



# ĐỀ CƯƠNG HỌC KỲ I

NĂM HỌC 2024 – 2025

MÔN: TOÁN - KHỐI: 12

## A. KIẾN THỨC ÔN TẬP

Chương 2 : VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ KHÔNG GIAN.

Chương 3 : CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM.

## B. NỘI DUNG

### I. Vectơ trong không gian

**Phần I:** Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

B.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

C.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

D.  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ .

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Đặt  $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$ . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A.  $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$ .

B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .

C.  $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$ .

D.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ . Đặt  $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ . Hãy biểu diễn vector  $\overrightarrow{B'C}$  theo  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ?

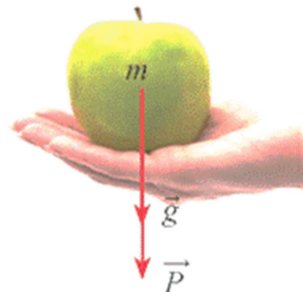
A.  $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

B.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ .

C.  $\overrightarrow{B'C} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ .

D.  $\overrightarrow{B'C} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 4.** Nếu một vật có khối lượng  $m(kg)$  thì lực hấp dẫn  $\vec{P}$  của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức  $\vec{P} = m\vec{g}$ , trong đó  $\vec{g}$  là gia tốc rơi tự do có độ lớn  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ . Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 105 gam



A. 1,029 N.

B. 1,433 N.

C. 2,096 N.

D. 1,477 N.

**Câu 5.** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai vector cùng hướng và đều khác vector  $\vec{0}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

C.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ .

D.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

**Câu 6.** Cho hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$  thỏa mãn:  $|\vec{a}| = 4; |\vec{b}| = 3; |\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai vector  $\vec{a}, \vec{b}$ . Chọn khẳng định đúng?

- A.  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .      B.  $\alpha = 30^\circ$ .      C.  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ .      D.  $\alpha = 60^\circ$ .

**Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.EFGH$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{EG}$ ?

- A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $120^\circ$

**Câu 8.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA = SB = SC$  và  $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$ . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  $\overrightarrow{SA}$  và  $\overrightarrow{BC}$ ?

- A.  $120^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $60^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$  với  $AB \perp AC$ ,  $AB \perp BD$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Góc giữa  $PQ$  và  $AB$  là?

- A.  $90^\circ$ .      B.  $60^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $45^\circ$ .

**Câu 10.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$ . Khi đó  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$  bằng

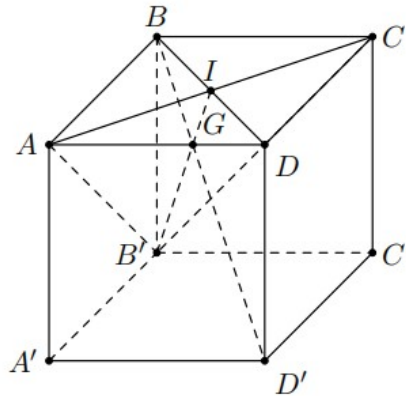
- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 11.** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$  và  $G$  là trung điểm  $MN$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$   
 b)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$   
 c)  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$   
 d)  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

**Câu 12.** Trong không gian, cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Gọi  $I$  là tâm hình vuông  $ABCD$ , gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $AB'C$  (tham khảo hình vẽ).



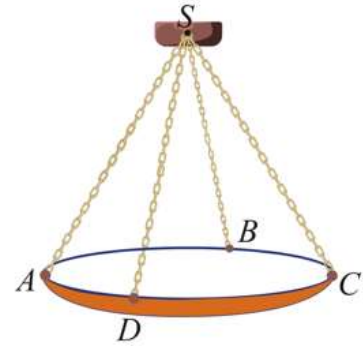
Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ .      b)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$ .  
 c)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'C'}$ .      d)  $\overrightarrow{BD'} = 2\overrightarrow{BG}$ .

**Câu 13.** Trong không gian, cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là  $45^\circ$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

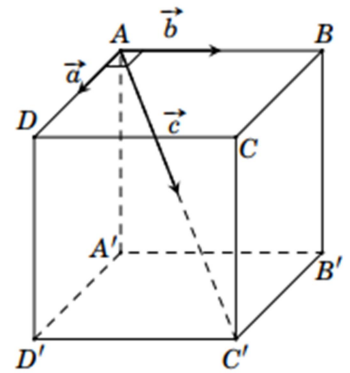
- a)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .      b)  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 2\vec{b}) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ .  
 c)  $|\vec{a} + \vec{b}| = 2 + \sqrt{2}$ .      d)  $|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}| = 0$ .

**Câu 14.** Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng  $m = 5\text{ kg}$  được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích  $SA, SB, SC, SD$  sao cho  $S.ABCD$  là hình chóp tứ giác đều có  $\widehat{ASC} = 60^\circ$ . Biết  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$  trong đó  $\vec{g}$  là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn  $10\text{ m/s}^2$ ,  $\vec{P}$  là trọng lực tác động vật có đơn vị là  $N$ ,  $m$  là khối lượng của vật có đơn vị  $kg$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?



- $\vec{SA}, \vec{SB}, \vec{SC}, \vec{SD}$  là 4 vectơ đồng phẳng
- $|\vec{SA}| = |\vec{SB}| = |\vec{SC}| = |\vec{SD}|$
- Độ lớn của trọng lực  $\vec{P}$  tác động lên chiếc đèn chùm bằng  $50\text{ N}$
- Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng  $\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{ N}$

**Câu 15.** Một chất điểm ở vị trí đỉnh  $A$  của hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Chất điểm chịu tác động bởi ba lực  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  lần lượt cùng hướng với  $\vec{AD}, \vec{AB}$  và  $\vec{AC'}$  như hình vẽ. Độ lớn của các lực  $\vec{a}, \vec{b}$  và  $\vec{c}$  tương ứng là  $10\text{ N}, 10\text{ N}$  và  $20\text{ N}$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

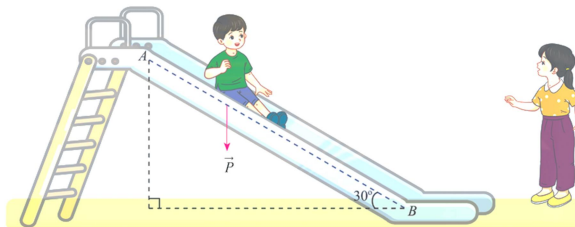


- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ .
- $|\vec{a} + \vec{b}| = 20\text{ N}$ .
- $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$ .
- $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 32,59\text{ N}$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

### Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Chỉ điền đáp án

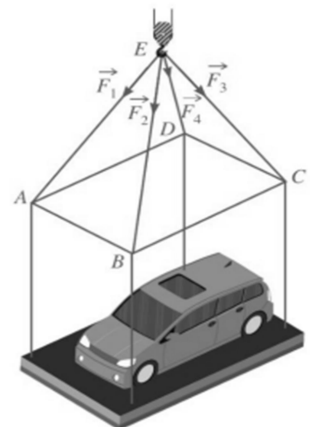
**Câu 16.** Trong không gian, cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành tâm  $O, M$  là điểm thay đổi trên  $SO$ . Tỉ số  $\frac{SM}{SO}$  sao cho  $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$  nhỏ nhất là bao nhiêu?

**Câu 17.** Một em nhỏ cân nặng  $m = 25\text{ kg}$  trượt trên cầu trượt dài  $3,5\text{ m}$ . Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là  $30^\circ$



Độ lớn của trọng lực là  $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$  tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do  $\vec{g}$  có độ lớn là  $g = 9,8\text{ m/s}^2$ . Cho biết công  $A(J)$  sinh bởi một lực  $\vec{F}$  có độ dịch chuyển  $\vec{d}$  được tính bởi công thức  $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$ . Hãy tính công sinh bởi trọng lực  $\vec{P}$  khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt.

**Câu 18.** Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật  $ABCD$ , mặt phẳng  $(ABCD)$  song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc  $E$



của chiếc cần cầu sao cho các đoạn dây cáp  $EA, EB, EC, ED$  có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng  $(ABCD)$  một góc bằng  $60^\circ$ . Chiếc cần cầu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$  đều có cường độ là  $4700\text{ N}$  và trọng lượng của khung sắt là  $3000\text{ N}$ .

## II. Hệ trục tọa độ không gian

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.**

**Câu 19.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vector  $\vec{a}$  là

- A.  $(-1; 2; -3)$ .      B.  $(2; -3; -1)$ .      C.  $(2; -1; -3)$ .      D.  $(-3; 2; -1)$ .

**Câu 20.** Trong không gian  $Oxyz$  với  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Tính tọa độ của vectơ  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ .

- A.  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$ .      B.  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$ .  
C.  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$ .      D.  $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$ .

**Câu 21.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 1; -2)$  và  $B(2; 2; 1)$ . Vector  $\overrightarrow{AB}$  có tọa độ là

- A.  $(-1; -1; -3)$       B.  $(3; 1; 1)$       C.  $(1; 1; 3)$       D.  $(3; 3; -1)$

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(2; 2; 1)$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $OA$ .

- A.  $OA = \sqrt{5}$ .      B.  $OA = 5$ .      C.  $OA = 3$ .      D.  $OA = 9$ .

**Câu 23.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1; 0; 3)$ ,  $B(2; 3; -4)$ ,  $C(-3; 1; 2)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.  $D(-4; -2; 9)$ .      B.  $D(-4; 2; 9)$ .      C.  $D(4; -2; 9)$ .      D.  $D(4; 2; -9)$ .

**Câu 24.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh bằng 3,  $SA \perp (ABCD)$ . Chọn hệ trục  $Oxyz$  có gốc tọa độ tại A; các điểm B, D, S lần lượt trên các tia  $Ox, Oy, Oz$ . Xác định tọa độ điểm C?

- A.  $(3; 0; 0)$       B.  $(0; 0; 3)$       C.  $(0; 3; 3)$       D.  $(3; 3; 0)$

**Câu 25.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các véc tơ  $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{v} = (m; 2; m+1)$  với  $m$  là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$ .

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

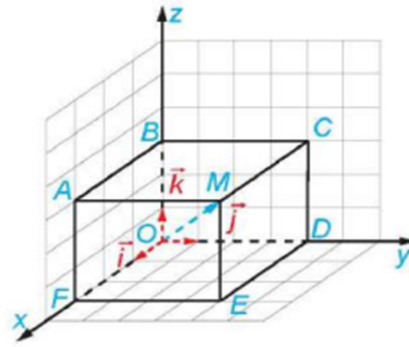
**Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(a; 0; 0)$ ;  $D(0; 2a; 0)$ ,  $A'(0; 0; 2a)$  với  $a \neq 0$ . Độ dài đoạn thẳng  $AC'$  là

- A.  $|a|\sqrt{5}$ .      B.  $a\sqrt{5}$ .      C.  $3|a|$ .      D.  $3a$ .

**Câu 27.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(1; 2; -1)$ ,  $\overrightarrow{AB} = (1; 3; 1)$  thì tọa độ của điểm B là:

- A.  $B(2; 5; 0)$ .      B.  $B(0; -1; -2)$ .      C.  $B(0; 1; 2)$ .      D.  $B(-2; -5; 0)$

**Câu 28.** Hình 2.38 minh họa một hệ tọa độ  $Oxyz$  trong không gian cùng với các hình vuông có cạnh bằng 1 đơn vị. Tìm tọa độ của điểm  $M'$  đối xứng với điểm  $M$  qua mặt phẳng tọa độ  $Oxz$ .



Hình 2.38

- A.  $M'(3;4;3)$ .      B.  $M'(3;-4;3)$ .      C.  $M'(-3;-4;-3)$ .      D.  $M'(-3;4;-3)$

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 29.** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  là các vectơ đơn vị, điểm  $M(2;0;1), N(3;2;4)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $\overrightarrow{MN} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

b)  $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$

c)  $|\overrightarrow{NO}| = \sqrt{27}$

d) Gọi  $M', N'$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M, N$  lên mặt phẳng tọa độ  $Oxy, Oyz$ . Ta có độ dài đoạn thẳng  $M'N' = \sqrt{29}$

**Câu 30.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  cho điểm  $M(x; y; z)$ .

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

a) Nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxz)$  thì  $M'(x; y; -z)$ .

b) Nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua  $Oy$  thì  $M'(x; y; -z)$ .

c) Nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua mặt phẳng  $(Oxy)$  thì  $M'(x; y; -z)$ .

d) Nếu  $M'$  đối xứng với  $M$  qua gốc tọa độ  $O$  thì  $M'(2x; 2y; 0)$ .

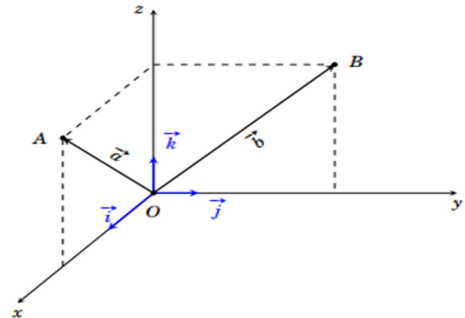
**Câu 31.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; 2; 0), \vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ . Dựng  $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$  và  $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a)  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{k}$ .

b) Tọa độ  $\vec{b} = (0; 2; 2)$ .

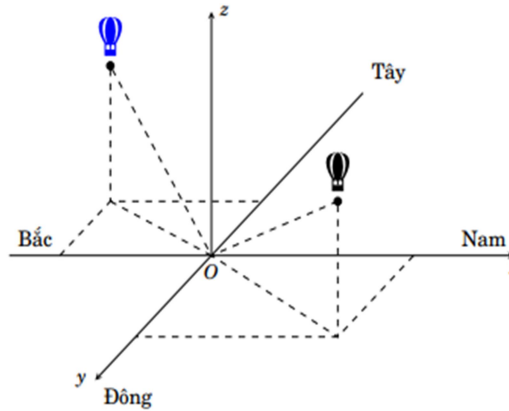
c) Tọa độ  $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0)$

d) Góc  $\widehat{AOB} = 45^\circ$ .



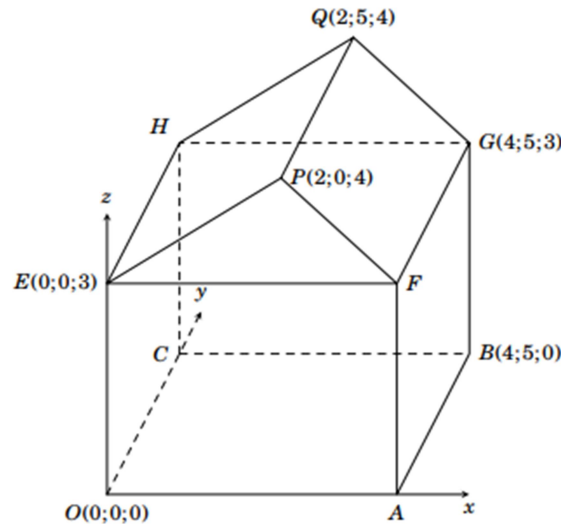
**Câu 32.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục  $Oxyz$  với góc  $O$

đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là  $(2; 1; 0, 5)$ .
- b) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ hai là  $(-1, 5; -1; 0, 8)$ .
- c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng  $\sqrt{21}$  km.
- d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

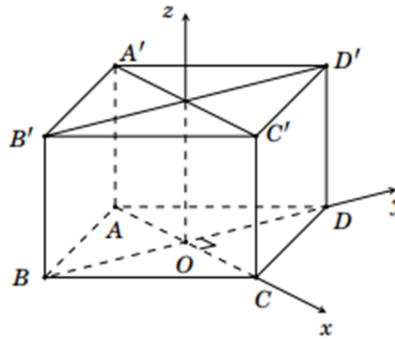
**Câu 33.** Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Tọa độ của các điểm  $A(5; 0; 0)$ .
- b) Tọa độ của các điểm  $H(0; 5; 3)$ .
- c) Chiều cao của ngôi nhà là 4.
- d) Tổng diện tích hai mái (làm tròn đến hàng phần trăm) là 28,94 (đơn vị diện tích)

### **Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Chỉ điền đáp án**

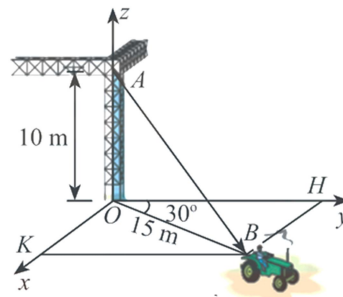
**Câu 34.** Cho hình lập phương  $ABCD \cdot A'B'C'D'$  có cạnh bằng 2. Với hệ tọa độ  $Oxyz$  được thiết lập như hình dưới (gốc tọa độ  $O$  trùng với tâm hình vuông  $ABCD$ ). Tìm tọa độ đỉnh  $A'$ .



**Câu 35.** Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ không đổi là  $890 \text{ km/h}$  trong nửa giờ. Xác định tọa độ của vectơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó đối với hệ tọa độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian  $Oxyz$  được lấy theo kilômét.



**Câu 36.** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp  $AB$  trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ  $Oxyz$  như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng  $1 \text{ m}$ . Tìm được tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$ . Tính  $a + c$ .



### III. Biểu thức tọa độ các phép toán vectơ không gian

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.**

**Câu 37.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{a}$  là  
 A.  $(-1; 2; -3)$ .      B.  $(2; -3; -1)$ .      C.  $(2; -1; -3)$ .      D.  $(-3; 2; -1)$ .

- Câu 38.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1; 2; 1)$  và  $\vec{b} = (-1; 3; 0)$ . Vector  $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$  có tọa độ là  
 A.  $(1; 7; 2)$ . B.  $(1; 5; 2)$ . C.  $(3; 7; 2)$ . D.  $(1; 7; 3)$ .
- Câu 39.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho ba vectơ  $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$  là  
 A.  $\vec{d}(-7; 0; -4)$  B.  $\vec{d}(-7; 0; 4)$  C.  $\vec{d}(7; 0; -4)$  D.  $\vec{d}(7; 0; 4)$
- Câu 40.** Cho  $\vec{a} = (-2; 3; 2), \vec{b} = (2; 1; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{a} - \vec{b}$  là:  
 A.  $\vec{u} = (-4; 2; 3)$ . B.  $\vec{u} = (4; -2; -3)$ . C.  $\vec{u} = (-4; 2; 1)$ . D.  $\vec{u} = (4; -2; -1)$ .
- Câu 41.** Cho  $\vec{a} = (2; -1; 3), \vec{b} = (1; 1; -1)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$  là:  
 A.  $\vec{v} = (3; 3; 7)$ . B.  $\vec{v} = (3; -3; 7)$ . C.  $\vec{v} = (5; -1; 5)$ . D.  $\vec{v} = (-3; 3; -7)$ .
- Câu 42.** Cho  $\vec{a} = (-1; -1; 2), \vec{b} = (-1; 1; -1), \vec{c} = (2; 4; 7)$ . Tọa độ của vectơ  $\vec{u} = \vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$  là:  
 A.  $\vec{u} = (0; 10; 13)$ . B.  $\vec{u} = (6; -4; 19)$ . C.  $\vec{u} = (6; 4; 19)$ . D.  $\vec{u} = (-6; 4; 19)$ .
- Câu 43.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (3; -4; 1)$  và  $\vec{b} = (2; -1; 0)$ . Tích vô hướng  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  bằng  
 A. 11. B. 10. C. 9. D. 8.
- Câu 44.** Trong không gian  $Oxyz$ , tích vô hướng của hai vectơ  $\vec{m} = (a; b; c)$  và  $\vec{n} = (x; y; z)$  được xác định bởi công thức nào sau đây?  
 A.  $\vec{m} \cdot \vec{n} = ax + by + cz$ . B.  $\vec{m} \cdot \vec{n} = ax - by + cz$ .  
 C.  $\vec{m} \cdot \vec{n} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . D.  $\vec{m} \cdot \vec{n} = (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2$ .
- Câu 45.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; 0; -1)$  và  $\vec{b} = (3; -5; 6)$ . Góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  bằng  
 A.  $30^\circ$ . B.  $120^\circ$ . C.  $90^\circ$ . D.  $60^\circ$ .
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$  và  $P(1; m - 1; 2)$ . Tìm  $m$  để tam giác  $MNP$  vuông tại  $N$ .  
 A.  $m = 2$  B.  $m = -6$  C.  $m = 0$  D.  $m = -4$
- Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 1; -2), B(2; -3; 5)$ . Điểm  $M$  thuộc đoạn  $AB$  sao cho  $MA = 2MB$ , tọa độ điểm  $M$  là  
 A.  $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ . B.  $(4; 5; -9)$ . C.  $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$ . D.  $(1; -7; 12)$ .
- Câu 48.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các vectơ  $\vec{a} = (5; 3; -2)$  và  $\vec{b} = (m; -1; m + 3)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để góc giữa hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là góc tù?  
 A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.**

- Câu 49.** Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc  $O$  trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với mặt đất sao cho trục  $Ox$  hướng về phía tây, trục  $Oy$  hướng về phía nam, trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí  $A$  cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



Hình 2

Các khẳng định sau đúng hay sai?

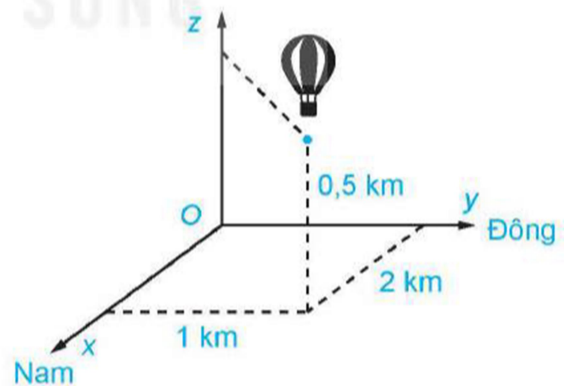
a) Radar ở vị trí có tọa độ  $(0;0;0)$ .

b) Vị trí A có tọa độ  $(300;200;10)$ .

c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A.

**Câu 50.** Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng  $(Oxy)$  trùng với vật đất với trục  $Ox$  hướng về phía nam, trục  $Oy$  hướng về phía đông và trục  $Oz$  hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.



Hình 2.50

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tọa độ chiếc khinh khí cầu thứ nhất là  $(2;1;0,5)$ .

b) Tọa độ chiếc khinh khí cầu thứ hai là  $(1;1,5;0,8)$ .

c) Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu xấp xỉ 4,92 (km).

d) Khinh khí cầu thứ nhất xa điểm xuất phát hơn.

**Câu 51.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; -1; 5)$  và  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a)  $\vec{u} = (-2; 2; -7)$ .

b)  $P = \vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ .

c)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-9}{\sqrt{110}}.$

d)  $|\vec{c}| = \sqrt{7}.$

**Câu 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(-2;0;2)$ ,  $B(3;-2;4)$ ,  $C(1;5;-5)$ ,  $A'(3;5;7)$ ,  $B'(8;3;9)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Trung điểm của đoạn thẳng  $BC$  có tọa độ là  $M\left(2; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right).$

b) Trọng tâm tam giác  $A'BC$  có tọa độ là  $G\left(\frac{7}{3}; \frac{8}{3}; 2\right).$

c)  $\cos(\vec{AB}, \vec{AB'}) = \frac{58}{\sqrt{33} \cdot \sqrt{58}}.$

d) Khi  $ABC.A'B'C'$  là lăng trụ tam giác thì tọa độ trọng tâm  $G'$  của tam giác  $A'B'C'$  là  $G'\left(\frac{17}{3}; 6; \frac{17}{3}\right).$

**Câu 53.** Trong không gian  $Oxyz$  cho các điểm  $A(5;1;5)$ ;  $B(4;3;2)$ ;  $C(-3;-2;1)$ . Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Tọa độ trọng tâm của tam giác  $ABC$  là  $G\left(3; 1; \frac{8}{3}\right).$

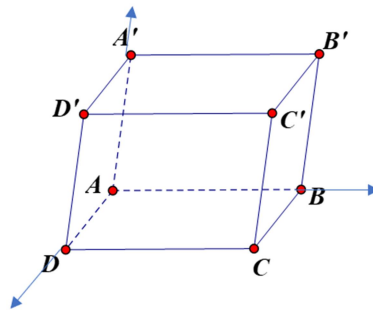
b)  $AB = \sqrt{14}$ ;  $BC = 5\sqrt{3}$

c) Tam giác  $ABC$  là một tam giác vuông

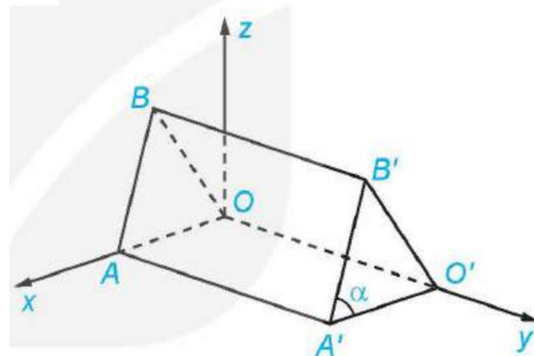
d) Gọi  $I(a;b;c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khi đó  $a + 2b + c = 3$ .

### **Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Chỉ điền đáp án**

**Câu 54.** Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 10 m, chiều rộng là 6m và chiều cao là 4 m. Một chiếc quạt được treo trên trần nhà sao cho là điểm chính giữa của phòng học. Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  có gốc ( $O \equiv A$ ) trùng với một góc phòng và mặt phẳng ( $Oxy$ ) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Gọi  $I(a;b;c)$  là tọa độ của điểm treo quạt. Tính giá trị  $a + b + c$ ?



**Câu 55.** Một căn nhà được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác  $OAB.O'A'B'$ . Với hệ trục tọa độ  $Oxyz$  thể hiện như hình bên (đơn vị cm), hai điểm  $A'$  và  $B'$  có tọa độ lần lượt là  $A'(240;420;0)$  và  $B'(120;420;300)$ . Hãy tính độ lớn của góc  $\alpha$  (làm tròn đến hàng phần chục)



**Câu 56.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(1;2;3)$ ,  $B(-2;4;-2)$  và  $C(x-y;6;x+y)$ . Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle OAB$ . Giá trị của  $2x+3y$  để ba điểm  $O;I;C$  thẳng hàng là

**IV. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm**

**Phần I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi chỉ chọn một phương án.**

**Câu 57.** Cho bảng khảo sát về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch ở một nông trường như sau:

| Khối lượng (gam) | [70;80) | [80;90) | [90;100) | [100;110) | [110;120) | Cộng |
|------------------|---------|---------|----------|-----------|-----------|------|
| Số lượng         | 3       | 6       | 12       | 6         | 3         | 30   |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 50.                      B. 10.                      C. 30.                      D. 40.

**Câu 58.** Điểm kiểm tra của nhóm học sinh lớp 10 được cho như sau:

| Lớp điểm    | [3;4] | [5;6] | [7;8] | [9;10] |
|-------------|-------|-------|-------|--------|
| Số học sinh | 3     | 3     | 2     | 2      |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 9                      B. 3                      C. 5                      D. 6

**Câu 59.**  $Q_1, Q_2, Q_3$  là tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A.  $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$ .    B.  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ .    C.  $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$ .    D.  $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$ .

**Câu 60.** Bảng thống kê cân nặng 50 quả thanh long được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường

| Cân nặng (g)      | [250; 290) | [290; 330) | [330; 370) | [370; 410) | [410; 450) |
|-------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số quả thanh long | 3          | 13         | 18         | 11         | 5          |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là ( Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- A. 63,5.                      B. 65,3.                      C. 382,7.                      D. 319,2.

**Câu 61.** Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

| Thời gian (phút) | [9,5; 12,5) | [12,5;15,5) | [15,5; 18,5) | [18,5;21,5) | [21,5; 24,5) |
|------------------|-------------|-------------|--------------|-------------|--------------|
| Số học sinh      | 3           | 12          | 15           | 24          | 2            |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 15,25.                      B. 20                      C. 4,75.                      D. 5,2.

**Câu 62.** Bốn bạn Ánh, Ba, Châu, Dũng cùng là thành viên của một câu lạc bộ rubik. Trong một lần luyện tập rubik với nhau, mỗi bạn đã cùng giải rubik 30 lần liên tiếp và thống kê kết quả lại ở bảng sau:

| Thời gian giải rubik (giây) | [6;8) | [8;10) | [10;12) | [12;14) | [14;16) |
|-----------------------------|-------|--------|---------|---------|---------|
| Ánh                         | 1     | 8      | 5       | 7       | 9       |
| Ba                          | 4     | 8      | 5       | 6       | 7       |
| Châu                        | 5     | 1      | 6       | 5       | 13      |
| Dũng                        | 2     | 6      | 6       | 8       | 8       |

Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì bạn nào có tốc độ giải rubik đồng đều nhất?

- A. Ánh.                      B. Ba.                      C. Châu.                      D. Dũng.

**Câu 63.** Bảng dưới đây thống kê cự li sau 50 lần ném tạ của một vận động viên.

| Cự li (m)        | [19; 19,5) | [19,5; 20) | [20; 20,5) | [20,5; 21) | [21; 21,5) |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Giá trị đại diện | 19,25      | 19,75      | 20,25      | 20,75      | 21,25      |
| Tần số           | 12         | 15         | 8          | 9          | 6          |

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 19,82.      B. 20,32.      C. 20,25.      D. 20,07.

**Câu 64.** Thời gian chạy bộ của bạn mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

| Thời gian (phút) | [20; 25) | [25; 30) | [30; 35) | [35; 40) | [40; 45) |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Số ngày          | 6        | 6        | 4        | 1        | 1        |

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

- A. 31,44.      B. 31,25.      C. 5,59.      D. 5,6.

**Câu 65.** Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

| Mức xà (cm)      | [170; 172) | [172; 174) | [174; 176) | [176; 180) |
|------------------|------------|------------|------------|------------|
| Số vận động viên | 3          | 10         | 6          | 1          |

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 1,65.      B. 1,66.      C. 1,67.      D. 1,68.

**Câu 66.** Trong thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, An và Bình đã dùng hai vôn kế khác nhau để đo, mỗi bạn tiến hành đo 10 lần và cho kết quả như sau:

| Hiệu điện thế đo được (Vôn) | [3,85; 3,90) | [3,90; 3,95) | [3,95; 4,00) | [4,00; 4,05) |
|-----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Số lần An đo                | 1            | 6            | 2            | 1            |
| Số lần Bình đo              | 1            | 3            | 4            | 2            |

Độ lệch chuẩn của các mẫu số liệu ghép nhóm cho kết quả đo của An và Bình (làm tròn đến hàng phần nghìn) lần lượt là

- A. 0,039 và 0,045.      B. 0,029 và 0,035.      C. 0,025 và 0,034.      D. 0,035 và 0,042.

**Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 67.** Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

| Thời gian (giờ) | [0;5) | [5;10) | [10;15) | [15;20) | [20;25) | [25;30] |
|-----------------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|
| Số học sinh     | 2     | 6      | 8       | 9       | 3       | 2       |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.  
b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là [15;20).  
c) Số trung bình của thống kê là 10.  
d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.

**Câu 68.** Thống kê điểm thi khảo sát đầu năm môn Toán của hai lớp 12A và 12B, ta thu được kết quả sau:

| Điểm thi            | [5;6) | [6;7) | [7;8) | [8;9) | [9;10] |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|--------|
| Số học sinh lớp 12A | 0     | 2     | 6     | 12    | 10     |
| Số học sinh lớp 12B | 2     | 12    | 10    | 6     | 0      |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Từ khoảng biến thiên của điểm thi của học sinh hai lớp 12A và 12B, điểm thi khảo sát môn Toán của lớp 12A phân tán hơn của lớp 12B.  
b) Số điểm trung bình môn Toán trong bài khảo sát đầu năm của lớp 12B lớn hơn của lớp 12A.  
c) Khoảng tứ phân của lớp 12A lớn hơn 1.

d) Khoảng tứ phân vị của lớp 12A lớn hơn so với lớp 12B.

**Câu 69.** Một người ghi lại thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi cho kết quả như bảng sau:

| Thời gian $t$ (phút) | $[0;1)$ | $[1; 2)$ | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ | $[4; 5)$ |
|----------------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Số cuộc gọi          | 8       | 17       | 25       | 20       | 10       |

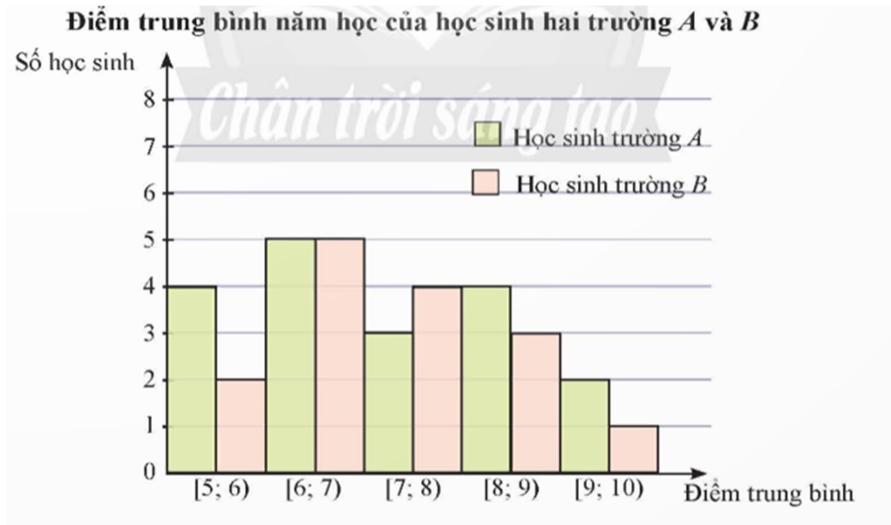
a) Cỡ mẫu là 80

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 5 (phút).

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 1,8.

d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 2,23 (phút).

**Câu 70.** Biểu đồ sau mô tả kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai trường A và B.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị đại diện cho mỗi nhóm và bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên là:

| Điểm trung bình      | $[5; 6)$ | $[6; 7)$ | $[7; 8)$ | $[8; 9)$ | $[9; 10)$ |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Giá trị đại diện     | 5,5      | 6,5      | 7,5      | 8,5      | 9,5       |
| Số học sinh trường A | 4        | 5        | 3        | 4        | 2         |
| Số học sinh trường B | 2        | 5        | 4        | 3        | 1         |

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của trường A gần bằng 2,28.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường A có điểm trung bình đồng đều hơn trường B.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh trường B có điểm trung bình đồng đều hơn.

**Câu 71.** Thống kê điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau

| Điểm trung bình \ Lớp | $[5;6)$ | $[6;7)$ | $[7;8)$ | $[8;9)$ | $[9;10)$ |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|----------|
| 11A                   | 1       | 0       | 11      | 22      | 6        |
| 11B                   | 0       | 6       | 8       | 14      | 12       |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Khoảng biến thiên của điểm số học sinh lớp 11A là 5.
- Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì điểm trung bình của các học sinh lớp 11B ít phân tán hơn điểm trung bình của các học sinh lớp 11A.
- Xét mẫu số liệu của lớp 11A ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là  $\sqrt{0,51}$ .
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 11A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 11B.

**Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Chỉ điền đáp án**

**Câu 72.** Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến năm 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

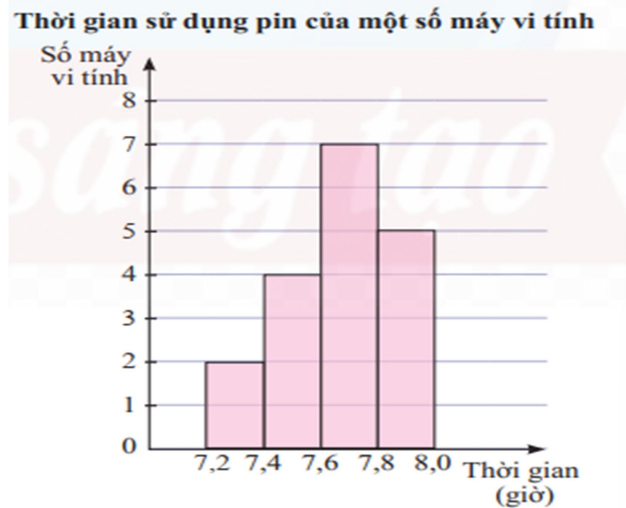
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 341,4 | 187,1 | 242,2 | 522,9 | 251,4 | 432,2 | 200,7 | 388,6 | 258,4 | 288,5 |
| 298,1 | 413,5 | 413,5 | 332   | 421   | 475   | 400   | 305   | 520   | 147   |

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- Hãy tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.
- Hãy chia mẫu số liệu trên làm 4 nhóm với nhóm đầu tiên là  $[140; 240)$  và lập bảng tần số ghép nhóm.
- Hãy tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và so sánh kết quả tương ứng thu được ở câu a).

**Câu 73.** Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

- Hãy cho biết có bao nhiêu máy vi tính có thời gian sử dụng pin từ 7,2 đến dưới 7,4 giờ?
- Hãy xác định số trung bình và độ lệch chuẩn của thời gian sử dụng pin.



**Câu 74.** Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm soát tốc độ (đơn vị: km/h) được thống kê lại như sau:

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 42   | 43,4 | 43,4 | 46,5 | 46,7 | 46,8 | 47,5 | 47,7 | 48,1 | 48,4 |
| 50,8 | 52,1 | 52,7 | 53,9 | 54,8 | 55,6 | 57,5 | 59,6 | 60,3 | 61,1 |

- Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.
- Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là  $[42; 46)$  và độ dài mỗi nhóm bằng 4.
- Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.