

LÊ BÁ BẢO

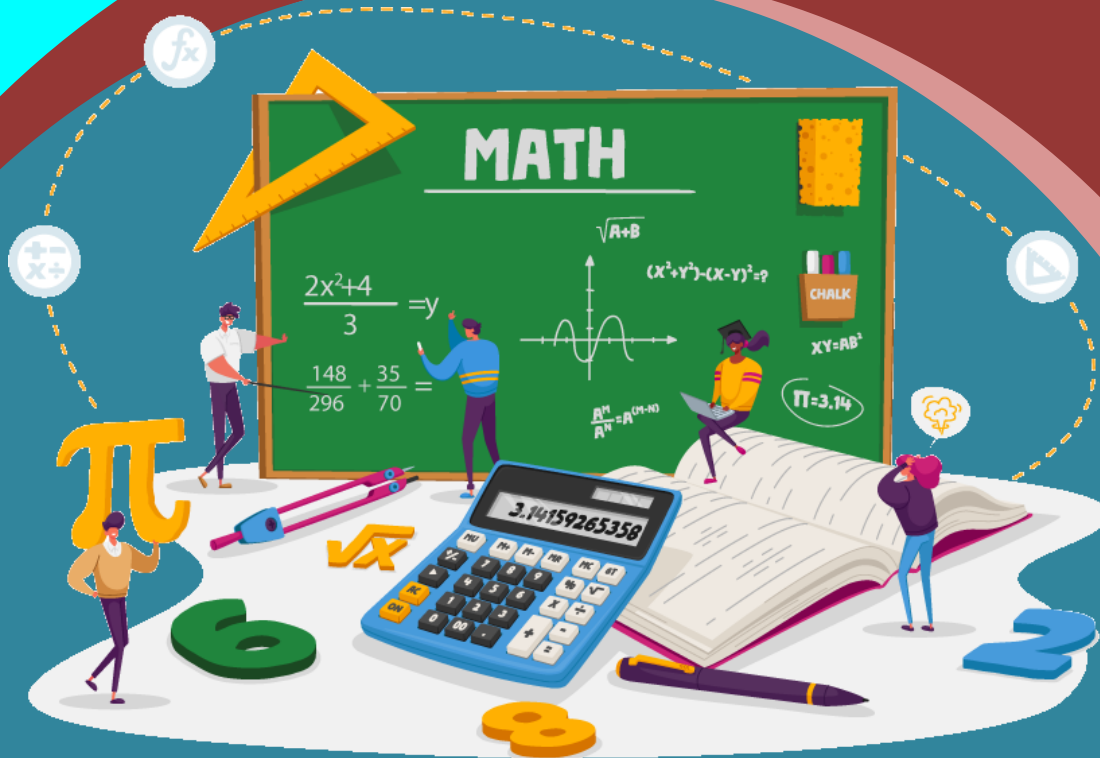
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

-  LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
-  CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



Chủ đề 2:

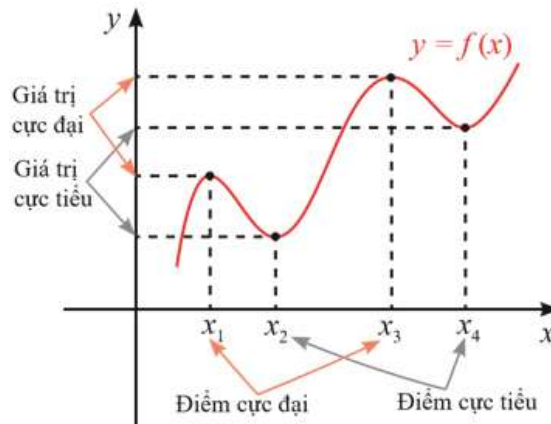
CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

I. LÝ THUYẾT

1) Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp D và $x_0 \in D$.

- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset D$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực đại**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CD} .
- Nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và $(a;b) \subset D$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$ thì x_0 được gọi là một **điểm cực tiểu**, $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số $y = f(x)$, kí hiệu y_{CT} .



a) Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị** của hàm số. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là **giá trị cực trị** (còn gọi là **cực trị**) của hàm số.

b) Nếu x_0 là một điểm cực trị (điểm cực đại, điểm cực tiểu) của hàm số $y = f(x)$ thì ta cũng nói hàm số

$y = f(x)$ đạt cực trị (cực đại, cực tiểu) tại x_0 .

c) Hàm số có thể đạt cực đại và cực tiểu tại nhiều điểm trên D .

d) Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì điểm $M(x_0; f(x_0))$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số

$y = f(x)$.

2) Tìm cực trị của hàm số bằng cách xét dấu đạo hàm

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó:

- Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 ;
- Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

3) Các bước tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$:

- Bước 1. Tìm tập xác định D của hàm số.
- Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số. Tìm các điểm $x_1; x_2; \dots; x_n$ thuộc D mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ bằng 0 hoặc đạo hàm không tồn tại.

- Bước 3. Xét dấu $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x qua điểm x_i ($i = 1, 2, \dots$) thì hàm số đạt cực tiểu tại x_i . Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_i ($i = 1, 2, \dots$) thì hàm số đạt cực đại tại x_i .

Chú ý:

- a) Nếu $f'(x) = 0$ nhưng không đổi dấu khi x qua điểm x_i ($i = 1, 2, \dots$) thì hàm số không có cực trị tại x_i .
b) Nếu $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng K thì $f(x)$ không có cực trị trên khoảng đó.

II. BÀI TẬP MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$

B. $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$

C. $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$

D. $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	
$f(x)$			3		0		$+\infty$
	$-\infty$						

A. 1.

B. 0.

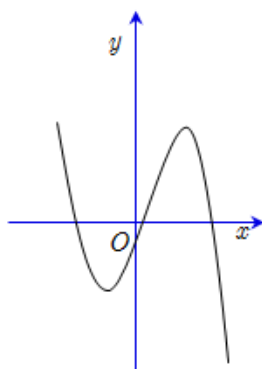
C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

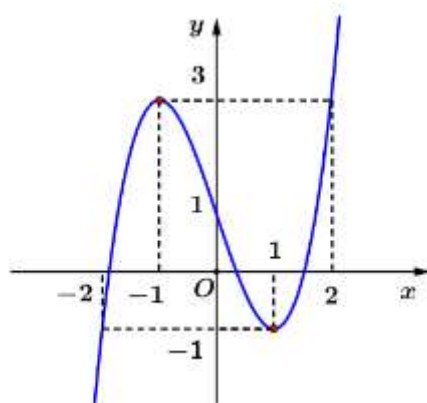
A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho. Tính $y_1 + y_2$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy $y_1 = 3, y_2 = -1 \Rightarrow y_1 + y_2 = 3 - 1 = 2$.

Câu 5: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 9$ có đồ thị là (C) . Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

- A. $N(0;9)$. B. $P(9;0)$. C. $Q(5;2)$. D. $M(2;5)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	9	5	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là $M(2;5)$.

Câu 6: Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- A. $y_{\text{CD}} = 4$ B. $y_{\text{CD}} = 1$ C. $y_{\text{CD}} = 0$ D. $y_{\text{CD}} = -1$

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 0 \\ x = -1 \Rightarrow y(-1) = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$+$ 0	$-$ 0 $+$	
y				

The graph shows a function y plotted against x . The x -axis has critical points at $-\infty$, -1 , 1 , and $+\infty$. The y -axis has values $-\infty$, 4 , 0 , and $+\infty$. The function is defined by the following segments:

- From $x = -\infty$ to $x = -1$, y increases from $-\infty$ to 4 .
- From $x = -1$ to $x = 1$, y decreases from 4 to 0 .
- From $x = 1$ to $x = +\infty$, y increases from 0 to $+\infty$.

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 7: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Ta có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây **không** có điểm cực trị?

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^2 + 2$.

C. $y = \frac{3x-4}{x+1}$.

D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải:

$y = \frac{3x-4}{x+1} \rightarrow y' = \frac{7}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Suy ra hàm số này không có cực trị.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Ta có $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$ và $x = 0$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-		+	0	+
$f(x)$				$f(0)$						
			$f(-1)$		$f(1)$				$f(2)$	

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty; 1); (1; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-		+	0	-	0	+
$f(x)$								

Khi đó, số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không xác định tại $x=1$ và $f'(x)$ đổi dấu từ “âm” sang “dương” khi qua $x=3$ nên nó chỉ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
				-	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

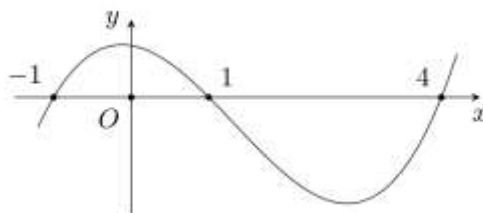
Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không có cực trị tại $x=1$.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=-1, x=0$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 13: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x=4$. B. $x=-1$. C. $x=1$. D. $x=0$.

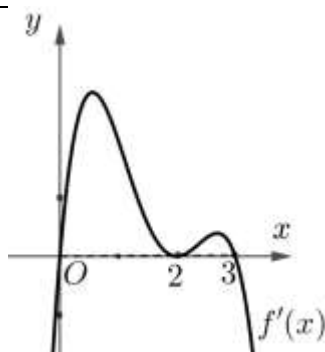
Lời giải:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$								

Dựa vào đồ thị $f'(x)$, ta lập bảng xét dấu của $f'(x)$ và từ đó lập được bảng biến thiên của $f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới:



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải:

-Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 2 điểm $x=0$ và $x=3$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Từ bảng dấu suy ra hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. $x=2$. B. $x=1$. C. $x=-1$. D. $x=-2$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ (x-2)^2=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \\ x=1 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Vậy điểm cực đại của hàm số là $x=-1$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có xét dấu đạo hàm như dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(-x-2)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Lời giải:

Nhận xét: Số điểm cực trị $y = f(x)$ bằng với số điểm cực trị $g(x)$.

Vậy $g(x) = f(-x-2)$ có ba điểm cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải:

Ta có $g'(x) = -f'(-x) = -(x^2 - 1)(-x - 4)$.

$$\text{Khi đó: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow -(x^2 - 1)(-x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-4		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	
		$g(-4)$		$g(-1)$		$g(1)$		$+\infty$	

Hàm số $g(x) = f(-x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 19: Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$ bằng

- A. $4\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Hai điểm cực trị là: $A(0; -2), B(2; 2)$.

$$\text{Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là: } AB = \sqrt{(2 - 0)^2 + (2 + 2)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y_{CD} + 3y_{CT} = 15$. B. $y_{CT} - y_{CD} = 2\sqrt{3}$. C. $2y_{CD} - y_{CT} = 5$. D. $y_{CD} + y_{CT} = 12$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	4	3	4	$-\infty$		

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CT} = 3$, $y_{CD} = 4$.

Vậy $2y_{CD} - y_{CT} = 5$.

Câu 21: Số cực trị của hàm số $y = x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x + 1$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

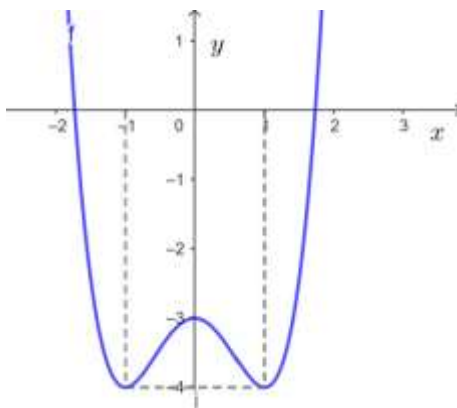
Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 9x^2 + 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2 - 5x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5 + \sqrt{41}}{8} \\ x = \frac{5 - \sqrt{41}}{8} \end{cases}$$

Lập BBT suy ra, số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 22: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Diện tích tam giác tạo bởi các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A(-1; -4)$, $B(1; -4)$, $C(0; -3)$

Gọi $H(0; -4)$ là trung điểm của AB

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2} AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$.

Câu 23: Gọi x_1, x_2 lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = -2x^3 + 2x^2 + 10x - 1$. Tính $2x_1 + 3x_2$.

A. -3.

B. 7.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -6x^2 + 4x + 10$; $y'' = -12x + 4$.

$$\text{Và } y' = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 4x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

Lập BBT, suy ra điểm cực đại của hàm số là $x_1 = \frac{5}{3}$ và điểm cực tiểu của hàm số là $x_2 = -1$.

$$\text{Vậy } 2x_1 + 3x_2 = 2 \cdot \frac{5}{3} + 3 \cdot (-1) = \frac{1}{3}.$$

Câu 24: Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. 6.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải:

$$+ \text{ Ta có: } y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}.$$

Câu 25: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) là

A. $x = 0$.

B. $y = 0$.

C. $2x + y - 2 = 0$.

D. $2x - y + 2 = 0$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y(0) = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = -2 \end{cases}.$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $A(0;2)$, $B(2;-2)$.

Gọi đường thẳng đi qua hai điểm cực trị có dạng là $d: y = ax + b$

$$\text{Vì } A; B \in d \text{ nên ta có hệ phương trình: } \begin{cases} b = 2 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = -2 \end{cases} \Rightarrow d: y = -2x + 2$$

Hay phương trình cần tìm có dạng là $2x + y - 2 = 0$.

Câu 26: Số điểm cực trị của hàm số $y = (x^2 - 2x + 2)e^x$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x + 2)e^x = x^2 e^x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 27: Hàm số $y = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x^3 - 3x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x > 2 \end{cases}$.

Ta có: $y' = \frac{3x^2 - 6x}{(x^3 - 3x^2 + 4)\ln 5}$; $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	-1	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y					

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 28: Hàm số $y = x \ln x$ đạt cực trị tại điểm nào dưới đây?

A. $x = e$.

B. $x = \sqrt{e}$.

C. $x = 0$.

D. $x = \frac{1}{e}$.

Lời giải:

Tập xác định $D = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = (x \ln x)' = \ln x + 1$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} \in (0; +\infty)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1/e$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$-1/e$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = x \ln x$ đạt cực trị tại điểm $x = \frac{1}{e}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng $\frac{3}{4}$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = (2x - 2) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{x^2 - 2x + 2} \cdot \ln\left(\frac{3}{4}\right) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{3}{4}$	0

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{x}{2^x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có cả điểm cực đại và điểm tiểu.
- B. Hàm số đã cho có điểm cực đại.
- C. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.
- D. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = \frac{2^x - x \cdot 2^x \ln 2}{2^{2x}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow 2^x - x \cdot 2^x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
y'	+	0	-
y			

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		3		-5	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 2.
- B. 4.
- C. 1.
- D. 3.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 32: Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A.** $y(-2) = -18$. **B.** $y(-2) = 6$. **C.** $y(-2) = 2$. **D.** $y(-2) = 22$.

Lời giải:

$M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nên

$$\begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \\ y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Suy ra $y(-2) = -18$.

Câu 33: Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0;1)$ và có điểm cực trị là $B(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

- A.** 22. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 23.

Lời giải:

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

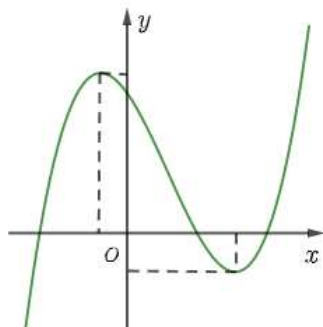
Hàm số có cực trị $a^2 - 3b > 0$

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(0;1); B(-2;0)$ nên $\begin{cases} c = 1 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \end{cases}$

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ do đó $12 - 4a + b = 0$

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} c = 1 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{4} \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow T = 4a + b + c = 23.$$

Câu 34: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ theo hình vẽ:

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, d)$ nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$;

- Hàm số có hai điểm cực trị trái dấu nên $ac < 0$ mà $a > 0$, do đó $c < 0$.

- Ta có: $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2b}{6a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$. Do $a > 0$ nên $b < 0$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Nếu hàm số đã cho có đúng hai điểm cực trị là -1 và 2 thì hàm số $y = f(x^2 + 1)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Lời giải:

Vì hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đã cho có đúng hai điểm cực trị là -1 và 2

nên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

$$\left(f(x^2 + 1)\right)' = 2x \cdot f'(x^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = -1 \text{ (vn)} \\ x^2 + 1 = 2 \Leftrightarrow x = \pm 1 \end{cases}$$

Vì $y' = 0$ có 3 nghiệm bội lẻ nên hàm số có 3 cực trị.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty; 0)$. Hàm số

$g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải:

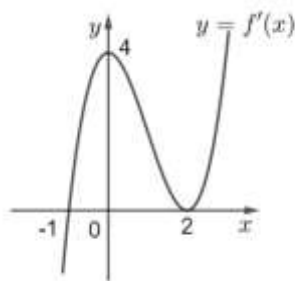
Ta có $g'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}$.

Ta có $x < 0$, $f'(x) > 0$ và $f(x) > 0$ với $x \in (-\infty; 0)$.

Nên $xf'(x) - f(x) < 0$ với $x \in (-\infty; 0)$ nên $g'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} < 0$ với $x \in (-\infty; 0)$.

Nên $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ nên $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ không có điểm cực trị trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1 - x^2)$ là

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Lời giải:

Từ đồ thị ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Đặt $g(x) = f(1 - x^2)$

$$\text{Ta có: } g'(x) = [f(1 - x^2)]' = -2xf'(1 - x^2); \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1 - x^2 = -1 \\ 1 - x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}.$$

Bảng xét dấu của y' :

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 38: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải:

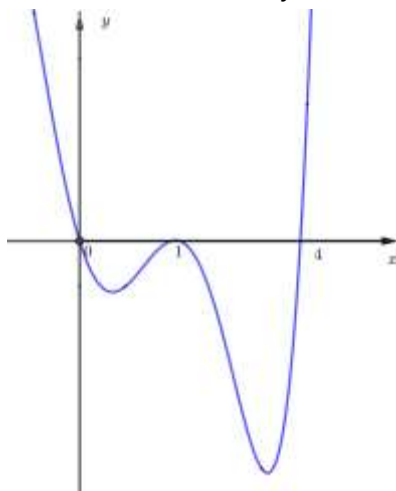
Ta có: $y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}} \cdot f'(\sqrt{x^2 - 2x + 2})$ nên

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 1 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 \pm 2\sqrt{2} \end{cases}.$$

x	$-\infty$	$1 - 2\sqrt{2}$	1	$1 + 2\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

Vậy hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực đại, cực tiểu của hàm số $y = (f(x))^2$ là

A. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

B. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

C. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

D. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Lời giải:

$$\text{Ta có } y = (f(x))^2 \Rightarrow y' = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x). \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

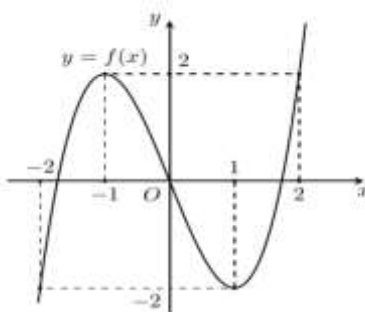
$$\text{Từ đồ thị hàm số } f(x) \text{ ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1; f'(x) = 0 \\ x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a \in (0;1) \\ x = 1 \\ x = b \in (1;4) \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	a	1	b	4	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực tiểu, 2 điểm cực đại.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = [f(x)]^2$ là

A. 5.

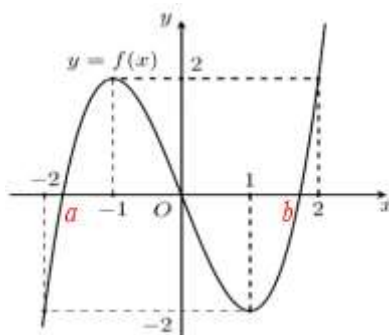
B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

Ta có: $g'(x) = 2f(x) \cdot f'(x)$.



$$\text{Ta có: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 0 \\ x = b \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases} \text{ trong đó } \begin{cases} -2 < a < -1 \\ 1 < b < 2 \end{cases}.$$

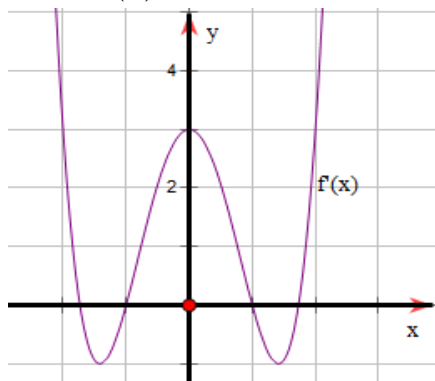
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	a	-1	0	1	b	$+\infty$			
$f(x)$	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f'(x)$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	$+$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			4			4			$+\infty$

</

Vậy hàm số $y = [f(x)]^2$ có 5 điểm cực trị.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hỏi hàm số $y = 2022^{2023f(x)+1}$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt, giả sử đó là các nghiệm $x = a, x = b, x = c, x = d$ với $a < b < c < d$.

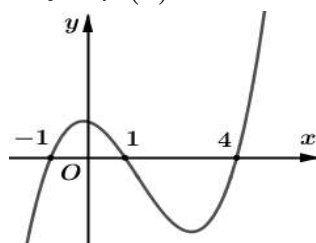
Ta có $y' = 2023 \cdot f'(x) \cdot 2022^{2023f(x)+1} \cdot \ln 2022$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	a	b	c	d	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+	0	-	0	+
y									

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)}$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

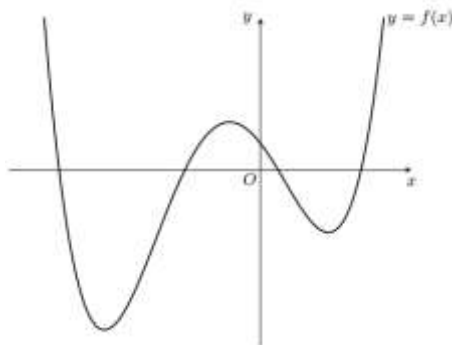
Ta thấy đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, suy ra hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Ta có $g'(x) = 2f'(x) \cdot e^{2f(x)+1} + f'(x) \cdot 5^{f(x)} \cdot \ln 5 = f'(x) \cdot (2e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)} \cdot \ln 5)$.

Vì $2e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)} \cdot \ln 5 > 0$ với mọi x nên $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0$.

Suy ra số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Câu 43: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = \ln(-f(x))$ là

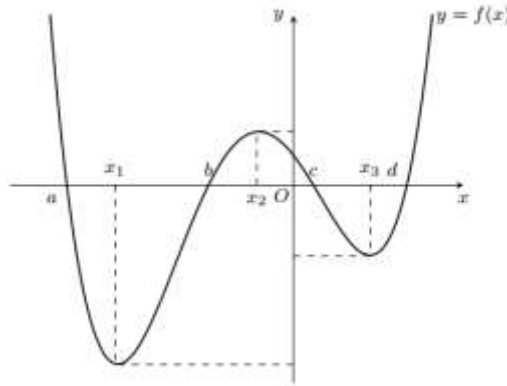
A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải:



Điều kiện $-f(x) > 0 \Leftrightarrow f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (a; b) \cup (c; d)$.

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}; g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (a; b) \cup (c; d) \\ x = x_2 \notin (a; b) \cup (c; d) \\ x = x_3 \in (a; b) \cup (c; d) \end{cases}$$

Suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(e^{x^2-x-2})$ là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải:

Xét hàm số $g(x) = f(e^{x^2-x-2})$; $g'(x) = (2x-1)e^{x^2-x-2} f'(e^{x^2-x-2})$;

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ f'(e^{x^2-x-2})=0 \end{cases}$$

$$\text{+) Với } 2x-1=0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

$$\text{+) Với } f'(e^{x^2-x-2})=0 \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x^2-x-2} = -2 \text{ (VN)} \\ e^{x^2-x-2} = 0 \text{ (VN)} \\ e^{x^2-x-2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn phân biệt nên hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 45: Hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 46: Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 47:** Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 1$ là
A. $\left(\frac{1}{3}; \frac{23}{27}\right)$. B. $\left(\frac{23}{27}; \frac{1}{3}\right)$. C. (1;1). D. (3;1).
- Câu 48:** Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là
A. $x = \frac{1}{3}$. B. $x = 0$. C. $M(0;5)$. D. $y = 5$.
- Câu 49:** Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 8$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.
- Câu 50:** Hàm số $f(x) = x^2(x+1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 51:** Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ là
A. (-1;0). B. (1;0). C. (-1;0) và (1;0). D. (0;1).
- Câu 52:** Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 1$ là
A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 53:** Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ bằng
A. 0. B. 1. C. 4. D. -1.
- Câu 54:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho bằng
A. $2\sqrt{5}$. B. 5. C. 8. D. 6.
- Câu 55:** Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số sau $y = 10x^4 + 5x^2 + 19$
A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.
- Câu 56:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 2025$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 57:** Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x - 1$ là
A. $-\frac{1}{3}$. B. -1. C. $-\frac{5}{3}$. D. 1.
- Câu 58:** Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + 5$ có điểm cực đại là
A. $x = 5$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{1}{3}$.
- Câu 59:** Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?
A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 2$.
- Câu 60:** Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.
- Câu 61:** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}$. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng
A. -1. B. 2. C. $\frac{1}{3}$. D. 0.

- Câu 62:** Số điểm cực trị của hàm số $y = -\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 - x - 3$ là
 A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 63:** Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.
 A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.
- Câu 64:** Hàm số $y = -x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 65:** Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?
 A. $x = 19$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = -13$.
- Câu 66:** Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.
- Câu 67:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?
 A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.
- Câu 68:** Cho hàm số $f(x) = x^4 - 8x^3 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
 A. Hàm số nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại.
 B. Hàm số nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
 C. Hàm số nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại.
 D. Hàm số nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.
- Câu 69:** Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{5x-1}{x+2}$ là
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 70:** Có bao nhiêu điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{x}$?
 A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.
- Câu 71:** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ là
 A. $(1; 0)$. B. $(3; 4)$. C. $(-1; 0)$. D. $(2; 2)$.
- Câu 72:** Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 20$ là
 A. $(-2; 0)$. B. $(2; -4)$. C. $(2; 36)$. D. $(-2; 36)$.
- Câu 73:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho.
 A. $(0; 2)$. B. $(2; 2)$. C. $(2; -2)$. D. $(0; -2)$.
- Câu 74:** Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?
 A. $y = x^2 - 3x$. B. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 + 2x$.
- Câu 75:** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?
 A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.
- Câu 76:** Hàm số nào trong 4 hàm số được liệt kê dưới đây **không** có cực trị?
 A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^2 - 1$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 21$. D. $y = x^3 + x + 1$.
- Câu 77:** Hàm số nào sau đây có cực trị?
 A. $y = \sqrt{x-1}$. B. $y = x^2 - 2x + 3$. C. $y = x^3 + 8x + 9$. D. $y = \frac{2x-1}{3x+1}$.
- Câu 78:** Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.
- Câu 79:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$ lần lượt là điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số (C) . Tính tổng $S = x_1 + x_2$.
- A. $S = -3$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 3$.
- Câu 80:** Hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng
- A. $\frac{28}{3}$. B. $\frac{34}{9}$. C. $\frac{65}{9}$. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 81:** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$, gọi M, N lần lượt là điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số. Tọa độ trung điểm I của MN là
- A. $(1; 2)$. B. $(2; 1)$. C. $(0; 4)$. D. $(2; 0)$.
- Câu 82:** Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M là
- A. $x_M = 1 - \sqrt{2}$. B. $x_M = -2$. C. $x_M = 1$. D. $x_M = 1 + \sqrt{2}$.
- Câu 83:** Giá trị cực đại của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ là
- A. -2 . B. -3 . C. 1 . D. 0 .
- Câu 84:** Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của AB là
- A. $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$. B. $(1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- Câu 85:** Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ có điểm cực đại có tọa độ là
- A. $x = 0$. B. $(-2; -19)$. C. $(0; 1)$. D. $x = -2$.
- Câu 86:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là
- A. $N(1; 2)$. B. $P(5; 0)$. C. $M(2; 1)$. D. $Q(0; 5)$.
- Câu 87:** Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M là
- A. $x_M = 2$. B. $x_M = 1 - \sqrt{2}$. C. $x_M = 1$. D. $x_M = 1 + \sqrt{2}$.
- Câu 88:** Tính số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^3 + 2x$.
- A. 3 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .
- Câu 89:** Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 1)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là
- A. 5 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .
- Câu 90:** Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x + \frac{4}{x} - 3$ là
- A. $y_{CT} = -3$. B. $y_{CT} = 1$. C. $y_{CT} = -1$. D. $y_{CT} = 3$.
- Câu 91:** Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4 - x^2}$ là

- A. $-2\sqrt{3}$. B. 2. C. $-\sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.

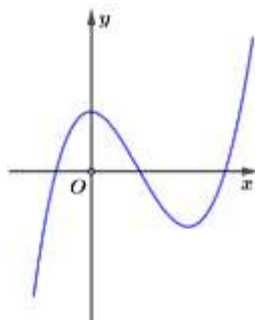
Câu 92: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị là A và B. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = -x + 2$.

Câu 93: Hàm số $y = (x^3 - 3x)^e$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

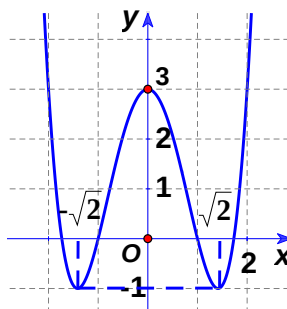
Câu 94: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 95: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm nào dưới đây:

- A. $x = \pm\sqrt{2}$. B. $x = \pm 2$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

Câu 96: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

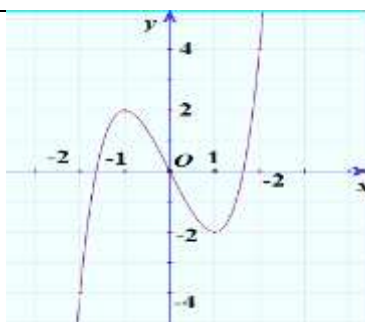
.

.

Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

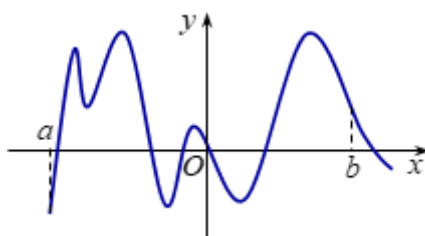
Câu 97: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

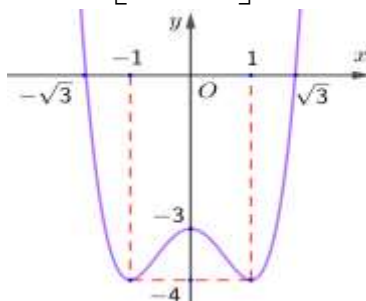
Câu 98: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 7.

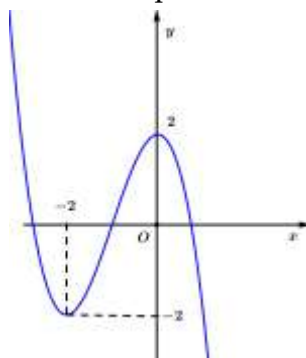
Câu 99: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $M(-1; -4)$. B. $N(0; -3)$. C. $x = -1$. D. $x = 0$.

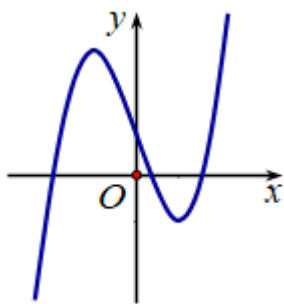
Câu 100: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -2$ và $x = 0$. D. $x = -2$.

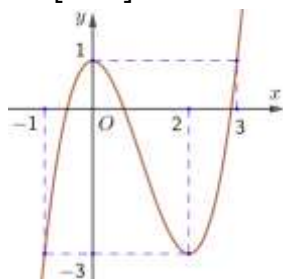
Câu 101: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

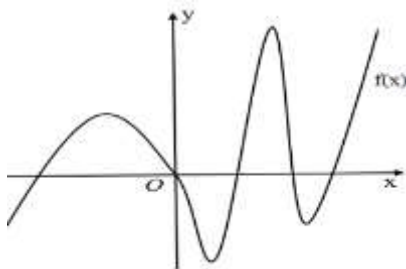
Câu 102: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $x = -1$. D. $x = 3$.

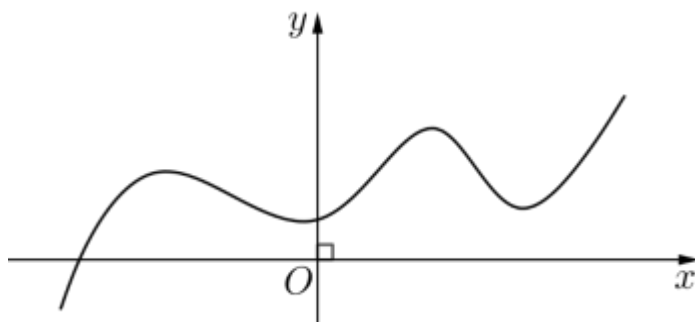
Câu 103: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $f(x)$ có số điểm cực trị là

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

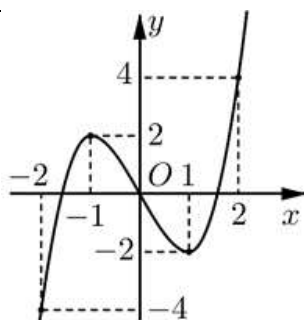
Câu 104: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 105: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



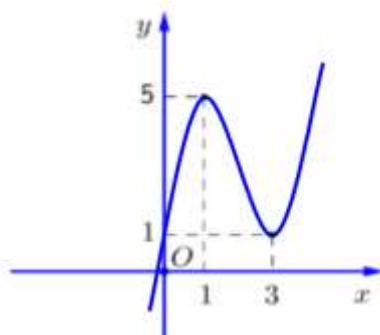
Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 106: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$. Giả sử hàm số đạt cực đại tại điểm $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$ thì giá trị biểu thức $2a - 5b$ là

- A. 1. B. 12. C. -1. D. -8.

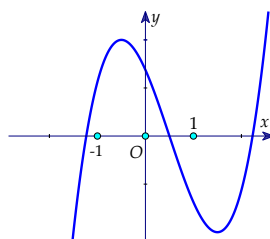
Câu 107: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$. D. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

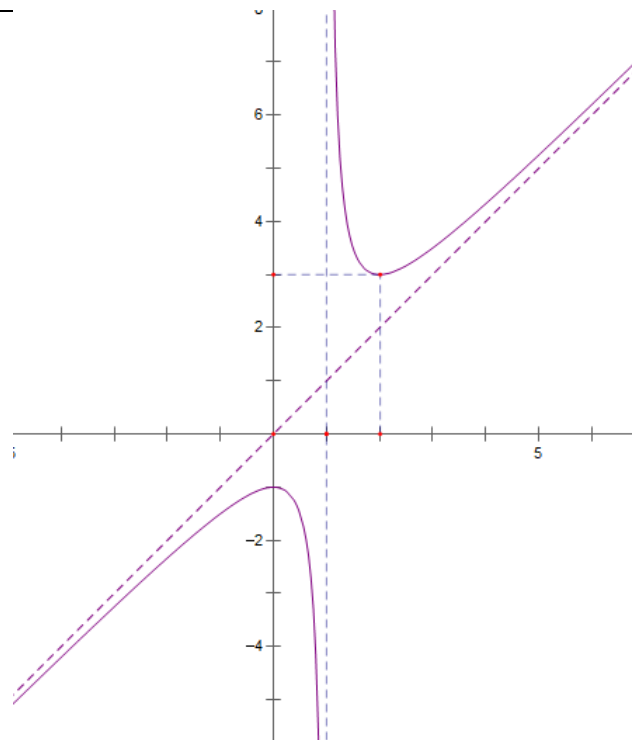
Câu 108: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; b > 0; c < 0; d > 0$. B. $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0; d > 0$. D. $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

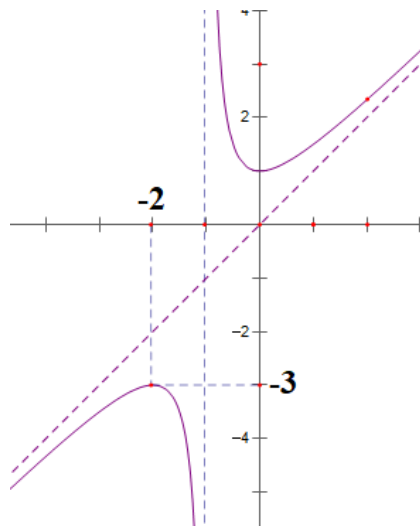
Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực tiểu của hàm số là

- A. 1. B. -2. C. 4. D. 0.

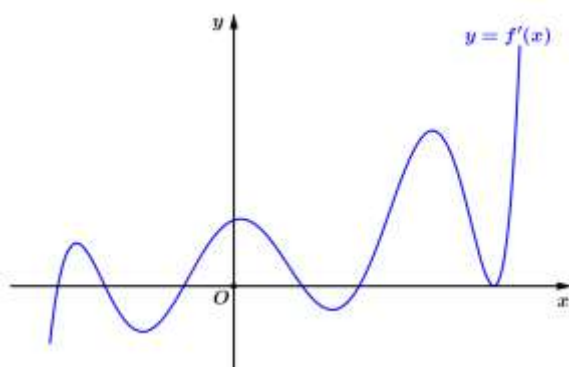
Câu 110: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- A. 0. B. -3. C. -1. D. 1.

Câu 111: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình bên dưới:



Tìm số cực tiểu của hàm số $y = f(x)$.

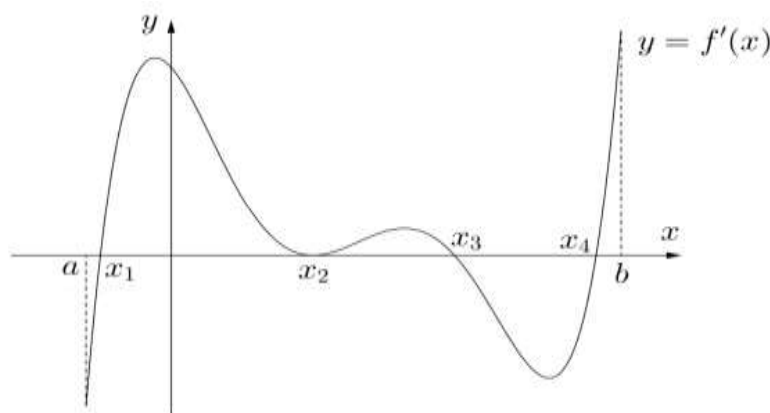
A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 112: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ là

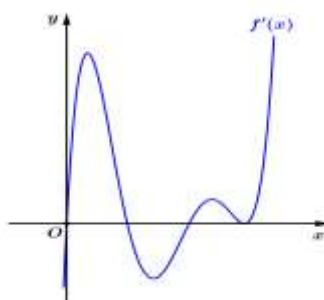
A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 113: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

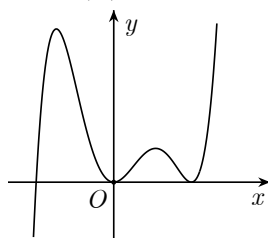
A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

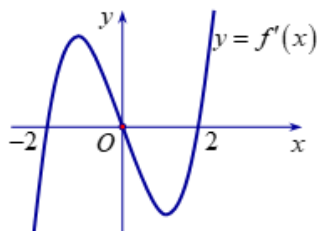
Câu 114: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

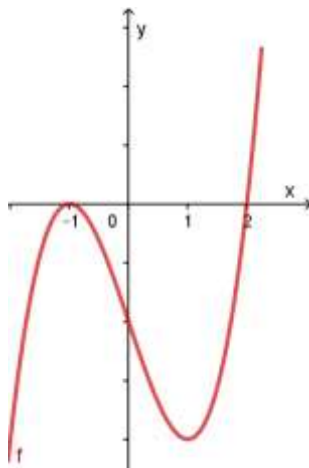
Câu 115: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$. B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.
C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$. D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.

Câu 116: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (x-1)(x-4)^2(5-x)^3 \cdot g(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 117: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		-4		$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 118: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 119: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = 5$ D. $x = 2$

Câu 120: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	
y	$-\infty$		-3		$+\infty$		1		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2 . B. 1 . C. 0 . D. -3 .

Câu 121: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		0		4		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 4 .

Câu 122: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-	0	+	0	-	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 123: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 124: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-1	2	2	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số không có giá trị cực tiểu. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 125: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 126: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		2		$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$. B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.
C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -2$. D. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 127: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$-$	0	$+$
$f(x)$		2	$+\infty$	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng 2.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ bằng 1.

Câu 128: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 129: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 130: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 131: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$-\infty$			
y'		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 132: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Tổng hoành độ các điểm cực đại của hàm số bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. -2.

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 134: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$		-2	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. -2 . C. -3 . D. -1 .

Câu 135: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 136: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1		$+\infty$	

Diagram illustrating the mapping of x to y for the function $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$. The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty$, -1 , 0 , 1 , and $+\infty$. The vertical axis represents y with critical points at $+\infty$, 1 , and $-\infty$. The sign of y' is indicated between the x values: $-$ between $-\infty$ and -1 , 0 at $x = -1$, $+$ between -1 and 0 , 0 at $x = 0$, $+$ between 0 and 1 , 0 at $x = 1$, and $+$ between 1 and $+\infty$. The mapping shows that as x increases from $-\infty$ to $+\infty$, y starts at $+\infty$, decreases to a local minimum of -1 at $x = -1$, increases to a local maximum of 1 at $x = 0$, decreases to a local minimum of -1 at $x = 1$, and finally increases back towards $+\infty$.

Số điểm cực trị của hàm số $f(-2x)$ là

- A. 5. B. 3. C. 6. D. 4.

Câu 137: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	5	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	$-$	0	$-$	0	$+$

Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 138: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	2	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 139: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 4 C. 3. D. 2.

Câu 140: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	0	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 141: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$							$+\infty$
		-3		0		-3		

Hàm số $g(x) = f(2x-1)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 0$. B. $x = \frac{1}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

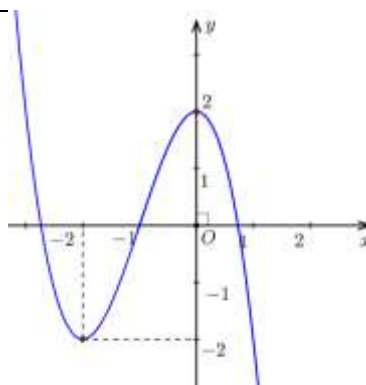
Câu 142: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-3	$+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2) - 2022$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 143: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = f(-x^2 + x)$ là

- A. 1. B. 5. C. 3. D. 2.

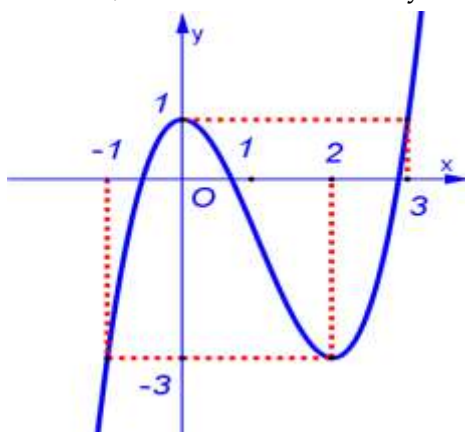
Câu 144: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xét dấu y' như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 145: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tổng các giá trị cực đại của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ bằng

- A. 4. B. 0. C. 2. D. -2.

Câu 146: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - 4)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

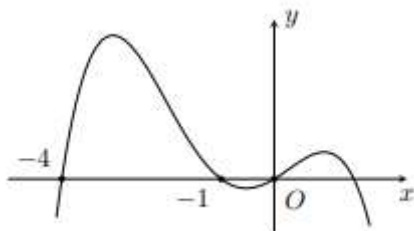
Câu 147: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

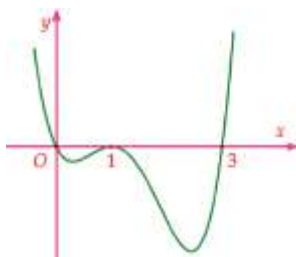
Câu 148: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 2)$ là

- A. 5. B. 9. C. 11. D. 7.

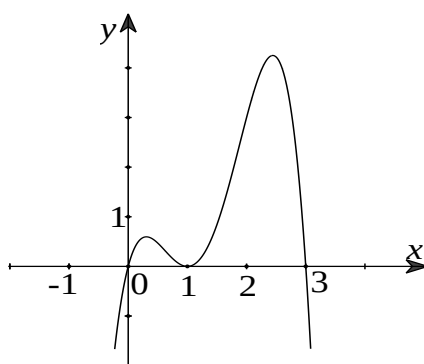
Câu 149: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Đồ thị hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

- A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. B. 2 điểm cực tiểu, 3 điểm cực đại.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. D. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Câu 150: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = (f(x))^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 151: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số

$g(x) = [f(x)]^3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

- Câu 152:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 153:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x+2)^3(2x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số cực trị của hàm số $f(x)$.
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.
- Câu 154:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2-4), x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 2$.
 C. Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị. D. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- Câu 155:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x+3)^3(x-5)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?
 A. 5. B. 2. C. 4. D. 3.
- Câu 156:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3(x-3)^{2024}, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là
 A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.
- Câu 157:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^{2025}(x-1)^2(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 3. B. 2. C. 6. D. 1.
- Câu 158:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.
- Câu 159:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 160:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)^4(x+2)(3-3x), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là
 A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 161:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là
 A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 162:** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^{2023}(x-1)^{2024}(x+1)^{2025}, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 163:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2+x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
 A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.
- Câu 164:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = x^2(x^2-4)(x^2-3x+2)(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực đại?
 A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 165: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-2)^4(x-1)(x+3)\sqrt{x^2+3}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 6. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 166: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2(2^x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 167: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{4x^2+1}}$ là

- A. $\left(-\frac{1}{2}; \sqrt[4]{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; -\sqrt[4]{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; \sqrt[4]{2}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt[4]{2}}\right)$.

Câu 168: Nếu hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x-1)^3(2^x-2)\log_2 x, \forall x > 0$ thì

- A. Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = f(x)$ không có điểm cực trị nào.
B. Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x=1$.
C. Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $x=1$.
D. Trên khoảng $(0; +\infty)$ hàm số $y = f(x)$ có nhiều hơn một điểm cực trị.

Câu 169: Cho hàm số $y = \ln(2x^2 - x^4)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
C. Hàm số có hai cực trị. D. Hàm số có ba cực trị.

Câu 170: Cho hàm số $y = x^2 \cdot e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số không có điểm cực trị.
B. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 171: Điểm cực đại của hàm số $y = (2x+1)e^{1-x}$ là

- A. $x=-1$. B. $x=\frac{1}{2}$. C. $x=1$. D. $x=\frac{3}{2}$.

Câu 172: Cho hàm số $y = x - \ln(1+x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 173: Cho hàm số $y = \ln(2x - x^2)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số có hai cực trị. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 174: Hàm số $f(x) = xe^{-x}$ đạt cực trị tại điểm nào dưới đây?

- A. $x=e$. B. $x=e^2$. C. $x=1$. D. $x=2$.

Câu 175: Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm nào dưới đây?

- A. $x=\sqrt{e}$. B. $x=0; x=\frac{1}{\sqrt{e}}$. C. $x=0$. D. $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 176: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = e^x(x^2 - 3)$ bằng

- A. $\frac{6}{e}$. B. $\frac{6}{e^3}$. C. $-3e$. D. $-2e$.

Câu 177: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (\ln x + 1)(e^x - 2019)(x + 1)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 178: Hàm số $y = \ln(x^3 - 3x^2 + 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

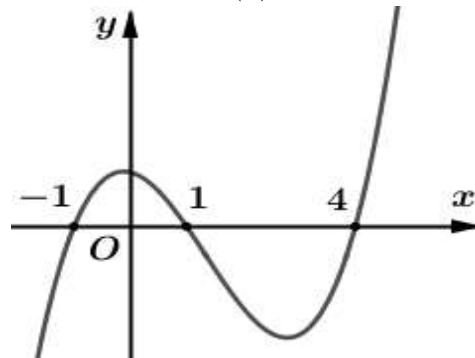
Câu 179: Số điểm cực trị của hàm số $y = xe^x - e^x - \frac{x^2}{2} + 2$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 180: Cho hàm số $y = x^2 \ln x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \sqrt{e}$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \sqrt{e}$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

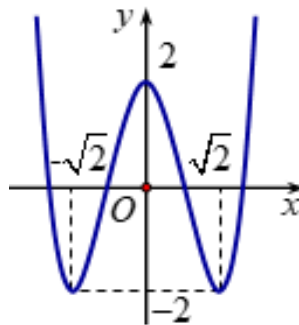
Câu 181: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)}$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

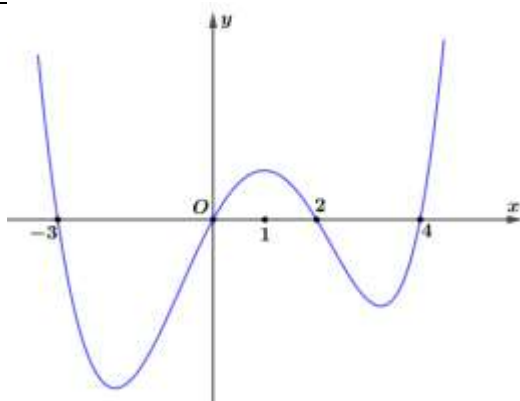
Câu 182: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = 3^{f(x)} + 2^{f(x)}$.

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 183: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên dưới:



Tìm số điểm cực đại của hàm số $y = e^{f(x)} \cdot \pi^{[f(x)]^3}$.

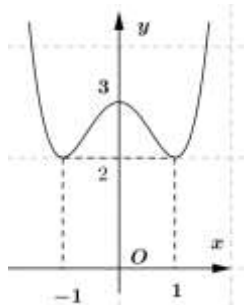
A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 184: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Hàm số $g(x) = \ln(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?

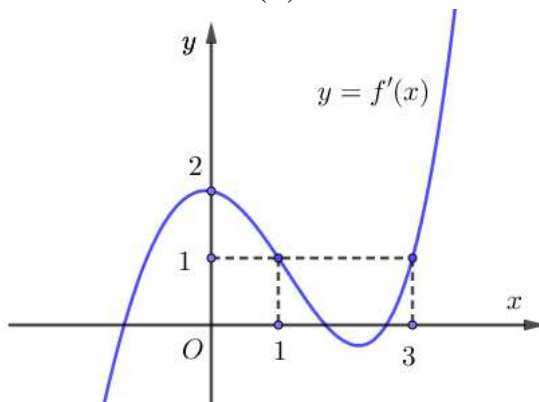
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 185: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số $y = 2025^{f(x)} + 2024^{f(x)}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 18 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

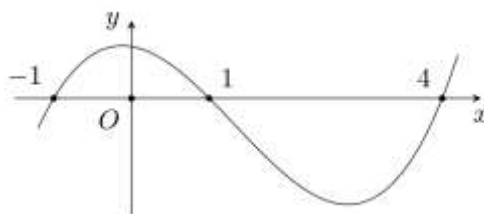
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

A. $x = 2$.B. $x = -1$.C. $x = -3$.D. $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 4$.B. $x = -1$.C. $x = 1$.D. $x = 0$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	+	0	-
y	$-\infty$	2	-1	3	2	

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				2		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 5. Điểm cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây **không** có điểm cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^2 + 2$. C. $y = \frac{3x-4}{x+1}$. D. $y = x^2 - 2x$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây có hai điểm cực trị?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = 1$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 3x)(x^2 - 9)(x^2 + 4x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
				-	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Câu 11. Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

- A. 6. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x}{2^x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đã cho có các điểm cực đại và điểm cực tiểu.
 B. Hàm số đã cho có điểm cực đại.
 C. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.
 D. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như sau:

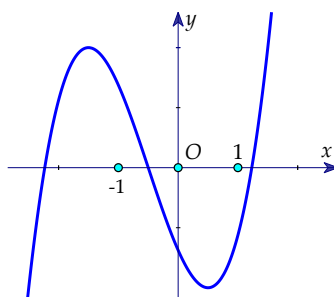
x	$-\infty$	0		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Cực đại hàm số bằng 0.		
c)	Điểm $A(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.		
d)	Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4x + 3y - 12 = 0$.		

Câu 2: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
b)	Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.		
c)	Điểm $A(1;0)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.		
d)	Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị.		
b)	$a > 0$.		
c)	$b < 0$.		
d)	$a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.		

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.		
c)	Hàm số $y = f(2x + 4)$ đạt cực đại tại $x = 0$.		
d)	Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có ba điểm cực trị.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ các điểm cực đại và cực tiểu của (C) đến trục hoành. Tính $h + h_1$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s , $1\text{ foot} = 0,3048m$) (Nguồn: J. Stewart, *Calculus, Seventh Edition*, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012).



(Nguồn: https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble_Space_Telescope)

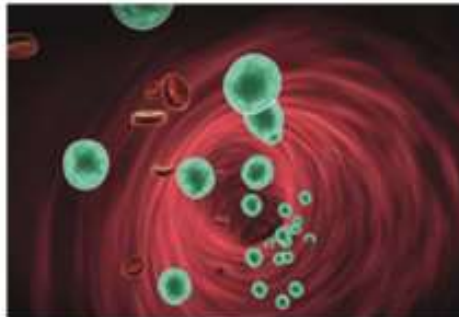
Hỏi số nguyên nhỏ nhất t để gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi là bao nhiêu?

Kết quả:

Trình bày:

.....

Câu 6: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.



(Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)

Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Kết quả:

Trình bày:

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

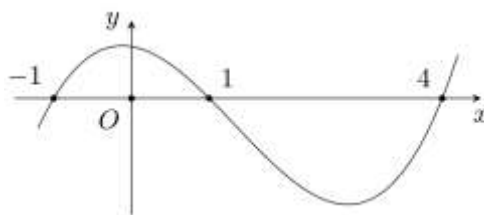
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

A. $x = 2$.B. $x = -1$.C. $x = -3$.D. $x = 0$.

Câu 2. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 4$.B. $x = -1$.C. $x = 1$.D. $x = 0$.**Lời giải:**

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								

Dựa vào đồ thị $f'(x)$, ta lập bảng xét dấu của $f'(x)$ và từ đó lập được bảng biến thiên của $f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	+	0	-
y							

Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải:

Hàm số có y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x = \pm 1$ và $y = f(x)$ xác định tại $x = \pm 1 \Rightarrow$ hàm số có hai điểm cực đại $x = \pm 1$.

Nhận xét: tại $x = 0$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương, nhưng $y = f(x)$ không xác định tại $x = 0$ nên $x = 0$ không là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$						
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 5. Điểm cực đại của hàm số $y = -x^3 + 3x$ là

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2		$-\infty$
		-2				

Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực đại của hàm số là $x = 1$.

Câu 6. Hàm số nào dưới đây **không** có điểm cực trị?

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^2 + 2$. C. $y = \frac{3x-4}{x+1}$. D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải:

$y = \frac{3x-4}{x+1} \rightarrow y' = \frac{7}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$. Suy ra hàm số này không có cực trị.

Câu 7. Hàm số nào sau đây có hai điểm cực trị?

A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = 1$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 3x)(x^2 - 9)(x^2 + 4x + 3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Ta có $f'(x) = x^2(x^2 - 3x)(x^2 - 9)(x^2 + 4x + 3) = x^3(x-3)^2(x+3)^2(x+1)$.

Ta thấy chỉ có $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm bội lẻ nên qua đó $f'(x)$ có sự đổi dấu. Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
				-	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ nên hàm số không có cực trị tại $x=1$.

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=-1, x=0$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 10. Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

A. $y(-2) = 2$.

B. $y(-2) = 22$.

C. $y(-2) = 6$.

D. $y(-2) = -18$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Vì $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \text{và} \quad \begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a = 1; b = -3; c = 0; d = 2 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y(-2) = -18$.

Câu 11. Tính độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. 6.

B. 5.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải:

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;-3)$

$\Rightarrow AB = \sqrt{(2-0)^2 + (-3-1)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x}{2^x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có các điểm cực đại và điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có điểm cực đại.

C. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{2^x - 2^x \cdot x \cdot \ln 2}{(2^x)^2} = \frac{2^x (1 - x \ln 2)}{(2^x)^2} = \frac{(1 - x \ln 2)}{2^x}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{\ln 2}$	$+\infty$
y'	+	0	-

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta suy ra hàm số chỉ có một điểm cực đại.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Cực đại hàm số bằng 0.		
c)	Điểm $A(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.		
d)	Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $4x + 3y - 12 = 0$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

b) Cực đại hàm số bằng 4.

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $A(0;4)$ và $B(3;0)$.

$$\longrightarrow AB: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0.$$

Câu 2: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
b)	Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.		
c)	Điểm $A(1;0)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.		
d)	Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y = 1 \\ x = 1 \longrightarrow y = 0 \\ x = -1 \longrightarrow y = 0 \end{cases}$.

BBT:

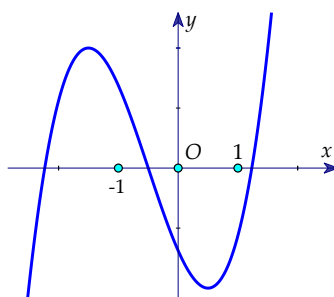
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0		1		0	$+\infty$

c) Điểm $A(1;0)$ là một điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

d) Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(1;0), B(-1;0), C(0;1)$.

Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2}|1.2| = 1$.

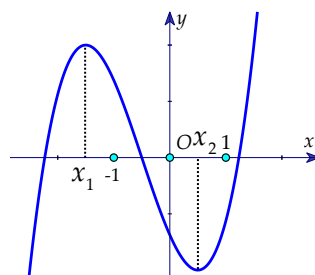
Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị.		
b)	$a > 0$.		
c)	$b < 0$.		
d)	$a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



b) Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

c) d) Do đồ thị cắt Oy tại điểm $A(0;d) \longrightarrow d < 0$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị, ta có:
$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \xrightarrow{a>0} c < 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \xrightarrow{a>0} b > 0 \end{cases}.$$

Vậy $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$.		
c)	Hàm số $y = f(2x + 4)$ đạt cực đại tại $x = 0$.		
d)	Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có ba điểm cực trị.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$

BBT:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

c) Ta có: $y' = 2f'(2x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4 = -2 \\ 2x + 4 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}.$

BBT:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

d) Ta có: $y' = 2xf'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = -2 \longrightarrow x = 0 \\ x^2 - 2 = 2 \longrightarrow x = \pm 2 \end{cases}.$

BBT:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có đồ thị (C) . Gọi h và h_1 lần lượt là khoảng cách từ các điểm cực đại và cực tiểu của (C) đến trục hoành. Tính $h + h_1$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Rightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 4 \\ x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = -1 \Rightarrow y = 4 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			4		3		4		
	$-\infty$								$-\infty$

Vậy đồ thị hàm số đạt cực đại tại $A(-1;4), B(1;4)$; đạt cực tiểu tại $C(0;3)$.

Khi đó $h = 4; h_1 = 3$. Suy ra: $h + h_1 = 7$.

Câu 2: Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $(0;1)$ và có một điểm cực trị có tọa độ $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T = 4a + b + c$.

Kết quả:

23

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 2ax + b$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow \Delta_{y'} = a^2 - 3b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1); (-2;0)$ nên $\begin{cases} c = 1 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \end{cases}$

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ nên $y'(-2) = 0 \Leftrightarrow 12 - 4a + b = 0$.

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} c = 1 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{4} \\ b = 5 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow T = 4a + b + c = 23$$

Câu 3: Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 300$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 300x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

Kết quả:

200

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Xét hàm số $y = -x^3 + 300x^2$ trên đoạn $[0; 300]$

$$y' = -3x^2 + 600x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 600x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 200 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	200	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	0	4000000	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên suy ra: Lợi nhuận cao nhất khi số sản phẩm sản xuất là 200 sản phẩm.

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(f(x))$.

Kết quả:

6

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

$$\text{Ta có: } y' = f'(f(x)) \cdot f'(x); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(f(x)) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}.$$

$$+) f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

$$+) f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}.$$

Phương trình (1) có 3 nghiệm đơn phân biệt, (2) có 1 nghiệm đơn và không trùng với nghiệm $x = 0, x = 2$ nên $y = f(f(x))$ có 6 điểm cực trị.

Câu 5: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số sau: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s , $1\text{ foot} = 0,3048m$) (Nguồn: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012).



(Nguồn: https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble_Space_Telescope)

Hỏi số nguyên nhỏ nhất t để gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi là bao nhiêu?

Kết quả:

24

Trình bày:

.....

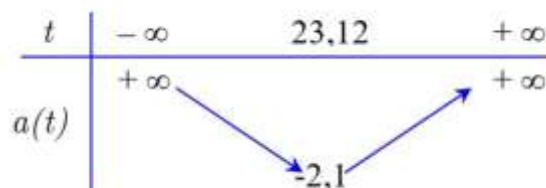
Lời giải:

Gia tốc của tàu con thoi: $a(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$ trên đoạn $[0;126]$

$$a'(t) = 0,007812t - 0,18058$$

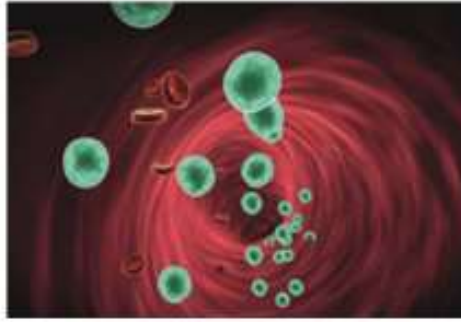
$$a'(t) = 0 \Leftrightarrow 0,007812t - 0,18058 = 0 \Leftrightarrow t \approx 23,12$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra: Gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng sau $t \approx 23,12(s)$

Câu 6: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.



(Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus*. Cengage Learning)

Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Kết quả:

10,6

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Xét hàm số $y = C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

$$y' = \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} (N) \\ x = -\sqrt{2} (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$				$\frac{15\sqrt{2}}{2}$	
			$-\frac{15\sqrt{2}}{2}$			$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là $\frac{15\sqrt{2}}{2} \approx 10,61$ (mg / l) trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

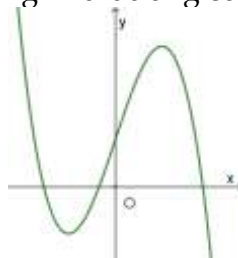
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$.
 B. Nếu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ thì hàm số không có cực trị.
 C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 .
 D. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

- A. -1 . B. $f(1)$. C. $f(3)$. D. $f(4)$.

Câu 6. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là

- A. $M(-2; 28)$. B. $P(-2; 2)$. C. $Q(2; -4)$. D. $x = -2$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			2		1		2	

Tính $P = a - 2b + 3c$.

- A. $P = 3$. B. $P = 6$. C. $P = -2$. D. $P = 2$.

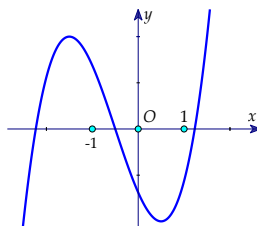
Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

- A. $y = -x^4 + x^2 + 3$. B. $y = x^4 + x^2 + 3$.
C. $y = -x^4 - x^2 + 3$. D. $y = x^4 - x^2 + 3$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu.

- A. $m < \frac{3}{2}$. B. $m < -\frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

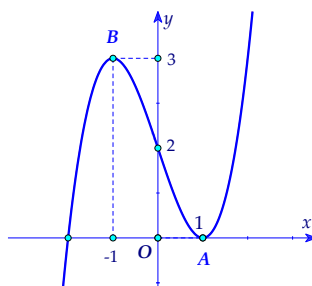
- A. $a > 0; b > 0; c < 0; d < 0$. B. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c < 0; d < 0$. D. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

Câu 12. Hàm số $y = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như sau:

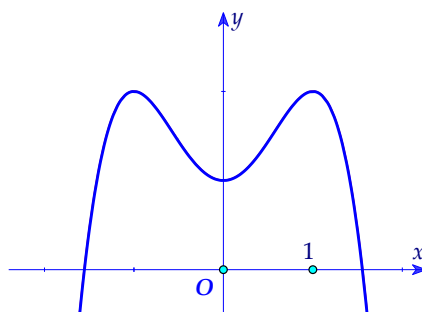


Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.		
c)	Cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.		
d)	Độ dài đoạn $AB = 2$.		

Câu 2: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
b)	Điểm $A(0; -3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.		
c)	Đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y = -2$.		
d)	Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a; b; c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có ba điểm cực trị.		
b)	$a < 0$.		
c)	$b > 0$.		
d)	$a < 0, b > 0, c > 0$.		

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2 - 4x + m)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	$m = 0$: Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.		
b)	$m = -5$: Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại.		
c)	Có 2 giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.		
d)	Có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có 7 điểm cực trị.		

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm điểm cực đại của hàm số $y = x^2 \cdot e^x$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$, tính $a + b$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 3: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt giá trị cực đại tại $x = 1$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		-3	2	-1	$+\infty$

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 5: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m - 1)x - m + 2$ có hai điểm cực trị dương là $(a; b) \cup (c; +\infty)$. Tính $2a + b - c$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....
.....
.....

Câu 6: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tính tích các phần tử của S .

Kết quả:

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ**Môn: Toán 12 - KNTT****CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ****Định hướng cấu trúc 2025****Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.**Lời giải:**Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

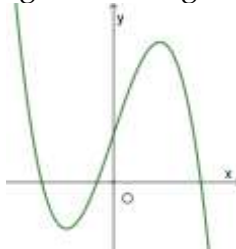
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $x = x_0$ là điểm cực tiểu của hàm số thì hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$.B. Nếu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$ thì hàm số không có cực trị.C. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0 .**D. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$.****Lời giải:**Hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ thì $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x_0)$ không xác định.

Câu 3. Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

A. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.**C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.**D. $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$.**Lời giải:**Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) không có cực trị.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị trên là của hàm số bậc ba (loại A và D).

Nhánh cuối cùng đi xuống nên $a < 0$, nên **Chọn B**.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

A. -1 . B. $f(1)$. C. $f(3)$. D. $f(4)$.

Lời giải:

Từ bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $x = 4$.

Do đó các giá trị cực tiểu của hàm số là $f(-1)$ và $f(4)$.

Câu 6. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 12$ là

A. $M(-2; 28)$. B. $P(-2; 2)$. C. $Q(2; -4)$. D. $x = -2$.

Lời giải:

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 12$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$, lại có $y(2) = -4$, $y(-2) = 28$.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	28	-4	$+\infty$		

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số trên là $Q(2; -4)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Lời giải:

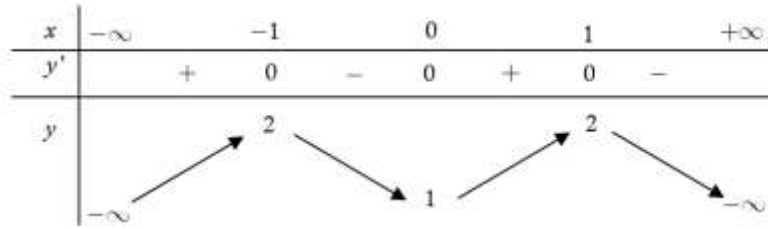
Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a; b; c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có bảng biến thiên dưới đây:



Tính $P = a - 2b + 3c$.

A. $P = 3$.

B. $P = 6$.

C. $P = -2$.

D. $P = 2$.

Lời giải:

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta thấy $a < 0$; $b > 0$, hàm đạt cực đại tại $x = \pm 1$ và $y(\pm 1) = 2$, hàm

đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $y(0) = 1$. Suy ra, $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$. Do đó: $P = a - 2b + 3c = -2$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y = -x^4 + x^2 + 3$.

B. $y = x^4 + x^2 + 3$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 3$.

D. $y = x^4 - x^2 + 3$.

Lời giải:

Ta có tính chất sau: hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $a.b < 0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại **B**, **C**.

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực đại nên hệ số x^4 có giá trị âm, chọn **A**.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m < -\frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{3}{2}$.

D. $m > \frac{3}{2}$.

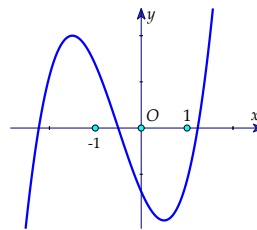
Lời giải:

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ $y' = 3x^2 - 6x + 2m$

+ Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 36 - 24m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

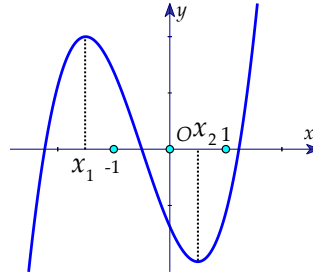
A. $a > 0; b > 0; c < 0; d < 0$.

B. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

C. $a > 0; b < 0; c < 0; d < 0$.

D. $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$.

Lời giải:



Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Do đồ thị cắt Oy tại điểm $A(0;d) \rightarrow d < 0$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị, ta có:
$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \xrightarrow{a > 0} c < 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \xrightarrow{a > 0} b > 0 \end{cases}$$

Câu 12. Hàm số $y = \log_5(x^3 - 3x^2 + 4)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $x^3 - 3x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x > 2 \end{cases}$.

Ta có: $y' = \frac{3x^2 - 6x}{(x^3 - 3x^2 + 4)\ln 5}$.

Cho $y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

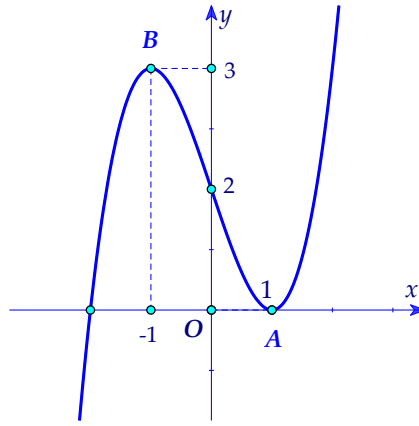
Bảng biến thiên:

x	-1	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	$+$
y					

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba có đồ thị như sau:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.		
b)	Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.		
c)	Cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.		
d)	Độ dài đoạn $AB = 2$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

b) Cực đại hàm số bằng 4.

d) Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $A(1;0)$ và $B(-1;3)$.

→ $\overrightarrow{AB} = (-2;3)$. Vậy $AB = \sqrt{13}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.		
b)	Điểm $A(0;-3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.		
c)	Đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y = -2$.		
d)	Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y = -3 \\ x = 1 \longrightarrow y = -2 \\ x = -1 \longrightarrow y = -2 \end{cases}$

BBT:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$

d) Đồ thị hàm số có hai điểm cực tiểu là $B(-1;-2), C(1;-2)$.

y	
---	--

$$c) \text{ Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 4x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 4x + m = 0 (*) \end{cases}$$

Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \neq m < 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}^*} m \in \{1; 2\}.$$

$$d) \text{ Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 4x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 4x + m = 0 (*) \end{cases}$$

Hàm số $y = f(|x|)$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \\ 1 - 4 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m > 0 \\ 4 > 0 \\ m > 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq m < 4 \\ m > 0 \end{cases} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{1; 2\}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Tìm điểm cực đại của hàm số $y = x^2 \cdot e^x$.

Kết quả:

-2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = (x^2 \cdot e^x)' = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x (2x + x^2); y' = 0 \Leftrightarrow 2x + x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } y'' = (y')' = 2e^x + 2x \cdot e^x + 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = 2e^x + 4x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x.$$

$$+) y''(0) = 2e^0 + 4 \cdot 0 \cdot e^0 + 0^2 \cdot e^0 = 2 > 0, y''(-2) = 2e^{-2} + 4 \cdot (-2) \cdot e^{-2} + (-2)^2 \cdot e^{-2} = -2 \cdot e^{-2} < 0.$$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$, tính $a + b$.

Kết quả:

2

Trình bày:

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x + 2a; y'' = 6x - 6$$

Để đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2; -2)$ cần có:

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 0 \\ 6 \cdot 2 - 6 > 0 \\ 4a + b - 4 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}. \text{Vậy } a + b = 2.$$

Câu 3: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt giá trị cực đại tại $x = 1$.

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m - 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ nên $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$.

+ Với $m = 0$ thì $y''(1) = 2 > 0$ suy ra hàm đạt cực tiểu tại $x = 1$ (loại).

+ Với $m = 3$ thì $y''(1) = -4 < 0$ suy ra hàm đạt cực đại tại $x = 1$ (nhận).

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘ -3	↗ 2	↘ -1	↗ $+\infty$	

Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$.

Kết quả:

7

Trình bày:

.....

Lời giải:

$$\text{Từ bảng biến thiên, ta thấy } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a, a \in (-\infty; -1) \\ x = b, b \in (-1; 0) \\ x = c, c \in (0; 1) \\ x = d, d \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 - 2x).$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 2(x-1)f'(x^2 - 2x).$$

$$\text{Khi đó } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 - 2x = a \quad (1) \\ x^2 - 2x = b \quad (2) \\ x^2 - 2x = c \quad (3) \\ x^2 - 2x = d \quad (4) \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = x^2 - 2x. \text{ Ta có } h(x) = (x-1)^2 - 1 \geq -1, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Do đó:

+) Phương trình (1) vô nghiệm.

+) Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 1.

+) Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt $x_3; x_4$ khác 1 và không trùng với $x_1; x_2$.

+) Phương trình (4) có hai nghiệm phân biệt $x_5; x_6$ khác 1 và không trùng với $x_1; x_2; x_3; x_4$.

Suy ra phương trình $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm phân biệt nên hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 5: Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ có hai điểm cực trị dương là $(a; b) \cup (c; +\infty)$. Tính $2a + b - c$.

Kết quả:

1

Trình bày:

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$.

Để hàm số có hai điểm cực trị dương thì phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \\ a.c = 2m - 1 > 0 \\ -\frac{b}{a} = 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1}{2}; 1\right) \cup (1; +\infty) \longrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \longrightarrow 2a + b - c = 1.$$

Câu 6: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tính tích các phần tử của S .

Kết quả:

$-0,2$

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

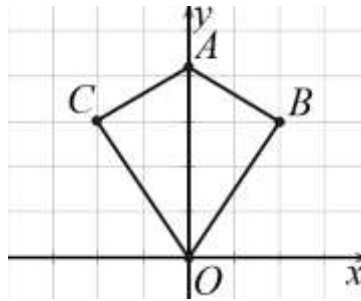
Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5 \Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m, (m \neq 0) \\ x = -m \end{cases}$$

Ba điểm cực trị là $A(0; m^4 + 5), B(m; 5), C(-m; 5)$.



Ba điểm A, B, C và gốc tọa độ $O(0;0)$ tạo thành tứ giác nội tiếp khi và chỉ khi $B + C = \pi$

$$\Leftrightarrow B = C = \frac{\pi}{2}, (\text{do } B = C) \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BO} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 5m^4 = 0 \Leftrightarrow m^2 = \frac{1}{5}.$$

Vậy S có 2 phần tử và có tích bằng $\frac{-1}{5} = -0,2$.

HẾT

Huế, 14h00' Ngày 04 tháng 5 năm 2024



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$				

$\nearrow$ 2 $\searrow$ $\nearrow$ 3 $\searrow$ 2
 $\quad \quad \quad -1 \quad \quad \quad -1$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

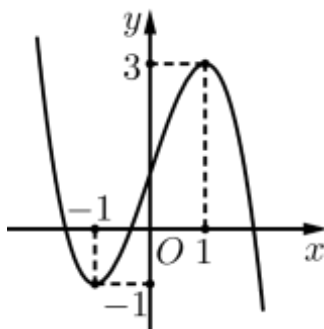
A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

(1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$.

(2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

(4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Trong các mệnh đề trên, số các mệnh đề đúng là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x_{CT} = 3, x_{CB} = 5$. B. $x_{CT} = -3, x_{CB} = 5$.
 C. $x_{CT} = 5, x_{CB} = 3$. D. $x_{CT} = 5, x_{CB} = -3$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu.

- A. $m \geq \frac{3}{2}$. B. $m < \frac{3}{2}$. C. $m \leq \frac{3}{2}$. D. $m > \frac{3}{2}$.

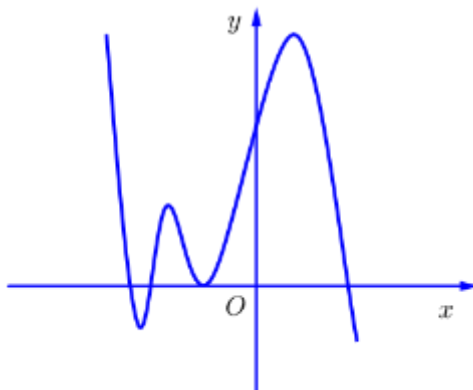
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 8: Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. D. $y(-2) = -18$.

Câu 9: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

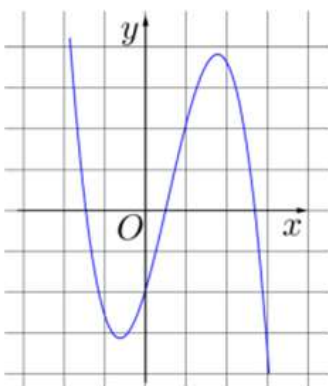
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Câu 11: Hàm số $f(x) = 3^{x^2-2x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $y = \frac{1}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

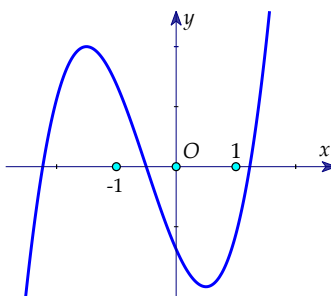
- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C).

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.		
b)	Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C), khi đó $AB = \frac{\sqrt{29}}{3}$.		
c)	Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số chắn ra trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là $\frac{3}{2}$.		
d)	Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{1}{3}$.		

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị.		
b)	$a > 0$.		
c)	$b < 0$.		
d)	$a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính diện tích tam giác OAB .

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) . Biết (C) đi qua điểm $A(-2; 2)$ và nhận điểm $B(2; 3)$ làm điểm cực trị. Tính giá trị của $T = a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó, x ($0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$) là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Kết quả:

Trình bày:

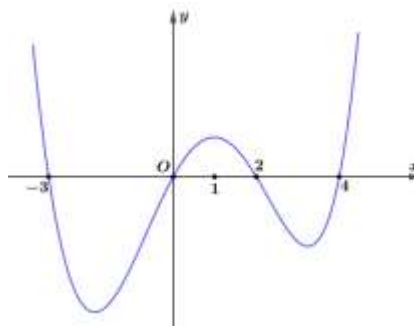
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3}$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$.

Trình bày:

.....

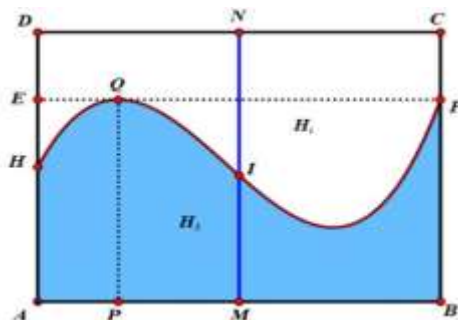
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100$ m; $AD = 80$ m. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40$ m; $AE = 60$ m; $AP = 20$ m và $EF \parallel AB$; $PQ \parallel AD$. Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy , đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba (tham khảo hình vẽ)



Phần chính giữa của công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

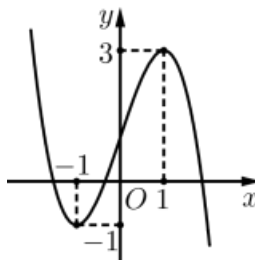
C. 2.

D. 1.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải:

Điểm cực đại của hàm số là $x = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Xét các mệnh đề sau:

(1) Hàm số đã cho đồng biến trên $(1; +\infty)$.

(2) Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

(3) Hàm số đã cho không có điểm cực trị.

(4) Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Trong các mệnh đề trên, số các mệnh đề đúng là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y = \frac{x+2}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0; \forall x \neq 1$ nên hàm số đã cho không có điểm cực trị, nghịch

biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Vậy các mệnh đề (3), (4) là các mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0$, $f'(x)$ không xác định tại $x = -2; x = 1; x = 2, x = 3$.

Nhưng có 2 giá trị $x = -2; x = 2$ mà qua đó $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đã cho có 2 điểm cực đại.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 7}{x - 4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x_{CT} = 3, x_{CB} = 5$.

B. $x_{CT} = -3, x_{CB} = 5$.

C. $x_{CT} = 5, x_{CB} = 3$.

D. $x_{CT} = 5, x_{CB} = -3$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{4\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{(2x-2)(x-4) - (x^2 - 2x - 7)}{(x-4)^2} = \frac{x^2 - 8x + 15}{(x-4)^2}.$$

$$\text{Khi đó: } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (tm)} \\ x = 3 \text{ (tm)} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	3	4	5	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	8	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = 5$, và cực đại tại $x = 3$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2mx + m$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu.

A. $m \geq \frac{3}{2}$.

B. $m < \frac{3}{2}$.

C. $m \leq \frac{3}{2}$.

D. $m > \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x + 2m.$$

Hàm số có điểm cực đại và điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 2.3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{3}{2}.$$

- Câu 7:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
- A. 3. B. 4. C. 2. **D. 1.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-4	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có đúng 1 điểm cực đại.

- Câu 8:** Biết $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.
- A. $y(-2) = 2$. B. $y(-2) = 22$. C. $y(-2) = 6$. **D. $y(-2) = -18$.**

Lời giải:

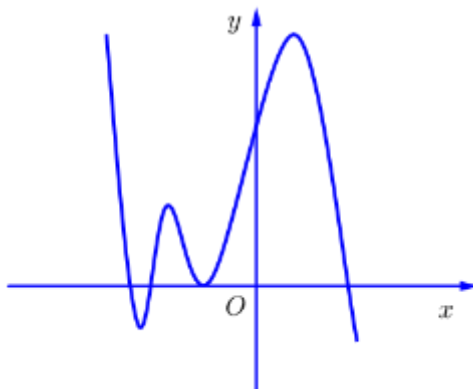
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Vì $M(0;2), N(2;-2)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases} \quad (1) \quad \text{và} \quad \begin{cases} y(0) = 2 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $a = 1; b = -3; c = 0; d = 2 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y(-2) = -18$.

- Câu 9:** Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên dưới:



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 6. B. 5. C. 4. **D. 3.**

Lời giải:

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải:

Từ BBT ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Câu 11: Hàm số $f(x) = 3^{x^2-2x}$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = \frac{1}{3}$.

D. $y = \frac{1}{3}$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

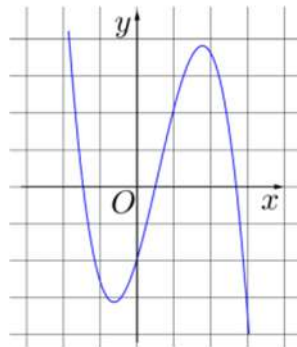
Ta có: $f'(x) = (2x-2)3^{x^2-2x} \ln 3$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-2)3^{x^2-2x} \ln 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a; b; c; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị suy ra hệ số $a < 0 \Rightarrow$ loại phương án C.

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu (do hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm hai phía với Oy) $\Rightarrow 3a \cdot c < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow$ loại phương án D. Do $(C) \cap Oy = D(0; d) \Rightarrow d < 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow \frac{-2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$ nên loại B.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$ có đồ thị (C).

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.		
b)	Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C), khi đó $AB = \frac{\sqrt{29}}{3}$.		
c)	Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số chắn ra trên hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là $\frac{3}{2}$.		
d)	Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{1}{3}$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Ta có:

$$y' = x^2 - 4x + 3.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y			$\frac{1}{3}$		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

a) Đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

b) Sai.

Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C), giả sử $A\left(1; \frac{1}{3}\right), B(3; -1)$.

$$\text{Khi đó } AB = \sqrt{(3-1)^2 + \left(-1 - \frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3}.$$

c) Sai.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là đường thẳng AB. Phương trình đường thẳng AB: $2x + 3y - 3 = 0$.

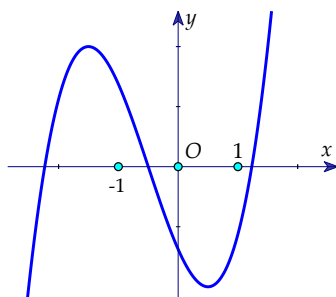
Đường thẳng AB cắt trục Ox tại điểm $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$, cắt trục Oy tại điểm $N(0; 1)$.

$$\text{Diện tích tam giác cần tìm là } S_{OMN} = \frac{1}{2}OM.ON = \frac{3}{4}.$$

d) Đúng.

Giá trị cực đại của hàm số là $\frac{1}{3}$.

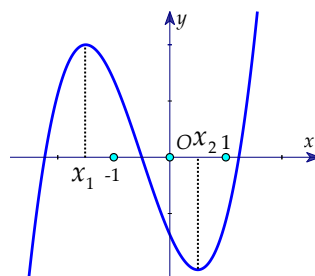
Câu 14: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a; b; c; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số có hai điểm cực trị.		
b)	$a > 0$.		
c)	$b < 0$.		
d)	$a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------



a) b) Đúng.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

c) d) Sai.

Do đồ thị cắt Oy tại điểm $A(0; d) \rightarrow d < 0$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị, ta có:
$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \xrightarrow{a > 0} c < 0 \\ x_1 + x_2 = \frac{-2b}{3a} < 0 \xrightarrow{a > 0} b > 0 \end{cases}$$

Vậy $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Gọi A, B là tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Tính diện tích tam giác OAB .

Kết quả:

3

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -3 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases}.$$

Không mất tính tổng quát, giả sử

$$A(0; -3), B(2; 1); \overrightarrow{AB} = (2; 4) \longrightarrow OA = 3; OB = \sqrt{5}; AB = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Dùng công thức Hê-rông: } p = \frac{OA + OB + AB}{2}.$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p(p-OA)(p-OB)(p-AB)} = 3.$$

$$\text{Chú ý: Cho tam giác } ABC, \text{ giả sử } \overrightarrow{AB} = (a; b), \overrightarrow{AC} = (c; d) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}|a.d - b.c|$$

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) . Biết (C) đi qua điểm $A(-2; 2)$ và nhận điểm $B(2; 3)$ làm điểm cực trị. Tính giá trị của $T = a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

3,13

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Vì $y = ax^3 + bx^2 + c$ nên $y' = 3ax^2 + 2bx$.

Vì đồ thị (C) đi qua các điểm $A(-2; 2)$; $B(2; 3)$ và $B(2; 3)$ cũng là điểm cực trị.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} y(-2) = 2 \\ y(2) = 3 \\ y'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b + c = 2 \\ 8a + 4b + c = 3 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{16} \\ b = -\frac{3}{16} \\ c = \frac{13}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = a + b + c = \frac{25}{8} \approx 3,13.$$

Câu 17: Một giáo viên theo dõi sự tiến bộ của học sinh qua thang đo điểm, được mô hình hoá bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó, x ($0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$) là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, giáo viên ghi nhận tháng đầu tiên học sinh đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba học sinh đạt mức điểm thấp nhất trong năm học, là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của học sinh tăng lên. Tính điểm của học sinh đó ở tháng thứ sáu.

Kết quả:

84

Trình bày:

.....
.....

.....
.....
.....
Lời giải:

Ta có: $f(1) = 19 \Rightarrow a + b + c = 18$

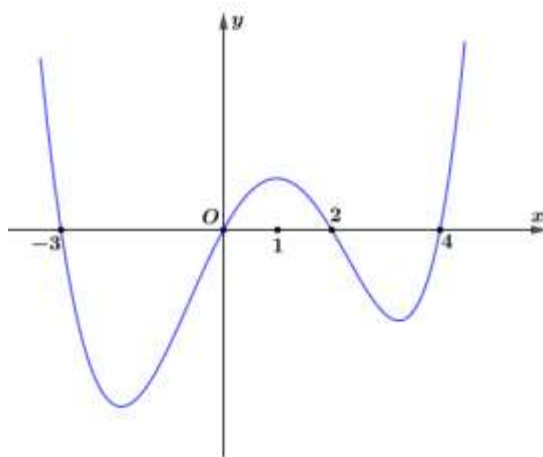
Tháng thứ 3 học sinh đạt mức điểm thấp nhất là 3 điểm nên $f(3) = 3 \Leftrightarrow 9a + 3b + c = -24$

Ta có: $f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Vì tháng 3 là học sinh đạt điểm thấp nhất nên $x = 3$ là điểm cực trị của hàm số $f(x) \Rightarrow f'(3) = 0 \Leftrightarrow 6a + b = -27$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a + b + c = 18 \\ 9a + 3b + c = -24 \\ 6a + b = -27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 30 \end{cases}$$

Do đó $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 30 \Rightarrow f(6) = 84$.

Câu 18: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như trong hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực tiểu của hàm số $y = e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3}$.

Kết quả:

2

Trình bày:

.....
.....
.....
.....
.....

Lời giải:

Ta có: $y' = \left(e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3} \right)' = f'(x) \left[e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3} + 3f^2(x) \cdot e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3} \cdot \ln 7 \right]$.

Dễ thấy $e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3} + 3f^2(x) \cdot e^{f(x)} \cdot 7^{[f(x)]^3} \cdot \ln 7 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	2	4	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Qua bảng xét dấu của y' ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$ và $x = 4$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2}{e^x}$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

+) Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$+) y = \frac{x^2}{e^x} = x^2 e^{-x} \longrightarrow y' = (2x - x^2) e^{-x}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

+) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$4e^{-2}$	$\searrow$	0

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 2$, giá trị cực đại là $4e^{-2}$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu là 0.

Câu 20: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = x^2 - mx + 1; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0.$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

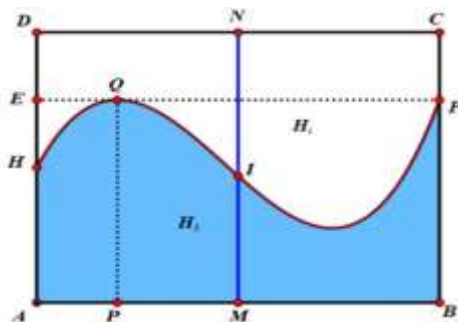
$$\Leftrightarrow \Delta_{y'} = m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Áp dụng định lí Viet có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$.

Ta có : $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 4 \Leftrightarrow m + 1 = 4 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn).

Vậy với $m = 3$ thì hàm số đạt cực trị tại $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 4$.

Câu 21: Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100$ m; $AD = 80$ m. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40$ m; $AE = 60$ m; $AP = 20$ m và $EF \parallel AB$; $PQ \parallel AD$. Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy , đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba (tham khảo hình vẽ)



Phần chính giữa của công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Trình bày:

.....

.....

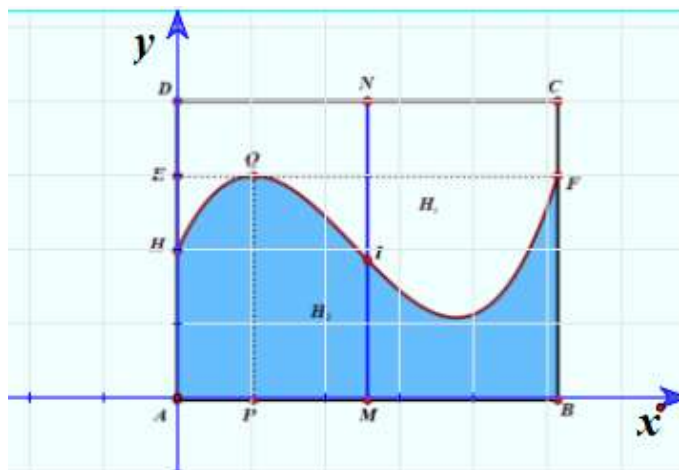
.....

.....

.....

Lời giải:

Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ sau:



Khi đó $A(0;0)$, $H(0;40)$, $P(20;0)$, $Q(20;60)$, $M(50;0)$, $F(100;60)$

Phương trình đường cong có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Vì $H(0;40), F(100;60)$ thuộc đồ thị hàm số nên ta có

$$\begin{cases} d = 40 \\ 1000000a + 10000b + 100c + d = 60 \end{cases} \quad (1)$$

Vì $Q(20;60)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có

$$\begin{cases} y(20) = 60 \\ y'(20) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8000a + 400b + 20c + d = 60 \\ 1200a + 40b + c = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} d = 40 \\ 1000000a + 10000b + 100c + d = 60 \\ 8000a + 400b + 20c + d = 60 \\ 1200a + 40b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1/2000 \\ b = -7/100 \\ c = 11/5 \\ d = 40 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{2000}x^3 - \frac{7}{100}x^2 + \frac{11}{5}x + 40$$

Khi đó với $x = 50 \Rightarrow y = 37,5 \Rightarrow I(50;37,5) \Rightarrow IM = 37,5; IN = 42,5$

Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí là

$T = 42,5.140000 + 37,5.180000 = 12700000$ đồng = 12,7 triệu đồng.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm Km10- Hương Trà – Huế

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Trong quá trình sưu tầm và biên soạn, nếu tài liệu có sai sót gì thì rất mong nhận được sự góp ý của quý thầy cô cùng các em học sinh! Xin chân thành cảm ơn!

PHẦN I. (3.0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

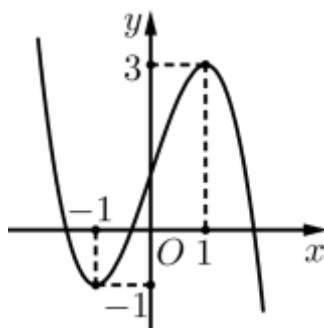
Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	-

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 0. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$					$-\infty$

Diagram illustrating the function $f(x)$ and its derivative $f'(x)$ for the function $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x$.

The derivative $f'(x)$ is shown above the function $f(x)$. The critical points are marked at $x = -2$ and $x = 2$.

The function $f(x)$ has a local minimum at $x = -2$ with value $f(-2) = -1$ and a local maximum at $x = 2$ with value $f(2) = 3$.

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. B. -2. C. 3. D. -1.

Câu 4: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

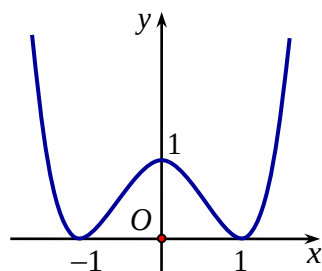
Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 6: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$.

- A. $y_{CT} = 2$. B. $y_{CT} = 1$. C. $y_{CT} = 6$. D. $y_{CT} = -1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = -x^4 - 8x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$. B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 0$.
C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;1)$. D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - 1$ có cực đại và cực tiểu.

- A. $m < 1$. B. $m \leq 1$. C. $m > 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 10: Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 11: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

- A. $y = -x^3 + 2x$. B. $y = 3x^3 - x$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = 2x^3 - 3x$.

Câu 12: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(0;1)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

- A. 20. B. 23. C. 24. D. 22.

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Khẳng định		Đúng	Sai
a)	Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.		
b)	Tổng cực trị của hàm số bằng 2.		
c)	Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{5}$.		
d)	Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x - y + 1 = 0$.		

Câu 14: Cho hàm số $y = 2^{x^2 - 3x + \frac{13}{4}}$.

Khẳng định		Đúng	Sai
------------	--	------	-----

a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.		
b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.		
c)	Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.		
d)	Hàm số có 2 điểm cực trị.		

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 8$. Biết $H\left(m; \frac{n}{p}\right)$ là trực tâm của tam giác ABC với $n, p \in \mathbb{N}$, $\frac{n}{p}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $n.p$.

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$. Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = ax + b$. Tính $S = a + b$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + bx^2 + cx + 2 (b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$						$+\infty$

$\nearrow f_{CD}$ $\searrow f_{CT}$

Tính $y_{CD} + y_{CT}$ làm tròn đến chữ số hàng phần trăm.

Kết quả:

Trình bày:

.....

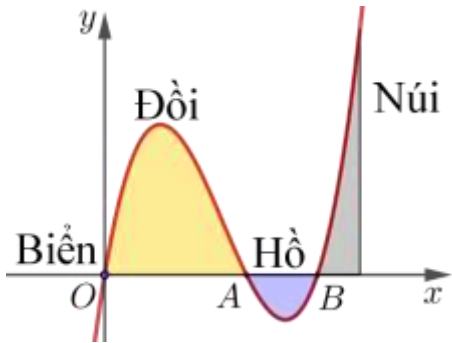
.....

.....

.....

.....

Câu 18: Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hóa thành một hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên trục là km).



Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2\text{km}$, độ rộng của hồ $AB = 1\text{km}$ và ngọn đồi cao 528m . Tìm độ sâu của hồ (tính bằng m , làm tròn đến hàng đơn vị) tại điểm sâu nhất?

Kết quả:

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm điểm cực trị của hàm số $y = \log_3(6x - x^2)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Câu 20: Tìm m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có hai điểm cực trị và các giá trị cực trị trái dấu.

Trình bày:

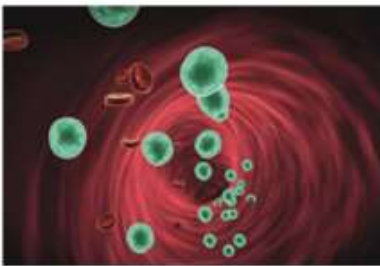
.....

.....

.....

.....

Câu 21: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.



(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)

Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

.....

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 04_TrNg 2025

TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ

Môn: **Toán 12 - KNTT**

CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Định hướng cấu trúc 2025+

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu trắc nghiệm với nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

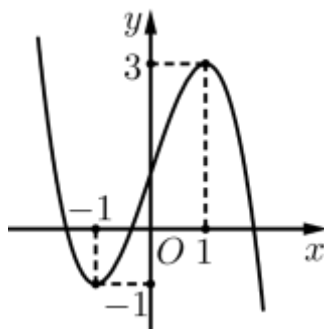
Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1) = 0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại f

và $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "-" khi đi qua các điểm $x = -1$, $x = 1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. -1.

Lời giải:

Giá trị cực đại của hàm số là 3.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. -2. C. 3. **D. -1.**

Lời giải:

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -1.

Câu 4: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. **C. 0.** D. 1.

Lời giải:

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm $y = \frac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$.

Khi đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. **B. 3.** C. 5. D. 2.

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 6: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$.

- A. $y_{CT} = 2$.** B. $y_{CT} = 1$. C. $y_{CT} = 6$. D. $y_{CT} = -1$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

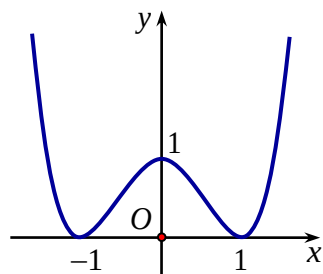
Ta có $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 1 \Rightarrow y = 6 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số $y_{CT} = 2$ tại $x = -1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Dựa vào hình vẽ ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$, và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nằm phía trên trục hoành.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	+	0	+	
y	$-\infty$						$+\infty$

Vậy hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.

Câu 8: Cho hàm số $y = -x^4 - 8x^2 + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x = 0$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

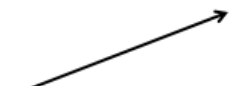
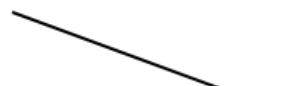
D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -4x^3 - 16x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$				

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - 1$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m > 1$.

D. $m \geq 1$.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2x + m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$.

Hàm số đã cho có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 10: Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

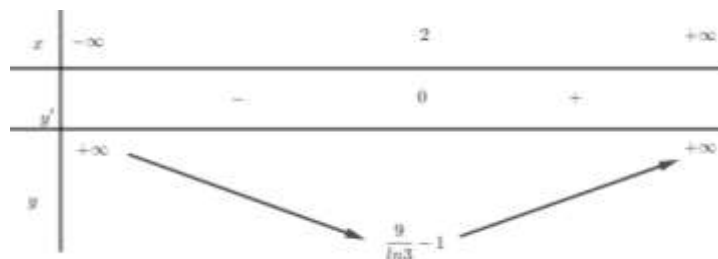
D. 1.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3^x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3^x = 9 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 11: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào **không** có cực trị?

A. $y = -x^3 + 2x$.

B. $y = 3x^3 - x$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = 2x^3 - 3x$.

Lời giải:

+) Xét $y = -x^3 + 2x$ có $y' = -3x^2 + 2$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow$ hàm số $y = -x^3 + 2x$ có hai điểm cực trị.

+) Xét $y = 3x^3 - x$ có $y' = 9x^2 - 1$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow$ hàm số $y = 3x^3 - x$ có hai điểm cực trị.

+) Xét $y = 2x^3 - 3x$ có $y' = 6x^2 - 3$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow$ hàm số $y = 2x^3 - 3x$ có hai điểm cực trị.

+) Xét $y = x^3 + 3x$ có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \Rightarrow$ hàm số $y = x^3 + 3x$ không có cực trị.

Câu 12: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(0; 1)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

A. 20.

B. 23.

C. 24.

D. 22.

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Đồ thị hàm số qua điểm $(0; 1)$ nên $c = 1$

$$\text{Đồ thị hàm số có điểm cực trị } (-2; 0) \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - 3b > 0 \\ -8 + 4a - 2b + c = 0 \\ 12 - 4a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{4} \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } T = 4a + b + c = 4 \cdot \frac{17}{4} + 5 + 1 = 23.$$

PHẦN II. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (điền dấu X vào ô chọn)

Câu 13: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Khẳng định	Đúng	Sai
------------	------	-----

a)	Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.		
b)	Tổng cực trị của hàm số bằng 2.		
c)	Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{5}$.		
d)	Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $2x - y + 1 = 0$.		

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow y = 1 \\ x = 2 \longrightarrow y = 5 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		-	0	+
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$

a) Sai.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

b) Sai.

Hàm số có cực đại bằng 5 và cực tiểu bằng 1.

Suy ra, tổng cực trị của hàm số bằng 6.

c) Đúng.

Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị là $A(0;1)$ và $B(2;5)$.

$\longrightarrow \overline{AB} = (2;4)$. Vậy $AB = 2\sqrt{5}$.

d) Đúng.

Đường thẳng AB qua $A(0;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (2;4)$ nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;-1)$.

Vậy $AB: 2(x-0) - 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 1 = 0$.

Câu 14: Cho hàm số $y = 2^{x^2 - 3x + \frac{13}{4}}$.

	Khẳng định	Đúng	Sai
a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.		
b)	Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.		
c)	Hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.		
d)	Hàm số có 2 điểm cực trị.		

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = (2x-3) \cdot 2^{x^2 - 3x + \frac{13}{4}} \cdot \ln 2; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \in D; f\left(\frac{3}{2}\right) = 2$.

Bảng biến thiên của hàm số $y = 2^{x^2 - 3x + 2}$

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	2	$+\infty$

PHẦN III. (2,0 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18.

Câu 15: Cho A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = -x^4 + 8x^2 - 8$. Biết $H\left(m; \frac{n}{p}\right)$ là trực tâm của tam giác ABC với $n, p \in \mathbb{N}$, $\frac{n}{p}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $n.p$.

Kết quả:

124

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = -4x^3 + 16x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	8	-8	8	$-\infty$

Khi đó, đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị là $A(0; -8), B(2; 8), C(-2; 8)$.

Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác ABC , ta suy ra

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a = 0 \\ -2(a-2) + 16(b-8) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = \frac{31}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(0; \frac{31}{4}\right).$$

Suy ra $n = 31, p = 4 \Rightarrow n.p = 124$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$. Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình $y = ax + b$. Tính $S = a + b$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Kết quả:

1,33

Trình bày:

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			$\frac{28}{3}$		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị là $A\left(-2; \frac{28}{3}\right)$ và $B\left(2; -\frac{4}{3}\right)$

Đường thẳng đi qua A, B có phương trình $y = ax + b$ nên ta có:
$$\begin{cases} a(-2) + b = \frac{28}{3} \\ a \cdot 2 + b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{8}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

Vậy $a + b = \frac{4}{3} \approx 1,33$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + bx^2 + cx + 2$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			f_{CD}		f_{CT}		$+\infty$

Tính $y_{CD} + y_{CT}$ làm tròn đến chữ số hàng phần trăm.

Kết quả:

1,83

Trình bày:

Lời giải:

Ta có: $f'(x) = x^2 + 2bx + c$.

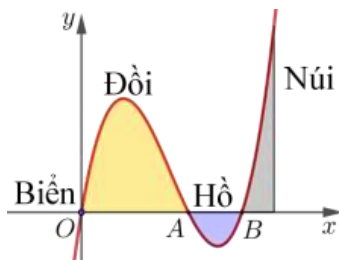
Dựa vào bảng biến thiên ta có

$$\begin{cases} f'(-1) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2b + c = 0 \\ 4 + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2b + c = -1 \\ 4b + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{1}{2} \\ c = -2 \end{cases}$$

Nên $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \Rightarrow y_{CB} = f(-1) = \frac{19}{6}; y_{CT} = f(2) = -\frac{4}{3}.$

Vậy $y_{CB} + y_{CT} = \frac{19}{6} - \frac{4}{3} = \frac{11}{6} \approx 1,83.$

Câu 18: Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hóa thành một hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên trục là km).



Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2km$, độ rộng của hồ $AB = 1km$ và ngọn đồi cao $528m$. Tìm độ sâu của hồ (tính bằng m , làm tròn đến hàng đơn vị) tại điểm sâu nhất?

Kết quả:

158

Trình bày:

.....

Lời giải:

Ta có $A(2;0); B(3;0).$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có dạng: $f(x) = kx(x-2)(x-3)$ trong đó $k \in \mathbb{R}, k > 0.$

$$\Rightarrow f(x) = k(x^3 - 5x^2 + 6x).$$

$$\Rightarrow f'(x) = k(3x^2 - 10x + 6)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}.$$

Ta có BBT

x	$-\infty$	$\frac{5-\sqrt{7}}{3}$	$\frac{5+\sqrt{7}}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	$0,528$	y_{CT}	$+\infty$

Dựa vào đồ thị ta thấy: $f\left(\frac{5-\sqrt{7}}{3}\right) = 0,528 \Leftrightarrow k = \frac{27 \cdot (0,528)}{(5-\sqrt{7})(1+\sqrt{7})(4+\sqrt{7})}$

$$f\left(\frac{5+\sqrt{7}}{3}\right) = k \cdot \frac{5+\sqrt{7}}{3} \left(\frac{5+\sqrt{7}}{3} - 2\right) \left(\frac{5+\sqrt{7}}{3} - 3\right)$$

$$= k \cdot \frac{5+\sqrt{7}}{3} \left(\frac{\sqrt{7}-1}{3} \right) \left(\frac{\sqrt{7}-4}{3} \right)$$

$$= \frac{27 \cdot (0,528)}{(5-\sqrt{7})(1+\sqrt{7})(4+\sqrt{7})} \cdot \frac{5+\sqrt{7}}{3} \left(\frac{\sqrt{7}-1}{3} \right) \left(\frac{\sqrt{7}-4}{3} \right) \approx -0,158$$

Vậy độ sâu của hồ là $0,158km = 158m$.

PHẦN IV. (3,0 điểm) Câu hỏi tự luận. Thí sinh trả lời từ câu 19 đến câu 21.

Câu 19: Tìm điểm cực trị của hàm số $y = \log_3(6x - x^2)$.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = (0; 6)$.

Ta có: $y' = \frac{6-2x}{(6x-x^2)\ln 3}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6-2x = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	3	6	$+\infty$
y'			+	0	-
y			2		

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và giá trị cực đại bằng $y(3) = 2$.

Câu 20: Tìm m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có hai điểm cực trị và các giá trị cực trị trái dấu.

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

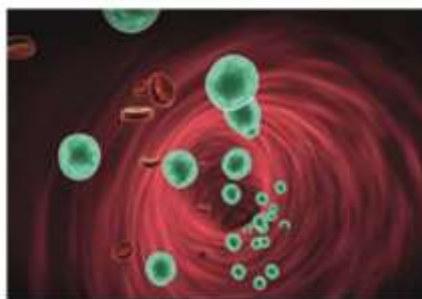
Ta có: $f'(x) = 6x^2 - 12x = 6x(x-2)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \end{cases}$.

Vậy với mọi m hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Khi đó: $y_1 = y(0) = 1 - m$ và $y_2 = y(2) = -7 - m$.

Để hai giá trị cực trị trái dấu cần có: $y_1 \cdot y_2 < 0 \Leftrightarrow (1-m)(-m-7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1$.

Câu 21: Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức: $C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$.



(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)

Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

Trình bày:

.....

.....

.....

.....

Lời giải:

Xét hàm số $y = C(x) = \frac{30x}{x^2 + 2}$ trên khoảng $x \in (0; 6)$.

Ta có: $y' = \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-30x^2 + 60}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \text{ do } x \in (0; 6) \Rightarrow x = \sqrt{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\sqrt{2}$	6
y'		+	0
y	0	$\frac{15\sqrt{2}}{2}$	$\frac{90}{19}$

Từ bảng biến thiên suy ra: nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là

$\frac{15\sqrt{2}}{2} (mg/l) \approx 10,6 (mg/l)$ trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm.

HẾT

Huế, 10h20' Ngày 15 tháng 5 năm 2025