + 10)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right) \le (3x + 3y - xy - 9)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)$$

A 2020. **B** 3. **C** 4038. **D** 6057.

Câu 142. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng tất cả các giá trị nguyên $m\in[-6;6]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}f^3(x)+mf^2(x)-3f(x)+2$ nghịch biến trên $(-1;1)$ bằng

A 0. **B** -21. **C** -15. **D** 21.

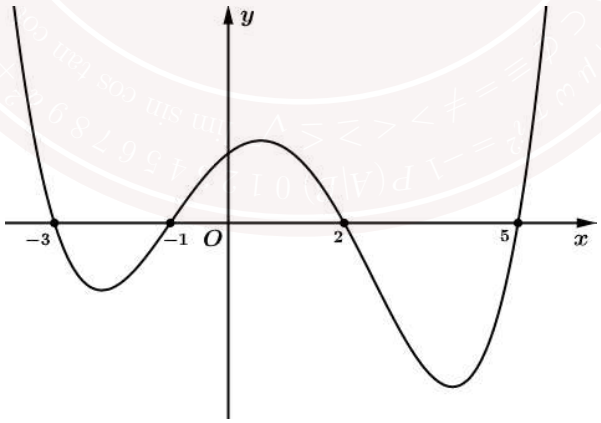
Câu 143. Có bao nhiêu giá trị $m\in\mathbb{Z}$ để phương trình $\log_2^2 x-2(m+1)\log_2 x+m+7=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa điều kiện $\log_{x_1} x_2+\log_{x_2} x_1=10$.

A 0. **B** 1. **C** Vô số. **D** 2.

Câu 144. Cho x,y là hai số thỏa mãn $x^2+2x-y+1=\log_2\dfrac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\mathrm{e}^{2x-1}+4x^2-2y+1$.

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $-\dfrac{1}{2}$. **C** 1. **D** -1.

Câu 145. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=f(|x|+m)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 3. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

Câu 146. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{3}{2}$ và $f(0)=0$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2021;2022)$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+2f(x)+m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A 2022. **B** 2020. **C** 2021. **D** 4042.

Câu 147. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $2.3^{x-1}-\log_3\left(3^{x-2}+2y\right)=6y-x+1$ và $2022^{-1}\le y\le 2022$?

A 15. **B** 6. **C** 13. **D** 7.

Câu 148. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(x-1)^{2022}\left(x^2-5x+6\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2+4x-m+1\right)$ có 5 điểm cực trị?

A 15. **B** 14. **C** 16. **D** 17.

Câu 149. Cho phương trình $\log_{2022}\left(m+\sqrt{m+2022^x}\right)=2x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc nửa khoảng $(-\infty;20]$ để phương trình đã cho có nghiệm thực?

A 21. **B** 20. **C** 23. **D** 22.

Câu 150. Cho x,y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\dfrac{2x^2+5y^2}{2+xy}=5+2xy-2x^2-5y^2$. Biết rằng biểu thức $P=\dfrac{2x-y+2}{x-2y+4}$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=m;\ y=n$. Giá trị của tổng $m+n$ bằng

Câu 151. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm thoả mãn $f'(1)=-10$. Giá trị của biểu thức $I=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f\left(\dfrac{x+1}{2}\right)-f(1)}{x-1}$ bằng

A -5. **B** -20. **C** -10. **D** 10.

Câu 152. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{5^x}{5^x+5}$ và $f\left(a^4+b^4-3ab\right)+f\left(\dfrac{2}{ab}-1\right)\le 1$ với a, b là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^2b^2+\dfrac{16}{a^2+b^2+2}$.

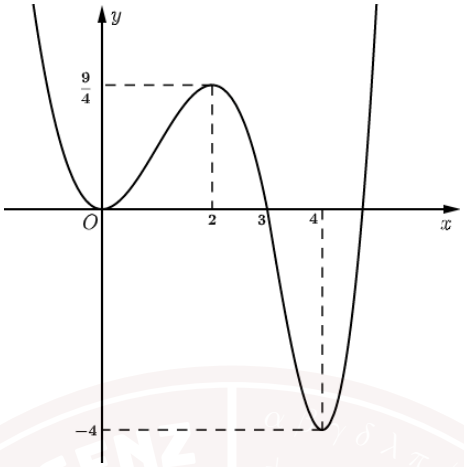
Câu 153. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f(3x+1)$ như sau

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(3x+1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(3x+1)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất. Tính tổng tất cả các phần tử của tập S.

A 138. **B** 148. **C** 143. **D** 168.

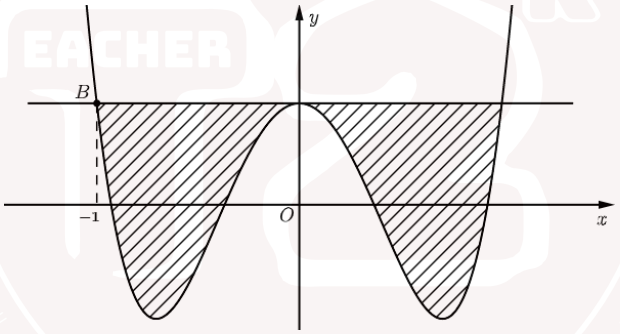
Câu 154. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $g(x) = f^2(x) - mf(x) + 4m^2 - 3$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 14. **B** 13. **C** 15. **D** 16.

Câu 155. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết miền tô đậm có diện tích bằng $\dfrac{4}{15}$ và điểm B có hoành độ bằng -1. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $y = f\left(m - 3^x\right)$ có đúng một điểm cực trị là

A 1. **B** 6. **C** 2. **D** 0.

Câu 156. Số giá trị nguyên $m \in [-20;20)$ để bất phương trình $\left(17 - 12\sqrt{2}\right)^{2-3x} > \left(3 + \sqrt{8}\right)^{mx^2}$ có nghiệm là

A 24. **B** 22. **C** 23. **D** 21.

Câu 157. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-6;6)$ để đồ thị hàm số $y = \left|x^4 - 2mx^2 - 3\right|$ có đúng ba điểm cực trị A, B, C và diện tích tam giác ABC lớn hơn 3?

Câu 158. Có bao nhiêu giá trị nguyên $b > 1$ để với mỗi giá trị của b có đúng 5 số nguyên $a \in (-10;10)$ thỏa mãn $\log_3 \dfrac{2a^2 + 3a + b}{a^2 - a + 2} \le a^2 - 6a + 7 - b$

A 16. **B** 15. **C** 9. **D** 10.

Câu 159. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(f(x)-m+1\right)$ có đúng 6 điểm cực trị là

A 8. **B** 10. **C** 6. **D** 12.

Câu 160. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2-x)\left(x^3-x^2-m\right)^{2021}$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2022)$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)+\dfrac{1}{2}x^4-4x^2+2022$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 2030. **B** 2031. **C** 2032. **D** 2033.

Câu 161. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|f\left(|2x+4|\right)+2022+\dfrac{m}{2}\right|$ có đúng 3 điểm cực đại?

A 11. **B** 13. **C** 12. **D** 14.

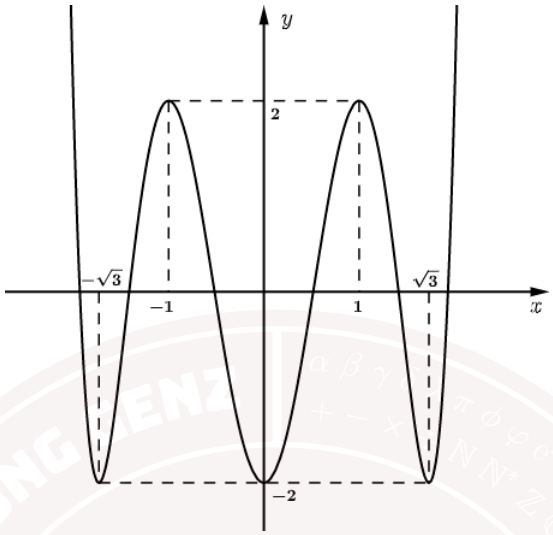
Câu 162. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(2x+1)\,\mathrm{e}^{x-f(x)}$ với mọi $x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ và $f(1)=1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để bất phương trình $3^x\geq\left(f(x)-m\right)\ln 3$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 5.

Câu 163. Có bao nhiêu số nguyên dương y nhỏ hơn 500 sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 9 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $x^4+2x^2-y+1\leq\log_2\dfrac{\sqrt{2y+1}}{x^2+1}$?

A 210. **B** 211. **C** 212. **D** 213.

Câu 164. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+1\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



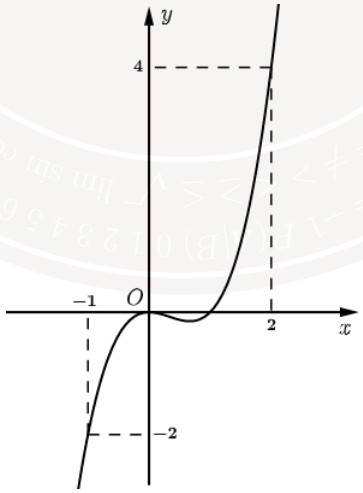
Hàm số $f\left(x^3-3x^2+3\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;2)$. **B** $(2;3)$. **C** $(-1;0)$. **D** $(3;5)$.

Câu 165. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+32-a}{2^x}$ $(a\in\mathbb{R})$ trên đoạn $[-2;1]$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương a để $m\geq 16$?

A 10. **B** 9. **C** 5. **D** 4.

Câu 166. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x)=f(x+1)-x^2-2x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A $(-\infty;-2)$. **B** $(0;+\infty)$. **C** $(-1;0)$. **D** $(-2;-1)$.

Câu 167. Xét các số thực x,y thỏa mãn $\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3$ $(x,y\geq -1)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất biểu thức $P=|x-2y+m|$ bằng 0?

A 16. **B** 17. **C** Vô số. **D** 28.

Câu 168. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{5}x^5-\dfrac{m}{2}x^4+\dfrac{4(m+3)}{3}x^3-(m+7)x^2$, m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại?

A 17. **B** 16. **C** 13. **D** 12.

Câu 169. Có bao nhiêu số nguyên x thuộc đoạn $[1;2022]$ sao cho với mỗi số nguyên x có không quá 7 số nguyên y thỏa mãn $y+\log_2\left(y-x^2\right)<x+101-\log_3\left(\dfrac{y-x}{98}\right)$.

A 2012. **B** 2020. **C** 2013. **D** 2021.

Câu 170. Cho a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 2022. Gọi S là tập các giá trị của b sao cho với mỗi giá trị của b luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của a thỏa mãn $\left(2^{a+b}-2^{b-a}\right)\log_a b>4^b-1$, đồng thời các tập hợp có b phần tử có số tập con lớn hơn 1024. Số phần tử của tập S là

Câu 171. Cho hàm số $y=\left|x^2-(2m+3)x+m^2+3m\right|-mx$. Biết rằng tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị là $T=(a;b)$. Tính giá trị của $a+b$.

Câu 172. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{3}x^3-x+\log_2 m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m thuộc đoạn $[1;20]$ để phương trình $f(f(x))-x=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A 1. **B** 4. **C** 2. **D** 20.

Câu 173. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $0\le x\le 2022$ thỏa mãn điều kiện

$$3\left(9^y+2y\right)=x+\log_3(x+1)^3-2$$

A 3. **B** 2. **C** 5. **D** 4.

Câu 174. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;2022]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|2x^5+3x\right|+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 100. **B** 2123. **C** 101. **D** 2022.

Câu 175. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)\left(x^2-4\right)(x+10)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+3|x|-3m-m^2\right)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 3. **B** 4. **C** 6. **D** 5.

Câu 176. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y tồn tại ít nhất 1011 số nguyên x thuộc $(0;2022)$ thỏa mãn $4^{x+y}+2x^3 \le (2x+1)4^y + x^2(4^x-1)$?

A 10. **B** 8. **C** 9. **D** 505.

Câu 177. Gọi S là tập hợp các số nguyên y sao cho với mỗi $y \in S$ có đúng 10 số nguyên x thỏa mãn $3^{y-x} \ge \log_2\left(x+y^2\right)$. Tính tổng số phần tử thuộc S.

A 1. **B** 7. **C** -4. **D** -1.

Câu 178. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như sau

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$		↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

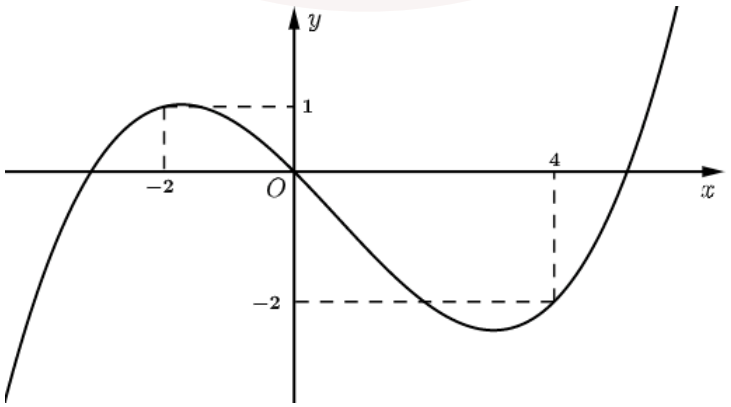
Có bao nhiêu giá trị tham số $m \in [-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{11}{2}$?

A 5. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Câu 179. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(3-x)\log_5 \dfrac{x^2+4}{x} = x^3-8x^2+18x-9$. Số phần tử của tập S bằng

A 2. **B** 5. **C** 3. **D** 4.

Câu 180. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



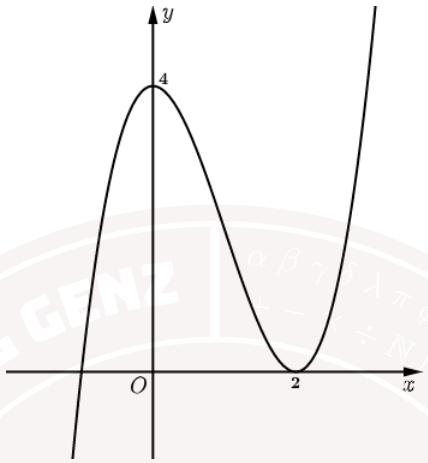
Hàm số $g(x)=4f\left(x^2\right)+x^4$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 3. **B** 2. **C** 5. **D** 4.

Câu 181. Có bao nhiêu cặp số thực $(x;y)$ thỏa mãn $\log_5\left(4^x-2^{x+1}+6\right)^{y^2+26}=10y+1$?

A 4. **B** 1. **C** 3. **D** Vô số.

Câu 182. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x+1)+2f(x+1)+\dfrac{m-5}{6}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A 2022. **B** 2012. **C** 2020. **D** 2008.

Câu 183. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^2+x+m\right|+3x+1$ trên đoạn $[-3;0]$ bằng 6. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A 4. **B** 1. **C** 3. **D** 0.

Câu 184. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1 $\nearrow$	$\searrow$
		-5		$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x^2-1\right)+x^2-2m+1=0$ có nghiệm thuộc $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$?

A 5. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 185. Xét các số thực x,y và $x\geq 0$ thỏa mãn

$$2022^{x+3y}+2022^{xy+1}+x+1=2022^{-xy-1}+\frac{1}{2022^{x+3y}}-y(x+3)$$

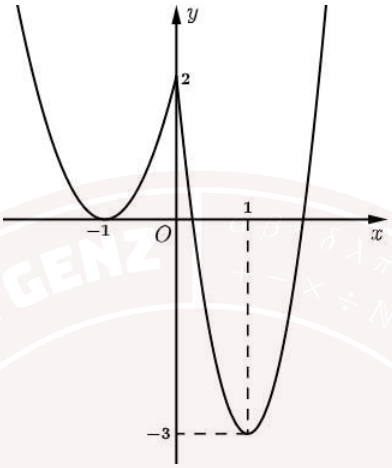
Gọi m là giá trị lớn nhất của biểu thức $T=4-x-2y$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $m\in(2;3)$. **B** $m\in(5;6)$. **C** $m\in(4;5)$. **D** $m\in(3;4)$.

Câu 186. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho với mỗi y không có quá 8 số nguyên x thỏa mãn $4^{y-3x}+2^{y-3x}\geq \log_3\left(x+y^2\right)$?

A 11. **B** 7. **C** 6. **D** 10.

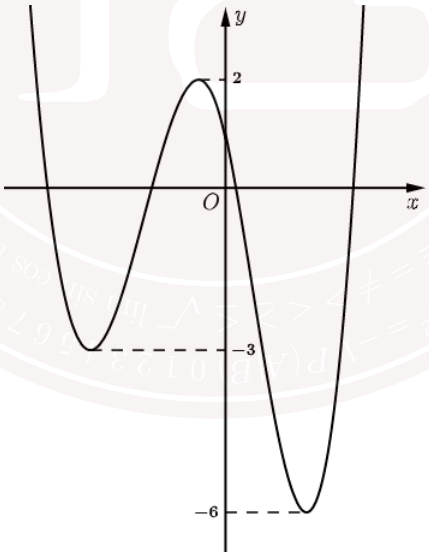
Câu 187. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị gồm hai nhánh parabol hợp lại như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}-\dfrac{m}{5}\right)$ có 4 điểm cực trị?

A 15. **B** 10. **C** 4. **D** 6.

Câu 188. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 4 và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-12;12]$ để hàm số $g(x)=|2f(x-1)+m|$ có 5 điểm cực trị?

A 13. **B** 15. **C** 14. **D** 12.

Câu 189. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $2\leq x,y\leq 2^{2022}$ và thỏa mãn điều kiện

$$x^2+x-xy=x\log_2(xy-x)-2^x$$

A 2022. **B** 9. **C** 10. **D** 11.

Câu 190. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $a \in (1999;4045)$ để $\left(2^a+\dfrac{1}{2^a}\right)^{2022} \le \left(2^{2022}+\dfrac{1}{2^{2022}}\right)^a$?

A 2021. **B** 2022. **C** 2023. **D** 2024.

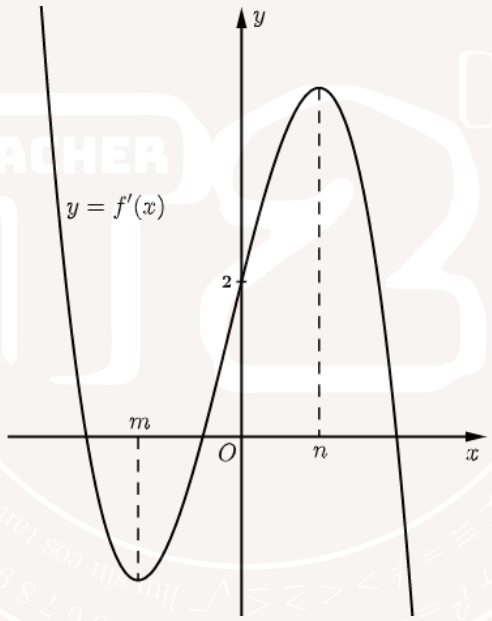
Câu 191. Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-2022;2022]$ sao cho bất phương trình $(2x)^{y+\frac{\log_2 x}{2}} \ge 2^{\frac{3}{2}\log_2 x}$ đúng với mọi x thuộc $(2;4)$?

A 2021. **B** 4044. **C** 2042. **D** 2022.

Câu 192. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $(2f(x)-x)^2 = 4x^6+12x^4+9x^2 \ \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị của $P=M-m$ bằng

A $P=9$. **B** $P=-9$. **C** $P=12$. **D** $P=3$.

Câu 193. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a \ne 0)$, có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $e>n$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f'\left(f(x)-2x\right)$ bằng

Câu 194. Cho hai hàm số $y=x^4-6x^3+5x^2+11x-6$ và $y=x(x-2)(x-3)(m-|x|)$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2). Có bao nhiêu giá trị nguyên m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 4 điểm phân biệt?

A 2022. **B** 2023. **C** 4044. **D** 2021.

Câu 195. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(2^x+3^x-8x+3)\sqrt{3^{2^x}-m}=0$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2021;2022]$ để tập hợp S có đúng hai phần tử?

Câu 196. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

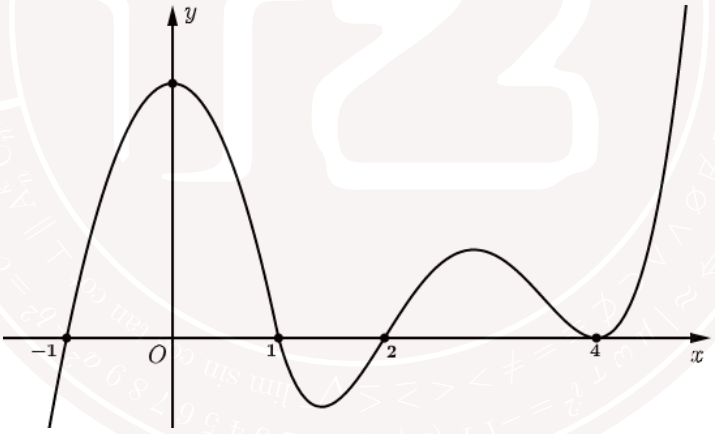
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$4.6^{f(x)}+\left(f^2(x)-1\right).9^{f(x)}-5.4^{f(x)}.m\geq m^2.2^{2f(x)}$$

nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S.

Câu 197. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2022m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?

A 1. **B** 2. **C** 0. **D** 5.

Câu 198. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho với mỗi y bất phương trình $(x+y-4)\left(3^x-y\right)<0$ có nghiệm nguyên và số nghiệm nguyên không vượt quá 5?

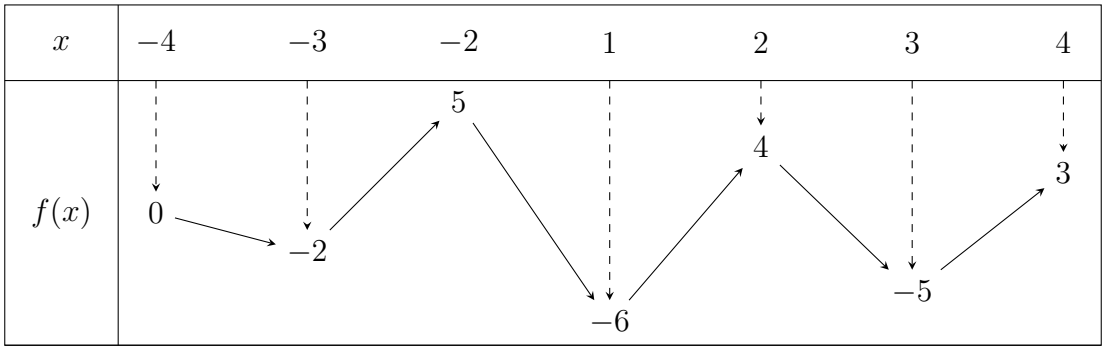
A 10. **B** 8. **C** 9. **D** 7.

Câu 199. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(-2022;2022)$ để tồn tại số thực x sao cho

$$2\log_2\left(x+\sqrt{3}y\right)-2=\log_{\sqrt{3}}\left(x^2+y^2-1\right)$$

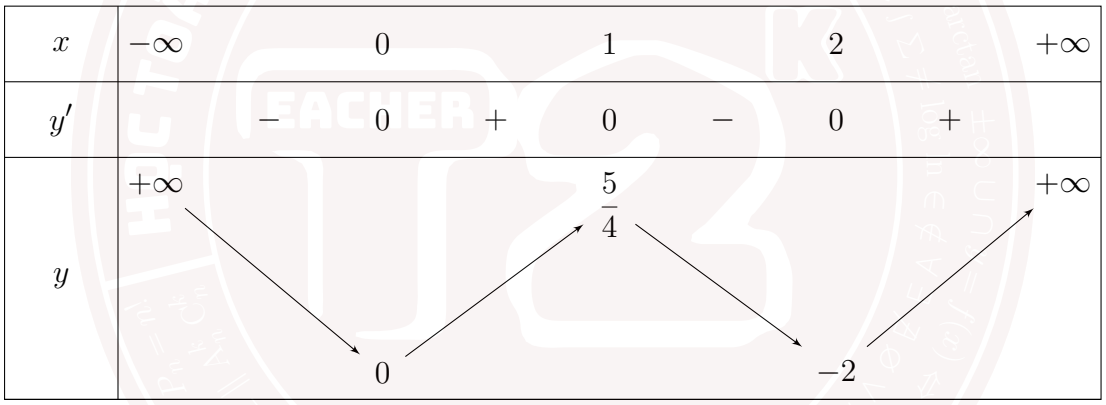
A 5. **B** 2022. **C** 2. **D** 1010.

Câu 200. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như sau



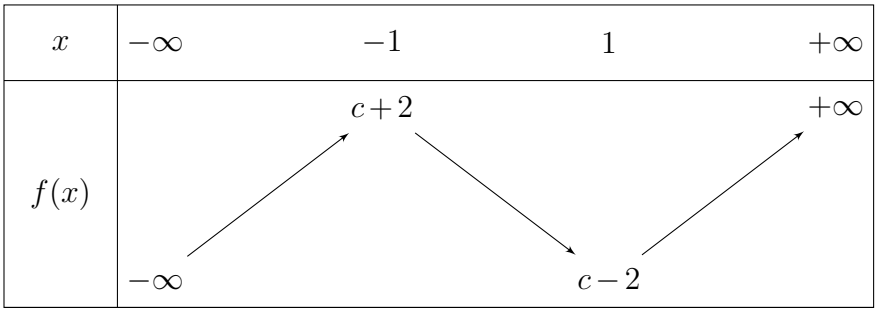
Có tất cả bao nhiêu giá trị $m \in [-4;4]$ để hàm số $g(x) = \left|f\left(x^3+2x\right)+3f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

Câu 201. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x)$ có bảng biến thiên như sau.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20;20)$ để hàm số $y = \left|f\left(x^3+x+1\right)+m-1\right|$ có không quá 2 điểm cực đại?

Câu 202. Cho các số thực a,b,c và các hàm số $f(x)$, $g(x) = f(x)+a$, $h(x) = x\,[f(x)+b]$. Trong đó, $f(x)+f(-x) = 2c \ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Nếu $g(x)$ là hàm số lẻ và $h(x)$ là hàm số chẵn thì phương trình $g(x).h(x) = x$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 203. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2022;2022)$ để bất phương trình $5\ln x \le 2\ln\left[mx\sqrt{2022x-x^2}-\left(2022x-x^2\right)\sqrt{2022-x}\right]$ có nghiệm thực?

Câu 204. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2021)\left(2022-x^2\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|2x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A 2043231. **B** 2041210. **C** 2045253. **D** 2047276.

Câu 205. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $0\le x\le 2022$, $y\ge 2$ và thỏa mãn điều kiện

$$x^2+x-xy=x\log_2(xy-x)-2^x$$

A 2023. **B** 2022. **C** 12. **D** 11.

Câu 206. Có bao nhiêu số nguyên $x\in(-10;10)$ sao cho ứng với mỗi x có ít nhất 8 số nguyên y thỏa mãn $2^{70-6y}+4^{x^2+y}.\log_2(10-x-y)\le 65.4^{x^2+y}$?

A 7. **B** 8. **C** 10. **D** 15.

Câu 207. Cho các số thực a,b,m,n thỏa mãn $2m+n<0$ và

$$\begin{cases}\log_2\left(a^2+b^2+9\right)=1+\log_2(3a+2b)\\ 9^{-m}.3^{-n}.3^{\frac{-4}{2m+n}}+\ln\left[(2m+n+2)^2+1\right]=81\end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{(a-m)^2+(b-n)^2}$.

Câu 208. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10;10)$ để bất phương trình $2a\sqrt{\log_a b}-b\sqrt{\log_b a}>m\sqrt{\log_a b}+1$ đúng với mọi a, b thuộc khoảng $(1;+\infty)$?

A 10. **B** 18. **C** 9. **D** 20.

Câu 209. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 1	$\nearrow$ 4	$\searrow$ 0	$\nearrow$ $+\infty$

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương m. Tổng tất cả các phần tử thuộc S sao cho hàm số $g(x)=f(x+1)+\dfrac{2020}{m}\ln\dfrac{2-x}{2+x}+\dfrac{x^2}{2}+3x+4\ln(2-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ bằng

Câu 210. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức có $f(2)=36$, $f(-2)=-32$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1		-1		-1	$-\infty$

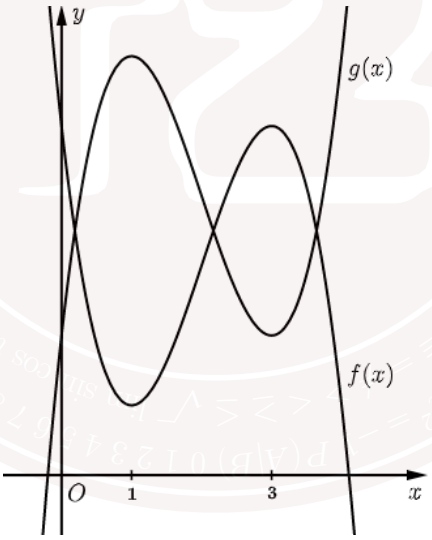
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-50;50)$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(\dfrac{2x-1}{x+1}\right)-\dfrac{6}{2x-1}+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A 63. **B** 34. **C** 36. **D** 62.

Câu 211. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)(3^x-2m)<0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A 3281. **B** 3283. **C** 3280. **D** 3279.

Câu 212. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Biết rằng $x=1$ và $x=3$ đều là các điểm cực trị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$, đồng thời $3f(1)=g(3)+1$, $2f(3)=g(1)+4$, $f(-2x+7)=g(2x-3)-1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên đoạn $[1;3]$ của hàm số $h(x)=f(x)g(x)-g^2(x)+f(x)-4g(x)+2$. Tính tổng $P=M-2m$.

Câu 213. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $1\le x,y\le 2020$ và

$$(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)\le(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)$$

A 4034. **B** 2. **C** 2017. **D** 2017.2020.

Câu 214. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-12)^{2022}\left(x^2-2x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=f\left(x^2-2022x+2021m\right)$ có 3 điểm cực trị dương?

A 4038. **B** 2021. **C** 2020. **D** 2019.

Câu 215. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^5(x+1)^4(x-2)^3$. Hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 1. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

Câu 216. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị?

A 6. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 217. Cho hàm số $f(x)=2022^x-2022^{-x}$. Tìm số nguyên m lớn nhất để $f(m)+f(3m+2021)<0$

A -505. **B** 505. **C** -506. **D** 506.

Câu 218. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $7^{x^2-|y-3x+2|}\log_{|y-3x+2|+5}\left(x^2+5\right)\le 1$?

Câu 219. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $3f'(x)f^2(x)\mathrm{e}^{f^3(x)-x^2-1}=2x\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(x^3-3x^2-m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** 1.

Câu 220. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $2\le x\le 2022$, $1\le y\le 2022$ và $\log_2\sqrt[4]{\dfrac{y+3}{2x+1}}+4^x=2^{y+2}$?

A 1011. **B** 1010. **C** 1009. **D** 1012.

Câu 221. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=3f\left(-x^4+4x^2-6\right)+2x^6-3x^4-12x^2$ là

A 4. **B** 3. **C** 0. **D** 2.

Câu 222. Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-6x^2+9x+m\right)2^{x-2}=2^{x+1}+1$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\in(a;b)$. Giá trị của $T=b^2-a^2$ bằng

Câu 223. Có bao nhiêu số nguyên $a<11$ sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 6 số nguyên $b\in(0;8)$ thỏa mãn $\log_4\left(b^2+12\right)+\log_3\left[(b+7)(a-3)\right]+\log_5(a+19)\geq 7$?

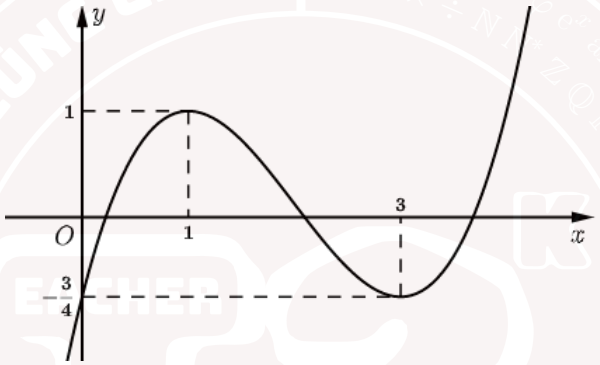
A 6. **B** 5. **C** 7. **D** 4.

Câu 224. Có bao nhiêu giá trị nguyên y thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để bất phương trình

$$\mathrm{e}^{2x}+2(2-y)\mathrm{e}^{x}-4yx-y^2\leq -2022$$

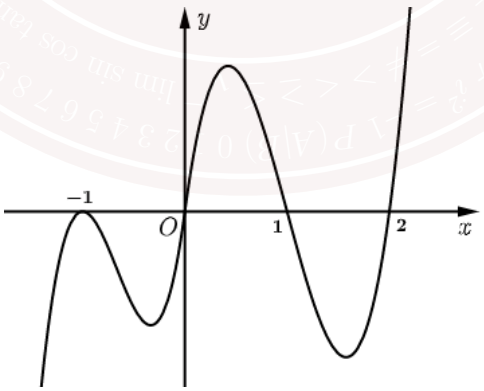
có nghiệm?

Câu 225. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị hàm số $f(2-x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|x^{2023}+2022x-m^2\right|+m\right)\right|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

Câu 226. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f\left(x^2-2|x|+\dfrac{m}{2}\right)$ có 9 điểm cực trị là:

A 11. **B** 13. **C** 10. **D** 12.

Câu 227. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất năm số nguyên $b\in(-10;10)$ thỏa mãn $8^{a^2+b}\leq 4^{b-a}+3^{b+5}+15$?

A 5. **B** 4. **C** 7. **D** 6.

Câu 228. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=\left(x^2-7x+10\right)\left(x^2-2(m+1)x+2m+6\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m không vượt quá 2022 sao cho hàm số $g(x)=f\left(x^2+1\right)$ có 9 điểm cực trị?

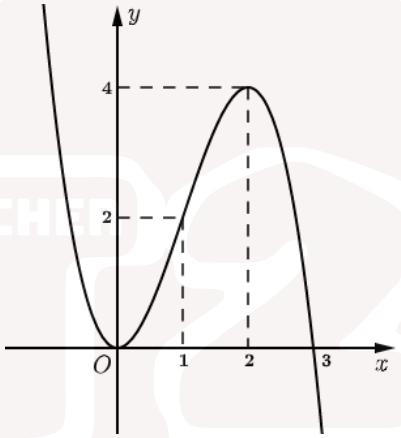
A 2019. **B** 2020. **C** 2023. **D** 2021.

Câu 229. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};3\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{9x}$?

Câu 230. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho hàm số $y=-2x+2+a\sqrt{x^2-4x+5}$ có cực đại?

A 35. **B** 17. **C** 36. **D** 18.

Câu 231. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(-x^3+3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A 4. **B** 6. **C** 3. **D** 2.

Câu 232. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $\left(2^{x+2}-\sqrt{2}\right)(2^x-m)<0$ có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên là

A 31. **B** 63. **C** 32. **D** 64.

Câu 233. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}+\dfrac{x+2}{x+3}+\dfrac{x+3}{x+4}$ và $y=|x+1|-x+m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A $[3;+\infty)$. **B** $(-\infty;3]$. **C** $(-\infty;3)$. **D** $(3;+\infty)$.

Câu 234. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình

$$\log_3\left(x^2+2mx+2m^2-1\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right)\log_3\left(x^2+3\right)$$

nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

Câu 235. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A 523. **B** 15. **C** 56. **D** 55.

Câu 236. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 < y \leq 2022$ và $\log_2\left(\dfrac{3^x-1}{y}\right) = y+1-3^x$?

A 7. **B** 6. **C** 2022. **D** 2021.

Câu 237. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right) \leq 1$?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Câu 238. Cho hàm số $f(x) = (x-1)\,g(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Đồ thị của hàm số $y = |x-1|\,g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 1. **B** 4. **C** 2. **D** 3.

Câu 239. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x^2-4x\right) = m+5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ là

A 12. **B** 14. **C** 13. **D** 11.

Câu 240. Cho đồ thị hàm số $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị là $A(0;3)$ và $B(2;-1)$. Số nghiệm thực của phương trình $4^{f(f(x))} - 2^{f(x)+f(f(x))} + 3.2^{f(f(x))} = 3.2^{f(x)}$ là

A 7. **B** 6. **C** 3. **D** 9.

Câu 241. Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn điều kiện $f'(x)=(x-7)\left(x^2-9\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+x\right|+2m+3\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A 4. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Câu 242. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in[1;6]$ thỏa mãn

$$(3x-y-3)\,\mathrm{e}^x=y\left(2xy-3x^2\right)$$

Câu 243. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa

$$a^{\log_5 8}+2^{\log_5(5a)}=\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\left(6+2b\sqrt{4-b^2}\right)$$

A 11. **B** 10. **C** 9. **D** 2022.

Câu 244. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+\sqrt{12}x-\dfrac{1}{4}(3m+n-24)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số không có điểm cực trị nào và m, n là hai số thực không âm thỏa mãn $3n-m\le 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2m+n$.

Câu 245. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-3 ↗	0

Hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^3}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;+\infty)$?

A Vô số. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Câu 246. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $4<m\le 8$. **B** $0<m\le 2$. **C** $2<m\le 4$. **D** $m>8$.

Câu 247. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời $1\le x\le 2022$ và

$$384.128^{x^2-2x}-6.8^y+6=3y-7x^2+14x$$

A 674. **B** 1348. **C** 1346. **D** 2022.

Câu 248. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f(x)+m}\right)=x^3-m$ có nghiệm $x\in[1;2]$ biết $f(x)=x^5+3x^3-4m$

A 24. **B** 64. **C** 15. **D** 16.

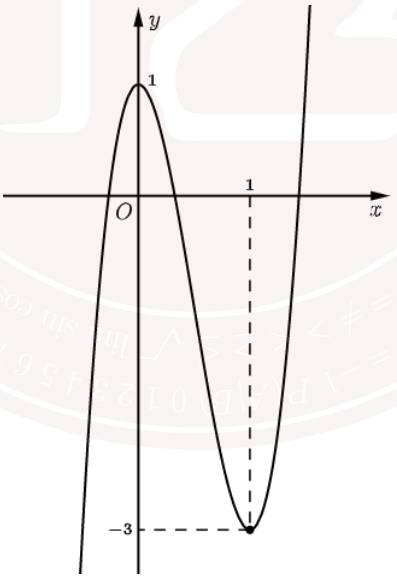
Câu 249. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x)=|f(|6x-5|)+2021+m|$ có 3 điểm cực đại?

A 5. **B** 6. **C** 7. **D** 8.

Câu 250. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|)-(m-3)f(|x|)+m-4=0$ có 7 nghiệm phân biệt?

A 4. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

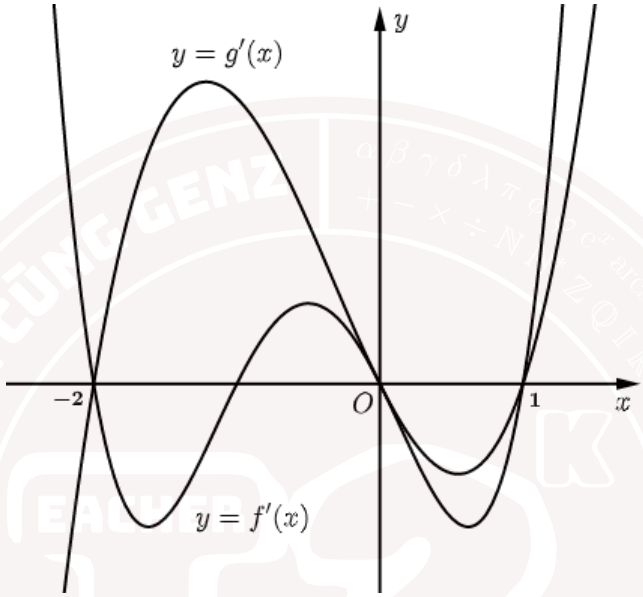
Câu 251. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x^2+4}$ (m là tham số thực). Biết $\max y=2$ khi $m=\dfrac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.

A 72. **B** 9. **C** 69. **D** 71.

Câu 252. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{(x^2-(2m+1)x+2m)\sqrt{x-m}}$. Số giá trị nguyên $m\in[-2022;2023]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận là:

A 2. **B** 0. **C** 2022. **D** 4046.

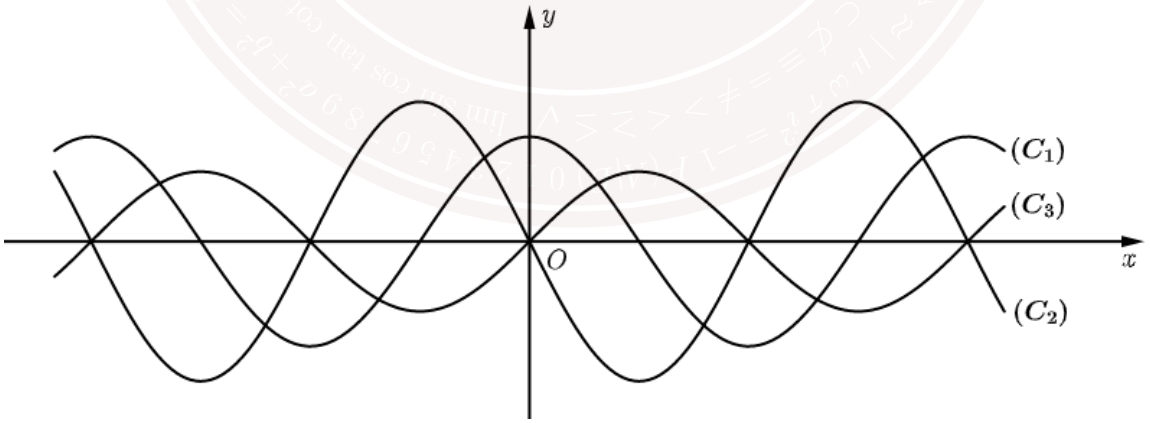
Câu 253. Cho hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x+1)-g(x+1)$ đạt cực tiểu tại điểm?

A $x_0=-1$. **B** $x_0=-2$. **C** $x_0=0$. **D** $x_0=-3$.

Câu 254. Cho các hàm số $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó (C_1), (C_2), (C_3) thứ tự là đồ thị của các hàm số

A $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$. **B** $f'(x)$, $f''(x)$, $f(x)$. **C** $f'(x)$, $f(x)$, $f''(x)$. **D** $f''(x)$, $f(x)$, $f'(x)$.

Câu 255. Cho hàm số $y=x^6+(8+m)x^5+\left(64-m^2\right)x^4+2$. Gọi S là tập hợp các giá trị m nguyên để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 256. Biết đường thẳng $y=x+m$ (m là tham số thực) luôn cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB ngắn nhất là

A $2\sqrt{2}$. **B** $4\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{2}$. **D** $5\sqrt{2}$.

Câu 257. Gọi k_1, k_2, k_3 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ tại $x=2022$ và thỏa mãn $k_1=4k_2=6k_3\neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A $f(2022)\geq 6$. **B** $f(2022)\leq 4$. **C** $f(2022)\leq 6$. **D** $f(2022)\geq 4$.

Câu 258. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)...(x-2022)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là:

A 1011. **B** 1012. **C** 2022. **D** 2023.

Câu 259. Cho đồ thị $(C):y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Gọi A, B, C là ba điểm phân biệt thuộc (C) sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta:y=-3x+10$. Độ dài đoạn thẳng OH bằng

A $OH=5$. **B** $OH=2\sqrt{5}$. **C** $OH=\sqrt{10}$. **D** $OH=\sqrt{5}$.

Câu 260. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa $5\left(25^y+2y\right)=x+\log_5\left(x+1\right)^5-4$ và $0\leq x\leq 4000$?

A 5. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Câu 261. Cho ba số dương x, y, z thỏa mãn $x^3.2^x+2^{x+1}\left(y^3-68-2^{\frac{4z+y-x}{2}}\right)+2^{x+4z}=\ln\dfrac{1}{\mathrm{e}^{2^y}}$ và $x+y^2\geq 18$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_z(xy)$.

Câu 262. Cho hàm $f(x)=\dfrac{x^3-2\cos x-4}{a\cos x+2a}+\dfrac{b}{2}$. Có bao nhiêu số nguyên dương $a\leq 10$ sao cho với mỗi a có ít nhất 6 số nguyên dương b để giá trị biểu thức $T=f\left(\log\left(\dfrac{\log 3}{\log \mathrm{e}}\right)\right)+f\left(\log\left(\dfrac{\log_3 5}{\log_{\mathrm{e}} 5}\right)\right)+\ln\sqrt{\mathrm{e}^b}$ không vượt quá 1?

Câu 263. Cho các số thực dương là a, b, c trong đó $1-\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{ab}>\dfrac{1}{b}$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng? Biết rằng biểu thức $P=\sqrt{5\log_a^2 b+4\log_b^2 c-4\log_a c}+\log_b^2 a-1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A $a=b=c^2$. **B** $a<b=c^2$. **C** $a=\sqrt{c}=b$. **D** $a=b=c$.

Câu 264. Cho hàm số $f(x)=(m+6)x^4-2mx^2+2022$ với m là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[0;3]}f(x)=f(2)$ thì $\min\limits_{[0;3]}f(x)$ bằng:

A 2004. **B** 1990. **C** 1011. **D** 2022.

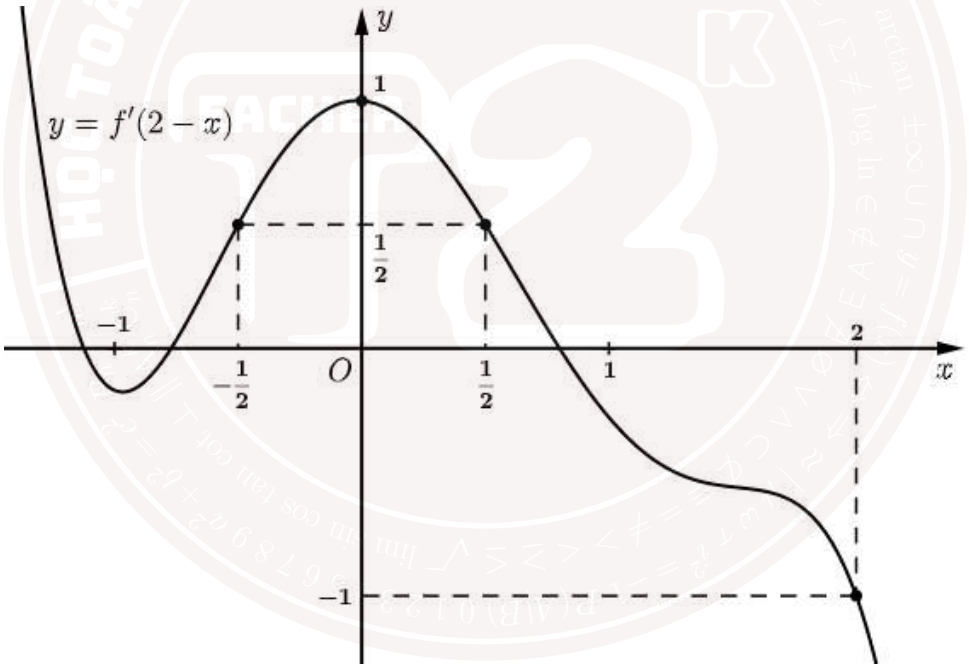
Câu 265. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3-3x+2\right)+2f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 5?

A 5. **B** 6. **C** 10. **D** 8.

Câu 266. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y=f'(2-x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x)=f\left(1+\sin x\right)+\dfrac{\cos^2 x}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{\pi^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc đoạn $[0;2\pi]$?

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** 6.

Câu 267. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-mx^3+6x^2+m-3\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A 5. **B** 6. **C** 4. **D** 7.

Câu 268. Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x+\log_2 x-5\right)\sqrt{7^x-m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A 47. **B** 49. **C** Vô số. **D** 48.

Câu 269. Có tất cả bao nhiêu bộ ba số thực $(x;y;z)$ thỏa mãn đồng thời $2^{\sqrt[3]{x^2}}.4^{\sqrt[3]{y^2}}.16^{\sqrt[3]{z^2}}=128$ và $\left(xy^2+z^4\right)^2=4+\left(xy^2-z^4\right)^2$?

Câu 270. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3\left(x^2+(1-3m)x+2m^2-2m\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để hàm số $g(x)=f(|x|+m)$ có tối thiểu 3 điểm cực trị.

A 8. **B** 10. **C** 9. **D** 11.

Câu 271. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f(5-2x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y	-1	↗	2	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm $g(x)=\left|2f\left(x^2-4x+3\right)-m\right|$ có giá trị lớn nhất?

Câu 272. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-8;+\infty)$ để phương trình $x^2+x(x-1).2^{x+m}+m=\left(2x^2-x+m\right).2^{x-x^2}$ có nhiều hơn hai nghiệm phân biệt?

A 8. **B** 7. **C** 5. **D** 6.

Câu 273. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f^3(x)+3f^2(x)+2020$ là

A 4. **B** 7. **C** 5. **D** 3.

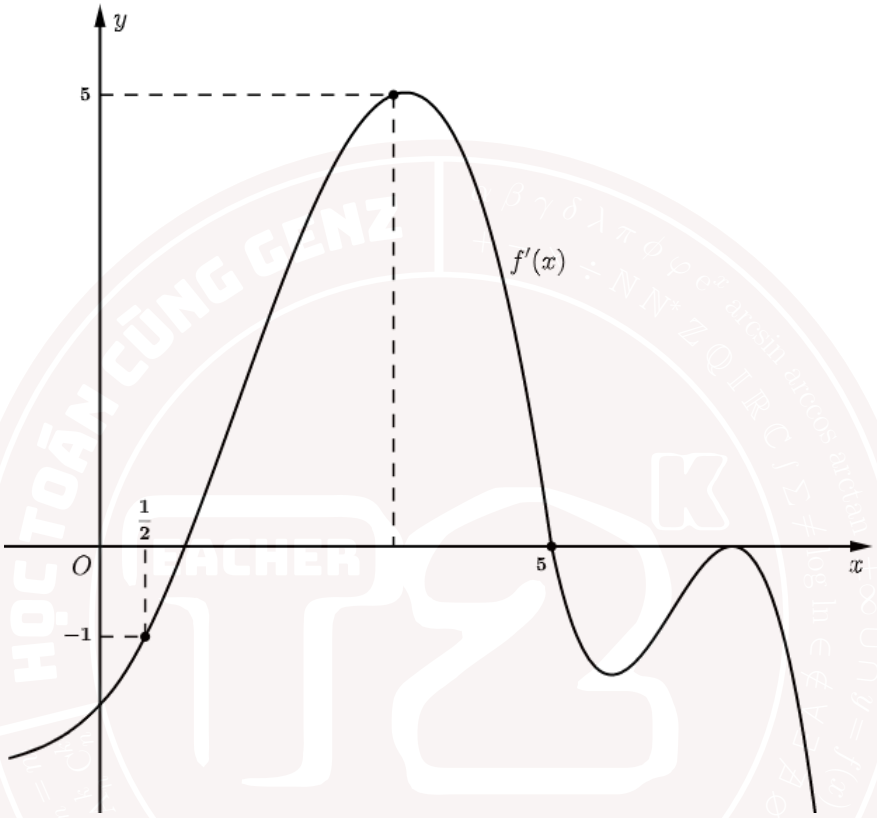
Câu 274. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2f(x)-1)=m$ có đúng 3 nghiệm thực x?

A 484. **B** 486. **C** 485. **D** 3.

Câu 275. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)<0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên dương của bất phương trình $f\left(\dfrac{x^2+1}{x-2}\right)\geq f(10)$. Số phần tử của S là

A Vô số. **B** 7. **C** 5. **D** 6.

Câu 276. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y=f\left(3x+2\right)-x^2+2x-2022$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

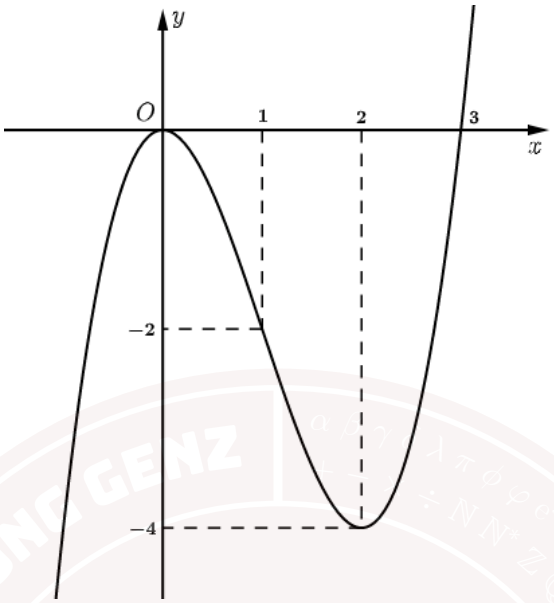
A $\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **B** $\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$. **C** $(-1;0)$. **D** $(0;1)$.

Câu 277. Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		6		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của m để phương trình $3f^2\left(x^2-4x\right)-(m+2)f\left(x^2-4x\right)+m-1=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

Câu 278. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(x)-(m+5)|f(x)|+4m+4=0$ có 7 nghiệm phân biệt là

A 4. **B** 3. **C** 6. **D** -6.

Câu 279. Cho hàm số $y=g(x)$ thỏa mãn $2g^3(x)-6g^2(x)+7g(x)=3-(2x-3)\sqrt{1-x}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2g(x)+x$

A 0. **B** 1. **C** 4. **D** 6.

Câu 280. Số giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1)\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng 3 đường tiệm cận là

A 20. **B** 18. **C** 17. **D** 19.

Câu 281. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $f(x)=\dfrac{1}{7}x^7+\dfrac{6}{5}x^5-\dfrac{m^3}{4}x^4+\left(5-m^2\right)x^3-3mx^2+10x+2020$ đồng biến trên $(0;1)$?

A 21. **B** 20. **C** 22. **D** 19.

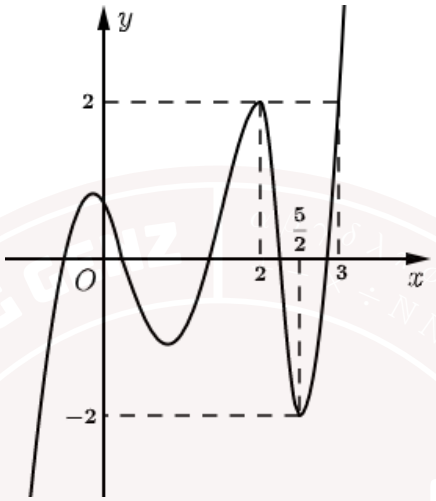
Câu 282. Cho bất phương trình $\ln\dfrac{x^4+x^3+x^2+2}{x^3-3x^2+m}+x^4+4x^2+2-m\geq 0$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in[0;3]$?

Câu 283. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}\dfrac{x^2+y^2+1}{x+y}=x(2-x)+y(2-y)+1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x+3y}{x+y+1}$.

Câu 284. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)\left(x^2+2mx+5\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị?

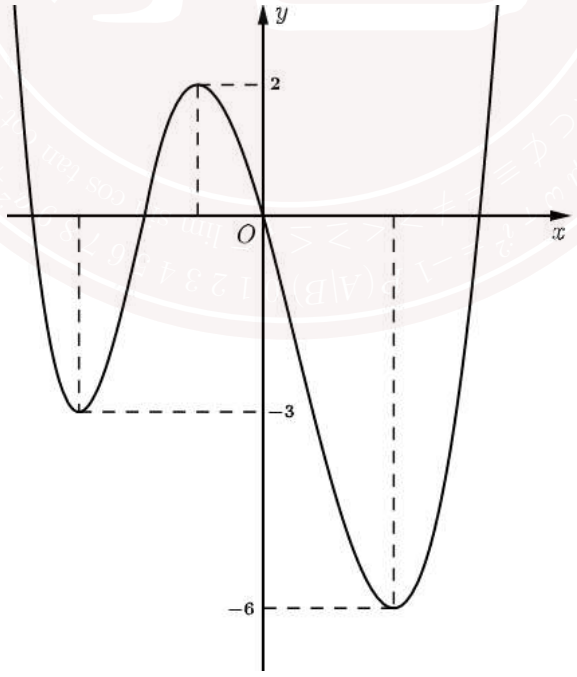
A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Câu 285. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương $m<10$ để phương trình $f\left(2^x+2^{-x}\right)=f\left(2^m+2^{-m}\right)$ có 2 nghiệm phân biệt?

Câu 286. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=\left|f^2(x)-m^2\right|$ có 9 điểm cực trị. Số phần tử của tập S là:

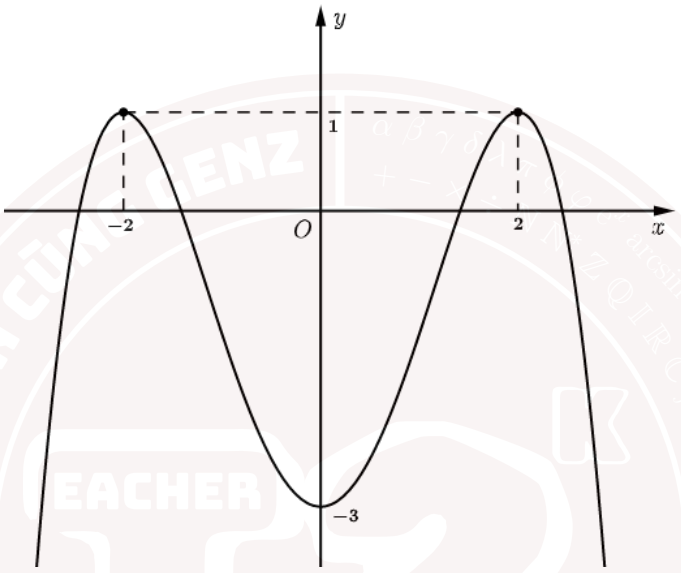
A 4034. **B** 2027. **C** 4032. **D** 2022.

Câu 287. Tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai đường tiệm cận đứng.

A $(0;+\infty)$. **B** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

C $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D** $(-\infty;-12)\cup(0;+\infty)$.

Câu 288. Cho hàm số $f(x)$ là đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\mathrm{e}^{-\frac{1}{x^2}}f^5(x+2)$ là

Câu 289. Tham số m thuộc khoảng nào dưới đây để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có cực đại, cực tiểu mà các điểm cực trị này tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1?

A $m\in(2;4)$. **B** $m\in(0;2)$. **C** $m\in(1;3)$. **D** $m\in(-2;0)$.

Câu 290. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

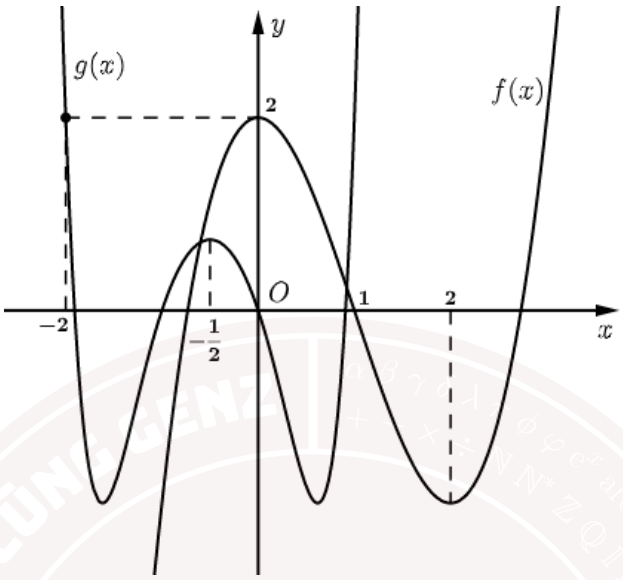
A 38. **B** 28. **C** 14. **D** 52.

Câu 291. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log\sqrt{mx}=\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất là:

A $m<0$ hoặc $m=4$. **B** $-1<m<0$. **C** $m<0$ và $m\geq 4$. **D** $m<0$.

Câu 292. Cho phương trình $\sin x\left(2-\cos 2x\right)-2\left(2\cos^3 x+m+1\right)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$?

Câu 293. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số $g(x)=f\left(ax^2+bx+c\right)$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$ có đồ thị như hình vẽ.

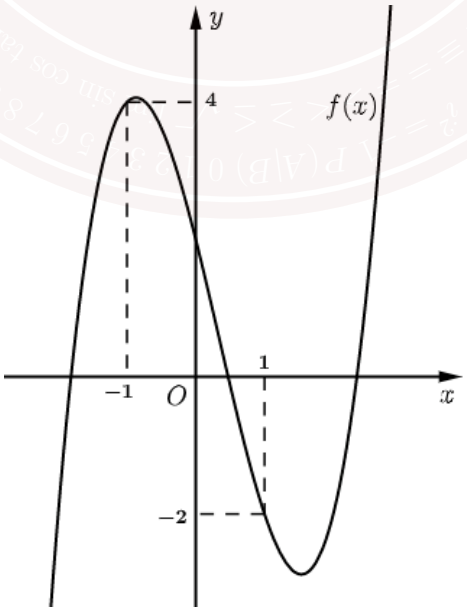


Đồ thị hàm số $y=g(x)$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.

Câu 294. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_6(x+m^2)-\log_5(x+m)}$ chứa không quá 624 số nguyên. Tính số phần tử của tập S.

A 51. **B** 52. **C** 50. **D** 53.

Câu 295. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính giá trị của biểu thức $T=f(a-b+c-d+5)+f\left(f(a+b+c+d+3)+3\right)$.

A $T=2$. **B** $T=-4$. **C** $T=8$. **D** $T=-6$.

Câu 296. Số các giá trị nguyên m để bất phương trình $2^{2x^2+2x-2}-2^{x^2+4x+m}-2^{x^2-2x-m}+4<0$ có không quá 6 nghiệm nguyên là

Câu 297. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=0$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	3	↘	1	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm số giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x)=\left|f\left(-\frac{3}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2+1\right)+2f\left(|m|\right)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;2]$ là 6.

Câu 298. Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x-\log_5 a^2}\le 25^{40-y^2}$ với mọi số thực dương a. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+x-3y$ bằng

Câu 299. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2022x}-\mathrm{e}^{-2022x}+\ln^{2023}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$. Trên khoảng $(-25;25)$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f\left(\mathrm{e}^{x+m}+m\right)+f\left(x-x^2-\ln x^2\right)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A 24. **B** 25. **C** 48. **D** 26.

Câu 300. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=-f\left(4x-x^2\right)-\frac{1}{3}x^3+3x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A $-\frac{35}{3}$. **B** -12. **C** 3. **D** $-\frac{29}{3}$.

Câu 301. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, với a,b,c là các số thực, $a\neq 0$. Biết $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, hàm số có 3 điểm cực trị và phương trình $y=0$ vô nghiệm. Hỏi trong 3 số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 0.

Câu 302. Cho các số dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $b>a>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_a b+\dfrac{1}{\log_a b-1}$.

A $2\sqrt{2}$. **B** $\dfrac{13}{4}$. **C** 3. **D** $3\sqrt{2}$.

Câu 303. Cho hàm số đa thức $y=f(2x-1)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\dfrac{3}{2}$		$\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(2x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(2x-1)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

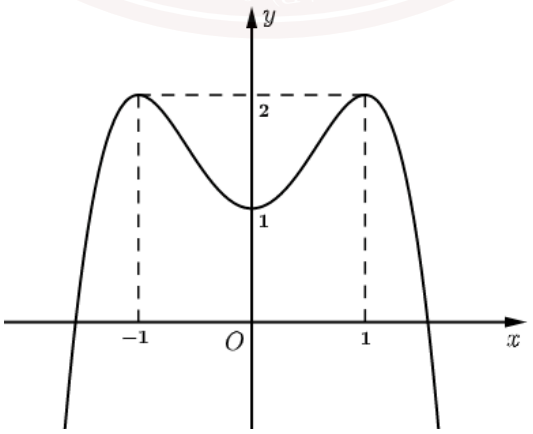
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(f^2(x)-\dfrac{1}{4}m\right)$ có 13 điểm cực trị?

A 3. **B** 2. **C** 4. **D** 6.

Câu 304. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x^2+4}$ với a, b là tham số. Nếu $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(-1)=-1$ thì $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)$ bằng

A $\dfrac{11}{20}$. **B** $\dfrac{5}{12}$. **C** $\dfrac{3}{4}$. **D** $\dfrac{1}{4}$.

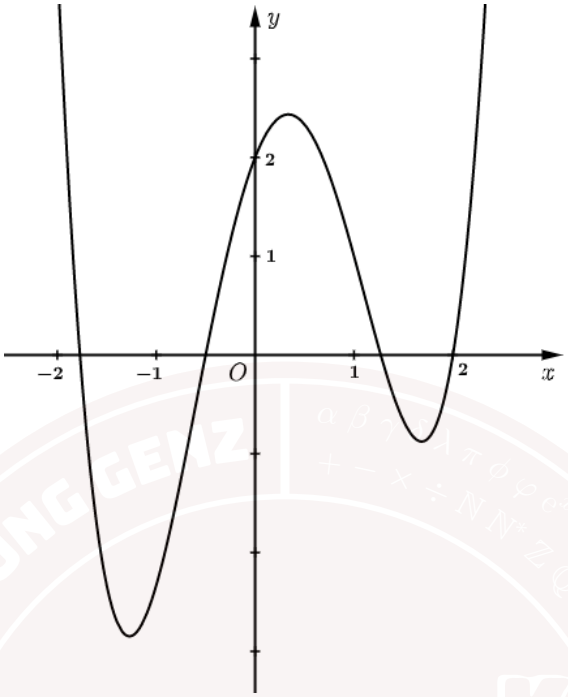
Câu 305. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f(x)\left|f'(x)\right|-3f'(x)=0$ là:

A 8. **B** 7. **C** 6. **D** 9.

Câu 306. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau.

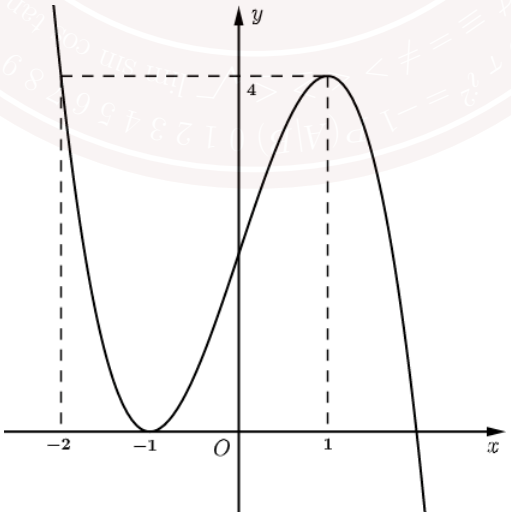


Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^3-3x^2\right)-\dfrac{3}{4}x^4+2x^3+2022$ là

Câu 307. Biết phương trình $2022^x-2022^{\sqrt{2x+1}}=1-x^2+2\sqrt{2x+1}$ có một nghiệm dạng $x=a+\sqrt{b}$ (trong đó a, b là các số nguyên). Tính $a+b^3$.

A 3. **B** 10. **C** 7. **D** 9.

Câu 308. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $g(x)=f\left(2x-3\right)-\ln\left(1+x^2\right)-2mx$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$?

A 2020. **B** 2021. **C** 2018. **D** 2019.

Câu 309. Tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $9^{1-\frac{1}{x^2}} - a.3^{1-\frac{1}{x^2}} + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

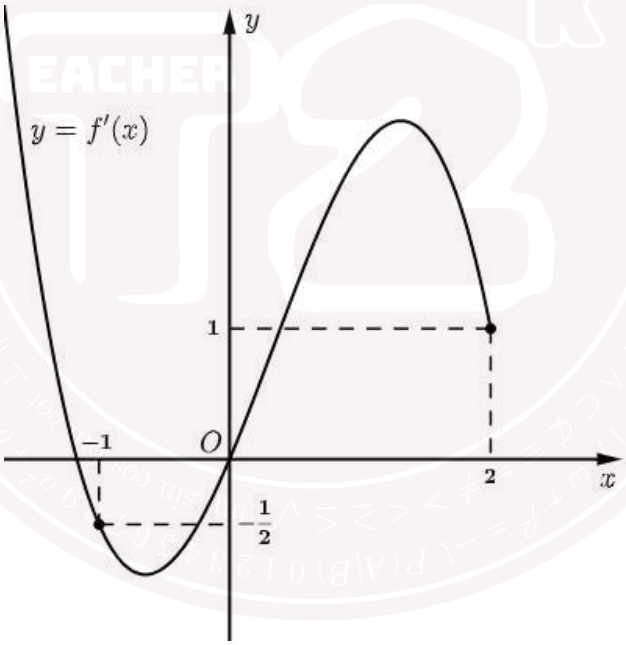
A 7. **B** 5. **C** 2. **D** 1.

Câu 310. Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để phương trình $2^x + 3 = m\sqrt{4^x + 1}$ có hai nghiệm thực phân biệt là $m \in \left(a; \sqrt{b}\right)$. Tính $S = 3a + 5b$.

A 32. **B** 45. **C** 36. **D** 59.

Câu 311. Tìm giá trị nhỏ nhất của giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \left|\dfrac{x^2 + m(2x - y) - y}{x + 1}\right|$ khi m thay đổi. Cho biết $x, y \in \mathbb{R}$, $x \in [0; 2]$ và thỏa mãn điều kiện $\dfrac{2^{2x+y} + x - y - 1}{2^y} = 2.2^{x+y}$.

Câu 312. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ (với $ae < 0$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = \left|8f(x) - 2x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 4. **B** 2. **C** 5. **D** 3.

Câu 313. Có bao nhiêu số nguyên dương $a \leq 2023$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

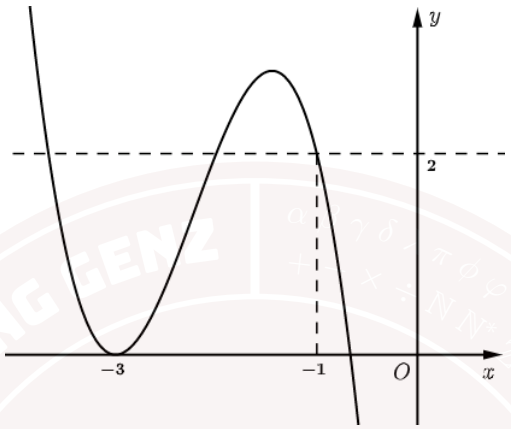
$$x(\ln a + \mathrm{e}^x) \leq \mathrm{e}^x(1 + \ln(x \ln a))$$

Câu 314. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn $\mathrm{e}^a = 3^b$ và $a^2 + b^2 < 9$?

A Vô số. **B** 5. **C** 6. **D** 4.

Câu 315. Xét hai số thực a,b thỏa mãn $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ là hai số thực x,y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(2a-x)^2+(b-y)^2$ bằng

Câu 316. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x^2+x}}{xf^2(x)-2xf(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

Câu 317. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x+2)$ với mọi x. Số các giá trị nguyên m sao cho hàm số $y=f\left(\left|2x^3+3x^2-12x-m\right|\right)$ có 11 điểm cực trị là

Câu 318. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

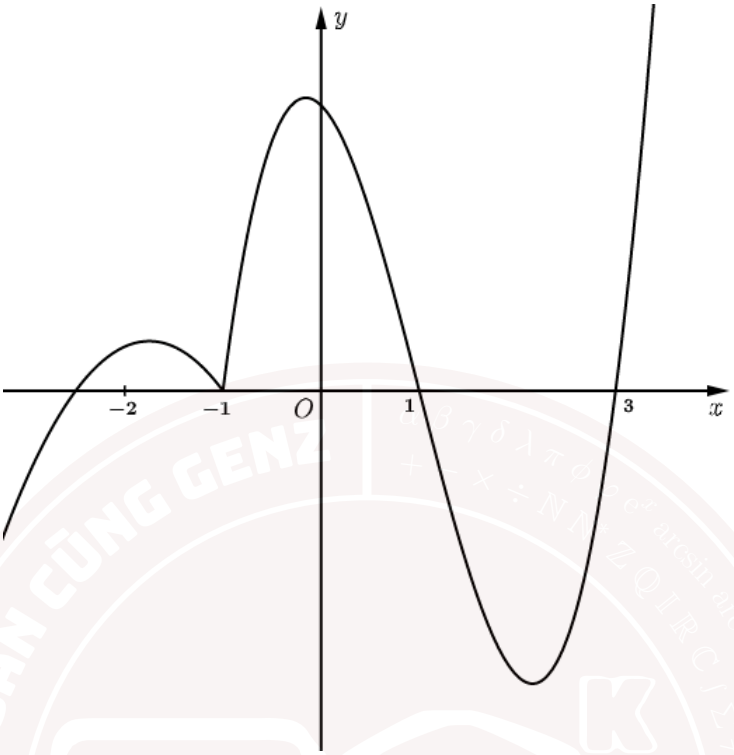
x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt?

A 19. **B** 21. **C** 20. **D** 18.

Câu 319. Có bao nhiêu số nguyên của tham số $m\in(-5;5)$ để đồ thị hàm số $y=\left|x^4-3mx^2-4\right|$ có đúng ba điểm cực trị A,B,C và diện tích tam giác ABC lớn hơn 4?

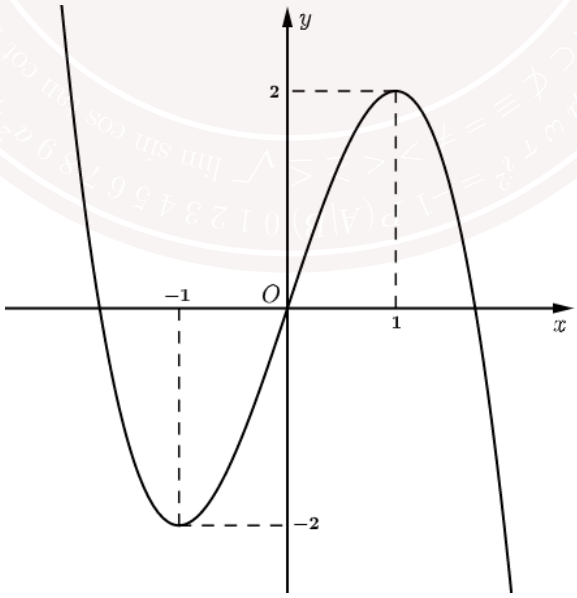
Câu 320. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\left(x^3-x^2+x-m\right)f(x)\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[-2;\dfrac{5}{2}\right]$?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 0.

Câu 321. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;2023]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mf(x)+100}{f(x)+m}\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

Câu 322. Kí hiệu S là tập tất cả số nguyên m sao cho phương trình $3^{x^2+mx+1}=(3+mx)3^{9x}$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;9)$. Số phần tử của S là

Câu 323. Cho $a,b>0$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\log_5\sqrt{a^2+b^2}+\log_5\left(\dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ bằng

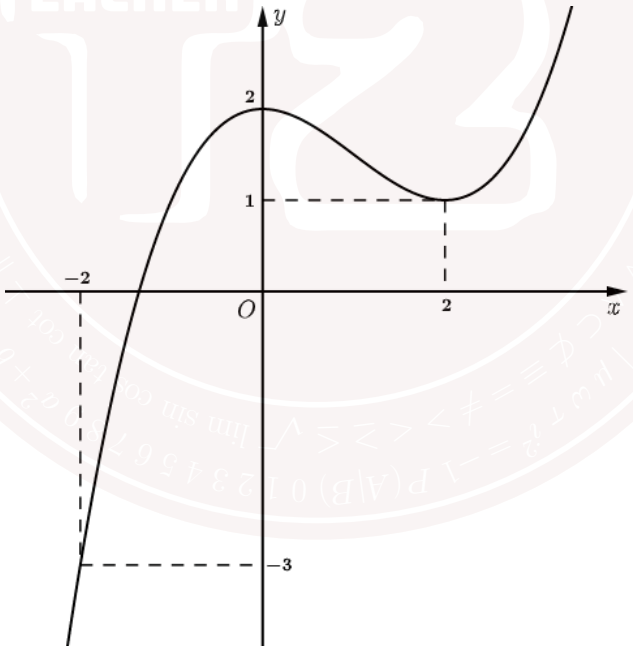
A 1. **B** 2. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 324. Xét tất cả các cặp số nguyên dương $(a;b)$, ở đó $a\geq b$ sao cho ứng với mỗi cặp số như vậy có đúng 50 số nguyên dương x thỏa mãn $|\ln a-\ln x|<\ln b$. Hỏi tổng $a+b$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Câu 325. Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+x\right)-x^2+2x+m$. Biết hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\max\limits_{[0;10]}f(x)=f(2)=4$. Giá trị của tham số m để $\max\limits_{[0;2]}g(x)=8$ là

A 4. **B** -1. **C** 5. **D** 3.

Câu 326. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

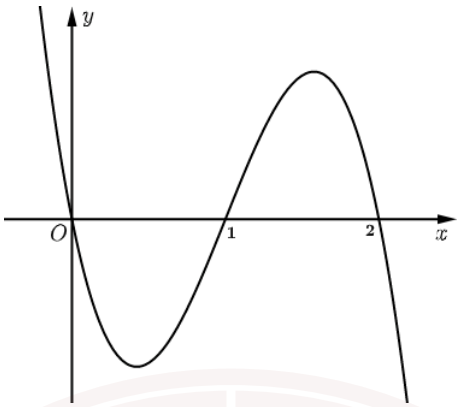


Phương trình $2f^2(x)-(x+2)f(x)-x^2+5x-4=0$ có số nghiệm thực là

A 6. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 327. Cho hàm số $y=x^3-(2+m)x^2-\left(2m^2-3m-1\right)x+2m^2-2m$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương theo thứ tự tăng dần lập thành một cấp số cộng. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

Câu 328. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(1+x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(-x^2+2x-2022+m\right)+\sqrt{m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A 2023. **B** 2022. **C** 2021. **D** 2024.

Câu 329. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $|m|<2023$ và phương trình $\log_{16}(mx)=\log_2\left(\sqrt{x+1}\right)$ có nghiệm thực duy nhất?

A 2024. **B** 2025. **C** 2023. **D** 2022.

Câu 330. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-25\right)x^2+|m+2005|$ có một điểm cực đại?

A 8. **B** 9. **C** 10. **D** 11.

Câu 331. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để có duy nhất cặp $(x;y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} 2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x \\ \log_{x^2+y^2+1}(2x+4y+m)=1 \end{cases}$$

Tổng các phần tử của S bằng

Câu 332. Cho các hàm số $f(x)=-2x^3+3x^2-4x+\dfrac{5}{2}$, $g(x)=\dfrac{x^3}{1-3x+3x^2}$. Với mỗi số nguyên dương n, ta đặt $u_n=f\left(g\left(\dfrac{1}{n+1}\right)\right)+f\left(g\left(\dfrac{2}{n+1}\right)\right)+f\left(g\left(\dfrac{3}{n+1}\right)\right)+...+f\left(g\left(\dfrac{n}{n+1}\right)\right)$. Hỏi trong 2022 số hạng đầu của dãy số (u_n) có bao nhiêu số hạng là số chính phương?

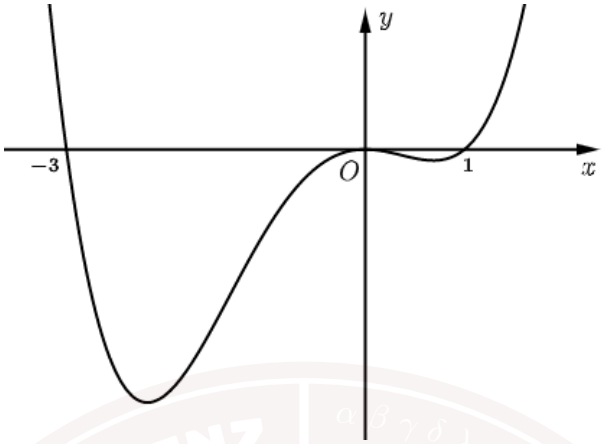
Câu 333. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\log_{2023}(x+m)+\log_{\frac{1}{2023}}\left(x^2-x+2m\right)=0$$

có đúng một nghiệm thực. Tính tổng các phần tử của S.

A 0. **B** -3. **C** 3. **D** -2.

Câu 334. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức có $f(-3)<0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



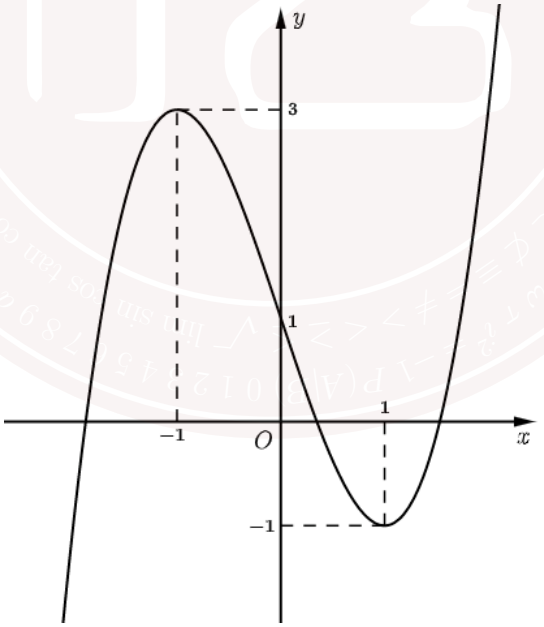
Tìm số điểm cực đại của hàm số $g(x)=f^{1982}(x-1)$.

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Câu 335. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;10]$ để bất phương trình $\log_2 \dfrac{x^2+2x+m+1}{x^2+2x+2} \geq 2x^2+4x+7-2m$ có nghiệm. Số phần tử của tập hợp S bằng

A 9. **B** 7. **C** 10. **D** 8.

Câu 336. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mf(x)-9}{f(x)-m}$ nghịch biến trên $(-1;1)$ là

A 0. **B** Vô số. **C** 3. **D** 2.

Câu 337. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $125.5^{x^2}-\left(12x^2-12m+37\right)5^m=0$ có hai nghiệm phân biệt?

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Câu 338. Xét hàm số $f(t)=\dfrac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\begin{cases} f(x)+f(y)=1 \\ \mathrm{e}^{x+y}\le \mathrm{e}.(x+y) \end{cases}$. Tìm tổng các phần tử của tập S.

Câu 339. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-25;0)$ sao cho hàm số

$$y=\left(x^4-5\right)\mathrm{e}^x-mx^2-\left(m^2-m\right)x+2$$

luôn đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

Câu 340. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	4	↘		↗	3	↘	
	2				1				2

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt?

Câu 341. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		3		14		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	↗	20	↘	18	↗	72	↘	0	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m trên đoạn $[-2022;2023]$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^3}{9}\right)-\dfrac{m\left(x^2+9\right)^2}{18}$ nghịch biến trên khoảng $(0;5)$?

Câu 342. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0;100]$ để bất phương trình $4^{2x-m}-4.2^{3x-2m}+4.2^{x-m}<1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;4]$?

A 99. **B** 92. **C** 98. **D** 93.

Câu 343. Cho x,y là các số thực thỏa mãn $x>y>1$. Biểu thức $A=\log_{\frac{x}{y}}^{2}x^3+\dfrac{8}{3}\log_y\left(\dfrac{x}{y}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi

A $x=y^4$. **B** $x=y$. **C** $x^4=y$. **D** $x=4y$.

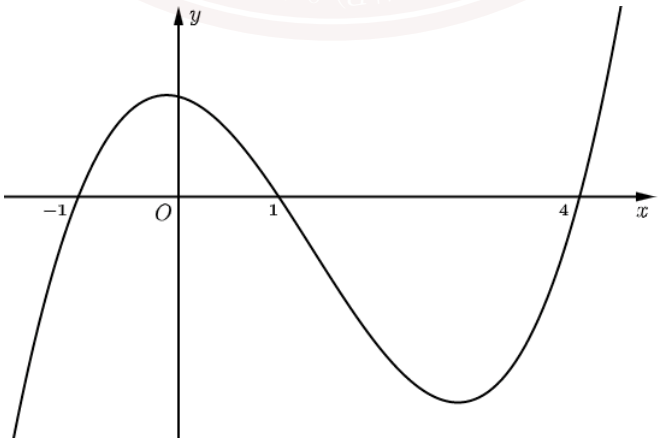
Câu 344. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Hàm số $g(x)=f(x+2)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘		↗	2	↘	
			-2				$-\infty$

Tổng tất cả các giá trị nguyên m để tập nghiệm của phương trình $\sqrt{4+mx^2}.f\left(f(x)-m\right)=0$ có 5 phần tử bằng

Câu 345. Cho x và y là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(y-10^x)^{2022}+(\mathrm{e}^y-x\ln 10)^{2022}$ bằng

Câu 346. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Biết $-3a+4b-c+2d+e<0$. Hàm số $y=|f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 5. **B** 7. **C** 3. **D** 9.

Câu 347. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^{2023}\left(x^2+(m+2)x-1-m\right)$ với m là tham số thực. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$?

A 2023. **B** 2021. **C** 2022. **D** 2024.

Câu 348. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $2\log_2(x-3)+(2m+5)\log_{\sqrt{x-3}}2=2m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<x_2<5$.

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Câu 349. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đối xứng với đồ thị của hàm số $y=2022^x$ qua điểm $I(1;1)$. Giá trị của biểu thức $f\left(2+\log_{2022}\dfrac{1}{2023}\right)$ bằng

A -2021. **B** -2023. **C** -2020. **D** 2020.

Câu 350. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=x^4+2mx^3+(2m+3)x^2+2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=0$?

A 6. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 351. Tập hợp tất cả các số thực x không thỏa bất phương trình $7^{x^2-16}+\left(x^2-16\right).2022^{x-4}\geq 1$ là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A 2022. **B** 8. **C** 16. **D** 7.

Câu 352. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $\widehat{AOB}$ nhọn?

A 6. **B** 7. **C** 4. **D** 5.

Câu 353. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left|x^3+x^2-5x-m+2\right|=\left|x^3-x^2-x-2\right|$ có 5 nghiệm phân biệt?

Câu 354. Số giá trị nguyên m để phương trình $\mathrm{e}^{x^2+m}=x^2+m+1$ có nghiệm $x\in(-1;5)$ là

A 23. **B** 24. **C** 25. **D** 26.

Câu 355. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2-x+2+a\ln\left(x^2-x+1\right)\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của a bằng

Câu 356. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-mx+2m}{x-2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

Câu 357. Tập tất cả các giá trị m để bất phương trình $\log_2^2 x-(2m+5)\log_2 x+m^2+5m+4<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[2;4]$ là

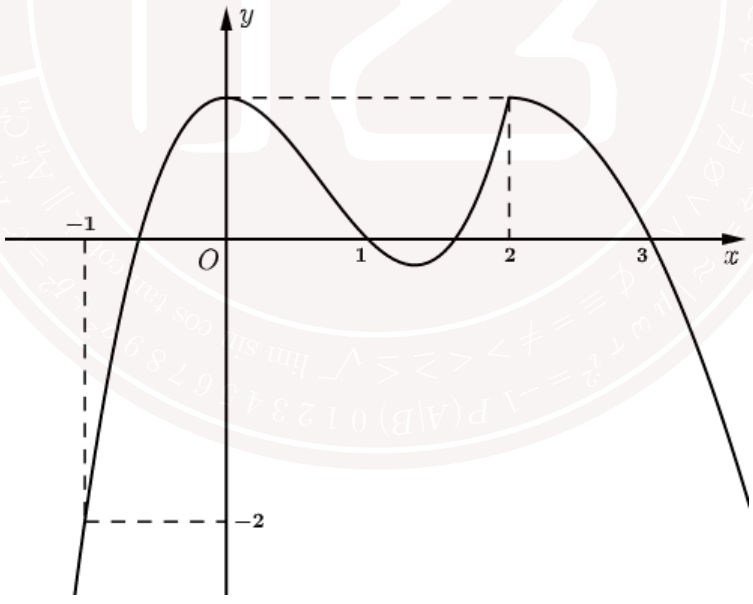
Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $[0;1]$. Ⓒ $(-2;0)$. Ⓓ $[-2;0]$.

Câu 358. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m\right|$ trên đoạn $[-2;3]$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Câu 359. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng

Câu 360. Biết x, y là các số thực thỏa mãn $10^{2x+3-y^2}\geq a^{2x-\log a}$ với mọi số thực $a>0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3x+4y$.

Câu 361. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-\dfrac{x^6}{3}+x^4-x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;0)$. Ⓑ $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. Ⓒ $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. Ⓓ $(0;1)$.

Câu 362. Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 bằng

Câu 363. Cho phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+(x+2)^2(x-1)+8=2^m+3m$ (m là tham số). Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$?

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** 2.

Câu 364. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	4	↘	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}$ có nghiệm trên khoảng $(1;2)$?

A 0. **B** 10. **C** 5. **D** 4.

Câu 365. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2\left(x^2+mx+9\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A 6. **B** 5. **C** 7. **D** 8.

Câu 366. Cho a,b là các số thực thay đổi thỏa mãn $\log_{a^2+b^2+20}(6a-8b-4)=1$ và c,d là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\sqrt{c^2+c+\log_2\dfrac{c}{d}-7}=\sqrt{2(2d^2+d-3)}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\sqrt{(a-c+1)^2+(b-d)^2}$ là

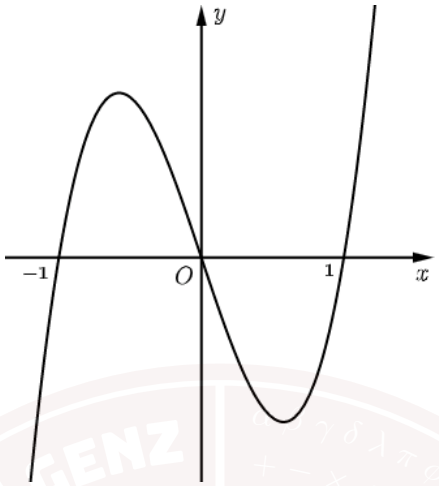
Câu 367. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3-m$ và điểm $I(2;-2)$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$.

Câu 368. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(\mathrm{e}^x-1)\ln(mx+1)+2\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^{2x}+1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5?

Câu 369. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(2x^2+y\right)\geq\log_3(x+y)$?

A 21. **B** 40. **C** 20. **D** 39.

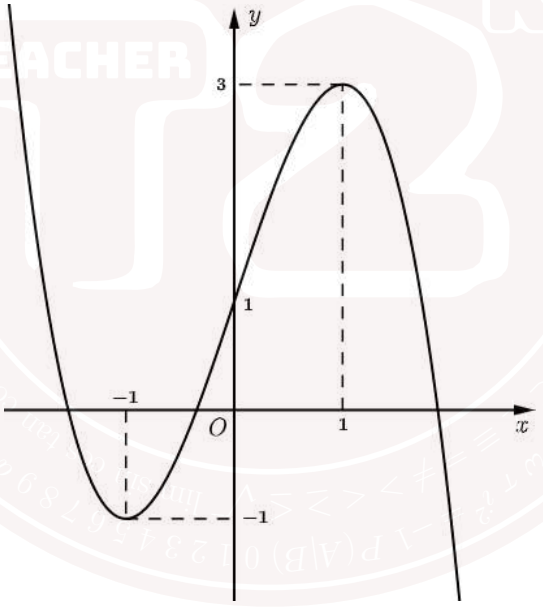
Câu 370. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+a$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f(1-2x)f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(0;2)$. **B** $(3;+\infty)$. **C** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D** $(-\infty;0)$.

Câu 371. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(f(\cos x))=m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Câu 372. Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2022;2022]$ để phương trình $\log(mx)=2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A 2023. **B** 2022. **C** 4045. **D** 4044.

Câu 373. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x+y>0$, $-20\le x\le 20$ và

$$\log_2(x+2y)+x^2+2y^2+3xy-x-y=0$$

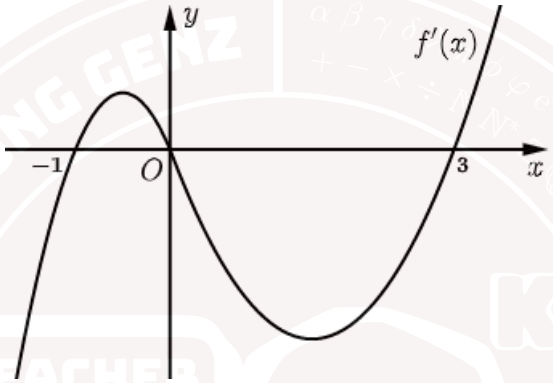
A 6. **B** 10. **C** 19. **D** 41.

Câu 374. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Số phần tử của S là

A 2021. **B** 2022. **C** 2023. **D** 4045.

Câu 375. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx+\sqrt{x^2+x+1}$ có tiệm cận ngang?

Câu 376. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có $f(0)=-1$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(|f(x)-3|\right)$ là

A 9. **B** 8. **C** 7. **D** 10.

Câu 377. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 8. Tính tổng các phần tử của S.

A -7. **B** 2. **C** 0. **D** 5.

Câu 378. Cho hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d:y=ax+2b-4$. Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B đối xứng nhau qua gốc toạ độ O. Tính $P=ab$.

Câu 379. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left(8.64^x-m\right)^3-162.4^x-27m=0$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;1]$?

A 487. **B** 489. **C** 483. **D** 485.

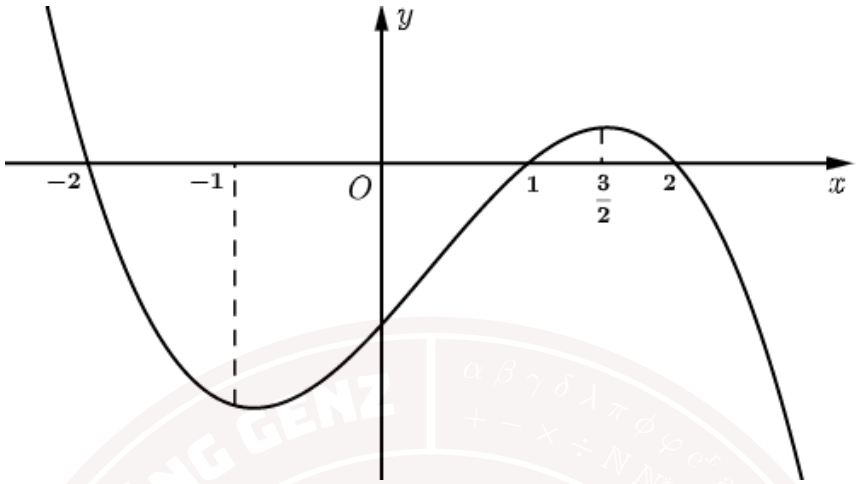
Câu 380. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$1+\log_3\left(x^2+1\right)\geq\log_3\left(mx^2+2x+m\right)$$

có nghiệm đúng với mọi số thực x?

A 6. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Câu 381. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(2)\le f(-2)=2020$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

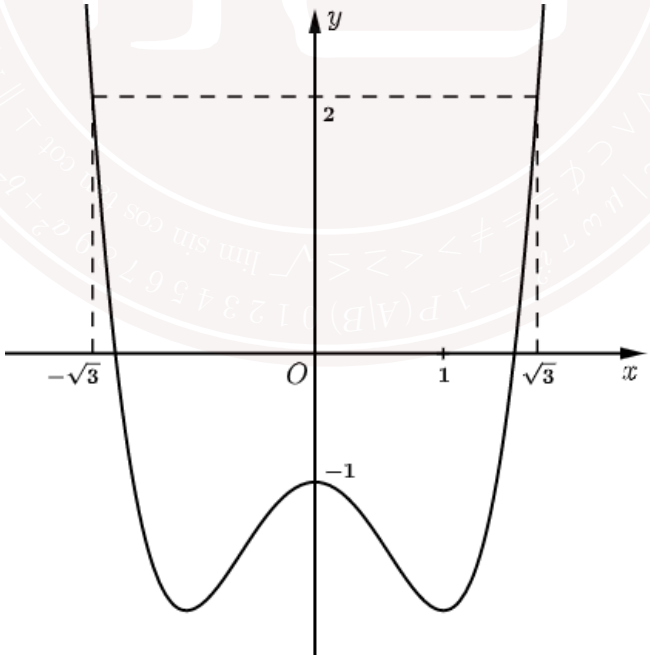


Hàm số $g(x)=(2020-f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng

A $(0;2)$. **B** $(-2;-1)$. **C** $(1;2)$. **D** $(-2;2)$.

Câu 382. Cho hàm số $f(x)=-x^7+\left(2m^2-3m\right)x^4+\left(2m^3-5m^2+3m\right)x^2+2022$. Gọi S là tập tất cả các giá trị m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 383. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(\sqrt{3}\right)$. **B** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(0)$.

C $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f(1)$. **D** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} h(x)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

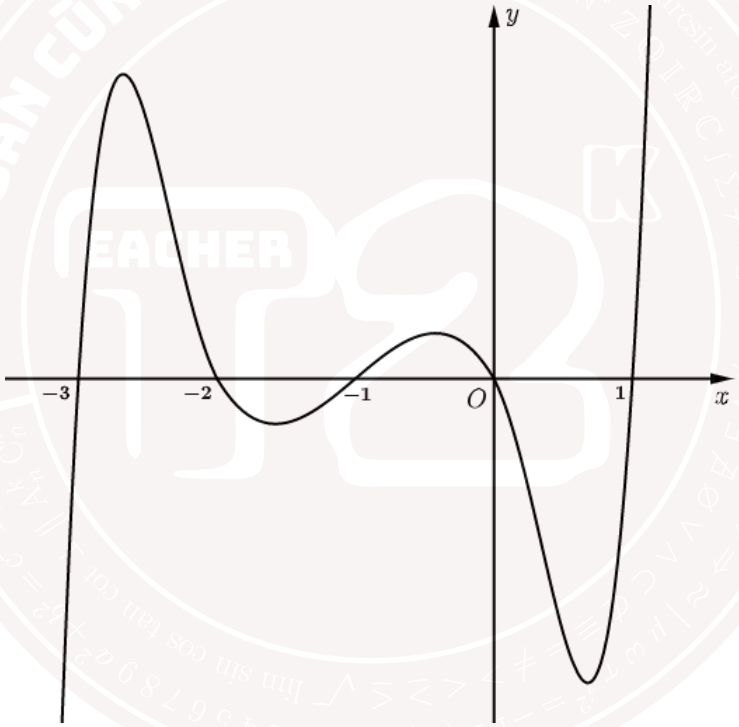
Câu 384. Cho phương trình $\log_3 \dfrac{2x-1}{27x^2-54x+9m} = 3x^2-8x+m-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Tổng các phần tử của S bằng:

A 4. **B** 5. **C** 6. **D** 7.

Câu 385. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=x^{2022}(x-2)^{2021}\left(x^2-8x+m^2-3m-4\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị. Số phần tử của S là:

A 7. **B** 6. **C** 4. **D** 5.

Câu 386. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $\left[f\left(x^2+2x\right)\right]'$ như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m với $2022m\in\mathbb{Z}$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-1|-2x+m\right)$ có 9 điểm cực trị?

A 2020. **B** 2023. **C** 2021. **D** 2022.

Câu 387. Có bao nhiêu giá trị nguyên y sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

$$\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$$

Câu 388. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=ax^4+3x^2+cx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại $x=1$?

Câu 389. Tổng tất cả các nghiệm thuộc $(0;4\pi)$ của phương trình $2022^{\sin^2 x}-2022^{\cos^2 x}=2\ln(\cot x)$ bằng:

A 18π. **B** 8π. **C** 7π. **D** 16π.

Câu 390. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a tồn tại ít nhất 6 số nguyên $b\in(-12;12)$ để bất phương trình $a\left[1+x\mathrm{e}^{x-1}(1-\ln x)\right]+b\mathrm{e}^{x-b-1}\le 0$ luôn có nghiệm $x\in(0;1)$?

Câu 391. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh của (C) và các tiếp tuyến của (C) tại A, B cắt các đường tiệm cận ngang và đứng của (C) lần lượt tại M, N, P, Q. Diện tích tứ giác $MNPQ$ có giá trị nhỏ nhất bằng

Câu 392. Cho $f(x)=x^3-3x^2+1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A 7. **B** 6. **C** 4. **D** 9.

Câu 393. Giả sử đồ thị hàm số $y=\left(m^2+1\right)x^4-2mx^2+m^2+1$ có 3 điểm cực trị là A, B, C mà $x_A<x_B<x_C$. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Giá trị của m để thể tích của khối tròn xoay đó lớn nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

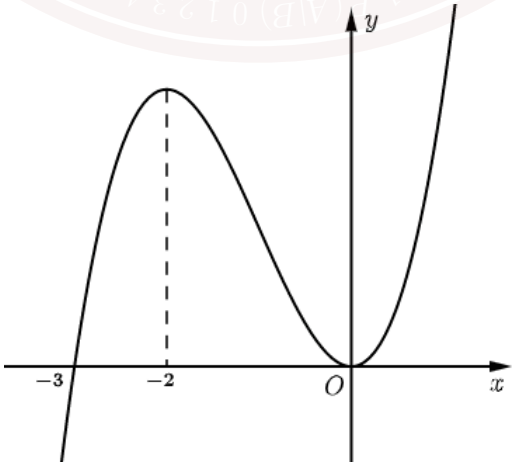
A $(2;4)$. **B** $(0;2)$. **C** $(4;6)$. **D** $(-2;0)$.

Câu 394. Cho x là số nguyên dương và y là số thực. Có tất cả bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thỏa mãn

$$\ln(1+x+2y)=2y+3x-10$$

A 10. **B** Vô số. **C** 11. **D** 9.

Câu 395. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tính tổng tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=f(2|f(x)|+f(x))$ bằng

A -2. **B** 2. **C** -5. **D** 0.

Câu 396. Cho hàm số $f(x)=(x-1)(x-2)...(x-2022)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2022;2022]$ để phương trình $f'(x)=(m+1)f(x)$ có 2022 nghiệm phân biệt?

Câu 397. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(0;2023)$ để phương trình $\left|2^{|x|+1}-8\right|=\dfrac{3}{2}x^2+m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

Câu 398. Cho bất phương trình $m.3^{x+1}+(3m+2)\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2022;2023)$ để bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0]$?

A 2023. **B** 2022. **C** 2021. **D** 2024.

Câu 399. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị (H) của hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$ tại hai điểm A, B phân biệt sao cho $P=k_1^{2022}+k_2^{2022}$ đạt giá trị nhỏ nhất, với k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại A, B của đồ thị (H).

Câu 400. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để tập nghiệm của bất phương trình $(x-m)(3^x-2^x)\le 0$ chứa không quá 8 giá trị nguyên?

A 16. **B** 8. **C** 17. **D** 15.

Câu 401. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên $y=f(1-x)$ như sau

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|f\left(x^3+x-4\right)+m\right|$ có không quá 2 điểm cực đại?

A 4042. **B** 4041. **C** 4043. **D** 2040.

Câu 402. Cho hai số thực x, y thỏa mãn hệ thức $2^{2|y|-x^2}=\log_{2|y|+1}x$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2022;2022]$ để tồn tại duy nhất một số thực x thỏa mãn hệ thức $4y^2=10x^2+mx+1$?

A 2036. **B** 2033. **C** 2034. **D** 2035.

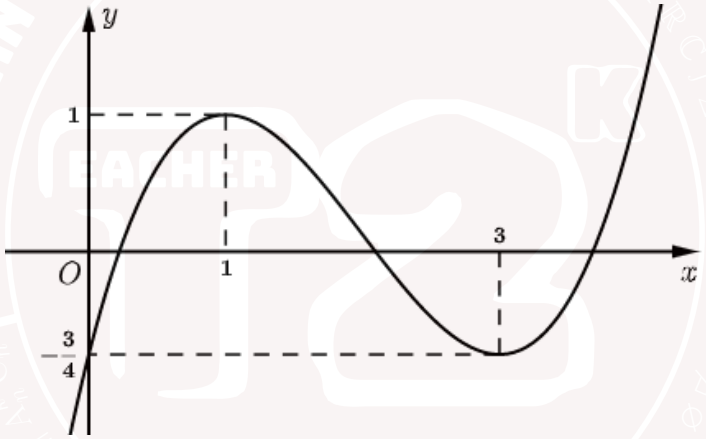
Câu 403. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $|f(x-1)+2|=m$ có 4 nghiệm thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<1<x_4$.

A $2<m<4$. **B** $3<m<6$. **C** $4<m<6$. **D** $2<m<6$.

Câu 404. Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|\dfrac{4}{3}f\left(xf(x)\right)+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 405. Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^3+cx$ $(a,b>0)$ thỏa mãn $f(3)=-\dfrac{2}{3}$ và $f(9)=80$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho $\max\limits_{[-1;5]}|g(x)|+\min\limits_{[-1;5]}|g(x)|=86$ với $g(x)=f(1-2x)+2f(x+4)+m$. Tổng của tất cả các phần tử của S bằng:

Câu 406. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-21;21]$ để hai phương trình $4^{x+1}+2^{x+4}=2^{x+2}+16$ và $|m-9|.3^{x-2}+m.9^{x-1}=1$ là hai phương trình tương đương?

Câu 407. Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d:y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Số giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$ là

A 13. **B** 10. **C** 12. **D** 11.

Câu 408. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0<y<2023$ và $3^x+3x-6=9y+\log_3 y^3$?

A 9. **B** 7. **C** 8. **D** 2023.

Câu 409. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x\le 2023$ thỏa mãn $4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}\ge x+3.2^y$?

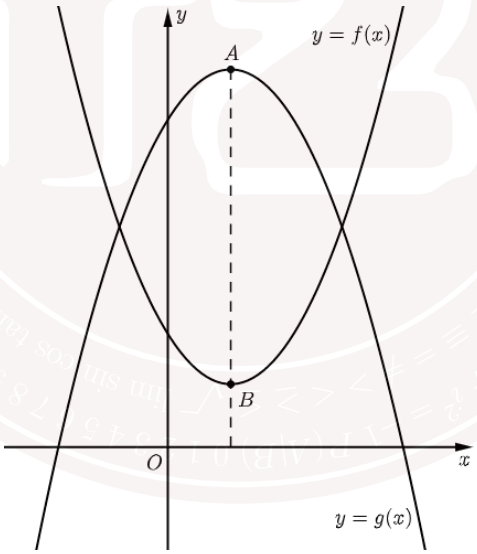
A 30. **B** 23. **C** 11. **D** 10.

Câu 410. Cho $x,y,z\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=2\\ x+y+z=2\end{cases}$ và hàm số $f(x)=\left(\dfrac{x^3}{3}-2x^2+x\right)\ln 2$. Đặt $g(x)=2022^{f(x)+x-\left(x-1+\sqrt{3}\right)\ln\left(x-1+\sqrt{3}\right)}-2023^{\left(x-1+\sqrt{3}\right)\ln\left(x-1+\sqrt{3}\right)-f(x)-x}$. Số nghiệm thực của phương trình $g'(x)=0$ là

Câu 411. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2+6x+4\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $g(x)=f(x)-(2m+4)x-5$ nghịch biến trên $(0;2)$?

A 2009. **B** 2011. **C** 2010. **D** 2008.

Câu 412. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là hai đường cong như hình vẽ.



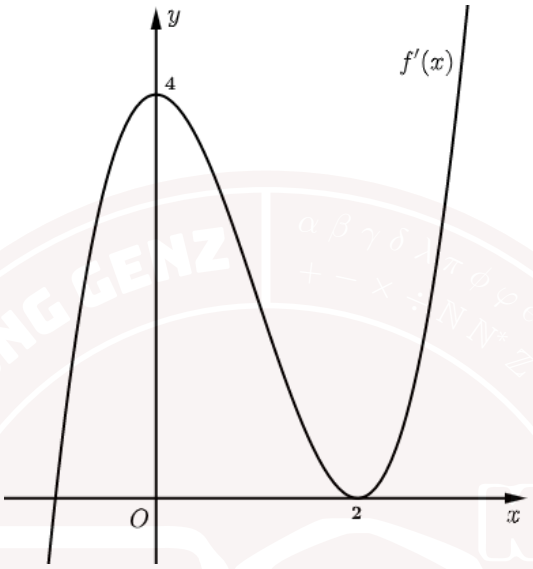
Biết rằng đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B với $x_A=x_B$, $AB=5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=||f(x)-g(x)|+m|$ có đúng 7 điểm cực trị?

Câu 413. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\log_2\dfrac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}<x^2-5x+2-m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

Câu 414. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-10;+\infty)$ để hàm số $y = \left|x^3 + (a+2)x + 9 - a^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A 12. **B** 11. **C** 6. **D** 5.

Câu 415. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Số giá trị nguyên của tham số $m \in (-2023;2023)$ để hàm số $g(x) = f(2x+1) - \ln\left(4x^2+1\right) - 2mx$ nghịch biến trên $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là

A 2022. **B** 2019. **C** 2018. **D** 2023.

Câu 416. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+x\right) + \log_2\left(x^2+y^2\right) \le \log_3 x + \log_2\left(x^2+y^2+24x\right)$$

Câu 417. Gọi S là tập tất cả các số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa

$$\frac{1}{2}a^{\log_3 8} + 2^{\log_3 a} = \left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\left(3+b\sqrt{4-b^2}\right)$$

Tổng số phần tử của S bằng

Câu 418. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x+1}-\sqrt{2}\right)(2^x - y) < 0$?

A 2047. **B** 1022. **C** 1023. **D** 1024.

Câu 419. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+1}{2}\right) + x = 4^{\sin^4 y + \cos^4 y} - \sin^2 2y$?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** Vô số.

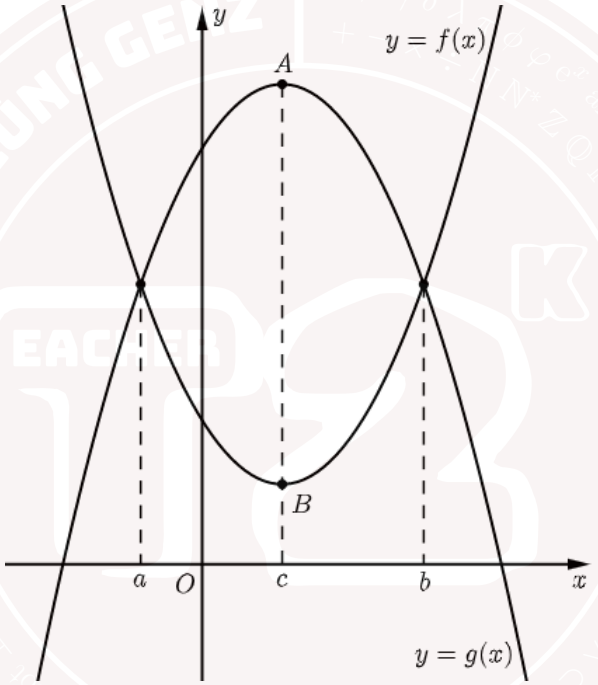
Câu 420. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn các điều kiện $2^y+y=2x+\log_2\left(x+2^{y-1}\right)$ và $1\le x\le 2020$?

A 2020. **B** 2021. **C** 11. **D** 10.

Câu 421. Cho hàm số $y=x^4-2(m-2)x^2+3-m$ với m là tham số. Khi $m=m_0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc toạ độ O làm trực tâm. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(-5;-2)$. **B** $(-2;2)$. **C** $(3;7)$. **D** $(2;5)$.

Câu 422. Cho hai hàm đa thức $y=f(x)$, $y=g(x)$, có đồ thị là hai đường cong như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A, đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $AB=10$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left||f(x)-g(x)|-\dfrac{2m}{3}-4\right|$ có đúng 7 điểm cực trị là

Câu 423. Cho cấp số cộng (u_n) có tất cả số hạng đều dương và

$$9(u_1+u_2+...+u_{2050})=4(u_1+u_2+...+u_{3075})$$

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_3^2 u_{14}+\log_3^2 u_{41}-\log_3^2 u_{122}$ bằng

Câu 424. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^2+\ln(x+m+2)$ đồng biến trên tập xác định của nó. Biết $S=\left(-\infty;a+\sqrt{b}\right]$. Tổng $K=a+b$ bằng

Câu 425. Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022;2022]$ để ứng với mỗi x có tối thiểu 64 số nguyên y thỏa mãn $\log_3 \sqrt{x^4+y} \geq \log_2 (x+y)$?

A 3992. **B** 3994. **C** 3990. **D** 3989.

Câu 426. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 0$ và $\log_2 (a-b) = \log_3 (a+b)$. Khi biểu thức $P = \log_2 a + \log_2 b + 2\log_3 (a+b) - 2\log_2 \left(a^2+b^2\right)$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị $a-b$ bằng

Câu 427. Tìm giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 để hàm số $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$ có đồ thị cắt trục hoành.

A $\frac{5}{6}$. **B** $\frac{3}{4}$. **C** $\frac{4}{5}$. **D** $\frac{5}{7}$.

Câu 428. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	4	↘	1	↗	3	↘	2

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}} + \log_2 \left[f^2(x) - 4f(x) + 5\right] = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng?

Câu 429. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (1-x)\left(x^2-5x+6\right)$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số m (với $m \in [0;6]$; $2m \in \mathbb{Z}$) để hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2|x-1| - 2x + m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

A 5. **B** 6. **C** 7. **D** 3.

Câu 430. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để có duy nhất một cặp số $(x;y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+m) \geq 1$ và $x+y-2m=0$. Tính tổng các phần tử trong tập S.

A $-\frac{1}{2}$. **B** $-\frac{5}{4}$. **C** 0. **D** $-\frac{1}{4}$.

Câu 431. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(\frac{2\sin x + 1}{2}\right)\right) = f(m)$ có nghiệm?

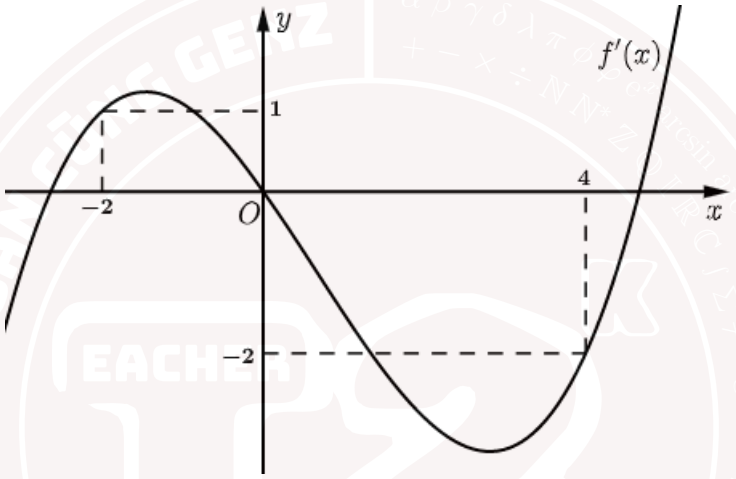
A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 1.

Câu 432. Gọi d là đường thẳng đi qua cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}+mx^2+9x-1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để d có hệ số góc bằng 4?

A 2. **B** 0. **C** 3. **D** 1.

Câu 433. Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-15x+2m\right|+12x-m$. Giá trị nhỏ nhất của $M=\max\limits_{[-2;3]}f(x)$ bằng

Câu 434. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=4f\left(x^2-1\right)+x^4-2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A $(2;+\infty)$. **B** $(0;2)$. **C** $(-\infty;-2)$. **D** $(-2;-1)$.

Câu 435. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x+1}+m}{\sqrt{x+1}+4}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;8]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A 12. **B** 11. **C** 9. **D** 10.

Câu 436. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-2023;2023)$ để phương trình $\dfrac{1}{\log_3(x+8)}+\dfrac{1}{7^x-1}=x+a$ có 2 nghiệm phân biệt?

A 2028. **B** 2016. **C** 2027. **D** 2015.

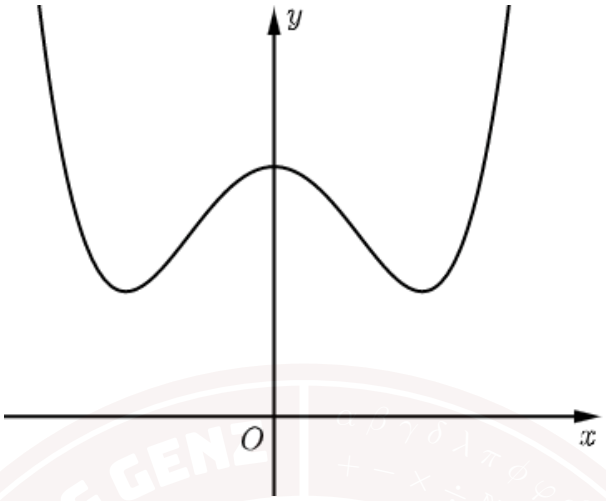
Câu 437. Cho hàm số $f(x)=-x^4-\left(17-m^2\right)x+2023$ và $g(x)=-x^3+5x^2-2022x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $h(x)=g(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A 16. **B** 13. **C** 15. **D** 14.

Câu 438. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln\left(x\sqrt{x^2+16}-x^2\right)\le\sqrt{x^2+16}-15x$ là

A 2. **B** 0. **C** 3. **D** 1.

Câu 439. Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $y=f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x)=2f\left(\dfrac{x^2}{2}\right)+f\left(-x^2+6\right)$ với $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=|g(x)|$?

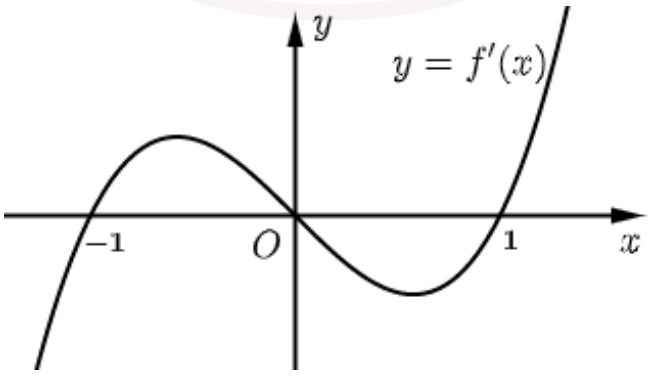
Câu 440. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}} y\le \log_{\frac{1}{2}}\left(x+y^2\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=x+3y$.

A $P_{\min}=9$. **B** $P_{\min}=8$. **C** $P_{\min}=\dfrac{17}{2}$. **D** $P_{\min}=\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$.

Câu 441. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. Biết rằng khi m thay đổi trong S, các điểm cực đại của đồ thị hàm số cũng thay đổi nhưng luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Hỏi d song song với đường thẳng nào sau đây?

A $y=-2x$. **B** $y=-3x+5$. **C** $y=2x+4$. **D** $y=-3x-1$.

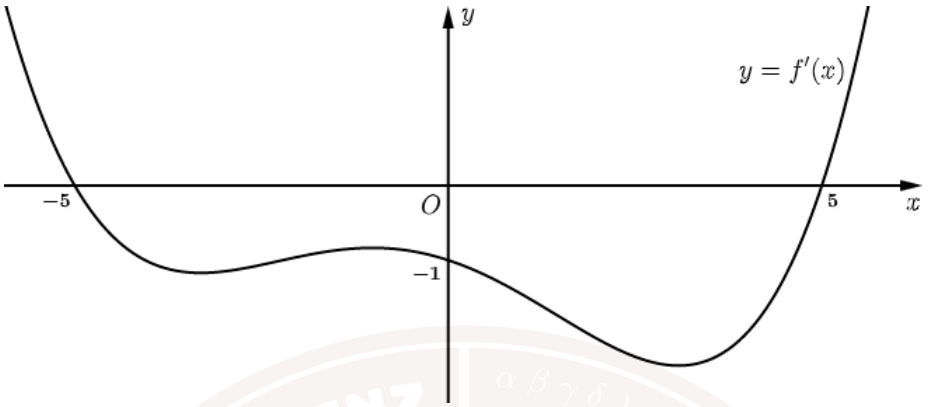
Câu 442. Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ thỏa mãn $f(0)=3f(2)=-3$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left(4f(x)-f''(x)+m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A 30. **B** 29. **C** 0. **D** 10.

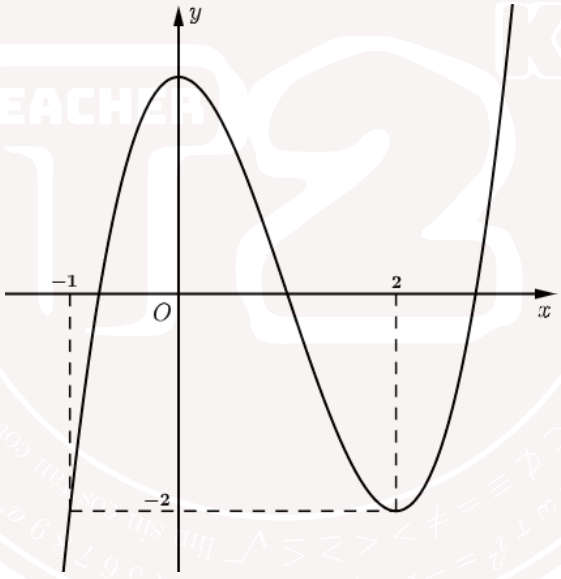
Câu 443. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(-7)<0$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|6f\left(-x^4+2x^2-7\right)-4x^6+12x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A 5. **B** 9. **C** 7. **D** 3.

Câu 444. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}-m\right)+2=0$ có nghiệm trong khoảng $(-4;4)$?

Câu 445. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $(x-1)\log\left(\mathrm{e}^{-x}+m+2023\right)=x-2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A 2023. **B** 2024. **C** 10. **D** 11.

Câu 446. Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{8x+4}{2x-y+1}$ bằng

Câu 447. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2}{x+8}$ (m là tham số thực) thỏa mãn giá trị lớn nhất của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng -2. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $3<m\le 4$. **B** $m<-1$. **C** $m>4$. **D** $1\le m<3$.

Câu 448. Gọi m_0 là giá trị thực nhỏ nhất của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$$

có nghiệm thuộc $(2;4)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A $m_0\in\left(2;\dfrac{10}{3}\right)$. **B** $m_0\in\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$. **C** Không tồn tại. **D** $m_0\in\left(-5;-\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 449. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{x}{4}+\log_2 y=\dfrac{4-xy^2}{y^2}$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $\dfrac{x}{y}$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** $\sqrt{2}$. **D** 2.

Câu 450. Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$ (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $4S_{IAB}=15$ với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

A 0. **B** 15. **C** 10. **D** 8.

Câu 451. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x)=f'\left(x^3+2\right)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$?

A 2017. **B** 2020. **C** 2019. **D** 2018.

Câu 452. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-23;0)$ sao cho hàm số

$$f(x)=\left(x^4-8\right)\mathrm{e}^x-mx^2-\left(m^2-9m\right)x+2023$$

luôn đồng biến trên khoảng $(2;5)$?

Câu 453. Cho hàm số $y=x^3+mx^2+\left(2m^2-m+1\right)x+m^2-3m$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty;0]$ bằng -2. Tích các phần tử của S bằng

A 0. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

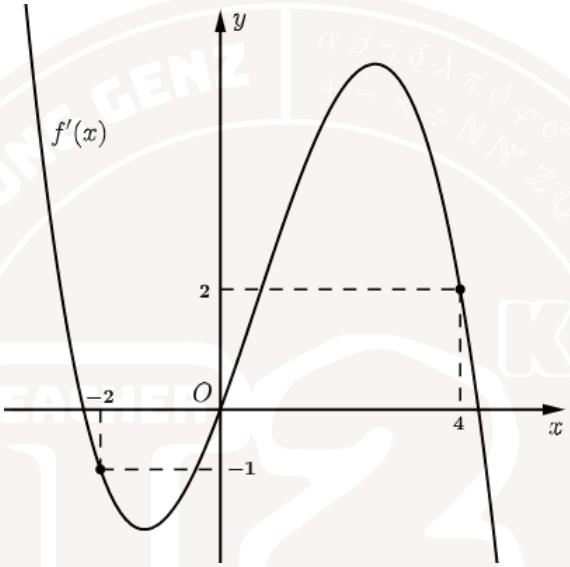
Câu 454. Có bao nhiêu số nguyên dương a để tồn tại đúng hai số thực b phân biệt thỏa mãn điều kiện $\left(4\log_2^2 b+\log_2 b-5\right)\sqrt{7^b-a}=0$?

A 48. **B** 47. **C** 49. **D** 46.

Câu 455. Cho hai hàm số $f(x)=2x^3-9x^2$ và $g(x)=2x^3-3x^2-12x+m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h(x)=f\left(g(x)\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A 23. **B** 21. **C** 6. **D** 4.

Câu 456. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f(4)=0$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|f(x)-\dfrac{x^2}{4}+1\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Câu 457. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-15		-12		1		3		4		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	5	↘	-5	↗	3	↘	$-\infty$

Số các điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13\right)\right|$ là

Câu 458. Xét các số thực x, y sao cho $27y^2+\log_{216}\left(a^{18x-\log_6 a^3}\right)^3\le 783$ luôn đúng với mọi $a>0$. Có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên dương của $K=x^2+y^2-2x+5y$?

Câu 459. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)^2(x-2)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(2x+1)+\dfrac{8}{3}x^3+4x^2-\dfrac{5}{3}$ $\forall x\in\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$ bằng

A $f(0)-1$. **B** $f(1)-\dfrac{5}{3}$. **C** $f(-1)-\dfrac{1}{3}$. **D** $f(2)-\dfrac{1}{3}$.

Câu 460. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn

$$\log\left(x^2+2x+y\right)-2\log(2x-1)>0$$

A 75. **B** 26. **C** 27. **D** 74.

Câu 461. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2021^{2x^2-4x+9}-2021^{x^2+5x+1}-(x-1)(8-x)<0$$

A 7. **B** 5. **C** 6. **D** 8.

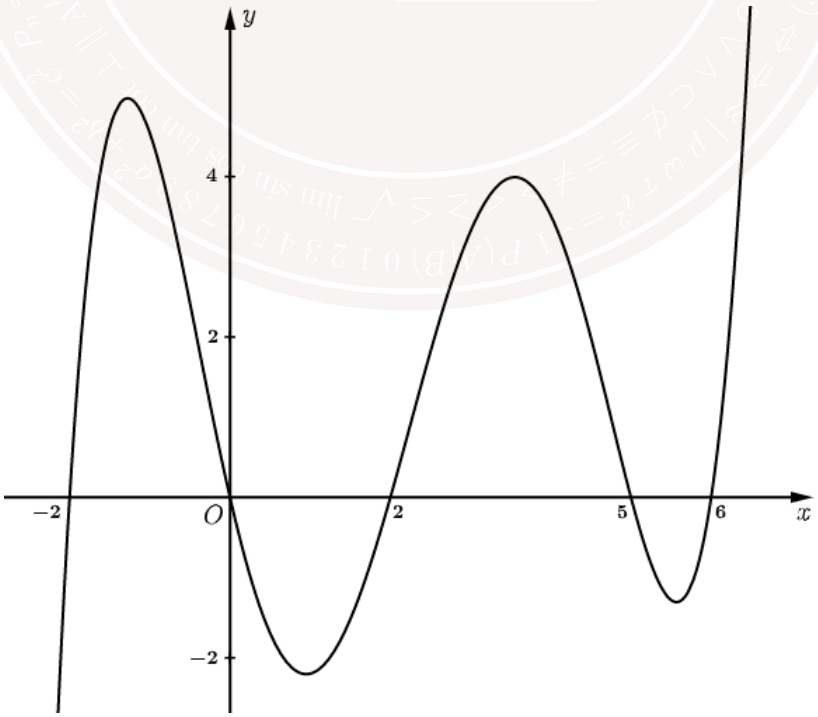
Câu 462. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=|4x-m|-x^2$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5?

A 3. **B** 0. **C** 2. **D** 1.

Câu 463. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A $3\sqrt{3}$. **B** $\sqrt{3}$. **C** $\sqrt{2}$. **D** $2\sqrt{2}$.

Câu 464. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc đoạn $[-2;6]$ của phương trình $f(x)=f(0)$ là

A 4. **B** 3. **C** 5. **D** 2.

Câu 465. Cho hàm số $f(x)=ax-(a-3)\ln\left(x^2+3x\right)$ với a là tham số thực. Nếu $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)$ thì $\min\limits_{[1;3]} f(x)=m$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $m\in(6;7)$. **B** $m\in(7;8)$. **C** $m\in(8;9)$. **D** $m\in(9;10)$.

Câu 466. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $2^{2u_1+1}+2^{3-u_2}=\dfrac{8}{\log_3\left(\dfrac{1}{4}u_3^2-4u_1+4\right)}$ và $u_{n+1}=2u_n$ với mọi $n\geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n=u_1+u_2+...+u_n>5^{100}$ bằng

Câu 467. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình

$$9^{\sqrt{x^2-3x+m}}+2.3^{\sqrt{x^2-3x+m}-2+x}<3^{2x-3}$$

có nghiệm?

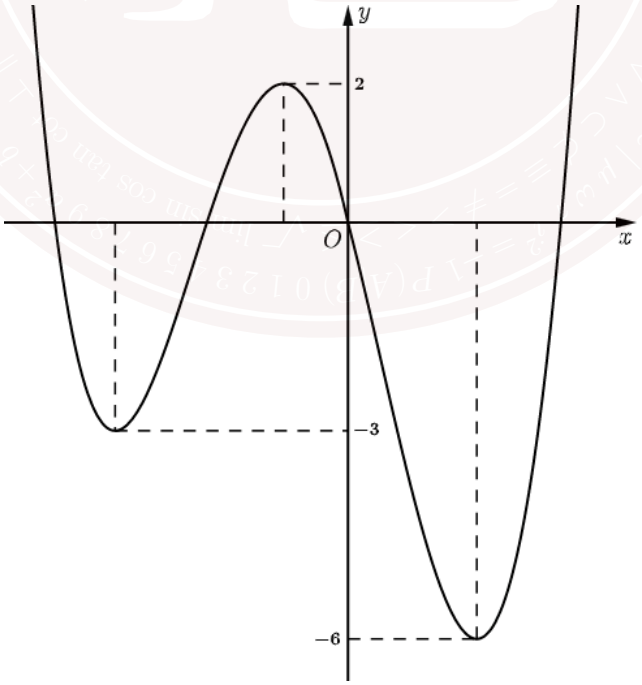
A 9. **B** 4. **C** 1. **D** 6.

Câu 468. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn

$$\left(xy^2+x-2y-1\right)\log y=\log\frac{2y-x+3}{x}$$

A 3. **B** 1. **C** Vô số. **D** 2.

Câu 469. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



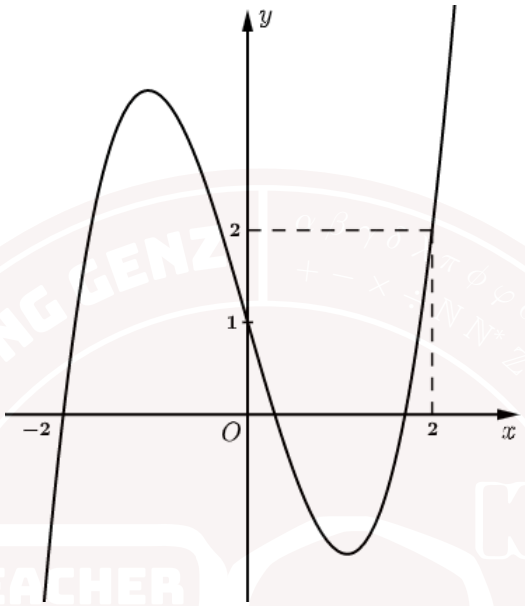
Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương m để hàm số $y=\left|f\left(x+2023\right)+\dfrac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng

A 7. **B** 6. **C** 5. **D** 9.

Câu 470. Trong khoảng $(-10;20)$ có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4x\log_3(x+1)=\log_9\left[9(x+1)^{2m}\right]$ có đúng 2 nghiệm phân biệt?

A 23. **B** 20. **C** 8. **D** 15.

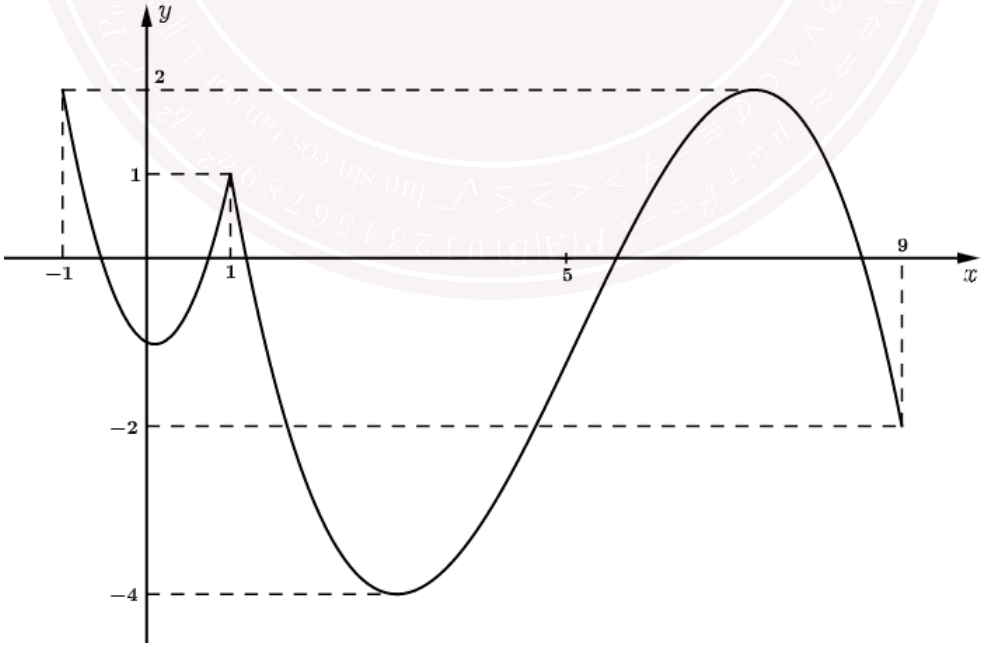
Câu 471. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(\sqrt[3]{x}\right)$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y=g(x)=\left|f(x)-\frac{1}{8}x^4-x\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 472. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;9]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $16.3^{f(x)}-\left(f^2(x)+2f(x)-8\right)4^{f(x)}\geq\left(m^2-3m\right)6^{f(x)}$ nghiệm đúng với mọi giá trị thuộc $[-1;9]$?

Câu 473. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để bất phương trình $\log_3 x^2 + m\sqrt{\log_3 x^3} + m + 1 \le 0$ có không quá 20 nghiệm nguyên?

A 23. **B** 20. **C** 21. **D** 22.

Câu 474. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-8)\left(x^2-9\right)\ \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3+6x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A 8. **B** 5. **C** 6. **D** 7.

Câu 475. Biết hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x + 2\sin x + 2} + \sqrt{\sin^2 x - 4\sin x + 13}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\sin x = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản; a, b là các số nguyên; $b > 0$. Tính $a^3 + b^2$.

Câu 476. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 127 số nguyên y thỏa mãn $\log_3\left(x^2+y\right) \ge \log_2(x+y)$?

A 89. **B** 90. **C** 46. **D** 45.

Câu 477. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đó bất phương trình $\dfrac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y} < 0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6?

A 176903. **B** 176930. **C** 176910. **D** 176923.

Câu 478. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	$\dfrac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1 ↘	0 ↗	$+\infty$

Đặt $g(x) = f\left(\dfrac{1}{2}f^2(x) - f(x)\right)$. Phương trình $g'(x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A 7. **B** 8. **C** 6. **D** 9.

Câu 479. Cho $f(x) = \left|12x^5 - (15m+30)x^4 + 20x^3 - 30\left(m^2-4m+3\right)x^2 + 120\left(m^2+1\right)x + 2023 + m\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

Câu 480. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m thỏa mãn $\log_3\left|\dfrac{x^2-2(m-1)x+2-m}{3x^2+2x+1}\right| \le 1\ \forall x$ là

A 14. **B** Đáp án khác. **C** 21. **D** -14.

Câu 481. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ với x, y là số nguyên thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $4.2^{y^4-2y^2}-2\log_2(2x)+x=0$ và $2\log_2(x+y)-x-y\geq 0$?

Câu 482. Gọi X, Y là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2m^2+m}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$. Có tất cả 2 giá trị thực của tham số m là m_1, m_2 để $X+Y=-\dfrac{5}{2}$. Khi đó, $m_1^2+m_2^2$ bằng

A $\dfrac{1}{4}$. **B** 15. **C** $\dfrac{5}{4}$. **D** 6.

Câu 483. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ để bất phương trình $3^{x^2-2x+1}-\log_5\left(x^2-2x+6\right)^8+10-\sqrt{-x^2+2x+m}<0$ có nghiệm thực. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

Câu 484. Có bao nhiêu cặp số $(a;d)$ là các số nguyên sao cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{ax+24}{x+d}$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm A, B đồng thời đường thẳng AB đi qua giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C)?

A 32. **B** 6. **C** 12. **D** 24.

Câu 485. Gọi x, y là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn đẳng thức $1+\log_{2y}x=\log_y x$ và $A=\dfrac{x}{y^3}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó điểm $M(x;y)$ thuộc đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau?

A $y=x^3-4x^2+x-1$. **B** $y=x^2-4x+1$.

C $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D** $y=x^4-18x^2+12$.

Câu 486. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2\frac{1+x^2+y^2}{x-2y}\leq 4^{x-2y}-2.2^{x^2+y^2}+1$$

A 6. **B** 13. **C** 21. **D** 9.

Câu 487. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f'(2023)=0$ và $f''(x)<0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Xét hàm số $h(x)=f\left(\cot^2 x-2\cot x+2024\right)$ trên khoảng $(0;\pi)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A $h(1)-h(2)>0$. **B** $h(2)-h(3)<0$. **C** $h\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-h\left(\dfrac{\pi}{4}\right)>0$. **D** $h\left(\dfrac{\pi}{6}\right)-h\left(\dfrac{\pi}{4}\right)>0$.

Câu 488. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên m để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2+\dfrac{1}{4}+m\right|$ có bốn điểm cực tiểu x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $\left(x_1^2+1\right)\left(x_2^2+1\right)\left(x_3^2+1\right)\left(x_4^2+1\right)\geq 50$. Tập S có bao nhiêu tập con?

Câu 489. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)-3\ln\left(f(x)+3\right)$. Tìm khẳng định đúng?

A $m\in\left(-\dfrac{10}{3};-3\right)$. **B** $m\in\left(-3;-\dfrac{8}{3}\right)$. **C** $m\le-\dfrac{10}{3}$. **D** $m\ge-\dfrac{8}{3}$.

Câu 490. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(-6)<0$ và bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=\left|3f\left(-x^4+4x^2-6\right)+2x^6-3x^4-12x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 491. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Xác định tất cả các giá trị thực m để hàm số $F(x)=\displaystyle\int\left(f(x)+m\right)\mathrm{d}x$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

A $-5\le m\le 1$. **B** $m\le-5$. **C** $-1\le m\le 5$. **D** $m\ge-1$.

Câu 492. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=f\left(x^2\right)+f\left(m-x^2\right)$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;5)$ với $f(x)=x^6-x^4+x^2+x$?

Câu 493. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai số thực y thoả mãn $\left(\log_2^2 y - 3\log_2 y + 2\right)\sqrt{3^y - x} = 0$?

A 78. **B** 72. **C** 79. **D** 73.

Câu 494. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x tồn tại $y \in [2;8]$ thoả mãn

$$(y-x)\log_2(x+y) = y + x^2$$

Câu 495. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{4}$	↗	1	↘	$\frac{1}{2}$	↗	$+\infty$

Biết $f(1) = 2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thoả mãn $m \le 10$ và bất phương trình $(x-1)\left[mf^2(x) - (2m+1)f(x) + 2\right] \ge 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 496. Có bao nhiêu giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $g(x) = \left|\dfrac{2x-m}{x+2}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[-1;5]$ tại điểm $a \in (-1;5)$?

Câu 497. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$\log_2\left(x^2+1\right) + 1 \ge \log_2\left(x^2 + 2mx + m + 2\right)$$

nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 498. Cho đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + mx + 3$ và đường thẳng $d: y = ax$ với m, a là các tham số và $a > 0$. Biết A, B là hai điểm cực trị của (C); d cắt (C) tại hai điểm C, D sao cho $CD = 4\sqrt{2}$ và $ACBD$ là hình bình hành. Tính diện tích của $ACBD$.

A 9. **B** 12. **C** $4\sqrt{10}$. **D** 16.

Câu 499. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 - \left(m^2 - 5m + 6\right)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A Vô số. **B** 0. **C** 3. **D** 2.

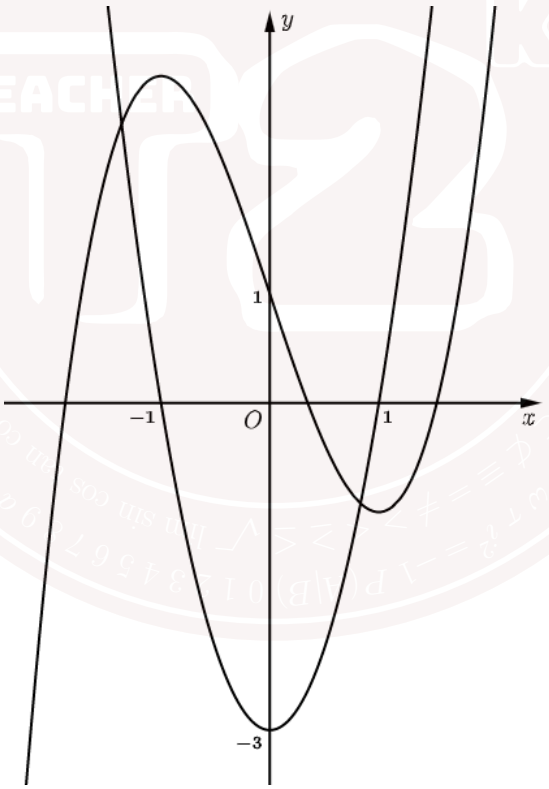
Câu 500. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị?

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 501. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2000;2000)$ để bất phương trình $4a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m\sqrt{\log_a b}+3$ với mọi $a,b\in(1;+\infty)$?

Câu 502. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ (a, b, c là các tham số, $c\le 0$). Biết rằng hệ phương trình $\begin{cases}f(x)=0\\f'(x)=0\end{cases}$ có nghiệm và hàm số $g(x)=\left|x^3+ax^2+bx+c\right|$ có 3 điểm cực trị. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a+b+c-b^2$ là

Câu 503. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m\in[2;2024]$ để bất phương trình $f^3(f(x)+m)+1\ge 4f(x)+3m$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;+\infty)$?

Câu 504. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(3x^2+2x+3y^2+2y\right)^2+\log_3\left(x^2+y^2\right)^3\le 3\log_3\left[7\left(x^2+y^2\right)+4(x+y)\right]+2\log_2(x+y)$$

Câu 505. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Biết $f(0)=1$ và $f(2)=-2$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{(m+1)f(x)-20}{f(x)-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$?

A 12. **B** 6. **C** 10. **D** 8.

Câu 506. Cho đồ thị hàm số $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ (với a,b,c là các hằng số) đi qua gốc toạ độ, thoả mãn $a+b+c=-9$ và $\min\limits_{(0;2)}f(x)=-7$. Giá trị $M=\max\limits_{[-1;3]}f(x)$ bằng

Câu 507. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=mx^4+\left(m^2-4\right)x^2+2$ có đúng một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu?

Câu 508. Biết tập hợp tất cả các giá trị thực m để bất phương trình $x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\geq 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là $S=[a;b]$. Tính $a\sqrt{2}+8b$.

Câu 509. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[1;2023]$ sao cho ứng với mỗi x thì mọi giá trị thực của y đều thoả mãn $\log_5\left(y^2+2xy+2x+2y+2x^2\right)\leq 1+\log_3\left(y^2+4y+7\right)\log_5\left(y^2+2y+5\right)$?

Câu 510. Cho hàm số $y=\dfrac{\left|\sin^2x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ với m là tham số thực. Giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi m bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** -1. **C** $-\dfrac{3}{2}$. **D** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 511. Cho hàm số $y=\dfrac{\left|\sin^2x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ với m là tham số thực. Giá trị lớn nhất của hàm số đạt giá trị lớn nhất khi m bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** -1. **C** $-\dfrac{5}{2}$. **D** $-\dfrac{1}{2}$.

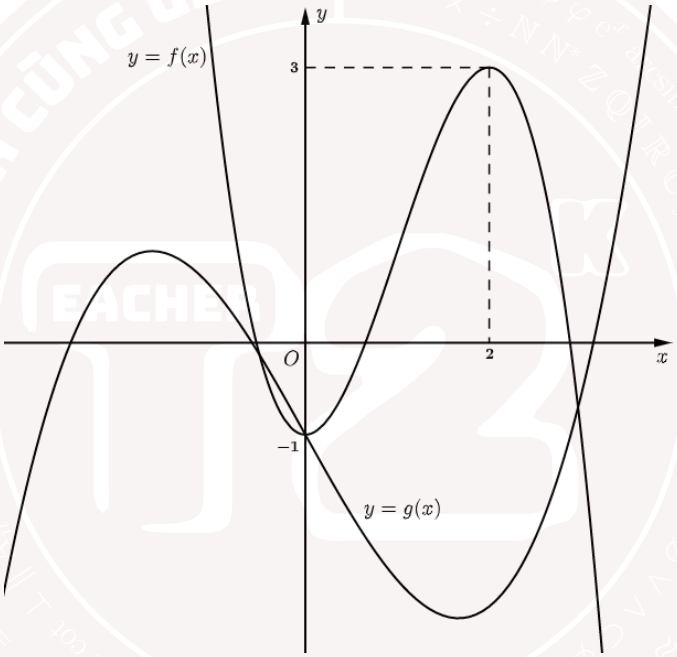
Câu 512. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A 27. **B** 24. **C** 26. **D** 25.

Câu 513. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\leq 20$ thoả mãn

$$\log_{2023}\frac{x+1}{y+1}+x^2y^2+2xy^2\leq(y+2)y^3$$

Câu 514. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x)=-f(mx+1)$ với $m>0$ (như hình vẽ).



Với giá trị nào của m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên đúng một khoảng có độ dài bằng 3?

A $\frac{2}{3}$. **B** $\frac{2}{5}$. **C** $\frac{1}{3}$. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 515. Số nghiệm của phương trình $\log_3\left|x^2-\sqrt{2}x\right|=\log_5\left(x^2-\sqrt{2}x+2\right)$ là

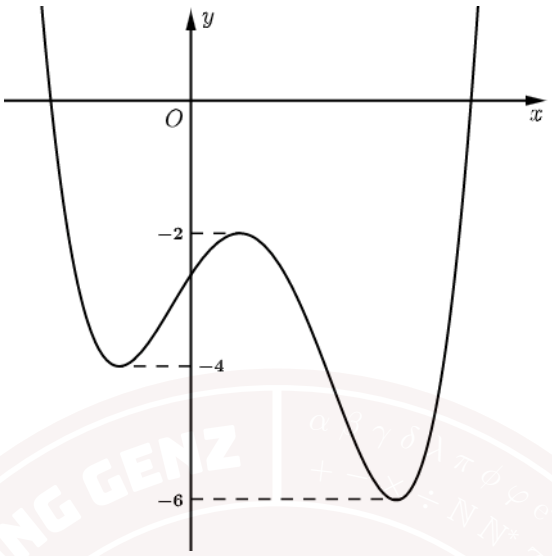
A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

Câu 516. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|\mathrm{e}^{3x}-3(m+2)\mathrm{e}^{2x}+3m(m+4)\mathrm{e}^{x}\right|$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;\ln 2)$?

A 4047. **B** 2023. **C** 2022. **D** 4045.

Câu 517. Cho hàm số $y=\dfrac{\left|\sin^2x-(m+1)\sin x+2m+2\right|}{\sin x-2}$ với m là tham số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt giá trị lớn nhất khi m bằng

Câu 518. Cho hàm số số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

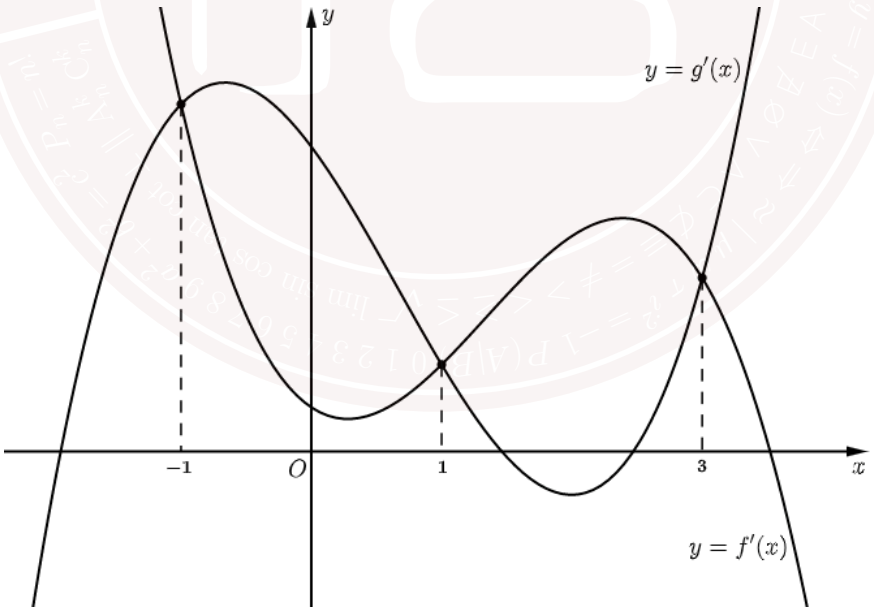


Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=(f(x)+m)^2$ có 5 điểm cực trị là

A 3. **B** 5. **C** 4. **D** 6.

Câu 519. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x$. Số hình vuông có bốn đỉnh nằm trên đồ thị $y=f(x)$ là

Câu 520. Cho hai hàm số bậc bốn $f(x)$, $g(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ như hình vẽ.



Số giá trị thực m để phương trình $f(x)-g(x)=m$ có một nghiệm duy nhất trên $[-1;3]$ là

A Vô số. **B** 0. **C** 2. **D** 1.

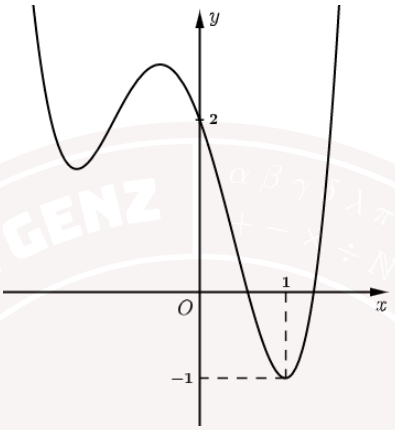
Câu 521. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x\le 2023$ và thoả mãn điều kiện

$$3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$$

Câu 522. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m để tồn tại duy nhất cặp số $(x;y)$ thoả mãn $\log_{x^2+y^2+2}\left(4x+4y+m^2-6m+3\right)\geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Tổng giá trị các phần tử của tập S bằng

A 12. **B** 0. **C** 6. **D** 8.

Câu 523. Cho hàm số bậc năm $f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

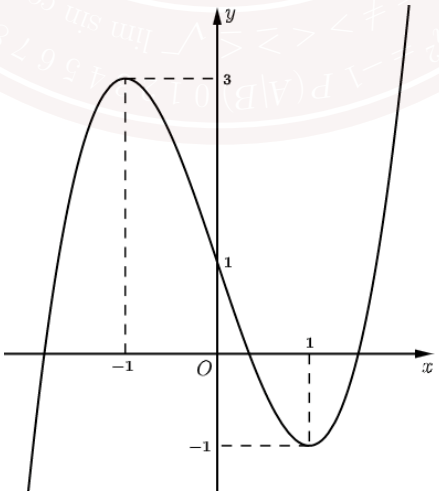


Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)+\dfrac{2}{3}x^3-2x^2+3x$ là

A 0. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

Câu 524. Cho $x>0$, $y>1$ thoả mãn $\dfrac{1}{2}y^2.\log_2\left(\dfrac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\dfrac{8y^2}{x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt[4]{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{1+2y}}}.\mathrm{e}^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $\mathrm{e}^{\frac{m}{n}}$ trong đó $m,n\in\mathbb{N}^*$, $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Giá trị $m+n$ bằng

Câu 525. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên m để phương trình $f(\cos x)-2m+1=2\cos x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$. Tổng các phần tử của S bằng

A 3. **B** 5. **C** 6. **D** 2.

Câu 526. Cho hàm số $y=x^3+2(m-2)x^2-5x+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ thoả mãn $|x_1|-|x_2|=-2$.

A $\frac{7}{2}$. **B** -1. **C** $\frac{1}{2}$. **D** 5.

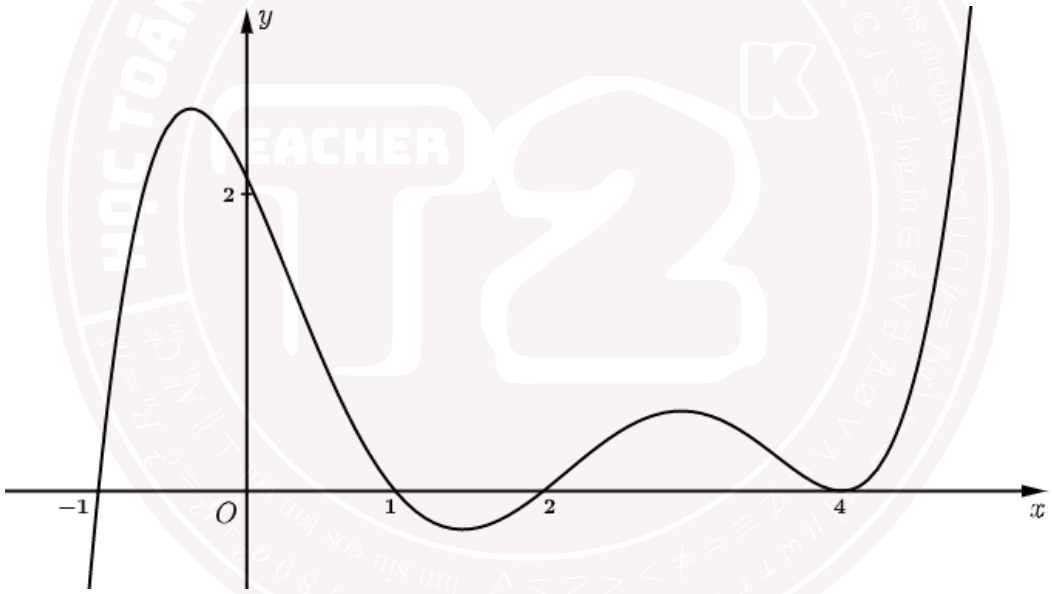
Câu 527. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A 2023. **B** 2025. **C** 12. **D** 4042.

Câu 528. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

A 5. **B** 4. **C** 7. **D** 6.

Câu 529. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có đúng 11 điểm cực trị?

A 5. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Câu 530. Có bao nhiêu số nguyên $x\in(0;2025)$ sao cho ứng với mỗi x, tồn tại ít nhất 10 số nguyên $y\in(-3;10)$ thoả mãn $2^y3^x+6560\le 3^{2x^2+y}$?

A 2021. **B** 2022. **C** 2023. **D** 2024.

Câu 531. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $1\le x,y\le 2023$ và

$$(xy+2x+4y+8)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)\le(2x+3y-xy-6)\log_2\left(\frac{2x+1}{x-3}\right)$$

Câu 532. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $2023^{\ln\left(2x^2+4x+m\right)}-2023^{2\ln(2x-1)}>0$ chứa đúng bốn số nguyên?

A 16. **B** 10. **C** 11. **D** 9.

Câu 533. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn

$$3\left(81^y+4y\right)+2026\le -x^2+2024x+\log_3\left[(x-2023)^3(1-x)^3\right]$$

Câu 534. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+2m}{x+2}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m sao cho $\max\limits_{[1;3]}|f(x)|+\min\limits_{[1;3]}|f(x)|=2$. Số phần tử của S bằng

Câu 535. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(-2)=0$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=\left|3f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 7.

Câu 536. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2\left(x^2+mx+16\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f(x)+\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{2}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+2023$ đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$?

A 10. **B** 11. **C** 19. **D** 18.

Câu 537. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các số thực m để phương trình $|f(x)+2|=m$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương là

A $[2;4)$. **B** $[4;6)$. **C** $(2;6)$. **D** $(4;6)$.

Câu 538. Cho phương trình $4^{x+1}+4^{1-x}-(m+1)\left(2^{2+x}-2^{2-x}\right)+8m-16=0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị m để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $[0;1]$.

A $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. **B** $\left[1;\frac{5}{2}\right)$. **C** $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D** $\left[1;\frac{5}{2}\right]$.

Câu 539. Cho hàm số $f(x)=\ln^3 x+6(m-1)\ln^2 x-3m^2\ln x+4$. Biết rằng đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(\mathrm{e};+\infty)$. Giá trị biểu thức $a+3b$ bằng

A $4+\sqrt{6}$. **B** $12+2\sqrt{6}$. **C** 10. **D** 3.

Câu 540. Cho các số thực dương x và y thoả mãn $4+3^{2x^2-y+2}=\left(4+9^{2x^2-y}\right).7^{y-2x^2+2}$. Khi biểu thức $P=\dfrac{x+y+10}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $x+y$ bằng

A 8. **B** 9. **C** $1+9\sqrt{2}$. **D** $1+8\sqrt{2}$.

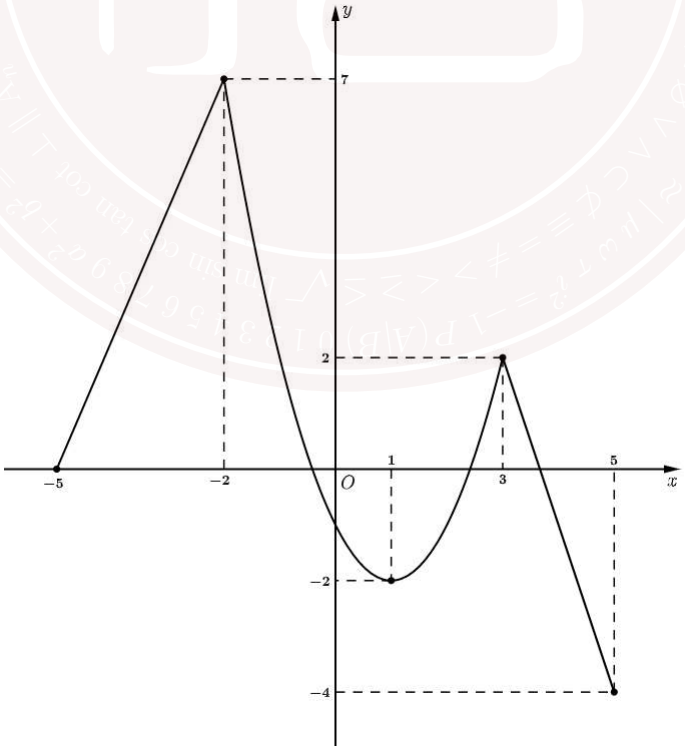
Câu 541. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình

$$\log_{\sqrt{3}}\left(x^3-6x^2+9x+1\right)+x(x-3)^2=3^m+2m-1$$

có duy nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$?

A 0. **B** 3. **C** 1. **D** 4.

Câu 542. Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=f(2x-1)-2\ln\left(1+x^2\right)-2mx$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$?

A 6. **B** 7. **C** 5. **D** 8.

Câu 543. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ có hai cực trị tại x_1, x_2 thoả $|x_1-x_2|\le 2$?

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 5.

Câu 544. Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\left|x^2-4x+m\right|$ trên đoạn $[1;4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

A 6. **B** -10. **C** 4. **D** -4.

Câu 545. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x\le 93$ thoả mãn

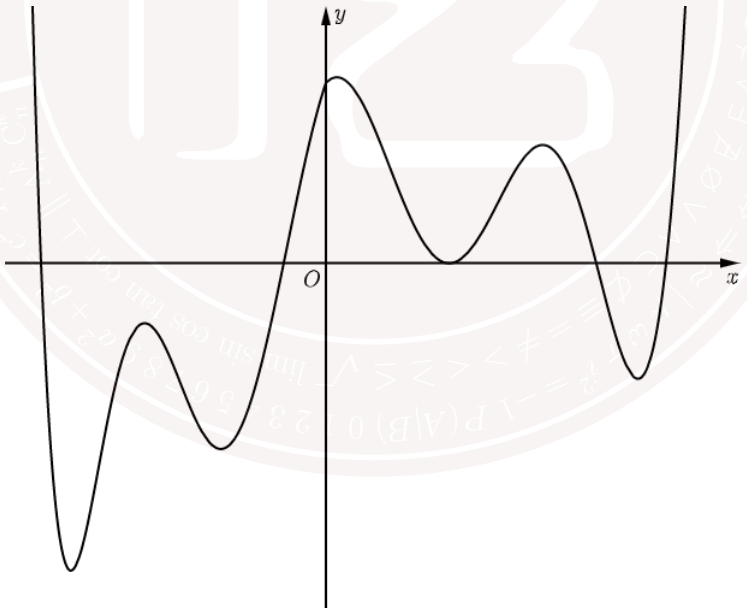
$$4\left(2^{3y}+6y\right)\le x+8\log_2(x+7)-9$$

A 106. **B** 69. **C** 2. **D** 92.

Câu 546. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+\left(m^2-16\right)x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A 4. **B** 5. **C** Vô số. **D** 3.

Câu 547. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (chỉ cắt trục hoành tại 5 điểm phân biệt và có 7 điểm cực trị) như hình vẽ.

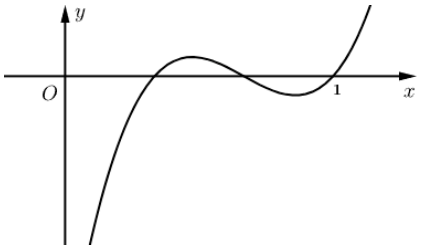


Phương trình $f(x)2023^{f'(x)}+f'(x)2024^{f(x)}=f(x)+f'(x)$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm thực phân biệt? Biết đồ thị của $f'(x)$ không tiếp xúc với trục hoành.

Câu 548. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{x-10}{x-m}\right|$ đồng biến trên khoảng $(-5;5]$?

A 2017. **B** 2019. **C** 2018. **D** 4.

Câu 549. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f^2\left(g(x)\right)$ với $g(x)=x^2-4x+2\sqrt{4x-x^2}$.

Câu 550. Cho phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-6x^2+9x+m\right)2^{x-2}=2^{x+1}+1$. Số các giá trị nguyên $m\in[0;2023]$ để phương trình trên có đúng 1 nghiệm là

Câu 551. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A 9. **B** 0. **C** 10. **D** 8.

Câu 552. Cho $x\geq 0$, $y\geq 0$, $x+y>0$ thoả mãn $2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}\log_2\dfrac{x^2+y^2}{x+y}\leq 4^{x+y}+2023^{x-y}$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-2y+5$.

Câu 553. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-20;20]$ để bất phương trình $4^x-(m+1)2^x+m\leq 0$ có tập nghiệm là một đoạn có độ dài lớn hơn 2?

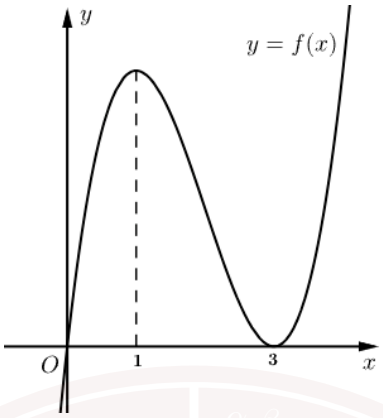
A 17. **B** 37. **C** 38. **D** 16.

Câu 554. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

Câu 555. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-a)(x-b)$ với a, b là hai hằng số và $a<b$, biết rằng $f(b)=0$ và hàm số $g(x)=\left|4x^3+(2-3f(a))x^2-2f(a)x+m\right|$ với m là tham số. Khi đó, hàm số $g(f(x))$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 556. Cho hàm số $y=\left|x^3+3mx\sqrt{x^2+1}\right|$ với m là tham số thực. Đồ thị của hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 557. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $h(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có 3 điểm cực trị?

A 19. **B** 20. **C** 18. **D** 21.

Câu 558. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình

$$\log\left(60x^2+120x+10m-10\right)-3\log(x+1)>1$$

có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến x. Số phần tử của S là

A 10. **B** 12. **C** 9. **D** 11.

Câu 559. Cho hàm số $f(x)=(x-3)^2(2x-7)^3(3x-10)^{2023}(x-4)^{2024}$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $h(x)=f\left(\left|-x^4+8x^2+mx\right|\right)$ có số điểm cực tiểu nhiều nhất là $S=(a;b)\setminus\{c\}$. Giá trị của biểu thức $T=\dfrac{a^2-ab+b^2+abc}{8}$ bằng

Câu 560. Cho hàm số $f(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+(4-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ sao cho $f(x)\geq 0$ với mọi giá trị $x\in[3;5]$?

A 101. **B** 99. **C** 100. **D** 102.

Câu 561. Cho các số thực x, y, z thoả mãn $3^x=5^y=15^{\frac{2023}{x+y}-z}$. Giá trị $S=xy+yz+zx$ bằng

Câu 562. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tồn tại số thực $x>1$ thoả mãn

$$x\left(2^{xy}+\log_2(xy)\right)=xy^4+15xy-30+10y$$

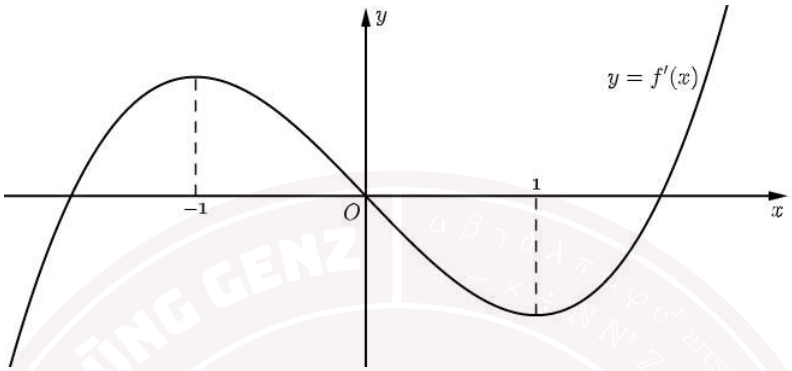
Câu 563. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+3)x^2+6m(m+3)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 39. **B** 40. **C** 37. **D** 38.

Câu 564. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a \in (-\infty;9)$ để hàm số $y = \left|x^3 + (a-3)x + 10 - a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$?

A 11. **B** 9. **C** 6. **D** 10.

Câu 565. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(1) = 2$ và đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - m|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A 6. **B** 7. **C** Vô số. **D** 5.

Câu 566. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $1 \le x, y \le 2023$ và thoả mãn

$$(2x + 4y - xy - 8)\log_2\left(\frac{2x-1}{x-4}\right) \ge (xy + 2x + 3y + 6)\log_3\left(\frac{2y}{y+2}\right)$$

Câu 567. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3\left(x + y^2 + 3y\right) + 2\log_2\left(x + y^2\right) \le \log_3 y + 2\log_2\left(x + y^2 + 6y\right)$$

Câu 568. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - mx^2 + (m+2)x + 4m - 5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $d : x - 1 = 0$?

A 2019. **B** 2020. **C** 4043. **D** 4042.

Câu 569. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để điểm $M\left(2m^3; m\right)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

A $m = 2$. **B** $m = 1$. **C** $m = 0$. **D** $m = -1$.

Câu 570. Trong các nghiệm $(x;y)$ thoả mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

A 9. **B** $\dfrac{9}{4}$. **C** $\dfrac{9}{8}$. **D** $\dfrac{9}{2}$.

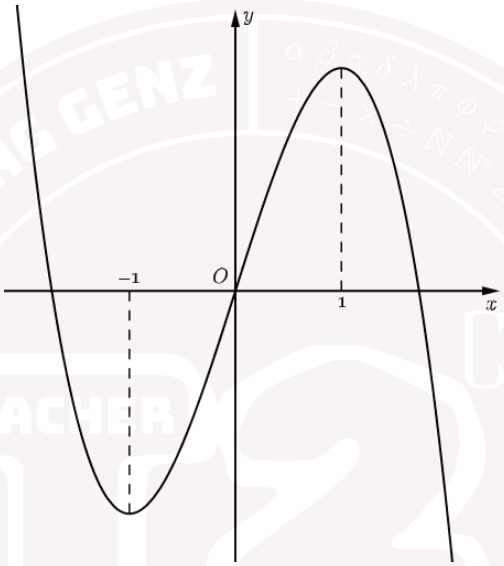
Câu 571. Số giá trị nguyên m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A 4. **B** 2. **C** 0. **D** Vô số.

Câu 572. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $y=\left|x^3+(2m+1)x-2\right|$ đồng biến trên $(1;3)$?

A 4034. **B** 4032. **C** 4030. **D** 2022.

Câu 573. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=|2f(\sin x)-3\cos 2x-a+9|$ đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A 9. **B** 5. **C** 8. **D** 6.

Câu 574. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $\log_2\dfrac{x+y}{x^2+y^2+2}\geq x(x-4)+y(y-4)$?

Câu 575. Cho hàm số $f(x)=x^2+(a+x)\sqrt{x^2+1}+ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-20;20)$ sao cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị $A(x_0;y_0)$ và $y_0<-5$?

Câu 576. Có bao nhiêu giá trị nguyên $x\in[0;2023]$ thoả mãn bất phương trình

$$16^x+25^x+36^x\leq 20^x+24^x+30^x$$

A 2023. **B** 3. **C** 2024. **D** 1.

Câu 577. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Khi đó, tổng $a+2b$ bằng

A 1. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Câu 578. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a \in [-10;10]$ để hàm số $y = \left|3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$?

A 12. **B** 11. **C** 10. **D** 13.

Câu 579. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn bất phương trình

$$(x+2y)\left(\log_2\left(x^2+y^2\right) - \log_2(x+2y) - 2y + x\right) < 6x + y(12-5y)$$

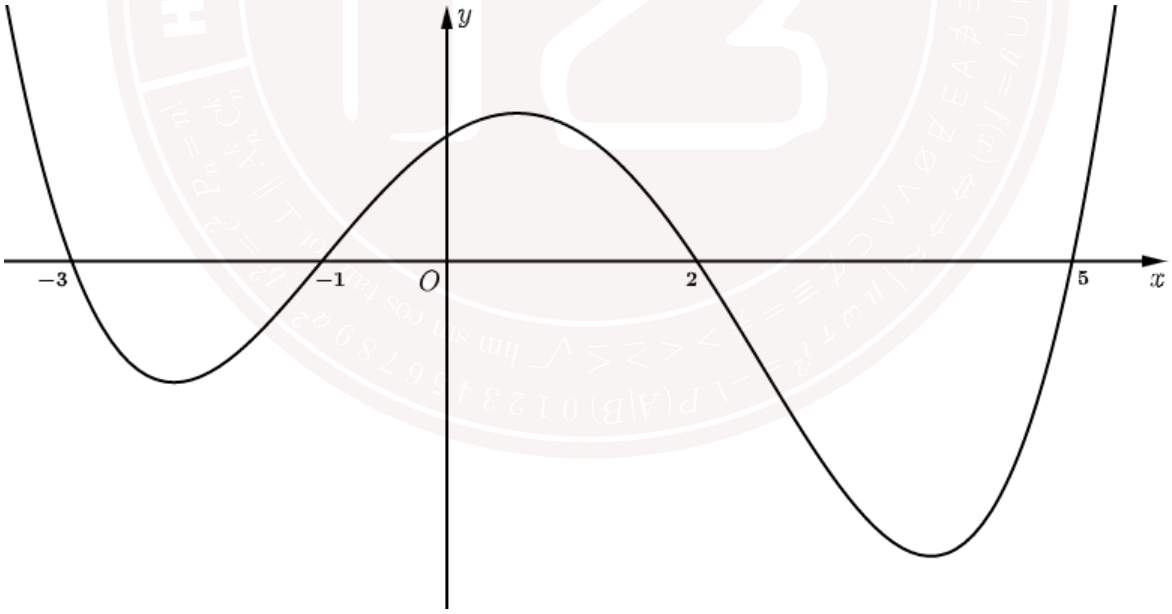
Câu 580. Cho số thực a thoả mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right) - \dfrac{x^2}{2} - a\right|$ trên đoạn $[0;3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a bằng

Câu 581. Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm của bất phương trình

$$\log_3\left(\frac{\sqrt{x^2-x+4}+1}{27}\right) + \log_5\left(x^2-x+5\right)^2 \le 0$$

A 5. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

Câu 582. Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3+3x\right| + m - 2m^2\right)$ có đúng 3 điểm cực đại?

A 3. **B** 1. **C** 4. **D** 0.

Câu 583. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(y^{2\log_3 x} - 2^{2+\log_3 x \log_2 y} + 8\right) = \log_3\left[7 - \left(x^2+y^3-2025\right)\sqrt{x^2+y^3-2022}\right]$$

Câu 584. Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thoả mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<150$ bằng

A 4. **B** 5. **C** 7. **D** 6.

Câu 585. Có bao nhiêu giá trị nguyên a để hàm số $y=\left|\dfrac{x-1}{x-a}\right|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 0.

Câu 586. Biết x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\dfrac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$. Biết $x_1+2x_2=\dfrac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A $a+b=14$. **B** $a+b=11$. **C** $a+b=16$. **D** $a+b=13$.

Câu 587. Xét các số thực x, y sao cho $4\log_3 a^{\log_2 a-2x+2}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}}4\geq 0$ luôn đúng với mọi $a>0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên của biểu thức $F=x^2+y^2-2x-12y+38$?

Câu 588. Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+1)x^2+6\left(m^2+m\right)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A 9. **B** 12. **C** 10. **D** 11.

Câu 589. Có bao nhiêu giá trị thực không âm của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(m+1)x^2+mx$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=-x+\dfrac{5}{12}$?

Câu 590. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)>2\log_2 x$ là

A 6. **B** 7. **C** 8. **D** 5.

Câu 591. Cho các số thực dương x, y thoả mãn $\left(\dfrac{10}{9}\right)^{2x^2-5xy}\leq\left(\dfrac{3}{\sqrt{10}}\right)^{xy+5y^2}$. Hiệu giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\dfrac{x}{y}$ bằng

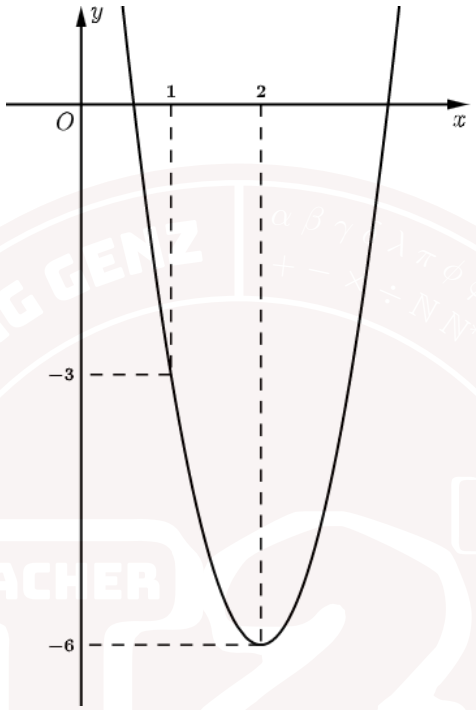
A $\dfrac{5}{2}$. **B** $\dfrac{1}{4}$. **C** $\dfrac{1}{5}$. **D** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 592. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $\dfrac{1}{2}\log_3\dfrac{x}{9}+\log_3 y=\dfrac{9-xy^2}{y^2}$. Khi $P=x+6y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của $\dfrac{x}{y}$ bằng

A $\sqrt[3]{3}$. **B** $\dfrac{3}{2}$. **C** $\sqrt[3]{9}$. **D** 3.

Câu 593. Cho phương trình $9^x-(m+4)3^x+9=0$ với m là tham số. Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $(x_1+2)(x_2+2)=5$ thì giá trị của tham số m bằng

Câu 594. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(x^2+x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 595. Có bao nhiêu số nguyên dương $a\leq 2023$ sao cho tồn tại số thực x thoả mãn

$$x\left(\ln a^2+\mathrm{e}^x\right)\leq \mathrm{e}^x\left(1+\ln(2x\ln a)\right)$$

Câu 596. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{2}(2m-3)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 2?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Câu 597. Có bao nhiêu số nguyên dương $m<20$ để phương trình $\log(mx+\log m^m)=10^x$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A 11. **B** 13. **C** 12. **D** 10.

Câu 598. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x+1)\left(x^2-2mx+1\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên $m\leq 2023$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-1\right)$ có 7 điểm cực trị?

A 2021. **B** 2022. **C** 2020. **D** 2023.

Câu 599. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2023;2023]$ để hàm số $y=\left(m^2-2023\right)x^4-mx^2-2$ có đúng một điểm cực đại?

A 2023. **B** 2024. **C** 4046. **D** 4048.

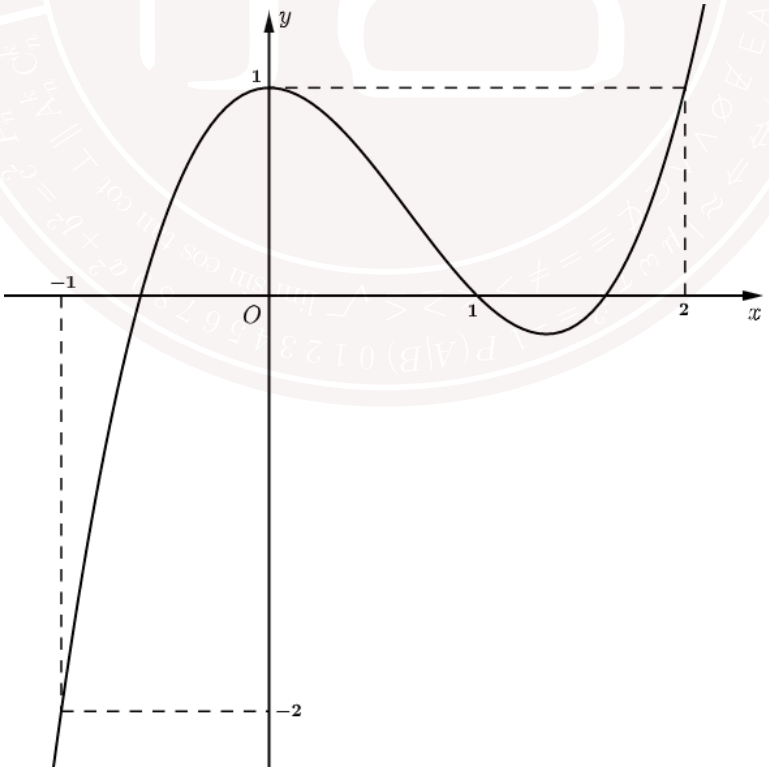
Câu 600. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của m bằng

Câu 601. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ sao cho ứng với mỗi giá trị nguyên dương y có không quá 15 giá trị nguyên dương x thoả mãn

$$\log_5\left(3x^2+xy+36y^2\right)+\log_3\left(x^2+12y^2\right)<\log_5(xy)+\log_3\left(x^2+16xy+12y^2\right)+1$$

Câu 602. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $2^{y+2}-\log_2(x+3)\le\dfrac{x-3-2y}{2}$ và $x<1000$?

Câu 603. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)\ge -1$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=\left|f(x)-\dfrac{x^3}{3}+x^2-x+2\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng $m\in(0;1)$, khi và chỉ khi

A $-\dfrac{4}{3}<f(2)<-\dfrac{1}{3}$. **B** $-\dfrac{4}{3}<f(2)\le-\dfrac{1}{3}$. **C** $-\dfrac{4}{3}\le f(2)<-\dfrac{1}{3}$. **D** $-\dfrac{4}{3}\le f(2)\le-\dfrac{1}{3}$.

Câu 604. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-10)\left(x^2-25\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+4x\right|+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A 10. **B** 11. **C** 9. **D** 12.

Câu 605. Cho phương trình $m^2-m\left(\dfrac{x^4+2x^3+x^2+3x+1}{x(x+1)}\right)+3x+1=0$ với m là tham số. Số giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để phương trình có đúng 4 nghiệm thực phân biệt là

Câu 606. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất ba số nguyên $b\in(-8;8)$ thoả mãn $5^{a^2+b}\le 2^{b-a}+25$?

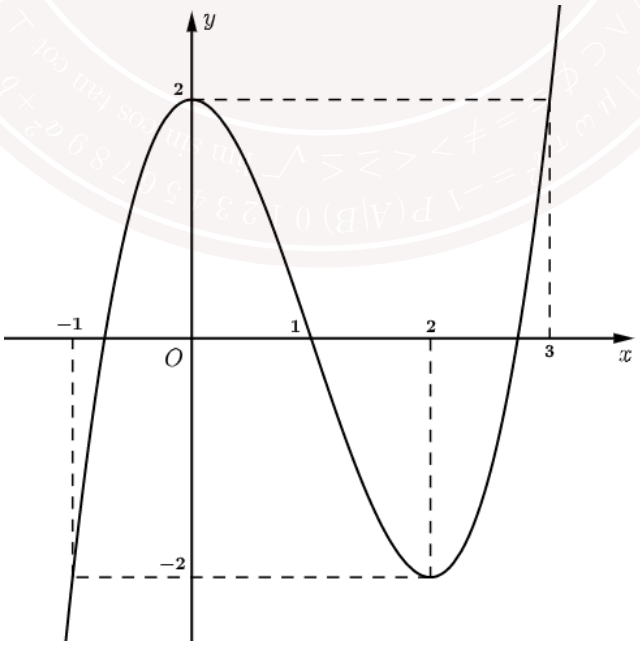
A 5. **B** 4. **C** 6. **D** 7.

Câu 607. Cho hai điểm thay đổi A, B lần lượt thuộc đồ thị $y=\mathrm{e}^{x-1}$ và $y=\ln(x-1)$. Giá trị nhỏ nhất của AB bằng $a+b\sqrt{2}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Giá trị $a+b$ bằng

Câu 608. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn các điều kiện $x>3y$, $0<x\le 2022$ và $\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1)$?

A 674. **B** 676. **C** 673. **D** 675.

Câu 609. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)<2$ và $f(1)=0$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



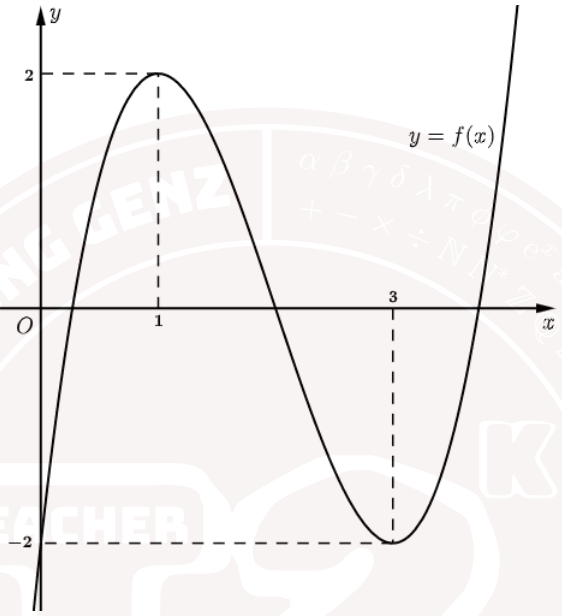
Hàm số $g(x)=\left|f\left(1-\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{x^2}{8}\right|$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A $(-\infty;-4)$. **B** $(5;+\infty)$. **C** $(2;4)$. **D** $(-3;-1)$.

Câu 610. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+\left(2m^2+3m+2\right)x-2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên m để trên (C) luôn tồn tại hai điểm A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường thẳng $x+2y+10=0$.

A 5. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 611. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có đúng bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f^4(x)+2=3f^2(x)+|f(x)+m|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

Câu 612. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2022]$ để phương trình $x\log_3(x+2)=\log_9\left[4(x+2)^{2m}\right]$ có hai nghiệm phân biệt?

A 2021. **B** 2024. **C** 2022. **D** 2023.

Câu 613. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_5\left(x^2+y^2+x\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right)\le\log_5 x+\log_3\left(x^2+y^2+8x\right)$$

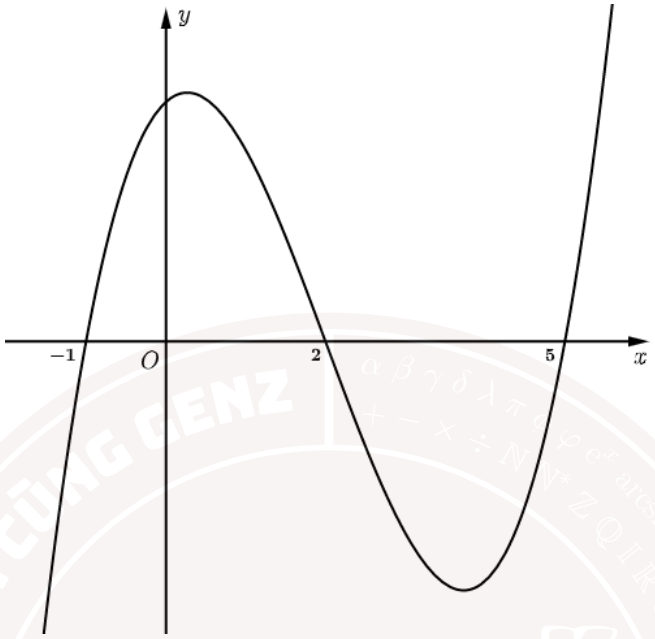
Câu 614. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$ (m là tham số) có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 2, khi đó tổng các giá trị của tham số m là

A $\dfrac{5}{3}$. **B** $\dfrac{2}{3}$. **C** 0. **D** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 615. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực dương y thoả mãn các điều kiện $x+y\log_2(x+3y)\le 8$ và $27^y\left(1+\log_3 x\right)\ge 1$?

A 8. **B** 16. **C** 9. **D** 7.

Câu 616. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ có đồ thị đạo hàm như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^4-4|x|^3+6x^2-4|x|\right)$ bằng

Câu 617. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-\infty;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-(m+3)x+25-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 12. **B** 11. **C** 13. **D** 14.

Câu 618. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=|f(x-1)+2022|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A 2005. **B** 2006. **C** 2007. **D** 2008.

Câu 619. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+3x+4y+6\right)+\log_2\left(x^2+y^2+2x+4y+5\right)\le\log_3(x+1)+\log_2\left(x^2+y^2+26x+4y+29\right)$$

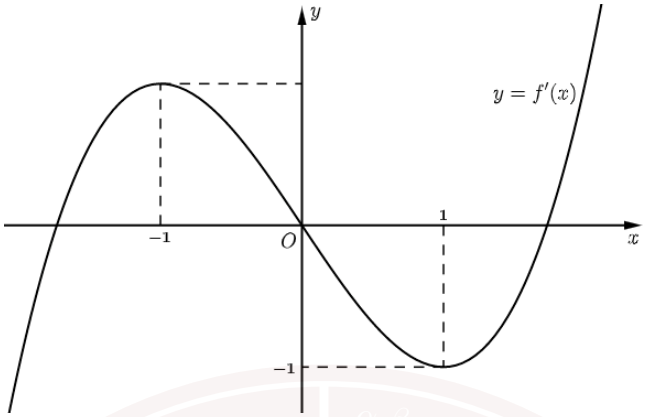
Câu 620. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3\left(x^2+y+3x\right)+\log_2\left(x^2+y\right)\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+y+18x\right)$$

Câu 621. Có bao nhiêu số nguyên dương a thoả mãn $\log_6\left(\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\right)>\log_3\sqrt[3]{a}$?

A 6^3. **B** 3^6. **C** 3^6-1. **D** 6^3-1.

Câu 622. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=3$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=\left|2f(x)+x^2-2mx+2m\right|$ đồng biến trên $(0;1)$?

Câu 623. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\frac{x^2+y^2+7x}{x}>\log_2\frac{x^2+y^2}{x}+\left(\frac{x^2+y^2}{x}\right)^{\log_2 3}$$

Câu 624. Gọi S là tập các số nguyên dương a để bất phương trình $6^x+2^{a+2}<4.3^x+2^{x+a}$ có ít nhất 1 và không quá 10 nghiệm nguyên. Tổng các phần tử của S bằng

A 204. **B** 201. **C** 205. **D** 208.

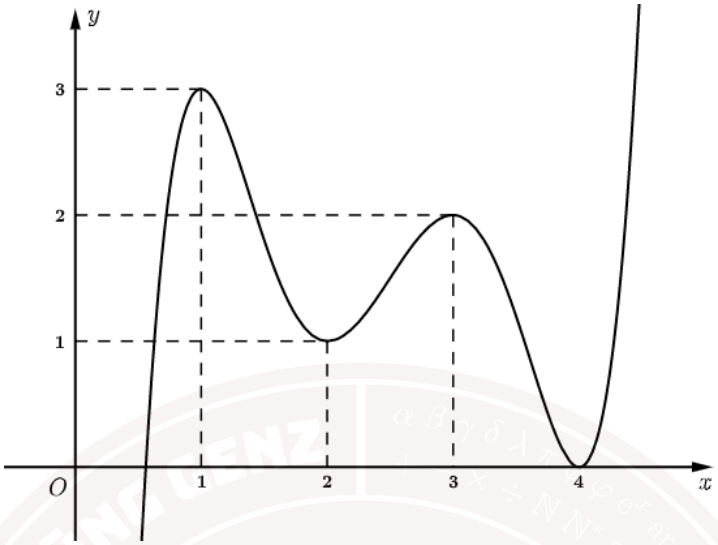
Câu 625. Cho a, b, c là các số thực thoả mãn điều kiện $a>1$, $b>0$, $c>0$ và bất phương trình $a^{x^2}(b+4c)^{2x+3}\geq 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Biết rằng biểu thức $P=\dfrac{16a}{3}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=m$, $b=n$, $c=p$. Khi đó, tổng $m+n+p$ bằng

Câu 626. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|\ln\left(x^2+x+m\right)+x\right|$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$?

Câu 627. Xét các số thực dương a, b thoả mãn $\log_2(a+b)=\log_3\left(a^2+b^2\right)$. Khi đó a^3+b^3 có thể nhận nhiều nhất bao nhiêu giá trị nguyên?

Câu 628. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=x^2-2m|x-m+6|+1$ có ba điểm cực trị?

Câu 629. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $h(x)=f^3(x)-3f^2(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2;3)$. **B** $(3;4)$. **C** $(1;2)$. **D** $(-\infty;1)$.

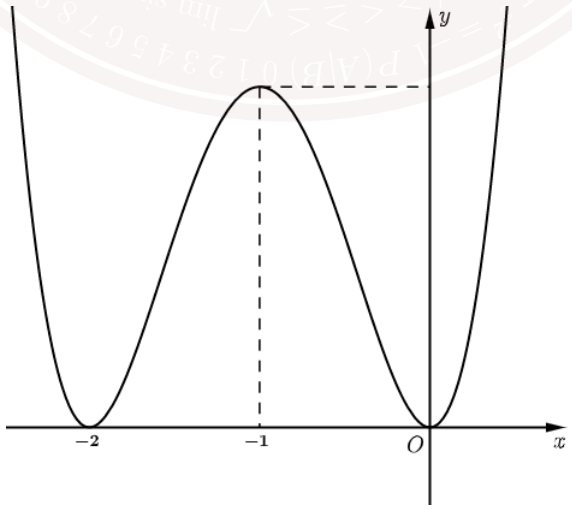
Câu 630. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty;-1)$. **B** $(-1;+\infty)$. **C** $(0;2)$. **D** $(-1;0)$.

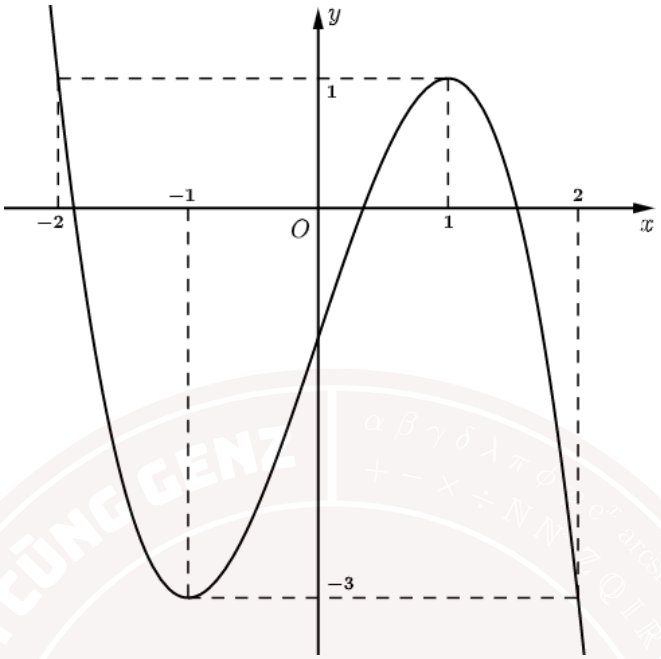
Câu 631. Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B** $(2;3)$. **C** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D** $(3;4)$.

Câu 632. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0$ có đúng ba nghiệm $x\in[0;+\infty)$?

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 4.

Câu 633. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^5\left(x^2-2(m-6)x+m\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A 4. **B** 6. **C** 5. **D** 7.

Câu 634. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho có không quá 8 số nguyên x thoả mãn $\log_2(4x+y)>2\log_2(x-2)$?

A 24. **B** 37. **C** 23. **D** 36.

Câu 635. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(16x^2+25y^2+400\right)+\log_3\left(16x^2+25y^2\right)\le\log_2 400+\log_3\left(16x^2+25y^2+800\right)$$

Câu 636. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(x^2+y^2+18x\right)-\log_5\left(x^2+y^2+4x\right)\ge\log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_5 2x+1$$

Câu 637. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 35. **B** 3. **C** 32. **D** 37.

Câu 638. Có bao nhiêu số thực x thoả mãn $\log_{2023-x}\left(\log_{2023-x} x\right)=\log_x\left(\log_x\left(2023-x\right)\right)$?

A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 2023.

Câu 639. Cho hàm số $y=\left|-x^3+3\left(a+1\right)x^2-3a\left(a+2\right)x+a^2\left(a+3\right)\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

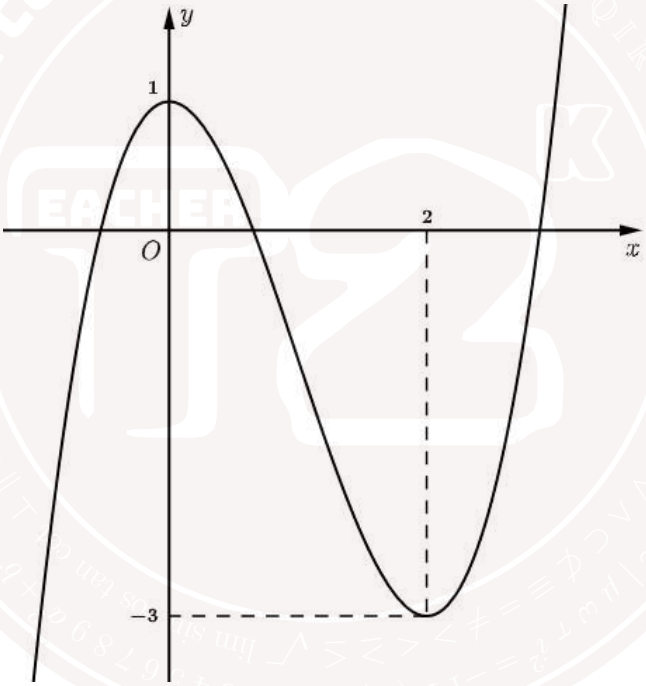
A 2. **B** 21. **C** 8. **D** 10.

Câu 640. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2023^{2x^2-4x+9}-2023^{x^2+5x+1}-\left(x-1\right)\left(8-x\right)<0$$

A 8. **B** 5. **C** 6. **D** 7.

Câu 641. Cho hàm số $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-x|$ là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 642. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x;y)$ thoả mãn $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$ và $\log_{x^2+y^2+2}\left(\dfrac{x^2+y^2+2}{4x+4y-6+m^2}\right)\le 0$.

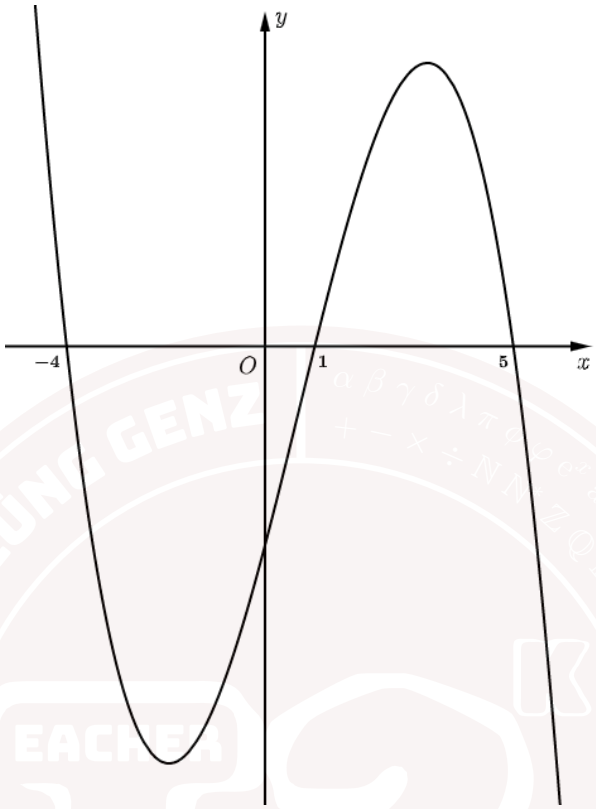
A $S=\{-1;1\}$. **B** $S=\{-7;-5;-1;1;5;7\}$.

C $S=\{-5;5\}$. **D** $S=\{-5;-1;1;5\}$.

Câu 643. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2022;2023)$ để hàm số $y=\left|2x^3-\left(m-3\right)x+16-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 11. **B** 1996. **C** 8. **D** 2004.

Câu 644. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+cx^2+dx+e$ với $a\neq 0$, hàm số $y=f'(1+2x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+5x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

A 6. **B** 2. **C** 10. **D** 4.

Câu 645. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x^3+x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A 7. **B** 8. **C** Vô số. **D** 6.

Câu 646. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có 8 điểm cực trị là

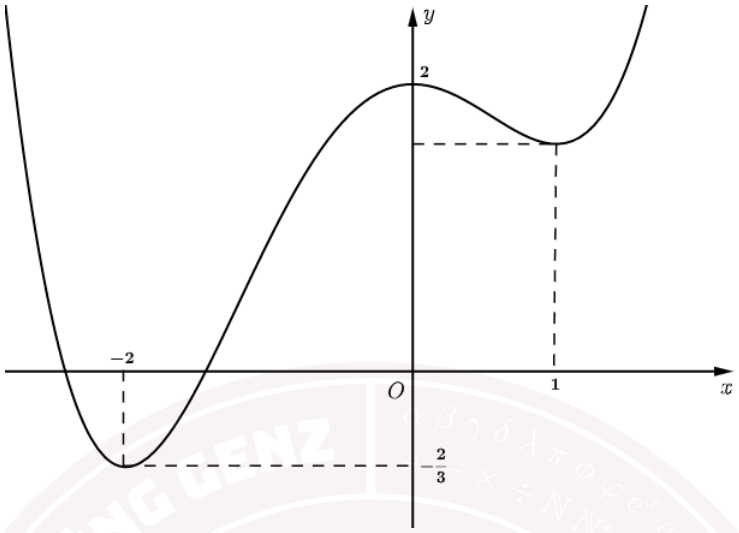
A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 4.

Câu 647. Cho x, y là các số thực dương thoả $\log_2\dfrac{2xy+3x+3y+4}{x^2+xy+y^2}=x(2x-3)+y(2y-3)-3$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $F=x+y-1$.

Câu 648. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d$ với $a\neq 0$, có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1=2$, $x_2=3$ và $x_3=6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

A 31. **B** $-\dfrac{32}{27}$. **C** $-\dfrac{31}{27}$. **D** 32.

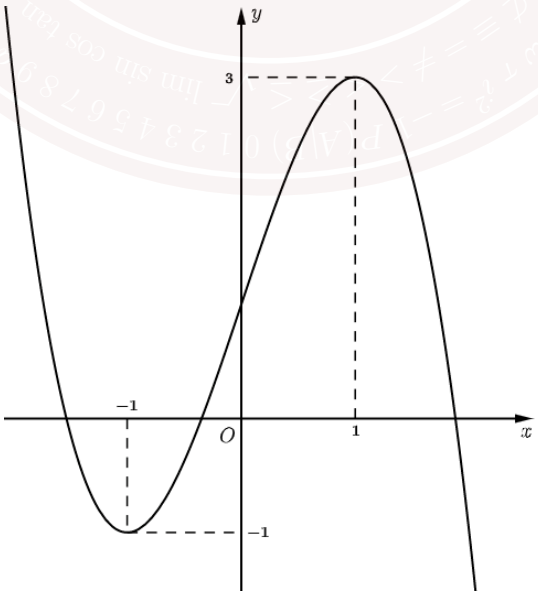
Câu 649. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-25;20)$ để hàm số $g(x)=\dfrac{1}{3}f^3(x)+\dfrac{m}{2}f^2(x)+(3m-5)\,f(x)-7$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$?

Câu 650. Cho x, y là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị y thoả mãn: Với mỗi y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thoả $\left(2^{x+y^2}-2^{y^2-x}\right)\log_x y > 4^{\frac{2y^2-1}{2}}-\dfrac{1}{2}$, đồng thời các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048. Số phần tử của tập S là

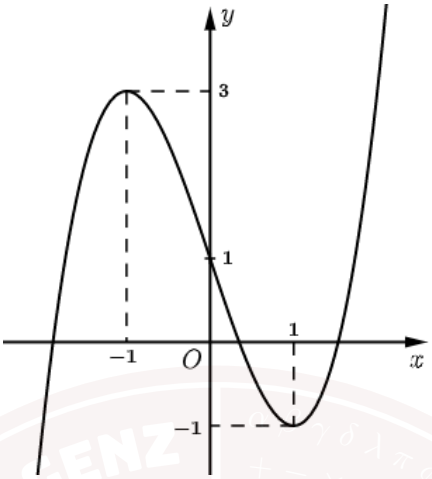
Câu 651. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(2x-1\right)+mx+3$ có ba điểm cực trị?

A 5. **B** 3. **C** 7. **D** 8.

Câu 652. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-5;5)$ để hàm số $g(x)=|f(f(x))-f(x)+m|$ nghịch biến trên $(0;1)$?

Câu 653. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3\left(x^2+y^2+3x\right)+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_3 x+\log_2\left(x^2+y^2+18x\right)$$

Câu 654. Gọi S là tập các giá trị m để hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-(3m-1)x^2+2m(2m-1)x+m^2+1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2+x_2^2=10$. Tổng các phần tử của S bằng

A 3. **B** $-\dfrac{3}{5}$. **C** $\dfrac{4}{5}$. **D** $\dfrac{7}{5}$.

Câu 655. Gọi S là tập tất cả các giá trị m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+3mx+2$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thoả mãn $|x_1-x_2|=4$. Tổng các phần tử của S bằng

A -3. **B** 3. **C** -4. **D** 4.

Câu 656. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10;60)$ để bất phương trình $\log_3\left(x^2+1\right)+(2m-1)\log_{x^2+1}3+4\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\ne 0$?

A 59. **B** 57. **C** 55. **D** 61.

Câu 657. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[0;2023]$ để hàm số $g(x)=\left|x^3-3mx^2-3(m+3)x-m+5\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 2023. **B** 2022. **C** 2019. **D** 2021.

Câu 658. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $\log_5(10x+5)=25^y-2(x-y)$ với $1\le x\le 2023$?

A 0. **B** 2. **C** 1. **D** 2023.

Câu 659. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a \in (-\infty;2023]$ để hàm số $y = \left|x^3 + (a+2)x + 9 - a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A 2023. **B** 2020. **C** 2019. **D** 2022.

Câu 660. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $\ln\left(7x^2+7\right) \geq \ln\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

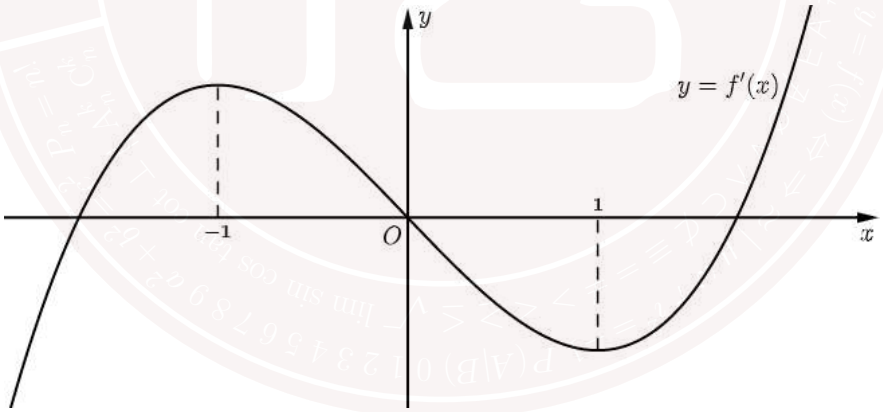
A 12. **B** 35. **C** 14. **D** 0.

Câu 661. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $m.2^{x+1} + m^2 = 16^x - 6.8^x + 2.4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

Câu 662. Tất cả các giá trị thực m sao cho bất phương trình $\log^2 x - m\log x + m + 3 \leq 0$ có nghiệm trong khoảng $(1;+\infty)$ là

A $m \in (-\infty;-3)$. **B** $m \in (-3;6]$.
C $m \in (-\infty;-3) \cup [6;+\infty)$. **D** $m \in [6;+\infty)$.

Câu 663. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $g(x) = |4f(\sin x) + \cos 2x - a|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

Câu 664. Xét các số thực x, y sao cho $4\log_3 a^{\log_2 a - 2x + 2} - \left(y^2 - 25\right)\log_{\sqrt{3}} 4 \geq 0$ luôn đúng với mọi $a > 0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên của biểu thức $F = x^2 + y^2 - 2x - 14y + 51$?

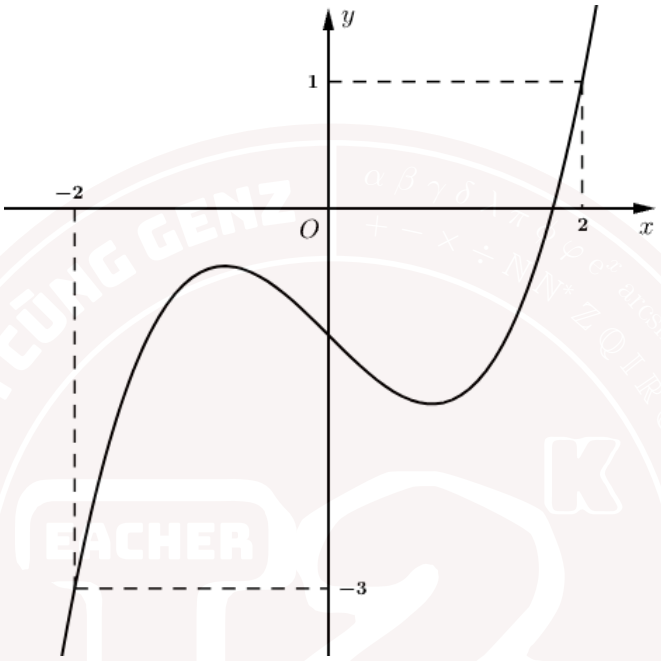
Câu 665. Cho bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + (9-m)\left(3-\sqrt{5}\right)^x > (m-1)2^x$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (0;+\infty)$?

A 6. **B** 4. **C** 7. **D** 5.

Câu 666. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(x^2+y^2+4x+2y+5\right)+\log_3\left(x^2+y^2+4x+3y+6\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+4x+26y+29\right)+\log_3(y+1)$$

Câu 667. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ thoả $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|2f\left(x^2+x\right)-\left(x^3-x\right)(x+2)\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Câu 668. Cho bất phương trình $\log_3(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x-2)\ge\log_4(x+1)^2-\log_3\left(\dfrac{x-2}{4}\right)-2$. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng

A 7. **B** 3. **C** 5. **D** 9.

Câu 669. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thoả mãn

$$2023^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2022\right)=a^{3\log(x+1)}+2022$$

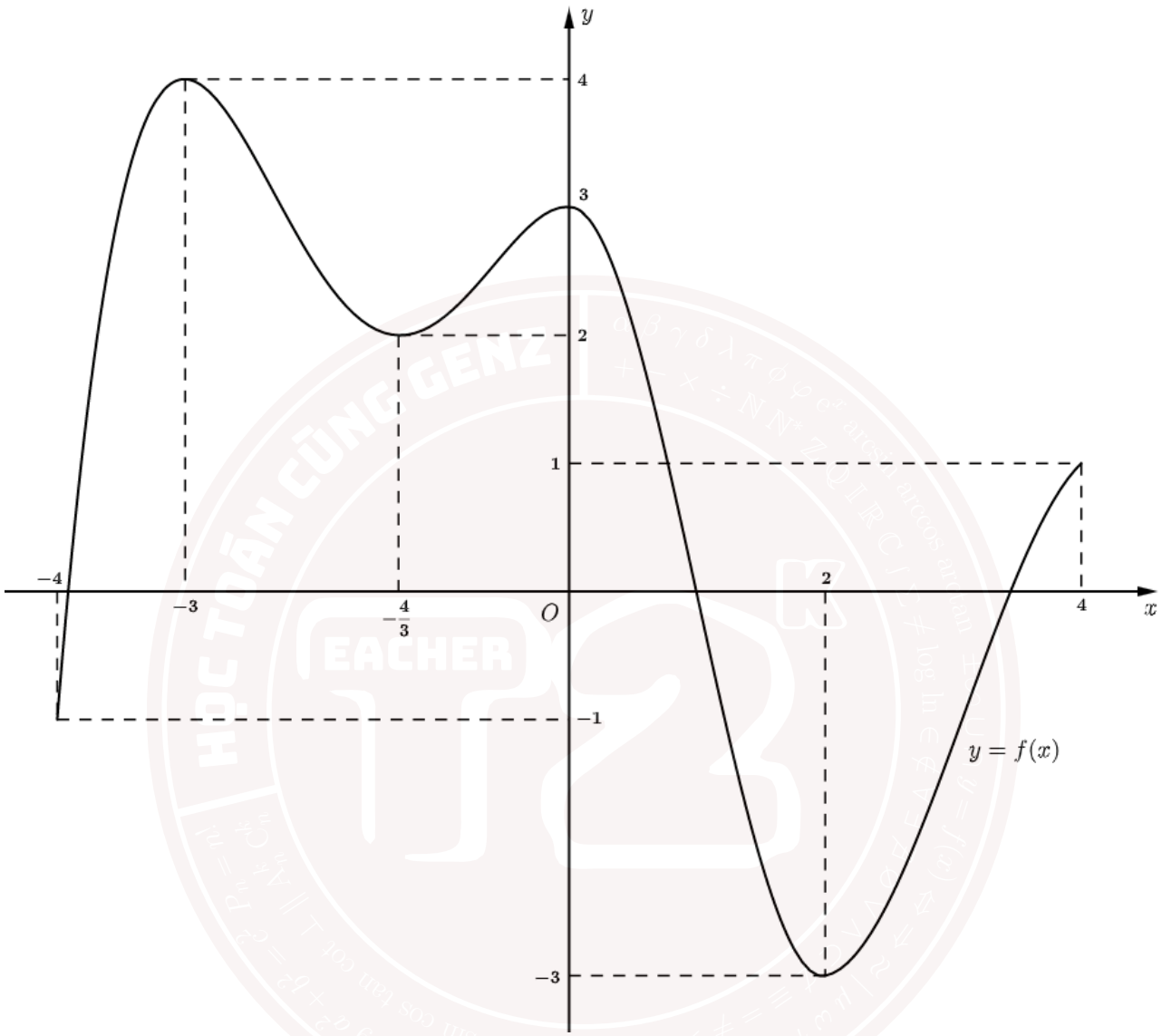
A 5. **B** 9. **C** 8. **D** 12.

Câu 670. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị A, B, C thoả mãn diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 2023?

A 21. **B** 44. **C** 15. **D** 2023.

Câu 671. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|(x+2m-3)\sqrt{x-1}-m^2+25\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

Câu 672. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $[-4;4]$, có các điểm cực trị trên $(-4;4)$ là -3; $-\dfrac{4}{3}$; 0; 2 và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|f\left(x^3+3x\right)+m\right|$ nghịch biến trên $(-4;-1)$?

Câu 673. Cho hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\dfrac{2}{3}$, biết $\dfrac{a}{b}$ (trong đó $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b\in\mathbb{N}^*$) là giá trị m để hàm số có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2(x_1+x_2)=1$. Giá trị biểu thức $T=a+2b$ bằng

A $T=9$. **B** $T=5$. **C** $T=8$. **D** $T=11$.

Câu 674. Cho x, y là hai số thực thoả mãn $\dfrac{-2x+4y}{x^2+y^2+1}\geq 1$ và $32\left(2^{x-y}+\dfrac{x-y+5}{2^y}\right)\leq 1$. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T=x^2+y^2-4x-4y$ lần lượt là M, m. Tổng $M+m$ bằng

Câu 675. Tìm số giá trị nguyên $a \leq 2$ để phương trình $\mathrm{e}^{\mathrm{e}^{2x}-a} - 2x - a = 0$ có nhiều nghiệm nhất?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 0.

Câu 676. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $0 < x \leq 2023$ và $3^x(x+1) = 27^y y$?

A 2020. **B** 674. **C** 672. **D** 2019.

Câu 677. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

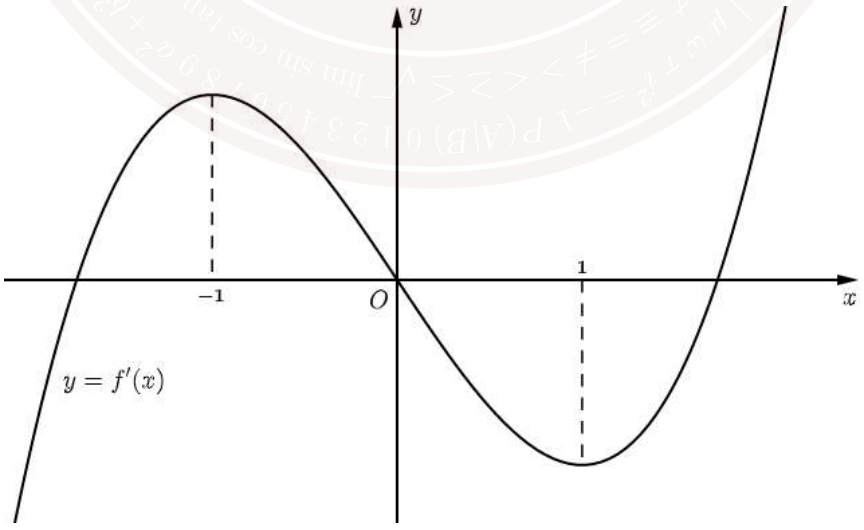
Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x) = f^2(x) - mf(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 15. **B** 8. **C** 6. **D** 13.

Câu 678. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^5}{5} - x^2 + (m-1)x - 4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = |f(x-1) + 2023|$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$?

A 2005. **B** 2006. **C** 2007. **D** 2008.

Câu 679. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(1) = 2$, có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y = \left|2f(\ln x) - \ln^2 x + 1 - m\right|$ nghịch biến trên $(1;\mathrm{e})$?

Câu 680. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3(5-|x|+2|y|)+2\log_2(5-|x|)+3\geq \log_3|y|+\log_2(5-|x|+3|y|)^2$$

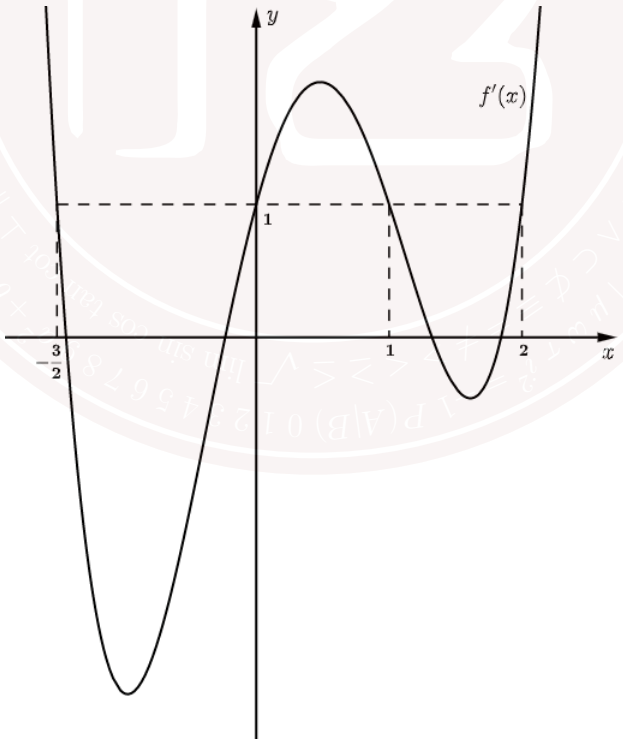
Câu 681. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $2+2\log_2(x-3)+(2m+3)\log_{\sqrt{x-3}}2=2m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1<x_2<5$?

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Câu 682. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $\log_2\dfrac{x^2+y^2}{2y}+\log_3 2\leq \log_3\dfrac{x^2+y^2}{y}$?

Câu 683. Cho a, b là các số thực thay đổi thoả mãn $1<a<b\leq 2$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2\log_a\left(b^2+4b-4\right)+9\log^2_{\frac{b}{a}}a$ là $9\sqrt[3]{m}+n$ với m, n là các số nguyên dương. Khi đó, giá trị của biểu thức $F=2m+3n+1$ bằng

Câu 684. Cho $f(x)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết $f\left(-\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{653}{320}$, $f(0)=-2$ và $f(1)=-\dfrac{1}{60}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)-x+a$ trên đoạn $\left[-\dfrac{3}{2};1\right]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in[-2023;2023]$ để $9m^2-320M>0$?

Câu 685. Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+3\left(m^2-4\right)x+n+2$ với m, n là các tham số. Biết rằng hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;4)$ và có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 2. Khi đó, tổng $m+n$ bằng

Câu 686. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\log_3(2-x)\log_7\left(x^2-15\right)<\log_7\left(4-4x+x^2\right)^3$?

A 25. **B** 34. **C** 35. **D** 24.

Câu 687. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ đồng thời thoả mãn các điều kiện $f(0)<0$ và $\left(f(x)+6x^3-2\right)f(x)+9x^6=4x^4+6x^3+12x^2+8\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x+\sqrt{1-x^2}\right)$ trên đoạn $[-1;1]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng

Câu 688. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $x\in[2;4374)$ và $2.3^y-\log_3\left(x+3^{y-1}\right)=3x-y$?

A 7. **B** 8. **C** 6. **D** 9.

Câu 689. Có bao nhiêu giá trị nguyên m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=-x^3+3x^2-3mx+\dfrac{5}{3}$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(-2;5)$?

A 16. **B** 6. **C** 17. **D** 7.

Câu 690. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(x^2+y^2-3x\right)+\log_5 x\le\log_2 x+\log_5\left(5x-x^2-y^2\right)$$

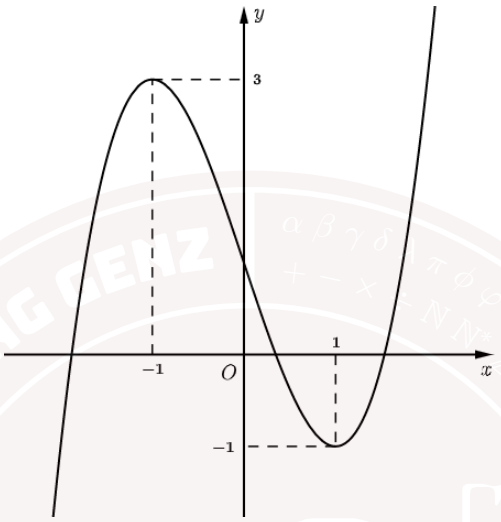
Câu 691. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	m	↘	n	↗	$+\infty$

Với m, n là các số nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$. Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên $(m;n)$ để phương trình $f(|x+5|)=4$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

Câu 692. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất 8 số nguyên $b \in (-10;10)$ thoả mãn $5^{a^2-2a-3+b} \le 3^{b+a}+598$?

Câu 693. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(f^2(x)-3f(x)-m\right)$ có ít nhất 13 điểm cực trị?

Câu 694. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right]$ thoả mãn $\log_3\left(x^3-6x^2+9x+y\right)=\log_2\left(-x^2+6x-5\right)$. Số phần tử của S là

Câu 695. Cho các số dương x, y thoả mãn $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y \le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}$ bằng

Câu 696. Xét các số thực x, y thoả mãn

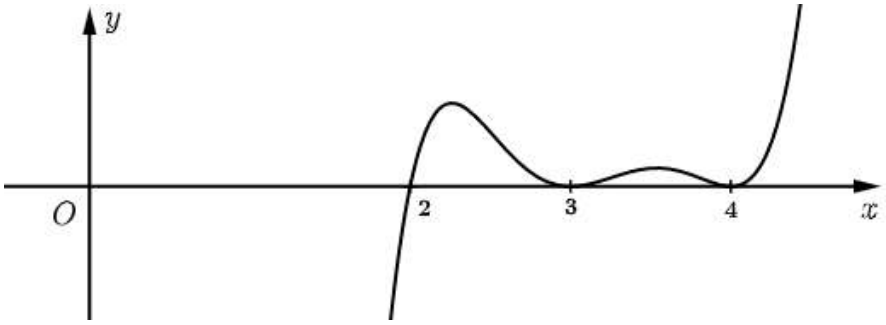
$$\log_4\left(x^2+y^2+14y\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right) \le \log_4 y+\log_3\left(x^2+y^2+16y\right)$$

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{6y}{x+2y+1}$ bằng

Câu 697. Với các số thực x không âm và thoả mãn $4^x-3.2^{\sqrt{x}+x}-4^{\sqrt{x}+1} \le 0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình $x^2+9x+1=me^x$ có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của tập hợp S là

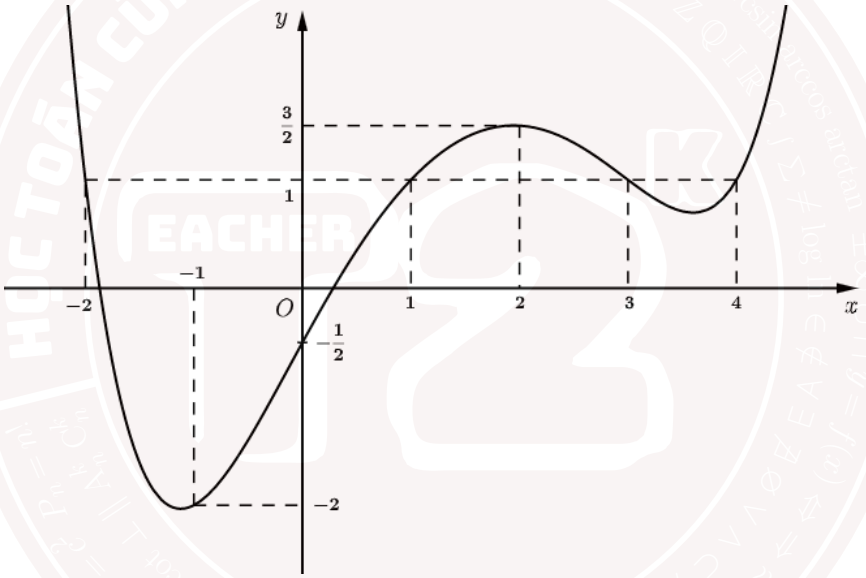
A 4. **B** 7. **C** 6. **D** 5.

Câu 698. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có $f(1)>0$, $f(2)<0$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ là

Câu 699. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0$ có nghiệm?

A 7. **B** 5. **C** 8. **D** 4.

Câu 700. Phương trình $\log_3(\cot x)=\log_4(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2022\pi)$?

A 2020. **B** 2021. **C** 1011. **D** 2022.

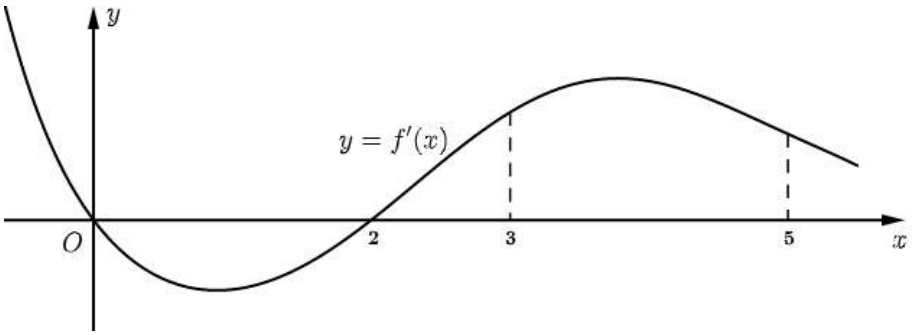
Câu 701. Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

Câu 702. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thoả phương trình sau

$$2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$$

A 9. **B** 5. **C** 12. **D** 8.

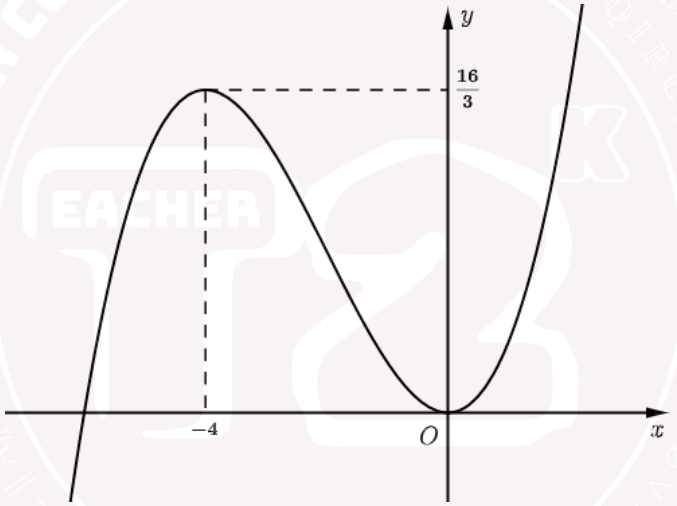
Câu 703. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Biết $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[0;5]$ lần lượt là

A $f(0)$, $f(5)$. **B** $f(2)$, $f(5)$. **C** $f(2)$, $f(0)$. **D** $f(1)$, $f(5)$.

Câu 704. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Với $m\in[0;1]$, phương trình $f\left(x^3-3x^2\right)=3\sqrt{m}+4\sqrt{1-m}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

Câu 705. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị?

A 16. **B** 17. **C** 15. **D** 18.

Câu 706. Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

Câu 707. Cho x, y là các số thực thoả mãn $1<x<\sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(\log_x y-1)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

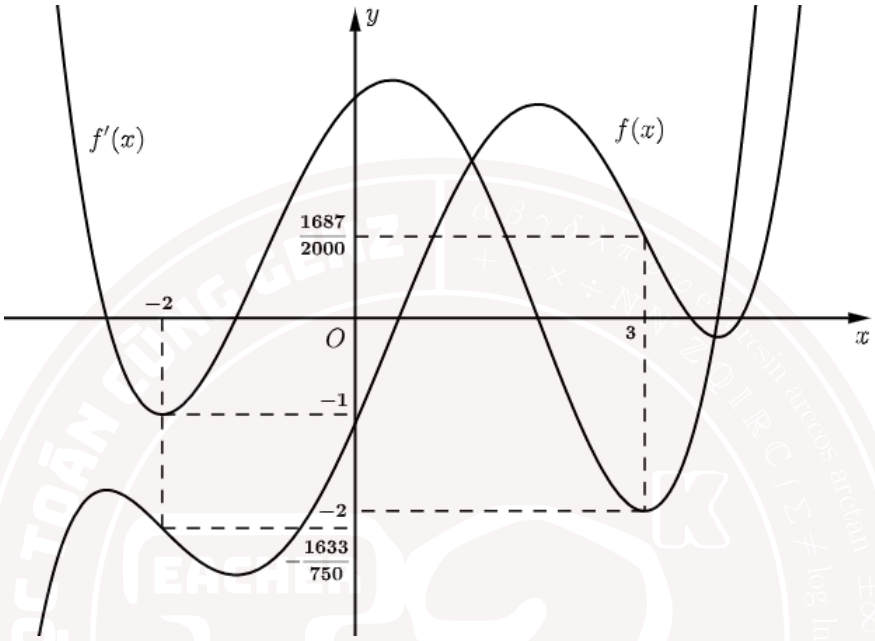
A 9. **B** 30. **C** 27. **D** 18.

Câu 708. Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5;10]$ của bất phương trình

$$2^{x^2+x}\left(3x^2-6x+6\right)\geq 7x^2-29x+34$$

A 54. **B** 40. **C** 55. **D** 41.

Câu 709. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức và có đồ thị $f(x)$, $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f(x)+\dfrac{x^5}{5}-\dfrac{x^4}{2}+\left(3+m^2\right)\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+4x+2022$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;3]$ không vượt quá 4044?

Câu 710. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^3-2x^2\right)\left(x^3-2x\right)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2022x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A 12. **B** 10. **C** 9. **D** 11.

Câu 711. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thoả mãn $\log_5\left(x^2+y\right)\geq\log_4(x+y)$?

A 37. **B** 38. **C** 40. **D** 36.

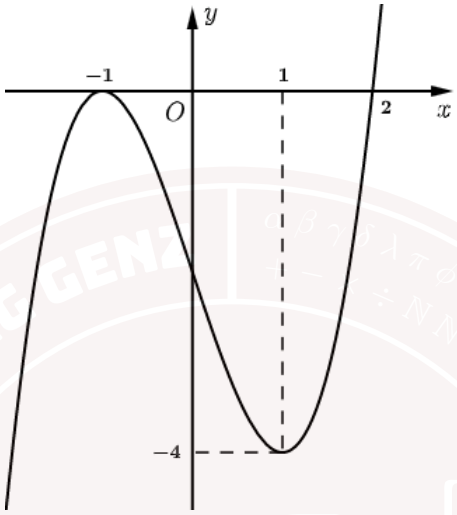
Câu 712. Cho hàm số $f(x)=x^3+mx^2+nx-1$ với m,n là các tham số thực thoả mãn $m+n>0$ và $7+2(2m+n)<0$. Tìm số cực trị của hàm số $y=|f(|x|)|$.

Câu 713. Cho các số thực x, y thoả mãn $\dfrac{2^{x^2+y^2-1}}{x^2+y^2-2x+2}\leq 4^{x-1}$ và $2x-y\geq 0$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+2y+1$ lần lượt là M và m. Tính $M+m$.

Câu 714. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-4x$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(2x^2-12x+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 17. **B** 19. **C** 16. **D** 18.

Câu 715. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

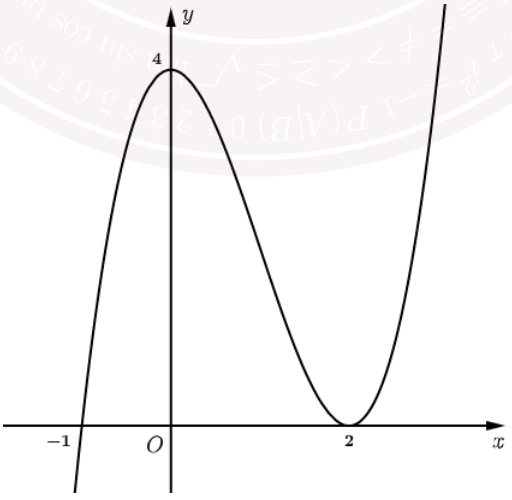


Số giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(2x^2-4|x|+m-3\right)$ có 7 điểm cực trị là

A 1. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Câu 716. Cho các số thực dương x, y thoả mãn $\log_{x^2+xy+2y^2}(9x+10y-20)=1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $S=\dfrac{y}{x}$. Tính $M+m$.

Câu 717. Cho hàm số $f(x)=(x+1)(x-2)^2$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=|x-2|\left(x^2-x-2\right)$?

A Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$. **B** Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

C Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D** Hàm số đồng biến trên $(-1;2)$.

Câu 718. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

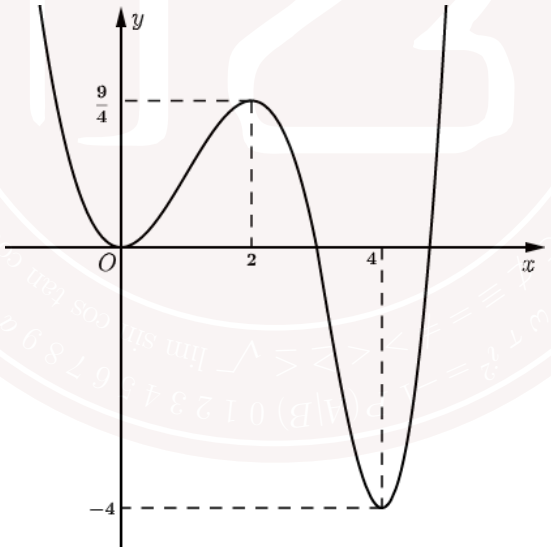
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $6f\left(x^2-4x\right)=m$ có ít nhất ba nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$?

A 29. **B** 25. **C** 24. **D** 30.

Câu 719. Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\dfrac{2x^2+1}{x}\right)+2^{x+\frac{1}{2x}}=6$.

A 1. **B** 0. **C** 2. **D** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 720. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f(5-2x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị thực $m\in(-9;9)$ thoả mãn $2m\in\mathbb{Z}$ và hàm số $y=\left|2f\left(4x^3+1\right)+m-\dfrac{1}{2}\right|$ có 5 điểm cực trị?

A 26. **B** 25. **C** 27. **D** 24.

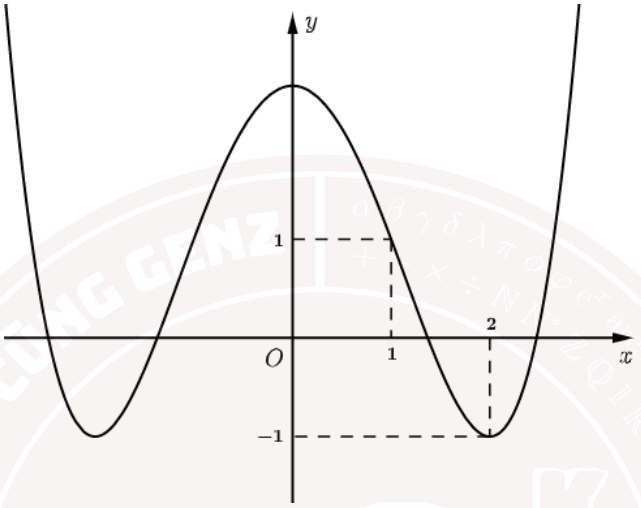
Câu 721. Cho hai số thực x và y thoả mãn $x-2y=\log_3\left(\log_3 5\right)$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3^x+\dfrac{1}{25^y}$ là $a+\log_b c$ trong đó a, b, c là các số tự nhiên và b, c là số nguyên tố. Tính giá trị của biểu thức $T=a+2b+3c$.

A $T=22$. **B** $T=23$. **C** $T=17$. **D** $T=8$.

Câu 722. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=4^x+(a-2)2^x+2$ trên đoạn $[-1;1]$. Tất cả giá trị của a để $m\geq 1$ là

A $a\geq 1$. **B** $-\dfrac{1}{2}\leq a\leq 0$. **C** $a\leq -\dfrac{1}{2}$. **D** $a\geq 0$.

Câu 723. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(1-x^2\right)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)+\dfrac{2}{x}$ là

Câu 724. Có bao nhiêu số nguyên $y\in[-2022;2022)$ để tồn tại $x\in\mathbb{R}$ thoả $9\sqrt[3]{3y+9.2^x}=2^{3x}-3y$?

A 4. **B** 2026. **C** 2024. **D** 2025.

Câu 725. Cho hàm số $f(x)=10^x+x$ và $g(x)=x^3-mx^2+\left(m^2+1\right)x-2$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x+f(x))$ trên đoạn $[0;1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng?

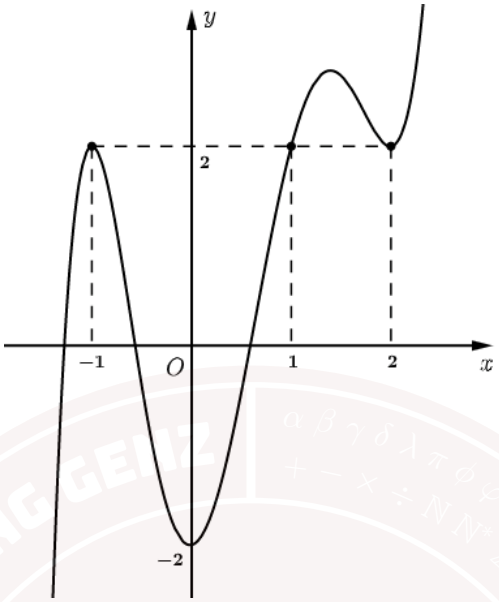
A $\dfrac{21}{2}$. **B** 6. **C** 21. **D** 5.

Câu 726. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	4	↗	8	↘	$-\infty$

Số giá trị nguyên m để phương trình $\dfrac{f(f(x))}{f(x)+1}=m$ có 5 nghiệm phân biệt là

Câu 727. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x+2)$ như hình vẽ.



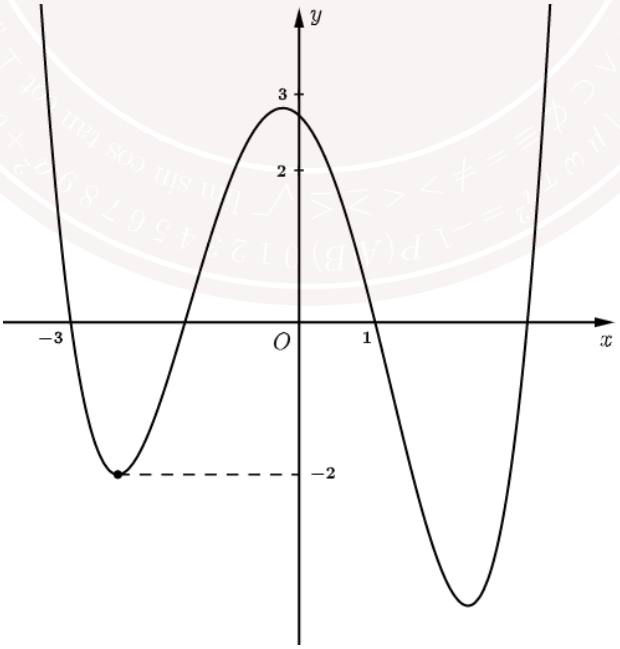
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=\dfrac{1}{3^{2x-f(x)}}$ trên đoạn $[-3;4]$ là

A $g(1)$. **B** $g(-3)$. **C** $g(3)$. **D** $g(4)$.

Câu 728. Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn 2 của y sao cho với mỗi y tồn tại đúng 3 số nguyên dương x thoả mãn $3^x-y\le 2\log_2(3^x-2)$?

A 16. **B** 51. **C** 68. **D** 66.

Câu 729. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

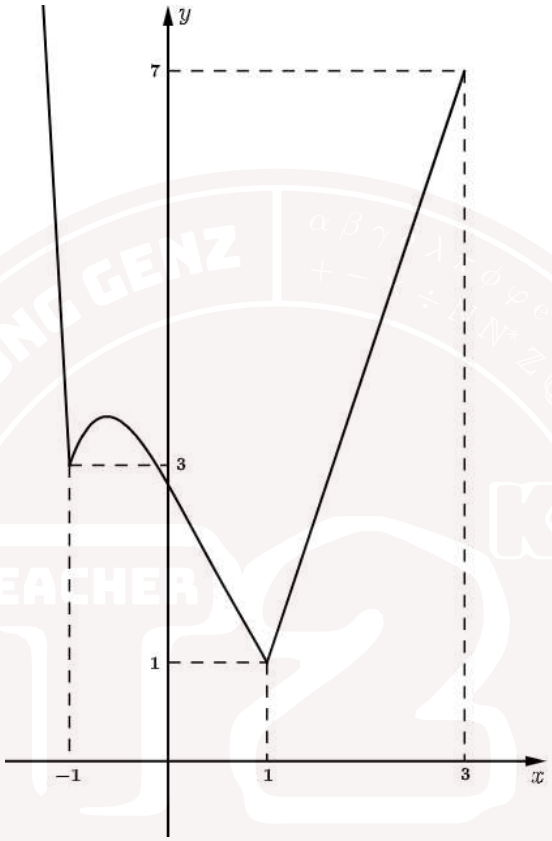


Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $f\left(\left|x^2-4x\right|-3\right)=a$ có không ít hơn 10 nghiệm thực phân biệt?

Câu 730. Số giá trị nguyên âm của tham số thực m để phương trình $\left(m^2+1\right)\log_2^2 x+4\log_2 x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ là

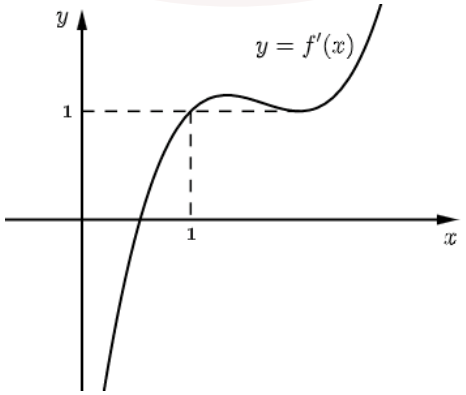
A 4. **B** 1. **C** 2. **D** 5.

Câu 731. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|f(x)-2|^3-3\left(f(x)-2\right)^2+5$ trên đoạn $[-1;3]$. Tính $M.m$

Câu 732. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



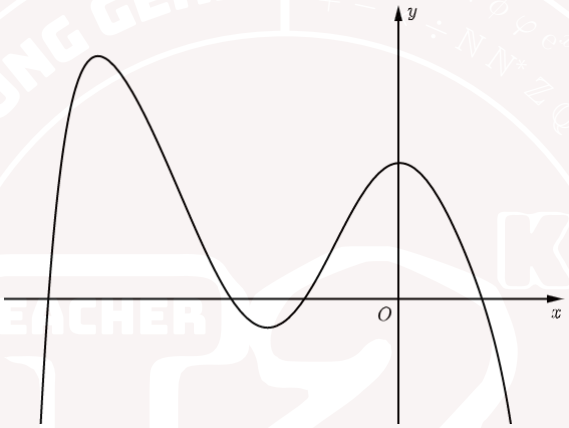
Hỏi hàm số $g(x)=f\left(\cos x+1\right)+\mathrm{e}^{-\cos x}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu trên đoạn $[-100\pi;100\pi]$?

Câu 733. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|3x^4+4x^3-12x^2+2m\right|$ có 7 điểm cực trị?

A 4. **B** 2. **C** 3. **D** 1.

Câu 734. Cho x, y là các số thực và x dương thoả mãn $\log_2\dfrac{1-y^2}{x}=3\left(x+y^2-1\right)$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{1-y^2+\sqrt{9x^2+1}}{8x^2+y^2+x}$ bằng $\dfrac{a\sqrt{b}}{c^2}$ với a, b, c là các số nguyên tố. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c$.

Câu 735. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f''(x)f(x)-\left(f'(x)\right)^2-2^x=0$ là

Câu 736. Xét các số thực dương x, y, z thoả mãn $(y+2z)\left(3^x-27^{\frac{1}{y+2x}}\right)=xy+2xz-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_5\left(y^2+z^2\right)+\dfrac{1}{4}\log_5^2\left(\dfrac{9}{x^2}+3y^2-3z^2\right)$.

Câu 737. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương $m<2022$ để phương trình $\log_3\left(m+\sqrt{m+3^x}\right)=2x$ có nghiệm thực?

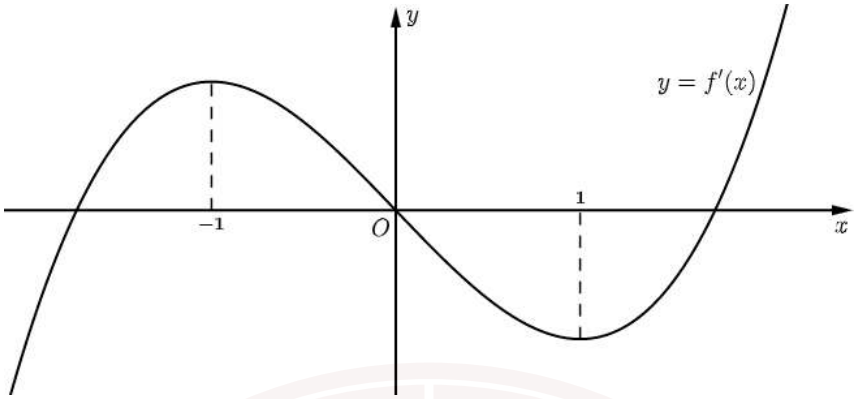
A 2021. **B** 2018. **C** 2019. **D** 2020.

Câu 738. Có bao nhiêu số nguyên $a\geq 2$ để tồn tại $x\in\mathbb{R}$ thoả $\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\dfrac{\ln(x-2)}{\log a}$?

Câu 739. Cho bất phương trình $4^x+(m+1)2^x+2m>0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x>1$?

A 8. **B** 9. **C** 7. **D** 10.

Câu 740. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(1)=1$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Tính tổng các số nguyên dương a để hàm số $g(x)=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

Câu 741. Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Tính tổng các giá trị nguyên $a\in[-4;4]$ sao cho $M\le 2m$?

Câu 742. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+3)(x-4)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tổng các giá trị nguyên $m\in[-10;5]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^2-3x+m\right|\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A 54. **B** 9. **C** -52. **D** -54.

Câu 743. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn $\log\dfrac{\sqrt{x-2}}{100y}=\left(y-\sqrt{x-2}\right)\left(y+\sqrt{x-2}+1\right)-2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{\ln\left(y^2+2\right)}{\sqrt[2022]{x}}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(700;800)$. **B** $(800;900)$. **C** $(500;600)$. **D** $(600;700)$.

Câu 744. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2-4x+4+m\right)-1<\log_5\left(x^2+2x+3\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in(1;3)$?

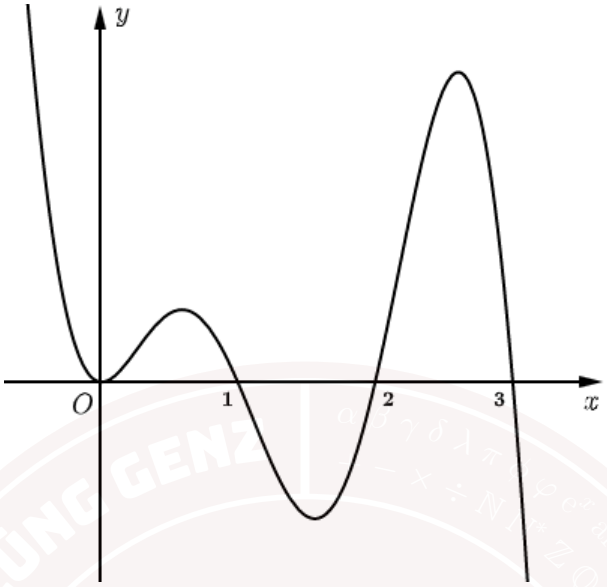
A 30. **B** 28. **C** 29. **D** Vô số.

Câu 745. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương b sao cho tồn tại đúng hai số thực a thoả mãn

$$b.2^{a^2-6a-1}+b^2.2^{2a^2-12a-1}-3=7\log_2\left(a^2-6a+\log_2 b\right)$$

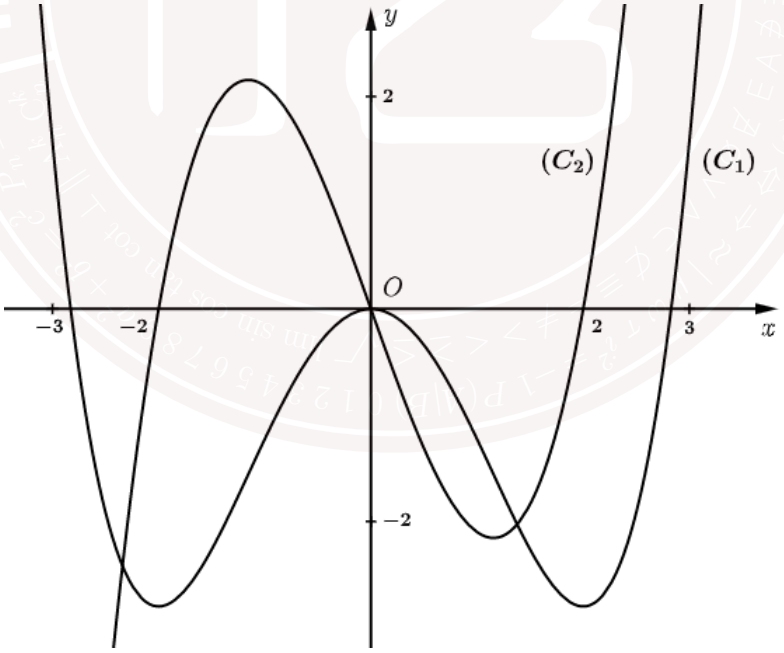
Câu 746. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(2^x+3^x-8x+3)\sqrt{3^{2^x}-m}=0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để tập hợp S có hai phần tử?

Câu 747. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[0;6]$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-1|-2x+m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị?

Câu 748. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị (C_1), (C_2) như hình vẽ.



Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $g(x)=f\left(\mathrm{e}^{-x}f(x)\right)$ trên khoảng $(-\infty;3)$ là

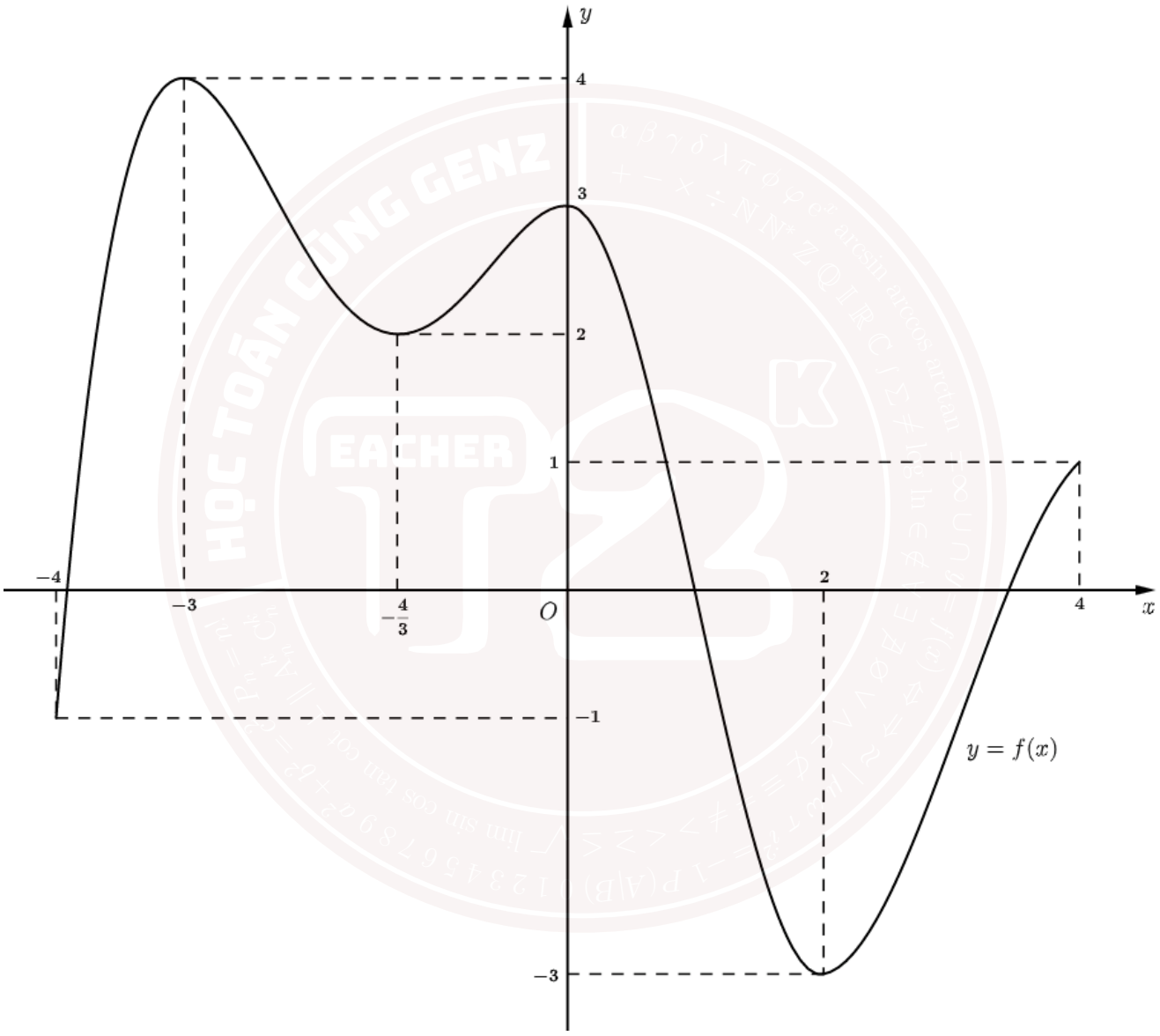
Câu 749. Tất cả các giá trị thực m để bất phương trình $x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\le m\log_{5-\sqrt{4-x}}3$ có nghiệm là

Ⓐ $m>2\sqrt{3}$. Ⓑ $m>12\log_3 5$. Ⓒ $m\ge 2\sqrt{3}$. Ⓓ $2<m<12\log_2 5$.

Câu 750. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-4\right)(x-5)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=\left|f\left(x^2+1\right)-m\right|$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A 6. **B** 8. **C** 5. **D** 7.

Câu 751. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $[-4;4]$, có các điểm cực trị trên $(-4;4)$ là -3; $-\dfrac{4}{3}$; 0; 2 và có đồ thị như hình vẽ.



Đặt $g(x)=f\left(x^3+3x\right)+m$ với m là tham số. Gọi m_1 là giá trị của m để $\max\limits_{[0;1]}g(x)=2022$ và m_2 là giá trị của m để $\min\limits_{[-1;0]}g(x)=2004$. Giá trị của m_1-m_2 bằng

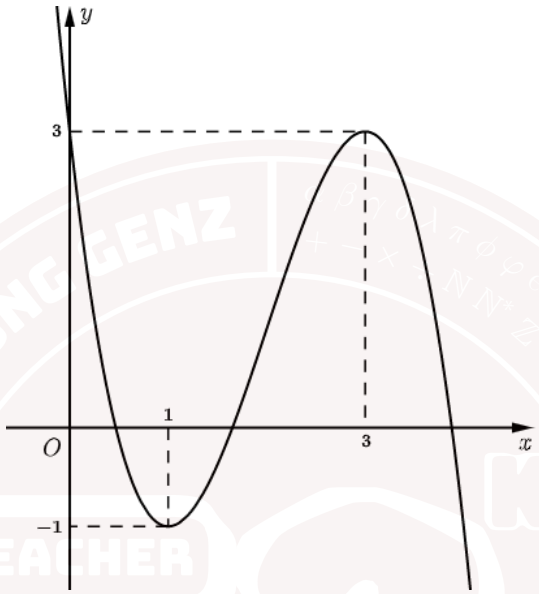
A 12. **B** 13. **C** 11. **D** 14.

Câu 752. Cho $x,y,z\in[0;2]$ và thoả mãn điều kiện $x+2y+z=6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3^{2x-x^2}+5^{2y-y^2}+3^z+2x^2+4y^2$.

Câu 753. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a\left(x^2-x-2\right)>\log_a\left(-x^2+2x+3\right)$. Biết $S=(m;n)$ và $\dfrac{7}{3}$ thuộc S, tính $m+n$.

A $m+n=\dfrac{11}{3}$. **B** $m+n=\dfrac{7}{2}$. **C** $m+n=\dfrac{9}{2}$. **D** $m+n=\dfrac{13}{3}$.

Câu 754. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị $y=f(2-x)$ như hình vẽ.



Hỏi phương trình $\left|f\left(\left|x^2-2x\right|\right)\right|=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

Câu 755. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m\left(\mathrm{e}^x-1\right)\ln(mx+1)+2\mathrm{e}^x=\mathrm{e}^{2x}+1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5?

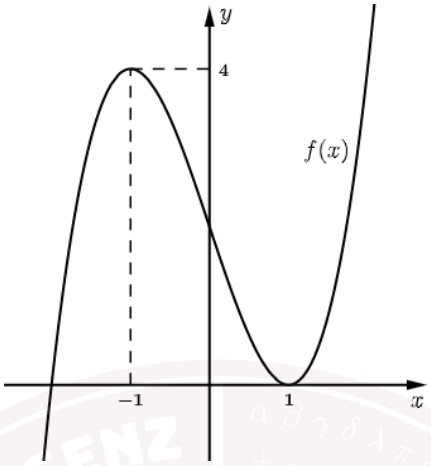
Câu 756. Gọi S là tập hợp giá trị thực m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc toạ độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phần tử của S.

Câu 757. Cho x, y là hai số dương thoả mãn $\log_2\dfrac{x^2+4y^2}{x^2+8xy+y^2}+1+x^2-8xy+7y^2\le 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P=\dfrac{x^2+2xy+10y^2}{xy+y^2}$. Tính $T=8M+m$.

Câu 758. Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+(m-1)x^2+2x-m+2022$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2021;2022]$ để hàm số $y=|f(x-2021)-2022|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

A 4040. **B** 2022. **C** 2023. **D** 2021.

Câu 759. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[0;20]$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)-m\right|$ có 9 điểm cực trị?

A 8. **B** 9. **C** 10. **D** 11.

Câu 760. Trên đoạn $[0;4]$, hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+2+m$ đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=a$. Tính $m-a$.

A 31. **B** -25. **C** 25. **D** -33.

Câu 761. Xét các số thực x, y thoả mãn $\log_2\left(\dfrac{4x+2y}{2x^2+y^2}\right)\geq 2\left(x^2-x+1\right)+\left(y^2-y-1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x-y+3xy$.

Câu 762. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=\mathrm{e}^{-x}-2019+2022m$ có đồ thị lần lượt là (C_1), (C_2). Tập hợp các giá trị thực m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt là

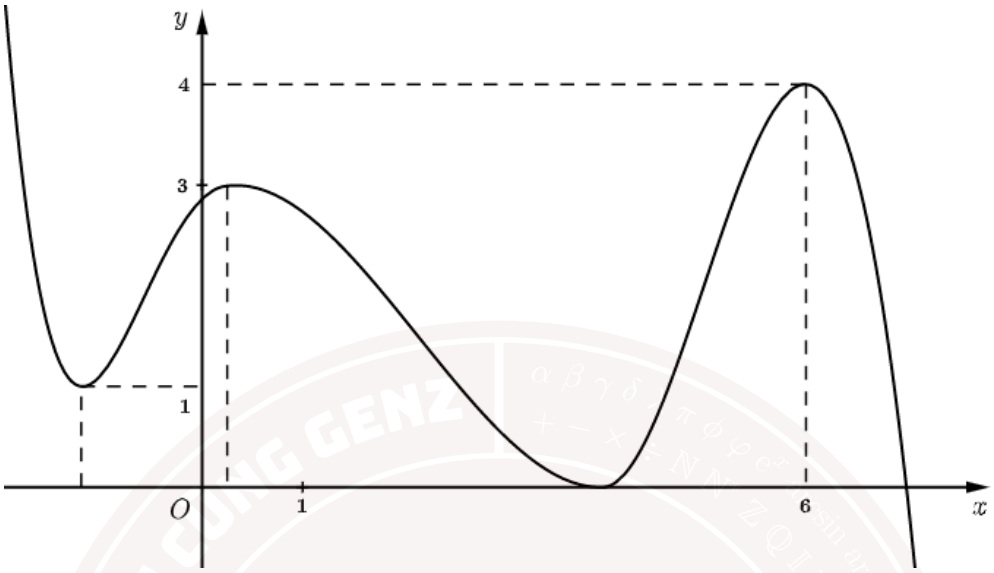
A $(1;+\infty)$. **B** $[1;+\infty)$. **C** $[3;+\infty)$. **D** $(3;+\infty)$.

Câu 763. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $\log_2\left(x^2+2x+3\right)^{y^2+8}\leq 7-y^2+3y$?

Câu 764. Cho ba số thực x, y, z không âm thoả mãn $2^x+4^y+8^z=4$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{2}$. Giá trị của $T=2M+6N$ bằng

Câu 765. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $2\log_2(x+y+2)=3\log_3(x+2y+6)-1$ và $\log_2\left(\dfrac{x^4+1}{y^4+1}\right)+2\log_2\left|\dfrac{x}{y}\right|=\left(y^2-x^2\right)\left(1+x^4+y^4\right)-x^2y^2\left(x^2-y^2\right)$?

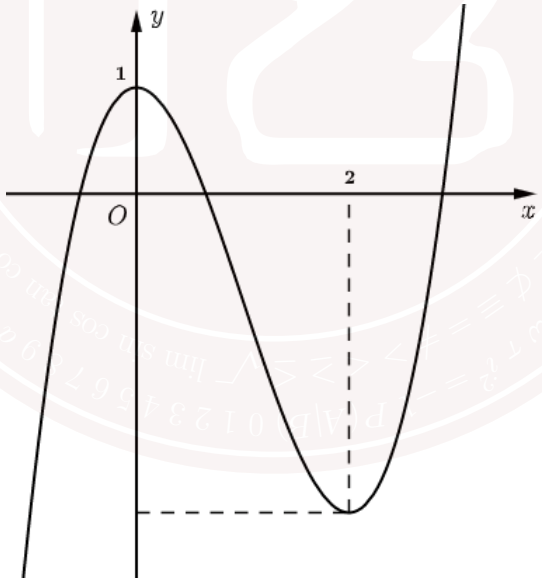
Câu 766. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 10. **B** 5. **C** 9. **D** 4.

Câu 767. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^5+4x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

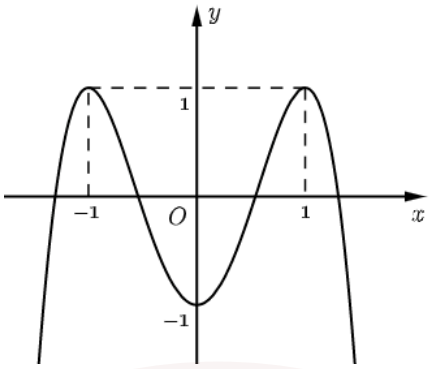
A 2022. **B** 2023. **C** 2021. **D** 1012.

Câu 768. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_{2022}\left(x^4-2x^2+2023\right)^{y^2+2022}=2y+2021$$

A 3. **B** 1. **C** 0. **D** 2.

Câu 769. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(\mathrm{e}^{f(x)}+f(x)\right)=1$ là

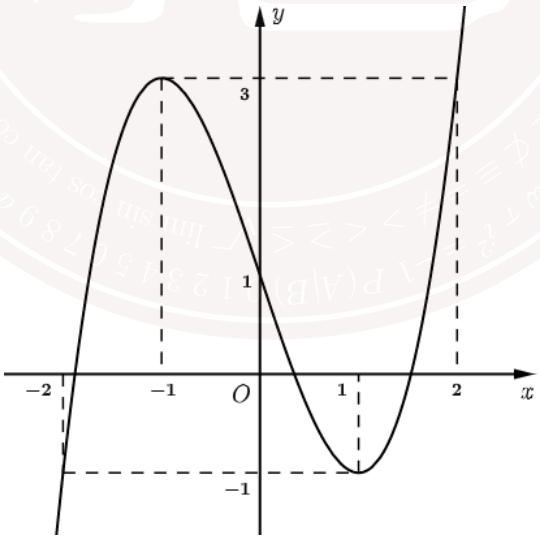
A 2. **B** 4. **C** 6. **D** 8.

Câu 770. Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;8)$ thoả mãn điều kiện $(x-1)\left(2\mathrm{e}^x-y^2\right)=y\left(\mathrm{e}^x-x^2\right)$?

Câu 771. Cho hàm số $f(x)=2x^3+bx^2+cx+d$ thoả mãn $4b+2c+d+16<0$ và $9b-3c+d>54$. Hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 772. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

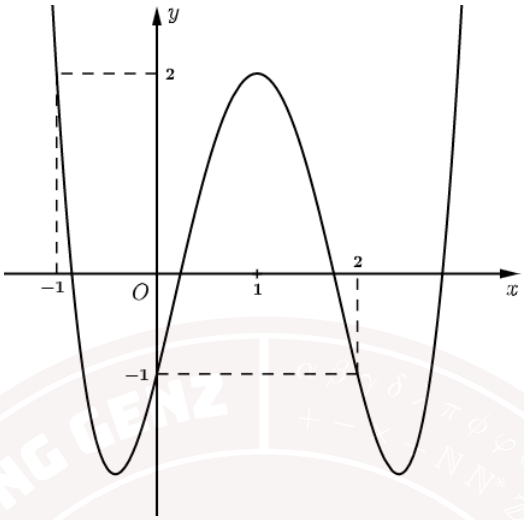


Tìm tất cả các giá trị m sao cho phương trình $f(\sin x)=f(m+1)$ có nghiệm.

A $-1\le m\le 3$. **B** $-2\le m\le 0$. **C** $-3\le m\le 1$. **D** $-2\le m\le 2$.

Câu 773. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả $(f(x)+6x)f(x)=9x^4+3x^2+4\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)>0$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(2x^2-3x+1\right)$ trên đoạn $[0;1]$.

Câu 774. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x^2-2x\right)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-1\right)+\dfrac{2x^3}{3}+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-3;-2)$. **B** $(-1;0)$. **C** $(1;2)$. **D** $(-2;-1)$.

Câu 775. Tính tổng bình phương tất cả các giá trị m để đường thẳng $d:y=1-x$ cắt đồ thị hàm số $(C):y=x^3+mx^2+1$ tại ba điểm phân biệt $A(0;1)$, B, C sao cho tiếp tuyến của (C) tại B và C vuông góc với nhau.

Câu 776. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực m để hàm số $y=|x|^3-(2m+1)x^2+3m|x|-5$ có 5 điểm cực trị.

A $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$. **B** $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$.

C $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right)\cup(1;+\infty)$. **D** $(1;+\infty)$.

Câu 777. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, điểm $M(x;y)$ biểu diễn nghiệm của phương trình $\log_3(9x+18)+x=y+3^y$. Có bao nhiêu điểm M toạ độ nguyên thuộc hình tròn tâm O bán kính $R=7$?

A 7. **B** 2. **C** 3. **D** 49.

Câu 778. Cho phương trình $3^{x-3+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-9x^2+24x+m\right)3^{x-3}=3^x+1$. Tổng tất cả các giá trị nguyên m để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt là

A 38. **B** 34. **C** 27. **D** 5.

Câu 779. Cho hàm số $f(x)=-x^4-\left(4-m^2\right)x+2020$ và $g(x)=-x^3+5x^2-2020x+2021$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để $h(x)=g(f(x))$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A 7. **B** 6. **C** 12. **D** 13.

Câu 780. Cho các số thực x, y thoả mãn $2^x - \log_2 y^3 = 4y - 3x + 6$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để có đúng hai cặp số $(x;y)$ thoả mãn $4^x - 24y - 2m + 6 = 0$?

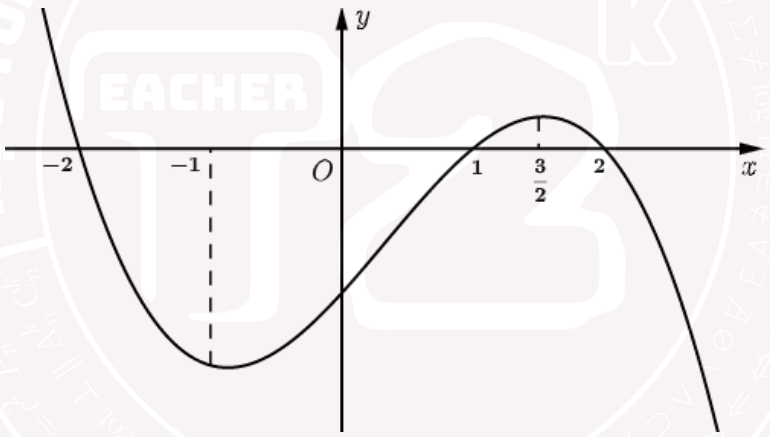
A 3. **B** 5. **C** 2. **D** 4.

Câu 781. Tất cả các giá trị thực m để đường thẳng $y = -mx$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - m + 2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB = BC$ là

A $m \in (-\infty;-1)$. **B** $m \in (-\infty;+\infty)$. **C** $m \in (1;+\infty)$. **D** $m \in (-\infty;3)$.

Câu 782. Cho hàm số $y = \dfrac{x-7}{x-1}$ có đồ thị (C) và hai điểm $A(0;1)$, $B(5;-4)$. Tìm tổng tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $ABMN$ là hình bình hành.

Câu 783. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(2) \le f(-2) = 2022$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = (2022 - f(x))^2$ là

A 3. **B** 5. **C** 4. **D** 2.

Câu 784. Phương trình $3^x.5^{\frac{2x-1}{x}} = 15$ có một nghiệm dạng $x = -\log_a b$ với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 1 và nhỏ hơn 8. Giá trị của $P = 2a + b$ bằng

A $P = 5$. **B** $P = 8$. **C** $P = 13$. **D** $P = 11$.

Câu 785. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $2^x - \log_2\left(2^{x-1} + y\right) = 2y - x$ và $2 \le y \le 2022$?

A 2022. **B** 9. **C** 2021. **D** 10.

Câu 786. Cho hàm số $y = (x-m)^3 - 3x + m^2$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm cực đại của đồ thị (C) ứng với một giá trị m thích hợp, đồng thời là điểm cực tiểu của đồ thị (C) ứng với một giá trị khác của m. Tính $a + 2b$.

Câu 787. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để phương trình $2^x+3=m\sqrt{4^x+1}$ có nghiệm duy nhất?

A 2. **B** Vô số. **C** 1. **D** 3.

Câu 788. Biết tất cả các giá trị m để phương trình $(m-2)3^{2x^2+2x+\frac{5}{2}}+2(m+1)3^{x^2+x+\frac{5}{4}}+2m-6=0$ có nghiệm là $[p;q)$. Tính giá trị của $S=7q-17p$.

A $S=-20$. **B** $S=43$. **C** $S=-4$. **D** $S=60$.

Câu 789. Cho hai số thực a, b lớn hơn 1 thoả mãn $a+b=2020$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)(\log_b x)-2\log_a x-2=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $mn+4a$ là

A 8076. **B** 8077. **C** 8078. **D** 8079.

Câu 790. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn điều kiện $\begin{cases}x^2-xy+3=0\\2x+3y-14\le 0\end{cases}$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(-2;2)$. **B** $(-\infty;-1)$. **C** $(1;3)$. **D** $(0;+\infty)$.

Câu 791. Có bao nhiêu số nguyên m để $(m-1)\log^2_{\frac{1}{2021}}(x-2)^3+9(m-5)\log_{\frac{1}{2021}}\dfrac{1}{x-2}+9(m-1)=0$ có nghiệm trên $\left[\dfrac{4043}{2021};2023\right]$?

A 7. **B** 4. **C** 6. **D** 5.

Câu 792. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{2x+m}$ có đồ thị (C) và $m\neq 0$. Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (C) với các trục Ox, Oy. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác OAB nhỏ hơn 2022?

A 249. **B** 203. **C** 248. **D** 202.

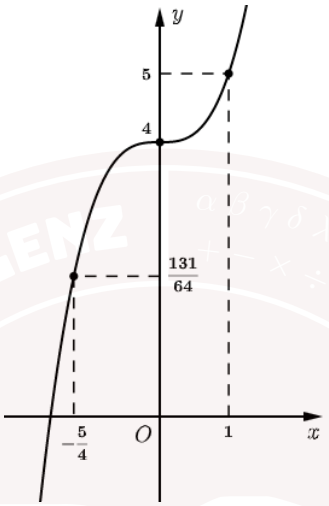
Câu 793. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	‖	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $f\left(\left|x^2-2\right|-3\right)=m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

Câu 794. Cho phương trình $9^{x+1}-m\left(4\sqrt[2022]{x^2+2x+1}+3m+3\right)3^x+1=0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

Câu 795. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

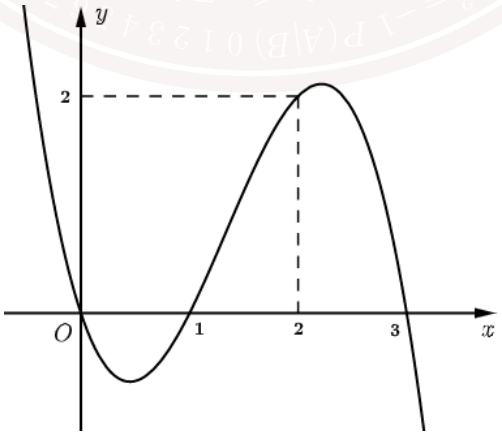


Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để phương trình $\ln\dfrac{f(x)}{3mx^2}+x\left[f(x)-3mx\right]=3mx^3-f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

Câu 796. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|\tan^4 x-\dfrac{2}{\cos^2 x}\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A $2<m<3$. **B** $m=3$. **C** $2\le m\le 3$. **D** $m=2$.

Câu 797. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(3)=2$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-1987;2022]$ để hàm số $y=\left|2f\left(\sqrt{5x+4}\right)+5x-4\sqrt{5x+4}-m\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$?

Câu 798. Cho các số thực a, b, c, d thoả mãn $\begin{cases}\log_2\left(a^2+b^2+5\right)=1+\log_2(2-2a-b)\\ \mathrm{e}^{4c+5d-10}-\mathrm{e}^{c+d+2}=12-3c-4d\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$.

Câu 799. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $3^{3x}-5.3^{2x}+3.3^x+1-m=0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1<0\le x_2<1<x_3$?

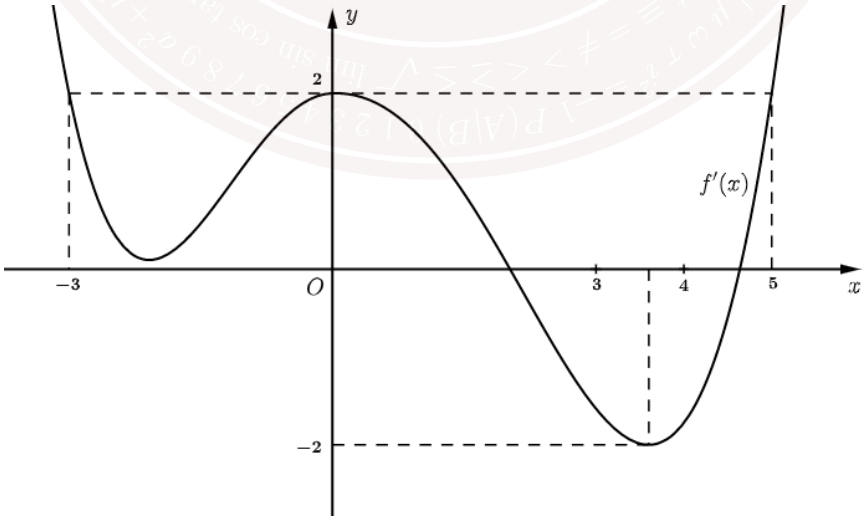
Câu 800. Giá trị m để phương trình $\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{4-x}=m\cos(\pi x)$ có một nghiệm thực duy nhất bằng

Câu 801. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để tồn tại cặp số thực dương $(x;y)$ thoả mãn đẳng thức $\dfrac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2-2xy+y+1}$ và phương trình $\dfrac{1}{4}\log_3^2[2(xy-1)-y]-2m\log_3 x+2m^2-m=0$ có nghiệm?

Câu 802. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+3)\left(x^2-2\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị thực không âm của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|+m\right)$ có nhiều điểm cực trị nhất trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{11\pi}{12}\right]$.

Ⓐ $m\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right)$. Ⓑ $m\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right)$. Ⓒ $m\in\left(\sqrt{2}-1;\sqrt{2}\right)$. Ⓓ $m\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2}\right)$.

Câu 803. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(-3)=2f(5)=4$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(\dfrac{1}{2}f(x)-m\right)=2x+2m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

Câu 804. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình

$$\log_{0,3}\left[x^2+2(m-3)x+4\right] \geq \log_{0,3}\left(3x^2+2x+m\right)$$

thoả mãn với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tập S bằng

A $S=[5;6)$. **B** $S=[4;6]$. **C** $S=[4;5)$. **D** $S=[1;5)$.

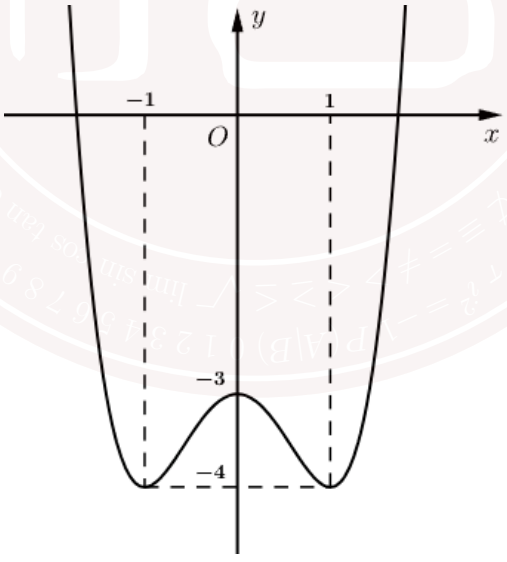
Câu 805. Cho hàm số $f(x)=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

Câu 806. Cho các số thực a, b thay đổi thoả mãn $\dfrac{1}{3}<b<a<1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a \dfrac{4(3b-1)}{9}+8\log^2_{\frac{b}{a}} a$.

Câu 807. Có bao nhiêu số nguyên $m>0$ để bất phương trình $\log_3 \dfrac{2x^2-x+1}{4x^2-x+4-m}<-2x^2+2x-m$ có nghiệm?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Câu 808. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



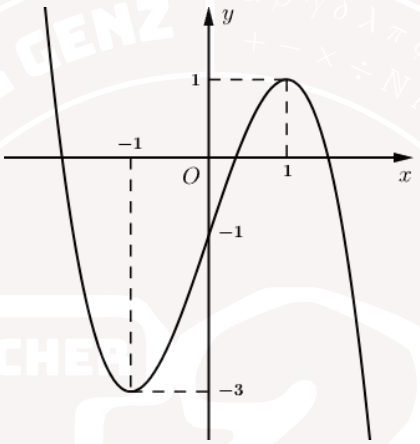
Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $g(x)=x^2-4x+f\left(\sqrt{x^2-4x+6}\right)$ trên $[1;4]$ bằng

Câu 809. Cho các số thực $a,b \in (1;3]$ thay đổi thoả mãn $a<b$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(b^2+9b-9\right)+6\log^2_{\frac{b}{a}} a$ là $9\sqrt[3]{\dfrac{1}{m}}+n$ với m, n là các số nguyên dương. Tính $S=m^2+n^2$.

Câu 810. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{mx^2}{2}-4x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-9\right)$ bằng

Câu 811. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn $\log_2 x+x(x+y)=\log_2(6-y)+6x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x^3+3y$ là

Câu 812. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số $y=f(2x-3)$ cắt đường thẳng $y=-3x+2$ tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

Câu 813. Cho các số thực x, y thoả mãn $\begin{cases}\max\{5;9x+7y-20\}\le x^2+y^2\le 2x+8\\ y\le 1\end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-2y$. Tính $M-m$.

Câu 814. Cho hàm số $y=h(x)$ thoả mãn $h^3(x)-6h^2(x)+15h(x)=(x+2)\sqrt{x-1}+14$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-4h(x)$.

A 1. **B** 5. **C** 8. **D** -11.

Câu 815. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left(\log_2(x-1)+x-2\right)\left(4^x-2^{x+3}+m-1\right)=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 816. Cho bất phương trình $\log_{m^2+1}\left[x^3+(m-3)x^2-mx-m^2+2m+1\right]>\log_{m^2+1}\left(1-x^2\right)$. Tập hợp các giá trị m để bất phương trình trên có nghiệm là $(a;b)$. Giá trị biểu thức a^2+b^2 bằng

Câu 817. Cho hai số thực $a>1$, $b>1$. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $a^x b^{x^2-1}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left(\dfrac{x_1x_2}{x_1+x_2}\right)^2-4x_1-4x_2$.

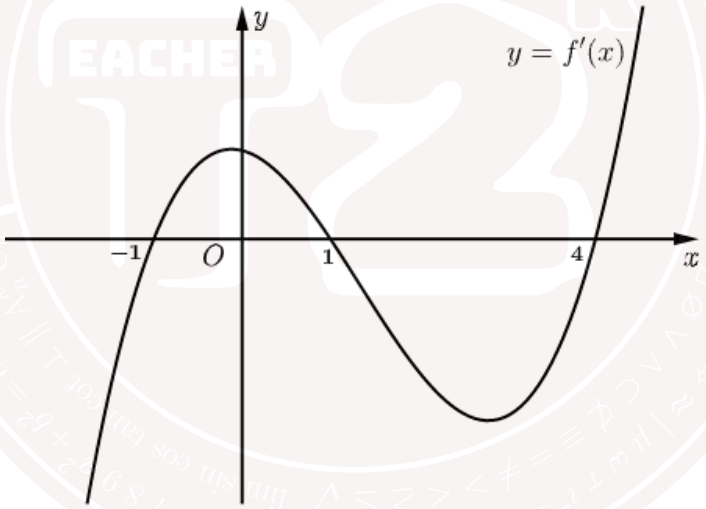
Câu 818. Cho hàm số $f(x)=2022^x-2022^{-x}+x+\sin x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x+3)+f\left(x^3-4x+m\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt?

Câu 819. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình

$$256^{2\cos^2 x+\cos x}+8\cos 2x+2(4-m)\cos x=2^{2m\cos x+m}+m-8$$

có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$?

Câu 820. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



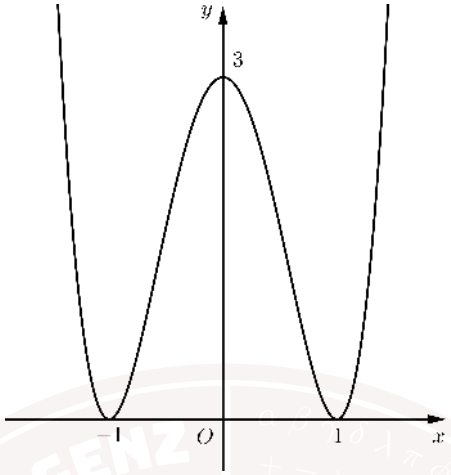
Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y=f(|4-2x|+m-2020)$ có 3 điểm cực tiểu?

A 1. **B** 0. **C** 2. **D** 2018.

Câu 821. Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+(m+2)x+5}{x^2+1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị m sao cho đồ thị hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt hai trục toạ độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{25}{4}$. Tính tổng các phần tử của S.

Câu 822. Cho các số thực a, b thoả mãn $a>\dfrac{1}{2}$, $b>1$. Khi biểu thức $P=\log_{2a}b+\log_{\sqrt{b}}\left(a^4-4a^2+16\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b$ bằng

Câu 823. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để phương trình $\left(f^2(x)+x^2\right)^2-\left(m^2+2m+14\right)\left(f^2(x)+x^2\right)+4(m+1)^2+36=0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt?

Câu 824. Gọi $(a;b)$ là tập tất cả các giá trị m để bất phương trình $\log_m\left(1-8m^{-x}\right)\geq 2(1-x)$ với $0<m\neq 1$ có hữu hạn nghiệm nguyên. Tính $b-a$.

Câu 825. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương m để bất phương trình $2^{x+3}+2^{m-x}<2^{m+3}+1$ có nhiều nhất 20 nghiệm nguyên.

A 171. **B** 190. **C** 153. **D** 210.

Câu 826. Cho hàm số $f(x)=x^4-14x^3+36x^2+(16-m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 7 điểm cực trị?

A 33. **B** 34. **C** 32. **D** 31.

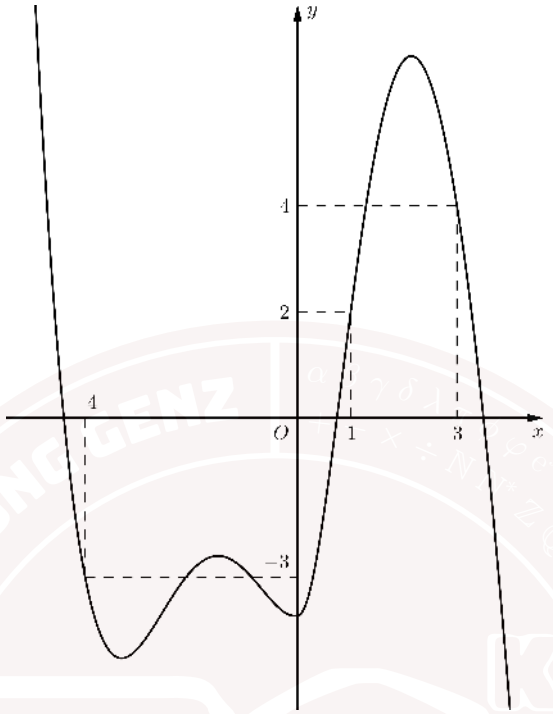
Câu 827. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=|m+f(2022+x)|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 6. **B** 8. **C** 9. **D** 7.

Câu 828. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(-4)=4$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Để giá trị lớn nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{x^2}{2}-x+3m$ trên đoạn $[-4;3]$ không vượt quá 2022 thì tập giá trị của m là

A $(-\infty;2022]$. **B** $(674;+\infty)$. **C** $(-\infty;674]$. **D** $(2022;+\infty)$.

Câu 829. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$

Đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là -3 và 2. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=f\left(x^2+2x-m\right)$ đồng biến trên $(-1;1)$?

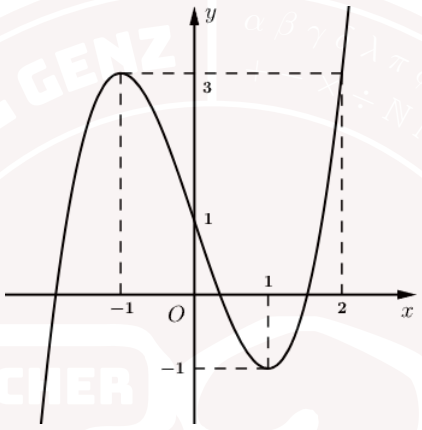
A 12. **B** 14. **C** 11. **D** 13.

Câu 830. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ với $a,b\in[-2022;2022]$ thoả mãn điều kiện $\left(\dfrac{2a}{a+2^b}\right)^{2^b}\geq\left(\dfrac{a+2^b}{2^{b+1}}\right)^a$?

Câu 831. Có bao nhiêu giá trị nguyên y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 15 số nguyên x thoả mãn $\log_{2021}\left(x+y^2\right)+\log_{2022}\left(y^2+y+16\right)\geq\log_2(x-y)$?

Câu 832. Gọi S là tập hợp tất cả các số nguyên m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để phương trình $\log_2^2 x-\log_{\sqrt{2}}x=m-\sqrt{m+\log_2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

Câu 833. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình $f\left(3-\sqrt{4-x^2}\right)=m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. Tìm số phần tử của tập S.

Câu 834. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $g(x)=3-2f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. Ⓒ $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. Ⓓ $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 835. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $\log_2^2 x-(2m+5)\log_2 x+m^2+5m+4<0$ có ít nhất một nghiệm nguyên và không quá 1791 nghiệm nguyên?

Câu 836. Cho phương trình $\log_3^2\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(x+\dfrac{m}{4}\right)\log_{\sqrt{3}}\sqrt{1-x^2}=0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

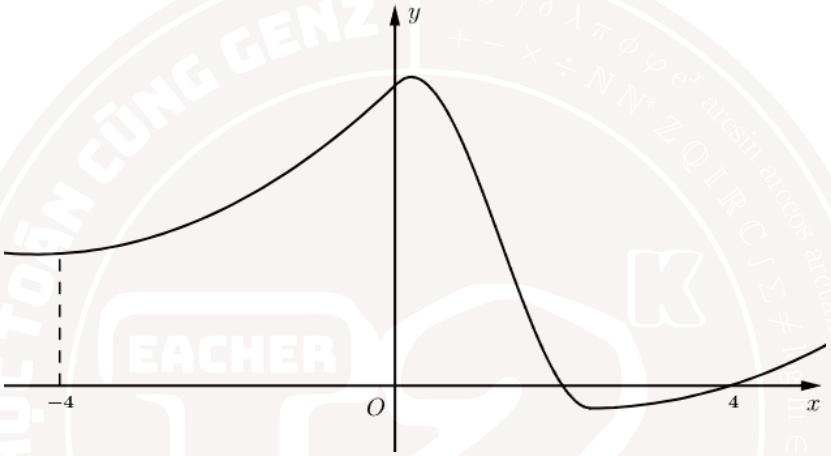
Câu 837. Cho hàm số $f(x)=-x^3+\dfrac{13}{2}x^2-12x-\mathrm{e}^x-2022$. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f\left(\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2(2m+1)\right)-2021\right)<f(f(0))$ ẩn m là

A 14. **B** 10. **C** 11. **D** 7.

Câu 838. Cho hàm số $y=\left|x^3+(m+2)x^2+mx-m^2\right|$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thoả mãn $|m-1|<5$ để hàm số đã cho có đúng 5 điểm cực trị?

A 6. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 839. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(|x|)|$ trên $(-4;4)$ là

A 9. **B** 5. **C** 3. **D** 7.

Câu 840. Có bao nhiêu số tự nhiên x sao cho ứng với mỗi giá trị x tồn tại số y thoả mãn điều kiện $\log_3(x-y)\geq\log_6\left(x^2+2y^2\right)$?

Câu 841. Có bao nhiêu giá trị m để hàm số $y=\dfrac{2m^2}{3}x^3-4mx^2+\left(8-2m^2\right)x-1$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$?

A 4. **B** 6. **C** 1. **D** 2.

Câu 842. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=x^8+(m-2)x^5-\left(m^2-4\right)x^4+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$?

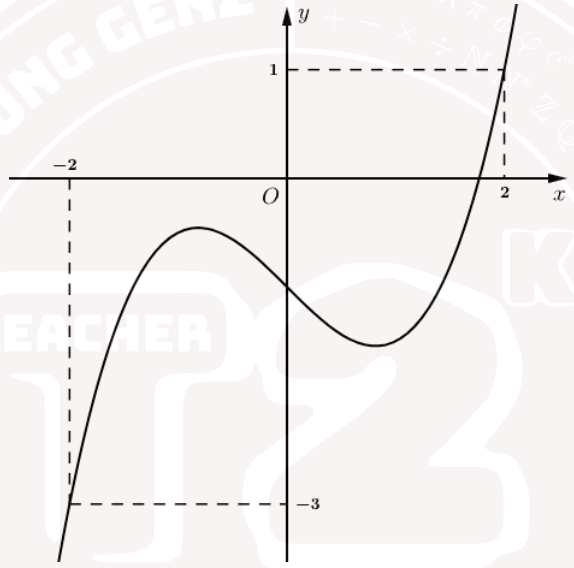
Câu 843. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm $x=-1$ và $x=3$. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x)=am+3bx+d$ có 3 nghiệm phân biệt?

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 844. Xét các số thực dương x, y thoả mãn $x^2+y^2+1+\log_2\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)=(xy-1)^2$. Khi đó $x+y$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

Câu 845. Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\log_{2021}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in(3;25)$ để phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

Câu 846. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(0)=0$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=\left|2f\left(x^2+x\right)-x^4-2x^3+x^2+2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 847. Cho hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên như hình vẽ.

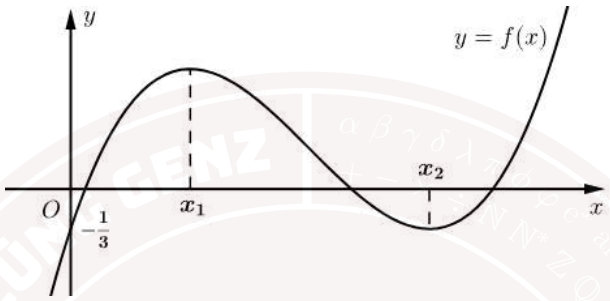
x	$-\infty$	x_1	x_0	x_2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	↗	↘	↗	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	↘	↗	↘	$-\infty$

Biết phương trình $f(x)=g(x)$ có nghiệm $x_0\in(x_1;x_2)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-g(x)|$ là

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Câu 848. Cho các hàm số $f(x)=|x|+1$, $g(x)=x^2+1$ và hàm số $h(x)=\begin{cases}\max\{f(x);g(x)\} & ,\text{với } x\le 0\\ \min\{f(x);g(x)\} & ,\text{với } x>0\end{cases}$.
Có bao nhiêu điểm để hàm số $y=h(x)$ không tồn tại đạo hàm?

Câu 849. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+bx^2+cx+d$ $(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thoả mãn $2x_1-x_2=-1$ và $f(x_1)+f(x_2)=\dfrac{2}{3}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(\dfrac{x(3f(x)+1)}{(x-3)^2}\right)$ là

Câu 850. Cho hai số thực x, y với $x>0$ thoả mãn $2^{x+\frac{1}{4x}}+\log_2\dfrac{1}{3-2y-y^2}=0$. Giá trị của biểu thức $S=x+y^{2021}$ bằng

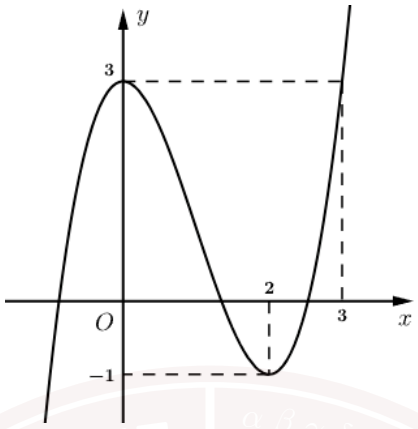
Câu 851. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{15}{13}$	↘	1	↗	$\frac{15}{13}$	↘	$-\infty$

Tìm giá trị lớn nhất của m để phương trình $\mathrm{e}^{2f^3(x)-\frac{13}{2}f^2(x)+7f(x)+\frac{3}{2}}=m$ có nghiệm trên đoạn $[0;2]$.

Câu 852. Cho hàm số $f(x)=(x+2a)(x+2b-a)(ax+1)$. Có bao nhiêu cặp $(a;b)$ để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 853. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ.

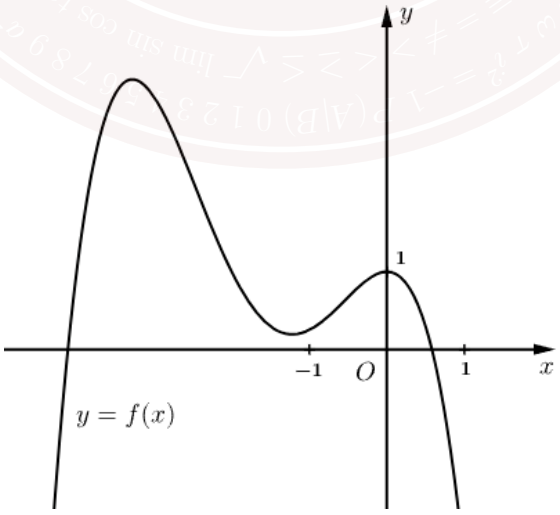


Đặt $h(x)=f\left(g(x)\right)-f\left(x^2+2\right)+f\left(1-\sqrt{1-x^2}\right)$ với $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}+|4-2x|+2|x|}{|x-2|+|x|}$. Giá trị lớn nhất M của hàm số $h(x)$ bằng

Câu 854. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(5-x)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(m;n)$ để hàm số $y=f\left(\left(m^2+1\right)\cos x-n\right)$ nghịch biến trên $(0;\pi)$?

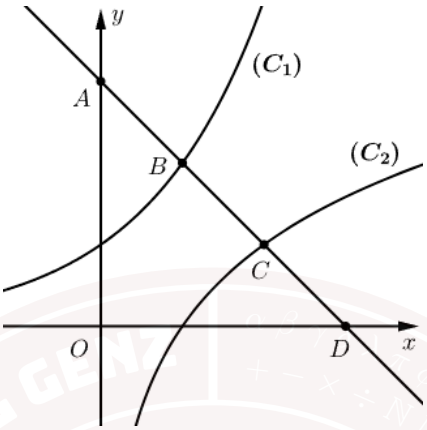
Câu 855. Xét các số thực dương x, y, z thoả mãn $(x+y)\left(5^z-25^{\frac{1}{x+y}}\right)=xz+yz-2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_{\sqrt{5}}z+\log_5\left(4x^2+y^2\right)$ bằng

Câu 856. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



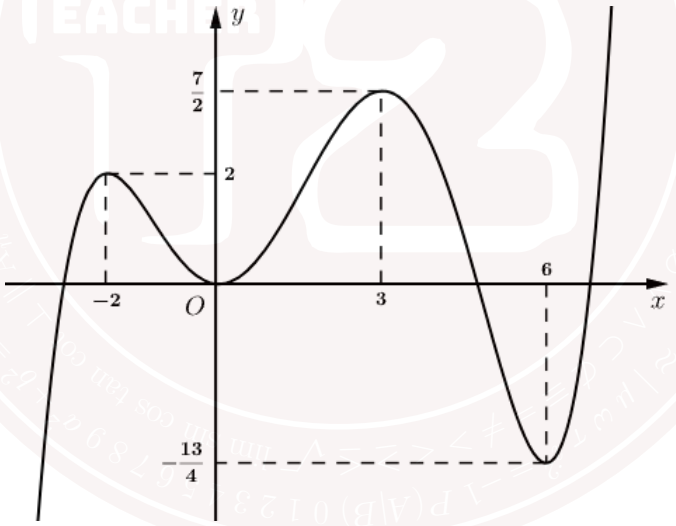
Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[1;2021]$ để bất phương trình $f\left(2x^2-2x+1\right)>f\left(3x^2+2x+m\right)$ thoả mãn với mọi $x\in(-1;1)$?

Câu 857. Cho hai đường cong $(C_1): y = 2^x$ và $(C_2): y = \log_2 x$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m sao cho đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt trục tung, (C_1), (C_2) và trục hoành lần lượt tại các điểm A, B, C, D sao cho $AD = 3BC$ như hình vẽ.



Tổng tất cả các phần tử của S bằng

Câu 858. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên m để phương trình $f\left(2x^3 - 6x + 2\right) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc $[-1;2]$ là

Câu 859. Cho các số thực x, y thoả mãn $\log_2 \dfrac{2-x}{2+x} - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + xy$ bằng

Câu 860. Gọi S là tập hợp các giá trị m để tất cả các cặp $(x;y)$ thoả $\log_{x^2+y^2+2}(4x + 4y - 4) \geq 1$ đồng thời tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ sao cho $3x - 4y + m = 0$. Tính tổng các giá trị của S.

Câu 861. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 3 liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)f'''(x)=x(x-1)^2(x+4)^3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left(f'(x)\right)^2-2f(x)f''(x)$ là

A 3. **B** 6. **C** 1. **D** 2.

Câu 862. Cho hai số thực dương x, y thay đổi thoả mãn đẳng thức $\dfrac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y.

A $y_{\min}=2$. **B** $y_{\min}=3$. **C** $y_{\min}=1$. **D** $y_{\min}=\sqrt{3}$.

Câu 863. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ thoả mãn $a>0$, $d>2021$ và $a+b+c+d-2021<0$. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-2021|$ là

Câu 864. Cho hai số thực dương a, b thoả mãn $(a+b)(2a-ab+2b-2)=3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^6+b^6}{a^3b^3}-\dfrac{9\left(a^4+b^4\right)}{4a^2b^2}$ bằng

Câu 865. Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên m để hàm số $y=f\left(\dfrac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A 0. **B** 136. **C** 68. **D** 272.

Câu 866. Cho hàm số $f(x)=ax^3+2x^2-bx+1$ và $g(x)=cx^2+4x+d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	α	β	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	0 ↗	1 ↘ 0	↘ $-\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	CT	↗ 1	↘ $-\infty$

Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1+x_2+x_3=9$. Tính tích $T=x_1x_2x_3$.

A $T=6$. **B** $T=12$. **C** $T=10$. **D** $T=21$.

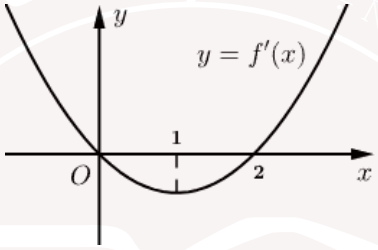
Câu 867. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thoả mãn $\log_3(x+y)=\log_4\left(x^2+2y^2\right)$?

Câu 868. Cho hai số thực x, y thoả mãn $x^2+y^2\geq 3$ và $\log_{x^2+y^2}\left[x\left(4x^2-3x+4y^2\right)-3y^2\right]\geq 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-y$. Khi đó, biểu thức $T=2(M-m)-1$ bằng

Câu 869. Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-x+2$. Gọi S là tập các giá trị m thoả mãn d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2)$, B, C sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$ với $M(3;1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A 4. **B** 3. **C** 9. **D** 25.

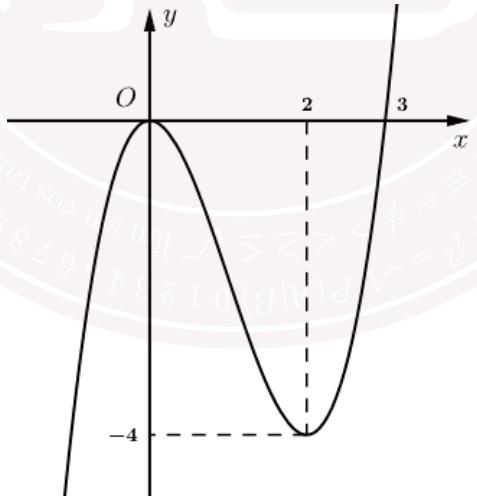
Câu 870. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có $f(-1)+f(3)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f^4\left(4x^3-6x^2+2\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A 4. **B** 6. **C** 9. **D** 5.

Câu 871. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-1\right)=m$ có nghiệm?

A 6. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 872. Xác định các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+mx-m$ có các điểm cực đại, cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\dfrac{2}{3};0\right)$.

Câu 873. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}}$. Đặt $S=f\left(\dfrac{1}{2021}\right)+f\left(\dfrac{2}{2021}\right)+...+f\left(\dfrac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P=\log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(1;2)$. **B** $(2;3)$. **C** $(3;4)$. **D** $(4;5)$.

Câu 874. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Biết $f(1)=10\sqrt{2}$ và $f(3)=9$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để bất phương trình $(x+1)(f(x)+1)\sqrt{(x+1)f(x)}>mx\left(m^2x^2+x+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;3)$?

Câu 875. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thoả mãn $\log_7\left(\sqrt{x}-2\right)^6\le 2\log_2\left(\sqrt{x}-1\right)$?

A 78. **B** 76. **C** 77. **D** 79.

Câu 876. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Biết $f(-3)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|2(x+1)^6-6(x+1)^2-3f\left(-x^4-4x^3-4x^2-2\right)\right|$ chắc chắn đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(1;2)$. **B** $(-1;0)$. **C** $(0;1)$. **D** $(1;+\infty)$.

Câu 877. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các hệ số thực, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tổng tất cả các giá trị nguyên $m\in[-20;20]$ để phương trình $f(x)+2\sqrt{f(x)}+f\left(\sqrt{f(x)}\right)+m=1$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt là

Câu 878. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để giá trị lớn nhất của hàm số $|f(2+\sin x)+m|$ bằng 2023?

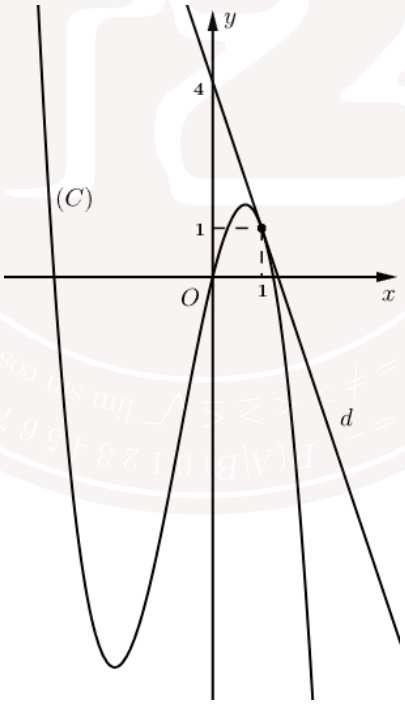
A 1013. **B** 1012. **C** 2. **D** 1.

Câu 879. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f^3(x)-mf(x)$ có 8 điểm cực trị?

Câu 880. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị (C) như hình vẽ.

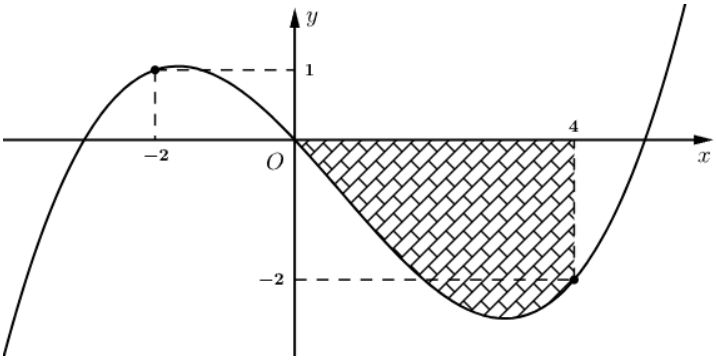


Đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại $A(1;1)$. Tính $P=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(f(3x-2)-2\right)^{2020}-1}{x^2+2x-3}$.

Câu 881. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $2^{2x}+4x-\log_2 y^2-16y-8=0$ và $0<y\le 143028062023$?

A 37. **B** 18. **C** 19. **D** 36.

Câu 882. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



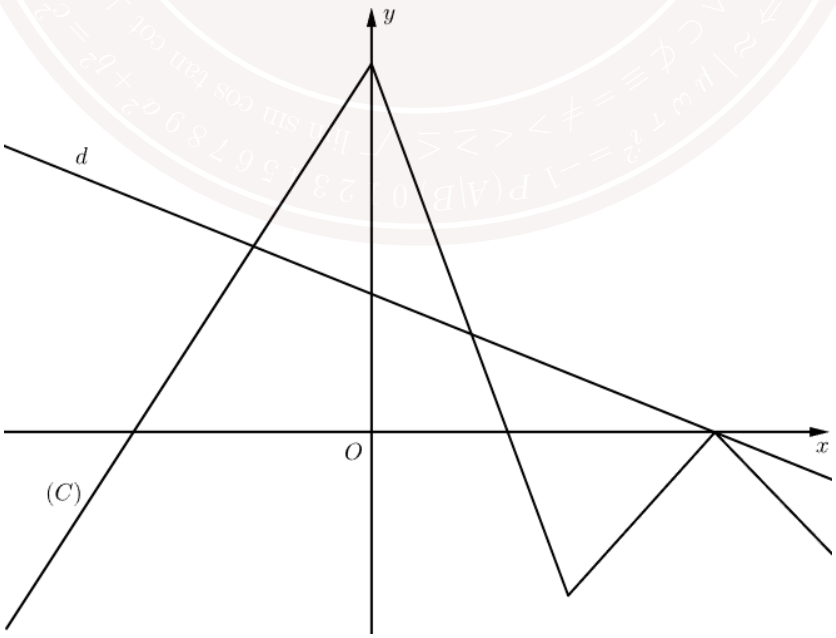
Biết $f(0)=\dfrac{1}{2}$ và diện tích phần kí hiệu bằng 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2+m\right|$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

Câu 883. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $2023^{2x^2-7x+12}-2023^{x^2+4x-6}<(2-x)(x-9)$ bằng

A 31. **B** 33. **C** 34. **D** 32.

Câu 884. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 5 số nguyên x thỏa mãn $7^{x^2-|y-2x+4|}\log_{|y-2x+4|+5}\left(x^2+5\right)\le 1$?

Câu 885. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đồ thị lần lượt là đường gấp khúc (C) và đường thẳng d như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(|x|)-g(|x|)|$ là

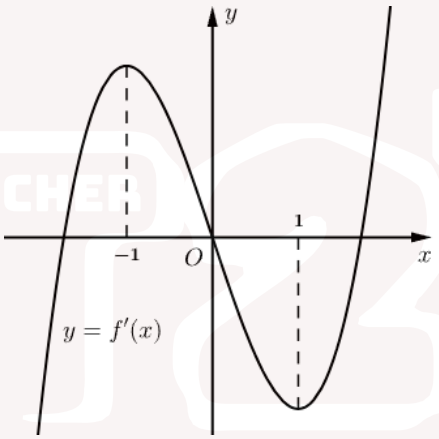
Câu 886. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số $y = \left|x^3 - 3(m+2)x^2 + 3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên $(0;2)$?

A 4045. **B** 2022. **C** 4042. **D** 2020.

Câu 887. Cho hàm số $f(x) = \left|x^6 + x^3 + m\right| - 2x^3$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 1. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 888. Xét các số thực không âm x và y thoả mãn $2x + y\log_2(x+y+1) \geq 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 4y^2 + 2x + 8y$ bằng

Câu 889. Cho hàm số $y = f'(x)$ có $f(1) = 1$ và đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y = \left|4f(\ln x) - \ln^2 x + 1 - m\right|$ nghịch biến trên $(1;\mathrm{e})$?

Câu 890. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $5^{y+3} + y - \log_5(x+2) - \dfrac{x-18}{5} = 0$ và $3 < x < 15623$?

A 4. **B** 5. **C** 2. **D** 3.

Câu 891. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \left|mx^3 - mx^2 + 16x - 32\right|$ nghịch biến trên $(1;2)$?

Câu 892. Có bao nhiêu số nguyên dương x thoả mãn $\log_7\left(x^2 + x + 1\right) \geq \log_2 x$?

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 893. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $0 \leq x \leq 2023$ và $1 \leq y \leq 2023$, thoả mãn điều kiện $4^{x+1} + \log_2(y+3) = 2^{y+4} + \log_2(2x+1)$?

A 2023. **B** 1011. **C** 2022. **D** 1012.

Câu 894. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $1 \le x \le 2023$ và

$$(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+\frac{xy-2x-y+2}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0$$

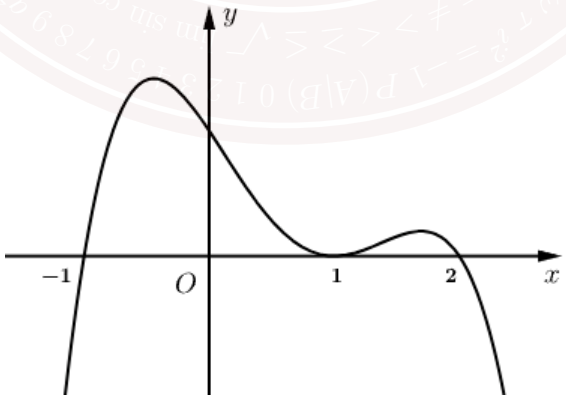
Câu 895. Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có $f(x_0)-g(x_0)=6$ và bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘	$-\infty$
$g(x)$	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực m để hàm số $y=|m+1-|f(x)-g(x)||$ có 7 điểm cực trị là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng

A 6. **B** -5. **C** -2. **D** 4.

Câu 896. Cho hàm số đa thức $f(x)=mx^5+nx^4+px^3+qx^2+hx+r$ với $m,n,p,q,h,r\in\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là -1; 2 và tiếp xúc trục hoành tại điểm có hoành độ là 1 như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)-r|$ là

A 3. **B** 2. **C** 5. **D** 7.

Câu 897. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thoả mãn $4^{x+y+1}=3^{x^2+y^2}$?

A 5. **B** 3. **C** 6. **D** 2.

Câu 898. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^4}{4}-x^3-2x^2+12x+m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 15?

Câu 899. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $x,y\le 2023$ và

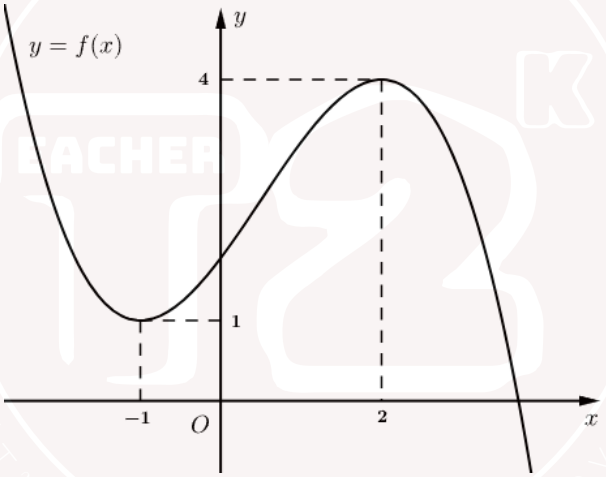
$$2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$$

A 2020. **B** 12. **C** 45. **D** 44.

Câu 900. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-10;10)$ để hàm số $y=\left|2x^3-2mx+3\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A 12. **B** 8. **C** 11. **D** 7.

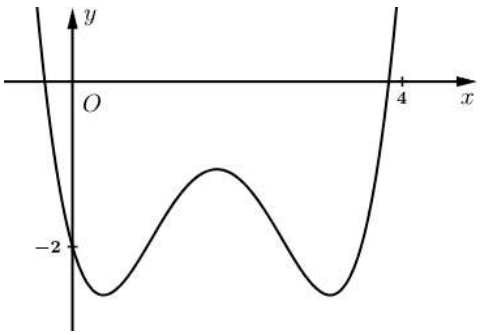
Câu 901. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left|3f^2(2x)-12f(2x)-m\right|=1$ có ít nhất 7 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-\infty;1)$?

A 3. **B** 4. **C** 1. **D** 2.

Câu 902. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và hàm số $g(x)=\sqrt{x^2+4}+x$.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(g(x)f(x)\right)+2=0$ là

Câu 903. Có bao nhiêu số nguyên dương a để bất phương trình $a^{10}\sqrt{3^{x^2}} < (243a)^x$ có không quá 9 nghiệm nguyên?

A 58860. **B** 58861. **C** 59048. **D** 59049.

Câu 904. Có bao nhiêu giá trị thực m để điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx - 1$ cũng là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3(m+1)x^2 + 3\left(m^2 + 2m\right)x - 1$?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 905. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;2)$ thoả mãn

$$2^{xy+x} = y\left(2^x xy - 2^{xy} + xy^2 + 1\right) + 2^x$$

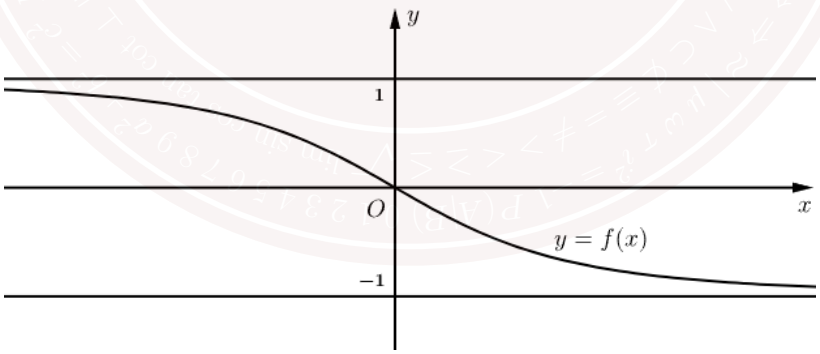
Câu 906. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn

$$\left(xy^2 + x - 2y - 5\right)\ln y = \ln\frac{2y - x + 7}{x}$$

Câu 907. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2\left(x^2 - 2x\right)\ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = f\left(\left|x^3 - 3x\right| + m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 1. **B** Vô số. **C** 3. **D** 2.

Câu 908. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \sqrt{f^3(x) - 3(m-1)f^2(x) + 3(m^2 - 2m)f(x) + 88}$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 909. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_2\left(\frac{5x + 4y}{x^2 + y^2 + xy + 3}\right) + 4(x+y) = (x+y-1)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2$$

Câu 910. Cho hàm số $f(x)=\left|-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{2m+3}{2}x^2-\left(m^2+3m\right)x+\dfrac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

Câu 911. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+(m-2)x-4m+\dfrac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A 9. **B** 5. **C** 7. **D** 6.

Câu 912. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^3+(m-1)x^2+x+m$ có hai điểm cực đại?

A 193. **B** 194. **C** 100. **D** 99.

Câu 913. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\leq 2023$ và thoả mãn điều kiện

$$3\left(9^x+2x\right)\leq y+\log_3(y+1)^3-2$$

Câu 914. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $y\in\left[0;2023^3\right]$ thoả mãn phương trình

$$\log_4\left(x+\frac{1}{2}+\sqrt{x+\frac{1}{4}}\right)=\log_2(y-x)$$

A 90989. **B** 90990. **C** 2023^2. **D** 2023^2-1.

Câu 915. Cho hàm số $y=\left|x^3+x+b+1\right|$ với b là tham số. Gọi $M=\max\limits_{[-1;1]}y$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

Câu 916. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với $y\leq 10$ thoả mãn điều kiện

$$\log_3 x.\log_2\left(89y-x^2\right)+\frac{1}{2}\log_2 y.\log_3 y\geq 6+\frac{1}{2}\log_2\left(89y-x^2\right).\log_3 y+\log_3 x.\log_2 y$$

Câu 917. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 16 số nguyên x thoả mãn

$$\log_3 x.\log_2\left(89y-x^2\right)+\frac{1}{2}\log_2 y.\log_3 y\geq 6+\frac{1}{2}\log_2\left(89y-x^2\right).\log_3 y+\log_3 x.\log_2 y$$

Câu 918. Cho hàm số $f(x)=\left|-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{2m+3}{2}x^2-\left(m^2+3m\right)x+\dfrac{2}{3}\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-9;9]$ để hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

Câu 919. Có bao nhiêu số nguyên x thoả $\log_{11}\left(9x^2-6x+1\right)^3>\log_3(1-3x).\log_{11}\left(9x^2+6x-14\right)$?

A 30. **B** 6. **C** 8. **D** 9.

Câu 920. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(2x+1)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(2x+1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^{2023}+2023x\right|+m\right)$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

Câu 921. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2022;2023]$ để hàm số $y=\left|3x^4-8x^3-18x^2+m\right|$ nghịch biến trên $(3;4)$?

A 2044. **B** 2055. **C** 2024. **D** 2032.

Câu 922. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-2)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^2+4x-m\right|\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

Câu 923. Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left(a^2-9\right)x^4-(a+3)x^2+3$ có điểm cực đại?

Câu 924. Có bao nhiêu bộ số $(x;y)$ với $x\in\mathbb{N}^*$, $y\in\mathbb{R}$ và thoả mãn $\ln(2+3x+4y)=7x+4y-2023$?

Câu 925. Xét các số thực $x\geq 0$, $y\geq 0$ sao cho $\log_2 2a.\log_2\left(a.4^{-x-1}\right)-4\log_a 2^{4-y^2}+18\geq 4y^2-4x$ luôn đúng với mọi $a>2$. Số giá trị nguyên dương của biểu thức $T=x^2+y^2-12x$ là

Câu 926. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(0;2024)$ thoả mãn $\dfrac{\ln 3x}{4x+1}\leq\ln\left(\dfrac{2xy}{4x+1}\right)\ \forall x>0$?

A 2023. **B** 2020. **C** 2018. **D** 2019.

Câu 927. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{(2m+1)x^2}{2}+\left(m^2+m-2\right)x+m^3$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Câu 928. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x^2+mx+6 & ,\ x\le 2\\ \dfrac{n}{2}x-4 & ,\ x>2\end{cases}$ $(m,n\in\mathbb{R})$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị?

A 5. **B** 6. **C** 7. **D** 8.

Câu 929. Cho hàm số $f(x)=x^4-12x^3+30x^2+(4-m)x$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A 27. **B** 30. **C** 31. **D** 28.

Câu 930. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên m để có đúng 4 bộ số thực $(x;y)$ thoả mãn $\log_3^2(26x+53).\log_3\dfrac{x^2+y^2+2x+4y+5}{729}+8\log_3 m=0$ và $(x-12)^2+(y+2)^2=196$. Tính số phần tử của tập S.

Câu 931. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_6\left(x^2+y^2+2y\right)+\log_5\left(x^2+y^2\right)\le\log_6 y+\log_5\left(3x^2+3y^2+8y\right)$$

Câu 932. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_4\left(9x^2+16y^2+112y\right)+\log_3\left(9x^2+16y^2\right)<\log_4 y+\log_3\left(684x^2+1216y^2+720y\right)$$

Câu 933. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $(m+20)^x m^{x^2-3}=1$ có nghiệm lớn hơn 1?

A 3. **B** Vô số. **C** 20. **D** 4.

Câu 934. Cho các số thực x, y thoả mãn $\dfrac{1}{\sqrt{3}^{4x-2x^2}}-\dfrac{1}{3^{y^2-2y+1}}+2(x+y-1)^2-4xy=0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+2y$. Tích $M.m$ bằng

Câu 935. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in(-2022;2023)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^3+(16+4a)x+11-4a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A 2019. **B** 2020. **C** 2022. **D** 2023.

Câu 936. Tìm tổng tất cả các giá trị nguyên $m\in[-20;20]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^2-4x+m-6\right|-4x$ không bé hơn -5.

Câu 937. Cho hàm số $y=x^3+3(1-m)x^2+3\left(m^2-2m\right)x-(m-1)^3$ có đồ thị (C). Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng d.

A $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **B** $\dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 938. Có bao nhiêu số nguyên b sao cho ứng với mỗi b có đúng 3 giá trị nguyên dương a thoả mãn $\left(a-\log_2\dfrac{b+1}{a}\right)\left(2^{a-1}-4\right)\le 0$?

Câu 939. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để hàm số $y=\left|-\dfrac{1}{3}x^3+(m+3)x^2+(m+1)x-4\right|$ đồng biến trên $(1;2)$?

A 4046. **B** 2024. **C** 2023. **D** 4045.

Câu 940. Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(mx-6x^3\right)+2\log_{\frac{1}{2}}\left(-14x^2+29x-2\right)=0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt?

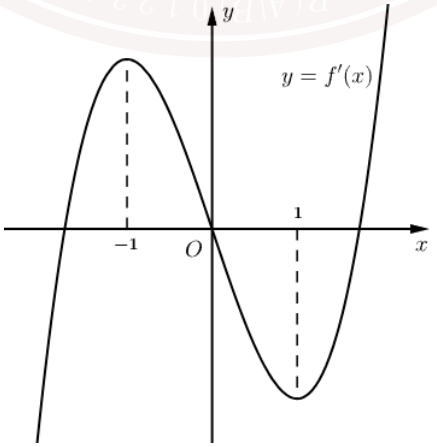
Câu 941. Bất phương trình $\left(\sqrt{16^x-x.4^{x+1}+4x^2+2}+4^x-2x\right)\left(\sqrt{4^x+2}-2^x\right)\le 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A 4. **B** 3. **C** 10. **D** 2.

Câu 942. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-23;23)$ để hàm số $y=\left|x^3-2mx+2m^2-1\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;5)$?

A 22. **B** 23. **C** 25. **D** 24.

Câu 943. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=1$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=|2f(\cos x)-\cos 2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

Câu 944. Có bao nhiêu bộ số thực $(x;y)$ với $x+y$ là số nguyên dương thoả mãn

$$\log_2 \frac{\left|x^3+y^3\right|}{x^2+y^2} = \log_3 (x+y)$$

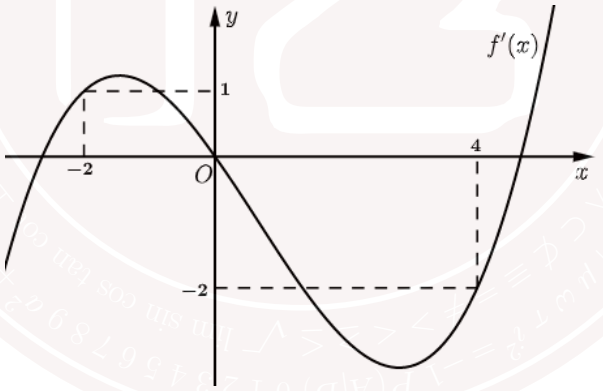
Câu 945. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m^2x+m$ có hai điểm cực trị đối xứng qua đường thẳng $a: y=\dfrac{x}{2}-\dfrac{5}{2}$?

Câu 946. Trong hệ toạ độ Oxy, cho điểm $M(x;y)$ với $x,y\in\mathbb{Z}$, $-6<x<6$, $y\neq 0$ và thoả mãn phương trình $3^{9y^2}-\dfrac{3^{36}}{3^{x^2}}+2=\log_3 \dfrac{36-x^2}{y^2}$. Hỏi có bao nhiêu điểm M thoả mãn?

Câu 947. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\log_2^2 x-(m+1)\log_2 x+2m-3=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2;16)$?

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 948. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(0)=1$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Xác định số điểm cực trị của hàm số $y=\left|4f(x-2)+x^2-4x\right|$.

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Câu 949. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-(m+1)x^2+\left(m^2-4\right)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

Câu 950. Cho các số thực x, y thoả mãn $\mathrm{e}^{x^2+2y^2}+\mathrm{e}^{xy}\left(x^2-xy+y^2-1\right)-\mathrm{e}^{1+xy+y^2}=0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{1+xy}$. Giá trị $M-m$ bằng

Câu 951. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x+m}{x+1}$. Biết giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 5. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A $[4;5)$. **B** $[2;3)$. **C** $[3;4)$. **D** $[1;2)$.

Câu 952. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để bất phương trình $\left(\log_2 x-m\right)\left(\log_2 x-m-3\right)<0$ có ít nhất một nghiệm nguyên và không quá 1791 nghiệm nguyên?

A 8. **B** 11. **C** 10. **D** 7.

Câu 953. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(f(x)\right)-f^2(x)=m$ có ít nhất 6 nghiệm?

A 9. **B** 6. **C** 8. **D** Vô số.

Câu 954. Tính tổng các giá trị nguyên m để tồn tại đúng 2 cặp số $(x;y)$ thoả mãn

$$\begin{cases}(x+y)\left(\log_2(x+y)+x+y\right)+3=\log_2(x+y)+4x+4y\\ x+y=\sqrt{2(x+4)(y+3)+m}\end{cases}$$

Câu 955. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_4\left(x^2+y^2+12y\right)+\log_3\left(x^2+y^2\right)\le\log_4 y+\log_3\left(3x^2+3y^2+24y\right)$$

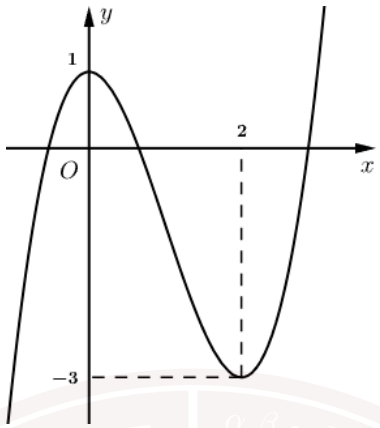
Câu 956. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=\left|x^4-2x^2+(a+1)x+a^2-4\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A 3022. **B** 2024. **C** 2023. **D** 2022.

Câu 957. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $4^x-10^x-10m.2^{x-1}+m.5^{x+1}\ge 0$ có đúng 5 nghiệm nguyên?

A 6. **B** 3. **C** 4. **D** 7.

Câu 958. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+mx+8-m\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

Câu 959. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $4\log_9\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$?

Câu 960. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+9}{x+m}\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$?

Câu 961. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y=\left|x^3+(2m+3)x^2-m^2x+5\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$?

Câu 962. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Tính tổng các giá trị m để hàm số $g(x)=(x-m)^4\left(f(x)+2\right)^3$ có đúng 3 điểm cực trị.

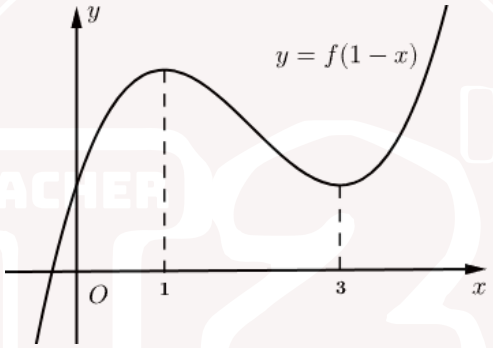
Câu 963. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $|x|\le 2023$ và $2^{x+2y}+3^{x^2-3y-2}(x+2y-3)=8$?

Câu 964. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-3 ↗	5 ↘	-5 ↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=\mathrm{e}^{f(x)}-m.3^{f(x)}$ có đúng 7 điểm cực trị?

Câu 965. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f(1-x)$ có các điểm cực trị là 1; 3 và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^2-2x+m\right|+m^2-4\right)$ đồng biến trên $(0;1)$?

Câu 966. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_6\left(x^2+y^2+xy+3x+2\right)+\log_8\left(x^2+y^2+xy+2\right)\le\log_6 x+\log_8\left(x^2+y^2+xy+21x+2\right)$$

Câu 967. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $y=\dfrac{\cot^2 x-2m\cot x+2m^2-1}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$?

Câu 968. Cho $(x;y;z)$ là các số thực thoả mãn $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ và $-10\le z\le 10$. Biết rằng khi $(x;y;z)=(x_0;y_0;z_0)$ thì biểu thức $P=(x+3)^2+(y-5)^2+(z+1)^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính tổng $x_0+y_0+z_0$.

Câu 969. Cho hàm số $f(x)=\left|2x^3-3(2m+3)x^2+6\left(m^2+3m\right)x-464\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-9;9]$ để hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;4)$?

Câu 970. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|x^3+3x\right|+m-9\right)\right|$ có ít nhất 7 điểm cực trị?

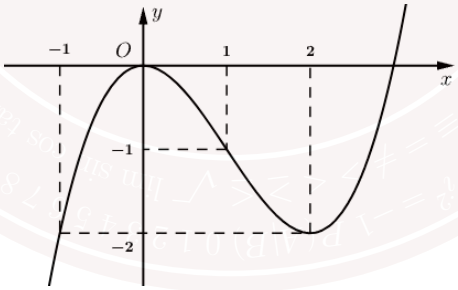
Câu 971. Cho hàm số $f(x)=x^2+(m+x)\sqrt{x^2+1}+mx$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-50;50)$ để hàm số đã cho vừa có khoảng đồng biến, vừa có khoảng nghịch biến trên tập xác định?

Câu 972. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$2^{2x^2+y^2-8y}+\left(x^2+y^2-8y\right)\log_2\left(x^2+y^2+4\right)\le 2^{x^2}$$

Câu 973. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $\sqrt{2^{x+4}}+\sqrt[4]{2^{y+8}}=2x+y+8$?

Câu 974. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2x|f(x)|=x+1$ là

A 2. **B** 5. **C** 4. **D** 3.

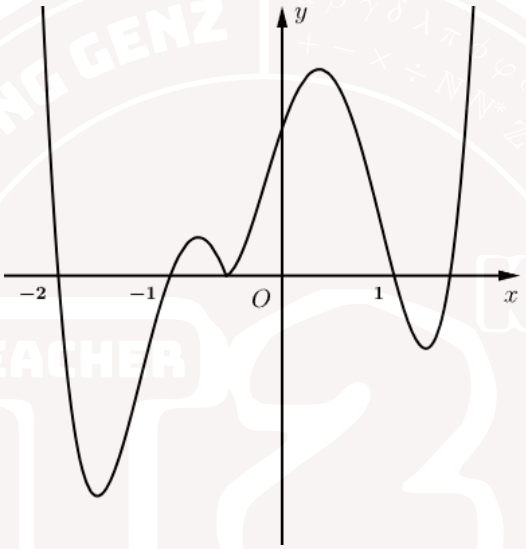
Câu 975. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $\left|4^x-2^{x+2}+m-1\right|=2^{x+1}+2$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

Câu 976. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ thoả mãn $a<5$ và hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+x^2-3$ có $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(0)$?

Câu 977. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\cos 3x - \cos 2x + m\cos x = 1$ có đúng bảy nghiệm khác nhau thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$?

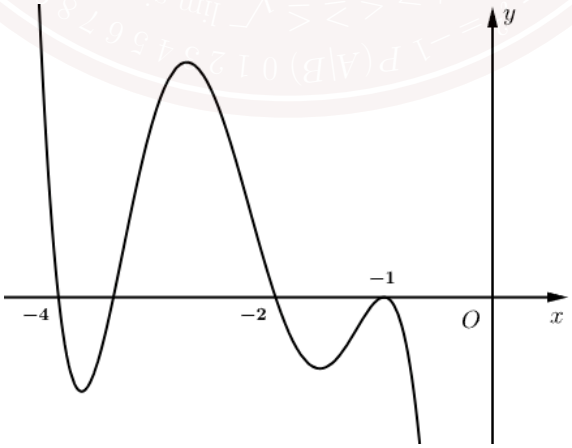
Câu 978. Cho các số thực x, y, z thoả mãn $2^x + 8^y + 4^z = 2025$. Khi $P = 2^x + 2^{\frac{x+3y}{2}} + 2^{\frac{x+3y+2z}{3}}$ đạt giá trị lớn nhất thì y bằng

Câu 979. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $(f(2-x))'$ như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $y = f\left(\left(x^3 - 3|x|\right)^2 - 2x^3 + 6|x|\right)$ là

Câu 980. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x+3)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-5;5]$ để $f\left(\frac{\sin x + 1}{2 - \cos^2 x + \sin x} + 2\right) - f\left(|m| + \frac{1}{4|m|}\right) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

Câu 981. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

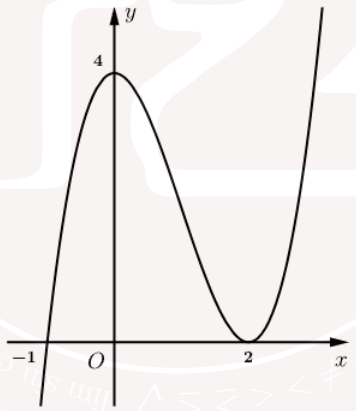
x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\dfrac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.

Câu 982. Tìm tất cả các giá trị thực m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A, B sao cho các điểm A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A $m=\sqrt{2}$. **B** $m=\pm\sqrt{2}$. **C** $m=-\sqrt{2}$. **D** $m=2$.

Câu 983. Cho các số a, b thay đổi thoả $a^2+\dfrac{b^2}{2}-ab=1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $Q=f\left(\dfrac{4a-b}{2(a-b+3)}\right)$. Tính $M+m$.

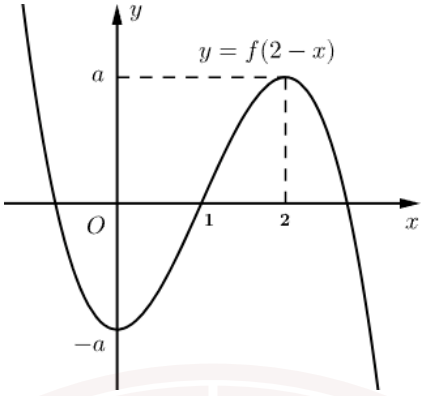
Câu 984. Cho hàm số $f(x)=\left(a^4+1\right)x^4-b^2x^2+c$ có giá trị cực đại bằng 3 và giá trị cực tiểu bằng 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để phương trình $f(x)=m-1$ có hai nghiệm phân biệt?

A 5. **B** 3. **C** 6. **D** 7.

Câu 985. Cho hai hàm số $f(x)=x^3+\dfrac{6m-3}{2}x^2+3\left(m^2-m\right)x+2$ và $g(x)=x^4-m^4x^2+m+1$ với m là tham số thực. Biết rằng có một giá trị $m=m_0$ để điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ cũng là điểm cực đại của hàm số $y=g(x)$. Tìm mệnh đề đúng.

A $m_0\le -2$. **B** $-2<m_0<1$. **C** $m_0>2$. **D** $\dfrac{1}{2}<m_0<\dfrac{5}{2}$.

Câu 986. Cho hàm số bậc ba $y=f(2-x)$ có đồ thị như hình vẽ với $1<a<2$.



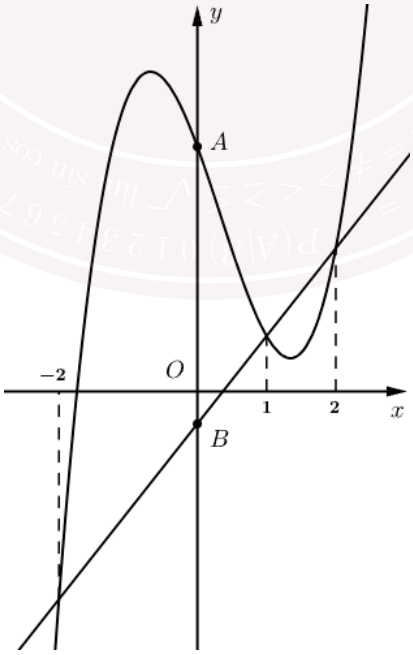
Hỏi phương trình $f^2(x+1)f(1-x)+f(x+1)-2f(1-x)=-2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

Câu 987. Số giá trị nguyên $m>-10$ để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực tiểu là

A 9. **B** 10. **C** 8. **D** Vô số.

Câu 988. Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị (C) và Δ là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=2$. Biết rằng $f(1+x)+f(9-7x)-2x=0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi Δ cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

Câu 989. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc nhất $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



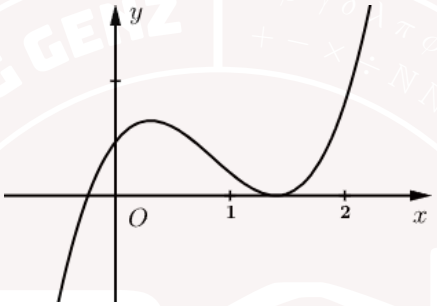
Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ với trục tung. Biết $AB=4$, bất phương trình $f(x)-4\le g(x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên trên đoạn $[-10;10]$?

A 12. **B** 13. **C** 11. **D** 14.

Câu 990. Cho hàm số $y=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$ với m là tham số thực. Tổng tất cả các giá trị m để $2\min\limits_{[1;3]}y+\max\limits_{[1;3]}y=12$ bằng

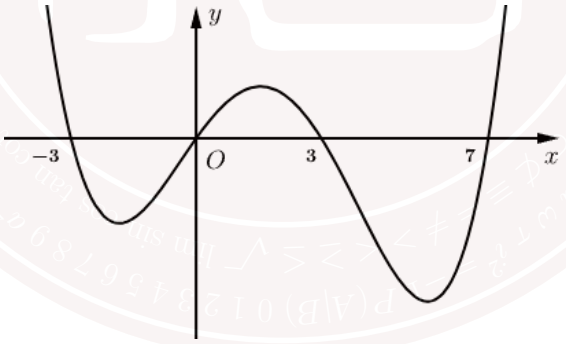
Câu 991. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{3}\left(m^3-5m^2-1\right)x^3+\dfrac{1}{2}\left(m^3-3m^2-35\right)x^2-\left(2m^2-35\right)x$ với m là tham số. Tổng các giá trị m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;10)$ là

Câu 992. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-\dfrac{2}{3}|x|^3$.

Câu 993. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Số giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m\right)$ có 8 điểm cực trị là

Câu 994. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[1;\dfrac{7}{2}\right]$ thoả mãn $\log_6\left(4x^3-15x^2+12x+y\right)=\log_4\left(4x-x^2\right)$. Số phần tử của S là

Câu 995. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|x^4-2x^2+m\right|$ trên $[0;2]$ là nhỏ nhất. Tính số phần tử của S.

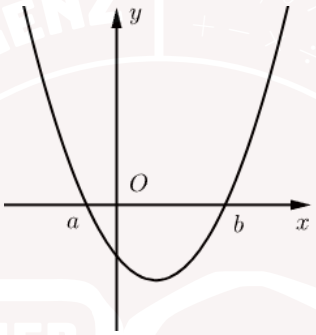
Câu 996. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-\infty; 2023]$ để hàm số $y = \left|x^3 + (m+2)\,x + 9 - m^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A 2019. **B** 2023. **C** 2020. **D** 2022.

Câu 997. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

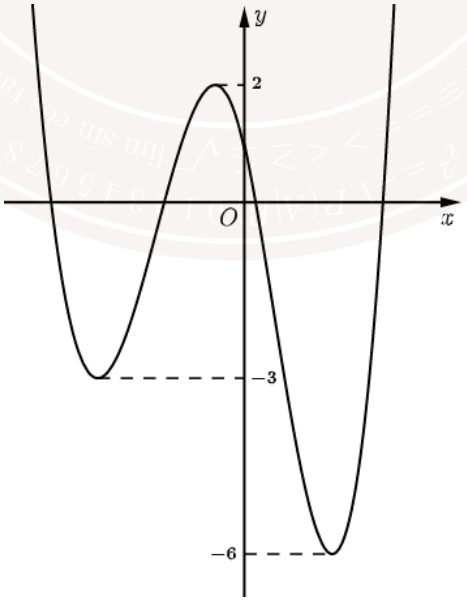
$$\log_3\left(x^2+y^2+y\right)+\log_6\left(x^2+y^2\right) \le \log_3 y+\log_6\left(2x^2+2y^2+8y\right)$$

Câu 998. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.



Biết $f(b) = 4$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$. Hàm số $g(x) = \left|f^2(x) - 4f(x) + 1\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Câu 999. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên âm m để phương trình $\left(m+\sqrt{m^2+2m+2}+1\right)\left(f^2(x)+\sqrt{f^4(x)+1}\right)=1$ có 6 nghiệm phân biệt?

Câu 1000. Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(2m^2-1\right)x+m\left(1-m^2\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

A $m<1$. **B** $m>\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C** $1<m<\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D** $1\le m\le\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 1001. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

trong đó a, b, c là các số nguyên cho trước. Số giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+3x+m\right)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$?

A $c-b-1$. **B** $c-b-2$. **C** $c-b+1$. **D** $c-b$.

Câu 1002. Cho hàm số $f(x)=(a-1)x^4-2ax^2+1$ với a là tham số. Nếu $\min\limits_{[0;3]}f(x)=f(2)$ thì $\max\limits_{[0;3]}f(x)$ bằng

A $-\dfrac{14}{3}$. **B** 4. **C** 1. **D** $-\dfrac{13}{3}$.

Câu 1003. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình $\left(\sqrt{2}+1\right)^x-m\left(\sqrt{2}-1\right)^x=8$ có hai nghiệm dương phân biệt. Số phần tử của S bằng

A 9. **B** 10. **C** 7. **D** 8.

Câu 1004. Cho hàm số $f'(2-3x)=9(1-x)^2\left(9x^2-4\right)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(4x^2-24x+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A 666. **B** 630. **C** 153. **D** 171.

Câu 1005. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để bất phương trình $\left(5+\sqrt{21}\right)^x+(6-m)\left(5-\sqrt{21}\right)^x-(m+2)2^x\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A 2020. **B** 2023. **C** 2022. **D** 2026.

Câu 1006. Cho hàm số $f(x)=x^2-4x+m$ và hàm số $g(x)=\left(x^2+1\right)\left(x^2+2\right)^{2023}$. Số giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=g(f(x))$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

A 2022. **B** 2021. **C** 2020. **D** 2019.

Câu 1007. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x+1}+m}{\sqrt{x+1}+1}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của m để hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;8]$ nhỏ hơn 3. Số phần tử của tập S là

A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

Câu 1008. Cho hai số thực x, y thoả mãn $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-8}\right)x+2\sqrt{3xy-8}=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^3+y^3+9xy+\left(9x^2+5\right)(x+y-3)$ có dạng $\dfrac{a\sqrt{6}+b}{9}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=a+b$.

Câu 1009. Xét các số thực dương $a,b,c>1$ và $a>b$ thoả mãn $4(\log_a c+\log_b c)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A 5. **B** 8. **C** $\dfrac{17}{4}$. **D** 3.

Câu 1010. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

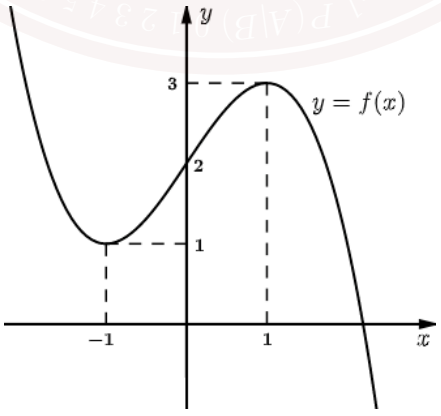
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2+m\right)$ có 11 điểm cực trị.

A $m\in[-3;0)$. **B** $m\in(-1;3)$. **C** $m\in(-3;-1)$. **D** $m\in(1;3)$.

Câu 1011. Cho a, b là các số thực dương thoả mãn $2^{a+b+2ab-3}=\dfrac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=a^2+b^2+3(a+b)+1$ có dạng $m+\sqrt{n}$ với $m,n\in\mathbb{Q}$. Tính $S=m^2+n$.

Câu 1012. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Gọi S là tập các giá trị nguyên $m\in[-5;5]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}f^3(x)+mf^2(x)-3f(x)+2$ đồng biến trên $(-1;1)$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 1013. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3+6x^2-(m+16)x-m\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=\dfrac{1}{3}f\left(x^3-3x+1\right)+\left(x^3-3x\right)m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=g'(x)$ và trục Ox có đúng 9 điểm chung?

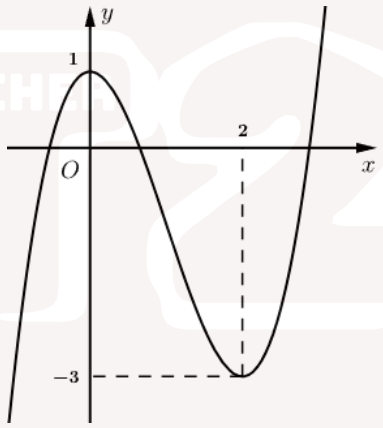
Câu 1014. Cho hàm số $f(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+(4-m)x+2$ với m là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên m để phương trình $f(x)=0$ có nghiệm $x\in\left[\dfrac{1}{2023};2023\right]$?

A 2023. **B** 2024. **C** 2025. **D** 2022.

Câu 1015. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-25;25]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{m\log_3^2 x-4\log_3 x+m+3}$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$?

A 45. **B** 43. **C** 49. **D** 23.

Câu 1016. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tập tất cả các giá trị m để phương trình $f'\left(f^2(x)-f(x)+m\right)=0$ có nhiều nghiệm nhất là $(a;b)$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Khi đó, $a+b$ bằng

A $-\dfrac{39}{4}$. **B** -10. **C** $\dfrac{1}{4}$. **D** $\dfrac{17}{4}$.

Câu 1017. Cho $f(x)=\log_2\left(x-\dfrac{1}{2}+\sqrt{x^2-x+\dfrac{17}{4}}\right)$. Tính $T=f\left(\dfrac{1}{2025}\right)+f\left(\dfrac{2}{2025}\right)+...+f\left(\dfrac{2024}{2025}\right)$

A $T=1012$. **B** $T=2024$. **C** $T=\dfrac{2025}{2}$. **D** $T=2025$.

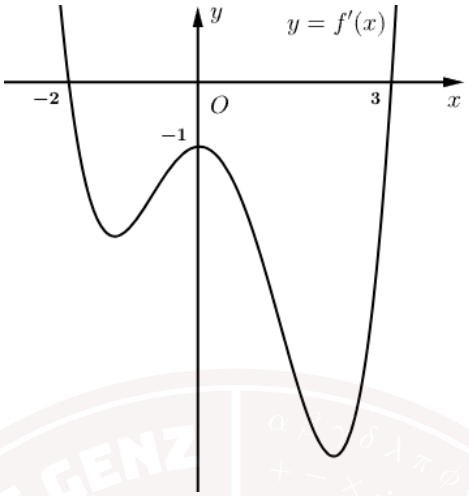
Câu 1018. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $b\in(-50;50)$ để $9^a-(2b-1)3^a+b^2-b-6>0$ đúng với mọi $a\in[1;2)$?

A 87. **B** 89. **C** 88. **D** 86.

Câu 1019. Số giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|x^3-mx^2+12x+2m\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A 19. **B** 18. **C** 20. **D** 17.

Câu 1020. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có $f(-5)=-2$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



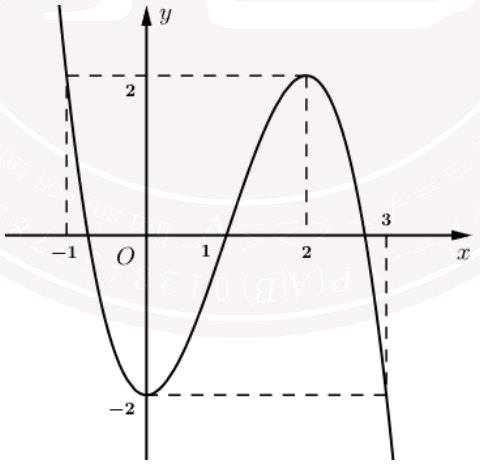
Có bao nhiêu giá trị nguyên $m<10$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(-x^4+2x^2-5\right)-3x^4+6x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A 6. **B** 8. **C** 5. **D** 7.

Câu 1021. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 1 và 2. Hàm số $y=f(x)-g(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(2;3)$. **B** $(-3;-1)$. **C** $(0;2)$. **D** $(-2;1)$.

Câu 1022. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(1)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x)=\left|f\left(1+\dfrac{x}{2}\right)+\dfrac{x^2}{8}\right|$. Đặt M là số điểm cực đại và m là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$. Tính giá trị biểu thức M^2+m^2.

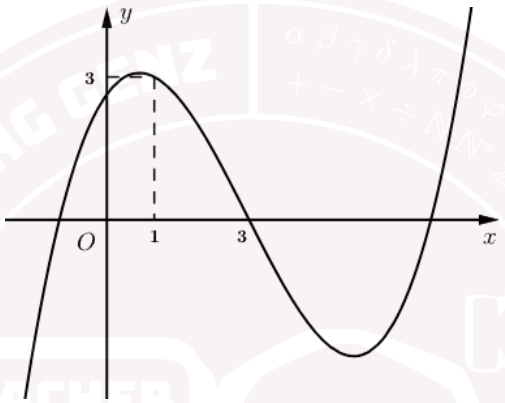
Câu 1023. Cho phương trình $\log_6(x+1)=\log_2\sqrt{x+1}.\log_6\left(x^2-2x+m\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

Câu 1024. Cho $a,b>0$ thoả mãn $\log_{30a+24b+21}\left(25a^2+4b^2+1\right)+\log_{20ab+1}(30a+24b+21)=2$. Giá trị của $a+b$ bằng

A 7. **B** 6. **C** 20. **D** 11.

Câu 1025. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi y có đúng 5 số nguyên x thoả mãn $\log_2\left(x^2+3\right)-\log_2|2y-8x|+2\left(x^2+2\right)^2-\left|4x^3-y+x(4-xy)\right|<0$?

Câu 1026. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



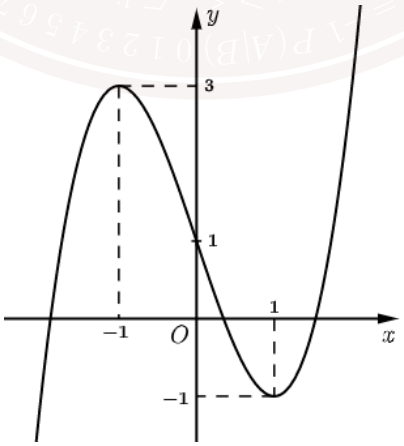
Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=mx+m-3$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 1027. Cho các số thực dương x, y thoả mãn $2023^{4x^2-y+7x+10}-\dfrac{(2x+1)^2}{y-3x-9}=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=y-11x$.

A 9. **B** 3. **C** 11. **D** -2.

Câu 1028. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=|f(f(x))-2f(x)+m|$ đồng biến trên $(0;1)$?

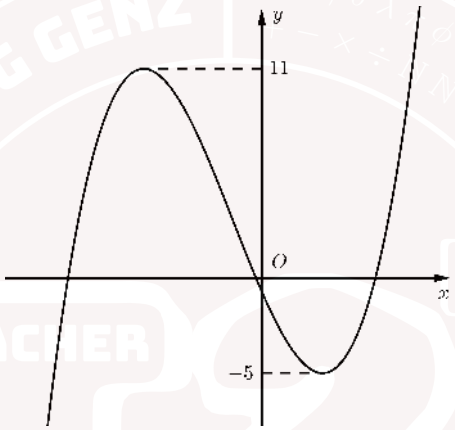
Câu 1029. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_3(x+y)+(x+y)^3=3\left(x^2+y^2\right)+3xy(x+y-1)+1$$

Câu 1030. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để phương trình $4^x+1=2m+\log_2(4(2x+1)+8m)$ có nghiệm?

A 2024. **B** 2023. **C** 2021. **D** 2020.

Câu 1031. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu cặp số nguyên $(m;n)$ để phương trình $|f(x)-m|=2n$ có đúng 6 nghiệm?

Câu 1032. Cho phương trình $\left(3x^{\log_2 x-\log_2 3}-x\right)\sqrt{10^x-m}=0$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị $m\in[-9;+\infty)\cap\mathbb{Z}$ để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt. Số phần tử của S bằng

A 912. **B** 900. **C** 910. **D** 911.

Câu 1033. Có bao nhiêu số nguyên dương a để tồn tại các số thực x và y thoả mãn điều kiện $a^x+x=\log_a y+y=\dfrac{5(y-x)}{4}$?

Câu 1034. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(0;2023)$ sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất mười số nguyên $b\in(-3;10)$ thoả mãn $2^b3^a+6560\le 3^{2a^2+b}$?

Câu 1035. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2\left(x^2-x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(x^2-10x+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 21. **B** 23. **C** 24. **D** 22.

Câu 1036. Gọi S là tập các giá trị m để phương trình $27^x - 4m.3^{2x} + \left(4m^2+m-1\right).3^x - 2m^2+m=0$ có đúng hai nghiệm thực và $24m$ nhận giá trị nguyên. Số phần tử của S là

Câu 1037. Cho x, y là các số thực thoả mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-7)\geq 1$. Gọi $M=x^2+y^2-20x+8y$. Hỏi M có thể nhận tối đa bao nhiêu giá trị nguyên?

Câu 1038. Cho các số thực x, y thoả mãn $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)$ bằng

Câu 1039. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		3		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=|\ln|f(x)||$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Câu 1040. Cho a, b là hai số thực dương thoả mãn $2b^2=7ab+4a^2$ và $a\in\left[4;2^{10}\right]$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_{\frac{b}{8}}4a+\frac{3}{4}\log_2\frac{b}{4}$. Tính tổng $T=M-m$.

A 4. **B** $\frac{44}{12}$. **C** $\frac{49}{12}$. **D** $\frac{46}{12}$.

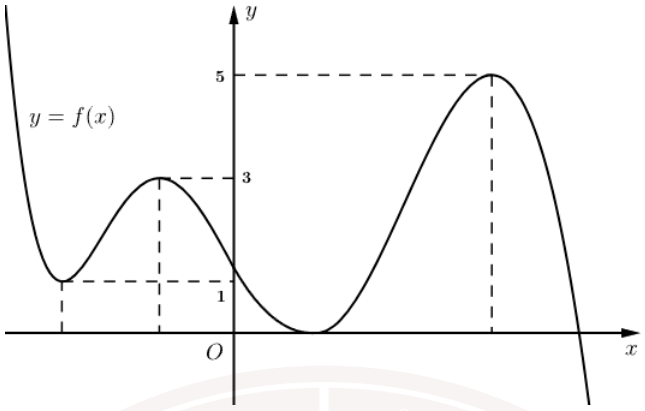
Câu 1041. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên $f'(x)$ như hình vẽ.

x	-1		1		3
$f'(x)$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Tất cả các giá trị m để bất phương trình $m+x^2<f(x)+\frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;3)$ là

A $m<f(1)-\frac{2}{3}$. **B** $m\leq f(3)$. **C** $m\leq f(0)$. **D** $m<f(0)$.

Câu 1042. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\dfrac{m^3+5m}{\sqrt{f^2(x)+1}}=f^2(x)+6$ có đúng bốn nghiệm thực phân biệt?

Câu 1043. Biết tổng $S=\log_5\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)+\log_5\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)+...+\log_5\left(1-\dfrac{1}{2020^2}\right)=\log_5\dfrac{a}{b}$ với a, b là những số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Khi đó, giá trị của $2a-b$ bằng

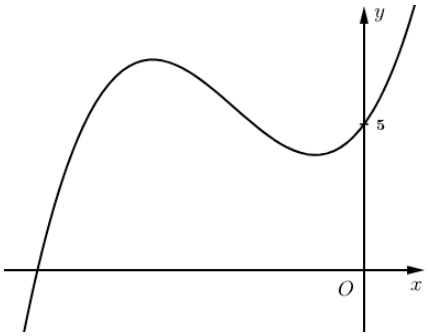
A 2. **B** 4. **C** 2019. **D** 2021.

Câu 1044. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_5\left(\frac{2x^2+2y^2-x-2y+2}{x^2+y^2-x+5}\right)+7x^2+7y^2\le 21+14y$$

Câu 1045. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m để tồn tại duy nhất cặp $(x;y)$ thoả mãn $\log_{x^2+y^2+2}(6x+2y-1)=1$ và $x^2+y^2+4x-4y+8-m=0$. Tổng các giá trị của S bằng

Câu 1046. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^6f(x)\right)-5=0$ là

Câu 1047. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3(m+1)x^2-3m(m+2)x+m^2(m+3)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

Câu 1048. Tổng tất cả các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(x^3-3x+m\right)^2$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1 là

Câu 1049. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Nếu phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì phương trình $2f(x)f''(x)=\left(f'(x)\right)^2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A 1. **B** 4. **C** 2. **D** 3.

Câu 1050. Cho phương trình $3^{3x}-(4m-2).3^x+m(5m-6)3^x-2m^3+4m^2=0$. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên m để phương trình tồn tại ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số cộng. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

A 4. **B** 3. **C** 6. **D** 5.

Câu 1051. Với hai số thực a, b bất kì, ta kí hiệu $f_{(a,b)}(x)=|x-a|+|x-b|+|x-2|+|x-3|$. Biết rằng luôn tồn tại duy nhất số thực x_0 để $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f_{(a,b)}(x)=f_{(a,b)}(x_0)$ với mọi số thực a, b thoả mãn $a^b=b^a$ và $0<a<b$. Số x_0 bằng

Câu 1052. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2+9x\right)\left(x^2-9\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+2m-m^2\right)$ có tối đa 5 điểm cực trị?

A 2. **B** 5. **C** 4. **D** 7.

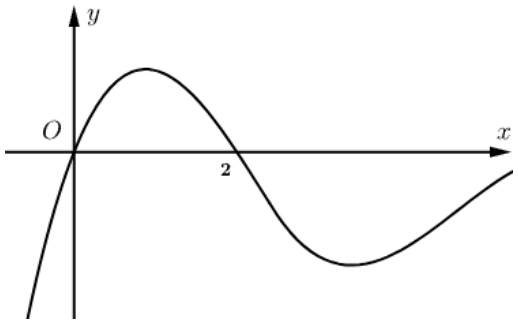
Câu 1053. Cho hàm số $y=x^3-2(m+1)x^2+(5m+1)x-2m-2$ có đồ thị là (C_m). Tập S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in(-2024;2024)$ để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $A(2;0)$, B, C sao cho trong hai điểm B, C có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình $x^2+y^2=1$. Tính số các phần tử của S.

Câu 1054. Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_Ax_B$.

Câu 1055. Cho phương trình $\log_3^2\dfrac{x}{3}+3m\log_3 x+2m^2-2m-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m>-2024$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2>10$?

A 2022. **B** 2024. **C** 2023. **D** 2021.

Câu 1056. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Biết rằng $f(0)+f(1)-2f(2)=f(4)-f(3)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là

A $f(1)$. **B** $f(0)$. **C** $f(3)$. **D** $f(4)$.

Câu 1057. Cho hàm số $y=x^6+(m+4)x^5+\left(16-m^2\right)x^4+2$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$. Tổng các phần tử của S bằng

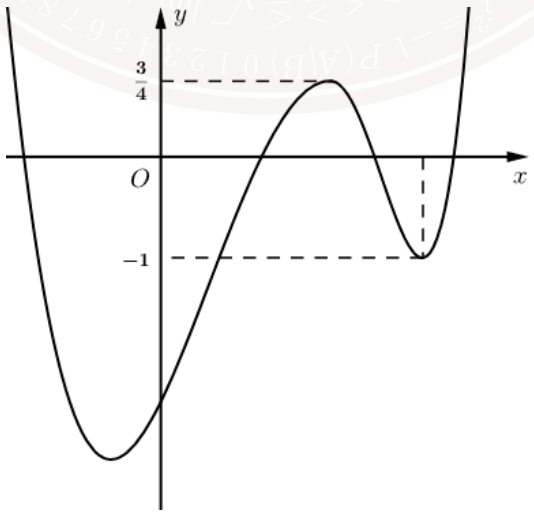
Câu 1058. Tìm tất cả các giá trị dương m để hàm số $y=\dfrac{\log m^x+1}{x+\log x.\log_x m}$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A $1\le m<10$. **B** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ 0<m\le \dfrac{1}{10} \end{array}\right.$. **C** $\dfrac{1}{10}<m<10$. **D** $0<m\le 1$.

Câu 1059. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+2x-3\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;20]$ để hàm số $f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A 16. **B** 20. **C** 17. **D** 18.

Câu 1060. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số giá trị nguyên m để phương trình $f(|x+m|)=m$ có 4 nghiệm phân biệt là

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

Câu 1061. Cho hàm số $f(x)=(2m-1)x^3-(m+2)x+4$. Nếu $\max\limits_{[-2;0]} f(x)=f(-1)$ thì $\min\limits_{[-2;0]} f(x)$ bằng

A 4. **B** 2. **C** -2. **D** $-\dfrac{4}{3}$.

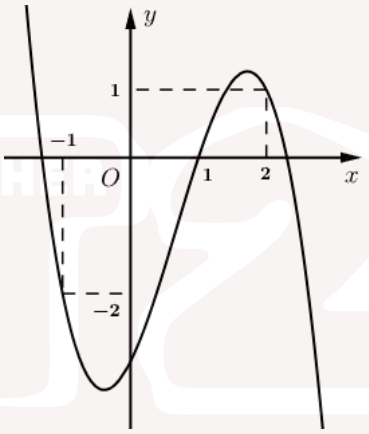
Câu 1062. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a tồn tại số thực $b\geq a$ thoả mãn $2a=\log_2\left(2^b+b\right)$ và đoạn $[a;b]$ chứa không quá 10 số nguyên?

A 11. **B** 21. **C** 10. **D** 20.

Câu 1063. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thoả mãn $\left(2^b-2\right)\left(a.3^b-20\right)<0$?

A 362. **B** 361. **C** 359. **D** 360.

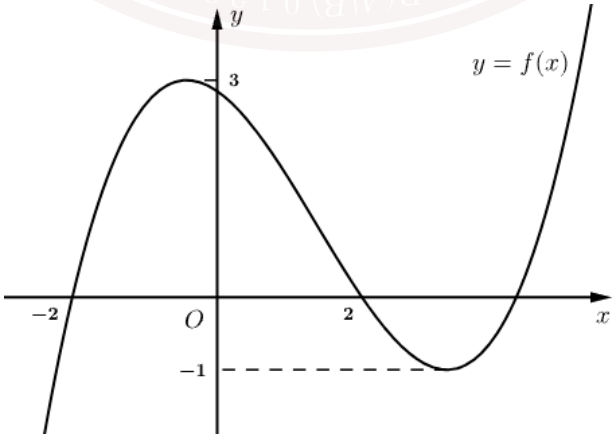
Câu 1064. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=\left|2f\left(x^2-2x\right)-x^4+4x^3-2x^2-4x+2024\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A 9. **B** 11. **C** 10. **D** 12.

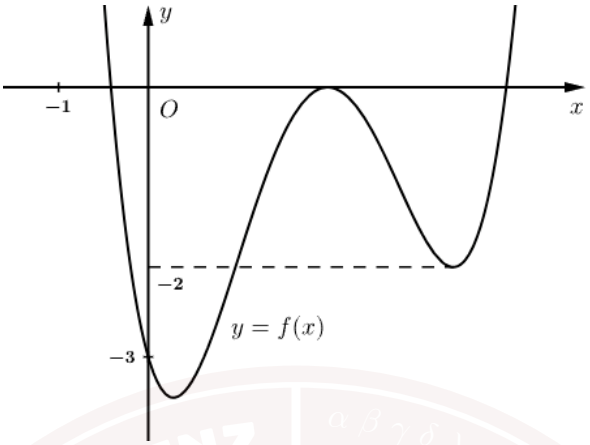
Câu 1065. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left|2024f\left(x^3-3x\right)\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt?

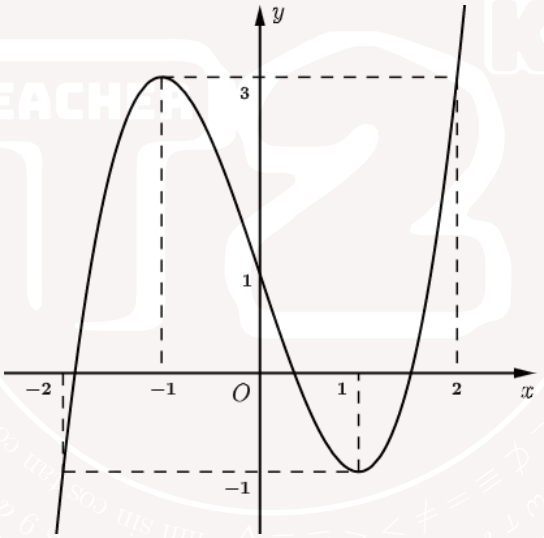
A 4047. **B** 2023. **C** 2024. **D** 4046.

Câu 1066. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f\left(\sqrt{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{x}-1}.f\left(x-1\right)\right)+2=0$ là

Câu 1067. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f\left(x-m\right)-\dfrac{1}{2}\left(x-m+1\right)^2+2024$ đồng biến trên $(1;2)$?

A 13. **B** 10. **C** 11. **D** 12.

Câu 1068. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là -2; 0; 1. Biết rằng hàm số $g(x)=f\left(\sqrt{2x-x^2}\right)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi hàm số $y=f\left(-\cos x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. **B** $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$. **C** $\left(\pi;\dfrac{3\pi}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right)$.

Câu 1069. Xét các số thực x, y thoả mãn $a^{4x-\log_{\sqrt{3}}a}\leq 9^{68-y^2}$ đúng với mọi số thực dương a. Khi biểu thức $P=2x^2+2y^2+x-4y$ đạt giá trị lớn nhất thì $2x+y$ bằng

Câu 1070. Cho hàm số $f(x)=x^4+ax^3-2bx^2+cx+1$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ít nhất một giao điểm với trục hoành. Giá trị nhỏ nhất của $S=a^2+b^2+c^2$ bằng

Câu 1071. Cho hàm số $f(x)=x^5+2x^3-3m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f(x)+m}\right)=x^3-m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$?

A 2. **B** 5. **C** 1. **D** 3.

Câu 1072. Cho các số thực a, b, c thoả mãn $1<b<c+1<2$ và $\dfrac{1}{8}<a<1$. Biết rằng biểu thức $T=\left(\log_{\left(\frac{b-1}{c}\right)^2}(8a-1)-2\log_{\frac{b-1}{c}}2\right)^2+\log_a\left(2b-c^2-2\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất, khi đó $\sqrt{a+b+c}=\dfrac{m}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $n-m$.

Câu 1073. Cho x, y là các số thực thoả mãn $\log_{x^2+3y^2}\left(4x+y+\dfrac{5}{4}\right)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4x+y$ bằng

Câu 1074. Phương trình $2\log_3(\cot x)=\log_2(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A 0. **B** 3. **C** 2. **D** 1.

Câu 1075. Cho hàm số $f(x)=-x^3+ax^2-bx+1$ với a, b là các số nguyên. Biết rằng phương trình $f(x)=0$ và phương trình $f(f(f(x)))=0$ có ít nhất một nghiệm chung. Số cặp $(a;b)$ để hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị là

Câu 1076. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	0		1		3		4		6
$f(x)$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	

Biết bất phương trình $mf^2(x)+m+15\sqrt{x}\leq 2024f^2(x)-5\sqrt{40-6x}+3f(x)+2023$ nghiệm đúng với mọi $x\in[0;6]$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương m thoả mãn?

Câu 1077. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+m$ nhỏ hơn hoặc bằng $\sqrt{5}$?

A 2. **B** 5. **C** 4. **D** 11.

Câu 1078. Gọi x, y là các số nguyên dương thoả mãn

$$\log_3\left(5^x+12^x\right)+\log_2\left(1+y^2\right)=\log_{\sqrt{3}} y+\log_2\left(5^x+12^x+1\right)$$

Hiệu x^2-y^2 bằng

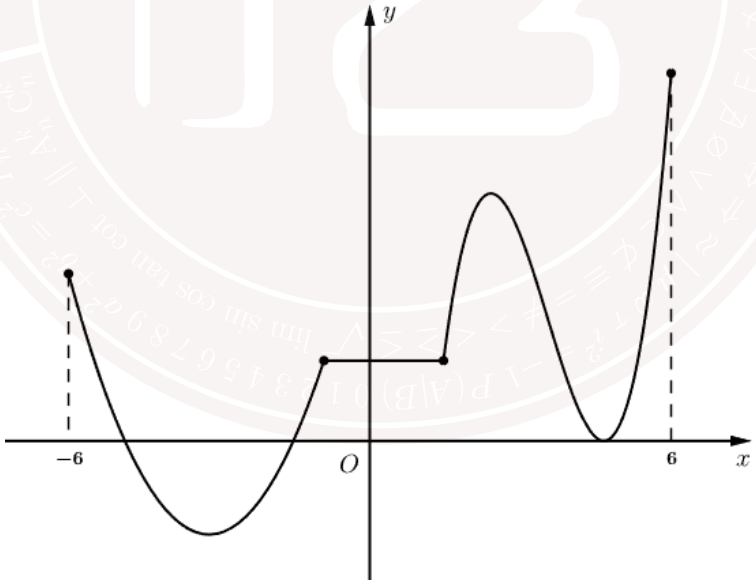
Câu 1079. Cho các số thực x, y thoả mãn $\log_{25}\dfrac{x}{2}=\log_{15} y=\log_9\dfrac{x+y}{4}$. Biết rằng $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{6}$ với a, b là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A 1090. **B** 9810. **C** 88200. **D** 88218.

Câu 1080. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$. Gọi S là tập các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=|f(\sin x+1)+m|$ bằng 3. Tích các phần tử của S bằng

A -6. **B** 6. **C** -12. **D** 72.

Câu 1081. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $[-6;6]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $[-6;6]$?

A 6. **B** 5. **C** 4. **D** 7.

Câu 1082. Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực a để từ A kẻ được hai tiếp tuyến AM, AN đến (C) với M, N là các tiếp điểm và $MN=4$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

Câu 1083. Tìm các giá trị m sao cho phương trình $4^{x^2-2x+1}-m.2^{x^2-2x+2}+3m-2=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

A $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **B** $(2;+\infty)$. **C** $(-\infty;1)$. **D** $[2;+\infty)$.

Câu 1084. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên $m\in[-12;2006]$ để hàm số

$$y=\frac{2023}{\sqrt{\log_{2024}\left(x^3-x^2+\left(\frac{m^2}{2}-1\right)x+5^x-\frac{m}{2}-18\right)}}$$

xác định với mọi $x\in(1;+\infty)$. Tổng các phần tử của tập S bằng

A 2012937. **B** 2012938. **C** 2012943. **D** 2013006.

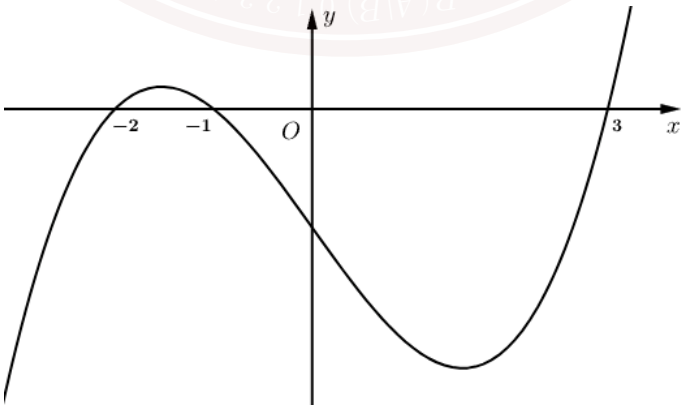
Câu 1085. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị A, B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tích tất cả các phần tử của S bằng

Câu 1086. Cho a, b là các số thực thay đổi thoả mãn $\sqrt{b}>a>1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a^2 b^2+6\log^2_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ bằng

A 50. **B** 30. **C** 40. **D** 60.

Câu 1087. Cho các số thực x, y thoả mãn $x\sqrt[5]{x}.\mathrm{e}^{\frac{2x+2y}{5}}\geq\frac{2}{5}\mathrm{e}^{x+y}+\frac{3}{5}x^2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2-y$ là

Câu 1088. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[1;2023]$ để hàm số $g(x)=f\left(x^4-2x^2+m\right)$ có đúng 3 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A 2047270. **B** 2041204. **C** 2047266. **D** 2041195.

Câu 1089. Cho $f(x)=4046\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2023}}+\mathrm{e}^{\frac{1}{2}}\right)$. Tính giá trị biểu thức $P=f'(1)+f'(2)+...+f'(2022)$.

A e^{1011}. **B** 2022. **C** e^{2022}. **D** 1011.

Câu 1090. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^2+m\right|$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 2024. Tổng tất cả các phần tử của S là

A -4052. **B** 4. **C** -4044. **D** 8.

Câu 1091. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thoả mãn $\left(4^b-1\right)\left(a.3^b-10\right)<0$?

A 182. **B** 179. **C** 181. **D** 180.

Câu 1092. Cho bất phương trình $2^{y+\log y}-8+2^y\log y+(y-3).2^y\le 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương y thoả mãn bất phương trình trên?

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

Câu 1093. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-3		

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $6f^2\left(x^2-4x\right)-(m+6)f\left(x^2-4x\right)+m=0$ có đúng 8 nghiệm thực dương phân biệt?

Câu 1094. Giả sử p và q là các số dương sao cho $\log_{16}p=\log_{20}q=\log_{25}(p+q)$. Tìm giá trị của $\dfrac{p}{q}$.

A $\dfrac{8}{5}$. **B** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **C** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 1095. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x\in\left[\dfrac{5}{2};\dfrac{11}{2}\right]$ thoả mãn $\log_3\left(x^3-9x^2+24x+y\right)=\log_2\left(-x^2+8x-12\right)$. Số phần tử của S là

A 3. **B** 7. **C** 1. **D** 8.

Câu 1096. Cho hàm số $y=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số đã cho chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Câu 1097. Tìm tập hợp các giá trị thực m để phương trình $9^{x^2-2x}-(2m-1)6^{x^2-2x}-m.4^{x^2-2x}=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$.

A $\left(\frac{10}{21};\frac{2}{3}\right)$. **B** $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]$. **C** $\left[\frac{10}{21};+\infty\right)$. **D** $\left[\frac{10}{21};\frac{2}{3}\right)$.

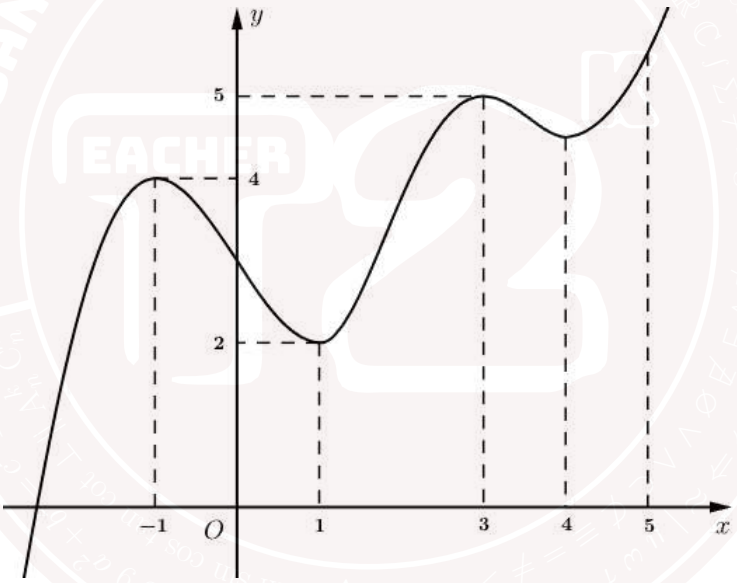
Câu 1098. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2^{x+1}-x^2\ln 2-x\ln 4-1}{4-x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y=F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2;2)$?

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 0.

Câu 1099. Xét các số thực a và b thoả mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log_a^2 b^2+\log_b a$.

A $P_{\min}=3$. **B** $P_{\min}=2$. **C** $P_{\min}=1$. **D** $P_{\min}=\frac{1}{2}$.

Câu 1100. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $h(x)=3f\left(\log_2 x-1\right)+x^3-9x^2+15x+1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $h(x)$ trên đoạn $[1;4]$. Tính giá trị của biểu thức $T=M+m$.

Câu 1101. Cho hàm số $y=\left|\sqrt{2-x}+\sqrt{x+2}+\dfrac{m}{2}x-1\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên $(0;1)$?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 2.

Câu 1102. Cho hàm số $f(x)=x^3+3x^2-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}^{g(x)}$ có đúng hai đường tiệm cận? Biết $g(x)=\dfrac{\left(x^3+1\right)(x+m)}{\sqrt{f^2(x)-2f(x)-3}}$.

Câu 1103. Cho hàm số bậc ba $f(x)=x^3-3x^2+21$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để ứng với mỗi m phương trình $f\left(x^2-3x-2\right)=m$ có tổng giá trị các nghiệm phân biệt bằng 9?

Câu 1104. Cho bất phương trình $4\log_9^2(3x)+2(m+1)\log_{\frac{1}{3}}x-3-m\geq 0$. Số giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2024)$ để bất phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\sqrt{3};27\right)$ là

A 2020. **B** 2021. **C** 2022. **D** 2019.

Câu 1105. Cho phương trình $2^m.2^{\sin^2 x}+m-\cos^2 x=8.4^{\cos x}+2(\cos x+1)$. Số giá trị nguyên m để phương trình đã cho có nghiệm thực là

A 9. **B** 7. **C** 3. **D** 5.

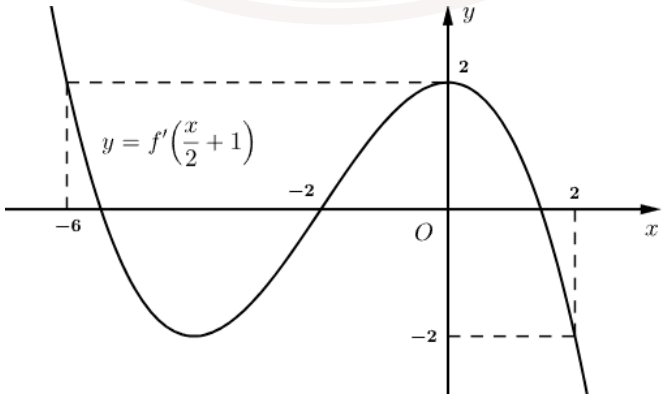
Câu 1106. Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(x^2+x-m\right)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

Câu 1107. Cho a, b là hai số thực dương thoả mãn $2^{a+b+2ab-3}=\dfrac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=a^2+b^2$ là

Câu 1108. Cho hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+9x-m$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị m để hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 sao cho $3x_1-2x_2=m+6$. Tích các phần tử của tập S bằng

A 0. **B** -2. **C** -3. **D** 1.

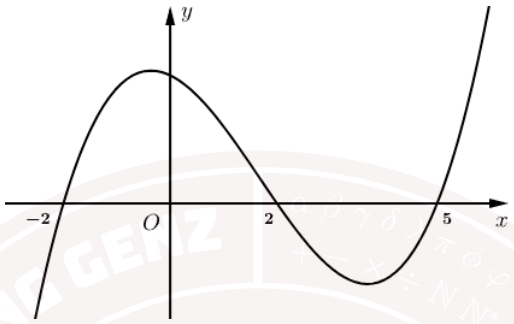
Câu 1109. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(\dfrac{x}{2}+1\right)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f(\sin x)+\dfrac{1}{2}\sin^2 x+1$ có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right)$?

Câu 1110. Xét các số nguyên dương a, b, c, d thoả mãn $\log_a b=\dfrac{3}{2}$, $\log_c d=\dfrac{5}{4}$ và $a-c=9$. Giá trị của $b-d$ bằng

Câu 1111. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-8;8]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^2+x-2\right|-m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A 4. **B** 17. **C** 12. **D** 14.

Câu 1112. Cho hai hàm số $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(ax)$ và điểm $I(-2;-1)$. Biết rằng đồ thị hai hàm số đã cho có một điểm chung là A và $IA=5$. Giá trị a bằng

Câu 1113. Cho phương trình $(m-1)\log_2^2(x-2)-(m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2)+m-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(2;4)$?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Câu 1114. Cho hàm số $y=x^3-mx^2-m^2x+8$ với m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số đã cho có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A 4. **B** 5. **C** 3. **D** 6.

Câu 1115. Cho các số thực x, y thoả mãn $\log_{x^2+y^2+2}(2x-4y+3)\geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3x+4y$ có dạng $5\sqrt{M}+m$ với $M\in\mathbb{N}^*$, $m\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $2M+m$.

Câu 1116. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để đồ thị hàm số $y=x^3-(m+1)x+4-m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -3?

Câu 1117. Cho hàm số $y=\left|x^4+2\left(m^2-9\right)x^2+2m-2\right|$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để hàm số đã cho có đúng 5 điểm cực trị. Số phần tử của tập hợp S bằng

A 4. **B** 5. **C** 6. **D** 3.

Câu 1118. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $2\left(\log_a c+\log_b c\right)\le 9\log_{ab} c$. Khi đó, giá trị của $\log_a b$ luôn thuộc đoạn $[\alpha;\beta]$. Tính $\alpha+\beta$.

A $\dfrac{5}{2}$. **B** $\dfrac{7}{2}$. **C** $\dfrac{9}{2}$. **D** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 1119. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(-20;20)$ thoả mãn $2+\log_{\sqrt{3}}\left(3x^2+1\right)\le\log_{\sqrt{3}}\left(yx^2-6x+2y\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A 8. **B** 11. **C** 9. **D** 10.

Câu 1120. Cho phương trình $16^{\log_3|\cos x|}+12^{\log_3\cos^2 x}-\cos^2 x=2^{-m^2+6m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đã cho vô nghiệm?

Câu 1121. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2024]$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^2-3x}{f'(x)\left(f\left(3-x^2\right)-m\right)}$ có đúng 3 đường tiệm cận đứng?

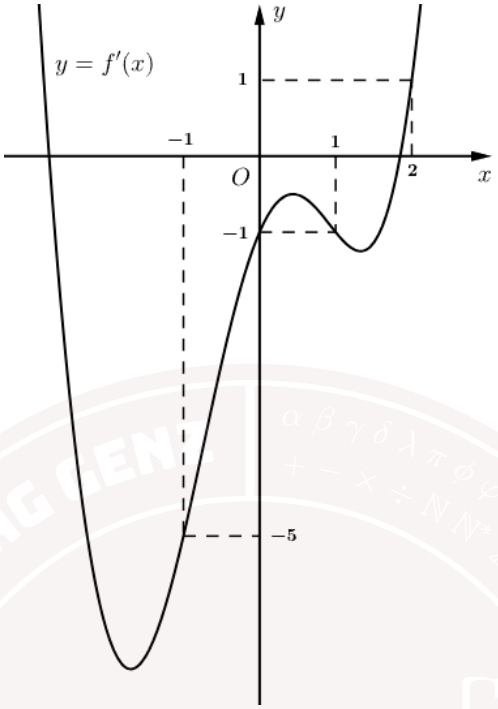
Câu 1122. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[-\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$?

A 3. **B** 4. **C** 6. **D** 5.

Câu 1123. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có $f(1)=-2$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=\left|f(x-1)-x^2+5x+m^2-6m\right|$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 1124. Xét các số thực $a,b,c\geq 1$ thoả mãn $6\log_{2ab}c=1+\log_a\left(b^2+1\right).\log_{2b}^2 c$. Khi $\log_c(2b)$ đạt giá trị lớn nhất thì $a+b+c$ bằng

Câu 1125. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	32	↘	0	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2024]$ để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x^2-3x}{f'(x)\left(f\left(x^2-2\right)-m\right)}$ có đúng 3 đường tiệm cận đứng?

Câu 1126. Tổng các giá trị thực m để phương trình $2^{(x-1)^2}\log_2\left(x^2-2x+3\right)=4^{|x-m|}\log_2\left(2|x-m|+2\right)$ có đúng ba nghiệm phân biệt là

Câu 1127. Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $3\left(\log_a c+\log_b c\right)\le 16\log_{ab} c$. Khi đó, giá trị của $\log_a b$ luôn thuộc đoạn $[\alpha;\beta]$. Tính $\alpha+\beta$.

A $\dfrac{26}{6}$. **B** $\dfrac{16}{3}$. **C** $\dfrac{10}{3}$. **D** $\dfrac{17}{4}$.

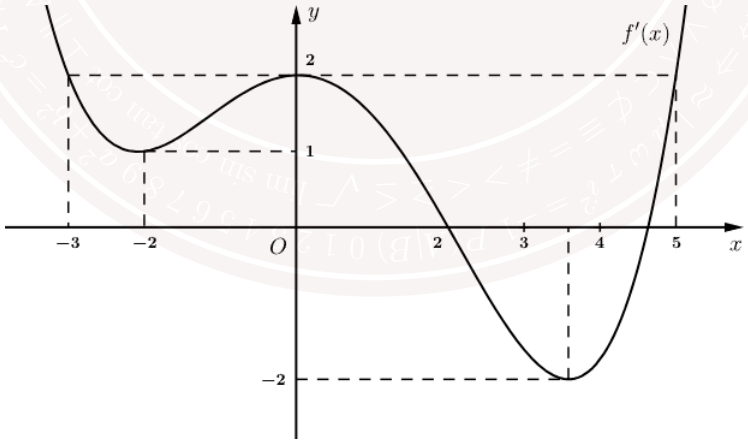
Câu 1128. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;15]$ để phương trình $16^{\log_3|\cos x|}+12^{\log_3\cos^2 x}-\cos^2 x=2^{m^2-2m}$ vô nghiệm?

Câu 1129. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng các phần tử của S bằng

A -12. **B** -2. **C** 16. **D** -16.

Câu 1130. Cho hàm số $f(x)=\left|3\mathrm{e}^{4x}-4\mathrm{e}^{3x}-24\mathrm{e}^{2x}+48\mathrm{e}^{x}+m\right|$. Gọi A, B lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;\ln 2]$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên $m\in[-23;10)$ thoả mãn $A\le 3B$. Tổng các phần tử của tập S bằng

Câu 1131. Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



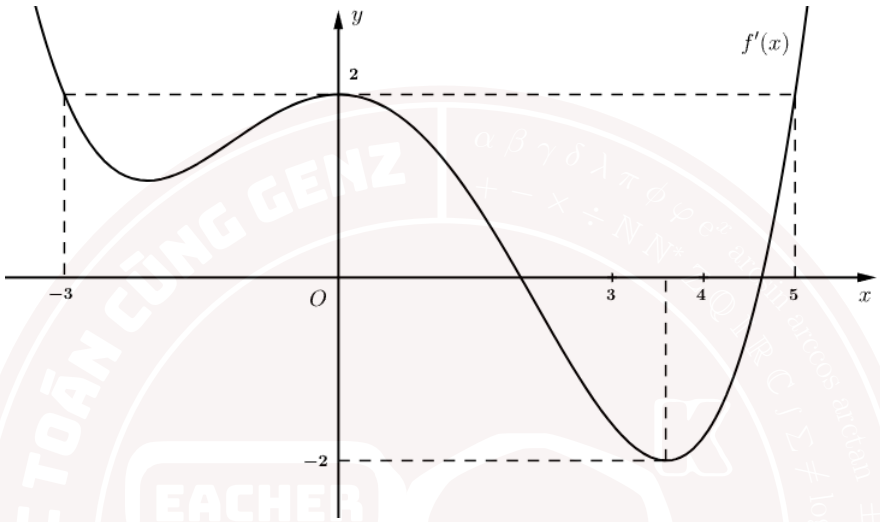
Số giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-m\left(\dfrac{2}{3}x^3+8x\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

Câu 1132. Cho phương trình $2^{6x}+6.4^{2x}-m^3.2^{3x}+\left(15-3m^2\right)4^x-6m.2^x+10=0$. Gọi T là tập các giá trị thực m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt luôn nhỏ hơn hoặc bằng 3. Tổng các phần tử nguyên của T bằng

A 33. **B** 36. **C** 25. **D** 21.

Câu 1133. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx-c\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ với a, b, c là các số thực dương, thoả mãn $f(1)=-3$ và $f(5)=2$. Xét hàm số $g(t)=|3f(3-2t)+2f(3t-2)+m|$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m sao cho $\max\limits_{[-1;1]}g(t)=10$. Số phần tử của S bằng

Câu 1134. Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Số giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-m\left(\dfrac{2}{3}x^3+8x\right)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là

Câu 1135. Cho hàm số $f(x)=ax^3+cx+d$ $(a\neq 0)$ có $\min\limits_{(-\infty;0)}f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A $d+2a$. **B** $d+8a$. **C** $d-11a$. **D** $d-16a$.

Câu 1136. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+a-b+2020c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị (C) và bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↘	$f(0)$	↗	$f(-2)$	↘	$-\infty$

Biết (C) cắt đường thẳng $y=1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x\neq\pm 2$. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A 2. **B** 0. **C** 1. **D** 3.

Câu 1137. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn $2+2\log_2 x=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}} y$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=10x^2-2(x+y)-3$ bằng

A $-\dfrac{7}{2}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** -3. **D** $-\dfrac{1}{9}$.

Câu 1138. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+2x\right)$ là

A 9. **B** 3. **C** 7. **D** 5.

Câu 1139. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A 3. **B** 7. **C** 9. **D** 5.

Câu 1140. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^4-mx-4}{x+2}$. Tập hợp giá trị m để $\min\limits_{[-1;1]}\left|f\left(\dfrac{x^3+2x}{3}\right)\right|>\dfrac{3}{4}$ là $(a;b)$. Giá trị $b-a$ bằng

Câu 1141. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên hàm số $f'(x)$ như sau

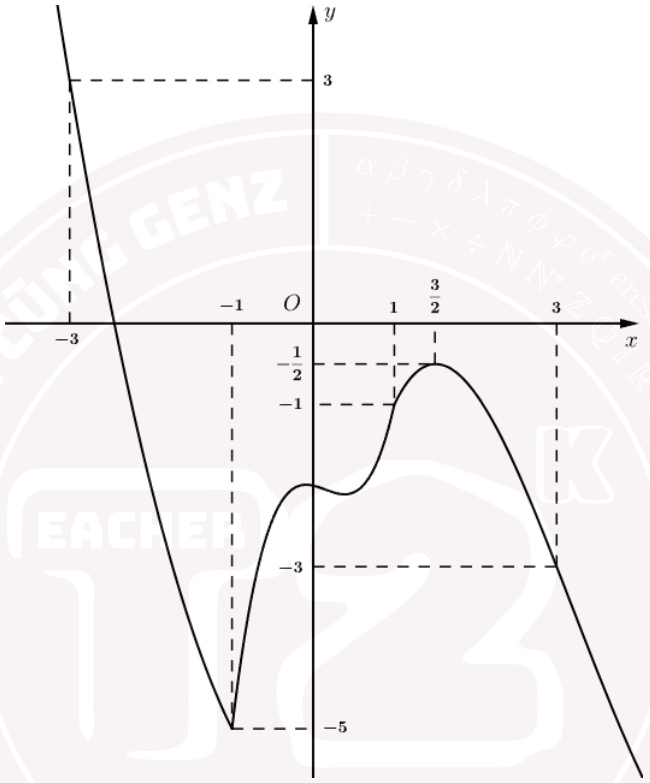
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)\le \mathrm{e}^{x^2}+m$ đúng với mọi $x\in(-1;1)$, khi và chỉ khi

A $m\ge f(-1)-\mathrm{e}$. **B** $m\ge f(0)-1$. **C** $m>f(-1)-\mathrm{e}$. **D** $m>f(0)-1$.

Câu 1142. Cho hình vuông $ABCD$ có các đỉnh A, B, C tương ứng nằm trên các đồ thị của các hàm số $y=\log_k x$, $y=2\log_k x$ và $y=3\log_k x$. Biết rằng diện tích hình vuông bằng 36, cạnh AB song song với trục hoành. Khi đó, giá trị của k bằng

Câu 1143. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x)=f(x-2m)+\dfrac{1}{2}(2m-x)^2+2020$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương m để hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(3;4)$. Số phần tử của S bằng

Câu 1144. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $f(x)=mx^4-2(m-10)x^2+3$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$?

Câu 1145. Xét các số thực x, y thoả mãn $\left(x^2-2x+4\right)27^y\geq\left(3y^2+1\right)3^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-x+4y$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(1;2)$. **B** $(3;4)$. **C** $(-3;-2)$. **D** $(-2;-1)$.

Câu 1146. Cho hàm số $f(x)=x-m\sqrt{2x+1}$ với m là tham số thực. Biết $\max\limits_{[0;4]}f(x)=-\dfrac{5}{2}$, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A $\left(2;\dfrac{13}{6}\right]$. **B** $\left(\dfrac{13}{6};3\right]$. **C** $(1;2]$. **D** $(0;1]$.

Câu 1147. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{5}-\dfrac{x^4}{2}-x^3+4x^2-4x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-2;4)$ của phương trình $f\left(x^2-2x-3\right)=m$ bằng 6?

Câu 1148. Cho hàm số $f(x)=3x^4-16x^3-6x^2+48x+m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=\left|f\left(x^2\right)\right|$ có đúng 9 điểm cực trị?

A 159. **B** 160. **C** 126. **D** 124.

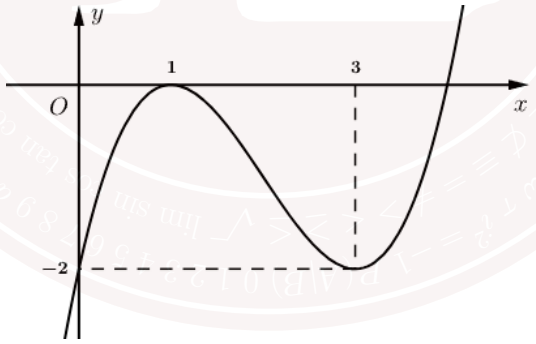
Câu 1149. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên hàm số $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-4	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3 ↗	0 ↘	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)>m-\mathrm{e}^{-x}$ có nghiệm $x\in(-2;2)$, khi và chỉ khi

A $m\le f(-2)+\mathrm{e}^2$. **B** $m\le f(2)+\mathrm{e}^{-2}$. **C** $m<f(2)+\mathrm{e}^{-2}$. **D** $m<f(-2)+\mathrm{e}^2$.

Câu 1150. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f\left(xf(x)\right)+2=xf(x)$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

Câu 1151. Biết m_0 là giá trị dương m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $m_0\in(1;3)$. **B** $m_0\in(0;2)$. **C** $m_0\in(3;5)$. **D** $m_0\in(9;13)$.

Câu 1152. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng một số nguyên b thoả mãn $\left(2^b-1\right)\left(a.3^b-4\right)<0$?

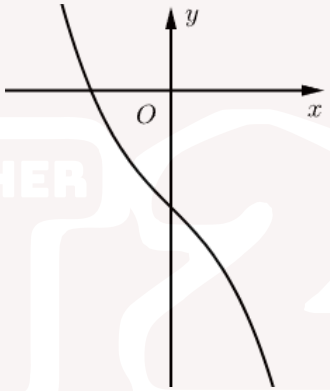
A 26. **B** 25. **C** 23. **D** 24.

Câu 1153. Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ có bảng biến thiên của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-2 ↗	2 ↘	-2 ↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=f\left(x^2+|x|\right)+m\left(x^2+|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{5}{4}\right)$?

Câu 1154. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để phương trình $f\left(m\sin 2x-3\cos 2x\right)=f\left(2m+1\right)$ có nghiệm $x\in\mathbb{R}$?

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 0.

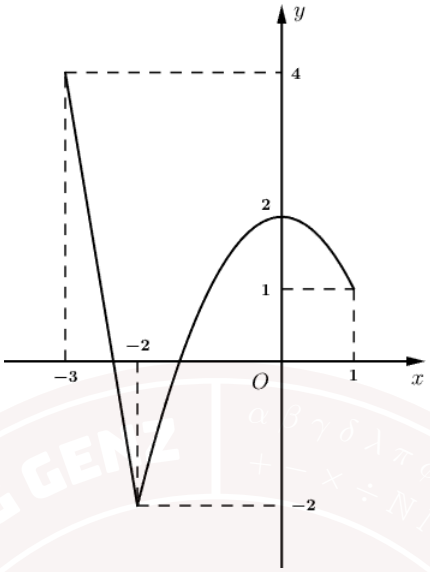
Câu 1155. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn bất phương trình

$$\log_8\left(x^2+y^2+6x\right)+\frac{1}{3}\log_3\left(x^6+y^6+3x^4y^2+3x^2y^4\right)\le\frac{1}{3}\log_2\left(2x\right)+\log_3\left(2x^2+2y^2+10x\right)$$

Câu 1156. Cho hàm số $f(x)=x^4-32x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;1)$ của phương trình $f\left(x^2+4x+5\right)=m$ bằng -8?

Câu 1157. Cho x, y thoả $\log_2\left(x+y\right)+\left(x+y\right)^2-2\left(x+y\right)=1$ với $x\ge 2y>0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=x^2+xy+y^2$.

Câu 1158. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(4\left|\sin 2023x\right|-3\right)-m$ bằng $-5-\sqrt{14-2m}$.

Câu 1159. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{x^2}\left(x^3-4x\right)$. Hàm số $F\left(x^2+x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 4.

Câu 1160. Cho hệ phương trình $\begin{cases}2^{x^2}-4^{y+1}=2y+2-x^2\\4x^3+2(2y+2)=\sqrt{(x^4+1)(x^4+16(2y+2)+8x+1)}\end{cases}$. Biết hệ phương trình có một nghiệm $(x_0;y_0)$, với $x_0=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{-b+c\sqrt{2}}}{2}$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương. Khi đó giá trị của $N=b+c-a$ bằng

Câu 1161. Có bao nhiêu giá trị thực m để điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^2-2mx+1$ cũng là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+\left(m^2-2m\right)x-1$?

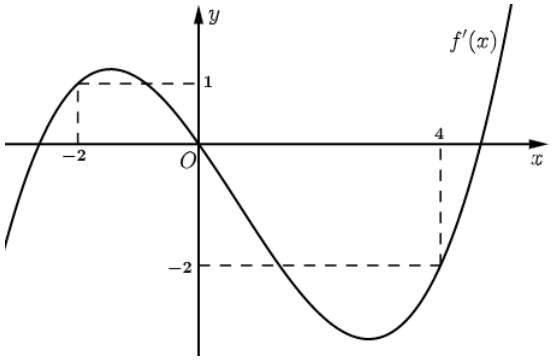
A 2. **B** 3. **C** 1. **D** 0.

Câu 1162. Gọi m_0 là số thực sao cho phương trình $\left|x^3-12x\right|=m_0$ có ba nghiệm dương phân biệt x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1+x_2+x_3=1+4\sqrt{3}$. Biết rằng $m_0=a\sqrt{3}+b$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị $4a^2+8b$ bằng

Câu 1163. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $(x+2y)^2.2^{2x^2+2xy+5y^2-3}+(x-y)^2\le 3$?

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 9.

Câu 1164. Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có $f(0)=-1$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|4f\left(x+1\right)+x^2+2x\right|$ là

A 6. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 1165. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x+m-m^2\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(|x|\right)$ có 5 điểm cực trị?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 1166. Hàm số $f(x)=\displaystyle\int_1^{x^2}(t-1)\,\mathrm{d}t\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Câu 1167. Cho hàm số bậc năm $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Biết $f(0)=0$, số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)+x^3-x\right|$ là

A 9. **B** 8. **C** 6. **D** 5.

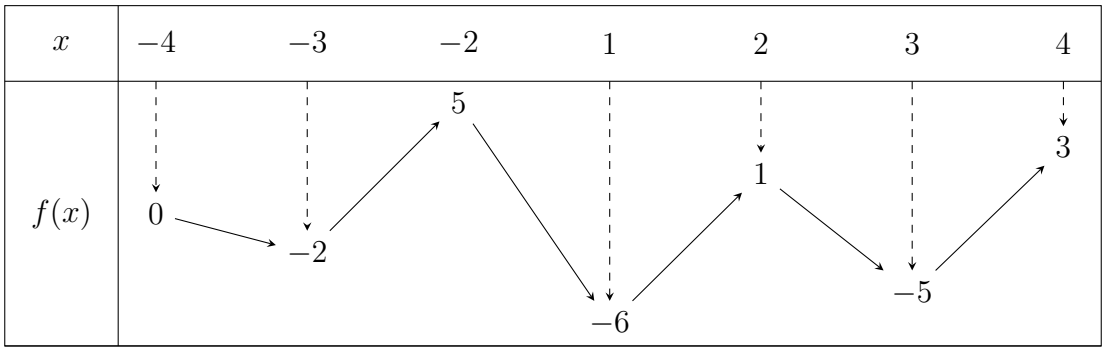
Câu 1168. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\dfrac{\log_2 x^3-\log_2^2(2x)+13}{|x^3-4x^2+5x-2|}\geq 0$

A 153. **B** 133. **C** 135. **D** 136.

Câu 1169. Cho hàm số $f(x)=\ln\left[x\left(x^2+1\right)\right]+3x+\dfrac{m}{x}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên $m\in(0;68)$ sao cho hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. Có bao nhiêu phần tử thuộc S?

A 50. **B** 47. **C** 48. **D** 49.

Câu 1170. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như sau



Có tất cả bao nhiêu giá trị $m \in [-4;4]$ để hàm số $g(x) = \left|f\left(x^3+2x\right)+f(m)\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ bằng 8?

Câu 1171. Cho hai hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đạo hàm trên tập số thực $\mathbb{R}$ và thoả mãn

$$\begin{cases} \ln\left(4f(x)-4x^2+12x+1\right)+f(x)-x^2+3x=0 \\ g(x)=x^3-x^2+f(x)+\log m \end{cases} \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Tìm tổng tất cả các giá trị nguyên dương m để phương trình $g\left(3g(x)\right)+8g(x)=3x$ có 3 nghiệm phân biệt?

Câu 1172. Cho hai số thực dương a, b thoả mãn $\dfrac{1}{2}\log_{2024} a = \log_{2024}\dfrac{1}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4a+b^2-3\log_3\left(4a+b^2\right)$ được viết dưới dạng $x-y\log_3 z$ với x, y, z là các số nguyên lớn hơn 2. Khi đó, tổng $(x+2y+z)^2$ có giá trị bằng

Câu 1173. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[5]{f(x)+m}\right)=x^5-m$ có nghiệm $x \in [1;2]$? Biết $f(x)=x^5+3x^3+4(x-m)$.

A 7. **B** 8. **C** 10. **D** 9.

Câu 1174. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên y sao cho ứng với mỗi y, tồn tại duy nhất một giá trị $x \in \left[2;\dfrac{13}{2}\right]$ thoả mãn $\log_2\left(2x^3-15x^2+24x+y\right)-\log_3\left(-x^2+8x-7\right)=0$. Số phần tử của tập S là

Câu 1175. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $3\left(3^{2y}+4y-1\right) \le x+6\log_3(x+9)$ và $x \le 236$?

Câu 1176. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)\left(x^2-9\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+2m-1\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

Câu 1177. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^5(2x-3)\left(x^2-4x+3m+2\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên $m\in[-2024;2023]$ để hàm số $g(x)=f(5-x)+2025$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$?

A 2026. **B** 2025. **C** 2024. **D** 2023.

Câu 1178. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-8mx^2$ có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn $288\sqrt{3}$.

A $0<m<3$. **B** $m\le 3$. **C** $m>0$. **D** $0<m<2\sqrt{2}$.

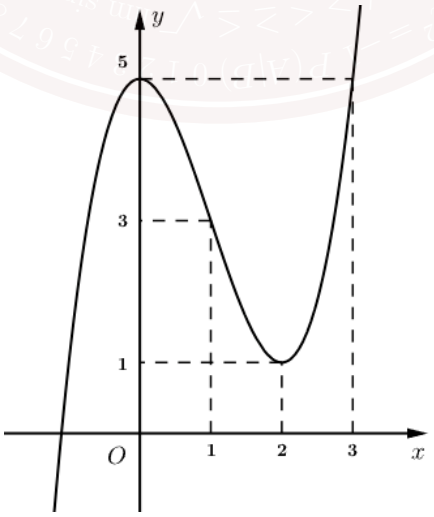
Câu 1179. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↘	-3	↗	5	↗	$+\infty$

Với $m<0$, hàm số $y=\left(x^2-2x+m\right)f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-1;0)$. **B** $(-\infty;-1)$. **C** $(0;1)$. **D** $(1;3)$.

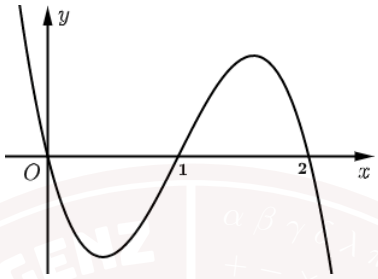
Câu 1180. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{2x}+\sqrt{3-x}=mf(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;3]$?

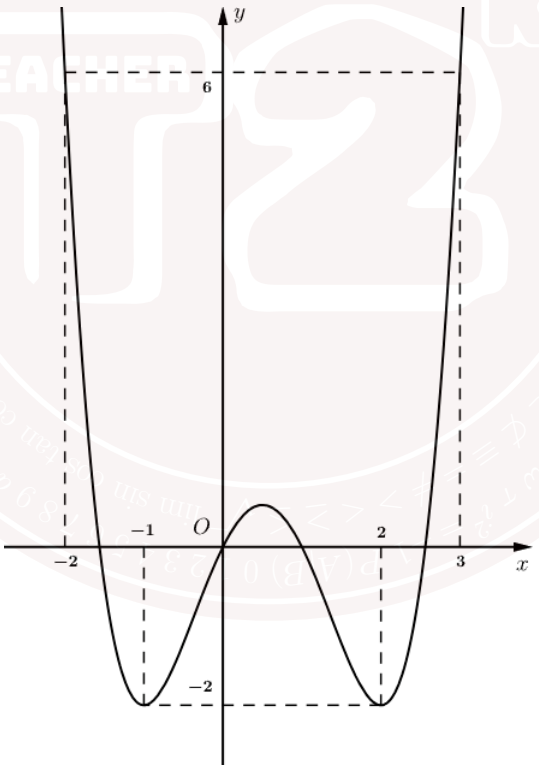
Câu 1181. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3\left(x+1\right)^3-2$ và $x\le 2024$?

Câu 1182. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(1+x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho $g(x)=f\left(-x^2+2x-2023+m\right)$ đồng biến trên $(0;1)$?

Câu 1183. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f^2\left(x^3-3x\right)+(3-m)f\left(x^3-3x\right)=3m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$?

A 3. **B** 7. **C** 6. **D** 2.

Câu 1184. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|\dfrac{2x-m}{x+1}\right|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 2. Tổng các phần tử của S bằng

A 0. **B** -1. **C** 2. **D** 1.

Câu 1185. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m^2-2\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A 6. **B** 8. **C** 9. **D** 7.

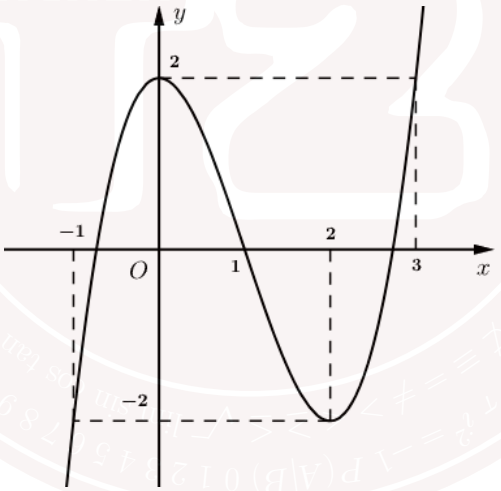
Câu 1186. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(\mathrm{e}^{f(x)}+f(x)\right)=0$ là

A 5. **B** 3. **C** 4. **D** 6.

Câu 1187. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(x-m\right)-\dfrac{1}{2}\left(x-m-1\right)^2+2024$ đồng biến trên $(5;6)$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng

Câu 1188. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\geq\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi x?

A 0. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 1189. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A 26. **B** 16. **C** 44. **D** 27.

Câu 1190. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_{2023}\left(2022x^2+2022y^2+10y\right)+\log_{2024}(2y)\geq\log_{2024}\left(x^2+y^2+4038y\right)+\log_{2023}\left(x^2+y^2\right)$$

Câu 1191. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có $f(0)=f'(0)$ và $f(x)\geq f'(x)\ \forall x\geq -1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên a để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

Câu 1192. Xét a, b dương thoả mãn $2^{a+b+2ab-3}=\dfrac{1-ab}{a+b}$. Giá trị nhỏ nhất của a^2+b^2 bằng

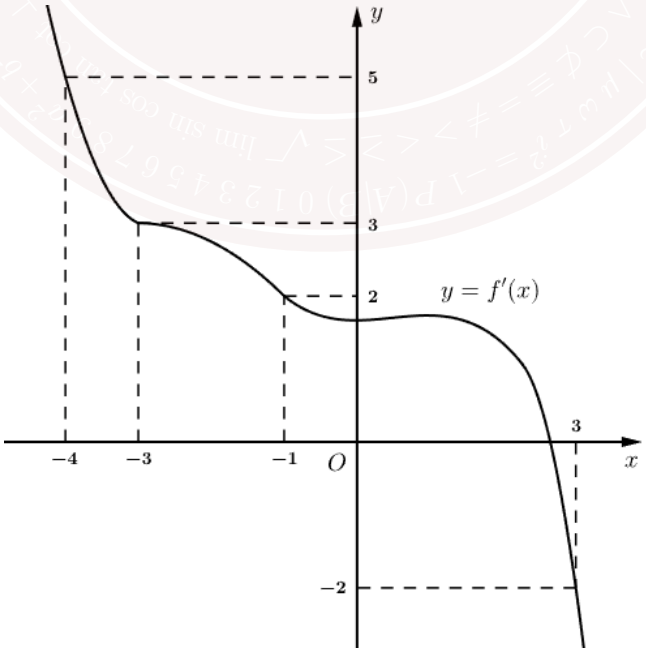
Câu 1193. Cho hàm số $f(x)=x^4-18x^2+4$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho ứng với mỗi m, tổng giá trị các nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$ của phương trình $f\left(x^2+2x+3\right)=m$ bằng -4?

A 24. **B** 23. **C** 26. **D** 25.

Câu 1194. Cho các số thực dương a, b thoả mãn $\log_4 a=\log_6 b=\log_9(4a-5b)-1$. Đặt $T=\dfrac{b}{a}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $1<T<2$. **B** $\dfrac{1}{2}<T<\dfrac{2}{3}$. **C** $-2<T<0$. **D** $0<T<\dfrac{1}{2}$.

Câu 1195. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[-4;3]$ tại điểm

A $x=-3$. **B** $x=-4$. **C** $x=3$. **D** $x=-1$.

Câu 1196. Cho hàm số $f(x)=x^2-2x$. Tổng các giá trị nguyên m để giá trị lớn nhất của hàm số $|f(2+\sin x)+m|$ bằng 2024?

A 2023. **B** -2023. **C** -2. **D** 2.

Câu 1197. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(-2023;2024)$ thoả mãn $1+\log_3\left(3x^2+1\right)\le\log_3\left(yx^2-6x+2y\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A 2024. **B** 10. **C** 2014. **D** 2023.

Câu 1198. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $4^{y^2-|x-2y|}\le\log_{y^2+4}(|x-2y|+4)$?

Câu 1199. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+x^2+\sqrt{5x-x^2}}{(2024x^2-2x+1)\sqrt{x^2-6x+m}}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A 1. **B** 3. **C** 2. **D** 4.

Câu 1200. Tập hợp các giá trị thực m để phương trình $8^x-m.2^{2x+1}+\left(2m^2-1\right)2^x+m-m^3=0$ có ba nghiệm thực phân biệt là khoảng $(a;b)$. Tính $S=ab$.

A $S=\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B** $S=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $S=\dfrac{4}{3}$. **D** $S=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 1201. Cho hàm số $f(x)=x^4-2(m+1)x^2+m^2$. Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị thực m để đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ có 3 điểm cực đại lập thành một tam giác vuông. Tổng tất cả các phần tử của tập S bằng

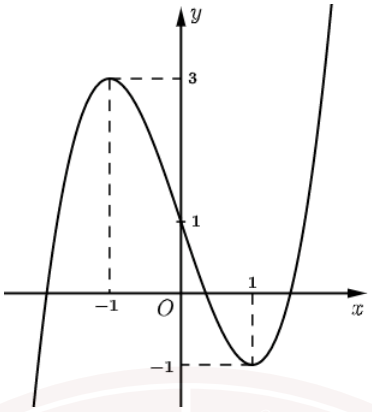
Câu 1202. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{1-x}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x^2\right)$ tại hai điểm phân biệt M, N có hoành độ khác 0 sao cho trung điểm của MN nằm trên trục hoành?

A 13. **B** Vô số. **C** 8. **D** 7.

Câu 1203. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị $y=3^{x+1}$ qua đường thẳng $y=x$. Với a, b là các số thực dương thay đổi thoả $a+2b\le1$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $f\left(\dfrac{2a+b+1}{2a+2b}\right)$ bằng

Câu 1204. Cho hàm số $y=x^6+(m+4)x^5+\left(16-m^2\right)x^4+2024$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 1205. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có tất cả bao nhiêu số nguyên của tham số m để tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2024f\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}-\sqrt{2}\right)=m$ bằng 4?

Câu 1206. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		9		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-23;23]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^3-3x+m\right|+m^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

Câu 1207. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{5}-x^2+(m-1)x-4030$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên m để hàm số $y=|f(x-1)+2023|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$. Tính tổng lập phương tất cả các phần tử của tập S.

A 2017036^2-9. **B** 2017036^2-8. **C** 2015028^2-9. **D** 2017036^2+9.

Câu 1208. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^4+3x^3+(m+2)x^2+mx\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2024)$ để hàm số $f(x)$ có bốn điểm cực trị?

A 2022. **B** 2024. **C** 2025. **D** 2023.

Câu 1209. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $(m+20)^x\,m^{x^2-3}=1$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$?

A Vô số. **B** 3. **C** 8. **D** 5.

Câu 1210. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực m sao cho $\left|x^3-3x+m\right|\le 16\ \ \forall x\in[0;3]$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A -104. **B** 104. **C** -96. **D** 96.

Câu 1211. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $\log_3\left(\dfrac{x+5y}{x+y}\right)=2x-2y+1$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x-3\log_3 y$ đạt được khi $x=a$, $y=b$. Giá trị của biểu thức $\dfrac{3}{a}+\dfrac{6}{b}$ bằng

Câu 1212. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0<y<2020$ và $3^x+3x-6=9y+\log_3 y^3$?

A 9. **B** 7. **C** 8. **D** 2019.

Câu 1213. Cho p, q là các số thực dương thoả mãn $\log_9 p=\log_{12} q=\log_{16}(p+q)$. Tìm giá trị của biểu thức $A=\dfrac{p}{q}$.

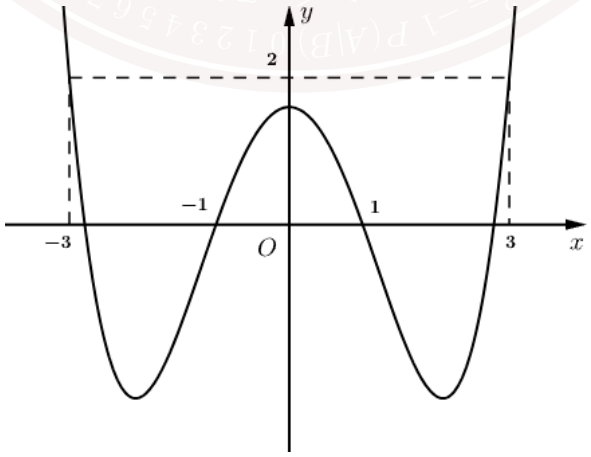
A $A=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$. **B** $A=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C** $A=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D** $A=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 1214. Cho phương trình $\log_3^2(3x)-2(m+1)\log_3 x+4m-4=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(1;9)$ là

A $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **B** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C** $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$. **D** $\left(\dfrac{2}{3};1\right]$.

Câu 1215. Biết a, b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ với mọi $x,y,z>0$ thoả mãn $\log(x+y)=z$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1$. Giá trị của $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$ bằng

Câu 1216. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



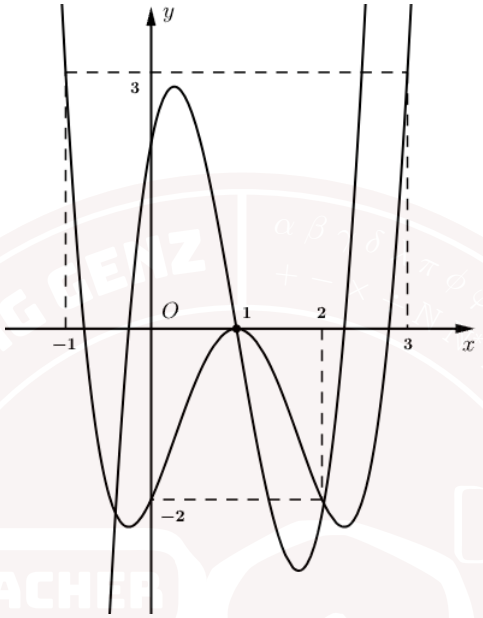
Hàm số $y=f(1-2x)-2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $\left(-\dfrac{3}{2};-1\right)$. **B** $\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$. **C** $(-1;0)$. **D** $(1;3)$.

Câu 1217. Cho $9^x+9^{-x}=14$, $\dfrac{6+3\left(3^x+3^{-x}\right)}{2-3^{x+1}-3^{1-x}}=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=ab$.

A $P=10$. **B** $P=-10$. **C** $P=-45$. **D** $P=45$.

Câu 1218. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ với hệ số thực, có đồ thị $f(x)$ và $f'(x)$ như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f^2(x)+2\mathrm{e}^x f(x)-\dfrac{m}{2020}\mathrm{e}^{2x}=0$ có 3 nghiệm phân biệt trên đoạn $[0;2]$?

Câu 1219. Cho phương trình $9^{x+1}-m\left(4\sqrt[2023]{x^2+2x+1}+3m+3\right)3^x+1=0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

Câu 1220. Cho phương trình $\log_2\left(x^2+m+x\sqrt{x^2+4}\right)=(2m-9)x-1+(1-2m)\sqrt{x^2+4}$. Số giá trị nguyên $m\in[-21;22]$ để phương trình đã cho có nghiệm là

Câu 1221. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị $x=-3$, $x=3$ và $x=5$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $g(x)=f\left(\mathrm{e}^{x^3+3x^2}-m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị?

Câu 1222. Cho $4^x+4^{-x}=7$. Khi đó biểu thức $P=\dfrac{5-2^x-2^{-x}}{8+4.2^x+4.2^{-x}}=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tích ab có giá trị bằng

A 10. **B** -8. **C** 8. **D** -10.

Câu 1223. Cho hàm số $g(x)=x^2+(m+1)x+1$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị (C) của hàm số $f(x)=x^3+(m-1)x^2+(1-m)x-1$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $g^2(x_1)+g^2(x_2)+g^2(x_3)=15$?

Câu 1224. Cho các số thực x, y thoả mãn điều kiện $5+16.4^{x^2-2y}=\left(5+16^{x^2-2y}\right)7^{2y-x^2+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T=M+m$.

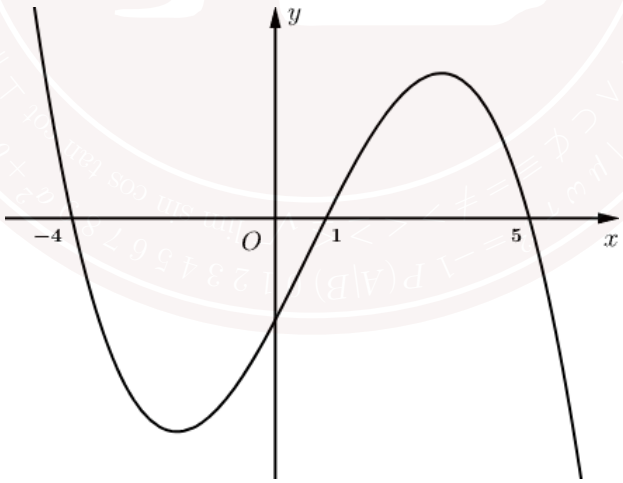
Câu 1225. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0\le x,y\le 2022$ và

$$\left(x^2y+2x^2+y+2\right)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)\le(3x+3y-xy-9)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)$$

Câu 1226. Gọi x, y là các số thực dương thoả mãn $\log_9 x=\log_6 y=\log_4(x+y)$ và $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-a+\sqrt{b}}{2}$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T=a^2+b^2$.

A $T=29$. **B** $T=26$. **C** $T=20$. **D** $T=25$.

Câu 1227. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(1+2x)$ như hình vẽ

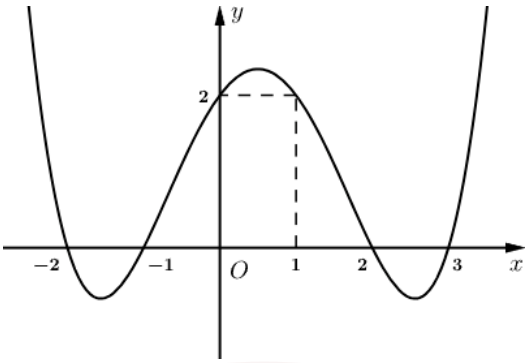


Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $y=f\left(-x^2+2x-2020+m\right)$ có 3 điểm cực trị dương?

A 0. **B** 5. **C** 6. **D** 7.

Câu 1228. Có bao nhiêu số nguyên $y\in(-2024;+\infty)$ sao cho ứng với mỗi giá trị của y tồn tại nhiều hơn hai số thực x thoả mãn $x^2+y+\left(x^2-x\right)2024^{x+y}=\left(2x^2-x+y\right)2024^{x-x^2}$?

Câu 1229. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Đặt $g(x)=3f\left(-x^3-3x+m\right)+\left(x^3+3x-m\right)^2\left(-2x^3-6x+2m-6\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2023;2023]$ để hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$?

Câu 1230. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	5	↘	-10	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=\left|f\left(|x|^3-3|x|\right)-5m\right|$ có 9 điểm cực trị?

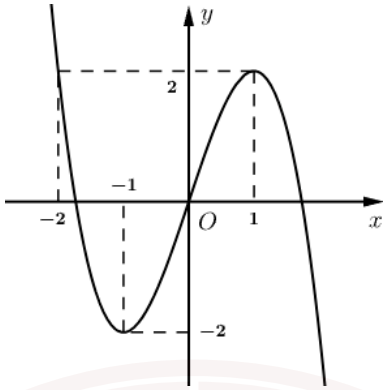
Câu 1231. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f\left(\sqrt{x-1}-1\right)+x+3-4\sqrt{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt?

A 7. **B** 4. **C** 8. **D** 0.

Câu 1232. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



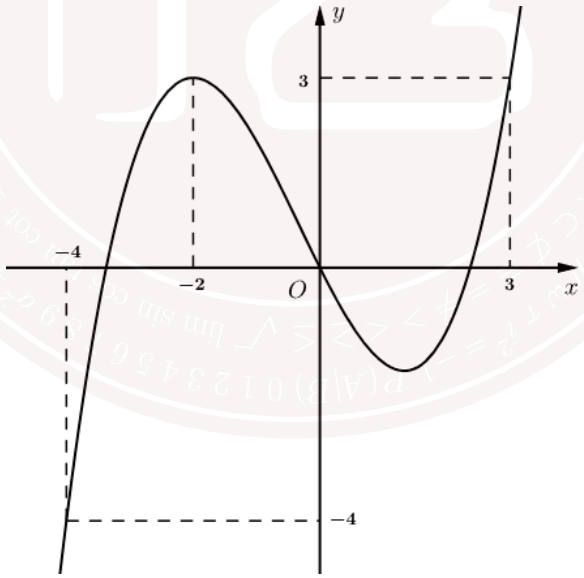
Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để phương trình $9^{f(x)}+9m=m.3^{f(x)}+3^{f(x)+2}$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

A 9. **B** 7. **C** 8. **D** 10.

Câu 1233. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-m}{x+2}$ với m là tham số. Để $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=\dfrac{1}{3}$ thì $m=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z}$, $b\in\mathbb{N}^*$. Tổng $a+b$ bằng

A 4. **B** -4. **C** -10. **D** 10.

Câu 1234. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ

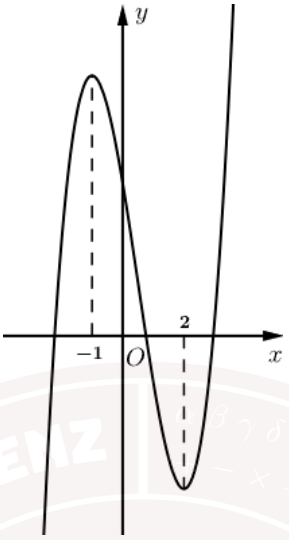


Hàm số $g(x)=f\left(3x^2-1\right)-\dfrac{9}{2}x^4+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $\left(-\dfrac{2\sqrt{3}}{3};-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$. **B** $\left(0;\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$. **C** $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3};\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$. **D** $(1;2)$.

Câu 1235. Cho a, b là hai số thực thay đổi thoả mãn $1<a<b\le 2$, biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2\log_a\left(b^2+4b-4\right)+\log^2_{\frac{b}{a}} a$ là $m+3\sqrt[3]{n}$ với m, n là số nguyên dương. Tính $S=2m+n$.

Câu 1236. Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ

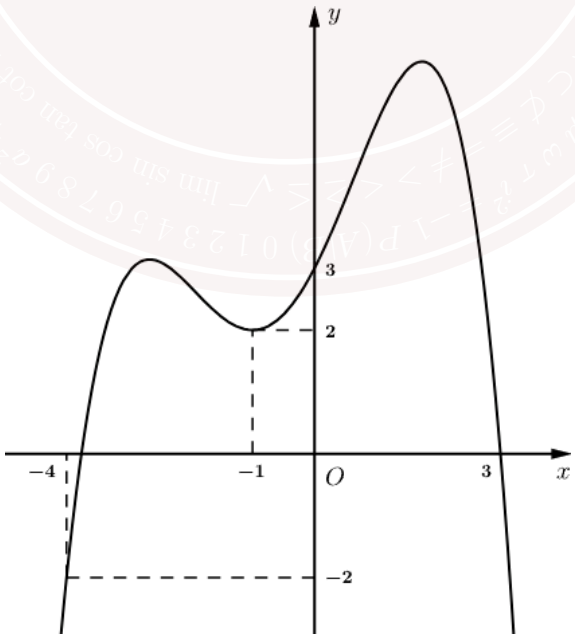


Giá trị của biểu thức $T=f(2)-f(0)$ bằng

A 6. **B** 4. **C** -8. **D** -10.

Câu 1237. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ thoả mãn $f(0)=f(1)=f(2)$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của c để hàm số $g(x)=f\left(f\left(x^2+2\right)\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ là

Câu 1238. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x)=3f\left(-x^3-x+m+3\right)+\left(x^3+x-m-3\right)\left(x^3+x-m\right)^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-100;100]$ để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

Câu 1239. Xét các số thực x, y thoả mãn $\log_2(x-1)+\log_2(y-1)=1$. Khi biểu thức $P=2x+3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x-2y=a+b\sqrt{3}$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $T=ab$?

Câu 1240. Cho phương trình $\left(x^2+x-2\right)2024^{x^2+m}+\left(x^2+m\right)2024^{x^2+x-2}=2x^2+x+m-2$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để tập nghiệm của phương trình có đúng 3 phần tử?

Câu 1241. Cho hàm số $y=2x^3-6mx^2+6(m+12)x+1$ với m là tham số. Tổng các giá trị m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị mà hoành độ của chúng là độ dài hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $4\sqrt{3}$ là

A $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{9}{2}$. **C** -4. **D** 4.

Câu 1242. Cho biểu thức $P=\log^2_{\frac{b}{a}}a+32\log_a\left(a+\frac{b}{4}\right)$ với $b>a>1$. Giá trị nhỏ nhất của P là

A 43. **B** 44. **C** 45. **D** 46.

Câu 1243. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\log_3(m-x)+3m=3^x+4x-1$ có nghiệm thuộc $[0;2]$?

A 6. **B** 5. **C** 15. **D** 7.

Câu 1244. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn $0\le x\le 2025$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

A 6. **B** 2025. **C** 4. **D** 2024.

Câu 1245. Cho phương trình $5^{x-1+\sqrt[3]{m-3x}}+\left(x^3-3x^2+m+24\right)5^{x-1}=5^{x+1}+1$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt?

A 5. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 1246. Cho phương trình $\log_2^2(2x)-(m+2)\log_2 x+m-2=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

A $(1;2)$. **B** $[1;2)$. **C** $(2;+\infty)$. **D** $[1;2]$.

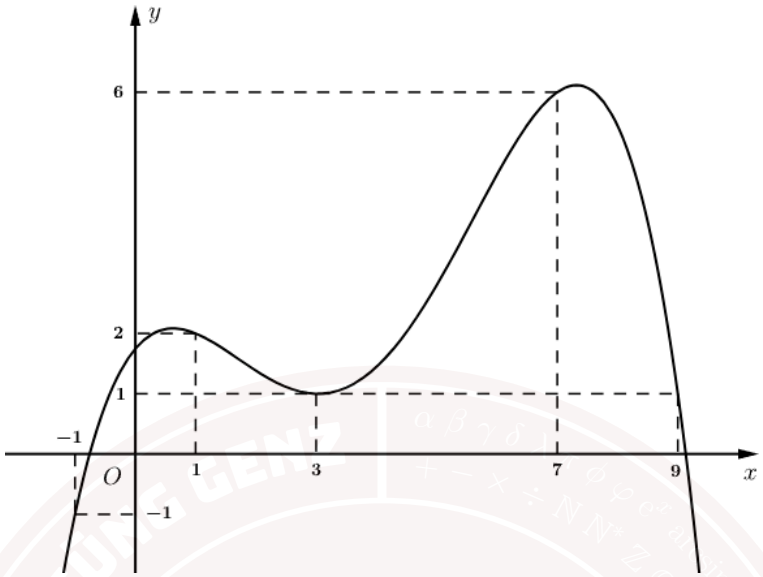
Câu 1247. Giả sử phương trình $25^x+15^x=6.9^x$ có một nghiệm duy nhất được viết dưới dạng $\dfrac{a}{\log_b c-\log_b d}$ với a là số nguyên dương và b, c, d là các số nguyên tố. Tính $S=a^2+b+c+d$

A $S=19$. **B** $S=12$. **C** $S=14$. **D** $S=11$.

Câu 1248. Cho phương trình $\log_3\dfrac{2x^2-x+m}{x^2+1}=x^2+x+4-m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2022;2022]$ để phương trình có hai nghiệm trái dấu?

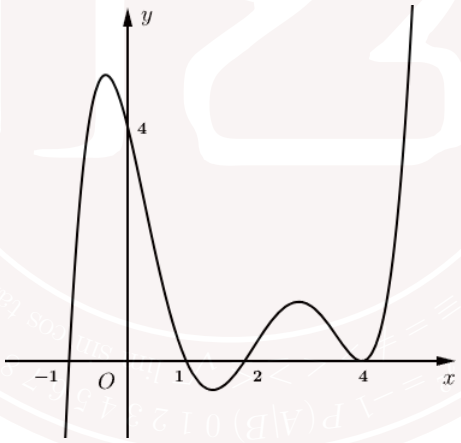
A 2016. **B** 2019. **C** 2022. **D** 2021.

Câu 1249. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\le 2024$ để bất phương trình $x^3-18x^2+81x+6\le mf(x)$ nghiệm đúng với mọi $x\in[1;9]$. Tổng các phần tử của S bằng

Câu 1250. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị m với $2m\in\mathbb{Z}$ để hàm số $g(x)=f\left(|x-2|^3-3|x-2|+m+2023\right)+2024m^2$ có đúng 11 điểm cực trị?

Câu 1251. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $f(x)=(m+1)x^3-(2m-1)x^2+x-1$ không có điểm cực đại?

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 4.

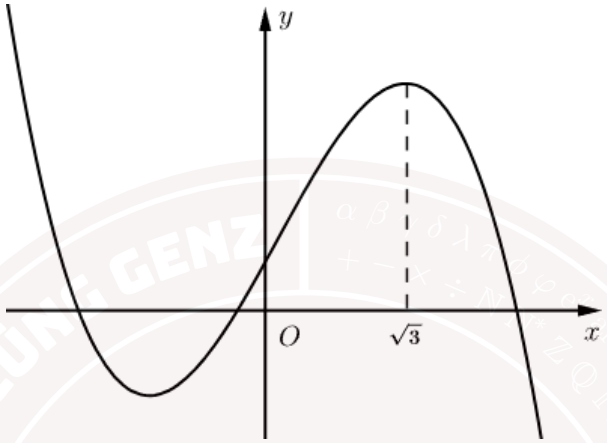
Câu 1252. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[0;2024]$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên $(0;2)$?

A 2024. **B** 2023. **C** 2025. **D** 2022.

Câu 1253. Cho hàm số $f(x)=\ln\dfrac{x}{x+2}$. Giá trị của biểu thức $P=f'(1)+f'(3)+...+f'(2023)$ bằng

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{2024}{2025}$. **C** $\dfrac{2024}{2023}$. **D** $\dfrac{2023}{2025}$.

Câu 1254. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $xf\left(\sqrt{x^2+3}-x\right)=1$ là

Câu 1255. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn $\log_3\left[(x+1)(y+1)\right]^{y+1}=9-(x-1)(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+2y$ bằng

Câu 1256. Để bất phương trình $\log_{m^2+1}\left(x^3+(m-3)x^2-mx-m^2+2m+1\right)>\log_{m^2+1}\left(1-x^2\right)$ có nghiệm thì tập hợp tất cả các giá trị của tham số m là khoảng $(a;b)$. Khi đó a^3+b^3 bằng

A 9. **B** 10. **C** 28. **D** 27.

Câu 1257. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[1;20]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{-x^2+3x-m-1}{3x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$?

A 17. **B** 14. **C** 15. **D** 13.

Câu 1258. Cho a và b là hai số thực dương phân biệt, khác 1 và thoả mãn $\log_a^2\left(a^2b\right).\log_a\dfrac{b}{a}+4=0$. Giá trị của $\log_b a$ bằng

A -3. **B** 3. **C** $\dfrac{1}{3}$. **D** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 1259. Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)\neq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên $m\in[-2024;2024]$ để hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{mx^2}{2}+9x+2024\right)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$ là

A 2029. **B** 2031. **C** 2030. **D** 2032.

Câu 1260. Cho phương trình $\log_2\left(2x^2-4x+6\right)=2^{y^2}+y^2-x^2+2x-2$. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ với $-10<x<10$, $y\in\mathbb{N}$ thoả mãn phương trình đã cho?

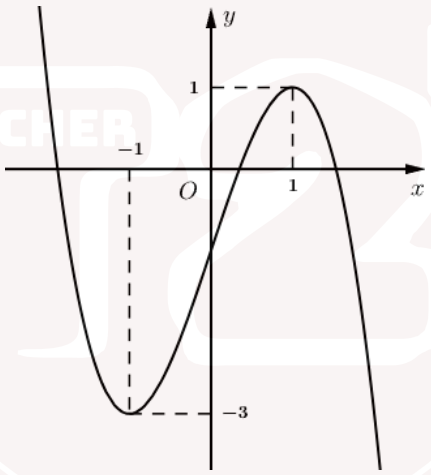
A 6. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 1261. Số giá trị nguyên m để giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1 là

A 1. **B** 0. **C** 4. **D** 2.

Câu 1262. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-3x-4\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $g(x)=f\left(-x^3+3x^2+m\right)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(1;4)$?

Câu 1263. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính $T=f(a-b+c-d-3)$.

A $T=0$. **B** $T=2$. **C** $T=-1$. **D** $T=4$.

Câu 1264. Xét các số thực không âm x, y thoả mãn $y\log_3(3x+y+9)=\left(x^2+3x+y\right)\log_3(x+3)$. Khi biểu thức $y-5x$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của biểu thức $x-2y$ bằng

Câu 1265. Số giá trị nguyên m để bất phương trình $\log_{0,2}\left(x^2+1\right)\le\log_{0,2}\left(mx^2+4x+m\right)+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 1266. Biết x_1, x_2 $(x_1>x_2)$ là hai nghiệm của phương trình $\log_3\dfrac{x^2-2x+1}{3x}+x^2+2=3x$ và $4x_1+2x_2=a+\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.

A $a+b=9$. **B** $a+b=12$. **C** $a+b=7$. **D** $a+b=14$.

Câu 1267. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để đồ thị hàm số $y=\left|x^4+2mx^2-4\right|$ có đúng 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích lớn hơn 4?

Câu 1268. Số các giá trị nguyên dương m để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0$ có không quá 25 nghiệm nguyên là

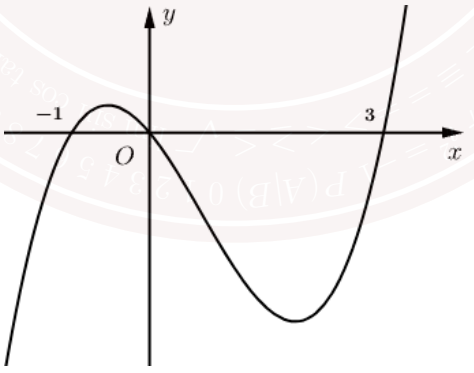
A 24. **B** 23. **C** 26. **D** 25.

Câu 1269. Có bao nhiêu số nguyên y để với mỗi y có đúng 2 số thực x thoả bất phương trình $\dfrac{2\mathrm{e}^x}{\sqrt{8\mathrm{e}^x-y}}+\ln\left(8\mathrm{e}^x-y\right)\le 2x+2$?

Câu 1270. Cho hàm số $f(x)=2024^x-\dfrac{1}{2024^x}-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x$. Biết rằng $m=a+b\sqrt{2}\ (a,b\in\mathbb{Z})$ là số thực sao cho phương trình $f\left(\left|x^3-3x\right|\right)+f(m)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt thoả mãn tổng các nghiệm âm bằng $2-4\sqrt{2}$. Tính $a-b$.

Câu 1271. Có bao nhiêu giá trị nguyên $x\in[0;2024]$ sao cho với mỗi x tồn tại đúng 2 giá trị nguyên y thoả mãn $2^{x-2y}+8\le 12\log_2(x-2y)$?

Câu 1272. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $y=f\left(\left|x+\dfrac{m}{x}\right|\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

Câu 1273. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $|f(x+m)+2|=x$ có đúng 2 nghiệm phân biệt?

Câu 1274. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi giá trị m bất phương trình $\left(3^{x^2}-2^{mx}\right)\left(\log_3 x^2-\log_2(x+1)\right)\le 0$ có đúng 9 nghiệm nguyên?

Câu 1275. Với hai số thực a, b thoả mãn hàm số $f(x)=ax^2+\dfrac{b}{x}$ có đúng một cực tiểu và không có cực đại; đồng thời hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có đúng 2 cực tiểu và 1 cực đại, trong đó điểm cực đại của $g(x)$ bằng điểm cực tiểu của $f(x)$; hai giá trị cực tiểu của $g(x)$ bằng nhau và bằng giá trị cực tiểu của $f(x)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{a^2+ab+1}{a+b}$.

Câu 1276. Các số thực x, y thay đổi thoả mãn $\left(x^2+y^2\right)\log_2\dfrac{x^2+y^2+1}{x+2y}=2x+4y-1$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x-y-1}{y+4}$. Biểu thức $M-m$ có giá trị bằng

Câu 1277. Có bao nhiêu giá trị thực m để đồ thị hàm số $y=x^4-\dfrac{4(m+1)}{3}x^3+2mx^2$ có hai điểm cực trị cùng nằm trên trục hoành?

A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

Câu 1278. Có bao nhiêu giá trị nguyên $y>0$ để tập nghiệm bất phương trình $\left(\log_2 x-2\right)\left(2^x-y\right)<0$ có ít nhất 1 số nguyên và không quá 7 số nguyên?

A 2024. **B** 4032. **C** 4096. **D** 4071.

Câu 1279. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{48}{\left(5x^2+3\right)^2}+\log_2\dfrac{5x^2+3}{\sqrt{1-x^2}}\le 2+\dfrac{3}{1-x^2}$ là $S=(-1;1)\setminus\left(-\dfrac{\sqrt{-a+b\sqrt{11}}}{c};\dfrac{\sqrt{-a+b\sqrt{11}}}{c}\right)$ với a, b, c nguyên dương và $\dfrac{a}{c^2}$, $\dfrac{b}{c^2}$ tối giản. Tính giá trị của $a+b+c$.

Câu 1280. Cho hàm số $y=x^3-mx^2-\left(2m^2-3\right)x-6m$ với m là tham số. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2024;2024]$ sao cho đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía trục hoành?

A 4042. **B** 4041. **C** 4044. **D** 4048.

Câu 1281. Đặt $a=\log_2 3$, $b=\log_5 3$. Biết rằng $\log_6 45=\dfrac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ với $m,n,p\in\mathbb{Z}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $m+n+p=4$. **B** $2m+n+p=4$. **C** $m-n+p=4$. **D** $2m+n-p=4$.

Câu 1282. Cho phương trình $\frac{1}{2}\log_2(x+2)+x+3=\log_2\frac{2x+1}{x}+\left(1+\frac{1}{x}\right)^2+2\sqrt{x+2}$. Biết tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là $S=\frac{a+\sqrt{b}}{2}$. Khi đó, giá trị ab bằng

A 12. **B** 9. **C** -2. **D** 13.

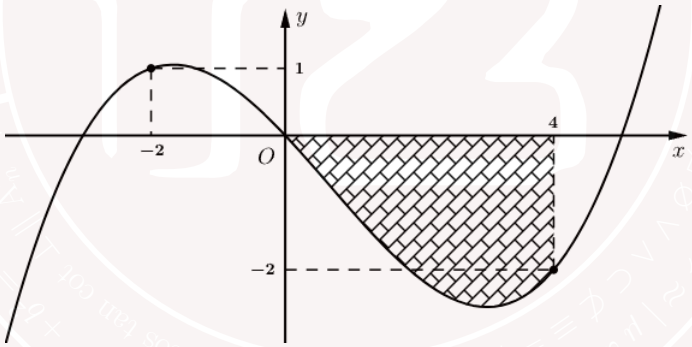
Câu 1283. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $f(x)-\mathrm{e}^{f(x)+3}=m$ có 4 nghiệm phân biệt?

A 6. **B** 4. **C** 5. **D** 7.

Câu 1284. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Biết $f(0)=\frac{1}{2}$ và diện tích phần kí hiệu bằng 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2024;2024]$ để hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2-2m\right|$ có ít nhất 5 điểm cực trị?

Câu 1285. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả $\log_3(x+3y)+x^2+3y^2+4xy-x-y=0$, $x+y>0$ và $x\in[-2024;2024]$?

A 1350. **B** 1518. **C** 1012. **D** 675.

Câu 1286. Cho hàm số $y=x^3-2(m+1)x^2+(5m+1)x-2m-2$ có đồ thị là (C_m). Tập S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in(-20;20)$ để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $A(2;0)$, B, C sao cho trong hai điểm B, C có một điểm nằm trong và một điểm nằm ngoài đường tròn có phương trình $x^2+y^2=1$. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

Câu 1287. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn

$$\log_4\left(x^2+4y^2+24y\right)+\log_3\left(x^2+4y^2\right)\le\log_4 y+\log_3 3\left(x^2+4y^2+16y\right)+\frac{1}{2}$$

Câu 1288. Cho hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}+2x^2+mx-2024$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để ứng với mỗi m, $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;8)$?

A 4. **B** 8. **C** 27. **D** 5.

Câu 1289. Xét tất cả các số thực dương x, y thoả mãn $\dfrac{x+y}{10}+\log\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì xy bằng

A $\dfrac{1}{64}$. **B** $\dfrac{1}{32}$. **C** $\dfrac{9}{200}$. **D** $\dfrac{9}{100}$.

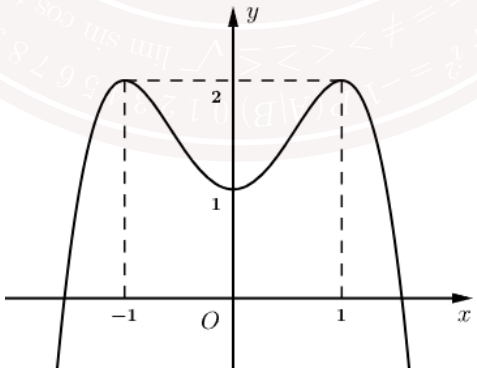
Câu 1290. Cho phương trình $\log_3^2 x+3m\log_3(3x)-1+2m(m-1)=0$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các số nguyên $m<2024$ sao cho phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1+x_2<246$. Số phần tử của S là

A 2025. **B** 2022. **C** 2023. **D** 2024.

Câu 1291. Cho hàm số $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. Có bao nhiêu giá trị thực m sao cho ứng với mỗi m phương trình $f\left(\dfrac{x-3}{x-2}+\dfrac{x-2}{x-1}\right)f\left(\dfrac{x-1}{x}-m\right)=1$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A 2. **B** 3. **C** 0. **D** 1.

Câu 1292. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $2^x f^2(x)-(4^x+1)f(x)+2^x=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A 7. **B** 5. **C** 6. **D** 8.

Câu 1293. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2\left(x^2-4x+3\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để hàm số $g(x)=f\left(x^2-10x+m+9\right)$ có 5 điểm cực trị?

A 15. **B** 16. **C** 18. **D** 17.

Câu 1294. Cho phương trình $m.2^{x^2-4x-1}+m^2.2^{2x^2-8x-1}=7\log_2\left(x^2-4x+\log_2 m\right)+3$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên m sao cho phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt?

Câu 1295. Có bao nhiêu cặp số thực $(x;y)$ thoả mãn

$$5^x+7^y\sqrt{\log_2\left(2y^4+4y^2x-16+2x^2\right)-\log_2^2\left(x+y^2\right)}=3\log_5\left(y^2+5x-3\right)+x+1$$

Câu 1296. Cho hàm số $f(x)=2023x^3+2024x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $f\left(\left|x^2+mx+3-m\right|\right)+f\left(-2x^2-x-3\right)<0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;+\infty)$?

A 25. **B** 22. **C** 24. **D** 23.

Câu 1297. Có bao nhiêu cặp số thực $(x;y)$ thoả mãn

$$6^x+9^y\sqrt{\log_2\left(2x^4+4x^2y-16+2y^2\right)-\log_2^2\left(x^2+y\right)}=3\log_6\left(x^2+5x+y-3\right)+2x+1$$

Câu 1298. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$ có đồ thị (C). Các khẳng định sau đây đúng hay sai?

A Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B Đường tiệm cận xiên của (C) có phương trình là $y=x+3$.

C Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[2;4]$ bằng $\dfrac{13}{2}$.

D Có 3 số nguyên dương m để hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-m}{x-1}$ có hai điểm cực trị.

Câu 1299. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-8;8]$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x+5\right|$ đồng biến trên $(1;3)$?

A 14. **B** 16. **C** 13. **D** 15.

Câu 1300. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C).

A Hàm số có 2 điểm cực trị.

B Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x=1$.

C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

D M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\sqrt{2}$.

Câu 1301. Cho hàm số $f(x)=\log_2(x-1)$.

A Tập nghiệm của phương trình $f(x)=0$ là $\{2\}$.

B Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)\geq 1$ là $[3;+\infty)$.

C Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $f(x)=2\log_4\left(x^2-x-4\right)$ bằng 2.

D Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 2025 của bất phương trình $\dfrac{f(x)}{\sqrt{x+7}-\sqrt{x-5}}\geq 1$ là 2018.

Câu 1302. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2-9x-5}{8}$ có đồ thị (C).

A Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C) đi qua điểm $A\left(0;-\dfrac{7}{3}\right)$.

B Trên đoạn $[4;8]$, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ đạt được tại $x=4$.

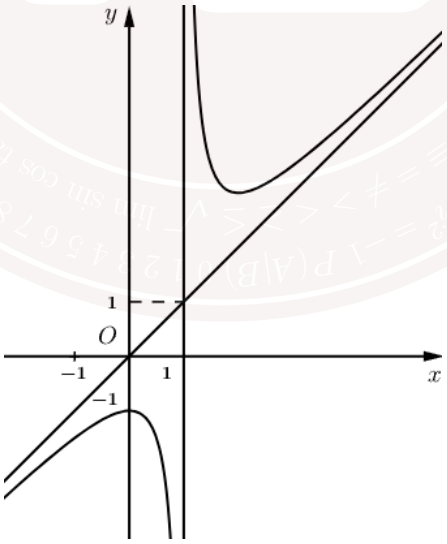
C Tâm đối xứng của đồ thị có toạ độ là $(1;-2)$.

D Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 1303. Cho hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-mx^2+\left(m^2-9\right)x+3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực đại?

A 6. **B** 5. **C** 7. **D** 4.

Câu 1304. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+1}{cx+d}$ đạt cực đại tại $x=0$ và có đồ thị như hình vẽ



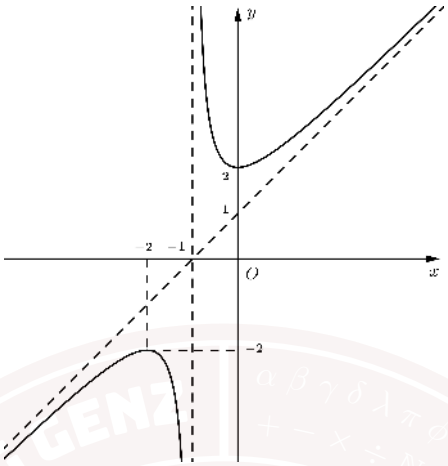
A $a+b+c+d=0$.

B Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

C Gọi A, B là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$; M là điểm di động trên trục Ox sao cho $\widehat{AMB}$ không tù. Giá trị nhỏ nhất của hoành độ điểm M là 3.

D Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ có phương trình $y=x-1$.

Câu 1305. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ.



A Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

B Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y=x+1$.

C Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc toạ độ).

D Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d: y=(x+1)\tan\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 1306. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$

A Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$.

B Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

C Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;2)$.

D Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y=-3x-11$ đi qua điểm $B(1;-6)$.

Câu 1307. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-3x+2\right)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

A Phương trình $f'(x)=0$ có duy nhất một nghiệm $x=2$.

B Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

C Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

D Hàm số $f\left(x^2-6x+1\right)$ có ba điểm cực đại.

Câu 1308. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-2025;2025]$ để hàm số $y=\dfrac{2\cos x+3}{2\cos x-m}$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)$?

Câu 1309. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6	$\searrow$	1	$\nearrow$	8

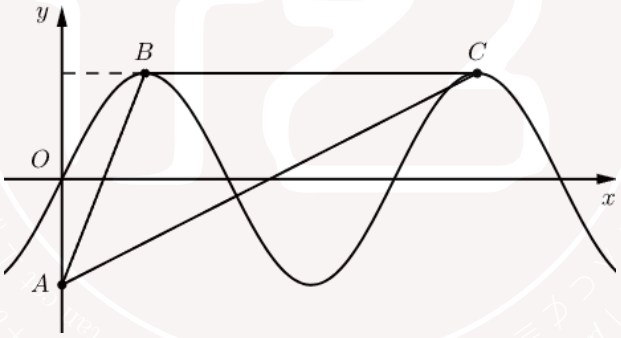
A Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

B Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(\sqrt{x-3}+1\right)$ trên nửa khoảng $[3;+\infty)$ là 1.

C Phương trình $f(x)+x^2-6x=0$ có đúng hai nghiệm lớn hơn 1.

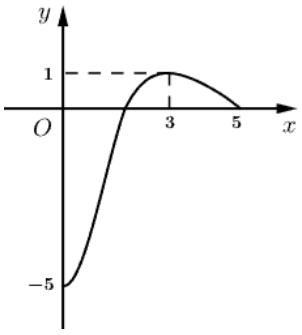
D Có đúng 7 số nguyên m để phương trình $f\left(\sqrt{x-3}+1\right)+m\left(x+2-4\sqrt{x-3}\right)=10$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 1310. Cho đồ thị hàm số $f(x)=2\sin x$ như hình vẽ.



Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 1311. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[0;5]$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ



Tìm mệnh đề đúng.

A $f(0)=f(5)<f(3)$. **B** $f(3)<f(0)=f(5)$. **C** $f(3)<f(0)<f(5)$. **D** $f(3)<f(5)<f(0)$.

Câu 1312. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

A Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$.

B Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

C Có đúng 3 điểm thuộc đồ thị (C) mà toạ độ của chúng là những số nguyên.

D Gọi M là điểm nằm trên đồ thị (C) và H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục Ox, Oy. Có 2 điểm M có hoành độ dương thoả mãn tứ giác $MHOK$ có diện tích bằng 2.

Câu 1313. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

A Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

B Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

C Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 tạo với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$ và $(a,b)=1$. Khi đó, $a-20b=1$.

D Lấy hai điểm A, B thuộc một nhánh của đồ thị (C) sao cho $x_A>1$, $x_B>1$ và hai điểm C, D thuộc đường thẳng $\Delta: y=-x+1$. Khi $ABCD$ là hình vuông thì diện tích hình vuông đó (làm tròn đến hàng phần chục) là 47,4 đơn vị diện tích.

Câu 1314. Cho $\cot\alpha=\dfrac{1}{3}$. Biết giá trị của biểu thức $P=\dfrac{3\sin\alpha+4\cos\alpha}{2\sin\alpha-5\cos\alpha}$ bằng $\dfrac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$, $b\neq 0$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T=100a+b$.

Câu 1315. Có bao nhiêu số nguyên a lớn hơn 1 sao cho ứng với mỗi a tồn tại không quá 4 số nguyên b thoả mãn $5^{b^2}<25^{-b}.a^{b+2}$?

Câu 1316. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là $-\dfrac{3}{2}$; 2; $\dfrac{11}{2}$ và đạt giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$. Bất phương trình $f(x)\le m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ khi và chỉ khi

A $m\ge f(2)$. **B** $m\ge f(0)$. **C** $f(2)\ge m\ge f(3)$. **D** $m\ge f(3)$.

Câu 1317. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^3}+\ln\dfrac{x+3}{x-3}$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-\infty;2100)$ thoả mãn điều kiện $f(a-2024)+f(6a-27)\ge 0$?

Câu 1318. Xét hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(-1)=-5$. Hàm số $y=f'(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, $f'(4)=0$ và $f'(-1)=a$. Có bao nhiêu số nguyên $a\in(-100;0)$ sao cho ứng với mỗi a, hàm số $y=\left|f(x)+\dfrac{5}{x^2}\right|$ có đúng 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;+\infty)$?

Câu 1319. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi giá trị đó của m, hàm số $f(x)=mx^4-12(m+8)x^2-2$ có ít nhất một điểm cực tiểu thuộc $(3;+\infty)$?

A 22. **B** 15. **C** 23. **D** 16.

Câu 1320. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

A Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm với trục hoành là $k=-3$.

C Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

D Có 8 đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt có toạ độ nguyên.

Câu 1321. Có bao nhiêu giá trị nguyên m không vượt quá 100 sao cho ứng với mỗi giá trị đó của m, bất phương trình $\left(\log_5^3 x+m\right)^3>64\left(\log_5 x^4-m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(\dfrac{1}{125};1\right)$?

A 85. **B** 86. **C** 98. **D** 99.

Câu 1322. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+x-2}{x+1}$ có đồ thị (C).

A $f'(x)=\dfrac{-x^2-2x+3}{(x+1)^2}\ \forall x\neq -1$.

B Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=-x+2$.

C Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $4\sqrt{5}$.

D Trên đồ thị (C) có đúng 6 điểm M có tung độ và hoành độ là các số nguyên sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 8.

Câu 1323. Đồ thị (C) của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+8}{x+b}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$ $\quad -2 \quad$ $+\infty$	
$f'(x)$	$-$	$-$
$f(x)$	$3 \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 3$

A Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tâm đối xứng là $I(3;-2)$.

B Tập giá trị của hàm số $y=f(x)$ là $T=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

C $a+2b=-1$.

D Xét điểm $A\in(C)$, tổng khoảng cách từ A đến hai đường tiệm cận của (C) luôn lớn hơn $2,83$.

Câu 1324. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận.

B Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

C Hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

D Giá trị nhỏ nhất của $h(x)=2f(x)+2025x$ trên đoạn $[3;2025]$ bằng 6083.

Câu 1325. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ có đồ thị (C)

A Hàm số có cực đại, cực tiểu.

B Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2.

C Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có toạ độ $(-1;3)$.

D Điểm $M(x;y)$ có $x\in\mathbb{Z}$ và $y\in\mathbb{Z}$ thì được gọi là có toạ độ nguyên. Đồ thị (C) có đúng 5 điểm có toạ độ nguyên.

Câu 1326. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$ $\searrow$	2

A $f'(x)<0\ \ \forall x\neq 1$.

B Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$.

C $a+c=3$.

D Bất phương trình $f\left(x^2-50x+1\right)\leq f\left(3x^2+1\right)$ có tất cả 74 nghiệm nguyên.

Câu 1327. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3$ có đồ thị là đường cong (C). Xét tất cả các hàm số bậc hai có đồ thị là parabol với đỉnh $I(-1;-1)$ và cắt (C) tại ba điểm phân biệt sao cho có ít nhất một điểm với hoành độ thuộc đoạn $[1;3]$. Giá trị lớn nhất của tổng tung độ ba điểm đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{9}{4};\frac{11}{4}\right)$. **B** $\left(-\frac{13}{4};-\frac{11}{4}\right)$. **C** $\left(-\frac{41}{4};-\frac{39}{4}\right)$. **D** $\left(\frac{35}{4};\frac{37}{4}\right)$.

Câu 1328. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai tiệm cận của (C)

A Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

B Hàm số có tâm đối xứng $I(-2;1)$.

C Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $x=1$ là $y=\dfrac{x-1}{3}$.

D Xét tam giác đều ABI có hai đỉnh A, B thuộc (C), đoạn thẳng AB có độ dài bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 1329. Cho hàm số $f(x)=\left(a-\dfrac{1}{a}-x\right)\left(4-3x^2\right)$ $(a>0)$. Gọi M, m lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số. Giá trị nhỏ nhất của $M-m$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 1330. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=mx^4+(m+3)x^3-\left(m^2+1\right)x+2025m$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A 9. **B** 10. **C** 11. **D** 8.

Câu 1331. Cho hàm số $f(x)$ có $f(1)=3$ và $f'(1)=2$. Giá trị của $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f^2(x)-9}{x-1}$ bằng

A 12. **B** 6. **C** 2. **D** 18.

Câu 1332. Xét các cấp số cộng (a_n) có số hạng đầu tiên a_1 và công sai d đều là các số nguyên dương và thỏa mãn $2^{a_8}=2^{27}a_8$. Tìm giá trị nhỏ nhất của a_3.

Câu 1333. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$

A Toạ độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a;b)$. Khi đó, $a^2+b=12$.

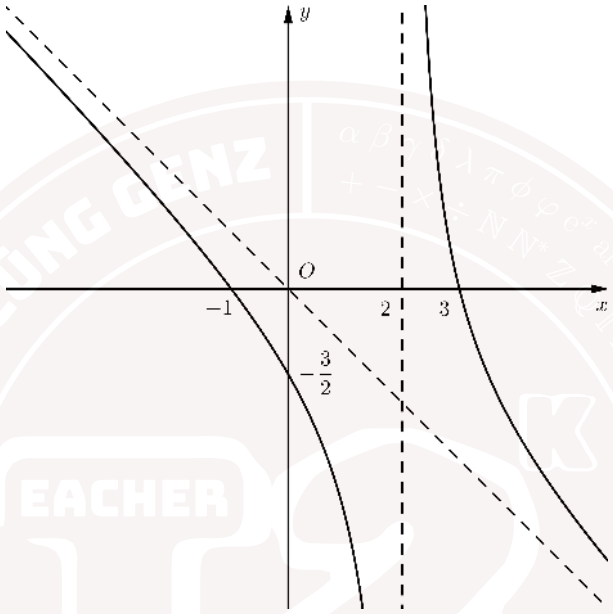
B Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-2$.

C Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt hai đường tiệm cận tại A, B. Diện tích tam giác IAB bằng 12.

D Có tất cả 9 giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có hai điểm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1<2<x_2<15$.

Câu 1334. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x^2-4$ có đồ thị (C). Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x)=ax+b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $h(x)=\sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $(300M-20m)\sqrt{8}$.

Câu 1335. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị như hình vẽ



A Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

B Tổng hai hệ số c và d bằng 1.

C Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=-x$.

D Để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt A và B sao cho $OA\perp OB$ thì m là nghiệm của phương trình $m^2-2m-3=0$.

Câu 1336. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)$ là hàm số lẻ và $f(x)=x^2\ \forall x\le 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A -4. **B** -2. **C** 0. **D** 4.

Câu 1337. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x+5}{x-1}$ có đồ thị (C).

A $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-8}{(x-1)^2}\ \forall x\ne 1$.

B Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=x+4$.

C Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị (C) bằng $6\sqrt{5}$.

D Gọi M là một điểm trên đồ thị (C). Tiếp tuyến tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 18.

Câu 1338. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$ có đồ thị là (C).

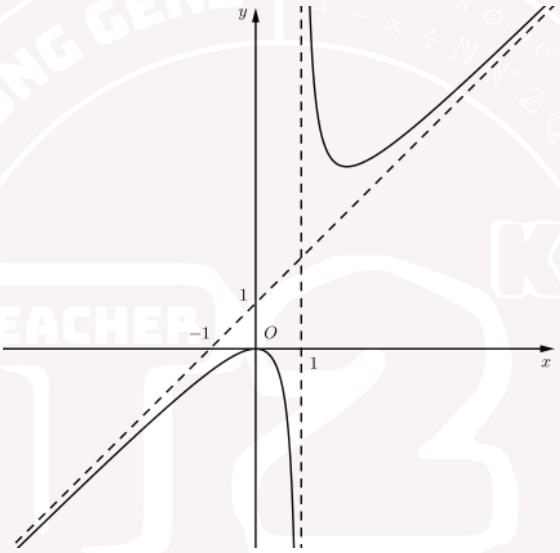
A Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f'(x)=0$. Khi đó $x_1^2+x_2^2=10$.

C Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

D Gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số (C) tại điểm $M(2;5)$. Biết d cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B. Gọi I là tâm đối xứng của (C). Diện tích tam giác IAB bằng 8 (đvdt).

Câu 1339. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng điểm $O(0;0)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

A Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

B Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $T(2;4)$.

C Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D Gọi A, B là hai điểm di động trên đồ thị hàm số sao cho các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại A và B luôn song song với nhau. Khi khoảng cách từ điểm $M(4;1)$ đến đường thẳng AB lớn nhất thì độ dài đoạn thẳng AB bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 1340. Cho hàm số $f(x)=3^x\ln x$.

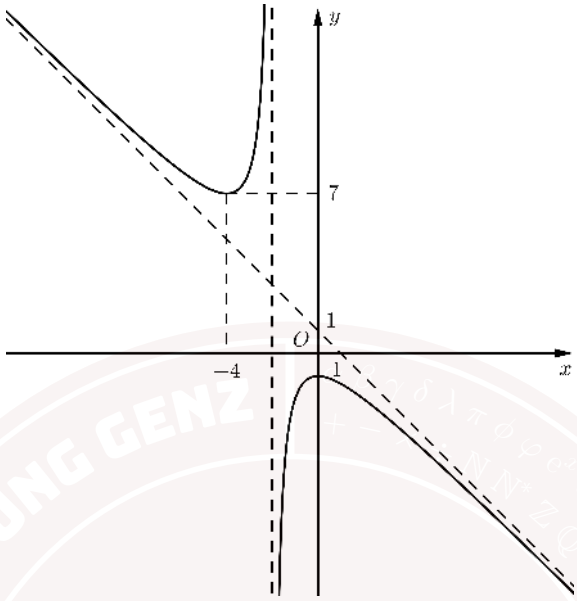
A Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}$.

B $f'(x)=3^x\left(\ln x+\dfrac{1}{x}\right)$.

C Hàm số đã cho đồng biến trên $(3;+\infty)$.

D Có 18 số nguyên x sao cho ứng với mỗi số nguyên x có đúng 3 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình $3^{y^2-\frac{|x|}{3}}\le\log_{y^2+3}\left(\dfrac{|x|}{3}+3\right)$.

Câu 1341. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ.



Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

A Hàm số đồng biến trên $(-4;0)$.

B Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C $a+b+c+d=-2$.

D Tiếp tuyến tại điểm M thuộc đồ thị hàm số cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A và B. Khi đó, $MA.MB$ đạt giá trị nhỏ nhất là $8\sqrt{2}-8$.

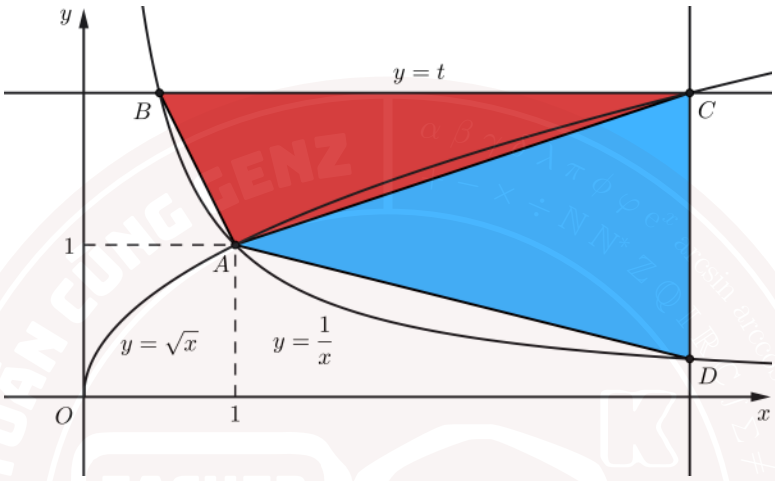
Câu 1342. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Giả sử $M(x_0;y_0)$ là điểm trên đồ thị (C) có hoành độ dương sao cho tiếp tuyến tại M với (C) cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại hai điểm A, B thỏa mãn $IA^2+IB^2=40$. Tính giá trị của biểu thức $P=x_0^2+y_0^2+x_0y_0$?

Câu 1343. Cho hàm số $f(x)=x^3-3(m+1)x^2+3\left(m^2+2m\right)x-2025$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên $(-\infty;0)$?

Câu 1344. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $\dfrac{3}{8}<a<1$, $\dfrac{1}{3}<b<1$ và $\dfrac{1}{8}<c<1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\log_a\left(\dfrac{3b}{4}-\dfrac{1}{4}\right)+3\log_b\left(\dfrac{c}{2}-\dfrac{1}{16}\right)+6\log_c\left(\dfrac{a}{2}-\dfrac{3}{16}\right)$.

Câu 1345. Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^3\left(\sqrt{x^2-4}+x\right)}{2x^3+3x^2-3x-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

Câu 1346. Cho hai đồ thị $y=\dfrac{1}{x}$ và $y=\sqrt{x}$ cắt nhau tại điểm $A(1;1)$. Đường thẳng $y=t$ $(t>1)$ lần lượt cắt đồ thị $y=\dfrac{1}{x}$ và $y=\sqrt{x}$ tại các điểm B và C.



Từ C kẻ đường thẳng song song với trục Oy, cắt đồ thị $y=\dfrac{1}{x}$ tại điểm D. Gọi $f(t)$ là diện tích tam giác ACB và $g(t)$ là diện tích tam giác ADC. Tính $L=\lim\limits_{t\to 1^+}\dfrac{g(t)}{f(t)}$.

A $L=+\infty$. **B** $L=\dfrac{5}{3}$. **C** $L=0$. **D** $L=2$.

Câu 1347. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ có đồ thị (C).

A Hàm số có cực đại, cực tiểu.

B Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị (C) có tọa độ là $(-1;3)$.

C Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) cắt trục hoành, trục tung tại các điểm A, B và diện tích tam giác OAB bằng 2 (O là gốc tọa độ).

D Gọi $MNPQ$ là hình vuông có tâm I là giao điểm của hai đường tiệm cận và hai đỉnh M, P lần lượt nằm trên hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất bằng $12(\sqrt{2}-1)$.

PHẦN C. ĐÁP ÁN

Câu 1 2023	Câu 2 **C**	Câu 3 **B**	Câu 4 **A**	Câu 5 40	Câu 6 2026	Câu 7 **C**	Câu 8 **D**	Câu 9 14	Câu 10 **A**
Câu 11 18	Câu 12 **A**	Câu 13 **C**	Câu 14 2	Câu 15 **A**	Câu 16 **D**	Câu 17 **A**	Câu 18 $\frac{25}{3}$	Câu 19 **A**	Câu 20 **D**
Câu 21 **A**	Câu 22 **D**	Câu 23 17	Câu 24 **D**	Câu 25 **B**	Câu 26 **D**	Câu 27 **A**	Câu 28 **B**	Câu 29 **A**	Câu 30 **B**
Câu 31 **B**	Câu 32 $5-\log_2 3$	Câu 33 3	Câu 34 10	Câu 35 $\frac{1011}{4}$	Câu 36 **D**	Câu 37 **B**	Câu 38 **C**	Câu 39 **D**	Câu 40 **A**
Câu 41 **C**	Câu 42 **D**	Câu 43 -2	Câu 44 **C**	Câu 45 **C**	Câu 46 $\frac{14}{15}$	Câu 47 **A**	Câu 48 **B**	Câu 49 **D**	Câu 50 **D**
Câu 51 **C**	Câu 52 **C**	Câu 53 $\frac{5}{4}$	Câu 54 **D**	Câu 55 **A**	Câu 56 **A**	Câu 57 **B**	Câu 58 $12-12\sqrt{6}$	Câu 59 67	Câu 60 **A**
Câu 61 **D**	Câu 62 **C**	Câu 63 **C**	Câu 64 **C**	Câu 65 **B**	Câu 66 **A**	Câu 67 6064	Câu 68 **A**	Câu 69 **B**	Câu 70 **A**
Câu 71 **B**	Câu 72 **C**	Câu 73 0	Câu 74 **C**	Câu 75 210	Câu 76 **C**	Câu 77 **A**	Câu 78 **A**	Câu 79 **A**	Câu 80 6
Câu 81 1873	Câu 82 7	Câu 83 **A**	Câu 84 **D**	Câu 85 **C**	Câu 86 11	Câu 87 **C**	Câu 88 **A**	Câu 89 **C**	Câu 90 **C**
Câu 91 46	Câu 92 **C**	Câu 93 15	Câu 94 **D**	Câu 95 **D**	Câu 96 **A**	Câu 97 5	Câu 98 **D**	Câu 99 **D**	Câu 100 **A**
Câu 101 **B**	Câu 102 **D**	Câu 103 **D**	Câu 104 **A**	Câu 105 **D**	Câu 106 **D**	Câu 107 **D**	Câu 108 **D**	Câu 109 56	Câu 110 **C**
Câu 111 88	Câu 112 5	Câu 113 **B**	Câu 114 **C**	Câu 115 **A**	Câu 116 **B**	Câu 117 **B**	Câu 118 **B**	Câu 119 **B**	Câu 120 **A**
Câu 121 **B**	Câu 122 **A**	Câu 123 **A**	Câu 124 **C**	Câu 125 **B**	Câu 126 **C**	Câu 127 **D**	Câu 128 **D**	Câu 129 **D**	Câu 130 **A**
Câu 131 **A**	Câu 132 **A**	Câu 133 **A**	Câu 134 **D**	Câu 135 **A**	Câu 136 **D**	Câu 137 **B**	Câu 138 **B**	Câu 139 **C**	Câu 140 **C**
Câu 141 **D**	Câu 142 **B**	Câu 143 **D**	Câu 144 **B**	Câu 145 **C**	Câu 146 **C**	Câu 147 **D**	Câu 148 **A**	Câu 149 **A**	Câu 150 2

Câu 151 **A**	Câu 152 $\frac{20}{3}$	Câu 153 **C**	Câu 154 **A**	Câu 155 **A**	Câu 156 **C**	Câu 157 1	Câu 158 **B**	Câu 159 **B**	Câu 160 **D**
Câu 161 **B**	Câu 162 **A**	Câu 163 **B**	Câu 164 **D**	Câu 165 **B**	Câu 166 **D**	Câu 167 **D**	Câu 168 **A**	Câu 169 **C**	Câu 170 1911
Câu 171 0	Câu 172 **C**	Câu 173 **A**	Câu 174 **A**	Câu 175 **B**	Câu 176 **C**	Câu 177 **D**	Câu 178 **C**	Câu 179 **C**	Câu 180 **B**
Câu 181 **B**	Câu 182 **B**	Câu 183 **D**	Câu 184 **D**	Câu 185 **C**	Câu 186 **C**	Câu 187 **C**	Câu 188 **B**	Câu 189 **C**	Câu 190 **C**
Câu 191 **D**	Câu 192 **A**	Câu 193 7	Câu 194 **B**	Câu 195 2095	Câu 196 -20	Câu 197 **A**	Câu 198 **D**	Câu 199 **C**	Câu 200 11
Câu 201 38	Câu 202 7	Câu 203 1958	Câu 204 **B**	Câu 205 **D**	Câu 206 **B**	Câu 207 $2\sqrt{5}-2$	Câu 208 **A**	Câu 209 81810	Câu 210 **A**
Câu 211 **C**	Câu 212 107	Câu 213 **A**	Câu 214 **B**	Câu 215 **D**	Câu 216 **D**	Câu 217 **C**	Câu 218 16	Câu 219 **A**	Câu 220 **A**
Câu 221 **D**	Câu 222 48	Câu 223 **B**	Câu 224 4015	Câu 225 2020	Câu 226 **A**	Câu 227 **A**	Câu 228 **A**	Câu 229 11	Câu 230 **D**
Câu 231 **A**	Câu 232 **C**	Câu 233 **A**	Câu 234 2	Câu 235 **C**	Câu 236 **B**	Câu 237 **A**	Câu 238 **D**	Câu 239 **D**	Câu 240 **A**
Câu 241 **B**	Câu 242 13	Câu 243 **A**	Câu 244 9	Câu 245 **D**	Câu 246 **C**	Câu 247 **B**	Câu 248 **D**	Câu 249 **B**	Câu 250 **B**
Câu 251 **D**	Câu 252 **B**	Câu 253 **C**	Câu 254 **B**	Câu 255 -8	Câu 256 **B**	Câu 257 **C**	Câu 258 **B**	Câu 259 **B**	Câu 260 **D**
Câu 261 -3	Câu 262 0	Câu 263 **A**	Câu 264 **A**	Câu 265 **B**	Câu 266 **D**	Câu 267 **B**	Câu 268 **A**	Câu 269 4	Câu 270 **D**
Câu 271 3	Câu 272 **B**	Câu 273 **C**	Câu 274 **C**	Câu 275 **D**	Câu 276 **D**	Câu 277 -6	Câu 278 **B**	Câu 279 **C**	Câu 280 **D**
Câu 281 **C**	Câu 282 0	Câu 283 2	Câu 284 **D**	Câu 285 9	Câu 286 **A**	Câu 287 **C**	Câu 288 4	Câu 289 **B**	Câu 290 **D**
Câu 291 **A**	Câu 292 -10	Câu 293 198	Câu 294 **B**	Câu 295 **B**	Câu 296 10	Câu 297 10	Câu 298 60	Câu 299 **A**	Câu 300 **A**
Câu 301 **A**	Câu 302 **C**	Câu 303 **A**	Câu 304 **D**	Câu 305 **C**	Câu 306 8	Câu 307 **D**	Câu 308 **C**	Câu 309 **A**	Câu 310 **D**

Câu 311 $2-\sqrt{3}$	Câu 312 **C**	Câu 313 2008	Câu 314 **B**	Câu 315 $\frac{21-4\sqrt{20}}{5}$	Câu 316 4	Câu 317 24	Câu 318 **C**	Câu 319 1	Câu 320 **A**
Câu 321 1973	Câu 322 11	Câu 323 **C**	Câu 324 22	Câu 325 **D**	Câu 326 **D**	Câu 327 $\frac{13}{20}$	Câu 328 **A**	Câu 329 **C**	Câu 330 **C**
Câu 331 2	Câu 332 44	Câu 333 **D**	Câu 334 **C**	Câu 335 **A**	Câu 336 **D**	Câu 337 **C**	Câu 338 0	Câu 339 19	Câu 340 5
Câu 341 2006	Câu 342 **B**	Câu 343 **A**	Câu 344 -1	Câu 345 2	Câu 346 **A**	Câu 347 **B**	Câu 348 **B**	Câu 349 **A**	Câu 350 **D**
Câu 351 **B**	Câu 352 **D**	Câu 353 1	Câu 354 **C**	Câu 355 $-\frac{7}{4\ln\frac{3}{4}}$	Câu 356 -1	Câu 357 **C**	Câu 358 1	Câu 359 136	Câu 360 13
Câu 361 **D**	Câu 362 8	Câu 363 **B**	Câu 364 **D**	Câu 365 **A**	Câu 366 $\sqrt{29}-1$	Câu 367 $\frac{20}{17}$	Câu 368 28	Câu 369 **B**	Câu 370 **B**
Câu 371 **C**	Câu 372 **A**	Câu 373 **B**	Câu 374 **C**	Câu 375 2	Câu 376 **A**	Câu 377 **A**	Câu 378 3	Câu 379 **A**	Câu 380 **C**
Câu 381 **C**	Câu 382 $\frac{3}{2}$	Câu 383 **D**	Câu 384 **D**	Câu 385 **B**	Câu 386 **C**	Câu 387 9	Câu 388 11	Câu 389 **C**	Câu 390 1210
Câu 391 16	Câu 392 **A**	Câu 393 **A**	Câu 394 **D**	Câu 395 **C**	Câu 396 4044	Câu 397 2016	Câu 398 **A**	Câu 399 -2	Câu 400 **D**
Câu 401 **A**	Câu 402 **D**	Câu 403 **C**	Câu 404 13	Câu 405 -78	Câu 406 11	Câu 407 **C**	Câu 408 **B**	Câu 409 **D**	Câu 410 1
Câu 411 **B**	Câu 412 4	Câu 413 0	Câu 414 **B**	Câu 415 **C**	Câu 416 48	Câu 417 15	Câu 418 **D**	Câu 419 **C**	Câu 420 **C**
Câu 421 **D**	Câu 422 14	Câu 423 -4	Câu 424 0	Câu 425 **A**	Câu 426 $\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{e}^{\frac{\ln^2 3}{\ln\frac{9}{4}}}$	Câu 427 **C**	Câu 428 50	Câu 429 **B**	Câu 430 **A**
Câu 431 **A**	Câu 432 **A**	Câu 433 27	Câu 434 **D**	Câu 435 **B**	Câu 436 **B**	Câu 437 **C**	Câu 438 **B**	Câu 439 4	Câu 440 **A**
Câu 441 **B**	Câu 442 **A**	Câu 443 **C**	Câu 444 4	Câu 445 **C**	Câu 446 $5+\sqrt{5}$	Câu 447 **A**	Câu 448 **D**	Câu 449 **D**	Câu 450 **A**
Câu 451 **D**	Câu 452 14	Câu 453 **D**	Câu 454 **B**	Câu 455 **C**	Câu 456 2	Câu 457 8	Câu 458 58	Câu 459 **B**	Câu 460 **C**
Câu 461 **C**	Câu 462 **C**	Câu 463 **C**	Câu 464 **D**	Câu 465 **A**	Câu 466 234	Câu 467 **C**	Câu 468 **D**	Câu 469 **A**	Câu 470 **A**

Câu 471 **B**	Câu 472 6	Câu 473 **D**	Câu 474 **D**	Câu 475 15	Câu 476 **B**	Câu 477 **B**	Câu 478 **A**	Câu 479 2	Câu 480 **B**
Câu 481 2	Câu 482 **C**	Câu 483 5014	Câu 484 **C**	Câu 485 **C**	Câu 486 **B**	Câu 487 **A**	Câu 488 8	Câu 489 **A**	Câu 490 5
Câu 491 **B**	Câu 492 49	Câu 493 **D**	Câu 494 8	Câu 495 7	Câu 496 12	Câu 497 **D**	Câu 498 **B**	Câu 499 **D**	Câu 500 **B**
Câu 501 2000	Câu 502 2	Câu 503 2022	Câu 504 8	Câu 505 **B**	Câu 506 45	Câu 507 3	Câu 508 2	Câu 509 2	Câu 510 **A**
Câu 511 **B**	Câu 512 **C**	Câu 513 210	Câu 514 **A**	Câu 515 **A**	Câu 516 **D**	Câu 517 $-\dfrac{3}{2}$	Câu 518 **C**	Câu 519 2	Câu 520 **D**
Câu 521 3780	Câu 522 **C**	Câu 523 **A**	Câu 524 13	Câu 525 **A**	Câu 526 **C**	Câu 527 **B**	Câu 528 **C**	Câu 529 **B**	Câu 530 **B**
Câu 531 4040	Câu 532 **B**	Câu 533 4024	Câu 534 2	Câu 535 **A**	Câu 536 **C**	Câu 537 **B**	Câu 538 **D**	Câu 539 **A**	Câu 540 **A**
Câu 541 **C**	Câu 542 **B**	Câu 543 **C**	Câu 544 **C**	Câu 545 **B**	Câu 546 **A**	Câu 547 11	Câu 548 **D**	Câu 549 19	Câu 550 2019
Câu 551 **A**	Câu 552 $6-4\sqrt{2}$	Câu 553 **D**	Câu 554 2	Câu 555 13	Câu 556 5	Câu 557 **A**	Câu 558 **D**	Câu 559 $\dfrac{\left(4+8\sqrt{7}\right)^2}{18+9\sqrt{7}}$	Câu 560 **D**
Câu 561 2023	Câu 562 16	Câu 563 **A**	Câu 564 **B**	Câu 565 **B**	Câu 566 4038	Câu 567 35	Câu 568 **B**	Câu 569 **C**	Câu 570 **D**
Câu 571 **A**	Câu 572 **C**	Câu 573 **D**	Câu 574 15	Câu 575 16	Câu 576 **D**	Câu 577 **D**	Câu 578 **D**	Câu 579 61	Câu 580 $\ln\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{\mathrm{e}^5}}$
Câu 581 **D**	Câu 582 **B**	Câu 583 2	Câu 584 **A**	Câu 585 **A**	Câu 586 **A**	Câu 587 121	Câu 588 **C**	Câu 589 2	Câu 590 **B**
Câu 591 **B**	Câu 592 **D**	Câu 593 $\dfrac{70}{3}$	Câu 594 **A**	Câu 595 2020	Câu 596 **A**	Câu 597 **B**	Câu 598 **B**	Câu 599 **B**	Câu 600 $\dfrac{1}{2}$
Câu 601 36	Câu 602 5010	Câu 603 **A**	Câu 604 **A**	Câu 605 2022	Câu 606 **A**	Câu 607 1	Câu 608 **C**	Câu 609 **C**	Câu 610 **B**
Câu 611 6	Câu 612 **B**	Câu 613 12	Câu 614 **A**	Câu 615 **D**	Câu 616 7	Câu 617 **D**	Câu 618 **B**	Câu 619 48	Câu 620 35
Câu 621 **C**	Câu 622 3	Câu 623 9	Câu 624 **B**	Câu 625 $\dfrac{51}{16}$	Câu 626 2020	Câu 627 37	Câu 628 2019	Câu 629 **A**	Câu 630 **D**

Câu 631 **C**	Câu 632 **D**	Câu 633 **D**	Câu 634 **D**	Câu 635 62	Câu 636 28	Câu 637 **D**	Câu 638 **C**	Câu 639 **D**	Câu 640 **C**
Câu 641 **C**	Câu 642 **A**	Câu 643 **D**	Câu 644 **B**	Câu 645 **A**	Câu 646 **C**	Câu 647 3	Câu 648 **B**	Câu 649 18	Câu 650 32
Câu 651 **C**	Câu 652 1	Câu 653 28	Câu 654 **C**	Câu 655 **B**	Câu 656 **A**	Câu 657 **C**	Câu 658 **B**	Câu 659 **B**	Câu 660 **A**
Câu 661 4	Câu 662 **C**	Câu 663 3	Câu 664 141	Câu 665 **B**	Câu 666 48	Câu 667 4	Câu 668 **B**	Câu 669 **B**	Câu 670 **A**
Câu 671 5	Câu 672 2025	Câu 673 **C**	Câu 674 22	Câu 675 **B**	Câu 676 **B**	Câu 677 **D**	Câu 678 **A**	Câu 679 4	Câu 680 50
Câu 681 **C**	Câu 682 4	Câu 683 25	Câu 684 4002	Câu 685 -2	Câu 686 **D**	Câu 687 $-7-6\sqrt{2}$	Câu 688 **A**	Câu 689 **D**	Câu 690 5
Câu 691 20	Câu 692 7	Câu 693 4	Câu 694 8	Câu 695 19	Câu 696 3	Câu 697 **A**	Câu 698 3	Câu 699 **B**	Câu 700 **C**
Câu 701 143	Câu 702 **A**	Câu 703 **B**	Câu 704 5	Câu 705 **C**	Câu 706 5	Câu 707 **C**	Câu 708 **D**	Câu 709 30	Câu 710 **C**
Câu 711 **B**	Câu 712 11	Câu 713 8	Câu 714 **A**	Câu 715 **A**	Câu 716 $\frac{5}{3}$	Câu 717 **C**	Câu 718 **D**	Câu 719 **D**	Câu 720 **A**
Câu 721 **A**	Câu 722 **D**	Câu 723 5	Câu 724 **D**	Câu 725 **B**	Câu 726 11	Câu 727 **C**	Câu 728 **B**	Câu 729 4	Câu 730 **B**
Câu 731 55	Câu 732 200	Câu 733 **B**	Câu 734 7	Câu 735 0	Câu 736 -2	Câu 737 **A**	Câu 738 2	Câu 739 **C**	Câu 740 6
Câu 741 1	Câu 742 **D**	Câu 743 **A**	Câu 744 **C**	Câu 745 1023	Câu 746 2095	Câu 747 3	Câu 748 4	Câu 749 **C**	Câu 750 **A**
Câu 751 **D**	Câu 752 27	Câu 753 **C**	Câu 754 7	Câu 755 28	Câu 756 $-\frac{1}{5}$	Câu 757 79	Câu 758 **D**	Câu 759 **A**	Câu 760 **D**
Câu 761 3	Câu 762 **B**	Câu 763 1	Câu 764 $3-\log_2 3$	Câu 765 2	Câu 766 **D**	Câu 767 **C**	Câu 768 **D**	Câu 769 **C**	Câu 770 13
Câu 771 **C**	Câu 772 **C**	Câu 773 $\frac{155}{64}$	Câu 774 **D**	Câu 775 10	Câu 776 **A**	Câu 777 **C**	Câu 778 **C**	Câu 779 **B**	Câu 780 **D**
Câu 781 **D**	Câu 782 3	Câu 783 **A**	Câu 784 **D**	Câu 785 **D**	Câu 786 0	Câu 787 **A**	Câu 788 **C**	Câu 789 **A**	Câu 790 **A**

Câu 791 **C**	Câu 792 **D**	Câu 793 10	Câu 794 4	Câu 795 9	Câu 796 **A**	Câu 797 2026	Câu 798 $\frac{12}{5}$	Câu 799 0	Câu 800 $2e^2$
Câu 801 2	Câu 802 **C**	Câu 803 8	Câu 804 **C**	Câu 805 $\frac{59}{2}$	Câu 806 8	Câu 807 **A**	Câu 808 14	Câu 809 13	Câu 810 1
Câu 811 16	Câu 812 4	Câu 813 $1+3\sqrt{5}$	Câu 814 **D**	Câu 815 **B**	Câu 816 9	Câu 817 $3\sqrt[3]{4}$	Câu 818 3	Câu 819 8	Câu 820 **C**
Câu 821 -4	Câu 822 18	Câu 823 4042	Câu 824 1	Câu 825 **A**	Câu 826 **A**	Câu 827 **D**	Câu 828 **C**	Câu 829 **D**	Câu 830 10
Câu 831 4042	Câu 832 1	Câu 833 4	Câu 834 **A**	Câu 835 11	Câu 836 4	Câu 837 **D**	Câu 838 **D**	Câu 839 **D**	Câu 840 3
Câu 841 **C**	Câu 842 4	Câu 843 **B**	Câu 844 4	Câu 845 16	Câu 846 7	Câu 847 **A**	Câu 848 3	Câu 849 3	Câu 850 $-\frac{1}{2}$
Câu 851 e^4	Câu 852 1	Câu 853 7	Câu 854 11	Câu 855 $\log_5 \frac{16}{5}$	Câu 856 2018	Câu 857 9	Câu 858 1	Câu 859 $36-24\sqrt{2}$	Câu 860 4
Câu 861 **D**	Câu 862 **A**	Câu 863 5	Câu 864 $-\frac{23}{16}$	Câu 865 **B**	Câu 866 **B**	Câu 867 2	Câu 868 $2\sqrt{2}+\sqrt{3}$	Câu 869 **C**	Câu 870 **A**
Câu 871 **D**	Câu 872 $\frac{1}{2}$	Câu 873 **C**	Câu 874 13	Câu 875 **A**	Câu 876 **B**	Câu 877 -3	Câu 878 **C**	Câu 879 26	Câu 880 4545
Câu 881 **C**	Câu 882 9	Câu 883 **B**	Câu 884 11	Câu 885 7	Câu 886 **A**	Câu 887 $\frac{5}{4}$	Câu 888 15	Câu 889 4	Câu 890 **A**
Câu 891 3	Câu 892 **C**	Câu 893 **B**	Câu 894 4044	Câu 895 **D**	Câu 896 **C**	Câu 897 **B**	Câu 898 19	Câu 899 **D**	Câu 900 **A**
Câu 901 **C**	Câu 902 8	Câu 903 **D**	Câu 904 **C**	Câu 905 3	Câu 906 4	Câu 907 **A**	Câu 908 9	Câu 909 6	Câu 910 4045
Câu 911 **C**	Câu 912 **D**	Câu 913 3780	Câu 914 **B**	Câu 915 2	Câu 916 143	Câu 917 2	Câu 918 2	Câu 919 **C**	Câu 920 2024
Câu 921 **B**	Câu 922 18	Câu 923 13	Câu 924 1011	Câu 925 4	Câu 926 **B**	Câu 927 **B**	Câu 928 **B**	Câu 929 **A**	Câu 930 79
Câu 931 12	Câu 932 76	Câu 933 **B**	Câu 934 29	Câu 935 **B**	Câu 936 74	Câu 937 **A**	Câu 938 226	Câu 939 **D**	Câu 940 0
Câu 941 **D**	Câu 942 **D**	Câu 943 8	Câu 944 12	Câu 945 1	Câu 946 2	Câu 947 **D**	Câu 948 **A**	Câu 949 4	Câu 950 1

Câu 951 **B**	Câu 952 **B**	Câu 953 **B**	Câu 954 -170	Câu 955 12	Câu 956 **C**	Câu 957 **B**	Câu 958 4	Câu 959 6	Câu 960 3
Câu 961 0	Câu 962 0	Câu 963 2024	Câu 964 1	Câu 965 2024	Câu 966 7	Câu 967 2025	Câu 968 $\frac{67}{5}$	Câu 969 3	Câu 970 10
Câu 971 49	Câu 972 49	Câu 973 4	Câu 974 **D**	Câu 975 9	Câu 976 27	Câu 977 1	Câu 978 $\log_8 \frac{2700}{7}$	Câu 979 10	Câu 980 6
Câu 981 12	Câu 982 **B**	Câu 983 4	Câu 984 **D**	Câu 985 **D**	Câu 986 4	Câu 987 **B**	Câu 988 5	Câu 989 **A**	Câu 990 -9
Câu 991 1	Câu 992 5	Câu 993 12	Câu 994 32	Câu 995 10	Câu 996 **C**	Câu 997 4	Câu 998 2	Câu 999 4	Câu 1000 **C**
Câu 1001 **D**	Câu 1002 **B**	Câu 1003 **D**	Câu 1004 **B**	Câu 1005 **D**	Câu 1006 **C**	Câu 1007 **D**	Câu 1008 1033	Câu 1009 **A**	Câu 1010 **C**
Câu 1011 21	Câu 1012 15	Câu 1013 38	Câu 1014 **A**	Câu 1015 **A**	Câu 1016 **C**	Câu 1017 **B**	Câu 1018 **C**	Câu 1019 **C**	Câu 1020 **B**
Câu 1021 **A**	Câu 1022 13	Câu 1023 3	Câu 1024 **A**	Câu 1025 20	Câu 1026 **A**	Câu 1027 **A**	Câu 1028 8	Câu 1029 2	Câu 1030 **A**
Câu 1031 21	Câu 1032 **D**	Câu 1033 26	Câu 1034 2020	Câu 1035 **C**	Câu 1036 13	Câu 1037 85	Câu 1038 $\frac{148}{3}$	Câu 1039 6	Câu 1040 **C**
Câu 1041 **C**	Câu 1042 2	Câu 1043 **A**	Câu 1044 13	Câu 1045 66	Câu 1046 4	Câu 1047 10	Câu 1048 0	Câu 1049 **C**	Câu 1050 **A**
Câu 1051 e	Câu 1052 **B**	Câu 1053 4044	Câu 1054 10	Câu 1055 **C**	Câu 1056 **D**	Câu 1057 6	Câu 1058 **A**	Câu 1059 **D**	Câu 1060 **B**
Câu 1061 **B**	Câu 1062 **B**	Câu 1063 **D**	Câu 1064 **B**	Câu 1065 **A**	Câu 1066 8	Câu 1067 **D**	Câu 1068 **B**	Câu 1069 -4	Câu 1070 $\frac{2}{3}$
Câu 1071 **D**	Câu 1072 -1	Câu 1073 $\frac{35}{2}$	Câu 1074 **D**	Câu 1075 4	Câu 1076 2000	Câu 1077 **B**	Câu 1078 -165	Câu 1079 **D**	Câu 1080 **A**
Câu 1081 **C**	Câu 1082 1	Câu 1083 **B**	Câu 1084 **B**	Câu 1085 -27	Câu 1086 **D**	Câu 1087 $\frac{2}{3} - 2\ln\frac{2}{3}$	Câu 1088 **A**	Câu 1089 **B**	Câu 1090 **B**
Câu 1091 **C**	Câu 1092 **A**	Câu 1093 6	Câu 1094 **C**	Câu 1095 **D**	Câu 1096 **C**	Câu 1097 **D**	Câu 1098 **C**	Câu 1099 **A**	Câu 1100 7
Câu 1101 **C**	Câu 1102 3	Câu 1103 3	Câu 1104 **B**	Câu 1105 **D**	Câu 1106 $\frac{23}{4}$	Câu 1107 $3-\sqrt{5}$	Câu 1108 **C**	Câu 1109 3	Câu 1110 93

Câu 1111 **B**	Câu 1112 2	Câu 1113 **B**	Câu 1114 **A**	Câu 1115 7	Câu 1116 7	Câu 1117 **A**	Câu 1118 **A**	Câu 1119 **D**	Câu 1120 5
Câu 1121 2018	Câu 1122 **A**	Câu 1123 15	Câu 1124 $1+2^{3-\sqrt{3}}$	Câu 1125 2008	Câu 1126 3	Câu 1127 **C**	Câu 1128 23	Câu 1129 **D**	Câu 1130 -33
Câu 1131 19	Câu 1132 **A**	Câu 1133 2	Câu 1134 19	Câu 1135 **D**	Câu 1136 **A**	Câu 1137 **A**	Câu 1138 **C**	Câu 1139 **B**	Câu 1140 1
Câu 1141 **B**	Câu 1142 $3^{\pm\frac{1}{6}}$	Câu 1143 2	Câu 1144 14	Câu 1145 **D**	Câu 1146 **B**	Câu 1147 19	Câu 1148 **B**	Câu 1149 **D**	Câu 1150 7
Câu 1151 **B**	Câu 1152 **B**	Câu 1153 21	Câu 1154 **B**	Câu 1155 35	Câu 1156 80	Câu 1157 $\frac{28}{9}$	Câu 1158 5	Câu 1159 **A**	Câu 1160 4
Câu 1161 **C**	Câu 1162 106	Câu 1163 **B**	Câu 1164 **D**	Câu 1165 **A**	Câu 1166 **B**	Câu 1167 **A**	Câu 1168 **B**	Câu 1169 **A**	Câu 1170 8
Câu 1171 24310	Câu 1172 196	Câu 1173 **B**	Câu 1174 69	Câu 1175 222	Câu 1176 4	Câu 1177 **A**	Câu 1178 **A**	Câu 1179 **C**	Câu 1180 3
Câu 1181 3782	Câu 1182 2024	Câu 1183 **D**	Câu 1184 **A**	Câu 1185 **C**	Câu 1186 **D**	Câu 1187 14	Câu 1188 **B**	Câu 1189 **D**	Câu 1190 80
Câu 1191 3	Câu 1192 $\frac{\left(\sqrt{5}-1\right)^2}{2}$	Câu 1193 **A**	Câu 1194 **D**	Câu 1195 **D**	Câu 1196 **C**	Câu 1197 **C**	Câu 1198 11	Câu 1199 **B**	Câu 1200 **A**
Câu 1201 $\frac{\sqrt{5}+7}{2}$	Câu 1202 **B**	Câu 1203 $-\log_3 2$	Câu 1204 6	Câu 1205 898	Câu 1206 22	Câu 1207 **A**	Câu 1208 **A**	Câu 1209 **B**	Câu 1210 **A**
Câu 1211 $3\ln 3$	Câu 1212 **B**	Câu 1213 **C**	Câu 1214 **C**	Câu 1215 $\frac{901}{225}$	Câu 1216 **C**	Câu 1217 **C**	Câu 1218 945	Câu 1219 4	Câu 1220 24
Câu 1221 6	Câu 1222 **A**	Câu 1223 1	Câu 1224 $\frac{19}{2}$	Câu 1225 6057	Câu 1226 **B**	Câu 1227 **A**	Câu 1228 2023	Câu 1229 4029	Câu 1230 20
Câu 1231 **C**	Câu 1232 **C**	Câu 1233 **B**	Câu 1234 **A**	Câu 1235 21	Câu 1236 **D**	Câu 1237 1	Câu 1238 168	Câu 1239 $\frac{5}{3}$	Câu 1240 3
Câu 1241 **B**	Câu 1242 **B**	Câu 1243 **B**	Câu 1244 **C**	Câu 1245 **C**	Câu 1246 **B**	Câu 1247 **D**	Câu 1248 **B**	Câu 1249 2042859	Câu 1250 4
Câu 1251 **D**	Câu 1252 **A**	Câu 1253 **B**	Câu 1254 2	Câu 1255 $-3+6\sqrt{2}$	Câu 1256 **D**	Câu 1257 **C**	Câu 1258 **D**	Câu 1259 **B**	Câu 1260 **C**
Câu 1261 **A**	Câu 1262 9	Câu 1263 **C**	Câu 1264 -7	Câu 1265 **B**	Câu 1266 **D**	Câu 1267 2	Câu 1268 **A**	Câu 1269 15	Câu 1270 38

Câu 1271 1013	Câu 1272 2	Câu 1273 1	Câu 1274 2	Câu 1275 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	Câu 1276 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	Câu 1277 **D**	Câu 1278 **D**	Câu 1279 36	Câu 1280 **A**
Câu 1281 **A**	Câu 1282 **D**	Câu 1283 **B**	Câu 1284 2029	Câu 1285 **D**	Câu 1286 -3	Câu 1287 6	Câu 1288 **A**	Câu 1289 **A**	Câu 1290 **D**
Câu 1291 **D**	Câu 1292 **A**	Câu 1293 **B**	Câu 1294 31	Câu 1295 4	Câu 1296 **D**	Câu 1297 2	Câu 1298 **B**	Câu 1299 **A**	Câu 1300 **ABD**
Câu 1301 **ABD**	Câu 1302 **CD**	Câu 1303 **A**	Câu 1304 **AB**	Câu 1305 **BD**	Câu 1306 **AD**	Câu 1307 **BC**	Câu 1308 2022	Câu 1309 **BC**	Câu 1310 4π
Câu 1311 **D**	Câu 1312 **B**	Câu 1313 **C**	Câu 1314 1301	Câu 1315 124	Câu 1316 **B**	Câu 1317 360	Câu 1318 10	Câu 1319 **B**	Câu 1320 **A**
Câu 1321 **B**	Câu 1322 **ABCD**	Câu 1323 **B**	Câu 1324 **BC**	Câu 1325 **AB**	Câu 1326 **ABD**	Câu 1327 **D**	Câu 1328 **BCD**	Câu 1329 $\frac{32}{9}$	Câu 1330 **A**
Câu 1331 **A**	Câu 1332 12	Câu 1333 **ABD**	Câu 1334 1200	Câu 1335 **BCD**	Câu 1336 **A**	Câu 1337 **ABCD**	Câu 1338 **BCD**	Câu 1339 **ABD**	Câu 1340 **CD**
Câu 1341 **CD**	Câu 1342 7	Câu 1343 3	Câu 1344 36	Câu 1345 3	Câu 1346 **D**	Câu 1347 **AC**			

CHƯƠNG IV

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K

Page : https://www.facebook.com/GenZvsMath

Group : https://www.facebook.com/groups/genzvsmath12

Website : https://sites.google.com/view/genzvsmath

Youtube : https://www.youtube.com/@Teacher2ka

Tiktok : https://www.tiktok.com/@teacher2kk

Tuyển tập VD - VDC trong các đề thi thử THPTQG cả nước

Tài liệu bao gồm: Các phương pháp giải Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh.

PHẦN A. KIẾN THỨC NỀN TẢNG

Nguyên hàm

Định nghĩa. Cho hàm số f xác định trên K với K là khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Hàm số F được gọi là nguyên hàm của hàm số f trên K nếu $F'(x)=f(x)$ với mọi x thuộc K.

Định lí 1.

- Nếu F là một nguyên hàm của f trên K thì với mọi hằng số C, hàm $G(x)=F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của f trên K.
- Đảo lại, nếu F và G là hai nguyên hàm của f trên K thì tồn tại hằng số C sao cho $G(x)=F(x)+C$.

Họ tất cả các nguyên hàm của f được kí hiệu là $\int f(x)\mathrm{d}x$. Khi đó, $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,\ C\in\mathbb{R}$

Chú ý: Mọi hàm số liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

Định lí 2. Nếu f, g là hai hàm số liên tục trên K thì

- $\int (f(x)+g(x))\,\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$
- $\int af(x)\mathrm{d}x=a\int f(x)\mathrm{d}x\ \ \forall a\neq 0$
- $\mathrm{d}F(x)=\mathrm{d}\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)=f(x)\mathrm{d}x$

Các nguyên hàm cơ bản

- $\int \mathrm{d}x=x+C$
- $\int (x+a)^{\alpha}\,\mathrm{d}x=\dfrac{(x+a)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C\ \ (a\in\mathbb{R},\alpha\neq -1)$
- $\int \dfrac{1}{x+a}\mathrm{d}x=\ln|x+a|+C\ \ (a\in\mathbb{R})$
- $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ \ (a>0,a\neq -1)$
- $\int \sin\alpha x\mathrm{d}x=-\dfrac{\cos\alpha x}{\alpha}+C\ \ (\alpha\neq 0)$
- $\int \cos\alpha x\mathrm{d}x=\dfrac{\sin\alpha x}{\alpha}+C\ \ (\alpha\neq 0)$
- $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$
- $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$

Tích phân

Định nghĩa. Cho hàm số f liên tục trên K và a, b là hai số bất kì thuộc K. Tích phân của f từ a đến b, kí hiệu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, là một số xác định bởi công thức $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|\limits_a^b=F(b)-F(a)$, trong đó F là một nguyên hàm của f trên K.

Người ta gọi hai số a, b là hai cận của tích phân, số a là cận dưới, số b là cận trên, $f(x)\mathrm{d}x$ là biểu thức dưới dấu tích phân và x là biến số lấy tích phân.

Lưu ý: $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(u)\mathrm{d}u=\int\limits_a^b f(v)\mathrm{d}v$

Định lí 1. Giả sử các hàm số f, g liên tục trên K và a, b, c là ba số bất kì thuộc K. Khi đó,

- $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$
- $\int\limits_a^b (f(x)+g(x))\,\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$
- $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$
- $\int\limits_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x \quad (k\in\mathbb{R})$
- $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x$

Định lí 2. Cho f là hàm số xác định trên K và a là một điểm cố định thuộc K. Xét hàm số $G(x)$ xác định trên K bởi công thức $G(x) = \int\limits_a^x f(t)\mathrm{d}t$. Khi đó, G là một nguyên hàm của f.

Ứng dụng hình học của tích phân.

a) Tính diện tích hình phẳng

- **Định lí 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không đổi dấu trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int\limits_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$
- **Định lí 2.** Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int\limits_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x$

b) Tính thể tích của vật thể

- **Định lí.** Cho (B) là một vật thể nằm giới hạn giữa hai mặt phẳng $x = a$ và $x = b$. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục hoành tại điểm có hoành độ x $(a \le x \le b)$. Giả sử $S(x)$ là một hàm liên tục. Khi đó, thể tích V của (B) là $V = \int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x$

c) Tính thể tích khối tròn xoay

- **Định lí.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, không âm trên đoạn $[a;b]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quay quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay. Thể tích V của khối tròn xoay bằng $V = \pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$

d) Tính độ dài đường cong (*đọc thêm*)

- **Định lí.** Cho hàm số f có đạo hàm f' liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó độ dài L của đường cong (C) có phương trình $y = f(x)$ từ $A\,(a;f(a))$ đến $B\,(b;f(b))$ là $L = \int\limits_a^b \sqrt{1+(f'(x))^2}\mathrm{d}x$

Mở rộng

Phương pháp lấy nguyên hàm từng phần.

Nếu u và v là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên K thì $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int v(x)u'(x)\mathrm{d}x$

Phương pháp đổi biến số tìm nguyên hàm, tích phân.

Cho hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên K và hàm số $y = f(u)$ liên tục sao cho hàm hợp $f(u(x))$ xác định trên K. Nếu F là một nguyên hàm của f thì $\int f(u(x))\,u'(x)\mathrm{d}x = F(u(x)) + C$

Phương pháp giải một số dạng phương trình vi phân - "Tích phân hàm ẩn".

- Sử dụng các qui tắc đạo hàm để biến đổi.
- Một số dạng thường gặp: Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1, phương trình Bernoulli...

a) Phương trình vi phân tuyến tính cấp 1: Phương trình dạng $f'(x) + P(x)f(x) = Q(x)$ được gọi là phương tình vi phân tuyến tính cấp 1.

Bước 1: Nhân cả hai vế của phương trình với nhân tử tích phân $u(x) = \mathrm{e}^{\int P(x)\mathrm{d}x}$

Bước 2: Sử dụng qui tắc đạo hàm của tích:

$$u(x)f'(x) + u(x)P(x)f(x) = u(x)Q(x) \Leftrightarrow (u(x)f(x))' = u(x)Q(x)$$

Bước 3: Lấy nguyên hàm (tích phân) hai vế, ta được:

$$u(x)f(x) = \int u(x)Q(x)\mathrm{d}x + C \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{u(x)}\left(\int u(x)Q(x)\mathrm{d}x + C\right)$$

b) Phương trình vi phân Bernoulli: Phương trình dạng $f'(x) + P(x)f(x) = f^n(x)Q(x)$ được gọi là phương trình vi phân Bernoulli.

TH1: $n = 0$. Khi đó, phương trình trở thành phương tình vi phân tuyến tính cấp 1.

TH2: $n = 1$. Khi đó, phương trình trở thành $\dfrac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} = (Q(x) - P(x))\,f(x)\ \ (*)$

Dễ thấy $f(x) = 0$ là nghiệm của $(*)$. Với $f(x) \neq 0$, ta có: $(*) \Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{d}f(x)}{f(x)} = (Q(x) - P(x))\,\mathrm{d}x$

Lấy nguyên hàm (tích phân) hai vế, ta được:

$$\ln|f(x)| = \int (Q(x) - P(x))\,\mathrm{d}x + C \Leftrightarrow f(x) = \pm \mathrm{e}^{\int (Q(x) - P(x))\mathrm{d}x + C}$$

TH3: $n \notin \{0;1\}$. Đặt $g(x) = f^{1-n}(x)$. Khi đó, phương trình có dạng

$$g'(x) + (1-n)\,P(x)g(x) = (1-n)\,Q(x)$$

là phương trình vi phân tuyến tính cấp 1.

Ứng dụng tích phân tính diện tích trong tọa độ cực.

Cho hàm số f liên tục và không âm trên đoạn $\alpha \leq \theta \leq \beta$ với $0 < \beta - \alpha \leq 2\pi$. Diện tích miền phẳng giới hạn bởi đồ thị $r = f(\theta)$ và hai tia tạo với tia Ox các góc $\theta = \alpha$ và $\theta = \beta$ là $S = \displaystyle\int_{\alpha}^{\beta} \frac{r^2}{2}\mathrm{d}\theta$

Về mặt cơ bản, toàn bộ các câu hỏi, bài tập trong đề thi, đề kiểm tra đều phải áp dụng được nội dung kiến thức "Ứng dụng tích phân tính diện tích trong tọa độ Descartes". Tuy nhiên, trong một số tình huống, việc sử dụng "tọa độ cực" sẽ giúp lời giải gọn nhẹ và nhanh hơn.

Bài tập 1. Tính

Ⓐ $\int \dfrac{4x+2}{x^2+4x-5}\mathrm{d}x$ Ⓑ $\int \dfrac{x^2-1}{x^4+x^2+1}\mathrm{d}x$ Ⓒ $\int \dfrac{4\sin x+3\cos x}{\sin x+2\cos x}\mathrm{d}x$

Ⓓ $\int x\ln\left(2+x^2\right)\mathrm{d}x$ Ⓔ $\int x^5\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ Ⓕ $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x$

Ⓖ $\int x^2\sqrt{x^2+4}\mathrm{d}x$ Ⓗ $\int\limits_{-2}^{2}\left|x^2-1\right|\mathrm{d}x$ Ⓘ $\int\limits_{0}^{4}\max\left\{2;x^2-3x+2\right\}\mathrm{d}x$

Ⓙ $\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(ax^2+bx+c\right)\mathrm{d}x$ với $x_1<x_2$ là nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$

Bài tập 2. (THPT Phú Lâm, TP HCM)

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thoả mãn các điều kiện $f'(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$, $f(-3)+f(3)=2\ln 2$ và $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$. Giá trị biểu thức $P=f(-2)+f(0)+f(4)$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 3. (THPT Lê Lai, Thanh Hoá)

Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)=\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x+2\left(1+\sin x+\cos x\right)}$ $\forall x\in(0;\pi)$. Khi đó, $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 4. (Quảng Ngãi)

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int\limits_{0}^{1}f\left(3x+1\right)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 5. (Chuyên Thái Bình, Hưng Yên)

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, không âm và thỏa $f\left(x^2+3x+1\right)=x+2$ $\forall x\geq 0$. Tính $\int\limits_{1}^{5}f(x)\mathrm{d}x$.

Bài tập 6. (Thanh Hóa)

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(x)+xf'(x)=3x+10$ $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Biết $\int\limits_{-1}^{4}\dfrac{\ln\left(2+\sqrt{f(x)}\right)}{f^2(x)-6f(x)+9}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 6+\sqrt{c}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$ với a,b,c là số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Bài tập 7. (Đà Nẵng)

Cho hàm số $f(x)=2^{x^2}$ và hàm số $g(x)=\sqrt{\log_2 x}$. Giả sử $S=\int\limits_{1}^{20}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{2^{400}}g(x)\mathrm{d}x$ được viết dưới dạng $S=a.2^b-c$ với b là số nguyên và a, c là các số nguyên tố. Tính $a+b+c$.

Bài tập 8. (Thanh Hóa)

Biết $\int\limits_1^4 \sqrt{\dfrac{1}{4x}+\dfrac{\sqrt{x}+\mathrm{e}^x}{\sqrt{x}\mathrm{e}^{2x}}}\mathrm{d}x = a+\mathrm{e}^b-\mathrm{e}^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $T=a-b-c$.

Bài tập 9. (Chuyên Vĩnh Phúc, Phú Thọ)

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=0$, $\int\limits_0^3 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x = \dfrac{7}{6}$ và $\int\limits_0^3 \dfrac{f(x)}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x = -\dfrac{7}{3}$. Tính tích phân $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

Bài tập 10. (Thanh Hóa)

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $3f^2(x) = \int\limits_0^x \left[8f^3(t)+\left(f'(t)\right)^3\right]\mathrm{d}t + x \ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 (12+f(x))\,\mathrm{d}x$

Bài tập 11. (KTNL lần 2)

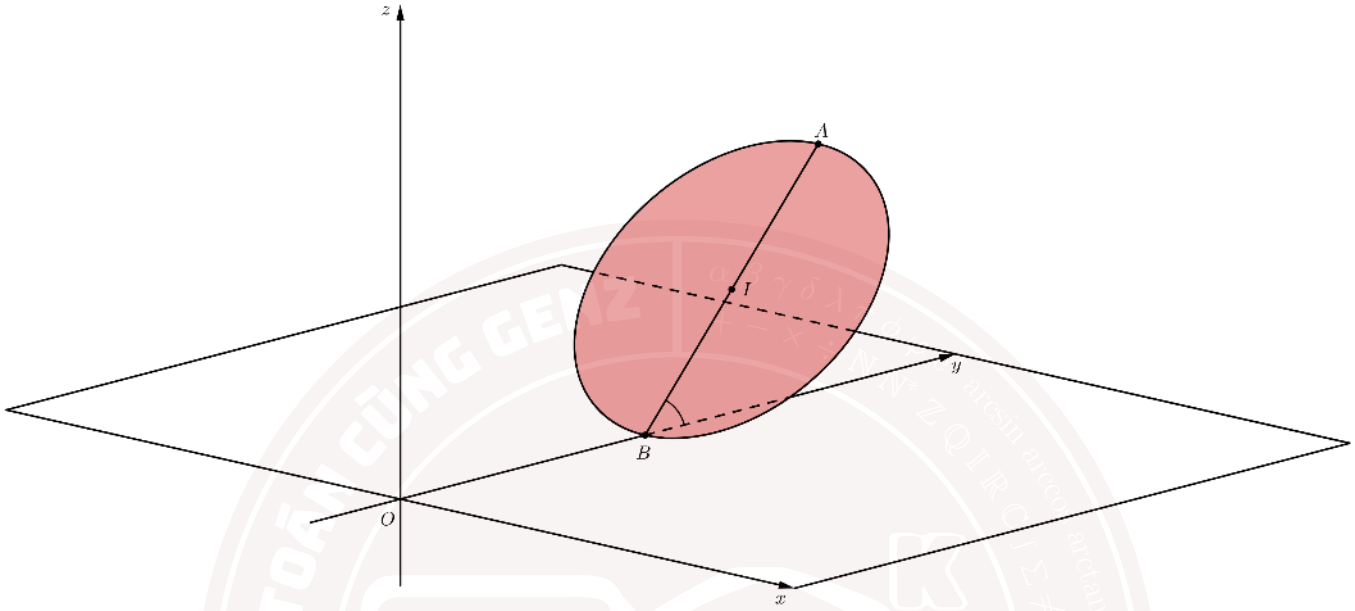
Nhân kỷ niệm 50 năm, Ngày Giải phóng Thành phố Đà Nẵng (29/03/1975 - 29/03/2025), thầy Đạt tặng cho mỗi học sinh mua sách **Bộ câu hỏi VD - VDC ôn thi THPTQG - ĐGNL** là tuyển tập VD - VDC với hơn 3000 trang và hơn 3400 câu hỏi được trích dẫn từ các đề thi thử THPTQG các trường, các sở trên cả nước một chiếc cốc thủy tinh như hình vẽ.



Chiếc cốc có hình dáng vô cùng đặc biệt lạ mắt được tạo bởi sự kết hợp hài hòa giữa hai hình học quen thuộc: phần dưới là một nửa hình cầu bán kính $R=5$ cm; phần trên là một phần hình nón có góc lớn nhất tạo bởi hai đường sinh bất kì bằng 60°, bị cắt bởi mặt phẳng tạo với trục của hình nón một góc 60° và đi qua điểm cao nhất của nửa hình cầu đối xứng với nửa cầu dưới qua mặt phẳng chứa giao tuyến của hai phần. Bề mặt cốc được phủ một lớp màu xanh dương trong trẻo, trông vừa hiện đại lại vừa thanh thoát. Phần bệ đỡ của cốc có màu đen nổi bật, giúp chiếc cốc đứng vững trên mọi mặt phẳng. Thể tích lượng nước tối đa có thể đổ vào khi nghiêng cốc tùy ý bằng bao nhiêu ml? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

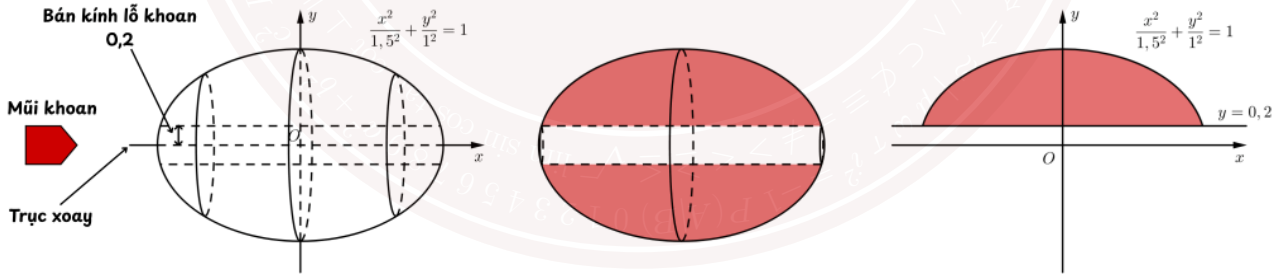
Bài tập 12. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, TP HCM)

Tính thể tích vật thể khi quay hình tròn (I), đường kính $AB = 2R = 8$ quanh trục Oz. Biết hình tròn tiếp xúc Oy tại $B\,(0;8;0)$; mặt phẳng (Oyz) chứa tâm I và vuông góc với mặt phẳng chứa hình tròn. Hình tròn nghiêng một góc 45° so với đáy (Oxy) như hình vẽ



Bài tập 13. (BGD)

Để chế tác một hạt cườm, người ta lấy một khối vật thể có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và nửa trên của elip $\dfrac{x^2}{1,5^2}+\dfrac{y^2}{1^2}=1$ (một đơn vị dài trên mỗi trục tọa độ tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế) quanh trục Ox, sau đó khoan dọc theo trục xoay như hình vẽ.



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

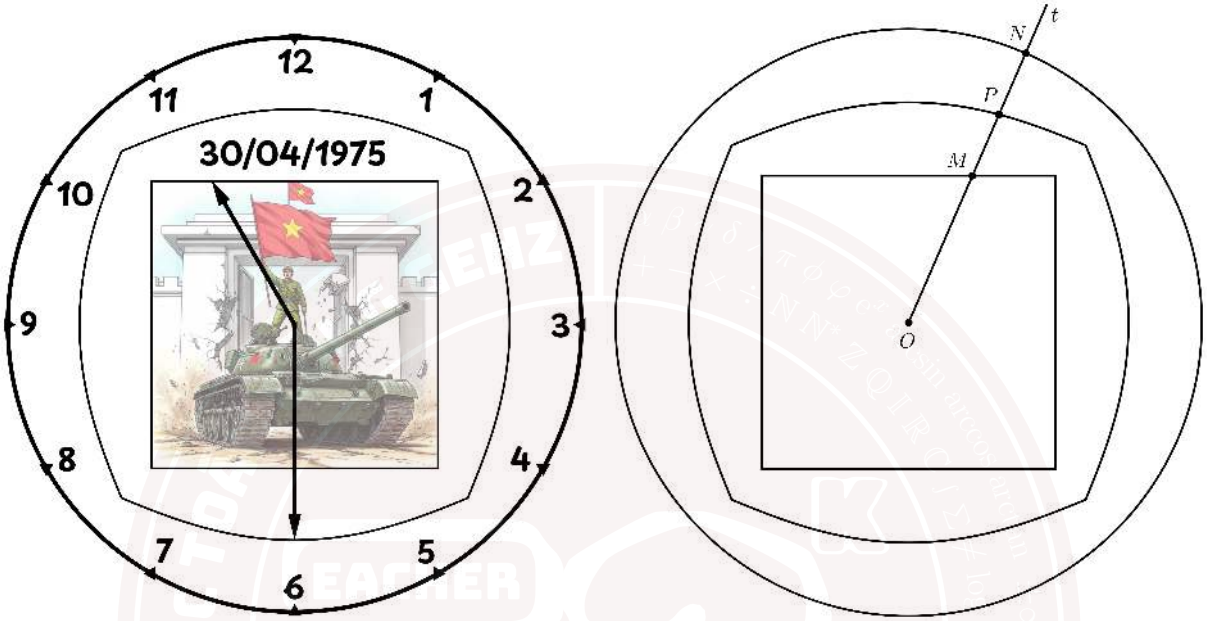
Lỗ khoan có dạng hình trụ với bán kính $0,2$ cm và có trục nằm trên trục xoay. Phần còn lại sau khi khoan là hạt cườm, có dạng một khối tròn xoay. Thể tích của hạt cườm đó bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Bài tập 14. (THPT Nguyễn Khuyến, TP HCM)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 1$ cm, $AC = 2$ cm. Đường parabol (P) đi qua hai điểm A và C sao cho đường thẳng BC là trục đối xứng của (P). Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AC, khi quay hình (H) quanh trục AC ta được khối tròn xoay có thể tích là $a\,\text{cm}^3$. Tính giá trị của biểu thức $P = 1000a$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Bài tập 15. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, TP HCM)

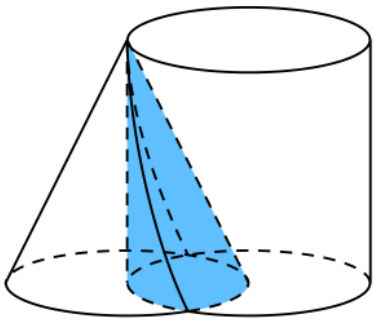
Trong một cuộc thi sáng tạo các chủ đề liên quan đến Kỷ niệm 50 năm ngày miền Nam hoàn toàn giải phóng, tại hệ thống trường Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, một em học sinh đến từ lớp 12B1 đã đạt giải đặc biệt với một thiết kế vô cùng độc đáo. Em học sinh này đã thiết kế bề mặt của một chiếc đồng hồ treo tường bằng sự kết hợp giữa lịch sử, mỹ thuật và toán học.



- Phần trong của mặt đồng hồ là hình vuông có cạnh bằng 2 dm, nơi đây lưu giữ hình ảnh của chiếc xe tăng 390 của bộ đội Việt Nam tiến vào dinh độc lập.
- Phần ngoài của mặt đồng hồ là đường tròn có bán kính bằng 2 dm.
- Đường cong trung gian có tên (L) là tập hợp tất cả điểm P sao cho nếu kẻ tia Ot bất kỳ cắt hình vuông và đường tròn lần lượt tại M, N thì P là trung điểm MN (O là tâm đường tròn). Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (L) theo đơn vị dm^2 và làm tròn đến hàng phần trăm.

Bài tập 16. (THPT Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông, TP HCM)

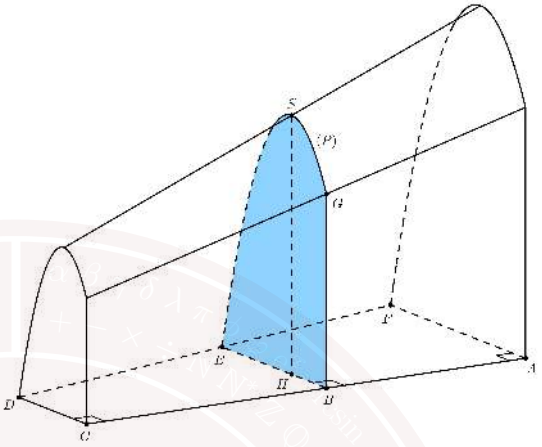
Tìm thể tích phần giao nhau của khối nón (N) và khối trụ (T) biết rằng chúng có cùng chiều cao 4 dm, hai đường tròn đáy đồng phẳng và có bán kính cùng bằng 2 dm, đồng thời trục của hình nón là một đường sinh của hình trụ như hình vẽ (làm tròn đến hàng phần trăm)



Bài tập 17. (THPT Lê Thánh Tông, TP HCM)

Một đường hầm hiện đại được thiết kế với mặt đáy là hình thang $ACDF$ vuông tại A và C ($AF \parallel CD$). Xét một thiết diện bất kì của đường hầm vuông góc với AC là một hình phẳng giới hạn bởi đường cong (P), đoạn BE và đoạn BG (G thuộc (P)) như hình vẽ.





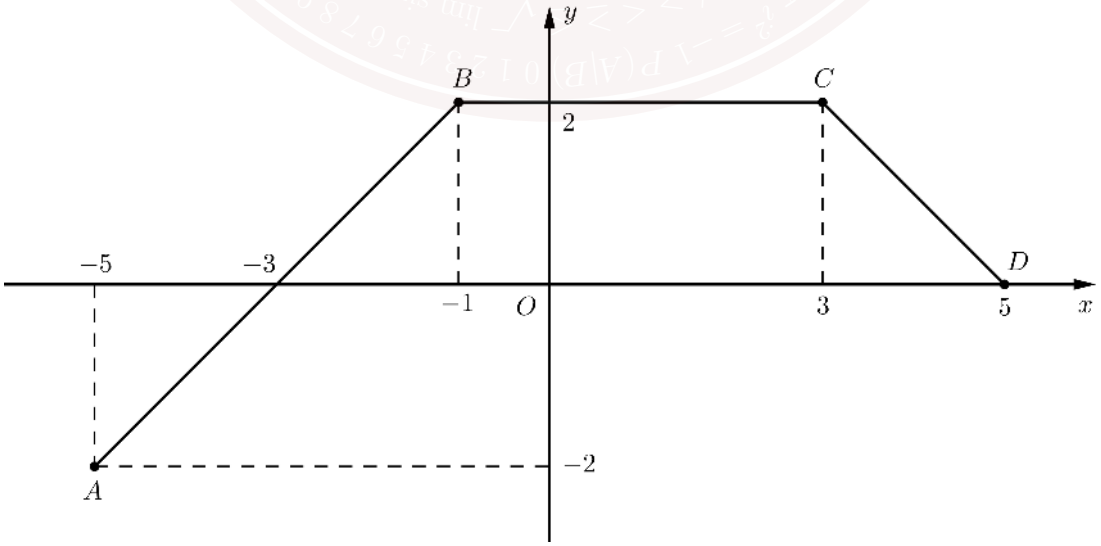
Giả sử (P) là một nhánh của parabol có đỉnh S và hình chiếu của S trên mặt nền là H, E là chân của parabol (E thuộc (P) và mặt đáy) thì $SH = 2EH$. Một mặt bên đường hầm có dạng mặt phẳng vuông góc với mặt đáy chứa đường thẳng AC. Nếu B là hình chiếu vuông góc của G xuống mặt phẳng đáy thì $BE = BG$ và B thuộc đoạn AC. Biết $AC = 20$ mét, $AF = 2CD = 10$ mét. Thể tích đường hầm trên bằng bao nhiêu m^3? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài tập 18. (Liên trường THPT, Đà Nẵng)

Cho hàm số $f(x) = x^2 + \int\limits_0^2 (x+u)\, f(u)\mathrm{d}u$ có đồ thị (C). Khi đó, hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x = 5$ có diện tích S bằng bao nhiêu?

Bài tập 19. (THPT Ngô Sỹ Liên, Bắc Ninh)

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-5;5]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính tích phân $\int\limits_{-5}^{5} f(x)\mathrm{d}x$.

Bài tập 20. (BGD)

Xét hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},\, a>0)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 (với $x_1<x_2$) thoả mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$. Biết $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$, giá trị của $\displaystyle\int_{0}^{x_2}(x+2)\,f''(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

(*Luyện tập thêm những dạng bài hay hơn khác của các trường, các sở trên cả nước ở phần sau*)

PHẦN B. CÂU HỎI

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $2f(x)+xf\left(\dfrac{1}{x}\right)=x\ \ \forall x>0$. Tính $\displaystyle\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$. Biết $f(0)=1$ và $f(x)f(2-x)=\mathrm{e}^{2x^2-4x}\ \ \forall x\in[0;2]$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int\limits_{0}^{2}\dfrac{\left(x^3-3x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x)-f(x)=\mathrm{e}^x$ và $f(0)=1$. Tính $f(1)$.

A $f(1)=\mathrm{e}$. **B** $f(1)=2\mathrm{e}$. **C** $f(1)=\mathrm{e}+1$. **D** $f(1)=\mathrm{e}-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=\mathrm{e}$, $f(x)=f'(x)\sqrt{3x+1}\ \ \forall x>0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $3<f(5)<4$. **B** $11<f(5)<12$. **C** $10<f(5)<11$. **D** $4<f(5)<5$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $2f(x)+xf'(x)=3x+10\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Biết $\displaystyle\int\limits_{-1}^{4}\dfrac{\ln\left(2+\sqrt{f(x)}\right)}{f^2(x)-6f(x)+9}\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 6+\sqrt{c}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$ với a,b,c là số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ bằng

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn $f'(x)=(2x+1)f^2(x)\ \ \forall x>0$, $f(x)\neq 0\ \ \forall x>0$ và $f(1)=-\dfrac{1}{2}$. Tính tổng $f(1)+f(2)+...+f(2022)$

A $\dfrac{2022}{2023}$. **B** $\dfrac{2021}{2022}$. **C** $-\dfrac{2021}{2022}$. **D** $-\dfrac{2022}{2023}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x)+f(x)=3x^2\sqrt{x}\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=\dfrac{1}{2}$, tính $f(4)$.

A 16. **B** 4. **C** 24. **D** 14.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\left(x^2+1\right)^2f'(x)=f^2(x)\left(x^2-1\right)\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Tính giá trị $f(3)$.

A $\dfrac{10}{3}$. **B** $\dfrac{8}{3}$. **C** 4. **D** 5.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và đạo hàm $f'(x)=\dfrac{2x+1}{x^4+2x^3+x^2}$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(1)+f(2)+...+f(2022)$.

A $-\dfrac{2021}{2022}$. **B** $-\dfrac{2022}{2023}$. **C** $\dfrac{2022}{2023}$. **D** $\dfrac{1}{2022.2023}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$ $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(x)>-1$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng $f(0)=0$, khi đó $f(2)$ có giá trị bằng:

A 0. **B** 4. **C** 8. **D** 6.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm xác định trên $[0;+\infty)$, thỏa mãn điều kiện $f(1)=\mathrm{e}+1$ và $x\left[f'(x)+x\right]=(x+1)f(x)$ $\forall x\in[0;+\infty)$. Biết rằng $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ trong đó a,b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $2a+b$ tương ứng bằng

A 5. **B** 8. **C** 4. **D** 7.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^x+m & ,x\geq 0\\ x^2\left(x^3+1\right)^3 & ,x<0\end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x=a\mathrm{e}-\frac{b}{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{N}^*$; $\dfrac{b}{c}$ tối giản ($\mathrm{e}=2,718281828...$). Biểu thức $a+b+c+m$ có giá trị bằng

A -11. **B** 35. **C** 13. **D** 36.

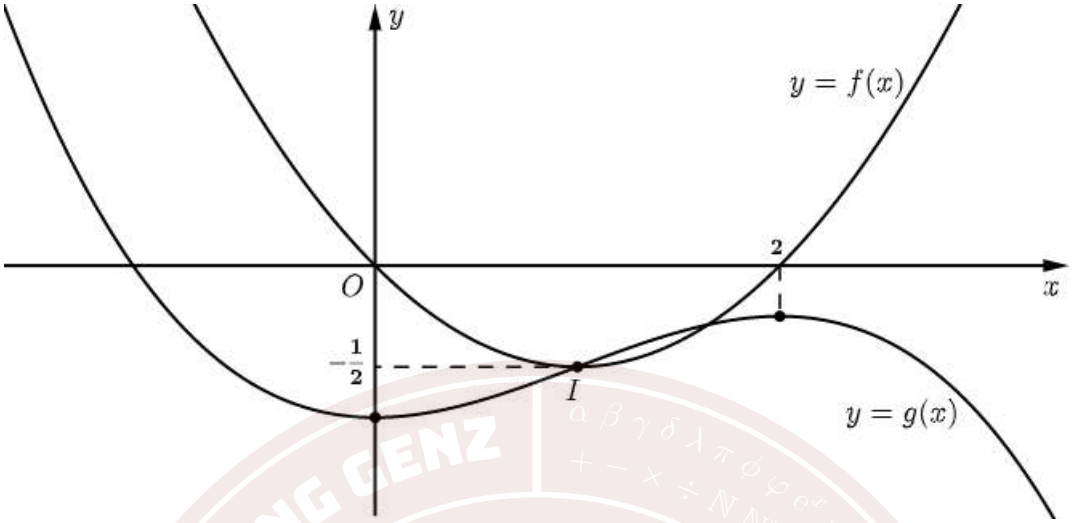
Câu 13. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 3 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A $\dfrac{32}{3}$. **B** $\dfrac{64}{9}$. **C** $\dfrac{125}{12}$. **D** $\dfrac{131}{12}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2\ln(x+1) & \text{khi } x\geq 0\\ 2x\sqrt{x^2+3}+1 & \text{khi } x<0\end{cases}$. Biết $\displaystyle\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{\mathrm{e}}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=a\sqrt{3}+b\ln 2+c$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Giá trị của $a+b+6c$ bằng

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=x^2+12\displaystyle\int_0^1 x^2 f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$. Giá trị của $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 16. Cho đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như hình vẽ.



Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là một parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\dfrac{1}{2}$ và $y=g(x)$ là một hàm số bậc ba. Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1x_2x_3=-6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\min\limits_{\mathbb{R}} f''(x)=f''\left(\dfrac{1}{4}\right)$ và hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2+1}$. Biết đồ thị hàm số $y=g(x)$ có ba điểm cực trị là $A(m;g(m))$, $B(0;g(0))$, $C(1;g(1))$. Gọi $y=h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A,C và $D(2;b+5)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=\left(x^2+1\right)(h(x)+x-1)$ bằng

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)-(2x+3)f^2(x)=0\ \forall x>0$ và $f(1)=-\dfrac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức $T=f(1)+f(2)+...+f(2022)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0;1)$. **B** $(-2;-1)$. **C** $(-3;-2)$. **D** $(-1;0)$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$, thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x\mathrm{d}x=2$ và $f(0)=1$.

Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 5. **C** -3. **D** 2.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{-2;0\}$, thỏa mãn các điều kiện $f(1)=-6\ln 3$ và $x(x+2)f'(x)+2f(x)=x^2+2x\ \forall x\in\mathbb{R}\backslash\{-2;0\}$. Biết $f(3)=a+b\ln 5$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Giá trị $a-b$ bằng

A 20. **B** 10. **C** $\dfrac{10}{3}$. **D** $\dfrac{20}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ và $f'(x)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\frac{2}{3}$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A $\frac{1}{3}$. **B** $-\frac{2}{3}$. **C** 1. **D** 0.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$, thỏa mãn các điều kiện $f(2)=\frac{1}{2}$, $f(x)\neq 0$ và $x\left[f'(x)-2f^2(x)\right]=f(x)\left[1-3x^2f(x)\right]\ \forall x\in\mathbb{R}\backslash\{0;1\}$. Giá trị của biểu thức $P=f(2)+f(3)+...+f(2021)$ bằng

A $\frac{2021}{2022}$. **B** $\frac{2020}{2021}$. **C** $\frac{2019}{2020}$. **D** $\frac{2021}{2020}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (a\neq 0)$ và $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$. Đồ thị các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1 và 1. Biết $f(0)=g(0)$, tính $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}}\frac{f'(x)-g'(x)}{f(x)-g(x)}\mathrm{d}x$.

A $\ln\frac{37}{62}$. **B** $\ln\frac{49}{87}$. **C** $\ln\frac{23}{51}$. **D** $\ln\frac{63}{95}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-4$ và $g(x)=dx^2+ex+2\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1; 2. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

A $\frac{316}{15}$. **B** $\frac{191}{9}$. **C** $\frac{253}{12}$. **D** $\frac{97}{6}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=x+3$. Tính $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$.

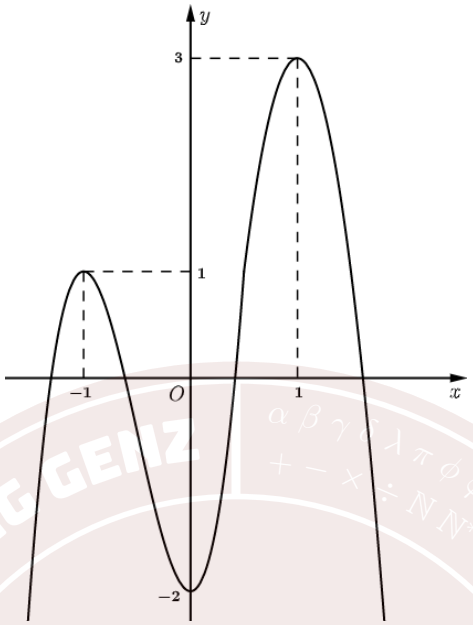
A 192. **B** $\frac{4}{57}$. **C** $\frac{57}{4}$. **D** 196.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x)=\left[f'(x)\right]^2-2f''(x)f(x)+\left[f'''(x)\right]^2$ có ba điểm cực trị $x_1<x_2<x_3$ và $g(x_1)=2$, $g(x_2)=5$, $g(x_3)=3$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)+1}$ và trục Ox bằng

Câu 27. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(2-x)=xe^{x^2}\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$

A $I=e^4-1$. **B** $I=e^4-2$. **C** $I=\frac{e^4-1}{4}$. **D** $I=\frac{2e-1}{2}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tích phân $\int\limits_0^1 \left|f'(2x-1)\right|\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x)>0\ \forall x\in(1;3)$. Biết rằng $f(2)=\mathrm{e}^{\frac{4}{3}}$ và $\mathrm{e}^{2x}f^3(x)+1=-3\mathrm{e}^x f'(x)\sqrt{f(x)}\ \forall x\in(1;3)$, khi đó giá trị của $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ bằng

Câu 30. Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c\ (b,c\in\mathbb{R})$ có điểm cực trị là $A(1;0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0;1)$. **B** $(2;3)$. **C** $(3;4)$. **D** $(1;2)$.

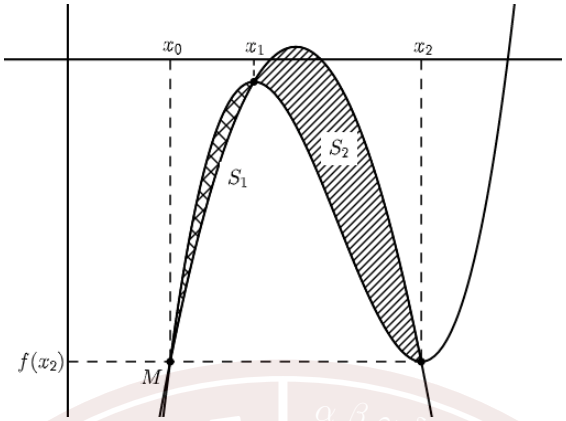
Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A -25. **B** $\dfrac{123}{5}$. **C** 23. **D** 15.

Câu 32. Biết rằng luôn tồn tại duy nhất bộ số $a,b,c\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản sao cho $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 8}\dfrac{\mathrm{e}^x+2}{\sqrt{1+\mathrm{e}^x}}\mathrm{d}x=a+2\ln\dfrac{b}{c}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ thuộc khoảng

A $(11;15)$. **B** $(1;5)$. **C** $(16;20)$. **D** $(6;10)$.

Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)-3f(x_2)=0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0;f(x_0))$ trong đó $x_0=x_1-1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ với S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x)$, $g(x)$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ đồng thời thỏa mãn $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f^2(x)\mathrm{d}x=3\pi$, $\displaystyle\int_0^{\pi}(\sin x-x)\,f'\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=-2\pi$ và $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=4$. Giá trị của $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\sin x\mathrm{d}x$ bằng

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f(0)=-1$ và $f'(x)+f(x)=x\mathrm{e}^{-2x}\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $f(1)$

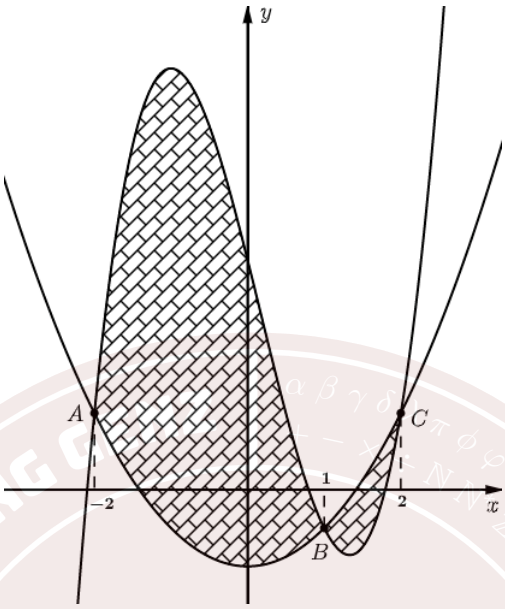
A $2\mathrm{e}^{-2}$. **B** $-2\mathrm{e}^{-1}$. **C** $-2\mathrm{e}^{-2}$. **D** $-2\mathrm{e}^{2}$.

Câu 36. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1,k_2 $(k_1>k_2)$ là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính k_1-k_2.

A $\dfrac{25}{4}$. **B** 7. **C** $\dfrac{27}{4}$. **D** $\dfrac{13}{2}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{2}{3}f'(x)+\dfrac{1}{6}f''(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1$, $x=\dfrac{1}{3}$. Với mỗi t là hằng số tùy ý thuộc đoạn $[0;1]$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=0$, $y=f(t)$, $y=f(x)$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=f(t)$, $y=1$. Biểu thức $P=8S_1+4S_2$ có thể nhận được bao nhiêu giá trị là số nguyên?

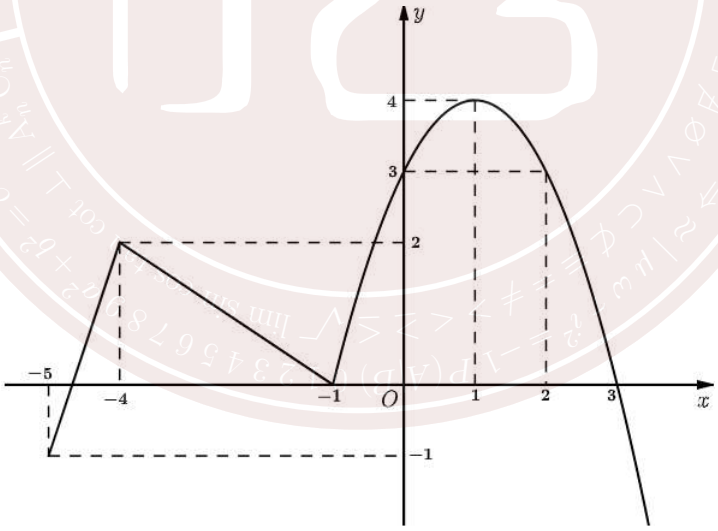
Câu 38. Cho $f(x)=ax^3-\dfrac{1}{2}x^2+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $AB=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\dfrac{71}{12}$. **B** $\dfrac{71}{6}$. **C** $\dfrac{93}{9}$. **D** $\dfrac{45}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $[-5;3]$ như hình vẽ.



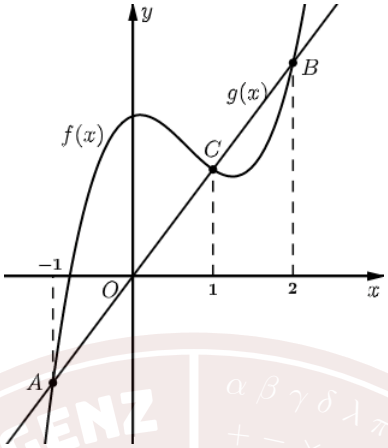
Biết $f(2)=\dfrac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5)+f(1)$ bằng

A $-\dfrac{20}{3}$. **B** -3. **C** $-\dfrac{22}{3}$. **D** $\dfrac{25}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(2x)-xf\left(x^2\right)=5x-2x^3-1\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^2 xf'(x)\mathrm{d}x$.

A $I=5$. **B** $I=2$. **C** $I=-1$. **D** $I=3$.

Câu 41. Cho đồ thị hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+\dfrac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ như hình vẽ.

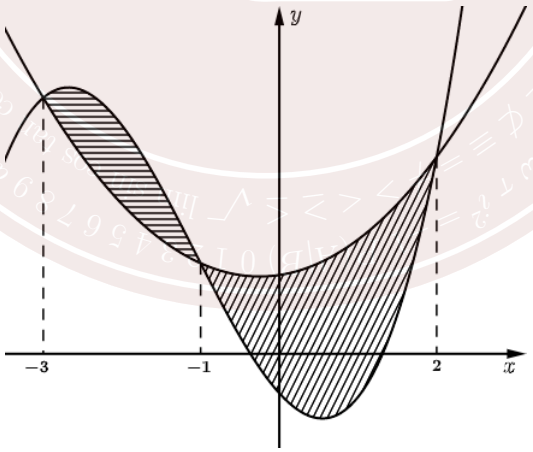


Biết $AB=5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=-1$, $x=0$ bằng

A $\dfrac{7}{11}$. **B** $\dfrac{19}{12}$. **C** $\dfrac{17}{11}$. **D** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 42. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=x^3+2x^2-2mx-1$ (m là tham số) và $y=x^3+x^2+3$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng -3; -1; 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\dfrac{125}{48}$. **B** $\dfrac{63}{16}$. **C** $\dfrac{253}{48}$. **D** $\dfrac{253}{24}$.

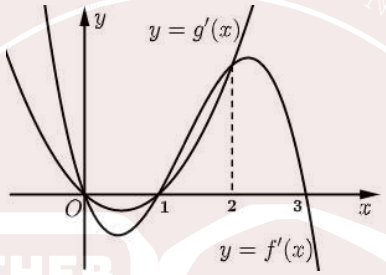
Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=2f(3x)$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng F là một nguyên hàm của f và thỏa $F(3)=6$. Giá trị của $3F(1)+2F(9)$ bằng

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\left(1+x^2\right)f'(x)-1=3x^4+4x^2\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $21f\left(x^2\right)$ và $F(0)=10$, tính $F(2)$.

A $F(2)=566$. **B** $F(2)=\dfrac{566}{21}$. **C** $F(2)=366$. **D** $F(2)=52$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $f(0)=\sqrt{2}$ và $2f(x)f'(x)=1+(2x+1)\,\mathrm{e}^{-f^2(x)+x^2+2x+2}\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ quay quanh trục Ox.

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$ có đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ như hình vẽ.



Biết $f(1)=g(1)-2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ bằng 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\dfrac{32}{15}$. **B** $\dfrac{16}{3}$. **C** $\dfrac{16}{25}$. **D** $\dfrac{16}{15}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;-2\}$, thỏa mãn các điều kiện $f(-3)=0$ và $\left(x^2+3x+2\right)f'(x)+f(x)=x^2+x-2\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;-2\}$. Khi đó giá trị của $f(0)$ là

A $-3\ln 2$. **B** $6-3\ln 2$. **C** $6-6\ln 2$. **D** $3-6\ln 2$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là 1; 16 và 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

A 4. **B** 12. **C** 6. **D** 10.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=x^2+\displaystyle\int_0^1 t.f(t)\mathrm{d}t\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $f\left(\sqrt{2022}\right)$.

A $\dfrac{4045}{2}$. **B** 2022. **C** $\dfrac{2021}{2}$. **D** 2023.

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có 3 cực trị, thỏa mãn điều kiện $2f(x)+f(1-x)=-3x^4+4x^3-2\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua 3 điểm cực trị của $y=f(x)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

Câu 52. Cho $\int\limits_1^2 \dfrac{\ln(1+2x)}{1+2x+x^2}\mathrm{d}x = \dfrac{a}{3}\ln 5 + \dfrac{b}{2}\ln 3 + c\ln 2$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A 2. **B** 3. **C** -1. **D** 0.

Câu 53. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $f(2)=30$ và $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 8$. Tính $\int\limits_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A 12. **B** 9. **C** 15. **D** 13.

Câu 54. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x+\cos x}{(2021\sin x+2022\cos x)^3}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2.2021.2022}\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ với $a<b$ và $a,b\in\mathbb{N}^*$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P=3a-2b$ bằng

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)-f(x)=(x+1)\mathrm{e}^{3x}\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=\dfrac{5}{4}$, giá trị $f(1)$ bằng

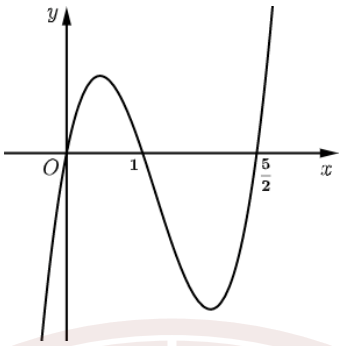
A $\dfrac{5}{4}\mathrm{e}^3+\mathrm{e}$. **B** $\dfrac{3}{4}\mathrm{e}^3+\mathrm{e}$. **C** $\dfrac{3}{4}\mathrm{e}^3-\mathrm{e}$. **D** $\dfrac{5}{4}\mathrm{e}^3-\mathrm{e}$.

Câu 56. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\ln(x+a)$, $\forall x>-a$, a là số thực dương và $f(0)=a\ln a$. Biết $\int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x=0$, khi đó giá trị a bằng

Câu 57. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c$ $(b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y=g(x)$ tiếp xúc với (C) tại điểm $x_0=1$. Biết d và (C) còn có hai điểm chung khác có hoành độ là x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ và $\int\limits_{x_1}^{x_2}\dfrac{g(x)-f(x)}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=\dfrac{4}{3}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng d.

Câu 58. Cho hàm số $f(x)=3x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2; -1 và 1. Gọi $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$ $(m,n,p,q\in\mathbb{R})$ là hàm số đạt cực trị tại điểm -2 và có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

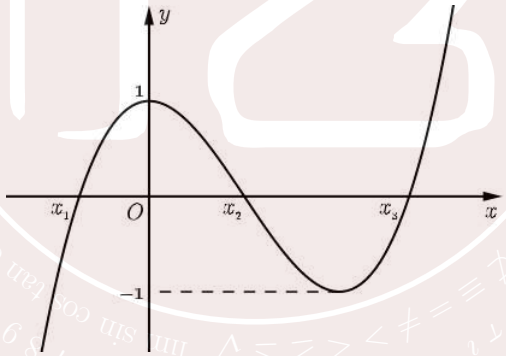
Câu 59. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+d$ và $g(x)=kx+d$ $(a,b,c,d,k\in\mathbb{R})$ có đồ thị $h(x)=f'(x)+g'(x)$ như hình vẽ.



Biết $h(2)=-2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 60. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c$ $(b,c\in\mathbb{R})$ có 3 điểm cực trị x_1,x_2,x_3. Đồ thị hàm số $g(x)=mx^2+nx+p$ $(m,n,p\in\mathbb{R})$ đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\dfrac{4}{15}$. Tính $T=b+c-(m+n+p)$

Câu 61. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



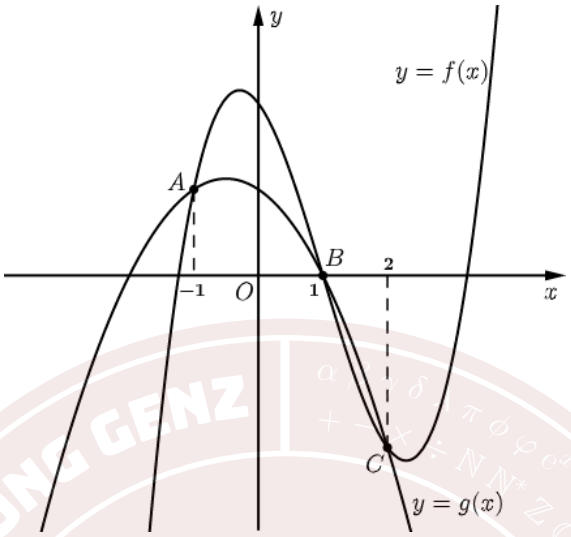
Biết đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ x_1,x_2,x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x_3-x_1=2\sqrt{3}$. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox là S, diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)+2$, $y=-f(x)-2$, $x=x_1$ và $x=x_3$ bằng

Câu 62. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $f(1)=1$ và

$$\int_0^1\left[f(x)+f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=2\int_0^1\left[x^2-2+f'(x)\right]f(x)\mathrm{d}x+\frac{37}{15}$$

Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left[f(x)+\sin x-x^2\right]\mathrm{d}x$.

Câu 63. Cho hàm số $f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$ và $g(x)=mx^2+nx+p$ có đồ thị cắt nhau tại ba điểm A,B,C như hình vẽ.



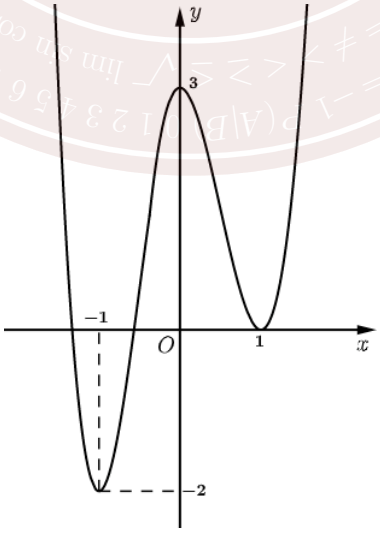
Biết đồ thị $y=g(x)$ có trục đối xứng $x=-\dfrac{1}{2}$ và diện tích tam giác ABC bằng 2. Tính $\displaystyle\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A $-\dfrac{5}{2}$. **B** -4. **C** $-\dfrac{4}{3}$. **D** $\dfrac{28}{3}$.

Câu 64. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ và $f(x)\neq 0\ \forall x>0$. Biết rằng $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)=(2x+1)f^2(x)\ \forall x>0$. Đặt $m=\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} xf(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A $m=\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **B** $m=\ln\dfrac{2}{\mathrm{e}-1}$. **C** $m=\ln\dfrac{\mathrm{e}-1}{2}$. **D** $m=\ln\dfrac{2}{\mathrm{e}+1}$.

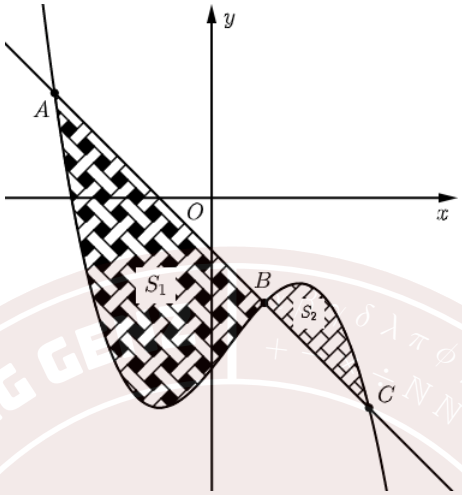
Câu 65. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tích phân $I=\displaystyle\int_1^2 \left|f'(2x-3)\right|\mathrm{d}x$ bằng

A 5. **B** 4. **C** 8. **D** 2.

Câu 66. Cho hàm số $f(x)=-x^3+bx^2+cx+d$ $(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Gọi $g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng cắt đồ thị (C) tại ba điểm A,B,C sao cho $BA=2BC$. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ. Biết $S_1=\dfrac{8}{3}$, tính S_2.



A $S_2=\dfrac{7}{12}$. **B** $S_2=\dfrac{2}{3}$. **C** $S_2=\dfrac{5}{12}$. **D** $S_2=\dfrac{1}{4}$.

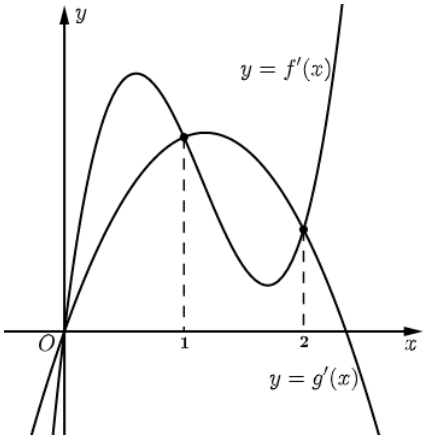
Câu 67. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa $f'(x)-3f(x)=\left(2x^2+1\right)\mathrm{e}^{x^2+3x-1}$ $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(2)=2\mathrm{e}^9$. Biết $f(1)=a.\mathrm{e}^b$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A $a+2b=7$. **B** $a-b=-3$. **C** $a+b=5$. **D** $a-2b=-4$.

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f(x)=f'(x)-2\cos x$. Biết $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$, tính giá trị $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

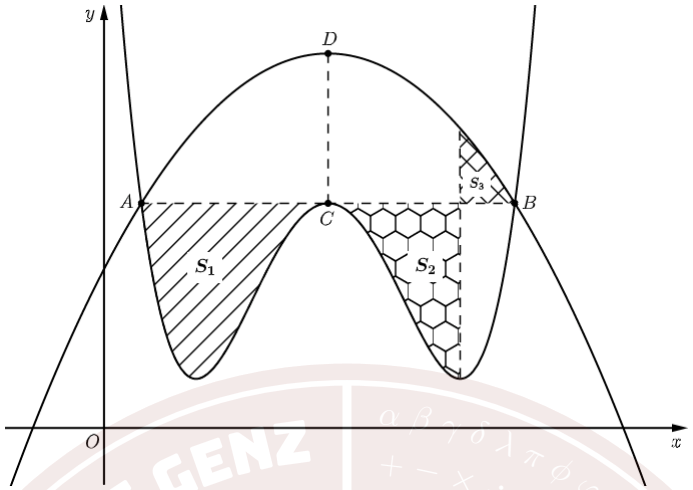
A $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C** $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$. **D** 0.

Câu 69. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$, biết rằng hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a,q\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ bằng 10 và $f(3)-g(3)-45=0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\dfrac{u}{v}$ với $\dfrac{u}{v}$ là phân số tối giản. Tính $P=uv$.



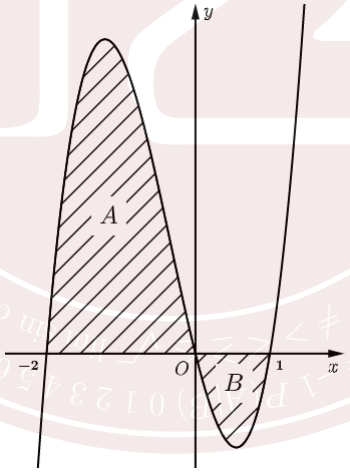
A $P=45$. **B** $P=48$. **C** $P=24$. **D** $P=36$.

Câu 70. Cho đồ thị hàm số bậc bốn $y=f(x)$ và parabol $y=g(x)$ như hình vẽ.



Biết A, B là hai giao điểm và C, D lần lượt là các điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ thỏa mãn $AB=5$, $CD=2$. Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ và $S_1=\dfrac{25}{8}$. Giá trị $\dfrac{S_2}{\frac{10}{3}-S_3}$ bằng

Câu 71. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt là $\dfrac{16}{3}$; $\dfrac{5}{6}$.



Giá trị của $I=\displaystyle\int_{-1}^{0} f(3x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{3}{2}$. **B** $\dfrac{9}{2}$. **C** $\dfrac{37}{6}$. **D** $\dfrac{37}{2}$.

Câu 72. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[0;3]$ thỏa mãn $f(3)=0$, $\displaystyle\int_0^3 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{7}{6}$ và $\displaystyle\int_0^3 \dfrac{f(x)}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=-\dfrac{7}{3}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 73. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(1)=f(0)$, $f'(0)=2022$. Tính tích phân $S=\int\limits_0^1 (1-x)\,f''(x)\mathrm{d}x$.

A $S=-2022$. **B** $S=1$. **C** $S=-1$. **D** $S=2022$.

Câu 74. Cho hàm số lẻ $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó, $\int\limits_{-2022}^{2022} xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A -2022. **B** 0. **C** 2022. **D** 4044.

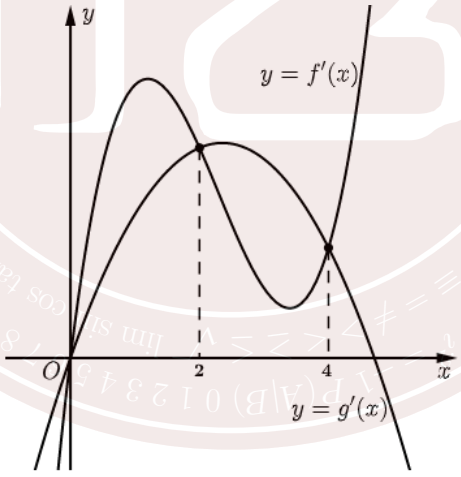
Câu 75. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$\sin x f(\cos x)+\cos x f(\sin x)=\sin 2x-\frac{1}{3}\sin^3 2x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$$

Khi đó, $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{1}{6}$. **B** 1. **C** $\frac{7}{18}$. **D** $\frac{1}{3}$.

Câu 76. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và $g(x)=qx^3+px^2+rx+t$ có đồ thị $f'(x)$, $g'(x)$ như hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 24 và $f(4)=g(4)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\frac{256}{15}$. **B** $\frac{512}{15}$. **C** $\frac{128}{5}$. **D** $\frac{512}{5}$.

Câu 77. Cho f,g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn các điều kiện $\int\limits_1^3 [f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_1^3 [2f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_1^3 [f(x)+2g(x)-2x+1]\,\mathrm{d}x$.

A 2. **B** 8. **C** 18. **D** 6.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn

$$\begin{cases} x^3 f'(x) + 2x^2 f(x) = 1 \ \ \forall x \in (0;+\infty) \\ f(1) = 0 \end{cases}$$

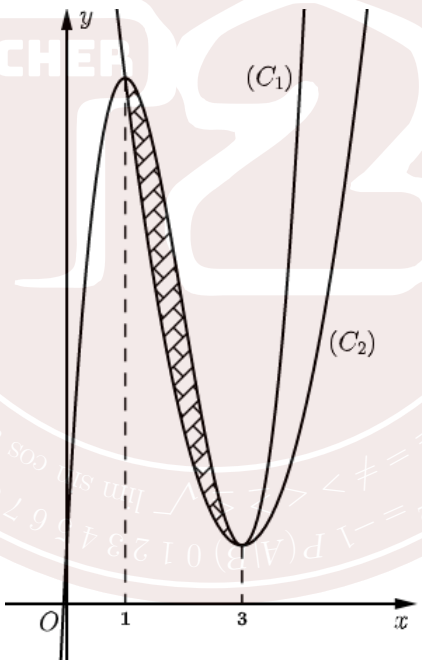
Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^3 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$.

A $-\frac{2}{9} - \frac{\ln 3}{18}$. **B** $\frac{2}{9} + \frac{\ln 3}{18}$. **C** $-\frac{2}{9} + \frac{\ln 3}{18}$. **D** $\frac{2}{9} - \frac{\ln 3}{18}$.

Câu 79. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & , \text{ khi } x \le 0 \\ x^2+4x-2, & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tích phân $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{\log_2 x}{x \log_{e^2} 2} f\left(\log_2 x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $I = -\frac{9}{2}$. **B** $I = \frac{9}{2}$. **C** $I = -\frac{7}{6}$. **D** $I = \frac{7}{6}$.

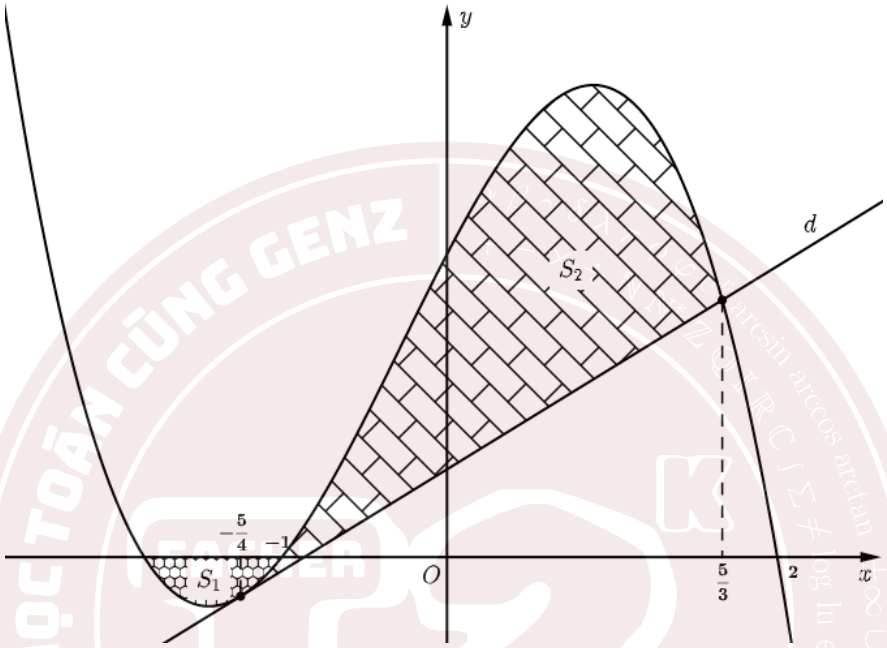
Câu 80. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = ax^2 + bx + e$ $(a, b, c, d, e \in \mathbb{R},\ a \neq 0)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong (C_1), (C_2) như hình vẽ.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1), (C_2) bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f(2) - g(-1)$.

Câu 81. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng các tiếp tuyến với đồ thị $y = f(x)$ tại các điểm có hoành độ $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$ lần lượt tạo với chiều dương của trục Ox các góc $30°$, $45°$, $60°$. Giá trị tích phân $I = 2\displaystyle\int_{-1}^{0} f'(x)f''(x)\mathrm{d}x + 4\int_0^1 \left[f'(x)\right]^3 . f''(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 82. Cho hàm số bậc ba $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt trong đó 2 điểm có hoành độ lần lượt là $x=-1$, $x=2$. Đường thẳng d tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x=-\dfrac{5}{4}$ cắt đồ thị tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{5}{3}$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi phần đồ thị (C) bên dưới trục hoành với trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và tiếp tuyến d.



Biết rằng tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{u}{v}$ với $\dfrac{u}{v}$ là phân số tối giản. Khi đó, $19u-v$ bằng

Câu 83. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(\cot x)=\cos^2 x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{4-\pi}{4}$. **B** 1. **C** $\dfrac{4+\pi}{4}$. **D** $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 84. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(1)=\mathrm{e}$ và

$$f'(x)+\frac{f(x)}{2x}=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)\mathrm{e}^x\ \ \forall x\in(0;+\infty)$$

Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 f^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{3\mathrm{e}^4-\mathrm{e}^2}{4}$. **B** $\dfrac{\mathrm{e}^4-3\mathrm{e}^2}{4}$. **C** $\dfrac{\mathrm{e}^4+3\mathrm{e}^2}{4}$. **D** $\dfrac{3\mathrm{e}^4+\mathrm{e}^2}{4}$.

Câu 85. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $(x+2)f(x)=xf'(x)-x^3\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=\mathrm{e}$. Tính $f(2)$.

A $4\mathrm{e}^2+4\mathrm{e}-4$. **B** $2\mathrm{e}^3-2\mathrm{e}+2$. **C** $4\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}+1$. **D** $4\mathrm{e}^2-4\mathrm{e}+4$.

Câu 86. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)=\dfrac{1}{4}(2x-1)\mathrm{e}^{2x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)-f(x)$ và $f(0)=-1$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x).\mathrm{e}^{-2x}$ là

A $\displaystyle\int f(x).\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x=x.\mathrm{e}^{x}+\frac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+C.$ **B** $\displaystyle\int f(x).\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x=x^2-x+C.$

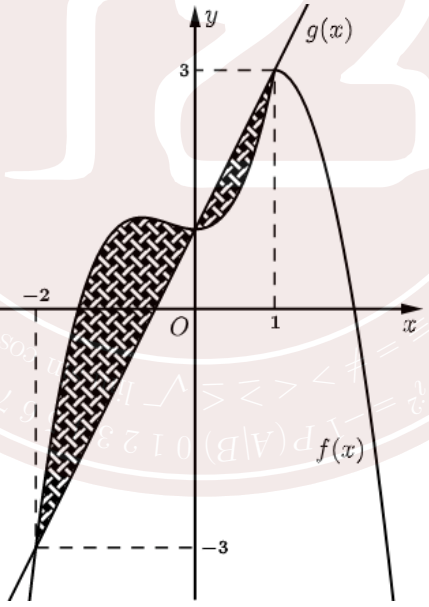
C $\displaystyle\int f(x).\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x=x.\mathrm{e}^{x}-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+C.$ **D** $\displaystyle\int f(x).\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}-x+C.$

Câu 87. Biết rằng $x\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $2f'(x)\cos x$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{3\pi}{4}$, giá trị của $F(\pi)$ bằng

A $\dfrac{5\pi}{2}$. **B** $-\dfrac{3\pi}{2}$. **C** $\dfrac{3\pi}{2}$. **D** $-\dfrac{5\pi}{2}$.

Câu 88. Biết hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+3x+1$ $(a,b\in\mathbb{R}$ và $a\neq 0)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=4$ và $f(x_1)+f(x_2)=\dfrac{10}{3}$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $d:g(x)=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



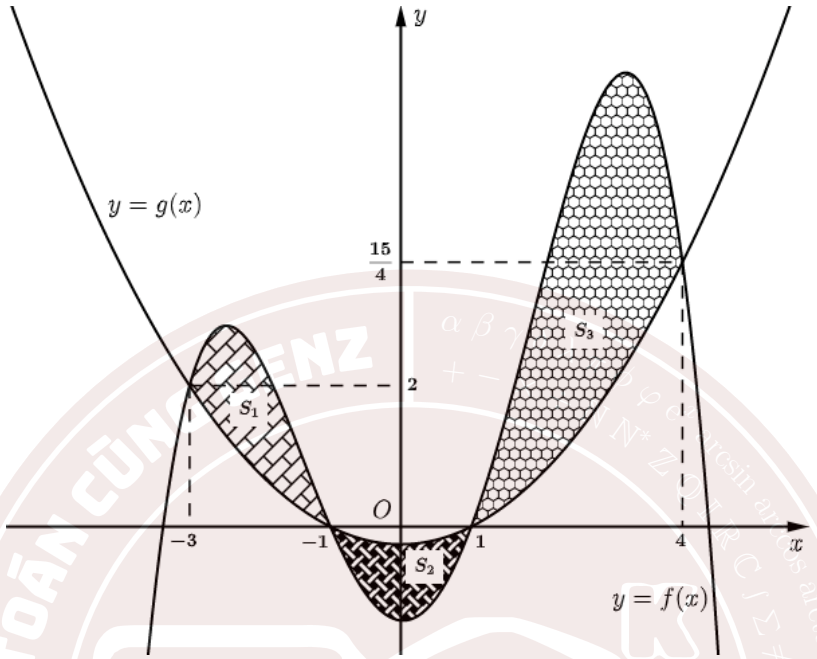
Biết diện tích miền tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{19}{12}$. Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{0} xf'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{5}{3}$. **B** $-\dfrac{607}{348}$. **C** $-\dfrac{5}{6}$. **D** $-\dfrac{20}{3}$.

Câu 90. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;+\infty)$, $f(1)=2$ và $\left(\dfrac{f^2(x)}{x^2}\right)'=1\ \ \forall x\in[1;+\infty)$. Tính $f(2)$.

A $2\sqrt{5}$. **B** $2\sqrt{3}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $2\sqrt{6}$.

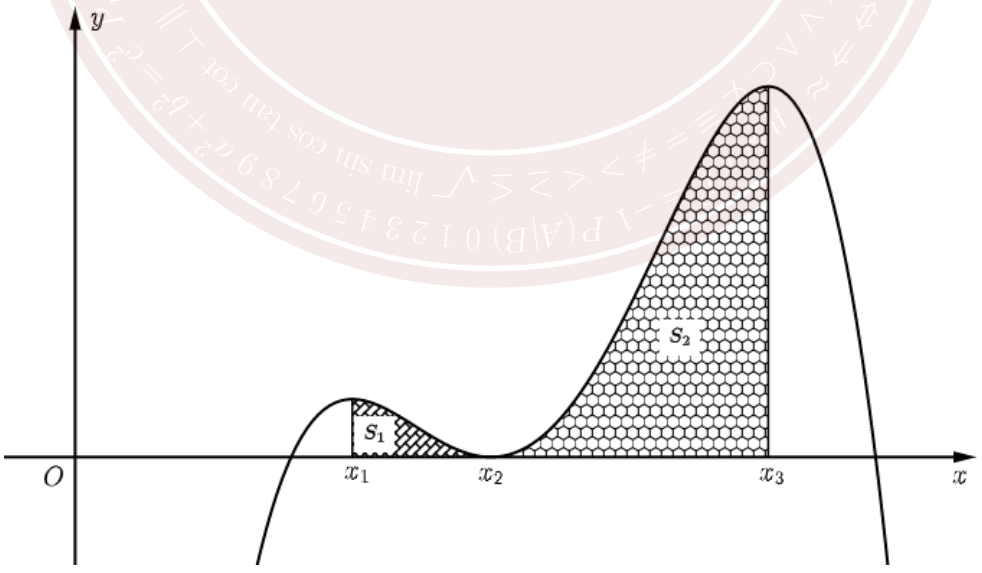
Câu 91. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;4]$. Biết rằng diện tích S_1, S_2, S_3 của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Parabol $(P):g(x)=ax^2+bx+c$ lần lượt là k, l, m như hình vẽ



Khi đó, $\int\limits_{-3}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

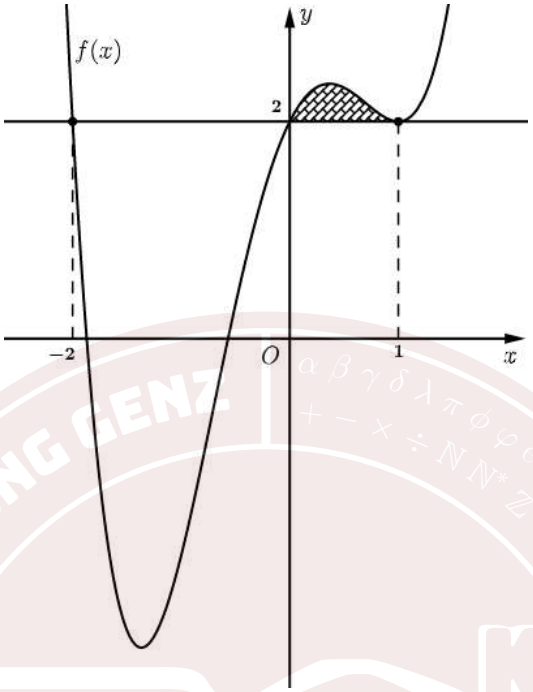
A $k+l-m+\dfrac{37}{5}$. **B** $k-l-m+\dfrac{35}{6}$. **C** $-k+l-m+\dfrac{35}{6}$. **D** $k-l+m+\dfrac{35}{6}$.

Câu 92. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại ba điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1+1=x_2=x_3-2$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được giới hạn như hình vẽ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

Câu 93. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$, có đồ thị tiếp xúc và cắt đường thẳng $y=2$ tại các điểm có hoành độ $x=1$, $x=0$, $x=-2$ như hình vẽ.

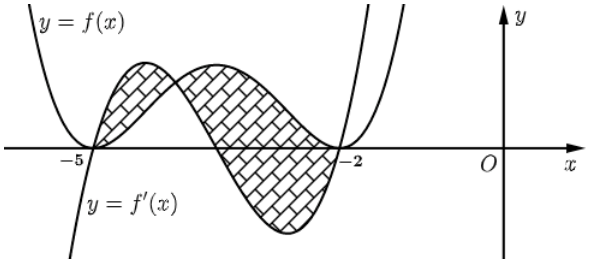


Biết diện tích phần gạch chéo bằng $\dfrac{1}{5}$, gọi $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 94. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và thỏa mãn điều kiện $4xf\left(x^2\right)+3f\left(1-x\right)=\sqrt{1-x^2}$. Tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

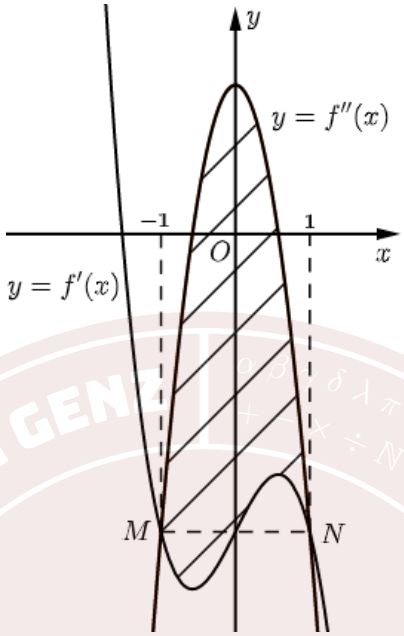
A $I=\dfrac{\pi}{16}$. **B** $I=\dfrac{\pi}{4}$. **C** $I=\dfrac{\pi}{6}$. **D** $I=\dfrac{\pi}{20}$.

Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị nhận đường thẳng $x=-\dfrac{7}{2}$ làm trục đối xứng. Biết diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và hai đường thẳng $x=-5$, $x=-2$ có giá trị là $\dfrac{127}{50}$ (như hình vẽ).



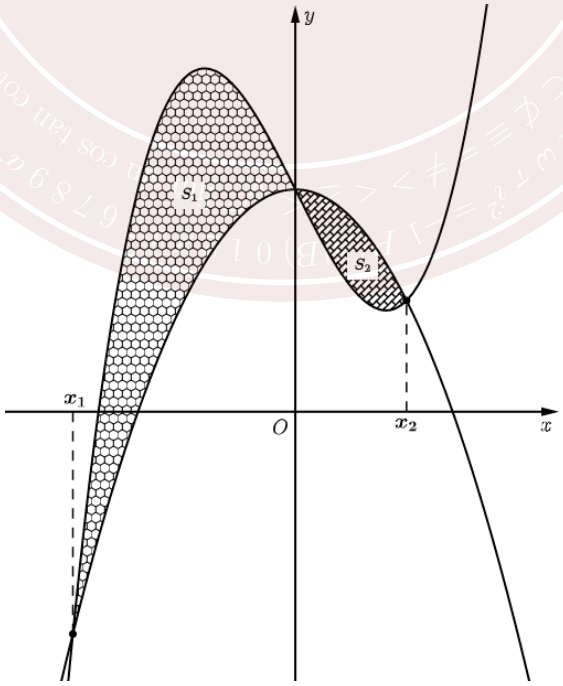
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành bằng

Câu 96. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với a,b,c,d,e là các số thực. Đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$ cắt nhau tại các điểm trong đó có hai điểm M,N (tham khảo hình vẽ).



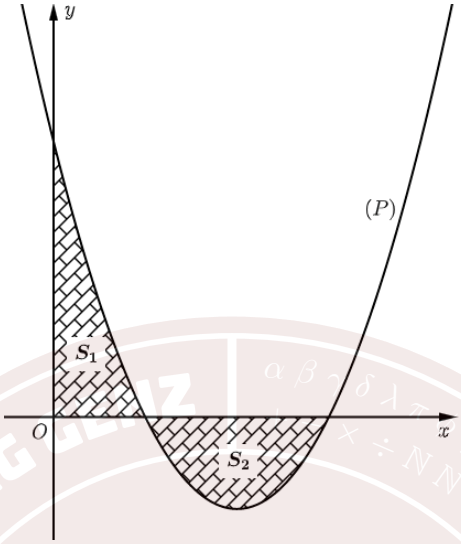
Biết diện tích miền gạch chéo bằng 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=f''(x)$.

Câu 97. Cho đường cong $(C):y=x^3+mx+2$ (với m là tham số thực) và parabol $(P):y=-x^2+2$ tạo thành hai miền phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ.



Biết $S_1=\dfrac{8}{3}$, giá trị của S_2 bằng

Câu 98. Biết parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3m$ (với m là tham số thực) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương như hình vẽ.



Gọi S_1, S_2 là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P) và hai trục toạ độ. Tìm m để $S_1 = S_2$.

Câu 99. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 2x \ \ \forall x \in (0;+\infty)$ và $f(1) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(4)$ là:

A $\dfrac{17}{3}$. **B** $\dfrac{17}{6}$. **C** $\dfrac{25}{3}$. **D** $\dfrac{25}{6}$.

Câu 100. Cho hai hàm số liên tục f và g có nguyên hàm lần lượt là F và G trên đoạn $[1;2]$. Biết rằng $F(2)G(2) = \dfrac{13}{2} + F(1)G(1)$ và $\displaystyle\int_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x = \frac{67}{12}$. Tích phân $\displaystyle\int_1^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A $-\dfrac{11}{12}$. **B** $\dfrac{145}{12}$. **C** $\dfrac{11}{12}$. **D** $-\dfrac{145}{12}$.

Câu 101. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x^4+2x^3-10x^2-2x+1}$ có dạng $F(x) = \dfrac{a}{b}\ln\left|\dfrac{x^2-cx-1}{x^2+dx-1}\right|$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b+c+d$.

Câu 102. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x^2+1}$ thỏa mãn $F(0) = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất M của $F(a) + F(b)$ với $a + b = 4$.

Câu 103. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(x) > 0 \ \ \forall x \in (0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = -xf^2(x) \ \ \forall x \in (0;+\infty)$, biết $f(1) = \dfrac{2}{a+3}$ và $f(2) > \dfrac{1}{4}$. Tổng các giá trị nguyên a thỏa bằng

A 1. **B** -2. **C** -14. **D** 0.

Câu 104. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

Câu 105. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn các điều kiện $f(1)=\dfrac{4}{\mathrm{e}}$ và $(x+1)f(x)+xf'(x)=(2x+1)\mathrm{e}^{-x}\ \ \forall x>0$. Tính $\displaystyle\int_1^2 \mathrm{e}^x f(x)\mathrm{d}x$.

A $4-\ln 4$. **B** $\dfrac{5}{2}-2\ln 2$. **C** $4+\ln 4$. **D** $\dfrac{5}{2}+2\ln 2$.

Câu 106. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)-\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x\ \ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$$

Khi đó, $\displaystyle\int_1^3 \left(f\left(2x-1\right)+2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 0. **B** 2. **C** 8. **D** 16.

Câu 107. Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+2$, $f(x_1)-3f(x_2)=0$ và đồ thị $y=f(x)$ luôn đi qua $M(x_1-1;f(x_2))$. Gọi $g(x)$ là hàm bậc hai có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của $f(x)$ và đi qua M. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x)$ và $g(x)$.

Câu 108. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;\pi)$ thỏa mãn $f'(x)=f(x)\cot x+2x\sin x$. Biết $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}$. Tính $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

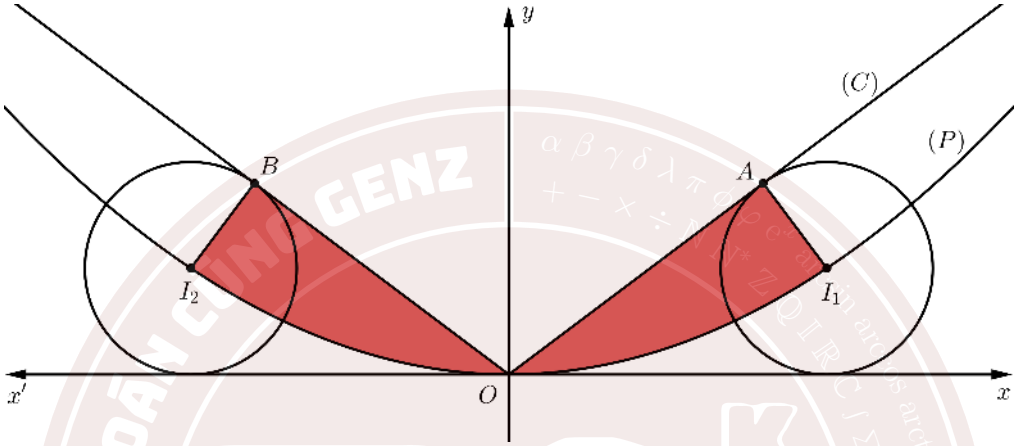
A $\dfrac{\pi^2}{36}$. **B** $\dfrac{\pi^2}{80}$. **C** $\dfrac{\pi^2}{54}$. **D** $\dfrac{\pi^2}{72}$.

Câu 109. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp hai trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(0)=0$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$ và $f''(x)+\left[f'(x)\right]^2+x^2=1+2xf'(x)$. Tính $f(2)$.

Câu 110. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có hai điểm cực trị là -1 và 1. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ trùng với các điểm cực trị của $f(x)$, đồng thời có đỉnh nằm trên đồ thị của $f(x)$ với tung độ bằng 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 111. Trong mặt phẳng Oxy, cho:

- Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{3}{4}|x|$.
- Đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính 1 tiếp xúc với (C) tại A và tiếp xúc với tia Ox.
- Đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính 1 tiếp xúc với (C) tại B và tiếp xúc với tia Ox'.
- Parabol (P) có đỉnh là O, qua I_1 và I_2.

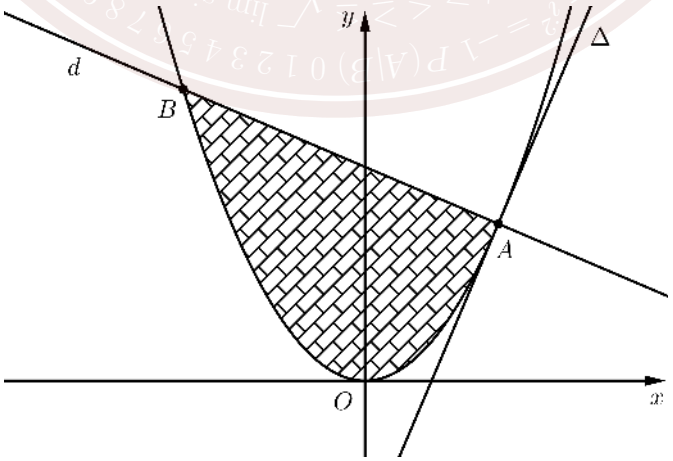


Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), (P) và các đường thẳng I_1A, I_2B.

Câu 112. Cho $\displaystyle\int_{-2}^{2} f\left(\sqrt{x^2+5}-x\right)\mathrm{d}x=1$, $\displaystyle\int_{1}^{5}\frac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\displaystyle\int_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

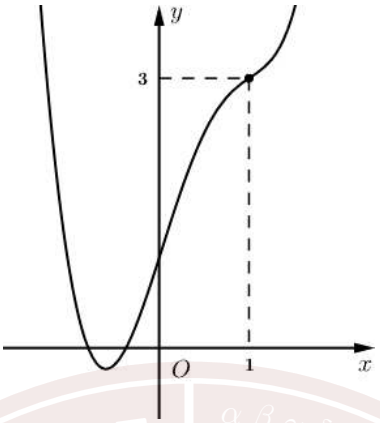
A 13. **B** -13. **C** 16. **D** -16.

Câu 113. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol $(P):y=x^2$ và một điểm $A\left(a;a^2\right)$ $(a>0)$ nằm trên (P). Gọi Δ là tiếp tuyến của (P) tại A, d là đường thẳng qua A vuông góc với Δ.



Biết diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (P) và d (như hình vẽ) đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của a bằng

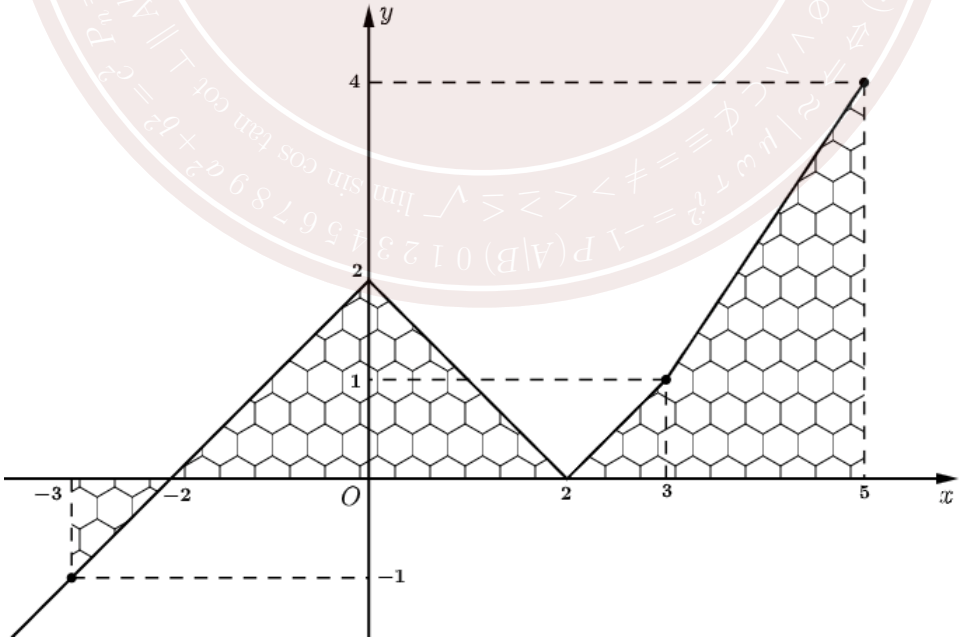
Câu 114. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y=f(x)$, $y=xf\left(x^2\right)$ và các đường thẳng $x=0$, $x=1$ bằng $\dfrac{11}{10}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 115. Cho hàm số f xác định, đơn điệu giảm, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $3f^2(x)=\displaystyle\int_0^x\left[8f^3(t)+\left(f'(t)\right)^3\right]\mathrm{d}t+x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^1(12+f(x))\,\mathrm{d}x$ bằng

Câu 116. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{-1}^3 f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{9}{2}$. **B** $I=\dfrac{5}{3}$. **C** $I=\dfrac{7}{2}$. **D** $I=3$.

Câu 117. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(0)=0$, $f'(0)\neq 0$ và thỏa mãn hệ thức $2f(x)f'(x)+18x^2-\left(2x^2+3x\right)f'(x)=(4x+3)f(x)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\cos f(x)\mathrm{d}x=-\frac{a\pi+b}{6}$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Tính giá trị $S=2022a-2023b$?

A $S=2021$. **B** $S=2023$. **C** $S=2022$. **D** $S=2020$.

Câu 118. Cho hàm số $y=f(x)$ luôn nhận giá trị dương và có đạo hàm đến cấp 2 trên $(1;+\infty)$ đồng thời thỏa mãn $\left[f'(x)\right]^2+f(x)\left[f''(x)-\dfrac{f'(x)}{x}\right]=x(2x+1)$ và $f(1)=f'(1)=2$. Tính giá trị của $f(2)$.

Câu 119. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3+4x+2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A $\dfrac{5}{2}$. **B** $\dfrac{4}{3}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{1}{4}$.

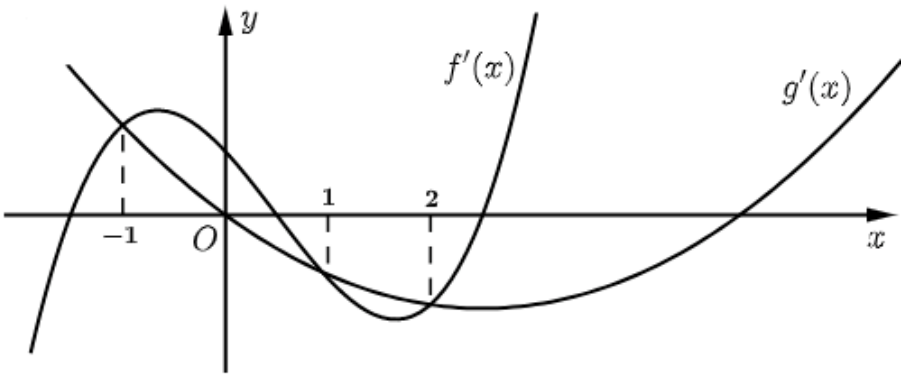
Câu 120. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $xf'(x)\ln x+f(x)=2x^2\ \ \forall x\in(1;+\infty)$ và $f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^2$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}\frac{x}{f(x)}\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{5}{3}$. **B** $I=2$. **C** $I=\dfrac{1}{2}$. **D** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 121. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=4$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{3}{4}$. **C** 6. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 122. Cho các hàm số $f(x)=mx^4+nx^3+px^2+qx+r$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với m, n, p, q, r, a, b, c, d là các tham số thực, thỏa mãn $f(0)=g(0)$. Đồ thị các hàm số đạo hàm $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=g(x)$ là

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Câu 123. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn các điều kiện $f(1)=2$, $f(2)=1$ và $\int\limits_1^2 x^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=2$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=x^4f(x)$, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành có diện tích bằng

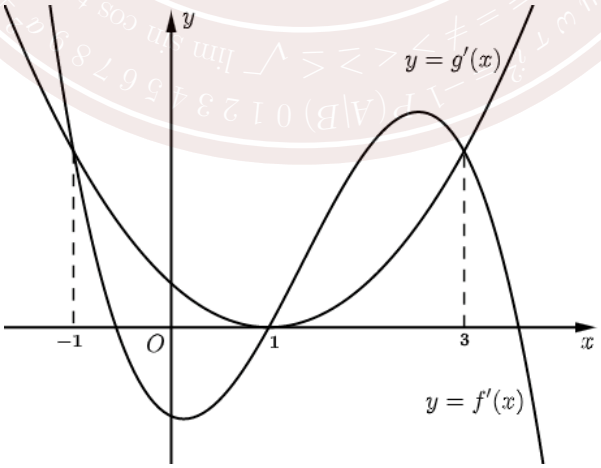
Câu 124. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1. Tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x=-1$ của (C) cắt (C) tại hai điểm khác có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (C) (với S_2 là phần diện tích hình phẳng nằm bên phải trục Oy). Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

Câu 125. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn hai điều kiện $f^2(x)+3x^2+2x-1\le 4xf(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-1}^3 f(x)\mathrm{d}x=12$. Giá trị $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 126. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(4x)-x^3f\left(x^4\right)=3x^2+2x+1\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Khi đó, $I=\int\limits_1^4 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $I=15$. **B** $I=-1$. **C** $I=14$. **D** $I=6$.

Câu 127. Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$ và hàm số bậc ba $g(x)=mx^3+nx^2+px+q\ (m,n,p,q\in\mathbb{R})$ có đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ như hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 96, $f(2)=g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=0$ và $x=2$ bằng

A $\dfrac{136}{15}$. **B** $\dfrac{272}{15}$. **C** $\dfrac{68}{15}$. **D** $\dfrac{136}{5}$.

Câu 128. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 f^2\left(x^3\right)\mathrm{d}x+2\int_1^2 f\left(x^3\right)\mathrm{d}x-\frac{4}{3}\int_1^8 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\frac{247}{15}$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{257\ln 2}{2}$. **B** $\frac{257\ln 2}{4}$. **C** 160. **D** $\frac{639}{4}$.

Câu 129. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x^2f\left(x^5\right)+xf\left(1-x^4\right)=-3x^4+x+3\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{23}{28}$. **B** $\frac{207}{560}$. **C** $-\frac{115}{7}$. **D** $\frac{115}{63}$.

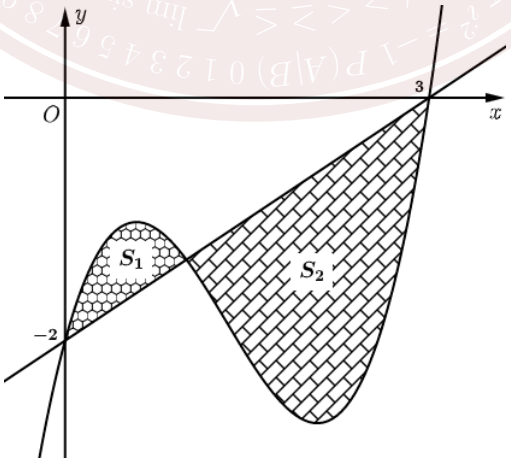
Câu 130. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)=-\frac{5}{4}$ và $f'(x)=x^4f^2(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A $-\frac{1}{4}$. **B** $-\frac{3}{4}$. **C** $-\frac{5}{36}$. **D** -1.

Câu 131. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2+1}=2x\sqrt{f(x)+1}$, biết $f(x)>-1$ và $f(0)=0$. Khi đó, $\int_0^{2\sqrt{2}} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 8. **C** -1. **D** 6.

Câu 132. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đường thẳng $y=ax+b$ tạo với đường $y=f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ).



Biết $S_1=\frac{5}{12}$ và $\int_0^1 (1-2x)\,f'(3x)\,\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$, giá trị của S_2 bằng

A $\frac{8}{3}$. **B** $\frac{19}{4}$. **C** $\frac{13}{3}$. **D** $\frac{13}{6}$.

Câu 133. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$. Biết $3x^2$ là một nguyên hàm của $x^2f'(x)$ trên $(0;+\infty)$ và $f(1)=2$. Tính giá trị $f(\mathrm{e})$.

A $f(\mathrm{e})=8$. **B** $f(\mathrm{e})=6\mathrm{e}-2$. **C** $f(\mathrm{e})=4$. **D** $f(\mathrm{e})=3\mathrm{e}+2$.

Câu 134. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;\mathrm{e}]$ và thỏa $\big(f'(x)-1\big)x=f(x)\ \forall x\in[1;\mathrm{e}]$, $f(1)=0$. Tích phân $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

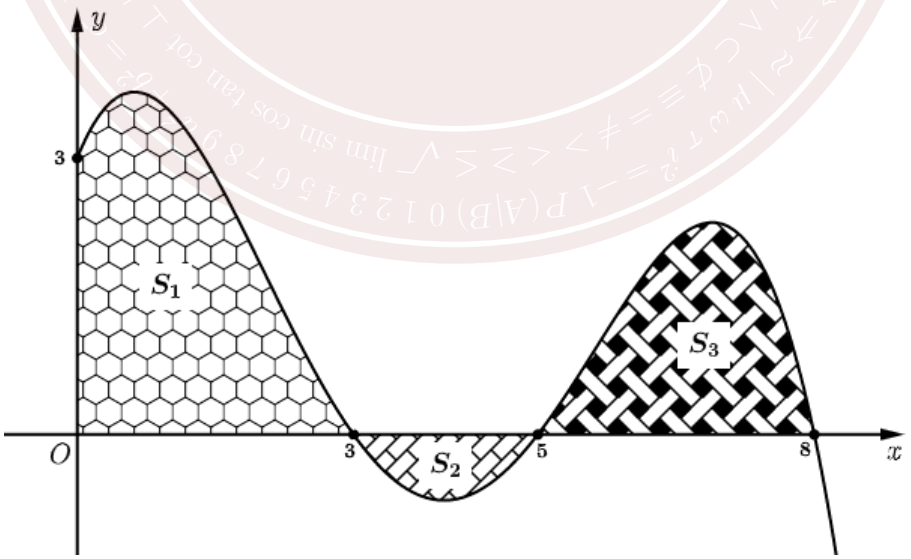
A $\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{4}$. **B** $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{2}$. **C** $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **D** $\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$.

Câu 135. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(\sin x+1)=\cos x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, tích phân $\displaystyle\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B** $-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C** $\dfrac{\pi}{12}-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **D** $\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 136. Hàm số $f(x)$ thỏa $\begin{cases} f(x)>0 \\ \mathrm{e}^{1-x^2}\big[6f(x)+f'(x)\big]=\big(8x^2+12x+4\big)\sqrt{f(x)} \end{cases}$ $\forall x\geq 0$ và $f(1)=4$. Hình phẳng được giới hạn bởi $y=\sqrt{f(x)}$, $x=1$, $x=3$ và trục hoành có diện tích bằng $m\mathrm{e}^n+p$, trong đó $m,n,p\in\mathbb{Z}$. Giá trị $5m-n-3p$ bằng

Câu 137. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $S_1=23$, $S_2=3$, $S_3=15$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục hoành. Giá trị $I=\displaystyle\int_5^6 \big(-2x^3+9x^2-9x\big)f'\big(x^2-3x-10\big)\mathrm{d}x$ là

A $I=-15$. **B** $I=65$. **C** $I=5$. **D** $I=35$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $\left(x^2+1\right)f'(x)+xf(x)=-x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$, $f(0)=-2$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{1+f(x)}$, hai trục toạ độ và đường thẳng $x=3$. Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V (đơn vị thể tích). Khẳng định nào sau đây đúng?

A $V\in(5;9)$. **B** $V\in(15;20)$. **C** $V\in(11;13)$. **D** $V\in(35;38)$.

Câu 139. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $2my=x^2$, $mx=\dfrac{y^2}{2}$ $(m>0)$. Tìm giá trị của m để $S=3$.

Câu 140. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)=x\left(\sin x+f'(x)\right)+\cos x$ và $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$. Giá trị của $f(\pi)$ bằng

A $1+\dfrac{\pi}{2}$. **B** $-1+\dfrac{\pi}{2}$. **C** $1+\pi$. **D** $-1+\pi$.

Câu 141. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x)+2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x$ với mọi $x\in\left[\dfrac{1}{2};2\right]$. Giá trị của $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{3}{2}$. **B** $\dfrac{9}{2}$. **C** $-\dfrac{9}{2}$. **D** $\dfrac{3}{2}$.

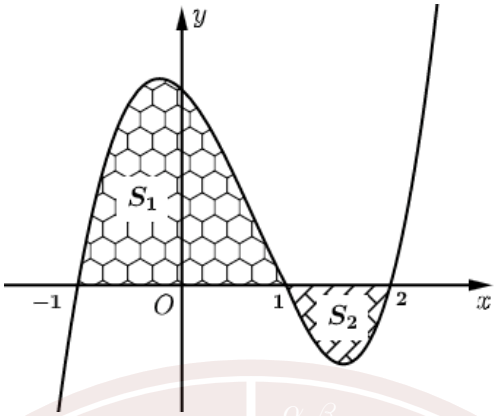
Câu 142. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục có đạo hàm $f'(x)$ trên $[0;1]$, $f(1)=0$. Biết $\displaystyle\int_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 143. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, không âm và thỏa mãn $f\left(x^2+3x+1\right)=x+2\ \ \forall x\geq 0$. Tính $\displaystyle\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{37}{6}$. **B** $\dfrac{527}{3}$. **C** $\dfrac{61}{6}$. **D** $\dfrac{464}{3}$.

Câu 144. Trên mặt phẳng toạ độ, cho parabol $(P):y=x^2$ và d là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2)$. Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\dfrac{4}{3}$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P). Độ dài đoạn thẳng AB bằng

Câu 145. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Biết diện tích các hình phẳng S_1 và S_2 lần lượt bằng $\dfrac{5}{2}$ và $\dfrac{1}{2}$. Tích phân $\displaystyle\int_{\frac{1}{\mathrm{e}}}^{1}\dfrac{f\left(3\ln x+2\right)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** 1. **C** 6. **D** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 146. Cho hàm số $f(x)$ không âm thỏa mãn điều kiện $f(x)f'(x)=2x\sqrt{f^2(x)+1}$ và $f(0)=0$. Thể tích khối tròn xoay (T) thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=0$, $x=3$ quanh trục Ox bằng

A $\dfrac{333}{5}$. **B** $\dfrac{333\pi}{5}$. **C** $\dfrac{127089\pi}{35}$. **D** $\dfrac{\left(11\sqrt{11}-2\sqrt{11}\right)\pi}{3}$.

Câu 147. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $\sqrt{x^3+1}\left(4xf'(1-x)-f(x)\right)=x^5$. Tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ có kết quả dạng $\dfrac{a-b\sqrt{2}}{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}^+$ và $\dfrac{a}{c}$, $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Giá trị $T=a-2b+3c$ bằng

A 89. **B** 27. **C** 35. **D** 81.

Câu 148. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=x^3+3x^2-4x+4\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=5$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$.

A $\dfrac{35}{4}$. **B** $\dfrac{131}{4}$. **C** $\dfrac{203}{4}$. **D** $\dfrac{125}{4}$.

Câu 149. Cho hàm số bậc nhất $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\displaystyle\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $\displaystyle\int_0^1 f\left(f\left(2x-5\right)\right)\mathrm{d}x$.

A 6. **B** -4. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 150. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho parabol $(P):y=x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng

Câu 151. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(0)=0$, $f'(0)=1$ và $f''(x)=f(x)+(3x+4)\,\mathrm{e}^{2x}\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

Câu 152. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $3f(3)=-6+f(1)$. Biết rằng $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^2}\frac{f\left(\sqrt{4\ln x+1}\right)}{x\sqrt{4\ln x+1}}\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\displaystyle\int_1^3 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

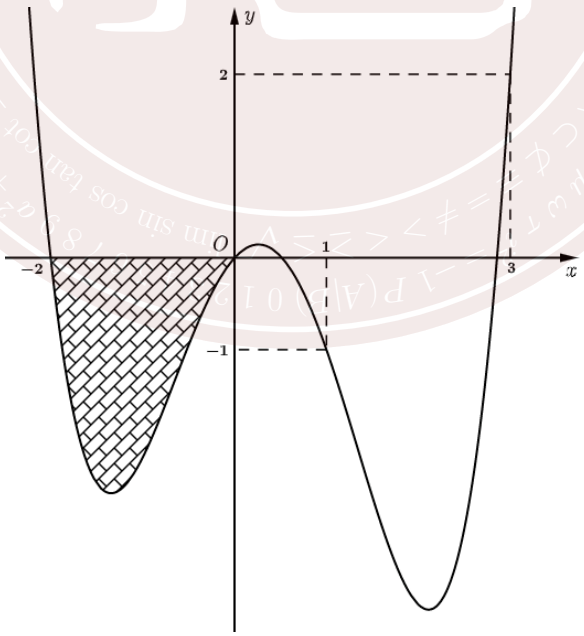
A -12. **B** -9. **C** $-\dfrac{15}{2}$. **D** 0.

Câu 153. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+x=\displaystyle\int_0^2(f(x)-x)\,\mathrm{d}x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Xác định giá trị m để $\displaystyle\int_0^2(mx+f(x))\,\mathrm{d}x=0$.

A $m=0$. **B** $m=-2$. **C** $m=-1$. **D** $m=-3$.

Câu 154. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $[0;1]$, thoả mãn $f'(0)=0$, $f(0)=\ln 2$, $f'(x)\neq -1\ \ \forall x\in[0;1]$ và $(1-x)\left(f''(x)+1\right)=f'(x)\left(xf'(x)+2x-1\right)$. Giá trị $f(1)$ bằng

Câu 155. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

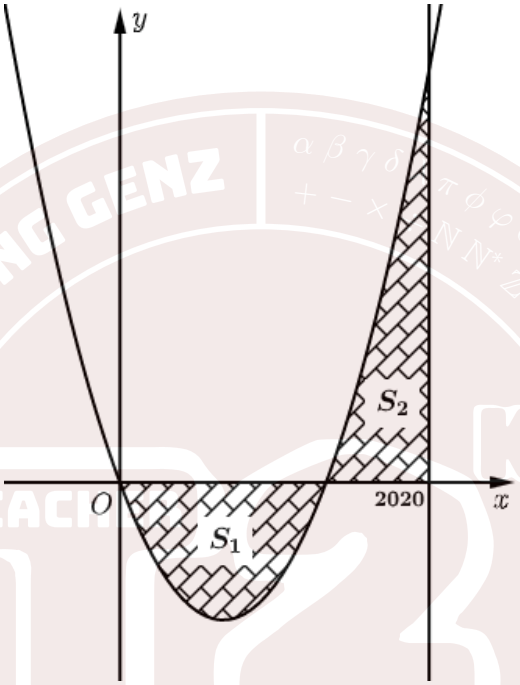


Tính giá trị của biểu thức $T=\displaystyle\int_1^2 f'(x+1)\mathrm{d}x+\int_2^3 f'(x-1)\mathrm{d}x+\int_3^4 f(2x-8)\mathrm{d}x$. Biết diện tích phần tô đậm bằng 3.

A $T=6$. **B** $T=\dfrac{9}{2}$. **C** $T=0$. **D** $T=\dfrac{3}{2}$.

Câu 156. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(x)-xf'(x)\ln x=2x^2f^2(x)\ \forall x\in(1;+\infty)$. Biết $f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ và $f(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xf(x)$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$, $x=\mathrm{e}^2$.

Câu 157. Cho hàm số $y=x^2-mx$ có đồ thị (C) với $0<m<2020$.



Gọi S_1+S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=2020$. Giá trị của m sao cho $S_1=S_2$ là

A $m=\dfrac{2021}{3}$. **B** $m=\dfrac{4041}{3}$. **C** $m=\dfrac{2020}{3}$. **D** $m=\dfrac{4040}{3}$.

Câu 158. Biết khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=\sqrt{\dfrac{5+(x-4)\mathrm{e}^x}{x\mathrm{e}^x+1}}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ quanh trục hoành có thể tích $V=\pi(a+b\ln(\mathrm{e}+1))$, trong đó a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $a+b=9$. **B** $a+b=5$. **C** $a-2b=13$. **D** $a-2b=-3$.

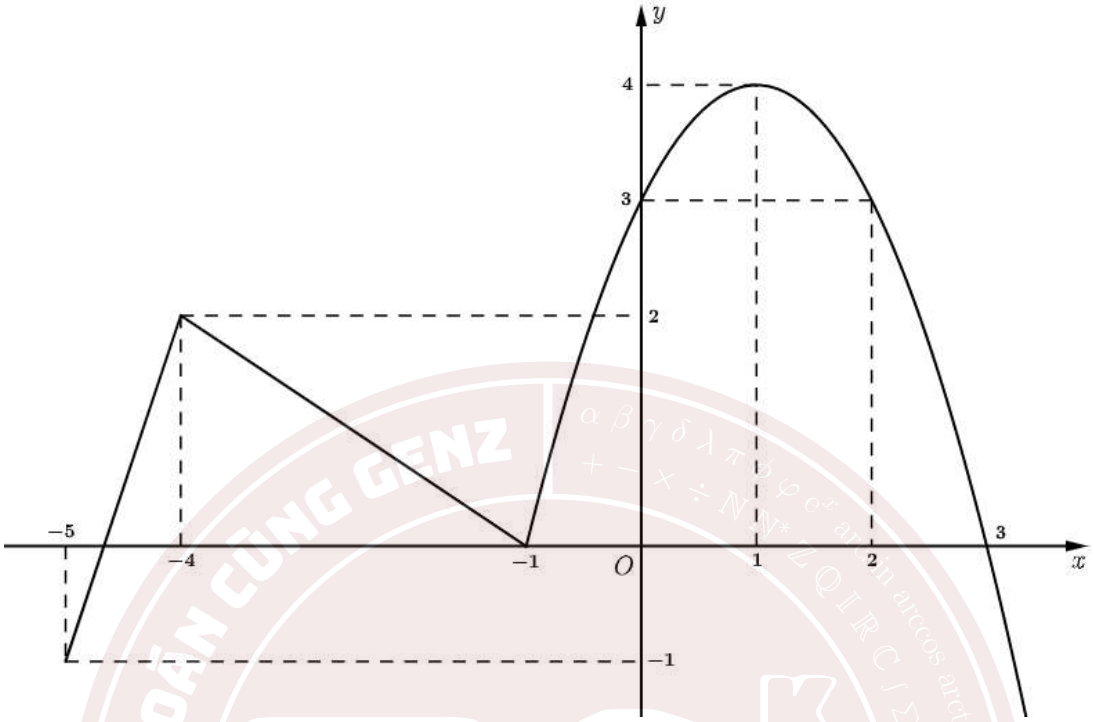
Câu 159. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm xác định trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(0)=2\sqrt{2}$, $f(x)>0$ và $f(x)f'(x)=(2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}\ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ bằng

A $5\sqrt{4}$. **B** $4\sqrt{5}$. **C** $3\sqrt{5}$. **D** 9.

Câu 160. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{2x}+1 & ,\text{ khi } x\geq 0\\ 4x+2 & ,\text{ khi } x<0\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả $F(-2)=5$. Biết rằng $F(1)+3F(-1)=a\mathrm{e}^2+b$ trong đó a, b là các số hữu tỉ. Khi đó, $a+b$ bằng

A 8. **B** 5. **C** 4. **D** 10.

Câu 161. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $[-5;3]$ như hình vẽ.



Biết $f(0)=0$. Giá trị của $2f(-5)+3f(2)$ bằng

A 33. **B** $\dfrac{35}{3}$. **C** 11. **D** $\dfrac{109}{3}$.

Câu 162. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thoả mãn $f(1)=1$ và $\mathrm{e}^x f'(\mathrm{e}^x)=1+\mathrm{e}^x$. Khi đó, $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **B** $\dfrac{3\mathrm{e}^2-2}{2}$. **C** $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{2}$. **D** $\dfrac{\mathrm{e}^2}{2}$.

Câu 163. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn các điều kiện $f(1)=4$, $f(0)=1$ và $\displaystyle\int_0^1 \left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=9$. Giá trị của tích phân $\displaystyle\int_0^1 xf^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

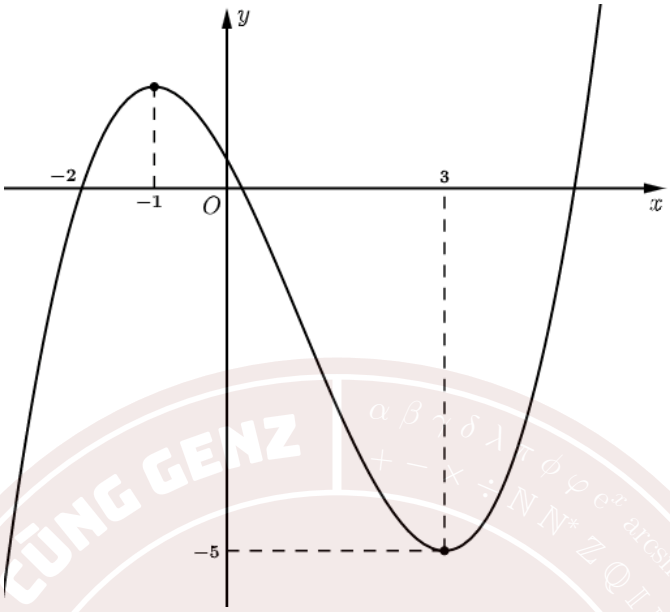
Câu 164. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 1 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A $\dfrac{5}{6}$. **B** $\dfrac{9}{2}$. **C** $\dfrac{37}{6}$. **D** $\dfrac{16}{3}$.

Câu 165. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2F(0)-G(0)=1$, $F(2)-2G(2)=4$ và $F(1)-G(1)=-1$. Tính $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}^2}\frac{f(\ln x)}{2x}\mathrm{d}x$.

A -2. **B** -4. **C** -6. **D** -8.

Câu 166. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $g(x)=f''(x)+bx-c$ bằng

A $\dfrac{25}{2}$. **B** $\dfrac{145}{2}$. **C** $\dfrac{125}{2}$. **D** $\dfrac{29}{2}$.

Câu 167. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, thoả mãn các điều kiện $f(1)=2$ và $xf'(x)+2x^2=f(x)+2x^3\ \ \forall x\neq 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A $\dfrac{5}{4}$. **B** $\dfrac{5}{2}$. **C** $\dfrac{2}{3}$. **D** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 168. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c$ $(b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong (C) và đường thẳng $d: y=g(x)$ tiếp xúc với (C) tại điểm $x_0=1$. Biết d và (C) còn hai điểm chung khác có hoành độ là x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ và $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{g(x)-f(x)}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng d là

Câu 169. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)-2G(4)=6$ và $F(-8)-2G(-8)=-2$. Khi đó, $\displaystyle\int_{-1}^{3}f(3x-5)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** $\dfrac{8}{3}$. **C** -3. **D** $-\dfrac{8}{3}$.

Câu 170. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả $f(x)+xf'(x)=5x^4+6x+3$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ thuộc khoảng

A $(27;28)$. **B** $(26;27)$. **C** $(30;31)$. **D** $(29;30)$.

Câu 171. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ thoả mãn $f(x)+xf\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x$. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{8}{9}$. **B** $\frac{3}{4}$. **C** $\frac{16}{9}$. **D** $\frac{2}{3}$.

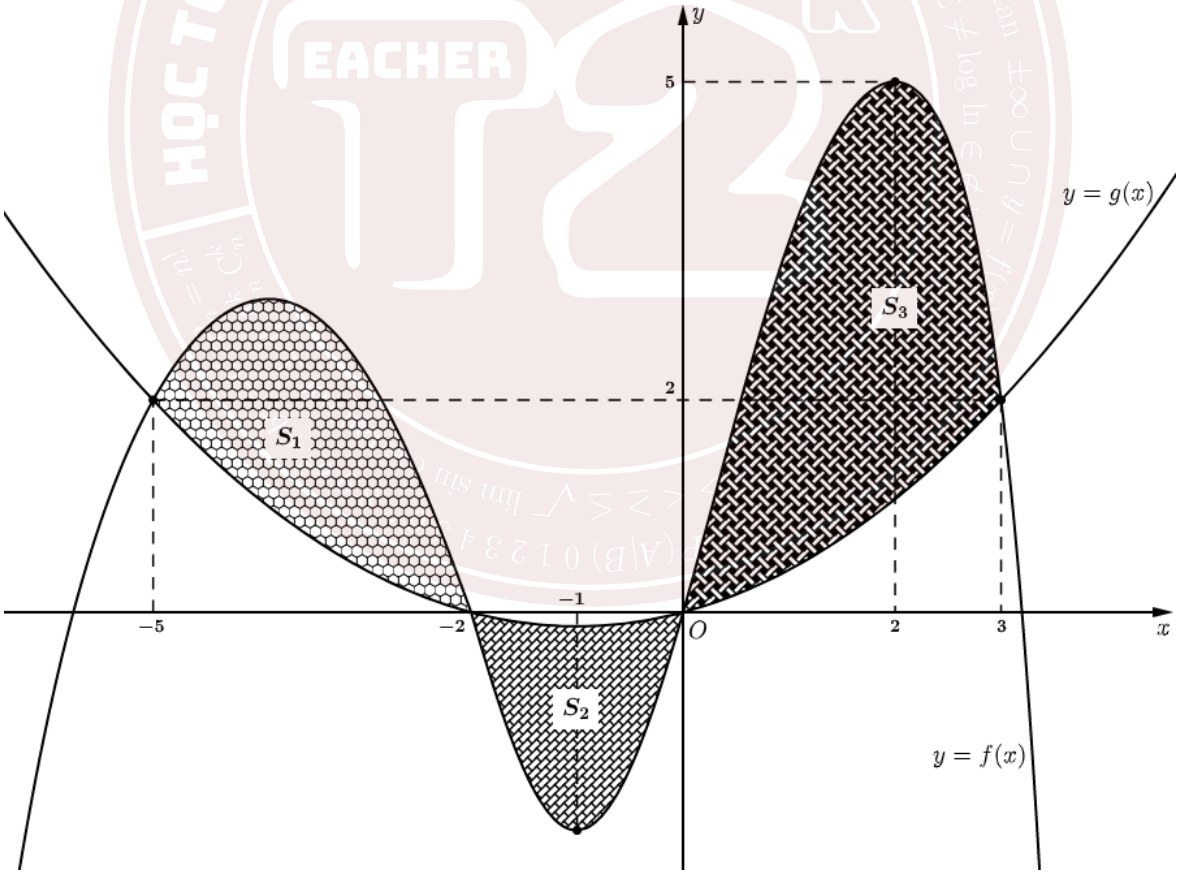
Câu 172. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}f(\tan x)\,\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính $I=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$

A $I=4$. **B** $I=2$. **C** $I=-4$. **D** $I=6$.

Câu 173. Cho 2 số thực x, a với $x>a$ và $x>0$. Biết $\int\limits_{a}^{x}\frac{f(t)}{t^2}\mathrm{d}t+6=2\sqrt{x}$. Tìm a.

A 29. **B** 9. **C** 19. **D** 5.

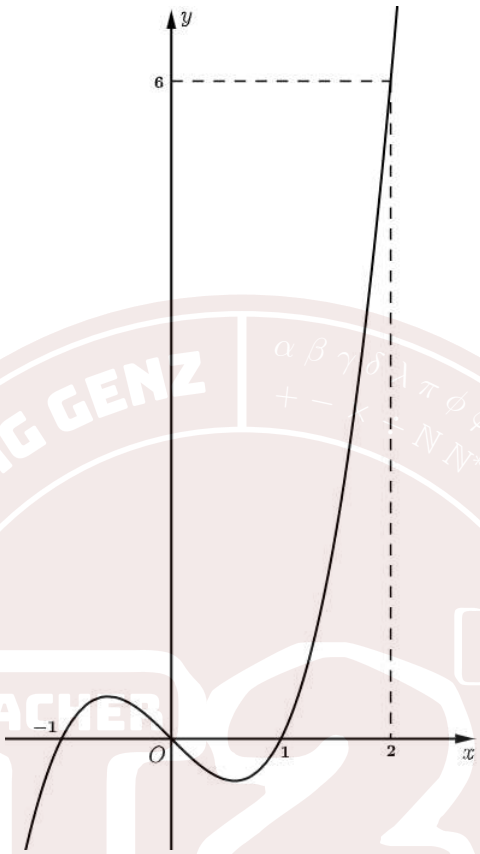
Câu 174. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-5;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường cong $g(x)=ax^2+bx+c$ lần lượt là m, n, p. Tích phân $\int\limits_{-5}^{3}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $m-n+p-\frac{208}{45}$. **B** $m-n+p+\frac{208}{45}$. **C** $-m+n-p-\frac{208}{45}$. **D** $-m+n-p+\frac{208}{45}$.

Câu 175. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$, biết rằng $f(0)=0$ và hàm số $g(x)=\dfrac{1}{16}\left(xf''(x)+f'(x)\right)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=\dfrac{f''(x)-40}{12}$ khi quay quanh trục Ox có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

A $(116;117)$. **B** $(117;118)$. **C** $(118;119)$. **D** $(115;116)$.

Câu 176. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(0)+2m$ với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A 4. **B** 1. **C** 3. **D** 2.

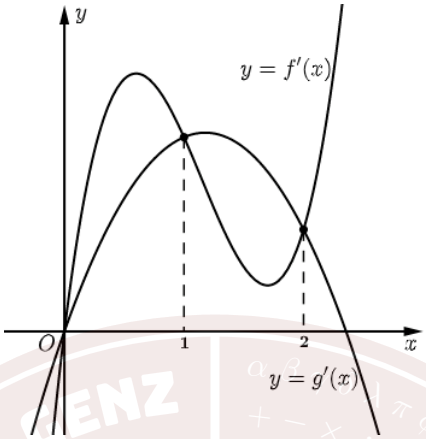
Câu 177. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;4]$ thoả mãn $f(0)=1$ và $(2x+1)f'(x)-f(x)=(2x+1)\sqrt{2x+1}$. Tính $f(4)$.

A 15. **B** 10. **C** 27. **D** 20.

Câu 178. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $xf\left(x^3\right)+f\left(1-x^2\right)=-x^8+2x^5-3x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, tích phân $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{579}{175}$. **B** $-\dfrac{17}{10}$. **C** $-\dfrac{13}{6}$. **D** $-\dfrac{579}{175}$.

Câu 179. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a,q\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10 và $f(2)=g(2)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

A $\frac{8}{3}$. **B** $\frac{16}{3}$. **C** $\frac{8}{15}$. **D** $\frac{16}{5}$.

Câu 180. Cho hàm số $f(x)=x^2+\int\limits_0^2 (x+u)\,f(u)\mathrm{d}u$ có đồ thị (C). Khi đó, hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=5$ có diện tích S bằng

A $S=\frac{8405}{39}$. **B** $S=\frac{137}{6}$. **C** $S=\frac{83}{3}$. **D** $S=\frac{125}{3}$.

Câu 181. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn điều kiện $f(x)+2f'(x)=(x-1)\left(4x^2-2x-4-f'(x)\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A 6. **B** 10. **C** 8. **D** 4.

Câu 182. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\left(x^3+4x\right)f'(x)=-\left(3x^2+4\right)f(x)+4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, hai trục toạ độ và $x=2$ là

Câu 183. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(5)+G(5)=-2$ và $F(3)+G(3)=0$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(2\sin^2 x+3\right)\mathrm{d}x$.

A $-\frac{1}{4}$. **B** 2. **C** 3. **D** $-\frac{1}{2}$.

Câu 184. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x+2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $g(x)=x+2$ bằng

A 16. **B** 12. **C** 4. **D** 8.

Câu 185. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)=2f(3x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(3)=9$ và $2F(1)-3F(9)=-9$. Khi đó, $\int\limits_1^9 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 186. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $f(x)-2x$. Biết rằng $f(7)=3$, $F(1)=2G(1)-7$ và $F(7)=2G(7)+1$. Khi đó, $\int\limits_0^3 xf'(2x+1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{35}{2}$. **B** -23. **C** 92. **D** 4.

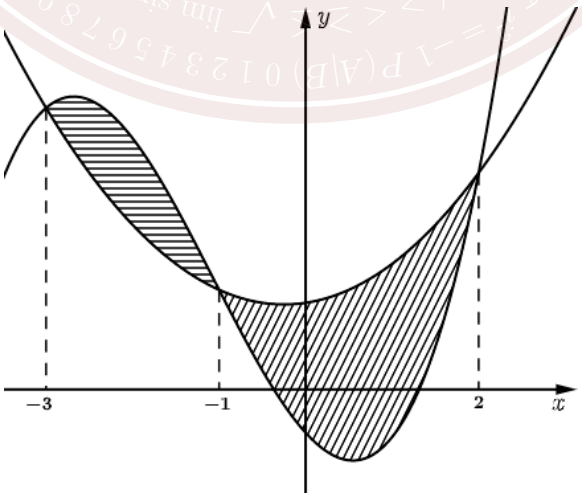
Câu 187. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(1)+m$ với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=1$ và $x=4$. Khi $S=12$ thì m bằng

A 6. **B** 12. **C** 8. **D** 4.

Câu 188. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thoả $5f(x)-7f(1-x)=3\left(x^2-2x\right)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $8a-3b$ là

A -16. **B** 1. **C** 16. **D** 0.

Câu 189. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\dfrac{1}{2}$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt bằng -3; -1; 2 như hình vẽ



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A $\dfrac{125}{12}$. **B** $\dfrac{253}{48}$. **C** $\dfrac{253}{24}$. **D** $\dfrac{253}{12}$.

Câu 190. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1;1\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{2}{x^2-1}$, $f(-3)+f(3)=2\ln 2$ và $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$. Giá trị biểu thức $P=f(-2)+f(0)+f(4)$ bằng

A $2\ln 2-\ln 5$. **B** $6\ln 2+2\ln 3-\ln 5$. **C** $2\ln 2+2\ln 3-\ln 5$. **D** $6\ln 2-2\ln 5$.

Câu 191. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục hoành và trục tung. Đường thẳng d qua $A(0;4)$ và có hệ số góc k chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của k bằng

A -8. **B** -2. **C** -4. **D** -6.

Câu 192. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-2;1\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3)-f(2)=0$ và $f(0)=1$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+2f(-1)-f(3)$ bằng

A $3\ln\dfrac{5}{2}+2$. **B** $3\ln\dfrac{2}{5}+2$. **C** $2\ln\dfrac{2}{5}+2$. **D** $3\ln\dfrac{2}{5}+3$.

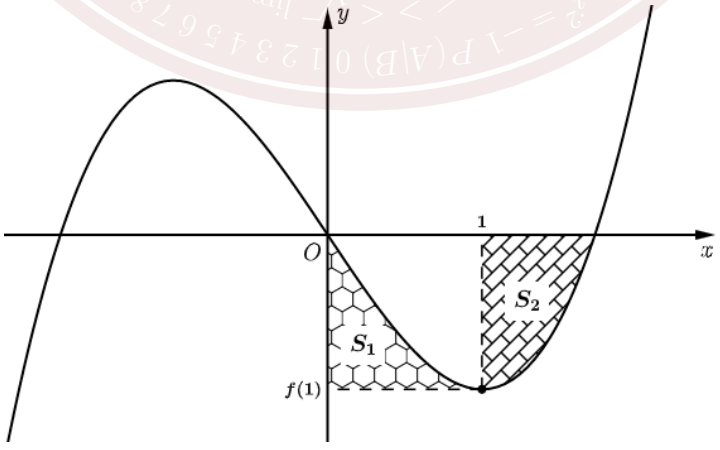
Câu 193. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(8)+G(8)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó, $\displaystyle\int\limits_{-2}^{0} f(-4x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{5}{4}$. **B** 5. **C** -5. **D** $-\dfrac{5}{4}$.

Câu 194. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+1 & \text{khi } x>2\\ ax-2a+b & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Biết $\displaystyle\int\limits_{0}^{2} xf\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=5$. Tính giá trị biểu thức $T=2a-b^2+1$.

A 77. **B** 79. **C** 78. **D** 80.

Câu 195. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$, thoả mãn $(f(x)+1)$ và $(f(x)-1)$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như hình vẽ. Tính $2S_2+8S_1$.

Câu 196. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn các điều kiện $f(0)=2$ và $(2x+1)f'(x)-3x^2=8x\left(x^2+1\right)+2(3-f(x))$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$.

A $S=\dfrac{1}{4}$. **B** $S=\dfrac{3}{4}$. **C** $S=\dfrac{2}{3}$. **D** $S=\dfrac{1}{2}$.

Câu 197. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f'(x)+xf(x)=\dfrac{2x}{\mathrm{e}^{x^2}}\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-2$. Tính $f(-2)$.

A $f(-2)=-\dfrac{2}{\mathrm{e}^4}$. **B** $f(-2)=\dfrac{2}{\mathrm{e}^4}$. **C** $f(-2)=4$. **D** $f(-2)=\mathrm{e}^2$.

Câu 198. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\dfrac{a}{b}\sqrt{5}$, với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó, giá trị của tổng $a+b$ bằng

A 36. **B** 23. **C** 24. **D** 35.

Câu 199. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(2)+G(2)=4$ và $F(1)+G(1)=1$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}f\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** 6. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 200. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+xf'(x)=5x^4+6x^2-4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=\dfrac{1}{4}xf'(x)$ bằng

A $\dfrac{272}{15}$. **B** $\dfrac{112}{15}$. **C** $\dfrac{32}{3}$. **D** $\dfrac{1088}{15}$.

Câu 201. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $3F(5)+G(5)=50$ và $3F(-3)+G(-3)=2$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{2}x\left(4+f\left(2x^2-3\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 11. **B** 72. **C** 7. **D** 71.

Câu 202. Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ và thoả mãn các điều kiện $f(1)=1$, $\left(2f(x)+1-x^2\right)f'(x)=2x\left(1+f(x)\right)\ \forall x\in[1;2]$. Tích phân $\displaystyle\int_1^{2}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 203. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (b,c,d,e\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 $(x_1<x_2<x_3)$ và có $f(x_1)=1$, $f(x_2)=16$, $f(x_3)=9$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A 8. **B** 6. **C** 4. **D** 2.

Câu 204. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=|1+x|-|1-x|$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $F(1)=3$. Tính tổng $F(0)+F(2)$.

A 3. **B** 2. **C** 7. **D** 5.

Câu 205. Cho hàm số $y=f(x)$ nhận giá trị dương và đồng biến trên $(0;+\infty)$ thoả mãn $f(3)=\dfrac{4}{9}$, $\left[f'(x)\right]^2=(x+1)f(x)$. Tính $f(8)$.

A $f(8)=\dfrac{1}{16}$. **B** $f(8)=64$. **C** $f(8)=49$. **D** $f(8)=256$.

Câu 206. Cho hàm số $f(x)=2x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -1, 1 và 3. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 207. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Giá trị $\displaystyle\int_0^3 f\left(|2-x|\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 7. **B** 5. **C** 3. **D** -3.

Câu 208. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(10)+G(1)=11$ và $F(0)+G(10)=-1$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x f\left(\sin 2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 5. **B** 10. **C** 12. **D** 6.

Câu 209. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và khác 0 trên $[-1;2]$, thoả mãn $xf(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f^2(x)+2f(x)$ và $f(1)=\dfrac{1}{2}$. Biết $\displaystyle\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=a+b\ln 2$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b$ bằng

A -9. **B** 3. **C** 4. **D** 0.

Câu 210. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-2023}{(2022-x)(2021-x)(2020-x)\ldots(2-x)(1-x)}$ có đồ thị (C). Gọi đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2023. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi d, trục hoành và hai đường thẳng $x=2022$, $x=2024$ bằng

Câu 211. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, $f(x)\neq 0\ \ \forall x>0$. Biết rằng $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)=(2x+1)f^2(x)\ \ \forall x>0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=1$ và $x=\mathrm{e}$ bằng

A $1+\ln\dfrac{2}{\mathrm{e}+1}$. **B** $-1+\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$. **C** $1-\ln\dfrac{1}{\mathrm{e}+1}$. **D** $1+\ln\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$.

Câu 212. Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $g(x)=\mathrm{e}^{f(x)}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	e^2 ↗	e^3 ↘	$\sqrt{\mathrm{e}}$ ↗	$+\infty$

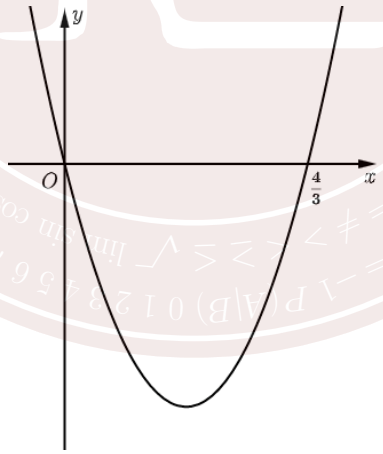
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(26;27)$. **B** $(27;28)$. **C** $(28;29)$. **D** $(29;30)$.

Câu 213. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thoả mãn $x(x+1)f'(x)+f(x)=x^2+x$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=-2\ln 2$. Biết $f(2)=a+b\ln 3$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Giá trị của $a-b$ bằng

Câu 214. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả $f(x)=3f(2x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)=3$ và $F(2)+4F(8)=15$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^2 f(3x+2)\,\mathrm{d}x$ bằng

Câu 215. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx$ $(a,b\in\mathbb{R})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\dfrac{m}{n}$ với $m\in\mathbb{Z}$, $n\in\mathbb{N}^*$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

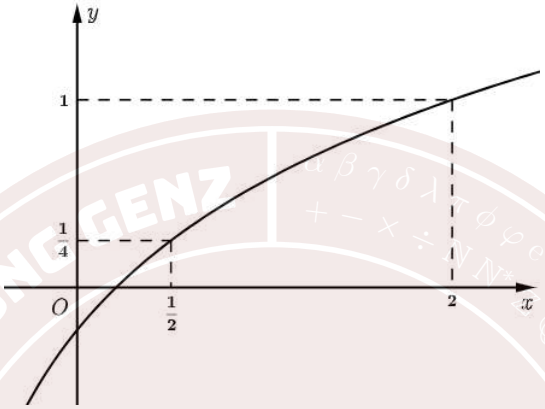
A 49. **B** -29. **C** 77. **D** 19.

Câu 216. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(9)+G(9)=5$ và $F(0)+G(0)=2$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^3 f(3x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** 7. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 217. Cho các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ và thoả mãn các điều kiện $f(x)=xg'(x)$, $g(x)=xf'(x)$ với mọi $x\in(0;+\infty)$ và $f(1)-g(1)=4$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=1$, $x=2$, $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

Câu 218. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f'(x)-\dfrac{1}{x^2}f'\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{5}{18}\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)\ \forall x>0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=\dfrac{f(x)-(x-1)^2}{x}$ và $y=0$ bằng

A $\dfrac{37}{24}-\dfrac{17}{9}\ln 2$. **B** $\dfrac{37}{24}-\dfrac{11}{9}\ln 2$. **C** $\dfrac{37}{24}-\dfrac{13}{9}\ln 2$. **D** $\dfrac{31}{24}-\dfrac{13}{9}\ln 2$.

Câu 219. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $\displaystyle\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a$ với $a>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng

A 5. **B** 18. **C** 15. **D** 12.

Câu 220. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ thoả $\left(f'(x)\right)^2=21x^4-12x-12xf(x)\ \forall x\in[0;2]$ và $f(2)=7$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, Oy và $x=2$ bằng

Câu 221. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)=f'(x)+2(3x+1)\mathrm{e}^x\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=-3\mathrm{e}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2f(x)$ và $y=f'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(20;30)$. **B** $(10;20)$. **C** $(0;10)$. **D** $(30;40)$.

Câu 222. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(8)+G(8)=4$. Biết $\displaystyle\int_1^3 f(2x+6)\mathrm{d}x=2$, giá trị của $F(12)+G(12)$ bằng

A 10. **B** 12. **C** 6. **D** 8.

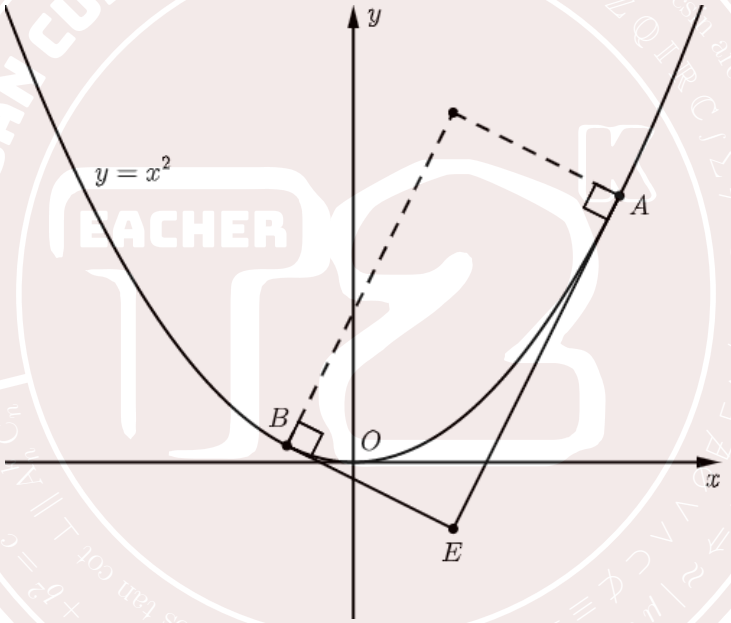
Câu 223. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết e^x là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(2)=\dfrac{1}{\ln 2}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A $1+\mathrm{e}^2+\mathrm{e}$. **B** $1-\mathrm{e}^2-\mathrm{e}$. **C** $1+\mathrm{e}^2-\mathrm{e}$. **D** $1-\mathrm{e}^2+\mathrm{e}$.

Câu 224. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(1)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)-\dfrac{f(x)}{x^2+x}=\dfrac{x}{x+1}\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(1;2)$. **B** $(2;3)$. **C** $(3;4)$. **D** $(0;1)$.

Câu 225. Cho hàm số $f(x)=x^2$ có đồ thị (C), biết rằng tồn tại hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B và hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai tiếp tuyến tại A, B tạo thành một hình chữ nhật (H) có chiều dài gấp đôi chiều rộng như hình vẽ.



Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai tiếp tuyến tại A, B; S_2 là diện tích hình chữ nhật (H). Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

Câu 226. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$, đồng thời thoả mãn $f(x)f'(x)-f^2(x)=2\mathrm{e}^{6x}\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $f(1)=a\mathrm{e}^b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b$ bằng

A 4. **B** 3. **C** 2. **D** -2.

Câu 227. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;+\infty)$ thoả mãn điều kiện $f(x)>0\ \ \forall x\in[0;+\infty)$, $f(0)=1$ và $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{2f'(x)+1}=1\ \ \forall x\in[0;+\infty)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=f^2(x)$ và đường thẳng $x=4$ bằng

Câu 228. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(1)+G(1)=5$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó, $\int\limits_0^1 (x-1)\,f\left(x^2-2x+1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 0. **B** -5. **C** 6. **D** -1.

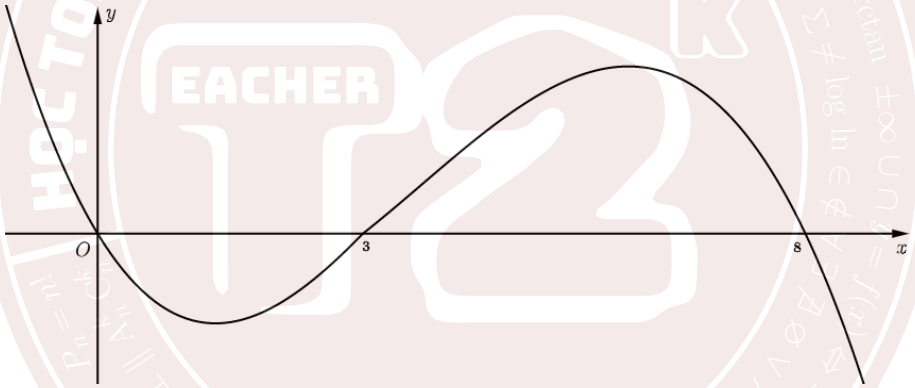
Câu 229. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ thoả mãn $2F(3)+G(3)=9+2F(-1)+G(-1)$. Khi đó, $\int\limits_0^2 \left(x^2+f\left(3-2x\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{25}{6}$. **C** $\dfrac{43}{6}$. **D** $\dfrac{7}{6}$.

Câu 230. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A $\dfrac{7}{12}$. **B** $\dfrac{1}{2}$. **C** $\dfrac{45}{4}$. **D** $\dfrac{71}{6}$.

Câu 231. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành bằng 8; $\int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x=4$. Giá trị của $I=\int\limits_3^8 (2023-x)\,f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 6. **B** 12. **C** 4. **D** 2023.

Câu 232. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(5)+G(5)=12$ và $F(1)+G(1)=3$. Khi đó, $\int\limits_0^2 \left(f\left(2x+1\right)+2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{25}{4}$. **B** $\dfrac{17}{2}$. **C** $\dfrac{9}{2}$. **D** $\dfrac{15}{2}$.

Câu 233. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn các điều kiện $f(1)=2$, $xf'(x)-f(x)=2x^3-3x^2\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A 2. **B** 4. **C** 3. **D** 5.

Câu 234. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2$ và đường thẳng $y=mx$ với $m\neq 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để diện tích S của hình phẳng (H) nhỏ hơn 10?

A 6. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 235. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)=2x^2-9+\int\limits_0^1 xf\left(\sqrt{1+8x^2}\right)\mathrm{d}x$. Đồ thị hàm số $g(x)=ax^3+bx^2+cx-9$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là 1; 2; 3. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có diện tích bằng

Câu 236. Đặt $I=\int\limits_0^1 \dfrac{(2x+1)\mathrm{e}^x+2ax^2+a}{\mathrm{e}^x+ax}\mathrm{d}x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $a\in(0;2023)$ để $I>6$?

A 2023. **B** 2024. **C** 1877. **D** 189.

Câu 237. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của $f(x)$ và $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2F(3)+3G(2)=4$ và $2F(0)+3G(0)=1$. Khi đó, $\int\limits_0^1 f(3x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 g(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** 1. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** 3.

Câu 238. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồng thời thoả mãn điều kiện $f(x)-f'(x)=x^3-6x^2+7x-2\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=xf'(x)$ bằng

A $\dfrac{69}{32}$. **B** $\dfrac{21}{32}$. **C** $\dfrac{27}{32}$. **D** $\dfrac{135}{64}$.

Câu 239. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn các điều kiện $f(1)=5$ và $xf\left(1-x^3\right)+f'(x)=x^7-5x^4+7x+3\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A $-\dfrac{5}{6}$. **B** $-\dfrac{13}{12}$. **C** $\dfrac{5}{6}$. **D** $\dfrac{17}{6}$.

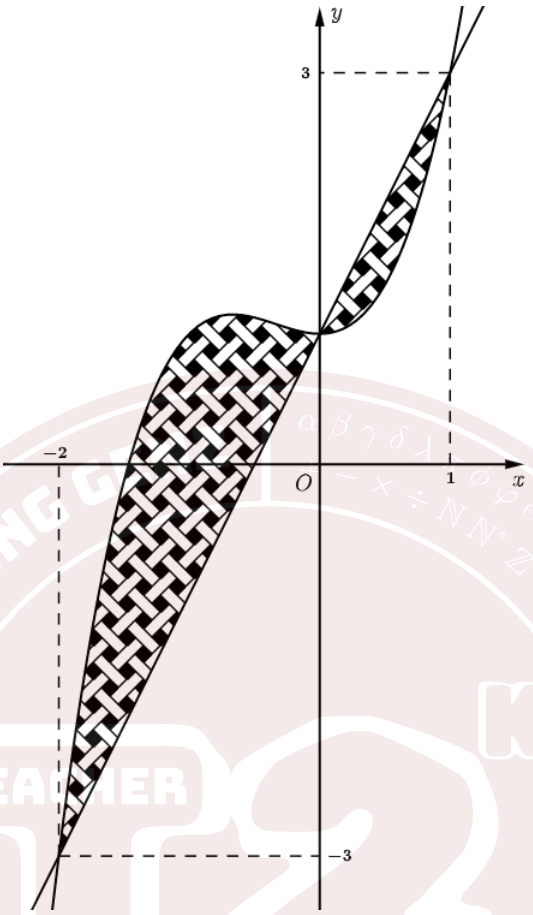
Câu 240. Cho hàm số $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(4)+G(4)=5$ và $F(0)+G(0)=7$. Giá trị $\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{1}{2}$. **B** -1. **C** 2. **D** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 241. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(1)=2$ và $\left(x^2+1\right)^2 f'(x)=f^2(x)\left(x^2-1\right)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A $-\dfrac{2}{5}$. **B** $\dfrac{2}{5}$. **C** $-\dfrac{5}{2}$. **D** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 242. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc nhất $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{19}{12}$. Giá trị $\displaystyle\int_{-1}^0 xf'(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{5}{3}$. **B** $-\dfrac{607}{348}$. **C** $-\dfrac{5}{6}$. **D** $-\dfrac{20}{3}$.

Câu 243. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả $F(1)+G(1)=-2$ và $F(-1)+G(-1)=0$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-2\sin 2xf(\cos 2x))\,\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** -2. **C** 3. **D** -1.

Câu 244. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(2)+2023G(0)=5$ và $F(0)+2023G(2)=2$. Khi đó, $\displaystyle\int_3^5 f(5-x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{3}{2022}$. **B** 2023. **C** 3. **D** $-\dfrac{3}{2022}$.

Câu 245. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. Hàm số $y=f(x)$ thoả mãn các điều kiện $\left(f'(x)\right)^2+f''(x)f(x)=-4$, $f(0)=1$ và $f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành gần nhất với số nào dưới đây?

A 0,95. **B** 0,96. **C** 0,98. **D** 0,97.

Câu 246. Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, thoả mãn điều kiện $f(1)=1$ và $\left(x^2-1\right)f'(x)+2x=2f(x)\left(f'(x)-x\right)\ \forall x\in[1;2]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)+2$ và $y=f'(x)+x$ bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $\dfrac{1}{6}$. **C** $\dfrac{3}{5}$. **D** 2.

Câu 247. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thoả $6x^2f\left(x^3\right)+4f(1-x)=3\sqrt{1-x^2}$. Tính $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{\pi}{8}$. **B** $\dfrac{\pi}{16}$. **C** $\dfrac{\pi}{4}$. **D** $\dfrac{\pi}{20}$.

Câu 248. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(2)+G(2)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{16} f\left(\frac{x}{8}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A -40. **B** 5. **C** 40. **D** -5.

Câu 249. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thoả mãn đồng thời các điều kiện $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x)=\left(2x^3+x^2\right)f^2(x)\ \forall x\in[1;2]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=1$, $x=2$ bằng

Câu 250. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $xF(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $3F(1)+G(0)=6$ và $F(1)-G(1)=6$. Tính $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xf\left(\cos^2 x\right)\mathrm{d}x$.

A -2. **B** 4. **C** 2. **D** -4.

Câu 251. Cho hàm số $f(x)=2x^3+mx^2+nx+2022$ với m, n là các tham số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là $\mathrm{e}^{2023}-12$ và $\mathrm{e}-12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

Câu 252. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả $f(x)=6f(3x-1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $F(2)-F(3)=0$. Khi đó, $\displaystyle\int_5^8 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 253. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2F(0)-G(0)=1$, $F(1)-G(1)=-1$ và $F(2)-2G(2)=4$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

A -16. **B** -8. **C** -6. **D** -4.

Câu 254. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ và thoả $f(x-1)-3f\left(\dfrac{x-1}{1-2x}\right)=1-2x\ \ \forall x\neq\dfrac{1}{2}$. Biết $I=\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=a+b\ln 3+c\ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính giá trị của $P=8a-16b+16c$.

Câu 255. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)=3f(2x)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)=3$ và $F(2)+4F(8)=15$. Khi đó, $\displaystyle\int_2^8 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

Câu 256. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thoả mãn $f(x)\ln f(x)=x\Big(f(x)-f'(x)\Big)\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(12;14)$. **B** $(4;6)$. **C** $(1;3)$. **D** $(6;8)$.

Câu 257. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=4\sin 2x+\cos x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-2$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thoả mãn $F(\pi)=3$, khi đó $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A 2. **B** -2. **C** 1. **D** -1.

Câu 258. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$, thoả $3F(3)+G(3)=23$ và $3F(1)+G(1)=-1$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^1 x\Big(3-f\Big(2x^2+1\Big)\Big)\mathrm{d}x$ bằng

A 0. **B** $\dfrac{3}{2}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** -1.

Câu 259. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$ và thoả mãn điều kiện $2f(x)+\left(x^2-1\right)f'(x)=\dfrac{x^3+2x^2+x}{\sqrt{x^2+3}}\ \ \forall x\in(-1;+\infty)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ bằng

Câu 260. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn các điều kiện $f(1)=2$ và $\Big(f'(x)\Big)^2+4f(x)=8x^2+4\ \ \forall x\in[0;1]$. Tính $\displaystyle\int_0^1 (f(x)+x)\,\mathrm{d}x$.

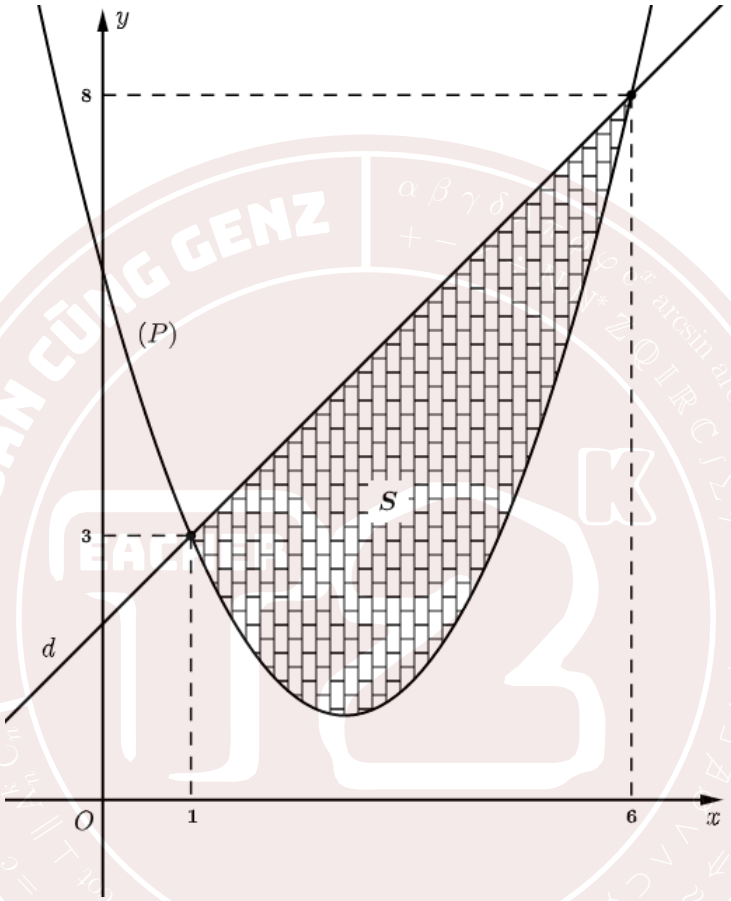
Câu 261. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A $\dfrac{71}{8}$. **B** $\dfrac{32}{3}$. **C** $\dfrac{71}{9}$. **D** $\dfrac{71}{12}$.

Câu 262. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(1)=4$ và $f(x)=xf'(x)-2x^3-3x^2\ \forall x>0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A 5. **B** 20. **C** 15. **D** 10.

Câu 263. Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như hình vẽ.



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S=\dfrac{125}{9}$. Tích phân $\displaystyle\int_1^6(2x-5)\,f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{830}{9}$. **B** $\dfrac{178}{9}$. **C** $\dfrac{340}{9}$. **D** $\dfrac{925}{18}$.

Câu 264. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thoả mãn các điều kiện $f(1)=1$, $x^3f(x)+2f^3(x)=2x^4f'(x)\ \forall x\in(0;+\infty)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=4$.

A $\dfrac{15}{2}$. **B** $\dfrac{14}{3}$. **C** $\dfrac{255}{4}$. **D** $\dfrac{62}{5}$.

Câu 265. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3;7]$, thoả mãn $f(x)=f(10-x)$ với mọi $x\in[3;7]$ và $\displaystyle\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $I=\displaystyle\int_3^7 xf(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 266. Cho hàm số $f(x)>0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A $2(4\ln 2-\ln 5)^2$. **B** $\dfrac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$. **C** $4(4\ln 2-\ln 5)^2$. **D** $\dfrac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$.

Câu 267. Cho $F(x)=-x\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

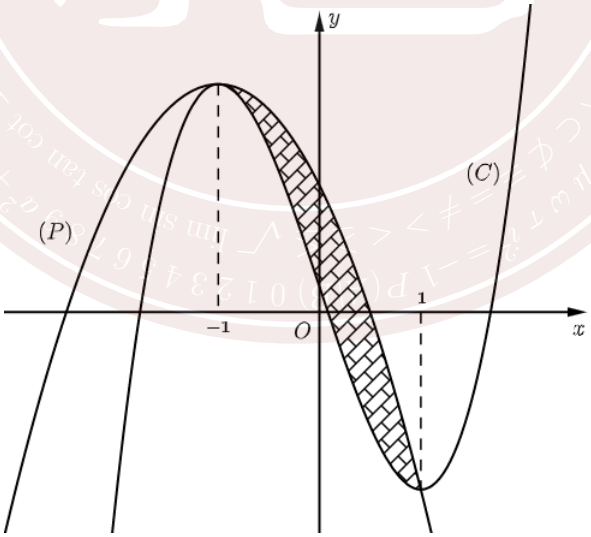
A $(x-2)\mathrm{e}^x+C$. **B** $2(1-x)\mathrm{e}^x+C$. **C** $(x-1)\mathrm{e}^x+C$. **D** $\dfrac{1-x}{2}\mathrm{e}^x+C$.

Câu 268. Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[0;1]$ và thoả mãn $f(1)=3$, $\left(2f(x)+1-3x^2\right)f'(x)=6x(1+f(x))\ \ \forall x\in[0;1]$. Tích phân $\displaystyle\int_0^1\left(f^3(x)-\frac{6}{7}\right)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 269. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\mathrm{e}^x+2x+1\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thoả mãn $F(1)=\mathrm{e}$. Tính $F(0)$.

A $\dfrac{1}{6}$. **B** $\dfrac{5}{6}$. **C** $-\dfrac{1}{6}$. **D** $-\dfrac{5}{6}$.

Câu 270. Cho hai hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C) và $g(x)=mx^2+nx+p$ có đồ thị (P) $(a,b,c,m,n,p\in\mathbb{R})$ như hình vẽ.



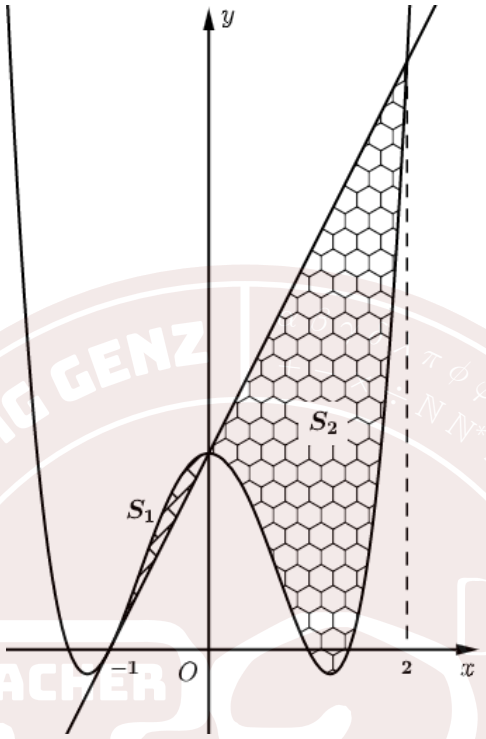
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

A $(0;1)$. **B** $(3;4)$. **C** $(2;3)$. **D** $(1;2)$.

Câu 271. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{2x-3}{x-2}\ \ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thoả mãn $f(1)=1$ và $f(3)=2$. Giá trị của biểu thức $f(0)+2f(4)$ bằng

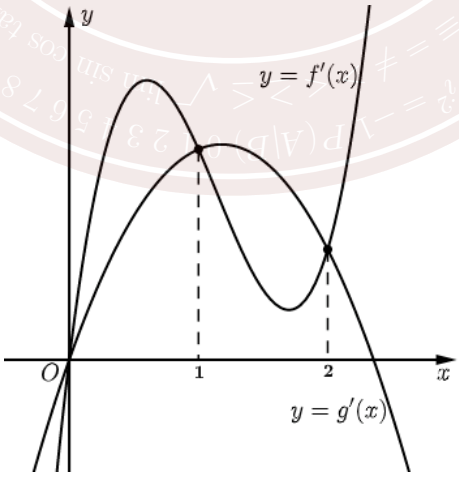
A $7+3\ln 2$. **B** 5. **C** $-5+7\ln 2$. **D** 3.

Câu 272. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x=-1$ của (C) cắt (C) tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ.



Biết $f(-1)=0$ và $S_1=\dfrac{401}{2022}$, tính S_2.

Câu 273. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a,q\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ.



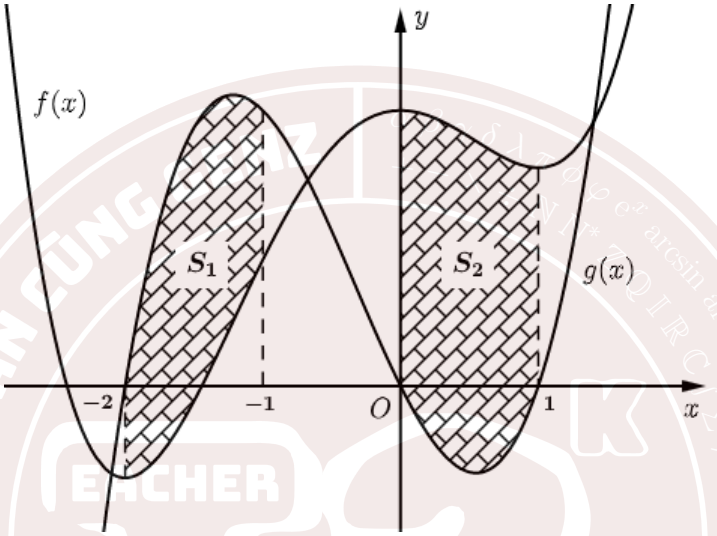
Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng $\dfrac{5}{2}$; $f(2)=g(2)$; diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\dfrac{u}{v}$ với $u,v\in\mathbb{N}$ và u,v nguyên tố cùng nhau. Tính $T=u^2-v^2$.

A 7. **B** 55. **C** -5. **D** 16.

Câu 274. Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là 1; 4 và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A 4. **B** 6. **C** 2. **D** 8.

Câu 275. Cho hàm số $f(x)=ax^4+\dfrac{1}{3}x^3-x^2+bx+2$ và hàm số $g(x)=cx^3+dx^2-2x$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ. Biết $S_1=\dfrac{97}{60}$, tính S_2.

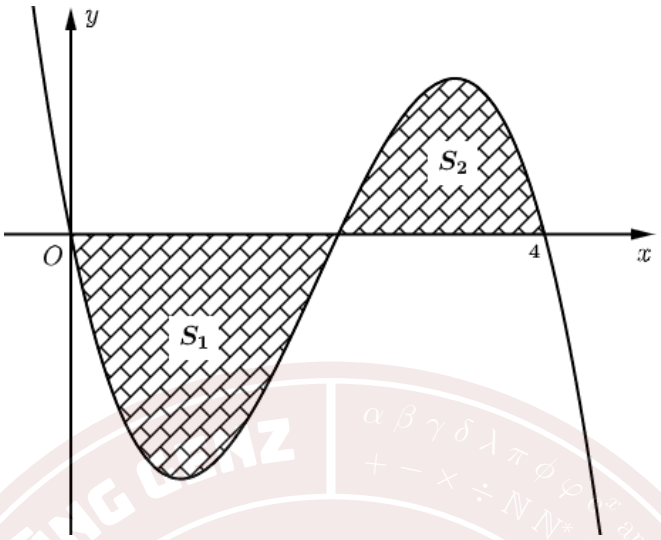
Câu 276. Cho hàm số $f(x)=2ax^3+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ với a, b, c là các số thực. Biết rằng hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ thoả mãn $g(-3)=-1$, $g(-2)=1$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{-3}^{-2}\frac{12a-f(x)}{2\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$.

Câu 277. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$. Biết $f(1)=1$ và $f(x)f(1-x)=\mathrm{e}^{x^2-x}$ $\forall x\in[0;1]$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1\frac{\left(2x^3-3x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

Câu 278. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;1]$ thoả $f(x)+2=\dfrac{3}{2}\displaystyle\int_{-1}^{1}(x+t)\,f(t)\mathrm{d}t$ với $x\in[-1;1]$.

Khi đó, $I=\displaystyle\int_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 279. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

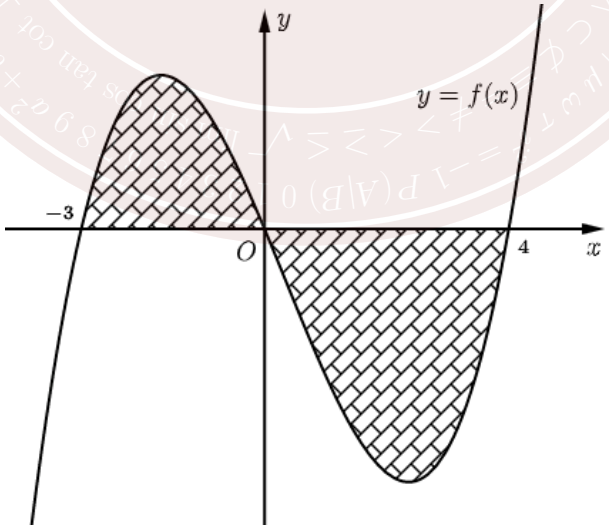


Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thoả mãn $S_1=2S_2=3$. Tích phân $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{3}{2}$. **C** $-\dfrac{3}{2}$. **D** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 280. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thoả mãn $f(1)=2$, $f(2)=1$ và $\int\limits_1^2 \big(xf'(x)\big)^2\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int\limits_1^2 x^2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 281. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi A_1, A_2 là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox. Khi đó, $\int\limits_{-3}^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $2A_1-A_2$. **B** A_1+A_2. **C** A_1-A_2. **D** A_2-A_1.

Câu 282. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $\int\limits_0^{2021} f(x)\mathrm{d}x = 2$. Khi đó, giá trị của tích phân $\int\limits_0^{\sqrt{\mathrm{e}^{2021}-1}} \dfrac{x}{x^2+1} f\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 1.

Câu 283. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\left(m^2+1\right)\cos x - 2m\sin x}{\cos x + \sin x}\mathrm{d}x = \pi$ (m là tham số thực). Tích các giá trị của m là

Câu 284. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn điều kiện $\int\limits_0^3 xf'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $f(3) = 6$. Tính $I = \int\limits_0^1 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

A $I = \dfrac{10}{3}$. **B** $I = 24$. **C** $I = \dfrac{8}{3}$. **D** $I = -\dfrac{8}{3}$.

Câu 285. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn $f(1) = 1$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tích phân $\int\limits_0^1 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 1. **B** 2. **C** -1. **D** -2.

Câu 286. Biết $F(x) = \left(ax^2+bx+c\right)\mathrm{e}^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(2x^2-5x+2\right)\mathrm{e}^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $f(F(0))$.

Câu 287. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(1;3)$, thoả mãn $f(2) = \mathrm{e}^{\frac{4}{3}}$ và $\mathrm{e}^x f^3(x) + \mathrm{e}^{-x} = 3f'(x)\sqrt{f(x)}\ \ \forall x \in (1;3)$. Khi đó, $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ bằng

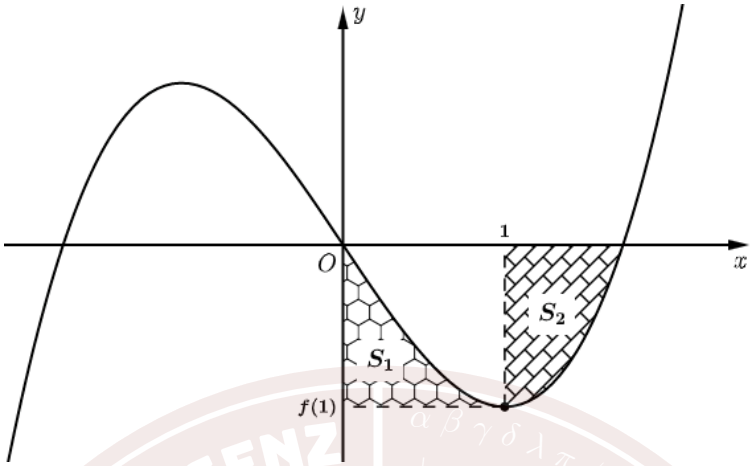
Câu 288. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$, thoả mãn điều kiện $f(x) > 0\ \ \forall x > \dfrac{1}{2}$, $f'(x) + 8xf^2(x) = 0\ \ \forall x > \dfrac{1}{2}$ và $f(1) = \dfrac{1}{3}$. Tính $f(1) + f(2) + ... + f(1011)$.

A $\dfrac{2022}{4046}$. **B** $\dfrac{2021}{2043}$. **C** $\dfrac{2022}{4045}$. **D** $\dfrac{2021}{4044}$.

Câu 289. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$, $x = 0$, $x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in [-4040;-3]$ để $S \le 2021$?

A 2019. **B** 2020. **C** 2021. **D** 2018.

Câu 290. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$, thoả mãn $(f(x)+1)$ và $(f(x)-1)$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như hình vẽ. Tính $2S_1-S_2$.

Câu 291. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x+3 & \text{, khi } x<2\\ 4x^3-1 & \text{, khi } x\geq 2\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $F(0)=3$. Giá trị $F(3)-5F(-5)$ bằng

A 12. **B** 16. **C** 13. **D** 7.

Câu 292. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, đồng biến trên đoạn $[1;4]$ và thoả mãn $x+2xf(x)=\left(f'(x)\right)^2\ \ \forall x\in[1;4]$. Biết rằng $f(1)=\dfrac{3}{2}$, tính $I=\displaystyle\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 293. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn điều kiện

$$\int_2^3 (x-1)^2 f^2(x-1)\,\mathrm{d}x=\int_1^2 \frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{7}{24}$$

Tính $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 294. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thoả mãn $\displaystyle\int_0^1 (2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $f(0)=3f(1)$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A $I=2$. **B** $I=-5$. **C** $I=-2$. **D** $I=5$.

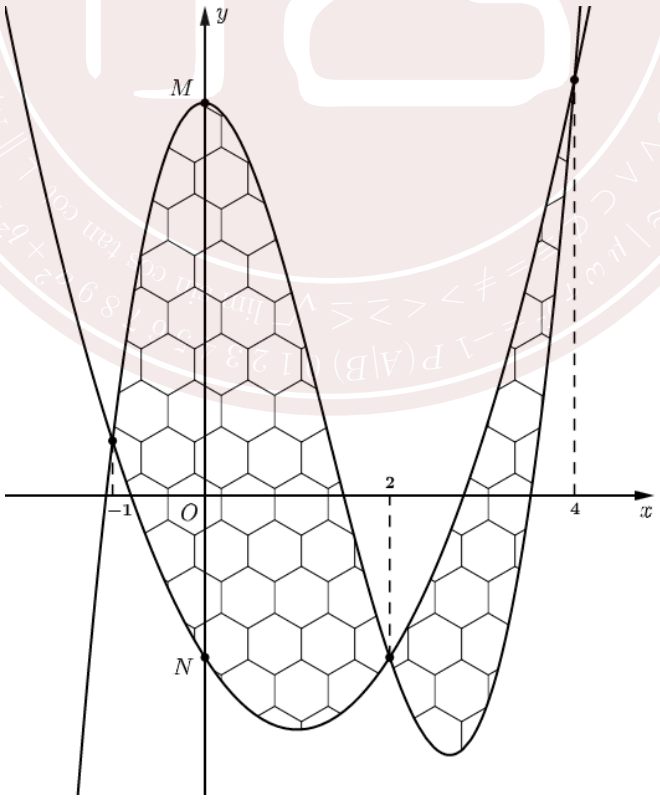
Câu 295. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ thoả mãn $f(1)=\sqrt{\mathrm{e}}$ và $f^3(x)\mathrm{e}^{-x}+\left(x^3+x^2\right)f(x)-2x^3f'(x)=0\ \forall x\in(0;+\infty)$. Tính $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 296. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(2)=3$, $\displaystyle\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^4 f'\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$.

A $I=0$. **B** $I=10$. **C** $I=-10$. **D** $I=14$.

Câu 297. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)=3f(2x)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)=3$ và $F(2)+4F(8)=15$. Khi đó, $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^7}\frac{f(1+\ln x)}{-3x}\mathrm{d}x$ bằng

Câu 298. Cho hai hàm đa thức $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g(x)=mx^2+nx+p$. Biết rằng đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -1; 2; 4; đồng thời cắt trục tung lần lượt tại M, N sao cho $MN=6$ như hình vẽ.



Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có diện tích bằng

A $\dfrac{125}{8}$. **B** $\dfrac{253}{24}$. **C** $\dfrac{253}{16}$. **D** $\dfrac{253}{12}$.

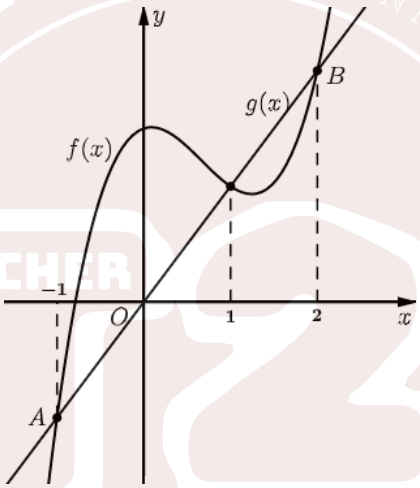
Câu 299. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -3; 1 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A $\dfrac{935}{36}$. **B** $\dfrac{941}{36}$. **C** $\dfrac{937}{36}$. **D** $\dfrac{939}{36}$.

Câu 300. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f'(x)+xf(x)=2x\mathrm{e}^{-x^2}$ và $f(0)=-2$. Tính giá trị $f(1)$.

A $f(1)=-\dfrac{2}{\mathrm{e}}$. **B** $f(1)=\dfrac{2}{\mathrm{e}}$. **C** $f(1)=-\mathrm{e}$. **D** $f(1)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 301. Cho đồ thị hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+\dfrac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết $AB=5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ bằng

A $\dfrac{7}{11}$. **B** $\dfrac{17}{11}$. **C** $\dfrac{5}{12}$. **D** $\dfrac{19}{12}$.

Câu 302. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(x)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$, $f(0)=1$ và $f'(x)=-4x^3f^2(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 x^3f(x)\mathrm{d}x$.

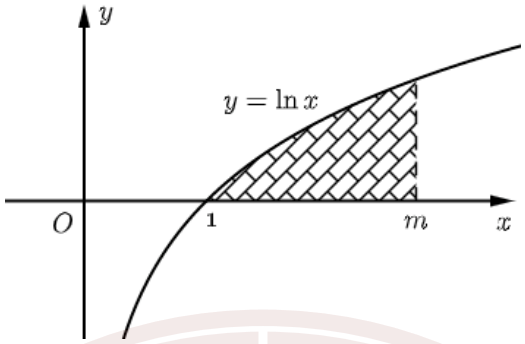
A $I=\dfrac{\ln 2}{4}$. **B** $I=\ln 2$. **C** $I=\dfrac{1}{4}$. **D** $I=\dfrac{1}{6}$.

Câu 303. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2\sin^2 x+1 & \text{khi } x<0\\ 2^x & \text{khi } x\geq 0\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $F(1)=\dfrac{2}{\ln 2}$. Tính $F(-\pi)$.

A $F(-\pi)=-2\pi+\dfrac{1}{\ln 2}$. **B** $F(-\pi)=-\pi-\dfrac{1}{\ln 2}$.

C $F(-\pi)=-2\pi$. **D** $F(-\pi)=-2\pi-\dfrac{1}{\ln 2}$.

Câu 304. Cho D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$ và $x=m$, với $m>1$.



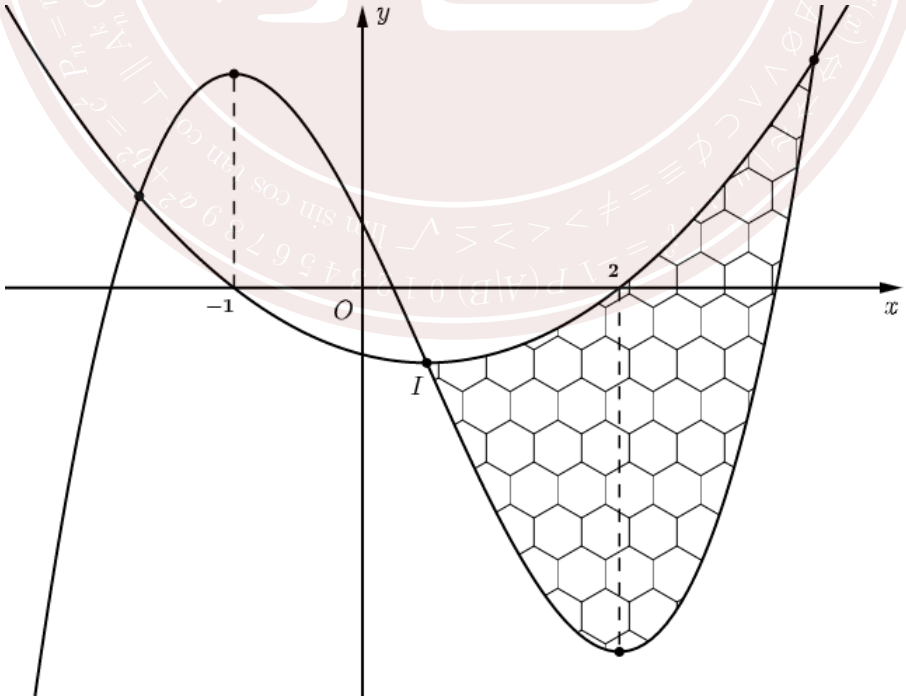
Khi hình phẳng D có diện tích bằng 1, giá trị của m thuộc khoảng nào dưới đây?

A $\left(\frac{7}{2};4\right)$. **B** $\left(3;\frac{7}{2}\right]$. **C** $\left(\frac{5}{2};3\right]$. **D** $\left(2;\frac{5}{2}\right]$.

Câu 305. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị không âm trên $[1;2]$ và thoả mãn điều kiện $f(x)=f(1-x)\ \forall x\in[-1;2]$. Đặt $S_1=\int\limits_{-1}^{2}xf(x)\mathrm{d}x$, S_2 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $S_1=2S_2$. **B** $S_1=3S_2$. **C** $2S_1=S_2$. **D** $3S_1=S_2$.

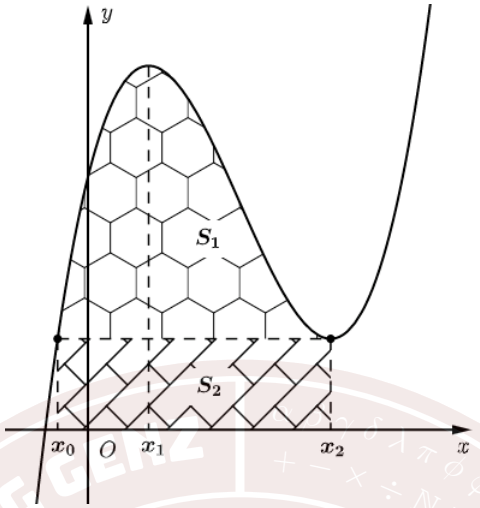
Câu 306. Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $18x_1x_2x_3=-55$.



Diện tích miền được kí hiệu như hình vẽ gần số nào nhất trong các số sau đây?

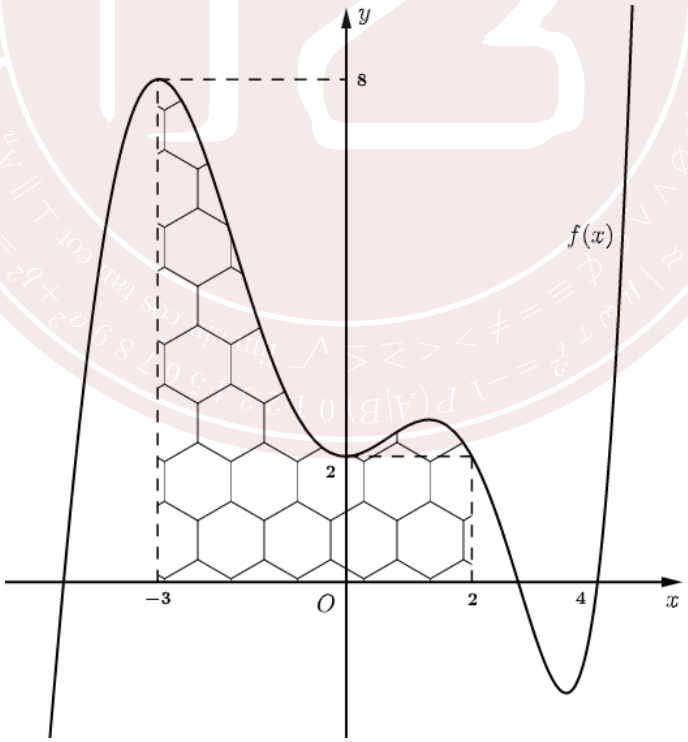
A $6,3$. **B** $6,1$. **C** $5,9$. **D** $5,7$.

Câu 307. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thoả mãn $x_2=x_1+2$ và $f(x_1)-4f(x_2)=0$. Đường thẳng song song với trục Ox qua điểm cực tiểu cắt đồ thị hàm số tại điểm thứ hai có hoành độ x_0 và $x_1=x_0+1$. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ với S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng kí hiệu như hình vẽ.

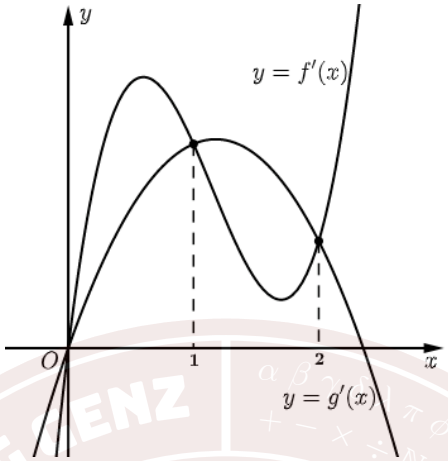
Câu 308. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giả sử hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ có diện tích bằng a. Tính theo a giá trị của tích phân $I=\displaystyle\int_{-3}^{2}(2x+1)\,f'(x)\mathrm{d}x$.

A $I=50-2a$. **B** $I=50-a$. **C** $I=-30-2a$. **D** $I=-30+2a$.

Câu 309. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=qx^2+nx+p$ như hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ bằng 10 và $f(2)=g(2)$; diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ bằng $\dfrac{u}{v}$ với $u,v\in\mathbb{N}$ và u, v nguyên tố cùng nhau. Tính $u-v$.

A 18. **B** 19. **C** 20. **D** 13.

Câu 310. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$$2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)-\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x\ \ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$$

Khi đó, $I=\displaystyle\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 16. **B** 0. **C** 2. **D** 8.

Câu 311. Cho hàm số $f(x)=x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx+36$. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và Ox giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 2; 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và Ox bằng $\dfrac{m}{n}$ là một phân số tối giản với $m,n\in\mathbb{N}^*$. Tổng $m+n$ bằng

A 846. **B** 845. **C** 848. **D** 847.

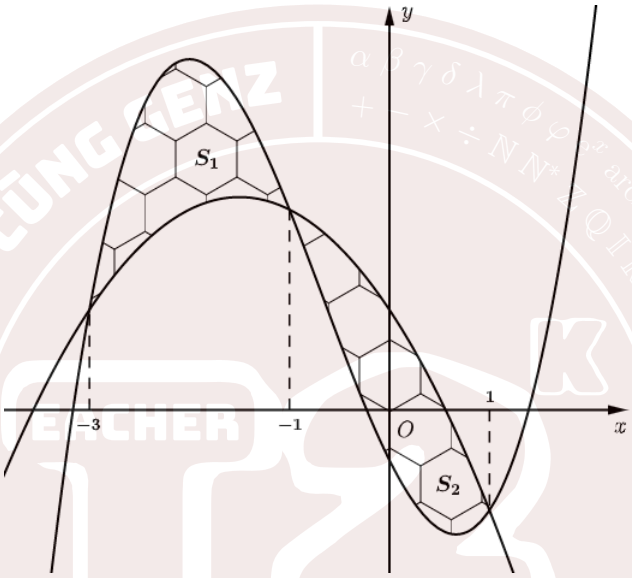
Câu 312. Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ $(b,c,d\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $g(x)=f(x)+2f'(x)+3f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -6 và 42. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1$ và $y=\dfrac{f(x)+f'(x)+f''(x)}{g(x)+18}$.

Câu 313. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$, thoả mãn $f(1)=2$ và $f'(x)=\dfrac{x^2}{f^2(x)}$ $\forall x\in(0;+\infty)$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A $\sqrt[3]{34}$. **B** 34. **C** 3. **D** $\sqrt[3]{20}$.

Câu 314. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=(m+1)x+5$ có giá trị nhỏ nhất bằng

Câu 315. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1; 1. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho gồm hai phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 được kí hiệu như hình vẽ.



Khi đó, tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A $\dfrac{3}{2}$. **B** 1. **C** $\dfrac{6}{5}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 316. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{2x^2+1}{x}$, $f(1)=1$ và $f(-1)=0$. Tính giá trị biểu thức $T=2f(2)-f(-3)$.

A $T=2\ln 2-\ln 3+1$. **B** $T=2\ln 2-\ln 3-1$. **C** $T=2\ln 2-\ln 3$. **D** $T=2\ln 2-\ln 3+C$.

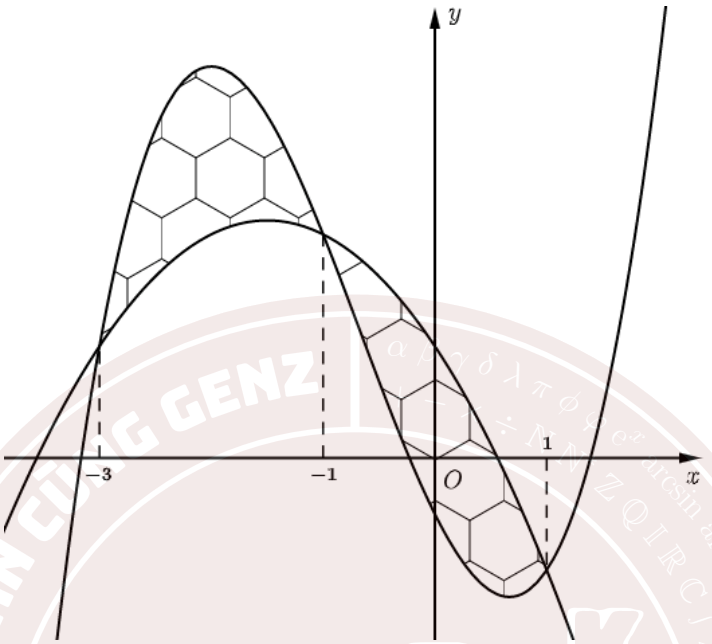
Câu 317. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $\cos^2 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{6}} f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **B** $\dfrac{1-2\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2}$. **D** $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 318. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{\ln(x+3)}{x^2}$ sao cho $F(-2)+F(1)=0$. Giá trị của $F(-1)+F(3)$ bằng

A $\dfrac{7}{3}\ln 2-\dfrac{1}{3}\ln 3$. **B** $\dfrac{1}{2}\ln 2-3\ln 3$. **C** $\dfrac{1}{3}\ln 3-5\ln 5$. **D** $\dfrac{3}{5}\ln 3-\dfrac{1}{5}\ln 5$.

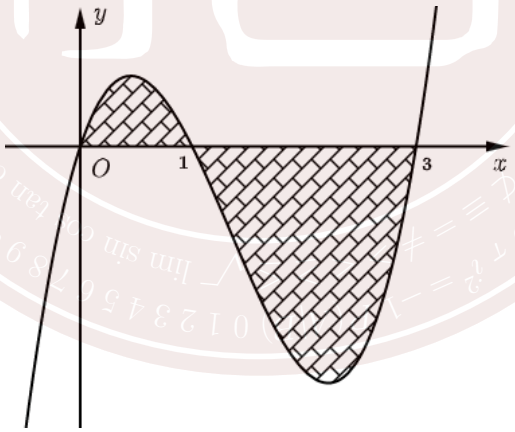
Câu 319. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $g(x)=dx^2+ex+1$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -3; -1; 1 như hình vẽ.



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A 8. **B** 5. **C** $\dfrac{9}{2}$. **D** 4.

Câu 320. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.



Miền phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục hoành có diện tích $S=a$. Biết rằng $\displaystyle\int_0^1 (x+1)\,f'(x)\mathrm{d}x=b$ và $f(3)=c$. Tính $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A $I=a-b+c$. **B** $I=-a+b-c$. **C** $I=-a+b+c$. **D** $I=a-b-c$.

Câu 321. Biết rằng trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$, hàm số $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm $F(x)=\left(ax^2+bx+c\right)\sqrt{2x-3}$ với a, b, c là các số nguyên. Tổng $S=a+b+c$ bằng

Câu 322. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2-x-2}$, $f(-3)-f(3)=0$ và $f(0)=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+f(1)-f(4)$ bằng

A $\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\ln 2$. **B** $\dfrac{1}{3}-\ln 2$. **C** $1+\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{8}{5}$. **D** $1+\ln 80$.

Câu 323. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $\mathrm{e}^{3x}\left(4f(x)+f'(x)\right)=2\sqrt{f(x)}$, $f(x)>0\ \forall x\geq 0$ và $f(0)=1$. Tính $I=\displaystyle\int\limits_0^{\ln 2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 324. Cho hàm số $f(x)$ được xác định với mỗi số thực x, gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số $g_1(x)=2x+1$, $g_2(x)=x+2$, $g_3=-3x+14$. Tính $\displaystyle\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{31}{2}$. **B** 30. **C** $\dfrac{27}{2}$. **D** 36.

Câu 325. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn các điều kiện $f(0)=0$ và $f(x)+f\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)=1+\sin 2x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của tích phân $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} xf'(2x)\mathrm{d}x$ gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A $1,08$. **B** $0,07$. **C** $0,83$. **D** $0,17$.

Câu 326. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)=\dfrac{\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x+2(1+\sin x+\cos x)}\ \forall x\in(0;\pi)$. Khi đó, $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{\ln 2}{2}$. **B** $\dfrac{4-3\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{-3+2\sqrt{2}}{2}$. **D** $\ln 2$.

Câu 327. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm không âm trên $[0;1]$ thoả mãn các điều kiện $f(x)>0$ và $f^2(x)\left(f'(x)\right)^2\left(x^2+1\right)^2=1+f^2(x)$ với mọi $x\in[0;1]$. Nếu $f(0)=\sqrt{3}$ thì giá trị $f(1)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$. **B** $\left(2;\dfrac{5}{2}\right)$. **C** $\left(\dfrac{5}{2};3\right)$. **D** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$.

Câu 328. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}+4 & \text{khi } x\geq 1\\ 2x+3 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(0)=\dfrac{1}{4}$. Khi đó, giá trị $F(-2)+3F(4)$ bằng

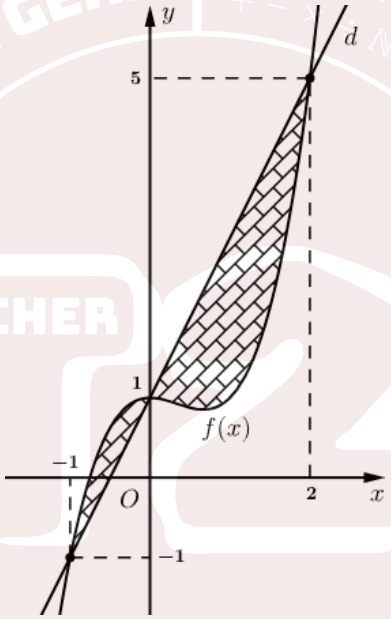
A 45. **B** 62. **C** 63. **D** 61.

Câu 329. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f'(x)+2f'(-x)=\dfrac{2|x|}{x^6+x^2+1}\ \forall x\in\mathbb{R}$. Giả sử $f(2)=m$ và $f(-3)=n$. Tính giá trị của biểu thức $T=f(-2)-f(3)$.

A $T=m+n$. **B** $T=n-m$. **C** $T=m-n$. **D** $T=-m-n$.

Câu 330. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn các điều kiện $f(0)=0$, $\left(x^2+1\right)f'(x)-xf(x)=-x^3-x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x=3$ bằng

Câu 331. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng $d:g(x)=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\displaystyle\int_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5}{12}$. Tích phân $\displaystyle\int_{0}^{1}xf'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{35}{8}$. **B** $\dfrac{13}{3}$. **C** $\dfrac{20}{3}$. **D** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 332. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $(-\infty;0)$, thoả mãn $f(-1)=1$, $f'(-1)=-4$ và $x^2f(x)\left(f''(x)+1\right)=f(x)\left(x^2-4f(x)\right)+x^2\left(f'(x)\right)^2\ \forall x\in(-\infty;0)$. Tính $I=\displaystyle\int_{-2}^{-1}\dfrac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x$.

Câu 333. Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1;3]$, $F(3)=1$ và $\displaystyle\int_{-1}^{3}F(x)\mathrm{d}x=6$. Gọi $f(x)$ là đạo hàm của hàm số $F(x)$ trên $[-1;3]$. Giá trị của $\displaystyle\int_{0}^{2}xf\left(2x-1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** -1. **C** -2. **D** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 334. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(x)>\mathrm{e}^x\ \forall x\in(0;+\infty)$, thoả mãn $(x+1)f(x)-xf'(x)=\mathrm{e}^x$ và $f(1)=3\mathrm{e}$. Giá trị $\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 335. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(x)+f'(x)=2x\mathrm{e}^x\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2f(x)$, $y=f'(x)$ và trục tung.

A $3\mathrm{e}^2$. **B** $3-\mathrm{e}$. **C** $\dfrac{2\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}-5}{2}$. **D** $\dfrac{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}-5}{2}$.

Câu 336. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $\left(x^2+1\right)f'(x)+xf(x)=-x\ \forall x\in\mathbb{R}$, $f(0)=-2$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{1+f(x)}$, hai trục toạ độ và đường thẳng $x=3$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V bằng

A 14π. **B** 15π. **C** 12π. **D** 13π.

Câu 337. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(6)+G(6)=6$ và $F(0)+G(0)=2$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^2 f\left(3x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{2}{3}$. **B** $\dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{1}{4}$. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 338. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(2)+G(2)=5$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $I=\displaystyle\int_0^{\sqrt{2}} xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** 1. **C** 3. **D** 4.

Câu 339. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn các điều kiện $f(0)=0$ và $f(x)+f'(x)=\sin x+x\sin x+x\cos x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành, trục tung và $x=\dfrac{\pi}{2}$ bằng

A π. **B** $\dfrac{\pi}{2}$. **C** 1. **D** 2.

Câu 340. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;+\infty)$ thoả mãn $f(x)>0\ \forall x\geq 0$ và $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}\ \forall x\geq 0$. Tính $\sqrt{f(2)}-\sqrt{f(1)}$.

A $\ln\dfrac{9}{8}$. **B** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{9}{8}$. **C** $\ln\dfrac{4}{3}$. **D** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{4}{3}$.

Câu 341. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)+xf'(x)+f'(x)=4x^3-6x^2-2x+4$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$.

A $S=8$. **B** $S=4$. **C** $S=8\pi$. **D** $S=4\pi$.

Câu 342. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(1)-3G(1)=4$ và $F(0)-3G(0)=6$. Nếu $f(1)=2$ thì $\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 3. **B** -1. **C** 2. **D** 1.

Câu 343. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn $f(x)=4x^3+k$ với $k=\int\limits_0^1 x^2 f\left(x^2\right)\mathrm{d}x$. Khi đó, $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{3}{2}$. **B** $\frac{5}{3}$. **C** 2. **D** $\frac{2}{3}$.

Câu 344. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;+\infty)$ thoả mãn $f(x)=\sqrt{x}+\int\limits_0^1 xf\left(x^4\right)\mathrm{d}x$. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $I=2$. **B** $I=\frac{3}{22}$. **C** $I=\frac{1}{2}$. **D** $I=\frac{22}{3}$.

Câu 345. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thoả mãn $f(1)=-\frac{1}{4}$ và $x^2+4x^2f(x)=\left(f'(x)\right)^2\ \forall x\in[1;3]$. Tính $I=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A $\frac{20}{3}$. **B** $\frac{117}{15}$. **C** $\frac{23}{3}$. **D** $\frac{233}{30}$.

Câu 346. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(x)=x^2f(x)-x^4+2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $\left(x^2-1\right)f'(x)$ và $f(0)=-4$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)+2$ và $y=f'(x)-2$ bằng

A $\frac{3}{2}$. **B** $\frac{4}{3}$. **C** $\frac{1}{2}$. **D** $\frac{8}{3}$.

Câu 347. Cho $a,b\in\mathbb{R}$, $a<b$ và $P=\int\limits_a^b\left(-x^4+5x^2-4\right)\mathrm{d}x$. Khi P đạt giá trị lớn nhất thì a^2+b^2 bằng

Câu 348. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn các điều kiện $f(0)=-1$ và $f'(x)+4x-6xe^{x^2-f(x)-1}=0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)+f''(x)$ bằng

A $\frac{16}{3}$. **B** $\frac{32}{3}$. **C** $\frac{22}{3}$. **D** $\frac{27}{3}$.

Câu 349. Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của biểu thức $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A 4. **B** 0. **C** 2. **D** 1.

Câu 350. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(2)+G(2)=4$ và $F(1)+G(1)=1$. Khi đó, $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x f(\sin x+1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{3}{2}$. **B** 3. **C** 6. **D** $\frac{3}{4}$.

Câu 351. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f(3x+1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 6. **B** 1. **C** 2. **D** $\frac{1}{3}$.

Câu 352. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ thoả mãn các điều kiện $f(1)=-2$ và $f^2(x)+2xf(x)+x^2=f'(x)+1\ \ \forall x\neq 0$. Tính $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 353. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị của $\int\limits_{\frac{1}{2}}^3 f(|2x-3|)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\frac{3}{2}$. **B** $\frac{7}{2}$. **C** 7. **D** 3.

Câu 354. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn $f(1)=0$ và $f(x)=x+\left(x^2+x\right)f'(x)\ \ \forall x>0$. Các số hữu tỉ a, b, c thoả mãn $\int\limits_1^2 \frac{f(x)}{x(x+1)}\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2+c$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A $-\frac{2}{3}$. **B** $\frac{1}{3}$. **C** -1. **D** $-\frac{1}{3}$.

Câu 355. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+3$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$ có đồ thị (C). Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị (P) đi qua gốc toạ độ. Biết hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (P) lần lượt là -1; 1; 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A $\frac{27}{4}$. **B** $\frac{37}{8}$. **C** $\frac{17}{3}$. **D** 6.

Câu 356. Cho parabol $(P): y = x^2 - x - 3$ và đường thẳng $d: y = 2mx - 2m$ với m là tham số thực. Để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có giá trị nhỏ nhất thì m bằng

Câu 357. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(8)+G(8)=15$ và $F(2)+G(2)=3$. Khi đó, $\displaystyle\int_1^3 f(3x-1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{1}{3}$. **B** 3. **C** 1. **D** 2.

Câu 358. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(6)+G(6)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó, $\displaystyle\int_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{5}{4}$. **C** 5. **D** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 359. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(0)=1$, $f(x)>0\ \forall x\geq 0$ và $f(x)-f'(x)=\mathrm{e}^{-2x}f^2(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ bằng

Câu 360. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0;4]$. Biết $f(0)=1$ và $f(x)f(4-x)=\mathrm{e}^{x^2-4x}$ với mọi $x\in[0;4]$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^4 \frac{\left(x^3-6x^2\right)f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

Câu 361. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $(x+2)f(x)+(x+1)f'(x)=\mathrm{e}^x$ và $f(0)=\dfrac{1}{2}$. Tính $f(2)$

A $f(2)=\dfrac{\mathrm{e}}{3}$. **B** $f(2)=\dfrac{\mathrm{e}}{6}$. **C** $f(2)=\dfrac{\mathrm{e}^2}{3}$. **D** $f(2)=\dfrac{\mathrm{e}^2}{6}$.

Câu 362. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2F(4)-G(4)=6$ và $2F(0)-G(0)=2$. Khi đó $\displaystyle\int_0^1 f(4x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{3}{4}$. **C** 4. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 363. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+a\mathrm{e}^{2x}+b\mathrm{e}^x$ với a, b là số thực. Hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)$ có hai giá trị cực trị là 2 và 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\left(-f(x)+5f'(x)+2\mathrm{e}^{3x}\right)g^2(x)$ và $y=g^3(x)$ bằng

Câu 364. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn $f'(x)-2f(x)f'(x)+2xf'(x)+(x+1)^2 f''(x)=0\ \forall x\in[0;1]$ và $f'\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=1$. Biết tích phân $\int\limits_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b$ bằng

Câu 365. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$, biết $f(x)+1=\ln x+xf'(x)\ \forall x>0$ và $f(1)=1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)-x$, $y=f'(x)-2$ và $x=\mathrm{e}$ bằng

A 2e. **B** $\mathrm{e}+1$. **C** e. **D** $\mathrm{e}-1$.

Câu 366. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(x)=xf'(x)-2x^3-3x^2$ và $f(1)=4$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$ và $y=f'(x)$.

A 6. **B** 18. **C** 27. **D** 9.

Câu 367. Cho $F(x)$, $G(x)$ là các nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F(x)=2^x\cos x$ và $G(0)=2$. Khi đó, $F(0)-G\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A 1. **B** 0. **C** 2. **D** -1.

Câu 368. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f'(x)+2xf(x)=x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=\frac{3}{2}$ và $\int\limits_0^1(2f(x)-1)x\mathrm{d}x=a+\frac{b}{\mathrm{e}}$ với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó, $a+b$ bằng

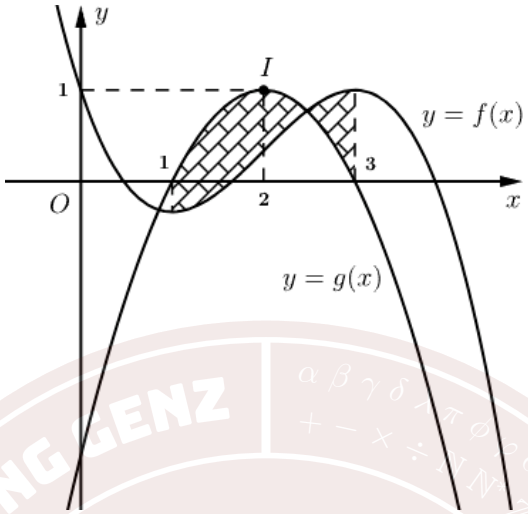
A -1. **B** 1. **C** $\frac{1}{2}$. **D** 0.

Câu 369. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $g(x)=f(x)\mathrm{e}^{-2x}$ có hai giá trị cực trị là 2 và $-\mathrm{e}^6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2g(x)$ và $h(x)=(2ax+b)\mathrm{e}^{-2x}$ bằng

Câu 370. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[1;2]$, thoả mãn điều kiện $f(x)\neq 0\ \forall x\in[1;2]$, $f'(x)(1-f(x))^2=f^4(x)(x+1)^2$ và $f(1)=-1$. Biết $\int\limits_1^2(x-1)f(x)\mathrm{d}x=\ln a+b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, tổng $S=a+b^2$ bằng

Câu 371. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f^3(x)+3f(x)-4=x\ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, $\int\limits_0^{10}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

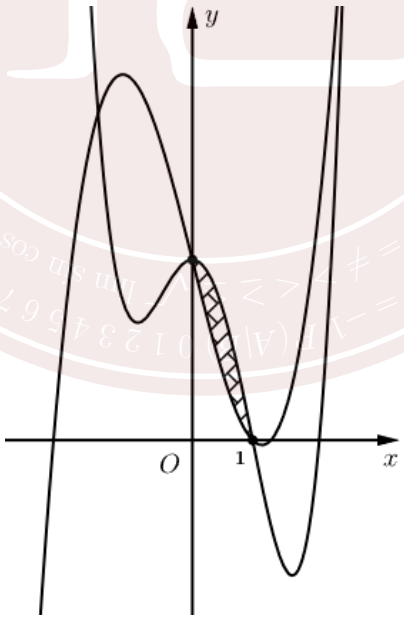
Câu 372. Cho hàm đa thức bậc ba $y=f(x)$ và hàm số $y=g(x)$ với đồ thị là parabol đỉnh I như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1x_2x_3=12$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=1$, $x=3$ gần số nào nhất trong các số sau đây?

A $2,27$. **B** $1,27$. **C** $2,17$. **D** $1,17$.

Câu 373. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$ và $g(x)=x^3-4x+3$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết hai đồ thị $y=f(x)$, $y=g(x)$ cắt nhau tại 4 điểm phân biệt có hoành độ $x_1<x_2<x_3<x_4$ thoả mãn $x_1+x_4=x_3$, $x_1x_4+4(x_2+x_3)=0$ và đồng thời diện tích phần kí hiệu trên hình bằng $\dfrac{7}{10}$. Hỏi diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$, $h(x)=4a+b-c+d-e$ bằng

Câu 374. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ thoả $2(x+3)f'(x)-f(x)=\left(5x^2+3x-16\right)(x+3)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và trục hoành là

Câu 375. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thoả mãn $af(b)+bf(a)=1$ với mọi giá trị của $a,b\in[0;1]$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 376. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=3$ và $x=4$. Biết $4f(x)+\left(x^2-4\right)f'(x)=2x^3+8x^2+8x$.

Câu 377. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thoả $f(2)=0$, $\displaystyle\int_1^2\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{45}$ và $\displaystyle\int_1^2(x-1)f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{30}$. Tính $I=\displaystyle\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 378. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $x=-1$ và $x=3$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ có diện tích bằng 12. Giá trị $|f(-1)-f(3)|$ bằng

A 18. **B** 12. **C** 48. **D** 19.

Câu 379. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}+\int_0^1 f^2\left(x^2\right)\mathrm{d}x$. Giá trị $f\left(\frac{1}{4}\right)$ bằng

Câu 380. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1=2$, $x_2=3$ và $x_3=6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C):y=f(x)$ và $(C'):y=f'(x)$ bằng

A $\frac{71}{18}$. **B** $\frac{32}{9}$. **C** $\frac{32}{3}$. **D** $\frac{71}{6}$.

Câu 381. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x+\frac{x^3}{3}=\int f^2(x)\mathrm{d}x+x+C$ với C là hằng số. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=1$, $x=0$, $x=2$ bằng

Câu 382. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của $F(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết $\left(G'(1)\right)^2 - F^2(0) = 4$. Khi đó, $\int\limits_0^1 f(x)G'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 2. **B** 4. **C** 6. **D** 8.

Câu 383. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thoả mãn điều kiện $f(x) + (x-1)\,f'(x) = x + \dfrac{1}{x} - 2 + 2\,(x-1)\ln x \ \ \forall x \in (0;+\infty)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi bốn đường $y = f(x)$, trục hoành, $x = \mathrm{e}^2$, $x = \mathrm{e}^3$ là số thực thuộc tập hợp nào dưới đây?

A $[100;200]$. **B** $[500;+\infty)$. **C** $(200;500)$. **D** $(0;100)$.

Câu 384. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) + \mathrm{e}^x \sin x$ trên $\mathbb{R}$ và $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) - \mathrm{e}^x \sin x$ trên $\mathbb{R}$. Biết $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) + G\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 8$ và $F(0) + G(0) = -2$. Tính $\int\limits_0^{\pi} f\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{5}{3}$. **B** 3. **C** 15. **D** 9.

Câu 385. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $xf'(x) - f(x) = 2x^3 - 2x^2 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ và $y = f'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(9;10)$. **B** $(6;7)$. **C** $(8;9)$. **D** $(7;8)$.

Câu 386. Cho hàm số $y = F(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $F(1) = 10$ và $\int\limits_{-2}^{1} F(x)\mathrm{d}x = 3$. Gọi $f(x)$ là đạo hàm của $F(x)$. Khi đó, $\int\limits_0^3 xf\,(x-2)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 27. **B** 7. **C** 17. **D** 23.

Câu 387. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $\left(x + \dfrac{1}{x}\right) f'(x) + f(x) = 1 \ \ \forall x \neq 0$ và $f(0) = 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Ox, Oy, $x = 2$ và $y = f(x)$ bằng

Câu 388. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}^+$ thoả mãn $f'(x) \geq x + \dfrac{1}{x} \ \ \forall x \in \mathbb{R}^+$ và $f(1) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(2)$.

A $\dfrac{5}{2} - \ln 2$. **B** $\dfrac{5}{2} + \ln 2$. **C** $\ln 2$. **D** 4.

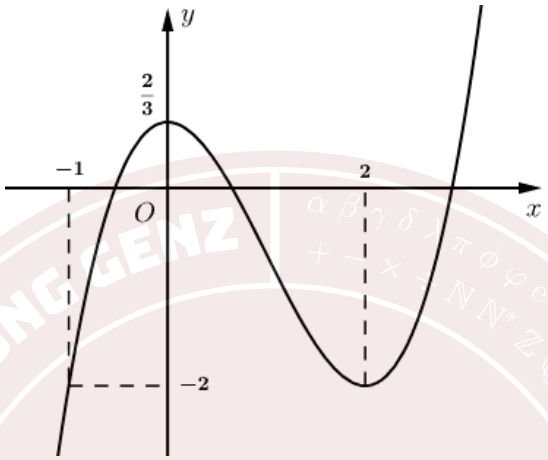
Câu 389. Biết $\int\limits_0^4 \max\left\{2; x^2 - 3x + 2\right\}\mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

A 565. **B** 3517. **C** 36. **D** 65.

Câu 390. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$. Biết $2xf(x)+\left(x^2-1\right)f'(x)=5x^4+8x^3+3ax^2+4x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

A $\dfrac{32}{3}$. **B** $\dfrac{71}{6}$. **C** $\dfrac{7}{12}$. **D** $\dfrac{45}{4}$.

Câu 391. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $x=0$, $x=2$ và đồ thị như hình vẽ



Giá trị $a\displaystyle\int_{-1}^{0}(f(x)+2)\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{32}{27}$. **B** $\dfrac{32}{9}$. **C** $\dfrac{16}{9}$. **D** $\dfrac{16}{3}$.

Câu 392. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(x)=x\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+1$. Giá trị của $\displaystyle\int_{2022}^{2023} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 393. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và $f(x)>0$ trên đoạn $[0;2]$, đồng thời thoả mãn $f'(0)=1$, $f(0)=2$ và $f(x)f''(x)+\left(\dfrac{f(x)}{x+2}\right)^2=\left(f'(x)\right)^2$. Tính $f^2(1)+f^2(2)$.

Câu 394. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\left(x^2+5\right)^2 f'(x)=2xf^2(x)$, $f(x)\neq 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=6$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A 9. **B** 22. **C** 12. **D** 21.

Câu 395. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$, có đạo hàm trên khoảng đó và thoả mãn $f(x)\ln f(x)=x\left(2f(x)-f'(x)\right)\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=f(3)$, giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(3;5)$. **B** $(40;42)$. **C** $(1;3)$. **D** $(32;34)$.

Câu 396. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x\sqrt{x^4+1}}$ với $x>0$ thoả mãn $F(1)=1$. Biết $F(2)=\ln\left(\dfrac{a+\sqrt{b}}{2\sqrt{2}}\right)+1$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.

A 37. **B** 20. **C** 17. **D** 30.

Câu 397. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f(0)=2$ và $\left(f'(x)\right)^2=f(x)\mathrm{e}^x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó, $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(11;12)$. **B** $(12;13)$. **C** $(9;10)$. **D** $(13;14)$.

Câu 398. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $2F(4)-G(4)=6$ và $2F(0)-G(0)=2$. Khi đó, $\displaystyle\int\limits_0^2 f(2x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 4. **B** -2. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** 2.

Câu 399. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$ thoả mãn $f'(x)=\dfrac{3}{3x-1}$, $f(0)=1$ và $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A $5\ln 2+2$. **B** $5\ln 2+3$. **C** $5\ln 2+4$. **D** $5\ln 2-2$.

Câu 400. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$, thoả mãn $f(\mathrm{e})=\mathrm{e}^4+2\mathrm{e}^2$ và $\left(xf'(x)-2f(x)\right)\ln x=2x^4-f(x)$. Giá trị $f(2)$ bằng

Câu 401. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(-x)+2018f(x)=2x\sin x$. Tính $I=\displaystyle\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$

A $\dfrac{4}{2019}$. **B** $\dfrac{2}{2019}$. **C** $\dfrac{2}{2018}$. **D** $\dfrac{2}{1009}$.

Câu 402. Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x $(0\le x\le 2)$ thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)\mathrm{e}^x$. Biết thể tích vật thể (T) bằng $\dfrac{a\mathrm{e}^4-b}{4}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị của $P=a+b$ bằng

A 12. **B** -12. **C** 14. **D** -14.

Câu 403. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên trục trên $[1;4]$ và $f'(x)>0\ \ \forall x\in[1;4]$. Biết $f(1)=\dfrac{3}{2}$ và $\left(x^2f'(x)\right)^3-2f(x)=5\ \ \forall x\in[1;4]$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A $\dfrac{2\sqrt{5}-3}{4}$. **B** $\dfrac{5\left(\sqrt{5}-1\right)}{2}$. **C** $\dfrac{3\left(\sqrt{5}+1\right)}{2}$. **D** $\dfrac{5\sqrt{5}-3}{4}$.

Câu 404. Biết rằng $\int\limits_1^2 \left(\frac{3}{2}x^4+3x^3+x+1\right)\mathrm{e}^{x^3}\mathrm{d}x=\frac{a\mathrm{e}^b+c\mathrm{e}}{2}$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b+c$ bằng

Câu 405. Biết $\int\limits_1^2 \frac{3x+1}{3x^2+x\ln x}\mathrm{d}x=\ln\left(a+\frac{\ln b}{c}\right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c\le 4$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

Câu 406. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;4]$, thoả mãn $f(1)=1$, $f(4)=8$ và $x^3+2f^2(x)=2xf(x)f'(x)\ \forall x\in[1;4]$. Giá trị của $\int\limits_1^4 \frac{x}{f(x)}\mathrm{d}x$ bằng

Câu 407. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ và thoả mãn điều kiện $f\left(x^2+1\right)+\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{4x\sqrt{x}}=\frac{\ln x}{x}$. Biết $\int\limits_1^{17} f(x)\mathrm{d}x=a\ln 4-b$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng

A 16. **B** 20. **C** 12. **D** 8.

Câu 408. Cho hàm số $f(x)=x+\cos\pi x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(0)=f(0)$. Giá trị của $F(-1)$ bằng

A $\frac{3}{2}-\frac{1}{\pi}$. **B** $-\frac{3}{2}$. **C** $\frac{3}{2}+\frac{1}{\pi}$. **D** $\frac{3}{2}$.

Câu 409. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên đoạn $[0;1]$, thoả mãn $f(1)=0$, $f'(1)=1$ và $10f(x)-5xf'(x)+x^2f''(x)=0\ \forall x\in[0;1]$. Khi đó, tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 410. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $f'(x)=f(x)+\mathrm{e}^x\cos 2024x$ và $f(0)=0$. Số nghiệm thuộc đoạn $[-1;1]$ của phương trình $f(x)=0$ là

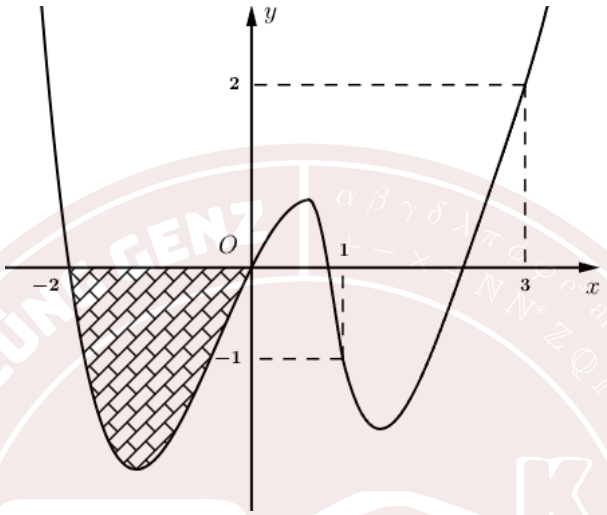
A 1289. **B** 4041. **C** 4043. **D** 1287.

Câu 411. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;1]$, thoả mãn $\int\limits_0^1 f^2\left(x^3\right)\mathrm{d}x=4\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\frac{36}{5}$. Giá trị $f\left(\frac{1}{8}\right)$ bằng

Câu 412. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x+1)^2}$ sao cho $F(0)=2$. Biết $F(2)=a\ln 3+b$ $(a,b\in\mathbb{Z})$. Tính $a+b$.

A 2. **B** 1. **C** 0. **D** 3.

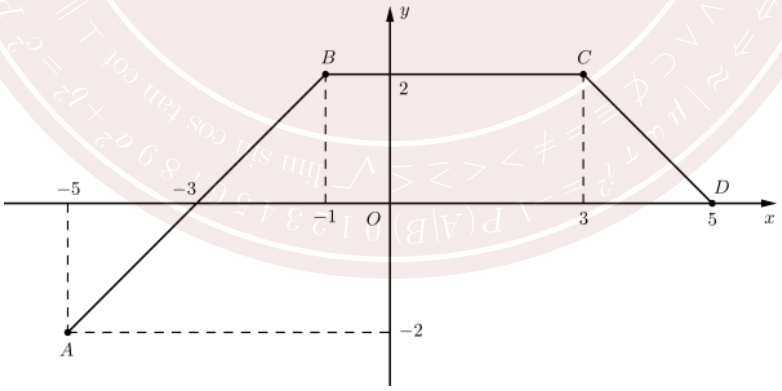
Câu 413. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích S hình phẳng kí hiệu bằng 3. Tính $T=\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} f'(2x+1)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{3} f'(2x-4)\,\mathrm{d}x+\int_{3}^{4} f(2x-8)\,\mathrm{d}x$.

A $T=1$. **B** $T=5$. **C** $T=\dfrac{5}{2}$. **D** $T=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 414. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-5;5]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính tích phân $\displaystyle\int_{-5}^{5} f(x)\mathrm{d}x$.

A 8. **B** 14. **C** 10. **D** 12.

Câu 415. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)\setminus\{0\}$, thoả mãn điều kiện $f(1)=0$ và $f'(x)+x\left(\mathrm{e}^{f(x)}+2\right)+\dfrac{x}{\mathrm{e}^{f(x)}}=0$. Giá trị của $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ bằng

Câu 416. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;4]$ và thoả mãn $f(x)=\dfrac{f\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}}+\dfrac{\ln x}{x}$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int\limits_3^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A $I=3+2\ln^2 2$. **B** $I=2\ln^2 2$. **C** $I=2\ln 2$. **D** $I=\ln^2 2$.

Câu 417. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-2\}$ thoả $x(x+2)f'(x)+2f(x)=x^2+3x+2$ và $f(1)=-3\ln 3$. Giá trị $f(2)=a+b\ln 2$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính a^2+b^2.

A 18. **B** 20. **C** $\dfrac{25}{4}$. **D** $\dfrac{17}{2}$.

Câu 418. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1+\sin x)\cos^2 x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{\pi^2}{16}+\dfrac{1}{36}$. **B** $\dfrac{\pi^2}{16}-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{17}{36}$. **C** $\dfrac{\pi^2}{16}+\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{1}{36}$. **D** $\dfrac{\pi^2}{16}+\dfrac{17}{36}$.

Câu 419. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f(1)=\ln 4$ và $f'(x)=\dfrac{f(x)+x+1}{x+1}\ \ \forall x>0$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A $8\ln 2$. **B** $32\ln 2$. **C** $16\ln 2$. **D** $4\ln 2$.

Câu 420. Biết $\displaystyle\int\limits_1^4\sqrt{\frac{1}{4x}+\frac{\sqrt{x}+\mathrm{e}^x}{\sqrt{x}\mathrm{e}^{2x}}}\mathrm{d}x=a+\mathrm{e}^b-\mathrm{e}^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị biểu thức $T=a-b-c$.

Câu 421. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{x(1+\ln x)^3}\ \ \forall x\geq 1$ và $f(1)=0$. Tích phân $\displaystyle\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{1}{4}$. **B** $\dfrac{3}{4}-\dfrac{\mathrm{e}}{2}$. **C** $-\dfrac{1}{4}$. **D** $\dfrac{\mathrm{e}}{2}-\dfrac{3}{4}$.

Câu 422. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ thoả $f(1-x)+f(1+x)=0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $\displaystyle\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=9$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A 96. **B** 18. **C** 72. **D** 120.

Câu 423. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $5f(x)-f'(x)=(3x-2)\mathrm{e}^x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=-\dfrac{5}{16}$, giá trị $f(1)$ bằng

A $-\dfrac{7\mathrm{e}}{16}$. **B** $\dfrac{19}{8\mathrm{e}}$. **C** $-\dfrac{19}{8\mathrm{e}}$. **D** $\dfrac{7\mathrm{e}}{16}$.

Câu 424. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f'(x)=f(x)+x\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(2)=1$. Giá trị $\int\limits_0^2\left(x^2+2x\right)f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 425. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn

$$\begin{cases} f'(x)\left(3f^2(x)+1\right)=9x^8+21x^6+15x^4+6x^2+1\ \ \forall x\in\mathbb{R} \\ f(0)=0 \end{cases}$$

Tính $\int\limits_{-1}^{1}\left(\left(\dfrac{f(x)}{x^4+1}\right)^{2023}+\left(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}\right)f(x)+\dfrac{f^2(x)}{\mathrm{e}^x+1}\right)\mathrm{d}x.$

Câu 426. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số bậc hai với đồ thị Parabol có trục đối xứng là trục Oy và thoả mãn điều kiện $(x-1)^2f(x+1)=f^2(x)-2x^2+1$. Tính giá trị của tích phân $\int\limits_{-5}^{5}\dfrac{f(x)}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$

Câu 427. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, nghịch biến trên đoạn $[-1;3]$, $f(-1)=1$ và $f(3)=-2$. Hàm số $g(x)$ có đồ thị đối xứng với đồ thị của hàm số $f(x)$ qua đường thẳng $y=x$. Khi $\int\limits_{-1}^{3}f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_{-2}^{1}g(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 428. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả $x\left(xf'(x)+f(x)\right)=-\left(x+f'(x)\right)\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{1+f(x)}$, hai trục toạ độ và đường thẳng $x=6$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V bằng

A 42π. **B** 72π. **C** 78π. **D** 36π.

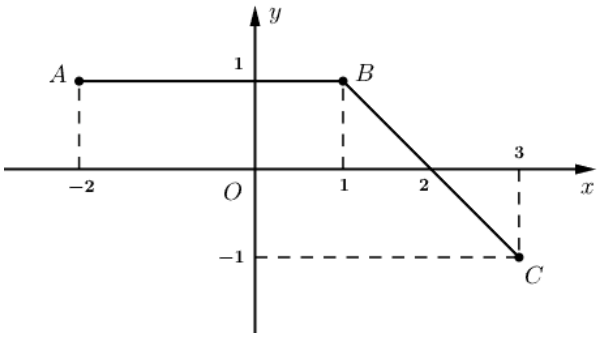
Câu 429. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A $\dfrac{32}{3}$. **B** $\dfrac{71}{9}$. **C** $\dfrac{71}{6}$. **D** $\dfrac{64}{9}$.

Câu 430. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn điều kiện $f'(x)-3f(x)=2x\mathrm{e}^{3x}$ và $f(0)=0$. Giá trị $f(2)$ bằng

A $2\mathrm{e}^6$. **B** $\dfrac{\mathrm{e}^6}{2}$. **C** $4\mathrm{e}^6$. **D** e^6.

Câu 431. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;3]$ là đường gấp khúc ABC như hình vẽ.



Tích phân $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{9}{2}$. **B** 3. **C** 4. **D** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 432. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $(1;+\infty)$, thoả $f(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$, $f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ và $-xf'(x)\ln x+f(x)=2x^2f^2(x)\ \forall x\in(1;+\infty)$. Giá trị $f(2)$ bằng

Câu 433. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Biết $F(x)$, $G(x)$ lần lượt là các nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $f(x)+1$ thoả $G(3)-F(3)=4$. Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(G(x)-F(x))\sin x\mathrm{d}x$.

A 3. **B** 0. **C** 1. **D** 2.

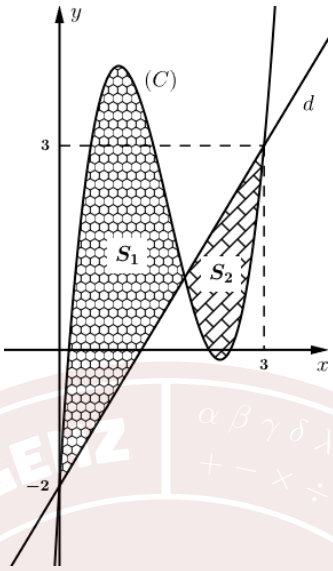
Câu 434. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn điều kiện $f(0)=0$, $f'(0)\neq 0$ và $f(x)f'(x)+18x^2=\left(3x^2+x\right)f'(x)+(6x+1)f(x)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_{0}^{1}(x+1)\mathrm{e}^{f(x)}\mathrm{d}x=a\mathrm{e}^2+b$ với $a,b\in\mathbb{R}$. Giá trị của $a-b$ bằng

Câu 435. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị không âm, có đạo hàm liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và thoả mãn điều kiện $f(x)=2\int\limits_{0}^{x}t(f(t)+1)\mathrm{d}t\ \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xf(x)$, $y=f'(x)$, $x=1$ bằng

Câu 436. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)$. Biết $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$, tính $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A 1. **B** 0. **C** $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 437. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị (C) như hình vẽ



Biết đường thẳng d tạo với (C) hai miền có diện tích lần lượt là S_1, S_2 với $S_1=\dfrac{17}{3}$ và $S_2=\dfrac{5}{3}$. Tính giá trị của $I=\displaystyle\int_0^1(2x-1)\,f'(3x)\,\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{2}{3}$. **B** $-\dfrac{4}{9}$. **C** $-\dfrac{8}{9}$. **D** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 438. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\dfrac{(x+1)\ln x+2}{1+x\ln x}$ và $F(1)=4$. Tính giá trị $F(\mathrm{e})$

A $\ln(1+\mathrm{e})+2+\mathrm{e}$. **B** $\ln(1+\mathrm{e})+3+\mathrm{e}$. **C** $2\ln(1+\mathrm{e})+1$. **D** $\ln(2+\mathrm{e})+3+\mathrm{e}$.

Câu 439. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $xf^2(x)f'(x)=4f^3(x)-3x^2\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(2)=1$. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 f^3(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 440. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\mathrm{e}^{kx}$ sao cho $F(0)=\dfrac{1}{k}$. Giá trị k để $F(x)=f(x)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(-2;0)$. **B** $(2;3)$. **C** $(0;2)$. **D** $(-3;-2)$.

Câu 441. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f\left(\sin^2 x\right)\cot x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{8}$ và $\displaystyle\int_0^{\ln 2} f\left(\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}$.

Giá trị $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2}\dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{7}{4}$. **B** $\dfrac{11}{2}$. **C** 1. **D** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 442. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$, thoả mãn $f(2)=16f(1)$ và $x\left(6x\sqrt{f(x)}-f'(x)\right)=2f(x)\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Tính $I=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{31}{5}$. **B** $I=\dfrac{31}{10}$. **C** $I=\dfrac{31}{15}$. **D** $I=\dfrac{31}{20}$.

Câu 443. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và nhận giá trị dương trên khoảng $(-1;+\infty)$, thoả $\left(f'(x)\right)^2=\dfrac{f(x)}{(x+1)^2(x^2+2x+2)}\ \ \forall x\in(-1;+\infty)$, $f(x)>0\ \ \forall x\in(-1;+\infty)$ và $f(0)=4$. Khi đó, $f\left(\sqrt{3}-1\right)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0;2)$. **B** $(2;4)$. **C** $(4;6)$. **D** $(6;8)$.

Câu 444. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục và nhận giá trị dương trên khoảng $(-1;+\infty)$, thoả $f(0)=4$, $\left(f'(x)\right)^2=\dfrac{4f(x)}{(x+1)^2(x^2+2x+2)}\ \ \forall x\in(-1;+\infty)$ và $f(x)>0\ \ \forall x\in(-1;+\infty)$. Khi đó, $f\left(\sqrt{3}-1\right)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A $(0;2)$. **B** $(2;4)$. **C** $(4;6)$. **D** $(6;8)$.

Câu 445. Xét $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R},\ a>0)$ sao cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là A, B và $C\left(1;-\dfrac{3}{5}\right)$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, B và C. Khi đó, hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ có diện tích bằng $\dfrac{2}{5}$, tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 446. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{x-1}+6x\ \ \forall x\in(1;+\infty)$ và $f(2)=12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thoả $F(2)=6$. Khi đó, $P=F(5)-4F(3)$ bằng

A 20. **B** 10. **C** 25. **D** 24.

Câu 447. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ thoả mãn

$$f(1+4\sin x)-\sin x f(3-2\cos 2x)=6\sin x+1\ \ \forall x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$$

Khi đó, $I=\int\limits_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 448. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thoả $f(x)+2xf'(x)=6x^2\sqrt{x}\ \ \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=1$. Giá trị $f(4)$ bằng

A 69. **B** 16. **C** 96. **D** 32.

Câu 449. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn các điều kiện $f(1)=4$ và $\left(x^2+x\right)\left(f'(x)-1\right)=x+1-f(x)\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Biểu thức $I=\int\limits_1^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)f(x)\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

Câu 450. Gọi S_k là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P):y=x^2-4x+3$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;3)$ có hệ số góc bằng k với $k\in\mathbb{R}$. Biết rằng khi k thay đổi, giá trị nhỏ nhất của S_k bằng $a+b\sqrt{3}$, trong đó a, b là các số nguyên. Tính a^2+3b.

A 16. **B** 12. **C** 7. **D** 20.

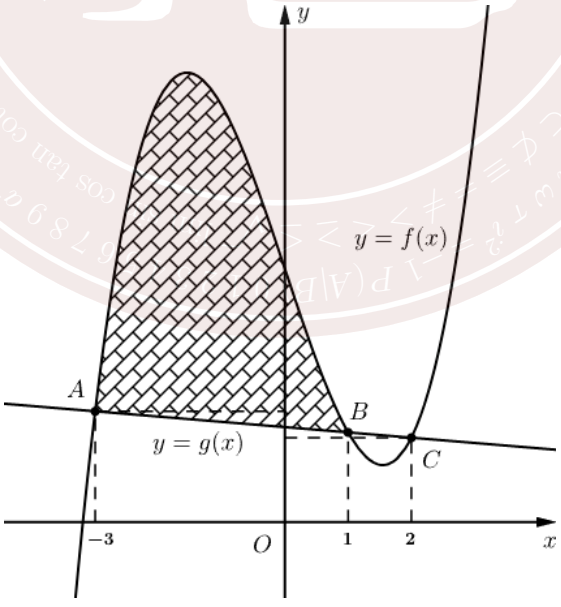
Câu 451. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả $3f(3x)-2xf\left(x^2\right)=24x-4x^3-9\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=-1$. Giá trị $\int\limits_1^3 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 8. **B** 3. **C** -3. **D** 6.

Câu 452. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $[0;5]$, thoả mãn điều kiện $f''(x)=f''(5-x)\ \ \forall x\in[0;5]$, $f'(1)=1$ và $f'(4)=7$. Giá trị của $I=\int\limits_1^4 xf''(x)\mathrm{d}x$ bằng

A 15. **B** 24. **C** 20. **D** 12.

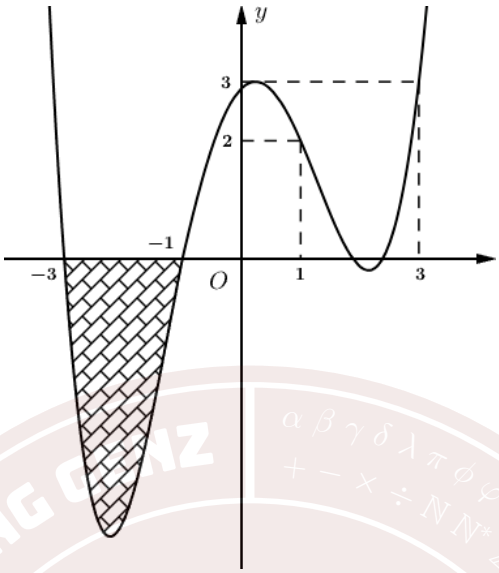
Câu 453. Cho $y=f(x)$, $y=g(x)$ lần lượt là hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ



Biết tung độ của A và C lần lượt là $\dfrac{7}{4}$ và $\dfrac{4}{3}$. Hình phẳng được kí hiệu như hình vẽ có diện tích bằng $\dfrac{40}{3}$. Giá trị của tích phân $\int\limits_1^2\left(f(x)-x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{7}{16}$. **B** $-\dfrac{9}{32}$. **C** $-\dfrac{9}{16}$. **D** $-\dfrac{7}{32}$.

Câu 454. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính giá trị của biểu thức $T=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(2x-1)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(3-2x)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{2} f'(x+1)\,\mathrm{d}x$. Biết diện tích phần kí hiệu bằng 6.

A 6. **B** -2. **C** -5. **D** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 455. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến, có đạo hàm cấp hai trên $[0;2]$, thoả mãn $f(0)=1$, $f(2)=\mathrm{e}^6$ và $f^2(x)-f(x)f''(x)+\big(f'(x)\big)^2=0$. Khi đó, $f(1)$ bằng

A e^3. **B** $\mathrm{e}^{\frac{3}{2}}$. **C** $\mathrm{e}^{\frac{5}{2}}$. **D** e^2.

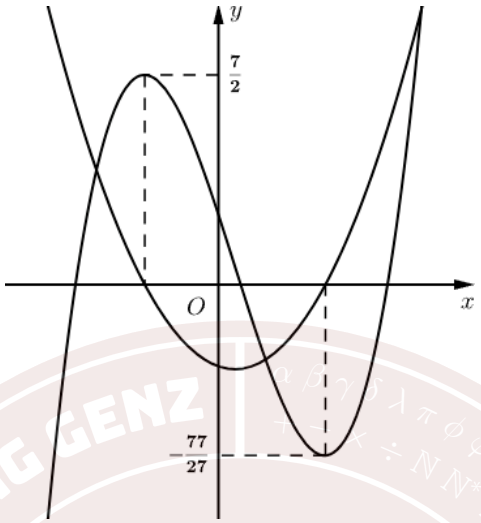
Câu 456. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(x)=x+\displaystyle\int_{0}^{1} xf(x)\mathrm{d}x$. Giá trị của $f(2)$ nằm trong khoảng nào sau đây?

A $(4;5)$. **B** $(0;2)$. **C** $(3;4)$. **D** $(2;3)$.

Câu 457. Cho hàm số $f(x)=2x^4+bx^2+c$ $(b,c\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị. Biết rằng đồ thị hàm số $g(x)=mx^2+nx+p$ $(m,n,p\in\mathbb{R})$ đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$, đồng thời diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng $\dfrac{1}{60}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường $x=0$, $x=1$ bằng

Câu 458. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+1$ có ba điểm cực trị là 0; 2; 3. Biết đồ thị hàm số $g(x)=mx^2+nx+r$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$ đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $g(4)=\dfrac{10}{9}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường $x=-1$, $x=1$ bằng

Câu 459. Cho hai hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ và $g(x)=x^2+mx+n$ có đồ thị là các đường cong như hình vẽ.

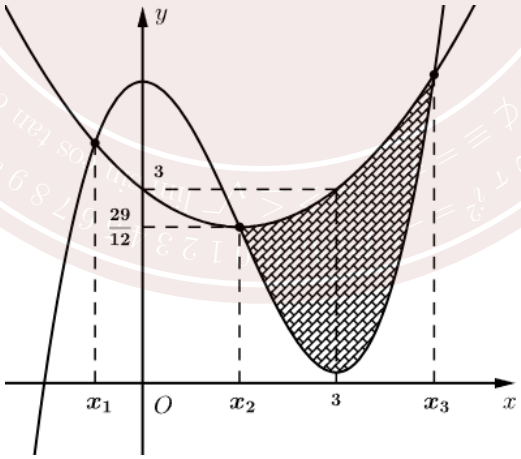


Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{g(x)}{f(x)+3}$ và trục hoành bằng

Câu 460. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(-1;+\infty)$ và thoả mãn điều kiện $2f(x)+\left(x^2-1\right)f'(x)=\dfrac{x(x+1)^2}{\sqrt{x^2+3}}\ \forall x\in(-1;+\infty)$. Giá trị $f(0)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(3;4)$. **B** $(2;3)$. **C** $(1;2)$. **D** $(0;1)$.

Câu 461. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc hai $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



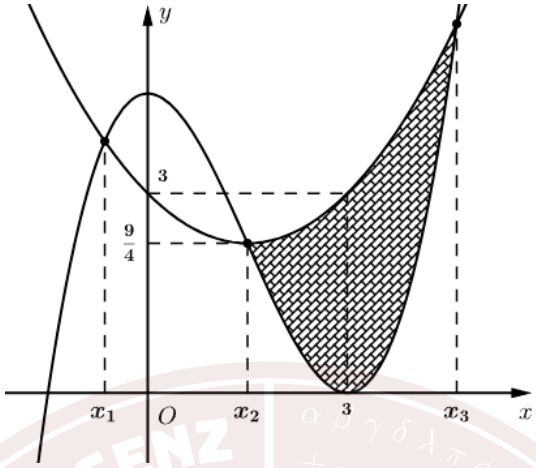
Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_1x_2x_3=-5$. Diện tích miền phẳng được kí hiệu thuộc khoảng nào sau đây?

A $\left(\dfrac{9}{2};5\right)$. **B** $\left(\dfrac{11}{2};6\right)$. **C** $\left(5;\dfrac{11}{2}\right)$. **D** $\left(6;\dfrac{13}{2}\right)$.

Câu 462. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn $f(1)=0$ và $\left(2x^2-xf'(x)-1\right)\mathrm{e}^{x^2}=x^2\mathrm{e}^{x+f(x)}\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(4)=a+b\ln 2$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a-b$ bằng

A 12. **B** 14. **C** 11. **D** 15.

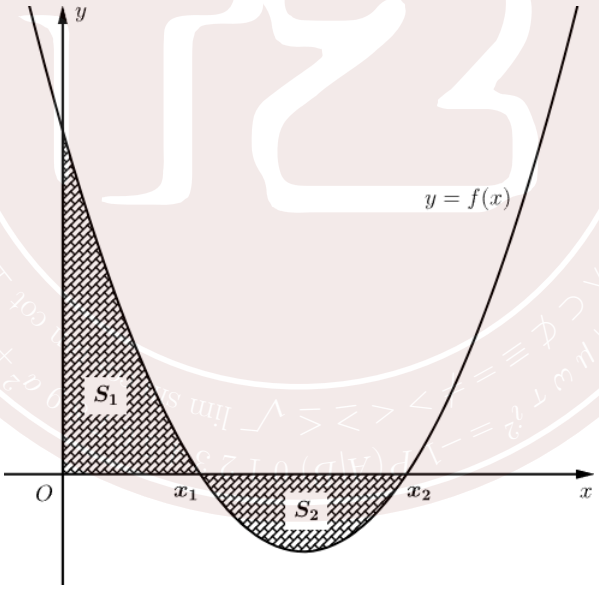
Câu 463. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc hai $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $2x_1x_2x_3=-9$. Diện tích miền phẳng được kí hiệu thuộc khoảng nào sau đây?

A $\left(6;\dfrac{13}{2}\right)$. **B** $\left(\dfrac{13}{2};7\right)$. **C** $\left(5;\dfrac{11}{2}\right)$. **D** $\left(\dfrac{11}{2};6\right)$.

Câu 464. Cho hàm số bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ như hình vẽ.



Biết rằng $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{52}{27}$ và $\displaystyle\int_0^{x_2} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{25}{12}$. Giá trị của $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}(x+5)\,f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $-\dfrac{13}{3}$. **B** $-\dfrac{9}{4}$. **C** $\dfrac{13}{3}$. **D** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 465. Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn các điều kiện $f(\mathrm{e})=\dfrac{1}{5}$ và $f'(x)=\dfrac{1}{3}\ln x\ \ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^3}\dfrac{f(x)}{x^2}\mathrm{d}x=a\mathrm{e}^{-3}+b\mathrm{e}^{-1}+c$ với a, b, c là các số hữu tỉ, giá trị của $a-b+c$ bằng

Câu 466. Xét hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R},\,a>0)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 (với $x_1<x_2$) thoả mãn $x_1+x_2=0$. Hình phẳng giới hạn bởi đường $y=f'(x)f''(x)$ và trục hoành có diện tích bằng $\dfrac{9}{4}$. Biết $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{3^x+1}\mathrm{d}x=-\frac{7}{2}$, giá trị của $\displaystyle\int_{0}^{x_2}(x+2)\,f''(x)\mathrm{d}x$ bằng

Câu 467. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$, thoả mãn $f(1)=1$ và $\left(4x^2-xf'(x)-1\right)\mathrm{e}^{2x^2}=x^2\mathrm{e}^{x+f(x)}$ $\forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(3)=a+b\ln 3$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+3b$ bằng

A 12. **B** 14. **C** 11. **D** 15.

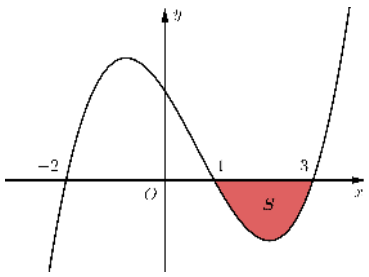
Câu 468. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thoả mãn điều kiện $f^2(x)-F^2(x)=8$ $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)+F(1)=1$. Giá trị của $\displaystyle\int_0^2 x^2\left(F(x)+f(x)\right)\mathrm{d}x$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A $(11;12)$. **B** $(12;13)$. **C** $(3;4)$. **D** $(4;5)$.

Câu 469. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=1\,\text{cm}$, $AC=2\,\text{cm}$. Đường parabol (P) đi qua hai điểm A và C sao cho đường thẳng BC là trục đối xứng của (P). Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng AC, khi quay hình (H) quanh trục AC ta được khối tròn xoay có thể tích là $a\,\text{cm}^3$. Tính giá trị của biểu thức $P=1000a$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 470. Cho hàm số $f(x)=(2\tan x-\cot x)^2$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ sao cho $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=3-\dfrac{9\pi}{4}$. Khi đó $F(x)=a\tan x+b\cot x+cx$ (a, b, c là các hằng số). Tính abc.

Câu 471. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[-2;3]$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Biết $\displaystyle\int_{-2}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=3$ và diện tích $S=\dfrac{5}{3}$. Giá trị $f(3)-f(-2)$ bằng

A $\dfrac{4}{3}$. **B** $\dfrac{14}{3}$. **C** $-\dfrac{4}{3}$. **D** $-\dfrac{14}{3}$.

Câu 472. Cho hàm số $f(x)=2^{x^2}$ và hàm số $g(x)=\sqrt{\log_2 x}$. Giả sử $S=\int\limits_1^{20} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^{2^{400}} g(x)\mathrm{d}x$ được viết dưới dạng $S=a.2^b-c$ với b là số nguyên và a, c là các số nguyên tố. Tính $a+b+c$.

Câu 473. Cho $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}(2\tan x+\cot x)^2\,\mathrm{d}x=a+b\sqrt{3}+c\pi$ $(*)$. Biết rằng tồn tại duy nhất bộ ba số hữu tỉ a, b, c thỏa mãn $(*)$. Tổng $a+b+c$ có giá trị bằng bao nhiêu?

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

PHẦN C. ĐÁP ÁN

Câu 1 $\frac{3}{4}$	Câu 2 $-\frac{16}{5}$	Câu 3 **B**	Câu 4 **C**	Câu 5 $\frac{2}{3}$	Câu 6 **D**	Câu 7 **A**	Câu 8 **A**	Câu 9 **B**	Câu 10 **B**
Câu 11 **B**	Câu 12 **B**	Câu 13 **D**	Câu 14 -27	Câu 15 $-\frac{2}{3}$	Câu 16 $\frac{299}{48}$	Câu 17 $\frac{44}{15}$	Câu 18 **D**	Câu 19 **A**	Câu 20 **D**
Câu 21 **C**	Câu 22 **B**	Câu 23 **D**	Câu 24 **C**	Câu 25 **C**	Câu 26 $\frac{\ln 3}{2}$	Câu 27 **C**	Câu 28 **B**	Câu 29 $\frac{1}{\mathrm{e}}\left(\frac{3\mathrm{e}^4+1}{\mathrm{e}^4-5}\right)^{\frac{2}{3}}$	Câu 30 **B**
Câu 31 **A**	Câu 32 **D**	Câu 33 $\frac{5}{32}$	Câu 34 $\frac{8-5\sqrt{2}}{3}$	Câu 35 **C**	Câu 36 **C**	Câu 37 6	Câu 38 **B**	Câu 39 **A**	Câu 40 **D**
Câu 41 **B**	Câu 42 $\frac{32}{3}$	Câu 43 **C**	Câu 44 30	Câu 45 **C**	Câu 46 $\frac{10}{3}\pi$	Câu 47 **A**	Câu 48 **C**	Câu 49 **D**	Câu 50 **A**
Câu 51 $\frac{4}{15}$	Câu 52 **D**	Câu 53 **D**	Câu 54 2019	Câu 55 **B**	Câu 56 $\frac{\sqrt[3]{4}}{4}\sqrt[6]{\mathrm{e}^5}$	Câu 57 $\frac{29}{5}$	Câu 58 $\frac{87}{5}$	Câu 59 $\frac{8437}{4860}$	Câu 60 -1
Câu 61 $8\sqrt{3}$	Câu 62 $\frac{1}{2}$	Câu 63 **B**	Câu 64 **D**	Câu 65 **B**	Câu 66 **C**	Câu 67 **A**	Câu 68 **C**	Câu 69 **B**	Câu 70 $\frac{21}{32}$
Câu 71 **A**	Câu 72 $-\frac{97}{30}$	Câu 73 **A**	Câu 74 **B**	Câu 75 **C**	Câu 76 **C**	Câu 77 **A**	Câu 78 **D**	Câu 79 **B**	Câu 80 -28
Câu 81 $\frac{26}{3}$	Câu 82 459	Câu 83 **A**	Câu 84 **A**	Câu 85 **A**	Câu 86 **D**	Câu 87 **D**	Câu 88 $\frac{1}{6}$	Câu 89 **A**	Câu 90 **A**
Câu 91 **D**	Câu 92 $\frac{1}{12}$	Câu 93 $\frac{50-9\sqrt{3}}{40}$	Câu 94 **D**	Câu 95 $\frac{81}{50}$	Câu 96 16	Câu 97 $\frac{5}{12}$	Câu 98 1	Câu 99 **B**	Câu 100 **C**
Câu 101 13	Câu 102 $4(1+\ln 2)$	Câu 103 **C**	Câu 104 $2\ln 3$	Câu 105 **D**	Câu 106 **C**	Câu 107 $\frac{37}{12}$	Câu 108 **D**	Câu 109 $2+\ln 3$	Câu 110 $\frac{71}{6}$
Câu 111 4	Câu 112 **B**	Câu 113 $\frac{1}{2}$	Câu 114 $\frac{4}{5}$	Câu 115 $\frac{47-\mathrm{e}^{-2}}{4}$	Câu 116 **A**	Câu 117 **D**	Câu 118 $\frac{\sqrt{798}}{6}$	Câu 119 **C**	Câu 120 **D**
Câu 121 **B**	Câu 122 **D**	Câu 123 $\frac{15}{2}$	Câu 124 $\frac{1}{28}$	Câu 125 5	Câu 126 **A**	Câu 127 **D**	Câu 128 **D**	Câu 129 **D**	Câu 130 **C**
Câu 131 **B**	Câu 132 **A**	Câu 133 **A**	Câu 134 **C**	Câu 135 **D**	Câu 136 0	Câu 137 **B**	Câu 138 **D**	Câu 139 $\frac{3}{2}$	Câu 140 **D**
Câu 141 **D**	Câu 142 $-\frac{11}{48}$	Câu 143 **C**	Câu 144 $2\sqrt{5}$	Câu 145 **D**	Câu 146 **B**	Câu 147 **D**	Câu 148 **B**	Câu 149 **B**	Câu 150 $\frac{4}{3}$

Câu 151 e^2	Câu 152 **A**	Câu 153 **D**	Câu 154 $\ln\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)^{\frac{\sqrt{5}}{2}}}{\mathrm{e}}$	Câu 155 **D**	Câu 156 $\dfrac{3}{2}$	Câu 157 **D**	Câu 158 **C**	Câu 159 **B**	Câu 160 **B**
Câu 161 **B**	Câu 162 **C**	Câu 163 $\dfrac{19}{4}$	Câu 164 **C**	Câu 165 **B**	Câu 166 **A**	Câu 167 **D**	Câu 168 $\dfrac{29}{5}$	Câu 169 **D**	Câu 170 **C**
Câu 171 **A**	Câu 172 **A**	Câu 173 **B**	Câu 174 **B**	Câu 175 **B**	Câu 176 **B**	Câu 177 **A**	Câu 178 **D**	Câu 179 **B**	Câu 180 **D**
Câu 181 **C**	Câu 182 $\frac{\pi}{2}$	Câu 183 **D**	Câu 184 **D**	Câu 185 0	Câu 186 **A**	Câu 187 **D**	Câu 188 **D**	Câu 189 **B**	Câu 190 **C**
Câu 191 **D**	Câu 192 **B**	Câu 193 **A**	Câu 194 **C**	Câu 195 4	Câu 196 **D**	Câu 197 **A**	Câu 198 **B**	Câu 199 **A**	Câu 200 **C**
Câu 201 **A**	Câu 202 $\dfrac{7}{3}$	Câu 203 **A**	Câu 204 **C**	Câu 205 **C**	Câu 206 $\dfrac{256}{15}$	Câu 207 **A**	Câu 208 **D**	Câu 209 **B**	Câu 210 $\dfrac{1}{2022!}$
Câu 211 **A**	Câu 212 **B**	Câu 213 3	Câu 214 0	Câu 215 **C**	Câu 216 **B**	Câu 217 $4\ln 2$	Câu 218 **C**	Câu 219 **A**	Câu 220 $\dfrac{7}{2}$
Câu 221 **A**	Câu 222 **B**	Câu 223 **D**	Câu 224 **A**	Câu 225 $\dfrac{1}{6}$	Câu 226 **A**	Câu 227 $\dfrac{40}{3}$	Câu 228 **D**	Câu 229 **B**	Câu 230 **D**
Câu 231 **A**	Câu 232 **A**	Câu 233 **A**	Câu 234 **A**	Câu 235 $\dfrac{1}{12}$	Câu 236 **C**	Câu 237 **A**	Câu 238 **C**	Câu 239 **D**	Câu 240 **D**
Câu 241 **D**	Câu 242 **A**	Câu 243 **A**	Câu 244 **D**	Câu 245 **C**	Câu 246 **B**	Câu 247 **A**	Câu 248 **C**	Câu 249 $\dfrac{1}{2}+\ln\dfrac{3}{4}$	Câu 250 **B**
Câu 251 2022	Câu 252 0	Câu 253 **D**	Câu 254 10	Câu 255 0	Câu 256 **B**	Câu 257 **A**	Câu 258 **A**	Câu 259 $\ln\dfrac{\left(2+\sqrt{3}\right)^4}{\sqrt[4]{\frac{2^{48}\cdot 8\sqrt{3}-12}{3^{15}}}}$	Câu 260 $\dfrac{11}{6}$
Câu 261 **D**	Câu 262 **B**	Câu 263 **C**	Câu 264 **D**	Câu 265 20	Câu 266 **D**	Câu 267 **C**	Câu 268 3	Câu 269 **A**	Câu 270 **D**
Câu 271 **A**	Câu 272 $\dfrac{5614}{1011}$	Câu 273 **A**	Câu 274 **B**	Câu 275 $\dfrac{133}{60}$	Câu 276 $\dfrac{\mathrm{e}^2(1+\mathrm{e})}{2}$	Câu 277 $-\dfrac{1}{10}$	Câu 278 2	Câu 279 **C**	Câu 280 3
Câu 281 **C**	Câu 282 **D**	Câu 283 -3	Câu 284 **C**	Câu 285 **D**	Câu 286 9e	Câu 287 $\frac{1}{\mathrm{e}}\left(\frac{3\mathrm{e}^4-1}{\mathrm{e}^4+5}\right)^{\frac{2}{3}}$	Câu 288 **A**	Câu 289 **D**	Câu 290 $\dfrac{1}{4}$
Câu 291 **A**	Câu 292 $\dfrac{1186}{45}$	Câu 293 $\dfrac{3}{8}$	Câu 294 **B**	Câu 295 $2\sqrt{\mathrm{e}}$	Câu 296 **D**	Câu 297 0	Câu 298 **C**	Câu 299 **C**	Câu 300 **A**
Câu 301 **D**	Câu 302 **A**	Câu 303 **A**	Câu 304 **C**	Câu 305 **C**	Câu 306 **D**	Câu 307 $\dfrac{27}{16}$	Câu 308 **A**	Câu 309 **D**	Câu 310 **B**

Câu 311	Câu 312	Câu 313	Câu 314	Câu 315	Câu 316	Câu 317	Câu 318	Câu 319	Câu 320
D	$\ln 5$	**A**	$\frac{32}{3}$	**B**	**C**	**D**	**A**	**D**	**A**
Câu 321	Câu 322	Câu 323	Câu 324	Câu 325	Câu 326	Câu 327	Câu 328	Câu 329	Câu 330
3	**B**	$\frac{209}{640}$	**C**	**B**	**D**	**C**	**D**	**B**	$\frac{1}{2}\ln\frac{\sqrt{10}-3}{e^{3\sqrt{10}-24}}$
Câu 331	Câu 332	Câu 333	Câu 334	Câu 335	Câu 336	Câu 337	Câu 338	Câu 339	Câu 340
D	$\frac{7}{3}$	**D**	$3e^2-e$	**C**	**C**	**A**	**B**	**C**	**B**
Câu 341	Câu 342	Câu 343	Câu 344	Câu 345	Câu 346	Câu 347	Câu 348	Câu 349	Câu 350
A	**D**	**B**	**D**	**D**	**D**	5	**B**	**B**	**A**
Câu 351	Câu 352	Câu 353	Câu 354	Câu 355	Câu 356	Câu 357	Câu 358	Câu 359	Câu 360
B	$-\ln 2-\frac{3}{2}$	**B**	**A**	**B**	$\frac{1}{2}$	**D**	**D**	$\frac{1}{4}\ln\frac{2e-1}{e^{2-2e}}$	$-\frac{256}{5}$
Câu 361	Câu 362	Câu 363	Câu 364	Câu 365	Câu 366	Câu 367	Câu 368	Câu 369	Câu 370
D	**A**	39	25	**D**	**B**	**B**	**D**	$2+e^6$	3
Câu 371	Câu 372	Câu 373	Câu 374	Câu 375	Câu 376	Câu 377	Câu 378	Câu 379	Câu 380
$\frac{63}{4}$	**D**	$\frac{39\sqrt{13}}{20}$	$\frac{131}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{91}{3}$	$-\frac{1}{12}$	**C**	$\frac{1}{2}$	**D**
Câu 381	Câu 382	Câu 383	Câu 384	Câu 385	Câu 386	Câu 387	Câu 388	Câu 389	Câu 390
2	**A**	**C**	**C**	**D**	**A**	$\ln\frac{2+\sqrt{5}}{e^{-2}}$	**B**	**B**	**B**
Câu 391	Câu 392	Câu 393	Câu 394	Câu 395	Câu 396	Câu 397	Câu 398	Câu 399	Câu 400
A	$-\frac{4046}{5}$	25	**D**	**D**	**B**	**C**	**D**	**B**	$\frac{24}{\ln 2}$
Câu 401	Câu 402	Câu 403	Câu 404	Câu 405	Câu 406	Câu 407	Câu 408	Câu 409	Câu 410
A	**C**	**B**	13	7	2	**B**	**D**	$-\frac{1}{17}$	**A**
Câu 411	Câu 412	Câu 413	Câu 414	Câu 415	Câu 416	Câu 417	Câu 418	Câu 419	Câu 420
$\frac{3}{2}$	**A**	**D**	**C**	$\ln 7$	**B**	**B**	**C**	**A**	6
Câu 421	Câu 422	Câu 423	Câu 424	Câu 425	Câu 426	Câu 427	Câu 428	Câu 429	Câu 430
A	**A**	**D**	0	$\frac{92}{105}$	$\frac{125}{3}$	10	**C**	**B**	**C**
Câu 431	Câu 432	Câu 433	Câu 434	Câu 435	Câu 436	Câu 437	Câu 438	Câu 439	Câu 440
B	$\frac{\ln 2}{4}$	**D**	1	$\frac{e}{2}$	**B**	**C**	**B**	2	**C**
Câu 441	Câu 442	Câu 443	Câu 444	Câu 445	Câu 446	Câu 447	Câu 448	Câu 449	Câu 450
A	**A**	**C**	**C**	1	**D**	-24	**D**	$\frac{15}{8}$	**B**
Câu 451	Câu 452	Câu 453	Câu 454	Câu 455	Câu 456	Câu 457	Câu 458	Câu 459	Câu 460
A	**A**	**A**	**B**	**C**	**D**	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}\ln\frac{351}{8}$	**D**
Câu 461	Câu 462	Câu 463	Câu 464	Câu 465	Câu 466	Câu 467	Câu 468	Câu 469	Câu 470
B	**B**	**A**	**D**	$\frac{4}{15}$	$\frac{13}{2}$	**A**	**D**	$\frac{128\pi}{3}$	36

Câu 471	Câu 472	Câu 473
A	409	$\frac{31}{12}$

CHƯƠNG VI

KIỂM TRA NĂNG LỰC

T	E	A	C	H	E	R	2	K	K	K

Page : https://www.facebook.com/GenZvsMath

Group : https://www.facebook.com/groups/genzvsmath12

Website : https://sites.google.com/view/genzvsmath

Youtube : https://www.youtube.com/@Teacher2ka

Tiktok : https://www.tiktok.com/@teacher2kk

Tuyển tập VD - VDC trong các đề thi thử THPTQG cả nước

Tài liệu bao gồm: Các phương pháp giải Tự luận | Casio | Bổ đề, công thức giải nhanh.

Teacher2kkk
Học toán cùng GenZ
– – –⋆★⋆– – –
Mã đề: 0924

ĐỀ KIỂM TRA NĂNG LỰC | TOÁN 12
Ngày thi: 28/09/2024

G	E	N	Z	V	S	M	A	T	H

Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn, đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 16.

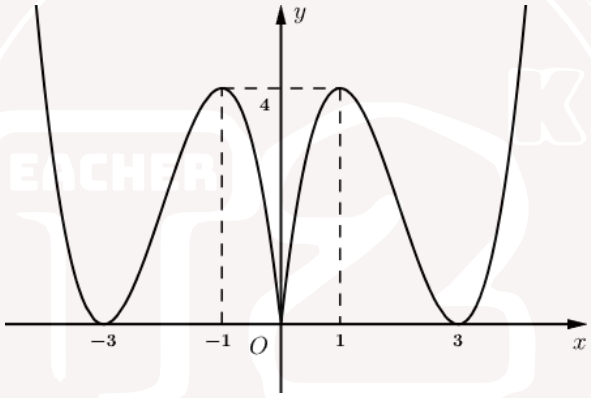
Câu 1. Có bao nhiêu số hạng là số nguyên trong khai triển $\left(\sqrt[2]{2}+\sqrt[7]{7}\right)^{2025}$?

A 145. **B** 144. **C** 142. **D** 147.

Câu 2. Có bao nhiêu tam giác tù có độ dài các cạnh là các số nguyên và chu vi bằng 100?

A 132. **B** 130. **C** 142. **D** Đáp án khác.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$ 0	$-$	0	$-$	0 $+$	$-$

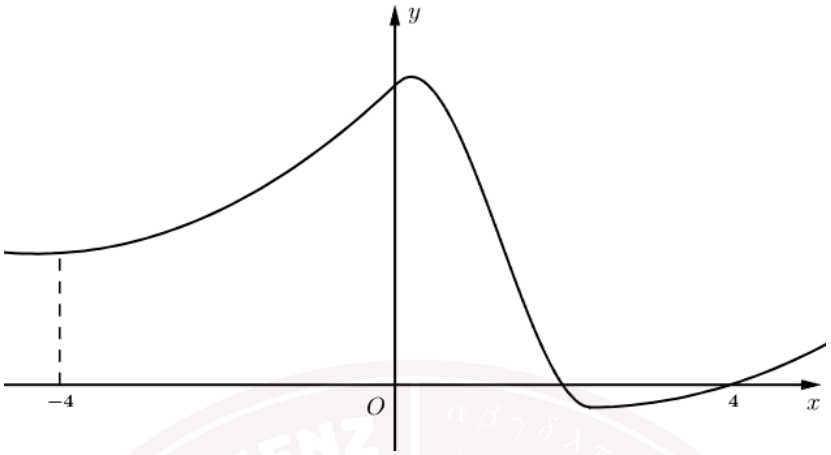
Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A 4. **B** 2. **C** 1. **D** 3.

Câu 5. Mệnh đề **sai** là

A Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
B Nếu hai mặt phẳng có hai điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
C Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.
D Có ít nhất bốn điểm không cùng một mặt phẳng.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(|x|)|$ trên $(-4;4)$ là

A 9. **B** 5. **C** 3. **D** 7.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Mệnh đề **đúng** là

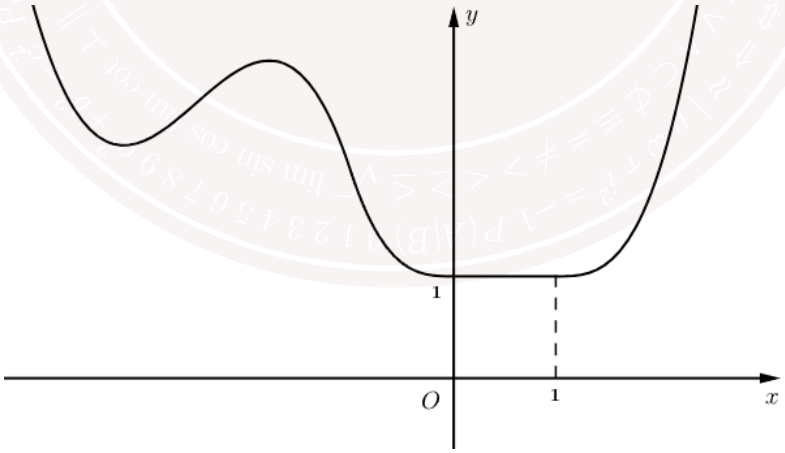
A Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x_0\in(a;b)$ thì $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định.

B Nếu hàm số $f(x)$ không có cực đại trên $[a;b]$ thì không tồn tại $\max\limits_{[a;b]}f(x)$.

C Nếu tồn tại $\max\limits_{[a;b]}f(x)$ thì hàm số $f(x)$ có cực đại trên $[a;b]$.

D Nếu $f'(x_0)=0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định thì hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x_0\in(a;b)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định **sai** là

A Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 1.

B Hàm số $f(x)$ có vô số điểm cực tiểu.

C Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ tại $x=1$ bằng 1.

D Hàm số $f(x)$ có vô số giá trị nhỏ nhất.

Câu 9. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=\begin{cases}x^3+3x^2 & ,x\le 1\\ \log_3\left(x^2-10x+36\right)+1 & ,x>1\end{cases}$ là

A 3. **B** 2. **C** 1. **D** 4.

Câu 10. Với a là số thực âm tuỳ ý, giá trị $\log_2\left(4a^2\right)$ bằng

A $2+2\log_2 a$. **B** $2+2\log_2|a|$. **C** $2+2\log_2(-a)$. **D** $2-2\log_2 a$.

Câu 11. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 10^3 mà tổng các chữ số bằng 13?

A 75. **B** 76. **C** 80. **D** 81.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ và hệ phương trình $\begin{cases}f(x)=0\\ f'(x)=0\end{cases}$ có nghiệm. Khẳng định **Sai** là

A Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B Hàm số $|f(x)|$ có 3 điểm cực trị.

C Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D Phương trình $|f(x)|=0$ có nghiệm là điểm cực trị của hàm số $|f(x)|$.

Câu 13. Giả sử bạn đang tham gia một trò chơi ở lớp để gỡ điểm môn Toán đang ở dưới đáy của mình và trước mặt bạn là 4 hộp quà đánh số 1, 2, 3, 4. Thầy Đạt là giáo viên Toán cho bạn biết bên trong 4 hộp quà này có 3 hộp là chứa điểm 0, hộp còn lại là điểm 10. Bạn chọn một hộp quà, giả sử là số 1; Thầy Đạt biết rõ hộp chứa điểm 10 ở đâu, rất thương học trò nhưng cũng rất công bằng với tất cả học sinh trong lớp nên đã mở ra hai hộp khác chứa điểm 0, giả sử là số 2 và 3, sau đó hỏi bạn "Em có muốn chọn lại hộp khác không?". Ý kiến nào dưới đây đúng nhất?

A Bạn quyết định không đổi, vì đổi hay không thì xác suất trúng điểm 10 cũng là $\frac{1}{2}$.

B Bạn quyết định không đổi, vì đổi hay không thì xác suất trúng điểm 10 cũng là $\frac{1}{4}$.

C Bạn quyết định thay đổi, vì xác suất trúng điểm 10 sẽ tăng lên là $\frac{3}{4}$.

D Bạn quyết định thay đổi, vì xác suất trúng điểm 10 sẽ tăng lên là $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;-2;5)$. Điểm $M(a;b;c)$ thoả mãn $MA.\overrightarrow{MA}=9MB.\overrightarrow{MB}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A 2. **B** 3. **C** 5. **D** 4.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;-4;-1)$ và mặt phẳng (P) qua Ox sao cho $d(B,(P))=2d(A,(P))$. Biết (P) cắt AB tại $I(a;b;c)$ nằm giữa AB. Giá trị $a+b+c$ bằng

A 6. **B** 12. **C** 4. **D** 8.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC, SD và không trùng S.

A $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

B Nếu M, N, P, Q đồng phẳng thì $\dfrac{SA}{SM}+\dfrac{SC}{SP}=\dfrac{SB}{SN}+\dfrac{SD}{SQ}$.

C $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

D Nếu $\dfrac{SA}{SM}+\dfrac{SC}{SP}=\dfrac{SB}{SN}+\dfrac{SD}{SQ}$ thì M, N, P, Q đồng phẳng.

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

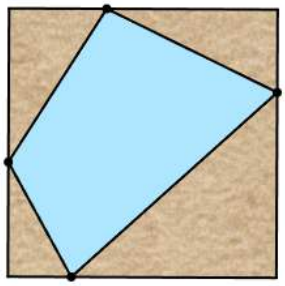
Câu 17. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng 4. Gọi M là trung điểm $A'B'$, N là điểm thuộc cạnh $A'C'$ sao cho $A'N=\dfrac{2A'C'}{3}$, K là trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (MNK) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính thể tích phần có thể tích nhỏ hơn.

Câu 18. Trường A quyết định ra đề khảo sát chất lượng đầu năm, theo bố cục đề minh họa đề thi Toán THPTQG 2025 của Bộ Giáo dục gồm:

- Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn, 12 câu, mỗi câu $0,25$ điểm.
- Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai, 4 câu, mỗi câu 1 điểm.
- Phần III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn, 6 câu, mỗi câu $0,5$ điểm.

Giả sử học sinh B tô đáp án ngẫu nhiên tất cả các câu vào phiếu trả lời và xác suất trả lời đúng mỗi câu phần III bằng $\dfrac{1}{3}$. Tính xác suất để tổng điểm phần I và III của B đạt $0,75$.

Câu 19. Ông Đạt nhà nghèo nhưng có một mảnh đất hình vuông cạnh 10 m và muốn thiết kế một bể bơi hình tứ giác có các đỉnh ở bốn góc bể bơi được đặt trên các cạnh bao quanh mảnh đất đó sao cho chu vi bể bơi nhỏ nhất để tiết kiệm chi phí xây dựng.



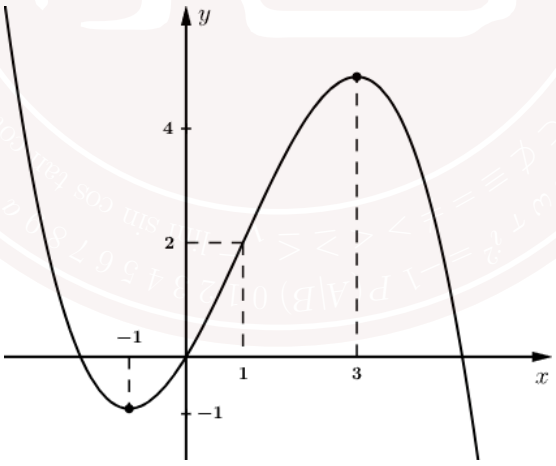
Khi đó, diện tích của bể bơi bằng

Câu 20. Thầy Đạt muốn làm một thùng inox có nắp dạng hình hộp chữ nhật để đựng sách **Bộ câu hỏi VD - VDC ôn thi HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG** là tuyển tập VD - VDC được trích dẫn từ các đề thi thử THPTQG các trường, các sở trên cả nước với yêu cầu là thể tích bằng $3\,\text{dm}^3$ và độ dài đường chéo của thùng bằng $\sqrt{7}\,\text{dm}$. Vì sách đã quá dày với hơn 3000 trang và 3400 câu hỏi nên thầy Đạt không muốn thùng nặng nữa, do đó chọn các tấm inox mỏng (độ dày không đáng kể).



Gọi M, m lần lượt là số tiền nhiều nhất và ít nhất mà thầy Đạt cần để mua những tấm inox cùng loại đó với giá 50000 đồng/dm^2. Số tiền chênh lệch $M-m$ bằng bao nhiêu nghìn đồng? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 21. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f^2(x)\,f(2-x)=4-f(x)$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

Câu 22. Cho phương trình $\log_3^2\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(x+\dfrac{m}{8}\right)\log_{\sqrt{3}}\sqrt{1-x^2}=0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm phân biệt?

ĐÁP ÁN

Câu 1 **A**	Câu 2 **A**	Câu 3 **C**	Câu 4 **B**	Câu 5 **B**	Câu 6 **D**	Câu 7 **A**	Câu 8 **BCD**	Câu 9 **D**	Câu 10 **BC**
Câu 11 **A**	Câu 12 **ABC**	Câu 13 **C**	Câu 14 **D**	Câu 15 **C**	Câu 16 **ABD**	Câu 17 $\frac{127\sqrt{3}}{162}$	Câu 18 $\frac{459}{8192}$	Câu 19 50	Câu 20 $\frac{3.10^5}{2}-\frac{6.10^5}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$
Câu 21 7	Câu 22 8								

Teacher2kkk
Học toán cùng GenZ
– – –⋆★⋆– – –
Mã đề: 0525

ĐỀ KIỂM TRA NĂNG LỰC | TOÁN 12
Ngày thi: 03/05/2025

G	E	N	Z	V	S	M	A	T	H

Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn, đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 16.

Câu 1. Nhà toán học người Pháp *Pierre de Fermat* đã đưa ra khái niệm về số nguyên tố Fermat vào khoảng những năm 1640 trong một lá thư gửi cho nhà toán học *Marin Mersenne*. *Fermat* dự đoán các số có dạng $F_n = 2^{2^n}+1$ với $n \in \mathbb{N}$ là số nguyên tố. *Mersenne* cũng có sự quan tâm đến các số có dạng đặc biệt $M_p = 2^p - 1$ với p là một số nguyên tố thì M_p có thể là một số nguyên tố.

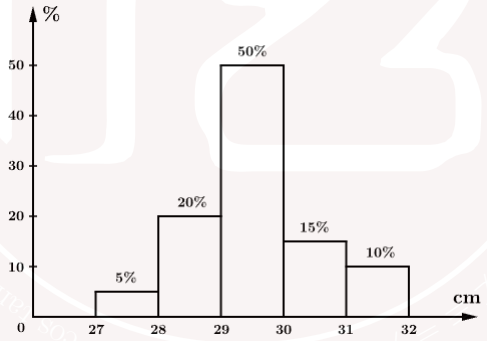
A Số chữ số của $M_{82589933}$ là 24862048.

B 5 chữ số đầu của F_{10} là 17977.

C 5 chữ số cuối của F_{10} là 37217.

D 13 chữ số đầu của M_{1031} là 2301047212623.

Câu 2. Đo chiều dài của 160 con cá, kết quả thu được biểu diễn ở biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm như sau:



Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A $29,5$. **B** 29. **C** 30. **D** $30,5$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) > 0 \ \forall x \in [0;4]$ và $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 30$. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = \dfrac{1}{x}\int\limits_0^x f(t)\mathrm{d}t$ trên $(0;4]$ bằng

A 3. **B** $\dfrac{15}{4}$. **C** $\dfrac{31}{4}$. **D** $\dfrac{30}{4}$.

Câu 4. Cho tích phân $I = \int\limits_{1-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}-1} \dfrac{9x^4+\sin x}{x^2+1}\mathrm{d}x = a + b\sqrt{2} + c\pi$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị $a^{\frac{bc}{9}}$ bằng

A -13824. **B** 13824. **C** 46656. **D** -46656.

Câu 5. Cho dãy số $\{u_n\}$ được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1975 \\ u_n = -\dfrac{2025}{n}(u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}) \quad ,\forall n \geq 2 \end{cases}$. Biết rằng $\dfrac{u_{30}u_4}{u_{29}u_3} + \dfrac{1}{u_{2025}} = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của b bằng

A 5. **B** 6. **C** 1975. **D** 1976.

Câu 6. Xác suất bắn trúng mục tiêu của một xạ thủ là $0,7$. Cho xạ thủ này bắn độc lập 20 phát vào mục tiêu. Số lần bắn trúng mục tiêu có xác suất lớn nhất bằng

A 17. **B** 14. **C** 13. **D** 1.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách từ A đến các đường thẳng BC và CD lần lượt là $2a$ và $3a$. Gọi S là tâm của hình bình hành $A'B'C'D'$, biết hai mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ và $\left(BDD'B'\right)$ vuông góc với nhau; các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SAD) lần lượt tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ các góc $30°$, $45°$, $60°$.

A $[S,CD,A] = 90°$.

B $V_{SABCD} = \dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{3}$.

C $\cos\widehat{ASB}.\cos\widehat{CSD} = \cos\widehat{ASD}.\cos\widehat{BSC}$.

D Khoảng cách từ D' đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3a\sqrt{14}}{14}$.

Câu 8. Cho đường tròn tâm O, bán kính $R = \sqrt{2}$ và một parabol đỉnh O cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt A, B. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và dây cung AB. Hỏi giá trị lớn nhất của S là?

A $\dfrac{3}{2}$. **B** $\pi - \sqrt{3}$. **C** $\dfrac{4}{3}$. **D** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 9. Một hộp đựng 4 chiếc bút mới và 6 chiếc bút cũ. Mỗi ngày lấy ngẫu nhiên một chiếc ra sử dụng, cuối ngày trả bút đó lại hộp. Xác suất sau 2 ngày sử dụng hộp còn đúng 3 bút mới bằng

A $\dfrac{11}{25}$. **B** $\dfrac{10}{25}$. **C** $\dfrac{13}{25}$. **D** $\dfrac{12}{25}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K là điểm thoả mãn $\overrightarrow{SK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{SB} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{SC}$ và L là giao điểm của đường thẳng SK với đường thẳng BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 56, thể tích khối chóp $S.ABL$ bằng

A 24. **B** 32. **C** 40. **D** 42.

Câu 11. Cho hai parabol $y^2 = 4x$ và $y = ax^2 + \dfrac{5x}{2} - 2$ $(a \neq 0)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt nằm trên một đường tròn có bán kính $R = 3\sqrt{5}$. Số giá trị a thoả mãn là

A 1. **B** 2. **C** 0. **D** 3.

Câu 12. Biết $(5-4x)^{2025}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2025}x^{2025}$. Tổng $S=a_1+4a_2+9a_3+...+2025^2a_{2025}$ có bao nhiêu ước số nguyên?

A 48. **B** 24. **C** 120. **D** 240.

Câu 13. Cho đồ thị $(C):y=\dfrac{x+1}{x-2}$. Gọi M, N, P lần lượt là ba điểm phân biệt thuộc (C) sao cho trực tâm H của tam giác ABC thuộc đường thẳng $\Delta:y=-3x+13$.

A Điểm $I(1;2)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C).

B Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đồ thị (C).

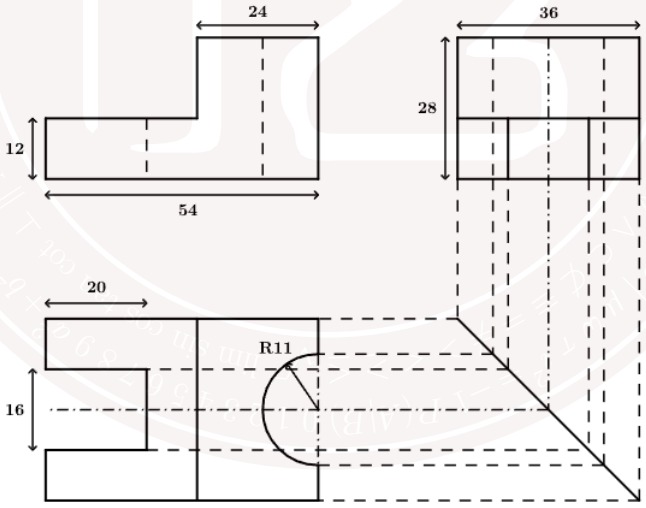
C Độ dài đoạn thẳng $OH=5$.

D Điểm H thuộc đồ thị (C).

Câu 14. Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c khác nhau trong tập hợp $S=\{1;2;...;304\}$. Xác suất để ba số tìm được thoả mãn $a^3+b^3+c^3$ chia hết cho 3 bằng

A $\dfrac{7651}{22952}$. **B** $\dfrac{7652}{22952}$. **C** $\dfrac{7653}{22952}$. **D** $\dfrac{7650}{22952}$.

Câu 15. Một chi tiết máy có các hình chiếu đứng, hình chiếu cạnh, hình chiếu bằng và kích thước như hình vẽ.



Tính thể tích kim loại cần để đúc chi tiết máy đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

A 22668. **B** 28750. **C** 27990. **D** 26340.

Câu 16. Xét các số tự nhiên nhỏ hơn 10^4 mà tổng các chữ số là bội của 4.

A Có 2 số tự nhiên có 1 chữ số thoả mãn.

B Có 22 số tự nhiên có 2 chữ số thoả mãn.

C Có 222 số tự nhiên có 3 chữ số thoả mãn.

D Có 2498 số tự nhiên có 4 chữ số thoả mãn.

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm nguyên $(x;y)$ $(x,y\in\mathbb{Z})$ thoả mãn

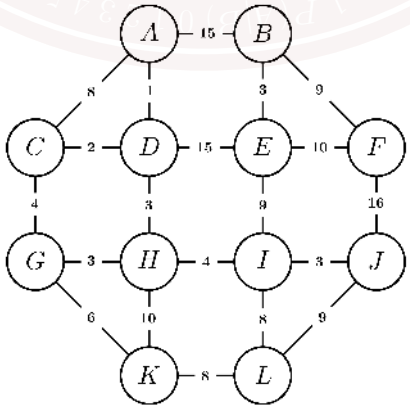
$$\log_5\left(\frac{157+12y}{x^2+y^2}-2\right)-\frac{1}{\log_{x^2+y^2}2}>\log_2\left(1-\frac{6y+8}{x^2+y^2}\right)-\log_5\left(x^2+y^2\right)$$

Xác suất để chọn được điểm có khoảng cách đến điểm $I(0;3)$ không vượt quá $3\sqrt{2}$ bằng

Câu 18. Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $I(3;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu cứu hộ C di chuyển tìm kiếm cứu nạn cứu hộ và chạy vòng quanh trạm với bán kính 1 (km). Tàu du lịch A đang di chuyển trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=\dfrac{5}{2}+2a\\ y=1+a\\ z=0\end{cases}$. Tàu chở hàng B đang di chuyển trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng $\Delta_2:\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}-2b\\ y=-1+b\\ z=0\end{cases}$.

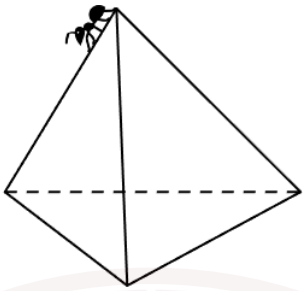
Do thời tiết xấu nên hai tàu A và B gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ phát tín hiệu để tàu cứu hộ C lần lượt tiếp cận tàu du lịch A trước, sau đó đến tàu chở hàng B. Xét vị trí tối ưu của tàu C bắt đầu đổi hướng để tiếp cận đến các tàu A, B dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $P=CA+AB+BC$ là nhỏ nhất. Khi đó, $P_{\min}$ bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 19. Sơ đồ chung cư tôi đang ở và số lượng người thường hay xuất hiện ở mỗi con đường do tôi khảo sát được mô tả như hình vẽ



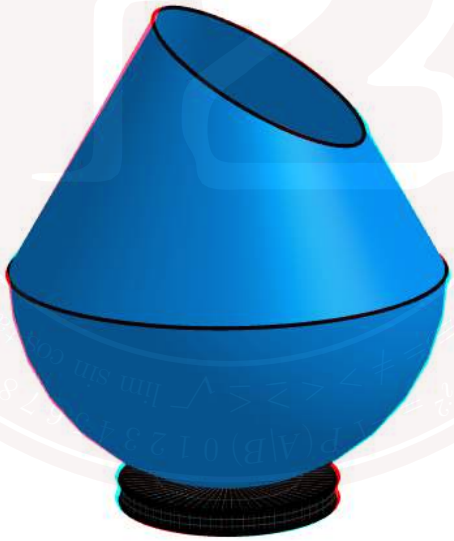
Tôi đang ở dưới chân tòa nhà F và muốn đến tòa K. Vì tôi là người hướng nội nên muốn chạm mặt với ít người nhất có thể. Số người ít nhất tôi sẽ gặp nếu sơ đồ trên đúng bằng

Câu 20. Một con kiến đang ở trên một đỉnh của khối pyraminx $3\times3\times3$ (khối rubik có dạng tứ diện đều). Con kiến dò đường nên nó chọn ngẫu nhiên một trong các cạnh tại đỉnh mà nó đang đứng và bò dọc theo cạnh đó đến đỉnh liền kề.



Con kiến chọn và bò liên tục, mỗi cạnh con kiến bò trong một phút. Biết xác suất để con kiến ở đỉnh ban đầu sau 7 phút bằng $\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng

Câu 21. Nhân kỷ niệm 50 năm, Ngày Giải phóng Thành phố Đà Nẵng (29/03/1975 - 29/03/2025), thầy Đạt tặng cho mỗi học sinh mua sách **Bộ câu hỏi VD - VDC ôn thi THPTQG - ĐGNL** là tuyển tập VD - VDC với hơn 2500 trang và hơn 3000 câu hỏi được trích dẫn từ các đề thi thử THPTQG các trường, các sở trên cả nước một chiếc cốc thủy tinh như hình vẽ.



Chiếc cốc có hình dáng vô cùng đặc biệt lạ mắt được tạo bởi sự kết hợp hài hòa giữa hai hình học quen thuộc: phần dưới là một nửa hình cầu bán kính $R=5\,\text{cm}$; phần trên là một phần hình nón có góc lớn nhất tạo bởi hai đường sinh bất kì bằng 60°, bị cắt bởi mặt phẳng tạo với trục của hình nón một góc 60° và đi qua điểm cao nhất của nửa hình cầu đối xứng với nửa cầu dưới qua mặt phẳng chứa giao tuyến của hai phần. Bề mặt cốc được phủ một lớp màu xanh dương trong trẻo, trông vừa hiện đại lại vừa thanh thoát. Phần bệ đỡ của cốc có màu đen nổi bật, giúp chiếc cốc đứng vững trên mọi mặt phẳng. Thể tích lượng nước tối đa có thể đổ vào khi nghiêng cốc tùy ý bằng bao nhiêu ml? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-20 \\ y=2 \\ z=t_1 \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=m^2 \\ y=m+2 \\ z=1-t_2 \end{cases}$ và điểm $K(8;-1;0)$. Biết rằng tồn tại đường thẳng Δ đi qua K, vuông góc với 2 đường thẳng d_1, d_2 và đồng thời thoả mãn $d(d_1,\Delta)=d(d_2,\Delta)=d(Oz,\Delta)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực m thoả mãn?

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

ĐÁP ÁN

Câu 1 **ACD**	Câu 2 **B**	Câu 3 **D**	Câu 4 **A**	Câu 5 **C**	Câu 6 **B**	Câu 7 **BCD**	Câu 8 **C**	Câu 9 **C**	Câu 10 **A**
Câu 11 **A**	Câu 12 **D**	Câu 13 **BCD**	Câu 14 **A**	Câu 15 **C**	Câu 16 **B**	Câu 17 $\frac{1}{3}$	Câu 18 $4\sqrt{2}-\frac{8}{5}$	Câu 19 32	Câu 20 911
Câu 21 468	Câu 22 6								

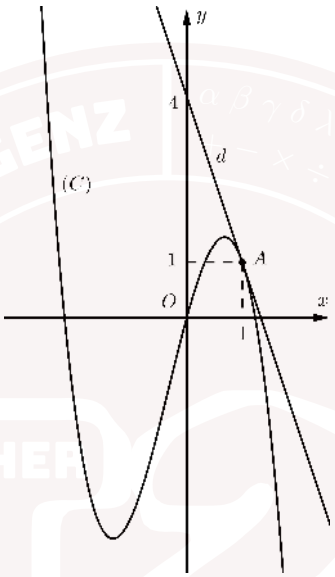
Teacher2kkk
Học toán cùng GenZ
– – – ⋆ ★ ⋆ – – –
Mã đề: 1025

ĐỀ KIỂM TRA NĂNG LỰC | TOÁN 12
Ngày thi: 10/10/2025

G	E	N	Z	V	S	M	A	T	H

Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn, đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 16.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị (C) như hình vẽ.



Đường thẳng d là tiếp tuyến của (C) tại $A(1;1)$. Tính $P=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(f\left(3x-2\right)-2\right)^{2026}-1}{x^2+x-2}$.

A -6078. **B** 6780. **C** 6078. **D** -6780.

Câu 2. Có bốn ngăn (trong một giá để sách) được đánh số thứ tự 1, 2, 3, 4 và tám quyển sách khác nhau. Bạn An xếp ngẫu nhiên 8 quyển sách nói trên vào 4 ngăn đó. Biết ngăn nào cũng có thể chứa được tối đa 8 quyển sách. Xác suất để có ít nhất một ngăn An không xếp sách bằng $\dfrac{a}{b}$ với $(a,b)=1$. Khi đó, $b-a$ bằng

A 2013. **B** 5103. **C** 5102. **D** 2015.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left|x^2-x-2\right|\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(-2)+f(1)=\dfrac{23}{6}$. Tích phân $\displaystyle\int_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{27}{3}$. **B** $\dfrac{27}{4}$. **C** $\dfrac{27}{2}$. **D** $\dfrac{27}{5}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thoả mãn $5f(x)-f'(x)=(3x-2)\,\mathrm{e}^{x}\ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=-\dfrac{5}{16}$, giá trị $f(1)$ bằng

A $-\dfrac{7\mathrm{e}}{16}$. **B** $\dfrac{19}{8\mathrm{e}}$. **C** $-\dfrac{19}{8\mathrm{e}}$. **D** $\dfrac{7\mathrm{e}}{16}$.

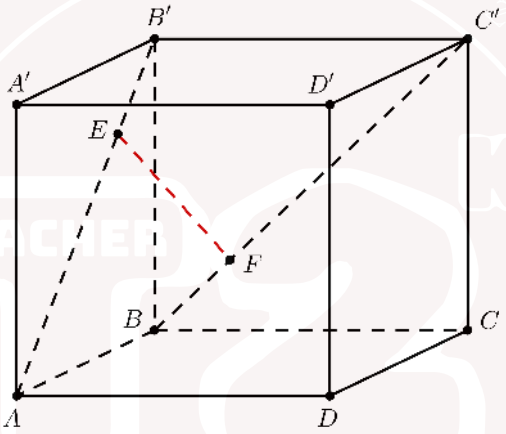
Câu 5. Ở một trường học đề thi được thiết kế với 50 câu hỏi trắc nghiệm, thí sinh làm đúng 1 câu sẽ được 4 điểm, làm sai bị trừ đi 1 điểm và không chọn đáp án bị trừ 2 điểm. Tổng số điểm S của tất cả các trường hợp (đúng/sai/không làm) thí sinh có thể gặp bằng

A 25725. **B** 21900. **C** 22100. **D** 25925.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;\pm1\}$ và thoả điều kiện $f(x-1)-3f\left(\dfrac{x-2}{3x-2}\right)=\dfrac{1}{x-1}$. Giá trị $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ bằng

A $\dfrac{3}{13}$. **B** $\dfrac{13}{4}$. **C** $\dfrac{13}{3}$. **D** $\dfrac{3}{14}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Trên AB', BC' lần lượt lấy hai điểm E, F sao cho góc tạo bởi EF và $(ABCD)$ bằng $60°$.



Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng EF bằng

A 0. **B** $2\sqrt{3}-2$. **C** $4\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 8. Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 56. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính $R_1=21$, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính $R_2=23$, (S_3) là mặt cầu tâm C bán kính $R_3=31$. Số mặt phẳng cùng tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên là

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 2.

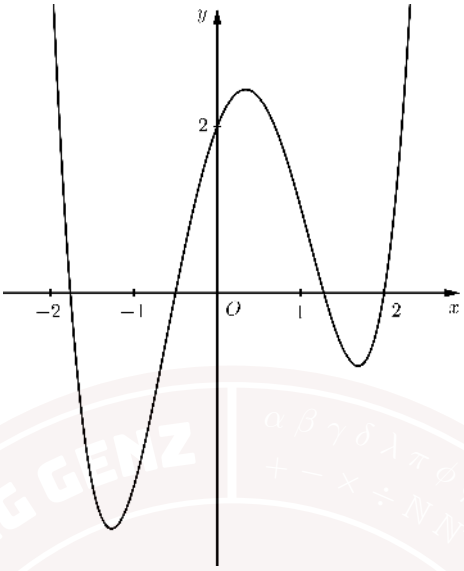
Câu 9. Một bãi cỏ đủ nuôi con bò và con dê trong 45 ngày, hoặc con bò và con ngỗng trong 60 ngày, hoặc con dê và con ngỗng trong 90 ngày. Hỏi bãi cỏ ấy nuôi cả ba con trong bao lâu, biết rằng trong một ngày số cỏ bò ăn bằng tổng số cỏ dê và ngỗng ăn?

A 40. **B** 36. **C** 45. **D** 27.

Câu 10. Cho dãy số $\{u_n\}$ được xác định bởi $\begin{cases} u_1=2025 \\ u_n=-\dfrac{2026}{n}\left(u_1+u_2+\ldots+u_{n-1}\right) \quad ,\forall n\geq 2 \end{cases}$. Giá trị $A=2u_1+2^2u_2+2^3u_3+\ldots+2^{2026}u_{2026}$ bằng

A 2025. **B** -2026. **C** -2^{2026}. **D** -2.

Câu 11. Cho hàm số bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^3-3x^2\right)-\dfrac{3}{4}x^4+2x^3+2026$ là

A 8. **B** 7. **C** 6. **D** 10.

Câu 12. Nhân dịp Tết Trung thu, thầy Đạt muốn phát 2026 cây kẹo giống nhau cho 4 lớp 12A1, 12A3, 12A5, 12A7 mà thầy dạy.

A Vì đều là các lớp mang số lẻ, nên thầy Đạt muốn chia cho mỗi lớp một số lẻ cây kẹo. Biết thầy Đạt có $2026M$ cách chia. Khi đó, $M=85514$.

B Ngoài phát kẹo, thầy Đạt còn muốn kiểm tra tư duy bằng một câu đố nhanh và tặng điểm 10 cho bạn nào trả lời đúng. Biết lớp nào cũng có kẹo, tổng bình phương số kẹo của mỗi lớp có giá trị nhỏ nhất bằng 1025520.

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 2x+5y=m$.

A Gọi S là tập các điểm nguyên $(x;y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của tam giác tạo bởi Δ và hai trục toạ độ. Nếu $m=25$ thì $|S|=42$.

B Có đúng 24 giá trị nguyên $m\in[1;2026]$ để Δ cắt các đường thẳng $2x+7y-5=0$, $x+y-4=0$ và $x+6y+3=0$ tại các điểm có tọa độ nguyên.

Câu 14. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(a;b)$ để bất phương trình $bx^2-a\left(b^2+1\right)x+a^2b\le 0$ có đúng 10 nghiệm nguyên dương x?

A 3. **B** 1. **C** 2. **D** 0.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(9;-3;4)$, $B(-9;-5;6)$, $C(6;8;5)$, $D(2;-2;-1)$ và M là điểm bất kì.

A Khi $MA+MB+MC+MD\sqrt{3}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $OM=3\sqrt{3}$.

B Giá trị nhỏ nhất của $62MA+(42MB+7MC+9MD)\sqrt{3}$ bằng 1480.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^3-mx-4}{x^2+2}$ có đồ thị (C)

A Đồ thị (C) có đúng 1 đường tiệm cận xiên.

B Với $m=-3$ thì có 8 đường thẳng cắt (C) tại hai điểm có toạ độ nguyên.

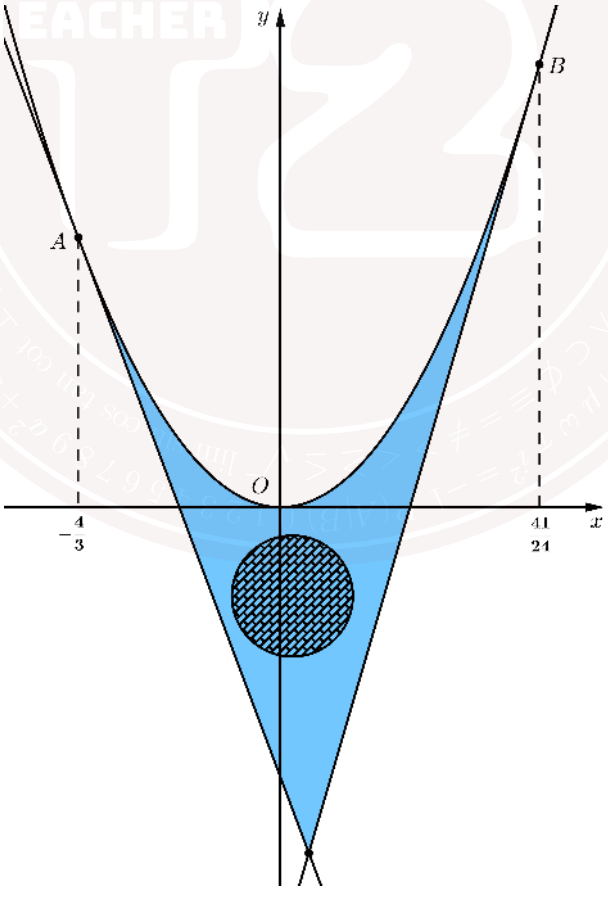
C Với mọi $m\in\mathbb{R}$, (C) luôn đi qua hai điểm cố định.

D Tập tất cả các giá trị m để $\min\limits_{[-1;1]}\left|f\left(\dfrac{x^3+3x}{4}\right)\right|<\dfrac{62}{63}$ là $(-\infty;a)\cup(b;+\infty)$. Khi đó, $b-2a=\dfrac{88}{81}$.

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Cho tập hợp $A=\{1;2;...;100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 93. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Gọi P là xác suất chọn được phần tử có ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $\dfrac{4}{P}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=x^2$ có đồ thị (P) và hai điểm A, B thuộc (P) có hoành độ lần lượt là $x_A=-\dfrac{4}{3}$, $x_B=\dfrac{41}{24}$.



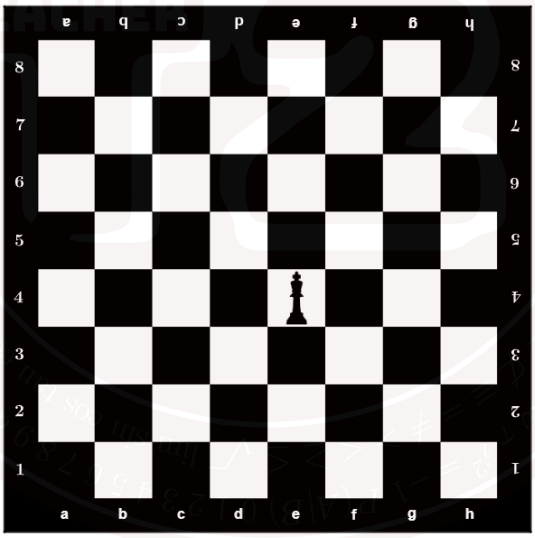
Diện tích hình tròn lớn nhất nằm trong miền phẳng giới hạn bởi (P) và hai tiếp tuyến của (P) tại A, B bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 19. Trò chơi "Match Color Bottle" có tổng 6 cặp chai khác màu, sắp xếp ngẫu nhiên vào hộp 6 chai khác màu, người chơi sẽ đứng ở vị trí khuất tầm nhìn với các chai trong hộp, sau đó lần lượt sắp xếp các chai còn lại phía trên thành hộp, người chơi sẽ thắng nếu màu sắc các chai phía trên trùng với các chai trong hộp.



Xác suất để người chơi xếp được ít nhất hai chai trùng vị trí với các chai trong hộp là $\frac{a}{b}$ với $(a,b)=1$. Khi đó, $a+b$ bằng

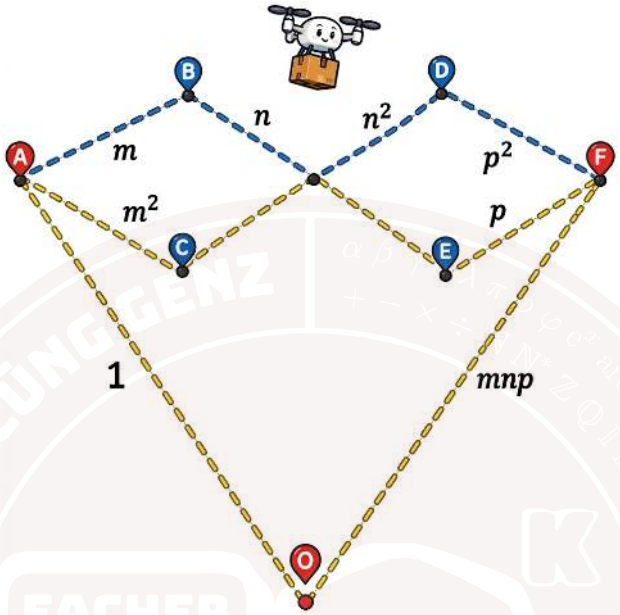
Câu 20. Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua như hình vẽ.



Mỗi bước di chuyển, quân vua di chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng. Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 5 bước. Tổng số cách di chuyển T để sau 5 bước quân vua trở về đúng ô xuất phát bằng

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh đáy $AB=5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của A_1B_1 và AA_1. Biết rằng hình chiếu của BM trên đường thẳng C_1N là đoạn thẳng có độ dài bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ và chiều A_1A. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 22. Công ty X đang thử nghiệm mô hình giao hàng nhanh bằng drone trên các tuyến đường cố định $A \to B \to E \to F$, $A \to C \to D \to F$ và $A \to O \to F$. Sau nhiều lần thu thập dữ liệu, khi bay qua các vùng có điều kiện thời tiết khác nhau, nên mức hao hụt pin (luôn lớn hơn 0) của drone cũng khác nhau trên mỗi tuyến, đã được tính toán và mô tả như hình vẽ (đơn vị %).



Ở lần thu thập dữ liệu cuối cùng, sau khi đã hoàn thành hai tuyến $A \to O \to F$ và $A \to C \to D \to F$ với tổng mức hao hụt pin lần lượt là 4% và 7% thì mức hao hụt pin thấp nhất khi drone bay tuyến $A \to B \to E \to F$ là bao nhiêu phần trăm? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

HƯỚNG ĐẾN KỲ THI HSG - ĐGTD - ĐGNL - THPTQG ②⓪②⑦

ĐÁP ÁN

Câu 1 **C**	Câu 2 **B**	Câu 3 **C**	Câu 4 **D**	Câu 5 **C**	Câu 6 **A**	Câu 7 **C**	Câu 8 **C**	Câu 9 **B**	Câu 10 **D**
Câu 11 **A**	Câu 12 **A**	Câu 13 **AB**	Câu 14 **A**	Câu 15 **B**	Câu 16 **AD**	Câu 17 2025	Câu 18 $\frac{73\pi}{256}\left(\frac{89}{36}-\sqrt{2}\right)$	Câu 19 911	Câu 20 1200
Câu 21 $\frac{25\sqrt{15}}{8}$	Câu 22 $2+\sqrt{6}$								

Teacher2kkk
Học toán cùng GenZ
– – –⋆★⋆– – –
Mã đề: 0426

ĐỀ KIỂM TRA NĂNG LỰC | TOÁN 12
Ngày thi: 30/04/2026

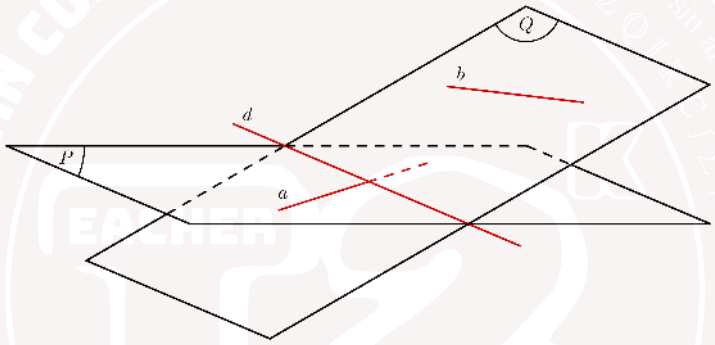
G	E	N	Z	V	S	M	A	T	H

Phần I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong hộp có 14 sản phẩm, trong đó có 8 sản phẩm loại I và 6 sản phẩm loại II. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 sản phẩm trong hộp. Gọi X là số sản phẩm loại I trong 3 sản phẩm được chọn ra. Tính kì vọng của biến ngẫu nhiên rời rạc X.

A $\dfrac{2}{13}$. **B** $\dfrac{12}{7}$. **C** $\dfrac{19}{7}$. **D** $\dfrac{9}{13}$.

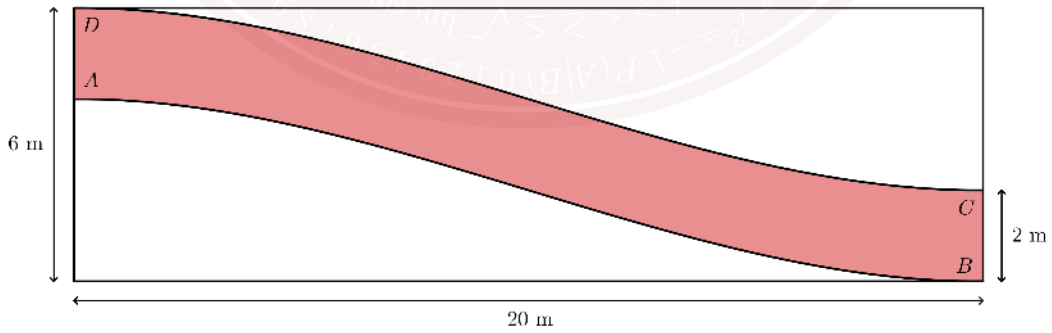
Câu 2. Cho hai đường thẳng a, b lần lượt nằm trong hai mặt phẳng (P), (Q) và $d=(P)\cap(Q)$ như hình vẽ.



Biết góc nhị diện $[P,d,Q]=\dfrac{5\pi}{6}$, góc tạo bởi đường thẳng a và giao tuyến d bằng $\dfrac{\pi}{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $\tan(a,b)$ bằng bao nhiêu?

A $\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{39}}{13}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D** $\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.

Câu 3. Nhà cô Anh có một khu vườn hình chữ nhật như hình vẽ.



Cô Anh muốn đổ bê tông một đường đi trong vườn (phần tô đậm). Biết rằng đường cong AB có dáng là một phần của đồ thị hàm số bậc ba và đường cong DC nhận được bằng cách tịnh tiến đường cong AB theo phương thẳng đứng lên phía trên 2 m. Ngoài ra, cô Anh quyết định đổ lớp bê tông dày 20 cm và giá tiền 1 m^3 bê tông là 1150 nghìn đồng. Hỏi cô Anh cần dùng bao nhiêu nghìn đồng để đổ bê tông con đường đó?

A 9200. **B** 46000. **C** 138000. **D** 3004.

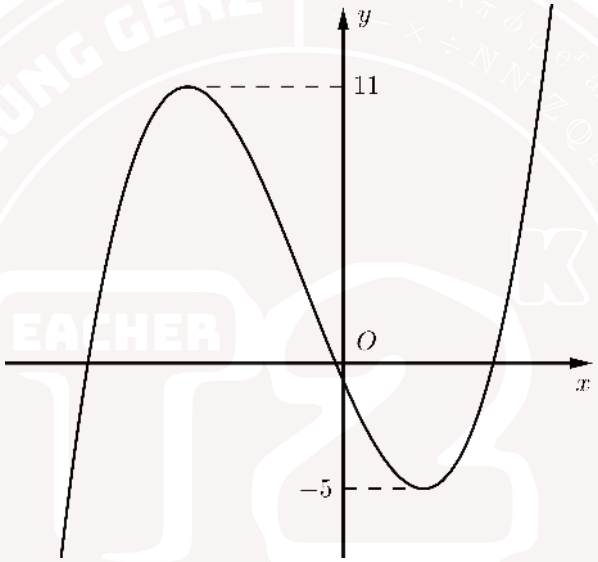
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x-2)...(x-2025)(x-2026)^2 \ \ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A 1013. **B** 2025. **C** 2027. **D** 1012.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD=1$ và hai mặt phẳng (ADB), (ADC) vuông góc. Gọi E là trung điểm của BC. Góc tạo bởi hai mặt phẳng (ADE) và (ADC) bằng 30°. Nếu tam giác ADE là tam giác đều thì thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là

A $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu cặp số nguyên $(m;n)$ để phương trình $|f(x)-m|=2n$ có đúng 6 nghiệm?

A 21. **B** 7. **C** 29. **D** 6.

Câu 7. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=|1+x|-|1-x|$ trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn điều kiện $F(-3)+F(3)=3$. Tính tổng $F(0)+F(2)$.

A -3. **B** 3. **C** -4. **D** 4.

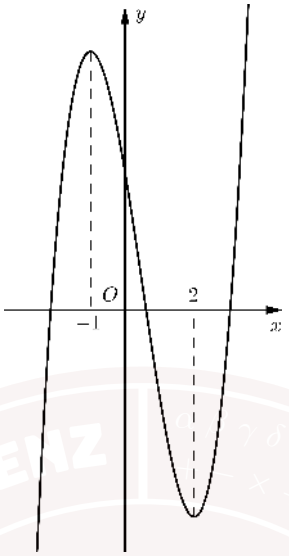
Câu 8. Trong lớp chuyên Toán có 30 học sinh, trên bảng viết các số từ 1 đến 30, thầy giáo yêu cầu mỗi bạn lên bảng xóa đi hai số a và b bất kì, sau đó viết lại lên bảng một số có giá trị là $a+b-4$. Đến lượt bạn cuối cùng lên bảng thì chỉ còn lại duy nhất một số. Giá trị của số đó bằng

A 304. **B** 349. **C** 340. **D** 394.

Câu 9. Hai người bắn độc lập vào một mục tiêu, mỗi người bắn 1 lần. Xác suất trúng của người thứ nhất, người thứ hai lần lượt là $0,9$ và $0,7$. Gọi p là xác suất của một biến cố. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=13p-10p^2$ là

A $\dfrac{169}{40}$. **B** $\dfrac{528}{125}$. **C** $\dfrac{4221}{1000}$. **D** 3.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị của biểu thức $T=f(2)-f(0)$ bằng

A 6. **B** 4. **C** -8. **D** -10.

Câu 11. Có bao nhiêu cách chia 8 chiếc kẹo giống nhau vào 4 túi quà giống nhau, sao cho túi nào cũng có kẹo?

A 165. **B** 35. **C** 1. **D** 5.

Câu 12. Cho đa giác đều 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 1 tứ giác có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác đều 30 đỉnh đó. Xác suất chọn được tứ giác là hình thang cân bằng $\dfrac{a}{b}$ với $(a,b)=1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A 30. **B** 32. **C** 34. **D** 36.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý **A** **B** **C** **D** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày $(0\le t\le 30)$ kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t)\ge 0$ và $(2t-1)\,y(t)+t\,(t-1)\,y'(t)=-5t^4+4t^3+48kt^2-1552t-120$, trong đó k là hằng số. Biết rằng tốc độ biến thiên của nồng độ thuốc liên tục theo thời gian t.

A $k=304$.

B Kể từ lúc sử dụng thuốc, nồng độ thuốc tồn dư trong nước luôn giảm theo thời gian.

C Kể từ lúc sử dụng thuốc, tốc độ biến thiên của nồng độ thuốc tại ngày thứ 15 gấp 4 lần so với tốc độ biến thiên của nồng độ thuốc tại ngày thứ 2.

D Kể từ lúc sử dụng thuốc, nồng độ thuốc tồn dư trong nước lớn nhất là 10 g/lít (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng lên (đơn vị trên mỗi trục là km). Tại cùng một thời điểm, một radar phát hiện một máy bay tại $A(-30;0;10)$ và một xe tăng tại $B\left(-30;-10\sqrt{3};0\right)$. Sau 30 giây radar xác định được vị trí máy bay tại $A'(4;0;10)$ và xe tăng tại $B'\left(-\dfrac{59}{2};-\dfrac{59}{6}\sqrt{3};0\right)$.

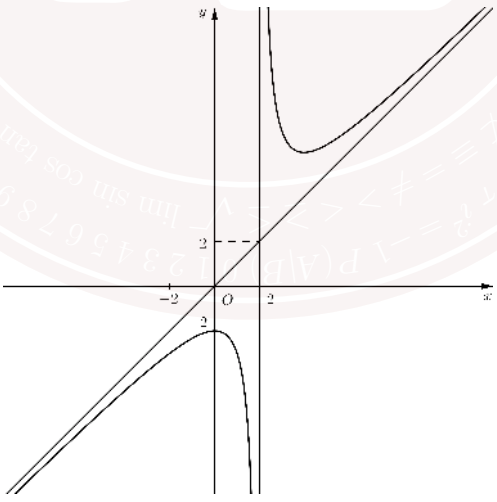
A Nếu máy bay và xe tăng tiếp tục giữ nguyên hướng với vận tốc không đổi thì 4 giây tiếp theo, khoảng cách giữa máy bay và xe tăng là 43 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

B Kể từ thời điểm bị radar phát hiện lần đầu tiên, nếu máy bay và xe tăng chuyển động đều với hướng không đổi thì khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và xe tăng là 10 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

C Giả sử tại mỗi thời điểm t, kể từ thời điểm bị radar phát hiện lần đầu tiên, máy bay có thể khóa mục tiêu (xe tăng) trong bán kính 30 km, nếu góc giữa vectơ vận tốc của máy bay và vectơ nối từ máy bay đến xe tăng không vượt quá 120°. Khoảng thời gian liên tục dài nhất mà máy bay có thể duy trì trạng thái "khóa mục tiêu" là 10 giây, biết rằng cả hai chuyển động đều với hướng không đổi theo thời gian (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

D Một lúc sau, radar phát hiện máy bay vẫn giữ nguyên hướng bay ban đầu và cách A một khoảng 1200 km, tốc độ máy bay lúc đó 2000 km/h, đồng thời xe tăng đang di chuyển theo hướng ban đầu và cách B một khoảng $20\sqrt{3}$ km với tốc độ $50\sqrt{3}$ km/h. Tốc độ thay đổi khoảng cách giữa máy bay và xe tăng lúc này là 1925 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+4}{cx+d}$ đạt cực đại tại $x=0$ và có đồ thị (C) như hình vẽ



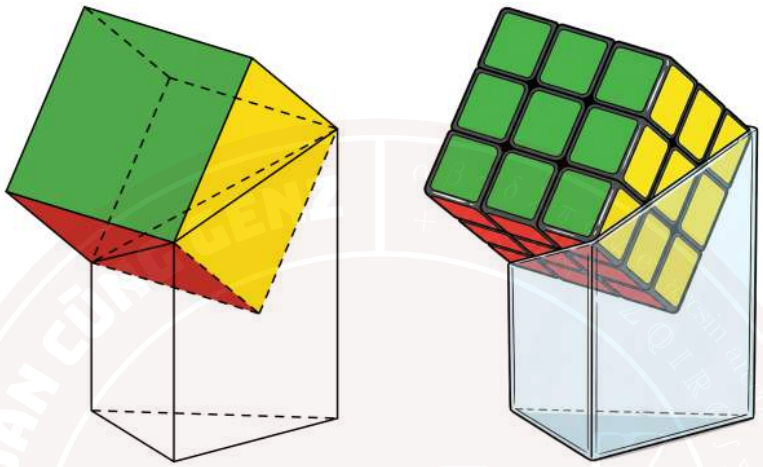
A $a+b+c+d=0$.

B Đồ thị (C) đi qua 8 điểm có tung độ và hoành độ là các số nguyên.

C Trên đồ thị (C) có đúng 6 điểm M có tung độ và hoành độ là các số nguyên sao cho tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 8.

D Gọi E, F là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$; N là điểm di động trên tia Ox sao cho $\widehat{ENF}$ không tù. Giá trị nhỏ nhất của hoành độ điểm N là 6.

Câu 16. Anh Đạt sau khi mua khối rubik thì lướt trúng video review đế kê rubik, nhưng các sản phẩm đều không hợp gu nên muốn tự thiết kế riêng cho mình một khối đế kê rubik (T). Từ ba tấm nhựa mica trong suốt có kích thước lần lượt là 5×10, 5×10 và $2\sqrt{5}\times 10$ (đơn vị: cm), anh Đạt cắt thành ba hình thang vuông có các mép cắt bằng đường chéo của các mặt khối rubik, sau đó ghép lại thành đế kê (các tấm nhựa dư tận dụng làm mặt đáy dưới tam giác có độ dài các cạnh là 5, 5 và $2\sqrt{5}$) như hình vẽ



Giả sử độ dày của các tấm mica không đáng kể và khối rubik luôn đặt vào đế kê như hình vẽ.

A Kích thước một mặt của khối rubik là $\sqrt{30}\times\sqrt{30}$ (cm).

B Đáy trên và đáy dưới của khối (T) lệch nhau một góc 30°.

C Đỉnh thấp nhất của khối rubik cách mặt đáy dưới của khối (T) một khoảng lớn nhất là $6,88$ cm (làm tròn đến hàng phần trăm).

D Anh Đạt muốn cố định cách đặt khối rubik nên đã đổ nhựa Epoxy Resin (keo AB) trong suốt vào bên trong. Nếu đỉnh cao nhất của khối (T) cách mặt đáy dưới của nó 10 cm thì thể tích lớn nhất của lượng keo cần đổ là $80\,\text{cm}^3$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22.

Câu 17. Chuỗi cửa hàng máy tính nhằm kích cầu mua sắm và hỗ trợ khách hàng trong thời kì nguồn cung linh kiện khan hiếm, chuỗi cửa hàng phát hành phiếu bốc thăm trúng thưởng cho khách hàng đến mua sắm sẽ được bốc thăm một mã dự thưởng, mỗi mã dự thưởng là một dãy các số được viết dưới dạng $abcdef$ được lấy từ tập $\{0;1;2;...;9\}$.



Một mã dự thưởng sẽ trúng theo quy định nếu thỏa điều kiện $a+b+c=d+e+f$. Khách hàng sau khi thanh toán sẽ xếp hàng bốc thưởng theo lượt riêng biệt và lá thăm sau khi bốc sẽ bị tiêu hủy. Xác suất để người thứ 300426 trúng thưởng là P, biết rằng trước đó đã có 4602 người trúng. Giá trị của $27983P$ bằng

Câu 18. Một nhà phân phối linh kiện (Bên A) cung cấp linh kiện cho một chuỗi cửa hàng máy tính (Bên B). Có hai loại linh kiện chính: Ram (x sản phẩm) và SSD (y sản phẩm). Trước làn sóng bùng nổ của trí tuệ nhân tạo (AI), trung tâm dữ liệu... dẫn đến tình trạng nguồn cung khan hiếm và đẩy giá linh kiện lên cao. Việc giá linh kiện "chạm trần" làm thay đổi quyết định xuống tiền của khách hàng, thay vì nâng cấp tổng thể, khách hàng bắt đầu dè chừng hơn trong việc mua đồng thời cả hai linh kiện, ảnh hưởng trực tiếp đến doanh thu của các cửa hàng. Sau khi thống kê và tính toán, tổng doanh thu của chuỗi cửa hàng được mô tả bởi hàm $R = 4x - 0,02x^2 + 5y - 0,03y^2 - 0,02xy$ (triệu đồng) và chi phí vận hành của bên B (không bao gồm tiền nhập hàng) được mô tả bởi hàm $C = 0,4x + 0,2y + 10$ (triệu đồng). Giả sử bên B là đơn vị kinh doanh tối ưu, mỗi đợt họ sẽ luôn chọn lượng nhập hàng $(x;y)$ để tối ưu hóa lợi nhuận thu được là cao nhất ứng với mức giá sỉ bên A thiết lập cho hai sản phẩm tương ứng là $(p;q)$ (triệu đồng). Tổng doanh thu của bên A thu được từ việc bán hàng cho bên B lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng mỗi đợt?

Câu 19. Tác giả cuốn sách "Vua trắc nghiệm", Phạm Hữu Giang, được Đài Truyền hình Công an Nhân dân - ANTV đưa tin về việc bán sách theo kiểu "treo đầu dê, bán thịt chó": Với những cuốn sách khác bìa nhưng lại có chung một mã ISBN:

Mã ISBN (viết tắt của *International Standard Book Number*) của một quyển sách là mã số tiêu chuẩn quốc tế duy nhất để xác định một quyển sách trên toàn thế giới, được in trên bìa sách. Ở Việt Nam, theo quy định tại Thông tư 05/2016/TT-BTTTT, mã ISBN là một dãy số gồm 13 chữ số, ví dụ với đoạn mã ISBN trên là

$$978-604-492-166-2$$

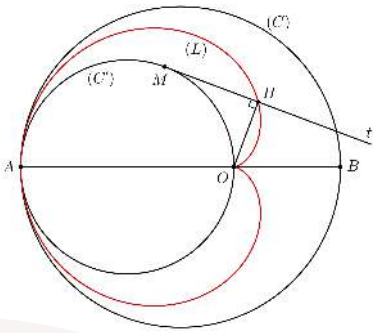
trong đó, 978 là mã cố định của sản phẩm là sách, 604 là mã quốc gia của Việt Nam, 6 chữ số tiếp theo là mã nhà phát hành và mã sản phẩm, còn chữ số cuối cùng là **mã kiểm tra**, dùng để kiểm tra xem các số phía trước được ghi chính xác hay không. **Mã kiểm tra** được tính như sau:

1. Đánh số thứ tự của 12 số đầu từ 1 đến 12 từ trái sang phải.
2. Lấy tổng các chữ số thứ tự lẻ.
3. Lấy tổng các chữ số thứ tự chẵn, rồi nhân với 3.
4. Cộng hai con số ở hai bước trên lại, lấy số dư của nó khi chia cho 10.
5. Lấy 10 trừ con số ở bước trên, ra **mã kiểm tra**. Nếu bước này ra 10 thì **mã kiểm tra** là 0.

Ví dụ, với mã cuốn sách ở trên, ta tính $(9+8+0+4+2+6)+3(7+6+4+9+1+6) = 128$, số dư của nó khi chia cho 10 bằng 8, nên **mã kiểm tra** là $10-8=2$.
Trong 304 cuốn sách, có 12 số đầu mã ISBN liên tiếp từ $978-604-492-001$ đến $978-604-492-304$, có bao nhiêu cuốn sách có **mã kiểm tra** là 2?

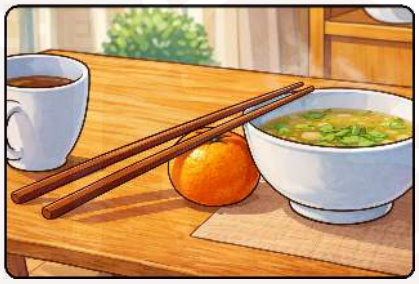
Câu 20. Mặt dial của một chiếc đồng hồ có dạng hình tròn (C) đường kính $AB = 42$ mm được chia thành hai khu vực bởi đường cong kín (L) như hình vẽ





Xét điểm O trên đường kính AB sao cho $OA = 2OB$ và (C') là đường tròn đường kính OA. Biết rằng tiếp tuyến Mt bất kì của (C') cắt (L) tại điểm H thì $\widehat{OHM} = 90°$. Tính diện tích của khu vực giới hạn bởi (C) và (L) theo milimét vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 21. Trong lúc đang ăn sáng trên bàn, Đạt vừa ăn vừa nghịch, gác đôi đũa lên bát phở, sau đó loay hoay nhét quả quýt vào khoảng trống của đôi đũa và bát phở như hình vẽ.



Bố của Đạt, là giáo viên dạy toán, thấy hình ảnh đó liền nảy ra ý tưởng một bài toán, yêu cầu Đạt phải hoàn thành trước giờ cơm tối, để chừa cái tội nghịch trong giờ ăn. Bài toán như sau: Giả sử hai chiếc đũa là hai đường thẳng có phương trình là $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 2m \\ y = -1 - m \\ z = 4 + m \end{cases}$, $\Delta_2 : \begin{cases} x = -5n \\ y = 8n \\ z = 3 - 3n \end{cases}$ và mặt bàn là mặt phẳng $(P) : z = 0$. Bán kính mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc đồng thời Δ_1, Δ_2 và (P) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, các cạnh $AB = a$, $AC = 2a$ và góc $\widehat{BAC} = 120°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SC; α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC); β là góc giữa hai mặt (SAB) và (SBC). Biết $\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$ và $\cos\beta = \sqrt{\dfrac{u}{v}}$ với $(u, v) = 1$. Giá trị của $u + v$ bằng

ĐÁP ÁN

Câu 1 **B**	Câu 2 **B**	Câu 3 **A**	Câu 4 **A**	Câu 5 **A**	Câu 6 **A**	Câu 7 **C**	Câu 8 **B**	Câu 9 **B**	Câu 10 **D**
Câu 11 **D**	Câu 12 **B**	Câu 13 **D**	Câu 14 **ACD**	Câu 15 **C**	Câu 16 **BC**	Câu 17 2026	Câu 18 126	Câu 19 30	Câu 20 147π
Câu 21 $\frac{21}{7+\sqrt{7}+2\sqrt{21}}$	Câu 22 20								