



ĐÌNH XUÂN NHỊ



TƯ DUY TOÁN THỰC TẾ

TOÁN

HÀM SỐ
VÀ ỨNG DỤNG

Quyển số 1

Họ và tên:.....

Lớp

12

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG

Họ và tên:.....

Lưu hành nội bộ



THẦY HOÀNG XUÂN NHÂN

GIÁO VIÊN TOÁN TRƯỞNG THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN - LÊ THÁNH TÔNG (TP. HỒ CHÍ MINH)

ĐẶC BIỆT
DÀNH CHO
2K9

TƯ DUY TOÁN THỰC TẾ & TỔ HỢP XÁC SUẤT KHÓA TOÀN DIỆN - ĐGTD / ĐGNL - TNTHPTQG 2027

GIẢI ĐOẠN 1 CHUYÊN ĐỀ VẬN DỤNG

CHINH PHỤC NỀN TẢNG TOÁN 12
HỌC BỘ KỸ THUẬT TOÁN THỰC TẾ
độc quyền do thầy Nhân sáng tác

CÁC LỚP HỌC OFFLINE TẠI TP. HCM

KHỐI 10

Lớp thường: 10T1

Lớp chọn: 10T2

KHỐI 11

Lớp thường: 11T1

Lớp chọn: 11T2

KHỐI 12

Lớp thường: 12T1-12T2 - 12T3 - 12T7

Lớp chọn: 12T4 - 12T5

Cơ sở 1: Số 53, đường T6, P. Tây Thạnh, TP. HCM
Cơ sở 2: Số 102, đường T8, P. Tây Thạnh, TP. HCM

GIẢI ĐOẠN 2 TĂNG TỐC TƯ DUY

CHUYÊN ĐỀ VẬN DỤNG
VẬN DỤNG CAO
CHINH PHỤC TỔ HỢP XÁC SUẤT

LỊCH ONLINE

KHAI GIẢNG: 1/08/2026

LỊCH HỌC: 21h-22h30 (T2, T3, T5, T6 hàng tuần)

HÌNH THỨC: ZOOM & GOOGLE MEET

TÍNH NĂNG KHÓA HỌC

RECORD BUỔI HỌC: Học sinh xem mọi lúc

BẢN CHÉP TAY GIÁO VIÊN

ĐỀ VÀ TÀI LIỆU ĐỘC QUYỀN

GIẢI ĐOẠN 3 LUYỆN ĐỀ THỰC CHIẾN

GIẢI HẾT BỘ ĐỀ TOÁN VÀ
BỘ TÀI LIỆU TOÁN 12
do thầy Nhân sáng tác để giảng dạy tại
trường Nguyễn Khuyến - Lê Thánh Tông

HỌC PHÍ LỚP ONLINE 12T6

HỌC PHÍ TOÀN KHÓA: 2.000.000 VNĐ/KHÓA
(Học đến sát ngày thi)

Ưu đãi dành cho 200 bạn sớm nhất tháng 7
CHỈ CÒN 1.800.000 VNĐ/NĂM

Liên hệ ngay Zalo: 0969 343 344



THẦY HOÀNG XUÂN NHÂN

GIÁO VIÊN TOÁN TRƯỞNG THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN - LÊ THÁNH TÔNG (TP. HỒ CHÍ MINH)

Học trên
Google Meet

KHÓA HỌC DÀNH DÀNH CHO

2K9 - 2K10 - 2K11

Mục tiêu 9 - 10 điểm

KHÓA TOÀN DIỆN TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

GIẢI ĐOẠN 1

NỀN TẢNG PHÉP ĐẾM CƠ BẢN

- Nền tảng phép đếm trong SGK
- Nền tảng phép đếm ngoài SGK
- Kỹ thuật gộp phần tử
- Kỹ thuật khe trống
- Kỹ thuật vách ngăn
- Công thức chia kẹo Euler

LỊCH HỌC VÀ KHAI GIẢNG

KHAI GIẢNG: 15/08/2026

LỊCH HỌC: 21h-22h30 T2 - T6 hàng tuần

HÌNH THỨC: ZOOM & GOOGLE MEET

GIẢI ĐOẠN 2

KỸ THUẬT NÂNG CAO CHUYÊN SÂU

- 10 kỹ thuật nâng cao về tổ hợp xác suất
- Xác suất truy hồi
- Quy hoạch động, đường đi ngẫu nhiên
- Chọn các đối tượng hình học kết hợp CSC, CSN và các yếu tố đại số
- Nguyên lý bao hàm loại trừ
- Bài toán tô màu có yếu tố hình học
- Chọn các đối tượng hình học (điểm, đoạn, tam giác, tứ giác v.v...)
- Bài toán kết hợp chọn màu và chọn số

TÍNH NĂNG KHÓA HỌC

LIVE NHÓM KÍN VÀ RECORD BUỔI HỌC SAU MỖI BUỔI DẠY

BẢN CHÉP CHI TIẾT SAU MỖI BUỔI DẠY

TÀI LIỆU ĐỘC QUYỀN ĐƯỢC SÁNG TÁC BỞI THẦY NHÂN

GIẢI ĐOẠN 3

LUYỆN ĐỀ CHUYÊN SÂU THEO BỘ GIÁO DỤC

Giải 20 đề thực chiến Tổ hợp -
Xác suất theo cấu trúc mới của
Bộ Giáo dục và Đào tạo với tư
duy đột phá và sáng tạo.
Bộ đề dự đoán các câu hỏi phân
loại mức Vận Dụng Cao.

HỌC PHÍ LỚP NÂNG CAO TH - XS

HỌC PHÍ TOÀN KHÓA: 1.400.000 VNĐ/KHÓA
(Học đến sát ngày thi)

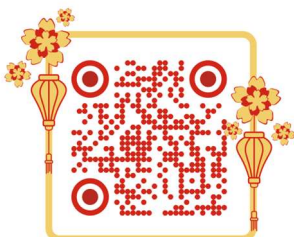
Ưu đãi dành cho 200 bạn sớm nhất tháng 7
Chỉ còn 1.200.000 VNĐ/ KHÓA

Liên hệ ngay Zalo thầy Nhân: 0969 343 344

Lưu ý:

- Đây chỉ là một phần nội dung rất nhỏ thuộc khóa học online 'Tư duy Toán thực tế' (Thầy Hoàng Xuân Nhân & Thầy Đình Xuân Nhị).
- Trọn bộ khóa học vẫn còn rất nhiều kiến thức và mẹo giải thực chiến đang chờ đón các em, nhất là ở chuyên đề Tổ hợp - Xác suất!

Nhằm hỗ trợ tốt nhất cho quá trình học tập, các em hãy theo dõi page Tư duy Toán thực tế 10 - 11 - 12 (thầy Hoàng Xuân Nhân) hoặc quét mã QR bên cạnh để liên tục cập nhật và nhận thêm nhiều tài liệu mới."



MỤC LỤC

BÀI 1: NỀN TẢNG VỀ ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

LÝ THUYẾT.....	1
Phần I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.....	3
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.....	16
PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI	22
PHẦN IV. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN	25

BÀI 2: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

LÝ THUYẾT.....	29
Phần I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.....	30
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.....	44
PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI	47
PHẦN IV. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN	48

BÀI 3 TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

LÝ THUYẾT.....	53
Phần I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.....	57
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.....	75
PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI	82
PHẦN IV. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN	85

BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ MỘT VÀI HÀM SỐ KINH ĐIỂN

LÝ THUYẾT.....	87
Phần I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.....	89
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.....	102
PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI	113
PHẦN IV. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN	116

BÀI 5. ỨNG DỤNG HÀM SỐ TRONG MỘT VÀI LĨNH VỰC

LÝ THUYẾT.....	119
Phần I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA.....	119
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI	130

PHẦN III TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN 134

BÀI 6. TỔNG ÔN HÀM SỐ

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI THUẦN TÚY.....146

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG -SAI THỰC TẾ.....151

PHẦN III TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN THỰC TẾ.....156

BÀI 1: NỀN TẢNG VỀ ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG SAU BÀI HỌC

- Nhận biết tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu đạo hàm cấp một của nó.
- Thể hiện tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên.
- Nhận biết tính đơn điệu của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.
- Nhận biết điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số.

I. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

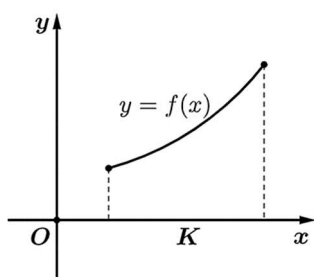
1. Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến

Kí hiệu K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng. Giả sử hàm số $y = f(x)$ xác định trên K .

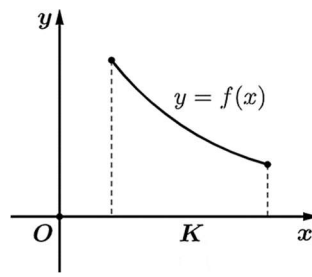
- Hàm số $y = f(x)$ **đồng biến (tăng)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ **nghịch biến (giảm)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K$ mà $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2)$.

☞ Nhận xét:

- Nếu hàm số $y = f(x)$ **đồng biến** trên K thì đồ thị của nó **đi lên từ trái sang phải** khi x thuộc K (Hình 1).
- Nếu hàm số $y = f(x)$ **nghịch biến** trên K thì đồ thị của nó **đi xuống từ trái sang phải** khi x thuộc K (Hình 2).



Hình 1



Hình 2

- Hàm số **đồng biến** hoặc **nghịch biến** trên K thì được gọi chung là **đơn điệu** trên K .

2. Định lý

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

- + Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm $f(x)$ **đồng biến** trên K .
- + Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm $f(x)$ **nghịch biến** trên K .

☞ Lưu ý:

- Định lý trên được mở rộng với $f'(x) \geq 0$ (hay $f'(x) \leq 0$) trong trường hợp $f'(x) = 0$ tại **một số hữu hạn điểm** thuộc khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0$ tại mọi điểm x thuộc K thì hàm $f(x)$ **không đổi** trên K .

- Nếu hàm số $y = f(x)$ **liên tục** trên $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số **đồng biến** trên $[a; b]$. (Tương tự cho trường hợp hàm số **nghịch biến** trên $[a; b]$).

3. Các bước xét tính đơn điệu của một hàm số

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ thuộc D mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 3: Sắp xếp các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.

Bước 4: Kết luận các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

II. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

1. Khái niệm cực trị của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D và x_0 thuộc D .

- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và $(a; b) \subset D$ sao cho $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực đại**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CD} .
- Nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và $(a; b) \subset D$ sao cho $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a; b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CT} .

Lưu ý:

- Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị** của hàm số. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị** (còn gọi là **cực trị**) của hàm số.
- Nếu x_0 là **một điểm cực trị** (điểm cực đại, điểm cực tiểu) của hàm số $y = f(x)$ thì ta có thể nói hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị (cực đại, cực tiểu) tại x_0 .
- Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $(x_0; f(x_0))$ là một **điểm cực trị của đồ thị hàm số** $y = f(x)$.
- Một hàm số có thể có **nhiều điểm cực trị** trên tập xác định của chúng.

2. Định lí

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$.

- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (x_0; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .
- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (x_0; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

Lưu ý:

Định lý trên có thể được thể hiện qua các bảng biến thiên sau đây

Bảng biến thiên 1: Hàm số đạt cực tiểu tại

$$x = x_0.$$

x	a	x_0	b
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$		y_{CT}	

Nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua x_0 .

Bảng biến thiên 2: Hàm số đạt cực đại tại

$$x = x_0.$$

x	a	x_0	b
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$		y_{CD}	

Nhận thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua x_0 .

3. Các bước tìm điểm cực trị của một hàm số

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ thuộc D mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 3: Sắp xếp các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.

Bước 4: Kết luận các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x qua x_i thì **hàm số đạt cực tiểu** tại x_i .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x qua x_i thì **hàm số đạt cực đại** tại x_i .

Nhận xét:

- Nếu $f'(x) = 0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu khi qua điểm x_i thì x_i không là điểm cực trị của hàm số.
- Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng K thì $y = f(x)$ không có điểm cực trị trên khoảng đó.

PHẦN I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Lập bảng biến thiên, xét tính đơn điệu và tìm cực trị (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$

Bài làm



b) $y = x^4 - 2x^2 - 3$

Bài làm

c) $y = \frac{3x-7}{x+1}$

Bài làm



d) $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

Bài làm

e) $y = x\sqrt{4 - x^2}$

Bài làm



f) $y = \frac{\ln x}{x}$

Bài làm

g) $y = (x^2 - 2x - 2)e^x$

Bài làm



h) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$

Bài làm

i) $y = |x^3 - 3x|$

Bài làm



j) $y = |x^2 - 4x + 3|$

Bài làm

k) $y = 2x - 1 + 4 \cos x$

Bài làm



d) $y = \cos 2x + 2 \cos x + 1$

Bài làm

DẠNG 2. MÔ HÌNH TOÁN TRONG THỰC TẾ

Ví dụ 2: Sức căng bề mặt V của một loại dung dịch đặc biệt (tính bằng N/m) ở nhiệt độ T (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) khi T thay đổi từ 0°C đến 40°C được cho xấp xỉ bởi công thức: $V = 800 - 0,5T + 0,04T^2 - 0,001T^3$
Tìm khoảng nhiệt độ $T \in (0; 40)$ để sức căng bề mặt V của dung dịch tăng (làm tròn các đầu mút khoảng đến hàng đơn vị).

Bài làm

Ví dụ 3: Tổng doanh thu bán lẻ nội địa của một thương hiệu cà phê trong các năm từ 2020 đến 2030 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0,02x^3 - 0,03x^2 + 0,5x + 1,2$ (đơn vị: tỉ VNĐ), trong đó x là số năm tính từ 2020 đến 2030.

- a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.
- b) Chứng minh rằng doanh thu bán lẻ của thương hiệu này tăng liên tục trong các khoảng thời gian trên.

Bài làm

Ví dụ 4: Bộ phận phân tích rủi ro của một chuỗi cửa hàng nhận thấy: mức chênh lệch lợi nhuận trong ngày $f(x)$ (triệu đồng) phụ thuộc vào mức điều chỉnh giá bán x (nghìn đồng) so với giá niêm yết hiện tại. Mô hình được mô tả bởi hàm đa thức: $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, (trong đó: $x < 0$ là giảm giá, $x > 0$ là tăng giá) Theo dữ liệu chạy thử nghiệm, khi cửa hàng tăng giá 2 000 đồng/ly, mức chênh lệch lợi nhuận đạt cực trị và bằng 0. Mặt khác, nếu giảm giá 1 000 đồng/ly thì mức chênh lệch lợi nhuận cũng bằng 0. Hãy xác định các hệ số a, b, c để hoàn thiện mô hình toán học này.

**Bài làm**

- Ví dụ 5:** Xét một thiết bị lặn không người lái chuyển động theo phương thẳng đứng dọc theo trục Oy (chiều dương hướng lên mặt nước). Tọa độ của thiết bị tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 9t^2 + 24t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ gọi là vận tốc của thiết bị tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của thiết bị tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.
- a)** Tìm các hàm $v(t)$ và $a(t)$.
- b)** Trong khoảng thời gian nào vận tốc lặn/nổi của thiết bị tăng, trong khoảng thời gian nào vận tốc của thiết bị giảm?

Bài làm

Ví dụ 6: Một cabin thang máy chở hàng chuyển động dọc theo một trục thẳng đứng, chiều dương từ dưới lên trên. Giả sử vị trí của cabin x (mét) từ thời điểm $t = 0$ giây đến thời điểm $t = 6$ giây được cho bởi công thức $x(t) = t^3 - 8t^2 + 16t + 2$.

- Xác định vận tốc v của cabin. Xác định khoảng thời gian cabin di chuyển lên trên và khoảng thời gian cabin di chuyển xuống dưới.
- Tìm tốc độ của cabin và thời điểm cabin dừng lại. Tính tốc độ cực đại của cabin trong khoảng thời gian từ $t = 1$ giây đến $t = 5$ giây.
- Xác định gia tốc a của cabin. Tìm khoảng thời gian cabin tăng tốc và khoảng thời gian cabin giảm tốc.

Bài làm

Ví dụ 7: Một nông trại hiện đang trồng 20 cây cà phê giống mới trên một khu vực đất quy hoạch. Trung bình mỗi cây thu hoạch được 300 kg hạt cà phê mỗi vụ. Chủ nông trại có thể trồng xen canh thêm nhiều hơn 20 cây, nhưng do cạnh tranh dinh dưỡng, cứ trồng thêm một cây thì sản lượng thu hoạch của mỗi cây hàng vụ sẽ giảm 10 kg. Để chủ nông trại có thể quyết định số lượng cây trồng thêm sao cho tối ưu hóa diện tích đất, hãy chỉ ra số cây trồng thêm để tổng sản lượng hạt cà phê thu hoạch được của cả khu vực đạt mức tối đa.

Bài làm

Ví dụ 8: Một cơ sở chế biến hạt cà phê rang xay xác định hàm chi phí $C(x)$ và hàm doanh thu $R(x)$ (đều tính bằng trăm nghìn đồng) cho một lô hàng như sau:

$$C(x) = 2,5x - 0,0002x^2, \quad 0 \leq x \leq 4000,$$

$$R(x) = 5,5x - 0,0008x^2, \quad 0 \leq x \leq 4000, \text{ trong đó } x \text{ là số lượng túi cà phê được sản xuất và bán ra.}$$

Xác định khoảng của x để hàm lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$ đồng biến trên khoảng đó.

Bài làm

Ví dụ 9: Hàm chi phí và hàm doanh thu (đều tính bằng đồng) của một dự án in ấn sách "Tư Duy Toán Thực Tế" lần lượt là: $C(x) = 30x + 2500$ và $R(x) = 90x$, trong đó x là số lượng cuốn sách được in và bán ra.

- Tìm hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x) = \frac{R(x) - C(x)}{x}$.
- Tìm lợi nhuận trung bình khi số lượng sách in ấn x lần lượt là 200, 800 và 1500 cuốn.
- Xét tính đơn điệu của hàm lợi nhuận trung bình $\bar{P}(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bài làm

Ví dụ 10: Số lượng người theo dõi của một Fanpage giáo dục sau t tháng kể từ khi thành lập được ước tính bởi công thức: $f(t) = \frac{40t + 15}{t + 8}$, ($f(t)$ được tính bằng nghìn người).

- a) Tính số lượng người theo dõi Fanpage vào tháng thứ 12 và tháng thứ 32.
- b) Xem $f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$. Tìm f' và xét chiều biến thiên của hàm số f trên nửa khoảng $[0; +\infty)$.
- c) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng trưởng người theo dõi của Fanpage (tính bằng nghìn người/tháng).
 - + Tính tốc độ tăng trưởng vào tháng thứ 10 và tháng thứ 22.
 - + Vào tháng thứ mấy thì tốc độ tăng trưởng xấp xỉ 0,75 nghìn người/tháng?

Bài làm

Ví dụ 11: Một pít-tông bên trong một cỗ máy công nghiệp có khối lượng 2 kg dao động điều hòa dọc theo xi-lanh với biên độ $A = 0,15$ m và chu kì $T = 2$ giây. Vị trí x (mét) của pít-tông so với vị trí cân bằng tại thời điểm t được cho bởi $x(t) = A \cdot \cos(\omega t)$, trong đó $\omega = \frac{2\pi}{T}$ là tần số góc và thời gian t tính bằng giây.

- a) Tìm vị trí của pít-tông tại thời điểm t và tại thời điểm $t = \frac{1}{3}$ giây.
- b) Tìm vận tốc v của pít-tông tại thời điểm t giây và tìm vận tốc khi $t = \frac{1}{3}$ giây.
- c) Tìm gia tốc a của pít-tông.
- d) Sử dụng định luật thứ hai của Newton $F = ma$, tìm độ lớn và hướng của lực truyền động tác dụng lên pít-tông khi $t = \frac{1}{3}$ giây.
- e) Tìm thời gian tối thiểu để pít-tông chuyển động từ vị trí ban đầu đến vị trí $x = -0,075$ m, tìm vận tốc của pít-tông khi $x = -0,075$ m.

Bài làm

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

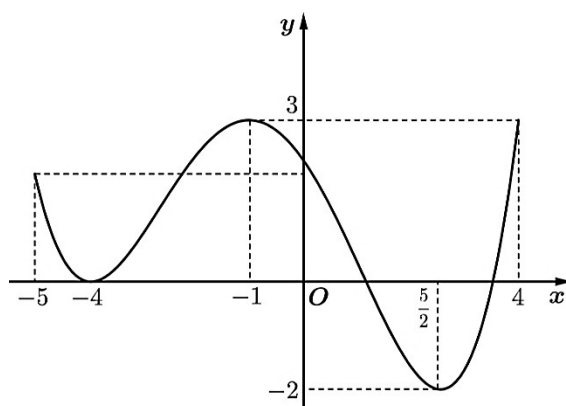
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 5)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(0; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị được cho như hình sau:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(-5; -4)$. C. $(-4; -1)$. D. $(2; 4)$.

Câu 3: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 9)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(2; 4)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 4: Hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 11$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 C. Trên khoảng $(-\infty; -2)$ hàm số đã cho đồng biến.
 D. Trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đã cho đồng biến.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 7: Cho đồ thị hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0, a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 8: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 5$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 9: Hàm số $f(x) = 1 - 3x^4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 10: Hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến với mọi $x \neq 1$.
 C. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề nào là mệnh đề **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{5-x}{x+2}$. Mệnh đề nào **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 5)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y	1		$+\infty$		1

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 15: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow 1$

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x+5}{x+2}$.

D. $y = \frac{2x-3}{x-2}$.

Câu 16: Hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$.

Câu 17: Hàm số $y = 2x - 1 + \frac{8}{x-1}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1; 3)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 18: Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 1)$.

B. $(-3; -1)$.

C. $(-\infty; -3)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 19: Hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-2; -1)$, $(-1; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 20: Hàm số $y = \sqrt{9 - x^2}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-3; 0)$.

C. $(-3; 3)$.

D. $(0; 3)$.

Câu 21: Hàm số $f(x) = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-2; 1)$.

Câu 22: Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(5; +\infty)$.

C. $(1; 5)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 23: Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.

C. $y = x^2 - x + 1$.

D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^{100}(x-1)^{101}(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 3]$, biết hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; 3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(0) = f(1)$.

B. $f(2) < f(3)$.

C. $f(-1) = f(1)$.

D. $f(1) > f(2)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		2		-2		$+\infty$
	$-\infty$					

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây?

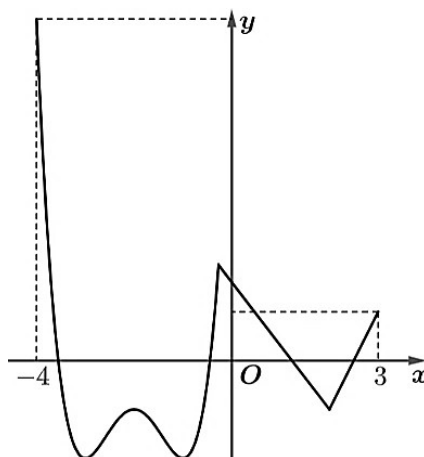
A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Câu 28: Giá trị cực đại của hàm $y = x^3 - 3x + 1$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 1.

D. 4.

Câu 29: Giá trị cực đại hàm số $y = x^3 - 12x - 1$ bằng

A. -17.

B. -2.

C. 45.

D. 15.

Câu 30: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ là

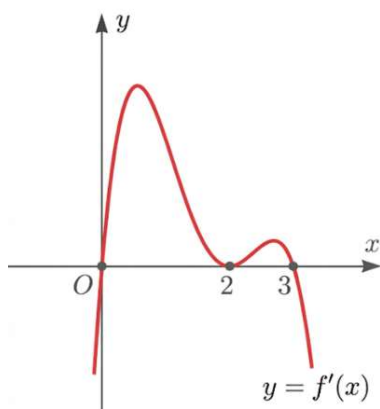
A. $x = 0$.

B. $M(-2; -19)$.

C. $N(0; 1)$.

D. $x = -2$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R có đồ thị đạo hàm như hình vẽ bên dưới, biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Hàm số $y = 9f(x) - 13$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



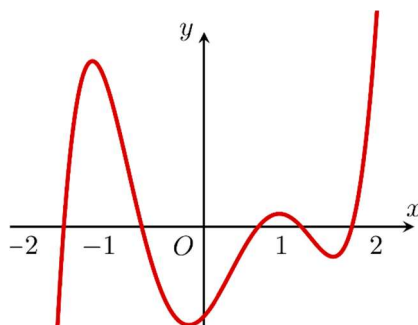
A. $(-4; -1)$.

B. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.

C. $(-5; 4)$.

D. $(1; 2)$.

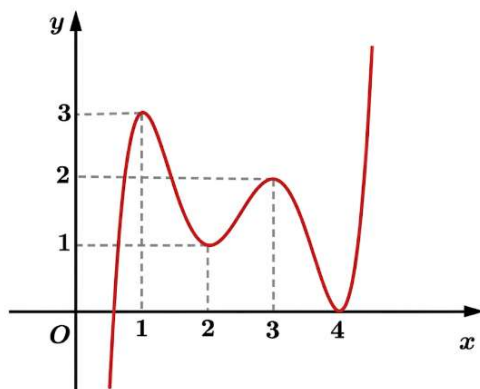
Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = -7f(x) + 5$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$ B. $(-1;0)$ C. $(1;2)$ D. $(-2;+\infty)$

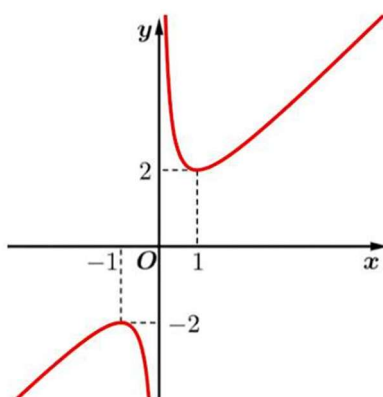
Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R , có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;0)$ B. $(-5;3)$ C. $(2;3)$ D. $(-13;+\infty)$

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên R , có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y = -3f(x) + 8$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty;-1)$ B. $(0;1)$ C. $(-1;+\infty)$ D. $(-1;0)$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên các khoảng $(-\infty;1)$, $(1;+\infty)$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	+		-	0	+		-

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$. Điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)^{2024}(x-2)^{2025}$.

Khẳng định nào **đúng**?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và đạt cực tiểu tại các điểm $x = \pm 2$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(1; 2)$ và $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 0$.

D. $(-2; -3)$.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .

B. Cực tiểu của hàm số bằng 1 .

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .

D. Cực tiểu của hàm số bằng 2 .

Câu 40: Gọi A, a lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Giá trị của $A^2 - 2a$ bằng

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Câu 41: Giá trị cực đại của $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$ bằng

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 43: Cực đại của hàm số $y = x\sqrt{1 - x^2}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $-\sqrt{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 44: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $3\sqrt{5}$.

D. $8\sqrt{5}$.

Câu 45: Tọa độ trung điểm của hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3$ là

A. $M_1(-1; 5)$.

B. $M_2\left(-\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

C. $M_3(1; 5)$.

D. $M_4(2; 10)$.

Câu 46: Gọi A, B lần lượt là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ và C là điểm cực đại. Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là

A. $G_1\left(0; \frac{7}{3}\right)$.

B. $G_2\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $G_3(0; 7)$.

D. $G_4(-2; 4)$.

Câu 47: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$. B. $G\left(1; -\frac{1}{3}\right)$. C. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 48: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có hai điểm cực trị A, B . Diện tích tam giác OAB với $O(0; 0)$ là gốc tọa độ bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 49: Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 50: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 7}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Biết rằng (C) có hai điểm cực trị, tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó.

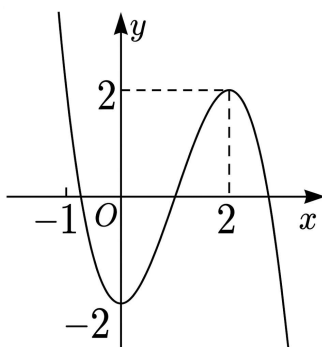
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{17}}{17}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.	☐	☐
b)	Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.	☐	☐
c)	Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.	☐	☐
d)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.	☐	☐

Câu 52: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$.	☐	☐
c)	$f(-2) - f(-1) < f(3) - f(2)$.	☐	☐
d)	Hàm số $y = f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.	☐	☐

Câu 53: Cho hai hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ và $g(x) = \frac{x^2-4x+3}{x}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.	☐	☐
b)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.	☐	☐
c)	Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; \sqrt{3})$.	☐	☐
d)	Hàm số $k(x) = f(x) - g(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.	☐	☐

Câu 54: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.	☐	☐
b)	Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.	☐	☐
c)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
d)	Hàm số $h(x) = \frac{f(x)}{x}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.	☐	☐

Câu 55: Cho hai hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ và $g(x) = \frac{x^2-x-1}{x^2-1}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.	☐	☐
b)	Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.	☐	☐
c)	Hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.	☐	☐
d)	Hàm số $k(x) = \frac{1}{f(x)}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.	☐	☐

Câu 56: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (-\infty; +\infty)$.	☐	☐
b)	Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ là $f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+10}}$.	☐	☐
c)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.	☐	☐
d)	Hàm số $h(x) = f(x) - \frac{1}{\sqrt{2}}x$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.	☐	☐

Câu 57: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 4x + 7}{x - 1}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.	☐	☐
b)	Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 và tổng $x_1 + x_2 = 2$.	☐	☐
c)	Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{5}$.	☐	☐
d)	Điểm $M(0; -6)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.	☐	☐

Câu 58: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.	☐	☐
b)	Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 - 3x_2 = 13$ với $x_1 < x_2$.	☐	☐
c)	Tam giác OAB có diện tích bằng 25 (với O là gốc tọa độ; A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số).	☐	☐
d)	Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số cắt trục Ox tại M , cắt trục Oy tại N ; diện tích tam giác OMN bằng 5.	☐	☐

Câu 59: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị.	☐	☐
b)	Hàm số $y = x \cdot f(x)$ có hai điểm cực trị.	☐	☐
c)	Hàm số $h(x) = (1-x)f(x)$ có hai điểm cực trị A, B với $AB = 4\sqrt{5}$.	☐	☐
d)	Hàm số $g(x) = f(x) + \frac{1}{x}$ có hai điểm cực trị thỏa mãn tích của hoành độ của chúng bằng -1	☐	☐

Câu 60: Cho hàm số $y = 2x + 1 - \sqrt{2x^2 + 4x - 6}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tập xác định $D = \mathbb{R}$.	☐	☐
b)	Đạo hàm $f'(x) = 2 - \frac{2x+2}{\sqrt{2x^2+4x-6}}$.	☐	☐
c)	Hàm số có 2 cực trị x_1, x_2 .	☐	☐
d)	Khoảng cách từ gốc tọa độ đến điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng 2,59 (làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐

PHẦN IV. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 61: Thương hiệu Núi Coffee ra mắt một dòng sản phẩm cà phê đóng chai mới. Bộ phận marketing ước tính rằng, lợi nhuận thu được $L(x)$ (đơn vị: nghìn đồng) khi bán ra x chai cà phê trong một ngày được mô hình hóa bởi hàm số $L(x) = -x^3 + 60x^2 - 900x + 5000$. Để lên chiến lược thúc đẩy doanh số, quản lý cần biết lợi nhuận sẽ tăng lên khi số chai bán ra nằm trong khoảng từ a đến b chai. Tính giá trị biểu thức $b - a$?

Trả lời:

Câu 62: Tại một lớp học thêm, giáo viên thiết kế một ca học ghép kéo dài 3 tiếng đồng hồ. Theo nghiên cứu, mức độ tập trung của một học sinh (chấm theo thang điểm 100) sau t giờ học ($0 \leq t \leq 3$) được cho bởi công thức $P(t) = -2t^3 + 9t^2 + 40$. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc bắt đầu ca học thì mức độ tập trung của học sinh đạt cực đại?

Trả lời:

Câu 63: Khi tiêm một loại thuốc kháng sinh vào cơ thể bệnh nhân, nồng độ thuốc $C(t)$ (tính bằng mg/L) trong máu sau t giờ kể từ lúc tiêm được xác định bởi công thức $C(t) = \frac{15t}{t^2 + 4}$. Nồng độ thuốc trong máu đang tăng lên trong khoảng từ a đến b giờ đầu tiên. Tính giá trị biểu thức $b - a$?

Trả lời:

Câu 64: Một học sinh chạy xe đạp điện đi học trên một đường thẳng. Giả sử quãng đường di chuyển s (mét) của xe sau t giây ($0 \leq t \leq 10$) kể từ lúc bắt đầu đạp được tính bởi phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2 + 15t$. Trong khoảng thời gian 10 giây này, vận tốc lớn nhất mà xe đạt được là bao nhiêu m/s?

Trả lời:

Câu 65: Mức nước tại một cửa biển thay đổi theo chu kỳ thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước tại thời điểm t (giờ) trong ngày ($0 \leq t \leq 24$) được mô phỏng bởi hàm số $h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi t}{6} + \frac{\pi}{3}\right) + 5$. Tàu chở hàng tải trọng lớn chỉ có thể tiến vào cảng an toàn nhất trong khoảng thời gian $(a; b)$ đầu tiên trong ngày khi mực nước đang dâng lên (đồng biến). Tính tổng giá trị của a và b .

Trả lời:

Câu 66: Sự lây lan của một biến chủng virus cúm tại một khu dân cư trong 15 ngày đầu được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 18t^2 + 50$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh và t là thời gian (ngày, $0 \leq t \leq 15$). Tốc độ lây lan của virus (số người nhiễm mới mỗi ngày) đạt mức lớn nhất vào ngày thứ mấy?

Trả lời:

Câu 67: Trong giờ thể dục, một học sinh tung một quả cầu lông lên cao. Kể từ lúc rời chân, độ cao của quả cầu so với mặt đất tuân theo phương trình $h(t) = -5t^2 + 10t + 0.8$ (h tính bằng mét, t tính bằng giây). Quả cầu bay lên trên trong khoảng thời gian bao lâu trước khi bắt đầu rơi xuống?

Trả lời:

Câu 68: Một xưởng sản xuất thiết kế những chiếc hộp carton hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông để đựng tài liệu học tập. Thể tích yêu cầu của mỗi hộp là $V = 500 \text{ cm}^3$. Gọi x (cm) là cạnh của mặt đáy. Để tiết kiệm chi phí vật liệu nhất, độ dài cạnh đáy x phải bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 69: Một nhà vườn thống kê số lượng cam bán ra trong một ngày theo quy luật biến động của thị trường. Doanh thu $R(x)$ (triệu đồng) thu được vào ngày thứ x trong tháng được mô hình hóa bởi $R(x) = x^3 - 45x^2 + 600x + 10$. Hỏi có bao nhiêu ngày trong tháng với tháng có 30 ngày mà doanh thu ngày hôm sau bị sụt giảm so với ngày liền trước đó?

Trả lời:

Câu 70: Thể tích nước của một bể bơi sau t phút mở máy bơm được tính theo công thức $V(t) = -\frac{1}{4}t^4 + 30t^3$ (lít), với $0 \leq t \leq 90$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được định nghĩa là đạo hàm của thể tích $v(t) = V'(t)$. Hãy tìm thời điểm t mà tốc độ bơm nước vào bể đạt mức cực đại.

Trả lời:

KHÓA X - BÀI 2: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG SAU BÀI HỌC

- Nhận biết giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập xác định cho trước.
- Xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm.
- Ứng dụng phương pháp tối ưu hóa trong thực tiễn.

I. ĐỊNH NGHĨA

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp D .

- Số M được gọi là **giá trị lớn nhất** của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $f(x) \leq M, \forall x \in D$ và $\exists x_0 \in D, f(x_0) = M$.

Ký hiệu: $M = \max_D f(x)$.

- Số m được gọi là **giá trị nhỏ nhất** của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu $f(x) \geq m, \forall x \in D$ và $\exists x_0 \in D, f(x_0) = m$.

Ký hiệu: $m = \min_D f(x)$.

Lưu ý:

- Khi nói đến giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số thì ta hiểu đó là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên tập xác định của nó.
- Ta có thể tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một hàm số bằng cách **dựa vào đồ thị** hoặc **dựa vào bảng biến thiên** của nó.

II. PHƯƠNG PHÁP TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một đoạn

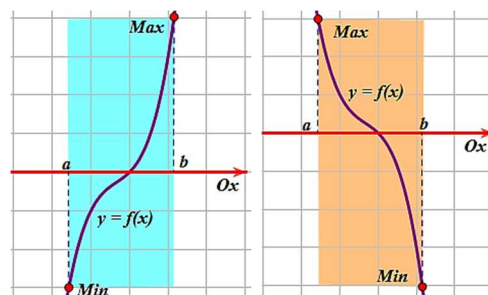
Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất – giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[a; b]$.

Bước 1: Tính $y' = f'(x)$.

Tìm các nghiệm $x_i \in (a; b), i = 1, 2, 3, \dots$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 2: Tính các giá trị $f(a), f(b)$ và $f(x_i)$ (nếu có).

Bước 3: So sánh tất cả giá trị trong **bước 2** để kết luận về giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[a; b]$.



Chú ý:

- Mọi hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì chúng đều có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

– Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$ hay

$$\begin{cases} \max_{[a;b]} f(x) = f(b) \\ \min_{[a;b]} f(x) = f(a) \end{cases}$$

– Nếu hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ thì $f(a) \geq f(x) \geq f(b)$ hay $\begin{cases} \max_{[a;b]} f(x) = f(a) \\ \min_{[a;b]} f(x) = f(b) \end{cases}$.

2. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một khoảng hoặc nửa khoảng

Bước 1: Tính $y' = f'(x)$.

Tìm các nghiệm $x_i \in (a; b)$, $i = 1, 2, 3, \dots$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.

Bước 2: Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng hoặc nửa khoảng đã cho.

Bước 3: Dựa vào bảng biến thiên để kết luận về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng nửa khoảng cho trước.

III. MỘT VÀI BẤT ĐẲNG THỨC THƯỜNG DÙNG

1. Bất đẳng thức Cauchy (AM-GM)

Cho 2 số không âm a, b: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$.

Cho 3 số không âm a, b, c: $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$, (Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c$)

Hệ quả thường dùng để tìm Max: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$, $abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ với $a, b, c \geq 0$

2. Bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và các hệ quả

Dạng cơ bản cho 2 số và 3 số:

$$+ (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$+ (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

(Đẳng thức xảy ra khi các bộ số tỷ lệ với nhau: $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$)

Hệ quả 1: Đánh giá tổng theo tổng bình phương (Thường dùng tìm Max):

$$+ (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow a+b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$+ (a+b+c)^2 \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$$

Hệ quả 2: Bất đẳng thức dạng phân thức (BĐT Svac-xơ / Cộng mẫu số):

Với các số thực a, b, c bất kỳ và $x, y, z > 0$, ta luôn có:

$$+ \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$$

$$+ \frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z} \geq \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$$

(Thường được ứng dụng để đơn biến, tìm Min của các biểu thức chứa phân số).

3. Bất đẳng thức và đánh giá lượng giác

Tập giá trị cơ bản: $-1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \cos x \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Đánh giá hàm số $f(x) = a \sin x + b \cos x$ (với $a^2 + b^2 > 0$):

Ta luôn có bất đẳng thức: $-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\Rightarrow \max f(x) = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \min f(x) = -\sqrt{a^2 + b^2}$$

4. Bất đẳng thức liên quan đến hàm số mũ

Các bất đẳng thức này (đánh giá qua tiếp tuyến) rất hữu ích trong các bài toán Vận dụng cao giải phương trình, bất phương trình:

+ **Với cơ số e:** $e^x \geq x+1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$.

+ **Mở rộng với cơ số** $a > 1$: $a^x \geq 1+x \ln a \quad \forall x \in \mathbb{R}$, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = 0$.

PHẦN I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

DẠNG 1. TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ NHỎ NHẤT TRÊN ĐOẠN $[a; b]$

☺ Phương pháp:

Bước 0: Tìm tập xác định hàm số (nếu đề bài chưa cho trước đoạn cần tìm max-min).

Bước 1: Tính đạo hàm $f'(x)$ và cho $f'(x) = 0$ để tìm nghiệm $x_i \in [a; b], i = 1, 2, \dots$

Bước 2: Tính các giá trị $f(a), f(b), f(x_i)$.

Bước 3: So sánh các giá trị trong bước 2, kết luận về Max-Min của hàm số trên đoạn $[a; b]$.

Ví dụ 1: Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y = -x^2 + 4x + 3$ trên đoạn $[0; 3]$.

Bài làm



b) $y = x^3 - 3x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 4]$.

Bài làm

c) $y = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

Bài làm

d) $y = \frac{x^2 + x + 4}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$

Bài làm

e) $y = \sqrt{4x - 2x^2}$.

Bài làm

f) $y = (x-1)e^{-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

Bài làm

g) $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $[1; e]$.

Bài làm

h) $y = \ln(x^2 - 2x + 3)$ trên đoạn $[0; 3]$.

Bài làm

i) $f(x) = x + \cos 2x$ trên đoạn $[0; \pi]$.

Bài làm

DẠNG 2. TÌM GTLN - GTNN CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG, NỬA KHOẢNG

☺ Phương pháp:

Bước 0: Tìm tập xác định (nếu đề bài chưa cho trước khoảng, nửa khoảng cần tìm max-min).

Bước 1: Tìm đạo hàm của hàm số và tìm nghiệm (nếu có) của đạo hàm đó.

Bước 2: Lập bảng biến thiên và kết luận về Max-Min hàm số.

Ví dụ 2: Tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau:

a) $y = -x^2 + 4x + 3$.

Bài làm

b) $y = x^3 - 2x^2 + 1$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$.

Bài làm

c) $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$.

Bài làm

d) $y = \frac{\ln x}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Bài làm



e) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - x + 1}.$

Bài làm

f) $y = \cos^3 x - 2 \cos x.$

Bài làm

g) $y = \cos^2 x - \cos^2 x \sin x.$

Bài làm

DẠNG 3. TÌM THAM SỐ m THỎA ĐIỀU KIỆN GTNN – GTLN CHO TRƯỚC**☺ Phương pháp:**

Bước 0: Tìm tập xác định hàm số (nếu đề bài chưa cho trước đoạn cần tìm max-min).

Bước 1: Tính đạo hàm $f'(x)$ và cho $f'(x) = 0$ để tìm nghiệm $x_i \in [a; b]$, $i = 1, 2, \dots$

Nếu x_i chứa tham số và chưa biết có thuộc $[a; b]$ hay không thì ta cần xét các trường hợp.

Bước 2: Tính các giá trị $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$.

Bước 3 : So sánh các giá trị trong bước 2 để tìm Max-Min hàm số (theo tham số) rồi cho chúng thỏa mãn đề bài để suy ra tham số cần tìm.

Ví dụ 3: Tìm giá trị của m để hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 1]$ bằng 0.

Bài làm

Ví dụ 4: Tìm giá trị của m để hàm số $y = \frac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 1]$ bằng -1 .

Bài làm

Ví dụ 5: Tìm tất cả các giá trị của $m > 0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[m+1; m+2]$ luôn bé hơn 3.

Bài làm

DẠNG 4. DẠNG NÂNG CAO CỦA GTNN - GTLN CỦA HÀM SỐ

☺ **Phương pháp:**

Bước 0: Tìm tập xác định hàm số (nếu đề bài chưa cho trước đoạn cần tìm max-min).

Bước 1: Tính đạo hàm $f'(x)$ và cho $f'(x) = 0$ để tìm nghiệm $x_i \in [a; b]$, $i = 1, 2, \dots$

Nếu x_i chứa tham số và chưa biết có thuộc $[a; b]$ hay không thì ta cần xét các trường hợp.

Bước 2: Tính các giá trị $f(a)$, $f(b)$, $f(x_i)$.

Bước 3: So sánh các giá trị trong bước 2 để tìm Max-Min hàm số (theo tham số) rồi cho chúng thỏa mãn đề bài để suy ra tham số cần tìm.

Ví dụ 6: Cho hai số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 > 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 4xy - y^2}{x^2 + y^2}$?

Bài làm



Ví dụ 7: Cho hai số thực x, y thoả mãn $x^2 + y^2 = 9$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{xy - 2}{y^2 + 3} ?$$

Bài làm

DẠNG 5. ỨNG DỤNG THỰC TẾ CỦA TỐI ƯU HÓA HÀM SỐ

☺ Phương pháp:

Bước 1: Thiết lập mô hình toán học (lập hàm số).

- Xác định đại lượng cần tìm giá trị lớn nhất (GTLN) hoặc giá trị nhỏ nhất (GTNN).
- Chọn một (hoặc nhiều) đại lượng chưa biết làm ẩn số. Đặt điều kiện và đơn vị cho ẩn.
- Dựa vào các giả thiết của bài toán, tìm mối liên hệ giữa các biến.
- Dồn các biến về 1 biến duy nhất.
- Biểu diễn đại lượng cần tối ưu thành một hàm số $y = f(x)$ theo biến x vừa chọn.

Bước 2: Khảo sát hàm số (tìm min/max)

- Tính đạo hàm $f'(x)$, giải phương trình $f'(x) = 0$.
- Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên miền điều kiện của ẩn x đã đặt ở Bước 1.
- Dựa vào bảng biến thiên để suy ra GTLN hoặc GTNN của hàm số.

Bước 3: Kết luận

- Đối chiếu giá trị của x tìm được với điều kiện ban đầu.
- Trả lời chính xác yêu cầu của bài toán thực tế (ví dụ: kết luận về chi phí tối ưu, thời gian ngắn nhất, hay kích thước cụ thể,...).

🔗 Công thức cho bài toán chuyển động :

- Một vật chuyển động với quãng đường được tính theo công thức $S(t)$ (với t là thời gian), vật đó có vận tốc : $v(t) = S'(t)$.
- Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ sẽ có gia tốc là $a(t) = v'(t)$.

Ví dụ 8: Một vật chuyển động dọc theo trục Ox mà vị trí của nó là s (mét) được cho bởi công thức

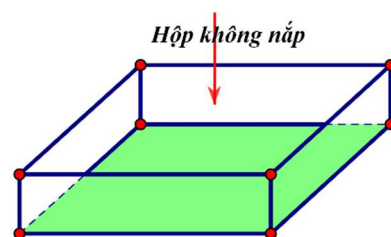
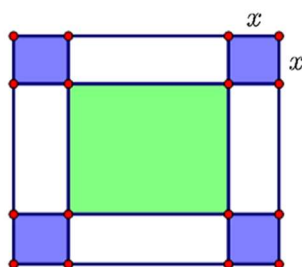
$s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất mà vật đạt được bằng bao nhiêu ?

Bài làm

Ví dụ 9: Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288 dm^3 . Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2 . Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lý thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

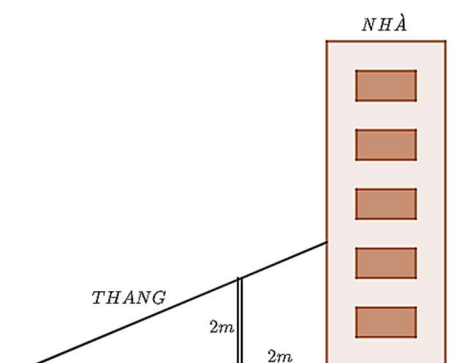
Bài làm

Ví dụ 10: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x \text{ (cm)}$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



Bài làm

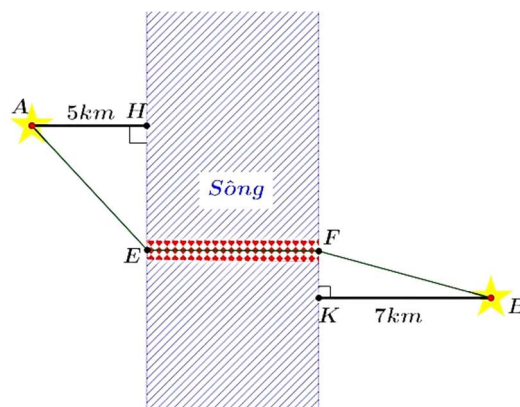
Ví dụ 11: Một bức tường cao 2m nằm song song với bức tường của một tòa nhà và cách tòa nhà đó 2m. Người ta muốn làm ra một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?



Bài làm

[illegible]

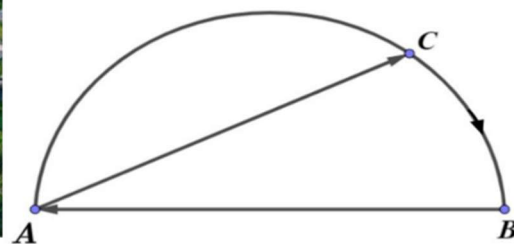
Ví dụ 12: Hai thành phố cách nhau một con sông. Lấy A và B lần lượt là hai điểm mốc của hai thành phố trong việc đo đạc, đơn vị là km. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là 5 km và vị trí B cách con sông một khoảng là 7 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 24$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi người ta cần xây cây cầu cách vị trí B là bao nhiêu km để đường đi từ vị trí A đến vị trí B là ngắn nhất (đi theo đường gấp khúc $AEFB$) ? (Kết quả gần đúng được làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài làm

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no other markings or text on the page.

Ví dụ 13: Một hồ nước hình bán nguyệt có đường kính $AB = 150$ m. Một người chèo thuyền theo một đường thẳng với vận tốc 3 km/h từ vị trí A đến vị trí C



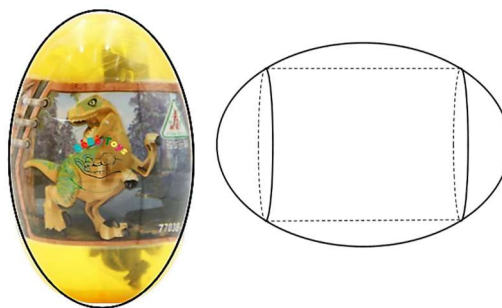
bất kỳ trên cung $\widehat{AB}$. Tại vị trí C người đó nghỉ 2 phút rồi tiếp tục chạy bộ dọc theo cung nhỏ $\widehat{CB}$ đến B , sau đó chạy theo đường thẳng BA để quay nhất mà người đó về đến A là bao nhiêu

đó chạy theo đường thẳng BA để quay về A với vận tốc 6 km/h (tham khảo hình vẽ). Hỏi thời gian chậm nhất mà người đó về đến A là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Bài làm

This image shows a full page of white paper with horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Ví dụ 14: Một quả trứng khủng long đồ chơi bằng nhựa có thiết diện qua trục lớn là một đường elip. Biết độ dài mỗi trục là 12 *cm* và 8 *cm*. Bên trong quả trứng người ta cần thiết kế một chiếc hộp hình trụ để đựng các đồ chơi trẻ con như bóng đèn xanh đỏ, kẹo v.v... Hỏi khối trụ như thế có thể tích tối đa bao nhiêu *cm*³ (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Bài làm

This image shows a full page of white paper with horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the paper.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có tập giá trị là khoảng $(-\infty; 3)$. Khẳng định nào sau đây là đúng về giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số?

- A. $\max f(x) = 3$.
- B. Hàm số không có giá trị lớn nhất.
- C. Hàm số có giá trị lớn nhất nhưng không có giá trị nhỏ nhất.
- D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x \rightarrow +\infty$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-2; 2]$. Biết rằng $|f(x)| \leq 5$ với mọi $x \in [-2; 2]$ và phương trình $f(x) + 5 = 0$ có ít nhất một nghiệm trên đoạn này. Mệnh đề nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. $\max_{[-2; 2]} f(x) = 5$.
- B. $\min_{[-2; 2]} f(x) = -5$.
- C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -5.
- D. Chưa thể khẳng định được sự tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề **đúng**?

x	-2	0	1	3			
y'		+	0	-		+	
y	-2	2	1	3			

- A. $M = f(-1)$.
- B. $M = f(3)$.
- C. $M = f(2)$.
- D. $M = f(0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1; 3]$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$ Tổng $M + m$ bằng

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	5	1	4		

- A. 1.
- B. 3.
- C. -1.
- D. 5

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 4]$ như hình dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 4]$. Giá trị của $M + m$ bằng

x	-1	1	3	4		
y'		+	0	-	0	+
y	-24	-4	-8	-4		

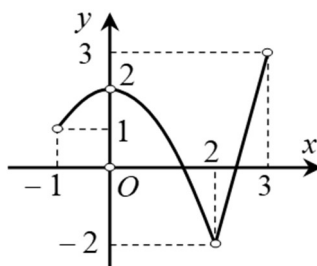
A. -4.

B. -28.

C. 20.

D. -20.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



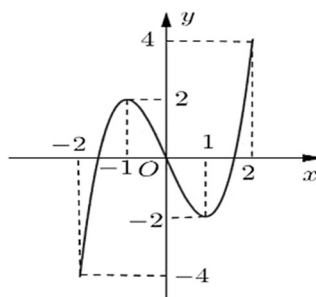
A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$. Giá trị của $M - m$ bằng



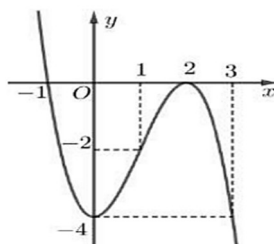
A. 0.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng



A. 4.

B. -6.

C. -2.

D. -4.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 3x$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng:

A. 2.

B. 0.

C. -2.

D. 4.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^2 + 4x$ trên đoạn $[-1; 3]$ tương ứng là:

A. $f(-1)$.

B. 4.

C. $f(3)$.

D. 0.

Câu 11: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 4]$ lần lượt là M và m . Khi đó giá trị của biểu thức $(M + m)$ tương ứng bằng:

A. 8.

B. 5.

C. 3.

D. $\frac{14}{3}$.

Câu 12: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[2; 4]$ lần lượt là M và m . Khi đó giá trị của biểu thức $(M + m)$ tương ứng bằng:

- A. 7. B. $\frac{22}{3}$. C. $\frac{122}{15}$. D. 8.

Câu 13: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. 2. B. $\frac{11}{3}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 14: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên $[0; 2]$.

- A. $\min_{[0; 2]} y = 3$. B. $\min_{[0; 2]} y = 0$. C. $\min_{[0; 2]} y = 5$. D. $\min_{[0; 2]} y = 7$.

Câu 15: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên $[0; 2]$.

- A. $\max_{[0; 2]} f(x) = 0$. B. $\max_{[0; 2]} f(x) = 1$. C. $\max_{[0; 2]} f(x) = 9$. D. $\max_{[0; 2]} f(x) = 64$.

Câu 16: Gọi giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ là 5. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = 3f(x) + 2$ bằng:

- A. 17. B. 15. C. 5. D. 10.

Câu 17: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ trên đoạn $[-2; 2]$ lần lượt là M và m . Khi đó giá trị của biểu thức $(M + 2m)$ bằng:

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 6.

Câu 18: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\sin x + 1$ trên đoạn $[0; \pi]$ lần lượt là M và m . Khi đó tích $M \cdot m$ bằng:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. -1.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x \cdot e^{-x}$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

- A. 0. B. $\frac{2}{e^2}$. C. $\frac{1}{e}$. D. e .

Câu 20: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$. Khi đó, tích $m \cdot M$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $\frac{10}{3}$. D. 1.

Câu 21: Gọi m , M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x + 1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

- A. $S = -\frac{7}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. -3. D. $S = 4$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $m = \min_{[a; b]} f(x)$ và $M = \max_{[a; b]} f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình $f(x) = \frac{2m + M}{3}$ luôn có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[a; b]$.

B. Với mọi số thực c thỏa mãn $m < c < M$, phương trình $f(x) = c$ luôn có **duy nhất** một nghiệm trên đoạn $[a; b]$.

C. Nếu $M = m$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a; b]$.

D. Phương trình $f(x) = M - m$ luôn có ít nhất một nghiệm trên đoạn $[a; b]$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m \leq 0$. **B.** $m > 4$. **C.** $0 < m \leq 2$. **D.** $2 < m \leq 4$.

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - m$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;3]} y = -1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m \leq 0$. **B.** $m > 10$. **C.** $0 < m \leq 2$. **D.** $2 < m \leq 8$.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2-2}{x-m}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng -1 .

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = 2025 + \sin^2(x) + \cos^2(x)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$\max_{\mathbb{R}} f(x) - \min_{\mathbb{R}} f(x) = 0$.	☐	☐
b)	Tập giá trị của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ chỉ có duy nhất một phần tử.	☐	☐
c)	Hàm số $f(x)$ không tồn tại giá trị lớn nhất do đồ thị kéo dài vô tận.	☐	☐
d)	Phương trình $f(x) = 2026$ có vô số nghiệm.	☐	☐

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + 1|$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đặt $g(x) = x^3 - 3x + 1$. Trên đoạn $[-1;2]$, giá trị lớn nhất của $g(x)$ là 3 và giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ là -1 .	☐	☐
b)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng giá trị tuyệt đối của $\min_{[-1;2]} g(x)$.	☐	☐
c)	Đồ thị hàm số $g(x) = x^3 - 3x + 1$ cắt trục hoành tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc đoạn $[-1;2]$ nên $\min_{[-1;2]} f(x) = 0$.	☐	☐
d)	Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Khi đó tổng $M + m = 4$.	☐	☐

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
b)	Trên đoạn $[-4; -1]$, $\max \frac{f(x)}{x-1} = 5$.	☐	☐
c)	Giá trị cực đại của hàm số lớn hơn giá trị cực tiểu của hàm số.	☐	☐
d)	Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 4]$. Khi đó $M + m = -1$.	☐	☐

Câu 29: Cho hai số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 > 0$. Xét biểu thức $P = \frac{3x^2 + 4xy}{x^2 + y^2}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Khi $y = 0$ thì $P = 3$.	☐	☐
b)	Nếu đặt $x = ty$ (với $y \neq 0$), biểu thức P được viết lại thành $P = \frac{3t^2 + 4t}{t^2 + 1}$.	☐	☐
c)	Giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng -2 .	☐	☐
d)	Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 3 .	☐	☐

Câu 30: Cho hai số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 4$. Xét biểu thức $P = \frac{xy + 2}{y^2 + 1}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Khi $x = \sqrt{2}$ và $y = -\sqrt{2}$ thì giá trị của biểu thức $P = 0$.	☐	☐
b)	Biểu thức $P = \frac{2x^2 + 4xy + 8y^2}{x^2 + 5y^2}$.	☐	☐
c)	Giá trị lớn nhất của biểu thức P là 2 .	☐	☐
d)	Có duy nhất một cặp số thực $(x; y)$ để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.	☐	☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 31: Nồng độ C của một loại thuốc trong máu người bệnh (tính bằng mg/L) sau thời gian t (giờ) tiêm được tính bởi công thức $C(t) = \frac{50t}{t^2 + 4}$ với $t > 0$. Hỏi sau bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ thuốc trong máu của người bệnh đạt mức cao nhất?

Trả lời:

Câu 32: Một vật chuyển động theo quy luật $S = \frac{1}{4}t^4 - \frac{3}{2}t^2 + 2t - 100$ với t (giây) là khoảng thời gian kể từ lúc vật bắt đầu chuyển động, S (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất tại thời điểm t bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 33: Một trạm không gian dự định xây dựng một khu nhà kính hình chữ nhật trên Sao Hỏa. Theo thiết kế, phần lõi đất để trồng trọt bên trong phải là một hình chữ nhật có diện tích đúng bằng 1000 m^2 . Để lắp đặt hệ thống thiết bị sinh tồn, người ta cần một khoảng không gian bao quanh phần lõi: lề dọc theo hai bên chiều dài của lõi trồng trọt đều có bề rộng là 2 m , lề dọc theo hai bên chiều rộng của lõi trồng trọt đều có bề rộng là 5 m . Hỏi để tổng diện tích xây dựng của toàn bộ khu nhà kính là nhỏ nhất, thì diện tích nhỏ nhất này bằng bao nhiêu mét vuông?

Trả lời:

Câu 34: Trong một mô hình giả định về rủi ro hàng hải, một con tàu đang gặp sự cố và phải neo đậu trên một đường thẳng nối giữa hai hòn đảo A và B cách nhau 35 hải lý. Tại đảo A có một nguồn phát sóng âm (cường độ 8 đơn vị) và tại đảo B có một nguồn phát sóng âm khác (cường độ 125 đơn vị). Biết rằng mức độ ảnh hưởng tổng hợp T của hai nguồn sóng âm này lên con tàu tại vị trí cách đảo A một khoảng x (hải lý)

được tính bởi hàm số: $T(x) = \frac{8}{x^2} + \frac{125}{(35-x)^2}$ (với $0 < x < 35$). Hỏi thuyền trưởng cần chọn vị trí neo đậu

cách đảo A bao nhiêu hải lý để mức độ ảnh hưởng tổng hợp của sóng âm lên tàu là thấp nhất?

Trả lời:

Câu 35: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \frac{t}{t^2 + 1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

Trả lời:

Câu 36: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là 300 km . Vận tốc dòng nước là 6 km/h . Nếu vận tốc của cá bơi khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc (km/h) bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

Trả lời:

Câu 37: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng: Hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng).

Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng bao gồm:

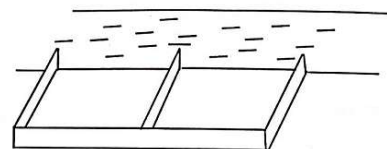
+ Chi phí cố định: 100 triệu đồng.

+ Cho phí cho mỗi tấn sản phẩm làm ra: 30 triệu đồng.

Hỏi nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Trả lời:

Câu 38: Một người nông dân có $15.000.000$ đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60.000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng



rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50.000 đồng một mét. Tìm diện tích lớn nhất của đất rào thu được (đơn vị m^2).

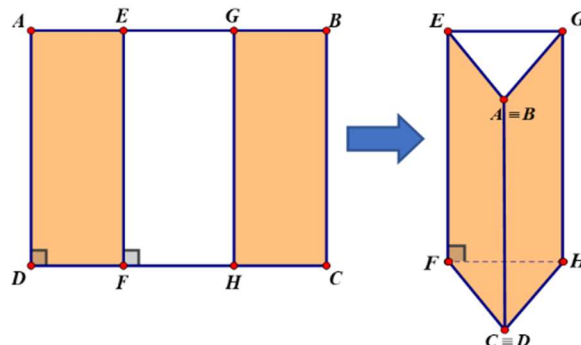
Trả lời:

Câu 39: Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích S , chu vi của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất gấp bao nhiêu lần căn bậc hai của diện tích S đó?

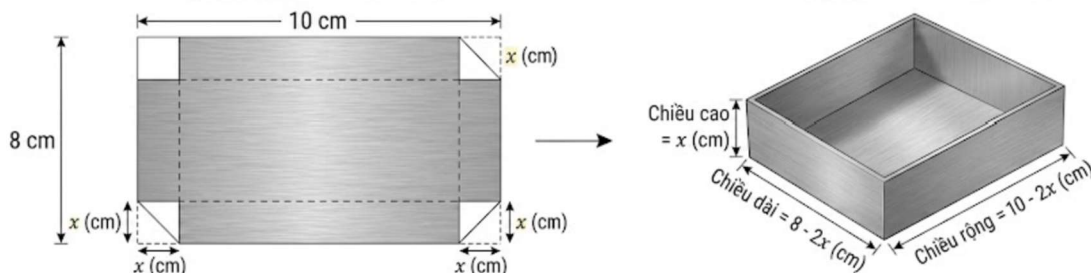
Trả lời:

Câu 40: Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 (cm). Người ta gấp tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Giá trị của AE (cm) để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là bao nhiêu biết $AE = GB$?

Trả lời:



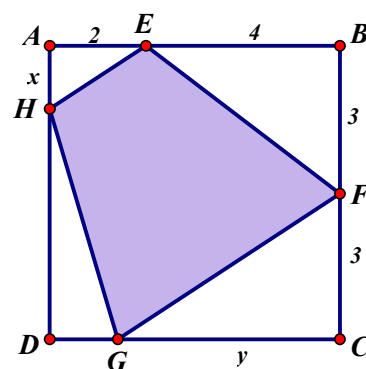
Câu 41: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng 10cm và chiều rộng bằng 8cm. Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại (như hình vẽ) để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất. Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân)



Trả lời:

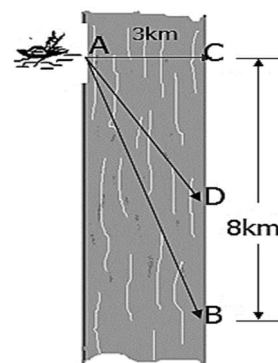
Câu 42: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ trong đó $AH = x$, $AE = 2$, $CG = y$, $CF = 3$. Tìm tổng $x + y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất (Làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

Trả lời:

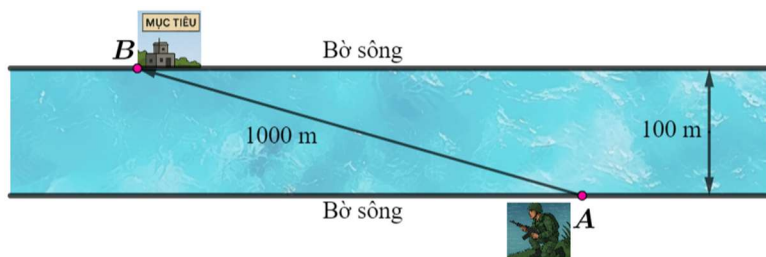


Câu 43: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Tính khoảng thời gian ngắn nhất (đơn vị: giờ) để người đàn ông đến B (Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân).

Trả lời:



Câu 44: Một chiến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 m ; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay; hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

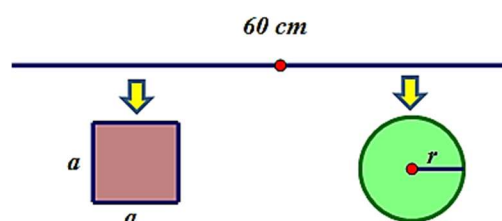


Trả lời:

Câu 45: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng bao nhiêu (Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân).

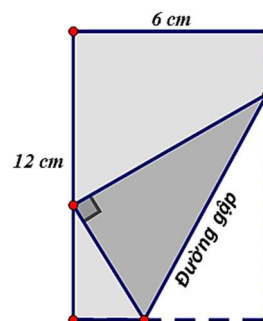
Trả lời:

Câu 46: Một sợi dây kim loại dài 60 cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?



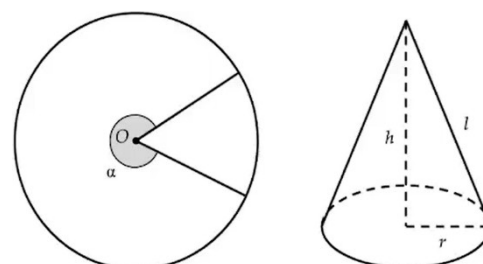
Trả lời:

Câu 47: Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 12 cm và chiều rộng 6 cm . Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại. Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến 2 chữ số thập phân).



Trả lời:

Câu 48: Cho một tấm tôn hình tròn có diện tích $8\pi\text{ dm}^2$. Người ta cắt thành một hình quạt có góc ở tâm là $\alpha (0 < \alpha < 2\pi)$ như Hình 1 để làm thành một cái gầu múc nước hình nón như ở Hình 2. Hỏi thể tích lớn nhất của cái gầu là bao nhiêu lít (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

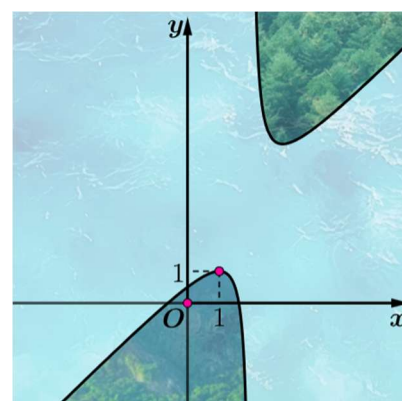


Hình 1

Hình 2

Trả lời:

Câu 49: Hình dáng phân đất liền của hai xã thuộc tỉnh Đồng Tháp được mô hình hóa bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$; biết đồ thị có một điểm cực trị là $(1; 1)$, với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, lãnh đạo tỉnh đã phê duyệt dự án xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Nhằm tiết kiệm chi phí cho công trình, người kỹ sư trưởng thiết kế có nhiệm vụ nghiên cứu để chọn được hai vị trí A, B trên phần đất liền hai xã sao cho độ dài chiếc cầu (đoạn AB) là





ngắn nhất có thể. Hỏi độ dài ngắn nhất của chiếc cầu đó (tính theo đường chim bay) là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)

Trả lời:

Câu 50: Một pít-tông trong xi-lanh của động cơ ô tô đang dao động tịnh tiến qua lại. Chuyển động của pít-tông được mô hình hóa gần đúng là một dao động điều hòa với phương trình vị trí $x = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ (trong đó x tính bằng cm, t tính bằng giây). Tính thời điểm đầu tiên (kể từ lúc khởi động $t = 0$) mà pít-tông đạt tốc độ di chuyển lớn nhất.

Trả lời:

KHÓA X - BÀI 3 TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

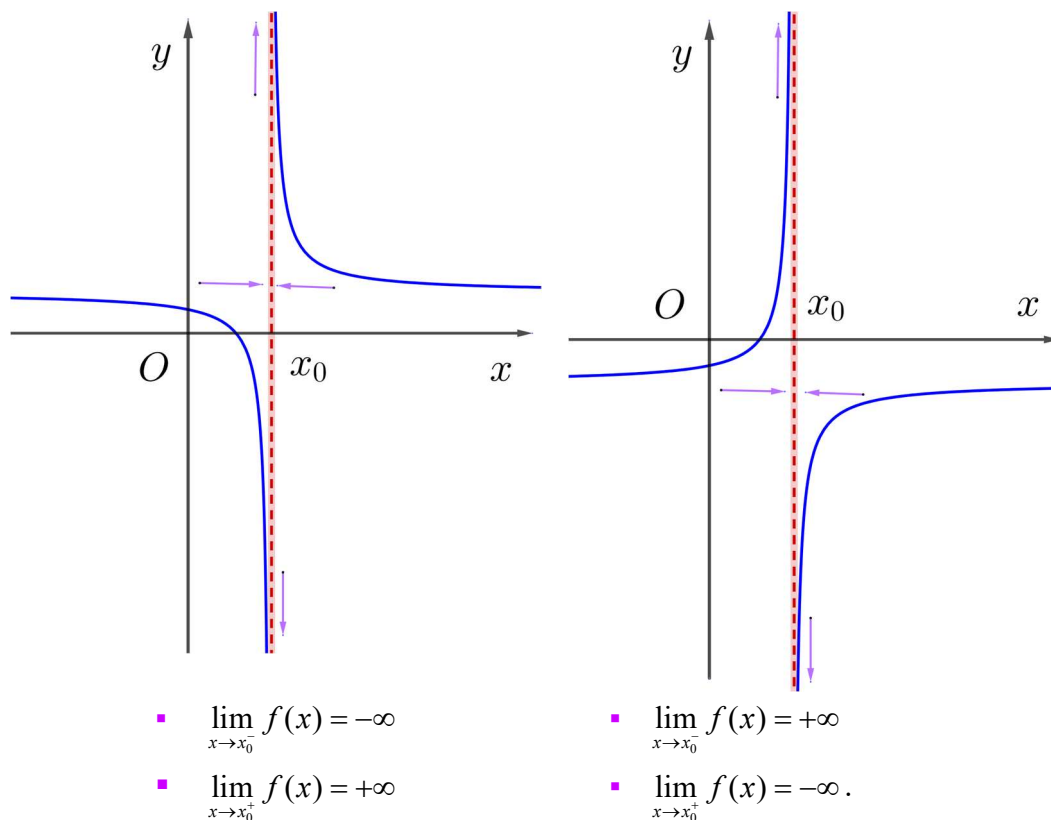
KIẾN THỨC, KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG SAU BÀI HỌC

- Nắm được **cách tìm** đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Nhận biết **hình ảnh hình học** của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Hiểu được **ý nghĩa thực tiễn** của tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

I. ĐỊNH NGHĨA

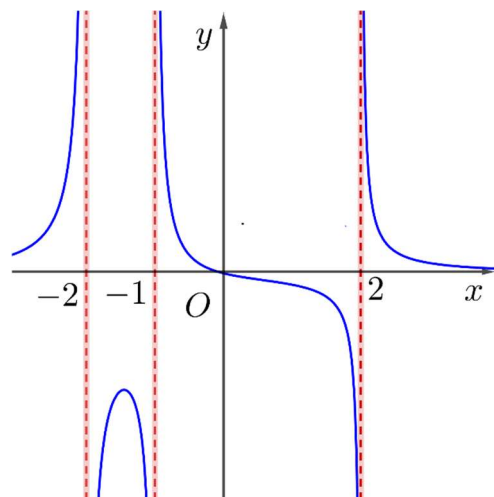
1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

Đường thẳng $x = x_0$ (x_0 là hằng số) được gọi là một **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **một trong bốn điều kiện** sau được thỏa mãn:



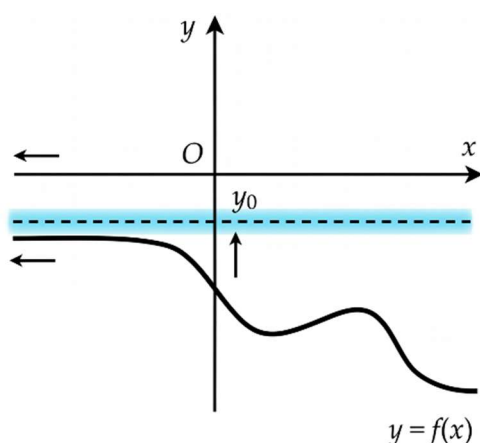
Lưu ý: Mỗi đồ thị hàm số có thể không có tiệm cận đứng, cũng có thể có một hoặc nhiều tiệm cận đứng.

Ví dụ: Hình vẽ dưới đây biểu diễn đường tiệm cận đứng $x = -2$, $x = 1$ và $x = 2$ của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{(x-1)(x+2)(x-2)}$.

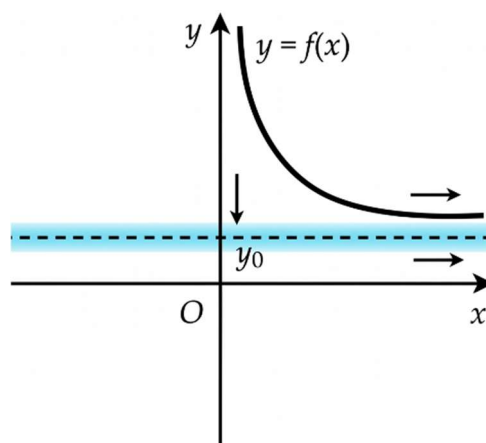


2 ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

Đường thẳng $y = y_0$ (y_0 là hằng số) được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **một trong hai điều kiện** sau được thỏa mãn:



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

Lưu ý: Mỗi đồ thị hàm số có **tối đa hai** đường tiệm cận ngang.

☺ **Nhận xét:** Khi tìm tiệm cận ngang của một đồ thị hàm số dạng phân thức $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$, ta cần tính giới hạn hàm số khi x dần về vô cùng, kết quả thu được sẽ rơi vào ba trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu bậc $P(x) <$ bậc $Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$.

$\Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 0$.

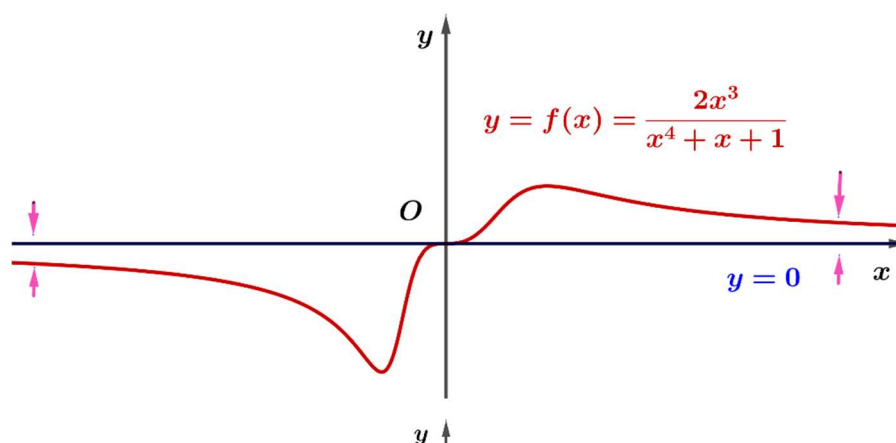
Trường hợp 2: Nếu bậc $P(x) =$ bậc $Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a}{b}$; trong đó a là hệ số của bậc cao nhất của $P(x)$, b là hệ số của bậc cao nhất $Q(x)$.

$\Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

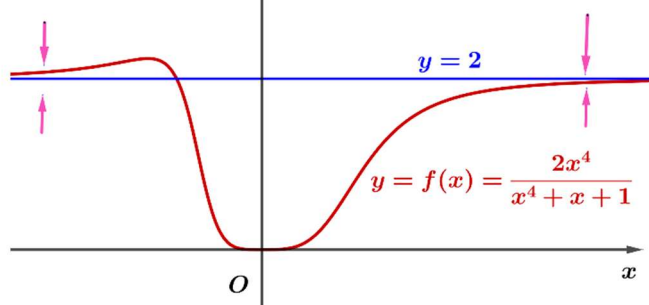
Trường hợp 3: Nếu bậc $P(x) >$ bậc $Q(x)$ thì $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \infty$ (tùy dấu $+\infty$ hay $-\infty$).

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

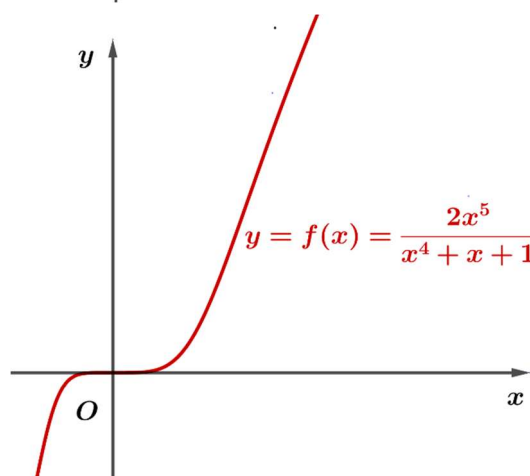
Ví dụ:



Ví dụ:

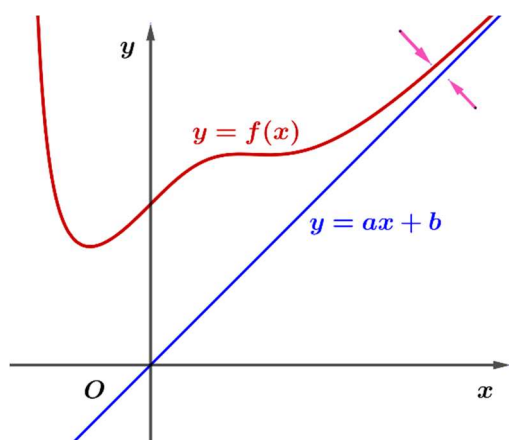


Ví dụ:

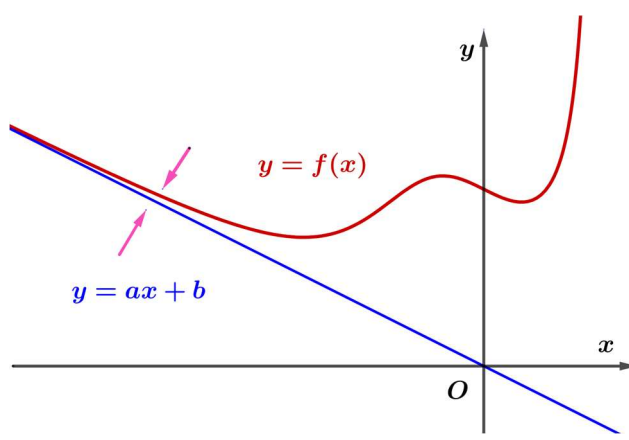


3. ĐƯỜNG TIỆM XIÊN

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu **một trong hai điều kiện** sau được thỏa mãn:



$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$$

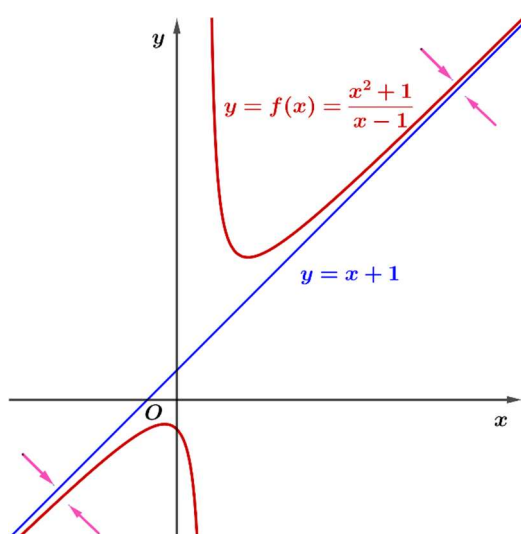
Nhận xét: Trong trường hợp tổng quát, ta có thể tìm phương trình đường tiệm cận xiên $y = ax + b$ của đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo các bước sau:

- **Bước 1:** Với: $x \rightarrow +\infty$ thì $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax]$
- **Bước 2:** Với $x \rightarrow -\infty$ thì $a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, $b = \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax]$

Đặc biệt: Nếu $a = 0$ thì đồ thị hàm số **không có tiệm cận xiên** mà có tiệm cận ngang là $y = b$.

Ví dụ: Hình vẽ dưới đây biểu diễn đường tiệm cận xiên $y = x + 1$ của

đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$.



PHẦN I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

DẠNG 1. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC

★ Phương pháp nhanh Tiệm cận ngang:

So sánh bậc tử và bậc mẫu của hàm phân thức hữu tỉ, ta làm như sau:

- Nếu **bậc tử < bậc mẫu** thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ nên đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$.
- Nếu **bậc tử = bậc mẫu** thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{\text{Hệ số lũy thừa cao nhất tử}}{\text{Hệ số lũy thừa cao nhất mẫu}} = y_0$ nên đồ thị có đường tiệm cận ngang là $y = y_0$.
- Nếu **bậc tử > bậc mẫu** thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

★ Phương pháp tìm tiệm cận đứng:

Bước 1: Rút gọn phân thức đại số (nếu có thể).

Bước 2: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị bằng cách **cho mẫu số bằng 0** và tìm nghiệm (không cần thử lại).

🔑 Lưu ý:

- Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận khi và chỉ khi $\begin{cases} c \neq 0 \\ ad - bc \neq 0 \end{cases} (*)$.
- Khi hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đã thỏa mãn (*) thì đồ thị hàm số có **tiệm cận ngang** $y = \frac{a}{c}$ và **tiệm cận đứng** $x = -\frac{d}{c}$. Tâm đối xứng của đồ thị là $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.

★ Phương pháp tổng quát tìm tiệm cận ngang và xiên:

Giả sử đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ khi $x \rightarrow +\infty$ (hoặc $x \rightarrow -\infty$).

Ta tìm a và b theo hai bước:

Bước 1: Tìm hệ số góc a

$$a = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$$

- Trường hợp 1: ($a = 0$)** Nếu giới hạn này bằng 0 $\Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \Rightarrow y = 0$ chính là **Tiệm cận ngang** của đồ thị hàm số.
- Trường hợp 2: ($a \neq 0$)** Nếu giới hạn này ra một số thực khác 0, hàm số có **Tiệm cận xiên**. (Tiệm cận ngang thực chất là tiệm cận xiên với hệ số góc $a = 0$).
- Trường hợp 3: ($a = \infty$)** Đồ thị không có tiệm cận ngang hay tiệm cận xiên ở hướng đang xét.

Bước 2: Tìm tung độ gốc b

Nếu a là một số hữu hạn, ta tiếp tục tìm b :

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax]$$

Nếu b cũng ra một số hữu hạn, thì đồ thị hàm số có đường tiệm cận là $y = ax + b$.

MỘT SỐ GHI NHỚ

- ❶ Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận khi và chỉ khi $\begin{cases} c \neq 0 \\ ad - bc \neq 0 \end{cases}$.
- ❷ Nếu đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận thì phương trình tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$ và phương trình tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.
- ❸ Nếu hàm số có dạng $y = \frac{mx^2 + nx + q}{dx + e} = ax + b + \frac{c}{dx + e}$ ($acd \neq 0$) thì đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ví dụ 1: Tìm tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

a. $y = f(x) = \frac{1-3x}{x+2}$

Bài làm

b. $y = f(x) = \frac{-3x+5}{-2x+1}$

Bài làm



c. $y = f(x) = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$

Bài làm

d. $y = f(x) = \frac{2x^2-x-6}{x^2-4}$

Bài làm

[illegible]

$$\text{f) } y = f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x - 4}$$

This image shows a blank sheet of white paper with ten horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There is no text or other markings on the paper.

[illegible]

h) $y = \frac{x^4 - 2x^3 + 1}{x^3 - x}$

This image shows a blank sheet of white paper with ten horizontal blue dashed lines, typical of primary-ruled notebook paper. The lines are evenly spaced and extend across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

DẠNG 2. TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ CÓ CHỨA CĂN THỨC

★ Phương pháp tìm tiệm cận ngang:

Tính các giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y$ để tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (nếu có).

★ Phương pháp tìm tiệm cận đứng:

Bước 1: Cho mẫu bằng 0 và giải tìm nghiệm x_i của mẫu (nếu có).

Bước 2: Kiểm tra xem có nghiệm x_i nào của mẫu có trùng với nghiệm tử hay không bằng cách thay lần lượt các nghiệm x_i vào tử số xem tử có bằng 0 hay không.

Trường hợp 1: Không có nghiệm x_i nào làm cho tử bằng 0.

– Nếu thay x_1 vào làm cho tử khác 0 thì kết luận $x = x_1$ là một đường tiệm cận đứng.

– Nếu thay x_2 vào mà tử xuất hiện **MATH ERROR** thì loại $x = x_2$.

Trường hợp 2: Có một nghiệm x_i nào đó làm cho tử bằng 0.

– Nhân lượng liên hợp cho phân thức hoặc áp dụng $a - b = \frac{a^2 - b^2}{a + b}$; $a + b = \frac{a^2 - b^2}{a - b}$.

– Đưa thừa số vào căn theo công thức $a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2b} & \text{khi } a \geq 0 \\ -\sqrt{a^2b} & \text{khi } a < 0 \end{cases}$.

– Kiểm tra lại phân thức sau khi rút gọn xem nghiệm nào trong số x_i đã bị loại, các nghiệm còn lại của x_i là các đường tiệm cận đứng của đồ thị.

Ví dụ 2: Tìm tiệm cận của các đồ thị hàm số sau:

a. $y = f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

Bài làm



b) $y = f(x) = \frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

Bài làm

c) $y = \frac{\sqrt{2x+1}-2}{x^2+x}$

Bài làm



e) $y = \sqrt[3]{8x^3 + 12x^2 - 5x + 1}$

Bài làm



g) $y = x + \sqrt{x^2 - 6x + 2}$

Bài làm



h) $y = 2x + 3 - \sqrt{x^2 + 4x + 1}$

Bài làm

i) $y = \frac{x^2 - 3x + 1 + (x - 3)\sqrt{x^2 - 2x + 2}}{x - 3}$

Bài làm

DẠNG 3. TÌM TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ DỰA VÀO BẢNG BIẾN THIÊN

☺ Phương pháp:

Theo bảng biến thiên, nếu có $\begin{cases} x \rightarrow \text{hằng số} \\ y \rightarrow \infty \end{cases}$ (*) thì đồ thị có tiệm cận đứng $x = \text{hằng số}$.

Lưu ý: Nếu giới hạn một bên tại x_0 thỏa (*) thì ta không cần xét giới hạn bên còn lại.

Theo bảng biến thiên, nếu có $\begin{cases} x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow \text{hằng số} \end{cases}$ thì đồ thị có tiệm cận ngang $y = \text{hằng số}$.

Lưu ý: Khi tìm tiệm cận ngang của đồ thị, ta luôn xét đủ cả hai giới hạn khi $x \rightarrow -\infty$, $x \rightarrow +\infty$.

Ví dụ 3: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+		+	-	+
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tính tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$?

BÀI LÀM

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho?

Bài làm

Ví dụ 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Tính tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$?

Bài làm

DẠNG 4. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ CÓ CHỨA THAM SỐ - THƯỜNG XUẤT HIỆN TRONG ĐỀ THI ĐGNL-ĐGTD

MỘT SỐ GHI NHỚ

- ❶ Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận khi và chỉ khi $\begin{cases} c \neq 0 \\ ad-bc \neq 0 \end{cases}$.
- ❷ Nếu đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận thì phương trình tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$ và phương trình tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.
- ❸ Nếu hàm số có dạng $y = \frac{mx^2+nx+q}{dx+e} = ax+b + \frac{c}{dx+e}$ ($acd \neq 0$) thì đường thẳng $y = ax+b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = \frac{(m^2+m-3)x+m-3}{mx+1}$ biết đồ thị hàm số này có tiệm cận ngang đi qua điểm $A(2026; -1)$ Tìm tất cả tham số m nguyên thỏa mãn điều kiện trên.

Bài làm

Ví dụ 7: Với giá trị nào của m thì đồ thị (C): $y = \frac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng qua điểm $M(-1; \sqrt{2})$?

Bài làm



Ví dụ 8: Tìm tất cả giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng.

Bài làm

Ví dụ 9: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{mx^2-2x+4}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

Bài làm



Ví dụ 10: Tìm tất cả tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang.

Bài làm

DẠNG 5. TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ VÀ CÁC YẾU TỐ HÌNH HỌC

😊 **Chú ý:** Vận dụng linh hoạt các kiến thức về tọa độ Oxy để tính toán

Ví dụ 11: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - x}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Tính khoảng cách từ $M(2;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại hai điểm A, B . Tính diện tích của tam giác OAB đó.

Bài làm

Ví dụ 12: Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{2x-3}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận ngang bằng 10 lần khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng.

Bài làm

Ví dụ 13: Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ và $g(x) = \frac{ax+1}{x-2}$, $a \neq -\frac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 4.

Bài làm

Ví dụ 15: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

Bài làm

DẠNG 6. ỨNG DỤNG THỰC TẾ VỀ TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Ví dụ 16: Số lượng sản phẩm X bán được của một công ty trong x tháng được cho bởi công thức

$$T(x) = 150 \left(6 - \frac{5}{x+2} \right), \text{ trong đó } x \geq 1.$$

- Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số trên.
- Nếu x đủ lớn thì số lượng sản phẩm X bán được của công ty trong x tháng là bao nhiêu?

Bài làm

Ví dụ 17: Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \frac{300x}{100-x}$ (triệu đồng), $0 \leq x < 100$.

Hãy cho biết:

- Chi phí cần bỏ ra sẽ thay đổi như thế nào khi x tăng?
- Có thể loại bỏ được 100% chất gây ô nhiễm không khí không? Vì sao?



Bài làm

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Tìm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y=1$ B. $y=4$ C. $y=-1$ D. $y=-4$.

Câu 2: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

- A. $x=1$. B. $y=2$. C. $y=-1$. D. $x=-1$.

Câu 3: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là

- A. $x=1$. B. $y=1$. C. $y=0$. D. $x=0$.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

- A. $y=2$. B. $y = \frac{3}{4}$. C. $y=-3$. D. $x=-3$.

Câu 5: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ là:

- A. $y=1$. B. $x=1$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $y = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm $y = \frac{x+1}{2-x}$ lần lượt là

- A. $x=2; y=-1$. B. $x=-2; y=1$. C. $x=1; y=2$. D. $x=2; y=1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y=-1$ làm tiệm cận ngang?

- A. $y = x^4 - x^2 + 2$. B. $y = \frac{x+1}{2+x}$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = \frac{x-2}{1-x}$.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{1-2x}$ là đường thẳng

- A. $y=5$. B. $y = -\frac{5}{2}$. C. $y=0$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1

Trong các mệnh đề sau về hàm số $y = f(x)$, mệnh đề nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$. B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số có một điểm cực trị.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{2x-4}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang tương ứng là $x=a, y=b$. Khi đó $a.b$ bằng

- A. 3 . B. -3 . C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 11: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

- A. 3. B. 6. C. 1. D. 2.

Câu 12: Tọa độ tâm đối xứng của thị hàm số $y = \frac{-2x-1}{x-2}$ là

- A. $(-2; 2)$. B. $(2; 2)$. C. $(-2; -2)$. D. $(2; -2)$.

Câu 13: Tọa độ tâm đối xứng I của thị hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+3}$ là

- A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$. D. $I(1; 3)$.

Câu 14: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+2}$ là

- A. $y = 2x - 1$. B. $x = -2$. C. $y = 2x$. D. $y = -1$.

Câu 15: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+4x+1}{x}$ là

- A. $y = x + 4$. B. $y = x$. C. $x = 0$. D. $y = 4$.

Câu 16: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3-2}{x^2+1}$ là

- A. $y = x - 2$. B. $y = x$. C. $x = -1$. D. $y = x^2$.

Câu 17: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x - 2 + \frac{x+1}{x-1}$ là

- A. $y = x - 2$. B. $y = x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $x = 1$.

Câu 18: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{x^2}{x-2}$ là

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = x + 2$. C. $y = 3x + 3$. D. $y = 3x + 1$.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3+5}{x^2-4x+3}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 20: Cho hàm số $y = 2x - 3 + \frac{1}{\sqrt{1-x}} + 3^x$ có đồ thị (C) . Đường tiệm cận xiên của (C) là

- A. $y = 2x$. B. $y = 2x - 3$. C. $y = -3$. D. $y = 3^x$.

Câu 21: Cho hàm số $y = 2x - \sqrt{4x^2 - 4x}$ có đồ thị (C) . Đường tiệm cận xiên của (C) là

- A. $y = 4x - 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 4x + 1$. D. $y = 1$.

Câu 22: Biết rằng tiệm cận xiên và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+3}{x-2}$ có phương trình lần lượt là $y = x - a$ và $x = b$. Giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng bao nhiêu?

- A. 1. B. 5. C. -1. D. 6.

Câu 23: Tổng số các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-2} - \sqrt{x^2+4x}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + (3a-2)x + b}{x-a}$ có đồ thị (C) . Biết (C) có tiệm cận đứng là $x = 1$. Đường tiệm cận xiên của (C) có phương trình là

- A. $y = x + 2$. B. $y = x - 2$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (3f(x) - 6x) = 3$. Tiệm cận xiên của đồ thị (C) là

- A. $y = 2x + 1$. B. $y = 2x + 3$. C. $y = 3x - 6$. D. $y = 2x - 1$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{x^2+2x+3}{\sqrt{x^4-3x^2+2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 29: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-9}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = \pm 3$.
B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng và 1 tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng và 2 tiệm cận ngang.

Câu 30: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}$

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 31: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+\sqrt{x^2-x}}{3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 33: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x(4x+6)}-2}{x+2}$ là?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 34: Gọi n, d lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $n = 0, d = 2$. B. $n = d = 1$. C. $n = 1, d = 2$. D. $n = 0, d = 1$.

Câu 35: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4x^2+2x-1}+x}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 36: Hàm số $y = \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{x^3 + x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 37: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n .

Giá trị của $m + n$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 38: Đồ thị hàm số $y = \frac{5x - 8}{\sqrt{x^2 - 3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 39: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 1 - \sqrt{x^2 + x + 3}}{x^2 - 5x + 6}$.

- A. $x = 3$ và $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = -3$ và $x = -2$. D. $x = -3$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 42: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1}-2)}{x^2 - 4x + 3}$

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 43: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{|x| - 1}$ là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'	+		+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	0	+	+
$f(x)$	-3	$+\infty$	-2	$+\infty$	3

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'		-	-	-
y	5	4	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	+	-
$f(x)$	3	$-\infty$	4	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'		-	-	-
y	5	4	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'		+	+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 - 2026f(x)$.

A. $y = -2026$.

B. $y = 2028$.

C. $y = 2026$.

D. $y = -2028$.

Câu 52: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$. Khi đó đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-2}$?

A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Câu 53: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2030}{f(x)}$ là

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
y	$-\infty$		$+\infty$		2		3		-1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)-1}$

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 7.

Câu 55: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2		$-\infty$		$+\infty$

Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		3	
		2		$-\infty$		$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0

B. 4

C. 2

D. 1

Câu 57: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Câu 58: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$\frac{-1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 59: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 60: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$	10

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+6}$.

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

😊 Câu 61 đến 65 Phần riêng dành cho ĐGNL-ĐGTD

Câu 61: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x+3n+1}$ (với m, n là các tham số thực). Biết đồ thị hàm số nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang và trục tung làm đường tiệm cận đứng.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $y = m$.	☐	☐
b)	Để đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang thì $m = 1$.	☐	☐
c)	Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = 3n + 1$.	☐	☐
d)	Giá trị của biểu thức $P = m + n$ bằng $-\frac{1}{3}$.	☐	☐

Câu 62: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x^2+6x-m-3}$ (với m là tham số thực).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Điều kiện cần để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $m > -\frac{15}{2}$.	☐	☐
b)	Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $2x^2 + 6x - m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.	☐	☐
c)	Khi $m = 5$, đồ thị hàm số đã cho có đúng một đường tiệm cận đứng.	☐	☐
d)	Có 18 giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.	☐	☐

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^3-3mx^2+(2m^2+1)x-m}$ (với m là tham số).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
---------------------------------------	--	------	-----

a)	Đồ thị hàm số đã cho luôn có đúng một đường tiệm cận ngang là trục hoành với mọi giá trị của tham số m .	☐	☐
b)	Đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.	☐	☐
c)	Phương trình $x^3 - 3mx^2 + (2m^2 + 1)x - m = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.	☐	☐
d)	Có đúng 9 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-6; 6]$ để đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.	☐	☐

Câu 64: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x^3 - 3x^2 - m}$ (với m là tham số thực).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.	☐	☐
b)	Phương trình $x^3 - 3x^2 - m = 0$ có nghiệm $x = -1$ khi và chỉ khi $m = -4$.	☐	☐
c)	Khi $m = -4$, đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số.	☐	☐
d)	Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng là $(-\infty; -4] \cup (0; +\infty)$.	☐	☐

Câu 65: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 3mx + 4}}{x+2}$ (với m là tham số thực).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Khi $m < 0$, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.	☐	☐
b)	Khi $m > 0$, đồ thị hàm số luôn có 2 đường tiệm cận ngang.	☐	☐
c)	Điều kiện cần để đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $m \leq 2$.	☐	☐
d)	Có duy nhất 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số có tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng bằng 3.	☐	☐

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 \neq 2$) là một điểm bất kỳ nằm trên đồ thị (C) . Gọi d_1, d_2 lần lượt là khoảng cách từ điểm M đến đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) là $x = 2$ và tiệm cận ngang là $y = -2$.	☐	☐
b)	Tích khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận luôn bằng 1.	☐	☐
c)	Tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4.	☐	☐
d)	Có đúng 2 điểm M thuộc (C) để tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận đạt giá trị nhỏ nhất, và tổng hoành độ của hai điểm đó bằng 4.	☐	☐

Câu 67: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C) . Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm thuộc (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận là $I(-1; 1)$.	☐	☐
b)	Bình phương khoảng cách từ I đến M được tính theo công thức $IM^2 = (x_0 + 1)^2 + \frac{16}{(x_0 + 1)^2}$	☐	☐
c)	Độ dài đoạn thẳng IM đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4.	☐	☐
d)	Tọa độ các điểm M để IM ngắn nhất là $M_1(1; -1)$ và $M_2(-3; 3)$.	☐	☐

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ có đồ thị (C) . Gọi M là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.	☐	☐
b)	Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là $y = x$.	☐	☐
c)	Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị bằng $\frac{4}{\sqrt{2} x_0 + 2 }$.	☐	☐
d)	Tích khoảng cách từ điểm M bất kỳ trên (C) đến hai đường tiệm cận của nó là một hằng số bằng $2\sqrt{2}$.	☐	☐

Câu 69: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C) . Lấy $M(x_0; y_0)$ (với $x_0 \neq 1$) là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) . Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm P và Q . Gọi G là trọng tâm tam giác IPQ .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận là $I(1; 2)$.	☐	☐
b)	Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ có hệ số góc là $k = \frac{3}{(x_0 - 1)^2}$	☐	☐
c)	Tiếp điểm M luôn là trung điểm của đoạn thẳng PQ .	☐	☐
d)	Diện tích tam giác GPQ có giá trị bằng 2.	☐	☐

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) . Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Cho

$M(x_0; y_0)$ với $x_0 > 0$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A và B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận là $I(-1; 2)$.	☐	☐
b)	Tọa độ giao điểm của tiếp tuyến tại M với tiệm cận đứng là $A\left(-1; \frac{2x_0+4}{x_0+1}\right)$.	☐	☐
c)	Từ giả thiết $AI^2 + IB^2 = 40$, ta có thể đưa về phương trình ẩn $t = (x_0+1)^2$ là: $t^2 - 10t + 9 = 0$.	☐	☐
d)	Có đúng hai điểm M trên đồ thị (C) thỏa mãn yêu cầu bài toán.	☐	☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 71: Nồng độ một loại thuốc trong máu bệnh nhân sau t giờ được mô hình hóa bởi hàm số

$$C(t) = \frac{5t^2 + at + b}{t^2 + 1} \text{ (mg/L)}. \text{ Ban đầu } (t=0), \text{ nồng độ thuốc là } 1 \text{ mg/L. Qua theo dõi dài hạn, các bác sĩ}$$

nhận thấy khi $t \rightarrow +\infty$, nồng độ thuốc trong máu tiến tới mức cân bằng là 5 mg/L. Đặc biệt, đồ thị nồng độ thuốc cắt chính đường tiệm cận ngang này tại đúng thời điểm $t = 2$ giờ. Tính nồng độ thuốc tại thời điểm $t = 3$ giờ.

Trả lời:

Câu 72: Giá trị của một hệ thống máy móc sau t năm sử dụng được cho bởi hàm số

$$V(t) = S + (1000 - S)e^{-kt} \text{ (triệu đồng)}. \text{ Giá trị } S \text{ chính là giá trị phế liệu của máy khi thanh lý ở thời gian rất xa. Sổ sách kế toán ghi nhận: sau 2 năm giá trị máy còn 600 triệu đồng; sau 4 năm giá trị máy còn 400 triệu đồng. Tính giá trị phế liệu } S \text{ (triệu đồng).}$$

Trả lời:

Câu 73: Lợi nhuận hàng năm từ một trang trại lâm nghiệp là hàm số $P(x) = \frac{mx^2 + nx + p}{x-1}$ (tỷ đồng), với

$x > 1$ là số năm. Đồ thị hàm lợi nhuận có tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận xiên biểu diễn mức lợi nhuận biên dài hạn. Biết tiệm cận xiên đi qua điểm $(-2; 0)$. Giao điểm I của hai đường tiệm cận và điểm cực tiểu A của đồ thị đặt được vào năm thứ 3 tạo thành đoạn thẳng có độ dài $IA = 2\sqrt{5}$. Tính lợi nhuận trang trại vào năm thứ 5 (tỷ đồng).

Trả lời:

Câu 74: Hàm chi phí sản xuất trung bình cho một mặt hàng công nghệ là $A(x) = \frac{mx^2 - (m^2 + 3)x + 10}{x-m}$ với

x là quy mô, $x > m > 0$. Khi quy mô tăng lớn, đồ thị bám sát vào đường tiệm cận xiên. Các chuyên gia kinh tế nhận thấy đường tiệm cận xiên này cùng với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác hình phẳng có diện tích đúng bằng 4,5. Tính chi phí trung bình khi sản xuất $x = 5$ đơn vị.

Trả lời:

Câu 75: Thiết kế mặt cắt của một mái vòm triển lãm tuân theo đường cong tải trọng $y = 2x + 1 + \frac{10}{x-3}$ (m).

Đề gia cố, kỹ sư cần thiết kế một tấm bạt hình tam giác, trong đó cạnh trên cùng là một đường tiếp tuyến tiếp xúc với mái vòm tại một điểm bất kỳ, và hai cạnh còn lại trượt dọc theo hai đường tiệm cận của đồ thị. Diện tích tấm bạt tam giác này luôn là một hằng số S không phụ thuộc vào vị trí điểm tiếp xúc. Tính S (m²).

Trả lời:

Câu 76: Thời gian độ trễ truyền tải dữ liệu của một hệ thống máy chủ là $T(x) = \frac{ax^2 + bx + 16}{x-2}$ (ms), với

$x > 2$ là số lượng gateway đang mở. Hệ thống được tối ưu hóa sao cho độ trễ đạt mức thấp nhất là 12 ms tại $x = 4$. Khi số gateway mở lên cực lớn, đồ thị thời gian độ trễ sẽ tiệm cận với một quỹ đạo tuyến tính $y = cx + d$. Tính tổng $S = a + b + c + d$.

Trả lời:

Câu 77: Một vệ tinh rời quỹ đạo Trái Đất theo đường cong $y = \frac{3x^2 - x + 5}{x-1}$ ($x > 1$, đơn vị vạn km). Có 2 chùm

tia laser tham chiếu được phóng dọc theo hai đường tiệm cận của quỹ đạo này. Các kỹ sư nhận thấy, cho dù vệ tinh M bay đến đâu trên quỹ đạo, tích các khoảng cách từ M đến hai chùm tia laser luôn là một hằng số an toàn C . Tính giá trị của $10C^2$.

Trả lời:

Câu 78: Cường độ bức xạ của hai đồng vị phóng xạ X và Y được mô hình hóa lần lượt bởi

$f(t) = \frac{mt^2 + 8t + 6}{t^2 + 1}$ và $g(t) = \frac{2t^2 + nt + 4}{t^2 + 1}$ ($t \geq 0$). Về mặt vật lý dài hạn, hai đồng vị này phân rã về cùng một mức năng lượng nền. Tại thời điểm $t = 1$, máy đo cho thấy cường độ bức xạ của chúng bằng nhau. Tính giá trị biểu thức $P = mn - (m + n)$.

Trả lời:

Câu 79: Tốc độ tạo thành sản phẩm của một quy trình hóa dầu là $v(t) = \frac{4t^2 + bt}{(t+1)^2}$ (mol/phút). Theo thiết kế,

tốc độ này sẽ tăng dần và bão hòa ở giới hạn 4 mol/phút. Biết rằng tiếp tuyến của đồ thị hàm tốc độ $v(t)$ tại gốc tọa độ $O(0;0)$, đường tiệm cận ngang và trục tung cắt nhau tạo thành một tam giác có diện tích bề mặt giải tích bằng 8. Tính tốc độ phản ứng tại thời điểm $t = 2$ phút.

Trả lời:

Câu 80: Vận tốc trung bình của một băng chuyền tự động thay đổi theo thời gian khởi động t (giây) theo

quy luật $v(t) = \frac{50t^2 + bt}{t^2 + c}$ (m/s). Ban đầu ($t = 0$), băng chuyền đứng yên. Cảm biến đo được gia tốc tức thời lúc vừa nhấn nút ($t = 0$) đạt đúng 10 ms^{-2} . Sau một thời gian dài, vận tốc tiệm cận mức tối đa là 50 m/s. Biết rằng vận tốc đạt mức 45 m/s sau chính xác $t = 3$ giây. Tính hằng số ma sát hệ thống c .

Trả lời:

BÀI 4. KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ MỘT VÀI HÀM SỐ KINH ĐIỂN

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG SAU BÀI HỌC

- Mô tả sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị).
- Khảo sát tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số: hàm bậc ba, hàm phân thức hữu tỉ đơn giản.
- Nhận biết tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm số trên.

PHƯƠNG PHÁP CHUNG KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Bước 1: Tìm tập xác định D của hàm số.

Bước 2: Sự biến thiên của hàm số.

- Tìm đạo hàm y' . Tìm các điểm mà đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- Tính các giới hạn và tìm tiệm cận (nếu có) của đồ thị hàm số.
- Lập bảng biến thiên của hàm số.
- Kết luận về các khoảng đơn điệu, các điểm cực trị của hàm số (nếu có).

Bước 3: Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số.

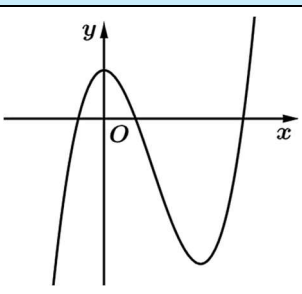
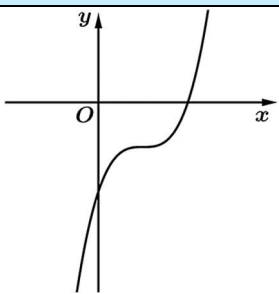
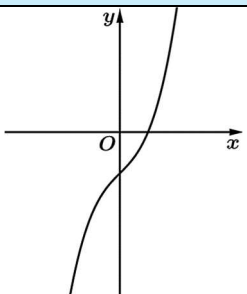
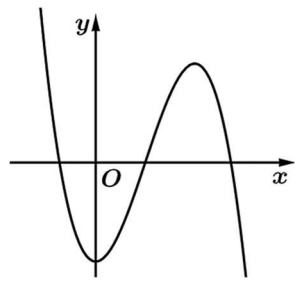
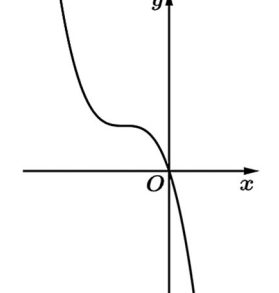
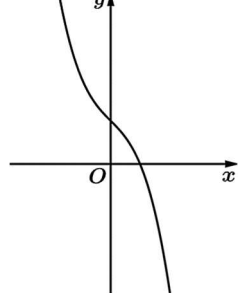
- Vẽ các đường tiệm cận (nếu có) của đồ thị hàm số.
- Ta có thể tìm một số điểm đặc biệt thuộc đồ thị hàm số như giao điểm của đồ thị với trục hoành, trục tung (nếu việc tìm này đơn giản).

PHẦN I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

DẠNG 1. KHẢO SÁT VÀ NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA

☉ Khảo sát hàm bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

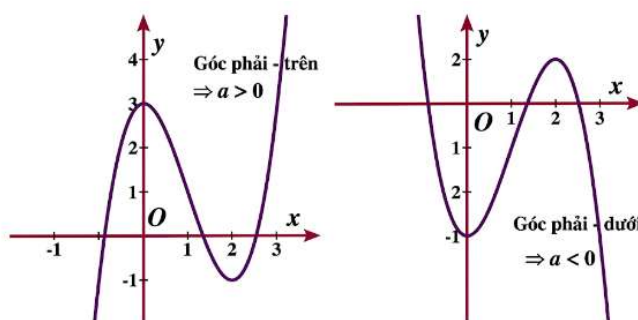
Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$), $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$; $\Delta' = b^2 - 3ac$

	$\Delta' > 0$	$\Delta' = 0$	$\Delta' < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Lưu ý:

- Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $(x_0; y_0)$, trong đó x_0 là nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$
 $f''(x) = 6ax + 2b$; $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a} \Rightarrow$ Điểm $U\left(-\frac{b}{3a}; f\left(-\frac{b}{3a}\right)\right)$ là điểm uốn của đồ thị.
- Đồ thị hàm số bậc ba có thể không có cực trị, hoặc có thể có đúng 2 điểm cực trị.

Xác định dấu của các hệ số trong hàm bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)



Bước 1: Tìm dấu của a (Nhìn "đuôi" đồ thị bên phải)

- Nếu nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị **đi lên** $\Rightarrow a > 0$.
- Nếu nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị **đi xuống** $\Rightarrow a < 0$.

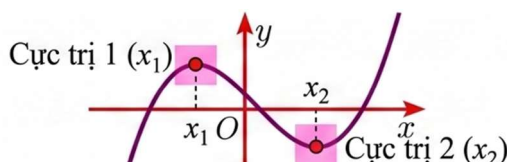
Bước 2: Tìm dấu của d (Nhìn giao điểm với trục dọc Oy)

Đồ thị cắt trục tung Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$.

- Nếu điểm cắt nằm **trên** trục ngang (Ox) $\Rightarrow d > 0$.
- Nếu điểm cắt nằm **dưới** trục ngang (Ox) $\Rightarrow d < 0$.
- Nếu đồ thị đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow d = 0$.

Bước 3: Tìm dấu của c (Nhìn vị trí 2 điểm cực trị so với trục dọc Oy)

Đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$, ta có tích hai nghiệm $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a}$.

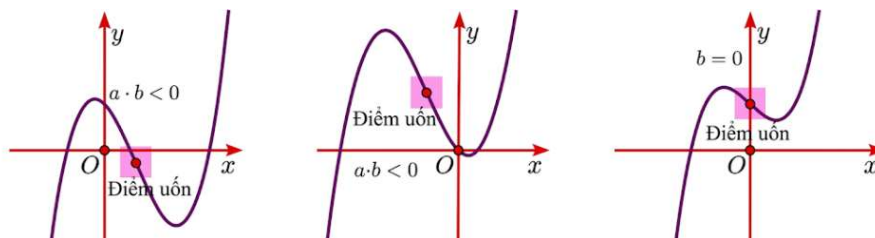


- Nếu 2 điểm cực trị nằm về **hai phía** trục tung (trái dấu) $\Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow a$ và c **trái dấu**.
- Nếu 2 điểm cực trị nằm **cùng một phía** trục tung (cùng dấu) $\Rightarrow x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow a$ và c **cùng dấu**.

Mẹo nhanh không cần cực trị: Nhìn vào độ dốc của đồ thị ngay tại giao điểm với trục tung.

- Nếu lúc cắt trục Oy đồ thị đang hướng đi lên $\Rightarrow c > 0$; đang hướng đi xuống $\Rightarrow c < 0$.

Bước 4: Tìm dấu của b (Nhìn hoành độ điểm uốn x_U)



- Điểm uốn là tâm đối xứng của đồ thị và nằm chính giữa 2 điểm cực trị và $x_U = -\frac{b}{3a}$
- Nếu điểm uốn nằm bên **phải** trục tung ($x_U > 0$) $\Rightarrow -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow a$ và b **trái dấu**.
- Nếu điểm uốn nằm bên **trái** trục tung ($x_U < 0$) $\Rightarrow -\frac{b}{3a} < 0 \Rightarrow a$ và b **cùng dấu**.

Ví dụ 1: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số sau

a) $y = x^3 - 3x + 1$

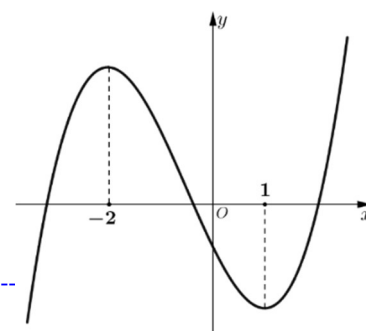
Bài làm

This image shows a blank sheet of white paper with ten horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There is no text or other markings on the paper.



This image shows a full page of white paper with horizontal blue lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, typical of notebook or primary-ruled paper. There are no margins, text, or other markings on the page.

Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

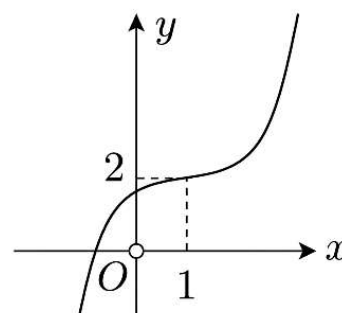


This image shows a section of a handwriting practice sheet. It features a solid blue horizontal line at the top, followed by a dashed blue horizontal line. Below these lines is a large area of white space. In the top right corner, a portion of the previous page is visible, showing a vertical line and a curved line.

Ví dụ 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

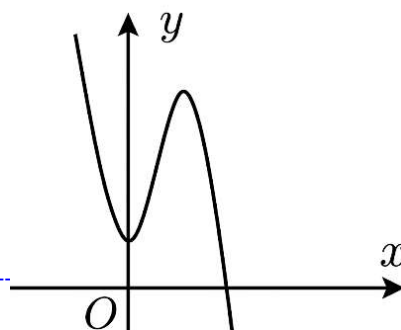
Bài làm



Ví dụ 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

Bài làm



DẠNG 2. KHẢO SÁT VÀ NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC (BẬC 1/ BẬC 1)

◉ Hàm số phân thức hữu tỉ $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

Bước 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$.

Bước 2: Sự biến thiên.

Đạo hàm $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

▪ Nếu $ad-bc > 0 \Rightarrow y' > 0 \forall x \neq -\frac{d}{c}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty, -\frac{d}{c})$ và $(-\frac{d}{c}, +\infty)$.

▪ Nếu $ad-bc < 0 \Rightarrow y' < 0 \forall x \neq -\frac{d}{c}$.

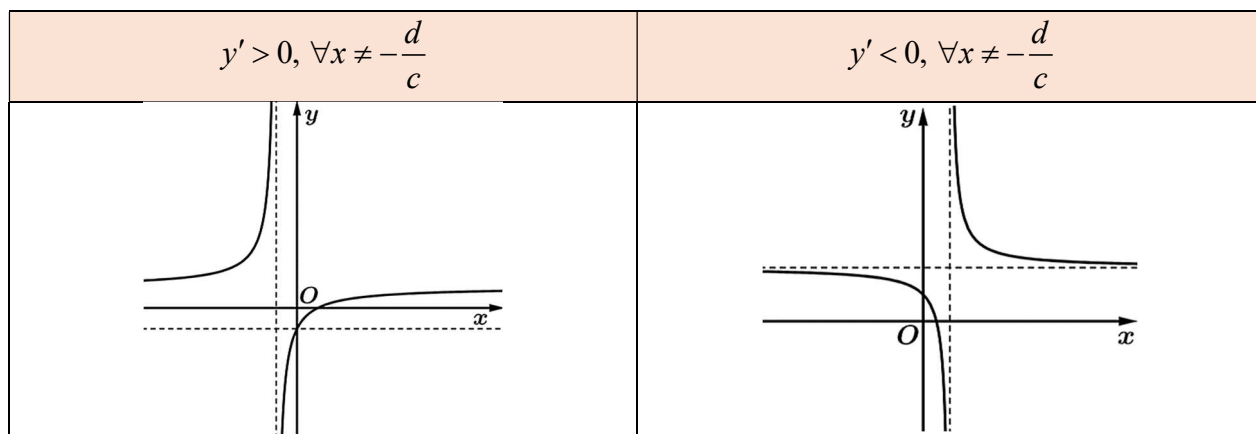
$\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty, -\frac{d}{c})$ và $(-\frac{d}{c}, +\infty)$.

Các giới hạn

▪ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow$ Tiệm cận ngang (TCN) là: $y = \frac{a}{c}$.

▪ $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^+} y = \pm\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^-} y = \pm\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng (TCD) là: $x = -\frac{d}{c}$.

Bước 3: Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số.



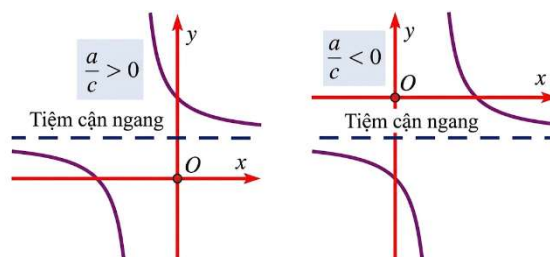
✎ **Nhận xét:**

▪ **Tâm đối xứng** của đồ thị hàm số là giao điểm của hai đường tiệm cận: $I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$.

▪ **Trục đối xứng** của đồ thị hàm số là **hai đường phân giác** góc tạo bởi TCD và TCN đồ thị hàm số đó.

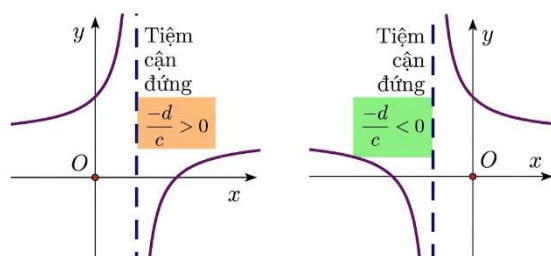
© **Xác định dấu của các hệ số trong hàm phân thức hữu tỉ** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

Bước 1: Nhìn Tiệm cận ngang (TCN) $\rightarrow$ Chốt dấu c (theo a)



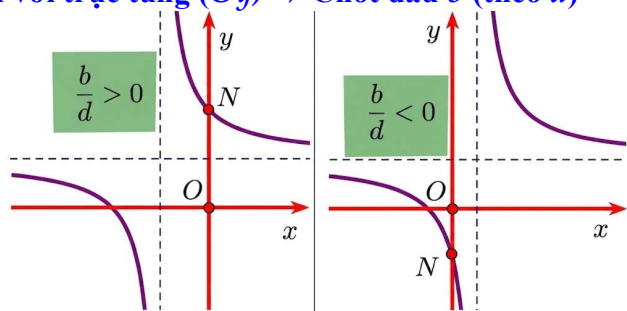
- TCN có phương trình $y = \frac{a}{c}$.
- TCN nằm **trên** trục hoành $\Rightarrow \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ **cùng dấu**.
- TCN nằm **dưới** trục hoành $\Rightarrow \frac{a}{c} < 0 \Rightarrow a, c$ **trái dấu**.

Bước 2: Nhìn Tiệm cận đứng (TCD) $\rightarrow$ Chốt dấu d (theo c)



- TCD có phương trình $x = -\frac{d}{c}$.
- TCD nằm bên **phải** trục tung $\Rightarrow -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0 \Rightarrow d, c$ **trái dấu**.
- TCD nằm bên **trái** trục tung $\Rightarrow -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow \frac{d}{c} > 0 \Rightarrow d, c$ **cùng dấu**.

Bước 3: Nhìn Giao điểm với trục tung (Oy) $\rightarrow$ Chốt dấu b (theo d)



- Giao với Oy có tung độ $y = \frac{b}{d}$ (tại điểm $x = 0$).
- Cắt ở phần **trên** trục hoành $\Rightarrow \frac{b}{d} > 0 \Rightarrow b, d$ **cùng dấu**.
- Cắt ở phần **dưới** trục hoành $\Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b, d$ **trái dấu**.



Ví dụ 5: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số sau

a) $y = \frac{2x-3}{x-2}$

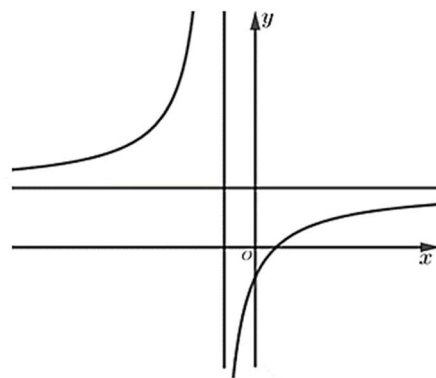
Bài làm

b) $y = \frac{x}{x+1}$

Bài làm

Ví dụ 6: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như trong hình bên dưới.

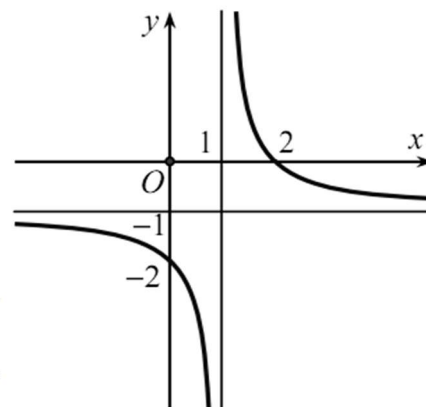
Biết rằng a là số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?



Bài làm

Ví dụ 7: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

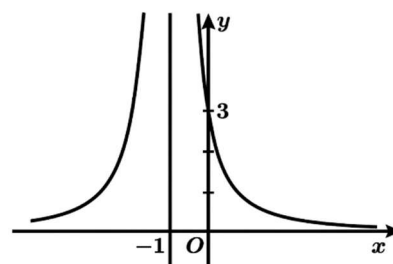
So sánh giá trị a và b ?



Bài làm

Ví dụ 8: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị

hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(0;3)$. Tính $f(5)$.



Bài làm

DẠNG 3. KHẢO SÁT VÀ NHẬN DIỆN ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC (BẬC 2/ BẬC 1)

Hàm số phân thức hữu tỷ có dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ với $am \neq 0$

Bước 1: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{n}{m} \right\}$

Bước 2: Sự biến thiên.

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{am \cdot x^2 + 2an \cdot x + bn - mc}{(mx + n)^2}$$

Cực trị: Xét phương trình $y' = 0$:

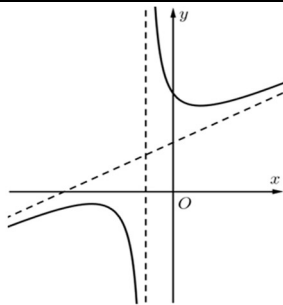
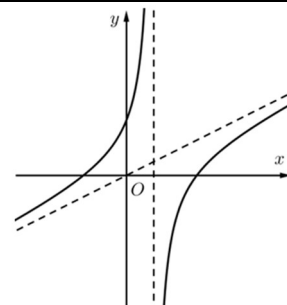
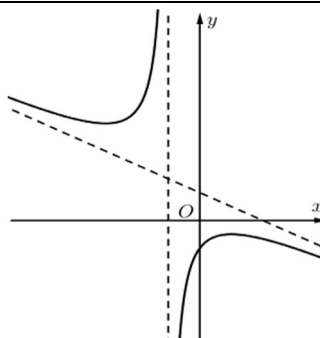
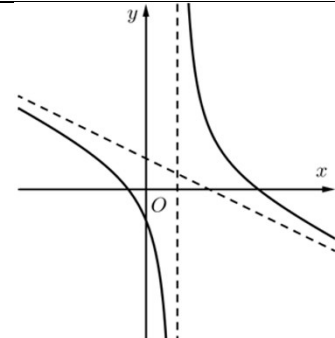
- $\Delta' > 0$: Có 2 cực trị (1 cực đại, 1 cực tiểu).
- $\Delta' \leq 0$: Không có cực trị (hàm số luôn ĐB hoặc NB trên từng khoảng xác định).

Các giới hạn

- $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{n}{m}\right)^+} y = \pm\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{n}{m}\right)^-} y = \pm\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng (**TCD**) là: $x = -\frac{n}{m}$.
- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (Ax + B)] = 0 \Rightarrow$ Tiệm cận xiên (**TCX**) là $y = Ax + B$,

Trong đó $Ax + B = \frac{a}{m}x + \frac{bm - an}{m^2}$ là phần thương số trong phép chia $\frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$

Bước 3: Lập bảng giá trị và vẽ đồ thị hàm số.

	$\Delta' > 0$ (2 cực trị)	$\Delta' \leq 0$ (không có cực trị)
$am > 0$ (cùng dấu)		
$am < 0$ (trái dấu)		

☺ Lưu ý :

- Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị (nếu có) có phương trình $y = \frac{(ax^2 + bx + c)'}{(mx + n)'} = \frac{2ax + b}{m}$.
- Về tâm đối xứng:** Đồ thị nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm **tâm đối xứng**. Đặc biệt, tâm đối xứng này luôn là **trung điểm** của đoạn thẳng **nối hai điểm cực trị** (nếu có).
- Về trục đối xứng:** Đồ thị nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên làm hai trục đối xứng.

☺ **Xác định dấu của các hệ số trong hàm phân thức có dạng $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ với $am \neq 0$**

Bước 1: Nhìn Tiệm cận đứng (TCD) → Chốt cặp (m, n)

Vị trí: TCD là đường thẳng đứng có phương trình $x = -\frac{n}{m}$.

Cách xét:

- Nằm **bên phải** trục $Oy \Rightarrow m$ và n **trái dấu**.
- Nằm **bên trái** trục $Oy \Rightarrow m$ và n **cùng dấu**.

Bước 2: Nhìn Tiệm cận xiên (TCX) → Chốt cặp (a, m)

Vị trí: Hệ số góc (độ dốc) của TCX là $\frac{a}{m}$.

Cách xét:

- TCX **hướng lên** (từ trái sang phải): $\frac{a}{m} > 0 \Rightarrow a$ và m **cùng dấu**.

- TCX **hướng xuống** (từ trái sang phải): $\frac{a}{m} < 0 \Rightarrow a$ và m **trái dấu**.

Bước 3: Nhìn Giao điểm với trục tung (Oy) $\rightarrow$ Chốt cặp (c, n)

Vị trí: Đồ thị cắt trục dọc Oy tại điểm có tung độ $y = \frac{c}{n}$.

Cách xét:

- Cắt ở **phía trên** gốc tọa độ ($y > 0$) $\Rightarrow c$ và n **cùng dấu**.
- Cắt ở **phía dưới** gốc tọa độ ($y < 0$) $\Rightarrow c$ và n **trái dấu**.

Bước 4: Nhìn Giao điểm với trục hoành (Ox) $\rightarrow$ Tìm dấu của b

Vị trí: Đồ thị cắt trục ngang Ox tại các điểm là nghiệm của phương trình từ số $ax^2 + bx + c = 0$.

Cách xét:

- Dùng định lý Vi-ét cho tổng 2 nghiệm: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$.
- Quan sát trên đồ thị xem tổng hoành độ 2 giao điểm là âm hay dương.
- Vì bạn đã biết dấu của a (thường đề cho sẵn hoặc suy ra từ sự liên kết ở các bước trên), bạn sẽ chốt được dấu của b .
- Nếu đồ thị **không cắt** Ox , bạn nhìn hoành độ 2 điểm cực đại/cực tiểu và dùng Vi-ét cho đạo hàm $y' = 0$ để tìm b .

Ví dụ 9: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số sau

a) $y = \frac{-x^2 - x - 4}{2x + 2}$

Bài làm



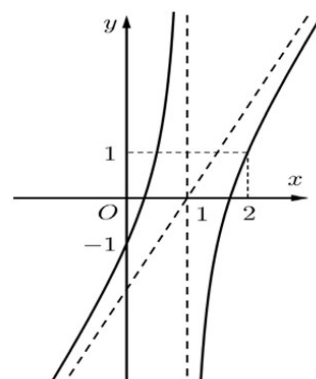
b) $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x - 1}$

Bài làm

Ví dụ 10: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, n ?

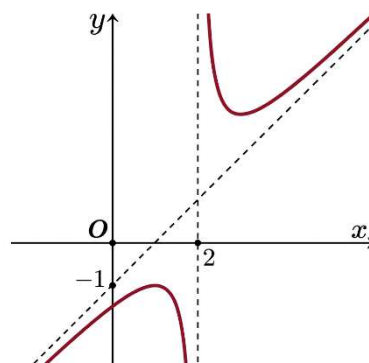
Bài làm



Ví dụ 11: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị là đường cong

như hình vẽ. Tính giá trị biểu thức $2a + b + 3n$?

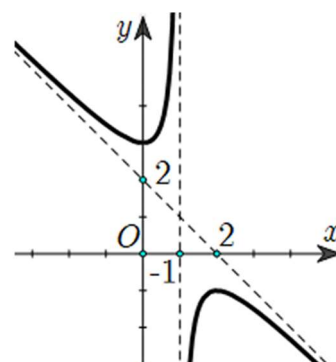
Bài làm



Ví dụ 12: Cho hàm số $f(x) = ax + 2 + \frac{b}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, b, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị

như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $T = a + n$ bằng

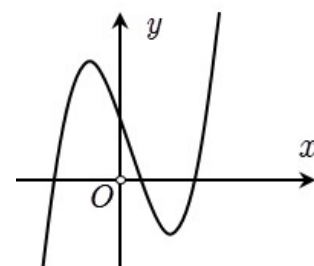
Bài làm



PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

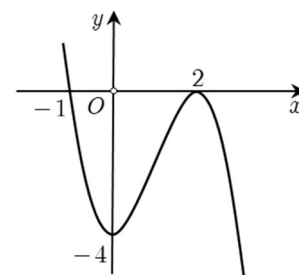
Câu 1: Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^2 + x - 1$.
- B. $y = -x^3 + 3x + 1$.
- C. $y = x^4 - x^2 + 1$.
- D. $y = x^3 - 3x + 1$.



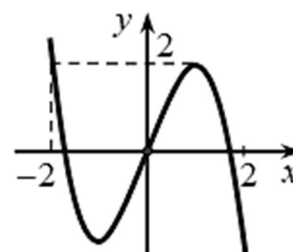
Câu 2: Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 - 4$.
- B. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
- D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.



Câu 3: Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x^2$.
- B. $y = -x^4 + 2x^2$.
- C. $y = 1 + 3x - x^3$.
- D. $y = 3x - x^3$.



Câu 4: Cho bảng biến thiên bên.

Tìm hàm số thỏa mãn bảng biến thiên đã cho?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
- B. $y = 2x^3 + 6x^2 + 1$.
- C. $y = -x^3 - 3x^2$.
- D. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

Câu 5: Cho bảng biến thiên bên dưới.

Tìm hàm số thỏa mãn bảng biến thiên đã cho?

- A. $y = -x^3 + 3x$.
- B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.
- C. $y = x^3 - 3x$.
- D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

Câu 6: Cho bảng biến thiên bên dưới.

Tìm hàm số thỏa mãn bảng biến thiên đã cho?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
- B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
- C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
- D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

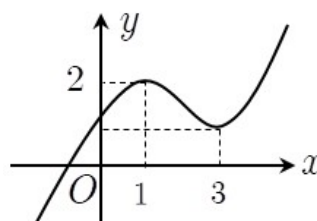
Câu 7: Cho bảng biến thiên bên dưới.
Tìm hàm số thỏa mãn bảng biến thiên đã cho?

- A. $y = x^3 + 3x + 2$.
B. $y = x^3 + 9x^2 + 27x$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 6$.
D. $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$

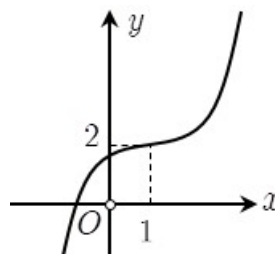
Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $y' < 0, \forall x > 3$.
C. $y' > 0, \forall x > 1$.
D. $y' > 0, \forall x < 1$.



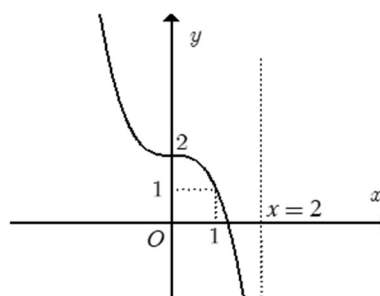
Câu 9: Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Mệnh đề nào **đúng** trong các mệnh đề sau?

- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
C. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
D. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



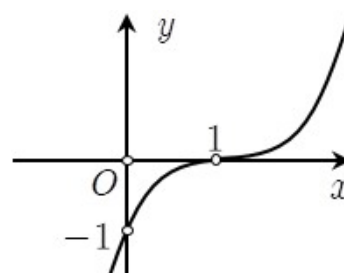
Câu 10: Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. $y' > 0, \forall x < 2$.
B. $y' = 0, \forall x < 2$.
C. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
D. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



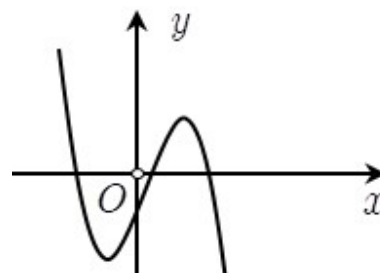
Câu 11: Cho đồ thị của hàm số như hình vẽ bên dưới.
Hỏi đồ thị là của hàm số nào?

- A. $y = (x-1)^3$.
B. $y = x^3 + 1$.
C. $y = x^3 - 1$.
D. $y = (x+1)^3$.



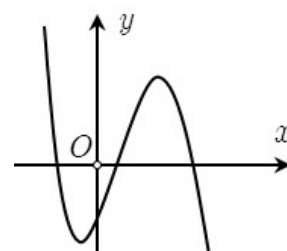
Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình.
Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $y' = 0$ vô nghiệm.
B. $y' = 0$ có 1 nghiệm duy nhất.
C. $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.
D. $y' = 0$ có 3 nghiệm.



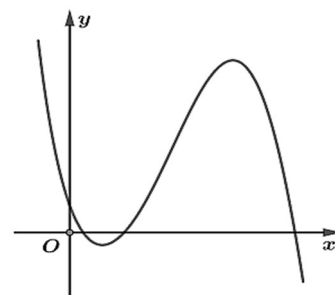
Câu 13: Cho đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới.
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.



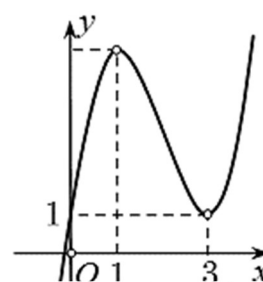
Câu 14: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) như hình vẽ.
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.



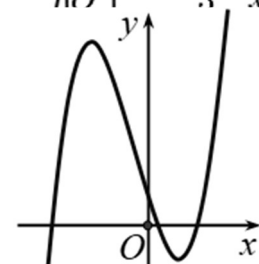
Câu 15: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ.
Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d < 0$.
- B. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



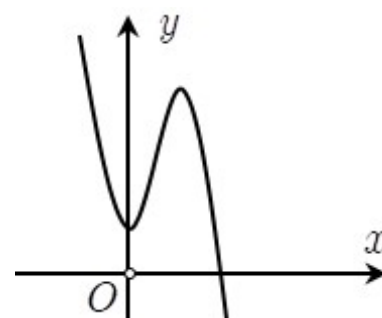
Câu 16: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ.
Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $a > 0, d > 0, b < 0, c < 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
- C. $a > 0, c > 0, d > 0, b < 0$.
- D. $a > 0, b > 0, d > 0, c < 0$.



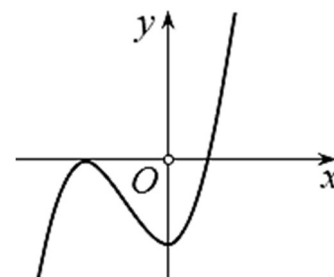
Câu 17: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới.
Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.



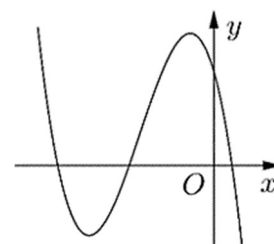
Câu 18: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới.
Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c = 0, d > 0$.
- C. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
- D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.



Câu 19: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) như hình vẽ.

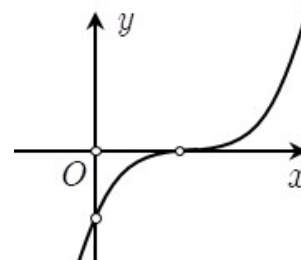
Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



- A. 4.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 3.

Câu 20: Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ bên dưới.

Tìm mệnh đề **đúng**?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
- B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
- C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
- D. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 21: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$. Biết (C) có tâm đối xứng là điểm $I(2;3)$ và $y(1) = m$. Hãy tính theo m giá trị của hàm số tại điểm $x = 3$?

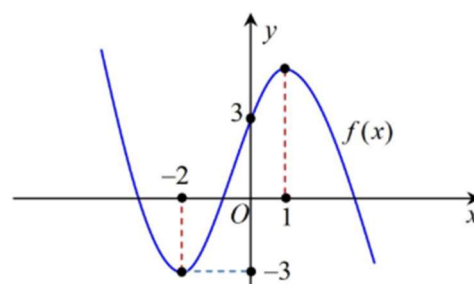
- A. $m+1$.
- B. $2m-3$.
- C. $6-m$.
- D. $m+3$.

Câu 22: Đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với $a \neq 0$, có hai điểm cực trị khi và chỉ khi

- A. $b^2 - 3ac > 0$.
- B. $b^2 - 4ac > 0$.
- C. $b^2 - ac > 0$.
- D. $b^2 - 2ac > 0$.

Câu 23: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của biểu thức $(a + 2b + 4c)$ bằng:

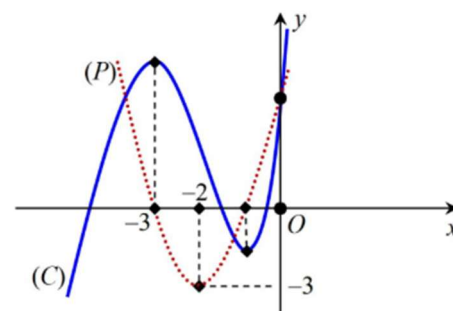
- A. -11.
- B. 12.
- C. 16.
- D. 9.



Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và đạo hàm cấp một của nó là $f'(x)$ có đồ thị (P) như hình vẽ.

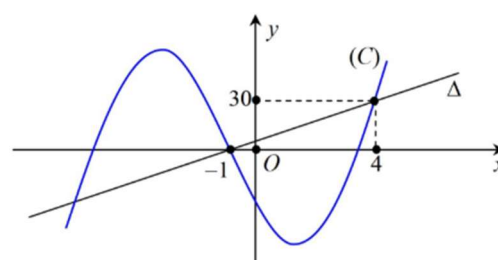
Khi đó giá trị của $(a + b + c + d)$ bằng

- A. 20.
- B. 0.
- C. 18.
- D. 25.



Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ có đồ thị lần lượt là (C) và Δ như hình vẽ. Nhận xét **đúng** về giá trị của hàm số $f(3)$ là

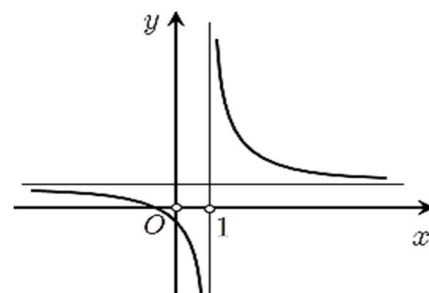
- A. $-15 < f(3) < -10$.
- B. $25 < f(3) < 30$.
- C. $15 < f(3) < 25$.
- D. $-10 < f(3) < 0$.



Câu 26: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình.

Tìm khẳng định **đúng**?

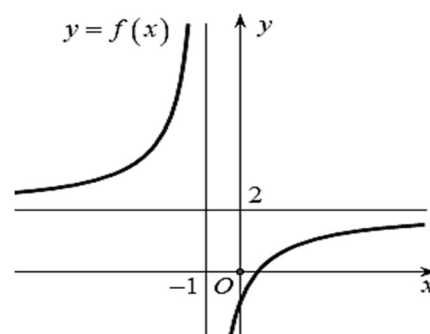
- A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- B. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
- C. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
- D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.



Câu 27: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ như hình.

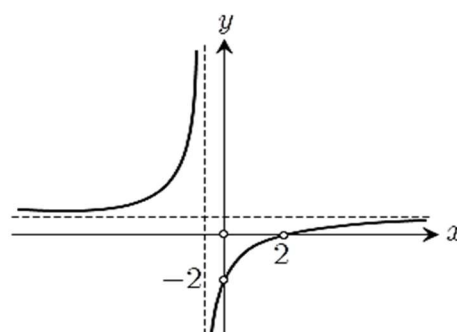
Tìm khẳng định **đúng**?

- A. $y' > 0, \forall x \neq 2$.
- B. $y' < 0, \forall x \neq 1$.
- C. $y' < 0, \forall x \neq -1$.
- D. $y' > 0, \forall x \neq -1$.



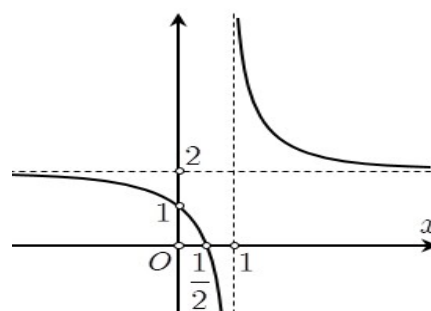
Câu 28: Đồ thị bên dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được cho dưới đây?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
- B. $y = \frac{2-x}{x+1}$.
- C. $y = \frac{x-2}{x+1}$.
- D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.



Câu 29: Đồ thị bên dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được cho dưới đây?

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.
- B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.
- C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

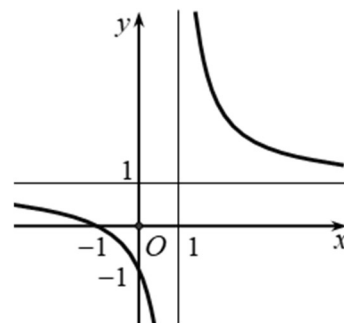
Câu 30: Đồ thị bên dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được cho dưới đây?

A. $y = \frac{2x-3}{2x-2}$.

B. $y = \frac{x}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.



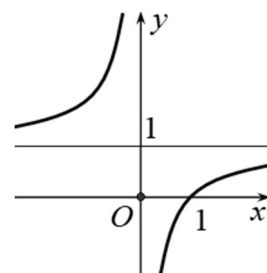
Câu 31: Đồ thị bên dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được cho dưới đây?

A. $y = \frac{x+1}{x}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x-2}{x}$.

D. $y = \frac{x-1}{x}$.



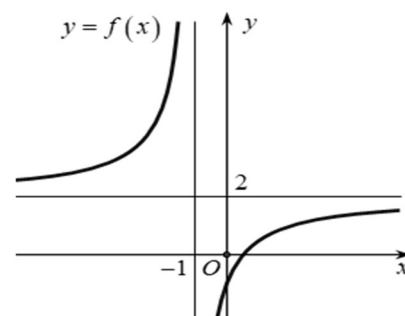
Câu 32: Đồ thị bên dưới là của hàm số nào trong bốn hàm số được cho dưới đây?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{1-2x}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.



Câu 33: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

Câu 34: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 35: Cho hàm số phù hợp với bảng biến thiên.
Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{2x+2}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+3}{2+x}$.

Câu 36: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ như hình vẽ.
Tìm khẳng định **đúng**?

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < b < a$.

C. $b < a < 0$.

D. $0 < a < b$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{(a-1)x+b}{(c-1)x+d}$, $d < 0$ có đồ thị như hình trên.
Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a > 1, b > 0, c < 1$.

B. $a > 1, b < 0, c > 1$.

C. $a < 1, b > 0, c < 1$.

D. $a > 1, b > 0, c > 1$.

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

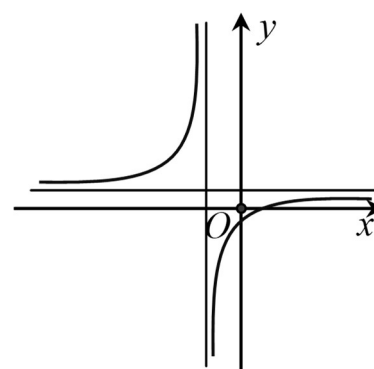
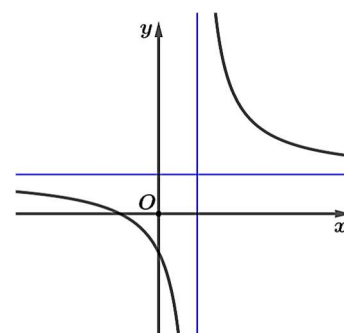
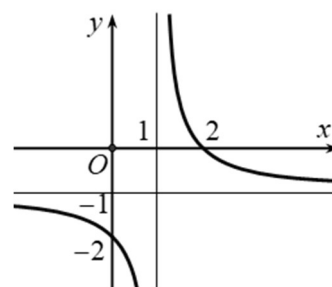
A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
y	1	$+\infty$	1



Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị cho như hình vẽ.

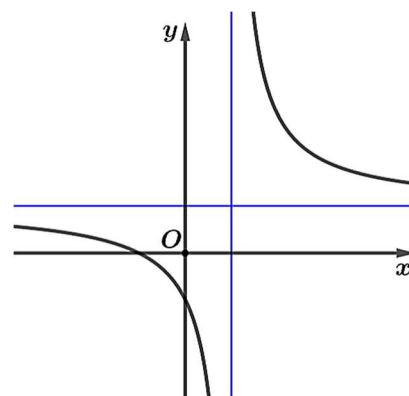
Nhận xét đúng khi nói về dấu của các hệ số a, b, c, d là:

A. $\begin{cases} ab < 0 \\ cd > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} ab > 0 \\ cd < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} ac > 0 \\ bd < 0 \end{cases}$.



Câu 40: Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x^2}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x^2-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{3x^2-4x}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x^2}{x-1}$.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 4$

Câu 41: Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{3x^2-10x+4}{x-2}$.

B. $y = \frac{x^2-6x+4}{x-2}$.

C. $y = \frac{-x^2+6x+4}{x-2}$.

D. $y = \frac{x^2-2x+4}{x-2}$.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow -2$	$\searrow -\infty$	$+\infty$	$\searrow 6$

Câu 42: Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{-x^2-3x+1}{x+3}$.

B. C. $y = \frac{x^2+4x+1}{x+3}$.

D. $y = \frac{x^2+2x}{x+3}$.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -\infty$	$+\infty$

Câu 43: Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{x - 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$.

C. $y = \frac{-2x^2 + 6x + 4}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x - 2}$.

Câu 44: Bảng biến thiên bên dưới là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x^2 + x + 15}{-x - 1}$.

B. $y = \frac{2x^2 + x + 15}{-x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 5x - 24}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 + 3x + 12}{-x - 1}$.

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$					
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$				
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	15	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$	-9	$\searrow$	$-\infty$

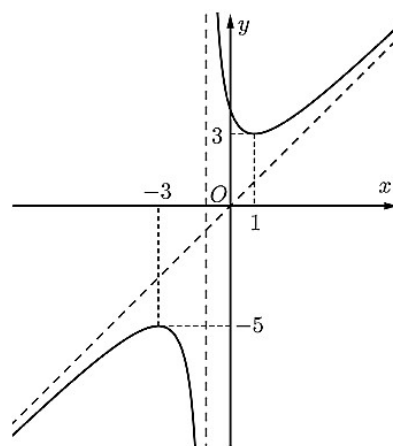
Câu 45: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x^2 + 3x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 - 3x + 10}{x + 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 + 5x - 2}{x + 1}$.



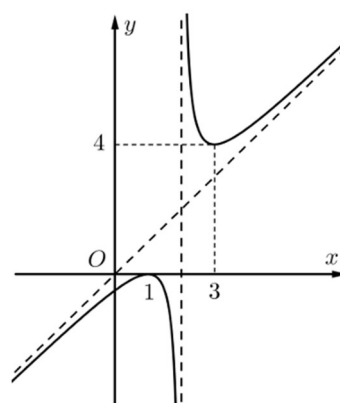
Câu 46: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.



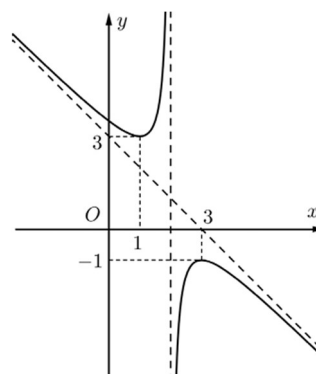
Câu 47: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{-x + 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 9x + 10}{x + 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 5x + 7}{-x + 2}$.



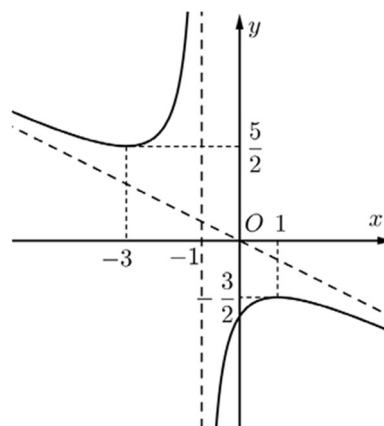
Câu 48: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{2x + 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 - x - 4}{2x + 2}$.

C. $y = \frac{-2x^2 - 3x - 1}{2x + 2}$.

D. $y = \frac{2x^2 + 5x - 13}{2x + 2}$.



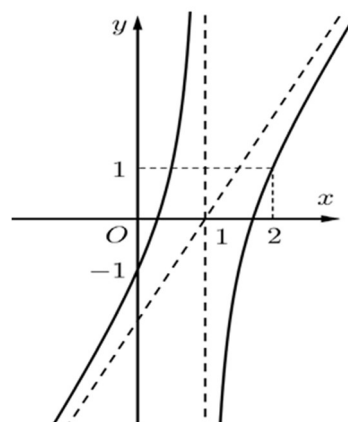
Câu 49: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{3x^2 + 6x + 1}{x - 1}$.

B. $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x + 1}$.

C. $y = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x - 1}$.

D. $y = \frac{3x^2 - 6x + 1}{x + 1}$.



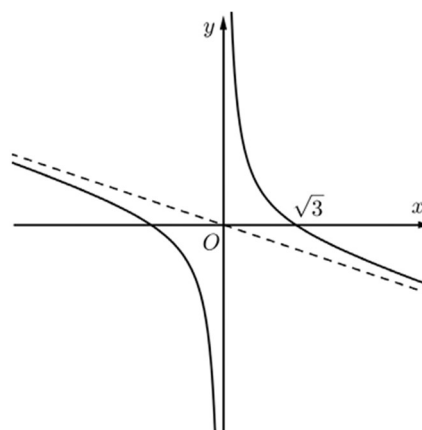
Câu 50: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x^2 - 3}{3x}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3}{-3x}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3}{-3x}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3}{3x}$.



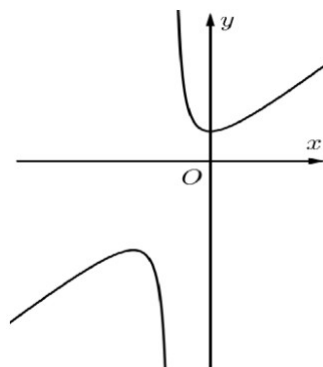
Câu 51: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$.

C. $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 3}$.



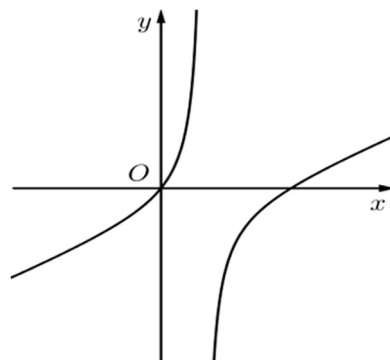
Câu 52: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x^2 + 3x}{2x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 3x}{2x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.



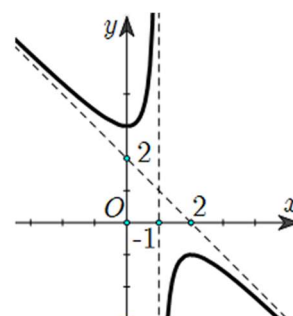
Câu 53: Cho hàm số $f(x) = ax + 2 + \frac{b}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, b, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $T = a + n$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. -2.

D. 3.



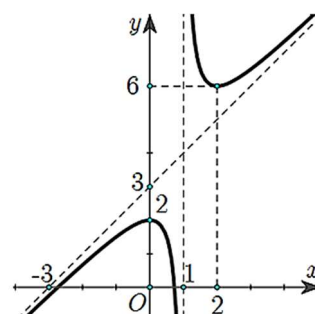
Câu 54: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + 2x + c}{x+n}$ ($a \neq 0$ và $a, c, n \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $T = a + c + n$ bằng

A. 2.

B. -3.

C. -2.

D. 3.



Câu 55: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị (C) và nhận điểm (2; -1) làm tâm đối xứng. Đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ lần lượt tại M và N sao cho diện tích tam giác OMN bằng 2. Hàm số đã cho tương ứng là:

A. $y = \frac{-x+2\sqrt{2}}{x-2}$.

B. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

C. $y = \frac{x+2\sqrt{2}}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+2}{-x+2}$.

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x-2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 2m-1$ vô nghiệm?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m \in (3; +\infty)$.

Câu 57: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+7}{x-2}$ có tâm đối xứng là

A. $(2; 3)$.

B. $(-2; -5)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(1; -2)$.

Câu 58: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+4}{x-1}$ có trục đối xứng là đường thẳng có phương trình $y = ax + b$, với $a > 0$. Giá trị của biểu thức $T = a + b$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -1.

Câu 59: Hỏi đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ có tất cả bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 8.

B. 9.

C. 7.

D. 6.

Câu 60: Hỏi đồ thị của hàm số $y = \frac{x^2-5x+10}{x-2}$ có tất cả bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 61: Cho hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ có đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tâm đối xứng của (C) là $I(2; 3)$.	☐	☐
b)	Đồ thị (C) cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B . Diện tích tam giác OAB bằng $\frac{1}{12}$.	☐	☐
c)	Số điểm có tọa độ nguyên thuộc đồ thị (C) là 6.	☐	☐
d)	Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$ vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{7}x + 2026$.	☐	☐

Câu 62: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi M và N là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) sao cho các điểm này cách đều hai trục tọa độ.

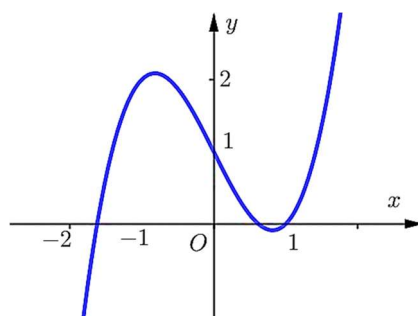
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Điều kiện để một điểm thuộc đồ thị (C) cách đều hai trục tọa độ là hoành độ x của điểm đó phải thỏa mãn phương trình: $\frac{x-3}{x+1} = x$ hoặc $\frac{x-3}{x+1} = -x$.	☐	☐

b)	Có một điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán nằm ở góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ.	☐	☐
c)	Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $I(-1;1)$.	☐	☐
d)	Độ dài đoạn thẳng MN có giá trị lớn hơn 6.	☐	☐

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ có đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định.	☐	☐
b)	Đồ thị (C) có đúng 2 điểm có tọa độ nguyên (hoành độ và tung độ đều là số nguyên).	☐	☐
c)	Tổng hoành độ của tất cả các điểm có tọa độ nguyên thuộc (C) bằng -4 .	☐	☐
d)	Có tất cả 6 đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt có tọa độ nguyên.	☐	☐

Câu 64: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Số thực $a > 0$.	☐	☐
b)	Hệ số tự do $d < 0$.	☐	☐
c)	Phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.	☐	☐
d)	Tích $b \cdot c > 0$.	☐	☐

Câu 65: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là (C) và hàm số đạo hàm cấp hai $y = f''(x)$ có đồ thị là đường thẳng Δ . Thông qua việc quan sát đồ thị, ta thu thập được các dữ kiện sau:

+ Đường thẳng Δ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -2$.

+ Đồ thị (C) đạt cực tiểu tại điểm có hoành độ $x = -1$.

+ Điểm cực đại của đồ thị (C) có tung độ bằng 4.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Số thực $b = 6$	☐	☐
b)	Số thực $c = -9$	☐	☐
c)	Số thực $d = 4$	☐	☐
d)	Giá trị của biểu thức $b + c + d = 10$	☐	☐

Câu 66: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) . Biết $I(1;0)$ là tâm đối xứng của (C) và $A(0;4)$ là một điểm cực trị của (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Điểm cực trị khác của (C) có tọa độ là $(2;-4)$.	☐	☐
b)	$a < 0$.	☐	☐
c)	$b > 0$.	☐	☐
d)	$2a + b - c + d = 2$.	☐	☐

Câu 67: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 và đạt cực đại tại điểm $A(-1;3)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Giá trị của d bằng 1.	☐	☐
b)	Hàm số đã cho là $f(x) = x^3 - 3x + 1$.	☐	☐
c)	Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $B(1;-1)$.	☐	☐
d)	Tổng các hệ số $a + b + c + d = 0$.	☐	☐

Câu 68: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x^2 + 2x + 7}{4x - 4}$ có đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận đứng của (C) là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$.	☐	☐
b)	Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$.	☐	☐
c)	Đồ thị (C) có tâm đối xứng là điểm $I(1;2)$.	☐	☐
d)	Một trong hai trục đối xứng của đồ thị (C) có phương trình là $y = 2x$	☐	☐

Câu 69: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đường tiệm cận đứng của (C) là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = x - 2$.	☐	☐
b)	Giá trị cực đại của hàm số lớn hơn giá trị cực tiểu của hàm số.	☐	☐
c)	Đồ thị (C) nhận điểm $I(1;-1)$ làm tâm đối xứng.	☐	☐
d)	Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 5$.	☐	☐

Câu 70: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 2}$ có đồ thị là (C) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
---------------------------------------	--	------	-----

a)	Tích các khoảng cách từ một điểm M bất kỳ thuộc đồ thị (C) đến hai đường tiệm cận của nó luôn là một hằng số bằng $2\sqrt{2}$.	☐	☐
b)	Tiếp tuyến tại một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C) cắt hai đường tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng 4.	☐	☐
c)	Tâm đối xứng của đồ thị (C) luôn nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị.	☐	☐
d)	Đồ thị (C) có chính xác 6 điểm mà tọa độ của chúng $(x; y)$ đều là các số nguyên.	☐	☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 71: Lát cắt của một vùng đất được mô hình hóa bởi hàm bậc ba $y = g(x)$ (đơn vị trên các trục là km). Giả sử hệ trục tọa độ được đặt sao cho đồ thị đi qua gốc tọa độ O là mép của một thung lũng, phần thung lũng kéo dài đến điểm A với khoảng cách $OA = 3$ km, và tiếp nối ngay sau đó là một quả đồi trải dài đến điểm B với độ rộng $AB = 5$ km. Biết độ sâu lớn nhất của thung lũng là 400 m. Hỏi chiều cao của quả đồi là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 72: Quỹ đạo của một chiếc tàu lượn siêu tốc Leviathan tại một công viên giải trí được thiết kế mô phỏng theo đường cong của một hàm số bậc ba $y = f(x)$. Hệ trục tọa độ được đặt sao cho điểm xuất phát của đoạn quỹ đạo nằm ở mặt đất là gốc tọa độ O (đơn vị trên các trục tính bằng mét). Ngay sau khi xuất phát, con tàu lao xuống một đường hầm ngầm tối tăm dưới lòng đất có chiều dài theo phương ngang là 90 m đến điểm A , sau đó lập tức vọt lên không trung tạo thành một vòng lượn khổng lồ và chạm đất trở lại ở điểm B . Biết khoảng cách từ điểm A đến điểm B theo phương ngang là 150 m và điểm sâu nhất của đường hầm ngầm cách mặt đất 12 m. Hỏi đỉnh cao nhất của vòng lượn trên không cách mặt đất bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời:

Câu 73: Một con rồng lửa đang bay lượn dọc theo một hẻm núi để săn mồi. Quỹ đạo bay của con rồng khi được mô phỏng trên hệ trục tọa độ Oxy có dạng đồ thị của một hàm số bậc ba. Các nhà nghiên cứu sinh vật huyền bí ghi nhận được điểm cao nhất mà con rồng đạt tới trước khi chúi xuống là $A(-3; 4)$, và điểm thấp nhất gần mặt hồ là $B(2; 1)$. Tại thời điểm t_1 , một nhiếp ảnh gia chụp được cảnh con rồng đang ngậm lửa ở vị trí có hoành độ bằng -2 . Đến thời điểm t_2 ($t_2 > t_1$), con rồng phun lửa trúng mục tiêu khi đang ở độ cao có tung độ bằng 1. Hãy tính khoảng cách theo đường chim bay giữa vị trí ngậm lửa và vị trí phun lửa của con rồng (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị trên trục tọa độ là chục mét).

Trả lời:

Câu 74: Tại một cửa hàng bán lẻ, số lượng sản phẩm công nghệ bán ra tích lũy sau t ngày ($1 \leq t \leq 30$) được thống kê trung bình theo bảng sau:

t (ngày)	5	10	20
Số lượng (chiếc)	20	30	40

Biết rằng hàm số mô tả số lượng sản phẩm bán ra có dạng $y = f(t) = \frac{at+b}{t+c}$ (với a, b, c là các hằng số thực và $c \neq 0$). Theo mô hình này, khi thời gian t kéo dài vô hạn thì tổng số lượng sản phẩm bán ra tối đa của cửa hàng tiến dần đến bao nhiêu chiếc?

Trả lời:

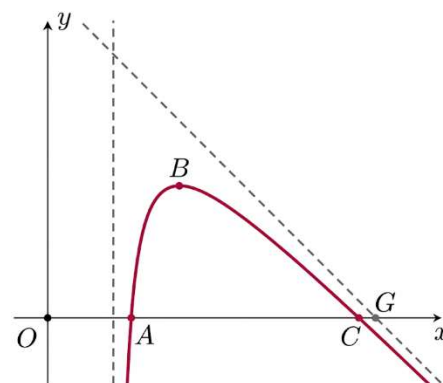
Câu 75: Bạn Phương Hiền nổi tiếng là "con nhà người ta" với bảng điểm tổng kết siêu khủng: Sử 9,5; Địa 9,8; Văn 9,0; Toán 9,8; Sinh 9,8; Hoá 9,3. Để đạt được mức điểm Toán 9,8 xuất sắc như vậy, Phương Hiền đã có một quá trình luyện đề không ngừng nghỉ. Quá trình bút phá điểm số thi thử môn Toán của Phương Hiền sau t tuần ($2 \leq t \leq 10$) được ghi lại ở bảng sau:

t (tuần)	2	4	6	8
Điểm thi	9,0	9,4	9,6	9,7

Biết rằng hàm mô tả điểm thi của bạn Phương Hiền có dạng $y = \frac{at+b}{ct+d}$ (với $ad-bc \neq 0; c \neq 0$). Bắt đầu từ tuần thứ bao nhiêu, điểm bài thi thử môn Toán của bạn Phương Hiền sẽ đạt trên mức 9,9 điểm?

Trả lời:

Câu 76: Một máy bay trình diễn có đường bay gần với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gắn với mặt đất. Đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết máy bay bay từ vị trí A cách tọa độ O một khoảng 2,5 đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát 1,5 đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất 4,5 đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?



Trả lời:

Câu 77: Một máy bay bắt đầu hạ cánh từ điểm $O(0;0)$ cách đầu đường băng $A(12;0)$ một khoảng 12 km. Trong suốt quá trình bay, máy bay luôn hướng mũi về điểm A nhưng bị luồng gió tạt ngang làm lệch quỹ đạo. Hệ thống dẫn đường ghi nhận đường bay thực tế của máy bay tuân theo phương trình:

$$y = 6 \left[\left(\frac{12-x}{12} \right)^{4/5} - \left(\frac{12-x}{12} \right)^{6/5} \right], \quad (0 \leq x \leq 12) \text{ (trong đó } x, y \text{ tính bằng km).}$$

Biết độ lệch ngang lớn nhất của máy bay trong suốt quá trình tiếp cận là phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính giá trị của $S = a + b$.

Trả lời:

Câu 78: Tại khu vườn nhà anh Khánh, một kỹ sư cảnh quan đang lập trình cho robot tự động lắp đặt hệ thống đèn LED chạy dọc theo đường cong của mép ao cá.

Biết rằng khi gắn vào hệ tọa độ Oxy (đơn vị: mét), đường cong mép ao được mô phỏng bởi một phần của đồ

$$\text{thị hàm số } y = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}.$$

Qua khảo sát trắc địa, người ta ghi nhận được các thông số sau:

+ Mép ao có một đường giới hạn thẳng đứng tại $x = 1$.

+ Đường cong mép ao đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$ và tiếp xúc với trục hoành tại đúng một điểm nằm bên trái trục tung.

Để kích hoạt hệ thống robot chạy theo đúng quỹ đạo này, kỹ sư cần nhập một mã số xác thực (M). Biết rằng mã số này được tính bằng công thức: $M = 10b - 2c + 5n$. Hỏi kỹ sư phải nhập mã số bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 79: Đường bay của một chiếc flycam trong một buổi biểu diễn nghệ thuật được gắn trong hệ trục tọa độ Oxy là một đường cong có dạng đồ thị của hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất. Biết rằng đường bay này cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là $(2; 0)$ và $(10; 0)$ (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 km). Điểm cao nhất của quỹ đạo bay có tọa độ là $(8; 6)$. Hỏi khi flycam đã đi qua điểm cực đại và đang ở độ cao cách mặt đất 5250 m thì flycam cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu? (đơn vị: km)

Trả lời:

Câu 80: Tại một thành phố thông minh, các kỹ sư đang thiết kế một mái vòm thu năng lượng mặt trời. Nếu thiết lập hệ trục tọa độ Oxy , mặt cắt ngang của mái vòm này nằm trên một nhánh của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+2}{x-2} \text{ (với } x > 2 \text{)}. \text{ Gần đó, một tuyến đường sắt trên cao chạy theo đường thẳng (d): } y = -x + 8. \text{ Để tối}$$

ưu hoá việc giao hàng, thành phố muốn lắp đặt một trạm trung chuyển drone có dạng một mặt phẳng hình vuông. Yêu cầu thiết kế buộc 2 góc của trạm phải được gắn chặt vào mái vòm năng lượng mặt trời, và 2 góc còn lại gắn vào tuyến đường sắt trên cao. Tính khoảng cách giữa hai điểm neo gắn trên mái vòm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

BÀI 5. ỨNG DỤNG HÀM SỐ TRONG MỘT VÀI LĨNH VỰC

KIẾN THỨC, KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG SAU BÀI HỌC

- Nắm được cách tìm đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Nhận biết hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
- Hiểu được ý nghĩa thực tiễn của tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

CÁC KỸ NĂNG CẦN NẮM VỮNG

Kỹ năng 1. Phân tích tình huống

- Đại lượng nào đang thay đổi?
- Giới hạn thực tế là gì?

Kỹ năng 2. Tính đạo hàm và chiều biến thiên

- Tình hình đang đi lên (tăng) hay đi xuống (giảm)?
- Tốc độ nhanh hay chậm?

Kỹ năng 3. Tìm chiều biến thiên

- Tiệm cận ngang:** Nếu thời gian trôi đi mãi mãi, kết quả sẽ ổn định ở mức nào?
- Tiệm cận đứng:** Có ranh giới nào mà khi cố chạm tới, chi phí hay hậu quả sẽ phình to ra đến vô cực không?

Kỹ năng 4. Dồn biến và tìm min/Max của hàm số

- Trong giới hạn cho phép, đâu là lúc đạt hiệu quả cao nhất?
- Đâu là lúc rủi ro, chi phí thấp nhất?

Kỹ năng 5. Trả lời đúng các yêu cầu của đề bài

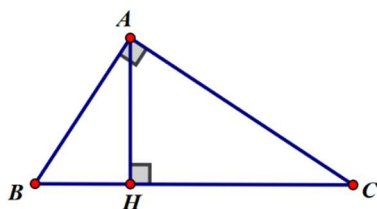
- Từ các con số trên, em tư vấn hành động gì bằng ngôn ngữ đời thường?

PHẦN I. PHÂN DẠNG VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

DẠNG 1. TỐI ƯU HÓA DIỆN TÍCH VÀ THỂ TÍCH VẬT THỂ

☺ Một số công thức cần nhớ

1. Tam giác vuông



Cho ΔABC vuông tại A , có đường cao AH .

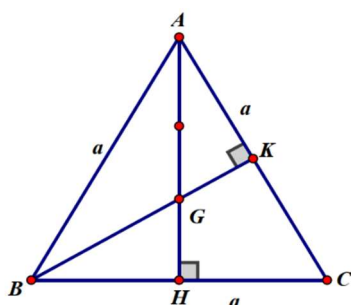
$$1) AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$2) AB^2 = BH \cdot BC; AC^2 = CH \cdot BC$$

$$3) AH^2 = BH \cdot CH$$

$$4) \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}}$$

2. Tam giác đều



Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh a ; trọng tâm G , các đường cao (trùng với trung tuyến) gồm AH, BK .

Đường cao: $AH = BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$R = AG = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$;

$r = GH = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Diện tích: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

3. Tam giác thường

Cho $\triangle ABC$ có $a = BC, b = AC, c = AB$; các đường cao h_a, h_b, h_c lần lượt ứng với cạnh a, b, c . Ký hiệu R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp $\triangle ABC$.

Định lý Sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Định lý Cosin:

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$
- $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$
- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

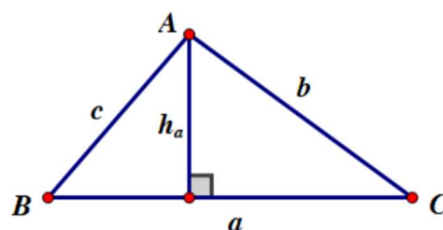
Diện tích:

▪ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}h_a \cdot a = \frac{1}{2}h_b \cdot b = \frac{1}{2}h_c \cdot c$

▪ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C = \frac{1}{2}ac \cdot \sin B = \frac{1}{2}bc \cdot \sin A$

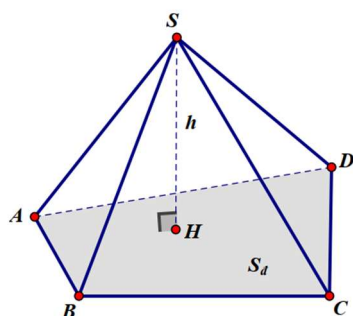
▪ $S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R} = p \cdot r$

▪ $S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ với $p = \frac{a+b+c}{2}$ (nửa chu vi).



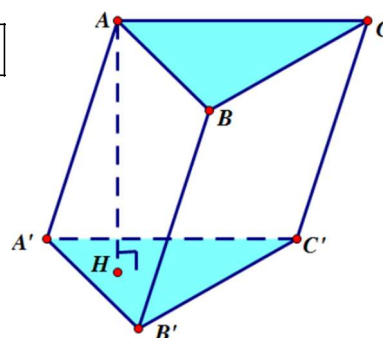
4. Thể tích hình chóp

$$V = \frac{1}{3}S_d \cdot h$$

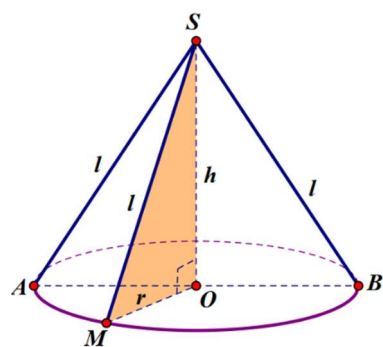


5. Thể tích hình lăng trụ

$$V = S_d \cdot h$$



6. Mặt nón

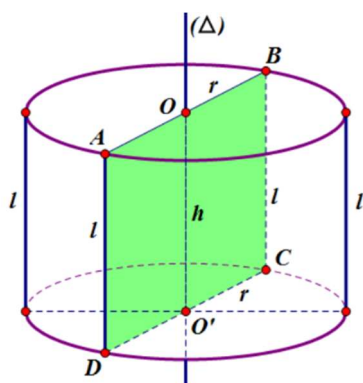


Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO , ta

được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h = SO \\ r = OM \end{cases}$

- **Đường sinh:** $l = SA = SB = SM$.
- **Góc ở đỉnh:** $\widehat{ASB}$
- **Góc giữa đường sinh và mặt đáy:**
 $\widehat{SAO} = \widehat{SBO} = \widehat{SMO}$
- **Chu vi đáy:** $p = 2\pi r$.
- **Diện tích đáy:** $S_d = \pi r^2$.
- **Thể tích:** $V = \frac{1}{3} \cdot S_d \cdot h = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \pi r^2$.
- **Diện tích xung quanh:** $S_{xq} = \pi r l$.
- **Diện tích toàn phần:** $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2$

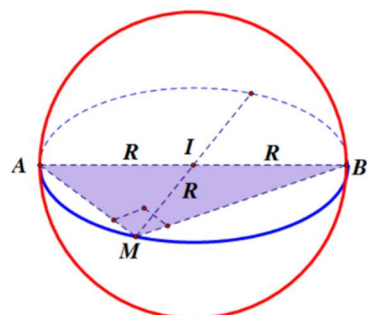
7. Mặt trụ



Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO' , ta có mặt trụ như hình bên với: $\begin{cases} h = OO' \\ r = OA \end{cases}$

- **Đường sinh:** $l = AD = BC$.
- **Chu vi đáy:** $p = 2\pi r$.
- **Diện tích đáy:** $S_d = \pi r^2$.
- **Thể tích:** $V = S_d \cdot h = \pi r^2 h$.
- **Diện tích xung quanh:** $S_{xq} = 2\pi r \cdot h$.
- **Diện tích toàn phần:** $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2$

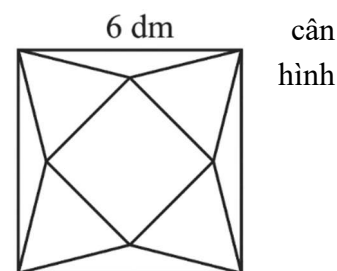
8. Mặt cầu



Hình thành: Quay đường tròn tâm I , bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB , ta có mặt cầu như hình vẽ bên.

- **Bán kính:** $R = IA = IB = IM$.
- **Đường kính:** $AB = 2R$.
- **Diện tích mặt cầu:** $S = 4\pi R^2$.
- **Thể tích khối cầu:** $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

Ví dụ 1: Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

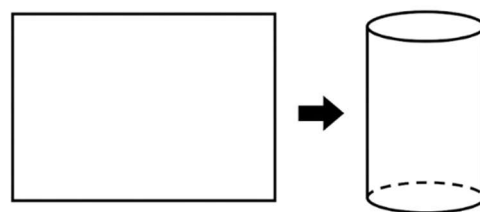


Trả lời:

Bài làm

[illegible]

Ví dụ 2: Một người thợ muốn làm một thùng đựng nước hình trụ từ một tấm tôn hình chữ nhật có chu vi bằng 180 cm bằng cách cuộn tấm tôn lại theo chiều dọc (hai mép chiều cao khít nhau). Thể tích lớn nhất của lon nước có bằng bao nhiêu centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



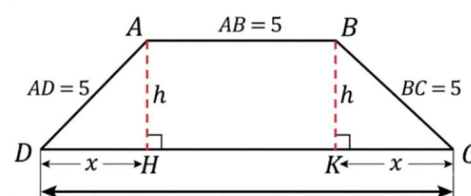
Trả lời:

Bài làm

This image shows a full page of white paper with horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no margins, text, or other markings on the page.

Ví dụ 3: Cho hình thang có đáy nhỏ và cạnh bên bằng nhau và bằng 5 m . Tìm diện tích lớn nhất của hình thang cân đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Trả lời:



Bài làm

[illegible]

DẠNG 2. TỐI ƯU HÓA QUẢNG NGÃNH NHẤT, THỜI GIAN NGẮN NHẤT

☺ Một số công thức cần nhớ

1. Chuyển động đều

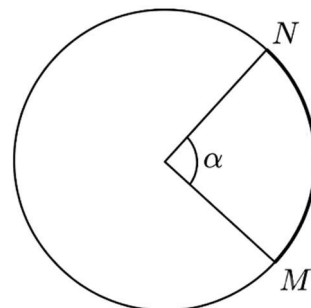
Trong các bài toán chuyển động đều ta luôn có hệ thức sau:

$$\text{Quãng đường} = \text{Vận tốc} \times \text{Thời gian}$$

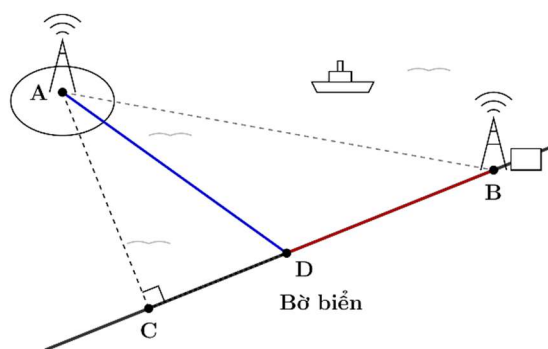
2. Độ dài cung tròn

Một cung tròn của đường tròn bán kính R và có số đo góc ở tâm là α (đơn vị: radian) thì có độ dài l được tính bằng công thức: $l = R \cdot \alpha$

Công thức chuyển đổi: $\alpha \text{ (rad)} = \beta^{\circ} \cdot \frac{\pi}{180}$



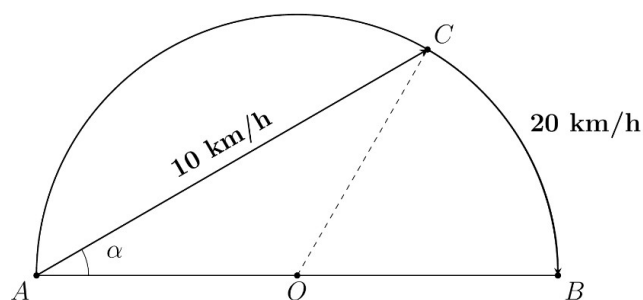
Ví dụ 4: Một công ty viễn thông đang thiết kế một đường cáp quang để kết nối mạng từ một trạm phát trên đảo A cách bờ biển 10 km đến một trạm thu B trên đất liền. Đường cáp có thể nối trực tiếp từ A đến B hoặc nối từ A đến một điểm trung chuyển D nằm trên đoạn bờ biển BC , rồi tiếp tục nối từ D đến B . Biết khoảng cách $BC = 20$ km và $\widehat{ACB} = 90^{\circ}$; chi phí lắp đặt mỗi km cáp quang ngầm dưới biển và trên đất liền tương ứng bằng 500 và 200 (đơn vị: triệu đồng). Hỏi chi phí lắp đặt đường cáp thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

Bài làm

Ví dụ 5: Tại một khu du lịch sinh thái ngập nước, có một khu vực hồ dạng nửa đường tròn với bán kính 10 km, đường kính AB. Một kiểm lâm viên xuất phát từ điểm A, chèo xuồng kayak trên mặt hồ theo một đường thẳng đến điểm C nằm trên mép bờ hồ với vận tốc 10 km/h. Sau đó, người này lên bờ và đạp xe địa hình dọc theo mép hồ đến điểm B với vận tốc 20 km/h. Hỏi thời gian lớn nhất người này có thể mất để đi từ A đến B là bao nhiêu (*thời gian tính bằng giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?



Trả lời:

Bài làm

DẠNG 3. TỐI ƯU HÓA DOANH THU LỢI NHUẬN CHI PHÍ

☺ Một số công thức cần nhớ

1. Các hàm số cốt lõi

- x : Số lượng sản phẩm ($x > 0$).
- $C(x)$: Hàm chi phí tổng.
- $p(x)$: Hàm giá bán ($p(x) > 0$).
- $R(x)$: Hàm doanh thu $R(x) = x \cdot p(x)$
- $P(x)$: Hàm lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$

2. Đại lượng biên



- $C'(x)$ (**Chi phí biên**): Chi phí cần thêm để sản xuất sản phẩm thứ $x + 1$.
- $P'(x)$ (**Lợi nhuận biên**): Lợi nhuận kiếm thêm được từ sản phẩm thứ $x + 1$.

3. Bài toán tối ưu lợi nhuận

Dựa vào dấu của $P'(x)$ để quyết định:

- $P'(x) > 0$: Lợi nhuận đang tăng $\Rightarrow$ **Tiếp tục sản xuất.**
- $P'(x) < 0$: Lợi nhuận giảm (lỗ) $\Rightarrow$ **Dừng sản xuất.**
- $P'(x) = 0$: Điều kiện cần để **đạt lợi nhuận tối đa.**

Ví dụ 6: Một tiệm bánh thủ công sản xuất x chiếc bánh kem cao cấp trong mỗi tháng. Tổng chi phí hoạt động (bao gồm nguyên liệu, nhân công và mặt bằng) để làm ra x chiếc bánh được cho bởi hàm số $C(x) = 20000 + 540x - 3,2x^2 + 0,002x^3$ (nghìn đồng). Để kích cầu, tiệm áp dụng chính sách điều chỉnh giá bán dựa trên số lượng bánh cung cấp ra thị trường. Giá bán của mỗi chiếc bánh phụ thuộc vào sản lượng x và được tính bằng công thức $p(x) = 1500 - 5x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng tiệm nên sản xuất bao nhiêu chiếc bánh để đạt được lợi nhuận cao nhất? Giả sử tất cả số bánh làm ra đều được bán hết.

Trả lời:

Bài làm

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal blue dashed lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page, providing a guide for handwriting practice. There are no other markings or text on the page.

Ví dụ 7: Một công ty du lịch có một chiếc du thuyền với sức chứa tối đa 100 hành khách. Giá vé trọn gói hiện tại là 5 triệu đồng/người và với mức giá này, mọi vé đều được bán hết. Để tăng lợi nhuận, công ty dự định sẽ tăng giá vé thêm 500 nghìn đồng/người, tuy nhiên nếu tăng giá như vậy thì sẽ có 8 hành khách hủy vé (không mua nữa). Hỏi công ty du lịch này nên bán ra bao nhiêu vé để doanh thu đạt mức lớn nhất?

Trả lời:

Bài làm

DẠNG 4. TỐI ƯU HÓA VỀ TỐC ĐỘ THAY ĐỔI CỦA 1 ĐẠI LƯỢNG

☺ Một số công thức cần nhớ

1. Xác định sự thay đổi và tốc độ thay đổi trung bình

Giả sử một đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng x theo hàm số $y = f(x)$.

Khi x thay đổi từ x_1 đến x_2 , ta có:

- Độ biến thiên của x là $\Delta x = x_2 - x_1$.
- Sự thay đổi tương ứng của y là $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$.

Lúc này, tỉ số $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ được gọi là **tốc độ thay đổi trung bình** của y đối với x trên đoạn $[x_1; x_2]$.

$\Rightarrow$ Tỉ số này cho biết trung bình mỗi đơn vị thay đổi của x thì y thay đổi bao nhiêu.

2. Thiết lập khái niệm tốc độ thay đổi tức thời thông qua đạo hàm

Để biết y thay đổi nhanh hay chậm tại chính xác một thời điểm hoặc một vị trí x_1 cụ thể, ta xét khoảng thay đổi Δx rất nhỏ (tiến dần về 0).

Ta lấy giới hạn của tốc độ thay đổi trung bình: $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{x_2 \rightarrow x_1} \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Giới hạn này được gọi là **tốc độ thay đổi tức thời** của y tại điểm $x = x_1$.

Về mặt toán học, giới hạn này chính là đạo hàm của hàm số tại x_1 .

Tóm lại, đạo hàm $f'(a)$ là tốc độ thay đổi tức thời của đại lượng $y = f(x)$ tại điểm $x = a$

3. Ứng dụng tốc độ thay đổi tức thời vào các lĩnh vực

Bản chất của đạo hàm cho phép ta chuyển hoá các bài toán thực tiễn thành mô hình toán học để tính toán sự thay đổi:

- **Trong Vật lý:** Nếu $s = s(t)$ là hàm vị trí của một vật theo thời gian t , thì đạo hàm $v = s'(t)$ là vận tốc tức thời của vật đó. Tiếp tục đạo hàm vận tốc theo thời gian, ta có gia tốc tức thời $a(t) = v'(t) = s''(t)$.
- **Trong Hoá học:** Nếu $C = C(t)$ là nồng độ của chất tham gia phản ứng tại thời điểm t , thì đạo hàm $C'(t)$ biểu thị tốc độ phản ứng tức thời.
- **Trong Sinh học:** Nếu $P = P(t)$ là số lượng cá thể trong một quần thể, thì đạo hàm $P'(t)$ chính là tốc độ tăng trưởng tức thời của quần thể đó.
- **Trong Kinh tế:** Nếu $C = C(x)$ là hàm tổng chi phí để sản xuất x đơn vị hàng hoá, thì đạo hàm $C'(x)$ được gọi là chi phí biên. Chi phí biên $C'(x)$ mang ý nghĩa xấp xỉ với số tiền cần bỏ ra để sản xuất thêm đúng một đơn vị hàng hoá tiếp theo (đơn vị thứ $x + 1$).

Ví dụ 8: Sự lây lan của một loại virus cúm mùa tại một trường trung học phổ thông có 2000 học sinh được mô hình hóa bởi hàm số $P(t) = \frac{2000}{1 + 90e^{-0,5t}}$, trong đó $P(t)$ là số lượng học sinh bị nhiễm bệnh và t là số ngày kể từ khi phát hiện ca nhiễm đầu tiên. Hỏi vào ngày thứ bao nhiêu thì tốc độ lây lan của virus cúm trong trường học là lớn nhất? (Kết quả t làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

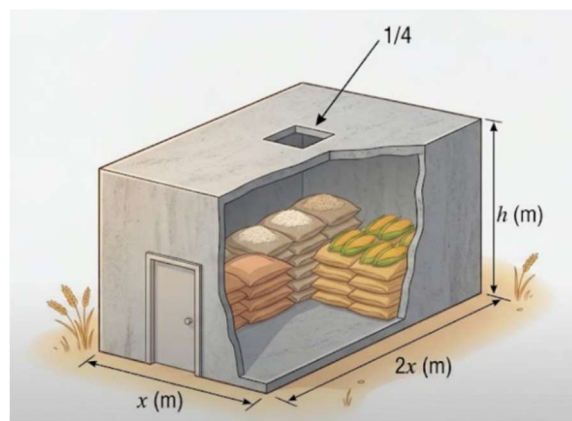
Bài làm

PHẦN II. BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Một cửa hàng cá cảnh muốn đặt làm một hồ nuôi cá bằng kính cường lực có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy. Do không gian trưng bày, hồ cá cần có thể tích là 36 m^3 , đáy hồ có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và chiều rộng không quá 3 m . Biết rằng chi phí kính và công lắp đặt cho mỗi mét vuông diện tích bề mặt là $800\,000$ (đồng). Gọi $x \text{ (m)}$ là chiều rộng của hồ cá, ta có $0 < x \leq 3$.

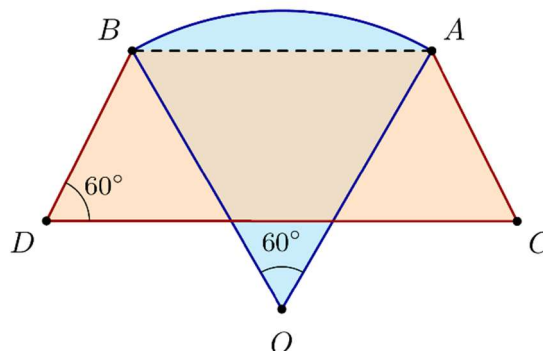
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Chiều cao của hồ cá tính theo x là $h = \frac{12}{x^2} \text{ (m)}$.	☐	☐
b)	Tổng diện tích kính cần sử dụng để làm hồ cá là $S = 3x^2 + \frac{96}{x} \text{ (m}^2\text{)}$.	☐	☐
c)	Để tổng chi phí vật liệu là thấp nhất thì chiều rộng của hồ cá phải bằng 2 m .	☐	☐
d)	Với ngân sách 35 triệu đồng, cửa hàng hoàn toàn đủ chi phí để làm hồ cá có thể tích như mong muốn trên.	☐	☐

Câu 2: Để bảo quản nông sản sau thu hoạch, một hợp tác xã cần xây dựng một kho chứa hình hộp chữ nhật có thể tích $V = 12 \text{ m}^3$ với chiều dài gấp đôi chiều rộng là $x \text{ (m)}$. Toàn bộ phần đáy, các mặt xung quanh và trần kho đều được đổ bê tông kiên cố. Phần trần kho để hở một ô thoáng hình vuông để lắp quạt thông gió có diện tích bằng $\frac{1}{4}$ diện tích trần kho. Biết rằng chi phí nhân công và vật liệu là $1500\,000$ đồng/ m^2 tính theo diện tích xây dựng thực tế.



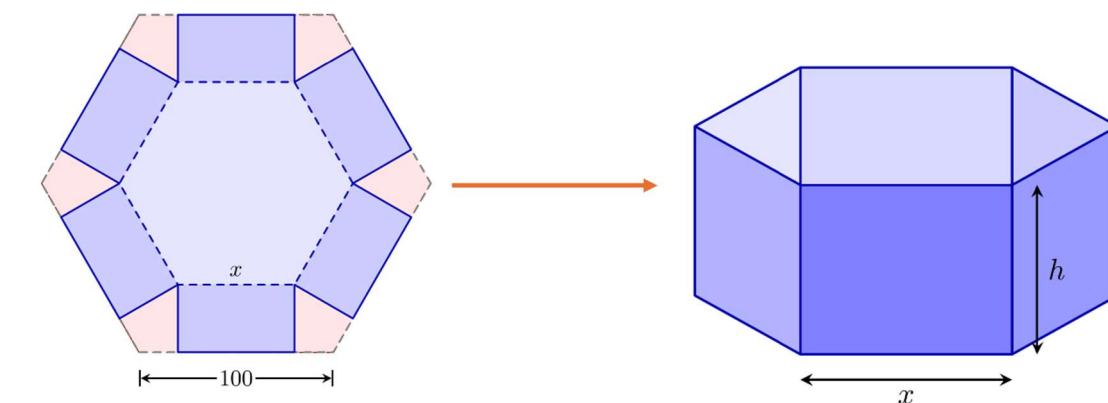
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Chiều dài của nhà kho là $2x \text{ (m)}$.	☐	☐
b)	Chiều cao của nhà kho là $h = \frac{6}{x} \text{ (m)}$.	☐	☐
c)	Tổng diện tích xây dựng thực tế của nhà kho là $S = \frac{7}{2}x^2 + \frac{36}{x} \text{ (m}^2\text{)}$.	☐	☐
d)	Chi phí thấp nhất mà hợp tác xã phải trả để xây dựng nhà kho là $46,9$ triệu/đồng(kết quả làm tròn đến hàng phần mười).	☐	☐

Câu 3: Một bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài 600 cm để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ. Biết phần dưới là một hình thang cân có cạnh đáy nhỏ bằng r , hai cạnh bên đều bằng h và góc ở đáy bằng 60° ; phần trên là một hình quạt tròn có bán kính bằng r và góc ở tâm bằng 60° .



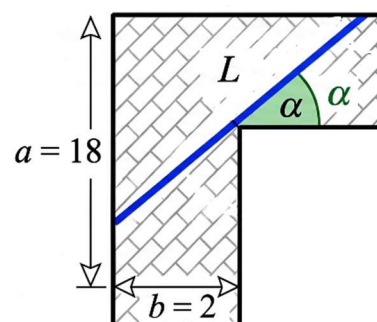
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Diện tích của hình quạt tròn là $S_1 = \frac{\pi}{6} r^2$ (cm ²).	☐	☐
b)	Mối liên hệ giữa h và r là $h = 200 - \frac{3+\pi}{9} r$ (cm).	☐	☐
c)	Khi $r = 60$ cm thì diện tích toàn phần của khung cửa sổ nằm trong khoảng (18000;19000) (cm ²).	☐	☐
d)	Gọi r_0 là giá trị của bán kính r để diện tích của khung cửa sổ đạt giá trị lớn nhất, khi đó $r_0 \in (75;76)$.	☐	☐

Câu 4: Một tấm tôn hình lục giác đều có cạnh bằng 100 cm. Người ta cắt ở sáu góc của tấm tôn sáu tứ giác bằng nhau, rồi gấp sáu phần hình chữ nhật còn lại lên vuông góc với đáy để tạo thành một chiếc hộp hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Gọi x (cm) là độ dài cạnh đáy của chiếc hộp ($0 < x < 100$).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Chiều cao của chiếc hộp được tính bằng công thức $h = \frac{\sqrt{3}}{2} (100 - x)$ (cm).	☐	☐
b)	Thể tích của chiếc hộp được tính bằng công thức $V = \frac{9}{4} x^2 (100 - x)$ (cm ³).	☐	☐
c)	Giá trị của x để thể tích chiếc hộp lớn nhất là $x = 50$ (cm).	☐	☐
d)	Thể tích lớn nhất của chiếc hộp bằng $\frac{1000000}{3}$ (cm ³).	☐	☐

Câu 5: Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 18$ và $b = 2$. Gọi α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) là góc tạo bởi chiếc sào và mép tường ngang.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
---------------------------------------	--	------	-----

a)	Chiều dài của chiếc sào được biểu diễn theo biến α là hàm số $L(\alpha) = \frac{18}{\sin \alpha} + \frac{2}{\cos \alpha}.$	☐	☐
b)	Đạo hàm $L'(\alpha) = 0$ khi và chỉ khi $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt[3]{9}}.$	☐	☐
c)	Chiều dài ngắn nhất của cái sào thỏa mãn điều kiện xấp xỉ 24,6 (làm tròn đến hàng phần mười).	☐	☐
d)	Nếu thay đổi kích thước hành lang sao cho $a = b = 2$ thì chiếc sào thỏa mãn điều kiện có chiều dài ngắn nhất bằng 4.	☐	☐

Câu 6: Một công ty du lịch Việt Travel tổ chức tour Phú Quốc.

- + Nếu đặt giá 8 triệu đồng/người, mỗi tháng có 1000 khách.
- + Khảo sát cho biết: mỗi khi tăng giá thêm 0,5 triệu đồng/người thì mất 50 khách/tháng.
- + Biết chi phí cố định/tháng là 2000 triệu đồng (2 tỷ) và chi phí biến đổi là 4 triệu đồng/khách.
- + Biết rằng giá tour du lịch có thể tăng hoặc giảm tùy điều kiện kinh tế thời điểm đó.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi tour du lịch Phú Quốc, x là số khách hàng. Giá của mỗi tour du lịch Phú Quốc tính theo x biểu thị bằng $p(x) = 18 - 0,01x$.	☐	☐
b)	Gọi R (triệu đồng/tháng) là doanh thu với x là số khách hàng. Khi đó hàm doanh thu là $R(x) = 18x - 0,01x^2$ với $0 \leq x \leq 1000$.	☐	☐
c)	Gọi C (triệu đồng/tháng) là chi phí với x là số khách hàng. Khi đó hàm chi phí là $C(x) = 2000 + 4x$ (triệu đồng/tháng) với $0 \leq x \leq 1800$.	☐	☐
d)	Lợi nhuận tối đa mỗi tháng của công ty là 2900 triệu đồng.	☐	☐

Câu 7: Quán cà phê "Gió" hiện đang bán một loại thức uống đặc biệt với giá 40 nghìn đồng/li. Trung bình mỗi tháng quán bán được 20 nghìn li. Chủ quán dự định tăng giá bán để cải thiện lợi nhuận. Sau khi khảo sát thị trường, chủ quán nhận thấy nếu cứ tăng thêm 1 nghìn đồng so với giá hiện tại thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 500 li. Biết rằng chi phí nguyên vật liệu và vận hành để pha 1 li cà phê là 20 nghìn đồng, và gọi x (nghìn đồng) là số tiền cần tăng giá thêm cho mỗi li.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Nếu quán không tăng giá, doanh thu trung bình mỗi tháng đạt được là 800 triệu đồng.	☐	☐
b)	Nếu quán tăng giá 1 li cà phê lên 44 nghìn đồng, khi đó trung bình mỗi tháng quán bán được 18 nghìn li.	☐	☐
c)	Nếu trung bình mỗi tháng quán bán được 15 nghìn li cà phê, khi đó lợi nhuận mỗi tháng của quán là 400 triệu đồng.	☐	☐
d)	Nếu chủ quán điều chỉnh tăng giá 1 li lên $40 + x$ nghìn đồng sao cho lợi nhuận thu được là lớn nhất, thì lợi nhuận trung bình hàng năm từ loại thức uống này lớn hơn 5 tỉ đồng/năm.	☐	☐

Câu 8: Một doanh nghiệp chuyên lắp ráp và phân phối hệ thống lọc nước công nghiệp có năng suất tối đa là 100 hệ thống/tháng. Doanh thu từ việc bán x hệ thống ($x \in \mathbb{N}, 0 < x \leq 100$) được cho bởi hàm số

$R(x) = 500x$ (đơn vị: triệu đồng). Chi phí sản xuất $C(x)$ (đơn vị: triệu đồng) phụ thuộc vào số lượng hệ thống được lắp ráp như sau: $C(x) = \begin{cases} 300x + 1000 & \text{khi } 0 \leq x \leq 40 \\ 2x^2 + 180x + 2600 & \text{khi } 40 < x \leq 100 \end{cases}$

Để hỗ trợ các doanh nghiệp phát triển công nghệ môi trường, Nhà nước áp dụng mức thuế thu nhập doanh nghiệp như sau:

+ Nếu lợi nhuận trước thuế từ 5 tỷ đồng trở xuống: Miễn thuế (0% thuế).

+ Nếu lợi nhuận trước thuế trên 5 tỷ đồng: Đánh thuế 20% cho phần vượt quá 5 tỷ đồng.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số biểu diễn lợi nhuận trước thuế của doanh nghiệp khi $40 < x \leq 100$ là $P(x) = -2x^2 + 320x - 2600$.	☐	☐
b)	Nếu doanh nghiệp lắp ráp và bán được 40 hệ thống trong một tháng thì sẽ được miễn thuế thu nhập doanh nghiệp.	☐	☐
c)	Lợi nhuận trước thuế của doanh nghiệp đạt giá trị lớn nhất khi sản xuất 80 hệ thống.	☐	☐
d)	Lợi nhuận sau thuế lớn nhất mà doanh nghiệp có thể đạt được trong một tháng là 10,2 tỷ đồng.	☐	☐

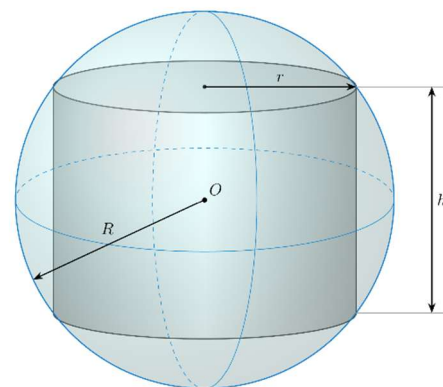
Câu 9: Một dự án xử lý nước thải của khu công nghiệp đánh giá hiệu quả kinh tế dựa trên tỉ lệ phần trăm chất độc hại được lọc sạch là p (với điều kiện thực tế $0 \leq p < 100$). Lợi ích kinh tế thu được từ việc bán lại nước tái sinh và cải thiện môi trường được ước lượng theo hàm $B(p) = 4p$ (tỷ đồng). Tuy nhiên, chi phí vận

hành máy móc để lọc nước tuân theo hàm $C(p) = \frac{64p}{100-p}$ (tỷ đồng). Xét hàm số hiệu quả kinh tế thuần

$$E(p) = B(p) - C(p).$$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Khi ban quản lý cố gắng lọc sạch hoàn toàn 100% chất độc hại, chi phí vận hành $C(p)$ sẽ phình to ra đến vô cực, được thể hiện qua đường tiệm cận đứng $p = 100$	☐	☐
b)	Tốc độ thay đổi của chi phí xử lý là một hằng số không đổi, nghĩa là việc lọc thêm 1% chất độc ở giai đoạn $p = 10\%$ hay $p = 90\%$ đều tốn thêm một lượng tiền như nhau.	☐	☐
c)	Trong giới hạn thực tế cho phép, dự án đạt hiệu quả kinh tế cao nhất khi khu công nghiệp đặt chỉ tiêu lọc sạch đúng 60% lượng chất độc hại.	☐	☐
d)	Nếu khu công nghiệp quyết định nâng chỉ tiêu lọc sạch từ 60% lên 80%, hiệu quả kinh tế thuần $E(p)$ vẫn tiếp tục tăng trưởng đi lên nhờ giá trị môi trường mang lại.	☐	☐

Câu 10: Một công ty công nghệ chế tạo một mẫu đèn ngủ thông minh dạng hình cầu có bán kính $R = 6\sqrt{3}$ cm. Bên trong quả cầu, nhà sản xuất cần đặt một lõi hợp kim nhôm có dạng khối trụ để chứa bo mạch điện tử và đóng vai trò như một bộ tản nhiệt. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của lõi trụ ($0 < h < 12\sqrt{3}$, $0 < r < 6\sqrt{3}$).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Thể tích của lõi trụ tản nhiệt được biểu diễn theo chiều cao h bằng hàm số $V(h) = \pi \left(108 - \frac{h^2}{4} \right) h$.	☐	☐
b)	Thể tích lớn nhất của lõi trụ tản nhiệt có thể đạt được là $864\pi \text{ cm}^3$.	☐	☐
c)	Khi lõi trụ đạt thể tích lớn nhất, nhà sản xuất đã thiết kế sao cho đường kính đáy của khối trụ bằng chính chiều cao của nó.	☐	☐
d)	Cho dù công ty có thay đổi kích thước vỏ cầu to hay nhỏ hơn (thay đổi R), thì để tối ưu hóa không gian cho lõi trụ, phần không gian trống bên trong vỏ cầu luôn chiếm một tỉ lệ không là 42,3% (đơn vị phần trăm và làm tròn đến hàng phần chục)	☐	☐

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 11: Ông B dự định sử dụng hết $6m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Hỏi ông B có thể làm được bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu m^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

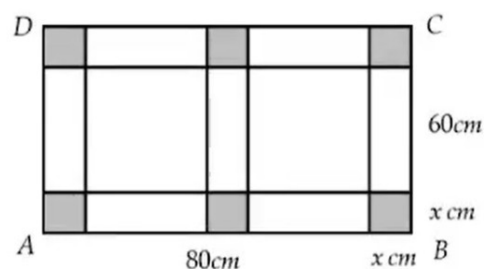
Câu 12: Một nhóm bạn đi picnic muốn cắm trại qua đêm. Biết trại cắm là một hình chóp đỉnh S cách đều các chân trại A, B, C một đoạn bằng $4m$. Biết đáy trại là một tam giác vuông tại A và $AB = 2m$. Nhóm muốn cắm trại sao cho thể tích của trại là lớn nhất cho không gian thoải mái. Khi đó độ dài AC bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 13: Ông Dương muốn làm một cái phễu hình nón có thể tích bằng $9\pi\sqrt{2}$. Ông Dương muốn dùng tôn để làm phần mặt xung quanh của phễu. Hỏi bán kính đáy của cái phễu bằng bao nhiêu để diện tích tôn mà ông Dương cần dùng là nhỏ nhất?

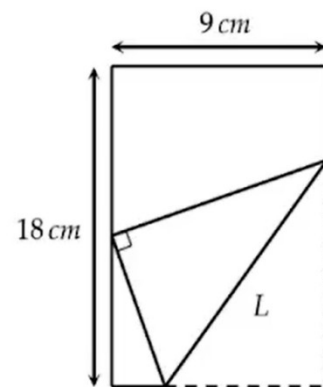
Trả lời:

Câu 14: Cho một tấm bìa hình chữ nhật có chiều dài $AB = 80\text{ cm}$, chiều rộng $BC = 60\text{ cm}$. Người ta cắt 6 hình vuông bằng nhau như hình vẽ, mỗi hình vuông cạnh bằng $x\text{ cm}$, rồi gấp tấm bìa lại như hình vẽ để được một hộp quà có nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



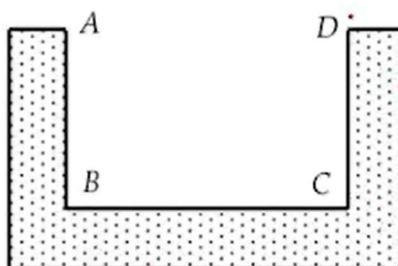
Trả lời:

Câu 15: Một mảnh giấy hình chữ nhật có chiều dài 18 cm và chiều rộng 9 cm . Thực hiện thao tác gấp góc dưới bên phải sao cho đỉnh được gấp nằm trên cạnh chiều dài còn lại (như hình vẽ). Hỏi chiều dài L tối thiểu của nếp gấp là bao nhiêu cm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



Trả lời:

Câu 16: Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48\text{ m}^2$.



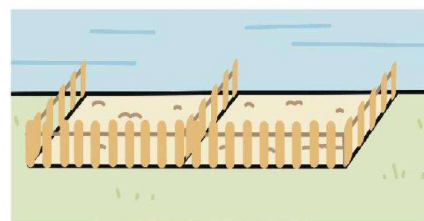
Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu mét (biết chiều rộng phải dưới 1 m , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 17: Anh Trung có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 288 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (hình vẽ). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 18 m , hỏi chiều dài của khu đất này bằng bao nhiêu mét để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?

Trả lời:

Câu 18: Một người nông dân có 18000000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 20000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào (đơn vị: ha).

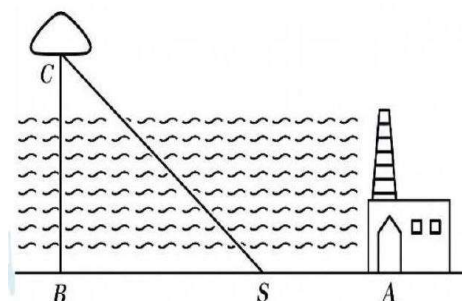


Trả lời:

Câu 19: Công ty mỹ phẩm chuẩn bị cho ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế là một khối cầu như viên ngọc trai khổng lồ, bên trong là một khối trụ nằm trong khối cầu để đựng kem dưỡng da như hình vẽ. Nhà sản xuất dự định thiết kế khối cầu có bán kính là $R = 4\sqrt{3}$ cm. Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem (đơn vị: cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

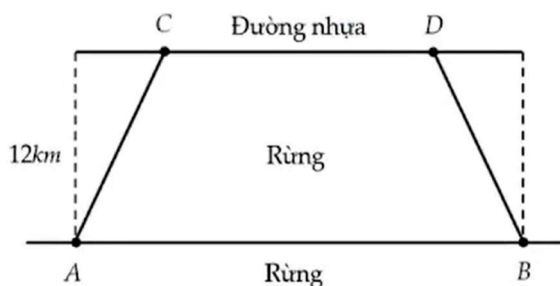
Trả lời:

Câu 20: Một đường nước sạch được nối từ một nhà máy nước ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C , khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 12 km, khoảng cách từ B đến A dài 40 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây. Biết rằng mỗi km đường ống đặt dưới nước chi phí mất 500000 đồng, còn đặt dưới đất chi phí mất 300000 đồng. Chi phí thấp nhất cần bỏ ra để lắp đặt đường ống từ nhà máy A đến đảo C là bao nhiêu triệu đồng?



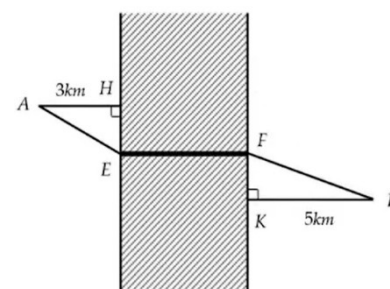
Trả lời:

Câu 21: Một người đưa thư đang ở điểm A , cách điểm B một đoạn đường xuyên rừng dài 60 km. Trong rừng, người này chỉ có thể di chuyển với vận tốc 25 km/h, và người này cần đến B trong tối đa 2,25 giờ. May mắn thay, có một con đường nhựa cách đoạn AB một khoảng 12 km, chạy song song với nó. Trên đường nhựa, người này có thể di chuyển với vận tốc 45 km/h. Biết rằng, nếu di chuyển trên đường nhựa thì người đó sẽ đi theo đường gấp khúc dạng hình thang cân $ACDB$. Hỏi thời gian ngắn nhất để người đưa thư đi từ A đến B là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



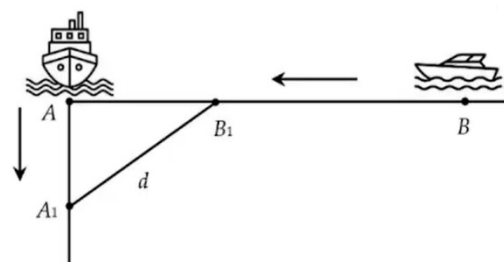
Trả lời:

Câu 22: Hai trạm thu phát sóng ở hai vị trí A và B nằm về hai phía của một thung lũng. Trạm A cách thung lũng một khoảng là 3 km, trạm B cách thung lũng một khoảng là 5 km. Một tuyến cáp quang EF được thiết kế nối hai điểm đối diện nhau trên bờ thung lũng sao cho $HE + KF = 15$ km và độ dài EF không đổi (được mô hình hóa như hình vẽ bên dưới). Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



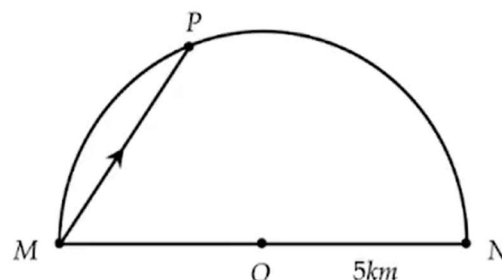
Trả lời:

Câu 23: Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 6 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 5 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 6 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là ngắn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



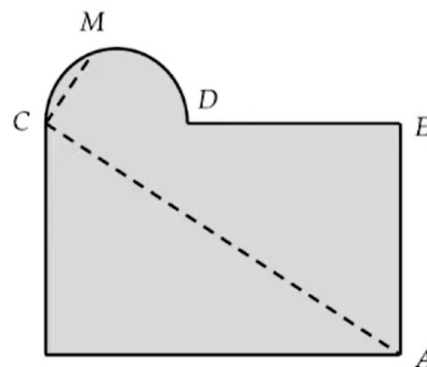
Trả lời:

Câu 24: Cho một bờ hồ có dạng nửa đường tròn bán kính bằng 5 km, đường kính MN như hình vẽ sau: Một người Eskimo xuất phát từ điểm M , trượt bằng thuyền kayak trên băng với vận tốc 5 km/h đến điểm P trên bờ hồ, rồi chạy bộ trên băng theo mép hồ đến điểm N với vận tốc 8 km/h. Hỏi thời gian lớn nhất người Eskimo có thể mất để đi từ M đến N là bao nhiêu (thời gian tính bằng giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



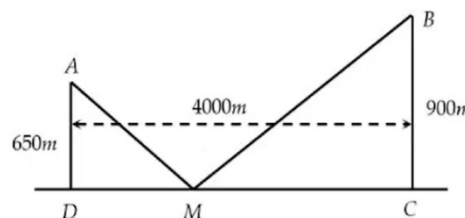
Trả lời:

Câu 25: Bạn Khoa thường đi bơi ở hồ Skylake, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 30m, chiều rộng 18m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 14 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM , với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi đến điểm E để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình (tham khảo hình vẽ). Biết rằng vận tốc bơi của Khoa là 3,2 km/h, vận tốc đi bộ là 6,4 km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



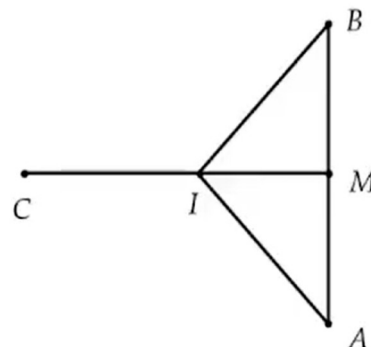
Trả lời:

Câu 26: Có hai trường học cùng ở bên phải một con kênh. Người ta đo được khoảng cách từ cổng trường A và B của hai trường học đó đến con kênh lần lượt là $AD = 650$ m, $BC = 900$ m và $CD = 4000$ m. Người ta muốn xây dựng một trạm xe buýt nằm bên bờ kênh cho học sinh hai trường. Để tiết kiệm chi phí, người ta cần chọn vị trí M của trạm xe buýt đó trên đoạn CD sao cho tổng khoảng cách từ hai vị trí A, B đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất (đơn vị là mét) của tổng khoảng cách đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



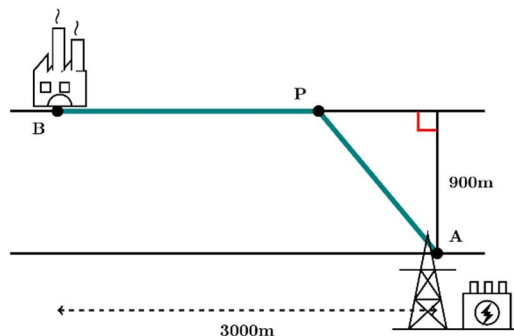
Trả lời:

Câu 27: Hai trạm khí tượng đặt tại các vị trí A và B cách nhau 8 km . Một trạm thu thập dữ liệu được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 6 km . Người ta muốn truyền dữ liệu từ trạm C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ) thông qua dây dẫn. Tổng độ dài dây dẫn nhỏ nhất bằng bao nhiêu km (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



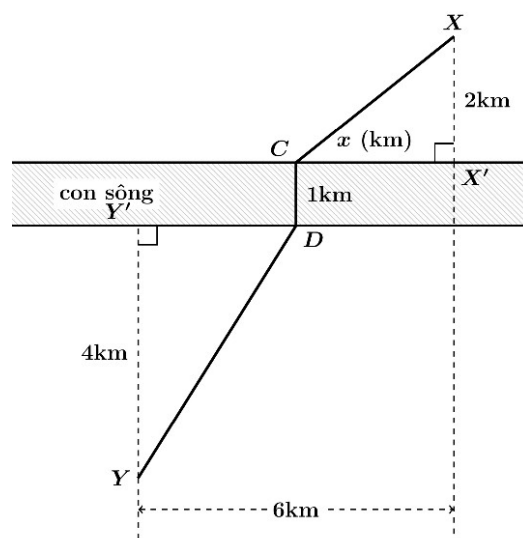
Trả lời:

Câu 28: Một đường cáp điện được kéo từ một trạm điện A ở một bên sông rộng 900 mét đến một nhà máy B ở bờ bên kia của sông, nhà máy cách trạm điện 3000 mét tính xuôi theo bờ sông. Đường cáp này được mô hình hóa thành đường gấp khúc APB như hình vẽ, trong đó đoạn PB đặt trên bờ sông. Giả định rằng tỉ lệ giữa chi phí để kéo 1 mét cáp dưới nước và chi phí kéo 1 mét cáp trên bờ bằng 1,25 . Hỏi để tiết kiệm chi phí nhất thì vị trí P cách nhà máy B bao nhiêu mét?



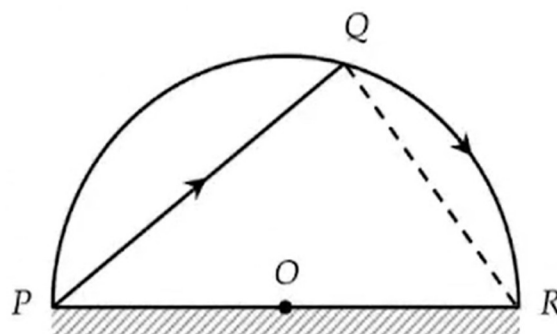
Trả lời:

Câu 29: Một con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y nằm ở hai bên đối diện của một con sông có chiều rộng 1 km . X cách sông 2 km và Y cách sông 4 km , khoảng cách giữa hai hình chiếu vuông góc của X và Y trên cùng một bên bờ sông là 6 km . Một cây cầu sẽ được xây dựng để cho phép giao thông đi qua sông. Vị trí của cây cầu CD cách XX' là x (km) . Tìm x để con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y là ngắn nhất.



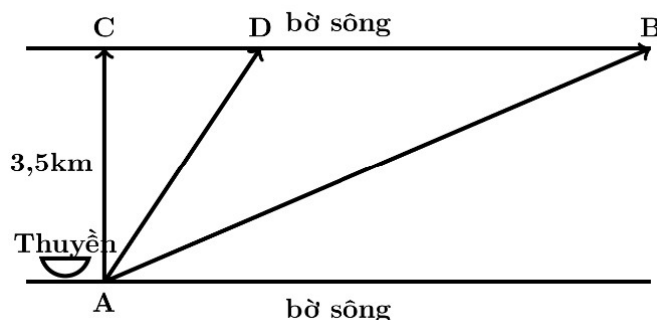
Trả lời:

Câu 30: Cho một bờ hồ hình bán nguyệt có bán kính bằng 4km , đường kính PR như hình vẽ sau: Từ điểm P anh Bắp chèo một chiếc thuyền với vận tốc 5 km / h đến điểm Q trên bờ hồ, rồi chạy bộ dọc theo thành hồ đến vị trí R với vận tốc 8 km / h . Thời gian lớn nhất mà anh Bắp di chuyển từ P đến R là bao nhiêu (thời gian tính bằng giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



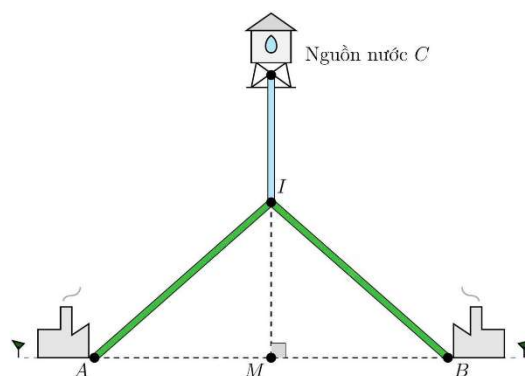
Trả lời:

Câu 31: Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng $3,5\text{ km}$, và muốn đến điểm B cách điểm C 7 km . Người này có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B . Hoặc anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy đến điểm B (hình minh họa). Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là 5 km/h (đã tính vận tốc nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là 9 km/h . Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



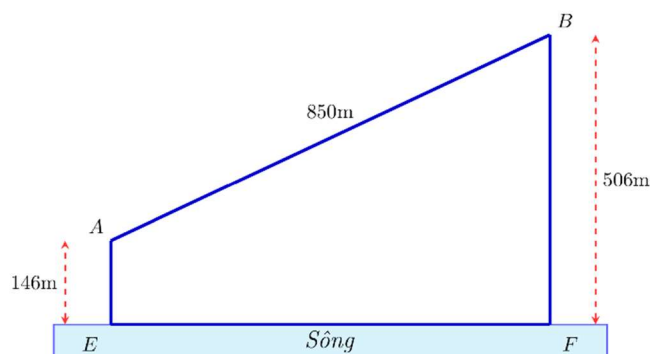
Trả lời:

Câu 32: Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km . Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB , cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km . Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Hỏi I cần cách C bao nhiêu km để tổng độ dài đường ống là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Trả lời:

Câu 33: Cho hai vị trí A, B cách nhau 850 m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 146 m và 506 m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Trả lời:

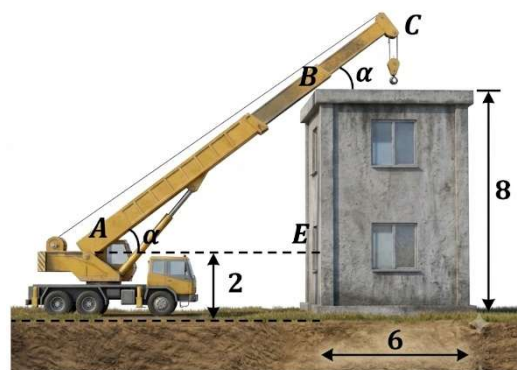
Câu 34: Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách là 250 km . Vận tốc dòng nước là $5(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ (trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng đơn vị Jun). Cá bơi ngược dòng quãng đường 250 km trong khoảng thời gian t với vận tốc bằng bao nhiêu km/h để năng lượng tiêu hao là thấp nhất?

Trả lời:

Câu 35: Một lối đi bộ xây bao quanh khu vực hình bán nguyệt có bán kính 30 mét. Một cái đèn cao áp được lắp trên nóc nhà cao tầng ở tâm của khu vực (tham khảo hình vẽ). Biết rằng cường độ chiếu sáng được cho bởi công thức $I = \frac{\sin \alpha}{S}$, trong đó s là khoảng cách từ nguồn sáng tới lối đi bộ và α là góc mà ánh sáng chiếu vào bề mặt. Hỏi độ cao của tòa nhà là bao nhiêu thì đèn được lắp sẽ chiếu sáng mạnh nhất cho lối đi bộ?

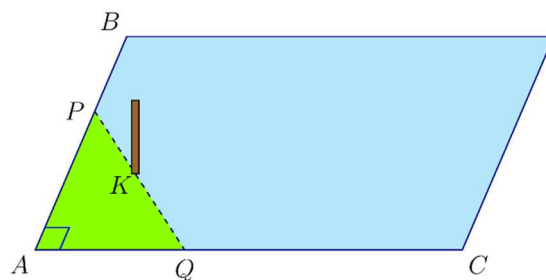
Trả lời:

Câu 36: Một cần cẩu bánh hơi được sử dụng để xây dựng một tòa nhà cao tầng mái bằng có chiều cao 8 m và chiều rộng 6 m. Đầu dưới của cánh tay nâng cách mặt đất một khoảng 2m và có thể xê xích cánh tay nâng một góc α ($0 < \alpha < 90^\circ$) so với phương ngang sao cho đầu trên của cánh tay nâng chiếu xuống theo phương thẳng đứng thì trùng với trung điểm của bề rộng (xem hình vẽ). Giả sử khu đất xây dựng đủ rộng, cần cẩu có thể di chuyển linh hoạt. Hỏi độ dài ngắn nhất của cánh tay nâng cần cẩu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



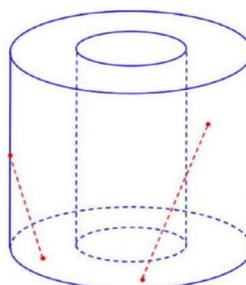
Trả lời:

Câu 37: Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 2m và cách bờ AC là 6m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bè (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào hai bờ AB, AC và cây cọc K (bỏ qua độ rộng của cây sào, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Trả lời:

Câu 38: Kể từ ngày dính chấn thương nghiêm trọng ở trận đấu cuối cùng tại AFF cup 2024, Xuân Sơn ngoài việc luyện tập để phục hồi cái chân phải của mình thì anh còn muốn dành nhiều thời gian vui chơi cùng các con nhỏ. Sơn muốn thiết kế một cái cốc hình trụ có thể chứa được tối đa 1 lít nước. Sau đó anh lấy một khối trụ đặc có bán kính 3 cm, cùng chiều cao với chiếc cốc và đặt vào bên trong cốc sao cho hai đường tròn đáy của hai hình trụ là đồng tâm. Kể đến Sơn đặt nhiều thanh thủy tinh nhỏ phát sáng có dạng đoạn thẳng vào cốc chứa đầy dung dịch màu. Biết rằng PQ là thanh thủy tinh có độ dài lớn nhất được bỏ vào cốc (không có điểm nào nhô ra khỏi mặt nước), tìm giá trị bé nhất của đoạn PQ (tính theo đơn vị cm, làm tròn đến hàng phần chục).



Trả lời:

Câu 39: Đội kỹ thuật sử dụng xe ô tô bán tải để đi từ TP.HCM lên Đà Lạt lắp đặt hệ thống lọc nước AO Smith. Để tính toán chi phí, quản lý đội đã mô hình hóa lượng nhiên liệu tiêu thụ ước tính theo hàm số

$G(x) = \frac{1}{100} \left(\frac{3000}{x} + x \right)$ (lít/km), với x (km/h) là vận tốc của xe (giả định rằng vận tốc này duy trì không đổi trong suốt quá trình di chuyển). Biết rằng giá nhiên liệu là 20 nghìn đồng/lít. Ngoài ra, quản lý cần trả công cho kỹ thuật viên lái xe với mức lương 500 nghìn đồng mỗi giờ, và quãng đường di chuyển dài 400km. Hỏi kỹ thuật viên phải duy trì vận tốc của xe bằng bao nhiêu km/h để tổng chi phí chuyến đi là thấp nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Trả lời:

Câu 40: Tại một hệ thống giáo dục, thầy N có một khóa học trực tuyến đặc biệt mà học phí của nó thay đổi theo thời gian. Sau t tháng kể từ khi ra mắt, học phí của khóa học đó thay đổi theo công thức

$p(t) = \frac{2t\sqrt{t}}{25} - t + 170$ (nghìn đồng). Tuy nhiên, nhu cầu đăng ký học cũng thay đổi theo học phí: Nếu học phí

là p (nghìn đồng), dự tính mỗi tháng thầy N sẽ bán được $D(p) = \frac{40000}{p}$ tài khoản học. Hỏi thầy N có thể bán

được tối đa bao nhiêu tài khoản khóa học trên trong một tháng?

Trả lời:

Câu 41: Một trung tâm bồi dưỡng văn hóa có 100 chỗ ngồi cho học sinh đăng ký lớp Toán với mức học phí là 5 triệu đồng/khóa. Với mức học phí này thì tất cả các chỗ đều có học sinh đăng ký. Để tăng lợi nhuận, trung tâm dự định sẽ tăng học phí thêm 500 nghìn đồng/khóa, tuy nhiên nếu tăng giá như vậy thì sẽ có 8 học sinh xin nghỉ học. Hỏi trung tâm này nên chốt số lượng bao nhiêu học sinh để doanh thu từ việc thu học phí là lớn nhất?

Trả lời:

Câu 42: Một nhóm giáo viên in tài liệu ôn thi môn Toán với chi phí in ấn là 25 nghìn đồng/cuốn và bán ra với giá 30 nghìn đồng/cuốn. Với giá bán này thì số sách bán được trong một tháng là 10000 cuốn. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ trong một tháng, nhóm dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng/cuốn thì số lượng sách bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 5000 cuốn. Nhóm phải định giá bán sách mới là bao nhiêu nghìn đồng một cuốn thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Trả lời:

Câu 43: Một đơn vị kinh doanh cung cấp dịch vụ bảo dưỡng và vệ sinh máy lọc nước tại khu vực Phan Văn Hớn. Khi đơn vị nhận làm với mức giá 250 nghìn đồng một máy thì mỗi tháng thực hiện được 100 máy. Đơn vị dự định có đợt giảm giá để kích cầu. Theo khảo sát, mỗi lần giảm giá 20 nghìn đồng một máy thì đơn vị sẽ nhận thêm được 10 máy. Hỏi đơn vị cần chốt mức giá mới là bao nhiêu nghìn đồng một máy để doanh thu trong một tháng là lớn nhất?

Trả lời:

Câu 44: Thầy N xuất bản một bộ sách "5 đề thực chiến 9+", đợt đầu in ra tương đương 1 tấn sách. Nếu thầy bán cho các đại lý với giá 30 nghìn đồng/kg sách thì sẽ bán hết, nếu giá bán cứ tăng thêm 5 nghìn đồng/kg thì số lượng sách ế sẽ tăng thêm 20kg. Số sách ế này được bán thanh lý cho cơ sở thu mua giấy với giá 10 nghìn đồng/kg. Hỏi doanh thu lớn nhất từ việc bán sách đợt này của thầy N là bao nhiêu triệu đồng?

Trả lời:

Câu 45: Một xưởng in nhận được một đơn đặt hàng in 10000 bộ tài liệu hình học không gian Oxyz cho một nhóm học tập sử dụng trong 1 năm. Xưởng này sở hữu một số máy in công nghiệp, mỗi máy có thể in 50 bộ trong một giờ. Chi phí thiết lập khởi động các máy này là 250 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động in sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho kỹ thuật viên giám sát là 200 nghìn đồng một giờ. Số máy in xưởng nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Trả lời:

Câu 46: Để đảm bảo hiệu quả của chiến dịch truyền thông, trưởng nhóm marketing quyết định xử lý các cộng tác viên không thực hiện đúng quy định "share and tag" (chia sẻ và gắn thẻ) bằng cách phạt tiền. Nhờ sự giám sát chặt chẽ, trưởng nhóm biết được rằng trong một đợt, tỉ lệ cộng tác viên vi phạm đúng k lần ($k = 1$ hoặc $k = 2$) là $t_k = \frac{N_k}{N}$ (trong đó N_k là số người vi phạm đúng k lần, N là tổng số cộng tác viên) và mức phạt có mối liên hệ như sau: Nếu mỗi người nộp phạt x nghìn đồng ($50 \leq x \leq 500$) khi vi phạm lần thứ nhất và nộp phạt $x + 50$ nghìn đồng khi vi phạm lần thứ hai thì tỉ lệ vi phạm lần lượt là $t_1 = \frac{64}{x+15}$ và $t_2 = \frac{8}{x-25}$ (giả sử không có ai vi phạm quá 2 lần trong một đợt). Biết rằng tổng số cộng tác viên bằng 2400, khi đó tổng số tiền nộp phạt trong một đợt ít nhất là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Trả lời:

Câu 47: Để chuẩn bị cho dự án lắp đặt hệ thống lọc nước công nghiệp tại khu vực Đà Lạt, anh Đạt đang tính toán các chi phí vận hành xe tải chở hàng. Lượng nhiên liệu diesel tiêu thụ của xe được ước tính theo hàm số $G(x) = \frac{250}{x} + \frac{x}{10}$ (lít/km), với x là vận tốc của xe (giả định vận tốc không đổi trong suốt chuyến đi). Biết giá dầu diesel là 17,5 nghìn đồng/lít. Ngoài ra, anh cần trả công cho thợ kỹ thuật đi cùng với mức lương 1,5 triệu đồng mỗi giờ, và quãng đường di chuyển từ TP.HCM lên Đà Lạt khứ hồi dài 640 km. Hỏi tài xế phải duy trì vận tốc bằng bao nhiêu km/h để tổng chi phí là thấp nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Trả lời:

Câu 48: Nhằm quảng bá cho khóa học luyện thi Toán 12 chuyên sâu, một trung tâm giáo dục tìm đến đơn vị chạy digital marketing. Qua khảo sát, trung tâm thấy rằng nếu chi ra x nghìn đô cho quảng cáo hàng năm, thì trung bình mỗi năm sẽ thu hút được khoảng $M(x) = 2300 + \frac{125}{x} - \frac{525}{x^2}$ học sinh đăng ký học. Hỏi trung tâm nên đầu tư bao nhiêu đô cho quảng cáo hàng năm để thu hút lượng học sinh lớn nhất?

Trả lời:

Câu 49: Chi phí để lắp ráp x chiếc máy trạm Dell Precision phục vụ cho một dự án phòng lab được mô hình hóa bởi hàm số $C(x) = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 53$ (nghìn đồng). Biết rằng tiến độ lắp ráp thay đổi theo thời gian t , với $x(t) = 0,2t^2 - 0,3t + 30$ chiếc máy sẽ được hoàn thiện sau t giờ kể từ khi bắt đầu. Hỏi sau bao nhiêu phút kể từ khi bắt đầu, tổng chi phí lắp ráp sẽ là nhỏ nhất?

Trả lời:

Câu 50: Bạn là người chuyên cung cấp thiết bị ngoại vi, và thầy N đang muốn mua một số lượng lớn chuột cơ học Logitech cho nhóm giáo viên biên soạn tài liệu để tăng hiệu suất và tránh mỏi tay. Nếu bán mỗi con chuột giá 850 nghìn đồng, thầy N sẽ mua 15 con. Nếu bạn giảm giá mỗi con chuột 20 nghìn đồng so với giá gốc, thầy N sẽ mua thêm 2 con nữa. Để có doanh thu lớn nhất, bạn cần bán chuột cho thầy N với giá bao nhiêu nghìn đồng mỗi con?

Trả lời:

Câu 51: Một nhóm giáo viên chuyên biên soạn bộ đề thi thử Toán thực tế đang cung cấp bản thảo cho các nền tảng giáo dục với mức giá 150 nghìn đồng/bộ, và trung bình mỗi năm các nền tảng đang mua 300 bộ. Nhóm dự định tăng giá, và ước tính nếu tăng thêm 100 nghìn đồng/bộ, mỗi năm số lượng mua sẽ giảm đi 100 bộ. Biết chi phí để duy trì server và hệ thống cho mỗi bộ tài liệu là 100 nghìn đồng, hỏi lợi nhuận tối đa mà nhóm có thể thu được mỗi năm là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Trả lời:

Câu 52: Thầy N muốn mở các lớp chuyên đề hình học không gian *Oxyz* với học phí là 250 nghìn đồng/khóa. Với mức học phí này, trung bình mỗi tháng thầy thu hút được 25 học sinh. Để tăng quy mô lớp học, thầy quyết định giảm học phí, và tính toán rằng cứ giảm 10 nghìn đồng thì mỗi tháng sẽ có thêm 5 học sinh đăng ký. Biết chi phí nền tảng tài liệu và vận hành cho mỗi học sinh là 125 nghìn đồng/khóa, thầy N nên đặt mức học phí là bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Trả lời:

Câu 53: Để hoàn thành dự án lắp đặt máy lọc nước tại khu vực Phan Văn Hớn, cửa hàng cần chuẩn bị 4000 bộ van áp cao. Xưởng gia công có tất cả 15 máy tiện CNC có thể lập trình, do kỹ sư trưởng trực tiếp giám sát (không bắt buộc dùng hết 15 máy). Mỗi máy gia công được 25 bộ van trong một giờ, chi phí thiết lập mỗi máy là 300 nghìn đồng, và chi phí thuê kỹ sư giám sát xưởng là 225 nghìn đồng/giờ. Hỏi chi phí gia công nhỏ nhất để sản xuất số van này là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 54: Để kiểm soát việc nộp bài tập về nhà môn Toán của nhóm học sinh lớp 12, thầy Đạt quyết định áp dụng hình thức phạt tiền vào quỹ lớp đối với những bạn nộp trễ hoặc xin nghỉ sai quy định. Trong một tháng, tỉ lệ học sinh bị phạt đúng k lần ($k=1$ hoặc $k=2$) là $t_k = \frac{N_k}{N}$. Nếu mỗi học sinh nộp quỹ x nghìn đồng ($10 \leq x \leq 200$) cho lần vi phạm thứ nhất và nộp $x+50$ nghìn đồng cho lần thứ hai thì tỉ lệ học sinh bị phạt lần lượt là $t_1 = \frac{5}{x-25}$ và $t_2 = \frac{5}{x+75}$ (giả sử không có ai vi phạm quá 2 lần/tháng). Biết tổng số học sinh trong nhóm là 25 em, tổng số tiền nộp quỹ đạt giá trị nhỏ nhất nếu mức phạt cho lần vi phạm thứ hai là bao nhiêu nghìn đồng?

Trả lời:

Câu 55: Tại khuôn viên một khu nghỉ dưỡng có sẵn một hàng rào đá cũ dài 15 m, người ta dự định quy hoạch một vườn hoa nền hình chữ nhật với diện tích 96 m². Biết rằng chi phí để tu sửa, làm mới hàng rào đá cũ dài 1 m bằng 40% giá xây 1 m hàng rào gạch mới; chi phí công phá dỡ hàng rào đá cũ dài 1 m và tận dụng đá đã gỡ ra để xây 1 m hàng rào gạch mới bằng 50% của giá công xây dựng với vật liệu gạch mới hoàn toàn. Hỏi trong

điều kiện như vậy, nên tận dụng giữ lại bao nhiêu mét hàng rào đá cũ để kinh phí thi công không lớn hơn 50% chi phí xây mới (làm tròn đến hàng phần chục)?

Trả lời:

Câu 56: Năm 2026, một nhà đầu tư mua một thùng rượu vang hảo hạng. Giá trị thị trường ước tính của thùng rượu này tuân theo hàm số $V(t) = 5000e^{0.8\sqrt{t}}$ (USD) sau t năm ($t = 0$ tính từ đầu năm 2026). Biết rằng, do sự biến động của dòng tiền, giá trị hiện tại $P(t)$ của một tài sản có giá trị $V(t)$ ở năm thứ t trong tương lai được tính theo công thức $P(t) = V(t) \cdot e^{-rt}$, với r là tỉ lệ suy giảm giá trị tính gộp liên tục. Giả sử tỉ lệ suy giảm này duy trì ổn định ở mức $r = 8\%$ /năm. Hỏi sau bao nhiêu năm thì giá trị hiện tại của thùng rượu đạt mức lớn nhất? (Kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 57: Năm 2026, một nhà đầu tư quyết định mua một khu rừng trồng kỳ nam (trâm hương) với kì vọng giá trị sẽ tăng mạnh theo thời gian khi cây trưởng thành và tạo trầm. Giá trị thị trường ước tính của khu rừng này tuân theo hàm số $V(t) = 2000e^{1.2\sqrt{t}}$ (Triệu VNĐ) sau t năm ($t = 0$ tính từ đầu năm 2026). Tuy nhiên, do lạm phát, sức mua của đồng tiền sụt giảm liên tục. Tỉ lệ lạm phát (trượt giá) duy trì ổn định ở mức 10%/năm và được tính gộp liên tục. Biết rằng nhà đầu tư muốn tối đa hóa giá trị hiện tại của khu rừng. Hỏi sau bao nhiêu năm thì nhà đầu tư nên khai thác và bán khu rừng này? (Kết quả làm tròn tới hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 58: Trong Tin học, thời gian thực thi $E(n)$ (tính bằng giây) của một thuật toán tỉ lệ thuận với kích thước dữ liệu và tỉ lệ nghịch với độ phức tạp của thuật toán, được tính theo công thức $E(n) = \frac{\lambda \cdot n}{P(n)}$. Trong đó, n là số lượng dữ liệu đưa vào ($n \in \mathbb{N}, n > 1$), $P(n)$ là độ phức tạp của thuật toán và λ là tham số dương. Thuật toán có thời gian thực thi càng nhỏ thì được xem là càng hiệu quả. Khi giải bài toán X, thuật toán A có độ phức tạp $P_A(n) = \log_2 n$ và khi chạy với $n = 256$, máy tính mất 0,08 giây. Một thuật toán B để giải bài toán X có độ phức tạp $P_B(n) = \sqrt{n}$ và khi chạy với $n = 1024$, máy tính mất 0,16 giây. Hỏi với số lượng dữ liệu n nguyên dương bằng bao nhiêu trở lên thì thuật toán B luôn hiệu quả hơn thuật toán A?

Trả lời:

Câu 59: Một công ty công nghệ đang thử nghiệm hai thuật toán A và B để xử lý cùng một cơ sở dữ liệu lớn chứa n bản ghi (n là số nguyên dương). Thời gian thực thi của thuật toán A và thuật toán B lần lượt được xác định bởi hai hàm số $E_A(n) = \frac{\lambda_A \cdot n}{\ln n}$ và $E_B(n) = \frac{\lambda_B \cdot \sqrt{n}}{\ln n}$ (đều tính bằng giây), với các hằng số đặc trưng $\lambda_A = \frac{0,02 \cdot \ln 300}{300}$ và $\lambda_B = \frac{0,02 \cdot \ln 400}{20}$. Biết rằng một thuật toán được coi là tối ưu hơn khi nó có thời gian thực thi ngắn hơn. Tìm số lượng bản ghi lớn nhất để thuật toán A vẫn có thời gian xử lý ngắn hơn hoặc bằng thuật toán B.

Trả lời:

Câu 60: Để đảm bảo an toàn cho buồng phản ứng hạt nhân, các kĩ sư thiết kế một hệ thống làm mát kín chứa một loại dung môi lỏng đặc biệt. Mỗi quan hệ giữa áp suất hơi bão hoà và nhiệt độ tuyệt đối của dung môi trong buồng kín tuân theo phương trình Clausius-Clapeyron được cho như sau:

$$\ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) = c\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)$$

Trong đó, P_1, P_2 lần lượt là áp suất hơi bão hoà (atm) tại nhiệt độ T_1 và T_2 (đo bằng thang nhiệt độ Kelvin, với công thức chuyển đổi từ độ Celsius sang độ Kelvin là $T(K) = t(^{\circ}\text{C}) + 273,15$); c là hằng số thực nghiệm phụ thuộc vào bản chất của dung môi làm mát.

Qua quá trình chạy thử nghiệm, các cảm biến ghi nhận được bảng thông số sau:

Nhiệt độ (K)	Áp suất hơi bão hoà (atm)
273,15	0,006
373,15	1,000

Giả sử mô hình trên vẫn đúng khi nhiệt độ lõi phản ứng tăng lên rất cao. Nếu ta để nhiệt độ của buồng tăng đến vô cực thì áp suất hơi bão hoà của dung môi sẽ không tăng mãi mà tiến tới một giá trị giới hạn là $a \cdot 10^6$ (atm). Tính giá trị của a (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, trong quá trình tính toán quy ước làm tròn hằng số c đến hàng phần mười).

Trả lời:

BÀI 6. TỔNG ÔN HÀM SỐ

CÁC KỸ NĂNG CẦN NHẮM VỮNG

Kỹ năng 1. Phân tích tình huống

- Đại lượng nào đang thay đổi?
- Giới hạn thực tế là gì ?

Kỹ năng 2. Tính đạo hàm và chiều biến thiên

- Tình hình đang đi lên (tăng) hay đi xuống (giảm)?
- Tốc độ nhanh hay chậm?

Kỹ năng 3. Tìm chiều biến thiên

- **Tiệm cận ngang:** Nếu thời gian trôi đi mãi mãi, kết quả sẽ ổn định ở mức nào?
- **Tiệm cận đứng:** Có ranh giới nào mà khi cố chạm tới, chi phí hay hậu quả sẽ phình to ra đến vô cực không?

Kỹ năng 4. Dồn biến và tìm min/Max của hàm số

- Trong giới hạn cho phép, đâu là lúc đạt hiệu quả cao nhất?
- Đâu là lúc rủi ro, chi phí thấp nhất?

Kỹ năng 5. Trả lời đúng các yêu cầu của đề bài

- Từ các con số trên, em tư vấn hành động gì bằng ngôn ngữ đời thường?

PHẦN I. ĐÚNG SAI HÀM SỐ THUẦN TÚY

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 9x + 8$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 10x + 9$.	☐	☐
b)	Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1; 9\}$.	☐	☐
c)	Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 9)$.	☐	☐
d)	Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $\frac{37}{3}$.	☐	☐

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 12x - 8$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 12$.	☐	☐
b)	Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{2\}$.	☐	☐
c)	$f(2) = 24$.	☐	☐
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 24.	☐	☐

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + a, (a \in \mathbb{R})$ có đồ thị đi qua điểm $M(0; -1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.	☐	☐
b)	Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng $4\sqrt{65}$.	☐	☐

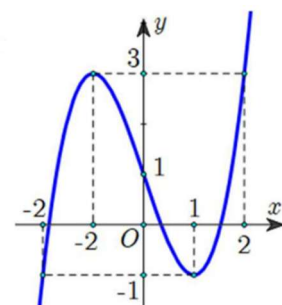
c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-5; 5]$ bằng -6 .	☐	☐
d)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $I(x_0; y_0)$ với $x_0 + y_0 = 11$.	☐	☐

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.	☐	☐
b)	Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .	☐	☐
c)	Hàm số $g(x) = 2026 - 2027f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
d)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(-1; -2)$.	☐	☐

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (H) như hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.	☐	☐
b)	Tâm đối xứng của đồ thị (H) là $I(x_0; y_0)$. Khi đó $2025x_0 + 2026y_0 = 2026$.	☐	☐
c)	Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2 .	☐	☐
d)	Hàm số đã cho là $f(x) = x^3 - 3x + 1$.	☐	☐

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x-6}$ có đồ thị (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.	☐	☐
b)	Tâm đối xứng của đồ thị (H) là điểm $I(x_0; y_0)$, khi đó $x_0 + y_0 = 8$.	☐	☐
c)	Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 10]$ bằng $4,75$.	☐	☐
d)	Một trục đối xứng của (H) là đường thẳng $d: x + y - 8 = 0$.	☐	☐

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x-2}{x+2}$ có đồ thị (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
---------------------------------------	--	------	-----

a)	Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định của nó và không có cực trị.	☐	☐
b)	Hai đường tiệm cận của đồ thị (H) đã cho tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích đúng bằng 6.	☐	☐
c)	Đồ thị (H) cắt đường thẳng $d: y = x - 1$ tại hai điểm phân biệt.	☐	☐
d)	Tiếp tuyến của đồ thị (H) tại giao điểm của đồ thị (H) với trục tung Oy là đường thẳng có phương trình là $y = 2x - 1$.	☐	☐

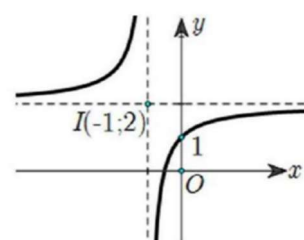
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong $(\mathcal{H})$. Giả sử A, B là hai điểm thuộc hai nhánh và đường thẳng AB đi qua tâm đối xứng của (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2; 2026]$ là $f(2026)$.	☐	☐
b)	Tâm đối xứng của (H) là điểm $I(1; -1)$.	☐	☐
c)	Có đúng 1 tiếp tuyến của đồ thị (H) song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.	☐	☐
d)	Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB bằng 4.	☐	☐

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+3}{bx+1}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$ và $a \neq 3b$) có bảng biến thiên như sau:

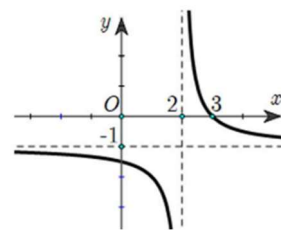
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm I có tọa độ $(-1; 2)$.	☐	☐
b)	Giá trị của tổng $a + b = 3$.	☐	☐
c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 5]$ bằng $\frac{13}{6}$.	☐	☐
d)	Đồ thị hàm số cắt trục tung, trục hoành tại hai điểm A, B thì $S_{\Delta OAB} = 2$.	☐	☐

Câu 10: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{bx+c}$ có đồ thị (H) là hình bên và tâm đối xứng là điểm $I(-1; 2)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$f'(x) > 0, \forall x \neq 0$.	☐	☐
b)	Hệ số $b = 1$ và $c = -1$.	☐	☐
c)	$a = 1$ và tập giá trị của hàm số là $T = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.	☐	☐
d)	Một trục đối xứng của (H) là đường thẳng $d: y = x + 3$.	☐	☐

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ có đồ thị (H) như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1;2)$.	☐	☐
b)	Một trục đối xứng của (H) là đường thẳng $y = x - 3$.	☐	☐
c)	Tổng $a + b + c = 3$.	☐	☐
d)	Tích khoảng cách từ một điểm bất kỳ thuộc đồ thị hàm số đến hai đường tiệm cận luôn bằng 2.	☐	☐

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2+x-2}{x+1}$ có đồ thị (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tiệm cận đứng của (H) là đường thẳng $d : x + 1 = 0$.	☐	☐
b)	Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.	☐	☐
c)	Hàm số đã cho có hai điểm cực trị trái dấu.	☐	☐
d)	Trên đồ thị (H) có đúng 6 điểm có tọa độ nguyên (hoành độ, tung độ là số nguyên).	☐	☐

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x+3}$ có đồ thị (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = \frac{2x^2+12x-14}{(x+3)^2}, \forall x \neq -3$.	☐	☐
b)	Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $d : y = 2x - 3$.	☐	☐
c)	Đồ thị hàm số nhận điểm $I(3;3)$ làm tâm đối xứng.	☐	☐
d)	Đường tiệm cận xiên của đồ thị (H) cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B . Khi đó diện tích của tam giác OAB lớn hơn 2, với O là gốc tọa độ.	☐	☐

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = x + 3 + \frac{2}{x-1}$ có đồ thị (H) .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 . Khi đó $x_1 + x_2 = 2$. $\square$	☐	☐
b)	Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.	☐	☐
c)	Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là $4 + 2\sqrt{2}$.	☐	☐
d)	Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (H) . Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (H) bằng 2.	☐	☐

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = 2\sin x + x$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$f(0) = 0$ và $f(\pi) = \pi$.	☐	☐
b)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\cos x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.	☐	☐
c)	Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là 6.	☐	☐
d)	Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.	☐	☐

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x\sqrt{2}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$f(0) = 2$ và $f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2}$.	☐	☐
b)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + \sqrt{2}, \forall x \in \mathbb{R}$.	☐	☐
c)	Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.	☐	☐
d)	Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.	☐	☐

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = -2\cos x - x\sqrt{3}$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x - \sqrt{3}$.	☐	☐
b)	Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ bằng π .	☐	☐
c)	Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ bằng $-2 - \pi\sqrt{3}$.	☐	☐
d)	Trên khoảng $(-2\pi; 2\pi)$, hàm số $y = f(x)$ có đúng 4 điểm cực trị.	☐	☐

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = 2x - \log_5(x+1)$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 1 - \frac{1}{x+1}, \forall x \in (-1; +\infty)$. □	☐	☐
b)	Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực tiểu.	☐	☐
c)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.	☐	☐
d)	Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 24]$ bằng 43.	☐	☐

Câu 19: Cho hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 5)$ có đồ thị là (H) .

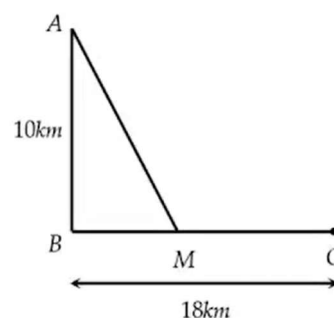
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.	☐	☐
b)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.	☐	☐
c)	Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 0.	☐	☐
d)	Giả sử đồ thị hàm số (H) cắt đường thẳng $d: y = 1$ tại hai điểm A, B và có điểm cực trị là M . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MAB bằng 2.	☐	☐

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = e^{2x} - 2x$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2e^{2x} - 2, \forall x \in \mathbb{R}$.	☐	☐
b)	Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là $S = (0; +\infty)$.	☐	☐
c)	Hàm số đã cho có giá trị cực tiểu bằng 0.	☐	☐
d)	Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ và có giá trị nhỏ nhất bằng 1	☐	☐

PHẦN III. ĐÚNG SAI THỰC TẾ

Câu 21: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 10$ km. Trên bờ biển có một cảng thuyền ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 18$ km (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ vị trí A đến M với vận tốc 6 km/h và đi xe điện từ vị trí M đến cảng C với vận tốc 15 km/h. Đặt $BM = x (0 < x < 12)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Thời gian đi từ A đến M là $6\sqrt{x^2 + 100}$ giờ.	☐	☐
b)	Thời gian đi từ A đến C là $6\sqrt{x^2 + 100} + 15(18 - x)$ (giờ).	☐	☐
c)	Khi thời gian người đó đến C ngắn nhất thì $MB = \frac{20}{\sqrt{21}}$ km.	☐	☐
d)	Để người đó đến C đúng vào lúc 7 h sáng thì người đó phải xuất phát từ vị trí A muộn nhất lúc 4 giờ 23 phút.	☐	☐

Câu 22: Xét một chất điểm M chuyển động trên đường nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $x_M(t) = t^3 - 3t^2 - 1$ (m), với $t \geq 0$ (đơn vị là giây) là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O tính bằng (mét).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tại thời điểm chất điểm mà tại đó chất điểm đổi chiều chuyển động thì gia tốc của chất điểm tại thời điểm đó bằng 6 (m/s ²).	☐	☐
b)	Trong 5 giây đầu tiên, tốc độ (độ lớn vận tốc)	☐	☐
c)	lớn nhất của chất điểm là 45 (m/s).	☐	☐
d)	Quãng đường mà chất điểm di chuyển từ lúc bắt đầu đến giây thứ 4 là 16 (m).	☐	☐

Câu 23: Một siêu thị điện máy tổ chức chương trình khuyến mãi hè cho dòng máy lạnh mới. Qua thống kê, giám đốc kinh doanh thấy rằng lượng bán của mặt hàng là y (đơn vị: chục chiếc và chi phí dành cho quảng cáo là x (đơn vị: triệu đồng) thỏa mãn hệ thức $y = 5 - x + 5\ln x$ (với $x > 1$). Biết rằng chi phí nhập hàng cho

y (chục chiếc là $50 + 40y$ (triệu đồng)). Để bù đắp chi phí, giá bán của mỗi lô (gồm 10 chiếc được định giá là $60 + \frac{11x}{y}$ (triệu đồng/lô).

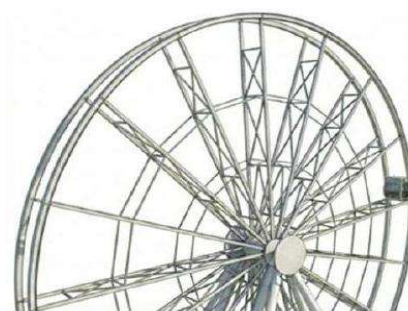
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm tổng doanh thu của siêu thị tính theo x và y là $R(x; y) = 60y + 11x$.	☐	☐
b)	Hàm lợi nhuận của siêu thị theo chi phí quảng cáo x là $L(x) = 50 + 10x + 100\ln x$.	☐	☐
c)	Để lợi nhuận lớn nhất thì chi phí quảng cáo phải là $x = 10$ (triệu đồng).	☐	☐
d)	Lợi nhuận lớn nhất thu được 180 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	☐	☐

Câu 24: Một công viên văn hóa dự định xây dựng một vòng đu quay khổng lồ. Vành ngoài của vòng đu quay là một đường tròn có chu vi k (mét). Trên đường tròn đó lắp các cabin (ghế ngồi) phân bố đều. Mỗi cabin được nối với trục tâm bằng một thanh thép chịu lực.

+ Các kỹ sư dự toán: chi phí cho mỗi thanh thép nối từ cabin về tâm là $12k$ (triệu đồng/thanh).

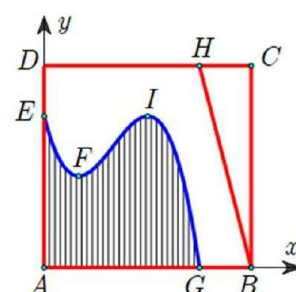
+ Khi độ dài cung tròn giữa hai cabin kề nhau là x (mét) thì chi phí cho hệ thống khung vành nối giữa hai cabin và thiết bị tại cabin đó là

$\left[\frac{(512x^2 + 20)x}{100} + 8 \right] k$ (triệu đồng). Giả sử có ít nhất 4 cabin. Gọi y (triệu đồng) là tổng chi phí xây dựng và n là số lượng cabin.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Chi phí các thanh thép nối từ cabin đến tâm là $\frac{12k^2}{x}$ (triệu đồng).	☐	☐
b)	Hàm số tổng chi phí xây dựng là $C(x) = k^2 \left(\frac{12}{x} + \frac{512x^2 + 20}{100} \right)$ (triệu đồng).	☐	☐
c)	Để thỏa mãn điều kiện kỹ thuật thì cần $k \geq 4x$.	☐	☐
d)	Khi chu vi $k = 100$ (m), cần lắp đặt 80 cabin để tổng chi phí nhỏ nhất.	☐	☐

Câu 25: Anh Nam có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh 12 (m). Anh làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần được gạch sọc và tô màu) và một lối đi là đoạn thẳng HB . Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài trên trục là 1 (m), thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3$ (m) và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 (m) và 6 (m).



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Phương trình của đường thẳng HB là $4x + y - 48 = 0$.	☐	☐

b)	Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x)$ tại $M(7; f(7))$ song song với đường thẳng HB .	☐	☐
c)	Diện tích hồ bơi (phần gạch sọc trong hình vẽ) bằng $60,75 \text{ (m}^2\text{)}$.	☐	☐
d)	Anh Nam cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng $2,56 \text{ (m)}$ (kết quả cuối cùng được làm tròn đến hàng phần trăm).	☐	☐

Câu 26: Một công ty có sản xuất một loại sản phẩm với chi phí để sản xuất một loại sản phẩm là 600 nghìn đồng và bán ra mỗi sản phẩm là 900 nghìn đồng. Biết rằng số lượng sản phẩm bán ra tăng theo số tiền chi cho quảng cáo là $n(x) = a + b \cdot \ln(1+x)$ (sản phẩm), trong đó x là số tiền chi cho quảng cáo tính theo đơn vị triệu đồng. Khi không chi cho quảng cáo thì sẽ bán được 400 sản phẩm, khi chi cho quảng cáo $(e^3 - 1)$ triệu đồng thì bán được 750 sản phẩm. Số tiền quảng cáo luôn đảm bảo số lượng sản phẩm bán được là một số nguyên.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$a + 6b = 1100$.	☐	☐
b)	Lợi nhuận thu được là $120 + 50\ln(1+x) - x$ (triệu đồng)	☐	☐
c)	Lợi nhuận thu được lớn nhất khi ta sử dụng số tiền quảng cáo là 34 triệu.	☐	☐
d)	Lợi nhuận lớn nhất là 210 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	☐	☐

Câu 27: Qua khảo sát thị trường, để sản xuất một loại chip, công ty phải chi một khoản chi phí cố định hằng năm là 2 tỉ đồng (tiền thuê nhà xưởng, máy móc,...). Ngoài ra, chi phí lưu động $C(x)$ (nguyên vật liệu, nhân công) phụ thuộc vào sản lượng sản xuất. Gọi x (chục nghìn chiếc là số lượng chip sản xuất trong một năm thì

$$C(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3 + 2x & \text{khi } 0 < x < 4 \\ 7x + \frac{64}{x} - 27 & \text{khi } x \geq 4 \end{cases}, \text{ (đơn vị: tỉ đồng).}$$

Biết rằng giá bán mỗi lô hàng (1 chục nghìn chiếc là 6 tỉ đồng (tương đương 600000 đồng/chúc) và toàn bộ sản phẩm làm ra đều được bán hết.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Hàm doanh thu hằng năm của công ty là $R(x) = 6x$ (tỉ đồng).	☐	☐
b)	Khi sản xuất trên 40.000 chip thì biểu thức lợi nhuận là $P(x) = 25 - x - \frac{64}{x}$.	☐	☐
c)	Lợi nhuận lớn nhất đạt được khi công ty sản xuất 20.000 chip.	☐	☐
d)	Lợi nhuận hằng năm cao nhất mà công ty có thể đạt được là 9 tỉ đồng.	☐	☐

Câu 28: Một công ty công nghệ vừa nghiên cứu thành công và đưa vào sản xuất một loại thiết bị định vị thông minh.

+ Chi phí cố định: Để duy trì dây chuyền sản xuất, mỗi tháng công ty phải chi 80 triệu đồng; để quảng bá sản phẩm, công ty chi thêm chi phí marketing cố định là 20 triệu đồng/tháng.

+ Chi phí biến đổi: Cứ sản xuất thêm 1 nghìn thiết bị thì tốn thêm chi phí nguyên vật liệu là 27 triệu đồng.

+ Doanh thu: Giả sử mỗi tháng công ty sản xuất được x (nghìn thiết bị) và bán hết toàn bộ. Do nhu cầu thị trường, đơn giá bán ra cho mỗi lô hàng (tính trên 1 nghìn thiết bị) là hàm số $R(x)$ (đơn vị: triệu đồng), trong đó

$$R(x) = \begin{cases} 108 - \frac{1}{3}x^2 & \text{khi } 0 < x \leq 10 \\ \frac{1080}{x} - \frac{10000}{3x^2} & \text{khi } x > 10 \end{cases}$$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tổng chi phí hoạt động trong tháng là $C(x) = 100 + 27x$ (triệu đồng).	☐	☐
b)	Khi sản xuất ở quy mô nhỏ ($0 < x \leq 10$), hàm lợi nhuận là $L(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 81x - 100$ (đơn vị là triệu đồng).	☐	☐
c)	Nếu mở rộng quy mô sản xuất trên 10 nghìn thiết bị, lợi nhuận cao nhất công ty đạt được là 380 triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).	☐	☐
d)	Để đạt lợi nhuận lớn nhất trong tháng, công ty nên sản xuất $\frac{100}{9}$ nghìn thiết bị.	☐	☐

Câu 29: Một công ty du lịch Việt Travel tổ chức tour Phú Quốc.

- + Nếu đặt giá 8 triệu đồng/người, mỗi tháng có 1000 khách.
- + Khảo sát cho biết: mỗi khi tăng giá thêm 0,5 triệu đồng/người thì mất 50 khách/tháng.
- + Biết chi phí cố định/tháng là 2000 triệu đồng (2 tỉ) và chi phí biến đổi là 4 triệu đồng/khách.
- + Biết rằng giá tour du lịch có thể tăng hoặc giảm tùy điều kiện kinh tế thời điểm đó.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi tour du lịch Phú Quốc, x là số khách hàng. Giá của mỗi tour du lịch Phú Quốc tính theo x biểu thị bằng $p(x) = 18 - 0,01x$.	☐	☐
b)	Gọi R (triệu đồng/tháng) là doanh thu với x là số khách hàng. Khi đó hàm doanh thu là $R(x) = 18x - 0,01x^2$ với $0 \leq x \leq 1000$.	☐	☐
c)	Gọi C (triệu đồng/tháng) là chi phí với x là số khách hàng. Khi đó hàm chi phí là $C(x) = 2000 + 4x$ (triệu đồng/tháng) với $0 \leq x \leq 1800$.	☐	☐
d)	Lợi nhuận tối đa mỗi tháng của công ty là 2900 triệu đồng.	☐	☐

Câu 30: Quan sát quá trình sinh trưởng và phát triển của một giống hoa hướng dương mới trong 16 tuần, các kỹ sư nhận thấy rằng:

- + Chiều cao thân cây sau t tuần ($0 \leq t \leq 16$) là $h(t) = 10 + 20\log_2(3t + 2)$ (đơn vị cm).
- + Sau 8 tuần kể từ khi trồng, cây bắt đầu ra hoa. Đường kính của đĩa hoa ở tuần thứ t (với $8 \leq t \leq 16$) được xấp xỉ bởi hàm số $d(t) = 2^{\frac{t-4}{2}} - 4$ (đơn vị cm).

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tốc độ tăng trưởng chiều cao của thân cây ở tuần thứ 2 là 10,28(cm / tuần) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).	☐	☐

b)	Khi được 2 tuần tuổi, chiều cao của cây là 70(cm).	☐	☐
c)	Chiều cao của cây tăng liên tục nhưng tốc độ tăng trưởng giảm dần theo thời gian.	☐	☐
d)	Sau 4 tuần kể từ khi bắt đầu ra hoa, đường kính đĩa hoa lớn hơn 15(cm).	☐	☐

Câu 31: Doanh thu khi bán một loại sản phẩm A được mô hình hoá bởi hàm số $S(t) = \frac{at+b}{t+d}$ (số sản phẩm bán được sau t ngày với $t \geq 0$). Biết số lượng sản phẩm bán được sau một ngày là 128 sản phẩm, bán được trong ngày thứ hai là 64 sản phẩm

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$a - d = 382$.	☐	☐
b)	Trong ngày thứ 10 số lượng sản phẩm bán được lớn hơn 6.	☐	☐
c)	Tổng số lượng sản phẩm A bán được sẽ không vượt quá 384 sản phẩm.	☐	☐
d)	Trong thực tế, để đảm bảo cho tính tối ưu khi mà tính toán theo lý thuyết số lượng sản phẩm A bán được trong một ngày nhỏ hơn 3 sản phẩm thì sẽ dừng lại không bán sản phẩm A nữa. Việc bán sản phẩm A sẽ dừng lại sau 14 ngày bán.	☐	☐

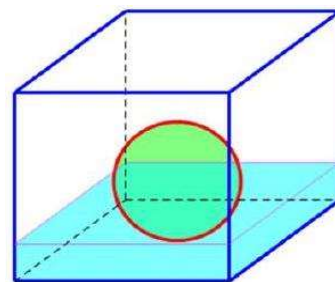
Câu 32: Số lượt tải xuống (đơn vị là nghìn lượt) của một ứng dụng trò chơi mới ra mắt được mô hình hóa bởi hàm số $N(t) = \frac{at+b}{t+d}$ ($a, b, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng ngày kể từ lúc phát hành). Biết rằng tại thời điểm ra mắt ($t = 0$) chưa có lượt tải nào. Sau 1 ngày đầu tiên, ứng dụng đạt 50 nghìn lượt tải. Trong ngày thứ 2 (tính riêng ngày thứ 2), có thêm 30 nghìn lượt tải mới

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$a - 60d = 20$.	☐	☐
b)	Tổng số lượt tải tích lũy sau 3 ngày đầu tiên là 100 nghìn lượt.	☐	☐
c)	Theo mô hình, tổng số lượt tải ứng dụng sẽ không vượt quá 190 nghìn lượt.	☐	☐
d)	Sau 9 ngày kể từ lúc phát hành, tổng số lượt tải tích lũy của ứng dụng đạt chính xác 150 nghìn lượt.	☐	☐

Câu 33: Khối lượng của một cá thể sinh vật X theo thời gian t tuần ($t \geq 0$) cho bởi công thức $f(t) = 0,1 + t^2 \cdot e^{-kt}$ với $k \in \mathbb{R}$ (đơn vị tính bằng microgram). Biết sinh vật X chỉ sống được đúng 6 tuần và khối lượng của nó lớn nhất tại thời điểm $t = 4$, đúng lúc nó sinh sản.

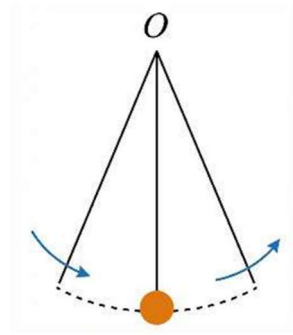
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$f'(4) = 0$.	☐	☐
b)	$f'(t) = 2t \cdot e^{-kt}$.	☐	☐
c)	$k = 0,5$.	☐	☐
d)	Biết mỗi lần sinh sản, cá thể X sinh ra 10 cá thể con. Nếu ban đầu, người ta nuôi 1 cá thể X vừa mới sinh thì số lượng cá thể X tại thời điểm $t = 21$ là 110000.	☐	☐

Câu 34: Một cái bình có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh 50(cm), cạnh bên bằng 80(cm) và bên trong đặt một quả cầu sắt có bán kính bằng 20(cm). Ban đầu bình không chứa nước. Ta tiến hành dùng một vòi nước cho chảy vào bình với lưu lượng không đổi bằng x (cm^3 / phút). Biết rằng sau khoảng thời gian 120 phút thì nước trong bình đầy. Chọn gốc thời gian là lúc bắt đầu cho nước chảy vào bình.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	$x = 1387$ (cm^3 / phút) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	☐	☐
b)	Thời gian để nước chảy vào bình vừa đủ ngập hết quả cầu là 48 phút.	☐	☐
c)	Sau 30 phút đầu tiên thì mực nước trong bình có chiều cao bằng 27(cm) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).	☐	☐
d)	Tốc độ dâng của mực nước trong bình ở thời điểm phút thứ 36 là 0,82(cm / phút) (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).	☐	☐

Câu 35: Vận tốc $v(t)$ (tính bằng centimét/giây) của một con lắc đơn theo thời gian t được cho bởi các công thức $v(t) = 6\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau		Đúng	Sai
a)	Tại thời điểm $t = 0$, vận tốc của con lắc đơn là $v(0) = 3\sqrt{3}$.	☐	☐
b)	Gia tốc tức thời của con lắc là $a(t) = 12\cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$, (cm / s^2).	☐	☐
c)	Phương trình $v'(t) = 0$ có đúng 2 nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.	☐	☐
d)	Trong khoảng từ 0 đến 10 giây, con lắc đơn có 4 lần đạt vận tốc lớn nhất.	☐	☐

PHẦN IV. TRẢ LỜI NGẮN THỰC TẾ

Câu 36: Một công ty có sản xuất một loại sản phẩm với chi phí để sản xuất một loại sản phẩm là 400 nghìn đồng và giá bán ra cho mỗi sản phẩm là 800 nghìn đồng. Biết rằng số lượng sản phẩm bán ra tăng theo số tiền chi cho quảng cáo là $n(x) = a + b \cdot \ln(1+x)$ (sản phẩm), trong đó x là số tiền chi cho quảng cáo tính theo đơn vị triệu đồng. Khi không chi cho quảng cáo thì sẽ bán được 300 sản phẩm, khi chi cho quảng cáo $(e^4 - 1)$ triệu đồng thì bán được 750 sản phẩm. Hãy tính theo đơn vị triệu đồng số tiền cần chi cho quảng cáo để lợi nhuận thu được là lớn nhất (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Trả lời:

Câu 37: Một khu danh thắng muốn nâng cấp, mở rộng để tăng nhu cầu và nâng cao giá trị gia tăng du lịch. Qua khảo sát thị trường, mối quan hệ giữa giá trị gia tăng du lịch y (triệu đồng) và vốn đầu tư x ($x \geq 10$) (triệu đồng) là $y = f(x) = ax^2 + \frac{101}{50}x - b\ln x + b\ln 10$ trong đó a, b là hằng số. Biết rằng khi $x = 10$ (triệu đồng) thì $y = 19,2$ (triệu đồng) và khi $x = 30$ (triệu đồng) thì $y = 50,5$ (triệu đồng). Tìm giá trị lớn nhất của lợi nhuận du lịch sau nâng cấp (triệu đồng).

Trả lời:

Câu 38: Một cơ sở sản xuất một loại hàng hóa (sản phẩm) với hàm tổng chi phí được xác định bởi hàm số $C(x) = 1200 + \frac{1}{27}x^2$ (triệu đồng), trong đó x là số lượng sản phẩm sản xuất ($x \in \mathbb{Z}^+$). Biết rằng bình phương đơn giá bán mỗi sản phẩm tỉ lệ nghịch với số lượng sản phẩm x . Khi sản xuất 100 sản phẩm thì đơn giá bán đạt 50 triệu đồng. Giả sử toàn bộ sản phẩm sản xuất ra đều được tiêu thụ hết, hãy tìm x để cơ sở đó thu được lợi nhuận lớn nhất?

Trả lời:

Câu 39: Một nhà hàng có tổng số 100 nhân viên. Mức lương cơ bản cố định trả cho mỗi nhân viên là 10 triệu đồng/tháng. Nhà hàng áp dụng chính sách khuyến khích tăng ca như sau: Nếu có x nhân viên tham gia tăng ca, thì mỗi nhân viên tăng ca đó sẽ nhận được thêm một khoản tiền thưởng bằng $2x\%$ mức lương cơ bản. Biết rằng, tổng chi phí cố định hàng tháng ngoài quỹ lương (chi phí điện, nước, cơ sở vật chất...) là 200 triệu đồng. Doanh thu cố định hàng tháng của nhà hàng là 1 tỷ đồng. Ngoài ra, trung bình mỗi nhân viên tăng ca đóng góp thêm vào tổng doanh thu của nhà hàng là 20 triệu đồng/tháng. Hỏi số lượng nhân viên không tăng ca là bao nhiêu để lợi nhuận hàng tháng của nhà hàng đạt giá trị lớn nhất?

Trả lời:

Câu 40: Một doanh nghiệp nông nghiệp đầu tư 1 tỷ đồng vốn lưu động để trồng hai loại hoa: Lan (loại A) và Hồng (loại B). Lợi nhuận gộp từ hoa Lan tỉ lệ thuận với số vốn đầu tư; lợi nhuận gộp từ hoa Hồng tỉ lệ thuận với căn bậc hai của số vốn đầu tư. Biết rằng nếu đầu tư 400 triệu đồng cho mỗi loại thì lợi nhuận gộp từ hoa Lan là 80 triệu đồng và hoa Hồng là 200 triệu đồng. Doanh nghiệp phải trả chi phí cố định là 150 triệu đồng cho toàn bộ dự án. Khi tổng lợi nhuận thực tế đạt giá trị lớn nhất, doanh nghiệp đó đã đầu tư vào hoa Hồng bao nhiêu triệu đồng?

Trả lời:

Câu 41: Một chủ đầu tư dự định xây dựng một khu nghỉ dưỡng gồm các căn biệt thự giống nhau. Chủ đầu tư dùng 50 tỉ đồng để mua khu đất rộng $10.000 \text{ (m}^2\text{)}$. Diện tích xây dựng của mỗi biệt thự là $1.000 \text{ (m}^2\text{)}$. Chi phí xây dựng trung bình trên mỗi mét vuông phụ thuộc vào số lượng biệt thự được xây. Khi xây x căn ($x \in \mathbb{Z}^+$) chi phí xây dựng trung bình trên mỗi mét vuông (đơn vị: triệu đồng) được xác định bởi hàm số $f(x) = 40 + 10\ln x$. Hãy xác định số lượng biệt thự cần xây để "chi phí tổng hợp trên mỗi mét vuông" là thấp nhất?

Trả lời:

Câu 42: Một cơ sở sản xuất sữa hạt chất lượng cao có thể sản xuất tối đa 300 lít mỗi ngày. Chi phí sản xuất x lít sữa mỗi ngày bao gồm:

- + Chi phí nhân công là 1 triệu đồng/ngày.
- + Chi phí nguyên vật liệu, đóng chai, bao bì là 35 nghìn đồng cho một lít sữa được sản xuất.
- + Chi phí bảo dưỡng máy móc là $C_b(x) = 0,00001x^2$ (triệu đồng).

Ngoài ra, nếu x lít sữa sản xuất mỗi ngày vượt quá 200 lít thì ngoài các chi phí trên còn phát sinh thêm chi phí do vận hành quá tải là $C_v(x) = 0,00003(x - 200)^3$ (triệu đồng). Giá bán mỗi lít sữa là 60 nghìn đồng. Biết cơ sở bán hết lượng sữa sản xuất trong ngày. Hỏi mỗi ngày cơ sở có lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng) đạt được nhiều nhất là bao nhiêu (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Trả lời:

Câu 43: Một doanh nghiệp dự định sản xuất một dòng linh kiện điện tử thông minh. Tổng chi phí sản xuất x sản phẩm ($x \in \mathbb{N}^*$) được xác định bởi công thức $C(x) = C_0 + \frac{2}{27}x^2$ (triệu đồng), trong đó C_0 là chi phí cố định ban đầu (chi phí mặt bằng, máy móc, lương...). Đơn giá bán mỗi sản phẩm tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của số lượng sản phẩm x bán ra. Biết rằng khi bán 100 sản phẩm thì đơn giá là 100 triệu đồng/sản phẩm. Giả sử doanh nghiệp phải đóng thuế doanh thu là 10%. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của chi phí C_0 (triệu đồng) để doanh nghiệp có khả năng đạt được lợi nhuận? (tồn tại mức sản lượng x để lợi nhuận thực tế sau thuế không âm).

Trả lời:

Câu 44: Một công ty công nghệ dự định sản xuất một loại chip cảm biến mới. Tổng chi phí để sản xuất x con chip ($x \in \mathbb{N}^*$) được xác định bởi công thức $C(x) = C_0 + 0,025x^2$ (triệu đồng), trong đó C_0 là chi phí khấu hao máy móc cố định. Đơn giá bán mỗi con chip tỉ lệ nghịch với căn bậc hai của số lượng x bán ra. Biết rằng khi bán 25 con chip thì đơn giá là 25 triệu đồng/chip. Giả sử công ty phải đóng thuế doanh thu là 20%. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của chi phí C_0 (triệu đồng) để công ty có khả năng đạt được lợi nhuận?

Trả lời:

Câu 45: Một công ty dự định chi ngân sách cho chạy quảng cáo trực tuyến với số tiền là x (triệu đồng), với $0 \leq x \leq 50$. Doanh thu bán hàng thu về được ước tính theo công thức $R(x) = 500 - \frac{k}{x+2}$ (triệu đồng) và k là hằng số dương. Biết rằng nếu không chi tiền quảng cáo ($x = 0$) thì doanh thu là 100 triệu đồng. Tìm mức chi phí x (triệu đồng) để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 46: Một công trình dự kiến sử dụng trong 20 năm, cần lắp đặt lớp cách nhiệt với độ dày x (cm), với $0 \leq x \leq 10$. Chi phí thi công là 6 (triệu đồng) cho mỗi 1 (cm) độ dày. Chi phí năng lượng hàng năm của công trình phụ thuộc vào độ dày x theo công thức $C(x) = \frac{k}{3x+5}$ (triệu đồng) với k là hằng số dương. Biết rằng nếu không lắp đặt lớp cách nhiệt ($x = 0$) thì chi phí năng lượng hàng năm là 8 triệu đồng. Tìm độ dày x (cm) để tổng chi phí (gồm chi phí thi công và chi phí năng lượng trong 20 năm) đạt giá trị nhỏ nhất?

Trả lời:

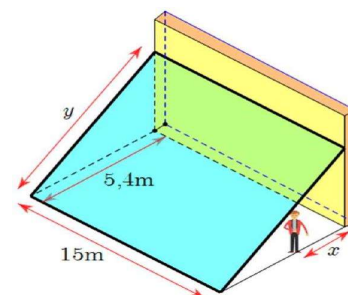
Câu 47: Một nhà mạng cần phủ sóng 5G dọc theo một tuyến đường thẳng dài 100 (km) nối hai thành phố A và B (tại A và B đã có trạm phát chính). Họ cần xây thêm các trạm thu phát sóng phụ ở giữa với khoảng cách đều nhau. Chi phí xây dựng mỗi trạm phụ là 320 triệu đồng. Chi phí kéo cáp quang nối giữa hai trạm liền kề (khoảng cách x km) là $x(5+2x)$ triệu đồng. Hỏi cần xây thêm bao nhiêu trạm phụ để tổng chi phí thi công là thấp nhất?

Trả lời:

Câu 48: Một chuỗi dữ liệu Blockchain dài cần được xác thực bởi các máy chủ đặt tại các điểm nút. Tổng chiều dài kết nối là 1200 đơn vị. Hai đầu nút đã có máy chủ gốc. Cần đặt thêm các máy chủ trung gian với khoảng cách đều nhau x . Chi phí cài đặt một máy chủ trung gian là 54 đơn vị tiền tệ. Chi phí vận hành đường truyền giữa hai máy chủ cách nhau x là $C(x) = x(1 + 2\sqrt[3]{x})$. Tìm số lượng máy chủ trung gian cần lắp đặt để chi phí tối thiểu?

Trả lời:

Câu 49: Một sảnh chờ của khách sạn cần lắp đặt một mái che bằng kính cường lực hình chữ nhật dựa vào tường. Mái kính có chiều dài dọc theo tường là 15 (m). Chân mái kính đặt trên sàn cách tường một khoảng 5,4 (m). Để đảm bảo không gian đi lại, mái kính phải được đặt nghiêng sao cho một người cao 1,8 (m) có thể đứng thẳng tại mép trong của phần diện tích sàn sử dụng được cách tường một khoảng $x = 3,6$ (m) mà không bị chạm đầu vào kính. Biết đơn giá thi công mái kính là 600 nghìn đồng /m². Tính tổng chi phí thấp nhất (triệu đồng) để hoàn thành mái kính đó (làm tròn đến hàng phần mười).



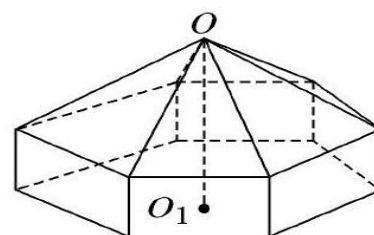
Trả lời:

Câu 50: Trung tâm muốn thiết kế một "sân vận động trung tâm" có dạng hình chữ nhật kết hợp với hai nửa hình tròn ở hai cạnh chiều rộng. Biết rằng diện tích toàn bộ sân bắt buộc phải là 5000π (m²). Chi phí làm hàng rào thẳng (phần hình chữ nhật) là 2 triệu/mét, chi phí làm hàng rào cong (phần bán nguyệt) là 4 triệu/mét (do thi công uốn cong khó hơn). Hãy tính bán kính R (đơn vị là mét) của phần nửa hình tròn để chi phí làm hàng rào bao quanh là thấp nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



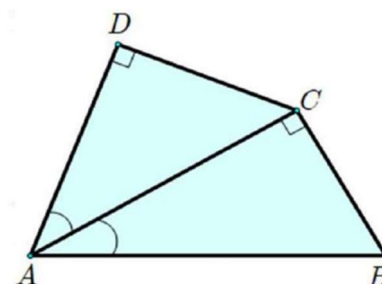
Trả lời:

Câu 51: Một cái lều được cấu tạo (tham khảo hình vẽ bên cạnh) gồm: phần dưới là một lăng trụ lục giác đều có chiều cao bằng 2 (m) và tâm của đáy là O_1 , phần trên là một hình chóp lục giác đều có cạnh bên dài 6 (m) và đỉnh là O . Tìm OO_1 (đơn vị là mét) để thể tích lều là lớn nhất?



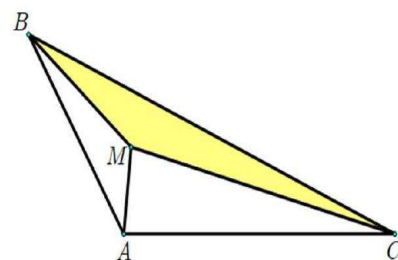
Trả lời:

Câu 52: Một chính quyền thành phố cần quy hoạch một khu đất công viên là tứ giác $ABCD$ như hình vẽ bên cạnh. Biết $AB = 1$ (km). Yêu cầu: $\widehat{BAC} = \widehat{CAD}$, $AC \perp BC$ và $AD \perp DC$. Sau khi họp bàn, chính quyền quyết định sử dụng phần đất tam giác ABC là hồ cảnh quan, còn phần đất tam giác ADC để xây dựng khu vui chơi. Để diện tích khu vui chơi đạt giá trị lớn nhất, hãy tính giá trị của biểu thức $D = 20\cos\widehat{BAD}$.



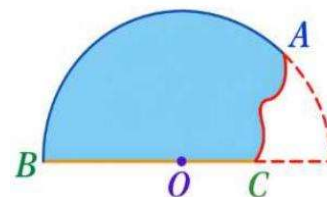
Trả lời:

Câu 53: Cho tam giác ABC có $AB = 20$ (cm) và $AC = 30$ (cm). Điểm M nằm ở miền trong của tam giác thỏa mãn $AM = 7,7$ (cm) và $\widehat{MAC} = 2\widehat{MAB} = 2\alpha$. Khi diện tích tam giác MBC đạt giá trị lớn nhất, hãy tính giá trị của biểu thức $D = 100\cos\alpha$ (nếu kết quả cuối cùng ra số thập phân sẽ làm tròn đến hàng đơn vị).



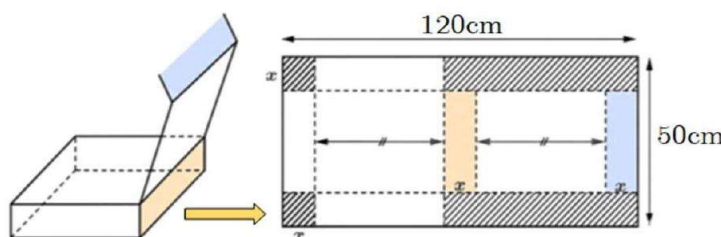
Trả lời:

Câu 54: Cho một tấm vật liệu hình nửa đường tròn ABC bán kính 2 (đường kính nằm trên đường thẳng BC), O là tâm nửa đường tròn. Trên đường kính có điểm C sao cho $OC = 1,2$; phần vật liệu bị khuyết nằm về phía bên phải đường thẳng vuông góc với BC đi qua C . Cắt từ phần vật liệu còn lại một tam giác vuông sao cho có một cạnh nằm trên BC . Tìm diện tích lớn nhất của tam giác vuông đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



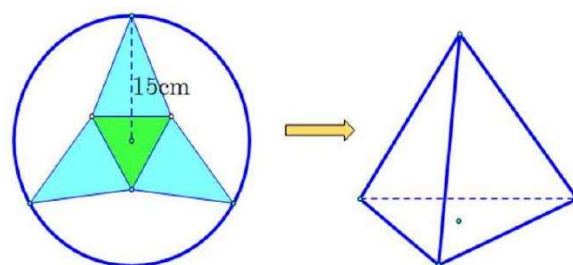
Trả lời:

Câu 55: Bạn Khoa dùng một miếng bìa hình chữ nhật có kích thước 120 (cm) $\times$ 50 (cm) để gấp thành một chiếc hộp có nắp như hình vẽ bên cạnh. Bạn tiến hành thao tác cắt bỏ hai hình vuông cạnh bằng x (cm) và cắt bỏ hai hình chữ nhật là các phần gạch chéo như trong hình. Sau đó gấp theo các đường nét đứt. Hỏi thể tích lớn nhất của chiếc hộp bằng bao nhiêu dm^3 ?



Trả lời:

Câu 56: Một miếng bìa hình tròn tâm O có bán kính bằng 15 (cm). Người ta cắt bỏ 3 hình quạt và phần còn lại (phần không được tô màu) được gấp thành một hình chóp tam giác đều sao cho 3 đỉnh trên đường tròn trùng khít lại với nhau thành đỉnh của hình chóp. Thể tích lớn nhất của khối chóp tam giác đều được tạo thành bằng $a\sqrt{15}$ (cm^3), tìm a .



Trả lời:

Câu 57: Tết Trung thu là một lễ hội truyền thống diễn ra vào đêm Rằm tháng Tám Âm lịch hàng năm. Năm nay để chuẩn bị cho Trung thu, bạn Đăng Khoa muốn làm một lồng đèn lăng trụ lục giác đều có thể tích cố định là 100 (cm^3). Biết chi phí dây thép làm các cạnh đáy là 5000 đồng /cm và chi phí dây thép làm cạnh bên là 8000 đồng /cm. Hãy giúp bạn Đăng Khoa xác định độ dài cạnh đáy x (cm) để tổng chi phí làm khung là nhỏ nhất? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).



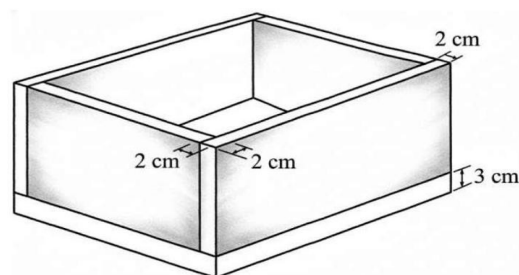
Trả lời:

Câu 58: Một chiếc thùng đựng hàng hình hộp chữ nhật không nắp bằng gỗ được thể hiện như hình vẽ. Cần phải thiết kế thùng sao cho:

+ Phần không gian bên trong đựng hàng dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông và có thể tích $24(\text{dm}^3)$.

+ Bốn mặt bên được chế tạo từ các tấm gỗ phẳng hình chữ nhật có độ dày $2(\text{cm})$.

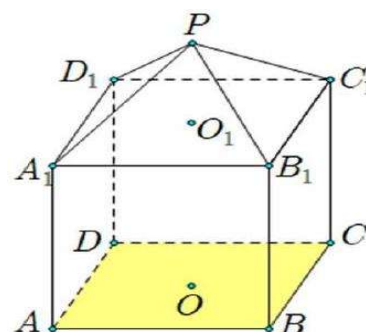
+ Mặt đáy được chế tạo từ tấm gỗ phẳng hình chữ nhật có độ dày $3(\text{cm})$.



Thể tích gỗ tối thiểu để làm chiếc thùng thỏa mãn các điều kiện trên là bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)? Giả định rằng các tấm gỗ được cắt và ghép kín góc, tức là các mặt ngoài của thùng cũng tạo thành hình hộp chữ nhật.

Trả lời:

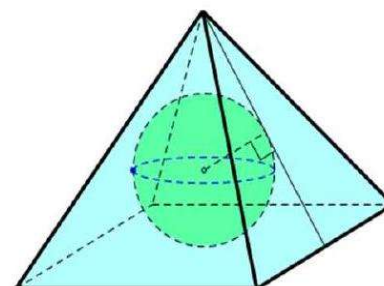
Câu 58: Cần thiết kế một nhà kho gồm hai phần: phần trên là hình chóp tứ giác đều $P \cdot A_1B_1C_1D_1$, phần dưới là lăng trụ tứ giác đều $ABCD \cdot A_1B_1C_1D_1$. Chiều cao lăng trụ O_1O gấp 4 lần chiều cao hình chóp PO_1 . Cạnh bên của hình chóp bằng $6(\text{m})$. Khi thể tích nhà kho lớn nhất, hãy tính chi phí thấp nhất để sơn tất cả các mặt ngoài của nhà kho (không sơn đáy). Biết rằng cứ mỗi $20(\text{m}^2)$ bề mặt cần dùng 1 thùng sơn. Hỏi cần mua bao nhiêu thùng sơn để sơn hoàn thành nhà kho này?



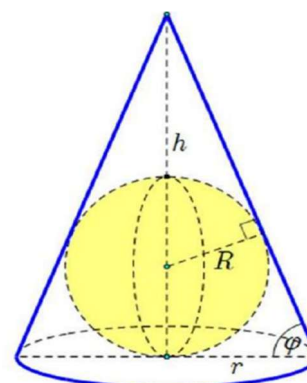
Trả lời:

Câu 60: Một viên kẹo khổng lồ có hình dạng là khối cầu với bán kính bằng $3(\text{cm})$ được đặt trong vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều. Biết rằng các mặt của vỏ kẹo đều tiếp xúc với kẹo và khối chóp đều tạo thành từ vỏ kẹo có thể tích bé nhất. Tổng diện tích tất cả các mặt của vỏ kẹo là bao nhiêu (cm^2)?

Trả lời:

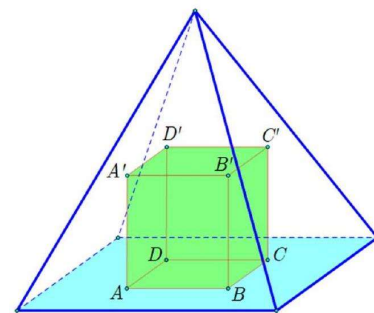


Câu 61: Một nhà thiết kế nghệ thuật trang trí có kế hoạch tiếp thị các quả cầu vàng được bao bọc trong các hình nón pha lê trong suốt. Mỗi quả cầu có bán kính cố định $R = 2(\text{dm})$ và sẽ được bao bọc trong một hình nón có chiều cao h và bán kính đáy r (ức là khối cầu nội tiếp khối nón). Nhiều hình nón có thể được sử dụng để bao bọc quả cầu, mỗi hình nón có một góc nghiêng khác nhau gọi là góc $\varphi \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$. Nếu nhà thiết kế sử dụng khối nón có thể tích $V = \frac{256\pi}{3}$ (lít) để bao bọc khối cầu này, thì giá trị của biểu thức $\mathcal{D} = 20\cos^2\varphi$ bằng bao nhiêu? (không làm tròn các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười).



Trả lời:

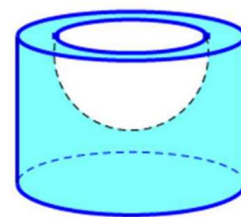
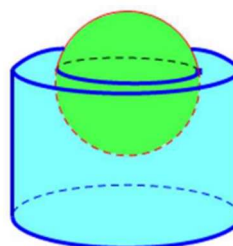
Câu 62: Một viên đá có dạng hình chóp tứ giác đều với cạnh đáy bằng 24 (cm) và chiều cao bằng 28 (cm). Một nghệ nhân dự định sẽ tạo ra một hình lăng trụ đều $ABCD \cdot A'B'C'D'$ nằm trong viên đá, có đáy $ABCD$ nằm trên đáy của viên đá, tâm của $ABCD$ trùng với tâm đáy của viên đá, các cạnh của $ABCD$ song song với các cạnh đáy tương ứng của viên đá. Bốn đường thẳng song song với đường cao của viên đá, lần lượt đi qua các điểm A, B, C, D cắt các cạnh bên của viên đá lần lượt tại các điểm M, N, P, Q . Biết rằng mặt phẳng $(A'B'C'D')$ cách $(MNPQ)$ một đoạn bằng 4 (cm).



Hãy tính thể tích lớn nhất của lăng trụ mà nghệ nhân này tạo ra theo đơn vị centimet khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

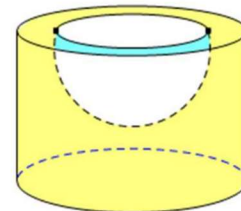
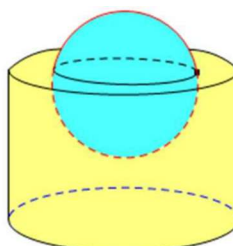
Trả lời:

Câu 63: Một mẫu vật silicon có dạng là một khối trụ bị khoét một phần ở mặt đáy trên. Khối trụ bao quanh có bán kính đáy $R = 10$ (cm) và chiều cao $h = 12$ (cm). Phần bị khoét đi là một chòm cầu, được tạo thành do việc đặt một quả cầu bán kính $r = 6$ (cm) vào khuôn sao cho phần quả cầu nhô lên cao hơn mặt phẳng chứa đáy trên của khối trụ là 3 (cm). Thể tích của mẫu vật silicon này bằng $k \cdot \pi$ (cm^3), khi đó giá trị của k bằng bao nhiêu?



Trả lời:

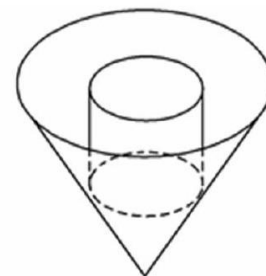
Câu 64: Một đơn vị thi công cần tạo ra một khuôn silicon có dạng khối trụ với chiều cao cố định $h = 10$ (cm) và bán kính đáy $R = 8$ (cm). Trên mặt đáy trên của khối trụ, họ cần tạo một vết lõm dạng chòm cầu bằng cách ấn một quả cầu thép có bán kính r (cm) vào silicon lỏng một độ sâu d (cm) ($0 < d < 2r$).



Để đảm bảo tính thẩm mỹ và kỹ thuật theo yêu cầu của khách hàng, tổng bán kính quả cầu thép và độ sâu vết lõm phải luôn bằng 12 (cm). Tìm độ sâu d (đơn vị là cm) để thể tích phần silicon bị chiếm chỗ (thể tích vết lõm) là lớn nhất?

Trả lời:

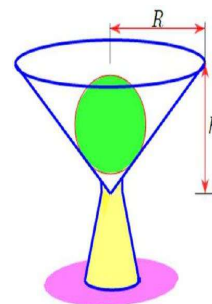
Câu 65: Hình vẽ bên cạnh minh họa cho phần chứa chất lỏng của một loại ly rượu có dạng hình nón tròn xoay. Mặt cắt qua trục của hình nón là một tam giác đều có diện tích $16\sqrt{3}$ (cm^2). Nếu trong ly đặt một khối băng dạng hình trụ, yêu cầu chiều cao của khối băng không vượt quá chiều cao miệng ly, thì thể tích lớn nhất của khối băng hình trụ có thể đặt trong ly bằng bao nhiêu cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Trả lời:

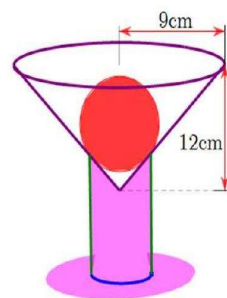
Câu 66: Một chiếc cốc thủy tinh dạng hình nón có đỉnh úp ngược với chiều cao $h = 8$ (cm) và bán kính miệng đáy $R = 6$ (cm). Ban đầu cốc chứa đầy nước. Người ta thả quả cau cao su (đặc, không thấm nước vào cốc sao cho nó tiếp xúc với mặt bên trong của cốc. Biết rằng khi thể tích nước tràn ra ngoài là lớn nhất thì thể tích lớn nhất đó bằng bao nhiêu ml? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Trả lời:



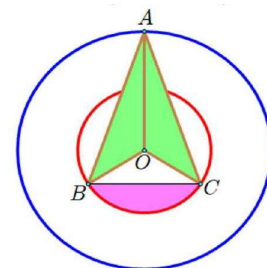
Câu 67: Một chiếc ly hình nón được đặt cố định, đỉnh hướng xuống dưới, có chiều cao $h = 12$ (cm) và bán kính miệng ly $R = 9$ (cm). Ban đầu ly chứa đầy nước. Người ta thả từ từ một quả cau cao su (đặc, không thấm nước, bán kính r) vào trong ly sao cho quả cau tiếp xúc với mặt bên trong của ly. Biết rằng khi quả cau ở vị trí cân bằng thì lượng nước tràn ra ngoài là lớn nhất. Tính bán kính r (đơn vị là cm) của quả cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Trả lời:



Câu 68: Trong hình minh họa bên là một huy hiệu kỉ niệm có cấu trúc gồm hai đường tròn đồng tâm bán kính lần lượt 1 (cm) và 2 (cm), tâm O . Tam giác cân ABC có đỉnh A nằm trên đường tròn ngoài, hai điểm B, C nằm trên đường tròn trong; O và A nằm cùng phía đối với đường thẳng BC . Gọi S_1 là diện tích hình quạt - dây (phần giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC), gọi S_2 là tổng diện tích của tam giác OAB và tam giác OAC . Khi biểu thức $D = S_2 - S_1$ đạt giá trị lớn nhất thì huy hiệu đẹp nhất. Hãy tìm giá trị lớn nhất đó theo đơn vị cm^2 ? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:



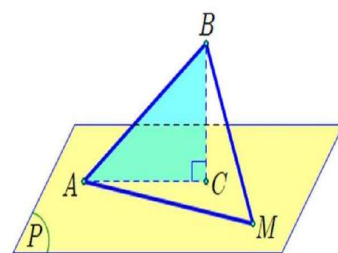
Câu 69: Hình vẽ bên gồm một tam giác vuông ABC nằm trong một mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (P) . Một cạnh góc vuông AC nằm trong mặt phẳng

(P) , cạnh góc vuông còn lại BC có độ dài $\frac{\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$. Trên mặt phẳng

(P) có điểm M duy chuyển sao cho diện tích tam giác ABM bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Khi đó

giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng CM bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

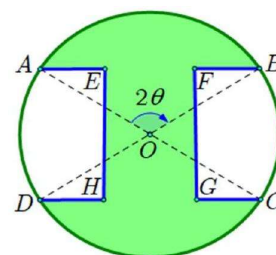


Câu 70: Để chào mừng Thế vận hội Olympic 2020, một nhà thiết kế dự định tạo một biểu tượng hình tròn; bên trong có một "hoa văn" (phần tô màu như hình vẽ).

Bán kính đường tròn là 1 (m); AC, BD là các đường kính của đường tròn; E, F thuộc dây AB ; H, G thuộc dây CD ; O là tâm của hình chữ nhật $EFGH$. Biết rằng

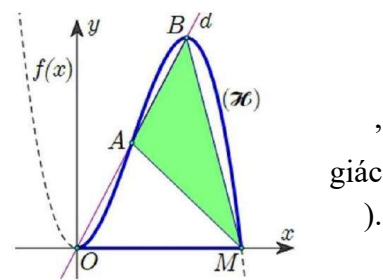
$\widehat{AOB} = 2\theta, EF = \frac{2}{3}$ (m) và $\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{12}$. Tính giá trị nhỏ nhất của diện tích hoa

văn (m^2) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Trả lời:

Câu 71: Trong hệ trục tọa độ Oxy với độ dài trên trục là 10 mét. Giả sử có một mảnh vườn được giới hạn bởi trục hoành và một phần đồ thị $(\mathcal{H})$ của hàm số $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$, (O là điểm cực tiểu, $(\mathcal{H})$ cắt Ox tại điểm $M(3;0)$ tham khảo hình vẽ). Bạn An muốn trồng hoa trên mảnh đất có dạng hình tam MAB với A, B là giao điểm của đường thẳng $d: y = kx, (k > 0)$ và đồ thị $(\mathcal{H})$. Hãy tìm k để diện tích phần trồng hoa này là lớn nhất?



Trả lời:

Câu 72: Một công ty thiết kế một khung trưng bày 3D bằng kim loại, gồm hai phần:

+ Phần đế là một tấm kim loại hình vuông $ABCD$.

+ Từ cạnh chéo BD của tấm đế, người ta dựng lên một khung

đứng hình chữ nhật $EFBD$ (cạnh BD là cạnh chung giữa hai phần), sao cho mặt phẳng của khung đứng vuông góc với mặt phẳng của tấm đế. Khi ghép lại, ta được một khối đa diện $ABCDEF$ như hình sau: Biết rằng thể

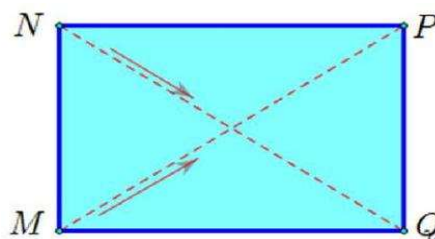
tích của khối đa diện này là $V = \frac{16}{3}$ (đơn vị thể tích). Để bảo vệ sản phẩm trong quá trình vận chuyển, công ty

muốn đặt toàn bộ khung vào một hộp nhựa hình cầu sao cho khung vừa khít, tức 6 điểm A, B, C, D, E, F nằm trên mặt cầu. Hỏi diện tích mặt cầu nhỏ nhất là bao nhiêu? (đơn vị diện tích và kết quả làm tròn đến hàng phần

trăm).

Trả lời:

Câu 73: Hai chiếc cano tuần tra trên một vùng biển lặng được mô hình hóa là hình chữ nhật $MNPQ$ với $MN = 6$ hải lý, $MQ = 8$ hải lý. Cùng một thời điểm, cano 1 chạy từ M đến P ; cano 2 chạy từ N đến Q . Biết quá trình chuyển động, vận tốc hai ca nô không đổi và vận tốc cano 1 gấp đôi vận tốc cano 2. Khi khoảng cách giữa hai cano đạt giá trị nhỏ nhất thì cano 1 đã đi được quãng đường bằng bao nhiêu phần trăm độ dài đường chéo MP ? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần



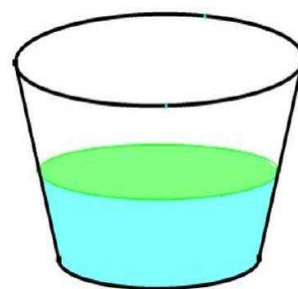
Trả lời:

Câu 74: Hai con đường cắt nhau tạo thành một góc 60° tại ngã tư O . Một xe A đang ở vị trí cách ngã tư 1 (km) và đi về phía ngã tư với tốc độ 30 (km/h). Sau khi xe A xuất phát được 2 phút, xe B đang ở vị trí cách ngã tư 2 (km) và cũng đi về phía ngã tư với tốc độ 40 (km/h). Giả sử hai xe chuyển động thẳng đều. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai xe đơn vị km, làm tròn đến hàng phần

trăm).

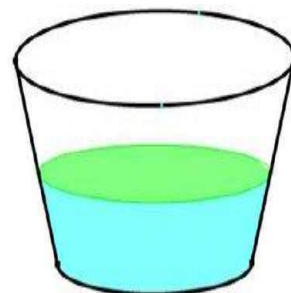
Trả lời:

Câu 75: Một cái xô nhựa dùng để trộn hồ xây dựng có dạng hình nón cụt. Đáy xô nhỏ hơn miệng xô, bán kính đáy là 10 (cm) , bán kính miệng là 20 (cm) và chiều cao xô là 40 (cm) . Người thợ bơm nước vào xô sao cho mực nước dâng lên đều đặn với tốc độ 2 (cm/s) . Hỏi tốc độ tăng thể tích nước trong xô tại thời điểm mực nước cao 20 (cm) là bao nhiêu cm^3/s ? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



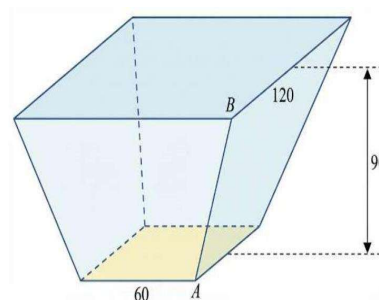
Trả lời:

Câu 76: Một phin pha cà phê cỡ lớn (dùng cho quán) có dạng hình nón cụt: bán kính đáy dưới 4 (cm) , bán kính miệng trên 8 (cm) và chiều cao 10 (cm) . Người ta rót nước sôi vào phin với lưu lượng không đổi là $20\pi\text{ (cm}^3/\text{s})$. Tính tốc độ dâng lên của mực nước (cm/s) tại thời điểm nước trong phin đạt độ cao 5 (cm) (bà qua thể tích bột cà phê và kết quả cuối cùng được làm tròn đến hàng phần trăm).



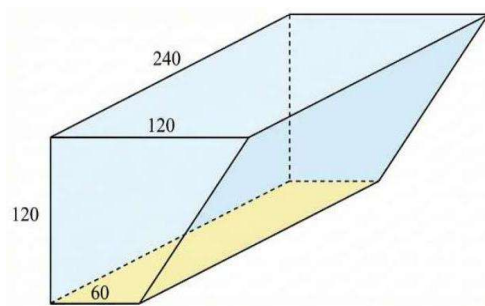
Trả lời:

Câu 77: Một bể nước có dạng hình chóp cụt đều ban đầu chưa chứa nước, với hai cạnh đáy lần lượt là 60 (cm) và 120 (cm) , có chiều cao bằng 90 (cm) . Sử dụng một vòi nước chảy với lưu lượng không đổi là $1500\text{ (cm}^3/\text{phút})$. Gốc thời gian tính từ lúc nước bắt đầu chảy vào bể. Hãy xác định tốc độ dâng theo cạnh AB của mực nước trong bình ở phút thứ 36 theo cm/phút (không làm tròn các kết quả của phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).



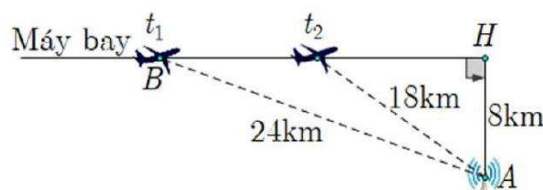
Trả lời:

Câu 78: Cho một bình nước có dạng hình lăng trụ đứng tứ giác có kích thước như hình vẽ, ban đầu chưa chứa nước. Sử dụng một vòi nước chảy với lưu lượng không đổi là $2100\text{ (cm}^3/\text{phút})$. Gốc thời gian tính từ lúc nước bắt đầu chảy vào bể. Hãy xác định tốc độ dâng lên của mực nước trong bình ở phút thứ 40 theo cm/phút ? (không làm tròn các kết quả của phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).



Trả lời:

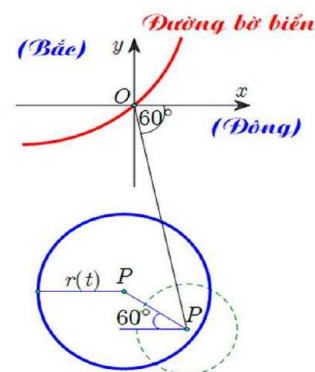
Câu 79. Trong hình vẽ, một trạm quan sát A (đặt tại mặt đất) có radar để theo dõi các máy bay. Ở một thời điểm, một máy bay đang ở B có độ cao $h = 8\text{ (km)}$, chuyển động với tốc độ không đổi trên một hướng bay cắt đường thẳng đứng vuông góc với mặt đất tại A như hình vẽ. Ở thời điểm t_1 được khoảng cách từ



máy bay tới trạm quan sát là 24(km) và khoảng cách này đang giảm với tốc độ bằng 300(km / h) . Ở thời điểm t_2 được khoảng cách từ máy bay tới trạm quan sát là 18(km) thì khoảng cách này đang giảm với tốc độ bằng bao nhiêu km / h (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

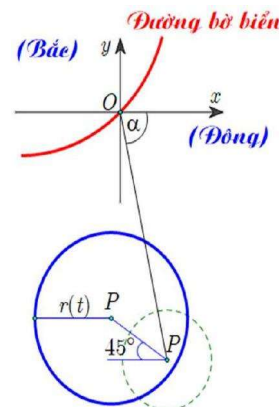
Trả lời:

Câu 80: Ở vùng biển gần một thành phố ven biển nào đó có một cơn bão. Theo quan trắc, tại thời điểm hiện tại, tâm bão nằm ở vị trí cách thành phố O (được ghép vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ với đơn vị trên trục là km) một đoạn 360(km) theo hướng tạo với hướng Đông một góc $\theta = 60^\circ$. Tâm bão đang di chuyển theo hướng Tây 60° Bắc (tức là hướng thẳng vào thành phố) với tốc độ di chuyển là 20(km / h) . Vùng bão ảnh hưởng được coi là hình tròn, bán kính hiện tại là 60(km) và bán kính tăng đều với tốc độ 10 (km/h). Hỏi sau bao nhiêu giờ thì thành phố bắt đầu bị ảnh hưởng?



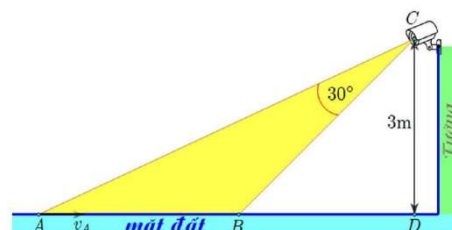
Trả lời:

Câu 81: Một cơn bão từ đại dương đang dần tiến vào một Thành phố ven biển. Theo quan trắc, hiện tại tâm bão đang nằm tại vị trí cách thành phố đang vị trí O một đoạn 480(km) theo hướng tạo với hướng Đông một góc α (tham khảo hình vẽ) thỏa mãn $12 \cdot \cos \alpha = \sqrt{3}$. Tâm bão di chuyển theo hướng Tây bắc lệch một góc 45° so với hướng Tây với tốc độ là 24(km / h) . Vùng bão bị ảnh hưởng được coi là một hình tròn, bán kính hiện tại là 61(km) và bán kính tăng đều với tốc độ 12(km / h) . Dựa vào đó, các nhà quan trắc dự báo sau đúng T giờ thì thành phố này bắt đầu bị ảnh hưởng bão. Tìm T (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Trả lời:

Câu 82: Trong mặt phẳng thẳng đứng, một camera gắn tại C gần chân tường, cách mặt đất một khoảng $CD = 3$ (m) . Camera có góc quan sát không đổi $\widehat{ACB} = 30^\circ$ (A, B thuộc mặt đất và A nằm xa D hơn B , hình vẽ). Tại một thời điểm, điểm A di chuyển về phía D với vận tốc không đổi $v_A = 0,8$ (m/s) . Tính tốc độ của điểm B (đơn vị m/s) tại thời điểm điểm B trùng với điểm gần chân tường D .



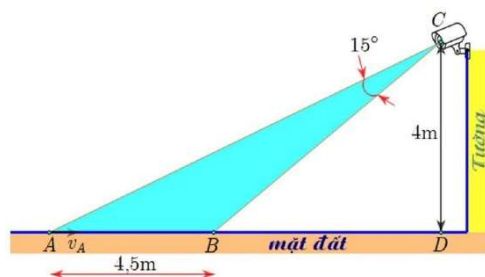
Trả lời:

Câu 83: Trong mặt phẳng thẳng đứng, mặt đất là một mặt phẳng. Trên một bức tường thẳng đứng có gắn camera tại điểm C , hình chiếu vuông góc của C xuống mặt đất là D và $CD = 4$ (m).

Camera quan sát theo hai tia biên CA và CB cắt mặt đất lần lượt tại A và B (với A ở phía trái B). Góc quan sát không đổi $\widehat{ACB} = 15^\circ$. Ban đầu khoảng cách $AB = 4,5$ (m). Camera di

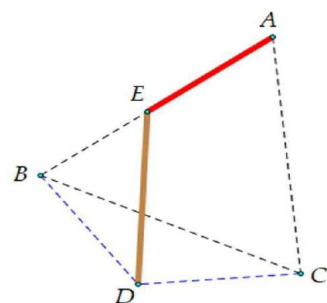
chuyển góc quay sao cho điểm A chuyển động dọc theo mặt đất tiến lại gần D với tốc độ không đổi là $0,6$ (m/s). Nếu góc quan sát $\widehat{ACB}$ không đổi thì tại thời điểm điểm B đi tới điểm D , tốc độ của B bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:



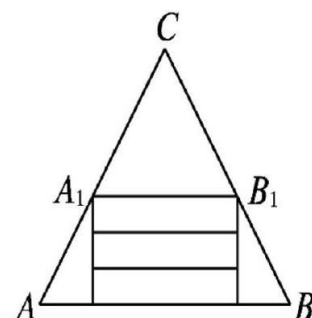
Câu 84: Một khu bất động sản dự định xây ba tòa nhà A, B, C sao cho khoảng cách giữa từng cặp tòa nhà đều bằng 2 (km). Dự định xây thêm tòa nhà thứ tư D ở bên ngoài vùng tam giác ABC tạo thành; yêu cầu quy hoạch là "góc nhìn" của D đối với hai tòa B, C bằng $\frac{2\pi}{3}$ (đơn vị rad, tức $\widehat{BDC} = \frac{2\pi}{3}$) như hình

vẽ. Giả sử bỏ qua kích thước và chiều cao của các tòa nhà. Khi khoảng cách từ D đến B và C bằng nhau, dự định xây một chòi nghỉ E trên đoạn AB và lần lượt lát đường đá cuội AE và đường gỗ chống mục DE như hình vẽ. Biết đơn giá lát đường đá cuội và đường gỗ chống mục lần lượt là 2 (triệu đồng/km) và 4 (triệu đồng/km). Hỏi giá trị nhỏ nhất của tổng chi phí lát hai con đường bằng bao nhiêu triệu đồng?



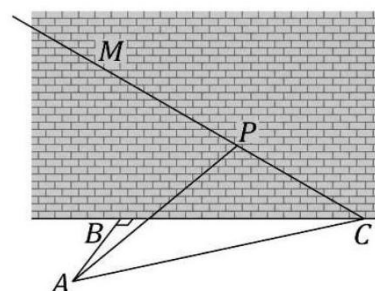
Trả lời:

Câu 85: Để nâng cao năng lực cốt lõi "Mô hình hóa toán học" của học sinh, trong một hoạt động CLB Toán, giáo viên giao một nhiệm vụ khám phá. Như hình: có một tấm bìa tam giác đều ABC cạnh 27 (cm). Người ta cắt ở giữa ra một tam giác đều A_1B_1C làm đáy. Từ phần còn lại là hình thang ABB_1A_1 , cắt ra ba hình chữ nhật bằng nhau làm các mặt bên, ghép thành một lăng trụ tam giác không nắp (không tính hai đáy). Khi cạnh đáy của lăng trụ bằng bao nhiêu cm thì thể tích lăng trụ đạt lớn nhất?



Trả lời:

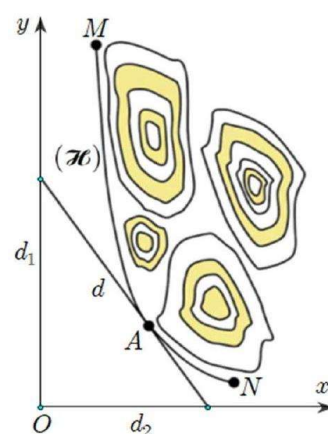
Câu 86: Trong hình vẽ bên cạnh, một người đứng tại điểm A trước một bức tường thẳng đứng vuông góc với mặt phẳng nền nằm ngang (ABC) để luyện tập bắn. Biết khoảng cách từ A đến mặt tường là AB . Một mục tiêu P chuyển động trên mặt tường theo tia CM . Để ngắm bắn chính xác mục tiêu P , cần tính góc nâng θ khi quan sát P từ A (trong đó góc nâng θ là góc tạo bởi đường thẳng AP và mặt phẳng (ABC)). Cho biết $AB = 15$ (m), $AC = 25$ (m) và $\widehat{BCM} = 30^\circ$. Tìm giá trị lớn nhất của $\tan \theta$? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Trả lời:

Câu 87: Ở khu vực ngoài một khu danh thắng cảnh có hai con đường dạng đường thẳng d_1, d_2 vuông góc nhau được ghép vào hệ trục Oxy như hình vẽ với đơn vị trên trục là 1 km. Để tiếp tục cải thiện tình hình giao thông của khu danh thắng cảnh này, người ta dự định xây dựng một con đường thẳng d nối hai con đường d_1, d_2 và đường biên của khu danh thắng cảnh, đường biên này được mô hình hóa bằng đồ thị $(\mathcal{H})$ của hàm số $y = \frac{a}{x^2 + b}$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$

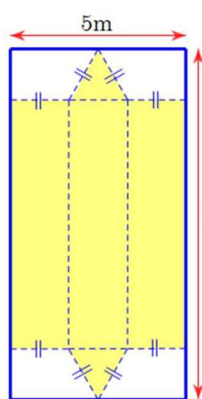
. Đo được khoảng cách từ M đến d_1, d_2 lần lượt là 5(km) và 40(km); từ N đến d_1, d_2 lần lượt là 20(km) và 2,5(km). Giả sử đường d tiếp xúc với



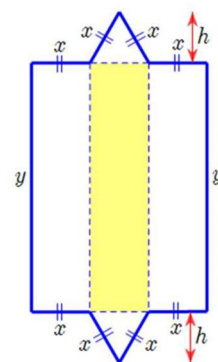
đường cong $(\mathcal{H})$ tại A và biết độ dài ngắn nhất của con đường thẳng d bằng $\ell\sqrt{3}$ (km), hãy tìm ℓ ?

Trả lời:

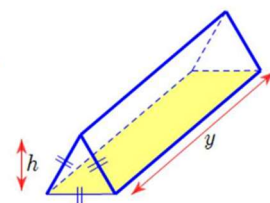
Câu 88: Hình 1 biểu diễn một tấm bìa cứng dạng hình chữ nhật có các cạnh dài 5 mét và 10 mét. Ở mỗi góc người ta cắt đi một hình thang để được hình dạng như ở hình 2; hình này gồm hai tam giác cân bằng nhau và ba hình chữ nhật. Với mỗi tam giác cân: hai cạnh bên có độ dài x mét và chiều cao là h mét. Sau đó tấm bìa còn lại ở hình 2 được gấp theo các nét đứt để tạo thành một lăng trụ tam giác kín có chiều dài y mét như ở hình 3. Thể tích của lăng trụ tam giác



Hình 1



Hình 2

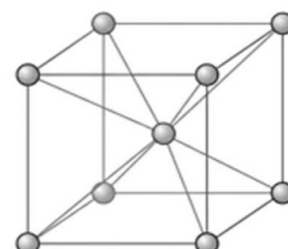
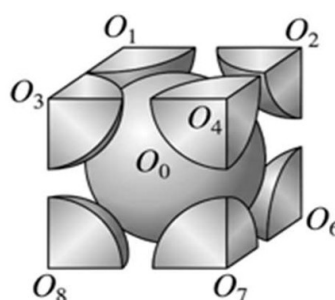


Hình 3

kín được ký hiệu là V . Tìm giá trị h (m) để giá trị của V là một giá trị lớn

Trả lời:

Câu 89: Minh họa hình vẽ bên, ở bên trong hình lập phương cạnh 1, có 8 phần hình cầu O_i , $(i=1,2,\dots,8)$ có tâm là các đỉnh của hình lập phương và có bán kính bằng nhau. Có thêm một hình cầu O_0 có tâm là tâm của hình lập phương. Biết O_0 tiếp xúc với mỗi O_i , $(i=1,2,\dots,8)$. Khi đó giá trị lớn nhất của tổng thể tích 9 phần nói trên bằng bao nhiêu? (không làm tròn kết quả các phép toán trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm).



Trả lời:

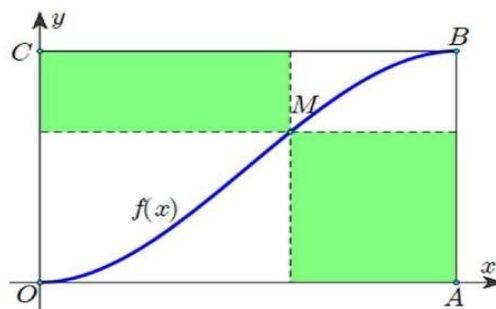
Câu 90: Một khu đất dự án hình chữ nhật $OABC$ được quy hoạch trên mặt phẳng tọa độ Oxy với các đỉnh $O(0;0), A(6;0), C(0;4)$ (đơn vị đo: km). Một dòng sông nhân tạo chảy xuyên qua khu đất có đường bờ là đồ thị của hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Dòng sông chảy từ cống O đến cống $B(6;4)$ và phải tuân thủ các điều kiện thủy văn để đảm bảo dòng chảy êm thuận (không bị gây khúc) khi kết nối với hệ thống nước bên ngoài:

+ Tại điểm vào O , hướng dòng chảy tiếp xúc với đường biên OA (trục hoành).

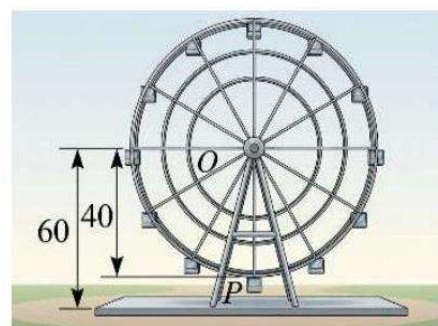
+ Tại điểm ra B , hướng dòng chảy tiếp xúc với đường biên CB (phương ngang).

Kiến trúc sư cần chọn một điểm M nằm trên đường bờ sông (với hoành độ x thỏa mãn $0 < x < 6$) để đặt trạm quan sát. Từ M , kẻ các đường thẳng song song với các cạnh của khu đất, chia phần đất còn lại thành 4 vùng. Hai vùng nằm ở góc trên bên trái và góc dưới bên phải (so với điểm M) sẽ được giữ lại để phát triển thành hai khu rừng sinh thái. Hỏi tổng diện tích của hai khu rừng sinh thái đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu km^2 ?

Trả lời:

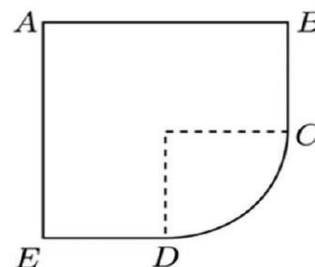


Câu 91: Vòng đu quay trên không có bán kính khoảng 40 (m), tâm O cách mặt đất khoảng 60 (m). Đu quay quay đều ngược chiều kim đồng hồ, cứ 15 phút quay được một vòng. Điểm P trên đu quay lúc ban đầu ở vị trí thấp nhất. Biết tại thời điểm t (phút), độ cao của P so với mặt đất là $f(t) = h + A\sin(\omega t + \varphi)$ với $\omega > 0$ và $|\varphi| < \pi$. Khi độ cao so với mặt đất ở mức $(60 + 20\sqrt{3})$ (m) trở lên thì có thể nhìn thấy toàn cảnh thành phố. Hỏi trong một vòng quay, tổng thời gian có thể nhìn thấy toàn cảnh thành phố là bao nhiêu giây?



Trả lời:

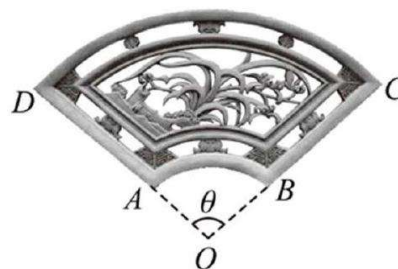
Câu 92: Mini KTV là một loại hình giải trí mới. Bên ngoài thường được ngăn cách bởi tường kính, tạo thành các phòng nhỏ sáng sủa, gần vài năm trở lại đây xuất hiện trong nhiều trung tâm thương mại và được giới trẻ rất ưa chuộng. Hình bên là sơ đồ mặt cắt ngang của một mini KTV. Biết rằng $AB = AE = 1,5$; $BAE = ABC = AED = 90^\circ$ và đoạn cong CD là một cung tròn có góc ở tâm 90° . Gọi diện tích mặt cắt ngang của mini KTV là S và chu vi là



L . Tính giá trị lớn nhất của $\frac{S}{L}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm và quy ước trong bài toán này lấy $\pi = 3$ để tính toán).

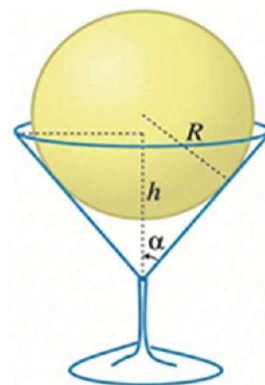
Trả lời:

Câu 93: Hình minh họa bên là một bức chạm khắc dạng vành quạt, có thể coi là hình quạt OCD cắt bỏ phần hình quạt OAB . Biết chu vi của hình vành quạt là 300 (cm), bán kính ngoài $OD = 100$ (cm). Đặt bán kính trong $OA = x$ (cm) và góc $\widehat{AOB} = \theta$ (radian). Chi phí chạm khắc theo x là $w(x) = 10x + 1700$. Tìm giá trị lớn nhất của tỉ số "diện tích bức chạm khắc với chi phí chạm khắc".



Trả lời:

Câu 94: Một ly nước có dạng hình nón tròn xoay thẳng, chiều cao $h = 24$ (cm) và nửa góc ở đỉnh $\alpha = 30^\circ$. Ly được rót nước đầy tới miệng. Từ từ hạ một quả cầu rắn theo trục đối xứng vào ly làm chất lỏng tràn ra ngoài (tham khảo hình vẽ). Tìm bán kính R (cm) của quả cầu để thể tích chất lỏng tràn ra là lớn nhất?



Trả lời:

Câu 95: Một khối pha lê trang trí nguyên bản có dạng hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là một hình vuông có cạnh bằng 4 cm, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có chiều cao $SA = 6$ cm. Một nghệ nhân muốn cắt gọt khối pha lê này để tạo ra một khối chóp có hình dáng tinh xảo hơn là $S.AMN$. Để đảm bảo tỷ lệ ánh sáng và tính thẩm mỹ, nghệ nhân đánh dấu điểm M trên cạnh BC và điểm N trên cạnh CD sao cho góc nhìn $\widehat{MAN} = 30^\circ$, sau đó dùng máy cắt gọt theo các mặt phẳng (SAM) , (SAN) và (SMN) . Hỏi khối pha lê $S.AMN$ sau khi chế tác xong có thể tích lớn nhất là bao nhiêu cm^3 ? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Trả lời:

Câu 96: Một nhóm sinh viên kiến trúc thiết kế một mô hình lều cắm trại sinh thái có dạng hình chóp. Mặt sàn của chiếc lều là một hình tam giác đều có cạnh dài 6 m. Một mặt bên của chiếc lều là một khung vải bạt cũng có hình tam giác đều và được gắn bản lề cố định một cạnh trùng với một cạnh của mặt sàn. Để thay đổi không gian sinh hoạt, người sử dụng có thể chống mặt bên khung vải bạt này lên với các góc nghiêng khác nhau so với mặt đất (các mặt bên còn lại sẽ được phủ bằng vật liệu bạt co giãn để luôn đảm bảo lều kín). Hỏi thể tích không gian lớn nhất bên trong chiếc lều là bao nhiêu mét khối (m^3)?

Trả lời:

Câu 97: Một nhóm kiến trúc sư đang thiết kế một mái che giếng trời bằng kính cường lực cho một trung tâm thương mại. Mái che có dạng hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với mặt đáy $ABCD$ là một khung thép hình bình hành có kích thước hai cạnh kề là 6 m và 10 m. Các thanh thép chịu lực chính nối từ đỉnh S xuống các góc A, B, C có chiều dài lần lượt là $SA = 8$ m và $SB = SC = 10$ m. Phần đáy khung thép có thể được điều chỉnh góc để thay đổi hình dáng tổng thể. Để đảm bảo không gian lấy sáng và thông gió bên dưới là tốt nhất, hệ thống cần được chốt góc sao cho thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính thể tích không gian lớn nhất đó (đơn vị: m^3 , làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 98: Một nhóm kiến trúc sư đang thiết kế một mái che giếng trời bằng kính cường lực cho một trung tâm thương mại. Mái che có dạng hình chóp tứ giác $S.ABCD$ với mặt đáy $ABCD$ là một khung thép hình bình hành có kích thước hai cạnh kề là 6 m và 10 m. Các thanh thép chịu lực chính nối từ đỉnh S xuống các góc A, B, C có chiều dài lần lượt là $SA = 8$ m và $SB = SC = 10$ m. Phần đáy khung thép có thể được điều chỉnh góc để thay đổi hình dáng tổng thể. Để đảm bảo không gian lấy sáng và thông gió bên dưới là tốt nhất, hệ thống

cần được chốt góc sao cho thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Tính thể tích không gian lớn nhất đó (đơn vị: m^3 , làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 99: Một công ty tổ chức sự kiện đang thiết kế một khung lều bạt có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (với $A'B'C'$ là mặt đáy nằm trên mặt đất). Để đảm bảo yêu cầu chịu lực và tính thẩm mỹ, các thanh dầm thép được cắt sẵn với kích thước như sau: thanh cột bên $AA' = 4\text{ m}$, các thanh chéo vách $AB' = 4\text{ m}$ và $AC' = 6\text{ m}$; các thanh giằng đáy $A'B' = A'C' = 2\sqrt{2}\text{ m}$. Công ty muốn thay đổi vị trí điểm neo A để tối đa hóa không gian sử dụng bên trong lều. Hỏi thể tích không gian lớn nhất bên trong lều có thể đạt được là bao nhiêu mét khối? (Lưu ý: Không làm tròn ở các phép tính trung gian, kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 100: Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 200 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \leq x \leq 200$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng) và $R(x) = 60x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Trả lời:

Câu 101: Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 300x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{30000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

Trả lời:

Câu 102: Thầy N là giáo viên dạy Toán Online. Sau một năm học online, thầy muốn đặt mua 40 móc khóa làm quà lưu niệm để tặng học sinh trong buổi gặp mặt cuối khóa. Khi tìm trên hai nền tảng thương mại điện tử, thầy phân vân giữa hai chương trình ưu đãi sau:

- + Shopee: Mỗi chiếc móc khóa giá 10 nghìn đồng, với chương trình mua 5 tặng 1.
- + TikTok Shop: Mỗi chiếc cũng giá 10 nghìn đồng, nhưng nếu mua từ 4 chiếc trở lên, sẽ được giảm 15% trên tổng đơn hàng.

Số tiền ít nhất mà Thầy N phải trả ít nhất là bao nhiêu nghìn đồng?

Trả lời:

Câu 103: Một công ty game “V-Game” phát triển một tựa game mobile độc quyền. Họ ước tính nếu đầu tư x (tỷ đồng) vào chiến dịch marketing, tổng doanh thu (sau khi trừ chi phí máy chủ) mà game mang lại sẽ là $F(x) = 1000x - x^2$ (tỷ đồng).

Tuy nhiên, V-Game không tự phát hành game mà hợp tác với một nền tảng “N-Store”.

+ Chi phí để thực hiện chiến dịch marketing x (tỷ đồng) này là $G(x) = x^2 + 200x + 100$ (tỷ đồng).

+ Ngoài ra, Z-Store sẽ thu một khoản “phí cố định” t (tỷ đồng) cho mỗi tỷ đồng mà VinaGame chi cho marketing. (Ví dụ: nếu V-Game chi $x = 10$ tỷ đồng cho marketing và $t = 0,5$, họ phải trả cho N-Store $10 \times 0,5 = 5$ tỷ đồng phí.)

Nền tảng N-Store phải đặt mức phí t là bao nhiêu tỷ đồng để tối đa hoá doanh thu từ “phí cố định” của mình, biết rằng V-Game sẽ luôn chọn mức đầu tư marketing x để tối đa hoá lợi nhuận của họ? (biết rằng $0 < x < 400$ và $0 < t < 500$).

Trả lời:

Câu 104: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là

$G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Trả lời:

Câu 105: Một nhà máy sản xuất bánh kẹo “SweetHome” cần 10 000 kg đường mỗi năm.

+ Để đáp ứng nhu cầu, nhà máy phải đặt hàng từ nhà cung cấp nhiều lần trong năm.

+ Chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng (vận chuyển, giấy tờ) là 50 000 đồng.

+ Khi đường về kho, $\frac{1}{3}$ số lượng được đưa ngay vào dây chuyền sản xuất, $\frac{2}{3}$ số lượng được đưa vào kho bảo quản lạnh.

+ Chi phí bảo quản lạnh là 3 000 đồng/kg/năm, được tính trên lượng đường trung bình có trong kho lạnh.

Nhà máy SweetHome nên đặt bao nhiêu kg đường cho mỗi lần đặt hàng để tổng chi phí (đặt hàng + bảo quản lạnh) là thấp nhất? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Trả lời:

Câu 106: Một công ty khởi nghiệp công nghệ có số vốn ban đầu là 5 tỷ đồng để duy trì hoạt động.

+ Chi phí vận hành trong tháng thứ nhất (gồm trả lương, thuê văn phòng, ...) là 150 triệu đồng.

+ Do mở rộng quy mô, chi phí vận hành mỗi tháng sau đó tăng đều đặn 3% so với tháng liền trước.

Nguồn thu duy nhất của công ty là một hợp đồng lớn được thanh toán như sau:

+ Doanh thu ghi nhận trong tháng t đúng bằng chi phí vận hành của tháng đó.

+ Tuy nhiên, số tiền này chỉ được chuyển vào tài khoản của công ty sau đúng 6 tháng đúng vào thời điểm chi trả tháng mới.

Nếu công ty không còn nguồn thu nào khác thì công ty có thể duy trì hoạt động tối đa trong bao nhiêu tháng, trước khi vốn ban đầu không còn đủ để chi trả chi phí vận hành của một tháng?

Trả lời:

Câu 107: Một cửa hàng chuyên kinh doanh một loại tai nghe không dây cao cấp.

Cửa hàng ước tính mỗi tuần bán được 30 chiếc.

+ Chi phí để đặt một lô hàng mới (không đổi) là 1500000 đồng. Giá nhập mỗi chiếc tai nghe là 2000000 đồng. Chi phí lưu kho cho mỗi chiếc là 20000 đồng/tuần.

+ Để kích cầu và đẩy hàng tồn, cửa hàng áp dụng chính sách: lô hàng nhập về sẽ được bán với giá 3000000 đồng/chiếc trong các tuần đầu, riêng 30 chiếc cuối cùng trong lô hàng (bán ở tuần cuối cùng của chu kỳ) sẽ được giảm giá còn 2700000 đồng/chiếc.

Hỏi cửa hàng nên đặt một lô hàng đủ bán trong bao nhiêu tuần để lợi nhuận trung bình mỗi tuần là cao nhất?

Trả lời:

Câu 108: Thầy giáo giao cho các nhóm một mảnh bìa catton hình tam giác ABC có $BC = 16cm$, đường cao $AH = 12cm$. Thầy giáo yêu cầu từ tấm bìa catton đó cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ để làm một poster quảng cáo cho lớp. Biết rằng hình chữ nhật đó có đỉnh M thuộc cạnh AB , đỉnh N thuộc cạnh AC còn hai đỉnh P và Q thuộc cạnh BC . Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $MNPQ$ là bao nhiêu cen-ti-mét-vuông?

Trả lời:

