

Họ và tên thí sinh Số báo danh..... Mã đề 032

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1; 2; -3), R = 3$.

B. $I(1; -2; 3), R = 9$.

C. $I(-1; 2; 3), R = 9$.

D. $I(1; -2; 3), R = 3$.

Câu 2. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 3. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$; $z_2 = 5 - 6i$. Số phức $2z_1 - 3z_2$ bằng

A. $-11 - 12i$.

B. $19 + 24i$.

C. $-11 + 12i$.

D. $-11 + 24i$.

Câu 4. Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số thuộc tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$ là

A. A_7^5 .

B. A_8^5 .

C. C_8^5 .

D. C_7^5 .

Câu 5. Cho $F(x) = \int \cos \frac{x}{2} dx$ và $F(0) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(\pi) \in (2; 4)$.

B. $F(\pi) \in (0; 1)$.

C. $F(\pi) \in (3; 5)$.

D. $F(\pi) \in (-1; 2)$.

Câu 6.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm phương trình $f(x) = -2$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-3		1	$-\infty$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $P(2; 3; 0)$.

B. $M(0; 3; -1)$.

C. $Q(2; 0; 0)$.

D. $N(0; 3; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các trục Ox , Oy , Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$.

B. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 0$.

C. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.

D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$.

Câu 9. Trên khoảng $(-5; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+5}$ là

A. $\ln|x+5| + C$.

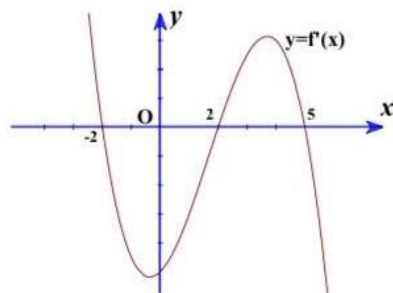
B. $\frac{1}{x+5} + C$.

C. $\frac{1}{5} \ln|x+5| + C$.

D. $\frac{-1}{(x+5)^2} + C$.

Câu 10.

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. $(5; +\infty)$. B. $(0; 2)$.
C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 11. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $6a$, đường sinh bằng $4a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

- A. $S_{xq} = 24\pi a^2$. B. $S_{xq} = 10\pi a^2$. C. $S_{xq} = 12\pi a^2$. D. $S_{xq} = 6\pi a^2$.

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ trên đoạn $[-1; 5]$. Tổng $M + m$ là

- A. 268. B. 278. C. 288. D. 216.

Câu 13. Tích phân $\int_0^1 e^{2x} dx$ bằng

- A. $e^2 + \frac{1}{2}$. B. $\frac{e^2 - 1}{2}$. C. $\frac{e^3 - 1}{2}$. D. $e^2 - 1$.

Câu 14. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^{x^2 - 2x - 7} = 3$ là

- A. 4. B. 7. C. -7. D. 2.

Câu 15. Hàm số $f(x) = 3^{2x-5}$ có đạo hàm là

- A. $f'(x) = 6 \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3$. B. $f'(x) = \frac{3^{2x-5}}{\ln 3}$. C. $f'(x) = 2 \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3$. D. $f'(x) = \frac{3^{2x-5}}{\ln 2}$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$; $u_3 = 7$. Công sai cấp số cộng đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $-\frac{1}{2}$. D. -2.

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = -2$.
C. $x = 1$. D. $x = 2$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Câu 18. Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích bằng 8π . Tính chiều cao h của khối trụ đó.

- A. $h = 3\sqrt{3}$. B. $h = 3\sqrt{2}$. C. $h = 2$. D. $h = 3\sqrt[3]{2}$.

Câu 19. Cho khối lăng trụ có thể tích V , chiều cao là h . Diện tích đáy lăng trụ là

- A. $\frac{3V}{h}$. B. $\frac{V}{h}$. C. $\frac{1}{3} \frac{V}{h}$. D. $\frac{h}{V}$.

Câu 20. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức z là điểm

- A. $M(5; -3)$. B. $Q(3; -5)$. C. $N(5; 3)$. D. $P(3; 5)$.

Câu 21. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật: $AB = a$; $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $2a^3$. B. $\frac{1}{3}a^3$. C. a^3 . D. $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 22. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 + x^2 - 4$. B. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. C. $y = x^3 - 9x$. D. $y = x^3 + 4x$.

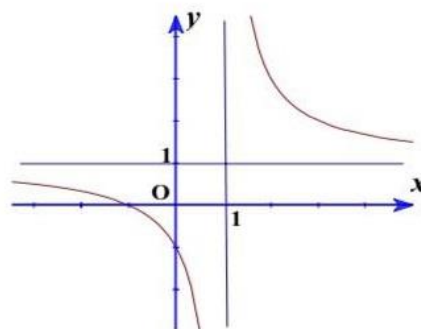
Câu 23. Tập xác định của hàm số $y = (x-5)^{\frac{3}{4}}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. C. $(5; +\infty)$. D. $[5; +\infty)$.

Câu 24.

Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên

- A. $y = 3^x$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.



Câu 25. Xét tích phân $I = \int_0^1 4x(x^2 + 1)^{2023} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 1$ thì I bằng

- A. $\int_0^2 u^{2022} du$. B. $2 \int_0^1 u^{2023} du$. C. $\frac{1}{2} \int_0^2 u^{2023} du$. D. $2 \int_1^2 u^{2023} du$.

Câu 26. Tiệm cận ngang của đồ thị $y = \frac{2x-3}{2x+5}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $y = 1$. C. $y = -\frac{3}{5}$. D. $x = -\frac{5}{2}$.

Câu 27. Xét hai số phức z_1 ; z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. B. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$. C. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. D. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

Câu 28. Tập nghiệm phương trình $\ln(x+4) - \ln(2x-3) = 0$ là

- A. $\left\{7; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\{7\}$. C. $\left\{-4; \frac{3}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$. Gọi M là giao điểm của d với mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Tổng hoành độ, tung độ của điểm M là

- A. 2. B. 16. C. 12. D. 18.

Câu 30. Cho tập $A = \{-5; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}$. Chọn hai số bất kì phân biệt từ tập A . Tính xác suất để tổng hai số được chọn là một số dương.

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{7}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (Oyz) và đi qua các điểm $A(0; 8; 0)$, $B(4; 6; 2)$, $C(0; 12; 4)$ có phương trình là

A. $x^2 + (y+7)^2 + (z+5)^2 = 26$.

B. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = \sqrt{26}$.

C. $x^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 26$.

D. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -2; 1)$ và hai mặt phẳng (P) , (Q) lần lượt có phương trình $x - 3z + 1 = 0$, $2y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. C. $\frac{x+5}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Câu 33. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) + \log_2(3x - 3) < 0$ là

A. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

B. $S = (1; 2)$.

C. $S = (-1; 2)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 34. Xét các số dương a, b thỏa mãn: $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_4(ab)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $ab^5 = 4$.

B. $ab^5 = \frac{3}{4}$.

C. $ab^5 = \frac{1}{2}$.

D. $ab^5 = 1$.

Câu 35. Biết $\int_0^1 (2x+3)e^x dx = a.e + b$ với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b = -1$.

B. $ab = 2$.

C. $2a+b = 5$.

D. $a-b = -1$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi H là trung điểm AB . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và chiều cao hình chóp là $h = a\sqrt{15}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 37. Cho 2 số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = 2z_1 + 3z_2$.

A. $\bar{z} = 11 - i$.

B. $\bar{z} = -11 + i$.

C. $\bar{z} = 11 + i$.

D. $\bar{z} = -11 - i$.

Câu 38.

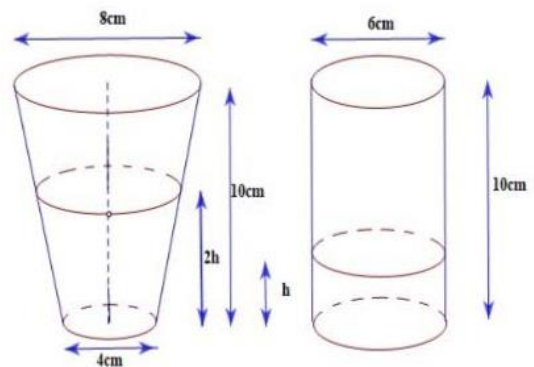
Có hai cái cốc, một cái hình trụ và một cái hình nón cụt có kích thước như hình vẽ. Cốc hình trụ đựng đầy nước được rót sang cốc hình nón cụt đến khi thấy chiều cao phần nước còn lại trong cốc hình trụ chỉ bằng một nửa chiều cao của phần nước trong cốc hình nón cụt thì dừng lại. Hỏi khi đó chiều cao h của phần nước còn lại trong cốc hình trụ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$.

B. $(3; 5)$.

C. $(4; 6)$.

D. $(5; 7)$.



Câu 39. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và (ABC) là 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2 + 2\log_2(x-3) + (2m+3)\log_{\sqrt{x-3}} 2 = 2m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 5$?

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$ và hai đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$, $d': \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , vuông góc với d và cắt d' có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-7}$.

B. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{7}$.

C. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{7}$.

D. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{7}$.

Câu 42.

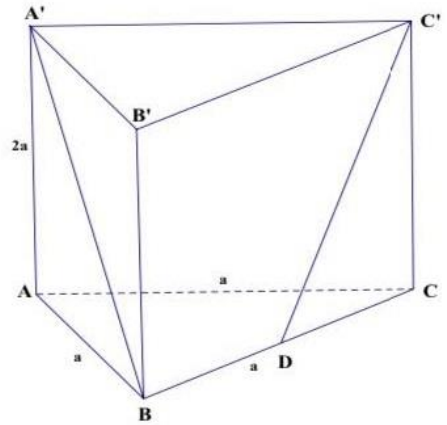
Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi D là trung điểm cạnh BC . Biết $AA' = 2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' là

A. $a\sqrt{17}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{17}}$.

C. $2a\sqrt{17}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.



Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 + z_1 z_2 = 1$

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn: $3F(3) + G(3) = 23$ và $3F(1) + G(1) = -1$. Khi đó $\int_0^1 x[3 - f(2x^2 + 1)] dx$ bằng

A. 0.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \overline{z}| + 2|z - \overline{z}| = 8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Môđun của số phức $w = M + mi$ là

A. $\sqrt{521}$.

B. $\sqrt{530}$.

C. $\sqrt{542}$.

D. $\sqrt{523}$.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\log_2(x^2 + y^2 - 3x) + \log_5 x \leq \log_2 x + \log_5(5x - x^2 - y^2)?$$

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 5.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ không âm và có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$. Biết $f(1) = 3$ và

$$[2f(x) + 1 - 3x^2]f'(x) = 6x[1 + f(x)] \forall x \in [0; 1]. \text{ Tích phân } \int_0^1 \left[f^3(x) - \frac{6}{7} \right] dx \text{ bằng}$$

A. 2.

B. $\frac{27}{7}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{7}$.

Câu 48.

Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các hệ số thực và có bảng biến thiên như hình bên. Tổng tất cả các giá trị nguyên của $m \in [-20; 20]$ để phương trình

$f(x) + 2\sqrt{f(x)} + f(\sqrt{f(x)}) + m = 1$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	0	-
y			1		0		1	
	$-\infty$							$-\infty$

A. -3.

B. 3.

C. 420.

D. 0.

Câu 49.

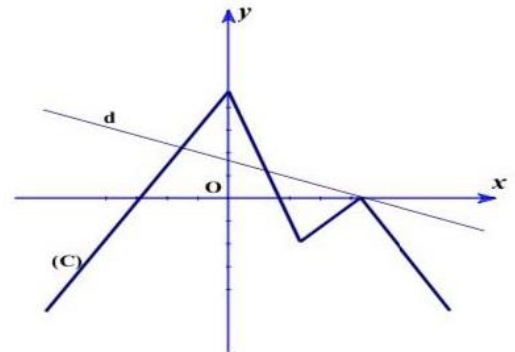
Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc (C) (nét đậm). Hàm số $y = g(x)$ có đồ thị là đường thẳng d (hình vẽ). Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(|x|) - g(|x|)|$ là

A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 8.



Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $OABC$ với $O(0;0;0)$, $A(1;-2;2)$, $B(2;2;1)$ và $C(-\frac{5}{3};-\frac{2}{3};\frac{14}{3})$.

Gọi (S) là mặt cầu đường kính OA . Một tiếp tuyến MN thay đổi tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm H (M thuộc tia AC , N thuộc tia OB). Biết khi M, N thay đổi thì H di động trên mặt phẳng (Q) cố định có phương trình $ax + by - z + c = 0$. Tính $a + b + c$.

A. 3.

B. 7.

C. 5.

D. -6.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	D	A	A	B	B	D	A	C	C	A	B	D	C	B	A	C	B	A	D	D	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	C	C	D	C	D	D	C	C	A	B	B	C	B	D	B	A	B	D	C	A	C	D

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(1;2;-3), R=3$. B. $I(1;-2;3), R=9$. C. $I(-1;2;3), R=9$. D. $I(1;-2;3), R=3$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3), R=3$.

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1		-3		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 3: Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i; z_2 = 5 - 6i$. Số phức $2z_1 - 3z_2$ bằng

A. $-11 - 12i$. B. $19 + 24i$. C. $-11 + 12i$. D. $-11 + 24i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2z_1 - 3z_2 = 2(2 + 3i) - 3(5 - 6i) = -11 + 24i$.

Câu 4: Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số thuộc tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$ là

A. A_7^5 .

B. A_8^5 .

C. C_8^5 .

D. C_7^5 .

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Cho $F(x) = \int \cos \frac{x}{2} dx$ và $F(0) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(\pi) \in (2; 4)$.

B. $F(\pi) \in (0; 1)$.

C. $F(\pi) \in (3; 5)$.

D. $F(\pi) \in (-1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

$$F(\pi) = (F(\pi) - F(0)) + F(0) = \int_0^\pi \cos \frac{x}{2} dx + 1 = 2 \sin \frac{x}{2} \Big|_0^\pi + 1 = 3.$$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm phương trình $f(x) = -2$ là

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $P(2; 3; 0)$.

B. $M(0; 3; -1)$.

C. $Q(2; 0; 0)$.

D. $N(0; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -5)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của

A lên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{5} = 1$.

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 0$.

C. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} + 1 = 0$.

D. $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn D

+ M là hình chiếu vuông góc của A trên trục $Ox \Rightarrow M(1; 0; 0)$.

N là hình chiếu vuông góc của A trên trục $Oy \Rightarrow N(0; 2; 0)$.

P là hình chiếu vuông góc của A trên trục $Oz \Rightarrow P(0; 0; -5)$.

+ Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{5} = 1$.

Câu 9: Trên khoảng $(-5; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+5}$ là

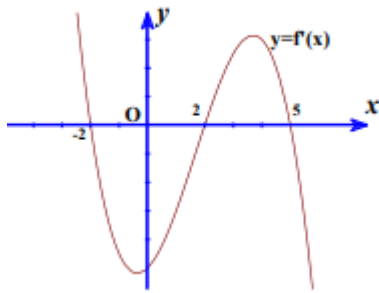
- A.** $\ln|x+5| + C$. **B.** $\frac{1}{x+5} + C$. **C.** $\frac{1}{5} \ln|x+5| + C$. **D.** $\frac{-1}{(x+5)^2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$ ($a \neq 0$) ta được $\int \frac{dx}{x+5} = \ln|x+5| + C$.

Câu 10: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A.** $(5; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(2; 3)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $6a$, đường sinh bằng $4a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) .

- A.** $S_{xq} = 24\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 10\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = 12\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = 6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Hình nón (N) có đường kính đáy bằng $6a \Rightarrow r = 3a \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3a \cdot 4a = 12\pi a^2$.

Câu 12: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ trên đoạn $[-1; 5]$. Tổng $M + m$ là

- A.** 268. **B.** 278. **C.** 288. **D.** 216.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$ trên đoạn $[-1; 5]$.

$$y' = 6x^2 + 6x - 12$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-1; 5] \\ x = -2 \notin [-1; 5] \end{cases}$$

$$y(-1) = 18; y(5) = 270; y(1) = -2$$

$$\Rightarrow M = 270; m = -2 \Rightarrow M + m = 268.$$

Câu 13: Tích phân $\int_0^1 e^{2x} \cdot dx$ bằng

A. $e^2 + \frac{1}{2}.$

B. $\frac{e^2 - 1}{2}.$

C. $\frac{e^3 - 1}{2}.$

D. $e^2 - 1.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^1 e^{2x} \cdot dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 1}{2}.$$

Câu 14: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^{x^2-2x-7} = 3$ là

A. 4.

B. 7.

C. -7.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 9^{x^2-2x-7} = 3 \Leftrightarrow 3^{2x^2-4x-14} = 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 14 = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 15 = 0.$$

Để thấy $a.c < 0 \Rightarrow$ phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Theo định lí Viet ta có tổng hai nghiệm là 2.

Câu 15: Hàm số $f(x) = 3^{2x-5}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = 6 \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3.$ B. $f'(x) = \frac{3^{2x-5}}{\ln 3}.$ C. $f'(x) = 2 \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3.$ D. $f'(x) = \frac{3^{2x-5}}{\ln 2}.$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = (2x-5)' \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3 = 2 \cdot 3^{2x-5} \cdot \ln 3.$$

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3, u_3 = 7$. Công sai cấp số cộng đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}.$

B. 2.

C. $-\frac{1}{2}.$

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$ ta có:

$$u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 7 = 3 + 2d \Leftrightarrow d = 2.$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y''	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x = -1.$

B. $x = -2.$

C. $x = 1.$

D. $x = 2.$

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 18: Cho khối trụ có chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích bằng 8π . Tính chiều cao h của khối trụ đó.

A. $h = 3\sqrt{3}$.

B. $h = 3\sqrt{2}$.

C. $h = 2$.

D. $h = 3\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow 8\pi = \pi h^3 \Leftrightarrow h = 2$

Câu 19: Cho khối lăng trụ có chiều cao là h và thể tích là V . Diện tích đáy lăng trụ là

A. $\frac{3V}{h}$.

B. $\frac{V}{h}$.

C. $\frac{V}{3h}$.

D. $\frac{h}{V}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Cho số phức $z = 5 - 3i$. Điểm biểu diễn số phức z là điểm

A. $M(5; -3)$.

B. $Q(3; -5)$.

C. $N(5; 3)$.

D. $P(3; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật: $AB = a$; $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$.

B. $\frac{1}{3}a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot SA = \frac{2}{3} a^3.$$

Câu 22: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 + x^2 - 4$.

B. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

C. $y = x^3 - 9x$.

D. $y = x^3 + 4x$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^3 + 4x \Rightarrow y' = 3x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = x^3 + 4x$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = (x - 5)^{\frac{3}{4}}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.

C. $(5; +\infty)$.

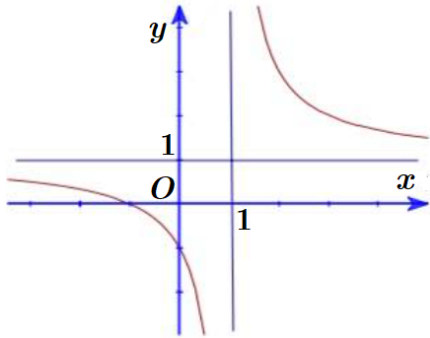
D. $[5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Câu 24: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?



- A. $y = 3^x$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.** D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ, ta thấy được hàm số không xác định tại $x = 1$.

Câu 25: Xét tích phân $I = \int_0^1 4x(x^2 + 1)^{2023} dx$, nếu đặt $u = x^2 + 1$ thì I bằng

- A. $I = \int_0^2 u^{2022} du$. B. $I = 2 \int_0^1 u^{2023} du$. C. $I = \frac{1}{2} \int_0^2 u^{2023} du$. **D. $I = 2 \int_1^2 u^{2023} du$.**

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x dx$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 1$
 $x = 1 \Rightarrow u = 2$

Vậy $I = 2 \int_1^2 u^{2023} du$.

Câu 26: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+5}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $x = \frac{3}{2}$. **B. $y = 1$.** C. $y = -\frac{3}{5}$. D. $x = -\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 27: Xét 2 số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây là **sai**?

- A. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. **B. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.** C. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$. D. $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử: $z_1 = a + bi$; $z_2 = c + di$. Khi đó

$$|z_1 + z_2| = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2} \neq |z_1| + |z_2| = \sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{c^2 + d^2}.$$

Câu 28: Tập nghiệm của phương trình $\ln(x+4) - \ln(2x-3) = 0$ là

- A. $\left\{7; \frac{3}{2}\right\}$. B. $\{7\}$. C. $\left\{-4; \frac{3}{2}\right\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > \frac{3}{2}$.

$$\text{PT: } \ln(x+4) - \ln(2x-3) = 0 \Leftrightarrow x+4 = 2x-3 \Leftrightarrow x = 7(tm).$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{7\}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$. Gọi M là giao điểm của (d) với mặt phẳng $(P): x + y - z - 1 = 0$. Tổng hoành độ, tung độ của điểm M là

- A. 2. B. 16. C. 12. D. 18.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } (d) \text{ là: } (d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Gọi $M(1+t; -1+2t; 3+2t)$ là giao điểm của (d) và (P) .

$$\text{Khi đó ta có: } 1+t-1+2t-3-2t-1=0 \Leftrightarrow t=4$$

Vậy $M(5; 7; 11)$. Tổng hoành độ và tung độ của điểm M bằng 12.

Câu 30: Cho tập $A = \{-5; -4; -3; -2; -1; 1; 2; 3; 4\}$. Chọn hai số bất kì phân biệt từ tập A. Tính xác suất để tổng hai số được chọn là một số dương.

- A. $\frac{4}{7}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn C

+) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2$.

+) Gọi B là biến cố hai số chọn được có tổng dương.

Các bộ số có tổng dương là
 $B = \{(-3; 4), (-2; 3), (-2; 4), (-1; 2), (-1; 3), (-1; 4), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 3), (2; 4), (3; 4)\}$

$$n(B) = 12 \Rightarrow P(B) = \frac{12}{C_9^2} = \frac{1}{3}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng (Oyz) và đi qua các điểm $A(0;8;0), B(4;6;2), C(0;12;4)$ có phương trình là

- A. $x^2 + (y+7)^2 + (z+5)^2 = 26$. B. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = \sqrt{26}$.
 C. $x^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 26$. D. $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26$.

Lời giải

Chọn D

Gọi tâm mặt cầu là $I(0; b; c) \in (Oyz)$.

Do $A(0;8;0), B(4;6;2), C(0;12;4)$ thuộc mặt cầu nên

$$IA = IB = IC \Leftrightarrow (b-8)^2 + c^2 = 16 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = (b-12)^2 + (c-4)^2.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-c=2 \\ b+c=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=7 \\ c=5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } I(0;7;5); R = IA = \sqrt{26}$$

Phương trình mặt cầu là $x^2 + (y-7)^2 + (z-5)^2 = 26$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và hai mặt phẳng $(P), (Q)$ lần lượt có phương trình $x-3z+1=0, 2y+2z+1=0$. Đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$.
 C. $\frac{x+5}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

$$\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;0;-3), \overrightarrow{n_{(Q)}} = (0;2;2) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (6;-2;2).$$

Phương trình d là $\frac{x+5}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ vì tọa độ điểm A thỏa mãn và có véc tơ chỉ phương cùng phương $\overrightarrow{u_d} = (6;-2;2)$.

Câu 33: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-1) + \log_2(3x-3) < 0$ là

- A. $S = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (1; 2)$.
 C. $S = (-1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 1$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1) + \log_2(3x - 3) < 0 \Leftrightarrow \log_2(3x - 3) < \log_2(x^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 3 < x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

Câu 34: Xét các số dương a, b thỏa mãn: $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_4(ab)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $ab^5 = 4$. B. $ab^5 = \frac{3}{4}$. C. $ab^5 = \frac{1}{2}$. **D. $ab^5 = 1$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_4(ab) \Leftrightarrow \log_2(ab^3) = \log_2(ab)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow ab^3 = (ab)^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow ab^5 = 1$.

Câu 35: Biết $\int_0^1 (2x+3)e^x dx = a.e + b$ với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a + b = -1$. B. $ab = 2$. **C. $2a + b = 5$.** D. $a - b = -1$.

Lời giải

Chọn C

Xét tích phân $\int_0^1 (2x+3)e^x dx = a.e + b$; đặt $\begin{cases} u = 2x+3 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = e^x \end{cases}$. Khi đó:

$$\int_0^1 (2x+3)e^x dx = (2x+3)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 2e^x dx = 5e - 3 - 2e^x \Big|_0^1 = 3e - 1.$$

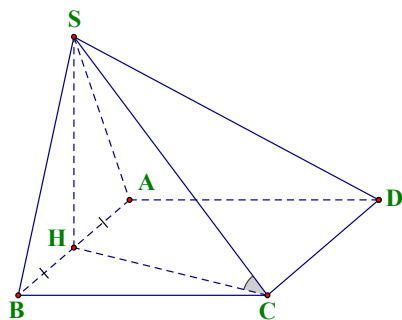
Do đó $a = 3$, $b = -1$ nên $2a + b = 5$.

Câu 36: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi H là trung điểm AB . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và chiều cao hình chóp là $h = a\sqrt{15}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. 90° . B. 45° . **C. 60° .** D. 30° .

Lời giải

Chọn C



Nhận thấy, $(SC, (ABCD)) = (SC, CH) = \widehat{SCH}$.

Theo đề bài, ta có: $SH = a\sqrt{15}$, $CH = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{2a}{2}\right)^2} = a\sqrt{5}$.

Khi đó: $\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \frac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ$ do vậy $(SC, (ABCD)) = 60^\circ$.

Câu 37: Cho 2 số phức $z_1 = 1 + 2i$; $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 2z_1 + 3z_2$.

A. $\bar{z} = 11 - i$.

B. $\bar{z} = -11 + i$.

C. $\bar{z} = 11 + i$.

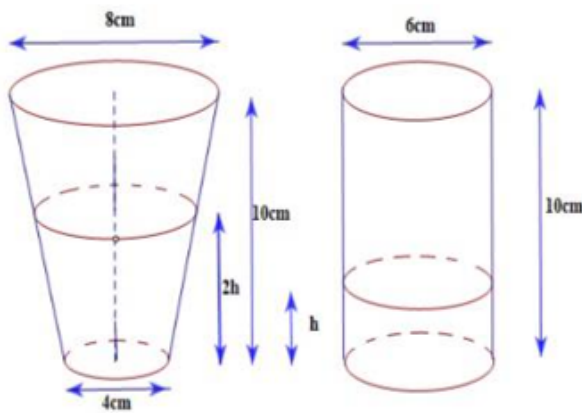
D. $\bar{z} = -11 - i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = 2z_1 + 3z_2 = 2(1 + 2i) + 3(3 - i) = 11 + i$ nên $\bar{z} = 11 - i$.

Câu 38: Có hai cái cốc, một cái hình trụ và một cái hình nón cụt có kích thước như hình vẽ. Cốc hình trụ đựng đầy nước được rót sang cốc hình nón cụt đến khi thấy chiều cao phần nước còn lại trong cốc hình trụ chỉ bằng một nửa chiều cao của phần nước trong cốc hình nón cụt thì dừng lại. Hỏi khi đó chiều cao h của phần nước còn lại trong cốc hình trụ thuộc khoảng nào sau đây?



A. $(1; 3)$.

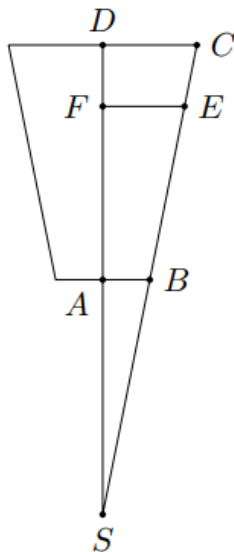
B. $(3; 5)$.

C. $(4; 6)$.

D. $(5; 7)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi S là giao điểm của AD và BC . Khi đó $\frac{SA}{SD} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2} \Rightarrow SA = AD = 10$.

Mặt khác $\frac{SA}{SF} = \frac{AB}{EF} \Leftrightarrow \frac{10}{10 + 2h} = \frac{2}{R'} \Leftrightarrow R' = \frac{2h + 10}{5}$.

Vì thể tích nước bằng thể tích cốc hình trụ nên

$$\begin{aligned}\pi \cdot 3^2 \cdot 10 &= \frac{1}{3} \pi \cdot 2h \left(\frac{1}{25} (2h+10)^2 + 2^2 + 2 \cdot \frac{1}{5} (2h+10) \right) + \pi \cdot 3^2 \cdot h \\ \Leftrightarrow \frac{8}{75} h^3 + \frac{24}{15} h^2 + 17h - 90 &= 0 \\ \Leftrightarrow h &\approx 3,694 \in (3; 5).\end{aligned}$$

Câu 39: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm AB . Biết góc giữa hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và (ABC) là 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

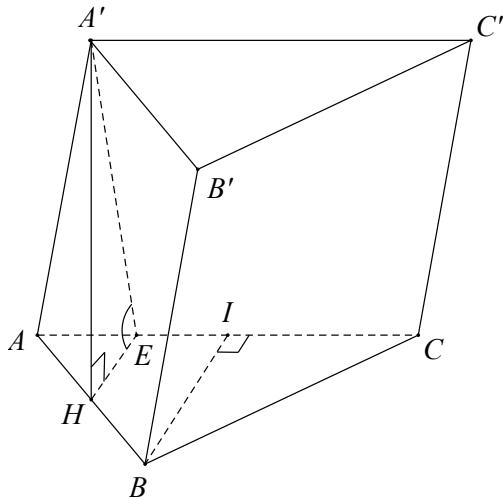
B. $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của AC và E là trung điểm của AB .

Ta có: $\widehat{(ACC'A'), (ABC)} = \widehat{HEA'} = 60^\circ$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$BI = \frac{2a \cdot \sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}, \quad HE = \frac{1}{2} BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\tan \widehat{HEA'} = \frac{A'H}{HE} \Rightarrow A'H = HE \cdot \tan \widehat{HEA'} = \frac{3a}{2}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S \cdot h = a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}.$$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2 + 2\log_2(x-3) + (2m+3)\log_{\sqrt{x-3}} 2 = 2m$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 < x_2 < 5$?

A. 1.

B. 4.

C. 3.
Lời giải

D. 2.

Chọn C

Cách 1

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-3 > 0 \\ \sqrt{x-3} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

Phương trình tương đương:

$$2 + 2\log_2(x-3) + \frac{2(2m+3)}{\log_2(x-3)} = 2m$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2^2(x-3) + 2(1-m)\log_2(x-3) + 2(2m+3) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2(x-3) + (1-m)\log_2(x-3) + 2m+3 = 0$$

$$\text{Đặt } \log_2(x-3) = t.$$

$$\text{Do } 3 < x \neq 4 \Rightarrow \begin{cases} 3 < x_1 < x_2 < 5 \\ x_1 \neq 4 \\ x_2 \neq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x_1 - 3 < x_2 - 3 < 2 \\ x_1 - 3 \neq 1 \\ x_2 - 3 \neq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x_1-3) < \log_2(x_1-3) < 1 \\ \log_2(x_1-3) \neq 0 \\ \log_2(x_2-3) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 < t_2 < 1 \\ t_1 \neq 0 \\ t_2 \neq 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành: Tìm m để phương trình $t^2 + (1-m)t + 2m+3 = 0$ có hai nghiệm $t_1; t_2$

$$\text{thoả mãn } \begin{cases} t_1 < t_2 < 1 \\ t_1 \neq 0 \\ t_2 \neq 0 \end{cases}.$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt cần:

$$\Delta = (m-1)^2 - 4(2m+3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 11 \\ m < -1 \end{cases} \quad (*).$$

Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} t_1 < t_2 < 1 \\ t_1 \neq 0 \\ t_2 \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (t_1-1)(t_2-1) > 0 \\ t_1+t_2 < 2 \\ t_1 \neq 0 \\ t_2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \cdot t_2 - (t_1+t_2) + 1 > 0 \\ m-1 < 2 \\ 2m+3 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3+(1-m)+1 > 0 \\ m < 3 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < 3 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$$

Đổi chiều điều kiện ta có $\begin{cases} -5 < m < -1 \\ m \neq \frac{-3}{2} \end{cases}$, suy ra có 3 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Cách 2

Điều kiện: $\begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \neq 4 \end{cases}.$

Phương trình tương đương: $2 + 2\log_2(x-3) + \frac{2(2m+3)}{\log_2(x-3)} = 2m.$

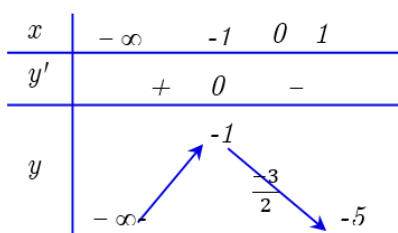
Đặt $\log_2(x-3) = t.$

Bài toán trở thành: Tìm m để phương trình $t^2 + (1-m)t + 2m+3 = 0$ có hai nghiệm $t_1; t_2$ thoả mãn $t_1 < t_2 < 1, t_1, t_2 \neq 0.$

$$t^2 + (1-m)t + 2m+3 = 0 \Leftrightarrow t^2 + t + 3 = m(t-2).$$

$t = 2$ không là nghiệm của phương trình trên nên $g(t) = \frac{t^2 + t + 3}{t-2} = m.$

$$g'(t) = \frac{t^2 - 4t - 5}{(t-1)^2}; g'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -1 \end{cases}.$$



Suy ra $-5 < m < -1; m \neq \frac{-3}{2}.$

Do đó $m \in \{-4; -3; -2\}.$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{2}$, $d': \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , vuông góc với d và cắt d' có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-7}$. B. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{7}$.
 C. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{7}$. D. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A = \Delta \cap d'$. Suy ra $A = (P) \cap d'$.

Tọa độ giao điểm của d' và (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = t \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ x = 1 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0)$$

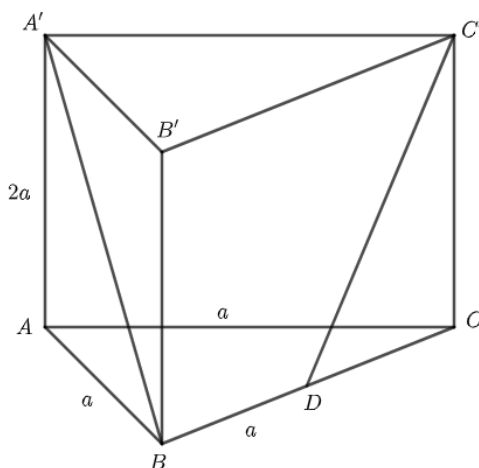
Vì Δ nằm trong (P) nên $\vec{n}_P(2; -1; 2) \perp \vec{u}_\Delta$.

Vì Δ vuông góc với d nên $\vec{u}_d(2; 3; 2) \perp \vec{u}_\Delta$.

Khi đó: $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_P; \vec{u}_d] = (-8; -2; 7)$.

Phương trình đường thẳng Δ có dạng: $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{7}$.

Câu 42: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi D là trung điểm cạnh BC . Biết $AA' = 2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và DC' là



A. $a\sqrt{17}$.

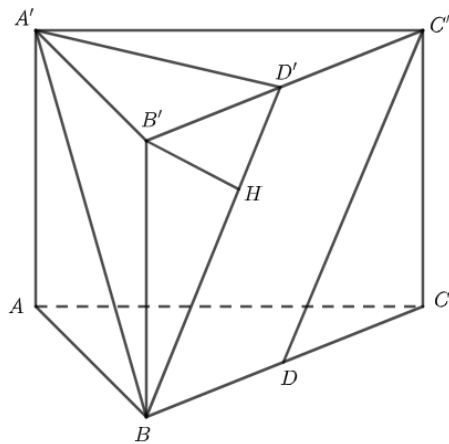
B. $\frac{a}{\sqrt{17}}$.

C. $2a\sqrt{17}$.

D. $\frac{2a}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D' là trung điểm của $B'C'$, ta có $BDC'D'$ là hình bình hành $\Rightarrow C'D' \parallel BD' \Rightarrow CD \parallel (A'BD')$

Kẻ $B'H \perp BD'$

Ta có: $\left. \begin{array}{l} A'D' \perp B'C' \\ A'D' \perp BB' \end{array} \right\} \Rightarrow A'D' \perp (BCC'B') \Rightarrow A'D' \perp B'H$

$\left. \begin{array}{l} B'H \perp BD' \\ B'H \perp A'D' \end{array} \right\} \Rightarrow B'H \perp (A'BD')$

Suy ra, $d(A'B, C'D) = d(C'D; (A'BD')) = d(C', (A'BD')) = d(B', (A'BD')) = B'H$

Ta có: $B'D' = \frac{a}{2}; BB' = 2a$

Xét $\triangle BB'D'$ vuông tại B' ta có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BB'^2} + \frac{1}{B'D'^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{a^2} \Rightarrow BH = \frac{2a}{\sqrt{17}}$$

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 + z_1 z_2 = 1$

A. 2.

B. 1.

C. Vô số.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Xét $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$

$$\Delta' = m^2 - 6m + 5$$

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 6 \end{cases}$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt

$$\Rightarrow \overline{z_1} = z_1; \overline{z_2} = z_2$$

$$\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 + z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow z_1 z_2 + z_1 z_2 + z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow z_1 z_2 = \frac{1}{3}$$

Theo Viet ta có: $z_1 z_2 = 6m - 5 \Rightarrow 6m - 5 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = \frac{8}{9}$ (TM)

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 5$ phương trình có hai nghiệm phức phân biệt

$$\Rightarrow \overline{z_1} = z_2; \overline{z_2} = z_1$$

$$\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 + z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 = 1 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2 = 1$$

Theo Viet ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2m \\ z_1 z_2 = 6m - 5 \end{cases} \Rightarrow 4m^2 - 6m + 5 = 1 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 2 = 0$ (VN)

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3F(3) + G(3) = 23$ và $3F(1) + G(1) = -1$. Khi đó $\int_0^1 x[3 - f(2x^2 + 1)]dx$ bằng

A. 0.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } \int_0^1 x[3 - f(2x^2 + 1)]dx = \int_0^1 3xdx - \int_0^1 xf(2x^2 + 1)dx = \frac{3}{2} - \int_0^1 xf(2x^2 + 1)dx = \frac{3}{2} - I$$

$$\text{Đặt } t = 2x^2 + 1 \Rightarrow dt = 4xdx$$

$$I = \int_1^3 f(t) \cdot \frac{dt}{4} = \frac{1}{4} \int_1^3 f(t) dt$$

Vì $F(x); G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có:

$$\int_1^3 f(x) dx = F(x) \Big|_1^3 = F(3) - F(1) \text{ và } \int_1^3 f(x) dx = G(x) \Big|_1^3 = G(3) - G(1)$$

$$\Rightarrow F(3) - F(1) = G(3) - G(1)$$

$$\text{Theo giả thiết ta có: } \begin{cases} 3F(3) + G(3) = 23 \\ 3F(1) + G(1) = -1 \end{cases}$$

Lấy vế trừ vế ta được:

$$3[F(3) - F(1)] + [G(3) - G(1)] = 24 \Leftrightarrow 4(F(3) - F(1)) = 24 \Leftrightarrow F(3) - F(1) = 6$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4} \int_1^3 f(t) dt = \frac{1}{4} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{4} (F(3) - F(1)) = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \int_0^1 x[3 - f(2x^2 + 1)]dx = \frac{3}{2} - \frac{3}{2} = 0$$

Câu 45: Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$. Môđun của số phức $w = M + mi$ là

A. $\sqrt{521}$.

B. $\sqrt{530}$.

C. $\sqrt{542}$.

D. $\sqrt{523}$.

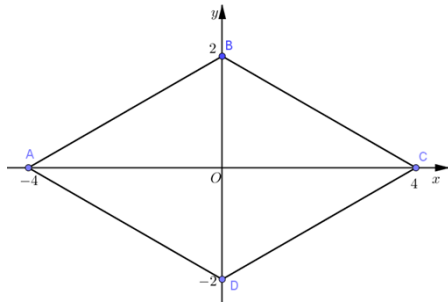
Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$$

$$\text{Khi đó: } |z + \bar{z}| + 2|z - \bar{z}| = 8 \Leftrightarrow |x| + 2|y| = 4$$

Tập hợp các số z phức biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là hình thoi $ABCD$.



$$P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = |x + yi + 2|^2 - |x + yi - i|^2 = (x + 2)^2 + y^2 - x^2 - (y - 1)^2 = 4x + 2y + 3$$

Với $A(-4;0), B(0;2), C(4;0), D(0;-2)$ ta có

$$P(A) = -13, P(B) = 7, P(C) = 19, P(D) = -1$$

Vậy giá trị $M = 19, m = -13$ khi đó môđun của số phức w là $\sqrt{19^2 + (-13)^2} = \sqrt{530}$.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\log_2(x^2 + y^2 - 3x) + \log_5 x \leq \log_2 x + \log_5(5x - x^2 - y^2)$$

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x, y \in \mathbb{Z} \\ x > 0 \\ 3x < x^2 + y^2 < 5x \end{cases}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & \log_2(x^2 + y^2 - 3x) + \log_5 x \leq \log_2 x + \log_5(5x - x^2 - y^2) \\ \Leftrightarrow & \log_2\left(\frac{x^2 + y^2 - 3x}{x}\right) + \log_5 \frac{x}{5x - x^2 - y^2} \leq 0 \\ \Leftrightarrow & \log_2\left(\frac{x^2 + y^2}{x} - 3\right) + \log_5 \frac{1}{5 - \frac{x^2 + y^2}{x}} \leq 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x^2 + y^2}{x}, 3 < t < 5, \text{ khi đó } (1) \Leftrightarrow \log_2(t - 3) + \log_5\left(\frac{1}{5 - t}\right) \leq 0.$$

$$\text{Xét } f(t) = \log_2(t - 3) + \log_5\left(\frac{1}{5 - t}\right) \text{ với } 3 < t < 5$$

$$\text{Ta có: } f'(t) = \frac{1}{(t - 3)\ln 2} + \frac{1}{(5 - t)\ln 5} > 0 \quad \forall t \in (3; 5) \text{ suy ra hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (3; 5).$$

$$\text{Khi đó: } \log_2(t - 3) + \log_5\left(\frac{1}{5 - t}\right) \leq 0 \Leftrightarrow f(t) \leq f(4) \Leftrightarrow t \leq 4$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } 3 < t \leq 4 \Leftrightarrow 3x < x^2 + y^2 \leq 4x$$

$$\text{Xét } x^2 + y^2 \leq 4x \Leftrightarrow (x - 2)^2 + y^2 \leq 4 \Rightarrow y^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq y \leq 2$$

Với $y = \pm 2$, suy ra $3x < x^2 + 4 \leq 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 4 > 0 \\ x^2 - 4x + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$: có 2 cặp $(x; y)$ thỏa mãn.

Với $y = \pm 1$, suy ra $3x < x^2 + 1 \leq 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - 4x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,3 \approx 2 - \sqrt{3} \leq x < \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \approx 0,4 \\ 2,6 \approx \frac{3 + \sqrt{5}}{2} < x \leq 2 + \sqrt{3} \approx 3,7 \end{cases}$

vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 3$: có 2 cặp $(x; y)$ thỏa mãn.

Với $y = 0$, suy ra $3x < x^2 \leq 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ x^2 - 4x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 4$ vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 4$: có 1 cặp $(x; y)$

thỏa mãn.

Vậy có 5 cặp $(x; y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ không âm và có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$. Biết $f(1) = 3$ và

$[2f(x) + 1 - 3x^2]f'(x) = 6x[1 + f(x)], \forall x \in [0; 1]$. Tích phân $\int_0^1 \left[f^3(x) - \frac{6}{7} \right] dx$ bằng

- A. 2. B. $\frac{27}{7}$. **C. 3.** D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn C

$$[2f(x) + 1 - 3x^2]f'(x) = 6x[1 + f(x)] \Leftrightarrow 6x.f(x) + (3x^2 - 1).f'(x) = 2f(x).f'(x) - 6x$$

$$\left[(3x^2 - 1).f(x) \right]' = 2f(x).f'(x) - 6x \Rightarrow (3x^2 - 1).f(x) = f^2(x) - 3x^2 + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = 3 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow (3x^2 - 1)f(x) = f^2(x) - 3x^2 \Rightarrow f(x)[f(x) + 1] = 3x^2[f(x) + 1].$$

$$\text{Do } y = f(x) \text{ không âm} \Rightarrow f(x) + 1 > 0 \Rightarrow f(x) = 3x^2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2 \Rightarrow \int_0^1 \left[f^3(x) - \frac{6}{7} \right] dx = \int_0^1 \left[(3x^2)^3 - \frac{6}{7} \right] dx = 3.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các hệ số thực và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	+	0	-	0	+	0	-
y		1		1		0	

$-\infty \rightarrow 1 \rightarrow 0 \rightarrow 1 \rightarrow -\infty$

Tổng tất cả các giá trị nguyên của $m \in [-20; 20]$ để phương trình $f(x) + 2\sqrt{f(x)} + f(\sqrt{f(x)}) + m = 1$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt là

- A. -3. B. 3. C. 420. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y = f(x) = -x^4 + 2x^2$.

Xét phương trình $f(x) + 2\sqrt{f(x)} + f(\sqrt{f(x)}) + m = 1$.

Điều kiện $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$. Đặt $t = \sqrt{f(x)}, (0 \leq t \leq 1)$.

Ta được phương trình $t^2 + 2t - t^4 + 2t^2 + m = 1 \Leftrightarrow -t^4 + 3t^2 + 2t - 1 = -m$.

Đặt $h(t) = -t^4 + 3t^2 + 2t - 1 \Rightarrow h'(t) = -4t^3 + 6t + 2 > 0, \forall t \in [0; 1]$.

Bảng biến thiên của $y = h(t)$

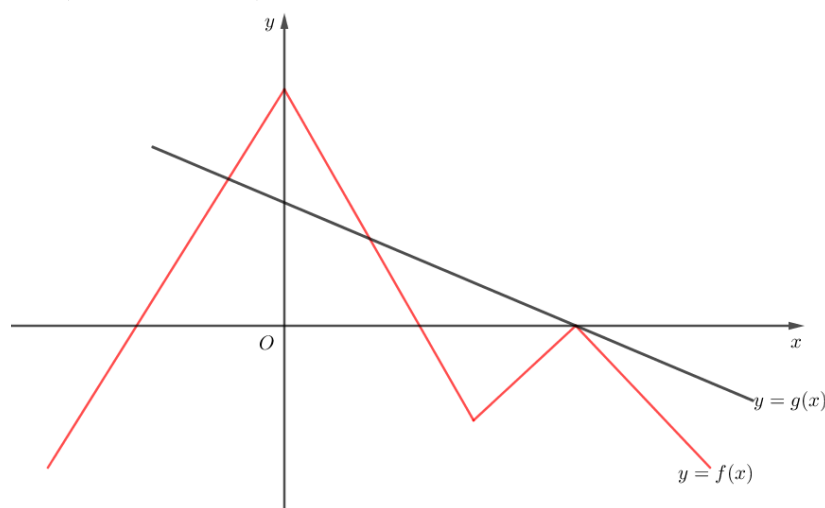
t	0	1
$h'(t)$		+
$h(t)$	-1	3

Với mỗi $t, (0 < t < 1)$ thì phương trình $f(x) = t$ có 4 nghiệm phân biệt. Do đó để phương trình

$f(x) + 2\sqrt{f(x)} + f(\sqrt{f(x)}) + m = 1$ có 4 nghiệm phân biệt khi $-1 < -m < 3$.

$$\text{Do } \begin{cases} m \in [-20; 20] \\ m \in \mathbb{Z} \\ -1 < -m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in [-20; 20] \\ m \in \mathbb{Z} \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0, m = -1, m = -2 \Rightarrow 0 - 1 - 2 = -3.$$

Câu 49: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ xác định trên R . Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc (nét đậm). Hàm số $g(x)$ có đồ thị là đường thẳng (d). Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(|x|) - g(|x|)|$ là.



A. 5.

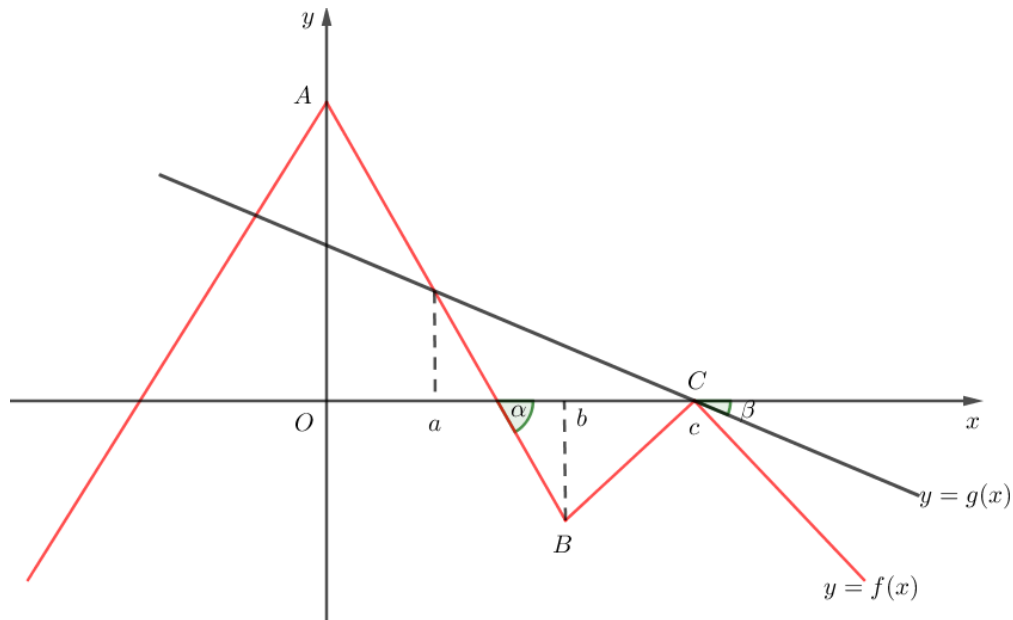
B. 3.

C. 7.

D. 8.

Lời giải.

Chọn C



Đặt các điểm như hình vẽ,

Đường thẳng AB có hệ số góc $k_1 = -\tan \alpha$

Đường thẳng BC có hệ số góc $k_2 > 0$

Đường thẳng Ct có hệ số góc k_3

Đường thẳng d có hệ số góc $k_4 = -\tan \beta$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} k_1 < k_4 < 0 \\ k_2 > k_4 \\ k_3 < k_4 \end{cases}$$

Xét hàm số $y = f(x) - g(x)$ trên $[0, +\infty)$ ta có

$$y' = \begin{cases} k_1 - k_4, x \in [0, b) \\ k_2 - k_4, x \in (b, c) \\ k_3 - k_4, x \in (c, +\infty) \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên.

x	0	a	b	c	$+\infty$	
y'		-		+		-
y						

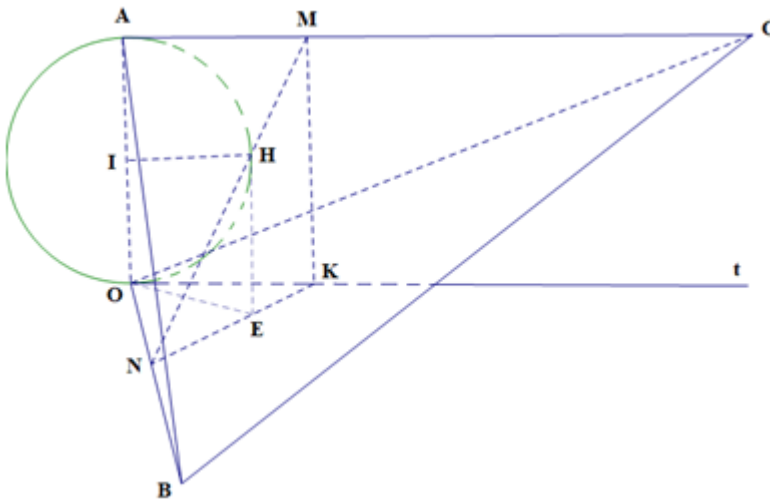
Do tính đối xứng nên suy ra hàm số $y = f(|x|) - g(|x|)$ có 5 điểm cực trị và đổi dấu qua hai điểm $x = a, x = -a$. Vì vậy hàm số $y = |f(|x|) - g(|x|)|$ có 7 điểm cực trị.

- Câu 50:** Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $OABC$ với $O(0;0;0)$, $A(1;-2;2)$, $B(2;2;1)$ và $C(-\frac{5}{3};-\frac{2}{3};\frac{14}{3})$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính OA . Một tiếp tuyến MN thay đổi tiếp xúc với (S) tại tiếp điểm H (M thuộc tia AC , N thuộc tia OB). Biết khi M, N thay đổi thì H di động trên mặt phẳng (Q) cố định có phương trình $ax + by - z + c = 0$. Tính $a + b + c$.
- A. 3. B. 7. C. -6. D. 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OA}(1;-2;2)$, $\overrightarrow{OB}(2;2;1)$, $\overrightarrow{OC}(-\frac{5}{3};-\frac{2}{3};\frac{14}{3})$, $\overrightarrow{AC}(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$ nên $OB = 3, AC = 4$ và $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$. Do đó OA, OB, AC vuông góc đôi một. Gọi Ot là tia song song, cùng chiều tia AC và $MK \parallel AO (K \in Ot)$, $HE \parallel MK (E \in NK)$. Suy ra $HE \parallel OA$



Ta có $\frac{NE}{EK} = \frac{NH}{HM} = \frac{ON}{MA} = \frac{ON}{OK}$ suy ra OE là phân giác góc $\widehat{BOt}$ cố định (Dùng T/c tiếp tuyến và định lý Talet).

Đường thẳng OE có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_{OE}} = \frac{1}{OB} \cdot \overrightarrow{OB} + \frac{1}{AC} \cdot \overrightarrow{AC} = (0;1;1)$. Từ đó $H \in (Q)$ là mặt phẳng (OAE) cố định đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{u_{OE}}]$ là vec tơ pháp tuyến. Ta có PTTQ của (Q) : $4x + y - z = 0$ nên $a + b + c = 5$.