SỞ GD&ĐT GIA LAI

15 ĐỀ THAM KHẢO

ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2021

MÔN TOÁN

TOANMATH.com

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 01

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 20 nam và 25 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ?
A. 45. **B.** C_{45}^2. **C.** A_{45}^2. **D.** 500.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng đã cho bằng
A. 14. **B.** 10. **C.** 162. **D.** 30.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại
A. $x = -1$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.

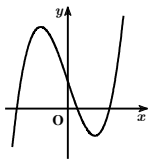
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ là
A. $y = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 5x^2 + 3x - 5$ và đồ thị hàm số $y = -2x^2 + x + 5$ là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Với a là số thực dương khác 1 và b là số thực dương tùy ý, $\log_a(a^2 b)$ bằng

A. $2-\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $1+2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Câu 10. Hàm số $y=\pi^{1-2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=-2\pi^{1-2x}$. **B.** $y'=-\pi^{1-2x}\ln\pi$. **C.** $y'=-2\pi^{1-2x}\ln\pi$. **D.** $y'=\pi^{1-2x}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(4a^2\right)$ bằng

A. $2+\log_2\left(2a\right)$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2\left(2a\right)$. **C.** $2\log_2\left(2a\right)$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 2a$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}\left(x^2-3x\right)=-1$ là

A. $\left\{4\right\}$. **B.** $\left\{1;-4\right\}$. **C.** $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2};\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$. **D.** $\left\{-1;4\right\}$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(x-1\right)$ là

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là

A. x^2+x+C. **B.** x^2+1+C. **C.** $2x^2+x+C$. **D.** x^2+C.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=2\cos 2x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=-2\cos 2x+C$.

Câu 16. Nếu $\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 17. Xét $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.e^{\sin x}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\sin x$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.e^{\sin x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int_0^1 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int_0^1 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $\int_0^{\frac{1}{2}} \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là

A. $\overline{z}=2+3i$. **B.** $\overline{z}=2+3i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=-2-3i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(1;\,2\right)$. **B.** $P\left(-1;\,2\right)$. **C.** $N\left(1;-2\right)$. **D.** $M\left(-1;-2\right)$.

Câu 21. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 12.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 4π.

Câu 24. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. πR^2. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{AO}=3\left(\vec{i}+4\vec{j}\right)-2\vec{k}+5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

A. $A\left(3;-2;5\right)$. **B.** $A\left(-3;-17;2\right)$. **C.** $A\left(3;17;-2\right)$. **D.** $A\left(3;5;-2\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-6x+4y-8z+4=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của $\left(S\right)$.

A. $I\left(3;-2;4\right),\ R=25$. **B.** $I\left(-3;2;-4\right),\ R=5$.

C. $I\left(3;-2;4\right),\ R=5$. **D.** $I\left(-3;2;-4\right),\ R=25$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x-y+z-2=0$. Điểm nào dưới đây thuộc $\left(\alpha\right)$?

A. $Q\left(1;-2;2\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-1\right)$. **C.** $P\left(2;-1;-1\right)$. **D.** $M\left(1;1;-1\right)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-1;3)$, $B(0;4;1)$ và song song với trục Oz có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;5;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;0;5)$. **C.** $\vec{n}=(5;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(5;2;0)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 10 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số nguyên tố bằng

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $\left(1;5\right)$?

A. $\frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $\frac{x-3}{x-4}$. **C.** $y=\frac{3x-1}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x+1}{3x+2}$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+1$ trên đoạn $\left[1\ ;\ 3\right]$ bằng

A. 46. **B.** 64. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>32$ là

A. $\left(-\infty;5\right)$. **B.** $\left(-\infty;-5\right)$. **C.** $\left(-5;+\infty\right)$. **D.** $\left(5;+\infty\right)$.

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

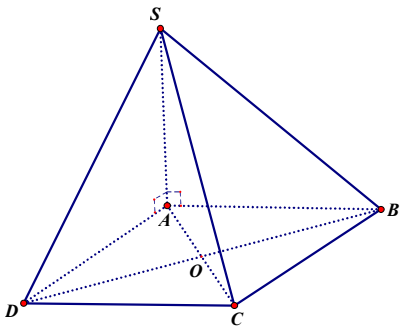
Câu 34. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=-3+i$. Phần ảo của số phức $z_1\overline{z_2}$ bằng

A. -5. **B.** $-5i$. **C.** 5. **D.** $5i$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $\left(AA'B'B\right)$ bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

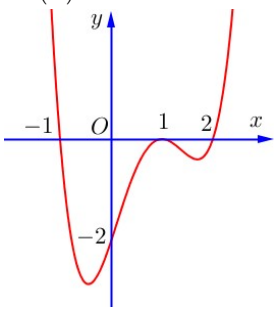
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;2;2\right)$, $B\left(-2;\ 2;0\right)$ và $C\left(4;1;-1\right)$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $\left(Ozx\right)$ và cách đều A, B, C ?

A. $M\left(\frac{3}{4};\ 0;\ \frac{1}{2}\right)$. **B.** $N\left(\frac{-3}{4};\ 0;\ \frac{-1}{2}\right)$. **C.** $P\left(\frac{3}{4};\ 0;\ \frac{-1}{2}\right)$. **D.** $Q\left(\frac{-3}{4};\ 0;\ \frac{1}{2}\right)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A\left(0;1;-2\right), B\left(3;-2;1\right)$ và $C\left(1;5;-1\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng CD là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=5-t \\ z=-1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=5-t \\ z=-1+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=5+3t \\ z=-1+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-5-t \\ z=1+t \end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+\frac{1}{3}x^3-x$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. $f\left(2\right)+\frac{2}{3}$. **B.** $f\left(-1\right)+\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $f\left(1\right)-\frac{2}{3}$.

Câu 40. Giả sử $\left(x_0;y_0\right)$ là cặp nghiệm nguyên không âm có tổng $S=x_0+y_0$ lớn nhất của bất phương trình $4^x+2^x.3^y-9.2^x+3^y\le 10$, giá trị của S bằng

A. 2. **B.** 4. **C** 3. **D.** 5 .

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \mathrm{e}^{2x} & khi\ x\ge 0 \\ x^2+x+2 & khi\ x<0 \end{cases}$. Biết tích phân $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}+\frac{\mathrm{e}^2}{c}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

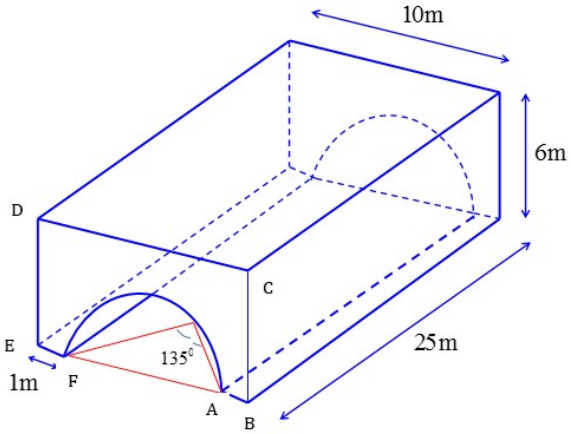
Câu 42. Tìm số phức z thỏa mãn $\left|z-2\right|=\left|z\right|$ và $\left(z+1\right)\left(\overline{z}-i\right)$ là số thực.

A. $z=1+2i$. **B.** $z=-1-2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=1-2i$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 44. Viện Hải dương học dự định làm một bể cá phục vụ khách tham quan. Bể có dạng hình một khối hộp chữ nhật không nắp, trong đó lối đi hình vòng cung ở dưới là một phần của khối trụ tròn xoay (như hình vẽ). Biết rằng bể cá làm bằng chất liệu kính cường lực 12mm với đơn giá là 500.000 đồng 1m^2 kính. Hỏi số tiền (đồng) để làm được bể cá đó gần nhất với số nào sau đây?



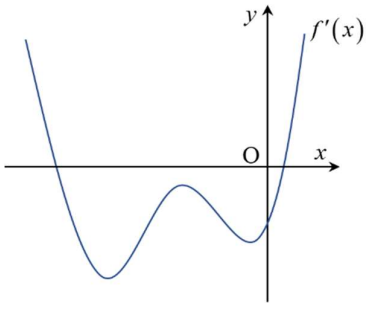
A. 435.532.000. **B.** 436.632.000. **C.** 311.506.000. **D.** 336.940.000.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+21=0$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=y=\frac{z-2}{2}$; $d': \frac{x-3}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) đồng thời cắt d, d' và tạo với d góc $30°$.

A. $\Delta_1: \begin{cases} x=5 \\ y=4+5t \\ z=10-5t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x=5+t' \\ y=4-t' \\ z=10+t' \end{cases}$. **B.** $\Delta_1: \begin{cases} x=5 \\ y=4+3t \\ z=10-t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x=t' \\ y=-1 \\ z=t' \end{cases}$.

C. $\Delta_1: \begin{cases} x=3 \\ y=4+t \\ z=1+t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=-1 \\ z=t' \end{cases}$. **D.** $\Delta_1: \begin{cases} x=5 \\ y=4+t \\ z=10+t \end{cases}; \Delta_2: \begin{cases} x=t' \\ y=-1 \\ z=t' \end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ và có $y=f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3\right)-|x|$ là

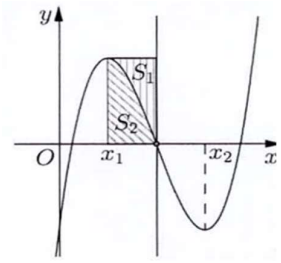


A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a\,(a\geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(a^{\log x}+2\right)^{\log a}=x-2$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 1$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$. **B.** $5 + \sqrt{19}$. **C.** $-5 + 2\sqrt{19}$. **D.** $5 + 2\sqrt{19}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 01

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.D	5.B	6.B	7.A	8.D	9.B	10.C
11.C	12.D	13.B	14.A	15.B	16.D	17.B	18.D	19.C	20.C
21.B	22.B	23.A	24.C	25.B	26.C	27.B	28.D	29.B	30.D
31.A	32.B	33.D	34.A	35.A	36.C	37.C	38.A	39.D	40.C
41.C	42.D	43.D	44.D	45.D	46.C	47.A	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 20 nam và 25 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ?

A. 45. **B.** C_{45}^2. **C.** A_{45}^2. **D.** 500.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam $\Rightarrow$ có 20 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữa $\Rightarrow$ có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $20.25 = 500$ cách chọn.

Câu 2. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ năm của cấp số cộng đã cho bằng

A. 14. **B.** 10. **C.** 162. **D.** 30.

Hướng dẫn giải

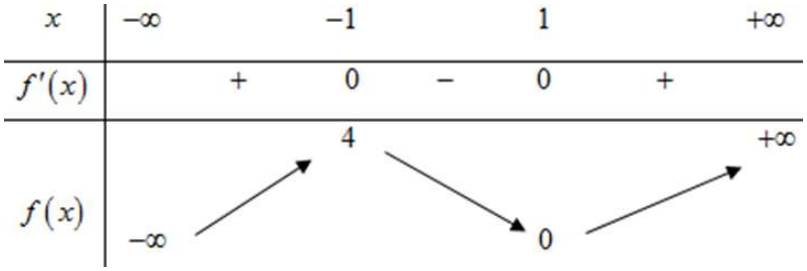
Chọn A

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là

$u_n = u_1 + \left(n-1\right)d$.

Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.3 = 14$.

Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;4\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Căn cứ vào bảng xét dấu, ta thấy $f'\left(x\right)$ đổi dấu từ âm sang dương tại các điểm $x=-1$ và $x=1$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

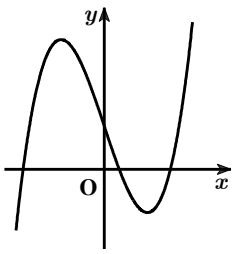
Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$.

Vậy đồ thị của hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^3-3x+1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+5x^2+3x-5$ và đồ thị hàm số $y=-2x^2+x+5$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3+5x^2+3x-5=-2x^2+x+5$$
$$\Leftrightarrow x^3+7x^2+2x-10=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4+\sqrt{6} \\ x=-4-\sqrt{6} \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hai hàm số là 3.

Câu 9. Với a là số thực dương khác 1 và b là số thực dương tùy ý, $\log_a\left(a^2b\right)$ bằng

A. $2-\log_a b$. **B.** $2+\log_a b$. **C.** $1+2\log_a b$. **D.** $2\log_a b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\log_a\left(a^2b\right)=\log_a a^2+\log_a b=2+\log_a b$.

Câu 10. Hàm số $y=\pi^{1-2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=-2\pi^{1-2x}$. **B.** $y'=-\pi^{1-2x}\ln\pi$. **C.** $y'=-2\pi^{1-2x}\ln\pi$. **D.** $y'=\pi^{1-2x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\pi^{1-2x}\Rightarrow y'=\left(1-2x\right)'\pi^{1-2x}\ln\pi=-2\pi^{1-2x}\ln\pi.$

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(4a^2\right)$ bằng

A. $2+\log_2\left(2a\right)$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2\left(2a\right)$. **C.** $2\log_2\left(2a\right)$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2 2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $\log_a b^\alpha=\alpha.\log_a b,\ a>0,a\neq 1,b>0$.

$\log_a\left(bc\right)=\log_a b+\log_a c, a>0,a\neq 1,b,c>0$.

Ta có: Với a là số thực dương tùy ý thì $\log_2\left(4a^2\right)=2\log_2\left|2a\right|=2\log_2\left(2a\right)$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}\left(x^2-3x\right)=-1$ là

A. $\left\{4\right\}$. **B.** $\left\{1;-4\right\}$. **C.** $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2};\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$. **D.** $\left\{-1;4\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\log_{0,25}\left(x^2-3x\right)=-1\Leftrightarrow x^2-3x=4\Leftrightarrow x^2-3x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left\{-1;4\right\}$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(x-1\right)$ là

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1>0$ hay $x>1$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là

A. x^2+x+C. **B.** x^2+1+C. **C.** $2x^2+x+C$. **D.** x^2+C.

Hướng dẫn giải

Ta có: $(x^2+x+C)'=2x+1$.

Vậy họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là x^2+x+C.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=2\cos 2x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{dx}=-2\cos 2x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int \sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-5\int\limits_0^2 \mathrm{g}\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x=3+5+2=10$.

Câu 17. Xét $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.e^{\sin x}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=\sin x$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.e^{\sin x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\int\limits_0^1 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int\limits_0^1 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $u=\sin x\Rightarrow \mathrm{d}u=\cos x\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow u=0$

Với $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=1$

Vậy $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.e^{\sin x}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 e^u du$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là

A. $\bar{z}=2+3i$. **B.** $\bar{z}=2+3i$. **C.** $\bar{z}=-2+3i$. **D.** $\bar{z}=-2-3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là $\bar{z}=-2-3i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=1-i$. Phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z_1-z_2=\left(3+2i\right)-\left(1-i\right)=2+3i$.

Vậy phần ảo của số phức z_1-z_2 bằng 3.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(1;2\right)$. **B.** $P\left(-1;2\right)$. **C.** $N\left(1;-2\right)$. **D.** $M\left(-1;-2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điểm biểu diễn số phức $z=1-2i$ là $N\left(1;-2\right)$.

Câu 21. Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh a là $V=a^3$.

Câu 22. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp đã cho được tính theo công thức $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.4.6=8$.

Câu 23. Cho khối nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 4π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối nón được tính theo công thức $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 24. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. πR^2. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích của mặt cầu có bán kính R được tính theo công thức $S=4\pi R^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{AO}=3\left(\vec{i}+4\vec{j}\right)-2\vec{k}+5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là

A. $A\left(3;-2;5\right)$. **B.** $A\left(-3;-17;2\right)$. **C.** $A\left(3;17;-2\right)$. **D.** $A\left(3;5;-2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\overrightarrow{AO} = 3\left(\vec{i} + 4\vec{j}\right) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = -\overrightarrow{AO} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow A\left(-3;-17;2\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của $\left(S\right)$.

A. $I\left(3;-2;4\right),\ R = 25$. **B.** $I\left(-3;2;-4\right),\ R = 5$.

C. $I\left(3;-2;4\right),\ R = 5$. **D.** $I\left(-3;2;-4\right),\ R = 25$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm là $I\left(3;-2;4\right)$.

Bán kính của mặt cầu $\left(S\right)$ là $R = \sqrt{\left(3\right)^2 + \left(-2\right)^2 + \left(4\right)^2 - 4} = 5$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc $\left(\alpha\right)$?

A. $Q\left(1;-2;2\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-1\right)$. **C.** $P\left(2;-1;-1\right)$. **D.** $M\left(1;1;-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $A(2;-1;3)$, $B(0;4;1)$ và song song với trục Oz có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2;5;-2)$. **B.** $\vec{n} = (2;0;5)$. **C.** $\vec{n} = (5;0;2)$. **D.** $\vec{n} = (5;2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(2;5;-2\right)$, $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$.

Do mặt phẳng $\left(P\right)$ qua $A;B$ và song song với trục Oz nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\vec{k}\right] = \left(5;2,0\right)$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 10 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số nguyên tố bằng

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Trong 10 số nguyên dương đầu tiên có 4 số nguyên tố là 2, 3, 5, 7. Do đó xác suất để chọn được số nguyên tố bằng $\frac{4}{10}$ hay là $\frac{2}{5}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $\left(1;5\right)$?

A. $\frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $\frac{x-3}{x-4}$. **C.** $y = \frac{3x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x+1}{3x+2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét hàm số $y=\dfrac{x+1}{3x+2}$ có tập xác định $D=\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$ và $y'=\dfrac{-1}{\left(3x+2\right)^2}<0$

với mọi $x\neq-\dfrac{2}{3}$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;5\right)$. Chọn đáp án **D.**

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-4x^2+1$ trên đoạn $\left[1\,;3\right]$ bằng

A. 46. **B.** 64. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'(x)=4x^3-8x$

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow4x^3-8x=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\notin\left(1;3\right)\\x=\sqrt{2}\in\left(1;3\right)\\x=-\sqrt{2}\notin\left(1;3\right)\end{bmatrix}$$

Ta có: $f(1)=-2;f\left(\sqrt{2}\right)=-3;f(3)=46$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm đã cho trên đoạn $\left[1\,;3\right]$ bằng 46.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>32$ là

A. $\left(-\infty;5\right)$. **B.** $\left(-\infty;-5\right)$. **C.** $\left(-5;+\infty\right)$. **D.** $\left(5;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>32\Leftrightarrow\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-5}$. Vì cơ số $\dfrac{1}{2}$ nhỏ hơn 1 nên $x<-5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;-5\right)$.

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^2\left[f\left(x\right)-5g\left(x\right)+x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-5\int\limits_0^2 \mathrm{g}\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x=3+5+2=10$.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=-3+i$. Phần ảo của số phức $z_1\overline{z_2}$ bằng

A. -5. **B.** $-5i$. **C.** 5. **D.** $5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z_1\overline{z_2}=\left(2+i\right)\left(-3-i\right)=-5-5i$.

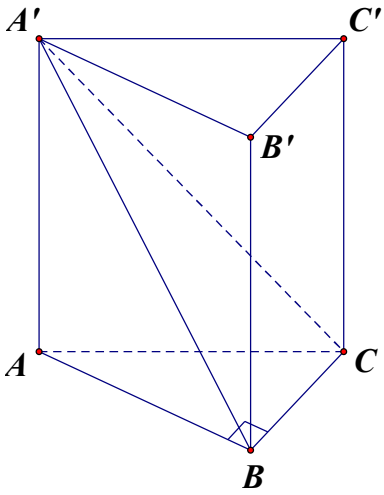
Vậy phần ảo của số phức $z_1 z_2$ bằng -5.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB = a, AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $\left(AA'B'B\right)$ bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp AA' \\ AA' \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow CB \perp \left(ABB'A'\right)$.

Suy ra $A'B$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$.

Do đó: $\left(A'C, \left(AA'B'B\right)\right) = \left(A'C, A'B\right) = \widehat{BA'C}$.

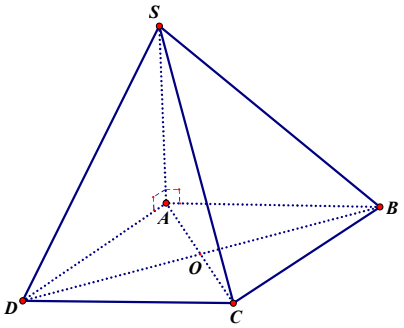
Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, ta có: $A'B = \sqrt{A'A^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$.

Xét $\Delta A'BC$ vuông tại B, ta có: $\tan BA'C = \dfrac{BC}{A'B} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow \widehat{BA'C} = 30°$.

$\Rightarrow \left(A'C, \left(AA'B'B\right)\right) = 30°$.

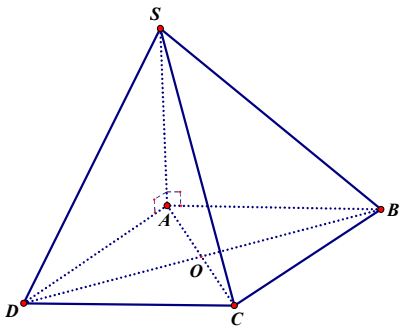
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SO lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AO. Khi đó góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$.

ΔABD đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên $AO = AB\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

ΔSOA vuông tại A có $SA = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$, $AO = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ nên

$\tan\widehat{SOA} = \dfrac{SA}{OA} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2} : \dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60°$.

Vậy góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;2)$, $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Ozx) và cách đều A, B, C ?

A. $M\left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $N\left(\dfrac{-3}{4};0;\dfrac{-1}{2}\right)$. **C.** $P\left(\dfrac{3}{4};0;\dfrac{-1}{2}\right)$. **D.** $Q\left(\dfrac{-3}{4};0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cả bốn điểm M,N,P,Q đều thuộc (Ozx). Ta có $PA = PB = PC = \dfrac{3\sqrt{21}}{4}$.

Vậy điểm P thuộc mặt phẳng (Ozx) và cách đều A, B, C.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0;1;-2), B(3;-2;1)$ và $C(1;5;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng CD là:

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 5-t \\ z = -1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 5-t \\ z = -1+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5+3t \\ z = -1+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -5-t \\ z = 1+t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

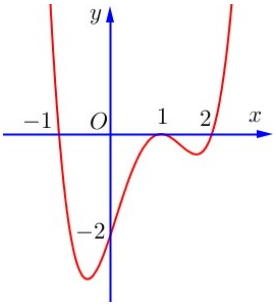
Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3;-3;3)$

Đường thẳng CD qua C và song song với AB nên nhận vecto $\vec{u} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ làm vecto chỉ phương.

Ta có $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Do đó phương trình tham số của CD là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=5-t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



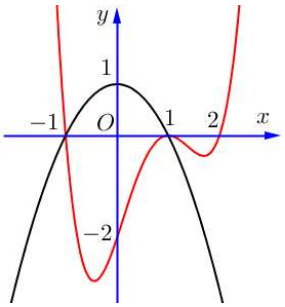
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $f(2)+\frac{2}{3}$. **B.** $f(-1)+\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $f(1)-\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $g(x)=f(x)+\frac{1}{3}x^3-x \Rightarrow g'(x)=f'(x)+x^2-1$



$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-x^2+1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên

x	-1		1		2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-1)$	↘	$g(1)$	↗	$g(2)$

Từ BBT ta thấy $\min\limits_{[-1;2]} g(x)=g(1)=f(1)-\frac{2}{3}$.

Câu 40. Giả sử $(x_0;y_0)$ là cặp nghiệm nguyên không âm có tổng $S=x_0+y_0$ lớn nhất của bất phương trình $4^x+2^x.3^y-9.2^x+3^y\le 10$, giá trị của S bằng

A. 2. **B.** 4. **C** 3.. **D.** 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $4^x+2^x.3^y-9.2^x+3^y\le 10\Leftrightarrow \left(2^x+1\right)\left(2^x+3^y-10\right)\le 0$.

Vì $2^x+1>0$ nên bất phương trình tương đương với $2^x+3^y-10\le 0$.

Với cặp số (x,y) nguyên không âm thì (x,y) chỉ có thể là: $(0;0),(0;1),(0;2),(1;0),(1;1),(2;0);(2;1),(3;0)$.

Vậy tổng $S=3$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}e^{2x} & khi\ x\ge 0\\ x^2+x+2 & khi\ x<0\end{cases}$. Biết tích phân $\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}+\frac{e^2}{c}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $I=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{dx}=\int\limits_{-1}^{0}\left(x^2+x+2\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}e^{2x}\mathrm{d}x=\frac{4}{3}+\frac{e^2}{2}$.

Vậy $a+b+c=9$.

Câu 42. Tìm số phức z thỏa mãn $\left|z-2\right|=\left|z\right|$ và $\left(z+1\right)\left(\overline{z}-i\right)$ là số thực.

A. $z=1+2i$. **B.** $z=-1-2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=1-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $z=x+iy$ với $x,y\in\mathbb{R}$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}\left|z-2\right|=\left|z\right|\\ \left(z+1\right)\left(\overline{z}-i\right)\in\mathbb{R}\end{cases}$

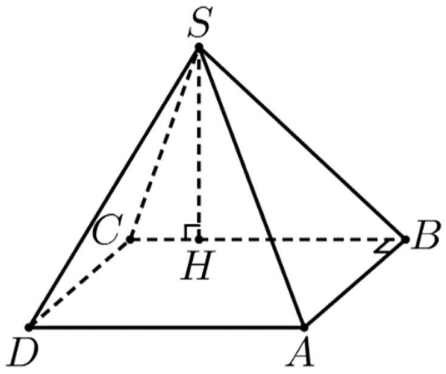
$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x-2\right)^2+y^2=x^2+y^2\\ \left(x+1+iy\right)\left(x-iy-i\right)\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(x-2\right)^2+y^2=x^2+y^2\\ \left(x+1+iy\right)\left(x-iy-i\right)\in\mathbb{R}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ \left(-x-1\right)\left(y+1\right)+xy=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-2\end{cases}$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, tam giác SBC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đường thẳng SD tạo với mặt phẳng $\left(SBC\right)$ một góc 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải



Kẻ $SH \perp BC$. Từ giả thiết suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Xác định được hình chiếu vuông góc của D lên (SBC) là điểm C.

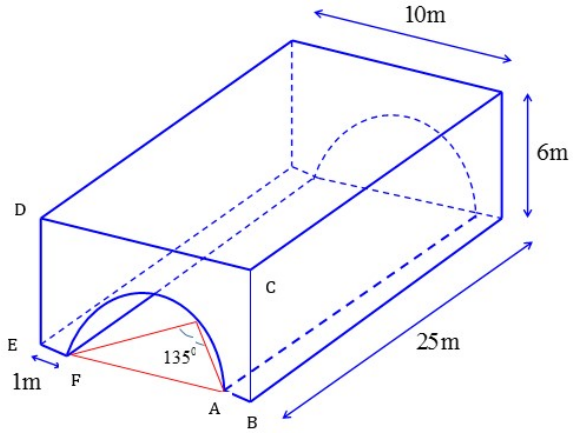
Do đó: $\widehat{(SD,(SBC))} = \widehat{(SD,SC)} = \widehat{DSC} = 60^0$.

Tam giác vuông SCD, có $SC = DC.\cot\widehat{DSC} = a$.

Tam giác vuông SBC, có $SB = \sqrt{BC^2 - SC^2} = a\sqrt{2}, SH = \dfrac{SB.SC}{BC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{1}{3}AB^2.SH = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

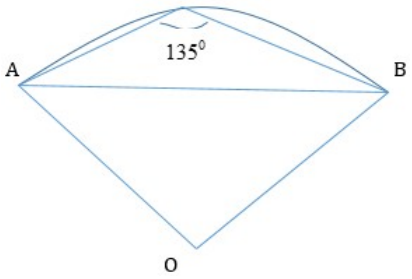
Câu 44. Viện Hải dương học dự định làm một bể cá phục vụ khách tham quan. Bể có dạng hình một khối hộp chữ nhật không nắp, trong đó lối đi hình vòng cung ở dưới là một phần của khối trụ tròn xoay (như hình vẽ). Biết rằng bể cá làm bằng chất liệu kính cường lực 12mm với đơn giá là 500.000 đồng 1m^2 kính. Hỏi số tiền (đồng) để làm được bể cá đó gần nhất với số nào sau đây?



A. $435.532.000$. **B.** $436.632.000$. **C.** $311.506.000$. **D.** $336.940.000$.

Hướng dẫn giải

*) Tính diện tích vòng cung:



Lối đi hình vòng cung ở dưới là một phần của khối trụ tròn xoay. Gọi R là bán kính của khối trụ. Áp dụng định lý sin ta có: $\frac{8}{\sin 135^0} = 2R \Leftrightarrow R = 4\sqrt{2}$.

Vậy nên cung tròn chắn bởi dây cung AB có độ lớn $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Vậy độ dài của cung AB là $l_{AB} = \alpha.R = \frac{\pi}{2}.4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\pi$.

Diện tích vòng cung là: $S_1 = l_{AB}.25 = 50\sqrt{2}\pi$

*) Tính diện tích của miền $ABCDEF$ $S_{ABCDEF} = 60 - \left(\frac{1}{4}\pi R^2 - S_{OAB}\right) = 76 - 8\pi$

Vậy diện tích xung quanh của bể cá là:

$S_{xq} = S_1 + 2S_{ABCDEF} + 2.25.6 + 2.25 \approx 673,879\ (\text{m}^2)$

Vậy số tiền làm bể cá là: $673,879 \times 500.000 = 336.939.500$ đồng.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 21 = 0$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = y = \frac{z-2}{2}$; $d': \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với (P) đồng thời cắt d, d' và tạo với d góc $30°$.

A. $\Delta_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 + 5t \\ z = 10 - 5t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = 4 - t' \\ z = 10 + t' \end{cases}$.

B. $\Delta_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 + 3t \\ z = 10 - t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}$.

C. $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}$.

D. $\Delta_1: \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 + t \\ z = 10 + t \end{cases}$; $\Delta_2: \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\vec{n}_P = (1;1;-1)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Gọi $M(1+a;a;2+2a)$ là giao điểm của Δ và d; $M'(3-b;1+b;1-2b)$ là giao điểm của Δ và d'.

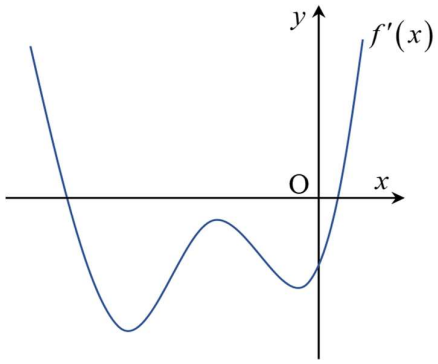
Ta có: $\overrightarrow{MM'} = (2-b-a;\ 1+b-a;\ -1-2b-2a)$.

$$MM' // (P) \Leftrightarrow \begin{cases} M \notin (P) \\ \overrightarrow{MM'} \perp \vec{n}_P \end{cases} \Leftrightarrow b = -2 \Rightarrow \overrightarrow{MM'} = (4-a;\ -1-a;\ 3-2a).$$

Ta có $\cos 30^\circ = \left|\cos\left(\overrightarrow{MM'}, \vec{u}_d\right)\right| \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{|-6a+9|}{\sqrt{36a^2-108a+156}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 4 \\ a = -1 \end{array}\right.$.

Vậy, có 2 đường thẳng thoả mãn là $\Delta_1 : \begin{cases} x = 5 \\ y = 4+t \\ z = 10+t \end{cases}$; $\Delta_2 : \begin{cases} x = t' \\ y = -1 \\ z = t' \end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ và có $y = f'(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f\left(|x|^3\right) - |x|$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $h(x) = f(x^3) - x$.

Ta có $h'(x) = 3x^2 f'(x^3) - 1$.

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 f'(x^3) - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 f'(x^3) = 1$ (*)

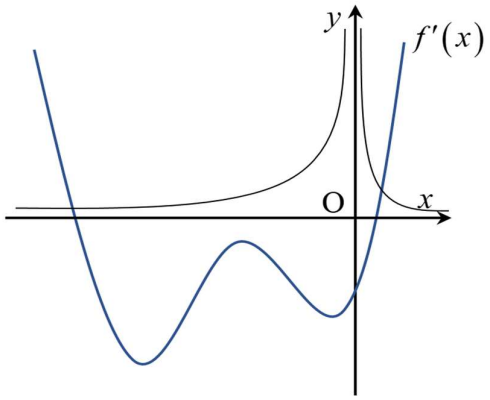
Xét $x = 0$ (*)$\Leftrightarrow 0 = 1$ vô nghiệm

Xét $x \neq 0$ (*) $\Leftrightarrow f'\left(x^3\right) = \dfrac{1}{3x^2}$ (1)

Đặt $x^3 = t \Rightarrow x = \sqrt[3]{t} \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{t^2}$.

Khi đó (1) trở thành: $f'\left(t\right) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{t^2}}$ (2)

Vẽ đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $y = f'\left(x\right)$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy, ta được:

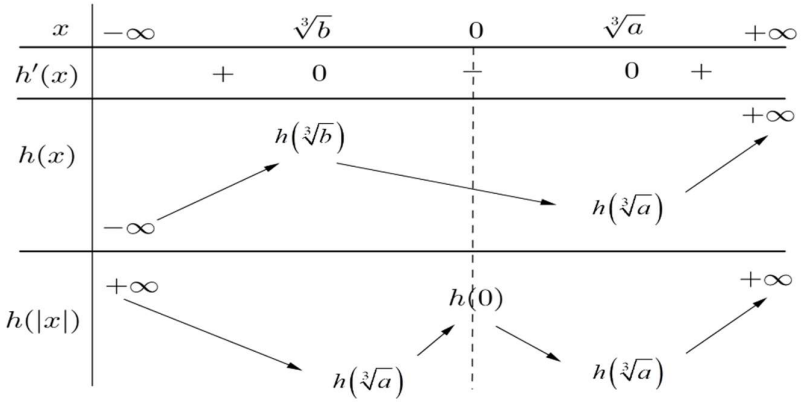


Từ đồ thị suy ra phương trình (2) có hai nghiệm $t_1 = a > 0$ và $t_2 = b < 0$.

$\Rightarrow \left(1\right)$ có hai nghiệm $x = \sqrt[3]{a} > 0$ và $x = \sqrt[3]{b} < 0$.

Ta có $g\left(-x\right) = h\left(\left|-x\right|\right) = h\left(\left|x\right|\right) \Rightarrow g\left(x\right)$ là hàm chẵn

Bảng biến thiên của $h\left(x\right)$, $g\left(x\right) = h\left(\left|x\right|\right)$.



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g\left(x\right) = h\left(\left|x\right|\right) = f\left(\left|x\right|^3\right) - \left|x\right|$ có 1 điểm cực đại.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a\left(a \geq 2\right)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(a^{\log x} + 2\right)^{\log a} = x - 2$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$. Đặt $y=a^{\log x}+2>0$ thì $y^{\log a}=x-2\Leftrightarrow a^{\log y}+2=x$. Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} y=a^{\log x}+2 \\ x=a^{\log y}+2 \end{cases}.$$

Do $a\geq 2$ nên hàm số $f(t)=a^t+2$ là đồng biến trên $\mathbb{R}$. Giả sử $x\geq y$ thì $f(y)\geq f(x)$ sẽ kéo theo $y\geq x$, tức là phải có $x=y$. Tương tự nếu $x\leq y$.

Vì thế, ta đưa về xét phương trình $x=a^{\log x}+2$ với $x>0$ hay $x-x^{\log a}=2$.

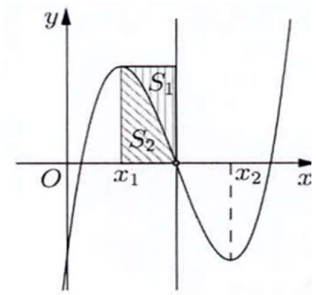
Ta phải có $x>2$ và $x>x^{\log a}\Leftrightarrow 1>\log a\Leftrightarrow a<10$.

Ngược lại, với $a<10$ thì xét hàm số liên tục $g(x)=x-x^{\log a}-2=x^{\log a}(x^{1-\log a}-1)-2$ có

$$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \text{ và } g(2)<0.$$

nên $g(x)$ sẽ có nghiệm trên $(2;+\infty)$. Do đó, mọi số $a\in\{2,3,\ldots,9\}$ đều thỏa mãn

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2=x_1+1$ và $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Rõ ràng kết quả bài toán không đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái cho điểm uốn trùng gốc tọa độ O. Gọi $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ là hàm số khi đó thì dễ thấy $f(x)$ lẻ nên có ngay $b=d=0$ và $f(x)=ax^3+cx$ có hai điểm cực trị tương ứng là $-1,1$ cũng là nghiệm của $3ax^2+c=0$. Từ đó dễ dàng có $f(x)=k\left(x^3-3x\right), k>0$.

Xét diện tích hình chữ nhật $S_1+S_2=\left|(-1).f(-1)\right|=2k$. Ngoài ra,

$$S_2=k\int_{-1}^{0}\left|x^3-3x\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{4}k.$$

Vì thế $S_1=2k-\dfrac{5k}{4}=\dfrac{3k}{4}$ và $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{3}{5}$

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$. **B.** $5 + \sqrt{19}$. **C.** $-5 + 2\sqrt{19}$. **D.** $5 + 2\sqrt{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết thì

$$a^2 + b^2 = 1,\ c^2 + d^2 = 4,\ (a - c)^2 + (b - d)^2 = 3.$$

Do đó $a^2 - 2ac + c^2 + b^2 - 2bd + d^2 = 3 \Rightarrow ac + bd = 1$.

Ta có $3z_1 + z_2 = 3(a + c) + (3b + d)i$ nên

$$|3z_1 + z_2| = (3a + c)^2 + (3b + d)^2 = 9(a^2 + b^2) + (c^2 + d^2) + 6(ac + bd) = 19.$$

Áp dụng bất đẳng thức $|z + z'| \le |z| + |z'|$, ta có ngay

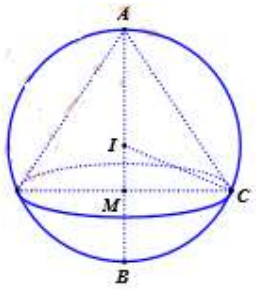
$$|3z_1 + z_2 - 5i| \le |3z_1 + z_2| + |-5i| = \sqrt{19} + 5.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4;4;2)$, $AB = 6$.

Gọi M là điểm thuộc đoạn IB (M không trùng B) sao cho $IM = x\ (0 \le x < 3)$.

Khi đó $AM = x + 3$, $MC = \sqrt{9 - x^2}$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi MC^2.AM = \frac{1}{3}\pi(9 - x^2)(x + 3) = \frac{1}{3}\pi(-x^3 - 3x^2 + 9x + 27)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 27$, $x \in [0;3)$, có $f'(x) = -3x^2 - 6x + 9$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3\ (l) \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		1		3
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	27	↗	32	↘	0

Suy ra $\max\limits_{[0;3)} f(x)=f(1)=32$

Như vậy $V_{\max}=\dfrac{32\pi}{3}$ khi $AM=4 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Với $\overrightarrow{AM}=\left(x_M-2;y_M-1;z_M-3\right)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_M-2=\dfrac{2}{3}.4 \\ y_M-1=\dfrac{2}{3}.4 \\ z_M-3=\dfrac{2}{3}.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{14}{3} \\ y_M=\dfrac{11}{3} \\ z_M=\dfrac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{14}{3};\frac{11}{3};\frac{13}{3}\right).$$

Vậy, mặt phẳng cần tìm qua M và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$$4\left(x-\frac{14}{3}\right)+4\left(y-\frac{11}{3}\right)+2\left(z-\frac{13}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-21=0$$

Suy ra $\begin{cases} b=2 \\ c=1 \\ d=-21 \end{cases} \Rightarrow b+c+d=3+1+\left(-21\right)=-18$.

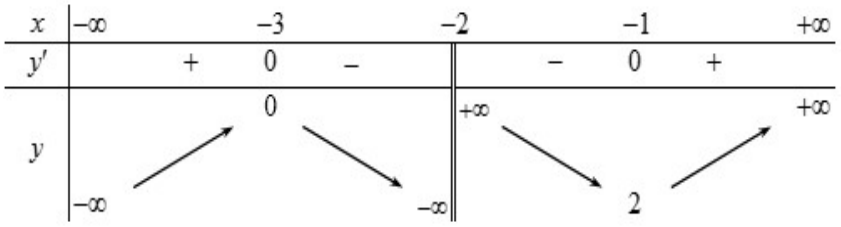
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 02

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ?
A. 35. **B.** 70. **C.** 12. **D.** 20.

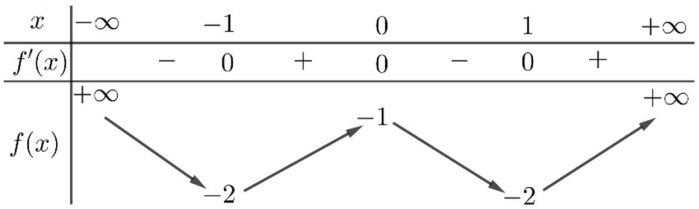
Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 3$ và $u_4 = 24$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 8. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-3;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

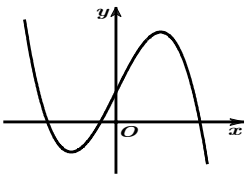


Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right) = x^2\left(x-1\right)\left(x+2\right)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -1$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$.
C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 8. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x^2$ và trục hoành là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Cho a, b và c là các số thực lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?
A. $\log_a b.\log_b a = 1$. **B.** $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.
C. $\log_a c = \log_c \frac{1}{a}$. **D.** $\log_a c = \log_a b.\log_b c$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $\frac{1}{2}-\log_2 a$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $\ln 3$.

Câu 11. Xét các số thực dương a, b và c thỏa mãn $\ln\frac{a}{c}+\ln\frac{b}{c}=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $abc=1$. **B.** $ab=c$. **C.** $a+b=c$. **D.** $ab=c^2$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{x+2}=3$ là

A. $x=243$. **B.** $x=123$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\log_5 3-2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\ln(7x)=7$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{7}$. **C.** $x=\frac{e^7}{7}$. **D.** $x=e^7$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)^3$ là

A. $3(x+1)^2+C$. **B.** $\frac{1}{3}(x+1)^2+C$. **C.** $\frac{1}{4}(x+1)^4+C$. **D.** $4(x+1)^4+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Câu 16. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 17. Xét $\int_0^1 (x-1).e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2-2x+3$ thì $\int_0^1 (x-1).e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $-\frac{1}{2}\int_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $-\int_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=4-\sqrt{5}i$ là

A. $\overline{z}=-4-\sqrt{5}i$. **B.** $\overline{z}=4+\sqrt{5}i$. **C.** $\overline{z}=-4+\sqrt{5}i$. **D.** $\overline{z}=4-\sqrt{5}i$.

Câu 19. Cho số phức $z=3+i$. Phần thực của số phức $2z+1+i$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2+2i$ và $z_2=2-i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 là điểm nào dưới đây?

A. $Q(4;1)$. **B.** $P(0;3)$. **C.** $N(4;-1)$. **D.** $M(0;-3)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 12.

Câu 22. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 23. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $2\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 24. Diện tích toàn phần của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\pi rl+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl+\pi r^2$. **C.** $2\pi rl+2\pi r^2$. **D.** $\pi rl+\pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;2)$, $B(-1;-2;2)$ và $G(1;1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Tọa độ điểm C là?

A. $C(1;3;2)$. **B.** $C(1;1;5)$. **C.** $C(0;1;2)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+9=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R=\sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R=\sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R=5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R=5$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(1;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(-1;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(1;2;3)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

A. $A(1;0;0)$. **B.** $B(0;2;0)$. **C.** $C(0;0;3)$. **D.** $D(1;2;3)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 18 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-2021x$. **C.** $y=-6x^3+2x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** 8. **C.** 1. **D.** -8.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 33. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}}[\sin x-3f(x)]\mathrm{d}x=6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{11}{6}$.

Câu 34. Cho số phức $z=5-3i$. Môđun của số phức $(1-2i)(\bar{z}-1)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{3}$. Tính $\tan$ góc giữa $C'A$ và mp (ABC)

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I\left(-1;\ 2;\ 0\right)$ và đi qua điểm $M\left(2;6;0\right)$ có phương trình là:

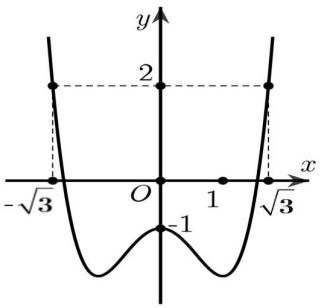
A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+z^2=100$. **B.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+z^2=25$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=25$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=100$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-z+3=0$ và $\left(Q\right):x-4y+\left(m-1\right)z+1=0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để $\left(P\right)$ vuông góc với $\left(Q\right)$.

A. $m=2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=1$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Đặt $g\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3-x-f\left(x\right)+2020$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. Hãy tính $M+m$.

A. $f\left(\sqrt{3}\right)+f\left(-\sqrt{3}\right)$. **B.** $f\left(\sqrt{3}\right)-f\left(-\sqrt{3}\right)$.

C. $2020+f\left(-\sqrt{3}\right)$. **D.** $4040-f\left(\sqrt{3}\right)-f\left(-\sqrt{3}\right)$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $1\le x\le 10$ và $x+x^2-9^y\ge 3^y$

A. 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x\left(1+x^2\right) & khi\ x\ge 3\\ \dfrac{1}{x-4} & khi\ x<3\end{cases}$. Tích phân $\int\limits_{e^2}^{e^4}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{40}{3}-\ln 2$. **B.** $\frac{95}{6}+\ln 2$. **C.** $\frac{189}{4}+\ln 2$. **D.** $\frac{189}{4}-\ln 2$.

Câu 42. Giả sử z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|\left(2+\mathrm{i}\right)\left|z\right|z-\left(1-2\mathrm{i}\right)z\right|=\left|1+3\mathrm{i}\right|$ và $\left|z_1-z_2\right|=1$. Tính $M=\left|2z_1+3z_2\right|$.

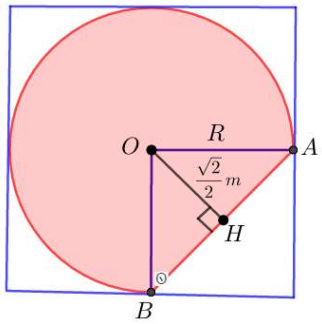
A. $M=19$. **B.** $M=25$. **C.** $M=5$. **D.** $M=\sqrt{19}$.

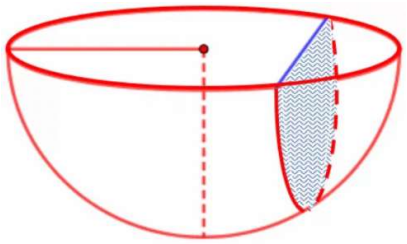
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc bằng 30^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Câu 44. Một gia đình có bồn tắm có bề mặt phẳng và lòng trong như hình vẽ, lòng trong của bồn tắm có hình dạng bán cầu, mất đi chỏm cầu. Biết thể tích khối chỏm cầu được tính bởi công thức $V=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)$

với R là bán kính khối cầu, h là chiều cao của chỏm cầu và $OH = \dfrac{\sqrt{2}}{2}m$. Thể tích $\left(\mathrm{m}^3\right)$ lòng trong của bồn tắm là





A. $\dfrac{8+5\sqrt{2}}{24}\pi$. **B.** $\dfrac{10+\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{5+\sqrt{2}}{12}\pi$. **D.** $\dfrac{10-\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): 3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=7+5t \\ y=-7+t \\ z=6-5t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $\Delta: \begin{cases} x=-5+5t \\ y=13+t \\ z=-2-5t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=-17+5t \\ y=33+t \\ z=66-5t \end{cases}$.

C. $\Delta: \begin{cases} x=-11+5t \\ y=23+t \\ z=32-5t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=13+5t \\ y=-17+t \\ z=-104-5t \end{cases}$.

Câu 46. Cho $f\left(x\right)$ là hàm số bậc 4 thỏa mãn $f\left(0\right)=0$. Hàm số $f'\left(x\right)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$							$+\infty$
	$-\infty$	↗	-2021	↘	-2025	↗	

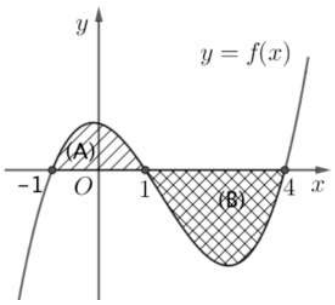
Hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x^{2021}\right)-2021x\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3 . **B.** 5 . **C.** 4 . **D.** 2 .

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $0\le y\le 2020$ và $\log_3\left(\dfrac{2^x-1}{y}\right)=y+1-2^x$?

A. 2019 . **B.** 11 . **C.** 2020 . **D.** 4 .

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Biết rằng diện tích các hình $(A),(B)$ lần lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(5\sin x-1)\mathrm{d}x$ bằng



A. $I=-\dfrac{4}{5}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\dfrac{4}{5}$. **D.** $I=-2$.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-2i\right|\le\left|z-4i\right|$ và $\left|z-3-3i\right|=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left|z-2\right|$ là:

A. $\sqrt{13}+1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 50. Cho mặt cầu $\left(S_1\right)$ có tâm $I_1\left(3;2;2\right)$ bán kính $R_1=2$, mặt cầu $\left(S_2\right)$ có tâm $I_2\left(1;0;1\right)$ bán kính $R_2=1$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đồng thời tiếp xúc với $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$ và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. -5. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 02

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.C	4.A	5.D	6.A	7.B	8.C	9.C	10.B
11.D	12.D	13.C	14.C	15.A	16.A	17.C	18	19.B	20.A
21.A	22.B	23.D	24.C	25.B	26.B	27.B	28.C	29.D	30.C
31.D	32.A	33.D	34.D	35.D	36.B	37.B	38.C	39.D	40.A
41.D	42.D	43.B	44.A	45.A	46.A	47.B	48.A	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 7 nữ, có bao nhiêu cách chọn một nam và một nữ?
A. . **B.** 70. **C.** 12. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thực hiện liên tiếp 2 công đoạn là chọn 1 học sinh nam và chọn 1 học sinh nữ, nên theo quy tắc nhân ta $C_5^1.C_7^1 = 35$ cách chọn.

Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 3$ và $u_4 = 24$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

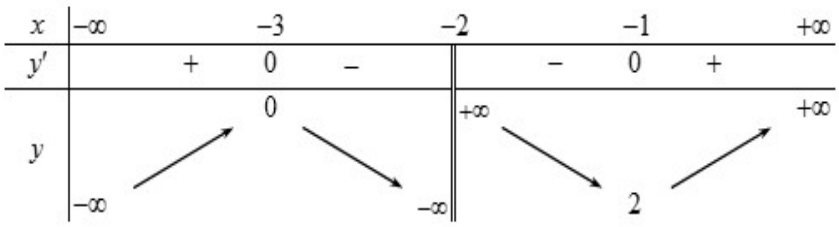
A. 8. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho. Ta có: $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow q^3 = \frac{u_4}{u_1} = \frac{24}{3} = 8 \Leftrightarrow q = 2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



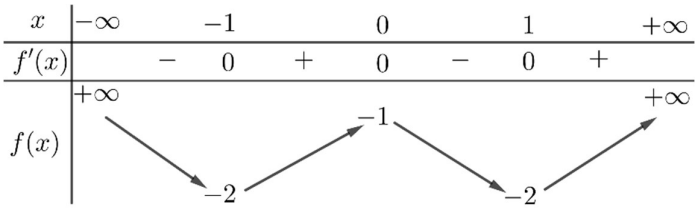
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-3;-1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng. $\left(-3;-2\right)$. và $\left(-2;-1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số . $f\left(x\right)$. có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại là $y_{CĐ}=-1$.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=x^2\left(x-1\right)\left(x+2\right)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	−	0	+	

Vì $f'\left(x\right)$ đổi dấu khi đi qua $x=-2$ và $x=1$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

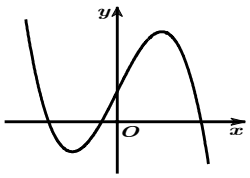
Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số: . $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. .

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$. Vậy $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 8. Số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x^2$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$x^3 + 7x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -7 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

Vậy số điểm chung của đồ thị hàm số và trục hoành là 2.

Câu 9. Cho a, b và c là các số thực lớn hơn 1. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a b.\log_b a = 1$. **B.** $\log_a c = \dfrac{\log_b c}{\log_b a}$.

C. $\log_a c = \log_c \dfrac{1}{a}$. **D.** $\log_a c = \log_a b.\log_b c$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ở phương án C, vế trái dương, vế phải âm.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $\dfrac{1}{2} - \log_2 a$. **B.** $y' = 3^x \ln 3$. **C.** $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $\ln 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dùng công thức $\left(a^x\right)' = a^x \ln a \Rightarrow \left(3^x\right)' = 3^x \ln 3$.

Câu 11. Xét các số thực dương a, b và c thỏa mãn $\ln\dfrac{a}{c} + \ln\dfrac{b}{c} = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $abc = 1$. **B.** $ab = c$. **C.** $a + b = c$. **D.** $ab = c^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\ln\dfrac{a}{c} + \ln\dfrac{b}{c} = 0 \Leftrightarrow \ln a + \ln b - 2\ln c = 0$

$\Leftrightarrow \ln a + \ln b = 2\ln c$

$\Leftrightarrow \ln ab = \ln c^2 \Leftrightarrow ab = c^2$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{x+2} = 3$ là

A. $x = 243$. **B.** $x = 123$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \log_5 3 - 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $5^{x+2} = 3 \Leftrightarrow x + 2 = \log_5 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3 - 2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = \log_5 3 - 2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\ln\left(7x\right)=7$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{7}$. **C.** $x=\frac{e^7}{7}$. **D.** $x=e^7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\ln\left(7x\right)=7\Leftrightarrow 7x=e^7\Leftrightarrow x=\frac{e^7}{7}$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)^3$ là

A. $3(x+1)^2+C$. **B.** $\frac{1}{3}(x+1)^2+C$. **C.** $\frac{1}{4}(x+1)^4+C$. **D.** $4(x+1)^4+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int\left(ax+b\right)^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}.\frac{\left(ax+b\right)^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$, ta có

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x+1)^3\mathrm{d}x=\frac{(x+1)^4}{4}+C$$

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 4x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{\cos 4x}{4}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\sin 4x\mathrm{d}x=-\frac{\cos 4x}{4}+C.$$

Câu 16. Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$ và $\int\limits_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1+4=5$.

Câu 17. Xét $\int\limits_0^1(x-1).e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2-2x+3$ thì $\int\limits_0^1(x-1).e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}\int\limits_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **B.** $\int\limits_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **C.** $-\frac{1}{2}\int\limits_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$. **D.** $-\int\limits_2^3 \mathrm{e}^u\mathrm{d}u$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $u=x^2-2x+3\Rightarrow\mathrm{d}u=(2x-2)\mathrm{d}x=2(x-1)\mathrm{d}x\Rightarrow(x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}u$.

Với $x=0 \Rightarrow u=3$

Với $x=1 \Rightarrow u=2$

Vậy $\int\limits_0^1 (x-1).e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_3^2 e^u \mathrm{d}u = -\frac{1}{2}\int\limits_2^3 e^u \mathrm{d}u$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=4-\sqrt{5}i$ là

A. $\overline{z}=-4-\sqrt{5}i$. **B.** $\overline{z}=4+\sqrt{5}i$. **C.** $\overline{z}=-4+\sqrt{5}i$. **D.** $\overline{z}=4-\sqrt{5}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=4-\sqrt{5}i$ là $\overline{z}=4+\sqrt{5}i$.

Câu 19. Cho số phức $z=3+i$. Phần thực của số phức $2z+1+i$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** .3.. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có .

Vậy phần thực của số phức $2z+1+i$ bằng 7.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2+2i$ và $z_2=2-i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(4;1\right)$. **B.** $P\left(0;3\right)$. **C.** $N\left(4;-1\right)$. **D.** $M\left(0;-3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $z_1+z_2=4+i$. Suy ra điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 là điểm $Q\left(4;1\right)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức $V=Bh=4.6=24$.

Câu 22. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.3=6\pi$.

Câu 23. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $2\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu có bán kính R được tính theo công thức $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 24. Diện tích toàn phần của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\pi rl+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl+\pi r^2$. **C.** $2\pi rl+2\pi r^2$. **D.** $\pi rl+\pi r^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức $S_{xq} = 2\pi rl$.

Diện tích một đáy của hình trụ được tính theo công thức $S = \pi r^2$.

Diện tích toàn phần của hình trụ được tính theo công thức $S_{tp} = S_{xq} + 2S = 2\pi rl + 2\pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;2)$, $B(-1;-2;2)$ và $G(1;1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Tọa độ điểm C là?

A. $C(1;3;2)$. **B.** $C(1;1;5)$. **C.** $C(0;1;2)$. **D.** $C(0;0;2)$.

Hướng dẫn giải

ChọnB

Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B = 1 \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B = 1 \\ z_C = 3z_G - z_A - z_B = 5 \end{cases} \Rightarrow C(1;1;5).$$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho là

A. $I(-1;2;-3)$ và $R = \sqrt{5}$. **B.** $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.

C. $I(1;-2;3)$ và $R = 5$. **D.** $I(-1;2;-3)$ và $R = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5$.

Vậy mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 3 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(1;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(-1;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

A. $A(1;0;0)$. **B.** $B(0;2;0)$. **C.** $C(0;0;3)$. **D.** $D(1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điểm nằm trên trục Oz thì hoành độ và và tung độ bằng 0.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 18 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ

bằng

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=18$

Gọi A là biến cố chọn được số lẻ. $A=\{1;3;5;7;9;11;13;15;17\}\Rightarrow n(A)=9$.

Vậy xác suất là $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{9}{18}=\frac{1}{2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-2021x$. **C.** $y=-6x^3+2x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Xét các đáp án ta có

Đáp án A tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên loại

Đáp án B đồ thị là Parabol nên loại

Đáp án C có TXĐ: $\mathbb{R}$

$y'=-18x^2+4x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Đáp án D hàm số có 3 cực trị nên không thỏa mãn.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** 8. **C.** 1. **D.** -8.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(x)=-x^4+2x^2$ trên đoạn $[-2;2]$.

Ta có $f'(x)=-4x^3+4x=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\in[-2;2]\\x=1\in[-2;2]\\x=-1\in[-2;2]\end{bmatrix}$

Ta có $f(-2)=-8;\ f(-1)=1;\ f(0)=0;\ f(1)=1;\ f(2)=-8$.

Vậy $\min\limits_{[-2;2]}f(x)=-8$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}x\le\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $\left(-\infty;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right]$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện xác định của bất phương trình là $\begin{cases} x>0 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}} x \le \log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right) \Leftrightarrow x \ge 2x-1 \Leftrightarrow x \le 1$.

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm là $\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{13}{4}$. **D.** $-\frac{11}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có

$$6=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\left[\sin x-3f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\mathrm{d}x-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{3}}-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$$

Suy ra $3\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-6 \Leftrightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\frac{11}{6}$.

Câu 34. Cho số phức $z=5-3i$. Môđun của số phức $\left(1-2i\right)\left(\bar{z}-1\right)$ bằng

A. 25. **B.** 10. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\left(1-2i\right)\left(\bar{z}-1\right)=\left(1-2i\right)\left(4+3i\right)=10-5i$.

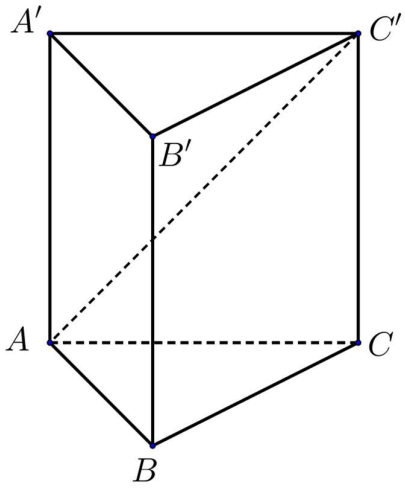
Từ đó: $\left|\left(1-2i\right)\left(\bar{z}-1\right)\right|=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{3}$. Tính tan góc giữa $C'A$ và mp $\left(ABC\right)$

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $B'B = a \Rightarrow CC' = a$

$AC = a\sqrt{3}$

Góc giữa $C'A$ và mp $\left(ABC\right)$ bằng góc đường thẳng $C'A$ và CA bằng góc $\widehat{C'AC}$

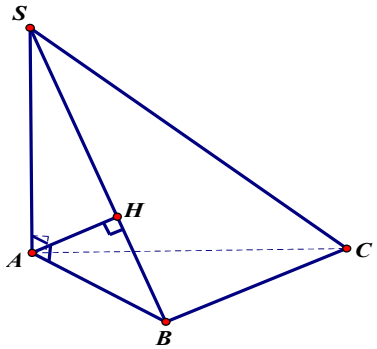
$\tan\widehat{C'AC} = \dfrac{C'C}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{C'AC} = 30^0$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = 2a$, $BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp SB$ (1) ($H \in SB$). Theo giả thiết ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(SAB\right) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)

.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right) \Rightarrow AH \perp \left(SBC\right)$. Do đó $\left(\widehat{SA;\left(SBC\right)}\right) = \left(\widehat{SA;SH}\right) = \widehat{ASH}$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SAB, ta có $\sin\widehat{ASB} = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{ASB} = \widehat{ASH} = 60^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $60°$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-1;\ 2;\ 0)$ và đi qua điểm $M(2;6;0)$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=100$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=25$.

D. $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=100$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có bán kính $R=IM=\sqrt{3^2+4^2+0}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(-1;\ 2;\ 0)$, bán kính $R=5$ là $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+2y-z+3=0$ và $(Q):x-4y+(m-1)z+1=0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả các giá trị của m để (P) vuông góc với (Q).

A. $m=2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=1$.

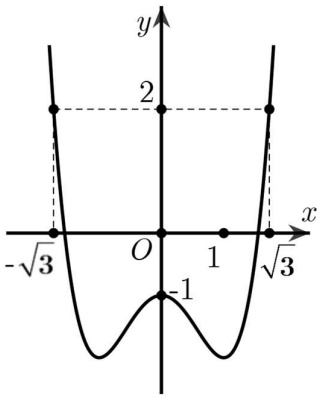
Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\vec{n}_P=(1;2;-1);\ \vec{n}_Q=(1;-4;m-1)$

(P) vuông góc với $(Q)\Leftrightarrow \vec{n}_P.\vec{n}_Q=0\Leftrightarrow 1-8-m+1=0\Leftrightarrow m=-6$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Đặt $g(x)=\frac{1}{3}x^3-x-f(x)+2020$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. Hãy tính $M+m$.

A. $f(\sqrt{3})+f(-\sqrt{3})$.

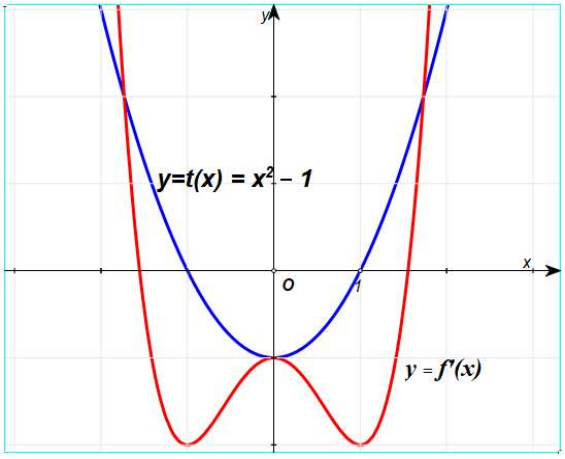
B. $f(\sqrt{3})-f(-\sqrt{3})$.

C. $2020+f(-\sqrt{3})$.

D. $4040-f(\sqrt{3})-f(-\sqrt{3})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Xét $g\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3-x-f\left(x\right)+2020$, với $x\in\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

Ta có $g'\left(x\right)=x^2-1-f'\left(x\right)$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=x^2-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$

x	$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$
g'		$+$	0	$+$	
g	$g\left(-\sqrt{3}\right)$	$\nearrow$		$\nearrow$	$g\left(\sqrt{3}\right)$

Do đó

$M=\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]}g\left(x\right)=g\left(\sqrt{3}\right)=-f\left(\sqrt{3}\right)+2020$,

$m=\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]}g\left(x\right)=g\left(-\sqrt{3}\right)=-f\left(-\sqrt{3}\right)+2020$.

Vậy $M+m=-f\left(\sqrt{3}\right)-f\left(-\sqrt{3}\right)+4040$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $1\le x\le10$ và $x+x^2-9^y\ge3^y$

A. 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $x+x^2-9^y\ge3^y\Leftrightarrow x+x^2\ge9^y+3^y$.

Xét hàm số đặc trưng $f\left(t\right)=t^2+t$ với $t>0$.

Ta có $f'\left(t\right)=2t+1>0,\forall t>0$ suy ra $f\left(t\right)$ là hàm số đồng biến trên $\left(t>0\right)$.

Suy ra $x+x^2\ge9^y+3^y\Leftrightarrow f\left(x\right)\ge f\left(3^y\right)\Leftrightarrow x\ge3^y$.

Với giả thiết $1\le x\le10$ ta có: $3^y\le10\Rightarrow y\le2$.

TH1: $y=1\Rightarrow3^1\le x\le10\Rightarrow x\in\left\{3;4;5;6;7;8;9;10\right\}$ có 8 cặp nghiệm $\left(x;y\right)$ thỏa mãn.

TH2: $y=2 \Rightarrow 3^2=9 \le x \le 10 \Rightarrow x \in \{9;10\}$ có 2 cặp nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 10 cặp nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x(1+x^2) & khi\ x \ge 3 \\ \dfrac{1}{x-4} & khi\ x<3 \end{cases}$. Tích phân $\displaystyle\int_{e^2}^{e^4} \frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\dfrac{40}{3}-\ln 2$. **B.** $\dfrac{95}{6}+\ln 2$. **C.** $\dfrac{189}{4}+\ln 2$. **D.** $\dfrac{189}{4}-\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $I=\displaystyle\int_{e^2}^{e^4} \frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$

Đổi cận: $\begin{matrix} x=\mathrm{e}^2 \Rightarrow t=2 \\ x=\mathrm{e}^4 \Rightarrow t=4 \end{matrix}$.

$$I=\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t=\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_2^3 \frac{1}{x-4}\mathrm{d}x+\int_3^4 x(1+x^2)\mathrm{d}x=\frac{189}{4}-\ln 2.$$

Câu 42. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $\left|(2+\mathrm{i})|z|z-(1-2\mathrm{i})z\right|=|1+3\mathrm{i}|$ và $|z_1-z_2|=1$. Tính $M=|2z_1+3z_2|$.

A. $M=19$. **B.** $M=25$. **C.** $M=5$. **D.** $M=\sqrt{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ giả thiết, ta có $\left|\left(2|z|-1\right)+\left(|z|+2\right)\mathrm{i}\right|.|z|=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\left(2|z|-1\right)^2+\left(|z|+2\right)^2\right].|z|^2=10$

$\Leftrightarrow 5|z|^4+5|z|^2-10=0 \Leftrightarrow |z|=1$ (vì $|z| \ge 0$).

Gọi $z_1=x_1+y_1\mathrm{i}$ và $z_2=x_2+y_2\mathrm{i}$. Ta có $|z_1|=|z_2|=1$ nên $x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2=1$.

Mặt khác, $|z_1-z_2|=1$ nên $\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2=1$. Suy ra $x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{1}{2}$.

Khi đó $M=|2z_1+3z_2|=\sqrt{\left(2x_1+3x_2\right)^2+\left(2y_1+3y_2\right)^2}$

$=\sqrt{4\left(x_1^2+y_1^2\right)+9\left(y_1^2+y_2^2\right)+12\left(x_1x_2+y_1y_2\right)}$

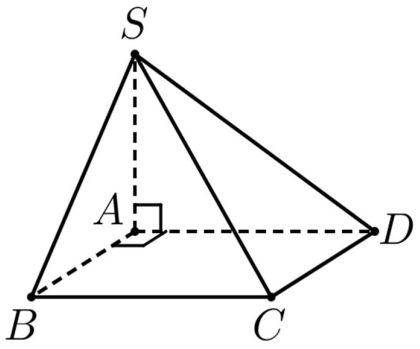
Vậy $M=\sqrt{19}$.

Do đó $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BC \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}|z|^2=18 \Leftrightarrow |z|=6$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$.

Hướng dẫn giải



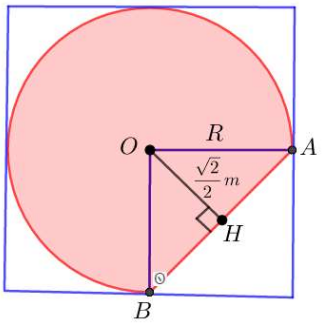
Xác định: $\widehat{\left(SD;\left(SAB\right)\right)}=\widehat{\left(SD;SA\right)}=\widehat{DSA}=30^0$.

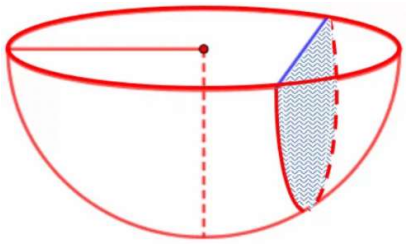
Chiều cao khối chóp: $SA=AD.\cot\widehat{DSA}=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Một gia đình có bồn tắm có bề mặt phẳng và lòng trong như hình vẽ, lòng trong của bồn tắm có hình dạng bán cầu, mất đi chỏm cầu. Biết thể tích khối chỏm cầu được tính bởi công thức $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)$ với R là bán kính khối cầu, h là chiều cao của chỏm cầu và $OH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}m$.

Thể tích $\left(\mathrm{m}^3\right)$ lòng trong của bồn tắm là





A. $\dfrac{8+5\sqrt{2}}{24}\pi$. **B.** $\dfrac{10+\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{5+\sqrt{2}}{12}\pi$. **D.** $\dfrac{10-\sqrt{2}}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Khối cầu $\left(S\right)$ có tâm là O và bán kính là $R=OH.\sqrt{2}=1\left(\mathrm{m}\right)$.

Suy ra chiều cao chỏm cầu là $h=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left(\mathrm{m}\right)$.

Vậy thể tích bồn tắm là $\frac{1}{2}\left[\frac{4}{3}\pi R^3-\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)\right]=\frac{8+5\sqrt{2}}{24}\pi$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-7+t\\z=6-5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P).

A. $\Delta:\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=-17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=-11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$.

D. $\Delta:\begin{cases}x=13+5t\\y=-17+t\\z=-104-5t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Nhận xét: đường thẳng d song song với (P) với nên Δ song song với d

Lấy $M(7;-7;6)\in d$. Gọi $N(x;y;z)$ là điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (P) và I là trung điểm MN.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{MN}=k\vec{n}_P\\I\in(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-7;y+7;z-6)=k(3;-5;2)\\3x-5y+2z+84=0\end{cases}$.

Giải hệ, ta có: $k=-4\Rightarrow M(-5;13;-2)$. Do đó: $\Delta:\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc 4 thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$ ↗	-2021	↘ -2025	↗ $+\infty$

Hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x^{2021}\right)-2021x\right|$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)$ bậc ba có 2 điểm cực trị là $x=-3,x=-1$ nên $f''(x)=a(x+3)(x+1)$. Suy ra $f'(x)=a(\frac{x^3}{3}+2x^2+3x)+b$. Từ BBT ta có

$$\begin{cases}f'(-3)=-2021\\f'(-1)=-2025\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2021\\\frac{-4}{3}a+b=-2025\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-2021\end{cases}$$

Khi đó $f'(x)=x^3+6x^2+9x-2021$ Do đó $f'(0)=-2021<0$.

Đặt $h(x)=f(x^{2021})-2021x$ thì $h'(x)=2021x^{2020}f'(x^{2021})-2021$ nên

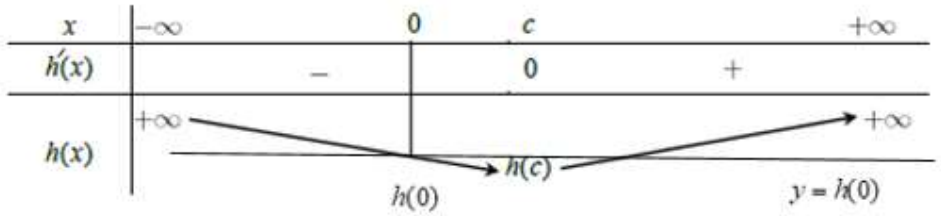
$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x^{2021})=\frac{1}{x^{2020}}$ $(*)$

Trên $(-\infty;0)$ thì $f'(x)<0$ nên $f'(x^{2021})<0,\forall x<0$ còn $\frac{1}{x^{2020}}>0$, $\forall x<0$ do đó $(*)$ vô nghiệm trên $(-\infty;0)$ và $h'(x)=2021x^{2020}\left[f'(x^{2021})-\frac{1}{x^{2020}}\right]<0,\forall x<0$

Xét $x>0$, từ BBT ta thấy $f'(x)$ đồng biến còn $\left(\frac{1}{x^{2020}}\right)'=\frac{-2020}{x^{2021}}<0,\forall x>0$ suy ra $\frac{1}{x^{2020}}$ nghịch biến $\forall x>0$ nên $(*)$ có không quá 1 nghiệm.

Lại có $\lim\limits_{x\to0^+}(f'(x^{2021})-\frac{1}{x^{2020}})=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}(f'(x^{2021})-\frac{1}{x^{2020}})=+\infty$ nên $(*)$ có đúng 1 nghiệm $x=c>0$. Khi đó $h'(x)$ đổi dấu khi đi qua nghiệm này. Có $h'(x)<0,\forall x<0$ nên $h'(x)>0,\forall x>c$

Xét bảng biến thiên của $h(x)$.



Vì $h(0)=f(0)-2021.0=f(0)=0$ nên $h(c)<0$ và phương trình $h(x)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt, khác c. Từ đó $g\left(x\right)=\left|h(x)\right|$ sẽ có 3 điểm cực trị

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \le y \le 2020$ và $\log_3\left(\frac{2^x-1}{y}\right) = y+1-2^x$?

A. 2019. **B.** 11. **C.** 2020. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} y \neq 0 \\ \frac{2^x-1}{y} > 0 \\ y \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$

Ta có: PT $\Leftrightarrow \log_3\left(2^x-1\right) + 2^x - 1 = \log_3 y + y$ (*)

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0;+\infty)$

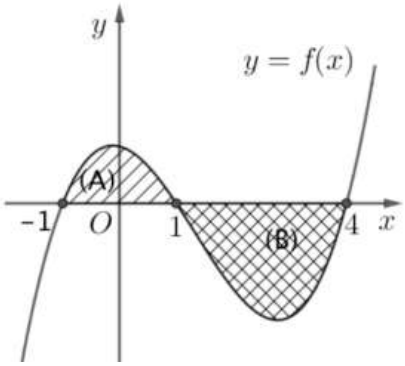
Khi đó $f'(t) = \frac{1}{t\ln 3} + 1 > 0$ do đó hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

(*) có dạng $f\left(2^x-1\right) = f(y) \Leftrightarrow y = 2^x - 1$

Vì $0 \le y \le 2020 \Leftrightarrow 0 \le 2^x - 1 \le 2020 \Leftrightarrow 1 \le 2^x \le 2021 \Leftrightarrow 0 \le x \le \log_2(2021)$

$\begin{cases} 0 \le x \le \log_2(2021) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$. Vậy có 11 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Biết rằng diện tích các hình $(A),(B)$ lần lượt bằng 3 và 7. Tích tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(5\sin x - 1)\mathrm{d}x$ bằng



A. $I = -\frac{4}{5}$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = \frac{4}{5}$. **D.** $I = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo đề $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 3, \int_{1}^{4} f(x)dx = -7$

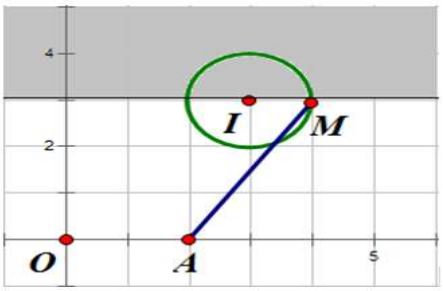
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(5\sin x - 1)dx = \frac{1}{5}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(5\sin x - 1)d(5\sin x - 1) = \frac{1}{5}\int_{-1}^{4} f(t)dt = \frac{1}{5}\left[\int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{4} f(x)dx\right] = -\frac{4}{5}$$

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i| \le |z-4i|$ và $|z-3-3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-2|$ là:

A. $\sqrt{13}+1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z ta có: $\left|z-2i\right|\le\left|z-4i\right|$

$\Leftrightarrow x^2+\left(y-2\right)^2\le x^2+\left(y-4\right)^2$

$\Leftrightarrow y\le 3$;

$\left|z-3-3i\right|=1\Leftrightarrow$ điểm M nằm trên đường tròn tâm $I\left(3;3\right)$ và bán kính bằng 1.

Biểu thức $P=\left|z-2\right|=AM$ trong đó $A\left(2;0\right)$, theo hình vẽ thì giá trị lớn nhất của $P=\left|z-2\right|$ đạt được khi $M\left(4;3\right)$ nên $\max P=\sqrt{\left(4-2\right)^2+\left(3-0\right)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 50. Cho mặt cầu $\left(S_1\right)$ có tâm $I_1\left(3;2;2\right)$ bán kính $R_1=2$, mặt cầu $\left(S_2\right)$ có tâm $I_2\left(1;0;1\right)$ bán kính $R_2=1$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đồng thời tiếp xúc với $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$ và cắt đoạn I_1I_2 có dạng $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. -5. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=\left(-2;-2;-1\right)\Rightarrow I_1I_2=3=R_1+R_2$ nên hai mặt cầu $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$ tiếp xúc ngoài với nhau tại M nằm trên đoạn I_1I_2 $\left(MI_1=R_1=2;MI_2=R_2=1\right)$ và thoả mãn $\overrightarrow{MI_1}=-2\overrightarrow{MI_2}$ $\left(1\right)$.

Gọi $M\left(x;y;z\right)$.Ta có $\overrightarrow{MI_1}=\left(3-x;2-y;2-z\right)$ và $\overrightarrow{MI_2}=\left(1-x;-y;1-z\right)$

Từ $\left(1\right)$ ta có hệ $\begin{cases}3-x=-2+2x\\2-y=2y\\2-z=-2+2z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{5}{3}\\y=\dfrac{2}{3}\\z=\dfrac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ cần tìm tiếp xúc với $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$ đồng thời cắt đoạn I_1I_2 tại N

$\Rightarrow I_1N+I_2N=I_1I_2$ mà $NI_1=R_1=2;NI_2=R_2=1$ nên $N\equiv M$. Khi ấy, $I_1I_2\perp\left(P\right)$ nên

$\left(P\right)$ nhận $\overrightarrow{I_1I_2}=\left(-2;-2;-1\right)$ làm vectơ pháp tuyến và $\left(P\right)$ đi qua $M\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. Vậy $\left(P\right)$ có phương trình: $-2\left(x-\frac{5}{3}\right)-2\left(y-\frac{2}{3}\right)-1\left(z-\frac{4}{3}\right)=0 \Leftrightarrow -2x-2y-z+6=0$

$\Leftrightarrow 2x+2y+z-6=0 \Rightarrow b=2;c=1;d=-6 \Rightarrow T=b+c+d=-3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 03

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?
A. 45. **B.** 91. **C.** 14. **D.** 9.

Câu 2. Cho ba số $1;3;x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x.
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

A. $y_{CT}=0$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$. **C.** $y_{CD}=5$. **D.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

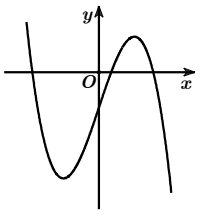
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là
A. $y=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$.
C. $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^4+3x^2-1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-3x^3+5x^2-8$ và trục hoành là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a\left(\dfrac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$.

A. $T=3$. **B.** $T=\dfrac{12}{5}$. **C.** $T=\dfrac{9}{5}$. **D.** $T=2$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(2x+1\right)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$ là

A. $\frac{2}{\left(2x+1\right)\ln x}$. **B.** $\frac{2}{\left(2x+1\right)\ln 2}$. **C.** $\frac{2\ln 2}{2x+1}$. **D.** $\frac{2}{\left(x+1\right)\ln 2}$.

Câu 11. Cho hai số dương a, b với $a\neq 1$. Đặt $M=\log_{\sqrt{a}} b$. Tính M theo $N=\log_a b$.

A. $M=\sqrt{N}$. **B.** $M=2N$. **C.** $M=\frac{1}{2}N$. **D.** $M=N^2$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2\left(x^2-x\right)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=0;x=2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x\right)=2$ là:

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{25}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{5}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\,dx=3x^4-2x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=x^4-2x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=\frac{1}{3}x^4-2x+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=12x^2+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\,dx=\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=-3\cos 3x+C$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_3^4 f\left(x\right)dx=2$ và $\int\limits_4^5 f\left(x\right)dx=-6$ thì $\int\limits_3^5 f\left(x\right)dx$

A. -4. **B.** 8. **C.** -12. **D.** -8.

Câu 17. Tích phân $\int\limits_2^3 \frac{1}{x}dx$ bằng

A. $\ln\frac{2}{3}$ **B.** $\ln\frac{3}{2}$ **C.** $\ln 6$. **D.** $\ln 5$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=2019-2020i$ là

A. $\overline{z}=2019+2020i$. **B.** $\overline{z}=-2019-2020i$. **C.** $\overline{z}=-2019+2020i$. **D.** $\overline{z}=2019-2020i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 là điểm nào dưới đây?

A. $M\left(4;-2\right)$. **B.** $N\left(-2;4\right)$. **C.** $P\left(4;2\right)$. **D.** $Q\left(2;4\right)$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z=2+2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(2;2\right)$. **B.** $P\left(2;-2\right)$. **C.** $N\left(-2;2\right)$. **D.** $M\left(-2;-2\right)$.

Câu 21. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{2}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 22. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\pi r^2 h$.

Câu 23. Cho mặt cầu có bán kính $R=4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 32π. **B.** 64π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Câu 24. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 5π. **D.** 10π.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-6)$ và $B(0;5;2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $I(-2;8;8)$. **B.** $I(1;1;-2)$. **C.** $I(-1;4;4)$. **D.** $I(2;2;-4)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho là

A. $I\left(-1;3;0\right);\ R=3$. **B.** $I\left(1;-3;0\right);\ R=9$. **C.** $I\left(1;-3;0\right);\ R=3$. **D.** $I\left(-1;3;0\right);\ R=9$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\left(-1;\ 2;\ -3\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y+z+5=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-3t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3-2t\\y=1+3t\\z=t\end{cases}$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 3 gồm ba chữ số. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$. **D.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2+13$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ bằng

A. $\frac{51}{4}$. **B.** $\frac{51}{2}$. **C.** $\frac{49}{4}$. **D.** 13.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{x}}\le\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$. **C.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{3}\right]$.

Câu 33. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f\left(-1\right)=-2$ và $f\left(3\right)=2$. Giá trị của $\int\limits_{-1}^{3}f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=4-3i+\left(1-i\right)^3$ và $z_2=7+i$. Phần thực của số phức $2\overline{z_1z_2}$ bằng

A. 9. **B.** 2. **C.** 18. **D.** -74.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 45^{O}. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) tính theo a bằng:

A. $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

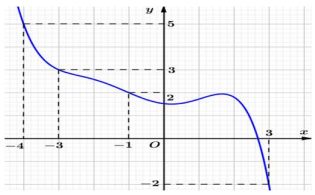
Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S)có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu (S).

A. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R = 9 \end{cases}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4), B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 4 - 8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = -8 - 4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 4 - 11t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$,hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm.



A. $x_0 = -1$. **B.** $x_0 = 3$. **C.** $x_0 = -4$. **D.** $x_0 = -3$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x, y \in [5;50]$ và $\sqrt{x} \geq y^2 + 2y - x + 2 + \sqrt{y^2 + 2y + 2}$

A. 2. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{khi } x \geq 2 \\ x^3 - x^2 - 8x + 10 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Biết hàm số có đạo hàm tại điểm $x = 2$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 4.

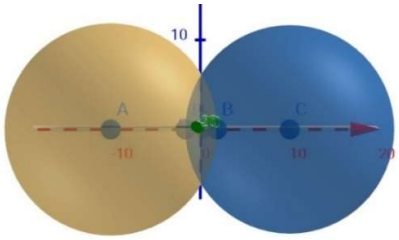
Câu 42. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 8$. Tìm môđun của số phức $w = z_1 + z_2 - 2 + 4i$.

A. $|w| = 6$. **B.** $|w| = 16$. **C.** $|w| = 10$. **D.** $|w| = 13$.

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44. Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai khối cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$, khoảng cách giữa tâm của hai khối cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 470.000 đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Biết diện tích chỏm cầu được tính bởi công thức $S = 2\pi Rh$ với R là bán kính khối cầu và h là chiều cao của chỏm cầu. Số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó gần nhất với giá trị nào sau đây?



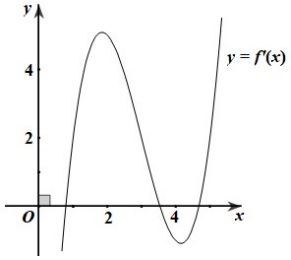
A. 172.000 đồng. **B.** 664.000 đồng. **C.** 694.000 đồng. **D.** 564.000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$ và $d_2 : \frac{x-13}{3} = \frac{y-6}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Đường thẳng cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{20} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+3}{9}$. **B.** $\frac{x+1}{20} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+3}{9}$.

C. $\frac{x-10}{2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+3}{-3}$. **D.** $\frac{x-8}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{-3}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $y = g(x) = f(\alpha x^2) - x$ với $\alpha > 0$. Gọi m và n lần lượt là số điểm cực trị tối đa, số điểm cực trị tối thiểu của hàm số $y = g(x)$. Tính $m + n$.

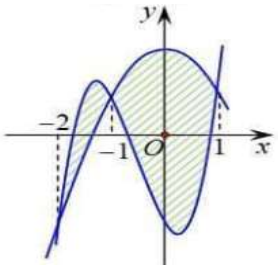


A. 10. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 \le x \le 2020$ và $\log_4(512x + 768) + 2x - 1 = 2y + 16^y$?

A. 2019 **B.** 0 **C.** 2020 **D.** 1

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị có diện tích bằng ?



A. $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1 - 3i + 5\right| = 2$ và $\left|iz_2 - 1 + 2i\right| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \left|2iz_1 + 3z_2\right|$.

A. $\sqrt{313} + 16$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313} + 8$. **D.** $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z = 0$ và điểm $A\left(2;2;0\right)$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(OAB\right)$, biết rằng điểm B thuộc mặt cầu $\left(S\right)$, có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x - y - z = 0$. **B.** $x - y + z = 0$. **C.** $x - y - 2z = 0$. **D.** $x - y + 2z = 0$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 03

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.B	6.B	7.C	8.B	9.A	10.B
11.B	12.B	13.C	14.B	15.B	16.A	17.B	18	19.A	20.B
21.C	22.C	23.B	24.A	25.B	26.C	27.A	28.A	29.A	30.D
31.A	32.D	33.A	34.C	35.B	36.A	37.A	38.A	39.A	40.C
41.D	42.A	43.A	44.B	45.D	46.D	47.B	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

A. 45. **B.** 91. **C.** 14. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 14 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 14 học sinh. Vậy số cách chọn là $C_{14}^2 = 91$ cách.

Câu 2. Cho ba số $1;3;x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x.

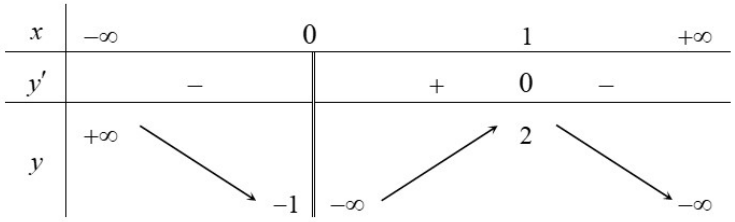
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì các số $1;3;x$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên ta có $3-1=x-3 \Leftrightarrow x=5$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

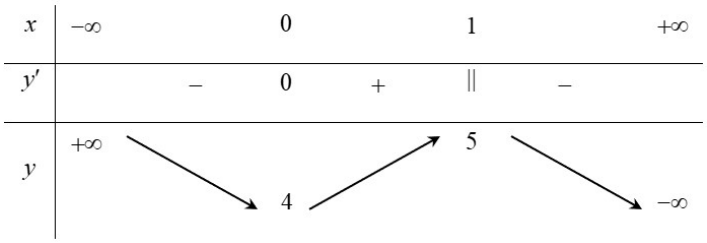
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y_{CT}=0$. **B.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$. **C.** $y_{CĐ}=5$. **D.** $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=0$ và $x=2$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

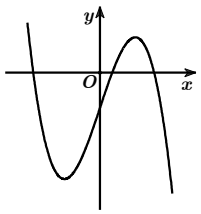
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$ nên $x=-2$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$.

C. $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^4+3x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^3+3x-1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-3x^3+5x^2-8$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$$-3x^3+5x^2-8=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 1.

Câu 9. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a\left(\dfrac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)$.

A. $T=3$. **B.** $T=\dfrac{12}{5}$. **C.** $T=\dfrac{9}{5}$. **D.** $T=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

$$T=\log_a\left(\frac{a^2.\sqrt[3]{a^2}.\sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}}\right)=\log_a\left(\frac{a^2.a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}}\right)=\log_a\left(\frac{a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}}\right)=\log_a a^{2+\frac{2}{3}+\frac{4}{5}-\frac{7}{15}}=\log_a a^3=3.$$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ là

A. $\dfrac{2}{(2x+1)\ln x}$. **B.** $\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $\dfrac{2\ln 2}{2x+1}$. **D.** $\dfrac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Ta có $y'=\left(\log_2(2x+1)\right)'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 11. Cho hai số dương a, b với $a\neq 1$. Đặt $M=\log_{\sqrt{a}} b$. Tính M theo $N=\log_a b$.

A. $M=\sqrt{N}$. **B.** $M=2N$. **C.** $M=\dfrac{1}{2}N$. **D.** $M=N^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $M=\log_{\sqrt{a}} b=\log_{a^{\frac{1}{2}}} b=2\log_a b=2N$. Vậy $M=2N$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2(x^2-x)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=0;x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x>1$.

Ta có: $\log_2 x=\log_2(x^2-x)\Leftrightarrow x=x^2-x\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện phương trình có nghiệm $x=2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_5(2x)=2$ là:

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{25}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\log_5(2x)=2 \Leftrightarrow 2x=25 \Leftrightarrow x=\dfrac{25}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\,dx=3x^4-2x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=x^4-2x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=\dfrac{1}{3}x^4-2x+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=12x^2+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\,dx=\int\left(4x^3-2\right)dx=x^4-2x+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\,dx=\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\,dx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\,dx=3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)\,dx=-3\cos 3x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\,dx=\int \sin 3x\,dx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_3^4 f(x)\,dx=2$ và $\int\limits_4^5 f(x)\,dx=-6$ thì $\int\limits_3^5 f(x)\,dx$

A. -4. **B.** 8. **C.** -12. **D.** -8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\int\limits_3^5 f(x)\,dx=\int\limits_3^4 f(x)\,dx+\int\limits_4^5 f(x)\,dx=2-6=-4$

Câu 17. Tích phân $\int\limits_2^3 \dfrac{1}{x}dx$ bằng

A. $\ln\dfrac{2}{3}$ **B.** $\ln\dfrac{3}{2}$ **C.** $\ln 6$. **D.** $\ln 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_2^3 \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_2^3=\ln 3-\ln 2=\ln\dfrac{3}{2}$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=2019-2020i$ là

A. $\overline{z}=2019+2020i$. **B.** $\overline{z}=-2019-2020i$.

C. $\overline{z}=-2019+2020i$. **D.** $\overline{z}=2019-2020i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=2019-2020i$ là $\overline{z}=2019+2020i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = 3-4i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(4;-2)$. **B.** $N(-2;4)$. **C.** $P(4;2)$. **D.** $Q(2;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = (1+2i)+(3-4i) = 4-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là $M(4;-2)$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức liên hợp của số phức $z = 2+2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;2)$. **B.** $P(2;-2)$. **C.** $N(-2;2)$. **D.** $M(-2;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overline{z} = 2-2i$.

Điểm biểu diễn số phức $\overline{z} = 2-2i$ là điểm $P(2;-2)$.

Câu 21. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{2}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 22. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **B.** $2\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\pi r^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối nón được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 23. Cho mặt cầu có bán kính $R = 4$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 32π. **B.** 64π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu được tính theo công thức $S = 4\pi R^2 = 4\pi.4^2 = 64\pi$.

Câu 24. Cho hình trụ có độ dài đường sinh $l = 3$ và bán kính đáy $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 5π. **D.** 10π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.2.3 = 12\pi$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-6)$ và $B(0;5;2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $I(-2;8;8)$. **B.** $I(1;1;-2)$. **C.** $I(-1;4;4)$. **D.** $I(2;2;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì I là trung điểm AB nên $I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2};\frac{z_A+z_B}{2}\right)$.

Vậy $I(1;1;-2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho là

A. $I(-1;3;0)$; $R=3$. **B.** $I(1;-3;0)$; $R=9$. **C.** $I(1;-3;0)$; $R=3$. **D.** $I(-1;3;0)$; $R=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-1;\ 2;\ -3)$ đến mặt phẳng $(P):2x-2y+z+5=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $d(M,(P))=\frac{|2.(-1)-2.2-3+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{4}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}$. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-3t\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3-2t\\y=1+3t\\z=t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1:

Δ đi qua điểm $A(3;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(2;-3;1)$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t\end{cases}$

Cách 2:

$$\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z}{1}=t\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x-3}{2}=t\\\frac{y+1}{-3}=t\\\frac{z}{1}=t\end{cases}$$

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-3t\\z=t\end{cases}$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 3 gồm ba chữ số. Xác suất để số được chọn chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{15}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số các số gồm ba chữ số và chia hết cho 3 là: $\frac{999-102}{3}+1=300 \Rightarrow n(\Omega)=300.$

Số chia hết cho 3 và đồng thời chia hết cho 5 khi và chỉ khi số đó chia hết cho 15, có tất cả các số $\frac{990-105}{15}+1=60$ như vậy. Vậy xác suất để lấy được số chia hết cho 5 là $p=\frac{60}{300}=\frac{1}{5}.$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$. **D.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có TXĐ $D=(0;+\infty)$ nên không thỏa mãn.

Do $\frac{\pi}{3}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do $0<\frac{2}{e}<1$ nên hàm số $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_{\frac{\pi}{4}}\left(2x^2+1\right)$ có $y'=\frac{4x}{\left(2x^2+1\right)\ln\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ đổi dấu khi x đi qua 0 nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. $\frac{51}{4}$. **B.** $\frac{51}{2}$. **C.** $\frac{49}{4}$. **D.** 13.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'(x)=4x^3-2x;\ f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}.$

Ta có $f(-2)=25$, $f(3)=85$, $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}$, $f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$ bằng $\frac{51}{4}.$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{\frac{1}{x}} \le \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3$ là

A. $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup(0;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]$. **C.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{3}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $\frac{1}{\sqrt{2}}<1$ nên bất phương trình tương đương với $\frac{1}{x}\ge 3\Leftrightarrow \frac{1-3x}{x}\ge 0\Leftrightarrow 0<x\le \frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(0;\frac{1}{3}\right]$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1)=-2$ và $f(3)=2$. Giá trị của $\int\limits_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** –4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\int\limits_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\big|_{-1}^{3}=f(3)-f(-1)=4.$

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=4-3i+(1-i)^3$ và $z_2=7+i$. Phần thực của số phức $2\overline{z_1z_2}$ bằng

A. 9. **B.** 2. **C.** 18. **D.** –74.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z_1=4-3i+(1-3i+3i^2-i^3)=4-3i+(1-3i-3+i)=2-5i$.

Suy ra $\overline{z}_1.z_2=(2+5i)(7+i)=9+37i\Rightarrow\overline{z_1.z_2}=9-37i.$

Do đó $2\overline{z_1z_2}=2(9-37i)=18-74i$.

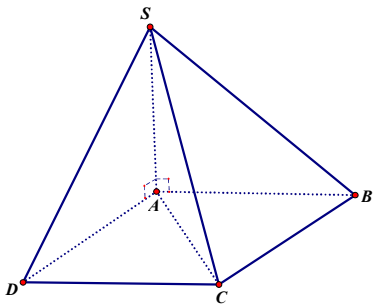
Vậy phần thực của số phức $2\overline{z_1z_2}$ bằng 18.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $CB\perp(SAB)\Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB).

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{CSB}$.

Xét tam giác CSB vuông tại B có $\tan\widehat{CSB}=\frac{CB}{SB}=\frac{a}{a\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. Vậy $\widehat{CSB}=30°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 45^{O}. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) tính theo a bằng:

A. $\dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

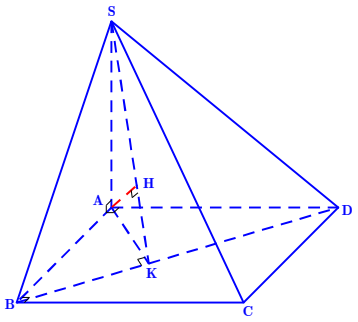
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \widehat{SCA} = 45^0 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại A.

Khi đó $SA = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$.



.

Mặt khác.

Kẻ $AK \perp BD$ thì $BD \perp (SAK)$; $(SAK) \perp (SBD)$ và $(SAK) \cap (SBD) = SK$.

Trong mặt phẳng (SAK), kẻ $AH \perp SK$ thì $AH \perp (SBD)$.

Do đó $AH = d\left(A,(SBD)\right)$.

Tam giác SAK vuông tại A có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AK^2} + \dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Vậy $d\left(A,(SBD)\right) = \dfrac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$. Tính tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu (S).

A. $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} I(1;-3;0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} I(-1;3;0) \\ R = 9 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ phương trình mặt cầu (S) suy ra tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 3$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4), B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 4 - 8t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = -8 - 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 4 - 11t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

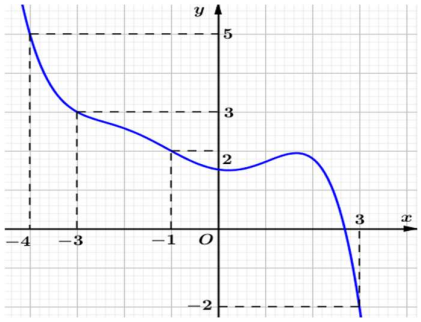
Chọn A

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M\left(2;-4;-4\right)$.

$\overrightarrow{AM}\left(1;-1;-8\right)$.

Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t \\ z=4-8t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$.

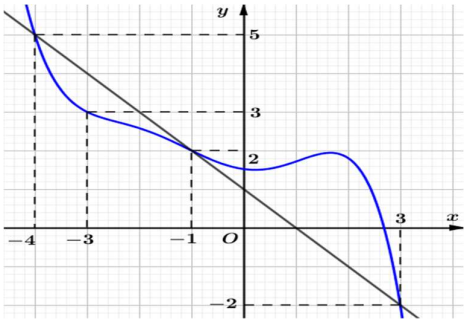
Câu 39. Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$,hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm.



A. $x_0=-1$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=-4$. **D.** $x_0=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $g(x)=2f(x)+(1-x)^2 \Rightarrow g'(x)=2f'(x)-2(1-x)=2[f'(x)-(1-x)]$

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=1-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	-4		-1		3	
$g'(x)$	$+$ 0	$-$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$	$g(-4)$ ↗	↘	$g(-1)$	↗	$g(3)$	↘

Từ bảng biến thiên, suy ra $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-4;3]$ tại $x_0=-1$

Ta có: $g(x)=2f(x)+(1-x)^2 \Rightarrow g'(x)=2f'(x)-2(1-x)=2[f'(x)-(1-x)]$

Vì trong đoạn $[-4;-1]$ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y=1-x$

$\Rightarrow f'(x)<1-x\forall x\in[-4;-1]\Rightarrow g'(x)<0\forall x\in[-4;-1]\Rightarrow g(x)$ nghịch biến trên (-4;-1)

$\Rightarrow g(-4)>g(-3)>g(-1)$ (*)

Vì trong đoạn [-1;3] đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y=1-x$

$\Rightarrow f'(x)>1-x\forall x\in[-1;3]\Rightarrow g'(x)>0\forall x\in[-1;3]\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên (-1;3)

$\Rightarrow g(3)>g(-1)$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-4;3]$ tại $x_0=-1$

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $x,y\in[5;50]$ và $\sqrt{x}\geq y^2+2y-x+2+\sqrt{y^2+2y+2}$

A. 2. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $\sqrt{x}\geq y^2+2y-x+2+\sqrt{y^2+2y+2}\Leftrightarrow x+\sqrt{x}\geq y^2+2y+2+\sqrt{y^2+2y+2}$ (2)

Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{t}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có:

$f'(t)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{t}}>0,\forall t>0\Rightarrow f(t)$ đồng biến.

$(2)\Leftrightarrow f(x)\geq f\left(y^2+2y+2\right)\Leftrightarrow x\geq y^2+2y+2$.

Do $x,y\in[5;50]$ nên $5\leq y^2+2y+2\leq 50\Leftrightarrow 4\leq(y+1)^2\leq 49\Leftrightarrow 1\leq y\leq 6$

Do $y\in\mathbb{Z}$ và $y\in[5;50]$ nên $y=5$ hoặc $y=6$.

Với $y=5$ có $37=y^2+2y+2\leq x\leq 50\Rightarrow x\in\{37;38;...;50\}$ có 14 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+b & \text{khi } x\geq 2\\ x^3-x^2-8x+10 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Biết hàm số có đạo hàm tại điểm $x=2$. Tính $I=\int_0^4 f(x)dx$

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

• Hàm số có đạo hàm tại $\Leftrightarrow f(2)=\lim\limits_{x\to 2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)\Leftrightarrow 4+2a+b=-2\Leftrightarrow 2a+b=-6.$ (1)

• Có $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^3-x^2-8x+10-4-2a-b}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^3-x^2-8x+12}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{(x-2)^2(x+3)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\left[(x-2)(x+3)\right]=0;$

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+ax+b-4-2a-b}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x+2+a)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to 2^+}(x+a+2)=a+4.$

Hàm số có đạo hàm tại $x=2$ nên hàm số liên tục tại $x=2$

suy ra $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}\Leftrightarrow a+4=0\Leftrightarrow a=-4.$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $a=-4$ và $b=2$.

Khi đó $f(x)=\begin{cases}x^2-4x+2 \text{ khi } x\ge 2\\ x^3-x^2-8x+10 \text{ khi } x<2\end{cases}$.

$I=\int\limits_0^4 f(x)dx=\int\limits_0^2 f(x)dx+\int\limits_2^4 f(x)dx$

$=\int\limits_0^2\left(x^3-x^2-8x+10\right)dx+\int\limits_2^4\left(x^2-4x+2\right)dx$

$=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-4x^2+10x\right)\Big|_0^2+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+2x\right)\Big|_2^4=\frac{16}{3}-\frac{4}{3}=4$

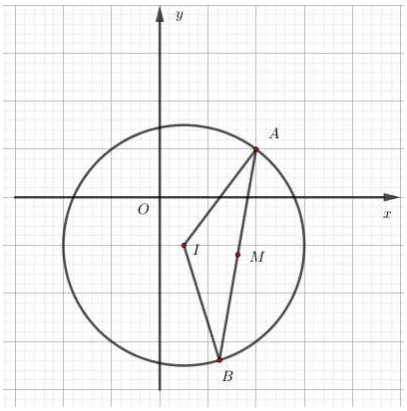
Vậy $I=4$.

Câu 42. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ và $|z_1-z_2|=8$. Tìm môđun của số phức $w=z_1+z_2-2+4i$.

A. $|w|=6$. **B.** $|w|=16$. **C.** $|w|=10$. **D.** $|w|=13$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z_1, B là điểm biểu diễn của số phức z_2.

Theo giả thiết z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z-1+2i|=5$ nên A và B thuộc đường tròn tâm $I(1;-2)$ bán kính $r=5$.

Mặt khác $|z_1-z_2|=8\Leftrightarrow AB=8$.

Gọi M là trung điểm của AB suy ra M là điểm biểu diễn của số phức $\frac{z_1+z_2}{2}$ và $IM=3$.

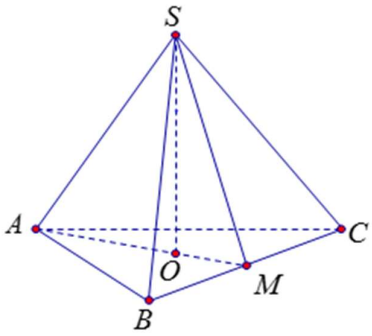
Do đó ta có

$3=IM=\left|\frac{z_1+z_2}{2}-1+2i\right|\Leftrightarrow 3=\frac{1}{2}|z_1+z_2-2+4i|\Leftrightarrow|z_1+z_2-2+4i|=6\Leftrightarrow|w|=6$.

Câu 43. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải



Gọi M là trung điểm của BC và O là tâm của đáy ABC.

Do hình chóp S.ABC là hình chóp đều nên ta có $SO \perp (ABC)$, $AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.,

$OM = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{1}{3}a\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có diện tích đáy ABC là : $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}.2a.2a.\sin 60^0 = a^2\sqrt{3}$.

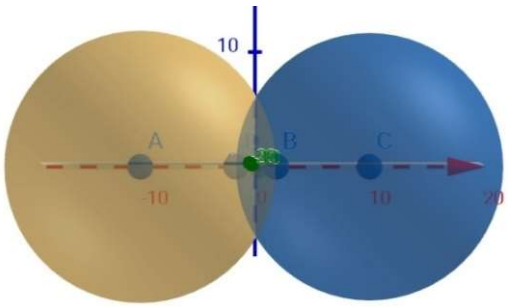
Lại có : $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases}$.

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SMA} = 60°$.

Xét tam giác SOM vuông tại O có : $\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SO}{OM} \Rightarrow SO = OM.\tan\widehat{SMA} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$.

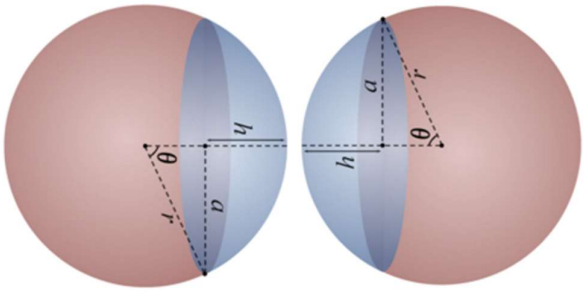
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Công ty vàng bạc đá quý muốn làm một món đồ trang sức có hình hai khối cầu bằng nhau giao nhau như hình vẽ. Khối cầu có bán kính $25cm$, khoảng cách giữa tâm của hai khối cầu là $40cm$. Giá mạ vàng $1m^2$ là 470.000 đồng. Nhà sản xuất muốn mạ vàng xung quanh món đồ trang sức đó. Biết diện tích chỏm cầu được tính bởi công thức $S = 2\pi Rh$ với R là bán kính khối cầu và h là chiều cao của chỏm cầu. Số tiền cần dùng để mạ vàng khối trang sức đó gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. 172.000 đồng. **B.** 664.000 đồng. **C.** 694.000 đồng. **D.** 564.000 đồng.

Hướng dẫn giải



(Phần màu nhạt là phần giao nhau của hai khối cầu)

Gọi h là chiều cao của chỏm cầu. Ta có $h=\frac{2R-d}{2}=\frac{2.25-40}{2}=5cm$

(d là khoảng cách giữa hai tâm)

Diện tích xung quanh của chỏm cầu là: $S_{xq}=2\pi Rh$.

Vì 2 khối cầu bằng nhau nên 2 hình chỏm cầu bằng nhau.

S_{xq} khối trang sức $=2(S_{xq}$ khối cầu $-S_{xq}$ chỏm cầu).

Khối trang sức có $S_{xq}=2.(4\pi R^2-2\pi Rh)=2.(4\pi.25^2-2\pi.25.5)=4500\pi cm^2=0,45\pi m^2$.

Vậy số tiền dùng để mạ vàng khối trang sức đó là $0,45\pi\times 470.000\approx 664.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{3}$ và $d_2:\frac{x-13}{3}=\frac{y-6}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Đường thẳng cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{20}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+3}{9}$.

B. $\frac{x+1}{20}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+3}{9}$.

C. $\frac{x-10}{2}=\frac{y-7}{3}=\frac{z+3}{-3}$.

D. $\frac{x-8}{2}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-6}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cắt và vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt tại M và N.

Vì $M\in d_1\Rightarrow M(2+3a;2+a;3a)$, $N\in d_1\Rightarrow N(13+3b;6-b;4+b)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(3b-3a+11;-b-a+4;b-3a+4)$

Đường thẳng d_1 có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_1(3;1;3)$.

Đường thẳng d_2 có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}_2(3;-1;1)$.

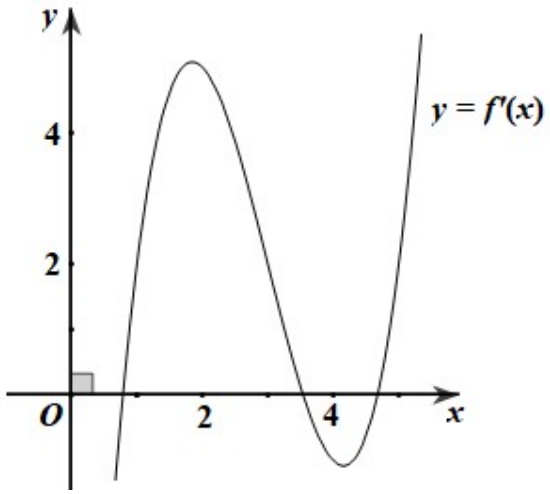
Vì d vuông góc với cả hai đường thẳng d_1, d_2, ta có

$$\begin{cases}\overrightarrow{MN}.\vec{u}_1=0\\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}11b-19a=-49\\ 11b-11a=-33\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-1\end{cases}$$

Ta có: $M(8;4;6); N(10;7;3)$ và $\overrightarrow{MN} = (2;3;-3)$.

Phương trình đường thẳng d qua $M(8;4;6)$ nhận $\overrightarrow{MN} = (2;3;-3)$ làm một vec tơ chỉ phương là: $\frac{x-8}{2} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{-3}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $y = g(x) = f(\alpha x^2) - x$ với $\alpha > 0$. Gọi m và n lần lượt là số điểm cực trị tối đa, số điểm cực trị tối thiểu của hàm số $y = g(x)$. Tính $m + n$.



A. 10. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

$g'(x) = 2\alpha x f'(\alpha x^2) - 1$.

Với $x = 0$ ta có $g'(0) = -1 \neq 0$.

Với $x \neq 0$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(\alpha x^2) = \frac{1}{2\alpha x}$. (1)

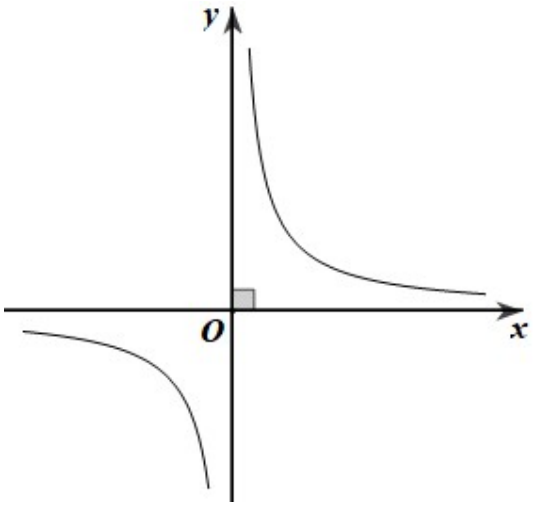
+) Xét hàm số $y = h(x) = f'(\alpha x^2)$ với $\alpha > 0$. Đặt $u(x) = \alpha x^2$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, gọi hai điểm cực trị hàm số là $x = a, x = b$ với $b > a > 0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$u(x)=\alpha x^2$	$+\infty$	b	a	0	a	b	$+\infty$
$f'(u)$	$+\infty$ ↘	$f'(b)<0$ ↗	$f'(a)>0$ ↘	$f'(0)<0$	↗ $f'(a)>0$ ↘	$f'(b)<0$ ↗	$+\infty$

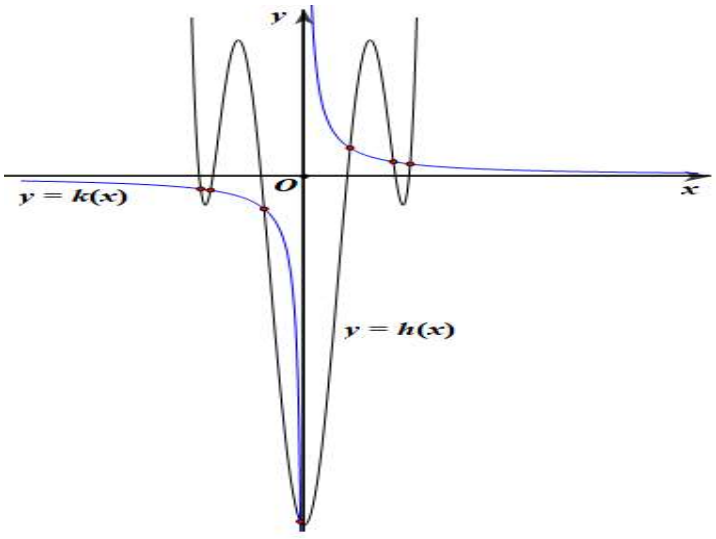
+) Đồ thị hàm số $y=k(x)=\dfrac{1}{2\alpha x}$ với $\alpha>0$ có dạng



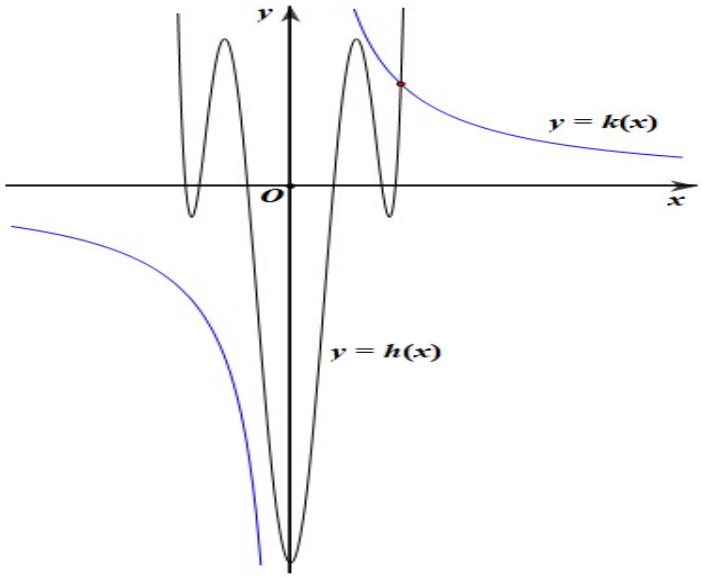
Dựa vào bảng biến thiên của hàm $h(x)=f'\left(\alpha x^2\right)$ và dạng đồ thị của hàm $y=\dfrac{1}{2\alpha x}$ ta được:

Đồ thị hàm số $y=k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tối đa 7 điểm và tối thiểu là 1 điểm.

Hình minh họa đồ thị hàm số $y=k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 7 điểm:



Hình minh họa đồ thị hàm số $y=k(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại 1 điểm:



Suy ra phương trình (1) có tối đa 7 và có tối thiểu 1 nghiệm đơn phân biệt.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có tối đa 7 cực trị và tối thiểu 1 cực trị.

Suy ra $m=7, n=1$ và $m+n=8$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$?

A. 2019 **B.** 0 **C.** 2020 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:

$\log_4(512x+768)+2x-1=2y+16^y$

$\Leftrightarrow \log_4 256(2x+3)+2x-1=2y+4^{2y}$

$\Leftrightarrow \log_4(2x+3)+(2x+3)=2y+4^{2y}$.

Xét hàm số $f(t)=t+4^t$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(t)=1+4^t\ln 4>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $\log_4(2x+3)=2y\Leftrightarrow 2x+3=16^y\Leftrightarrow x=\dfrac{16^y-3}{2}$.

Vì: $0\le x\le 2020\Leftrightarrow 0\le\dfrac{16^y-3}{2}\le 2020\Leftrightarrow 3\le 16^y\le 4043\Leftrightarrow \log_{16}3\le y\le\log_{16}4043$.

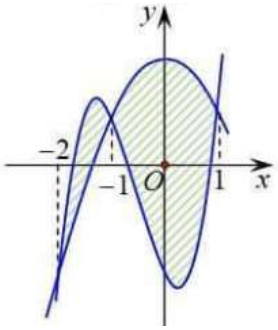
Mà $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2\}$.

Với $y=1\Rightarrow x=\dfrac{13}{2}(l)$.

Với $y=2\Rightarrow x=\dfrac{253}{2}(l)$.

Vậy không có cặp số $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-2$ và $g(x)=dx^2+ex+2$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị có diện tích bằng ?



A. $\frac{37}{6}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{37}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Xét phương trình $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-4=0$ có 3 nghiệm $x_1;x_2;x_3$ lần lượt là $-2;-1;1$.

Áp dụng định lý $Vi-et$ cho phương trình bậc 3 ta được:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b-d}{a}=-2 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=\dfrac{c-e}{a}=-1 \\ x_1x_2x_3=\dfrac{4}{a}=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=2 \\ c-e=-2 \\ b-d=4 \end{cases}$$. Suy ra $f(x)-g(x)=2x^3+4x^2-2x-4$

Diện tích hình phẳng: $\int_{-2}^{-1}(2x^3+4x^2-2x-4)dx-\int_{-1}^{1}(2x^3+4x^2-2x-4)dx=\frac{37}{6}$.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

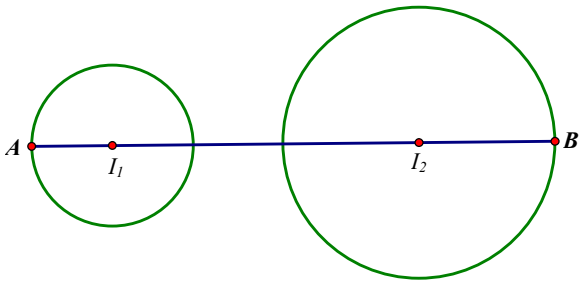
A. $\sqrt{313}+16$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+8$. **D.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $|z_1-3i+5|=2\Leftrightarrow|2iz_1+6+10i|=4$ (1); $|iz_2-1+2i|=4\Leftrightarrow|(-3z_2)-6-3i|=12$ (2).

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$. Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6;-10)$ và bán kính $R_1=4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6;3)$ và bán kính $R_2=12$.



Ta có $T=\left|2iz_1+3z_2\right|=AB\le I_1I_2+R_1+R_2=\sqrt{12^2+13^2}+4+12=\sqrt{313}+16$.

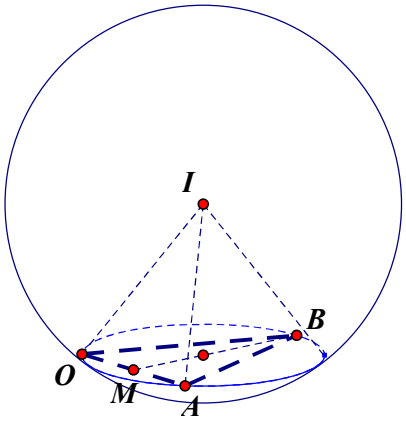
Vậy $\max T=\sqrt{313}+16$.

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và điểm $A(2;2;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (OAB), biết rằng điểm B thuộc mặt cầu (S), có hoành độ dương và tam giác OAB đều.

A. $x-y-z=0$. **B.** $x-y+z=0$. **C.** $x-y-2z=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi điểm $B(x;y;z)$, với $x>0$. Ta có $B\in(S)$ (1)

Ta thấy O và A cũng nằm trên mặt cầu (S).

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn OA. Suy ra $(\alpha):x+y-2=0$.

Do OAB là tam giác đều nên $B\in(\alpha)$ (2).

Mà $OA=OB\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=8$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ

$$\begin{cases}x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0\\x+y-2=0\\x^2+y^2+z^2=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8-2(x+y)-2z=0\\x+y=2\\x^2+y^2+z^2=8\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}z=2\\x+y=2\\x^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z=2\\x=2\\y=0\end{cases}\Rightarrow B(2;0;2)\ (\text{do } x>0).$$

Suy ra $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=4(1;-1;-1)$

Mặt phẳng (OAB) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;-1)$ nên có phương trình là $x-y-z=0$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 04

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

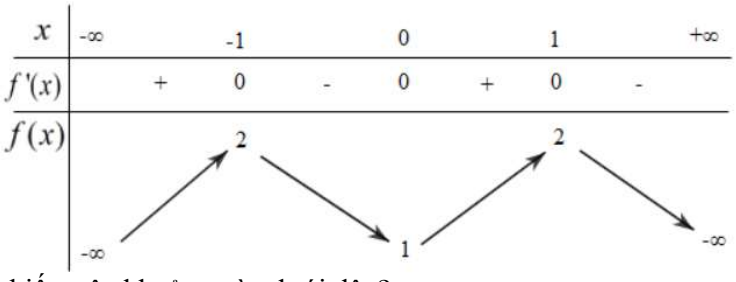
Câu 1. Bạn Long có 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau. Hỏi Long có bao nhiêu cách chọn một bộ gồm một áo và một quần?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 20.

Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_2 = 2$ và $u_7 = -64$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

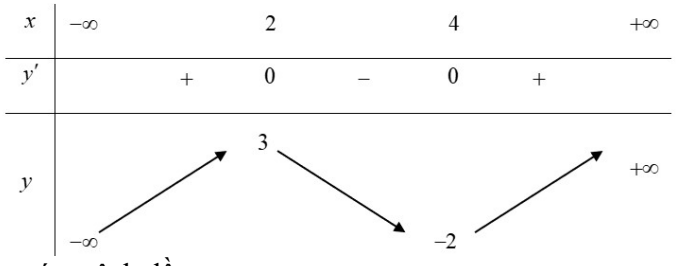
Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ bên:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

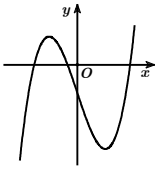
Hàm số đã cho có nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+2}{2x+3}$ là

A. $y = \dfrac{2}{3}$. **B.** $y = -\dfrac{3}{2}$. **C.** $y = -\dfrac{2}{3}$. **D.** $y = \dfrac{3}{2}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 8x^2 + x + 20$ và đồ thị hàm số

$y = -x^3 + 7x^2 - x - 15$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. Đồ thị của hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 10. Hàm số $f(x) = 2^{2x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = (2x-2).2^{2x-x^2}.\ln 2$. **B.** $f'(x) = \dfrac{(2x-2).2^{2x-x^2}}{\ln 2}$.

C. $f'(x) = (1-x).2^{1+2x-x^2}.\ln 2$. **D.** $f'(x) = \dfrac{(1-x).2^{2x-x^2}}{\ln 2}$.

Câu 11. Cho $x > 0$. Biểu thức $P = x\sqrt[5]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{7}{5}}$. **B.** $x^{\frac{6}{5}}$. **C.** $x^{\frac{1}{5}}$. **D.** $x^{\frac{4}{5}}$.

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4} = \dfrac{1}{16}$ là

A. $\{-2;2\}$. **B.** $\{-1;1\}$. **C.** $\{2;4\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_{0,4}(x-3) + 2 = 0$ là

A. vô nghiệm. **B.** $x > 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \dfrac{37}{4}$.

Câu 14. Hàm số $f(x) = x^4 - 3x^2$ có họ nguyên hàm là

A. $F(x) = x^3 - 6x + C$ **B.** $F(x) = x^5 + x^3 + C$

C. $F(x) = \dfrac{x^5}{5} - x^3 + 1 + C$ **D.** $F(x) = \dfrac{x^5}{5} + x^3 + C$

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

A. $F(x) = e^{2x} + C$ **B.** $F(x) = e^{3x} + C$ **C.** $F(x) = 2e^{2x} + C$ **D.** $F(x) = \dfrac{1}{2}e^{2x} + C$

Câu 16. Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ và $\int_{-2}^{4} f(t)\,\mathrm{d}t = -4$. Tính $I = \int_{2}^{4} f(y)\,\mathrm{d}y$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = -5$.

Câu 17. Giá trị của $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

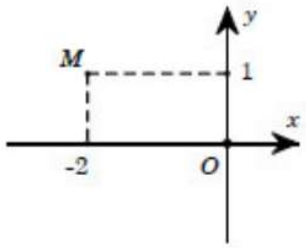
Câu 18. Cho số phức $z = -12 + 5i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 13. **B.** 119. **C.** 17. **D.** -7.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $2 - 11i$. **B.** $3 + 9i$. **C.** $3 - 9i$. **D.** $2 + 11i$.

Câu 20. Số phức nào có biểu diễn hình học là điểm M trong hình vẽ dưới đây?



A. $z=-2+i$. **B.** $z=1-2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=-1+2i$.

Câu 21. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{2}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Câu 22. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** πrl.

Câu 23. Cho khối cầu có bán kính $R=3$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 36π. **D.** 144π.

Câu 24. Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;2;0), C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Tọa độ trung điểm I của MN là

A. $I(1;-1;2)$. **B.** $I(1;1;0)$. **C.** $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $I(1;1;1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. 42π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 12π.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(3;-1;0)$. Phương trình nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy).

A. $\begin{cases}x=0\\y=-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 13 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

A. $\frac{5}{26}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $\frac{7}{13}$. **D.** $\frac{7}{26}$.

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-2}{x-5}$. **B.** $y=x^2+2x+3$. **C.** $y=-x^3+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-4$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+3m$ bằng

A. 21. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+1}<32$ là

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **D.** $\left(-\infty;2\right)$.

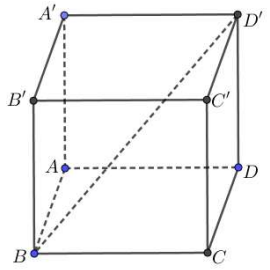
Câu 33. Nếu $\int\limits_{-1}^{4}\left[5f\left(x\right)-3\right]dx=5$ thì $\int\limits_{-1}^{4}f\left(x\right)dx$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{14}{5}$.

Câu 34. Cho số phức $z=\left(1+2i\right)\left(3-i\right)$. Tính $\left|\overline{z}+3-i\right|$.

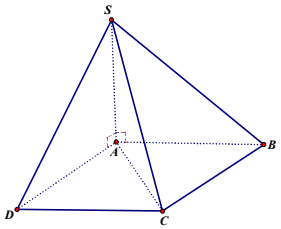
A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho hình hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên dưới). Tính côsin của góc giữa đường thẳng BD' và đáy $\left(ABCD\right)$



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết SA vuông góc với đáy và $\frac{SB}{\sqrt{2}}=\frac{SC}{\sqrt{3}}=a$. Tính giá trị tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.



A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y-z+5=0$. Phương trình mặt cầu có tâm $I\left(-1;1;-2\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-2\right)^2=1.$ **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-2\right)^2=9.$

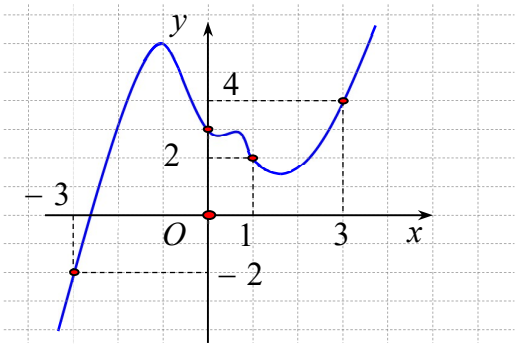
C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=9.$ **D.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=1.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua hai điểm $A\left(-3;2;1\right),B\left(4;1;0\right)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+3}{7}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{-1}.$ **B.** $\frac{x-3}{7}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{-1}.$

C. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{1}.$ **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{1}.$

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g\left(x\right)=2f\left(x\right)-\left(x+1\right)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{\left[-3;3\right]}g\left(x\right)=g\left(1\right)$. **B.** $\max\limits_{\left[-3;3\right]}g\left(x\right)=g\left(1\right)$.

C. $\max\limits_{\left[-3;3\right]}g\left(x\right)=g\left(3\right)$. **D.** Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)$ trên $\left[-3;3\right]$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $\log\left(2x+2^y\right)\le 1$

A. 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$, $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1}f\left(\left|2x+1\right|\right)\mathrm{d}x$

A. $I=3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=6$. **D.** $I=4$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left(1+i\right)z+\overline{z}$ là số thuần ảo và $\left|z-2i\right|=1$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 43. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là :

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44. Người ta muốn làm bao bìa cho que kem ốc quế bằng cách cắt đi một phần hình quạt của một mảnh giấy hình tròn có bán kính bằng $R=10$ và gấp phần còn lại thành hình nón. Nếu tất cả kem tan chảy vào phần ốc quế hình nón thì lượng kem chiếm 80% thể tích. Hỏi chiều dài cung tròn được xếp làm hình nón có độ dài nằm trong khoảng nào sau đây?

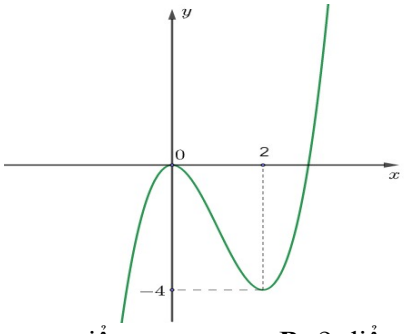
A. $\left(84;86\right)$. **B.** $\left(79;83\right)$. **C.** $\left(76;78\right)$. **D.** $\left(90;92\right)$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$, $A\left(2;4;4\right)$ và hai mặt phẳng $\left(P\right):x+y-2z+1=0$, $\left(Q\right):x-2y-z+4=0$. Đường thẳng d qua M cắt $\left(P\right)$, $\left(Q\right)$ lần lượt tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM là đường trung tuyến có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ sau. Hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(f\left(x\right)\right)+1202$ có

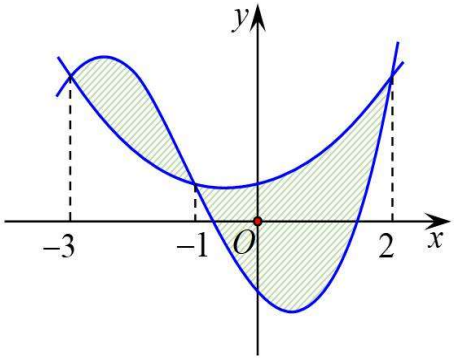


A. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **B.** 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **D.** 1 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3\left(x+y\right)=\log_4\left(x^2+y^2\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 48. Cho hai hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g\left(x\right)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{125}{12}$. **C.** $\frac{253}{48}$. **D.** $\frac{125}{48}$.

Câu 49. Cho z và ω là các số phức thỏa mãn các điều kiện $z\left(\omega+1\right)+i\omega-1=0,\left|\omega+2\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\left|z-1-3i\right|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ tâm $I\left(1;2;3\right)$ bán kính $R=3$ và hai điểm $M\left(2;0;0\right)$, $N\left(0;1;0\right)$. $\left(\alpha\right):x+by+cz+d=0$ là mặt phẳng qua MN và cắt $\left(S\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Tính $T=b+c+d$.

A. -1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 04

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.A	5.D	6.D	7.D	8.D	9.B	10.C
11.B	12.D	13.D	14.C	15.D	16.D	17.B	18.B	19.D	20.A
21.A	22.D	23.C	24.D	25.D	26.B	27.A	28.C	29.D	30.C
31.D	32.A	33.A	34.B	35.C	36.B	37.D	38.A	39.B	40.D
41.B	42.A	43.B	44.B	45.D	46.C	47.B	48.C	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Bạn Long có 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau. Hỏi Long có bao nhiêu cách chọn một bộ gồm một áo và một quần?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo quy tắc nhân, ta có số cách chọn ra một bộ quần áo từ 5 áo màu khác nhau và 4 quần kiểu khác nhau là $5.4=20$ cách chọn.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=2$ và $u_7=-64$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

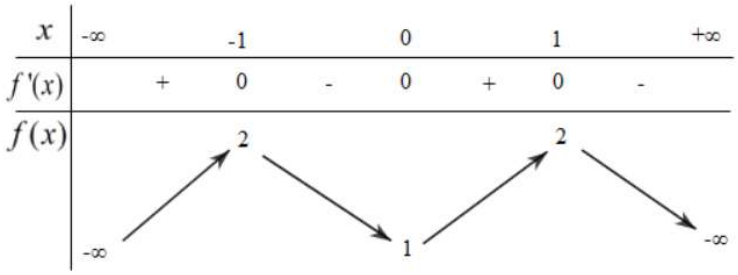
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $u_7=u_2.q^5 \Rightarrow q=\sqrt[5]{\frac{u_7}{u_2}}=-2$.

Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng $u_1=\frac{u_2}{q}=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, có $f'(x)<0, \forall x \in (1;+\infty)$

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ bên:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có nhiêu điểm cực trị?

A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0. Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{2x+3}$ là

A. $y=\dfrac{2}{3}$.
B. $y=-\dfrac{3}{2}$.
C. $y=-\dfrac{2}{3}$.
D. $y=\dfrac{3}{2}$.

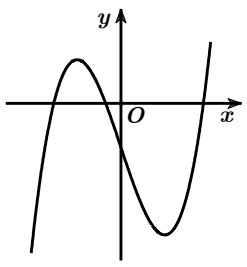
Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+2}{2x+3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{2+\dfrac{3}{x}}=\dfrac{3}{2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=\dfrac{3}{2}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$.
B. $y=x^4-2x^2-1$.
C. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.
D. $y=x^3-3x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.
+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^3-3x-1$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+x+20$ và đồ thị hàm số $y=-x^3+7x^2-x-15$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số là

$$x^3-8x^2+x+20=-x^3+7x^2-x-15$$
$$\Leftrightarrow 2x^3-15x^2+2x+35=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1+\sqrt{41}}{4} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{41}}{4} \\ x=7 \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 3.

Câu 9. Cho hàm số $y=\log_{\sqrt{5}} x$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.

B. Hàm số đã cho có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

C. Đồ thị của hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.

D. Đồ thị đã cho không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\log_a x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$ nên lựa chọn B sai.

Câu 10. Hàm số $f(x)=2^{2x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=(2x-2).2^{2x-x^2}.\ln 2$. **B.** $f'(x)=\dfrac{(2x-2).2^{2x-x^2}}{\ln 2}$.

C. $f'(x)=(1-x).2^{1+2x-x^2}.\ln 2$. **D.** $f'(x)=\dfrac{(1-x).2^{2x-x^2}}{\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

$$f(x)=2^{2x-x^2} \Rightarrow f'(x)=2^{2x-x^2}.\ln 2.\left(2x-x^2\right)'=2^{2x-x^2}.\ln 2.(2-2x)=(1-x).2^{1+2x-x^2}.\ln 2.$$

Câu 11. Cho $x>0$. Biểu thức $P=x\sqrt[5]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{7}{5}}$. **B.** $x^{\frac{6}{5}}$. **C.** $x^{\frac{1}{5}}$. **D.** $x^{\frac{4}{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $x>0$ ta có: $P=x\sqrt[5]{x}=x.x^{\frac{1}{5}}=x^{1+\frac{1}{5}}=x^{\frac{6}{5}}$, chọn **B.**

Câu 12. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{16}$ là

A. $\{-2;2\}$. **B.** $\{-1;1\}$. **C.** $\{2;4\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{16}\Leftrightarrow 2^{x^2-x-4}=2^{-4}\Leftrightarrow x^2-x-4=-4\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm phương trình là $S=\{0;1\}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_{0,4}(x-3)+2=0$ là

A. vô nghiệm. **B.** $x>3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{37}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\log_{0,4}(x-3)+2=0\Leftrightarrow\log_{0,4}(x-3)=-2\Leftrightarrow x-3=0,4^{-2}\Leftrightarrow x=\frac{37}{4}$.

Câu 14. Hàm số $f(x)=x^4-3x^2$ có họ nguyên hàm là

A. $F(x)=x^3-6x+C$ **B.** $F(x)=x^5+x^3+C$

C. $F(x)=\frac{x^5}{5}-x^3+1+C$ **D.** $F(x)=\frac{x^5}{5}+x^3+C$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\int\left(x^4-3x^2\right)dx=\frac{x^5}{5}-x^3+C$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ là

A. $F(x)=e^{2x}+C$ **B.** $F(x)=e^{3x}+C$

C. $F(x)=2e^{2x}+C$ **D.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+C$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 16. Cho $\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_{-2}^{4}f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $I=\int_{2}^{4}f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=5$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-3$. **D.** $I=-5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do tích phân không phụ thuộc vào biến số nên $\int_{-2}^{4}f(t)\mathrm{d}t=\int_{-2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=-4$.

Ta có $I=\int_{2}^{4}f(y)\mathrm{d}y=\int_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{4}f(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-4-1=-5$.

Câu 17. Giá trị của $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$

Câu 18. Cho số phức $z = -12 + 5i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 13. **B.** 119. **C.** 17. **D.** -7.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $|\bar{z}| = |z| = \sqrt{(-12)^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

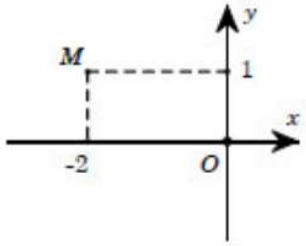
A. $2 - 11i$. **B.** $3 + 9i$. **C.** $3 - 9i$. **D.** $2 + 11i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z_1.z_2 = (3 + 4i)(2 + i) = 6 + 3i + 8i + 4i^2 = 6 + 3i + 8i - 4 = 2 + 11i$.

Câu 20. Số phức nào có biểu diễn hình học là điểm M trong hình vẽ dưới đây?



A. $z = -2 + i$. **B.** $z = 1 - 2i$. **C.** $z = 2 - i$. **D.** $z = -1 + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điểm $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = -2 + i$.

Câu 21. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{2}Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** $3Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h được tính theo công thức $V = Bh$.

Câu 22. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi rl$. **D.** πrl.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 23. Cho khối cầu có bán kính $R=3$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 36π. **D.** 144π.

Chọn C

Thể tích của khối cầu được tính theo công thức $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 24. Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ được tính theo công thức $V=\pi r^2h$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0),B(0;2;0),C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CD. Tọa độ trung điểm I của MN là

A. $I(1;-1;2)$. **B.** $I(1;1;0)$. **C.** $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $I(1;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Ta có M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên $M(1;1;0),N(1;1;2)$, từ đó suy ra trung điểm của MN là $I(1;1;1)$.

Cách 2: Từ giả thiết suy ra I là trọng tâm tứ diện.Vậy $I(1;1;1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. 42π. **B.** 36π. **C.** 9π. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2+3^2-5}=3$.

Diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=4\pi 3^2=36\pi$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5)$. **B.** $M(3;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;5)$. **D.** $M(0;2;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;-3)$, $B(3;-1;0)$. Phương trình nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của đường thẳng AB trên mặt phẳng (Oxy).

A. $\begin{cases}x=0\\y=-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=0\\z=-3+3t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dễ thấy $B(3;-1;0)\in(Oxy)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy), ta có $A'(1;0;0)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A', B nên có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{A'B}=(2;-1;0)$. Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=0\end{cases}$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên hai số trong 13 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

A. $\frac{5}{26}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $\frac{7}{13}$. **D.** $\frac{7}{26}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trong 13 số nguyên dương đầu tiên có 7 số lẻ và 6 số chẵn. Do đó xác suất cần tìm là $\frac{C_7^2}{C_{13}^2}=\frac{7}{26}$.

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-2}{x-5}$. **B.** $y=x^2+2x+3$. **C.** $y=-x^3+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=-x^3+1\Rightarrow y'=-3x^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x^2-4$ trên đoạn $[-1;2]$. Tổng $M+3m$ bằng

A. 21. **B.** 15. **C.** 12. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (t/m)\\x=-2\ (l)\end{array}\right.$

Ta có: $f(0)=-4; f(-1)=-2; f(2)=16$

Suy ra: $M=\underset{[-1;2]}{Max}\,f(x)=f(2)=16; m=\underset{[-1;2]}{Min}\,f(x)=f(0)=-4$

$\Rightarrow M+3m=4$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+1}<32$ là

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **C.** $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2+1}<32\Leftrightarrow 2^{x^2+1}<2^5\Leftrightarrow x^2+1<5\Leftrightarrow x^2<4\Leftrightarrow -2<x<2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;2)$.

Câu 33. Nếu $\int_{-1}^{4}\left[5f(x)-3\right]dx=5$ thì $\int_{-1}^{4}f(x)dx$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{14}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-1}^{4}\left[5f(x)-3\right]dx=5\int_{-1}^{4}f(x)dx-3x\Big|_{-1}^{4}=5\int_{-1}^{4}f(x)dx-15$

$\Rightarrow\int_{-1}^{4}\left[5f(x)-3\right]dx=5\Leftrightarrow 5\int_{-1}^{4}f(x)dx-15=5\Leftrightarrow\int_{-1}^{4}f(x)dx=4$

Câu 34. Cho số phức $z=(1+2i)(3-i)$. Tính $|\overline{z}+3-i|$.

A. $\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

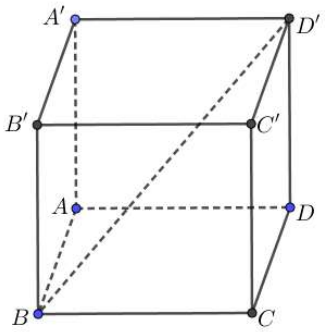
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z=(1+2i)(3-i)=5+5i\Rightarrow\overline{z}=5-5i$.

Từ đó ta được $|\overline{z}+3-i|=|5-5i+3-i|=|8-6i|=10$.

Câu 35. Cho hình hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là $a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên dưới). Tính côsin của góc giữa đường thẳng BD' và đáy $(ABCD)$



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

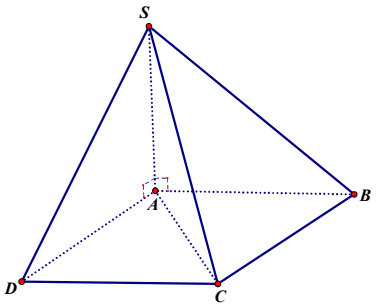
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có BD là hình chiếu của BD' lên $(ABCD)$.

$\Rightarrow\widehat{(BD',(ABCD))}=\widehat{(BD',BD)}=\widehat{DBD'}\Rightarrow\cos\widehat{(BD',(ABCD))}=\cos\widehat{DBD'}=\frac{BD}{BD'}=\frac{a\sqrt{6}}{3a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết SA vuông góc với đáy và $\frac{SB}{\sqrt{2}}=\frac{SC}{\sqrt{3}}=a$. Tính giá trị tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$.



A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Góc giữa đường thẳng SC và $ABCD$ là góc $\alpha = \widehat{SCA}$

Đặt cạnh hình vuông là $x \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$. Áp dụng định lý Pi-ta-go cho các tam giác vuông ΔSAB và ΔSAC ta có: $SA^2 = SB^2 - AB^2 = SC^2 - AC^2 \Leftrightarrow 2a^2 - x^2 = 3a^2 - 2x^2 \Leftrightarrow x = a.$

Do vậy $AC = a\sqrt{2}; SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a \Rightarrow \tan\alpha = \frac{SA}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 5 = 0$. Phương trình mặt cầu có tâm $I(-1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1.$ **B.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9.$ **D.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Do mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow R = d(I,(P)) = \frac{|-2-2+2+5|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 1.$

$\Rightarrow (S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-3;2;1), B(4;1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+3}{7} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}.$ **B.** $\frac{x-3}{7} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-1}.$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{1}.$ **D.** $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{1}.$

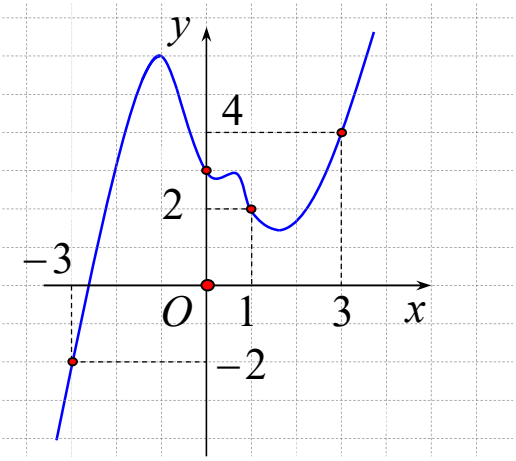
Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $A(-3;2;1)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (7;-1;-1).$

$\Rightarrow (d): \frac{x+3}{7} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}.$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

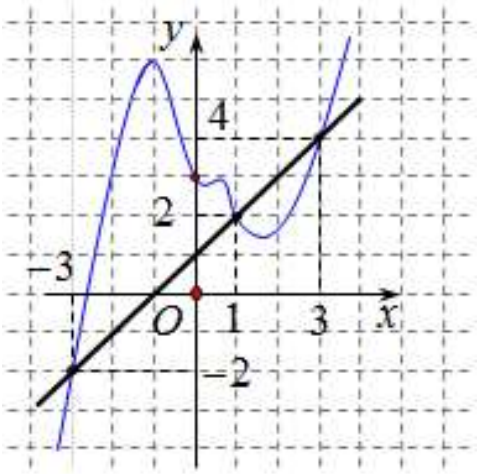
A. $\min\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(3)$. **D.** Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên $[-3;3]$.

Lời giải

Chọn B

$g'(x)=2f'(x)-2(x+1)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1(*)$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại ba điểm lần lượt có hoành độ là: $-3;1;3$. Do đó phương trình $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$

t	-3		1		3
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-3)$	↗	$g(1)$	↘	$g(3)$

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $\log\left(2x+2^y\right)\le 1$

A. 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\log\left(2x+2^y\right)\le 1\Leftrightarrow\begin{cases}2x+2^y>0\\2x+2^y\le 10\end{cases}\Leftrightarrow 2x+2^y\le 10$ (vì $(x;y)$ nguyên dương).

$(x;y)$ nguyên dương nên $2x+2^y\le 10\Rightarrow 2^y\le 8\Rightarrow 1\le y\le 3$.

Với $y=1\Rightarrow 2x\le 8\Rightarrow x\le 4\Rightarrow x\in\{1;2;3;4\}$ có 4 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2\Rightarrow 2x\le 6\Rightarrow x\le 3\Rightarrow x\in\{1;2;3\}$ có 3 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=3\Rightarrow 2x\le 2\Rightarrow x\le 1\Rightarrow x=1$ có 1 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 8 cặp $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$, $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $I=\int\limits_{-1}^1 f\left(|2x+1|\right)\mathrm{d}x$

A. $I=3$. **B.** $I=5$. **C.** $I=6$. **D.** $I=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $u=2x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}u$. Khi $x=-1$ thì $u=-1$. Khi $x=1$ thì $u=3$.

Nên $I=\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^3 f\left(|u|\right)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^0 f\left(|u|\right)\mathrm{d}u+\int\limits_0^3 f\left(|u|\right)\mathrm{d}u\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^0 f(-u)\mathrm{d}u+\int\limits_0^3 f(u)\mathrm{d}u\right)$.

Xét $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$. Đặt $x=-u\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}u$.

Khi $x=0$ thì $u=0$. Khi $x=1$ thì $u=-1$.

Nên $4=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^{-1} f(-u)\mathrm{d}u=\int\limits_{-1}^0 f(-u)\mathrm{d}u$.

Ta có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6\Rightarrow\int\limits_0^3 f(u)\mathrm{d}u=6$.

Nên $I=\dfrac{1}{2}\left(\int\limits_{-1}^0 f(-u)\mathrm{d}u+\int\limits_0^3 f(u)\mathrm{d}u\right)=\dfrac{1}{2}(4+6)=5$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+\bar{z}$ là số thuần ảo và $|z-2i|=1$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ ta có : $(1+i)z+\bar{z}=(1+i)(a+bi)+a-bi=2a-b+ai$.

Mà $(1+i)z+\bar{z}$ là số thuần ảo nên $2a-b=0\Leftrightarrow b=2a$.

Mặt khác $|z-2i|=1$ nên $a^2+(b-2)^2=1$

$\Leftrightarrow a^2+(2a-2)^2=1$

$\Leftrightarrow 5a^2-8a+3=0$

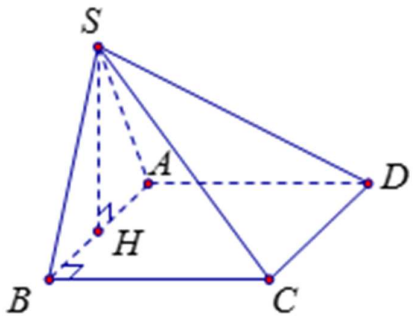
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1\Rightarrow b=2 \\ a=\dfrac{3}{5}\Rightarrow b=\dfrac{6}{5}\cdot \end{array}\right.$

Vậy có 2 số phức thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là :

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải



Gọi H là trung điểm của AB.

Theo bài tam giác SAB cân tại S nên ta có $SH\perp AB$.

Ta có : $\begin{cases} (SAB)\cap(ABCD)=AB \\ SH\subset(SAB) \\ SH\perp AB \end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD).$

Xét tam giác BHC vuông tại B có :

$$HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}.$$

Xét tam giác SHC vuông tại H có :

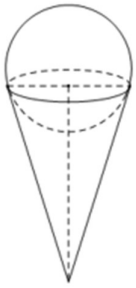
$$SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{4a^2-\left(\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\left(a\sqrt{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 44. Người ta muốn làm bao bìa cho que kem ốc quế bằng cách cắt đi một phần hình quạt của một mảnh giấy hình tròn có bán kính bằng $R=10$ và gấp phần còn lại thành hình nón. Nếu tất cả kem tan chảy vào phần ốc quế hình nón thì lượng kem chiếm 80% thể tích. Hỏi chiều dài cung tròn được xếp làm hình nón có độ dài nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(84;86)$. **B.** $(79;83)$. **C.** $(76;78)$. **D.** $(90;92)$

Hướng dẫn giải



Gọi x là chiều dài cung tròn được xếp làm hình nón. Như vậy, bán kính R của hình tròn sẽ là đường sinh của hình nón và đường tròn đáy của hình nón sẽ có độ dài là x. Bán kính r của đáy được xác định bởi đẳng thức $2\pi r=x\Leftrightarrow r=\frac{x}{2\pi}$.

Chiều cao của hình nón là $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{x}{4\pi^2}^2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{R^2-\frac{x}{4\pi^2}^2}$.

Thể tích của phần kem hình cầu là: $V_{kem}=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Theo giả thiết ta có

$$V_{kem}=\frac{4}{5}V\Leftrightarrow\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{5}.\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{R^2-\frac{x}{4\pi^2}^2}$$
$$\Leftrightarrow 5r=\sqrt{R^2-\frac{x}{4\pi^2}^2}$$
$$\Leftrightarrow\frac{5x}{2\pi}=\sqrt{R^2-\frac{x}{4\pi^2}^2}$$
$$\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{26}\pi R}{2}\Rightarrow x=5\pi\sqrt{26}$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y-2z+1=0$, $(Q):x-2y-z+4=0$. Đường thẳng d qua M cắt (P), (Q) lần lượt

tại B, C sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM là đường trung tuyến có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $B(a;b;c)$

Do AM là đường trung tuyến của tam giác ABC nên M là trung điểm BC, suy ra $C(2-a;4-b;6-c)$.

Vì B, C lần lượt thuộc (P), (Q) nên ta có: $\begin{cases}a+b-2c+1=0\\-a+2b+c-8=0\end{cases}$ (1)

$\overrightarrow{AM}=(-1;-2;-1)$, $\overrightarrow{BC}=(2-2a;4-2b;6-2c)$

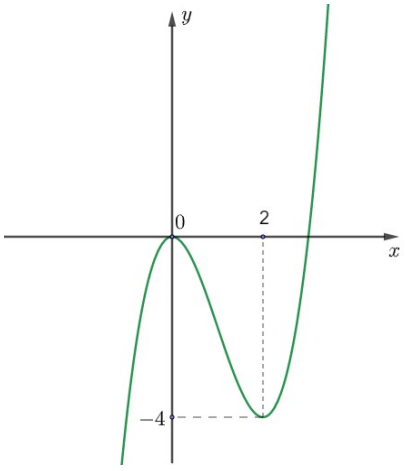
Do tam giác ABC cân tại A, ta có: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow a+2b+c-8=0$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}a+b-2c+1=0\\-a+2b+c-8=0\\a+2b+c-8=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=3\\c=2\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{BC}=(2;-2;2).$$

Đường thẳng d qua $M(1;2;3)$ nhận $\vec{u}=(1;-1;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ sau. Hàm số $y=g(x)=f(f(x))+1202$ có

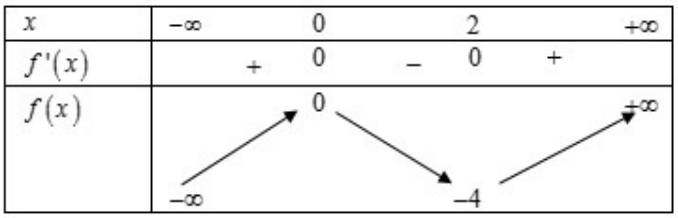


A. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **B.** 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **D.** 1 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ có dạng:



Xét $g(x)=f\left(f(x)\right)+1202$.

Suy ra $g'(x)=f'(x).f'\left(f(x)\right)$.

Với $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f'\left(f(x)\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ f(x)=0 \\ f(x)=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=c>2 \\ x=a>c>2 \end{array}\right.$.

Với $x=0$ là nghiệm bội 3.

Với $x<0, f'(x)>0$.

Với $0<x<2$ thì $f'(x)<0$.

Với $x>2, f'(x)>0$.

Với $x<0$ thì $f(x)<0$, suy ra $f'\left(f(x)\right)>0$.

Với $0<x<c$ thì $f(x)<0$ suy ra $f'\left(f(x)\right)>0$.

Với $c<x<a$ thì $0<f(x)<2$ suy ra $f'\left(f(x)\right)<0$.

Với $x>a$ thì $f(x)>2$ suy ra $f'\left(f(x)\right)>0$.

Nên, ta có bảng biến thiên hàm số $y=g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		c		a		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f'(f(x))$		$+$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	CĐ	↘	CT	↗	CĐ	↘	CT	↗	$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $\log_3(x+y)=\log_4(x^2+y^2)=t$. Điều kiện: $x+y>0$.

Suy ra $\begin{cases}x+y=3^t\\x^2+y^2=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3^t\\(x+y)^2-2xy=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3^t\\xy=\dfrac{9^t-4^t}{2}\end{cases}$ nên $S=3^t$ và $P=\dfrac{9^t-4^t}{2}$.

Để tồn tại x,y thì $S^2\ge 4P\Leftrightarrow(x+y)^2\ge 4xy$ nên $9^t\ge 4\left(\dfrac{9^t-4^t}{2}\right)\Leftrightarrow 9^t\le 2.4^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{9}{4}\right)^t\le 2$.

Khi đó $t\le\log_{\frac{9}{4}}2$.

Ta có: $\log_4(x^2+y^2)=t\le\log_{\frac{9}{4}}2\Leftrightarrow x^2+y^2\le 4^{\log_{\frac{9}{4}}2}\approx 3,27$.

Mặt khác x là số nguyên nên $x=-1;x=0,x=1$.

Thử lại:

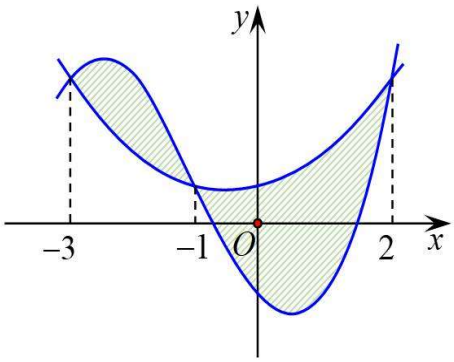
Với $x=-1$ ta có $\begin{cases}y=3^t+1\\y^2+1=4^t\ge 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t\ge 0\\y\ge 2\end{cases}\Rightarrow x^2+y^2\ge 5$. Suy ra loại $x=-1$.

Với $x=0$ ta có $\begin{cases}y=3^t\\y^2=4^t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\y=1\end{cases}$. Suy ra nhận $x=0$.

Với $x=1$ ta có $\begin{cases}y=3^t-1\\y^2=4^t-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\y=0\end{cases}$. Suy ra nhận $x=1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của x thỏa yêu cầu bài toán là $x=0$ và $x=1$.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\dfrac{1}{2}$ với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3;-1;2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{125}{12}$. **C.** $\frac{253}{48}$. **D.** $\frac{125}{48}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Theo giả thiết hai đồ thị hàm số cắt nhau tại các điểm $-3;1;2$ nên ta có:

$$\begin{cases} -27a+9b-3c-1=9d-3e+\frac{1}{2} \\ -a+b-c-1=d-e+\frac{1}{2} \\ 8a+4b+2c-1=4d+2e+\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -27a+9(b-d)-3(c-e)-\frac{3}{2}=0 \\ -a+(b-d)-(c-e)-\frac{3}{2}=0 \\ 8a+4(b-d)+2(c-e)-\frac{3}{2}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b-d=\frac{1}{2} \\ c-e=-\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy diện tích cần tính là:

$$S=\left|\int_{-3}^{-1}\left[ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}\right]dx\right|+\left|\int_{-1}^{2}\left[ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}\right]dx\right|$$

$$=\left|\frac{1}{4}.(-20)+\frac{1}{2}.\frac{26}{3}-\frac{5}{4}(-4)-\frac{3}{2}.2\right|+\left|\frac{1}{4}.\frac{15}{4}+\frac{1}{2}.3-\frac{5}{4}.\frac{3}{2}-\frac{3}{2}.3\right|=\frac{4}{3}+\frac{63}{16}=\frac{253}{48}$$

Cách 2.

Ta có: $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow a(x+3)(x-2)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow (x^2+4x+3)(x-2)=0\Leftrightarrow x^3+2x^2-5x-6=0$

Đồng nhất hệ số với phương trình $ax^3+(b-d)x^2+(c-e)x-\frac{3}{2}=0$ ta có: $\frac{a}{1}=\frac{-\frac{3}{2}}{-6}\Rightarrow a=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow f(x)-g(x)=\frac{1}{4}(x^3+2x^2-5x-6)$

Do đó $S=\int_{-3}^{2}\left|\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|dx=\frac{253}{48}$.

Câu 49. Cho z và ω là các số phức thỏa mãn các điều kiện $z(\omega+1)+i\omega-1=0, |\omega+2|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-1-3i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả thuyết $z(\omega+1)+i\omega-1=0\Leftrightarrow\omega=\dfrac{1-z}{i+z}$

Từ $|\omega+2|=1$ ta có $\left|\dfrac{1-z}{i+z}+2\right|=1\Leftrightarrow|z+2i+1|=|z+i|$

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ ta có $|x+yi+2i+1|=|x+yi+i|$

$\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+2)^2=(y+1)^2+x^2\Leftrightarrow y=-x-2$

Khi đó $T=|x+yi-1-3i|=\sqrt{(x-1)^2+(y-3)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(x+5)^2}$

$=\sqrt{2x^2+8x+26}=\sqrt{2(x+2)^2+18}\geq3\sqrt{2}$.

Vậy $T_{\min}=3\sqrt{2}$, dấu bằng xảy ra $x=-2;y=0$, hay $z=-2$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ bán kính $R=3$ và hai điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$. $(\alpha):x+by+cz+d=0$ là mặt phẳng qua MN và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Tính $T=b+c+d$.

A. -1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Nhận xét: $\overrightarrow{IM}(1;-2;-3);\overrightarrow{IN}(-1;-1;-3)$ nên 3 điểm I,M,N không thẳng hàng. Mặt phẳng qua MN cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính lớn nhất khi mặt phẳng đi qua tâm I.

+ Thế lần lượt tọa độ 3 điểm M,N,I vào phương trình $(\alpha):x+by+cz+d=0$ ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}2+d=0\\b+d=0\\1+2b+3c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=-2\\b=2\\c=-1\end{cases}\Rightarrow T=b+c+d=-1.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 05

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

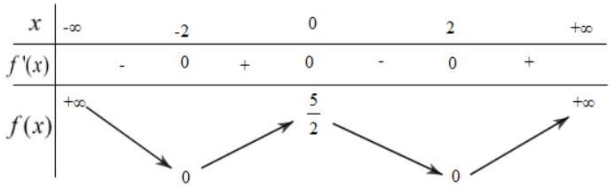
Câu 1. Trong hộp bút của bạn Vy có 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn Vy chọn ra một cây bút?

A. 10. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 48.

Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và $q=2$. Số hạng thứ 2020 của cấp số nhân đã cho bằng

A. 2^{2020}. **B.** 2^{2021}. **C.** 2^{2022}. **D.** 2^{2019}.

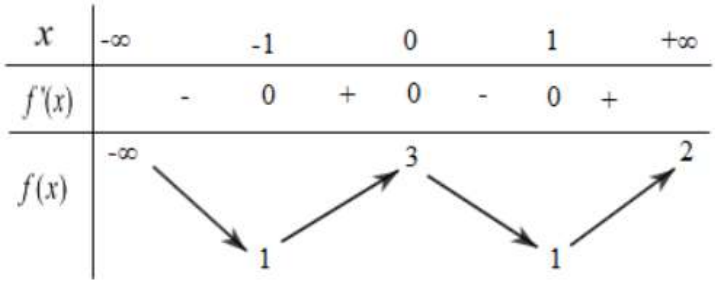
Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-2;2\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

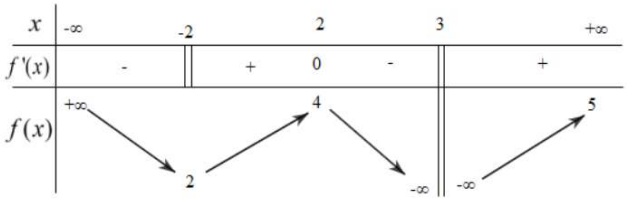
Câu 4. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:



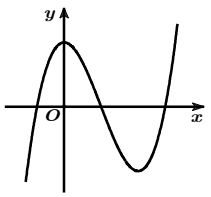
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thịdạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = \dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x - 20$ và đường thẳng $y = 5x + 8$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln\left(7a\right) - \ln\left(3a\right)$ bằng

A. $\dfrac{\ln\left(7a\right)}{\ln\left(3a\right)}$. **B.** $\ln\left(4a\right)$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = x\ln 3$. **B.** $y' = x.3^{x-1}$. **C.** $y' = \dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Câu 12. Phương trình $\log_2\left(x+1\right) = 4$ có nghiệm là

A. $x = 4$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 16$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x+7\right) - \log_3\left(x-1\right) = 2$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = \dfrac{16}{7}$. **D.** $x = \dfrac{13}{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $f\left(x\right) = -2x^3 + x - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx = -x^3 + x^2 - x + C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx = -\dfrac{1}{2}x^4 + \dfrac{1}{2}x^2 - x + C$.

C. $\int f\left(x\right)dx = -\dfrac{1}{4}x^4 + x^2 - x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx = -\dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{2}x^2 - x + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right) = \sin 2x - 3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx = -\cos 2x + C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx = -\dfrac{1}{2}\cos 2x - 3x + C$.

C. $\int f\left(x\right)dx = -\cos 2x - 3x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx = -\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{dx} = -2$ và $\int\limits_1^4 g\left(x\right)\mathrm{dx} = -6$ thì $\int\limits_1^4 \left[f\left(x\right) - g\left(x\right)\right]\mathrm{dx}$ bằng

A. -8. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 8.

Câu 17. Tích phân $\int\limits_1^4 \sqrt{x}dx$ bằng

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = -7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là:

A. $M\left(0;-7\right)$. **B.** $M\left(-7;0\right)$. **C.** $M\left(7;0\right)$. **D.** $M\left(0;7\right)$.

Câu 19. Cho hai số phức $z = 2 - i; \mathrm{w} = 3 + 2i$. Số phức $z + \mathrm{w}$ bằng

A. $-1 - 3i$. **B.** $6 - 2i$. **C.** $5 + i$. **D.** $1 + 3i$.

Câu 20. Cho số phức $z=-2+3i$. Điểm biểu diễn của $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là

A. $M\left(2;3\right)$. **B.** $N\left(-2;-3\right)$. **C.** $P\left(2;-3\right)$. **D.** $Q\left(-2;3\right)$.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó là

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $2;3;5$ là

A. 30. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 120.

Câu 23. Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\pi rh^2$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh^2$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r=2cm$ và độ dài đường sinh $l=5cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $10\pi cm^2$. **B.** $20\pi cm^2$. **C.** $50\pi cm^2$. **D.** $5\pi cm^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=\left(-1;2;0\right)$, $\vec{b}=\left(2;1;0\right)$, $\vec{c}=\left(-3;1;1\right)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $\left(10;-2;13\right)$. **B.** $\left(-2;2;-7\right)$. **C.** $\left(-2;-2;7\right)$. **D.** $\left(11;3;-2\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2y+4z-2=0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 7.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A\left(-1;0;1\right),B\left(2;1;0\right)$. Viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A và vuông góc với AB.

A. $\left(P\right):3x+y-z+4=0$. **B.** $\left(P\right):3x+y-z-4=0$.

C. $\left(P\right):3x+y-z=0$. **D.** $\left(P\right):2x+y-z+1=0$.

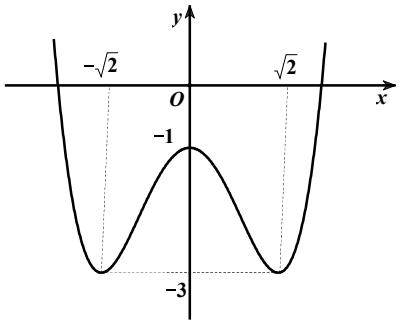
Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+7}{-5}$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=\left(1;3;5\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=\left(1;3;-5\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=\left(-1;-3;5\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=\left(2;6;-10\right)$.

Câu 29. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

A. $\dfrac{11}{50}$. **B.** $\dfrac{13}{112}$. **C.** $\dfrac{28}{55}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 30. Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 2.

Câu 32. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<3$ là

A. $\left(1;10\right)$. **B.** $\left(1;9\right)$. **C.** $\left(-\infty;9\right)$. **D.** $\left(-\infty;10\right)$.

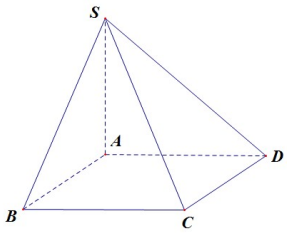
Câu 33. Cho $\int_1^2\left[3f\left(x\right)-2x\right]dx=6$. Khi đó $\int_1^2 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 34. Cho số phức $z=1+i$. môđun của số phức $z.\left(4-3i\right)$ bằng

A. $\left|z\right|=5\sqrt{2}$ **B.** $\left|z\right|=\sqrt{2}$ **C.** $\left|z\right|=25\sqrt{2}$ **D.** $\left|z\right|=7\sqrt{2}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a, AD=a\sqrt{3}, SA=2a\sqrt{2}$ *(tham khảo hình bên)*. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°.
C. 60°. **D.** 90°.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 3, đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB=2$ *(tham khảo hình bên)*. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{13}{36}$. **C.** $\frac{6}{13}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(2;4;1\right), N\left(-2;2;-3\right)$. Phương trình mặt cầu đường kính MN là

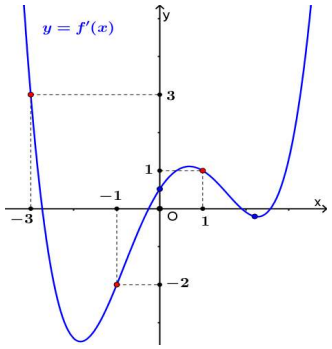
A. $x^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-1\right)^2=9.$ **B.** $x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=9.$

C. $x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z-1\right)^2=9.$ **D.** $x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=3.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A\left(1;0;2\right)$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right): x-y+3z-7=0$?

A. $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=2+3t\end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2021$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

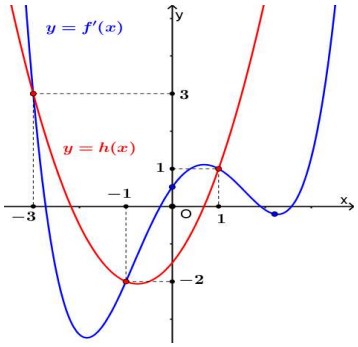
A. $\min\limits_{\left[-3;1\right]}g\left(x\right)=g\left(-3\right).$ **B.** $\min\limits_{\left[-3;1\right]}g\left(x\right)=g\left(1\right).$

C. $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. **D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = \dfrac{g(-3)+g(1)}{2}$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $2.2^x + x + \sin^2 y \le 2^{\cos^2 y}$

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.



A. 8. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1-3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

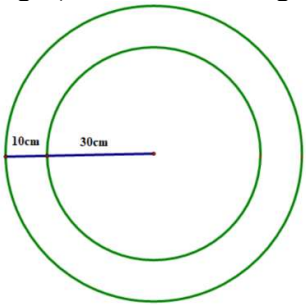
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BSC} = 45°$ và góc $\widehat{ASB} = 30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỉ số $\dfrac{a^3}{V}$ là:

A. $\dfrac{8}{3}$ **B.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

Câu 44. Dự án công trình nông thôn mới, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao $1\,\text{m}$, bán kính trong bằng $30\,\text{cm}$ và độ dày của bê tông bằng $10\,\text{cm}$ (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là $1.000.000$ đồng/ m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).





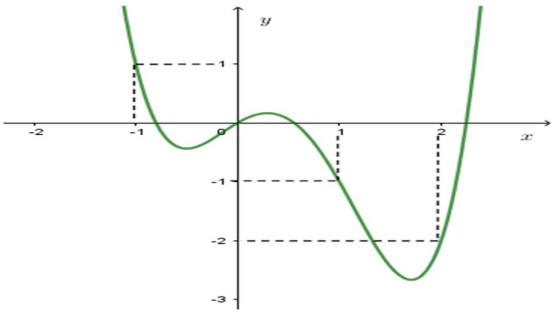
A. $176.000.000$ đồng. **B.** $175.000.000$ đồng. **C.** $177.000.000$ đồng. **D.** $178.000.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-2}$; $d': \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình của đường thẳng Δ song song với (P), cắt d và d' lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$.

A. $\dfrac{7x-4}{3} = \dfrac{7y-4}{8} = \dfrac{7z+8}{-5}$. **B.** $\dfrac{7x+4}{3} = \dfrac{7y-4}{8} = \dfrac{7z+8}{-5}$.

C. $\frac{7x-1}{3}=\frac{7y-4}{8}=\frac{7z+3}{-5}$. **D.** $\frac{7x-1}{3}=\frac{7y+4}{8}=\frac{7z+8}{-5}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2x\right)+\frac{x^4}{2}-2x^3+2x^2+2021$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2^{2x^2+y^2}=3^{x+y}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 48. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y=8x, y=x$ và đồ thị hàm số $y=x^3$ có diện tích là $S=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I=a-b$.

A. $I=66$. **B.** $I=60$. **C.** $I=59$. **D.** $I=67$.

Câu 49. Cho số phức z và số phức $u=\left(z-i\right)\left(\overline{z}+i\right)+2z-3i$ thỏa mãn $\left|u+1\right|-\left|\overline{u}-i\right|=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\left|z-2+3i\right|$ bằng:

A. $\sqrt{34}-1$. **B.** $1+\sqrt{34}$. **C.** $2+\sqrt{13}$. **D.** $3+\sqrt{17}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A,B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\frac{27}{4}$. **B.** $T=\frac{31}{5}$. **C.** $T=-\frac{3}{4}$. **D.** $T=\frac{33}{5}$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 05

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.B	5.B	6.A	7.A	8.B	9.C	10.D
11.D	12.B	13.C	14.B	15.B	16.B	17.A	18.D	19.C	20.B
21.C	22.A	23.A	24.B	25.D	26.B	27.A	28.A	29.C	30.C
31.C	32.B	33.C	34.A	35.A	36.D	37.B	38.C	39.C	40.B
41.C	42.C	43.A	44.A	45.A	46.B	47.B	48.C	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trong hộp bút của bạn Vy có 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn Vy chọn ra một cây bút?

A. 10. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số cách chọn một cây bút từ 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ là $3+8+2=13$ cách.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $q=2$. Số hạng thứ 2020 của cấp số nhân đã cho bằng

A. 2^{2020}. **B.** 2^{2021}. **C.** 2^{2022}. **D.** 2^{2019}.

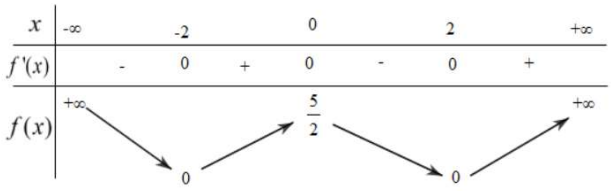
Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức: $u_n=u_1.q^{n-1}$.

Ta có: $u_{2020}=u_1.q^{2019}=2.2^{2019}=2^{2020}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

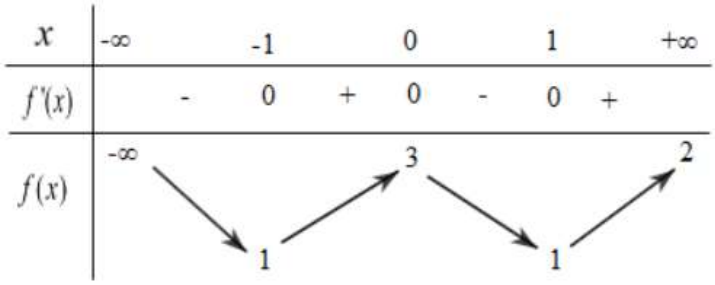
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

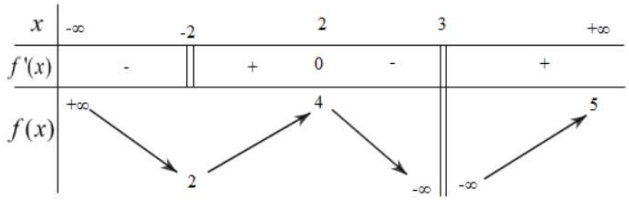
A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** −1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $x=1$, $x=2$.

$x=3$ không phải điểm cực trị vì hàm số không xác định tại $x=3$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Hướng dẫn giải

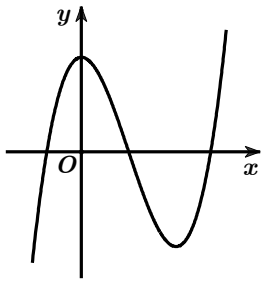
Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{1+2x}=\dfrac{-1}{2}\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thịdạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x-20$ và đường thẳng $y=5x+8$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3-4x-20=5x+8$$
$$\Leftrightarrow x^3-9x-28=0$$
$$\Leftrightarrow x=4$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng là 1.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a)-\ln(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$. **B.** $\ln(4a)$. **C.** $\ln\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{\ln 7}{\ln 3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\ln(7a)-\ln(3a)=\ln\dfrac{7}{3}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=x\ln 3$. **B.** $y'=x.3^{x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức đạo hàm ta có $y'=3^x\ln 3$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $a^{\frac{8}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{8}}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}=\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}}=a^{\frac{2}{3}.\frac{1}{4}}=a^{\frac{1}{6}}=\sqrt[6]{a}$.

Câu 12. Phương trình $\log_2(x+1)=4$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=15$. **C.** $x=3$. **D.** $x=16$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đk: $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Ta có $\log_2(x+1)=4 \Leftrightarrow x+1=2^4 \Leftrightarrow x+1=16 \Leftrightarrow x=15$. Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=15$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+7)-\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=\frac{16}{7}$. **D.** $x=\frac{13}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases}2x+7>0\\x-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>-\frac{7}{2}\\x>1\end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

Ta có $\log_3(2x+7)-\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow \log_3(2x+7)=\log_3(x-1)+2$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+7)=\log_3\left[9(x-1)\right]$

$\Leftrightarrow 2x+7=9x-9 \Leftrightarrow x=\frac{16}{7}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=-2x^3+x-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=-x^3+x^2-x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}x^4+\frac{1}{2}x^2-x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{4}x^4+x^2-x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2-x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x-3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=-\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\cos 2x-3x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\cos 2x-3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\int f(x)dx=\int(\sin 2x-3)dx=\frac{1}{2}\int \sin 2x d(2x)-3\int dx=-\frac{1}{2}\cos 2x-3x+C.$

Câu 16. Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-6$ thì $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int_1^4\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=(-2)-(-6)=4$.

Câu 17. Tích phân $\int_1^4\sqrt{x}dx$ bằng

A. $-\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1 : $\int_1^4\sqrt{x}dx=\frac{1}{2\sqrt{x}}\Big|_1^4=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$.

Cách 2 : Sử dụng máy tính CASIO.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=-7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là:

A. $M(0;-7)$. **B.** $M(-7;0)$. **C.** $M(7;0)$. **D.** $M(0;7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z=-7i$ là số phức $\overline{z}=7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(0;7)$.

Câu 19. Cho hai số phức $z=2-i;\mathrm{w}=3+2i$. Số phức $z+\mathrm{w}$ bằng

A. $-1-3i$. **B.** $6-2i$. **C.** $5+i$. **D.** $1+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z+\mathrm{w}=(2+3)+(-1+2)i=5+i$.

Câu 20. Cho số phức $z=-2+3i$. Điểm biểu diễn của $\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ là

A. $M(2;3)$. **B.** $N(-2;-3)$. **C.** $P(2;-3)$. **D.** $Q(-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overline{z}=-2-3i$ nên điểm biểu diễn của $\overline{z}$ là $(-2;-3)$.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó là

A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.4.6=8$.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $2;3;5$ là

A. 30. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 120.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = 2.3.5 = 30$.

Câu 23. Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là

A. $V = \pi r^2 h$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r h^2$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r h^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 2cm$ và độ dài đường sinh $l = 5cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $10\pi cm^2$. **B.** $20\pi cm^2$. **C.** $50\pi cm^2$. **D.** $5\pi cm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ đó là $S = 2\pi rl = 2\pi.2.5 = 20\pi$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1;2;0)$, $\vec{b} = (2;1;0)$, $\vec{c} = (-3;1;1)$. Tìm tọa độ của vecto $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(11;3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $3\vec{b} = (6;3;0)$, $2\vec{c} = (-6;2;2)$.

Suy ra $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-1+6-(-6);2+3-2;0+0-2) = (11;3;-2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $a = 0; b = 1; c = -2; d = -2$.

Suy ra $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-2)} = \sqrt{7}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;0;1), B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB.

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$. **B.** $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$. **D.** $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) qua điểm $A(-1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng AB nên có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=(3;1;-1)\Rightarrow (P):3(x+1)+1(y-0)-1(z-1)=0\Leftrightarrow 3x+y-z+4=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+7}{-5}$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;3;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;3;-5)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(2;6;-10)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_3}=(1;3;-5)$ cùng phương với các véc tơ $\overrightarrow{u_1}=(-1;-3;5)$, $\overrightarrow{u_2}=(2;6;-10)$.

Câu 29. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

A. $\dfrac{11}{50}$. **B.** $\dfrac{13}{112}$. **C.** $\dfrac{28}{55}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

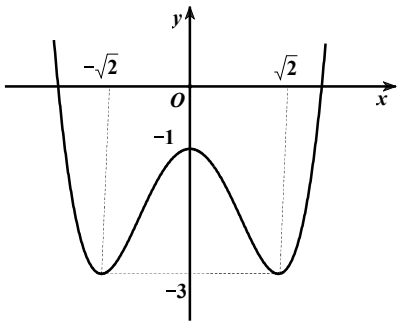
Ta có $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

Gọi biến cố A : "Trong 3 bóng lấy ra có 1 bóng hỏng".

Tính được $n(A)=C_4^1.C_8^2=112$.

Vậy $P(A)=\dfrac{112}{220}=\dfrac{28}{55}$.

Câu 30. Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị trong hình sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 2 .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $2f(x)+5=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{5}{2}$

Phương trình $f(x)=-\frac{5}{2}$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=-\frac{5}{2}$ (là đường thẳng song song hoặc trùng với trục Ox. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của hai độ thị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=-\frac{5}{2}$

+ Vẽ đường thẳng $y=3$ song song với trục Ox ta thấy $y=-\frac{5}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 4 điểm.

Vậy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y=f(x)=x^4-2x^2+3$

$y'=4x^3-4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1\notin[0;2] \end{array}\right. \Rightarrow y(0)=3, y(1)=2, y(2)=11$. Vậy $M=11, m=2$.

Câu 32. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;10)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(-\infty;9)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\log_2(x-1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<9 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(1;9)$.

Câu 33. Cho $\int_1^2 [3f(x)-2x]dx=6$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\int_1^2 [3f(x)-2x]dx=6 \Leftrightarrow 3\int_1^2 f(x)dx-2\int_1^2 xdx=6 \Leftrightarrow 3\int_1^2 f(x)dx-2.\frac{x^2}{2}\Big|_1^2=6$

$\Leftrightarrow 3\int_1^2 f(x)dx=9 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x)dx=3.$

Câu 34. Cho số phức $z=1+i$. môđun của số phức $z.(4-3i)$ bằng

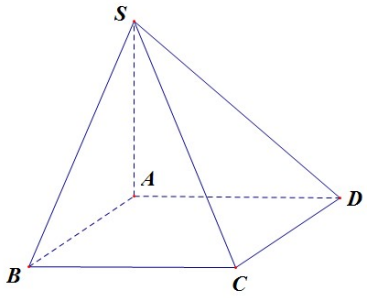
A. $|z|=5\sqrt{2}$ **B.** $|z|=\sqrt{2}$ **C.** $|z|=25\sqrt{2}$ **D.** $|z|=7\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$z.(4-3i)=(1+i)(4-3i)=7+i \Rightarrow |z(1+i)|=\sqrt{7^2+(-1)^2}=5\sqrt{2}.$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a, AD=a\sqrt{3}, SA=2a\sqrt{2}$ *(tham khảo hình bên)*. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

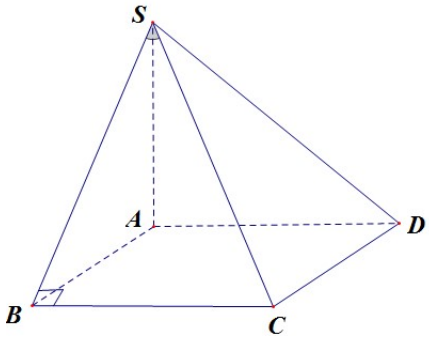


A. 30°. **B.** 45°.

C. 60°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $CB\perp AB$ và $CB\perp SA$ (vì $SA\perp(ABCD)$), suy ra $CB\perp(SAB)$ tại B.

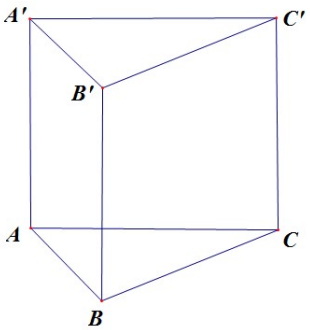
Ta có $\begin{cases} CB\perp(SAB) \\ B\in(SAB) \\ S\in(SAB) \end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng SB là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC trên mặt phẳng (SAB).

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là $\widehat{CSB}$.

Xét ΔCSB vuông tại B, ta có

$$\tan\widehat{CSB}=\frac{BC}{SB}=\frac{AD}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2+\left(2a\sqrt{2}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{CSB}=30^\circ.$$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 3, đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB=2$ *(tham khảo hình bên)*. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

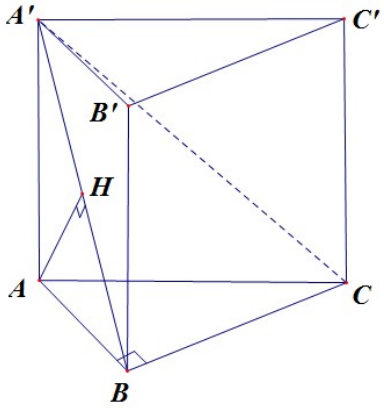


A. $\frac{\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{13}{36}$.

C. $\frac{6}{13}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



* Kẻ $AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A,(A'BC)) = AH$.

* Chứng minh $AH \perp (A'BC)$, thật vậy

Ta có $AH \perp A'B$ và $AH \perp BC$ (vì $BC \perp (ABB'A')$), suy ra $AH \perp (A'BC)$.

* Tính AH

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{36}{13}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;4;1), N(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính MN là

A. $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9.$ **B.** $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9.$

C. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9.$ **D.** $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu đường kính MN có tâm là trung điểm của đoạn thẳng MN. Suy ra tọa độ tâm mặt cầu là $I(0;3;-1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}\sqrt{16+4+16} = \frac{6}{2} = 3.$

Phương trình mặt cầu có tâm $I(0;3;-1)$, bán kính $R = 3$: $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y + 3z - 7 = 0$?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1 \\ z = 3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 2+3t \end{cases}$.

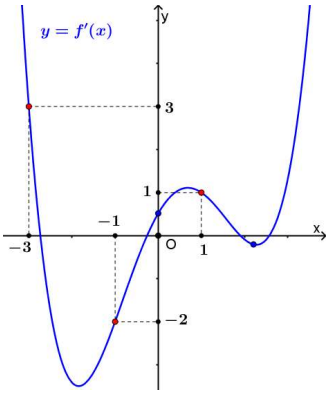
Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng cần tìm nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1;-1;3)$ làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng cần tìm đi qua điểm $A(1;0;2)$, nhận $\vec{n}=(1;-1;3)$ là vec tơ chỉ phương là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=2+3t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2021$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-3)$.

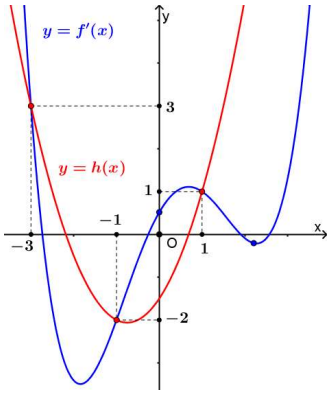
B. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(1)$.

C. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

D. $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=\frac{g(-3)+g(1)}{2}$.

Lời giải

Chọn C



- Ta có: $g'(x)=f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$;

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=h(x)=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	$g(-3)$	↘	$g(-1)$	↗	$g(1)$	↘	

- Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min\limits_{[-3;1]} g(x)=g(-1)$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $2.2^x+x+\sin^2 y \le 2^{\cos^2 y}$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $2.2^x + x + \sin^2 y \le 2^{\cos^2 y} \Leftrightarrow 2^{x+1} + x + 1 \le 2^{\cos^2 y} + \cos^2 y$. (1)

Đặt $f(t) = 2^t + t \Rightarrow f'(t) = 2^t.\ln 2 + 1 > 0,\ \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $y = f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Suy ra $(1) \Leftrightarrow f(x+1) \le f(\cos^2 y) \Leftrightarrow x + 1 \le \cos^2 y \Leftrightarrow x \le -\sin^2 y \Rightarrow x \le 0$ vô lí.

Vậy không tồn tại cặp số nguyên dương $(x;y)$ nào thỏa mãn đề bài.

Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.

A. 8. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Bảng khử dấu giá trị tuyệt đối:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$1+x$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	
$1-x$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		-2	$\|$	$2x$	$\|$	2	

Ta có: $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2) - F(1) = F(2) - 3$ mà $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 2\mathrm{d}x = 2$ nên $F(2) = 5$.

- $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = F(1) - F(0) = 3 - F(0)$ mà $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 2x\mathrm{d}x = x^2\big|_0^1 = 1$ nên $F(0) = 2$.
- $\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x = F(0) - F(-1) = 2 - F(-1)$ mà $\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^0 2x\mathrm{d}x = x^2\big|_{-1}^0 = -1$ nên $F(-1) = 3$.
- $\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x = F(-1) - F(-3) = 3 - F(-3)$ mà $\int_{-3}^{-1} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-3}^{-1} -2\mathrm{d}x = -4$ nên $F(-3) = 7$.

Vậy $F(0) + F(2) + F(-3) = 2 + 5 + 7 = 14$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, khi đó

$|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 18$ (1).

$(z+2i)^2 = [x + (y+2)i]^2 = x^2 - (y+2)^2 + 2x(y+2)i$.

Theo giả thiết ta có $x^2 - (y+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y + 2 \\ x = -(y+2) \end{array}\right.$.

Trường hợp 1: $x = y + 2$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 = 0$

và giải ra nghiệm $y = 0$, ta được 1 số phức $z_1 = 2$.

Trường hợp 2: $x = -(y+2)$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 - 4y - 8 = 0$

và giải ra ta được $\left[\begin{array}{l} y=1+\sqrt{5} \\ y=1-\sqrt{5} \end{array}\right.$, ta được 2 số phức $\left[\begin{array}{l} z_2=-3-\sqrt{5}+\left(1+\sqrt{5}\right)i \\ z_3=-3+\sqrt{5}+\left(1-\sqrt{5}\right)i \end{array}\right.$.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

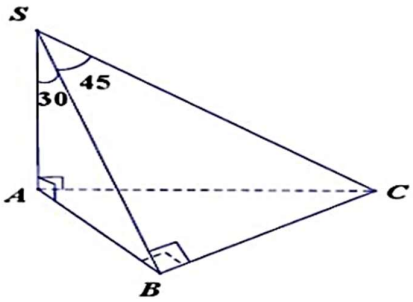
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BSC}=45°$ và góc $\widehat{ASB}=30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ là:

A. $\frac{8}{3}$ **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

+ Ta có:

$SA\perp(ABC)\Rightarrow(SAB)\perp(ABC)$



$\begin{cases}(SBC)\perp(SAB),(ABC)\perp(SAB)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\end{cases}$

$\Rightarrow BC\perp(SAB)$

$\Rightarrow \Delta ABC,\Delta SBC$ là các tam giác vuông tại B

Xét ΔSAB vuông tại A có:

$AB=SB.\sin\widehat{ASB}=\frac{a\sqrt{3}}{2}, SA=SB.\cos\widehat{ASB}=\frac{3a}{2}$ xét ΔSBC vuông tại B có:

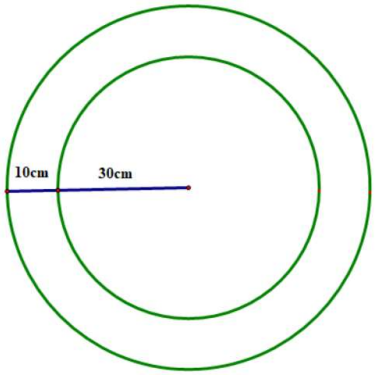
$BC=SB.\tan\widehat{BSC}=a\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{3a^2}{4}$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{3a^2}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{3a^3}{8}\Rightarrow\frac{a^3}{V}=\frac{8}{3}$.

Câu 44. Dự án công trình nông thôn mới, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 1m, bán kính trong bằng 30cm và độ dày của bê tông bằng 10cm (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là $1.000.000$ đồng/ m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).





A. $176.000.000$ đồng. **B.** $175.000.000$ đồng. **C.** $177.000.000$ đồng. **D.** $178.000.000$ đồng.

Hướng dẫn giải

Đổi $10\text{cm}=0,1\text{m};\ 30\text{cm}=0,3\text{m}$.

Gọi V_1 là thể tích khối trụ với hai đáy là hình tròn lớn (đường tròn giới hạn bởi vành ngoài cống nước)

V_1 là thể tích khối trụ với hai đáy là hình tròn nhỏ (đường tròn giới hạn bởi vành trong cống nước).

Ta có: $V_1=\pi R_1^2h=\pi\left(0,1+0,3\right)^2.1=0,16\pi\ \left(\text{m}^3\right)$.

$V_2=\pi R_2^2h=\pi.0,3^2.1=0,09\pi\ \left(\text{m}^3\right)$.

Thể tích khối bê tông cho một chiếc cống là $V=V_1-V_2=0,16\pi-0,09\pi=0,07\pi\ \left(\text{m}^3\right)$.

Thể tích khối bê tông cho 800 chiếc cống là $800.0,07\pi=56\pi\ \left(\text{m}^3\right)$.

Số tiền cần để sản xuất 800 chiếc cống là $56\pi.1000000\approx176000000$ (đồng).

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-2};\ d':\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-y-z=0$. Viết phương trình của đường thẳng Δ song song với $\left(P\right)$, cắt d và d' lần lượt tại M và N sao cho $MN=\sqrt{2}$.

A. $\dfrac{7x-4}{3}=\dfrac{7y-4}{8}=\dfrac{7z+8}{-5}$. **B.** $\dfrac{7x+4}{3}=\dfrac{7y-4}{8}=\dfrac{7z+8}{-5}$.

C. $\dfrac{7x-1}{3}=\dfrac{7y-4}{8}=\dfrac{7z+3}{-5}$. **D.** $\dfrac{7x-1}{3}=\dfrac{7y+4}{8}=\dfrac{7z+8}{-5}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(t;t;-2t)$ và $N(-1-2t';t';-1-t')$. Suy ra $\overrightarrow{MN}=(-1-2t'-t;t'-t;-1-t'+2t)$.

Do đường thẳng Δ song song với (P) nên $-1-2t'-t-t'+t+1+t'-2t=0\Leftrightarrow t=-t'$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=(-1+t;-2t;-1+3t)\Rightarrow MN=\sqrt{14t^2-8t+2}$.

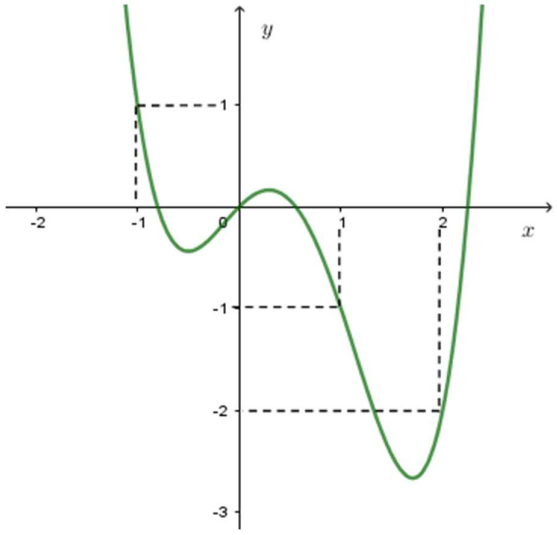
Ta có $MN=\sqrt{2}\Leftrightarrow 14t^2-8t+2=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\dfrac{4}{7}\end{array}\right.$.

Với $t=0$ thì $M=(0;0;0)\in(P)$. (mâu thuẫn giả thiết).

Với $t=\dfrac{4}{7}$ thì $\overrightarrow{MN}=\left(-\dfrac{3}{7};-\dfrac{8}{7};\dfrac{5}{7}\right)=-\dfrac{1}{7}(3;8;-5)$ và $M\left(\dfrac{4}{7};\dfrac{4}{7};-\dfrac{8}{7}\right)$.

Vậy phương trình của Δ là $\dfrac{x-\dfrac{4}{7}}{3}=\dfrac{y-\dfrac{4}{7}}{8}=\dfrac{z+\dfrac{8}{7}}{-5}\Leftrightarrow\dfrac{7x-4}{3}=\dfrac{7y-4}{8}=\dfrac{7z+8}{-5}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)+\dfrac{x^4}{2}-2x^3+2x^2+2021$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

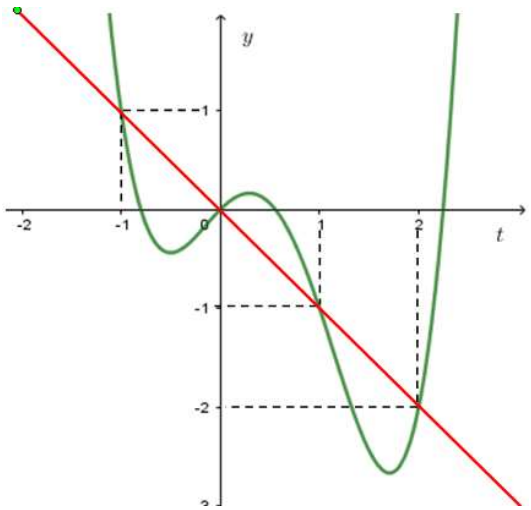
Hướng dẫn giải

Ta có: $g'(x)=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)+2x^3-6x^2+4x$.

$=2(x-1)f'\left(x^2-2x\right)+2(x-1)\left(x^2-2x\right)$.

$=2(x-1)\left[f'\left(x^2-2x\right)+\left(x^2-2x\right)\right]$.

Đặt $t = x^2 - 2x$. Khi đó đồ thị hàm số $f'(t)$ cắt đường thẳng $y = -t$ tại bốn điểm phân biệt: $t = -1,\ t = 0,\ t = 1,\ t = 2$.



Suy ra: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \\ x^2 - 2x = 1 \\ x^2 - 2x = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 1 \\ x = 0 \vee x = 2 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \end{array}\right.$.

Ta có: $f'\left(x^2 - 2x\right) > -\left(x^2 - 2x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x > 2 \\ 0 < x^2 - 2x < 1 \\ x^2 - 2x < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 - \sqrt{3} \vee x > 1 + \sqrt{3} \\ 1 - \sqrt{2} < x < 0 \vee 2 < x < 1 + \sqrt{2} \\ VN \end{array}\right.$.

Khi đó BBT như sau:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$1-\sqrt{2}$		0		1		2		$1+\sqrt{2}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$x-1$		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f'\left(x^2-2x\right)+\left(x^2-2x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực tiểu.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2^{2x^2+y^2} = 3^{x+y}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $2^{2x^2+y^2}=3^{x+y}=t$, suy ra $\begin{cases}2x^2+y^2=\log_2 t\\ x+y=\log_3 t\end{cases}$.

Ta có $(x+y)^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}x+1.y\right)^2\le\left(\frac{1}{2}+1\right)\left(2x^2+y^2\right)$ nên suy ra:

$\log_3^2 t\le\frac{3}{2}\log_2 t=\frac{3}{2}\log_2 3.\log_3 t\Rightarrow\log_3 t\le\frac{3}{2}\log_2 3\approx 2,37$.

Do đó $2x^2+y^2=\log_2 t=\log_2 3.\log_3 t\le 3,7$.

Mà $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{-1;0;1\}$.

+ Với $x=0$, ta có $\begin{cases}y^2=\log_2 t=\log_2 3.\log_3 t\\ y=\log_3 t\end{cases}$, suy ra $y^2=y.\log_2 3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\ y=\log_2 3\end{array}\right.$.

+ với $x=1$, ta có $\begin{cases}2+y^2=\log_2 t=\log_2 3.\log_3 t\\ 1+y=\log_3 t\end{cases}$, suy ra

$2+y^2=\log_2 3.(1+y)\Leftrightarrow y^2-\log_2 3.y+2-\log_2 3=0$ phương trình có nghiệm.

+ Với $x=-1$, ta có $\begin{cases}2+y^2=\log_2 t=\log_2 3.\log_3 t\\ -1+y=\log_3 t\end{cases}$, suy ra

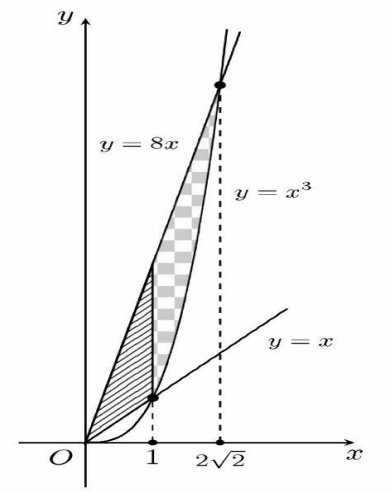
$2+y^2=\log_2 3.(-1+y)\Leftrightarrow y^2-\log_2 3.y+2+\log_2 3=0$ phương trình vô nghiệm.

Câu 48. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y=8x, y=x$ và đồ thị hàm số $y=x^3$ có diện tích là $S=\frac{a}{b}$, với $a,b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I=a-b$.

A. $I=66$. **B.** $I=60$. **C.** $I=59$. **D.** $I=67$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đồ thị của ba hàm số đã cho được minh họa như hình vẽ bên.

Trong góc phần tư thứ nhất, xét các phương trình hoành độ giao điểm:

+ $x^3=x\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$.

+ $x^3=8x\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2\sqrt{2}$

Hình phẳng cần tính diện tích là phần gạch sọc, được chia ra làm hai vùng. Theo hình vẽ ta có

$$S=\int_0^1(8x-x)\,dx+\int_0^{2\sqrt{2}}\left(8x-x^3\right)dx=\frac{63}{4}.$$

Suy ra $a=63$, $b=4$. Vậy $I=a-b=59$.

Câu 49. Cho số phức z và số phức $u=(z-i)(\bar{z}+i)+2z-3i$ thỏa mãn $|u+1|-|\bar{u}-i|=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|z-2+3i|$ bằng:

A. $\sqrt{34}-1$. **B.** $1+\sqrt{34}$. **C.** $2+\sqrt{13}$. **D.** $3+\sqrt{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $u=x+yi$ với $x,y\in R\Rightarrow$ hệ thức $|u+1|-|\bar{u}-i|=0\Leftrightarrow|x+yi+1|=|x-yi-i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2}\Leftrightarrow x=y\Rightarrow$ số phức u có phần thực bằng phần ảo.

Gọi $z=a+bi$ với $a,b\in R\Rightarrow u=(z-i)(\bar{z}+i)+2z-3i=|z|^2+i(z-\bar{z})+1+2z-3i$

$=a^2+b^2+i(2bi)+1+2(a+bi)-3i=(a^2+b^2+2a-2b+1)+(2b-3)i$

Suy ra: $(a^2+b^2+2a-2b+1)=(2b-3)\Leftrightarrow(a+1)^2+(b-2)^2=1$

Suy ra quỹ tích điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=1$

Biểu thức $T=|z-(2-3i)|=MA$, với điểm M biểu diễn số phức z và nằm trên đường tròn (C); điểm $A(2;-3)$. Suy ra $T=MA\le MI+IA=R+IA=1+\sqrt{34}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4),B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A,B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\frac{27}{4}$. **B.** $T=\frac{31}{5}$. **C.** $T=-\frac{3}{4}$. **D.** $T=\frac{33}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R=2$.

◆ Đường thẳng AB đi qua điểm B, có một *VTCP* là $\overrightarrow{BA}=(1;2;3)\Rightarrow AB:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=1+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

$\overrightarrow{IB}=(1;1;1)\Rightarrow IB=\sqrt{3}<\mathbb{R}\Rightarrow(P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).

(C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB, ta có:

$d(I,(P))=IH\le IK$

Do đó $d(I,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t;2t;1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK} = (t+1;2t-1;1+3t)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK}\left(\frac{6}{7};-\frac{9}{7};\frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6;-9;4).$

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0;0;1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6;-9;4)$.

$\Rightarrow (P): 6x-9y+4z-4=0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x+\frac{27}{4}y-3z+3=0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 06

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 12 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh tham gia đội văn nghệ xung kích trong đó có 2 nam và 1 nữ?
A. 228. **B.** 520. **C.** 528. **D.** 530.

Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=-2$ và $u_2=\dfrac{1}{6}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. $-\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{12}$. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 3. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(4;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng
A. 29. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

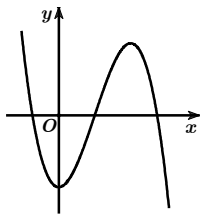
Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ là
A. $x=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.. **D.** $y=-2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 - 2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - x + 2$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4\left(a^{2022}\right)$ bằng

A. $4044\log_2 a$. **B.** $2022 + \log_4 a$. **C.** $1011.\log_2 a$. **D.** $\dfrac{1}{1011}\log_2 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y' = \dfrac{x}{\ln 5}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{5\ln x}$.

Câu 11. Rút gọn biểu thức $N = x^{\frac{1}{2}}\sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

A. $N = \sqrt{x}$. **B.** $N = x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $N = \sqrt[2]{x^3}$. **D.** $N = \sqrt[3]{x^2}$.

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 27$.

A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 2$ **D.** $x = 9$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-1\right) = 2$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = \dfrac{9}{2}$. **D.** $x = \dfrac{7}{2}$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{1}{x^2} + 2^x$ là

A. $\ln x^2 + 2^x\ln 2 + C$. **B.** $\ln x^2 + \dfrac{2^x}{\ln 2} + C$. **C.** $-\dfrac{1}{x} + \dfrac{2^x}{\ln 2} + C$. **D.** $\dfrac{1}{x} + 2^x\ln 2 + C$.

Câu 15. Hàm số $f\left(x\right) = \cos\left(4x+5\right)$ có một nguyên hàm là

A. $-\sin\left(4x+5\right) + x$. **B.** $\dfrac{1}{4}\sin\left(4x+5\right) - 3$.

C. $\sin\left(4x+5\right) - 1$. **D.** $-\dfrac{1}{4}\sin\left(4x+5\right) + 3$.

Câu 16. Biết $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x = 6$, khi đó $\int\limits_1^2 \left[f\left(x\right) - g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -8.

Câu 17. Tích phân $\int\limits_1^2 2x^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{62}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{62}$. **C.** $\dfrac{31}{5}$ **D.** $\dfrac{5}{31}$

Câu 18. Cho số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z} = 1 - 2020i$ khi đó z bằng

A. $z = 1 + 2020i$. **B.** $z = -1 - 2020i$. **C.** $z = -1 + 2020i$. **D.** $z = 1 - 2020i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 8i$ và $z_2 = 5 + 6i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z_2 - i\overline{z}_1$ bằng

A. 5. **B.** $5i$. **C.** -5. **D.** $-5i$.

Câu 20. Cho số phức $z = 4 - 5i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào dưới đây?

A. $M\left(-5;\ 4\right)$. **B.** $N\left(4;5\right)$. **C.** $P\left(4;\ -5\right)$. **D.** $Q\left(-4;5\right)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, 2, 3 và có thể tích bằng 12. Giá trị của a bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 23. Cho hình nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $3\sqrt{7}\pi$. **B.** $6\sqrt{7}\pi$. **C.** 30π. **D.** 15π.

Câu 24. Cho khối trụ có chiều cao $h = 2$ và bán kính đáy $r = 6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 34π. **C.** 18π. **D.** 96π.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I\left(-5;0;5\right)$ là trung điểm của đoạn MN, biết $M\left(1;-4;7\right)$. Tìm tọa độ của điểm N.

A. $N\left(-10;4;3\right)$. **B.** $N\left(-2;-2;6\right)$. **C.** $N\left(-11;-4;3\right)$. **D.** $N\left(-11;4;3\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $\left(S\right): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

A. $I\left(2;0;-1\right),\ R = 3$. **B.** $I\left(4;0;-2\right),\ R = 3$. **C.** $I\left(-2;0;1\right),\ R = 1$. **D.** $I\left(2;0;-1\right),\ R = 1$.

Câu 27. Xác định m để mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$ đi qua điểm $A(3;1;-2)$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = -9$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(0;4;3\right)$ và $B\left(3;-2;0\right)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = \left(1;2;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = \left(-1;2;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = \left(3;-2;-3\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = \left(3;2;3\right)$.

Câu 29. Một hộp đựng thẻ được đánh số từ 1, 2, 3,…, 9. Rút ngẫu nhiên hai lần, mỗi lần một thẻ và nhân số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích nhận được là số chẵn là

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{25}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y = x^4 + 3x^2$. **B.** $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y = 3x^3 + 3x - 2$. **D.** $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ bằng

A. 13. **B.** $\dfrac{49}{4}$. **C.** $\dfrac{51}{2}$. **D.** $\dfrac{51}{4}$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 5x + 7\right) > 0$ là

A. $\left(-\infty;2\right) \cup \left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

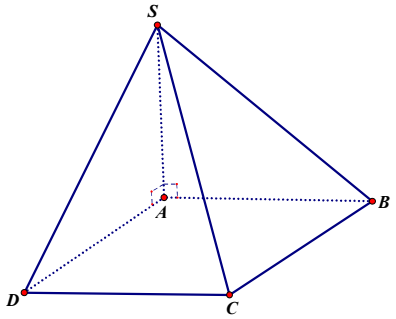
Câu 33. Cho $\int_1^2 \left[4f\left(x\right)-2x\right]dx=1$. Khi đó $\int_1^2 f\left(x\right)dx$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $5\overline{z}+3-i=\left(-2+5i\right)z$. Tính $P=\left|3i\left(z-1\right)^2\right|$.

A. $P=144$. **B.** $P=3\sqrt{2}$. **C.** $P=12$. **D.** $P=0$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. 45°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD=2AB=2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$ và SB tạo với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$ một góc 60°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;-4;3\right)$ và đi qua điểm $A\left(5;-3;2\right)$.

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-3\right)^2=18$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$.

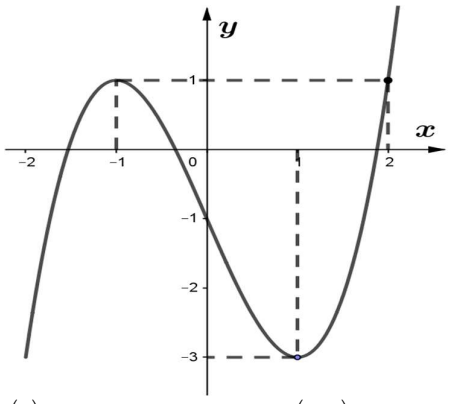
C. $\left(x-1\right)^2+\left(y+4\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+4\right)^2+\left(z-3\right)^2=18$.

Câu 38. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3;1;2), B(-3;2;5), C(1;6;-3)$ là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-3t\\z=8-4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=-3+3t\\z=4-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3-4t\\y=1+3t\\z=2-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3+4t\\z=4-t\end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Gọi $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$. Biết $g\left(-1\right)+g\left(1\right)>g\left(0\right)+g\left(2\right)$.

Với $x\in\left[-1;2\right]$ thì $g\left(x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng



A. $g\left(2\right)$. **B.** $g\left(1\right)$. **C.** $g\left(-1\right)$. **D.** $g\left(0\right)$.

Câu 40. Tập các cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn điều kiện $\log_x\left(y+x+x^2-5\right)\le 2$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 41. Biết $I=\int\limits_1^5 \frac{2\left|x-2\right|+1}{x}\mathrm{d}x=4+a\ln 2+b\ln 5$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=9$. **B.** $S=11$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=5$.

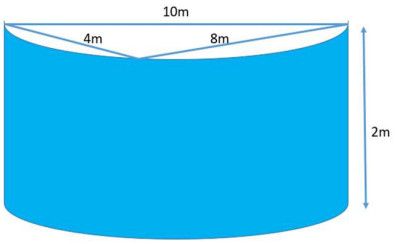
Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z-1\right|^2+\left|z-\bar{z}\right|i+\left(z+\bar{z}\right)i^{2019}=1$?

A. 4 **B.** **C.** 1 **D.** 3

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, góc $\widehat{ACB}=60^\circ$ cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 44. Ông An muốn sơn mặt ngoài của một bức tường là một phần của mặt xung hình trụ như hình vẽ sau. Biết giá tiền sơn $1m^2$ tường là 50000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) ông An phải trả cho thợ sơn là bao nhiêu?



A. 1321000 đồng. **B.** 1318000 đồng. **C.** 1320000 đồng. **D.** 1319000 đồng.

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $\left(P\right):x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \dfrac{5}{2} \\ z = -\dfrac{9}{2} + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 6 \\ y = \dfrac{5}{2} - t \\ z = -\dfrac{9}{2} + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \dfrac{5}{2} + t \\ z = -\dfrac{9}{2} + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$

Câu 46. Cho $y = f(x)$ là hàm bậc ba có $f'(0) = -3$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

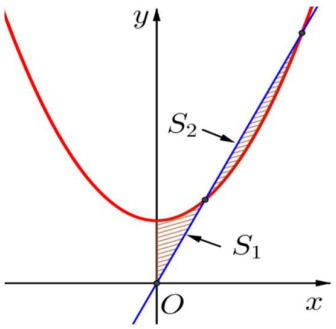
Hàm số $y = g(x) = f\left(x^3 - 3x + m\right) - \dfrac{x^6}{2} + 3x^4 - x^3 - \dfrac{9}{2}x^2 + 3x - 1$ có bao nhiêu cực trị biết m là giá trị lớn nhất của $P = \dfrac{\sqrt{3}\sin x}{\cos x + 2}$.

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x + 2y) = \log_2\left(x^2 + y^2\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** vô số.

Câu 48. Cho parabol $f(x) = x^2 + 2m$ (với m là số thực dương) và đường thẳng $g(x) = 2x$. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai phần gạch chéo như hình vẽ. Để $\dfrac{S_1}{S_2} = 2$ thì số thực dương m nằm trong khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{4};1\right)$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{4}\right)$.

Câu 49. Cho số phức z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình: $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i|$, thỏa mãn: $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị của biểu thức: $P = |z_1 + z_2|$ tương ứng bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 10.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-6}{-3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là:

A. $2x - y - 2z - 10 = 0$. **B.** $2x + y + 2z - 19 = 0$.

C. $x - 2y + 2z - 1 = 0$. **D.** $2x + 2y + z - 18 = 0$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 06

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 12 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh tham gia đội văn nghệ xung kích trong đó có 2 nam và 1 nữ?

A. 228. **B.** 520. **C.** 528. **D.** 530.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chọn 2 nam từ 12 nam ta có C_{12}^2 cách chọn.

Chọn 1 nữ từ 8 nữ ta có C_8^1 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $C_{12}^2.C_8^1 = 528$ cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $u_2 = \frac{1}{6}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

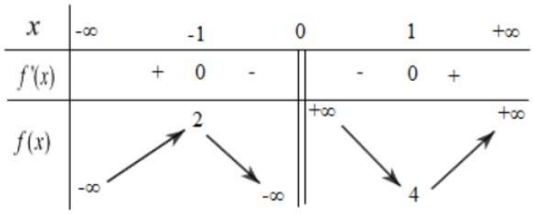
A. $-\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 12. **D.** -12.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\frac{1}{6}}{-2} = -\frac{1}{12}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

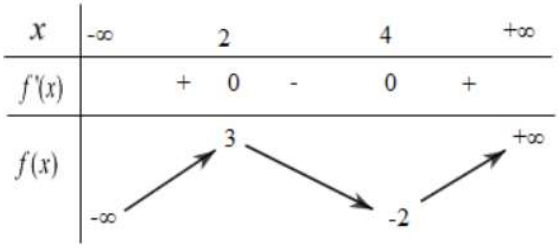
A. $(-1;1)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(0;1)$ và $(-1;0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 29. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{29}$. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị là: $M(2;3), N(4;-2)$.

$\Rightarrow MN=\sqrt{(4-2)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{29}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)=0$ khi $x=-3$, $x=-2$ và $x=-1$, trong đó:

$f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-3$ và $x=-2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x=-3$ và $x=-2$,

$f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x=-1$ nên $x=-1$ không phải là điểm cựa trị của hàm số.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

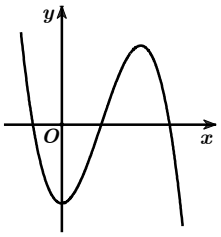
Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x+1}{x-2}=-\infty$

Vậy $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2-2$. **B.** $y=-x^3+3x^2-2$.

C. $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-x+2$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$x^3+x^2-x+2=0$$
$$\Leftrightarrow x=-2$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 1.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4\left(a^{2022}\right)$ bằng

A. $4044\log_2 a$. **B.** $2022+\log_4 a$. **C.** $1011.\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{1011}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $\log_4\left(a^{2022}\right)=\log_{2^2}\left(a^{2022}\right)=\frac{2022}{2}\log_2 a=1011.\log_2 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **D.** $y'=\frac{1}{5\ln x}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $y'=\left(\log_5 x\right)'=\frac{1}{x\ln 5}$.

Câu 11. Rút gọn biểu thức $N=x^{\frac{1}{2}}\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

A. $N=\sqrt{x}$. **B.** $N=x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $N=\sqrt[2]{x^3}$. **D.** $N=\sqrt[3]{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a>0$ và $m,n\in\mathbb{Z}^+$

$N=x^{\frac{1}{2}}\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{x^2}$.

Câu 12. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-2}=27$.

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$ **D.** $x=9$

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$3^{x-2}=27$

$\Leftrightarrow 3^{x-2}=3^3$

$\Leftrightarrow x-2=3$

$\Rightarrow x=5.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=\frac{9}{2}$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Phương trình $\log_3(2x-1)=2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow x=5$

Vậy nghiệm của phương trình $x=5$

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2}+2^x$ là

A. $\ln x^2+2^x\ln 2+C$. **B.** $\ln x^2+\frac{2^x}{\ln 2}+C$. **C.** $-\frac{1}{x}+\frac{2^x}{\ln 2}+C$. **D.** $\frac{1}{x}+2^x\ln 2+C$.

Hướng dẫn giải

$\int\left(\frac{1}{x^2}+2^x\right)\mathrm{dx}=-\frac{1}{x}+\frac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 15. Hàm số $f(x)=\cos(4x+5)$ có một nguyên hàm là

A. $-\sin(4x+5)+x$. **B.** $\frac{1}{4}\sin(4x+5)-3$. **C.** $\sin(4x+5)-1$. **D.** $-\frac{1}{4}\sin(4x+5)+3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=\cos(4x+5)$ có một nguyên hàm là: $\frac{1}{4}\sin(4x+5)-3$.

Câu 16. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{dx}=2$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{dx}=6$, khi đó $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{dx}$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{dx}=\int_1^2 f(x)\mathrm{dx}-\int_1^2 g(x)\mathrm{dx}=2-6=-4$.

Câu 17. Tích phân $\int_1^2 2x^4\mathrm{dx}$ bằng

A. $\frac{62}{5}$. **B.** $\frac{5}{62}$. **C.** $\frac{31}{5}$ **D.** $\frac{5}{31}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^2 2x^4\mathrm{dx}=2.\frac{x^5}{5}\Big|_1^2=\frac{2}{5}.\left(2^5-1^5\right)=\frac{62}{5}$.

Câu 18. Cho số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=1-2020i$ khi đó z bằng

A. $z=1+2020i$. **B.** $z=-1-2020i$.

C. $z=-1+2020i$. **D.** $z=1-2020i$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án **A.**

Số phức liên hợp của số phức z là $\overline{z}=1-2020i$ nên $z=1+2020i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1-8i$ và $z_2=5+6i.$ Phần ảo của số phức liên hợp $z_2-i\overline{z_1}$ bằng

A. 5. **B.** $5i$. **C.** -5. **D.** $-5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z_1 = 1-8i \Rightarrow \overline{z_1} = 1+8i \Rightarrow i\overline{z_1} = i(1+8i) = 8i^2 + i = -8 + i.$

Suy ra $z = z_2 - i\overline{z_1} = 5 + 6i - (-8+i) = 13 + 5i \Rightarrow \overline{z} = 13 - 5i$.

Vậy phần ảo của số phức liên hợp $z = z_2 - i\overline{z_1}$ là -5.

Câu 20. Cho số phức $z = 4 - 5i$. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(-5;4)$. **B.** $N(4;5)$. **C.** $P(4;-5)$. **D.** $Q(-4;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overline{z} = 4 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là $N(4;5)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đáy là hình vuông cạnh $2a$ nên có diện tích $B = (2a)^2 = 4a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức $V = Bh = 4a^2.a = 4a^3$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $a, 2, 3$ và có thể tích bằng 12. Giá trị của a bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giá trị của a bằng 2 vì $2.2.3 = 12$.

Câu 23. Cho hình nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $3\sqrt{7}\pi$. **B.** $6\sqrt{7}\pi$. **C.** 30π. **D.** 15π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq} = \pi rl = \pi.3.5 = 15\pi$.

Câu 24. Cho khối trụ có chiều cao $h = 2$ và bán kính đáy $r = 6$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 34π. **C.** 18π. **D.** 96π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ được tính theo công thức $V = \pi r^2 h = \pi.6^2.2 = 72\pi$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(-5;0;5)$ là trung điểm của đoạn MN, biết $M(1;-4;7)$. Tìm tọa độ của điểm N.

A. $N(-10;4;3)$. **B.** $N(-2;-2;6)$. **C.** $N(-11;-4;3)$. **D.** $N(-11;4;3)$.

Lời giải

Chọn D

$I(-5;0;5)$ là trung điểm của đoạn MN nên ta có

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} \\ y_I = \dfrac{y_M + y_N}{2} \\ z_I = \dfrac{z_M + z_N}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_N = 2x_I - x_M \\ y_N = 2y_I - y_M \\ z_N = 2z_I - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2(-5) - 1 \\ y_N = 2.0 - (-4) \\ z_N = 2.5 - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -11 \\ y_N = 4 \\ z_N = 3 \end{cases} \Rightarrow N(-11;4;3).$$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z + 4 = 0$.

A. $I(2;0;-1)$, $R = 3$. **B.** $I(4;0;-2)$, $R = 3$.

C. $I(-2;0;1)$, $R = 1$. **D.** $I(2;0;-1)$, $R = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-1)$.

Bán kính $R = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2 - 4} = 1$.

Câu 27. Xác định m để mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$ đi qua điểm $A(3;1;-2)$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = -9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z + m = 0$ đi qua điểm $A(3;1;-2)$ khi và chỉ khi

$3.3 - 4.1 + 2.(-2) + m = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m = -1$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4;3)$ và $B(3;-2;0)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = (1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (3;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (3;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;-6;-3) = -3.(-1;2;1) = -3\overrightarrow{u_2}$.

Do đó, đường thẳng qua hai điểm A, B có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}$.

Câu 29. Một hộp đựng thẻ được đánh số từ 1, 2, 3,…, 9. Rút ngẫu nhiên hai lần, mỗi lần một thẻ và nhân số ghi trên hai thẻ với nhau. Xác suất để tích nhận được là số chẵn là

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{25}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 9 \times 8 = 72$.

Gọi $\overline{A}$ là biến cố: "tích nhận được là số lẻ".

$n(\overline{A}) = 5 \times 4 = 20 \Rightarrow n(A) = 72 - 20 = 52$.

$\Rightarrow$ xác suất biến cố A: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{52}{72}=\dfrac{13}{18}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^4+3x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=2x^3-5x+1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=3x^3+3x-2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=9x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. 13. **B.** $\dfrac{49}{4}$. **C.** $\dfrac{51}{2}$. **D.** $\dfrac{51}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y=f(x)=x^4-x^2+13$

Ta có: $y'=4x^3-2x.$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$; $y(0)=13$, $y\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}$, $y(-2)=25$, $y(3)=85$.

Vậy: $m=\dfrac{51}{4}$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+7\right)>0\Leftrightarrow 0<x^2-5x+7<1$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-5x+6<0\\x^2-5x+7>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow 2<x<3$.

Câu 33. Cho $\int_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\int_1^2\left[4f(x)-2x\right]dx=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx-2\int_1^2 xdx=1\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx-x^2\Big|_1^2=1$

$\Leftrightarrow 4\int_1^2 f(x)dx=4\Leftrightarrow\int_1^2 f(x)dx=1.$

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $5\overline{z}+3-i=(-2+5i)z$. Tính $P=\left|3i(z-1)^2\right|$.

A. $P=144$. **B.** $P=3\sqrt{2}$. **C.** $P=12$. **D.** $P=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi\ (a;\ b\in\mathbb{R})$, suy ra $\overline{z}=a-bi$.

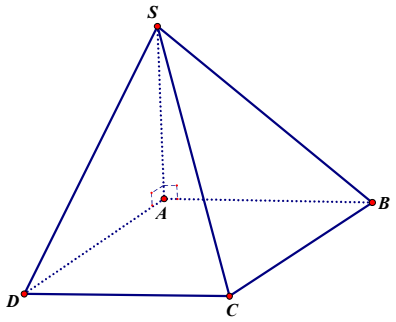
Theo giả thiết, ta có $5\overline{z}+3-i=(-2+5i)z \Leftrightarrow 5(a-bi)+3-i=(-2+5i)(a+bi)$

$\Leftrightarrow 5a+3-(5b+1)i=-2a-5b+(5a-2b)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}5a+3=-2a-5b\\5b+1=2b-5a\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}7a+5b+3=0\\5a+3b+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-2\end{cases} \Rightarrow z=1-2i$.

Do đó $3i(z-1)^2=-12i$. Vậy $P=\left|3i(z-1)^2\right|=\left|-12i\right|=12$.

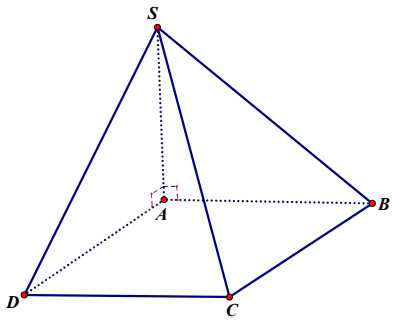
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60°$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì $SA\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

Đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60°$ nên tam giác ABC đều, do đó $AC=a$.

Ta có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}$. Vậy $\widehat{SCA}=60°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD=2AB=2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và SB tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Hướng dẫn giải

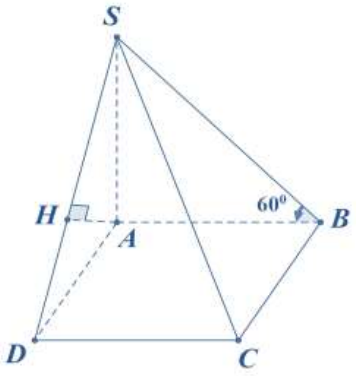
Chọn B

Vì $AB//(SCD)$ nên $d(AB,SC)=d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))$.

Trong (SAD), kẻ $AH\perp SD,(H\in SD)$

$\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$.

$\begin{cases}AH\perp SD\\AH\perp CD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow d(A,(SCD))=AH$.



Ta có: $(\widehat{SB,(ABCD)})=(\widehat{SB,AB})=\widehat{SBA}=60°$.

Xét ΔSAB vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SBA}=\frac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB.\tan\widehat{SBA}=a.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Vậy $d(AB,SC)=AH=\frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\frac{2a.a\sqrt{3}}{\sqrt{4a^2+3a^2}}=\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$ nên có bán kính $R=IA=3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Câu 38. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3;1;2),B(-3;2;5),C(1;6;-3)$ là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-3t\\z=8-4t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=-3+3t\\z=4-t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=3-4t\\y=1+3t\\z=2-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3+4t\\z=4-t\end{cases}$

Lời giải

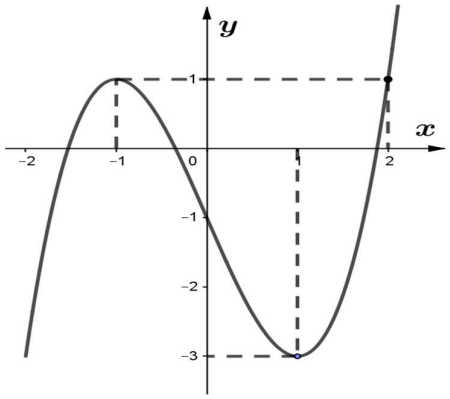
Chọn C

Ta có $M(-1;4;1)$ là trung điểm của BC nên AM qua A và nhận $\overrightarrow{AM}(-4;3;-1)$ làm VTCP

Phương trình trung tuyến $AM:\begin{cases}x=3-4t\\y=1+3t\\z=2-t\end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$. Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$.

Với $x\in[-1;2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng



A. $g(2)$. **B.** $g(1)$. **C.** $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

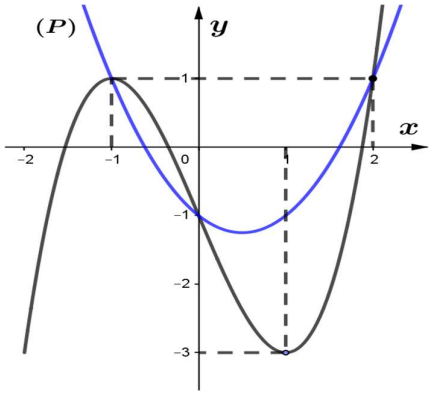
Lời giải

Chọn A

+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$ trên đoạn $[-1;\ 2]$.

+ Ta có $g'(x)=f'(x)-x^2+x+1$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và Parabol $(P): y=x^2-x-1$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



+ Ta thấy $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2-x-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$.

+ Bảng biến thiên :

x	-1		0		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	
$g(x)$	$g(-1)$	↗	$g(0)$	↘	$g(1)$	↘	$g(2)$

+ Từ giả thiết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$

$\Leftrightarrow g(-1)-g(2)>g(0)-g(1)$

$\Rightarrow g(-1)-g(2)>0$ (vì $g(0)>g(1)$)

$\Leftrightarrow g(-1)>g(2)$.

Vậy $\min\limits_{[-1;\ 2]} g(x)=g(2)$.

Câu 40. Tập các cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $\log_x\left(y+x+x^2-5\right)\le 2$

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải:

Chọn A

Có $\log_x\left(y+x+x^2-5\right)\le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\ne 1 \\ y+x+x^2-5>0 \\ y+x+x^2-5\le x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\ne 1 \\ y+x+x^2-5>0 \\ y+x\le 5 \end{cases}$. (1)

Vì $(x;y)$ nguyên dương nên $x\in\{2;3;4\}$

Với $x=2$ có $(1)\Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\ne 1 \\ y+6-5>0 \\ y+2\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow y\in\{1;2;3\}$ có 3 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=3$ có $(1)\Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\ne 1 \\ y+12-5>0 \\ y+3\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow y\in\{1;2\}$ có 2 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=4$ có $(1)\Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\ne 1 \\ y+20-5>0 \\ y+4\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow y\in\{1\}$ có 1 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 6 cặp $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 41. Biết $I=\int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x}\mathrm{d}x = 4+a\ln 2+b\ln 5$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=9$. **B.** $S=11$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=5$.

Lời giải:

Chọn D

Ta có $|x-2|=\begin{cases} x-2 \text{ khi } x\ge 2 \\ 2-x \text{ khi } x\le 2 \end{cases}$.

Do đó $I=\int_1^2 \frac{2|x-2|+1}{x}\mathrm{d}x+\int_2^5 \frac{2|x-2|+1}{x}\mathrm{d}x$.

$=\int_1^2 \frac{2(2-x)+1}{x}\mathrm{d}x+\int_2^5 \frac{2(x-2)+1}{x}\mathrm{d}x=\int_1^2\left(\frac{5}{x}-2\right)\mathrm{d}x+\int_2^5\left(2-\frac{3}{x}\right)\mathrm{d}x$

$=\left(5\ln|x|-2x\right)\Big|_1^2+\left(2x-3\ln|x|\right)\Big|_2^5=4+8\ln 2-3\ln 5$.

$\Rightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow S=a+b=5$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1|^2+|z-\bar{z}|i+(z+\bar{z})i^{2019}=1$?

A. 4 **B.** **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=a+bi$; $(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow \bar{z}=a-bi$.

Ta có: $|z-1|^2=|a+bi-1|^2=(a-1)^2+b^2$, $|z-\bar{z}|i=|a+bi-a+bi|i=\sqrt{(2b)^2}i=2|b|i$,

$i^{2019}=-i$, $(z+\bar{z})i^{2019}=-i(a+bi+a-bi)=-2ai$.

Suy ra phương trình đã cho tương đương với: $(a-1)^2+b^2+2|b|i-2ai=1$

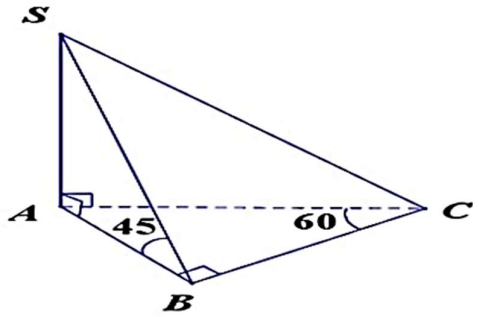
$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+b^2=1\\2|b|-2a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2-2a+b^2=0\\a=|b|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2|b|^2-2|b|=0\\a=|b|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}|b|=0\\|b|=1\end{array}\right.\\a=|b|\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}\\\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy có 3 số phức z thỏa mãn.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, góc $\widehat{ACB}=60°$ cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SB tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải



+ ΔABC vuông tại B nên

$BC=AB.\cot\widehat{ACB}=a.\cot 60°=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{1}{2}a.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$

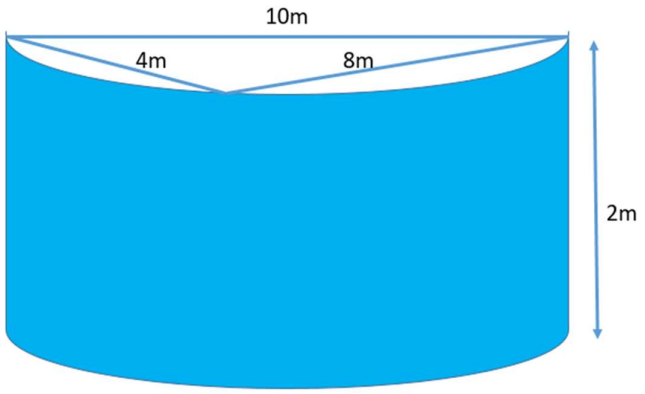
+ Ta có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên (ABC)

$\Rightarrow(SB,(ABC))=(SB,AB)=\widehat{SBA}=45°$

ΔSAB vuông tại A nên $SA=AB.\tan\widehat{SBA}=AB.\tan 45°=a$

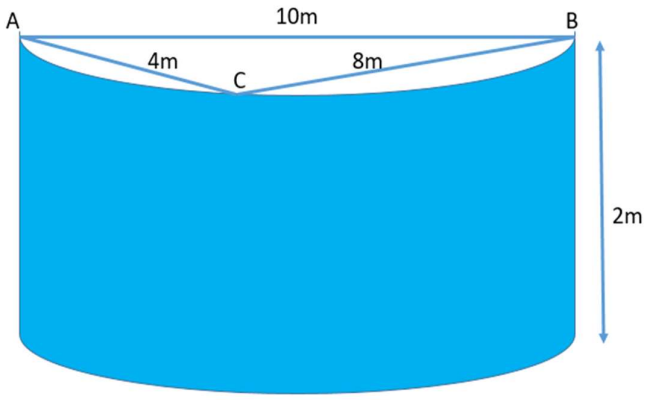
Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{6}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 44. Ông An muốn sơn mặt ngoài của một bức tường là một phần của mặt xung hình trụ như hình vẽ sau. Biết giá tiền sơn $1m^2$ tường là 50000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) ông An phải trả cho thợ sơn là bao nhiêu?



A. 1321000 đồng. **B.** 1318000 đồng. **C.** 1320000 đồng. **D.** 1319000 đồng.

Lời giải



Tam giác ABC có $p=\dfrac{4+8+10}{2}=11$. Suy ra $S_{\triangle ABC}=\sqrt{11(11-10)(11-8)(11-4)}=\sqrt{231}$.

Do đó bán kính của hình trụ hay bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R=\dfrac{4.8.10}{4\sqrt{231}}=\dfrac{80}{\sqrt{231}}$.

Gọi α là số đo góc ở tâm chắn cung $\overset{\frown}{AB}$. Khi đó $\alpha=2\left(\pi-\overset{\frown}{ACB}\right)$.

Áp dụng định lí cos trong ΔABC ta có $\cos\overset{\frown}{ACB}=\dfrac{4^2+8^2-10^2}{2.4.8}=\dfrac{-5}{16}$.

Suy ra $\alpha=2\left(\pi-\arccos\dfrac{-5}{16}\right)$. Do đó diện tích mặt tường cần sơn là

$S=\dfrac{\alpha}{2\pi}.2\pi Rh=\alpha Rh=2\left(\pi-\arccos\dfrac{-5}{16}\right).\dfrac{80}{\sqrt{231}}.2$.

Vậy số tiền ông An cần trả là $2\left(\pi-\arccos\dfrac{-5}{16}\right).\dfrac{80}{\sqrt{231}}.2.50000\approx 1319000$ (đồng).

Câu 45. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P):x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=6 \\ y=\dfrac{5}{2}-t \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6-2t \\ y=\dfrac{5}{2}+t \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=12-t \\ y=5 \\ z=-9+t \end{cases}$

Lời giải

Nhận xét d_1, d_2 là hai đường thẳng chéo nhau.

$A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a;a;-2-a)$

$B \in d_2 \Rightarrow B(1+b;-2+3b;2-2b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(b-2a;3b-a-2;-2b+a+4)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

Vì $\Delta // (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{n_P} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0 \Leftrightarrow b-2a+3b-a-2-2b+a+4=0 \Leftrightarrow b=a-1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-a-1;2a-5;6-a)$

$$AB=\sqrt{(-a-1)^2+(2a-5)^2+(6-a)^2}$$
$$=\sqrt{6a^2-30a+62}$$
$$=\sqrt{6\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{49}{2}} \geq \frac{7\sqrt{2}}{2}; \forall a \in \mathbb{R}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=\dfrac{5}{2} \Rightarrow A\left(6;\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-\dfrac{7}{2};0;\dfrac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(6;\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$ và vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(-1;0;1)$

Vậy phương trình của Δ là $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$.

Câu 46. Cho $y=f(x)$ là hàm bậc ba có $f'(0)=-3$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x+m\right)-\dfrac{x^6}{2}+3x^4-x^3-\dfrac{9}{2}x^2+3x-1$ có bao nhiêu cực trị biết m là giá trị lớn nhất của $P=\dfrac{\sqrt{3}\sin x}{\cos x+2}$.

A. 10. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Từ bảng biến thiên $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right. \Rightarrow f'(x)=k(x+1)(x-1)$.

Mà $f'(0)=-3\Rightarrow k=3\Rightarrow f'(x)=3(x-1)(x+1)=3x^2-3$.

Theo bài ra $P=\dfrac{\sqrt{3}\sin x}{\cos x+2}\Rightarrow \sqrt{3}\sin x-P\cos x=2P$.

Điều kiện P có nghiệm là $(2P)^2\le P^2+3\Leftrightarrow -1\le P\le 1$.Nên $m=1$.

Khi đó $y=g(x)=f\left(x^3-3x+1\right)-\dfrac{x^6}{2}+3x^4-x^3-\dfrac{9}{2}x^2+3x-1$.

Ta có:

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+1\right)-3x^5+12x^3-3x^2-9x+3=\left(3x^2-3\right)\left[f'\left(x^3-3x+1\right)-\left(x^3-3x+1\right)\right]$

$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ f'\left(x^3-3x+1\right)=x^3-3x+1\ (1)\end{array}\right.$

Đặt $x^3-3x+1=t$ suy ra $(1)\Leftrightarrow f'(t)=t\Leftrightarrow 3t^2-3=t\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{1+\sqrt{37}}{6} \\ t=\dfrac{1-\sqrt{37}}{6}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x\approx 1,76137 \\ x\approx -0,0602 \\ x\approx -1,7011 \\ x\approx 1,21796 \\ x\approx 0,76486 \\ x\approx -1,9828\end{array}\right.$.

Do đó $g'(x)=0$ có 8 nghiệm đơn.Vậy hàm số $y=g(x)$ có 8 cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y)=\log_2\left(x^2+y^2\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\log_3(x+2y)=\log_2\left(x^2+y^2\right)=t\Leftrightarrow\begin{cases} x+2y=3^t \\ x^2+y^2=2^t\end{cases}$ (*)

Ta có $(x+2y)^2\le(1+4)\left(x^2+y^2\right)=5\left(x^2+y^2\right)$ nên: $9^t\le 5.2^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{9}{2}\right)^t\le 5\Leftrightarrow t\le\log_{\frac{9}{2}}5$.

Suy ra $x^2+y^2=2^t\le 2^{\log_{\frac{9}{2}}5}\approx 2.1$.

Vì $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{-1;0;1\}$.

+Với $y=-1$, hệ (*) trở thành

$\begin{cases} x-2=3^t \\ x^2+1=2^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=3^t+2 \\ x^2=2^t-1\end{cases}\Rightarrow\left(3^t+2\right)^2=2^t-1\Leftrightarrow 9^t+4.3^t+5-2^t=0$ (**)

Nếu $t<0$ thì $2^t<1\Rightarrow 9^t+4.3^t+5-2^t>0$.

Nếu $t\ge 0\Rightarrow 9^t-2^t\ge 0\Rightarrow 9^t+2.3^t-2^t+2>0$.

Vậy (**) vô nghiệm.

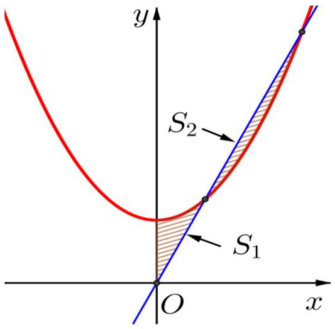
- Với $y=0$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} x=3^t \\ x^2=2^t\end{cases}\Rightarrow 9^t=2^t\Leftrightarrow\left(\dfrac{9}{2}\right)^t=1\Leftrightarrow t=0\Rightarrow x=1$.

- Với $y=1$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} x+2=3^t \\ x^2+1=2^t\end{cases}\Rightarrow\left(3^t-2\right)^2=2^t-1$ (***).

Dễ thấy (***) luôn có ít nhất một nghiệm $t=1\Rightarrow x=1$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của y thỏa mãn là $y=0,\ y=1$.

Câu 48. Cho parabol $f(x)=x^2+2m$ (với m là số thực dương) và đường thẳng $g(x)=2x$. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai phần gạch chéo như hình vẽ. Để $\frac{S_1}{S_2}=2$ thì số thực dương m nằm trong khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{4};1\right)$. **D.** $\left(1;\frac{5}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng là: $x^2+2m=2x\Leftrightarrow(x-1)^2=1-2m\ (*)$

Để có các phần gạch chéo như hình vẽ thì parabol và đường thẳng phải cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1-2m>0\Leftrightarrow m<\frac{1}{2}$.

Khi đó $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt là $x_1=1-\sqrt{1-2m},\ x_2=1+\sqrt{1-2m}$.

Vì $0<m<\frac{1}{2}$ nên $0<x_1<x_2$.

Suy ra $S_1=\int_0^{x_1}\left(x^2-2x+2m\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}-x^2+2mx\right)\Big|_0^{x_1}=\frac{x_1^3}{3}-x_1^2+2mx_1$

$=\frac{\left(1-\sqrt{1-2m}\right)^3}{3}-\left(1-\sqrt{1-2m}\right)^2+2m\left(1-\sqrt{1-2m}\right)$.

$S_2=\int_{x_1}^{x_2}\left(2x-x^2-2m\right)\mathrm{d}x=\left(x^2-\frac{x^3}{3}-2mx\right)\Big|_{x_1}^{x_2}=\left(x_2^2-x_1^2\right)-\frac{1}{3}\left(x_2^3-x_1^3\right)-2m\left(x_2-x_1\right)$

$=\left(x_2-x_1\right)\left(\left(x_1+x_2\right)-\frac{1}{3}\left[\left(x_1+x_2\right)^2-x_1x_2\right]-2m\right)$

$=2\sqrt{1-2m}\left(2-\frac{1}{3}\left[2^2-2m\right]-2m\right)=\frac{4(1-2m)\sqrt{1-2m}}{3}$

Vì $S_1=2S_2$ nên $\frac{\left(1-\sqrt{1-2m}\right)^3}{3}-\left(1-\sqrt{1-2m}\right)^2+2m\left(1-\sqrt{1-2m}\right)=\frac{8(1-2m)\sqrt{1-2m}}{3}$ $(**)$

Dùng CASIO dò nghiệm $m>0$ ta được $m\approx 0,41$.

Câu 49. Cho số phức z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình: $|6-3i+iz|=|2z-6-9i|$, thỏa mãn: $|z_1-z_2|=2$. Giá trị của biểu thức: $P=|z_1+z_2|$ tương ứng bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 10.

Lời giải

Chọn D

Trước hết ta tìm quỹ tích điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn giả thiết:

$|6-3i+iz|=|2z-6-9i| \Leftrightarrow |i|.|z-3-6i|=|2z-6-9i| \Leftrightarrow |z-3-6i|=|2z-6-9i|$ (1).

Đặt $z=x+iy$ thay vào (1) ta được:

$|x+iy-3-6i|=|2(x+iy)-6-9i| \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-6)^2=(2x-6)^2+(2y-9)^2$.

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-4)^2=1$.

Như vậy điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C): $(x-3)^2+(y-4)^2=1 \Leftrightarrow |z-z_0|=R$.

Trong đó: $z_0=3+4i$ và $R=1$. Điểm I biểu diễn số phức $z_0=3+4i$.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức z_1 và B là điểm biểu diễn số phức z_2 khi đó ta có:

$IA=IB=R=1; AB=|z_1-z_2|=2=2R$. Suy ra AB là một đường kính của đường tròn (C).

Khi đó ta có I là trung điểm của AB tức là: $z_1+z_2=2z_0=6+8i$.

Suy ra: $P=|z_1+z_2|=10$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$, song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là:

A. $2x-y-2z-10=0$. **B.** $2x+y+2z-19=0$.

C. $x-2y+2z-1=0$. **D.** $2x+2y+z-18=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.

Gọi một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(a;b;c), a^2+b^2+c^2\neq 0$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$ và có một VTPT $\vec{n}=(a;b;c)$ nên có phương trình là

$$a(x-4)+b(y-3)+c(z-4)=0$$

Do $(P)//\Delta$ nên $-3a+2b+2c=0 \Leftrightarrow 3a=2(b+c)$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên

$$d(I,(P))=R \Leftrightarrow \frac{|-3a-b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3 \Leftrightarrow 9(a^2+b^2+c^2)=(3a+b+c)^2 \quad (*)$$

Thay $3a=2(b+c)$ vào $(*)$ ta được:

$$4(b+c)^2+9b^2+9c^2=9(b+c)^2 \Leftrightarrow 2b^2-5bc+2c^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=\dfrac{1}{2}c \\ b=2c \end{array}\right.$$

- TH1: $b=\frac{1}{2}c$, chọn $c=2\Rightarrow b=1\Rightarrow a=2\Rightarrow$ Phương trình $2x+y+2z-19=0$ (thỏa).
- TH2: $b=2c$, chọn $c=1\Rightarrow b=2\Rightarrow a=2\Rightarrow$ Phương trình $2x+2y+z-18=0$ (loại do $\Delta\subset(P)$

.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 07

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh trong đó có một học sinh nam và một học sinh nữ?

A. 63. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$, $u_2 = -3$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;-4)$. **C.** $y_{CT} = -4$. **D.** $(3;-4)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

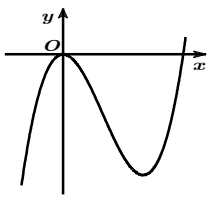
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x-1}{2x-3}$ là

A. $y = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 3x^2$. **B.** $y = x^4 - 3x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = \dfrac{3x+1}{x+3}$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x + 21$ và đường thẳng $y = 3x - 6$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 a = \log_a 3$. **B.** $\log_3 a = \dfrac{1}{\log_3 a}$. **C.** $\log_3 a = \dfrac{1}{\log_a 3}$. **D.** $\log_3 a = -\log_a 3$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$ là

A. $y' = \dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$. **B.** $y' = x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y' = 2^x.\ln 2^x..$ **D.** $y' = \dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 16$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 8$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1) = 2$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = 17$. **C.** $x = \dfrac{9}{2}$. **D.** $x = \dfrac{7}{2}$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$ là

A. $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\cos 6x}{6} + C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{\sin 6x}{6} + C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\cos 6x}{6} + C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{\sin 6x}{6} + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right) = 3x^2 + \mathrm{e}^x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x + e^x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + e^x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 6x - e^x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 - e^x + C$.

Câu 16. Cho $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}\,x = -5$ và $\int\limits_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}\,x = 10$, khi đó $\int\limits_{1}^{5} f(t)\,\mathrm{d}\,t$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 17. Tích phân $I = \int\limits_0^2 (2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 5$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 18. Tìm số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z = \left(2-3i\right)\left(3+2i\right)$.

A. $\overline{z} = 12 - 5i$. **B.** $\overline{z} = -12 + 5i$. **C.** $\overline{z} = -12 - 5i$. **D.** $\overline{z} = 12 + 5i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z = 3z_1 - 2z_2$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $w = z^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(6;\,9\right)$. **B.** $P\left(4;\,9\right)$. **C.** $N\left(-4;\,6\right)$. **D.** $M\left(-5;\,-12\right)$.

Câu 21. Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 22. Cho khối lập phương cạnh a có thể tích bằng 8. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3 = 16$. **B.** $a^3 = 8$. **C.** $a^3 = 24$. **D.** $a^3 = 2$.

Câu 23. Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp} = \pi r^2 + \pi rl$ **B.** $S_{tp} = 2\pi r + \pi rl$ **C.** $S_{tp} = 2\pi rl$ **D.** $S_{tp} = \pi r^2 + 2\pi r$.

Câu 24. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O\,;r)$ và $(O'\,;r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là

$OO' = r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn $(O\,;r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_1 = 3S_2$. **B.** $S_1 = \sqrt{3}S_2$. **C.** $S_1 = 2S_2$. **D.** $S_1 = S_2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và . $B(3;4;-1)$.. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;2)$ **B.** $(2;2;-4)$ **C.** $(2;2;-2)$ **D.** $(2;3;1)$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$. **D.** $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véc tơ pháp tuyên $\vec{n} = (1;2;3)$ là:

A. $(P_1): 3x+2y+z=0$. **B.** $(P_2): x+2y+3z-1=0$.

C. $(P_3): x+2y+3z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+3z-1=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc Δ của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;5)$ và $Oxyz$,?

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{5}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+5}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất đề chọn được một quân 2 bằng:

A. $\dfrac{1}{26}$. **B.** $\dfrac{1}{52}$ **C.** $\dfrac{1}{13}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=-x^2+2x$ **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=-x^4-3x^2+2$

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=4x^3-3x^4$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -24. **D.** -16.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2} \le 8$ là

A. $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$. **B.** $\left[-1;1\right]$. **C.** $\left[1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right]$

Câu 33. Nếu $\int_0^2 \left[f(x)-x\right]dx = 1$ thì $\int_0^2 f(x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

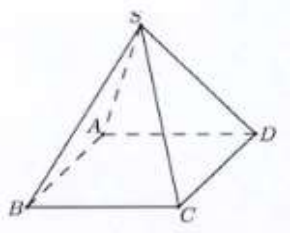
Câu 34. Cho số phức $z=1+2i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

A. $\sqrt{10}$ **B.** 5 **C.** 10 **D.** $\sqrt{5}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $\sqrt{21}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{17}$ **D.** 3

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm tại gốc tọa độ và đi qua điểm $A\left(0;3;0\right)$ có phương trình là:

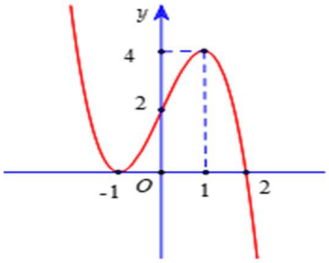
A. $x^2+y^2+z^2=3$ **B.** $x^2+y^2+z^2=9$

C. $x^2+\left(y-3\right)^2+z^2=3$ **D.** $x^2+\left(y-3\right)^2+z^2=9$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(2;3;-1\right),\mathrm{B}\left(1;-1;2\right)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=2-t\\y=3-4t\\z=-1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3-t\\z=-1+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=2-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3-2t\\z=-1+t\end{cases}$

Câu 39. ◆ Ta có $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=\left(-1;-4;3\right)$, khi đó phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và nhận vectơ $\vec{u}$ làm vectơ chỉ phương là $\begin{cases}x=2-t\\y=3-4t\\z=-1+3t\end{cases}$ Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f\left(-1\right)=\dfrac{13}{4},f\left(2\right)=6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)=f^3\left(x\right)-3f\left(x\right)$ trên $\left[-1;2\right]$ bằng

A. $\dfrac{1573}{64}$ **B.** 198. **C.** $\dfrac{37}{4}$. **D.** $\dfrac{14245}{64}$.

Câu 40. Có bao nhiêu m nguyên dương để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0$ có không quá 30 nghiệm nguyên?

A. 28. **B.** 29. **C.** 30. **D.** 31.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=3x+2$, với mọi $x\in\mathbb{R}$ .Tích phân $\int\limits_1^5 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{31}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{33}{4}$. **D.** $\frac{49}{4}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2 = |z+\bar{z}| + |z-\bar{z}|$ và z^2 là số thuần ảo

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, có $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^o$. SA vuông góc mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{52}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Câu 44. Cho hình nón chứa năm mặt cầu cùng có bán kính là 1, trong đó bốn mặt cầu tiếp xúc với đáy, tiếp xúc đôi một với nhau và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Mặt cầu thứ năm tiếp xúc với bốn mặt cầu kia và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Tính bán kính đáy hình nón.

A. $2\sqrt{3}+1$. **B.** $2\sqrt{2}+1$. **C.** $2\sqrt{2}-1$. **D.** $3\sqrt{2}+1$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+5}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng vuông góc với (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = -3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = -3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 3 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{3}{10}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

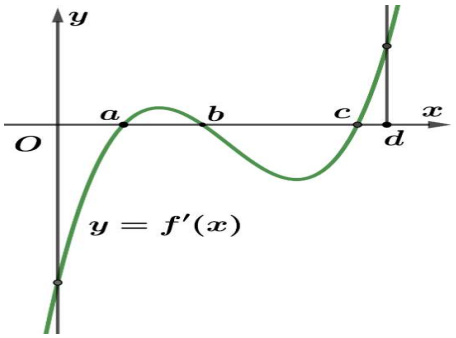
Hàm số $g(x) = |f(x^3) + x^3 + 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$?

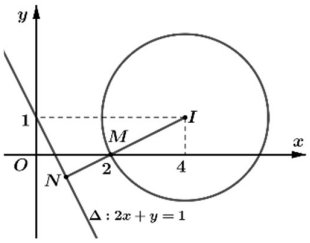
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 48. Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < c < d$ và hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[0; d]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $M+m=f\left(b\right)+f\left(a\right)$.
B. $M+m=f\left(0\right)+f\left(a\right)$.
C. $M+m=f\left(0\right)+f\left(c\right)$.
D. $M+m=f\left(d\right)+f\left(c\right)$.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $\left|z_1-2\right|^2-\left|z_1+i\right|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa $\left|z_2-4-i\right|=\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1-z_2\right|$ bằng



A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.
B. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.
C. $\sqrt{5}$.
D. $2\sqrt{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2=36$ và điểm $A\left(3;1;2\right)$. Mặt phẳng nào sau đây đi qua điểm A và cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất?

A. $\left(\alpha\right):3x+4z+17=0$.
B. $\left(\beta\right):3x+4z-17=0$.
C. $\left(\delta\right):3x+y+2z-17=0$.
D. $\left(\gamma\right):3x+y+2z+17=0$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 07

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.D	5.D	6.D	7.C	8.B	9.C	10.B
11.D	12.A	13.B	14.C	15.B	16.C	17.B	18.D	19.B	20.D
21.D	22.B	23.A	24.B	25.B	26.A	27.C	28.A	29.C	30.C
31.D	32.B	33.B	34.A	35.C	36.C	37.B	38.A	39.D	40.B
41.C	42.D	43.B	44.B	45.A	46.A	47.D	48.C	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 9 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh trong đó có một học sinh nam và một học sinh nữ?

A. 63. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn ra hai học sinh trong đó có một học sinh nam và một học sinh nữ là: $7.9=63$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1, u_2=-3$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

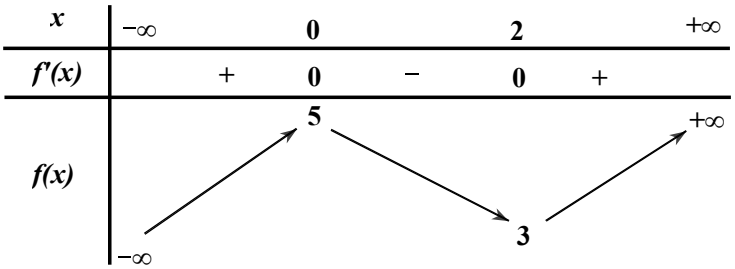
Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Ta có: $d=u_2-u_1=-3-1=-4$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f'(x)<0$ trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là

A. $(0;2)$. **B.** $(2;-4)$. **C.** $y_{CT}=-4$. **D.** $(3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-1$ và $x=4$ nên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-1}{2x-3}$ là

A. $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

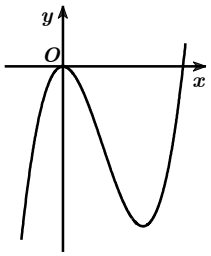
Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=2$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4-3x^2$.

C. $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=\dfrac{3x+1}{x+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^3-3x^2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x+21$ và đường thẳng $y=3x-6$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$x^3+3x+21=3x-6$$
$$\Leftrightarrow x^3+27=0$$
$$\Leftrightarrow x=-3$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng là 1.

Câu 9. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3 a=\log_a 3$. **B.** $\log_3 a=\dfrac{1}{\log_3 a}$. **C.** $\log_3 a=\dfrac{1}{\log_a 3}$. **D.** $\log_3 a=-\log_a 3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2}$ là

A. $y'=\dfrac{x.2^{1+x^2}}{\ln 2}$. **B.** $y'=x.2^{1+x^2}.\ln 2$. **C.** $y'=2^x.\ln 2^x$.. **D.** $y'=\dfrac{x.2^{1+x}}{\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có: $\left(2^{x^2}\right)'=\left(x^2\right)'.2^{x^2}.\ln 2=2x.2^{x^2}.\ln 2=x.2^{x^2+1}.\ln 2$.

Câu 11. Cho a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{6}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

◆ Với $a>0$, ta có $P=a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=7$. **D.** $x=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

◆ Phương trình đã cho tương đương với

$2^{x+1}=16\Leftrightarrow 2^{x+1}=2^4\Leftrightarrow x+1=4\Leftrightarrow x=3$

◆ Vậy phương trình có nghiệm $x=3$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=17$. **C.** $x=\dfrac{9}{2}$. **D.** $x=\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Phương trình $\log_4(x-1)=2\Leftrightarrow x-1=16\Leftrightarrow x=17$

Vậy nghiệm của phương trình $x=17$

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 6x$ là

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{\cos 6x}{6}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-\frac{\sin 6x}{6}+C$.

C. $\frac{x^2}{2}+\frac{\cos 6x}{6}+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\sin 6x}{6}+C$.

Hướng dẫn giải

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int(x-\sin 6x)\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x-\frac{1}{6}\int \sin 6x\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+\frac{\cos 6x}{6}+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\mathrm{e}^x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=6x-e^x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-e^x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có $\int(3x^2+\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

Câu 16. Cho $\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-5$ và $\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=10$, khi đó $\int_{1}^{5} f(t)\,\mathrm{d}t$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 15. **D.** -15.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{=1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=10-(-5)=15$.

$\int_{1}^{5} f(t)\mathrm{d}t=\int_{1}^{5} f(x)\mathrm{d}x$ (Tích phân không phụ thuộc biến số). Vậy $\int_{1}^{5} f(t)\mathrm{d}t=15$.

Câu 17. Tích phân $I=\int_{0}^{2}(2x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có $I=\int_{0}^{2}(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big|_0^2=4+2=6$.

Câu 18. Tìm số phức liên hợp $\overline{z}$ của số phức $z=(2-3i)(3+2i)$.

A. $\overline{z}=12-5i$. **B.** $\overline{z}=-12+5i$. **C.** $\overline{z}=-12-5i$. **D.** $\overline{z}=12+5i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z=(2-3i)(3+2i)=6-5i-6i^2=12-5i \Rightarrow \overline{z}=12+5i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần ảo của số phức liên hợp $z=3z_1-2z_2$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z=3z_1-2z_2=3(1+2i)-2(2-3i)=(3+6i)+(-4+6i)=-1+12i.$

Số phức liên hợp của số phức $z=3z_1-2z_2$ là $\overline{z}=\overline{-1+12i}=-1-12i$.

Vậy phần ảo của số phức liên hợpcủa số phức $z=3z_1-2z_2$ là -12.

Câu 20. Cho số phức $z=-2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $w=z^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(6;9)$. **B.** $P(4;9)$. **C.** $N(-4;6)$. **D.** $M(-5;-12)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z^2=(-2+3i)^2=4-12i+9i^2=-5-12i$.

Điểm biểu diễn số phức w là điểm $M(-5;-12)$.

Câu 21. Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên có diện tích $B=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp đã cho được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 22. Cho khối lập phương cạnh a có thể tích bằng 8. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3=16$. **B.** $a^3=8$. **C.** $a^3=24$. **D.** $a^3=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương cạnh a là $V=a^3$. Do đó, $a^3=8$.

Câu 23. Công thức tính diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$ **B.** $S_{tp}=2\pi r+\pi rl$ **C.** $S_{tp}=2\pi rl$ **D.** $S_{tp}=\pi r^2+2\pi r$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

◆ Công thức diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$.

Câu 24. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn $(O;r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_1=3S_2$. **B.** $S_1=\sqrt{3}S_2$. **C.** $S_1=2S_2$. **D.** $S_1=S_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình nón có bán kính đáy r và chiều cao $h=OO'=r\sqrt{3}$ nên có độ dài đường sinh là

$l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{r^2+(r\sqrt{3})^2}=2r.$

Ta có $S_1=2\pi rh=2\pi r.r\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi r^2$ và $S_2=\pi rl=\pi r.2r=2\pi r^2$. Vậy $S_1=\sqrt{3}S_2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(3;4;-1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(2;2;2)$ **B.** $(2;2;-4)$ **C.** $(2;2;-2)$ **D.** $(2;3;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Tọa độ vec tơ $\overrightarrow{AB}$ được tính theo công thức

◆ $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)=(3-1;4-2;-1-3)=(2;2;-4)$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S).

A. $I(2;-1;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-2;1;-1)$ và $R=3$.

C. $I(2;-1;1)$ và $R=9$. **D.** $I(-2;1;-1)$ và $R=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có

$$x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$$

Vậy $I(2;-1;1)$ và $R=3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véc tơ pháp tuyên $\vec{n}=(1;2;3)$ là:

A. $(P_1):3x+2y+z=0$. **B.** $(P_2):x+2y+3z-1=0$.

C. $(P_3):x+2y+3z=0$. **D.** $(P_4):x+2y+3z-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Phương trình tổng quát mặt phẳng:

$a(x-x_\circ)+b(y-y_\circ)+c(z-z_\circ)=0\Rightarrow 1(x-1)+2(y+2)+3(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y+3z=0$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc Δ của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;5)$ và $B(3;1;1)$?

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{5}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+5}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Hướng dẫn giải

Δ đi qua hai điểm A và B nên có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(2;3;-4)$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{-4}$

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất đề chọn được một quân 2 bằng:

A. $\frac{1}{26}$. **B.** $\frac{1}{52}$ **C.** $\frac{1}{13}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Ta có: $n(\Omega)=C_{52}^1=52$, $n(A)=C_4^1=4 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=-x^2+2x$ **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=-x^4-3x^2+2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Xét hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}$ ta có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\} \Rightarrow$ Tập xác định không phải $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$Hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại **A.**

◆ Hàm số đa thức bậc chẵn không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Loại **B,** **D.**

◆ Hàm số $y=-x^3+x^2-x$ có $y'=-3x^2+2x-1<0;\ \forall x\in\mathbb{R}$ vậy chọn **C.**

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=4x^3-3x^4$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** –24. **D.** –16.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=f(x)=4x^3-3x^4 \Rightarrow y'=12x^2-12x^3$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$.

$y(0)=0; y(1)=1; y(2)=-16$. Nên $\min\limits_{[0;2]} y=-16$

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2}\le 8$ là

A. $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có $2^{x^2+2}\le 8 \Leftrightarrow 2^{x^2+2}\le 2^3 \Leftrightarrow x^2+2\le 3 \Leftrightarrow x^2\le 1 \Leftrightarrow x\in[-1;1]$

Câu 33. Nếu $\int\limits_0^2\left[f(x)-x\right]dx=1$ thì $\int\limits_0^2 f(x)\,dx$ bằng

A. 1. **B.** 3 . **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có $1=\int\limits_0^2\left[f(x)-x\right]dx=\int\limits_0^2 f(x)\,dx-\int\limits_0^2 x\,dx=\int\limits_0^2 f(x)\,dx-2 \Leftrightarrow \int\limits_0^2 f(x)\,dx=3$

Câu 34. Cho số phức $z=1+2i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

A. $\sqrt{10}$ **B.** 5 **C.** 10 **D.** $\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

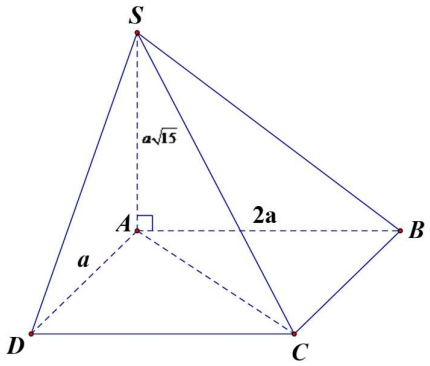
◆ Ta có $\left|(1+i)z\right| = \left|1+i\right|.\left|z\right| = \left|1+i\right|\left|1+2i\right| = \sqrt{1^2+1^2}.\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{10}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{15}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa SC và AC. Đó là góc $\widehat{SCA}$.

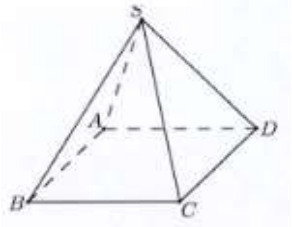
Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5a^2} = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A:

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^0$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 5 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\sqrt{21}$ **B.** 1 **C.** $\sqrt{17}$ **D.** 3

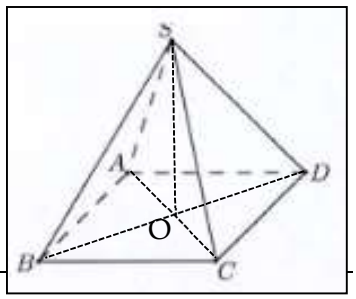
Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Gọi O là giao điểm của hai đường chéo của hình vuông $ABCD$.

◆ Khi đó khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng đoạn SO

◆ Tam giác ABC vuông tại B nên $AC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AO = 2\sqrt{2}$



◆ Áp dụng định lý pi-ta-go cho tam giác vuông SAO ta được $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{5^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{25-8}=\sqrt{17}$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm tại gốc tọa độ và đi qua điểm $A(0;3;0)$ có phương trình là:

A. $x^2+y^2+z^2=3$ **B.** $x^2+y^2+z^2=9$

C. $x^2+(y-3)^2+z^2=3$ **D.** $x^2+(y-3)^2+z^2=9$

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Ta có $R=OA=\sqrt{0^2+3^2+0^2}=3$

◆ Khi đó phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+z^2=9$

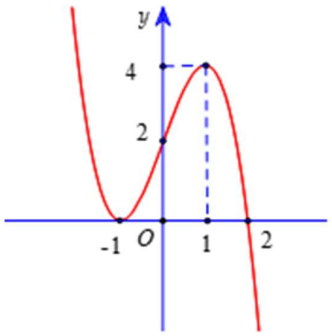
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3;-1), B(1;-1;2)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=2-t\\y=3-4t\\z=-1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3-t\\z=-1+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+3t\\z=2-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=3-2t\\z=-1+t\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 39. ◆ Ta có $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(-1;-4;3)$, khi đó phương trình tham số của đường thẳng đi qua A và nhận vecto $\vec{u}$ làm vecto chỉ phương là $\begin{cases}x=2-t\\y=3-4t\\z=-1+3t\end{cases}$ Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên tập số thực và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $f(-1)=\frac{13}{4}, f(2)=6$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f^3(x)-3f(x)$ trên $[-1;2]$ bằng

A. $\frac{1573}{64}$ **B.** 198. **C.** $\frac{37}{4}$. **D.** $\frac{14245}{64}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên

x	-1		2
$f'(x)$	0	$+$	0
$f(x)$	$\frac{13}{4}$	↗	6

Ta có $g'(x)=3f^2(x).f'(x)-3f'(x)$.

Xét trên đoạn $[-1;2]$ ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow 3f'(x)\left[f^2(x)-1\right]=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$g(-1)=\frac{1573}{64}$, $g(2)=198$.

Từ đó suy ra $\max\limits_{[-1;2]} g(x)=198, \min\limits_{[-1;2]} g(x)=\frac{1573}{64}$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} g(x)+\min\limits_{[-1;2]} g(x)=\frac{14245}{64}$.

Câu 40. Có bao nhiêu m nguyên dương để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0$ có không quá 30 nghiệm nguyên?

A. 28. **B.** 29. **C.** 30. **D.** 31.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

$3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0\Leftrightarrow 9.3^{2x}-9.3^x.3^m-3^x+3^m<0$

$\Leftrightarrow 9.3^x\left(3^x-3^m\right)-\left(3^x-3^m\right)<0$

$\Leftrightarrow \left(3^x-3^m\right)\left(9.3^x-1\right)<0$

Ta có $3^x-3^m=0\Leftrightarrow x=m.$

$9.3^x-1=0\Leftrightarrow x=-2.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		m		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có tập nghiệm $S=(-2\,;\,m)$.

Tập hợp các nghiệm nguyên là $\{-1;\,0;\,1;\,...;\,m-1\}$.

Để có không quá 30 nghiệm nguyên thì $m-1\le 28\Leftrightarrow m\le 29$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=3x+2$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int\limits_1^5 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{31}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{33}{4}$. **D.** $\frac{49}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có $f\left(x^3+3x+1\right)=3x+2$ nên suy ra $f(1)=2$, $f(5)=5$.

Suy ra $I=\int\limits_1^5 xf'(x)\mathrm{d}x=xf(x)\Big|_1^5-\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=23-\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $x=t^3+3t+1\Rightarrow \mathrm{d}x=\left(3t^2+3\right)\mathrm{d}t$.

Với $x=1\Rightarrow t=0; x=5\Rightarrow t=1$

Do đó $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f\left(t^3+3t+1\right)\left(3t^2+3\right)\mathrm{d}t=\int\limits_0^1 (3t+2)\left(3t^2+3\right)\mathrm{d}t=\dfrac{59}{4}$.

Vậy $I=23-\dfrac{59}{4}=\dfrac{33}{4}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|^2=|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|$ và z^2 là số thuần ảo

A. 4 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5

Hướng dẫn giải

Gọi số phức $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có $|z|^2=|z+\bar{z}|+|z-\bar{z}|\Leftrightarrow a^2+b^2=|2a|+|2bi|$

$\Leftrightarrow a^2+b^2=2|a|+2|b|\ (1)$.

Lại có $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo, suy ra $a^2-b^2=0\Leftrightarrow a=\pm b$

Trường hợp 1: $a=b$ thay vào (1) ta được:

$$\Leftrightarrow 2a^2=4|a|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|a|=0\\|a|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=\pm2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=0\\a=b=\pm2\end{array}\right.$$

Trường hợp 2: $a=-b$ thay vào (1) ta được:

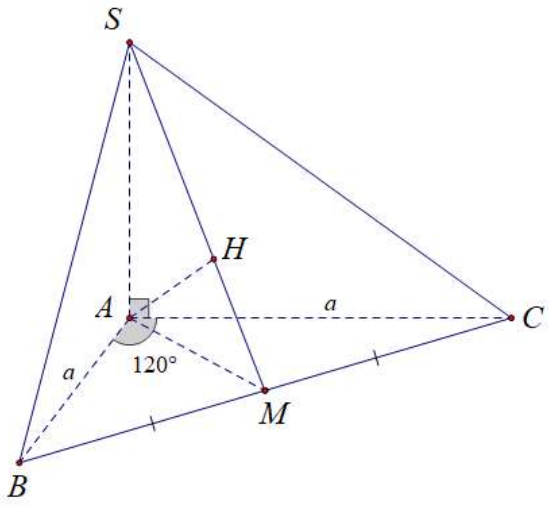
$$\Leftrightarrow 2a^2=4|a|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|a|=0\\|a|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=\pm2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=\mp2\end{array}\right.$$

Vậy có 5 số phức thỏa mãn bài toán là $z=0$, $z=2\pm2i$, $z=-2\pm2i$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, có $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^o$. SA vuông góc mặt phẳng đáy, khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{52}$. **D.** $\dfrac{a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải



Ta có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos\widehat{BAC}}=a\sqrt{3}$; $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Gọi M là trung điểm BC. Do ΔABC cân nên $AM\perp BC, AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\frac{a}{2}$.

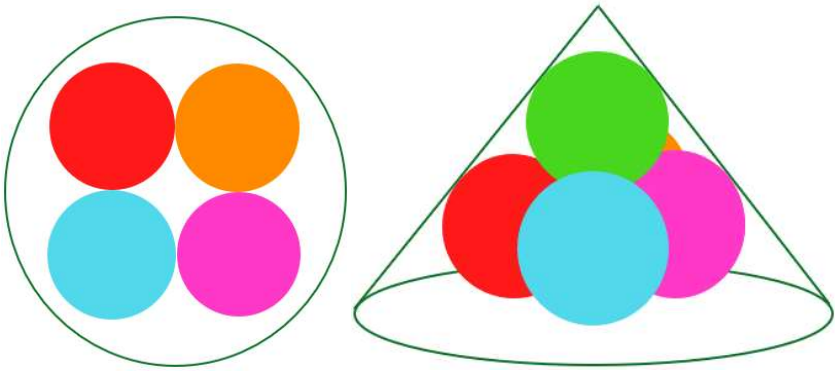
$\Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta lại có: $\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AH^2}\Rightarrow SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

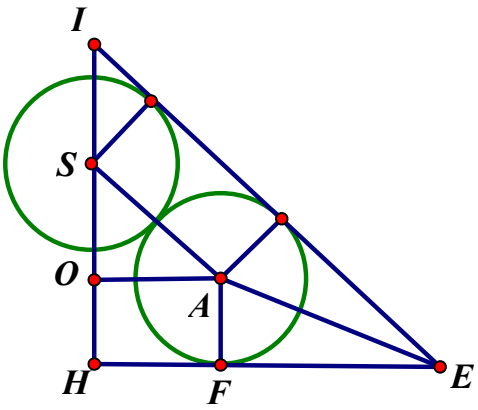
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{a^3}{8}$

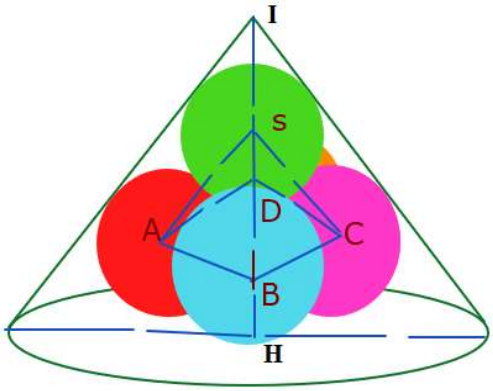
Câu 44. Cho hình nón chứa năm mặt cầu cùng có bán kính là 1, trong đó bốn mặt cầu tiếp xúc với đáy, tiếp xúc đôi một với nhau và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Mặt cầu thứ năm tiếp xúc với bốn mặt cầu kia và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Tính bán kính đáy hình nón.

A. $2\sqrt{3}+1$. **B.** $2\sqrt{2}+1$. **C.** $2\sqrt{2}-1$. **D.** $3\sqrt{2}+1$.



Hướng dẫn giải





Gọi S,A,B,C,D lần lượt là tâm 5 mặt cầu như hình vẽ.

Suy ra $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng 2, đáy là hình vuông $ABCD$ tâm O.

Ta có $OA=\sqrt{2}$, $\widehat{SAO}=\widehat{IEH}=2\widehat{AEH}=\alpha$.

$$\cos\alpha=\frac{OA}{SA}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=45^\circ\Rightarrow\widehat{AEH}=22,5^\circ$$

$$\Rightarrow EF=\frac{AF}{\tan\widehat{AEH}}=\sqrt{2}+1\Rightarrow R=HE=HF+FE=2\sqrt{2}+1.$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x+5}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}, d_2:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng vuông góc với (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1\\y=2\\z=-3+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=-3\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=3\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$.

Hướng dẫn giải

Gọi đường thẳng cần tìm là d.

Giả sử d cắt d_1,d_2 lần lượt tại M,N.

Ta thấy d_1 qua $A(-5;1;-1)$ và có VTCP $\vec{u_1}=(3;1;-2)$

d_2 qua $B(0;0;-1)$ và có VTCP $\vec{u_2}=(1;2;1)$

Mà $\overrightarrow{AB}=(5;-1;0)$ và $\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(5;-5;5)\Rightarrow\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right].\overrightarrow{AB}=15\neq0$

Do đó d_1,d_2 chéo nhau nên M,N phân biệt.

Vì $M\in d_1\Rightarrow M(-5+3a;a;-1-2a), N\in d_2\Rightarrow N(b;2b;-1+b)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(b-3a+5;2b-a;b+2a)$

Vì d vuông góc (Oxy), nên $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{k}=(0;0;1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} b-3a+5=0 \\ 2b-a=0 \\ b+2a\neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(1;2;-5) \\ N(1;2;0) \end{cases}$$

Như vậy đường thẳng d qua $M(1;2;-5)$ và có VTCP $\vec{k}=(0;0;1)$ có phương trình là

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=-5+t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{3}{10}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f\left(x^3\right)+x^3+3x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

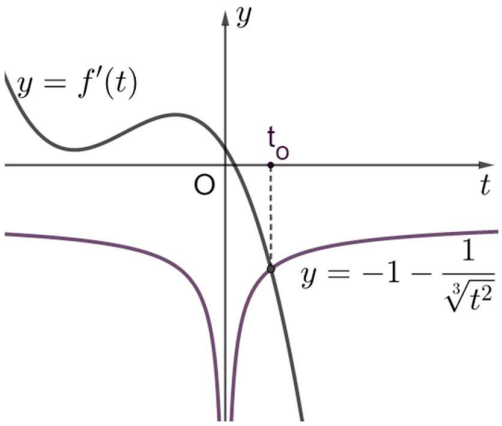
Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét $h(x)=f\left(x^3\right)+x^3+3x$, có tập xác định $\mathbb{R}$.

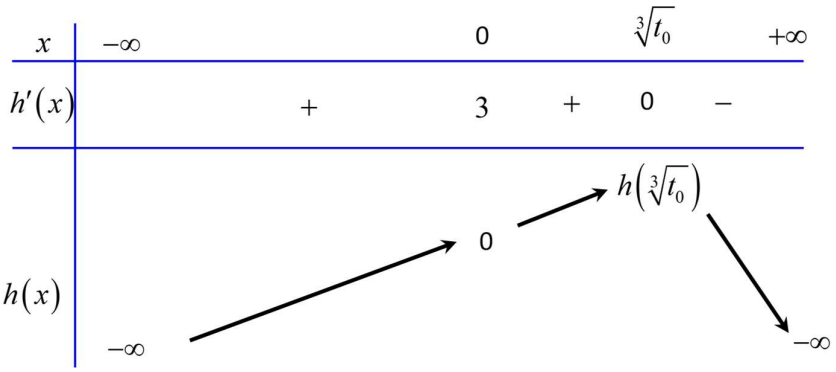
Đạo hàm $h'(x)=3x^2f'\left(x^3\right)+3x^2+3$.

$$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=-1-\frac{1}{x^2} \xrightarrow{\text{Đặt } t=x^3} f'(t)=-1-\frac{1}{\sqrt[3]{t^2}}.$$

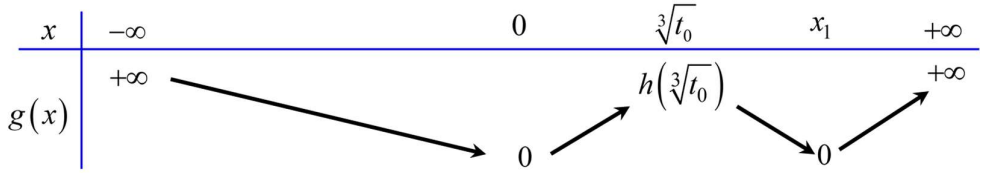


Từ đồ thị ta có $t=t_0>0$. Suy ra $h'(x)=0 \Leftrightarrow x^3=t_0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{t_0}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$:



Có $h(0)=0<h\left(\sqrt[3]{t_0}\right)$, suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|h(x)|$ có dạng



Vậy hàm số $g(x)$ có 3 cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}>0\Leftrightarrow x+y>0.$

$\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$

$\Leftrightarrow 2\log_3(x+y)-2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)=x^2+y^2+xy-3x-3y$

$\Leftrightarrow 2\log_3(x+y)+2-2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)=x^2+y^2+xy+2-3x-3y$

$\Leftrightarrow 2\log_3(3x+3y)+(3x+3y)=2\log_3\left(x^2+y^2+xy+2\right)+x^2+y^2+xy+2$

Xét hàm đặc trưng $f(t)=2\log_3 t+t,\ t\in(0;+\infty)$, ta có $f'(t)=\dfrac{2}{t.\ln 3}+1>0,\forall t\in(0;+\infty).$

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Phương trình $\Leftrightarrow f(3x+3y)=f\left(x^2+y^2+xy+2\right)\Leftrightarrow x^2+y^2+xy+2=3x+3y$

$\Leftrightarrow x^2+(y-3)x+y^2-3y+2=0$.

Điều kiện của y để phương trình có nghiệm là $(y-3)^2-4\left(y^2-3y+2\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow -3y^2+6y+1\ge 0\Leftrightarrow \dfrac{3-2\sqrt{3}}{3}\le y\le\dfrac{3+2\sqrt{3}}{3}$.

Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{0;1;2\}$.

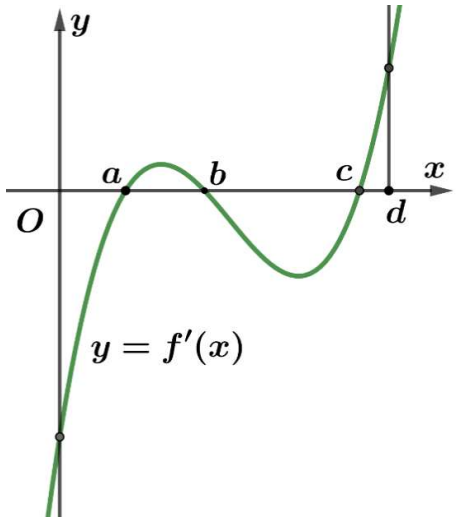
+ Với $y=0$, ta được $x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

+ Với $y=1$, ta được $x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

+ Với $y=2$, ta được $x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy có 6 cặp số thỏa mãn đề bài.

Câu 48. Cho các số thực a, b, c, d thỏa mãn $0<a<b<c<d$ và hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là a, b, c như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[0;d]$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $M+m=f(b)+f(a)$.

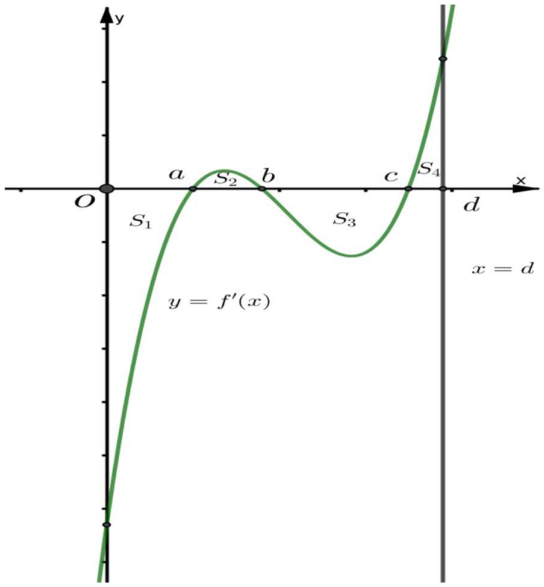
B. $M+m=f(0)+f(a)$.

C. $M+m=f(0)+f(c)$.

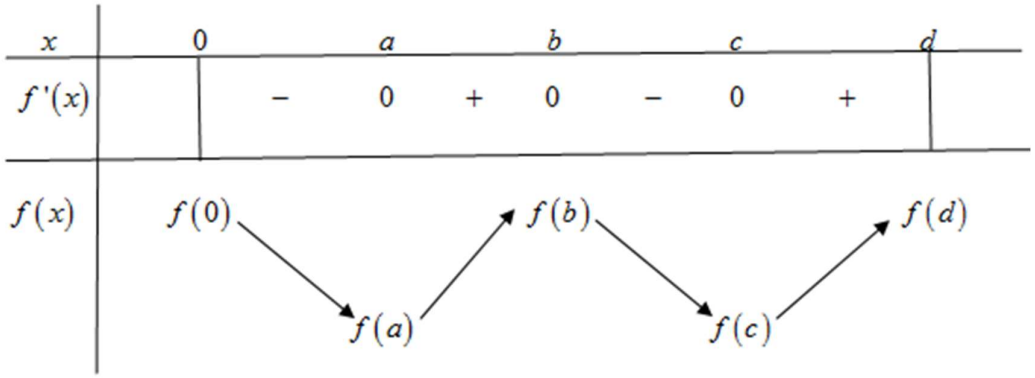
D. $M+m=f(d)+f(c)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



◆ Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$



◆ Dựa vào bảng biến thiên ta có $M=\max\{f(0),f(b),f(d)\}$, $m=\min\{f(a),f(c)\}$

◆ Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=a$.

◆ Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$.

◆ Gọi S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=b,\ x=c$.

Gọi S_4 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=c,\ x=d$.

◆ Dựa vào hình vẽ ta có;

$$S_1>S_2\Leftrightarrow\int_a^0 f'(x)\mathrm{d}x>\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(0)-f(a)>f(b)-f(a)\Leftrightarrow f(0)>f(b).$$

$$S_3>S_4\Leftrightarrow\int_c^b f'(x)\mathrm{d}x>\int_c^d f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(b)-f(c)>f(d)-f(c)\Leftrightarrow f(b)>f(d).$$

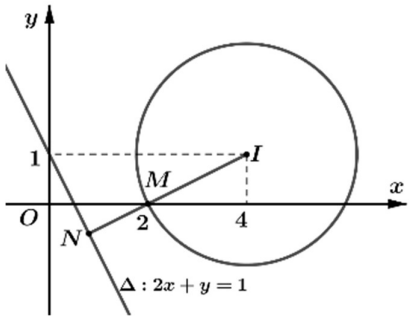
◆ Suy ra $M=f(0)$.

$$S_3>S_2\Leftrightarrow\int_c^b f'(x)\mathrm{d}x>\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow f(b)-f(c)>f(b)-f(a)\Leftrightarrow f(c)<f(a).$$

Suy ra $m=f(c)$.

◆ Vậy $M+m=f(0)+f(c)$.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa $|z_2-4-i|=\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ bằng



A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1\Leftrightarrow\left[(x-2)^2+y^2\right]-\left[x^2+(y+1)^2\right]=1$

$\Leftrightarrow 2x+y-1=0\longrightarrow$ Tập hợp biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng d.

Ta lại có: $|z_2-4-i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow|(x-4)+(y-1)i|=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow(x-4)^2+(y-1)^2=5\longrightarrow$ Tập hợp biểu diễn z_2 là đường tròn (C) có tâm $I(4;1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Khi đó $|z_1-z_2|$ là khoảng cách từ 1 điểm thuộc d đến 1 điểm thuộc (C).

Suy ra: $P_{\min}=MN=\left|d\left[I,\Delta\right]-R\right|=\left|\frac{8}{\sqrt{5}}-\sqrt{5}\right|=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=36$ và điểm $A(3;1;2)$. Mặt phẳng nào sau đây đi qua điểm A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất?

A. $(\alpha):3x+4z+17=0$. **B.** $(\beta):3x+4z-17=0$.

C. $(\delta):3x+y+2z-17=0$. **D.** $(\gamma):3x+y+2z+17=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=6$.

Ta có $IA=\sqrt{3^2+4^2}=5<R$ nên điểm A nằm bên trong mặt cầu.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất khi và chỉ khi (P) vuông góc với IA.

Mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IA}=(3;0;4)$ và đi qua điểm $A(3;1;2)$ có phương trình là $(P):3x+4z-17=0$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 08

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong lớp $11A$ gồm có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam vào đội văn nghệ của Nhà trường?
A. 29. **B.** 14. **C.** 1. **D.** 43.

Câu 2. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_2 = 2$ và $u_4 = 18$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. ± 3. **B.** 9. **C.** 16. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;2\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;0\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

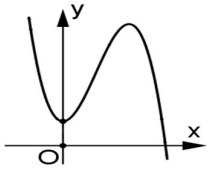
Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{x-5}$ là đường thẳng
A. $x = 1$. **B.** $x = 5$. **C.** . $x = -5$. **D.** $y = 5$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng
A. 0 **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 1 và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=9$. **D.** $P=\dfrac{1}{3}$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=3^x+1$ là:

A. $y'=3^x\ln 3$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=x3^{x-1}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. a^{10}. **B.** $a^{\frac{5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{5}}$. **D.** $a^{\frac{1}{10}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{\log_3(2x-3)}=4$ là

A. $x=6$. **B.** $x=5$. **C.** $x=3$. **D.** $x=7$.

Câu 13. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5\left(x^2-3x+5\right)=1$ là

A. -3. **B.** a. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 14. Cho hàm số $f\left(x\right)=4x^3+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^4-x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^4+x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=4x^4+x+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=3-5\cos x$ và $f\left(0\right)=5$. Tìm $f\left(x\right)$.

A. $f\left(x\right)=3x+5\sin x+2$. **B.** $f\left(x\right)=3x-5\sin x-5$.

C. $f\left(x\right)=3x-5\sin x+5$. **D.** $f\left(x\right)=3x+5\sin x+5$.

Câu 16. Cho $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=36$. **C.** $I=4$. **D.** $I=6$.

Câu 17. Tích phân $\int\limits_0^2\left(x^2-2x+3\right)dx$ bằng

A. $\dfrac{38}{3}$. **B.** 10. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Câu 18. Cho số phức $z=3-4i$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Môđun của số phức z bằng 5.

B. Số phức liên hợp của z là $-3+4i$.

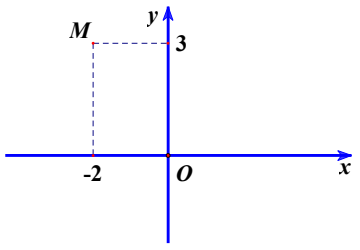
C. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là 3 và -4.

D. Biểu diễn số phức z lên mặt phẳng tọa độ là điểm $M\left(3;-4\right)$.

Câu 19. Cho hai số phức $z=-2i$ và $w=5-2i$. Phần ảo của số phức $z+2w$ là

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 10. **D.** -4.

Câu 20. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu diễn cho số phức



A. $2-3i$. **B.** $3+2i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c và có thể tích bằng 6. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $abc = 6$. **B.** $abc = 3$. **C.** $abc = 2$. **D.** $abc = 18$.

Câu 23. Cho khối cầu có thể tích $V = 3\pi$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt[3]{36}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{144}}{4}$. **D.** $\sqrt[3]{9}$.

Câu 24. Diện tích toàn phần của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\pi rl + 2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl + \pi r^2$. **C.** $2\pi rl + 2\pi r^2$. **D.** $\pi rl + \pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Vécto $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(4;2;2)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(2;0;-2)$. **D.** $(-2;0;2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R = 2$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R = 2$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R = 2$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2;-1;-3)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $x - y - 2z + 3 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

Câu 29. Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 1 quả cầu xanh là

A. $\dfrac{1}{22}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{21}{22}$. **D.** $\dfrac{37}{44}$.

Câu 30. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 9. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 0.

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$ là

A. $S = (0;1)$. **B.** $S = (1;+\infty)$. **C.** $S = (-\infty;+\infty)$. **D.** $S = (-\infty;1)$.

Câu 33. Biết $\displaystyle\int_0^1 x.f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Khi đó giá trị $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(\cos x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

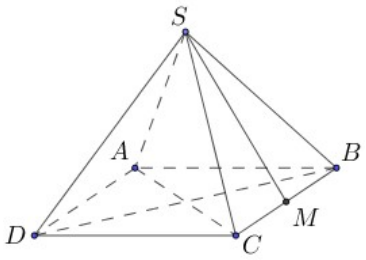
Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(2+i)z + 1 - i = (5-i)(1+i)$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** $-i$. **D.** 1.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA=a$, hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm I của AB. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của BC (Tham khảo hình vẽ dưới).



Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.

A. $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I\left(1;2;-1\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-2z-8=0$?

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=9$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=3$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$; $d_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{5}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-5}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-3}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+3}{-3}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(4x-x^2\right)+\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\dfrac{1}{3}$ trên đoạn $\left[1;3\right]$.

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. 15. **B.** $\dfrac{25}{3}$. **C.** $\dfrac{19}{3}$. **D.** 12.

Câu 40. Biết $\left(x;y\right)$ là cặp nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\log_x\left(y-x-5\right)-1\right)\left(\log_x y-1\right)>0$ thỏa mãn $y<x+10$, hỏi hiệu số $y-x$ lớn nhất bằng bao nhiêu:

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 9.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả $f\left(x^5+4x+3\right)=2x+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{8} f\left(x\right)dx$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** 72.

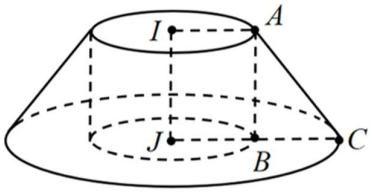
Câu 42. Cho số phức $z=a+bi$ $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn các điều kiện $z-\overline{z}=4\text{i}$ và $\left|z+1+2\text{i}\right|=4$. Giá trị của $T=a+b$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, có $AB=AC=1$, Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm M của cạnh BC, góc giữa SM và $\left(SAB\right)$ bằng 60^o. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{18}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{36}$.

Câu 44. Người ta muốn xây một bể chứa nước hình nón cụt có bán kính đáy lớn là $3\,m$, góc tạo bởi đường sinh và mặt phẳng chứa đáy lớn là 60^o. Trong đó phần không gian chứa nước bên trong là hình trụ có đáy là đáy nhỏ của hình nón cụt và chiều cao bằng chiều cao hình nón cụt. Tìm chiều cao của bể để khoảng không gian chứa nước có thể tích lớn nhất.



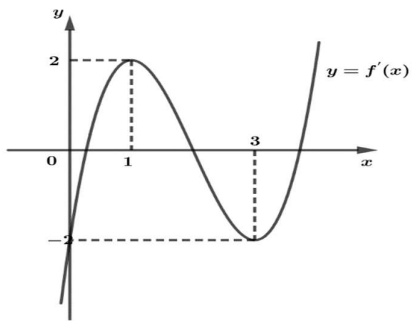
A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** 1.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0, (\text{Q}):x-y+4=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}, d_2:\begin{cases}x=1\\y=2s\\z=20-s\end{cases}$. Đường thẳng cắt cả d_1 và d_2 đồng thời song song với 2 mặt phẳng $\left(P\right),\left(Q\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+3}{-4}$. **B.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-4}$.

C. $\frac{x+3}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{-4}$. **D.** $\frac{x+3}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-4}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f\left(x\right)$ có $f\left(0\right)=4$. Hàm $f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



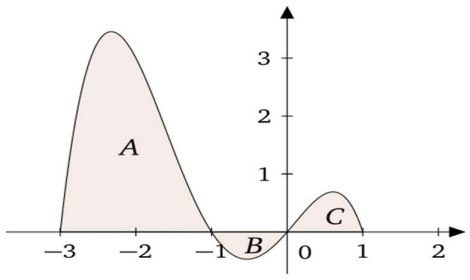
Hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x+2\right)-\sqrt{2}^{x+2}-\frac{10}{3}\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47. Cho $0 \le x \le 2020$ và $\log_2(2x+2)+x-3y=8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Biết diện tích các hình A,B,C lần lượt là 27, 2 và 3. Tính tích phân $I=\int_0^2 (x^3+x)f'(x^2-3)\,\mathrm{d}x$.



A. -14. **B.** -32. **C.** 32. **D.** 28.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+5|=5$ và $|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1-z_2|$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=81$ và điểm $A(3;1;1)$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a-2b+3c$. $(a<0)$

A. $T=9$ **B.** $T=-5$ **C.** $T=8$ **D.** $T=10$

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 08

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.A	5.A	6.B	7.C	8.C	9.C	10.A
11.B	12.A	13.D	14.B	15.C	16.C	17.D	18.B	19.B	20.D
21.D	22.A	23.C	24.D	25.C	26.C	27.A	28.C	29.C	30.B
31.C	32.D	33.D	34.B	35.A	36.A	37.B	38.A	39.D	40.D
41.B	42.D	43.A	44.A	45.D	46.D	47.D	48.A	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong lớp $11A$ gồm có 29 học sinh nữ và 14 học sinh nam vào đội văn nghệ của Nhà trường?

A. 29. **B.** 14. **C.** 1. **D.** 43.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tổng số học sinh của lớp $11A$ là: $29+14=43$.

Số cách chọn một học sinh trong lớp là: 43

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=2$ và $u_4=18$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. ± 3. **B.** 9. **C.** 16. **D.** $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do (u_n) là cấp số nhân nên $u_{n+1}=u_n.q$ với $n\in\mathbb{N}^*$, suy ra $q^2=\frac{u_4}{u_2}=\frac{18}{2}=9\Rightarrow q=\pm 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

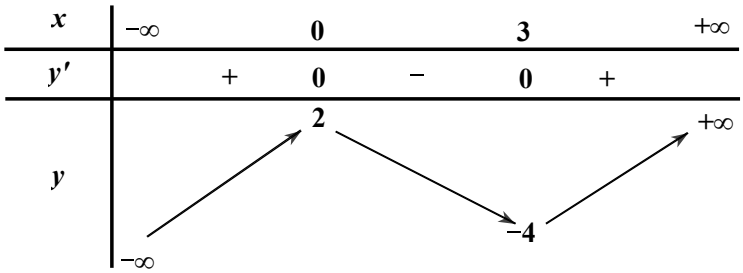
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Hướng dẫn giải

`Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** –4.

Chọn A

Căn cứ vào bảng biến thiên ta được giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị tại $x=-2, x=-1, x=2, x=3$

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-5}$ là đường thẳng

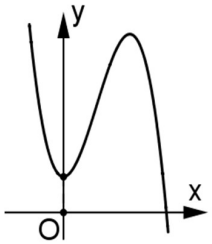
A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=-5$ **D.** $y=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to 5^+}\dfrac{1}{x-5}=+\infty$ nên đường thẳng $x=5$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số bậc ba với $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hệ số $a<0$.

Loại phương án A, B, **D.**

Vậy chọn đáp án $y=-x^3+3x-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=x^4-3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0 **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị của hàm số $y=x^4-3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm $M\left(0;-5\right)$.

Câu 9. Cho a là số thực dương khác 1 và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P=3$. **B.** $P=1$. **C.** $P=9$. **D.** $P=\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3=9\log_a a=9$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=3^x+1$ là:

A. $y'=3^x\ln 3$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=x3^{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đạo hàm của hàm số $y=3^x+1$ là $y'=3^x\ln 3$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. a^{10}. **B.** $a^{\frac{5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{2}{5}}$. **D.** $a^{\frac{1}{10}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a>0$ và $m,n\in\mathbb{Z}^+\Rightarrow\sqrt{a^5}=a^{\frac{5}{2}}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $2^{\log_3(2x-3)}=4$ là

A. $x=6$. **B.** $x=5$. **C.** $x=3$. **D.** $x=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $2x-3>0\Leftrightarrow x>\dfrac{3}{2}$.

Phương trình $2^{\log_3(2x-3)}=4\Leftrightarrow\log_3\left(2x-3\right)=2\Leftrightarrow 2x-3=9\Leftrightarrow x=6$.

Vậy nghiệm của phương trình $x=6$.

Câu 13. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5\left(x^2-3x+5\right)=1$ là

A. -3. **B.** a. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

ChọnD

$\log_5\left(x^2-3x+5\right)=1\Leftrightarrow x^2-3x+5=5\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=0\end{array}\right.$.

Vậy nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5\left(x^2-3x+5\right)=1$ là 0.

Câu 14. Cho hàm số $f\left(x\right)=4x^3+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^4-x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=x^4+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^4}{4} + x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^4 + x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4x^3 + 1)\mathrm{d}x = x^4 + x + C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\cos x$ và $f(0) = 5$. Tìm $f(x)$.

A. $f(x) = 3x + 5\sin x + 2$. **B.** $f(x) = 3x - 5\sin x - 5$.

C. $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$. **D.** $f(x) = 3x + 5\sin x + 5$.

Hướng dẫn giải

Ta có $f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int (3 - 5\cos x)\mathrm{d}x = 3x - 5\sin x + C$.

Lại có: $f(0) = 5 \Rightarrow 3.0 - 5\sin 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 5$.

Vậy $f(x) = 3x - 5\sin x + 5$.

Câu 16. Cho $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $I = \int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}3x = \frac{1}{3}\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{3}.12 = 4.$

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 (x^2 - 2x + 3)dx$ bằng

A. $\frac{38}{3}$. **B.** 10. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{14}{3}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

Ta có $\int_0^2 (x^2 - 2x + 3)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3}\Big|_0^2 - x^2\Big|_0^2 + 3x\Big|_0^2 = \frac{8}{3} - 4 + 6 = \frac{14}{3}$.

Câu 18. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Môđun của số phức z bằng 5.

B. Số phức liên hợp của z là $-3 + 4i$.

C. Phần thực và phần ảo của z lần lượt là 3 và -4.

D. Biểu diễn số phức z lên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phức liên hợp của $z = 3 - 4i$ là $\bar{z} = 3 + 4i$. Mệnh đề B sai.

Câu 19. Cho hai số phức $z = -2i$ và $w = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ là

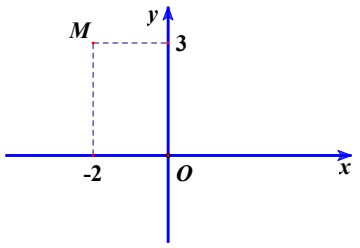
A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 10. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $z+2w=-2i+2(5-2i)=-2i+10-4i=10-6i$.

Vậy phần ảo của số phức $z+2w$ là -6.

Câu 20. Điểm M trong hình vẽ dưới đây biểu diễn cho số phức



A. $2-3i$. **B.** $3+2i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hoành độ, tung độ của điểm M tương ứng là phần thực, phần ảo của số phức từ hình vẽ suy ra $z=-2+3i$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ nên có diện tích $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}2a.a=a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức $V=S_{ABC}h=a^2.a\sqrt{2}=a^3\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c và có thể tích bằng 6. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $abc=6$. **B.** $abc=3$. **C.** $abc=2$. **D.** $abc=18$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối hộp chữ nhật có ba kích thước là a,b,c thì có thể tích là $V=abc$. Do đó, $abc=6$.

Câu 23. Cho khối cầu có thể tích $V=3\pi$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt[3]{36}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{144}}{4}$. **D.** $\sqrt[3]{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối cầu có bán kính R là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3\Rightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}}=\sqrt[3]{\dfrac{3.3\pi}{4\pi}}=\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}=\dfrac{\sqrt[3]{144}}{4}$.

Câu 24. Diện tích toàn phần của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\pi rl+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl+\pi r^2$. **C.** $2\pi rl+2\pi r^2$. **D.** $\pi rl+\pi r^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq}=\pi rl$.

Diện tích đáy của hình nón được tính theo công thức $S=\pi r^2$.

Diện tích toàn phần của hình nón được tính theo công thức $S_{tp} = S_{xq} + S = \pi rl + \pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(4;2;2)$. **B.** $(2;1;1)$. **C.** $(2;0;-2)$. **D.** $(-2;0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;0;-2)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 4z + 5 = 0$. Tọa độ tâm và bán kính của (S) là

A. $I(2;\ 4;\ 4)$ và $R = 2$. **B.** $I(-1;\ 2;\ 2)$ và $R = 2$.

C. $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R = 2$. **D.** $I(1;\ -2;\ -2)$ và $R = \sqrt{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tâm mặt cầu là $I(1;\ -2;\ -2)$ và bán kính mặt cầu $R = \sqrt{1+4+4-5} = 2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_1 = (2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2;-1;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $x - y - 2z + 3 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-2t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = -3-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = -3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-t \\ z = 3-2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (P): $x - y - 2z + 3 = 0$ có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1;-1;-2)$.

Vì đường thẳng $d \perp (P)$ nên đường thẳng d nhận $\vec{u} = (-1;1;2)$ là một vec tơ chỉ phương

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;-3)$ nhận $\vec{u} = (-1;1;2)$ là một vectơ chỉ phương là $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

Câu 29. Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 1 quả cầu xanh là

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{21}{22}$. **D.** $\frac{37}{44}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^3$

Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 1quả cầu xanh là: $P=\dfrac{C_{12}^3-C_5^3}{C_{12}^3}=\dfrac{21}{22}$.

Câu 30. Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đạo hàm: $y'=-4x^3+4x$

$$y'=0\Leftrightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2+16$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 9. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=f(x)=x^4-8x^2+16\Rightarrow y'=4x^3-16x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\in(-1;3)\\x=2\in(-1;3)\\x=-2\notin(-1;3)\end{array}\right.$

$y(-1)=9; y(2)=0; y(3)=25$.

Vậy $\max\limits_{[-1;3]} y=25$

Câu 32. Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x<2^{x+1}$ là

A. $S=(0;1)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $4^x<2^{x+1}\Leftrightarrow (2^x)^2-2.2^x<0(1)$.

Đặt $t=2^x$ ta có $(1)\Leftrightarrow t^2-2.t<0\Leftrightarrow 0<t<2\Leftrightarrow 2^x<2\Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập nghiệm của BPT là $S=(-\infty;1)$.

Câu 33. Biết $\int\limits_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x=3$. Khi đó giá trị $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f(\cos x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(\cos x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin x.\cos x.f\left(\cos x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $\cos x=t\Rightarrow \sin x\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

Khi $x=0$ thì $t=1$.

Khi $x=\dfrac{\pi}{2}$ thì $t=0$.

Do đó $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin x.\cos x.f\left(\cos x\right)\mathrm{d}x=-2\int\limits_1^0 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t$

$=2\int\limits_0^1 t.f\left(t\right)\mathrm{d}t=2\int\limits_0^1 x.f\left(x\right)\mathrm{d}x=2.3=6$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left(1+i\right)\left(2+i\right)z+1-i=\left(5-i\right)\left(1+i\right)$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** $-i$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\left(1+i\right)\left(2+i\right)z+1-i=\left(5-i\right)\left(1+i\right)\Leftrightarrow\left(1+3i\right)z+1-i=6+4i\Leftrightarrow\left(1+3i\right)z=5+5i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{5+5i}{1+3i}\Leftrightarrow z=2-i$.

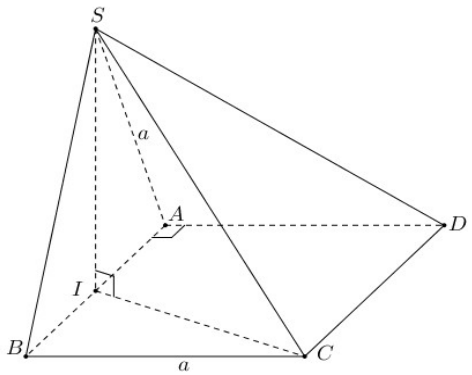
Vậy phần ảo của z bằng -1.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA=a$, hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm I của AB. Gọi α là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



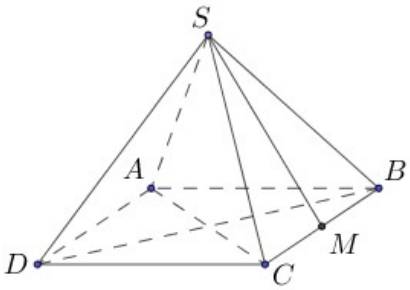
Xét ΔBIC vuông tại B, ta có: $IC=\sqrt{BC^2+IB^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét ΔSAI vuông tại I, ta có: $SI=\sqrt{SA^2-IA^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$SI \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp IC \Rightarrow \Delta SIC$ vuông cân tại I.

Hình chiếu của SC lên mặt đáy $(ABCD)$ là $IC \Rightarrow tan\alpha = \dfrac{SI}{IC} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của BC (Tham khảo hình vẽ dưới).

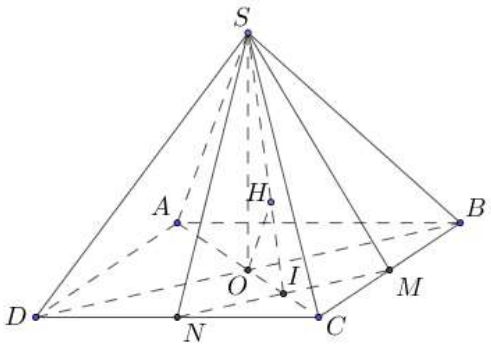


Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.

A. $\dfrac{a\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Gọi N là trung điểm của CD, I là giao điểm của MN và OC. $\Rightarrow (SMN) \perp (SOI)$.

Kẻ $OH \perp SI\ (H \in SI) \Rightarrow OH \perp (SMN)$

$\Rightarrow DB//MN \Rightarrow BD//(SMN) \Rightarrow d(SM;BD) = d(BD;(SMB)) = d(O,(SMN)) = OH$.

Ta có: $OC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \sqrt{SC^2 - CO^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$;

; $\Rightarrow OI = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OI^2} = \dfrac{2}{a^2} + \dfrac{8}{a^2} = \dfrac{10}{a^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{10}}{10}$

$\Rightarrow d(SM, BD) = \dfrac{a\sqrt{10}}{10}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải

ChọnB

Do mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên

$$d(I,(P))=R \Leftrightarrow R=\frac{|1-2.2-2(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} \Leftrightarrow R=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{1}; d_2: \frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua A và vuông góc với hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{5}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-5}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+3}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

Gọi $\vec{u},\vec{u}_1,\vec{u}_2$ lần lượt là các vec-tơ chỉ phương của Δ, d_1, d_2

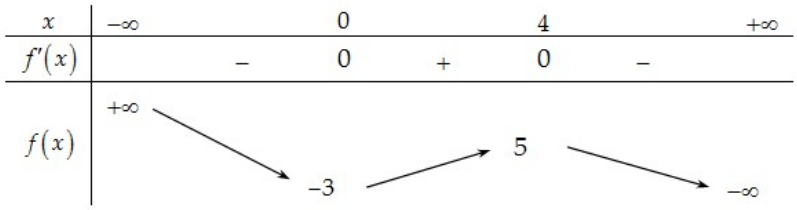
Với $\vec{u}_1=(1;-2;1), \vec{u}_2=(2;1;-1)$

Ta có: $\begin{cases}\Delta \perp d_1\\ \Delta \perp d_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\vec{u} \perp \vec{u}_1\\ \vec{u} \perp \vec{u}_2\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta$ có 1 vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(1;3;5)$

Vậy, phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{5}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(4x-x^2)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$.



A. 15.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{19}{3}$.

D. 12.

Lời giải

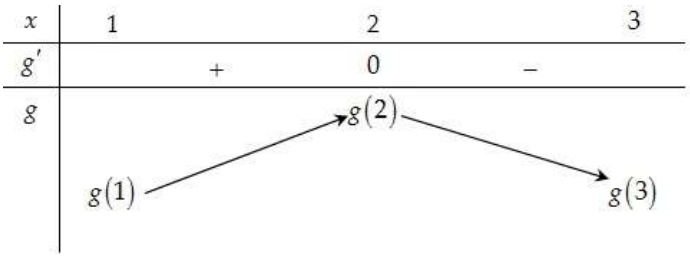
Chọn D

$$g'(x)=(4-2x)f'(4x-x^2)+x^2-6x+8=(2-x)\left[2f'(4x-x^2)+4-x\right].$$

Với $x\in[1;3]$ thì $4-x>0$; $3\le 4x-x^2\le 4$ nên $f'(4x-x^2)>0$.

Suy ra $2f'(4x-x^2)+4-x>0$, $\forall x\in[1;3]$.

Bảng biến thiên



Suy ra $\max\limits_{[1;3]} g(x) = g(2) = f(4) + 7 = 12$.

Câu 40. Biết $(x;y)$ là cặp nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\log_x(y-x-5)-1\right)\left(\log_x y-1\right)>0$ thỏa mãn $y<x+10$, hỏi hiệu số $y-x$ lớn nhất bằng bao nhiêu:

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 9.

Lời giải:

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ y-x-5>0 \\ y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ y>x+5 \end{cases}$.

Suy ra $\log_x y>1$

Suy ra

$$\left(\log_x(y-x-5)-1\right)\left(\log_x y-1\right)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ y-x-5>0 \\ \log_x(y-x-5)-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ y>x+5 \\ y-x-5>x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0, x\neq 1 \\ y>2x+5 \end{cases}$$

Theo giả thiết $y<x+10$ suy ra $2x+5<y<x+10 \Rightarrow x\leq 3 \Rightarrow x\in\{2;3\}$.

Với $x=2 \Rightarrow 9<y<12 \Rightarrow y\in\{10;11\}$.

Với $x=3 \Rightarrow 11<y<13 \Rightarrow y\in\{12\}$.

Trong các cặp $(x;y)$ ta thấy hiệu $y-x=9$ là lớn nhất.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả $f\left(x^5+4x+3\right)=2x+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_{-2}^{8} f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** 72.

Lời giải

Chọn B

Đặt $x=t^5+4t+3 \Rightarrow dx=\left(5t^4+4\right)dt$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=-2 \Rightarrow t=-1 \\ x=8 \Rightarrow t=1 \end{cases}$

Khi đó $\int\limits_{-2}^{8} f(x)dx = \int\limits_{-1}^{1} f\left(t^5+4t+3\right)\left(5t^4+4\right)dt = \int\limits_{-1}^{1}(2t+1)\left(5t^4+4\right)dt = 10$.

Câu 42. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn các điều kiện $z-\overline{z}=4i$ và $|z+1+2i|=4$. Giá trị của $T=a+b$ bằng

A. 3. **B.** –3. **C.** –1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z-\bar{z}=4\mathrm{i}\Rightarrow(a+b\mathrm{i})-(a-b\mathrm{i})=4\mathrm{i}\Leftrightarrow 2b=4\Leftrightarrow b=2$.

Mặt khác: $|z+1+2\mathrm{i}|=4\Rightarrow|a+2\mathrm{i}+1+2\mathrm{i}|=4\Leftrightarrow|(a+1)+4\mathrm{i}|=4$

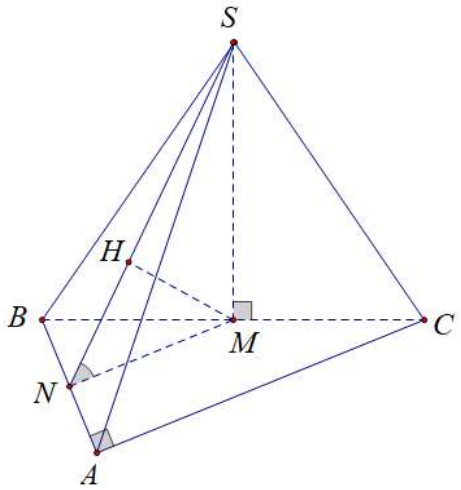
$\Leftrightarrow\sqrt{(a+1)^2+4^2}=4\Leftrightarrow(a+1)^2=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy $z=-1+2\mathrm{i}$. Suy ra: $T=a+b=-1+2=1$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, có $AB=AC=1$, Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm M của cạnh BC, góc giữa SM và (SAB) bằng 60^o. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{36}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{18}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{36}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm $AB\Rightarrow AB\perp MN\,(MN\parallel AC)$ và $MN=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$

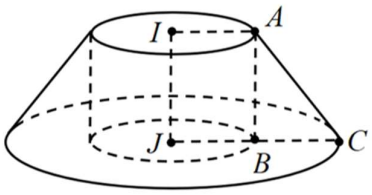
Do vậy $AB\perp(SMN)$ (AB vuông góc với hai đường cắt nhau SM, MN trong (SMN)).

Kẻ $MH\perp SN\Rightarrow MH\perp(SAB)$. Do MH vuông góc với hai đường cắt nhau SN, AB trong (SAB). $\Rightarrow(SM,(SAB))=(SM,SH)=\widehat{MSH}=\widehat{MSN}=60^o$.

$\tan\widehat{MSN}=\frac{MN}{SM}\Rightarrow SM=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

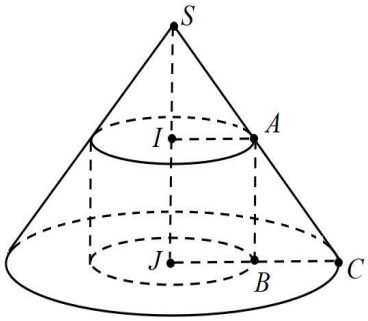
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SM.S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{36}$

Câu 44. Người ta muốn xây một bể chứa nước hình nón cụt có bán kính đáy lớn là $3\,m$, góc tạo bởi đường sinh và mặt phẳng chứa đáy lớn là 60^o. Trong đó phần không gian chứa nước bên trong là hình trụ có đáy là đáy nhỏ của hình nón cụt và chiều cao bằng chiều cao hình nón cụt. Tìm chiều cao của bể để khoảng không gian chứa nước có thể tích lớn nhất.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** 1.

Lời giải



Gọi S là đỉnh của hình nón. Đặt $IJ = x$ là chiều cao của hình nón cụt.

Theo định lý Talet ta có $\frac{SI}{SJ} = \frac{IA}{JC}$.

Suy ra

$$IA = \frac{SI.JC}{SJ} = \frac{(SJ - x).JC}{SJ} = \frac{(JC.\tan 60^o - x).JC}{JC.\tan 60^o} = \frac{(3\sqrt{3} - x).3}{3\sqrt{3}} = 3 - \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

Thể tích của phần không gian hình trụ là:

$$V = \pi.IA^2.IJ = \pi.\left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2.x = \frac{\pi\sqrt{3}}{2}.\left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right)^2.\frac{2x}{\sqrt{3}}.$$

Ta thấy rằng $0 < x < SJ$ hay $0 < x < 3\sqrt{3}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho các số dương $3 - \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - \frac{x}{\sqrt{3}}, \frac{2x}{\sqrt{3}}$ ta được

$$\left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right) + \frac{2x}{\sqrt{3}} \ge 3\sqrt[3]{\left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right)\left(3 - \frac{x}{\sqrt{3}}\right)\frac{2x}{\sqrt{3}}}.$$

Do đó $6 \ge 3\sqrt[3]{\frac{2}{\pi\sqrt{3}}V} \Rightarrow V \le 4\sqrt{3}\pi$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = \sqrt{3}$.

Như vậy phần không gian hình trụ đạt thể tích lớn nhất là $4\sqrt{3}\pi$ khi $x = \sqrt{3}(m)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0, (Q): x - y + 4 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, d_2: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2s \\ z = 20 - s \end{cases}$. Đường thẳng cắt cả d_1 và d_2 đồng thời song song với 2 mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{-4}$. **B.** $\frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$.

C. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-4}$.

Lời giải

Gọi đường thẳng cần tìm là d.

Giả sử d cắt d_1, d_2 lần lượt tại M, N.

Vì $M \in d_1 \Rightarrow M(1+2a; a; -1-2a)$, $N \in d_2 \Rightarrow N(1; 2b; 20-b)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(-2a; -a+2b; 2a-b+21)$

Mặt khác (P) có VTPT $\vec{n}_P=(2;2;-1)$ và (Q) có VTPT $\vec{n}_Q=(1;-1;0)$

Suy ra $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right]=(-1;-1;-4)$

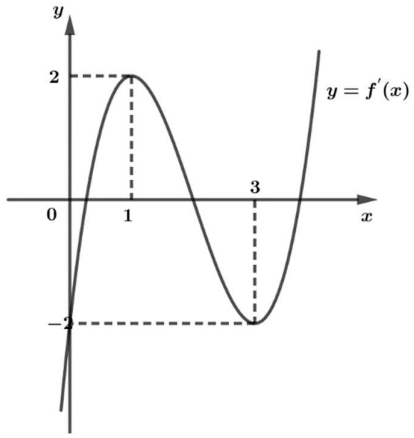
Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\vec{u}$

$$\frac{-2a}{-1}=\frac{-a+2b}{-1}=\frac{2a-b+21}{-4} \Rightarrow \begin{cases} a=-2b \\ 10a-b=-21 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(-3;-2;3) \\ N(1;2;19) \end{cases}$$

Như vậy đường thẳng d qua $M(-3;-2;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(-1;-1;-4)$ có phương trình là

$$\frac{x+3}{-1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-4}.$$

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f(0)=4$. Hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $g(x)=\left|f(x+2)-\sqrt{2}^{x+2}-\dfrac{10}{3}\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Từ đồ thị $f'(x)$ ta có:

$$f''(x)=m(x-1)(x-3)=m(x^2-4x+3) \Rightarrow f'(x)=m\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+3x\right)+C.$$

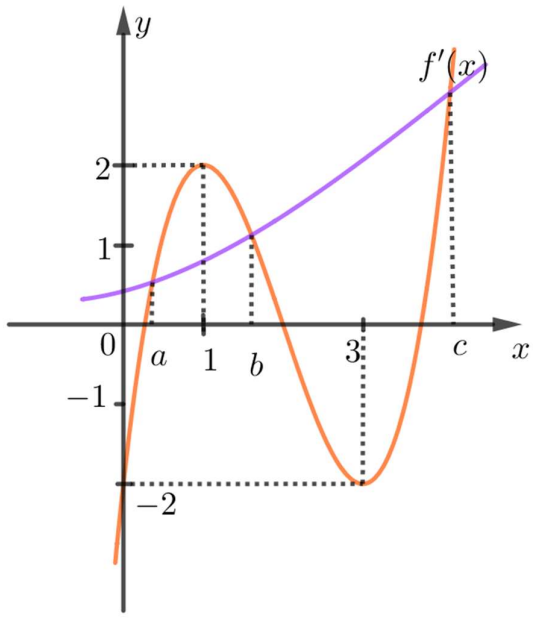
Mặt khác: $f'(0)=-2, f'(1)=2 \Rightarrow C=-2, m=3 \Rightarrow f'(x)=x^3-6x^2+9x-2$.

$f(x)=\dfrac{x^4}{4}-2x^3+\dfrac{9x^2}{2}-2x+C_1$, ta có $f(0)=4 \Rightarrow C_1=4 \Rightarrow f(x)=\dfrac{x^4}{4}-2x^3+\dfrac{9x^2}{2}-2x+4$.

Đặt $h(x)=f(x+2)-\sqrt{2}^{x+2}-\dfrac{10}{3} \Rightarrow h'(x)=f'(x+2)-\sqrt{2}^{x+2}.\ln\sqrt{2}$.

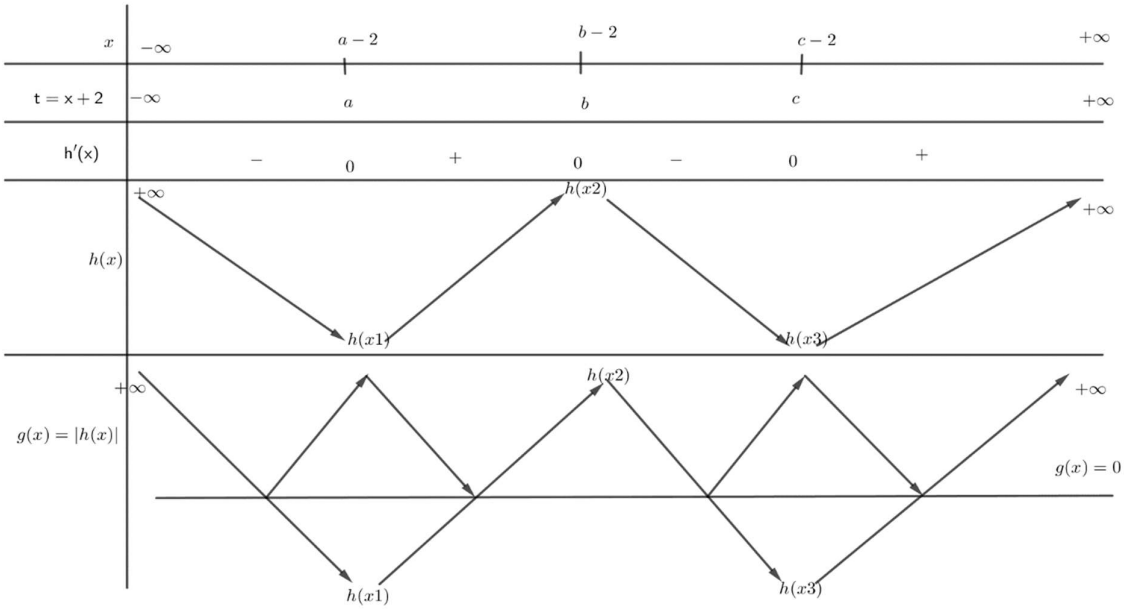
$h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x+2)=\sqrt{2}^{x+2}.\ln\sqrt{2}$ hay $f'(t)=\sqrt{2}^{t}.\ln\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=a;\left(2-\sqrt{3}<a<1\right) \\ t=b;(1<b<2) \\ t=c;\left(2+\sqrt{3}<c\right) \end{array}\right.$.

(Các nghiệm trên ta chỉ ra được như vậy là do phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{2} \\ x=2 \\ x=2+\sqrt{3} \end{array}\right.$ và tính tương giao của 2 đồ thị ở hình sau).



Do đó $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=a-2 \\ x_2=b-2 \\ x_3=c-2 \end{array}\right.$. Có $\left\{\begin{array}{l} h(x_1)=f(a)-\sqrt{2}^{a}-\dfrac{10}{3}<0 \\ h(x_2)=f(b)-\sqrt{2}^{b}-\dfrac{10}{3}>0 \\ h(x_3)=f(c)-\sqrt{2}^{c}-\dfrac{10}{3}<0 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên như sau:



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu

Câu 47. Cho $0 \le x \le 2020$ và $\log_2(2x+2)+x-3y=8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

A. 2019. **B.** 2018. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Do $0 \le x \le 2020$ nên $\log_2(2x+2)$ luôn có nghĩa.

Ta có $\log_2(2x+2)+x-3y=8^y$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)+x+1=3y+2^{3y}$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)+2^{\log_2(x+1)}=3y+2^{3y}$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t+2^t$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $f'(t)=1+2^t\ln 2 \Rightarrow f'(t)>0 \ \forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow \log_2(x+1)=3y \Leftrightarrow x+1=8^y$

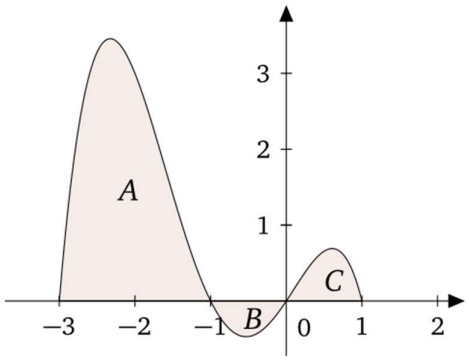
$\Leftrightarrow y=\log_8(x+1)$.

Ta có $0 \le x \le 2020$ nên $1 \le x+1 \le 2021$ suy ra $0 \le \log_8(x+1) \le \log_8 2021$.

Lại có $\log_8 2021 \approx 3,66$ nên nếu $y\in\mathbb{Z}$ thì $y\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa yêu cầu bài toán là các cặp $(0;0)$, $(7;1)$, $(63;2)$, $(511;3)$.

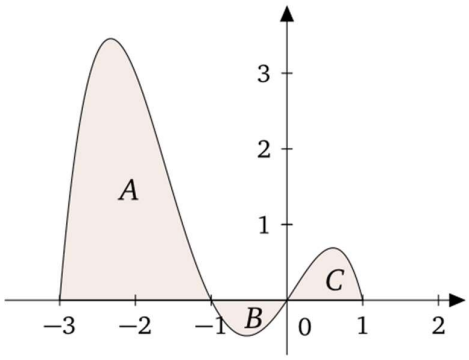
Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;1]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Biết diện tích các hình A, B, C lần lượt là 27, 2 và 3. Tính tích phân $I=\int_0^2 (x^3+x)f'(x^2-3)\,dx$.



A. -14. **B.** -32. **C.** 32. **D.** 28.

Lời giải

Chọn A



◆ Đặt $t = x^2 - 3 \Rightarrow 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.

◆ Suy ra

$$I = \int_0^2 (x^3 + x) f'(x^2 - 3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^2 2x(x^2 - 3 + 4) f'(x^2 - 3)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-3}^1 (t + 4) f'(t)\,\mathrm{d}t$$

$$\Rightarrow 2I = \int_{-3}^1 (x + 4) f'(x)\,\mathrm{d}x.$$

◆ Đặt $\begin{cases} u = x + 4 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$.

◆ Ta có $2I = \int_{-3}^1 (x + 4) f'(x)\,\mathrm{d}x = (x + 4) f(x)\Big|_{-3}^1 - \int_{-3}^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_{-3}^1 f(x)\,\mathrm{d}x$

$$= -\int_{-3}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-1}^0 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = -27 + 2 - 3 = -28 \Rightarrow I = -14.$$

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5$ và $|z_2 + 1 - 3i| = |z_2 - 3 - 6i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$ bằng

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{5}{2}$ **D.** $\frac{7}{2}$

Lời giải

Chọn C

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_1 thỏa mãn $|z_1 + 5| = 5$ là tập hợp các điểm $M(x;y)$ thoả mãn phương trình: $(x+5)^2 + y^2 = 25\,(1)$ là đường tròn tâm $I(-5;0), R = 5$

Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z_2 thỏa mãn $|z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$ là tập hợp các điểm $N(x;y)$ thỏa mãn phương trình

$(x+1)^2+(y-3)^2=(x-3)^2+(y-6)^2 \Leftrightarrow 8x+6y-35=0(2)$

Khi đó $|z_1-z_2|$ là khoảng cách từ một điểm thuộc $d:8x+6y-35=0$ tới một điểm thuộc đường tròn $(C):(x+5)^2+y^2=25$

$\Rightarrow |z_1-z_2|_{\min}=MN=|d[I,d]-R|=\left|\frac{|-75|}{\sqrt{100}}-5\right|=\frac{5}{2}.$

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=81$ và điểm $A(3;1;1)$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+3=0$ đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a-2b+3c$. $(a<0)$

A. $T=9$ **B.** $T=-5$ **C.** $T=8$ **D.** $T=10$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-1)$, bán kính $R=9$.

Mà $\overrightarrow{IA}=(-1;-2;2) \Rightarrow IA=3<9 \Rightarrow$ điểm A nằm trong mặt cầu (S).

Gọi r là bán kính đường tròn (C) thì $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}$.

r nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $d(I,(P))$ lớn nhất.

$d(I,(P))\le IA$ nên $d(I,(P))$ lớn nhất khi $d(I,(P))=IA$. Khi đó $IA\perp(P)\Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-1;-2;2)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Phương trình mặt phẳng (P): $-1(x-3)-2(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow -x-2y+2z+3=0$

$\Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow T=a-2b+3c=-1-2(-2)+3.2=9.$
$\quad\ \ c=2$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 09

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?
A. 90. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 14.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -2$ và $u_3 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 3. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên trên khoảng nào sau đây?
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là
A. $x = 0$. **B.** $(-1;-4)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $(1;-4)$.

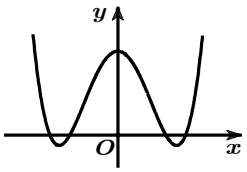
Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ là
A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 + 2$.
C. $y = \dfrac{x+2}{2x+1}$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x + 6$ và $y = x^2 - 4x - 3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Với a , b là hai số dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\log a + \log b$ **B.** $\log a + 2\log b$ **C.** $2\left(\log a + \log b\right)$ **D.** $\log a + \dfrac{1}{2}\log b$

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right) = 2^x + x$ là

A. $f'\left(x\right) = \dfrac{2^x}{\ln 2} + \dfrac{x^2}{2}$. **B.** $f'\left(x\right) = \dfrac{2^x}{\ln 2} + 1$. **C.** $f'\left(x\right) = 2^x + 1$. **D.** $f'\left(x\right) = 2^x \ln 2 + 1$.

Câu 11. Biểu thức rút gọn của $Q = \dfrac{b^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{b}}$ $\left(b > 0\right)$.

A. $b^{\frac{-4}{3}}$. **B.** $b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $b^{\frac{5}{9}}$. **D.** b^2.

Câu 12. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{5}{2}$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 13. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(2x+1\right) - \log_3\left(x-1\right) = 1$ là:

A. $S = \left\{-2\right\}$. **B.** $S = \left\{3\right\}$. **C.** $S = \left\{4\right\}$. **D.** $S = \left\{1\right\}$.

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = e^{3x}\left(1 - 3e^{-5x}\right)$.

A. $\displaystyle\int e^{3x}\left(1 - 3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{3}{2}e^{-2x} + C$. **B.** $\displaystyle\int e^{3x}\left(1 - 3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{3x} - \frac{3}{2}e^{-2x} + C$.

C. $\displaystyle\int e^{3x}\left(1 - 3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x = e^{3x} - 3e^{-2x} + C$. **D.** $\displaystyle\int e^{3x}\left(1 - 3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x = 3e^{3x} + 6e^{-2x} + C$.

Câu 15. Tìm một nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $y = x\sin 2x$

A. $F\left(x\right) = \dfrac{x}{2}\cos 2x - \dfrac{1}{4}\sin 2x$. **B.** $F\left(x\right) = -\dfrac{x}{2}\cos 2x - \dfrac{1}{2}\sin 2x$.

C. $F\left(x\right) = -\dfrac{x}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{2}\sin 2x$. **D.** $F\left(x\right) = -\dfrac{x}{2}\cos 2x + \dfrac{1}{4}\sin 2x$

Câu 16. Cho $\displaystyle\int_0^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 8$ và $\displaystyle\int_2^4 2f\left(x\right)dx = 12$, khi đó $I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(x+1\right)dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 14. **D.** -2.

Câu 17. Cho tích phân $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(4x - 1 + \cos x\right)dx = \pi\left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b}\right) + c$, $\left(a, b, c \in \mathbb{Q}\right)$. Tính $a - b + c$

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** -2. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1 = \sqrt{3} - 4i$ và $z_2 = 2\sqrt{3} + 3i$. Số phức liên hợp của số phức $w = z_1 - z_2$ có phần ảo bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** -7. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 7.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 - 2z_2$ là

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $8i$. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 8.

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -8. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 8.

Câu 20. Cho số phức $z=1+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\bar{z}$?

A. $P\left(-3;3\right)$. **B.** $M\left(3;3\right)$. **C.** $Q\left(3;2\right)$. **D.** $N\left(2;3\right)$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$ và $BC=a$. Mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $3a$, $2a$, $6a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $11a^3$. **B.** $36a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 23. Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{8}$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 80π cm^2. **B.** $\dfrac{160}{3}\pi$ cm^2. **C.** $\dfrac{40}{3}\pi$ cm^2. **D.** 40π cm^2.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-3\right)$, $B\left(3;-1;1\right)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Đoạn thẳng OM có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;-3;2\right)$ và đi qua $A\left(5;-1;4\right)$. Phương trình của mặt cầu $\left(S\right)$ là

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-2\right)^2=\sqrt{24}$. **B.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=\sqrt{24}$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=24$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-2\right)^2=24$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M\left(2;0;0\right)$, $N\left(0;1;0\right)$ và $P\left(0;0;2\right)$. Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác $\overrightarrow{a_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=\left(2;-1;1\right)$ với $M=\Delta\cap\left(P\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M\in\Delta\Rightarrow M\left(-2+t;2+t;-t\right)$ và song song với $M\in\left(P\right)\Rightarrow t=-1\Rightarrow M\left(-3;1;1\right)$ là

A. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{25}{42}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{65}{126}$. **D.** $\frac{55}{126}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^4+3x^2$. **B.** $y=\frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=2x^3-5x+1$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 2. **B.** -61. **C.** 3. **D.** 61.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,4}(5x+2)>\log_{0,4}(3x+6)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\left(-\frac{2}{5};2\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

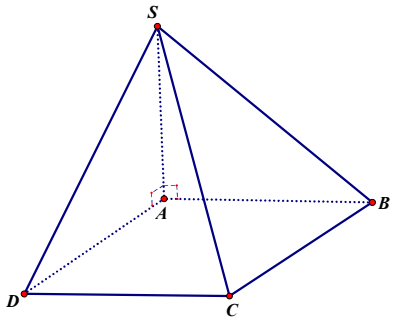
Câu 33. Cho $\int_1^2 f(x^2+1)xdx=2$. Tính $I=\int_2^5 f(x)dx$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=4$.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=5-5i$, $z_2=2-i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của số phức $w=\frac{\overline{z_1}}{z_2}$.

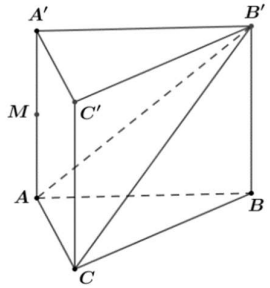
A. $-3i$. **B.** -3. **C.** $-i$. **D.** -1.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB=a, BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 37. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua $A(5;-1;4)$ có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\sqrt{24}$.

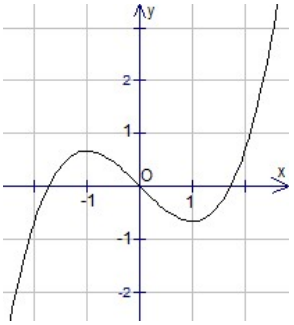
C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0;(Q):x+2y-z=0$ và điểm $A(1;2;3)$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và song song với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

C. $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\frac{\sin x+\sqrt{3}\cos x}{2}\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right]$ bằng

A. $f\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$. **B.** $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $f(0)$. **D.** $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 40. Số cặp nghiệm $(x;y)$ nguyên của bất phương trình $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-3}+(x-y)^2\le 3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2[f(x)]^3+3f(x)+5=x$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_5^{10} f(x)dx$.

A. $I=0$. **B.** $I=3$. **C.** $I=5$. **D.** $I=6$

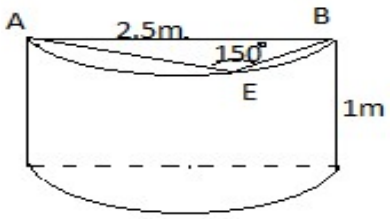
Câu 42. Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $\frac{|z|^2}{z}+2iz+\frac{2(z+i)}{1-i}=0$. Tính tỷ số $T=\frac{a}{b}$.

A. $T=\frac{2}{5}$. **B.** $T=-\frac{3}{5}$. **C.** $T=\frac{3}{5}$. **D.** $T=5$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Ông Bình mua một bể nuôi cá cảnh hình bán nguyệt, được làm bằng kính cường lực. Hình dạng của bể nuôi cá là một phần của khối trụ tròn xoay, được thiết kế như hình vẽ. Giá tiền của bể nuôi cá được tính theo thể tích sử dụng, cứ $1\,\mathrm{m}^3$ giá 17.000.000đ. Hỏi ông Bình mua bể nuôi cá trên hết bao nhiêu tiền (giả sử bề dày của kính không đáng kể, số tiền được làm tròn đến nghìn đồng)?

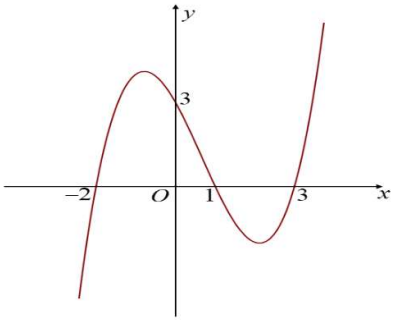


A. 9.625.000đ. **B.** 4.250.000đ. **C.** 9.500.000đ. **D.** 5.625.000đ.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 4x+5y-6z-7=0$.

A. $\begin{cases} x=5+4t \\ y=7+5t \\ z=-3-6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+5t \\ z=3+6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-5t \\ z=3-6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+4t \\ y=7+5t \\ z=3-6t \end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc bốn và $f(0)=1$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



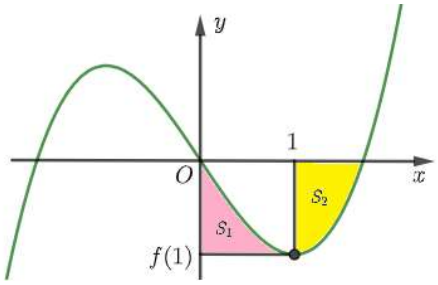
Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 47. Có bao nhiêu số tự nhiên a sao cho tồn tại số thực x thoả $2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 12

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và thỏa mãn $\left[f(x)+1\right]$ và $\left[f(x)-1\right]$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2+8S_1$.



A. 4. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 9.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $\left|z-3\sqrt{2}\right|=\sqrt{2}$, $\left|w-4\sqrt{2}i\right|=2\sqrt{2}$. Biết rằng $\left|z-w\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=z_0$, $w=w_0$. Tính $\left|3z_0-w_0\right|$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S_1\right)$ có tâm $I\left(2;1;1\right)$ và bán kính bằng 4, cho mặt cầu $\left(S_2\right)$ có tâm $J\left(2;1;5\right)$ và bán kính bằng 2. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng tiếp xúc với hai mặt cầu $\left(S_1\right);\left(S_2\right)$. Đặt M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ O đến $\left(P\right)$. Giá trị $M+m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $\sqrt{15}$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 09

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.C	5.B	6.B	7.A	8.B	9.B	10.D
11.B	12.D	13.C	14.A	15.D	16.B	17.B	18.D	19.B	20.B
21.B	22.B	23.A	24.A	25.A	26.D	27.C	28.A	29.A	30.C
31.C	32.C	33.D	34.B	35.C	36.D	37.D	38.C	39.B	40.D
41.B	42.C	43.A	44.A	45.A	46.D	47.A	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một bó hoa hồng gồm 3 bông hồng trắng, 5 bông hồng đỏ và 6 bông hồng vàng, có bao nhiêu cách chọn ra một bông hồng?

A. 90. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 14.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Chọn 1 bông hồng trắng có: 3 cách chọn.
Chọn 1 bông hồng đỏ có: 5 cách chọn.
Chọn 1 bông hồng vàng có: 6 cách chọn.
Do đó, theo quy tắc cộng có $3+5+6=14$ cách chọn 1 bông hồng.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$ và $u_3=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

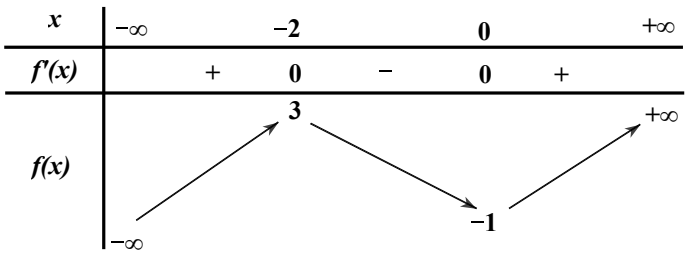
A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$u_3=u_1+2d \Rightarrow d=\dfrac{u_3-u_1}{2}=3$.

Câu 3. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên trên khoảng nào sau đây?

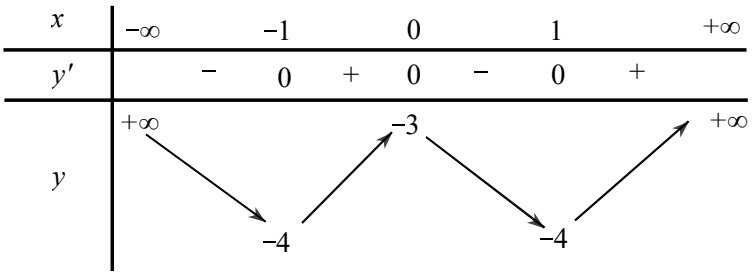
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta nhận thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=0$. **B.** $(-1;-4)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $(1;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên, ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $(0;-3)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 2 lần tại $x=-2$ và $x=3$.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

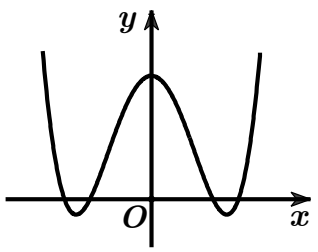
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+3x^2+2$.

C. $y=\dfrac{x+2}{2x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=x^3-x^2+2x+6$ và $y=x^2-4x-3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3-x^2+2x+6=x^2-4x-3$$
$$\Leftrightarrow x^3-2x^2+6x+9=0$$
$$\Leftrightarrow x=-1$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số 1.

Câu 9. Với a , b là hai số dương tùy ý, $\log\left(ab^2\right)$ bằng

A. $2\log a+\log b$ **B.** $\log a+2\log b$ **C.** $2\left(\log a+\log b\right)$ **D.** $\log a+\frac{1}{2}\log b$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Có $\log\left(ab^2\right)=\log a+\log b^2=\log a+2\log b$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=2^x+x$ là

A. $f'\left(x\right)=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}$. **B.** $f'\left(x\right)=\frac{2^x}{\ln 2}+1$. **C.** $f'\left(x\right)=2^x+1$. **D.** $f'\left(x\right)=2^x\ln 2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'\left(x\right)=2^x\ln 2+1$.

Câu 11. Biểu thức rút gọn của $Q=\frac{b^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{b}}\ \left(b>0\right)$.

A. $b^{\frac{-4}{3}}$. **B.** $b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $b^{\frac{5}{9}}$. **D.** b^2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $Q=\frac{b^{\frac{5}{3}}}{\sqrt[3]{b}}=\frac{b^{\frac{5}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}}=b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 12. Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=\frac{3}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$5^{2x+1}=125\Leftrightarrow 5^{2x+1}=5^3\Leftrightarrow 2x+1=3\Leftrightarrow x=1$.

Câu 13. Tập nghiệm S của phương trình $\log_3\left(2x+1\right)-\log_3\left(x-1\right)=1$ là:

A. $S=\left\{-2\right\}$. **B.** $S=\left\{3\right\}$. **C.** $S=\left\{4\right\}$. **D.** $S=\left\{1\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $x>1$.

PT $\Leftrightarrow \log_3\dfrac{2x+1}{x-1}=\log_3 3\Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1}=3\Leftrightarrow 2x+1=3x-3\Leftrightarrow x=4$ (thỏa mãn đk)

Vậy $S=\{4\}$.

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)$.

A. $\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{3}{2}e^{-2x}+C$.

B. $\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}-\dfrac{3}{2}e^{-2x}+C$.

C. $\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x=e^{3x}-3e^{-2x}+C$.

D. $\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)\mathrm{d}x=3e^{3x}+6e^{-2x}+C$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int f(x)dx=\int e^{3x}\left(1-3e^{-5x}\right)dx=\int e^{3x}dx-3\int e^{-2x}dx=\dfrac{1}{3}\int e^{3x}d3x+\dfrac{3}{2}\int e^{-2x}d(-2x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{3}{2}e^{-2x}+C$

Câu 15. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y=x\sin 2x$

A. $F(x)=\dfrac{x}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{4}\sin 2x$.

B. $F(x)=-\dfrac{x}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

C. $F(x)=-\dfrac{x}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

D. $F(x)=-\dfrac{x}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{4}\sin 2x$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\int x\sin 2xdx$

Đặt: $\begin{cases}u=x\\dv=\sin 2xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\dfrac{1}{2}\cos 2x\end{cases}$

Khi đó: $\int x\sin 2x=-\dfrac{1}{2}x\cos 2x+\dfrac{1}{2}\int\cos 2xdx=-\dfrac{x}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{4}\sin 2x+C$.

Câu 16. Cho $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_2^4 2f(x)dx=12$, khi đó $I=\int_{-1}^{1} f(x+1)dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 14. **D.** –2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int_2^4 2f(x)\mathrm{d}x=12\Rightarrow\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=6$;

$\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=8-6=2$.

Đặt $t=x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{d}x$; khi $x=-1\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=2$

Khi đó $I=\int\limits_{-1}^{1} f\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$

Câu 17. Cho tích phân $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(4x-1+\cos x\right)dx=\pi\left(\frac{\pi}{a}-\frac{1}{b}\right)+c$, $\left(a,b,c\in\mathbb{Q}\right)$. Tính $a-b+c$

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** -2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\left(4x-1+\cos x\right)\mathrm{d}x=\left(2x^2-x+\sin x\right)\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}=\pi\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\right)+1$.

Suy ra $a=2$, $b=2$, $c=1$ nên $a-b+c=1$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=\sqrt{3}-4i$ và $z_2=2\sqrt{3}+3i$. Số phức liên hợp của số phức $w=z_1-z_2$ có phần ảo bằng

A. $-\sqrt{3}$. **B.** -7. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $w=z_1-z_2=\left(\sqrt{3}-4i\right)-\left(2\sqrt{3}+3i\right)=\sqrt{3}-4i-2\sqrt{3}-3i=-\sqrt{3}-7i$.

Từ đó số phức liên hợp của số phức w là: $\overline{w}=-\sqrt{3}+7i$.

Vậy phần ảo của số phức $\overline{w}$ là 7.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-3i$. Phần thực và phần ảo của số phức z_1-2z_2 là

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng $8i$. **B.** Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 8.

C. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -8. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z_1-2z_2=1+2i-2\left(2-3i\right)=-3+8i$. Vậy phần thực của z_1-2z_2 là -3 và phần ảo là 8.

Câu 20. Cho số phức $z=1+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$?

A. $P\left(-3;3\right)$. **B.** $M\left(3;3\right)$. **C.** $Q\left(3;2\right)$. **D.** $N\left(2;3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$w=z+i\overline{z}=1+2i+i\left(1-2i\right)=3+3i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\overline{z}$ là $M\left(3;3\right)$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$ và $BC=a$. Mặt bên SBC là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$ và $BC=a$ nên có diện tích $S_{ABCD}=2a.a=2a^2$.

Gọi H là trung điểm của BC. Vì mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $SH\perp(ABCD)$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}.2a^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $3a, 2a, 6a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $11a^3$. **B.** $36a^3$. **C.** $18a^3$. **D.** $12a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng $3a.2a.6a=36a^3$.

Câu 23. Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối nón có bán kính đáy $r=\dfrac{a}{2}$ và chiều cao $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối nón được tính theo công thức $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 80π cm^2. **B.** $\dfrac{160}{3}\pi$ cm^2. **C.** $\dfrac{40}{3}\pi$ cm^2. **D.** 40π cm^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Độ dài đường sinh là $l=8$ cm.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.5.8=80\pi$ (cm^2).

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$, $B(3;-1;1)$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Đoạn thẳng OM có độ dài bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $M(2;0;-1)$. Nên $OM=\sqrt{4+0+1}=\sqrt{5}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và đi qua $A(5;-1;4)$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=\sqrt{24}$. **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=\sqrt{24}$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tâm $I(1;-3;2)$

Bán kính $R=IA=\sqrt{16+4+4}=\sqrt{24}$

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=24$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;4;-1), B(2;4;3), C(2;2;-1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC là

A. $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=4-t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$\overrightarrow{BC}=(0;-2;-4)=-2(0;1;2)$

Vì d song song với BC nên d có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(0;1;2)$

d qua $A(1;4;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$

Vậy phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=1\\y=4+t\\z=-1+2t\end{cases}$

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{25}{42}$. **B.** $\frac{5}{21}$. **C.** $\frac{65}{126}$. **D.** $\frac{55}{126}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có A_9^4 cách tạo ra số có 4 chữ số phân biệt từ $X=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

$\Rightarrow |S|=A_9^4=3024$.

$\Rightarrow |\Omega|=3024$.

Gọi biến cố A:"chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn".

Nhận thấy không thể có 3 chữ số chẵn hoặc 4 chữ số chẵn vì lúc đó luôn tồn tại hai chữ số chẵn nằm cạnh nhau.

□ **Trường hợp 1:** Cả 4 chữ số đều lẻ.

Chọn 4 số lẻ từ X và xếp thứ tự có A_5^4 số.

□ **Trường hợp 2:** Có 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn.

Chọn 3 chữ số lẻ, 1 chữ số chẵn từ X và xếp thứ tự có $C_5^3.C_4^1.4!$ số.

□ **Trường hợp 3:** Có 2 chữ số chẵn, 2 chữ số lẻ.

Chọn 2 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn từ X có $C_5^2.C_4^2$ cách.

Xếp thứ tự 2 chữ số lẻ có 2! cách.

Hai chữ số lẻ tạo thành 3 khoảng trống, xếp hai chữ số chẵn vào 3 khoảng trống và sắp thứ tự có 3! cách.

$\Rightarrow$trường hợp này có $C_5^2.C_4^2.2!.3!$ số.

Vậy $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{A_5^4+C_5^3.C_4^1.4!+C_5^2.C_4^2.2!.3!}{3024}=\dfrac{25}{42}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^4+3x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=2x^3-5x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=3x^3+3x-2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=9x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 31. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 2. **B.** -61. **C.** 3. **D.** 61.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=f(x)=-x^4+2x^2+2$

Ta có: $y'=-4x^3+4x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin(0;3)\\x=1\in(0;3)\\x=-1\notin(0;3)\end{array}\right.$.

$\Rightarrow y(0)=2;\ y(1)=3;\ y(3)=-61$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,4}(5x+2)>\log_{0,4}(3x+6)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $\left(-\dfrac{2}{5};2\right)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x>-\dfrac{2}{5}$.

$\log_{0,4}(5x+2)>\log_{0,4}(3x+6)$

$\Leftrightarrow 5x+2<3x+6.$

$\Leftrightarrow 2x<4\Leftrightarrow x<2.$

Kết hợp với điều kiện, ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(-\frac{2}{5};2\right)$.

Câu 33. Cho $\int_1^2 f\left(x^2+1\right)xdx=2$. Tính $I=\int_2^5 f\left(x\right)dx$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=2$, $x=2\Rightarrow t=5$.

Khi đó: $\int_1^2 f\left(x^2+1\right)xdx=\frac{1}{2}\int_2^5 f\left(t\right)dt \Rightarrow \int_2^5 f\left(t\right)dt=2\int_1^2 f\left(x^2+1\right)xdx=4$.

Mà tích phân không phụ thuộc vào biến nên: $I=\int_2^5 f\left(x\right)dx=\int_2^5 f\left(t\right)dt=4$.

Câu 34. Cho hai số phức $z_1=5-5i$, $z_2=2-i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của số phức $w=\frac{\overline{z_1}}{z_2}$.

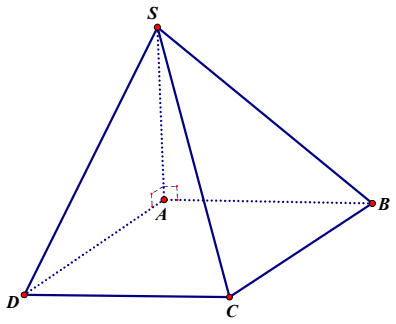
A. $-3i$. **B.** -3. **C.** $-i$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Ta có: $w=\frac{\overline{z_1}}{z_2}=\frac{5+5i}{2-i}=1+3i$. Nên $\overline{w}=1-3i$. Vậy Phần ảo của số phức $\overline{w}$ là -3

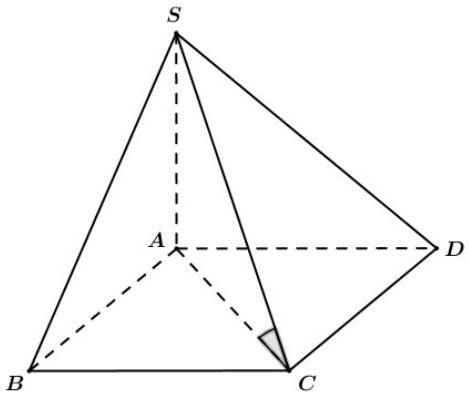
Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB=a, BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Áp dụng định lí Pytago ta có:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$

Ta có $SA \perp (ABCD)$

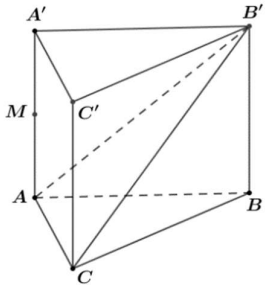
$\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$

$\Rightarrow (SC,(ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$

Xét ΔSAC:

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{3a}{a\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60°$. Vậy $(SC,(ABCD)) = 60°$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).

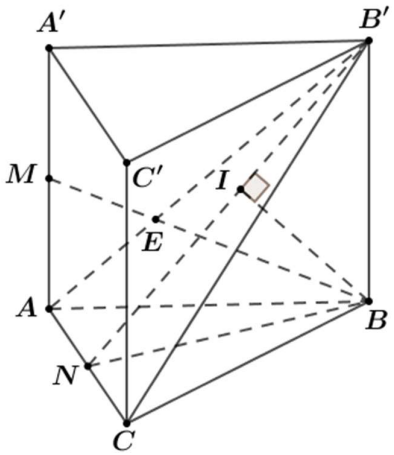


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trong $(ABB'A')$, gọi E là giao điểm của BM và AB'. Khi đó hai tam giác EAM và $EB'B$ đồng dạng. Do đó $\frac{d\left(M,\left(AB'C\right)\right)}{d\left(B,\left(AB'C\right)\right)}=\frac{EM}{EB}=\frac{MA}{BB'}=\frac{1}{2}\Rightarrow d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}\cdot d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.

Từ B kẻ $BN\perp AC$ thì N là trung điểm của AC và $BN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BB'=a$.

Kẻ $BI\perp B'N$ thì $d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=BI=\frac{BB'\cdot BN}{\sqrt{BB'^2+BN^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}\cdot d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 37. Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;-3;2\right)$ và đi qua $A\left(5;-1;4\right)$ có phương trình:

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-2\right)^2=\sqrt{24}$.

B. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=\sqrt{24}$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=24$.

D. $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-2\right)^2=24$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tâm $I\left(1;-3;2\right)$

Bán kính $R=IA=\sqrt{16+4+4}=\sqrt{24}$

Vậy phương trình mặt cầu (S): $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-2\right)^2=24$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$; $(Q):x+2y-z=0$ và điểm $A(1;2;3)$. Viết phương trình đường thẳng d qua A và song song với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

B. $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

C. $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

D. $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

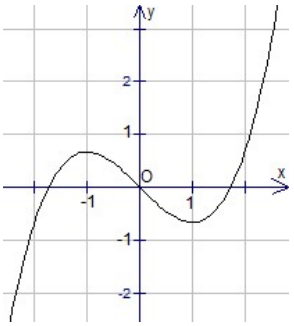
Gọi $\vec{u}$ là vec-tơ chỉ phương của d

$\vec{n}_1,\vec{n}_2$ lần lượt là vec-tơ pháp tuyến của (P) và (Q) với $\vec{n}_1=(1;1;1),\vec{n}_2=(1;2;-1)$

Ta có: $\begin{cases}d//(P)\\d//(Q)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{n}_1\\\vec{u}\perp\vec{n}_2\end{cases}$ Suy ra, d có 1 vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=[\vec{n}_1;\vec{n}_2]$=(-3;2;1)

Vậy phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm cấp 2 trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\dfrac{\sin x+\sqrt{3}\cos x}{2}\right)$ trên đoạn $\left[-\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right]$ bằng

A. $f\left(-\dfrac{5\pi}{6}\right)$. **B.** $f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$. **C.** $f(0)$. **D.** $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\dfrac{\sin x+\sqrt{3}\cos x}{2}=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Vì $x\in\left[-\dfrac{5\pi}{6};\dfrac{\pi}{6}\right]\Rightarrow x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in[-1;1]$.

Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có bảng biến thiên

t	-1		0		1
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$f(-1)$	↗	$f(0)$	↘	$f(1)$

Ta có: $\max\limits_{\left[-\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right]} f\left(\dfrac{\sin x+\sqrt{3}\cos x}{2}\right)=\max\limits_{[-1;1]} f(t) \Leftrightarrow t=0\Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{3}$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{6}\right]} f\left(\dfrac{\sin x+\sqrt{3}\cos x}{2}\right)=f\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Câu 40. Số cặp nghiệm $(x;y)$ nguyên của bất phương trình $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-3}+(x-y)^2\le 3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ $(2x+y)^2.2^{5x^2+2xy+2y^2-9}+(x-y)^2\le 3\Leftrightarrow (2x+y)^2.2^{(2x+y)^2+(x-y)^2-3}+(x-y)^2-3\le 0\,(*)$

Đặt $\begin{cases}a=(2x+y)^2\ge 0\\ b=(x-y)^2-3\ge -3\end{cases}$ khi đó (*) đưa về: $a.2^{a+b}+b\le 0\Leftrightarrow a.2^a\le(-b).2^{-b}$.

Vì $a\ge 0\Rightarrow -b\ge 0$.

Xét hàm số $f(t)=t.2^t,\ t\in[0;+\infty)$ có $f'(t)=2^t+t.2^t.\ln 2>0,\ \forall t\in[0;+\infty)$.

Suy ra $f(a)\le f(-b)\Leftrightarrow a\le -b\Leftrightarrow a+b\le 0$.

Suy ra $(2x+y)^2+(x-y)^2-3\le 0\Leftrightarrow (2x+y)^2+(x-y)^2\le 3$.

Với giả thiết x,y là các số nguyên nên $(2x+y)^2$ và $(x-y)^2$ chỉ có thể xảy ra các trường hợp sau:

$2x+y$	0	0	0	1	–1	1	–1	1	–1
$x-y$	0	1	–1	1	1	–1	–1	0	0
x	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
y	0	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	–1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
	Nhận	Loại	Loại	Loại	Nhận	Nhận	Loại	Loại	Loại

Vậy có tất cả 3 cặp nghiệm thỏa mãn.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2\left[f(x)\right]^3+3f(x)+5=x$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_5^{10} f(x)dx$.

A. $I=0$. **B.** $I=3$. **C.** $I=5$. **D.** $I=6$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=f(x)\Rightarrow 2t^3+3t+5=x\Rightarrow dx=(6t^2+3)dt$ và

$x=5\Rightarrow 2t^3+3t+5=5\Leftrightarrow t=0$

$x=10\Rightarrow 2t^3+3t+5=10\Leftrightarrow t=1$

Vậy $I=\int_5^{10} f(x)dx=\int_0^1 t(6t^2+3)dt=3$.

Câu 42. Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn điều kiện $\frac{|z|^2}{z}+2iz+\frac{2(z+i)}{1-i}=0.$ Tính tỷ số $T=\frac{a}{b}$.

A. $T=\frac{2}{5}$. **B.** $T=-\frac{3}{5}$. **C.** $T=\frac{3}{5}$. **D.** $T=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\frac{|z|^2}{z}+2iz+\frac{2(z+i)}{1-i}=0$

$\Leftrightarrow \frac{z\bar{z}}{z}+2iz+\frac{2(z+i)(1+i)}{2}=0\Leftrightarrow \bar{z}+2iz+z+iz+i-1=0$

$\Leftrightarrow a-bi+a+bi+3i(a+bi)+i-1=0\Leftrightarrow (2a-3b-1)+(3a+1)i=0$

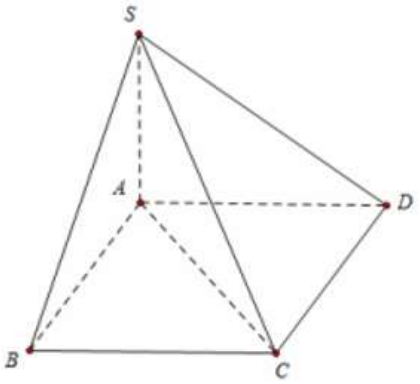
$\Leftrightarrow \begin{cases}2a-3b-1=0\\3a+1=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\b=-\frac{5}{9}\end{cases}.$

Vậy $T=\frac{3}{5}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải



Do $\begin{cases} AD \perp CD \\ SA \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SDA) \Rightarrow CD \perp SD$

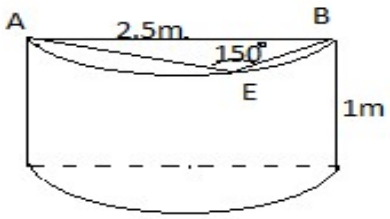
Ta có:

$$\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ AD \subset (ABCD),\ AD \perp CD \Rightarrow ((ABCD),(SCD)) = \widehat{SDA} = 60^0 \\ SD \subset (SCD),\ SD \perp CD \end{cases}$$

Khi đó $SA = AD.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

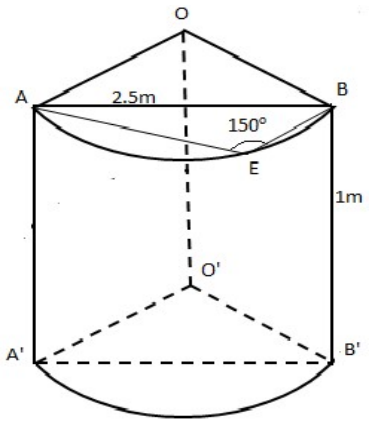
Câu 44. Ông Bình mua một bể nuôi cá cảnh hình bán nguyệt, được làm bằng kính cường lực. Hình dạng của bể nuôi cá là một phần của khối trụ tròn xoay, được thiết kế như hình vẽ. Giá tiền của bể nuôi cá được tính theo thể tích sử dụng, cứ 1 m^3 giá 17.000.000đ. Hỏi ông Bình mua bể nuôi cá trên hết bao nhiêu tiền (giả sử bề dày của kính không đáng kể, số tiền được làm tròn đến nghìn đồng)?



A. 9.625.000đ. **B.** 4.250.000đ. **C.** 9.500.000đ. **D.** 5.625.000đ.

Hướng dẫn giải

Gọi O và O' lần lượt là tâm của đáy khối trụ



Ta có: $\overset{\frown}{AEB}=150^\circ \Rightarrow$ số đo cung lớn $\overset{\frown}{AB}=300^\circ \Rightarrow$ số đo cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}=60^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AOB}=60^\circ \Rightarrow \Delta AOB$ là tam giác đều $\Rightarrow OA=AB=2,5\,(\text{m}) \Rightarrow R=2,5\,(\text{m})$ (trong đó R là bán kính khối trụ).

Gọi V_T là thể tích của khối trụ: $V_T=\pi.(2,5)^2.1=6,25\pi\,(\text{m}^3)$.

Gọi V_H là thể tích phần khối trụ chứa cung nhỏ $\overset{\frown}{AB}$: $V_H=\dfrac{1}{6}.V_T=\dfrac{1}{6}.6,25\pi\,(\text{m}^3)$.

Gọi V_B là thể tích bể nuôi cá.

Ta lại có: $V_{OAB.O'A'B'}=S_{\Delta OAB}.AA'=\dfrac{\sqrt{3}.(2,5)^2.1}{4}=\dfrac{\sqrt{3}.6,25}{4}(\text{m}^3)$.

Khi đó: $V_B=V_H-V_{OAB.O'A'B'}=\dfrac{1}{6}.6,25\pi-\dfrac{\sqrt{3}.6,25}{4}\approx 0.566163\,(\text{m}^3)$.

Vậy tiền mua bể nuôi cá là 9.625.000đ.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):4x+5y-6z-7=0$.

A. $\begin{cases}x=5+4t\\y=7+5t\\z=-3-6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+5t\\z=3+6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-5t\\z=3-6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+4t\\y=7+5t\\z=3-6t\end{cases}$.

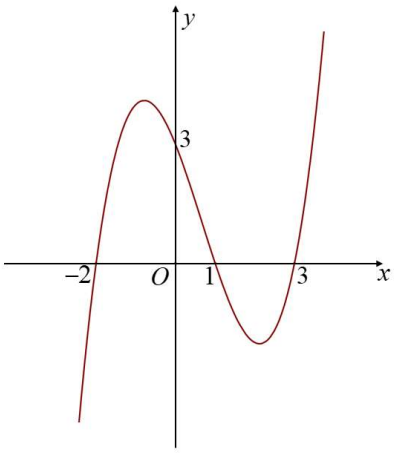
Hướng dẫn giải

+ Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):4x+5y-6z-7=0$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(4;5;-6)$.

+ Mặt khác, d đi qua $A(1;2;3)$ nên có phương trình là $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+5t\\z=3-6t\end{cases}$.

+ Với $t=1$, thì được $B=(5;7;-3)\in d$ nên phương trình d có thể viết lại là $\begin{cases}x=5+4t\\y=7+5t\\z=-3-6t\end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc bốn và $f(0)=1$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$.

A. 7. **B.** 5. **C.** 11. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

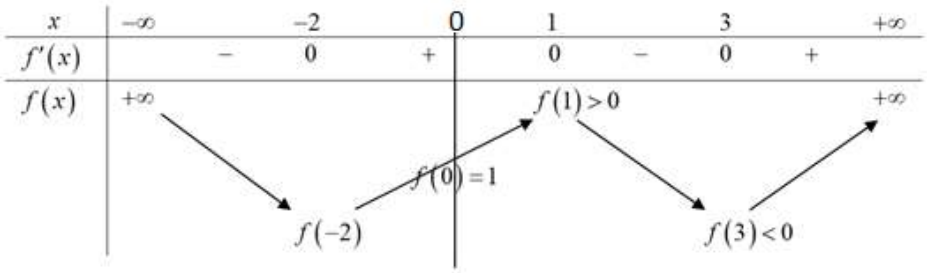
+ Theo đề, hàm số $f'(x)$ có dạng $f'(x)=a(x+2)(x-1)(x-3)\ \ (a>0)$.

Do $f'(0)=3$ nên $6a=3\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$. Suy ra: $f'(x)=\frac{1}{2}\left(x^3-2x^2-5x+6\right)$.

Do đó: $f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right)+C$. Mà $f(0)=1$ nên $C=1$.

Suy ra: $f(x)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x\right)+1$.

+ Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$:



+ Do hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ đối xứng qua trục Oy.

Khi $x\ge 0$, ta có: $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|=\left|f(x)\right|$. Từ bảng biến thiên ta thấy, trong trường hợp này đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ sẽ có 4 điểm cực trị. Vậy hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ có 9 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu số tự nhiên a sao cho tồn tại số thực x thoả $2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 12

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình: $2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}=\frac{a^{3\log(x+1)}+2020}{x^3+2020}$, điều kiện: $x>-1$,

$\Leftrightarrow x^3 - a^{3\log(x+1)} = \log_{2021}\left(a^{3\log(x+1)} + 2020\right) - \log_{2021}\left(x^3 + 2020\right)$

$\Leftrightarrow x^3 + \log_{2021}\left(x^3 + 2020\right) = a^{3\log(x+1)} + \log_{2021}\left(a^{3\log(x+1)} + 2020\right)(*)$

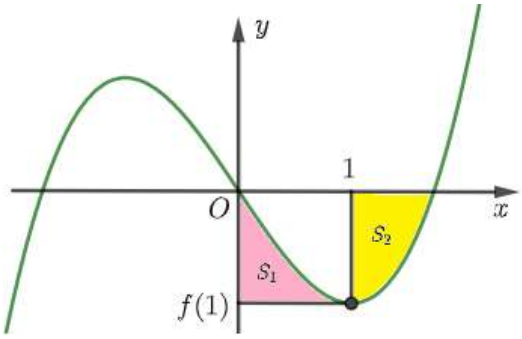
Xét hàm số $f(t) = t^3 + \log_{2021}\left(t^3 + 2020\right)$, trên $(0;+\infty)$

$f'(t) = 3t^2 + \dfrac{3t^2}{\left(t^3 + 2020\right)\ln 2021} > 0, \forall t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Do đó $(*)$ trở thành: $x = a^{\log(x+1)} \Leftrightarrow x = (x+1)^{\log a} \Leftrightarrow \log x = \log a.\log(x+1)$

$\Leftrightarrow \log a = \dfrac{\log x}{\log(x+1)} < 1, \forall x > -1$ nên $a < 10 \Rightarrow a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ và thỏa mãn $\left[f(x)+1\right]$ và $\left[f(x)-1\right]$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2 + 8S_1$.



A. 4. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

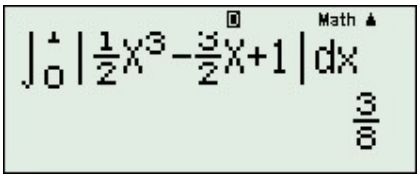
Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ theo giả thiết có $\begin{cases} f(x)+1 = a(x-1)^2(x+m) \\ f(x)-1 = a(x+1)^2(x+n) \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} f(1)+1=0 \\ f(-1)-1=0 \\ f(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d+1=0 \\ -a+b-c+d-1=0 \\ d=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=0 \\ c=-\dfrac{3}{2} \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{3}{2}x$

Ta có $f(x) = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

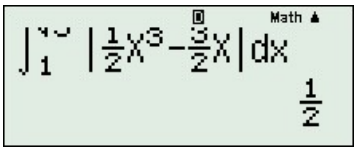
S_1 là diện tích giới hạn bởi đồ thị $y = \dfrac{1}{2}x^3 - \dfrac{3}{2}x$, $y=-1$, $x=0, x=1$

$\Rightarrow S_1 = \displaystyle\int_0^1 \left|\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 1\right| = \frac{3}{8}$ (1)



S_2 là diện tích giới hạn bởi đồ thị $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{3}{2}x$, $y=0, x=1, x=\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_2=\int_1^{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x\right|=\frac{1}{2}\ (2)$



Từ $(1),(2)\Rightarrow 2S_2+8S_1=2.\frac{1}{2}+8.\frac{3}{8}=4$.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z-3\sqrt{2}|=\sqrt{2}$, $|w-4\sqrt{2}i|=2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=z_0$, $w=w_0$. Tính $|3z_0-w_0|$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

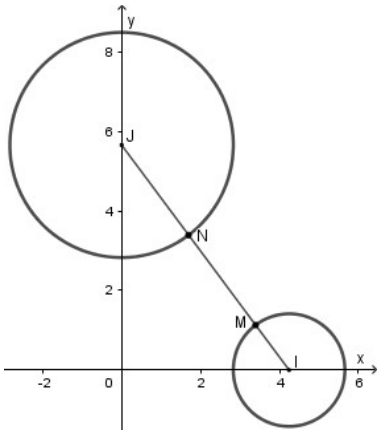
Chọn A

Ta có: + $|z-3\sqrt{2}|=\sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(3\sqrt{2};0)$, bán kính $r=\sqrt{2}$.

+ $|w-4\sqrt{2}i|=2\sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn N biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $J(0;4\sqrt{2})$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Ta có $\min|z-w|=\min MN$.

+ $IJ=5\sqrt{2}; IM=r=\sqrt{2}; NJ=R=2\sqrt{2}$.



Mặt khác $IM+MN+NJ\geq IJ\ \Rightarrow MN\geq IJ-IM-NJ$ hay $MN\geq 5\sqrt{2}-\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

Suy ra $\min MN=2\sqrt{2}$ khi I, M, N, J thẳng hàng và M, N nằm giữa I, J (Hình vẽ).

Khi đó ta có: $|3z_0-w_0|=|3\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}|$ và $IN=3\sqrt{2}\ \Rightarrow \overrightarrow{IM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}; \overrightarrow{IN}=\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Mặt khác $\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IN}=\overrightarrow{OI}+\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$; $3\overrightarrow{OM}=3\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IM}\right)=3\left(\overrightarrow{OI}+\frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}\right)=3\overrightarrow{OI}+\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Suy ra $\left|3z_0-w_0\right|=\left|3\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}\right|=\left|3\overrightarrow{OI}+\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}-\left(\overrightarrow{OI}+\frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}\right)\right|=\left|2\overrightarrow{OI}\right|=6\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ và bán kính bằng 4, cho mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ và bán kính bằng 2. Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1);(S_2)$. Đặt M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) để đạt min, max khi (P) vuông góc với (OIJ).

Ta có $\overrightarrow{n_{OIJ}}=\left[\begin{matrix}(2;1;1)\\(2;1;5)\end{matrix}\right]=(4;-8;0)=4(1;-2;0)$ nên $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2a;a;b)$ thì.

Gọi mặt $(P):2ax+ay+bz+c=0$. Ta có

$$\begin{cases}d\left(I;(P)\right)=4\\d\left(J;(P)\right)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{|5a+b+c|}{\sqrt{5a^2+b^2}}=4\\\frac{|5a+5b+c|}{\sqrt{5a^2+b^2}}=2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}5a+b+c=10a+10b+2c\Rightarrow c=-5a-9b\\5a+b+c=-10a-10b-2c\Rightarrow c=\frac{1}{3}(-15a-11b)\end{matrix}\right.$$

TH1: $c=-5a-9b\Rightarrow\frac{|-8b|}{\sqrt{5a^2+b^2}}=4\Rightarrow 80a^2+16b^2=64b^2\Leftrightarrow 80a^2=48b^2\Leftrightarrow 5a^2=3b^2$

$3b^2=5a^2$, ta chọn

$$b=5;a=\sqrt{15};b=5;a=-\sqrt{15}$$

$$(P_1):2\sqrt{15}(x-2)+\sqrt{15}(y-1)+5(z-9)=0$$

$$(P_2):-2\sqrt{15}(x-2)-\sqrt{15}(y-1)+5(z-9)=0$$

$$d\left(O;(P_1)\right)=\frac{|-5\sqrt{15}-45|}{10}=\frac{45+5\sqrt{15}}{10}$$

$$d\left(O;(P_2)\right)=\frac{|5\sqrt{15}-45|}{10}=\frac{45-5\sqrt{15}}{10}$$

Suy ra $M+m=9$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 10

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 6 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một đôi song ca gồm một nam và một nữ?

A. 11. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 30.

Câu 2. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_{10}=21$. Tính giá trị u_4.

A. 9. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 10.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	3	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(3;+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;3\right)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$\frac{8}{3}$	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$, bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

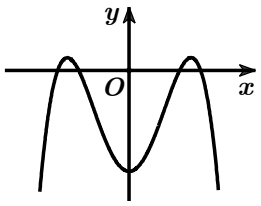
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{1-2x}$ là

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.

C. $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y = x^3 - 3x - 2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + 20x - 5$ và $y = 2x^3 + 8x^2 - 15x + 5$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log\left(3a\right) = \dfrac{1}{3}\log a$. **B.** $\log a^3 = \dfrac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3 = 3\log a$. **D.** $\log\left(3a\right) = 3\log a$.

Câu 10. Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = \left(2x-1\right)2^{x^2-x}$. **B.** $y' = \left(2x-1\right)2^{x^2-x-1}$.

C. $y' = \left(2x-1\right)2^{x^2-x}\ln 2$. **D.** $y' = 2^{x^2-x}\ln 2$.

Câu 11. Cho biểu thức $P = x\sqrt[3]{x^4}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng?**

A. $P = x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $P = x^{\frac{5}{3}}$. **C.** $P = x^{\frac{7}{4}}$. **D.** $P = x^{\frac{6}{5}}$.

Câu 12. Phương trình $3^{2x} = \dfrac{1}{9}$ có nghiệm là

A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - 2x\right) = 2$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $\dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^3}{3} + C$. **B.** $x^4 + x^3$. **C.** $3x^2 + 2x$. **D.** $\dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{4}x^3$.

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\cos x$.

A. $\int f(x)dx = x\sin x - \cos x + C$ **B.** $\int f(x)dx = -x\sin x - \cos x + C$

C. $\int f(x)dx = -x\sin x + \cos x + C$ **D.** $\int f(x)dx = x\sin x + \cos x + C$

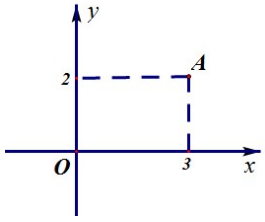
Câu 16. Cho $\int\limits_0^5 f(x)dx = 10$ và $\int\limits_0^5 g(x)dx = 5$. Khi đó $\int\limits_0^5 \left[2f(x) - 3g(x)\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 7. **D.** -7.

Câu 17. Cho $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = -5$ và $\int\limits_1^3 f\left(2x\right)\mathrm{d}x = 10$. Tính giá trị của $I = \int\limits_0^2 f\left(3x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 8$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 6$.

Câu 18. Cho số phức z có điểm biểu diễn là điểm A trong hình vẽ bên. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$?



A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.
B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-3i$.
D. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng $2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1 = 2i - 3$ và $z_2 = 1 + 5i$. Môđun của số phức $3z_1 + z_2$ bằng

A. $\sqrt{185}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** 11.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 7i$ và $z_2 = -4 + i$. Điểm biểu diễn số phức $z_1 + z_2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $Q\left(-2;-6\right)$. **B.** $P\left(-5;-3\right)$. **C.** $N\left(6;-8\right)$. **D.** $M\left(3;-11\right)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = a\sqrt{3}$, $BD = a$ và $AA' = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 22. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $30a^3$. **B.** $25a^3$. **C.** $125a^3$. **D.** $15a^3$.

Câu 23. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích đáy của hình nón đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 24. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ được tạo nên từ hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** πa^3.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = \left(3;0;1\right)$, $\vec{v} = \left(2;1;0\right)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v} = 0$. **B.** $\vec{u}.\vec{v} = -6$. **C.** $\vec{u}.\vec{v} = 8$. **D.** $\vec{u}.\vec{v} = 6$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right): \left(x+1\right)^2 + \left(y-2\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 16$ có bán kính bằng

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua đi qua điểm $A\left(2;0;-1\right)$?

A. $\left(\alpha_1\right): 2x + y + z - 3 = 0$. **B.** $\left(\alpha_2\right): 2x + y + z + 3 = 0$.

C. $\left(\alpha_3\right): 2x + y + z = 0$. **D.** $\left(\alpha_4\right): 2x + y - z - 3 = 0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(2;-1;1\right)$ và $B\left(3;0;-2\right)$?

A. $\overrightarrow{u_1} = \left(5;-1;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = \left(1;1;-3\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = \left(1;0;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = \left(-1;0;-1\right)$.

Câu 29. Gieo hai con súc sắc, tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 7.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{7}{36}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{-x+3}{2x+1}$. **B.** $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

C. $y = x^3 + 2x^2 + 6x - 2$. **D.** $y = -x^3 + x^2 - 5x + 14$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** 1.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}\left(x^2 + x\right) < \log_{0,5}\left(-2x + 4\right)$ là

A. $\left(-\infty;-4\right) \cup \left(1;2\right)$. **B.** $\left(-5;-2\right)$.

C. $\left(-4;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-4\right) \cup \left(1;+\infty\right)$.

Câu 33. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 12$. Khi đó $\int_5^2 \left[1-6f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 79. **B.** 69. **C.** 72. **D.** 74

Câu 34. Cho số phức $z = 2-2i$. Môđun của số phức $(3+i)z$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** 8.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC cân tại S có diện tích bằng $\frac{3a^2}{4}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC cân tại S có diện tích bằng $\frac{3a^2}{4}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4.$ **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4.$

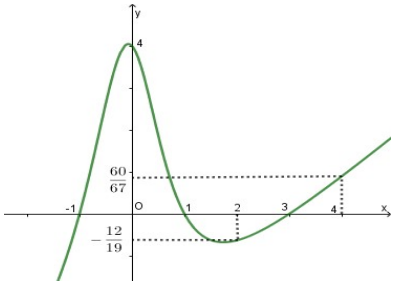
C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2.$ **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x-y-z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+2}{-3}.$ **B.** $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{5}=\frac{z+2}{-3}.$

C. $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+2}{3}.$ **D.** $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+2}{-3}.$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=\frac{1}{2}f(2x-1)+\frac{11}{19}(2x-1)^2-4x$ trên khoảng $\left[0;\frac{5}{2}\right]$ bằng

A. $\frac{1}{2}f(1)+\frac{11}{19}.$ **B.** $\frac{1}{2}f(4)-\frac{14}{19}.$ **C.** $\frac{1}{2}f(0)-2.$ **D.** $\frac{1}{2}f(2)-\frac{70}{19}.$

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x\le 2020$ thỏa mãn điều kiện $\log_2\frac{x+2}{y+1}+x^2+4x=4y^2+8y+1$.

A. 2020. **B.** vô số. **C.** 1010. **D.** 4040.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$, $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $\ln 15$. **B.** $2+\ln 15$. **C.** $3+\ln 15$. **D.** $4+\ln 15$.

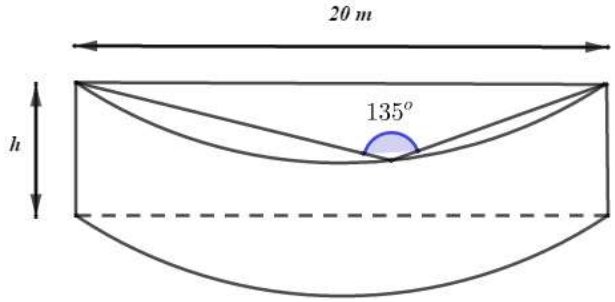
Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $(z-3+i)(1-i)=(1+i)^{2019}$. Khi đó số phức $w=z+1-2i$ có phần ảo?

A. $2^{1009}-1$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** $2^{1009}-4$.

Câu 43. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $\frac{a^3}{48}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Câu 44. Ông Nam muốn xây một cái bể như hình vẽ, mặt cong bên ngoài được xây trùng với mặt xung quanh của một khối trụ. Nếu ông xây bể có thể tích $V=500\,\text{m}^3$ thì chiều cao h (tính theo đơn vị mét) của bể là



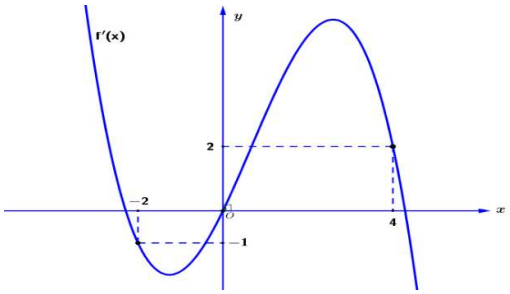
A. $\frac{10}{\pi-2}$. **B.** $\frac{20}{\pi-2}$. **C.** $\frac{15}{2(\pi-1)}$. **D.** $\frac{15\sqrt{2}}{\pi-1}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$, $d_2:\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M, cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{9}=\frac{y+1}{-9}=\frac{z+2}{16}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{4}$.

C. $\frac{x}{9}=\frac{y+1}{-9}=\frac{z-2}{16}$. **D.** $\frac{x}{-9}=\frac{y+1}{9}=\frac{z-2}{16}$.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f(4)=0$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=\left|4f(x)-x^2+3\right|$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

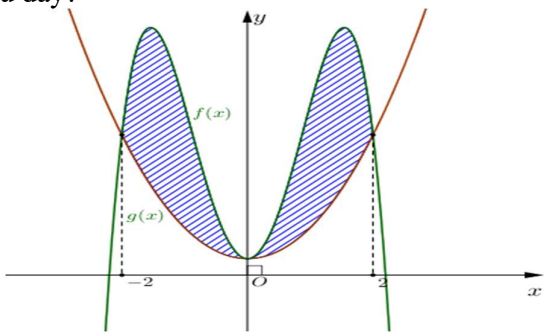


A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $m\left(m \geq 2\right)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(m^{\ln x}+4\right)^{\ln m}+4=x$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=-\frac{1}{2}x^4+ax^2+b\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thịvà $y=g\left(x\right)=mx^2+nx+p$ $\left(m,n,p\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị $\left(P\right)$ như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và $\left(P\right)$ có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $\left(4;4,1\right)$. **B.** $\left(4,2;4,3\right)$. **C.** $\left(4,3;4,4\right)$. **D.** $\left(4,1;4,2\right)$.

Câu 49. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1-4\right|=1$ và $\left|iz_2-2\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1+2z_2\right|$ bằng

A. $4\sqrt{2}+3$. **B.** $2\sqrt{5}-2$. **C.** $4-\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}-3$.

Câu 50. Trong không gian $\left(Oxyz\right)$, cho hai điểm $A\left(0;8;2\right)$, $B\left(9;-7;23\right)$ và mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y+3\right)^2+\left(z-7\right)^2=72$. Mặt phẳng $\left(P\right):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu $\left(S\right)$ sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(P\right)$ lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 10

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.A	5.B	6.B	7.B	8.D	9.C	10.C
11.A	12.B	13.A	14.A	15.D	16.B	17.C	18.A	19.A	20.A
21.A	22.C	23.A	24.C	25.D	26.B	27.A	28.B	29.A	30.D
31.A	32.A	33.B	34.C	35.D	36.D	37.A	38.D	39.D	40.C
41.C	42.C	43.B	44.A	45.C	46.D	47.C	48.B	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 6 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một đôi song ca gồm một nam và một nữ?

A. 11. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 30.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số cách chọn một người nam: 5 cách.

Số cách chọn một người nữ: 6 cách.

Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn là: 30 cách.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_{10}=21$. Tính giá trị u_4.

A. 9. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

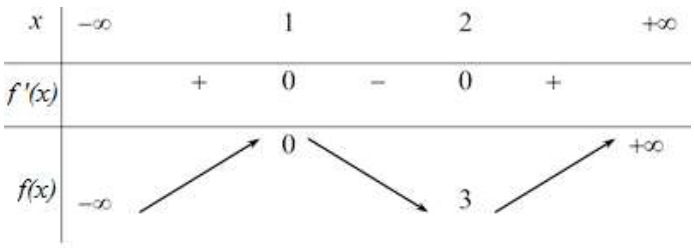
Chọn A

Gọi $d(d\in\mathbb{R})$ là công sai của cấp số cộng (u_n) đã cho.

Ta có $u_{10}=u_1+9d\Leftrightarrow 21=3+9d\Leftrightarrow d=2$.

Vậy $u_4=u_1+3d=3+3.2=9$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

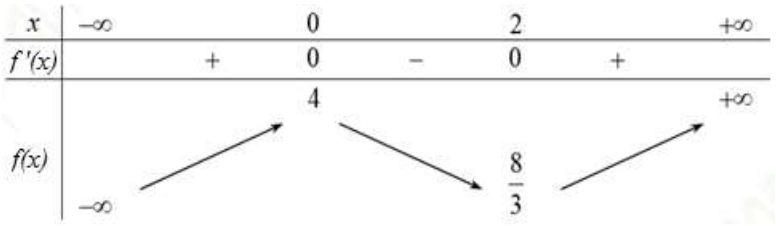
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là 4.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x=1$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là 1.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+4}{1-2x}$ là

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $y=-\frac{3}{2}$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

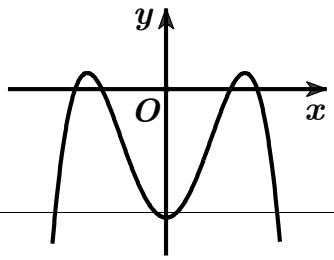
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x+4}{1-2x}=-\frac{3}{2}$. Suy ra đường thẳng $y=-\frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-3x^2-2$. **B.** $y=-x^4+3x^2-2$.

C. $y=\frac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^4+3x^2-2$.

Câu 8. Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=-x^3-6x^2+20x-5$ và $y=2x^3+8x^2-15x+5$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$-x^3-6x^2+20x-5=2x^3+8x^2-15x+5$$
$$\Leftrightarrow 3x^3+14x^2-35x+10=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-5+\sqrt{65}}{2} \\ x=\dfrac{-5-\sqrt{65}}{2} \\ x=\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 3.

Câu 9. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$. **B.** $\log a^3=\dfrac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log(3a)=3\log a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\log(3a)=\log 3+\log a \Rightarrow A, D$ sai

$\log a^3=3\log a \Rightarrow B$ sai, Cđúng

Câu 10. Hàm số $y=2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

A. $y'=(2x-1)2^{x^2-x}$. **B.** $y'=(2x-1)2^{x^2-x-1}$.

C. $y'=(2x-1)2^{x^2-x}\ln 2$. **D.** $y'=2^{x^2-x}\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=\left(x^2-x\right)'2^{x^2-x}\ln 2=(2x-1)2^{x^2-x}\ln 2$.

Câu 11. Cho biểu thức $P=x\sqrt[3]{x^4}$ với $x>0$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng?**

A. $P=x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $P=x^{\frac{5}{3}}$. **C.** $P=x^{\frac{7}{4}}$. **D.** $P=x^{\frac{6}{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$P=x\cdot x^{\frac{4}{3}}=x^{1+\frac{1}{3}}=x^{\frac{7}{3}}$.

Câu 12. Phương trình $3^{2x}=\frac{1}{9}$ có nghiệm là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x}=\frac{1}{9}\Leftrightarrow 3^{2x}=3^{-2}\Leftrightarrow 2x=-2\Leftrightarrow x=-1$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-2x\right)=2$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\log_2\left(x^2-2x\right)=2\Leftrightarrow x^2-2x=4\Leftrightarrow x^2-2x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{5}\\x=1+\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x^2$ là

A. $\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+C$. **B.** x^4+x^3. **C.** $3x^2+2x$. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{4}x^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\int\left(x^3+x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}+C$

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos x$.

A. $\int f(x)dx=x\sin x-\cos x+C$ **B.** $\int f(x)dx=-x\sin x-\cos x+C$

C. $\int f(x)dx=-x\sin x+\cos x+C$ **D.** $\int f(x)dx=x\sin x+\cos x+C$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tự luận: Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=x\\dv=\cos xdx\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}du=dx\\v=\sin x\end{array}\right.$

Câu 16. Cho $\int_0^5 f(x)dx=10$ và $\int_0^5 g(x)dx=5$. Khi đó $\int_0^5\left[2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 7. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng tính chất của tích phân ta có $\int_0^5\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=2\int_0^5 f(x)dx-3\int_0^5 g(x)dx=20-15=5$

.

$\Rightarrow\int x\cos xdx=x\sin x-\int\sin xdx=x\sin x+\cos x+C$.

Câu 17. Cho $f\left(x\right)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-5$ và $\int_1^3 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=10$. Tính giá trị của $I=\int_0^2 f\left(3x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=8$. **C.** $I=5$. **D.** $I=6$.

Hướng dẫn giải

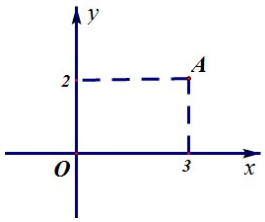
Chọn C

Ta có: $\int_1^3 f(2x)\mathrm{d}x=10 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_1^3 f(2x)\mathrm{d}(2x)=10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(2x)\mathrm{d}(2x)=20 \Leftrightarrow \int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=20$.

Đặt $t=3x \Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0$; $x=3 \Rightarrow t=6$.

Khi đó $I=\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\left(\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t+\int_2^6 f(t)\mathrm{d}t\right)=\frac{1}{3}(-5+20)=5$.

Câu 18. Cho số phức z có điểm biểu diễn là điểm A trong hình vẽ bên. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$?



A. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-3i$.

D. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng $2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta suy ra số phức $z=3+2i \Rightarrow \bar{z}=3-2i$.

Nên số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2i-3$ và $z_2=1+5i$. Môđun của số phức $3z_1+z_2$ bằng

A. $\sqrt{185}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $3z_1+z_2=3(2i-3)+(1+5i)=6i-9+1+5i=-8+11i$.

Từ đó: $|3z_1+z_2|=|-8+11i|=\sqrt{(-8)^2+11^2}=\sqrt{185}$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=2-7i$ và $z_2=-4+i$. Điểm biểu diễn số phức z_1+z_2 trên mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;-6)$. **B.** $P(-5;-3)$. **C.** $N(6;-8)$. **D.** $M(3;-11)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

w Ta có $z_1+z_2=-2-6i$. Vậy điểm biểu diễn z_1+z_2 trên mặt phẳng tọa độ là điểm $Q(-2;-6)$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=a\sqrt{3}$, $BD=a$ và $AA'=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$ABCD$ là hình thoi, $AC=a\sqrt{3}, BD=a$ nên $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD=\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ đã cho được tính theo công thức $V = S_{ABCD}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng

A. $30a^3$. **B.** $25a^3$. **C.** $125a^3$. **D.** $15a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối lập phương cạnh $5a$ bằng $(5a)^3 = 125a^3$.

Câu 23. Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích đáy của hình nón đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}.\sqrt{2} = 2a$. Đường tròn đáy có bán kính $r = \frac{2a}{2} = a$.

Diện tích đáy của hình nón được tính theo công thức $S = \pi r^2 = \pi a^2$.

Câu 24. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ được tạo nên từ hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Bán kính và chiều cao của khối trụ lần lượt là $r = \frac{a}{2}$ và $h = a$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.a = \frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u} = (3;0;1)$, $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v} = 0$. **B.** $\vec{u}.\vec{v} = -6$. **C.** $\vec{u}.\vec{v} = 8$. **D.** $\vec{u}.\vec{v} = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 3.2 + 0.1 + 1.0 = 6$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$ có bán kính bằng:

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 16$

Bán kính $R = \sqrt{16} = 4$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua đi qua điểm $A(2;0;-1)$?

A. $(\alpha_1): 2x + y + z - 3 = 0$. **B.** $(\alpha_2): 2x + y + z + 3 = 0$.

C. $(\alpha_3): 2x + y + z = 0$. **D.** $(\alpha_4): 2x + y - z - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $A(2;0;-1)$ vào từng mặt phẳng trong các đáp án, ta thấy chỉ có mặt phẳng (α_1) thỏa mãn.

Cụ thể $(\alpha_1): 2.2+0+(-1)-3=4-4=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;1)$ và $B(3;0;-2)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;1;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1;1)$ và $B(3;0;-2)$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(3-2;0-(-1);-2-1)=(1;1;-3)$.

Câu 29. Gieo hai con súc sắc, tính xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 7.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{7}{36}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Không gian mẫu có số phần tử là: $|\Omega|=36$

Gọi A: "tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 7".

$A=\{(1,6);(2,5);(3,4);(4,3);(5,2);(6,1)\}$.

Xác suất cần tính là: $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{-x+3}{2x+1}$. **B.** $y=x^4-4x^2+3$.

C. $y=x^3+2x^2+6x-2$. **D.** $y=-x^3+x^2-5x+14$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1.

+ Xét hàm số $y=\frac{-x+3}{2x+1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}\Rightarrow$ Hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow$ loại đáp án **A.**

+ Hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là hàm đa thức bậc chẵn không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ loại đáp án **B.**

+ Hàm số $y=x^3+2x^2+6x-2$ có hệ số $a=1>0\Rightarrow$ không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ loại đáp án **C.**

Cách 2.

Xét hàm số $y=-x^3+x^2-5x+14$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y' = -3x^2 + 2x - 5 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ $\left(\text{do } \begin{cases} \Delta = -14 < 0 \\ a = -3 < \end{cases} \right)$

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{7}{10}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y = f(x) = x^4 - x^2 + 1$

Ta có $y' = 4x^3 - 2x$.

$$y' = 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;2] \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \in [0;2] \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \notin [0;2] \end{array} \right.$$

$y(0) = 1,\ y(2) = 13,\ y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ trên đoạn $[0;2]$ là $y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{3}{4}$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x^2 + x) < \log_{0,5}(-2x + 4)$ là

A. $(-\infty;-4) \cup (1;2)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(-\infty;-4) \cup (1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\log_{0,5}(x^2 + x) < \log_{0,5}(-2x + 4)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x > -2x + 4 \\ -2x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 4 > 0 \\ -2x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < -4 \\ x > 1 \end{array} \right. \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty;-4) \cup (1;2).$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $(-\infty;-4) \cup (1;2)$.

Câu 33. Cho $\int_2^5 f(x)\,dx = 12$. Khi đó $\int_5^2 [1 - 6f(x)]\,dx$ bằng

A. 79. **B.** 69. **C.** 72. **D.** 74

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int_5^2 [1 - 6f(x)]\,dx = \int_2^5 [6f(x) - 1]\,dx = 6\int_2^5 f(x)\,dx - \int_2^5 dx = 6.12 - 5 + 2 = 69$.

Câu 34. Cho số phức $z = 2 - 2i$. Môđun của số phức $(3 + i)z$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** 8

Hướng dẫn giải

Chọn C

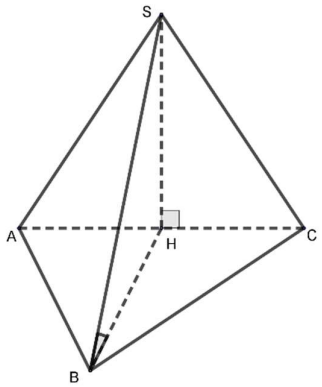
Ta có: $\left|(3+i)z\right| = \left|(3+i)(2-2i)\right| = \left|8-4i\right| = \left|8-4i\right| = \sqrt{8^2+4^2} = 4\sqrt{5}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC cân tại S có diện tích bằng $\frac{3a^2}{4}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow SH \perp AC$

Vì $\begin{cases} (SAC)\cap(ABC) = AC \\ (SAC)\perp(ABC) \\ SH \perp AC \end{cases}$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy (ABC).

Suy ra $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBH}$.

Xét tam giác SAC cân tại S:

$S_{SAC} = \frac{1}{2}SH.AC \Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} = \frac{1}{2}SH.a \Leftrightarrow SH = \frac{3a}{2}$.

Tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SBH vuông tại H : $\tan\widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBH} = 60°$.

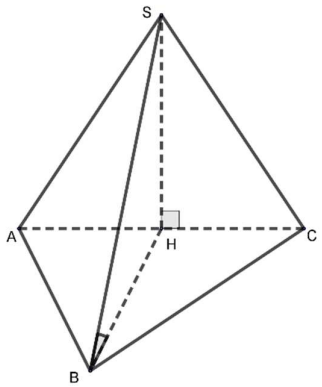
Do đó: $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBH} = 60°$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC cân tại S có diện tích bằng $\frac{3a^2}{4}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow SH \perp AC$

Vì $\begin{cases} (SAC) \cap (ABC) = AC \\ (SAC) \perp (ABC) \\ SH \perp AC \end{cases}$ nên H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy (ABC).

Suy ra $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBH}$.

Xét tam giác SAC cân tại S:

$S_{SAC} = \frac{1}{2} SH.AC \Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} = \frac{1}{2} SH.a \Leftrightarrow SH = \frac{3a}{2}$.

Tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác SBH vuông tại H : $\tan \widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBH} = 60°$.

Do đó: $\widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBH} = 60°$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x-y-z-1=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;1;-2)$, song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$. **B.** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{3}$. **D.** $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+2}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án D

Gọi $\vec{u}$ là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ

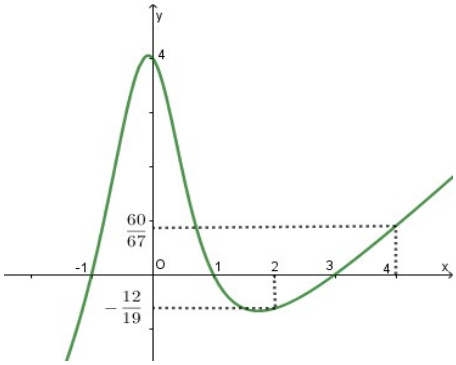
$\vec{u}_d=(2;1;3)$ là 1 vec-tơ chỉ phương của d.

$\vec{n}_P=(1;-1;-1)$ là 1 vec-tơ pháp tuyến của (P).

Ta có: $\begin{cases}\Delta\perp d\\ \Delta\,//\,(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}\perp\vec{u}_d\\ \vec{u}\perp\vec{n}_P\end{cases}\Rightarrow\Delta$ có 1 vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(2;5;-3)$.

Δ nhận $\vec{u}$ làm VTCP $\Rightarrow\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+2}{-3}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=\dfrac{1}{2}f(2x-1)+\dfrac{11}{19}(2x-1)^2-4x$ trên khoảng $\left[0;\dfrac{5}{2}\right]$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}f(1)+\dfrac{11}{19}$. **B.** $\dfrac{1}{2}f(4)-\dfrac{14}{19}$.

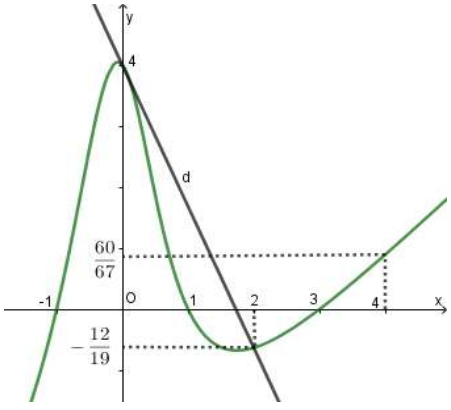
C. $\dfrac{1}{2}f(0)-2$. **D.** $\dfrac{1}{2}f(2)-\dfrac{70}{19}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'(2x-1)+\dfrac{44}{19}(2x-1)-4=0\Leftrightarrow f'(2x-1)=-\dfrac{44}{19}(2x-1)+4$.

Đặt $t=2x-1\Rightarrow f'(t)=-\dfrac{44}{19}t+4$ với $0\le x\le\dfrac{5}{2}\Rightarrow-1\le t\le 4$.



Từ đồ thị ta có $f'(t)=-\dfrac{44}{19}t+4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=2\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên hàm số $g(t)$ Giá trị nhỏ nhất hàm số đạt được khi $t=2 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.

suy ra $\left(g(x)\right)_{\min}=\frac{1}{2}f(2)-\frac{70}{19}$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $x\le 2020$ thỏa mãn điều kiện $\log_2\frac{x+2}{y+1}+x^2+4x=4y^2+8y+1$.

A. 2020. **B.** vô số. **C.** 1010. **D.** 4040.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\log_2\frac{x+2}{y+1}=4y^2-x^2-4x+8y+1 \Leftrightarrow \log_2(x+2)-\log_2(y+1)=4(y+1)^2-(x+2)^2+1$

$\Leftrightarrow \log_2(x+2)+(x+2)^2=\log_2 2(y+1)+\left[2(y+1)\right]^2\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t^2$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+2t>0\ \forall t\in(0;+\infty)\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

$(1)\Leftrightarrow f(x+2)=f(2y+2)\Leftrightarrow x+2=2y+2\Leftrightarrow x=2y$.

Mà $0<x\le 2020\Rightarrow 0<y\le 1010$.

Vậy có 1010 cặp số nguyên dương $(x;y)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa $f'(x)=\frac{2}{2x-1}, f(0)=1$ và $f(1)=2.$ Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ bằng

A. $\ln 15$. **B.** $2+\ln 15$. **C.** $3+\ln 15$. **D.** $4+\ln 15$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$

$$\Rightarrow f(x)=\int\frac{2}{2x-1}dx=\ln|2x-1|+C=\begin{cases}\ln(1-2x)+C_1 & ;x<\frac{1}{2}\\ \ln(2x-1)+C_2 & ;x>\frac{1}{2}\end{cases}$$

$f(0)=1\Rightarrow C_1=1$ và $f(1)=2\Rightarrow C_2=2$.

$$\text{Do đó } f(x)=\begin{cases}\ln(1-2x)+1 & ;x<\frac{1}{2}\\ \ln(2x-1)+2 & ;x>\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(-1)=\ln 3+1\\ f(3)=\ln 5+2\end{cases}$$

$\Rightarrow f(-1)+f(3)=3+\ln 15.$

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn $(z-3+i)(1-i)=(1+i)^{2019}$. Khi đó số phức $w=z+1-2i$ có phần ảo?

A. $2^{1009}-1$. **B.** -2. **C.** -3. **D.** $2^{1009}-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$(z-3+i)(1-i)=(1+i)^{2019} \Leftrightarrow (z-3+i)(1-i)(1+i)=(1+i)^{2020}$

$\Rightarrow z=\dfrac{\left[(1+i)^2\right]^{1010}}{(1-i)(1+i)}+3-i=\dfrac{(2i)^{1010}}{2}+3-i=\dfrac{\left[(2i)^2\right]^{505}}{2}+3-i=\dfrac{(-4)^{505}}{2}+3-i=-2^{1009}+3-i$.

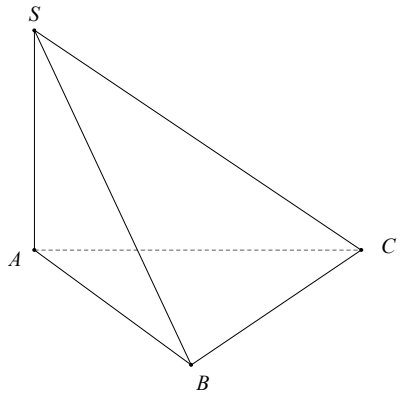
Vậy: $w=z+1-2i=-2^{1009}+3-i+1-2i=-2^{1009}-3i+4$

Do đó phần ảo của số phức phải tìm là -3.

Câu 43. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Nên $AB=BC=\dfrac{a}{2}$, $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.BA.BC=\dfrac{a^2}{8}$.

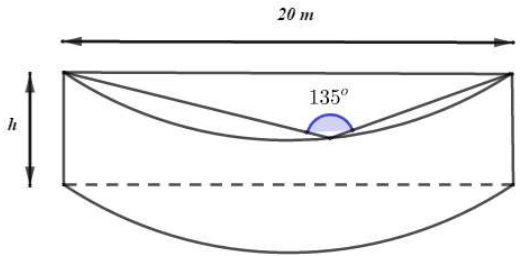
Ta có:

$$\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AB\subset(ABC),\ AB\perp BC\Rightarrow\left((ABC),(SBC)\right)=\widehat{SBA}=45^0\\ SB\subset(SBC),\ SB\perp BC\end{cases}$$

Tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA=AB=\dfrac{a}{2}$.

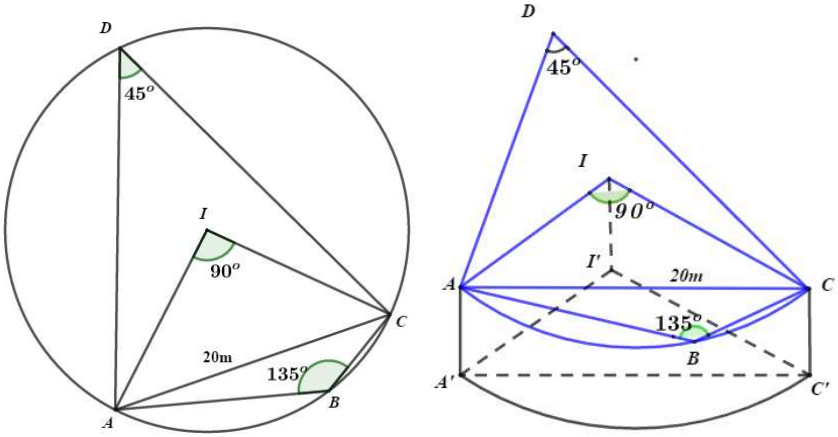
Vậy: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2}{8}=\dfrac{a^3}{48}$.

Câu 44. Ông Nam muốn xây một cái bể như hình vẽ, mặt cong bên ngoài được xây trùng với mặt xung quanh của một khối trụ. Nếu ông xây bể có thể tích $V=500\text{m}^3$ thì chiều cao h (tính theo đơn vị mét) của bể là



A. $\dfrac{10}{\pi-2}$. **B.** $\dfrac{20}{\pi-2}$. **C.** $\dfrac{15}{2(\pi-1)}$. **D.** $\dfrac{15\sqrt{2}}{\pi-1}$.

Hướng dẫn giải



Xét đường tròn đáy trên của hình trụ có dạng như hình vẽ, ta có $\widehat{ADC}=180^\circ-\widehat{ABC}=45^\circ$.

Suy ra $\widehat{AIC}=2\widehat{ADC}=90^\circ$.

Xét ΔIAC vuông cân tại I, ta có $R=IA=\dfrac{20}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$ (m).

Gọi V_o là thể tích của khối trụ có đường tròn đáy tâm I bán kính $R=10\sqrt{2}$ (m), chiều cao h, ta có

$$\frac{1}{4}V_o-V_{AIC.A'I'C'}=V\Leftrightarrow\frac{h\pi R^2}{4}-\frac{hR^2}{2}=500\Leftrightarrow 50h(\pi-2)=500\Leftrightarrow h=\frac{10}{\pi-2}\ (\text{m}).$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$, $d_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M, cắt cả d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{x}{9}=\dfrac{y+1}{-9}=\dfrac{z+2}{16}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{4}$. **C.** $\dfrac{x}{9}=\dfrac{y+1}{-9}=\dfrac{z-2}{16}$. **D.** $\dfrac{x}{-9}=\dfrac{y+1}{9}=\dfrac{z-2}{16}$.

Hướng dẫn giải

+ Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

+ $\Delta\cap d_1=A(t_1+1;-t_1-2;2t_1+3)$; $\Delta\cap d_2=B(2t_2-1;-t_2+4;4t_2+2)$.

+ Ta có: $\overrightarrow{MA}=(t_1+1;-t_1-1;2t_1+1)$; $\overrightarrow{MB}=(2t_2-1;-t_2+5;4t_2)$.

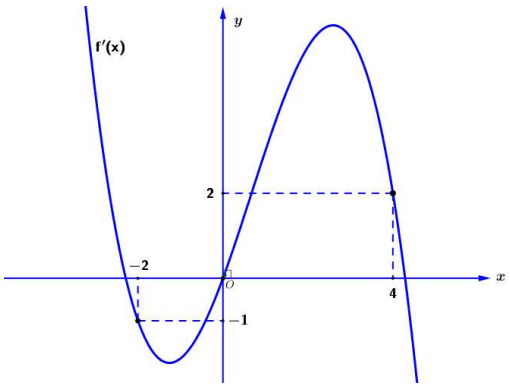
+ M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow \begin{cases} t_1+1=k\left(2t_2-1\right) \\ -t_1-1=k\left(-t_2+5\right) \\ 2t_1+1=4kt_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=\dfrac{7}{2} \\ k=-\dfrac{1}{2} \\ kt_2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1=\dfrac{7}{2} \\ t_2=-4 \end{cases}$.

+ Ta được $\overrightarrow{MB}=\left(-9;9;-16\right)$.

+ Đường thẳng Δ đi qua $M\left(0;-1;2\right)$, một VTCP là $\vec{u}=\left(9;-9;16\right)$ có phương trình là

$$\frac{x}{9}=\frac{y+1}{-9}=\frac{z-2}{16}.$$

Câu 46. Cho $f\left(x\right)$ là hàm số bậc bốn. Biết $f\left(4\right)=0$ và đồ thị của hàm số $f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Hàm số $g\left(x\right)=\left|4f\left(x\right)-x^2+3\right|$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



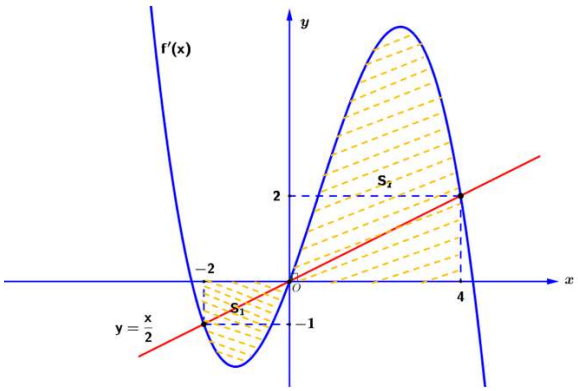
A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(0;4\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Hướng dẫn giải

+ Xét hàm số $h\left(x\right)=4f\left(x\right)-x^2+3$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $h'\left(x\right)=4f'\left(x\right)-2x$

$h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=\dfrac{x}{2}$ $\left(*\right)$

+ Nghiệm của PT $\left(*\right)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{x}{2}$.



Từ hình vẽ trên ta có nghiệm của $\left(*\right)$ là $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

+ Mặt khác, $S_1=\int\limits_{-2}^{0}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-2}^{0}f'(x)\mathrm{d}x==f(-2)-f(0)$

$S_2=\int\limits_{0}^{4}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{4}f'(x)\mathrm{d}x=f(4)-f(0)$

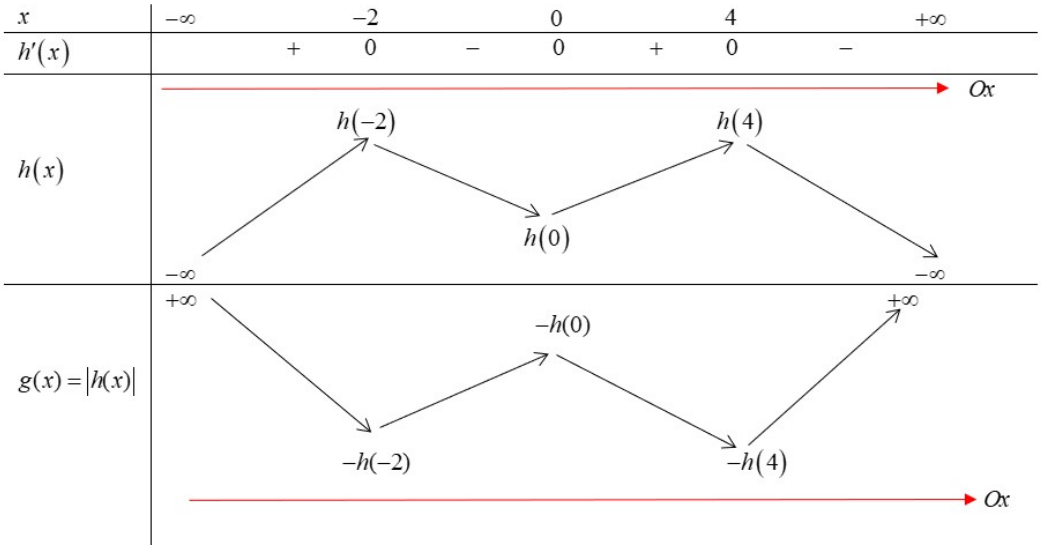
Từ đó ta có nhận xét: $S_1<S_2\Leftrightarrow f(-2)-f(0)<f(4)-f(0)\Leftrightarrow f(-2)<f(4)$

$h(-2)=4f(-2)-4+3=4f(-2)-1<4f(4)-1=4.0-1=-1\Rightarrow h(-2)<-1$

$h(4)=4f(4)-16+3=-13$

$h(0)=4f(0)-0+3=4f(0)+3$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trong khoảng $(-2;0)$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $m(m\geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\left(m^{\ln x}+4\right)^{\ln m}+4=x$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 1. **D.** Vô số

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐK: $x>0$

Đặt $y=m^{\ln x}+4>0$ thế vào phương trình ta có $y^{\ln m}+4=x\Leftrightarrow x=4+m^{\ln y}$ vì $m^{\ln y}=y^{\ln m}$

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases}y=m^{\ln x}+4 & (1)\\ x=m^{\ln y}+4 & (2)\end{cases}$

Xét hàm số $f(t)=m^t+4\Rightarrow f'(t)=\ln m.m^t>0$ (Do $m\geq 2$). Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $x=y$

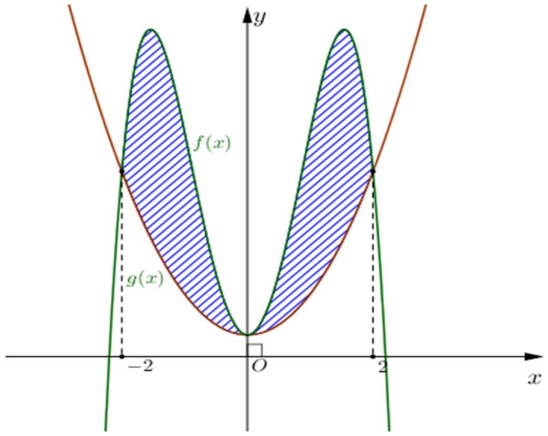
Từ (2): $x = m^{\ln x} + 4 \Leftrightarrow x^{\ln m} = x - 4 \Leftrightarrow \ln\left(x^{\ln m}\right) = \ln(x-4) \Leftrightarrow \ln m.\ln x = \ln(x-4)$

$\Leftrightarrow \ln m = \dfrac{\ln(x-4)}{\ln x}$

Do $x > 0$ nên $x - 4 < x \Rightarrow \ln(x-4) < \ln x \Rightarrow \dfrac{\ln(x-4)}{\ln x} < 1$

Nên $\ln m < 1 \Leftrightarrow m < e$ hay $m \in \{2\}$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x) = -\dfrac{1}{2}x^4 + ax^2 + b\ (a,b \in \mathbb{R})$ có đồ thịvà $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ $(m,n,p \in \mathbb{R})$ có đồ thị (P) như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?



A. $(4;4,1)$. **B.** $(4,2;4,3)$. **C.** $(4,3;4,4)$. **D.** $(4,1;4,2)$.

Lờigiải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P): $S = \int_{-2}^{2}\left[f(x) - g(x)\right]dx$.

$h(x) = f(x) - g(x)$ là hàm bậc bốn có hệ số bậc bốn bằng $-\dfrac{1}{2}$, có hai nghiệm đơn $x = 2$, $x = -2$ và một nghiệm kép x=0

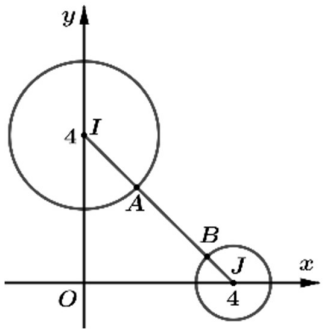
$\Rightarrow h(x) = f(x) - g(x) = -\dfrac{1}{2}x^2(x-2)(x+2) \Rightarrow S = \int_{-2}^{2} -\dfrac{1}{2}x^2(x-2)(x+2)dx = \dfrac{64}{15} = 4,266..$

Câu 49. Xét các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4| = 1$ và $|iz_2 - 2| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 2z_2|$ bằng

A. $4\sqrt{2} + 3$ **B.** $2\sqrt{5} - 2$ **C.** $4 - \sqrt{2}$ **D.** $4\sqrt{2} - 3$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $z_3=-2z_2$, suy ra $P=|z_1+2z_2|=|z_1-(-2z_2)|=|z_1-z_3|$.

Và $z_2=-\frac{1}{2}z_3$ thế vào $|iz_2-2|=1\Leftrightarrow\left|-\frac{1}{2}iz_3-2\right|=1\Leftrightarrow|z_3-4i|=2$.

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn cho hai số phức z_3, z_1.

• $|z_3-4i|=2\Rightarrow A$ thuộc đường tròn tâm $I(0;4)$, $R_3=2$.

• $|z_1-4|=1\Rightarrow B$ thuộc đường tròn tâm $J(4;0)$, $R_1=1$.

$$\Rightarrow P=|z_1-z_3|=AB\Rightarrow\begin{cases}P_{\min}=|IJ-R_1-R_3|=4\sqrt{2}-3\\P_{\max}=IJ+R_1+R_3=4\sqrt{2}+3\end{cases}.$$

Câu 50. Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $A\in(P)$ nên ta $8b+2c+d=0\Leftrightarrow d=-8b-2c\Rightarrow(P):x+by+cz-(8b+2c)=0$.

Do (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\frac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}$.

Ta có: $d(B;(P))=\frac{|9-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\frac{|(5-11b+5c)+4(1-b+4c)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$$\Rightarrow d(B;(P))\le\frac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}+4\frac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}\Leftrightarrow d(B;(P))\le6\sqrt{2}+4\frac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$$

$$\overset{Cosi-Svac}{\Leftrightarrow} d(B;(P))\le6\sqrt{2}+4\frac{\sqrt{(1+1+16)(1+b^2+c^2)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}}\Leftrightarrow d(B;(P))\le18\sqrt{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}1=-b=\frac{c}{4}\\\frac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-1\\c=4\\d=0\end{cases}$.

Vậy $P_{\max}=18\sqrt{2}$ khi $b+c+d=3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 11

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2020
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Một tổ có 12 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ trong đó một học sinh làm tổ trưởng và một học sinh làm tổ phó là

A. C_{12}^2. **B.** A_{12}^2. **C.** P_{12}. **D.** 12^2.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 3$, công bội $q = -\dfrac{1}{2}$. Số hạng u_3 bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{8}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$	$CĐ$	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(\mathrm{x})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

.

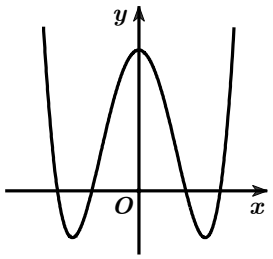
Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{1+x}{1-2x}$. **C.** $y = \dfrac{-2x+3}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{2x-2}{x+2}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 3x + 3$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 3$. **D.** $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x^2 - 3x - 9$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Cho a là số thực dương tùy ý, $2\log_3 a^4$ bằng

A. $2\log_3 a$. **B.** $2 + 4\log_3 a$. **C.** $-8\log_3 a$. **D.** $8\log_3 a$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

A. $y' = 2021^x \ln 2012$. **B.** $y' = 2021^x$. **C.** $y' = \dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **D.** $y' = 2021^x \ln 2021$.

Câu 11: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_4 (ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$. **C.** $a = b$. **D.** $a^2 = b$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{1+\log_3(2x-4)} = 4$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \dfrac{7}{2}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(5x\right) = 4$

A. $x = \dfrac{27}{5}$. **B.** $x = \dfrac{81}{5}$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 3$.

Câu 14: Tính nguyên hàm $I = \displaystyle\int \frac{2x^2 - 7x + 5}{x - 3}\mathrm{dx}$.

A. $I = x^2 - x + 2\ln\left|x - 3\right| + C$. **B.** $I = x^2 + x + 2\ln\left|x - 3\right| + C$.

C. $I = x^2 - x + 2\ln\left|x - 3\right|$. **D.** $I = x^2 - x + 2\ln\left(x - 3\right) + C$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right) = \cos 5x$. Trong các khẳng đinh sau, khẳng định nào đúng?

A. $\displaystyle\int f\left(x\right)dx = 5\sin 5x + C$. **B.** $\displaystyle\int f\left(x\right)dx = -\frac{1}{5}\sin 5x + C$.

C. $\displaystyle\int f\left(x\right)dx = \frac{1}{5}\sin 5x + C$. **D.** $\displaystyle\int f\left(x\right)dx = -5\sin 5x + C$.

Câu 16: Cho $\displaystyle\int_{-1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x = -3$ và $\displaystyle\int_{-1}^{3} 3g\left(x\right)\mathrm{d}x = 9$. Khi đó $\displaystyle\int_{-1}^{3}\left(f\left(x\right) - g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** -9. **D.** -6.

Câu 17: Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{2} x^4 dx$ bằng

A. $\dfrac{33}{5}$. **B.** $\dfrac{23}{5}$. **C.** $\dfrac{17}{5}$. **D.** $-\dfrac{33}{5}$.

Câu 18: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 9i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $w = \overline{z}_1 - 2z_2$ là

A. $w = -6 + 11i$. **B.** $w = -6 - 7i$. **C.** $w = -15 + 2i$. **D.** $w = 3 - 10i$.

Câu 20: Trong mặt phẳng toạ độ $\mathrm{O}xy$, hai điểm $A\left(-1;2\right)$, $B\left(3;-4\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z_1 và z_2. Điểm biểu diễn cho số phức $z = z_1 z_2$ là điểm nào sau đây?

A. $N\left(10;5\right)$. **B.** $M\left(5;10\right)$. **C.** $P\left(-11;10\right)$. **D.** $Q\left(10;-11\right)$.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 30 và diện tích đáy bằng 6. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 15. **B.** 180. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 22: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC = a\sqrt{2}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 27a^3$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Thể tích của khối nón có đỉnh là tâm hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 24: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Bán kính đáy của hình đã cho bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M\left(1;2;3\right)$; $N\left(3;4;7\right)$. Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $\left(4;6;10\right)$. **B.** $\left(2;3;5\right)$. **C.** $\left(2;2;4\right)$. **D.** $\left(-2;-2;-4\right)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2 + \left(y-1\right)^2 + z^2 = 2$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu $\left(S\right)$?

A. $M\left(1;1;1\right)$. **B.** $N\left(0;1;0\right)$. **C.** $P\left(1;0;1\right)$. **D.** $Q\left(1;1;0\right)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A\left(1;-2;3\right)$ đến $\left(P\right): x + 3y - 4z + 9 = 0$ là

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\dfrac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{26}}{13}$.

Câu 28: Trong không gian $\dfrac{x+4}{3} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-4}{-1}$ cho đường thẳng $Oxyz,$. Phương trình chính tắc của đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ đi qua điểm $\left(P\right): 2x + y - 2z + 9 = 0$ và song song với A là

A. $\dfrac{x+3}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 29: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để mặt 3 chấm xuất hiện là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \ln x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

B. Hàm số có tập giá trị là $\left(0;+\infty\right)$.

C. Đồ thị hàm số nhận Oy là tiệm cận đứng.

D. Hàm số có tập giá trị là $\left(-\infty;+\infty\right)$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left(4 - x^2\right)^2 + 1$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10} - 3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} > \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int_0^{2017} f(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính $\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x$.

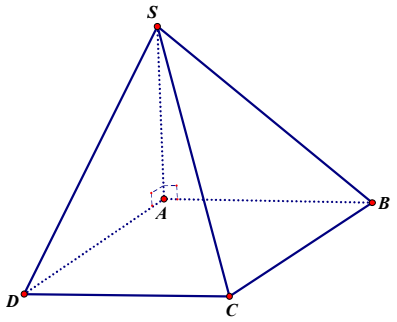
A. $\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2017}$. **B.** $\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 1$.

C. $\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 0$. **D.** $\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 2017$.

Câu 34: Cho hai số phức $z = -2i$ và $w = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ là

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 10. **D.** -4.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh $BD = \sqrt{6}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60°. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{42}}{14}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(0;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

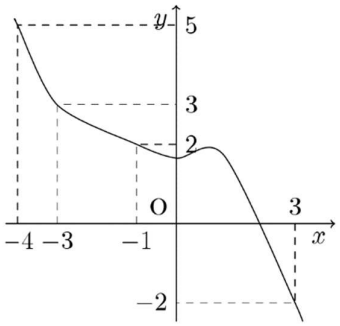
A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trên (P), cắt và vuông góc với d.

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4;3]$ hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm?



A. $x_0 = -4$. **B.** $x_0 = 3$. **C.** $x_0 = -3$. **D.** $x_0 = -1$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - 2m\right) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 1094. **B.** 3281. **C.** 1093. **D.** 3280.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ 5 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khi đó $I = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x f\left(\sin x\right) dx$ bằng

A. $\frac{15}{2}$. **B.** 15. **C.** 8. **D.** $\frac{17}{2}$.

Câu 42: Cho số phức $z = a + bi, \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|\overline{z} - 2 + 3i\right| = \sqrt{5}$ và z có phần thực lớn hơn phần ảo 2 đơn vị. Tính $S = a + b$.

A. $S = 2$ và $S = 6$. **B.** $S = 4$ và $S = 3$. **C.** $S = 4$ và $S = 6$. **D.** $S = -2$ và $S = 4$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 44: Cầu tràng tiền (thuộc thành phố Huế) là một công trình được xây vào thời Pháp thuộc. Tổng chiều dài của cây cầu là 402 mét và được chia làm 6 nhịp đều nhau. Chân mỗi nhịp cầu cao 1,85 mét và độ cao mỗi nhịp (tính từ điểm cao nhất của nhịp cầu đến mặt sàn cầu) là 5,45 mét. Tính tổng chiều dài của các nhịp cầu.



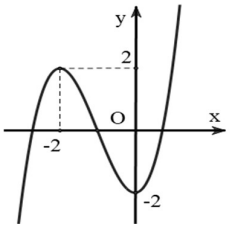
A. $420,6\,\text{m}$. **B.** $412,4\,\text{m}$. **C.** $430,2\,\text{m}$. **D.** $404,8\,\text{m}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2 : \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $\left(P\right) : x - y + z - 6 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng $\left(P\right)$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3\sqrt{6}$. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{2}$. **B.** $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-6}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+4}{1}$. **D.** $\dfrac{x-4}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$.

Câu 46: Cho $f\left(x\right)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2x-3\right)+2021$ có bao nhiêu điểm cực đại?



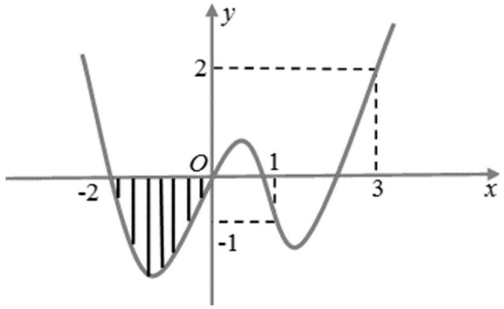
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-20;20\right)$ để phương trình $7^x+m=6\log_7\left(6x-m\right)$ có nghiệm thực?

A. 19. **B.** 21. **C.** 18. **D.** 20.

Câu 48: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T=\int_1^2 f'\left(x+1\right)\mathrm{dx}+\int_2^3 f'\left(x-1\right)\mathrm{dx}+\int_3^4 f\left(2x-8\right)\mathrm{dx}$$



A. $T=\dfrac{9}{2}$. **B.** $T=6$. **C.** $T=0$. **D.** $T=\dfrac{3}{2}$.

Câu 49: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1+2-3i\right|=2$ và $\left|\overline{z_2}-1-2i\right|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P=\left|z_1-z_2\right|$.

A. $P=3+\sqrt{34}$. **B.** $P=3+\sqrt{10}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=3$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$ và các điểm $A\left(1;0;2\right)$, $B\left(-1;2;2\right)$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của $\left(P\right)$ với mặt cầu $\left(S\right)$ có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình $\left(P\right)$ dưới dạng $\left(P\right):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 11

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.D	5.C	6.D	7.C	8.D	9.D	10.D
11.C	12.D	13.B	14.A	15.C	16.D	17.A	18.B	19.B	20.B
21.A	22.A	23.C	24.B	25.C	26.C	27.D	28.B	29.A	30.B
31.D	32.C	33.A	34.B	35.C	36.C	37.C	38.B	39.D	40.D
41.A	42.C	43.D	44.D	45.D	46.A	47.D	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Một tổ có 12 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ trong đó một học sinh làm tổ trưởng và một học sinh làm tổ phó là

A. C_{12}^2. **B.** A_{12}^2. **C.** P_{12}. **D.** 12^2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để chọn ra 2 học sinh từ 12 học sinh và quan tâm đến thứ tự sắp xếp 1 học sinh làm tổ trưởng, 1 học sinh làm tổ phó thì số cách chọn là một chỉnh hợp chập 2 của 12 phần tử. Vậy số cách chọn là A_{12}^2.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 3$, công bội $q = -\frac{1}{2}$. Số hạng u_3 bằng

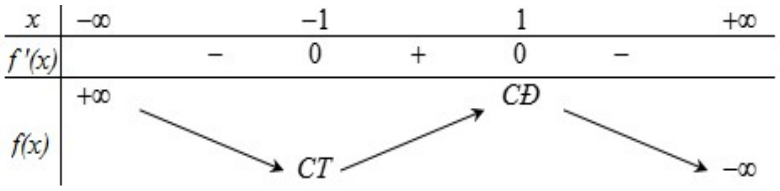
A. $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{3}{8}$. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $u_3 = u_1.q^2 = 3.\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

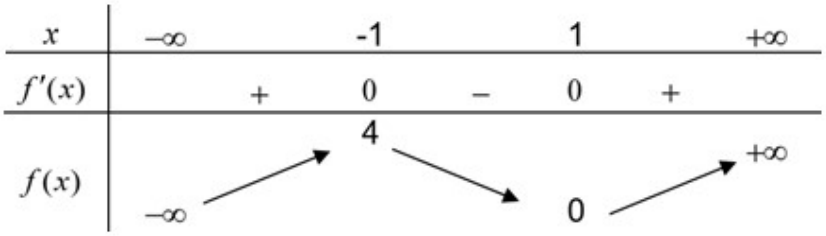
A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

.

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 6: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y = \dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y = \dfrac{1+x}{1-2x}$. **C.** $y = \dfrac{-2x+3}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{2x-2}{x+2}$.

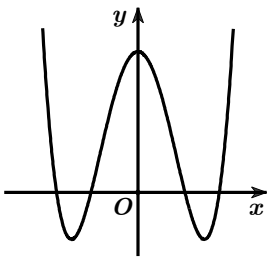
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y = \dfrac{2x-2}{x+2}$. Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Và $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-2}{x+2} = 2$. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 3x + 3$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 3$. **D.** $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.
+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a > 0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x^2 - 3x - 9$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$x^3 + 7x^2 - 3x - 9 = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 + \sqrt{18} \\ x = -3 - \sqrt{18} \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 3.

Câu 9: Cho a là số thực dương tùy ý, $2\log_3 a^4$ bằng

A. $2\log_3 a$. **B.** $2 + 4\log_3 a$. **C.** $-8\log_3 a$. **D.** $8\log_3 a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Với a là số thực dương khi đó $2.\log_3 a^4 = 8\log_3 a$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = 2021^x$ là

A. $y' = 2021^x \ln 2012$. **B.** $y' = 2021^x$. **C.** $y' = \dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **D.** $y' = 2021^x \ln 2021$.

Chọn D

Ta có: $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a \Rightarrow \left(2021^x\right)' = 2021^x.\ln 2021$

Câu 11: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_4(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. **B.** $a^3 = b$. **C.** $a = b$. **D.** $a^2 = b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo đề ta có:

$$\log_2 a = \log_4(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{2}\log_2(ab) \Leftrightarrow 2\log_2 a = \log_2(ab) \Leftrightarrow \log_2 a^2 = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow a^2 = ab \Leftrightarrow a = b$$

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{1+\log_3(2x-4)} = 4$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Phương trình

$2^{1+\log_3(2x-4)} = 4 \Leftrightarrow 1+\log_3\left(2x-4\right)=2 \Leftrightarrow \log_3\left(2x-4\right)=1 \Leftrightarrow 2x-4=3 \Leftrightarrow x=\frac{7}{2}$

Vậy nghiệm của phương trình $x=\frac{7}{2}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(5x\right)=4$

A. $x=\frac{27}{5}$. **B.** $x=\frac{81}{5}$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $x>0$.

Ta có: $\log_3\left(5x\right)=4 \Leftrightarrow 5x=3^4 \Leftrightarrow 5x=81 \Leftrightarrow x=\frac{81}{5}$.

Câu 14: Tính nguyên hàm $I=\int \frac{2x^2-7x+5}{x-3}\mathrm{dx}$.

A. $I=x^2-x+2\ln\left|x-3\right|+C$. **B.** $I=x^2+x+2\ln\left|x-3\right|+C$.

C. $I=x^2-x+2\ln\left|x-3\right|$. **D.** $I=x^2-x+2\ln\left(x-3\right)+C$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$I=\int \frac{2x^2-7x+5}{x-3}\mathrm{d}x=\int\left(2x-1+\frac{2}{x-3}\right)dx=2\int xdx-\int dx+2\int\frac{d\left(x-3\right)}{x-3}=x^2-x+2\ln\left|x-\right.$

.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 5x$. Trong các khẳng đinh sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=5\sin 5x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=-\frac{1}{5}\sin 5x+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=\frac{1}{5}\sin 5x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=-5\sin 5x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức nguyên hàm có bản:

$\int f\left(x\right)dx=\int\cos 5xdx=\frac{1}{5}\int\cos 5xd\left(5x\right)=\frac{1}{5}\sin 5x+C$.

Câu 16: Cho $\int_{-1}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_{-1}^{3}3g\left(x\right)\mathrm{d}x=9$. Khi đó $\int_{-1}^{3}\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** -9. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^{3}3g\left(x\right)\mathrm{d}x=3.\int_{-1}^{3}g\left(x\right)\mathrm{d}x=9\Rightarrow\int_{-1}^{3}g\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Suy ra $\int_{-1}^{3}\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int_{-1}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_{-1}^{3}g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3-3=-6.$

Câu 17: Tích phân $\int_{-1}^{2}x^4dx$ bằng

A. $\frac{33}{5}$. **B.** $\frac{23}{5}$. **C.** $\frac{17}{5}$. **D.** $-\frac{33}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-1}^{2}x^4dx=\left.\frac{x^5}{5}\right|_{-1}^{2}=\frac{33}{5}$

Câu 18: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.

B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2.

D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=9i$ và $z_2=3-i$. Số phức $w=\overline{z}_1-2z_2$ là

A. $w=-6+11i$. **B.** $w=-6-7i$. **C.** $w=-15+2i$. **D.** $w=3-10i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $w=\overline{z}_1-2z_2=-9i-2(3-i)=-9i-6+2i=-6-7i$.

Vậy số phức $w=-6-7i$.

Câu 20: Trong mặt phẳng toạ độ $\mathrm{O}xy$, hai điểm $A\left(-1;2\right)$, $B\left(3;-4\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức z_1 và z_2. Điểm biểu diễn cho số phức $z=z_1z_2$ là điểm nào sau đây?

A. $N\left(10;5\right)$. **B.** $M\left(5;10\right)$. **C.** $P\left(-11;10\right)$. **D.** $Q\left(10;-11\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z_1=-1+2i$, $z_2=3-4i\Rightarrow z=\left(-1+2i\right)\left(3-4i\right)=5+10i$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $\left(5;10\right)$.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 30 và diện tích đáy bằng 6. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 15. **B.** 180. **C.** 5. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

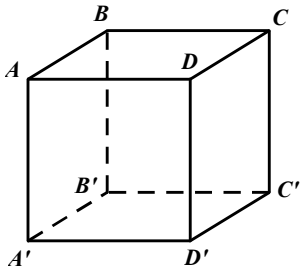
Chiều cao đáy của khối chóp có thể tích bằng 30 và diện tích đáy bằng 6 là $h=\frac{3V}{B}=15$.

Câu 22: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC=a\sqrt{2}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 27a^3$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x\ (x > 0)$.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Leftrightarrow 2a^2 = x^2 + x^2 \Leftrightarrow x = a.$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Thể tích của khối nón có đỉnh là tâm hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối nón có bán kính đáy $r = \dfrac{A'C'}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $h = AA' = a$.

Thể tích của khối nón được tính theo công thức $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a = \dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 24: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Bán kính đáy của hình đã cho bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường kính của đáy bằng độ dài cạnh của hình vuông và bằng $\sqrt{16} = 4$.

Vậy đường tròn đáy có bán kính $r = \dfrac{4}{2} = 2$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;3)$; $N(3;4;7)$. Tọa độ của vécto $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(4;6;10)$. **B.** $(2;3;5)$. **C.** $(2;2;4)$. **D.** $(-2;-2;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2;2;4)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+z^2=2$. Trong các điểm cho dưới đây, điểm nào nằm ngoài mặt cầu (S)?

A. $M(1;1;1)$. **B.** $N(0;1;0)$. **C.** $P(1;0;1)$. **D.** $Q(1;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Khoảng cách từ các điểm đã cho tới tâm mặt cầu:

$$MI=\sqrt{2}=R;\ NI=0<R,\ PI=\sqrt{3}>R,\ QI=1<R.$$

Do đó điểm P nằm ngoài mặt cầu.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là

A. $\frac{\sqrt{26}}{13}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\frac{17}{\sqrt{26}}$. **D.** $\frac{4\sqrt{26}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;3)$ đến $(P): x+3y-4z+9=0$ là

$$d_{(A;(P))}=\frac{|1+3.(-2)-4.3+9|}{\sqrt{1+9+16}}=\frac{8}{\sqrt{26}}=\frac{4\sqrt{26}}{13}.$$

Câu 28: Trong không gian $\frac{x+4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$ cho đường thẳng $Oxyz,$. Phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-3}{1}$ đi qua điểm $(P): 2x+y-2z+9=0$ và song song với A là

A. $\frac{x+3}{-2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-1}$.

Hướng dẫn giải

A có vectơ chỉ phương d

Vì Δ song song với d nên Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=\overrightarrow{a_d}=(-2;1;2)$

$A=d\cap(P)$ đi qua điểm $\begin{matrix}A\in d\Rightarrow A(1-t;-3+2t;3+t)\\ A\in(P)\Rightarrow t=1\Rightarrow A(0;-1;4)\end{matrix}$ và có vectơ chỉ phương (P)

Vậy phương trình chính tắc của $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-2)$ là d

Câu 29: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để mặt 3 chấm xuất hiện là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Không gian mẫu: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

Biến cố xuất hiện: $A = \{3\}$

Suy ra $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{6}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \ln x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số nhận Oy là tiệm cận đứng.

D. Hàm số có tập giá trị là $(-\infty;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương án B sai vì logarit có thể nhận giá trị âm

Phương án A đúng vì cơ số $e > 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Phương án C đúng theo tính chất hàm logarit.

Phương án D đúng theo tính chất hàm logarit.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left(4 - x^2\right)^2 + 1$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y = f(x) = \left(4 - x^2\right)^2 + 1$

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$, cho $y' = 0 \Rightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \notin [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \\ x = 0 \in [-1;1] \end{array}\right.$.

Khi đó: $f(-1) = 10$, $f(1) = 10$, $f(0) = 17$.

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y = f(0) = 17$.

Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\sqrt{10} - 3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} > \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\left(\sqrt{10} - 3\right)^{\frac{3-x}{x-1}} > \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x-3}{x-1}} > \left(\sqrt{10} + 3\right)^{\frac{x+1}{x+3}}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x-3}{x-1} > \dfrac{x+1}{x+3} \Leftrightarrow \dfrac{-8}{(x-1)(x+3)} > 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 1 \Rightarrow x = \{-2;-1;0\}$

Câu 33: Cho hàm số $f\left(x\right)$ thỏa $\int\limits_0^{2017} f\left(x\right)\mathrm{d}x = 1$. Tính $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2017}$. **B.** $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x = 1$.

C. $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x = 0$. **D.** $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x = 2017$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = 2017x \Rightarrow \dfrac{1}{2017}\mathrm{d}t = \mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = 1 \Rightarrow t = 2017$.

Suy ra: $\int\limits_0^1 f\left(2017x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2017}\int\limits_0^{2017} f\left(t\right)\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2017}\int\limits_0^{2017} f\left(x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2017}$.

Câu 34: Cho hai số phức $z = -2i$ và $w = 5 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ là

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 10. **D.** -4.

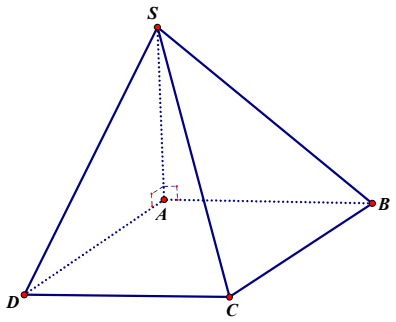
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $z + 2w = -2i + 2(5 - 2i) = -2i + 10 - 4i = 10 - 6i$.

Vậy phần ảo của số phức $z + 2w$ là -6.

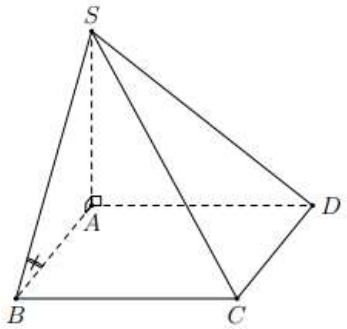
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh $BD = \sqrt{6}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do $SA \perp (ABCD)$ nên AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng SB và AB là góc $\widehat{SBA}$.

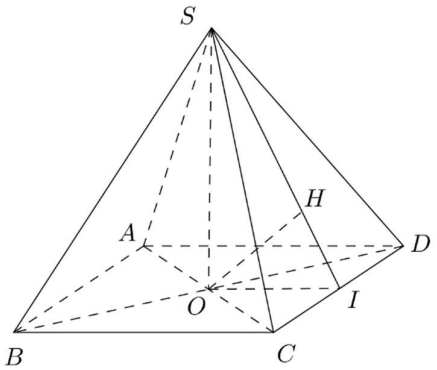
Tam giác SAB vuông tại A có $\tan\widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{3a}{\sqrt{3}a} = \sqrt{3}$. Do đó $\widehat{SBA} = 60°$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60°. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{42}}{14}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$(SC;(ABCD)) = \widehat{SCO} = 60^{0}$, $OC = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = OC\tan 60^{0} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Gọi I là trung điểm BC, kẻ $OH \perp SI$ tại H.

$\Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O;(SBC)) = OH$.

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \dfrac{\sqrt{42}}{14}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(0;-1;1)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo đề ta có mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm $I(-1;0;1)$ của AB và bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{2}$.

Nên phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z-3=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ nằm trên (P), cắt và vuông góc với d.

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3-t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3\\z=1+t\end{cases}$.

Hướng dẫn

Chọn đáp án B

Gọi A = d ∩ (P) $\Rightarrow A(1;-3;1)$.

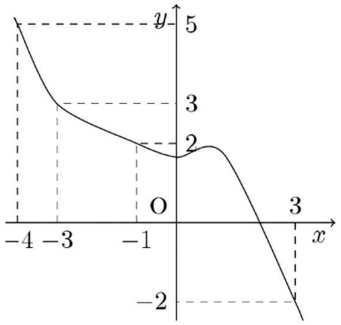
Ta có: $\vec{n}_P=(2;-1;-2)$ là một vec-tơ pháp tuyến của (P).

$\vec{u}_d=(-1;2;1)$ là một vec-tơ chỉ phương của d

Ta có : $\begin{cases}\Delta\subset(P)\\\Delta\perp d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_P\\\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\end{cases}$ Suy ra, Δ có 1 vec-tơ chỉ phương : $\vec{u}_\Delta=[\vec{n}_P,\vec{u}_d]=(3;0;3)$

Vậy, phương trình đường thẳng Δ: $\begin{cases}x=1+t\\y=-3\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4;3]$ hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm?



A. $x_0=-4$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=-3$. **D.** $x_0=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trên $[-4;3]$, ta có $g'(x)=2f'(x)-2(1-x)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1-x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	-4	-1	3
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	↘		↗

Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - 2m\right) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 1094. **B.** 3281. **C.** 1093. **D.** 3280.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - 2m\right) < 0$ (1)

Đặt $t = 3^x, t > 0,$ bất phương trình (1) trở thành $\left(9t - \sqrt{3}\right)\left(t - 2m\right) < 0 (2)$

+ Nếu $2m \le \dfrac{\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow m \le \dfrac{\sqrt{3}}{18} < 1$ thì không có số nguyên dương m nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Nếu $2m > \dfrac{\sqrt{3}}{9} \Leftrightarrow m > \dfrac{\sqrt{3}}{18}$ thì bất phương trình $(2) \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{9} < t < 2m$.

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình (1) là $S = \left(-\dfrac{3}{2}\,;\, \log_3\left(2m\right)\right)$.

Để S chứa không quá 9 số nguyên thì $\log_3\left(2m\right) \le 8 \Leftrightarrow 0 < m \le \dfrac{3^8}{2}$

Vậy có 3280 số nguyên dương m thỏa mãn.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x & \text{khi } x \ge 0 \\ 5 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khi đó $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x f\left(\sin x\right) dx$ bằng

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** 15. **C.** 8. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = -1 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.

$\Rightarrow I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f\left(t\right) dt = \int_{-1}^{1} f\left(x\right) dx$

Do $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x & \text{khi } x \ge 0 \\ 5 - x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{0}\left(5-x\right)dx+\int\limits_{0}^{1}\left(3x^2+2x\right)dx=\dfrac{15}{2}.$

Câu 42: Cho số phức $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-2+3i\right|=\sqrt{5}$ và z có phần thực lớn hơn phần ảo 2 đơn vị. Tính $S=a+b$.

A. $S=2$ và $S=6$. **B.** $S=4$ và $S=3$. **C.** $S=4$ và $S=6$. **D.** $S=-2$ và $S=4$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có hệ:

$$\begin{cases}\left|\overline{z}-2+3i\right|=\sqrt{5}\\ a=b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|a-bi-2+3i\right|=\sqrt{5}\\ a=b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{\left(a-2\right)^2+\left(3-b\right)^2}=\sqrt{5}\\ a=b+2\end{cases}$$

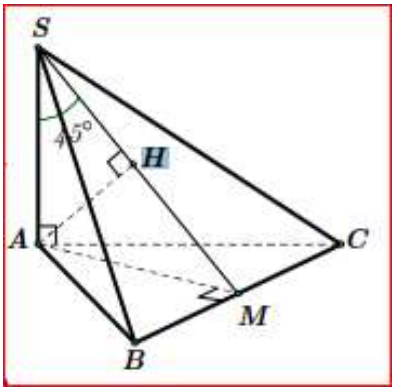
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b^2+\left(3-b\right)^2=5\\ a=b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b^2-6b+4=0\\ a=b+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}b=1\\ b=2\end{array}\right.\\ a=b+2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=3\\ b=1\end{cases}\\ \begin{cases}a=4\\ b=2\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy $S=3+1=4$ và $S=4+2=6$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải



Gọi M là trung điểm BC thì $AM\perp BC$.

Mà $SA\perp BC$ nên $\left(SAM\right)\perp BC$. Từ đó góc giữa SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$ là góc $\angle ASM=45^\circ$.

Xét tam giác SAM vuông tại A: $SA=AM.\tan 45^\circ=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 45^\circ=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$

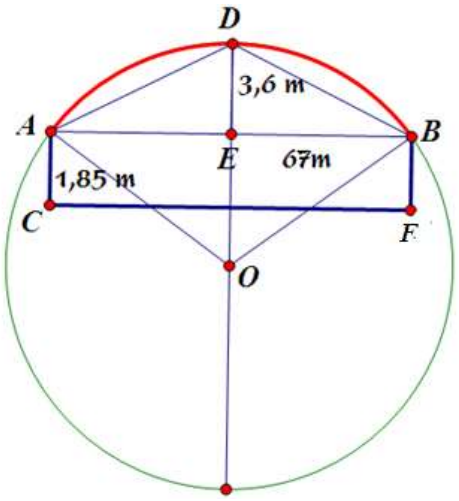
Câu 44: Cầu tràng tiền (thuộc thành phố Huế) là một công trình được xây vào thời Pháp thuộc. Tổng chiều dài của cây cầu là 402 mét và được chia làm 6 nhịp đều nhau. Chân mỗi nhịp cầu cao 1,85 mét và độ cao mỗi nhịp (tính từ điểm cao nhất của nhịp cầu đến mặt nước và là 1 phần của cung tròn) là 5,45 mét. Tính tổng chiều dài của các nhịp cầu.



A. $420,6\,\text{m}$. **B.** $412,4\,\text{m}$. **C.** $430,2\,\text{m}$. **D.** $404,8\,\text{m}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử mỗi nhịp cầu và chân của nó như hình vẽ.



Ta có: $AD=\sqrt{DE^2+AE^2}=\sqrt{3,6^2+33,5^2}\approx 33,69\,\text{m}$.

Xét tam giác vuông EAD, $\sin\widehat{EAD}=\frac{DE}{AD}=\frac{3,6}{33,69}\Rightarrow\widehat{EAD}\approx 0,107\,(\text{rad})$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác DAB: $R=\frac{DB}{2\sin\widehat{EAD}}=\frac{33,69}{2.\frac{3,6}{33,69}}=157,64\,\text{m}$.

Gọi O là tâm hình tròn ngoại tiếp tam giác ADB.

Ta có: $\widehat{AOB}=2\widehat{DOB}=2.2\widehat{DAB}\approx 0,428\,(\text{rad})$.

Suy ra độ dài cung tròn $\overset{\frown}{ADB}$ là $l=R.\widehat{AOB}=157,64.0,428\approx 67,47\text{m}$.

Do đó độ dài của 6 nhịp cầu là: $67,47.6 = 404,8\,\text{m}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-2}{-2}$, $d_2 : \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-3}{1} = \dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P) : x - y + z - 6 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3\sqrt{6}$. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{2}$.

B. $\dfrac{x-5}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-6}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+4}{1}$.

D. $\dfrac{x-4}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $A(1+2a; -2+a; 2-2a)$ (do $A \in d_1$); $B(2-b; 3+b; 4+b)$ (do $B \in d_2$)

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (2a+b-1; a-b-5; -2a-b-2)$.

Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; -1; 1)$.

Do $AB // (P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_{(P)}} = 0 \Rightarrow 2a+b-1-a+b+5-2a-b-2 = 0$

$\Rightarrow -a+b+2 = 0 \Rightarrow b = a-2$.

Ta có: $AB = 3\sqrt{6} \Rightarrow (2a+b-1)^2 + (a-b-5)^2 + (-2a-b-2)^2 = 54$

$\Rightarrow (3a-3)^2 + 9 + (-3a)^2 = 54 \Rightarrow 18a^2 - 18a - 36 = 0$

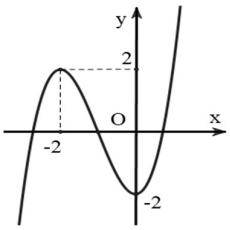
$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 2 \end{array}\right.$

TH1: Nếu $a = -1$ thì $A(-1; -3; 4)$ (loại) do $A \in (P)$

TH2: Nếu $a = 2$ thì $A(5; 0; -2)$, $B(2; 3; 4)$ suy ra $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 6)$.

Chọn véctơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (-1; 1; 2)$. Vậy đáp án là **D.**

Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x - 3) + 2021$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $x=-2$ và $x=0$ là nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$.

Ta có $g'\left(x\right)=\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x-3\right)$.

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\f'\left(x^2-2x-3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-3=-2\\x^2-2x-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1-\sqrt{2}\\x=1+\sqrt{2}\\x=3\\x=-1\end{array}\right.$$

+ Bảng xét dấu $g'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-1		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		3		$+\infty$
$2x-2$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f'\left(x^2-2x-3\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $g\left(x\right)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-20;20\right)$ để phương trình $7^x+m=6\log_7\left(6x-m\right)$ có nghiệm thực?

A. 19. **B.** 21. **C.** 18. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $t=\log_7\left(6x-m\right)\Leftrightarrow 6x-m=7^t\Leftrightarrow 6x-7^t=m$. Khi đó phương trình trở thành

$7^x+\left(6x-7^t\right)=6t\Leftrightarrow 7^x+6x=7^t+6t\Leftrightarrow x=t$.

Khi đó ta có PT: $6x-7^x=m$. Xét hàm số $f\left(x\right)=6x-7^x;\ x\in\mathbb{R}$

Có $f'\left(x\right)=6-7^x\ln 7\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\log_7\dfrac{6}{\ln 7}=x_0$. Ta có BBT

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$y(x_0)$	$\searrow$	$-\infty$

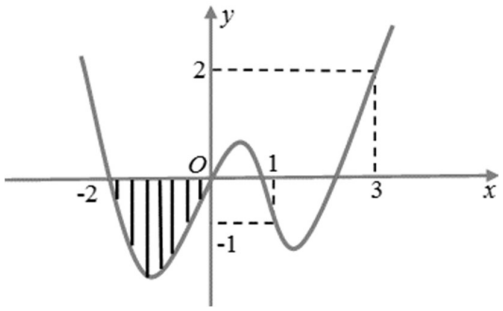
Từ BBT ta thấy PT có nghiệm

$m \le y\left(x_0\right) = 6\log_7 \dfrac{6}{\ln 7} - 7^{\log_7 \frac{6}{\ln 7}} \approx 0,389$;

Mà $m \in \left(-20;20\right); m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \left\{-19;-18;...;0\right\}$

Câu 48: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng phần sọc kẻ bằng 3. Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \int_1^2 f'\left(x+1\right)\mathrm{dx} + \int_2^3 f'\left(x-1\right)\mathrm{dx} + \int_3^4 f\left(2x-8\right)\mathrm{dx}$$



A. $T = \dfrac{9}{2}$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = \dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích phần kẻ sọc là: $S = \int_{-2}^{0} \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{dx} = 3$.

Vì $f\left(x\right) \le 0 \ \ \forall x \in \left[-2;0\right] \Rightarrow 3 = \int_{-2}^{0} \left|f\left(x\right)\right|\mathrm{dx} = \int_{-2}^{0} \left[-f\left(x\right)\right]\mathrm{dx} \Leftrightarrow \int_{-2}^{0} f\left(x\right)\mathrm{dx} = -3$.

Tính $I = \int_3^4 f\left(2x-8\right)\mathrm{dx}$.

Đặt $t = 2x - 8 \Rightarrow \mathrm{dt} = 2\mathrm{dx}$; $x = 3 \Rightarrow t = -2$; $x = 4 \Rightarrow t = 0$.

Suy ra: $I = \int_{-2}^{0} f\left(t\right).\dfrac{1}{2}\mathrm{dt} = \dfrac{1}{2}\int_{-2}^{0} f\left(x\right)\mathrm{dx} = -\dfrac{3}{2}$.

Vậy $T = \int_1^2 f'\left(x+1\right)\mathrm{dx} + \int_2^3 f'\left(x-1\right)\mathrm{dx} + \int_3^4 f\left(2x-8\right)\mathrm{dx}$

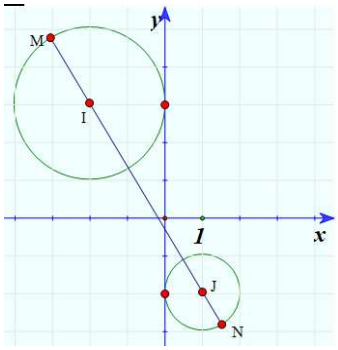
$= f\left(x+1\right)\Big|_1^2 + f\left(x-1\right)\Big|_2^3 + I = f\left(3\right) - f\left(2\right) + f\left(2\right) - f\left(1\right) - \dfrac{3}{2} = 2 - \left(-1\right) - \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Câu 49: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1 + 2 - 3i\right| = 2$ và $\left|\overline{z_2} - 1 - 2i\right| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \left|z_1 - z_2\right|$.

A. $P = 3 + \sqrt{34}$. **B.** $P = 3 + \sqrt{10}$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $M\left(x_1;y_1\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_1, $N\left(x_2;y_2\right)$ là điểm biểu diễn số phức z_2

Số phức z_1 thỏa mãn $\left|z_1+2-3i\right|=2\Leftrightarrow\left(x_1+2\right)^2+\left(y_1-3\right)^2=4$ suy ra $M\left(x_1;y_1\right)$ nằm trên đường tròn tâm $I\left(-2;3\right)$ và bán kính $R_1=2$.

Số phức z_2 thỏa mãn $\left|\overline{z_2}-1-2i\right|=1\Leftrightarrow\left(x_2-1\right)^2+\left(y_1+2\right)^2=1$ suy ra $N\left(x_2;y_2\right)$ nằm trên đường tròn tâm $J\left(1;-2\right)$ và bán kính $R_2=1$.

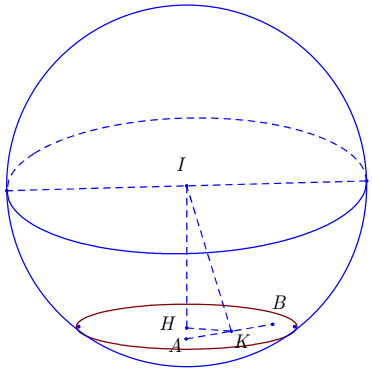
Ta có $\left|z_1-z_2\right|=MN$ đạt giá trị lớn nhất bằng $R_1+IJ+R_2=2+\sqrt{34}+1=3+\sqrt{34}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=16$ và các điểm $A\left(1;0;2\right)$, $B\left(-1;2;2\right)$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của $\left(P\right)$ với mặt cầu $\left(S\right)$ có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình $\left(P\right)$ dưới dạng $\left(P\right):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I\left(1;2;3\right)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S = \pi r^2 = \pi\left(R^2 - IH^2\right)$. Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất. Mà $IH \le IK$ suy ra $\left(P\right)$ qua A, B và vuông góc với IK.

Ta có $IA = IB = \sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K\left(0;1;2\right)$ và $\overrightarrow{KI} = \left(1;1;1\right)$.

Vậy $\left(P\right): \left(x-1\right) + y + \left(z-2\right) = 0 \Leftrightarrow -x - y - z + 3 = 0$.

Vậy $T = -3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 12

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trong một hộp chứa bảy quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và hai quả cầu vàng được đánh số 8, 9. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy ?

A. 9. **B.** 14. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_{13} = 4096$. Tính u_7.

A. $u_7 = 64$. **B.** $u_7 = 62$. **C.** $u_7 = 66$. **D.** $u_7 = 65$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 5: Cho hàmsố $y = f(x)$liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

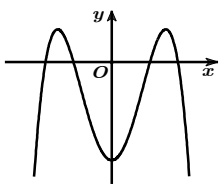
Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y = -x^3 + 3x - 2$. **B.** $y = x^4 - 4x^2 - 3$.

C. $y = \dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2 - 3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 5x^2 - x - 5$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Cho a là số thực dương tùy ý, $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} a^4$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 10: Với $x > 0$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $\dfrac{x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $16.2^{\log_3(x-3)} = 4$ là

A. $x = \dfrac{2}{9}$. **B.** $x = \dfrac{28}{9}$. **C.** $x = \dfrac{1}{9}$. **D.** $x = \dfrac{7}{2}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-3) = 3$ là:

A. $x = 11$. **B.** $x = 12$. **C.** $x = 3+\sqrt{3}$. **D.** $x = 3+\sqrt[3]{2}$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}$ là

A. $\ln|x-1| + \ln|x-2| + C$. **B.** $\ln|x-1| + \ln|x-2|$.

C. $\ln(x-1) + \ln(x-2) + C$. **D.** $\ln|x-1| - \ln|x-2| + C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\cos 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\cos 2x + C$.

Câu 16: Nếu $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = 4$ thì giá trị $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x)\sin 4x\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{15}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Câu 18: Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3-2i$ là

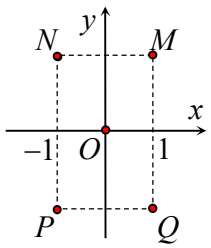
A. $z = 3+2i$. **B.** $z = -3-2i$. **C.** $z = -3+2i$. **D.** $z = 3-2i$.

Câu 19: Số phức $z = (1+2i)(2-3i)$ có phần ảo bằng

A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** -1

.

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = -1+3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q.

C. Điểm P. **D.** Điểm M.

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là S và đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 25: Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình của một mặt cầu trong không gian $Oxyz$?

A. $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z-21=0$. **B.** $2x^2+2y^2+2z^2+4x+4y-8z-11=0$.

C. $x^2+y^2+z^2=1$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x+2y-4z+11=0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2); R=4$. **B.** $I(1;2;-2); R=\sqrt{2}$.

C. $I(-1;-2;2); R=4$. **D.** $I(-1;-2;2); R=3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây **không** thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$?

A. $K(0;0;1)$. **B.** $J(0;1;0)$. **C.** $I(1;0;0)$. **D.** $O(0;0;0)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 29: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\frac{219}{323}$. **B.** $\frac{219}{323}$. **C.** $\frac{442}{506}$. **D.** $\frac{443}{506}$.

Câu 30: Hàm số $y=\frac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-6;0)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-5;1)$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2-15$ trên đoạn $[-3;2]$ bằng

A. 48. **B.** 7. **C.** 54. **D.** 16.

Câu 32: Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^2+5x-6}} \geq \frac{1}{3^x}$ là một đoạn $[a;b]$. Tính $a+b$.

A. $a+b=11$. **B.** $a+b=9$. **C.** $a+b=12$. **D.** $a+b=10$.

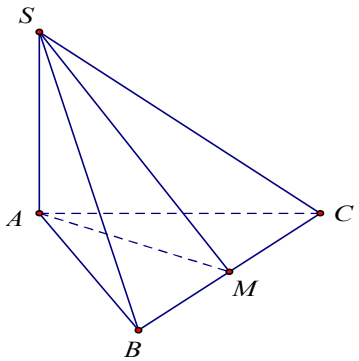
Câu 33: Cho $\int_1^2 f(x)\,dx=3$ và $\int_1^2 2g(x)\,dx=9$. Khi đó $\int_1^2 [2f(x)+4g(x)]\,dx$ bằng

A. 15. **B.** 18. **C.** 27. **D.** 24

Câu 34: Cho hai số phức $z_1=2i-3$ và $z_2=1+5i$. Môđun của số phức $3z_1+z_2$ bằng

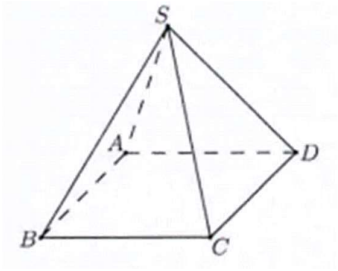
A. $\sqrt{185}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** 11.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\frac{3a}{2}$. M là trung điểm của BC, góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M(0;-1;2)$ có phương trình là:

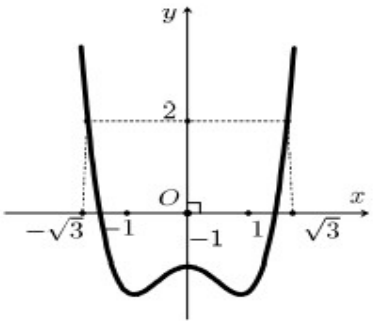
A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=3.$ **B.** $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=3.$

C. $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9.$ **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;\ 1;\ 0)$ và đường thẳng Δ: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Lập phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M, cắt và vuông góc với Δ.

A. $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t.\\z=-2t\end{cases}$ **B.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t.\\z=2t\end{cases}$ **C.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1+4t.\\z=2t\end{cases}$ **D.** $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1-4t.\\z=2t\end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các các mệnh đề sau



A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(1).$ **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(-\sqrt{3}).$

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(\sqrt{3}).$ **D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(0).$

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024 **C.** 65022. **D.** 65023.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+3 & \text{khi } x\ge 2\\ x+1 & \text{khi } x<2\end{cases}$. Khi đó $I=\int\limits_0^1 f(3-2x)dx$ bằng

A. $\dfrac{41}{2}$. **B.** 21. **C.** $\dfrac{41}{12}$. **D.** $\dfrac{41}{21}$.

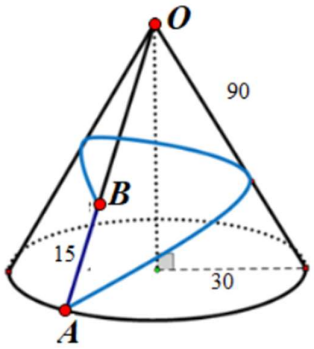
Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|\overline{z}+4-i|$ và $|z-2|=\sqrt{10}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 44. Hình vẽ dưới đây mô tả một ngọn núi có dạng hình nón. Nhà đầu tư du lịch dự định xây dựng một con đường nhằm phục vụ việc chuyên chở khách du lịch tham quan ngắm cảnh vòng quanh ngọn núi bắt đầu từ vị trí A và dừng ở vị trí B. Biết rằng người ta đã chọn xây dựng đường đi ngắn nhất vòng quanh núi từ A đến B, đoạn đường đầu là phần lên dốc từ A và đoạn sau sẽ xuống dốc đến B. Tính quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B.



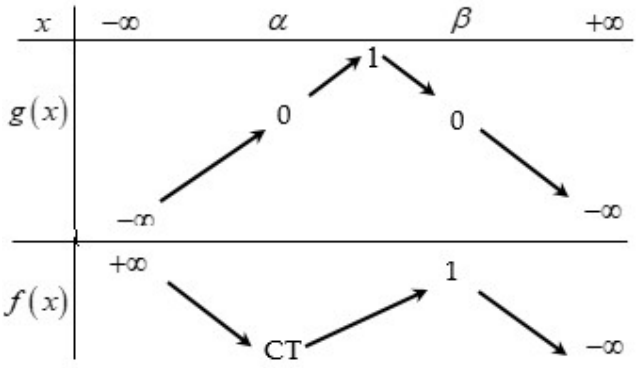
A. $\frac{400}{\sqrt{91}}$. **B.** 0. **C.** $\frac{600}{\sqrt{91}}$. **D.** $15\sqrt{91}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{1}$, $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{1}, d_3: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}, d_4: \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-1}$. Xét Δ là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho. Khi đó vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;1;0)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-1;1)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+2x^2+bx+1$ và $y=g(x)=cx^2+4x+d$ có bảng biến thiên dưới đây. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=9$. Giá trị của $P=3a+b+c-2d$ là

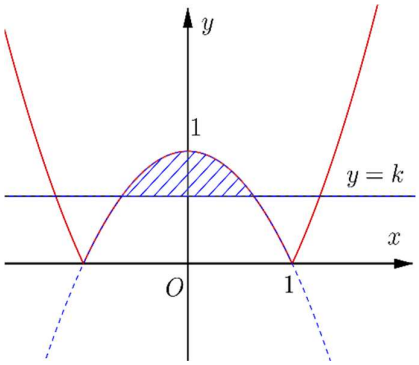


A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 47. Cho các số thực x,y,z thỏa mãn $\log_3(2x^2+y^2)=\log_7(x^3+2y^3)=\log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x,y) thỏa mãn đẳng thức trên ?

A. 2. **B.** 211. **C.** 99. **D.** 4.

Câu 48. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=|x^2-1|$ và $y=k, 0<k<1$. Tìm k để diện tích của hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình vẽ bên. Khi đó k nhận giá trị nào dưới đây?



A. $k=\sqrt[3]{4}$. **B.** $k=\sqrt[3]{2}-1$. **C.** $k=\dfrac{1}{2}$. **D.** $k=\sqrt[3]{4}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $|iz-3+2i|=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-1-i|$.

A. $P_{\min}=3$. **B.** $P_{\min}=\sqrt{13}-3$. **C.** $P_{\min}=2$. **D.** $P_{\min}=\sqrt{10}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;8)$ và $B(-2;-6;-2)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi khối nón (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của khối nón (N) có phương trình dạng $3x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng:

A. 47. **B.** $\dfrac{47}{3}$. **C.** $-\dfrac{47}{3}$. **D.** -47.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 12

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.A	5.C	6.B	7.D	8.D	9.C	10.B
11.C	12.B	13.A	14.A	15.B	16.D	17.B	18.C	19.C	20.D
21.A	22.B	23.D	24.A	25.D	26.A	27.D	28.D	29.D	30.C
31.A	32.A	33.D	34.A	35.C	36.B	37.D	38.A	39.B	40.B
41.C	42.A	43.D	44.C	45.C	46.A	47.B	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Trong một hộp chứa bảy quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và hai quả cầu vàng được đánh số 8, 9. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy ?

A. 9. **B.** 14. **C.** 2. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì mỗi quả cầu đều được đánh số phân biệt nên áp dụng quy tắc cộng, số cách chọn một trong các quả cầu là $7+2=9$.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=1$ và $u_{13}=4096$. Tính u_7.

A. $u_7=64$. **B.** $u_7=62$. **C.** $u_7=66$. **D.** $u_7=65$.

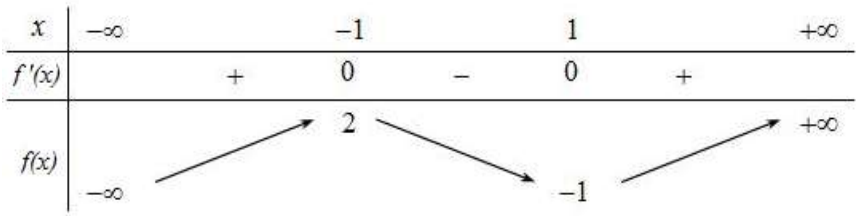
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $u_{13}=u_1q^{12}\Rightarrow q^{12}=\dfrac{u_{13}}{u_1}=\dfrac{4096}{1}=4096\Rightarrow q^6=2^6$.

Khi đó $u_7=u_1q^6=1.2^6=64$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=0$.

Câu 5: Cho hàmsố $y=f\left(x\right)$liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm dưới đây

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lờigiải

ChọnC

Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

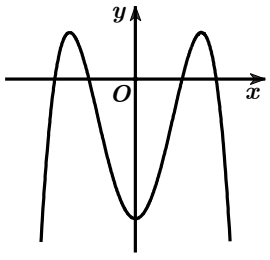
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^{+}}y=\lim\limits_{x\to-1^{+}}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^{-}}y=\lim\limits_{x\to-1^{-}}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=-x^{3}+3x-2$. **B.** $y=x^{4}-4x^{2}-3$.

C. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=-x^{4}+4x^{2}-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^{4}+4x^{2}-3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^{3}+5x^{2}-x-5$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$x^3+5x^2-x-5=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=-5 \\ x=-1 \\ x=1 \end{bmatrix}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 3.

Câu 9: Cho a là số thực dương tùy ý, $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}} a^4$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với a là số thực dương, $a \neq 1$, ta có $\log_{\sqrt{a}} a^4 = 2.4\log_a a = 8$.

Câu 10: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $\frac{x}{\ln 2}$. **B.** $\frac{1}{x.\ln 2}$. **C.** $x.\ln 2$. **D.** $2^x.\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left(\log_2 x\right)'=\frac{1}{x.\ln 2}$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý , $\sqrt[4]{a^7}$ bằng

A. a^{28}. **B.** $a^{\frac{4}{7}}$. **C.** $a^{\frac{7}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{28}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$ với mọi $a>0$ và $m,n \in \mathbb{Z}^+$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $16.2^{\log_3(x-3)}=4$ là

A. $x=\frac{2}{9}$. **B.** $x=\frac{28}{9}$. **C.** $x=\frac{1}{9}$. **D.** $x=\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x-3>0 \Leftrightarrow x>3$.

Phương trình

$16.2^{\log_3(x-3)}=4 \Leftrightarrow 2^{\log_3(x-3)}=2^{-2} \Leftrightarrow \log_3\left(x-3\right)=-2 \Leftrightarrow x-3=\frac{1}{9} \Leftrightarrow x=\frac{28}{9}$.

Vậy nghiệm của phương trình $x=\frac{28}{9}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(x-3\right)=3$ là:

A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=3+\sqrt{3}$. **D.** $x=3+\sqrt[3]{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\log_2\left(x-3\right)=3 \Leftrightarrow \log_2\left(x-3\right)=\log_2 2^3 \Leftrightarrow x-3=2^3 \Leftrightarrow x=11$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2-3x+2}$ là

A. $\ln|x-1|+\ln|x-2|+C$.
B. $\ln|x-1|+\ln|x-2|$.
C. $\ln(x-1)+\ln(x-2)+C$.
D. $\ln|x-1|-\ln|x-2|+C$.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$I=\int\frac{2x-3}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x=\int\frac{2x-3}{(x-1)(x-2)}dx=\int\left(\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}\right)dx=\int\frac{d(x-1)}{x-1}+\int\frac{d(x-2)}{x-2}$$
$$=\ln|x-1|+\ln|x-2|+C.$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $\int\sin(ax+b)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{a}\cos(ax+b)+C$.

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sin 2x\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 16: Nếu $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=4$ thì giá trị $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x)\sin 4x\mathrm{d}x$ bằng

A. 6.
B. 2.
C. 8.
D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\cos 2x\Rightarrow \mathrm{d}t=-2\sin 2x.\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow t=1$.

Với $x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t=0$.

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x)\sin 4x\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x)\cos 2x.2\sin 2x\mathrm{d}x=\int\limits_1^0 f(t).t(-\mathrm{d}t)=\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=4.$$

Câu 17: Tích phân $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{15}{3}$.
B. $\dfrac{16}{3}$.
C. $\dfrac{7}{4}$.
D. $\dfrac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^2 x(x+2)\mathrm{d}x=\int_1^2(x^2+2x)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{x^3}{3}+x^2\right)\Big|_1^2=\dfrac{16}{3}$.

Câu 18: Số phức z thỏa mãn $\bar{z}=-3-2i$ là

A. $z=3+2i$.
B. $z=-3-2i$.
C. $z=-3+2i$.
D. $z=3-2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overline{z} = -3 - 2i$ suy ra $z = -3 + 2i$.

Câu 19: Số phức $z = \left(1 + 2i\right)\left(2 - 3i\right)$ có phần ảo bằng

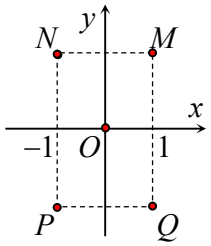
A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$z = \left(1 + 2i\right)\left(2 - 3i\right) = 8 + i$ phần ảo là 1

Câu 20: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = -1 + 3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình bên ?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q.

C. Điểm P. **D.** Điểm M.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $(1+i)z = -1 + 3i \Rightarrow z = \dfrac{-1+3i}{1+i} = \dfrac{\left(-1+3i\right)\left(1-i\right)}{2} = 1 + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn của z là điểm $M\left(1;2\right)$

Câu 21: Một khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 54. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 450.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Chiều cao đáy của khối chóp có thể tích bằng 90 và diện tích đáy bằng 5 là $h = \dfrac{3V}{B} = 54$.

Câu 22: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng

A. 35. **B.** 280. **C.** 40. **D.** 56.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 5; 7; 8 bằng $V = a.b.c = 280$.

Câu 23: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O là tâm của hình lập phương thì O cũng là tâm của mặt cầu tiếp xúc với sáu mặt của hình lập phương.

Mặt cầu đó có bán kính $R = \dfrac{AC'}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh là S và đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối nón có bán kính đáy $r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và độ dài đường sinh $l = SA = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq} = \pi rl = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$.

Câu 25: Trong các phương trình sau, phương trình nào không phải là phương trình của một mặt cầu trong không gian $Oxyz$?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 4z - 21 = 0$.
B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 4y - 8z - 11 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y - 4z + 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(1;2;-2); R = 4$.
B. $I(1;2;-2); R = \sqrt{2}$.
C. $I(-1;-2;2); R = 4$.
D. $I(-1;-2;2); R = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4z - 7 = 0 \Rightarrow a = 1;\ b = 2;\ c = -2;\ d = -7$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 4$ và có tâm $I(1;2;-2)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây **không** thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$?

A. $K(0;0;1)$.
B. $J(0;1;0)$.
C. $I(1;0;0)$.
D. $O(0;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 2 = 0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$.
B. $\overrightarrow{u_4} = (1;2;3)$.
C. $\overrightarrow{u_3} = (0;-2;3)$.
D. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $d \perp (P)$ nên $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Câu 29: Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được gọi đó có cả nam và nữ?

A. $\frac{219}{323}$.
B. $\frac{219}{323}$.
C. $\frac{442}{506}$.
D. $\frac{443}{506}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "4 học sinh được gọi toàn là nam hoặc toàn là nữ"

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^4 = 12650$.

Ta có $n\left(\overline{A}\right)=C_{15}^{4}+C_{10}^{4}=1575\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{63}{506}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{63}{506}=\dfrac{443}{506}$.

Câu 30: Hàm số $y=\dfrac{x-7}{x+4}$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;+\infty\right)$. **B.** $\left(-6;0\right)$. **C.** $\left(1;4\right)$. **D.** $\left(-5;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-4\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{11}{\left(x+4\right)^{2}}>0,\forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-4\right)$ và $\left(-4;+\infty\right)$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\left(1;4\right)$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^{4}-2x^{2}-15$ trên đoạn $\left[-3;2\right]$ bằng

A. 48. **B.** 7. **C.** 54. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=f(x)=x^{4}-2x^{2}-15$

$y'=4x^{3}-4x;y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\in\left[-3;2\right]\\x=1\in\left[-3;2\right]\\x=-1\in\left[-3;2\right]\end{bmatrix}$.

Tính: $y\left(2\right)=-7,y\left(1\right)=-16,y\left(0\right)=-15,y\left(-1\right)=-16,y\left(-3\right)=48$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là: $\max\limits_{\left[-3;2\right]}y=48$.

Câu 32: Biết tập nghiệm của bất phương trình $3^{2-\sqrt{x^{2}+5x-6}}\geq\dfrac{1}{3^{x}}$ là một đoạn $\left[a;b\right]$. Tính $a+b$.

A. $a+b=11$. **B.** $a+b=9$. **C.** $a+b=12$. **D.** $a+b=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện: $x^{2}+5x-6\geq0\Leftrightarrow x\geq1\vee x\leq-6$

Ta có:

$3^{2-\sqrt{x^{2}+5x-6}}\geq\dfrac{1}{3^{x}}\Leftrightarrow3^{2-\sqrt{x^{2}+5x-6}}\geq3^{-x}\Leftrightarrow2-\sqrt{x^{2}+5x-6}\geq-x\Leftrightarrow\sqrt{x^{2}+5x-6}\leq x+2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^{2}+5x-6\geq0\\x+2\geq0\\x^{2}+5x-6\leq x^{2}+4x+4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq-6\vee x\geq1\\x\geq-2\\x\leq10\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[1;10\right]$

Vậy $a+b=11$

Câu 33: Cho $\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_{1}^{2}2g\left(x\right)\mathrm{d}x=9$. Khi đó $\int\limits_{1}^{2}\left[2f\left(x\right)+4g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 18. **C.** 27. **D.** 24

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\int_1^2 \left[2f\left(x\right)+4g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x = 2\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x + 4\int_1^2 g\left(x\right)\mathrm{d}x = 2.3 + 4.\frac{9}{2} = 24$$

Câu 34: Cho hai số phức $z_1 = 2i-3$ và $z_2 = 1+5i$. Môđun của số phức $3z_1+z_2$ bằng

A. $\sqrt{185}$. **B.** $\sqrt{57}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** 11.

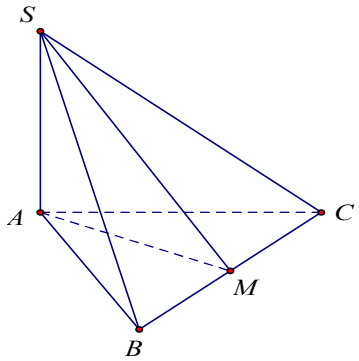
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $3z_1+z_2 = 3(2i-3)+(1+5i) = 6i-9+1+5i = -8+11i$.

Từ đó: $\left|3z_1+z_2\right| = \left|-8+11i\right| = \sqrt{(-8)^2+11^2} = \sqrt{185}$.

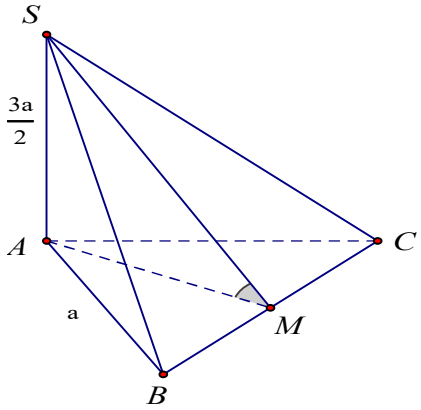
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \dfrac{3a}{2}$. M là trung điểm của BC, góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

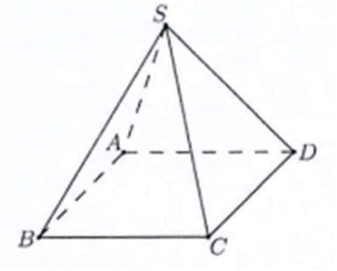


Ta có $SA \perp \left(ABC\right)$ nên AM là hình chiếu của SM lên $\left(ABC\right)$.

Do đó $\widehat{\left(SM,\left(ABC\right)\right)} = \widehat{\left(SM,AM\right)} = \widehat{SMA}$.

Xét tam giác vuông SAM ta có: $\tan\widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \dfrac{\dfrac{3a}{2}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{3}$. Suy ra $\widehat{SMA} = 60°$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 4 và độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{7}$

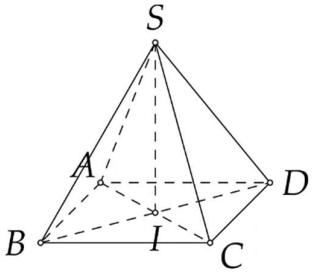
Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $I = AC \cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh đáy bằng 4 nên đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB = 4$ và hình chiếu vuông góc của S trên $\left(ABCD\right)$ là tâm I của hình vuông $ABCD$.

Do đó, khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng SI



Ta có $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow IA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{2}$

Cạnh bên $SA = 6$ và tam giác SAI vuông tại I nên

$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{36 - 8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $2\sqrt{7}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M\left(0;-1;2\right)$ có phương trình là:

A. $\left(x-2\right)^2 + \left(y+3\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 3.$ **B.** $x^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-2\right)^2 = 3.$

C. $x^2 + \left(y+1\right)^2 + \left(z-2\right)^2 = 9.$ **D.** $\left(x-2\right)^2 + \left(y+3\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu tâm là điểm $I(2;-3;1)$ và đi qua điểm $M\left(0;-1;2\right)$ có bán kính là IM.

Ta có $\overrightarrow{IM} = \left(-2;2;1\right) \Rightarrow r = IM = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{9} = 3$

Phương trình mặt cầu là: $\left(x-2\right)^2 + \left(y+3\right)^2 + \left(z-1\right)^2 = 9.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;\ 1;\ 0\right)$ và đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Lập phương trình của đường thẳng d đi qua điểm M, cắt và vuông góc với Δ.

A. $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t.\\z=-2t\end{cases}$ **B.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t.\\z=2t\end{cases}$ **C.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=1+4t.\\z=2t\end{cases}$ **D.** $d:\begin{cases}x=2-t\\y=1-4t.\\z=2t\end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A

Ta có: $\vec{u}_{\Delta}=(2;1;-1)$. Gọi H = d ∩ Δ.

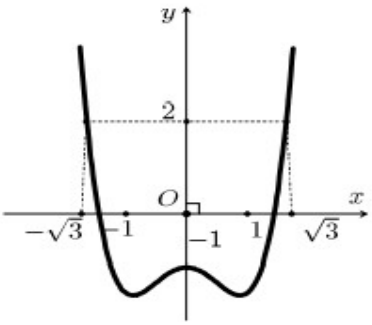
Giả sử $H(1+2t;-1+t;-t)\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(2t-1;t-2;-t)$.

Theo đề bài, $d\perp\Delta\Rightarrow \overrightarrow{MH}\perp\vec{u}_{\Delta}$

$\Leftrightarrow 2(2t-1)+(t-2)-(-t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2}{3}\Rightarrow \vec{u}_d=3\overrightarrow{MH}=(1;-4;-2)$

$\Rightarrow d:\begin{cases}x=2+t\\y=1-4t.\\z=-2t\end{cases}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Đặt $h(x)=3f(x)-x^3+3x$. Tìm mệnh đề đúng trong các các mệnh đề sau



A. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(1)$.

B. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(-\sqrt{3})$.

C. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(\sqrt{3})$.

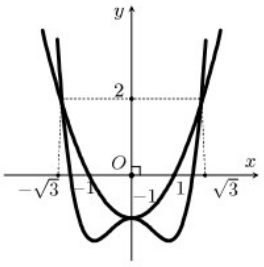
D. $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]}h(x)=3f(0)$.

Hướng dẫn giải

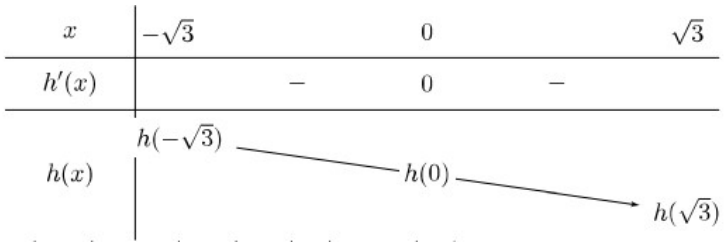
Chọn B

Ta có $h'(x)=3f'(x)-3x^2+3\Leftrightarrow h'(x)=3\left[f'(x)-\left(x^2-1\right)\right]$.

Đồ thị hàm số $y=x^2-1$ là một parabol có đỉnh $C(0;-1)$, đi qua $A(-\sqrt{3};2)$, $B(\sqrt{3};2)$.



Từ đồ thị hai hàm số $y=f'(x)$ và $y=x^2-1$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$.



Với $h\left(-\sqrt{3}\right)=3f\left(-\sqrt{3}\right)$, $h\left(\sqrt{3}\right)=3f\left(\sqrt{3}\right)$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]}=3f\left(-\sqrt{3}\right)$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024 **C.** 65022. **D.** 65023.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ (1)

Trường hợp 1: Xét $3^{x^2-x}-9\ge 0\Leftrightarrow x^2-x\ge 2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Khi đó, $(1)\Leftrightarrow 2^{x^2}\le m\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\ge 1 \\ x^2\le \log_2 m \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\ge 1 \\ -\sqrt{\log_2 m}\le x\le \sqrt{\log_2 m} \end{array}\right.$

Nếu $m<1$ thì vô nghiệm.

Nếu $m\ge 1$ thì $(2)\Leftrightarrow -\sqrt{\log_2 m}\le x\le \sqrt{\log_2 m}$.

Do đó, để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên

thì tập hợp $\left(\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)\right)\cap\left[-\sqrt{\log_2 m};\sqrt{\log_2 m}\right]$ có 5 giá trị nguyên

$\Leftrightarrow 3\le\sqrt{\log_2 m}<4\Leftrightarrow 512\le m<65536$.

Suy ra có 65024 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Trường hợp 2: Xét $3^{x^2-x}-9<0\Leftrightarrow x^2-x<2\Leftrightarrow -1<x<2$. Vì $\left(-1;2\right)$ chỉ có hai số nguyên nên không có giá trị m nào để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên.

Vậy có tất cả 65024 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} x^2-2x+3 & \text{khi } x\ge 2 \\ x+1 & \text{khi } x<2 \end{array}\right.$. Khi đó $I=\int\limits_0^1 f\left(3-2x\right)dx$ bằng

A. $\frac{41}{2}$. **B.** 21. **C.** $\frac{41}{12}$. **D.** $\frac{41}{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t=3-2x\Rightarrow dt=-2dx\Rightarrow dx=-\frac{1}{2}dt$. Đổi cận $\left\{\begin{array}{l} x=0\Rightarrow t=3 \\ x=1\Rightarrow t=1 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 f\left(t\right)dt=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 f\left(x\right)dx$

Do $f(x)=\left\{\begin{array}{ll} x^2-2x+3 & \text{khi } x\ge 2 \\ x+1 & \text{khi } x<2 \end{array}\right.$

$$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\left(\int_1^2\left(x+1\right)dx+\int_2^3\left(x^2-2x+3\right)dx\right)=\frac{41}{12}.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z-1+2i\right|=\left|\overline{z}+4-i\right|$ và $\left|z-2\right|=\sqrt{10}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\overline{z}=a-bi$.

Theo giả thiết, ta có hệ: $\begin{cases}\left|z-1+2i\right|=\left|\overline{z}+4-i\right|\\\left|z-2\right|=\sqrt{10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|a+bi-1+2i\right|=\left|a-bi+4-i\right|\\\left|a+bi-2\right|=\sqrt{10}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(a-1\right)^2+\left(b+2\right)^2=\left(a+4\right)^2+\left[-\left(b+1\right)\right]^2\\\left(a-2\right)^2+b^2=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-10a+2b=12\\\left(a-2\right)^2+b^2=10\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=6+5a\\\left(a-2\right)^2+\left(6+5a\right)^2=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=6+5a\\26a^2+56a+30=0\end{cases}$$

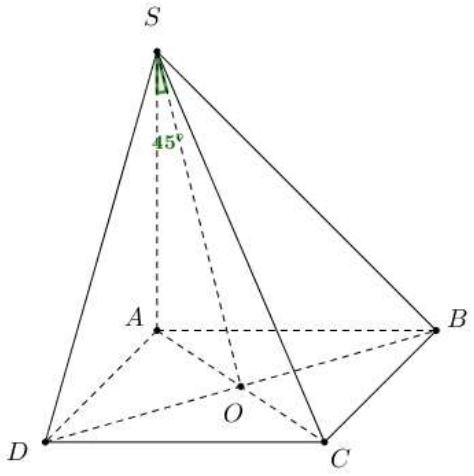
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=6+5a\\\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=-\frac{15}{13}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=-\frac{15}{13}\\b=\frac{3}{13}\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy có 2 số phức z thỏa đề: $z=-1+i$ và $z=-\frac{15}{13}+\frac{3}{13}i$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và mặt phẳng $\left(SBD\right)$ bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Hướng dẫn giải



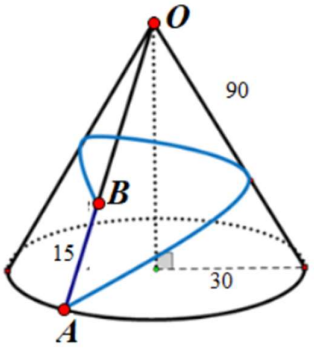
Gọi O là trung điểm BD thì $AO \perp BD$.

Mà $SA \perp BD$ nên $(SAO) \perp BD$. Từ đó góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) là góc $\angle ASO = 45^\circ$

Xét tam giác SAO vuông cân tại A: $SA = AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

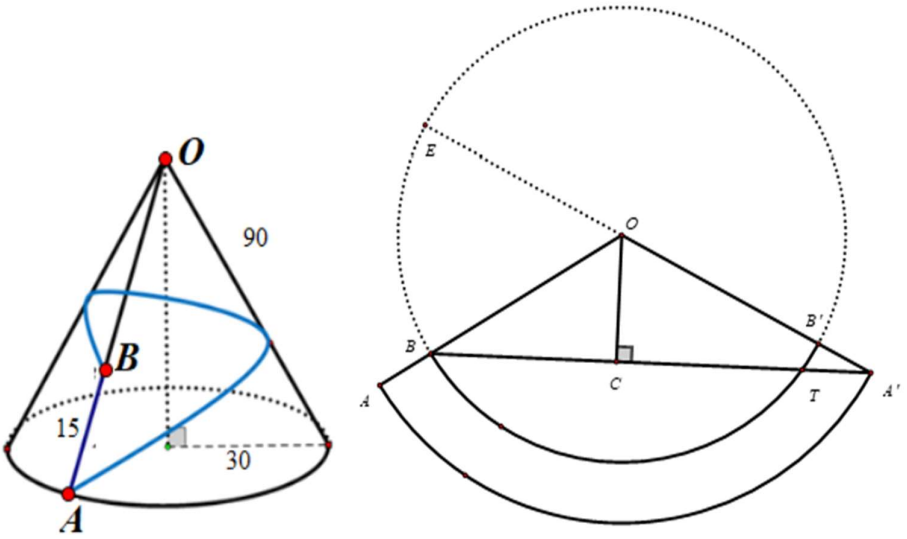
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 44. Hình vẽ dưới đây mô tả một ngọn núi có dạng hình nón. Nhà đầu tư du lịch dự định xây dựng một con đường nhằm phục vụ việc chuyên chở khách du lịch tham quan ngắm cảnh vòng quanh ngọn núi bắt đầu từ vị trí A và dừng ở vị trí B. Biết rằng người ta đã chọn xây dựng đường đi ngắn nhất vòng quanh núi từ A đến B, đoạn đường đầu là phần lên dốc từ A và đoạn sau sẽ xuống dốc đến B. Tính quãng đường xuống dốc khi đi từ A đến B.



A. $\dfrac{400}{\sqrt{91}}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{600}{\sqrt{91}}$. **D.** $15\sqrt{91}$.

Hướng dẫn giải



Trải phẳng: Cắt mặt nón theo đường sinh đi qua điểm A, trải phẳng như hình vẽ.

Gọi C là đỉnh dốc, do người ta đã chọn xây dựng đường đi ngắn nhất vòng quanh núi từ A đến B nên B, C, A' thẳng hàng.

Ta có $OA = 90$, $OB' = 75$, $B'A' = 15$, bán kính đường tròn đáy hình nón $R = 30$.

Chu vi đường tròn chân núi $l = 2\pi.R = 2\pi.30 = 60\pi$.

Đường tròn tâm O, bán kính $OA = 90$ có chiều dài cung AA' là 60π.

Góc ở đỉnh của đường tròn tâm O, khi trải phẳng

Có $\widehat{AOB'} = \dfrac{60\pi}{90} = \dfrac{2\pi}{3}$ (công thúc tính chiều dài cung $l = R\alpha$).

$\Delta A'OB$ có $OB = 75$, $OA' = 90$, $\widehat{A'OB} = \dfrac{2\pi}{3}$.

$\Rightarrow A'B^2 = OA'^2 + OB^2 - 2OA'.OB.\cos\widehat{A'OB} = 20475$

$\Rightarrow A'B = 15\sqrt{91}$.

Điểm $C \in A'B$, C là đỉnh cao nhất của dốc khi OC ngắn nhất $\Leftrightarrow OC \perp A'B$.

Đoạn xuống dốc là CB.

Ta có $OC^2 = OA'^2 - CA'^2 = OB^2 - BC^2 \Leftrightarrow CA'^2 - CB^2 = OA'^2 - OB^2 = 2475$

$$\Rightarrow \left(CA' + CB\right)\left(CA' - CB\right) = 2475 \Rightarrow \begin{cases} CA' + CB = 15\sqrt{91} \\ CA' - CB = \dfrac{165\sqrt{91}}{91} \end{cases} \Rightarrow CB = \frac{600}{\sqrt{91}}.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+1}{1}$, $d_2 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z-1}{1}, d_3 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-1}{1}, d_4 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-1}$. Xét Δ là đường thẳng cắt cả bốn đường thẳng đã cho. Khi đó vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\overrightarrow{u_1} = \left(1;1;1\right)$.

B. $\overrightarrow{u_2} = \left(1;1;0\right)$.

C. $\overrightarrow{u_3} = \left(1;-1;0\right)$.

D. $\overrightarrow{u_4} = \left(1;-1;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M\left(3;-1;-1\right)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=\left(1;-2;1\right)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $N\left(0;0;1\right)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_2}=\left(1;-2;1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(-3;1;2\right)$.

Vì $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương; điểm $M\notin d_2$ nên $d_1\,//\,d_2$.

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng chứa hai đường thẳng d_1 và d_2.

$\Rightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{MN}\right]=\left(-5;-5;-5\right)$; chọn VTPT $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $N\left(0;0;1\right)$ và VTPT $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$ có phương trình $x+y+z-1=0$.

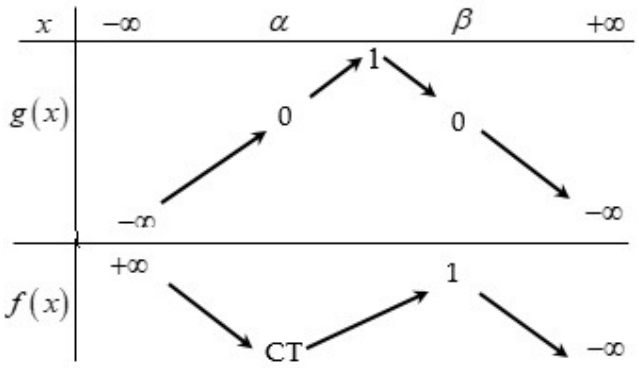
Gọi $A=d_3\cap\left(P\right)$. Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1+t\\z=1+t\\x+y+z-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=-1\\z=1\\t=0\end{cases}\Rightarrow A\left(1;-1;1\right).$

Gọi $B=d_4\cap\left(P\right)$. Xét hệ phương trình $\begin{cases}x=t'\\y=-t'\\z=-1-t'\\x+y+z-1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=2\\z=1\\t'=-2\end{cases}\Rightarrow B\left(-2;2;1\right).$

Do Δ cắt cả d_1 và d_2 nên Δ phải nằm trong mặt phẳng chứa d_1 và d_2. Do đó Δ đi qua hai điểm A,B lần lượt là giao điểm của (P) với d_3 và d_4.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(-3;3;0\right)$ suy ra một vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_3}=\left(1;-1;0\right)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+2x^2+bx+1$ và $y=g\left(x\right)=cx^2+4x+d$ có bảng biến thiên dưới đây. Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=9$. Giá trị của $P=3a+b+c-2d$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có $f'(x)=3ax^2+4x+b$ là hàm số bậc hai, cùng bậc với $g(x)$.

Mà từ đồ thị ta có hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm là nghiệm của phương trình $g(x)=0$ nên $f'(x)=k.g(x),\ \forall x\in\mathbb{R}\ (k\neq 0)$.

$\Leftrightarrow 3ax^2+4x+b=k(cx^2+4x+d),\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3a=kc\\4=4k\\b=kd\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=1\\3a=c.\ (1)\\b=d\end{cases}$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ có tung độ đỉnh bằng 1 nên $g\left(-\frac{2}{c}\right)=1\Leftrightarrow\frac{4}{c}-\frac{8}{c}+d=1\Leftrightarrow d=\frac{4}{c}+1.$ (2)

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$:

$ax^3+2x^2+bx+1=cx^2+4x+d\Leftrightarrow ax^3+(2-c)x^2+(b-4)x+1-d=0\ \ (*).$

Theo giả thiết, phương trình (*) có 3 nghiệm $x_1,\ x_2,\ x_3$ thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=9$ nên theo định lí Viet cho phương trình bậc ba, ta có $\frac{c-2}{a}=9\Leftrightarrow c-2=9a$. (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hpt: $\begin{cases}3a=c\\b=d\\d=\frac{4}{c}+1\\c-2=9a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a=c\\b=d\\d=\frac{4}{c}+1\\c-2=3c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\b=-3\\c=-1\\d=-3\end{cases}.$

Với các giá trị trên thay vào (*) thì thỏa mãn phương trình có 3 nghiệm phân biệt có tổng bằng 9.

Vậy $P=3a+b+c-2d=3.\frac{-1}{3}-3-1+6=1.$

Câu 47. Cho các số thực x,y,z thỏa mãn $\log_3(2x^2+y^2)=\log_7(x^3+2y^3)=\log z$. Có bao giá trị nguyên của z để có đúng hai cặp (x,y) thỏa mãn đẳng thức trên ?

A. 2. **B.** 211. **C.** 99. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log_3\left(2x^2+y^2\right)=\log_7\left(x^3+2y^3\right)=\log z=t\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+y^2=3^t & (1)\\ x^3+2y^3=7^t & (2)\\ z=10^t & (3)\end{cases}$.

+ Nếu $y=0$ $(2)\Rightarrow x=7^{\frac{t}{3}}$ thay vào (1)ta được $2.7^{\frac{2t}{3}}=3^t\Leftrightarrow t=\log_{\sqrt[3]{49}}2$ do đó $z=10^{\log_{\sqrt[3]{49}}2}$.

+ Nếu $y\neq 0$

Từ $(1)\,\&\,(2)$suy ra $\begin{cases}\left(2x^2+y^2\right)^3=27^t\\ \left(x^3+2y^3\right)^2=49^t\end{cases}\Rightarrow\dfrac{\left(x^3+2y^3\right)^2}{\left(2x^2+y^2\right)^3}=\left(\dfrac{49}{27}\right)^t\Leftrightarrow\dfrac{\left(\left(\dfrac{x}{y}\right)^3+2\right)^2}{\left(2\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+1^2\right)^3}=\left(\dfrac{49}{27}\right)^t,(*)$.

Đặt $\dfrac{x}{y}=u,u\neq-\sqrt[3]{2}$. Xét

$f(u)=\dfrac{\left(u^3+2\right)^2}{\left(2u^2+1\right)^3}\Rightarrow f'(u)=\dfrac{6u\left(u^3+2\right)(u-4)}{\left(2u^2+1\right)^4}=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}u=0\\ u=-\sqrt[3]{2}\\ u=4\end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên

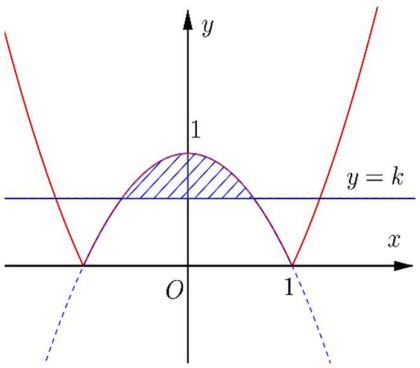
u	$-\infty$		$-\sqrt[3]{2}$		0		4		$+\infty$
$f'(u)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(u)$	$\frac{1}{8}$	↘		↗	4	↘		↗	$\frac{1}{8}$
			0				$\frac{4}{33}$		

Nhận xét với mỗi giá trị u tương ứng với duy nhất 1 cặp (x,y) thỏa mãn bài toán do đó

Yêu cầu bài toán tương đương $\begin{bmatrix}\dfrac{1}{8}\le\left(\dfrac{49}{27}\right)^t<4\\ 0<\left(\dfrac{49}{27}\right)^t<\dfrac{4}{33}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}10^{\log_{\frac{49}{27}}\left(\frac{1}{8}\right)}\le z<10^{\log_{\frac{49}{27}}4}\\ 0<z<10^{\log_{\frac{49}{27}}\left(\frac{4}{33}\right)}\end{bmatrix}$.

Vì z là số nguyên nên có 211 giá trị thỏa mãn.

Câu 48. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-1\right|$ và $y=k,0<k<1$. Tìm k để diện tích của hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình vẽ bên. Khi đó k nhận giá trị nào dưới đây?



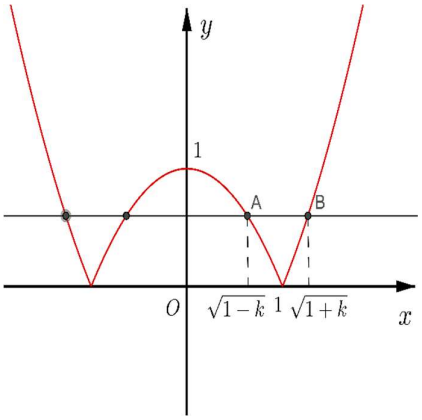
A. $k=\sqrt[3]{4}$. **B.** $k=\sqrt[3]{2}-1$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=\sqrt[3]{4}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng nên yêu cầu bài toán trở thành:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=1-x^2, y=k, x=0$ bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi : $y=1-x^2, y=x^2-1, y=k, x>0.$



$$\int_0^{\sqrt{1-k}}\left(1-x^2-k\right)\mathrm{d}x=$$

$$\int_{\sqrt{1-k}}^{1}\left(k-1+x^2\right)\mathrm{d}x+\int_1^{\sqrt{1+k}}\left(k-x^2+1\right)\mathrm{d}x.$$

$$\Leftrightarrow (1-k)\sqrt{1-k}-\frac{1}{3}(1-k)\sqrt{1-k}$$

$$=\frac{1}{3}-(1-k)-\frac{1}{3}(1-k)\sqrt{1-k}+(1-k)\sqrt{1-k}$$

$$+(1+k)\sqrt{1+k}-\frac{1}{3}(1+k)\sqrt{1+k}-(1+k)+\frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}(1+k)\sqrt{1+k}=\frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{1+k}\right)^3=2$$

$\Leftrightarrow k = \sqrt[3]{4} - 1.$

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|iz - 3 + 2i\right| = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left|z - 1 - i\right|$.

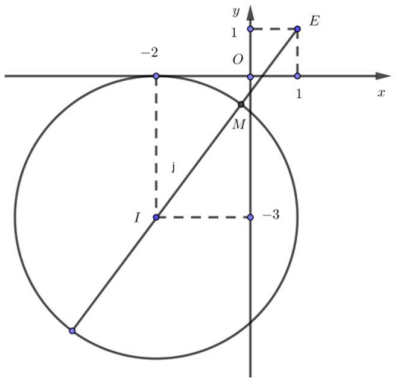
A. $P_{\min} = 3$. **B.** $P_{\min} = \sqrt{13} - 3$. **C.** $P_{\min} = 2$. **D.** $P_{\min} = \sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\left|iz - 3 + 2i\right| = 3 \Leftrightarrow \left|i\right|.\left|z + 3i + 2\right| = 3 \Leftrightarrow \left|z + 2 + 3i\right| = 3 \Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I\left(-2;-3\right)$ bán kính $R = 3$.

Gọi $E\left(1;1\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $1 + i \Rightarrow P = EM$. Do đó $P_{\min} = \left|EI - R\right| = 2$.

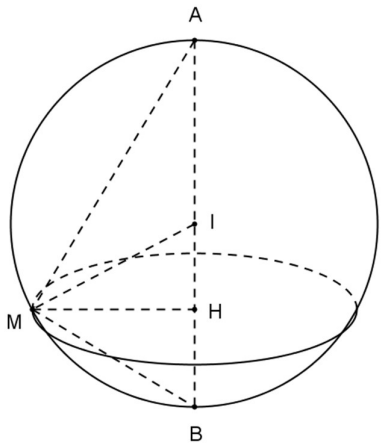


Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(4;2;8\right)$ và $B\left(-2;-6;-2\right)$. Xét khối nón $\left(N\right)$ có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi khối nón $\left(N\right)$ có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của khối nón $\left(N\right)$ có phương trình dạng $3x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng:

A. 47. **B.** $\frac{47}{3}$. **C.** $-\frac{47}{3}$. **D.** -47.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử mặt nón $\left(N\right)$ có đường tròn đáy có tâm H bán kính r; chiều cao $AH=h$; mặt cầu đường kính AB có tâm I, bán kính $R=\frac{1}{2}AB=5\sqrt{2}\Rightarrow I$ là trung điểm AB.

Mặt phẳng cần tìm là $\left(P\right)$. Dễ thấy $AB\perp\left(P\right)$.

Lấy M bất kỳ thuộc đường tròn đáy của hình nón. Dễ thấy tam giác ABM ABM vuông tại M và $HM^2=HA.HB\Leftrightarrow r^2=h.\left(AB-h\right)=h.\left(10\sqrt{2}-h\right)$.

Thể tích của khối nón là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi h^2.\left(10\sqrt{2}-h\right)=\frac{1}{6}\pi h^2.\left(20\sqrt{2}-2h\right)\le\frac{1}{6}\pi\left(\frac{h+h+20\sqrt{2}-2h}{3}\right)^3=\frac{8000\sqrt{2}}{81}$$

.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow h=\frac{20\sqrt{2}}{3}=\frac{2}{3}AB\Leftrightarrow AH=\frac{2}{3}AB\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}\Rightarrow H\left(0;-\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right)$

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua $H\left(0;-\frac{10}{3};\frac{4}{3}\right)$ và nhận vector $\overrightarrow{AB}=\left(-6;-8;-10\right)$ có phương trình là: $-6\left(x-0\right)-8\left(y+\frac{10}{3}\right)-10\left(z-\frac{4}{3}\right)=0$ hay $3x+4y+5z+\frac{20}{3}=0$.

$\Rightarrow b=4;\ c=5;\ d=\frac{20}{3}$.

Vậy $b+c+d=\frac{47}{3}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 13

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Từ 8 cái áo và 5 cái quần, An muốn chọn một bộ quần áo. Số cách chọn là
A. 40. **B.** 13. **C.** 25. **D.** 64.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$, biết $u_1=1;\ u_4=64$. Tính công bội q của cấp số nhân.
A. $q=21$. **B.** $q=\pm 4$. **C.** $q=4$. **D.** $q=2\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$	↗	1
			$-\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?
A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào ?
A. $y=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

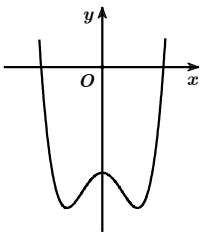
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là
A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$.
C. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x-3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+7x-5$ và trục hoành là
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7\left(49a\right)$ bằng
A. $49+\log_7 a$. **B.** $2+\log_7 a$. **C.** $2a$. **D.** $49a$.

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

A. $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'\left(x\right)=-2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 11: Rút gọn $P=a^{\sqrt{2}}.\left(\dfrac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}, a>0.$

A. $a^{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $a^{2\sqrt{2}}$. **D.** $a^{1-\sqrt{2}}$.

Câu 12: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2}=81$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x-6\right)=1+\log_5 6$ là

A. $x=18$. **B.** $x=15$. **C.** $x=13$. **D.** $x=17$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2}{\sin^2 x}-7x$ là

A. $2\cot x-\dfrac{7x^2}{2}+C$. **B.** $-2\cot x-7x^2+C$.

C. $-2\cot x-\dfrac{7x^2}{2}+C$. **D.** $2\tan x-\dfrac{7x^2}{2}+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x\cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx=\sin^2 x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{\cos^2 x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos^2 x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;8\right]$ và $\int\limits_0^8 f\left(x\right)dx=16$; $\int\limits_2^5 f\left(x\right)dx=6$. Tính $P=\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx+\int\limits_5^8 f\left(x\right)dx$.

A. $P=4$. **B.** $P=10$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Câu 17: Tích phân $\int\limits_1^e \ln x dx$ bằng

A. e. **B.** $e+1$. **C.** $e-1$. **D.** 1.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, số phức liên hợp của số phức $z=\left(1+2i\right)\left(1-i\right)$ có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây ?

A. $P\left(-1;3\right)$. **B.** $Q\left(-3;1\right)$. **C.** $N\left(3;1\right)$. **D.** $M\left(3;-1\right)$.

Câu 19: Số phức $z=3\left(2+3i\right)-4\left(2i-1\right)$ có phần ảo là

A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 20: Trong mặt phẳng $\mathrm{O}xy$, điểm $M\left(1;-2\right)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w=i\bar{z}+z^2$ bằng

A. 26. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 34. **D.** $\sqrt{34}$.

Câu 21: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 22: Cho khối hộp chữ nhật có diện tích của ba mặt có chung một đỉnh lần lượt $2, 3, 6$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 6. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 23: Trong không gian, cho tam giác ABC cân tại A, $AB=a$ và $\widehat{BAC}=120^0$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh đáy BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành hai hình nón. Tổng thể tích của hai khối nón giới hạn bởi hai hình nón đó bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 24: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $4\pi r^2$. **B.** $16\pi r^2$. **C.** $8\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(2;0;0\right)$, $B\left(0;3;4\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB là:

A. $AB=3\sqrt{3}$. **B.** $AB=2\sqrt{7}$. **C.** $AB=\sqrt{19}$. **D.** $AB=\sqrt{29}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$: $x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$. Tìm bán kính của mặt cầu đã cho.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 27. Cho biết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$: $ax+by+cz-13=0$ đi qua 3 điểm $A\left(1;-1;2\right)$, $B\left(2;1;0\right)$, $C\left(0;1;3\right)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(1;-2;0\right), B(2;-1;3), C\left(0;-1;1\right)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$.

Câu 29. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lí và 2 quyển sách Hóa, lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{42}{37}$.

Câu 30. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{0,9}x$. **B.** $y=9^x$. **C.** $y=\log_9 x$. **D.** $y=\left(0,9\right)^x$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0\,;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 1.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1}>\left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$ là

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left[1;2\right]$.

C. $\left(-\infty;1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

Câu 33: Cho $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(\sin x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=9$. **C.** $I=3$. **D.** $I=7$.

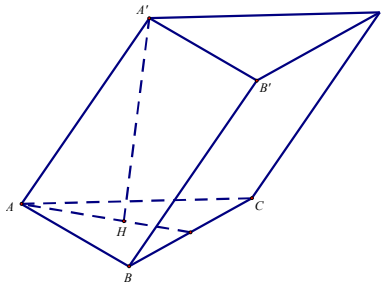
Câu 34: Cho hai số phức $z=1-i$ và $w=7+3i$. Số phức $2z-w$ có tổng phần thực và phần ảo là

A. 0. **B.** -5. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Biết rằng $MN=a\sqrt{3}$. Tính góc của AB và CD.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Biết $A'A = A'B = A'C = 2$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng (ABC) bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;0;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$.

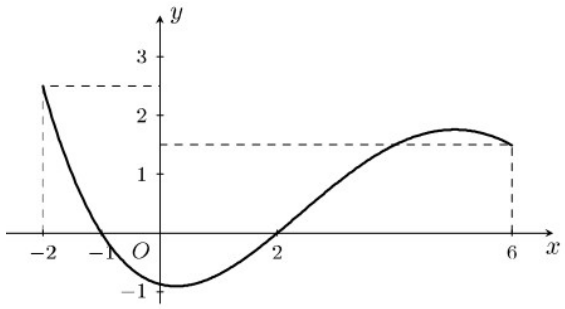
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;0;-3)$, $B(3;2;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x + y + 2z - 1 = 0$. **B.** $2x + y - z + 1 = 0$.

C. $x + y + 2z + 1 = 0$. **D.** $2x + y - z - 1 = 0$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$. **B.** $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(2)$.

C. $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(6)$. **D.** $\max\limits_{[-2;6]} f(x) = f(-1)$.

Câu 40. Có bao nhiêu m nguyên dương để bất phương trình $3^{2x+2} - 3^x\left(3^{m+2} + 1\right) + 3^m < 0$ có không quá 30 nghiệm nguyên?

A. 28. **B.** 29. **C.** 30. **D.** 31.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{khi } x \ge \dfrac{3}{2} \\ x - 2 & \text{khi } x < \dfrac{3}{2} \end{cases}$. Khi đó $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(\cos x + 1)dx$ bằng

A. $\dfrac{35}{12}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{19}{4}$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

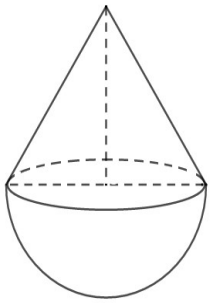
Câu 42. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $\left|z+3i\right|=\left|z+2-i\right|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $z=1-2i$. **B.** $z=-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$. **C.** $z=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$. **D.** $z=-1+2i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AB=a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 44. Người ta cần sơn một vật trang trí bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng $3\,\mathrm{m}$, đường cao của khối nón là $2\,\mathrm{m}$. Biết giá tiền sơn của $1\,\mathrm{m}^2$ là 15.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) để sơn vật thể trên là bao nhiêu?



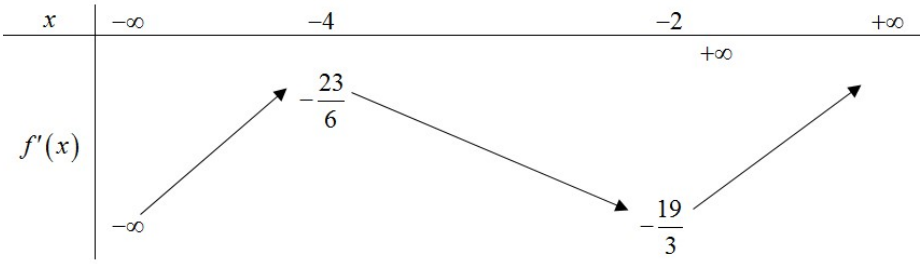
A. 787.000 đồng. **B.** $1.259.000$ đồng **C.** $1.103.000$ đồng. **D.** 893.000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+3y+2z+2=0$. Đường thẳng Δ song song với $\left(P\right)$, đi qua $M\left(2;2;4\right)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-2}{9}=\frac{y-2}{-7}=\frac{z-4}{6}$. **B.** $\frac{x+2}{9}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z+4}{6}$.

C. $\frac{x-2}{-9}=\frac{y-2}{-7}=\frac{z-4}{6}$. **D.** $\frac{x+2}{9}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z+4}{-6}$.

Câu 46: Cho hàm bậc bốn và $f\left(0\right)=0$. Hàm số $f'\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



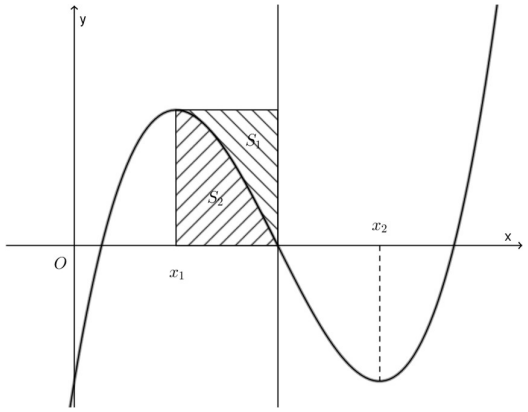
Hỏi hàm số $g\left(x\right)=\left|\frac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số $\left(x;y\right)$ thỏa mãn tính chất $\left(\log_y x\right)^{2021}=\log_y x^{2021}$, ở đó x là số thực dương, y là số nguyên dương nhỏ hơn 2021?

A. 4038. **B.** 6057. **C.** 6060. **D.** 4040.

Câu 48. Cho $f\left(x\right)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_1; x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trên trục hoành. Gọi S_1; S_2 là diện tích hình phẳng như trong hình vẽ. Tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|z+2-i\right| = \sqrt{5}$. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai số phức làm cho biểu thức $P = \left|z-2-3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất và lớn nhất. Tính $T = 3\left|z_1\right| + 2\left|z_2\right|$.

A. $T = 20$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 14$. **D.** $T = 24$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $\left(P\right) : x + y - z - 6 = 0$. Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua đường thẳng d và tạo với $\left(P\right)$ một góc nhỏ nhất. Khi đó dạng phương trình tổng quát của $\left(\alpha\right)$ là $ax + by + z + d = 0$. Khi đó giá trị của $a + b + d$ bằng:

A. 6. **B.** -7. **C.** 5. **D.** -3.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

ĐỀ THI THAM KHẢO

ĐỀ SỐ 13

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.D	5.D	6.C	7.A	8.B	9.B	10.A
11.B	12.D	13.A	14.C	15.B	16.B	17.D	18.D	19.C	20.D
21.B	22.A	23.B	24.A	25.D	26.A	27.A	28.A	29.A	30.D
31.C	32.A	33.D	34.D	35.C	36.A	37.B	38.A	39.C	40.B
41.A	42.C	43.D	44.A	45.A	46.C	47.B	48.A	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Từ 8 cái áo và 5 cái quần, An muốn chọn một bộ quần áo. Số cách chọn là

A. 40. **B.** 13. **C.** 25. **D.** 64.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số cách chọn bộ quần áo để bạn An đi dự sinh nhật là $8.5 = 40$ cách.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1 = 1;\ u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

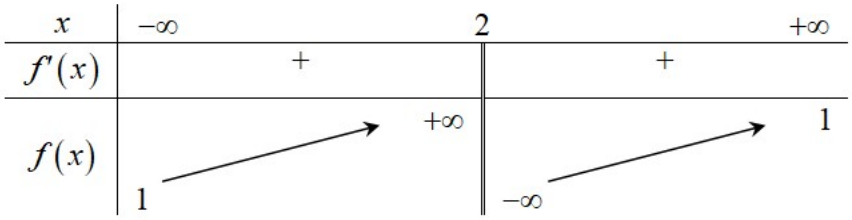
A. $q = 21$. **B.** $q = \pm 4$. **C.** $q = 4$. **D.** $q = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo công thức tổng quát của cấp số nhân $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow 64 = 1.q^3 \Leftrightarrow q = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

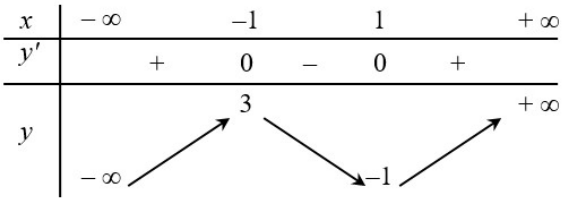
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào ?

A. $y=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	−

.

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x=-3$ và qua $x=2$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

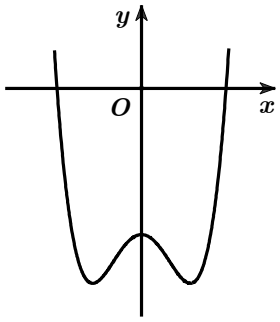
Chọn C

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$.

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$.

C. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+7x-5$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$x^3 - 3x^2 + 7x - 5 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 1.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7\left(49a\right)$ bằng

A. $49 + \log_7 a$. **B.** $2 + \log_7 a$. **C.** $2a$. **D.** $49a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log_7\left(49a\right) = \log_7 49 + \log_7 a = 2 + \log_7 a$.

Câu 10: Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right) = \mathrm{e}^{2x-3}$.

A. $f'\left(x\right) = 2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'\left(x\right) = -2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'\left(x\right) = 2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'\left(x\right) = \mathrm{e}^{2x-3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right) = \left(2x-3\right)'.\mathrm{e}^{2x-3} = 2.\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 11: Rút gọn $P = a^{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1}, a > 0.$

A. $a^{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $a^{2\sqrt{2}}$. **D.** $a^{1-\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: $P = a^{\sqrt{2}}.\left(\frac{1}{a}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}}\left(a^{-1}\right)^{\sqrt{2}-1} = a^{\sqrt{2}}a^{1-\sqrt{2}} = a$.

Cách 2: MTCT

B1: Nhập biểu thức P và trừ đi 1 đáp án tùy ý

B2: Bấm phím CALC máy hiện a ? nhập số dương tùy ý (chẳng hạn là nhập 2) bấm dấu = nếu kết quả là số 0 thì nhận nếu khác 0 ta nhấn phím mũi tên sang trái để sửa cho đáp án khác và lặp lại quy trình trên cho đến khi có đáp án đúng.

Câu 12: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $3^{x^4-3x^2}=81\Leftrightarrow 3^{x^4-3x^2}=3^4\Leftrightarrow x^4-3x^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=-1 \\ x^2=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2}=81$ bằng 0.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x-6\right)=1+\log_5 6$ là

A. $x=18$. **B.** $x=15$. **C.** $x=13$. **D.** $x=17$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $2x-6>0\Leftrightarrow x>3$.

Phương trình $\log_5\left(2x-6\right)=1+\log_5 6\Leftrightarrow \log_5\left(2x-6\right)=\log_5 30\Leftrightarrow 2x-6=30\Leftrightarrow x=18$.

Vậy nghiệm của phương trình $x=18$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2}{\sin^2 x}-7x$ là

A. $2\cot x-\dfrac{7x^2}{2}+C$. **B.** $-2\cot x-7x^2+C$.

C. $-2\cot x-\dfrac{7x^2}{2}+C$. **D.** $2\tan x-\dfrac{7x^2}{2}+C$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int\left(\dfrac{2}{\sin^2 x}-7x\right)\mathrm{d}x=-2\cot x-\dfrac{7x^2}{2}+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x\cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)dx=\sin^2 x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{\cos^2 x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos^2 x+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int\sin x\cos x dx=\int\sin x d(\sin x)=\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;8\right]$ và $\int\limits_0^8 f\left(x\right)dx=16$; $\int\limits_2^5 f\left(x\right)dx=6$. Tính $P=\int\limits_0^2 f\left(x\right)dx+\int\limits_5^8 f\left(x\right)dx$.

A. $P=4$. **B.** $P=10$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_0^8 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x + \int\limits_5^8 f\left(x\right)\mathrm{d}x \Rightarrow 16 = P + 6 \Rightarrow P = 10$.

Câu 17: Tích phân $\int\limits_1^e \ln x dx$ bằng

A. e. **B.** $e+1$. **C.** $e-1$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\int\limits_1^e \ln x dx = x\ln x\Big|_1^e - \int\limits_1^e dx = e - (e-1) = 1$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, số phức liên hợp của số phức $z = \left(1+2i\right)\left(1-i\right)$ có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây ?

A. $P\left(-1;3\right)$. **B.** $Q\left(-3;1\right)$. **C.** $N\left(3;1\right)$. **D.** $M\left(3;-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Ta có $z = \left(1+2i\right)\left(1-i\right) = 3+i \Rightarrow \bar{z} = 3-i$.

Do đó điểm biểu diễn của $\bar{z}$ là $M\left(3;-1\right)$.

Câu 19: Số phức $z = 3\left(2+3i\right) - 4\left(2i-1\right)$ có phần ảo là

A. i. **B.** $-i$. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $z = 3\left(2+3i\right) - 4\left(2i-1\right) = 10+i$.

Câu 20: Trong mặt phẳng $\mathrm{O}xy$, điểm $M\left(1;-2\right)$ biểu diễn số phức z. Môđun của số phức $w = i\bar{z} + z^2$ bằng

A. 26. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 34. **D.** $\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: Số phức z có biểu diễn hình học là điểm $M(1;-2)$ nên số phức $z = 1-2i$.

Số phức $w = i\left(1+2i\right) + \left(1-2i\right)^2 = -5-3i \Rightarrow \left|\mathrm{w}\right| = \sqrt{34}$.

Câu 21: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên có diện tích $S_{ABCD} = a^2$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Vì $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 22: Cho khối hộp chữ nhật có diện tích của ba mặt có chung một đỉnh lần lượt $2, 3, 6$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 6. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $a, b, c\ (a, b, c > 0)$. Ta có

$$\begin{cases} ab = 2 \\ bc = 3 \\ ca = 6 \end{cases} \Rightarrow a^2b^2c^2 = 2.3.6 = 36.$$

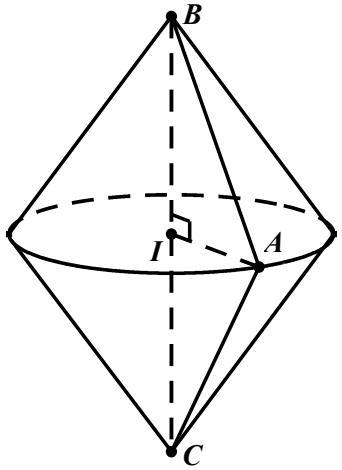
Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng $abc = \sqrt{36} = 6$.

Câu 23: Trong không gian, cho tam giác ABC cân tại A, $AB = a$ và $\widehat{BAC} = 120^0$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh đáy BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành hai hình nón. Tổng thể tích của hai khối nón giới hạn bởi hai hình nón đó bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là tâm của đáy hai hình nón.

Hai hình nón có bán kính đáy $r = IA = AB.\cos 60^0 = \frac{a}{2}$.

Hình nón đỉnh B có chiều cao $h_B = IB$.

Hình nón đỉnh C có chiều cao $h_C = IC$.

Tổng thể tích của hai khối nón giới hạn bởi hai hình nón bằng

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h_B+\frac{1}{3}\pi r^2 h_A=\frac{1}{3}\pi r^2(h_B+h_A)=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2.a\sqrt{3}=\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}.$$

Câu 24: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $4\pi r^2$. **B.** $16\pi r^2$. **C.** $8\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường kính của mặt cầu là $OO'=2r$.

Vậy diện tích của mặt cầu là $S=4\pi r^2$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(2;0;0\right)$, $B\left(0;3;4\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB là:

A. $AB=3\sqrt{3}$. **B.** $AB=2\sqrt{7}$. **C.** $AB=\sqrt{19}$. **D.** $AB=\sqrt{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $AB=\sqrt{\left(0-2\right)^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$: $x^2+y^2+z^2-2x-4y=0$. Tìm bán kính của mặt cầu đã cho.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 27. Cho biết phương trình mặt phẳng $\left(P\right):ax+by+cz-13=0$ đi qua 3 điểm $A\left(1;-1;2\right)$, $B\left(2;1;0\right)$, $C\left(0;1;3\right)$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. 11. **B.** -11. **C.** -10. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do $\left(P\right):ax+by+cz-13=0$ đi qua 3 điểm $A\left(1;-1;2\right),B\left(2;1;0\right),C\left(0;1;3\right)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}a-b+2c=13\\2a+b=13\\b+3c=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=1\\c=4\end{cases}\Rightarrow a+b+c=11.$$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(1;-2;0\right),B(2;-1;3),C\left(0;-1;1\right)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$A\left(1;-2;0\right), M\left(1;-1;2\right); \overrightarrow{AM} = \left(0;1;2\right)$

Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 29. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Lí và 2 quyển sách Hóa, lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{42}{37}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n\left(\Omega\right) = C_9^3 = 84$.

Gọi biến cố A: "Ba quyển lấy ra có ít nhất 1 quyển Toán".

Ta có $n\left(A\right) = C_4^1.C_5^2 + C_4^2.C_5^1 + C_4^3 = 74$.

Xác suất của biến cố A là $P\left(A\right) = \frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)} = \frac{74}{84} = \frac{37}{42}$.

Nhận xét: Có thể dùng biến cố đối $n\left(\overline{A}\right) = C_5^3 = 10 \Rightarrow P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$.

Câu 30. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{0,9} x$. **B.** $y = 9^x$. **C.** $y = \log_9 x$. **D.** $y = \left(0,9\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số: $y = \log_{0,9} x$ nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Hàm số: $y = 9^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số: $y = \log_9 x$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Hàm số: $y = \left(0,9\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0\,;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

$y' = 4x^3 - 4x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \notin (0;2) \\ x = 1 \in (0;2) \\ x = -1 \notin (0;2) \end{bmatrix}.$

$y(0) = 3;\ y(1) = 2;\ y(2) = 11.$

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y = 11,\ \min\limits_{[0;2]} y = 2.$

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1}$ là

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$.

C. $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2] \cup [1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\left(\frac{5}{7}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{5}{7}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$

Câu 33: Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,dx = 7$. Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(\sin x)\,dx$.

A. $I = 1$. **B.** $I = 9$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0,\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

Ta có $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(\sin x)\,dx = \int\limits_0^1 f(t)\,dt = \int\limits_0^1 f(x)\,dx = 7$.

Câu 34: Cho hai số phức $z = 1 - i$ và $w = 7 + 3i$. Số phức $2z - w$ có tổng phần thực và phần ảo là

A. 0. **B.** -5. **C.** 10. **D.** -10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $2z - w = 2(1 - i) - (7 + 3i) = 2 - 2i - 7 - 3i = -5 - 5i$.

Khi đó số phức $2z - w$ có phần thực là -5 và phần ảo là -5.

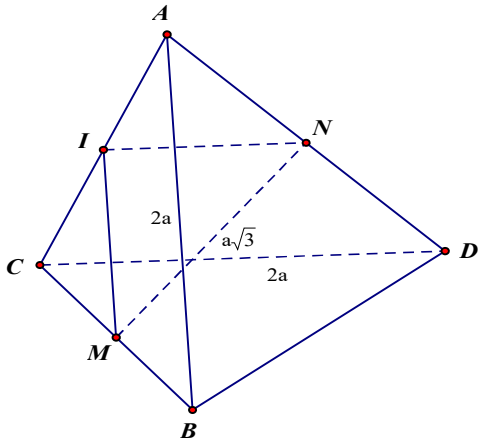
Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức $2z - w$ là -10.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $BC,\ AD$. Biết rằng $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc của AB và CD.

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



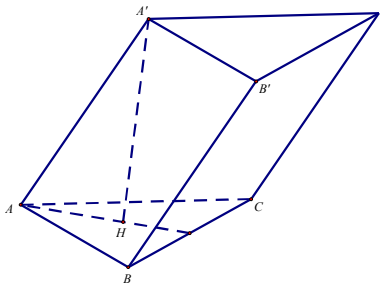
Gọi I là trung điểm của AC. Ta có $IM = IN = a$.

Áp dụng định lý cosin cho ΔIMN ta có:

$$\cos\widehat{MIN} = \frac{IM^2 + IN^2 - MN^2}{2.IM.IN} = \frac{a^2 + a^2 - 3a^2}{2.a.a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{MIN} = 120^0.$$

Vì $IM // AB$, $IN // CD$ nên $\left(\widehat{AB,CD}\right) = \left(\widehat{IM,IN}\right) = 180° - 120° = 60°$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Biết $A'A = A'B = A'C = 2$. Khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Do $A'A = A'B = A'C$ nên $A'H \perp \left(ABC\right) \Rightarrow d\left(A',\left(ABC\right)\right) = A'H$.

Xét $\Delta A'AH$ vuông tại H có

$$A'A = 2,\ AH = \frac{2}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I\left(1;0;2\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ có phương trình là:

A. $\left(x+1\right)^2 + y^2 + \left(z+2\right)^2 = 1.$ **B.** $\left(x-1\right)^2 + y^2 + \left(z-2\right)^2 = 1.$

C. $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=2.$ **D.** $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=4.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng $\left(Oyz\right)\Rightarrow H\left(0;0;2\right)$

Có $R=IH=1$, suy ra phương trình mặt cầu cần tìm là $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=1.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;0;-3\right)$, $B\left(3;2;1\right)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $2x+y-z+1=0$. **C.** $x+y+2z+1=0$

. **D.** $2x+y-z-1=0$.

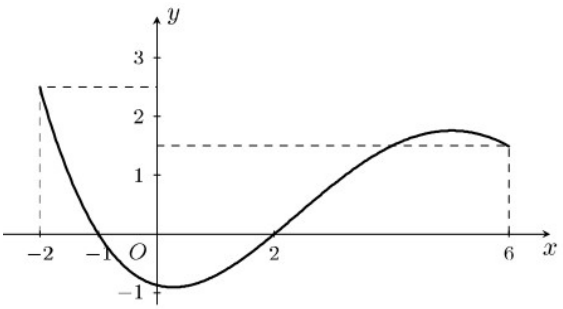
Hướng dẫn giải

Chọn A

Trung điểm của đoạn AB là $I\left(2;1;-1\right)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB chứa I và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=\left(2;2;4\right)$ nên có phương trình

$$2\left(x-2\right)+2\left(y-1\right)+4\left(z+1\right)=0\Leftrightarrow x+y+2z-1=0$$

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-2;6\right]$ như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\max\limits_{\left[-2;6\right]}f\left(x\right)=f\left(-2\right).$ **B.** $\max\limits_{\left[-2;6\right]}f\left(x\right)=f\left(2\right).$

C. $\max\limits_{\left[-2;6\right]}f\left(x\right)=f\left(6\right).$ **D.** $\max\limits_{\left[-2;6\right]}f\left(x\right)=f\left(-1\right).$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Lập bảng biến thiên của hàm số trên

x	-2		-1		2		6
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

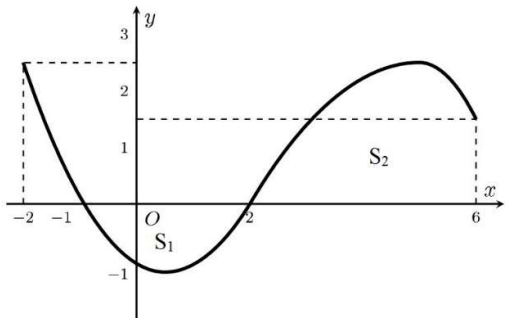
Hàm số đồng biến trên $(-2;-1)$ và $(2;6)$.

Suy ra $f(-1)>f(-2)$ và $f(6)>f(2)(1)$

Hàm số nghịch biến trên $(-1;2)$suy ra $f(-1)>f(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra :

$\max\limits_{[-2;6]} f(x)=\max\{f(-2);f(-1);f(2);f(6)\}=\max\{f(-1);f(6)\}$



Ta có : $S_1=-\int\limits_{-1}^{2} f'(x)dx=f(-1)-f(2)$

$S_2=\int\limits_{2}^{6} f'(x)dx=f(6)-f(2)$

Theo hình vẽ ta thấy $S_1<S_2$ nên $f(-1)-f(2)<f(6)-f(2)\Rightarrow f(-1)<f(6)$.

Vậy $\max\limits_{[-2;6]} f(x)=f(6)$.

CÂU 40. Có bao nhiêu m nguyên dương để bất phương trình $3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0$ có không quá 30 nghiệm nguyên?

A. 28. **B.** 29. **C.** 30. **D.** 31.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$3^{2x+2}-3^x\left(3^{m+2}+1\right)+3^m<0\Leftrightarrow 9.3^{2x}-9.3^x.3^m-3^x+3^m<0$

$\Leftrightarrow\left(3^x-3^m\right)\left(9.3^x-1\right)<0$

Ta có $3^x-3^m=0\Leftrightarrow x=m\in\mathbb{Z}^+$

$9.3^x-1=0\Leftrightarrow x=-2.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		m		$+\infty$
$\left(3^x-3^m\right)\left(9.3^x-1\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có tập nghiệm $S=(-2\ ;\ m)$.

Tập hợp các nghiệm nguyên là $\{-1;\ 0;\ 1;\ ...;\ m-1\}$.

Để có không quá 30 nghiệm nguyên thì $m-1\le 28\Leftrightarrow m\le 29.$

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & \text{khi } x\ge\dfrac{3}{2}\\ x-2 & \text{khi } x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$. Khi đó $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x f\left(\cos x+1\right)dx$ bằng

A. $\dfrac{35}{12}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{19}{4}$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đặt $t=\cos x+1\Rightarrow dt=-\sin x dx$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=2\\ x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=1\end{cases}$.

$\Rightarrow I=\int\limits_1^2 f\left(t\right)dt=\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx$

Do $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & \text{khi } x\ge\dfrac{3}{2}\\ x-2 & \text{khi } x<\dfrac{3}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow I=\int\limits_1^{\frac{3}{2}}\left(x-2\right)dx+\int\limits_{\frac{3}{2}}^2\left(x^2+2x\right)dx=\dfrac{35}{12}$.

Câu 42. Trong các số phức thỏa mãn điều kiện $\left|z+3i\right|=\left|z+2-i\right|$. Tìm số phức có môđun nhỏ nhất?

A. $z=1-2i$. **B.** $z=-\dfrac{1}{5}+\dfrac{2}{5}i$. **C.** $z=\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{5}i$. **D.** $z=-1+2i$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Giả sử $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$\left|z+3i\right|=\left|z+2-i\right|\Leftrightarrow\left|x+\left(y+3\right)i\right|=\left|\left(x+2\right)+\left(y-1\right)i\right|\Leftrightarrow x^2+\left(y+3\right)^2=\left(x+2\right)^2+\left(y-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 6y+9=4x+4-2y+1\Leftrightarrow 4x-8y-4=0\Leftrightarrow x-2y-1=0\Leftrightarrow x=2y+1$

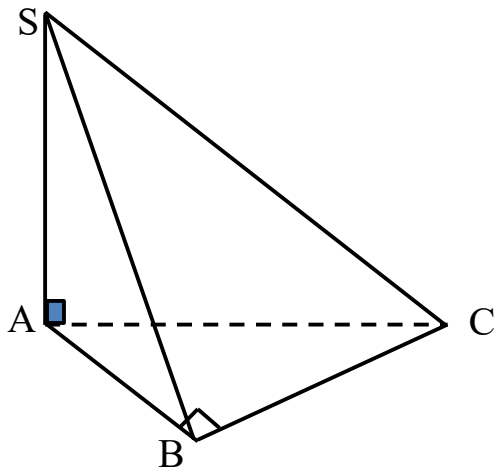
$\left|z\right|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{\left(2y+1\right)^2+y^2}=\sqrt{5y^2+4y+1}=\sqrt{5\left(y+\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{1}{5}}\ge\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Suy ra $\left|z\right|_{\min}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ khi $y=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow x=\dfrac{1}{5}$

Vậy $z=\dfrac{1}{5}-\dfrac{2}{5}i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, cạnh $AB=a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Hướng dẫn giải

$S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{2}a^2.$

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$.

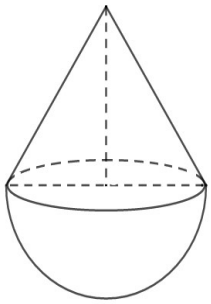
$SC \cap (ABC) = \{C\}$, $SA \perp (ABC)$ tại A

$\Rightarrow (SC,(ABC)) = (SC,AC) = \widehat{SCA} = 60^o$

$\tan 60^0 = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan 60^0 = a\sqrt{2}.\tan 60^0 = a\sqrt{6}$.

Khi đó: $V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 44. Người ta cần sơn một vật trang trí bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng $3\,\mathrm{m}$, đường cao của khối nón là $2\,\mathrm{m}$. Biết giá tiền sơn của $1\,\mathrm{m}^2$ là 15.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) để sơn vật thể trên là bao nhiêu?



A. 787.000 đồng. **B.** $1.259.000$ đồng **C.** $1.103.000$ đồng. **D.** 893.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Phần hình nón có đường sinh $l=3\left(\mathrm{m}\right)$, đường cao $h=2\left(\mathrm{m}\right)$, suy ra bán kính đáy của hình nón là $r=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}\left(\mathrm{m}\right)$.

Do đó, diện tích xung quanh của phần hình nón là $S_1=\pi rl=\pi.\sqrt{5}.3=3\sqrt{5}\pi\left(\mathrm{m}^2\right)$.

Diện tích của nửa mặt cầu là $S_2=\frac{1}{2}.4\pi r^2=\frac{1}{2}.4\pi\left(\sqrt{5}\right)^2=10\pi\left(\mathrm{m}^2\right)$.

Vậy số tiền cần để sơn vật thể là: $\left(S_1+S_2\right).15000=\left(3\sqrt{5}\pi+10\pi\right).15000=787.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+3y+2z+2=0$. Đường thẳng Δ song song với $\left(P\right)$, đi qua $M\left(2;2;4\right)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-2}{9}=\frac{y-2}{-7}=\frac{z-4}{6}$.

B. $\frac{x+2}{9}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z+4}{6}$.

C. $\frac{x-2}{-9}=\frac{y-2}{-7}=\frac{z-4}{6}$.

D. $\frac{x+2}{9}=\frac{y+2}{-7}=\frac{z+4}{-6}$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-2}{2}$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-2t\\z=2+2t\end{cases}$.

Mặt phẳng $\left(P\right):x+3y+2z+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;3;2\right)$.

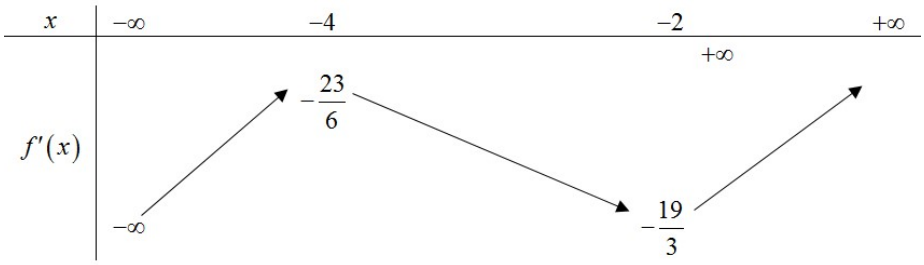
Giả sử Δ cắt d tại $N\left(-1+3t;2-2t;2+2t\right)$. Ta có $\overrightarrow{MN}=\left(3t-3;-2t;2t-2\right)$.

Do $\Delta\,//\left(P\right)$ nên $\overrightarrow{MN}\perp\vec{n}$, suy ra $\overrightarrow{MN}.\vec{n}=1\left(3t-3\right)+3\left(-2t\right)+2\left(2t-2\right)=0\Leftrightarrow t=7$.

Ta được $\overrightarrow{MN}=\left(18;-14;12\right)$. Khi đó đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(2;2;4\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(9;-7;6\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-2}{9}=\dfrac{y-2}{-7}=\dfrac{z-4}{6}$.

Câu 46: Cho hàm bậc bốn và $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hỏi hàm số $g(x)=\left|\dfrac{1}{3}f(x^3)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

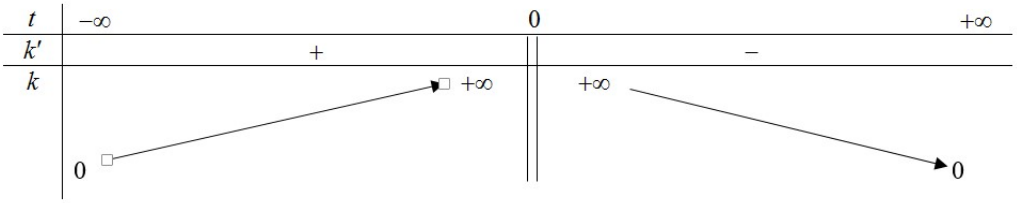
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

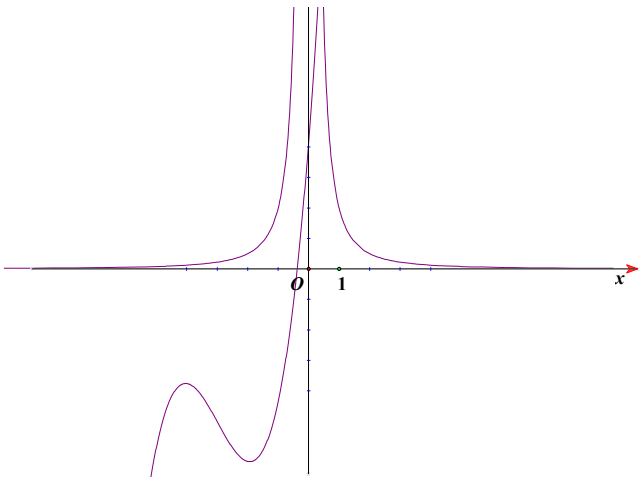
Xét hàm số

$$h(x)=\frac{1}{3}f(x^3)-2x \Rightarrow h'(x)=x^2f'(x^3)-2 \Rightarrow h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x^3)=\frac{2}{x^2}, \forall x\neq 0 \quad (1)$$

Đặt $t=x^3 \Rightarrow f'(t)=\dfrac{2}{\sqrt[3]{t^2}}$. Ta xét hàm số $k(t)=\dfrac{2}{\sqrt[3]{t^2}} \Rightarrow k'(t)=-\dfrac{4}{3\sqrt[3]{t^5}}$

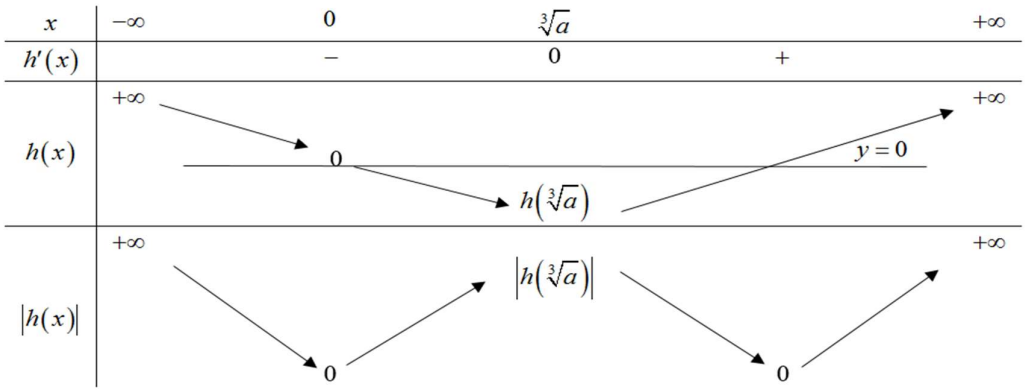


Ta có đồ thị hàm số



Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'\left(t\right)=\dfrac{2}{\sqrt[3]{t^2}}$ tại $a>0\Rightarrow a=x^3\Rightarrow x=\sqrt[3]{a}>0$

Ta có bảng biến thiên



(Vì $h\left(0\right)=\dfrac{1}{3}f\left(0\right)-2.0=0-0=0$). Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số $\left(x;y\right)$ thỏa mãn tính chất $\left(\log_y x\right)^{2021}=\log_y x^{2021}$, ở đó x là số thực dương, y là số nguyên dương nhỏ hơn 2021?

A. 4038. **B.** 6057. **C.** 6060. **D.** 4040.

Hướng dẫn giải

Chọn B

◆ Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ y\in\mathbb{N}^*,\ 2\le y\le 2020\end{cases}$

$$\left(\log_y x\right)^{2021}=\log_y x^{2021}\Leftrightarrow\left(\log_y x\right)^{2021}-2021.\log_y x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_y x=0\\ \left(\log_y x\right)^{2020}=2021\end{array}\right.$$

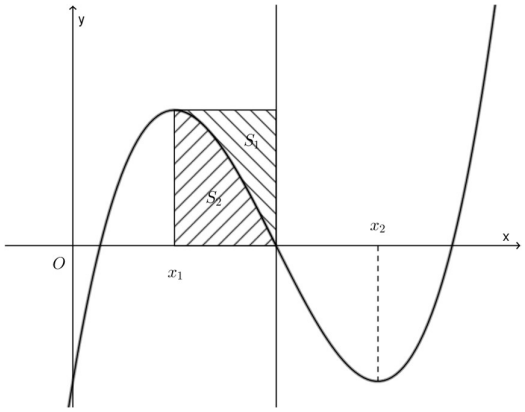
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \log_y x=\pm\sqrt[2020]{2021}=\pm a\ne\pm 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=y^{\pm a}\end{array}\right.$$

◆ Với $x=1\Rightarrow y\in\left\{2;3;4;...;2020\right\}\Rightarrow$ có 2019 cặp $\left(x;y\right)$

◆ $x=y^{\pm a}$, có $2\le y\le 2020\Rightarrow$ có $2019.2=4038$ cặp $\left(x;y\right)$

◆ Vậy có 6057.

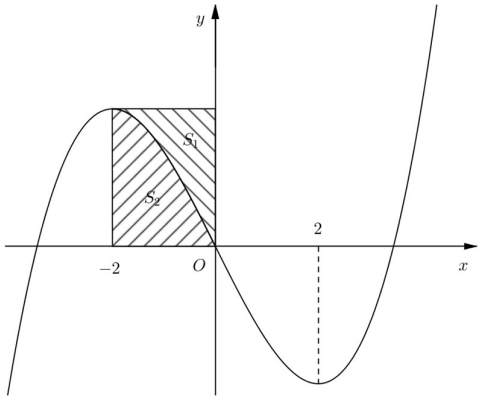
Câu 48. Cho $f\left(x\right)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_1; x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và tâm đối xứng của đồ thị hàm số nằm trên trục hoành. Gọi S_1; S_2 là diện tích hình phẳng như trong hình vẽ. Tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:



A. $-\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là điểm uốn của đồ thị hàm số

Tịnh tiến đồ thị theo vector $\overrightarrow{IO}$ ta được đồ thị hàm số $y = g\left(x\right)$ có điểm uốn là gốc tọa độ O và hai điểm cực trị $x_3 = -2$, $x_4 = 1$.

$\Rightarrow g'\left(x\right) = 3a\left(x+2\right)\left(x-2\right) = 3a\left(x^2-4\right)$ với $a \neq 0$.

Từ đó ta có $g\left(x\right) = a\left(x^3 - 12x\right) + d$.

Do $g\left(x\right)$ đi qua gốc tọa độ O nên $d = 0 \Rightarrow g\left(x\right) = a\left(x^3 - 12x\right)$.

Ta có $S_2 = \int\limits_{-2}^{0} a\left(x^3 - 12x\right)\mathrm{d}x = a\left(\dfrac{x^4}{4} - 6x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0} = 20a$.

Lại có: $S_1 + S_2$ bằng diện tích của hình chữ nhật có các cạnh là 2 và $g\left(-2\right) = 16a$

$\Rightarrow S_1 + S_2 = 32a$. Do đó $S_1 = 32a - 20a = 12a$.

Vậy $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{12a}{20a} = \dfrac{3}{5}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|z + 2 - i\right| = \sqrt{5}$. Gọi z_1, z_2 lần lượt là hai số phức làm cho biểu thức $P = \left|z - 2 - 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất và lớn nhất. Tính $T = 3\left|z_1\right| + 2\left|z_2\right|$.

A. $T = 20$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 14$. **D.** $T = 24$.

Hướng dẫn giải:

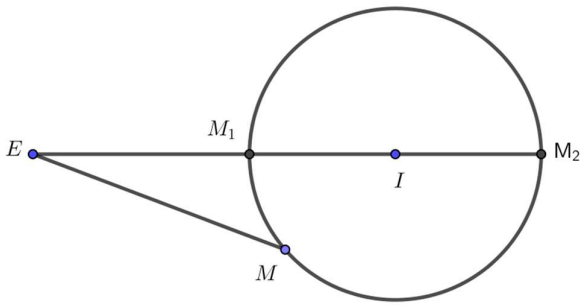
Chọn C

Ta có: $\left|z + 2 + i\right| = \sqrt{5} \Rightarrow$ Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(-2;1\right)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi $E\left(2;3\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $2 + 3i \Rightarrow P = \left|z - 2 - 3i\right| = EM$.

Phương trình đường thẳng $IE : x - 2y + 4 = 0$.

Phương trình đường tròn tâm $I : \left(x + 2\right)^2 + \left(y - 1\right)^2 = 5$



$P_{\max} = EI + R \Leftrightarrow M \equiv M_2$, $P_{\min} = EI - R \Leftrightarrow M \equiv M_1$.

Toạ độ M_1, M_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 2y + 4 = 0 \\ \left(x + 2\right)^2 + \left(y - 1\right)^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} M_1\left(0;2\right), P_{\min} = \sqrt{5} \\ M_2\left(-4;0\right), P_{\max} = 3\sqrt{5} \end{bmatrix}$

$\Rightarrow z_1 = 2i; z_2 = -4 \Rightarrow T = 3\left|z_1\right| + 2\left|z_2\right| = 3.2 + 2.4 = 14$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz,$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $\left(P\right) : x + y - z - 6 = 0.$ Gọi $\left(\alpha\right)$ là mặt phẳng đi qua đường thẳng d và tạo với $\left(P\right)$ một góc nhỏ nhất. Khi đó dạng phương trình tổng quát của $\left(\alpha\right)$ là $ax + by + z + d = 0.$ Khi đó giá trị của $a + b + d$ bằng:

A. $6.$ **B.** $-7.$ **C.** $5.$ **D.** $-3.$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

VTPT của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left(a;b;1\right)$.

Do đường thẳng $\left(d\right)$ nằm trong mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ suy ra $a+2b-2=0\left(1\right)$

Góc tạo bởi $\left(\alpha\right)$ và $\left(P\right)$ lớn nhất $\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)\right|=\dfrac{\left|a+b-1\right|}{\sqrt{3\left(a^2+b^2+1\right)}}$ đạt GTNN.

Từ $\left(1\right)$ suy ra $a=2-2b$ thế vào: $\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)\right|=\dfrac{\left|1-b\right|}{\sqrt{3\left(5b^2-8b+5\right)}}$.

$\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)\right|=\sqrt{\dfrac{\left(1-b\right)^2}{3\left(5b^2-8b+5\right)}}=\sqrt{\dfrac{1-2b+b^2}{15b^2-24b+15}}$.

$\Rightarrow\min\left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{9}\Leftrightarrow b=-1$.

Suy ra mặt phẳng $\left(\alpha\right):4x-y+z+d=0$. Vì $M\left(2;1;-1\right)\in\left(d\right)\Rightarrow d=-6$.

$\Rightarrow a+b+d=-3$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 14

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ tham gia văn nghệ ?

A. $C_6^1 + C_9^1$. **B.** $C_6^1 C_{15}^1$. **C.** $C_6^1 + C_{15}^1$. **D.** $C_6^1.C_9^1$.

Câu 2: Cho một cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 8$ và $u_3 = 32$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 24. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	17	↘	-15	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -2$.

B. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là -15.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $M(-2;17)$.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = 2$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

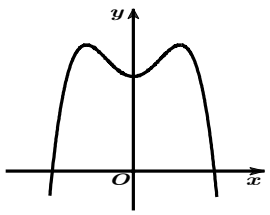
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-2}$ là

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

C. $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y = -x^3 - 3x + 3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - x - 4$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log\sqrt{a}$ bằng

A. $\sqrt{a}$. **B.** $\frac{1}{2}\log a$. **C.** a. **D.** 0.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là:

A. $y' = 2e^{1-2x}$. **B.** $y' = -2e^{1-2x}$. **C.** $y' = -\dfrac{e^{1-2x}}{2}$. **D.** $y' = e^{1-2x}$.

Câu 11: Với a là số thực tuỳ ý, $\sqrt[3]{a^5}$ bằng

A. a^3. **B.** $a^{\frac{3}{5}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** a^2.

Câu 12: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3 2.\log_2\left(x-5\right) = 2$ là

A. $x = 14$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 7$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \mathrm{e}^x + \cos x + 2018$ là

A. $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018x + C$. **B.** $\mathrm{e}^x - \sin x + 2018x + C$.

C. $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018x$. **D.** $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018 + C$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right) = \sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3\cos 3x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -3\cos 3x + C$.

Câu 16: Nếu $\int\limits_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 27$ thì kết quả $\int\limits_{-3}^0 f\left(-3x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 9. **C.** -3. **D.** -81.

Câu 17: Tích phân $\int\limits_0^{\ln 3} e^x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** e. **D.** $e-1$.

Câu 18: Tìm số phức liên hợp của số phức $-i$.

A. -1. **B.** 1. **C.** $-i$. **D.** i.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = 2z_1 + 3z_2$.

A. $\overline{w} = 13 + 4i$. **B.** $\overline{w} = 13 + 8i$. **C.** $\overline{w} = 13 - 8i$. **D.** $\overline{w} = 13 - 4i$.

Câu 20: Trên mặt phẳng Oxy, số phức liên hợp của số phức $z = i(1+2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây ?

A. $P(-2;1)$. **B.** $Q(-2;-1)$. **C.** $N(1;-2)$. **D.** $M(-1;-2)$

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác S.

Gọi $V_{S.ABC}$, $V_{S.A'B'C'}$ lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Tỉ số $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ bằng

A. $\dfrac{AA'}{SA}.\dfrac{BB'}{SB}.\dfrac{CC'}{SC}$. **B.** $\dfrac{AA'}{SA'}.\dfrac{BB'}{SB'}.\dfrac{CC'}{SC'}$. **C.** $\dfrac{SA'}{AA'}.\dfrac{SB'}{BB'}.\dfrac{SC'}{CC'}$. **D.** $\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}$.

Câu 22: Nếu độ dài cạnh của khối lập phương tăng 2 lần thì thể tích của khối lập phương thay đổi như thế nào ?

A. Tăng 2 lần. **B.** Tăng 4 lần. **C.** Tăng 6 lần. **D.** Tăng 8 lần.

Câu 23: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 90^0 và chiều cao $h = 2\sqrt{2}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 24: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $ABC.A'B'C'$ và có độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính của đường tròn đáy bằng

A. $\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** 5. **C.** $5\sqrt{\pi}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC=2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM=3\sqrt{3}$ **B.** $AM=2\sqrt{7}$. **C.** $AM=\sqrt{29}$. **D.** $AM=\sqrt{30}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=\sqrt{10}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=10$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2(z+3)^2=10$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=9$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y-z+3=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;-1;-3)$. **B.** $N(-1;1;0)$. **C.** $H(2;-2;6)$. **D.** $K(-2;2;3)$.

Câu 28: Trong không gian (P) cho mặt phẳng $\overrightarrow{n_P}=(7;1;-4)$. Phương trình tham số của đường thẳng $d\perp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_p}$ đi qua $\Leftrightarrow$ và vuông góc với k là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-1-2t\\z=5+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2-t\\y=-1+2t\\z=5-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=1+2t\\z=-5-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-5t\end{cases}$.

Câu 29: Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^3-x+1$. **C.** $y=\frac{3x+2}{x-1}$. **D.** $y=-2x^2-3$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{-x^2+4x}\geq 3^{2x-3}$ là

A. $[-3;1]$. **B.** $[-1;3]$.

C. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$.

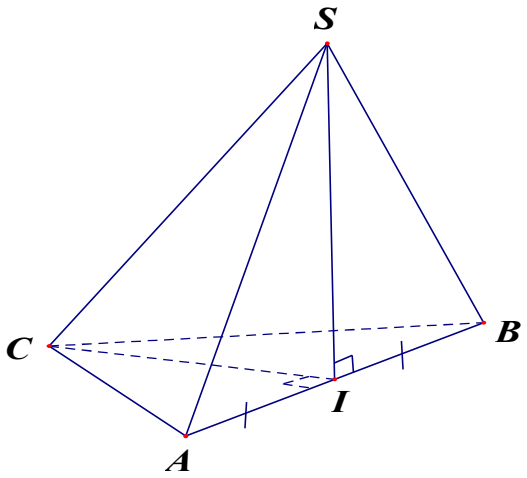
Câu 33: Cho $\int_{-1}^{11}f(x)\mathrm{d}x=18$. Tính $I=\int_{0}^{2}x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=8$. **D.** $I=10$.

Câu 34: Cho hai số phức $z_1=9i$ và $z_2=3-i$. Số phức $w=\overline{z}_1-2z_2$ là

A. $w=-6+11i$. **B.** $w=-6-7i$. **C.** $w=-15+2i$. **D.** $w=3-10i$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC và SAB là các tam giác đều, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy có tâm là O và $SA=a,\ AB=a$. Khi đó, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAD) bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **D.** a.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(1;-1;-4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính .

A. $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. **B.** $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=20$.

C. $(S):(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=20$. **D.** $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=5$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;4)$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy).

A. $(d):\begin{cases}x=-2\\y=3+t\\z=4\end{cases}$. **B.** $(d):\begin{cases}x=-2+t\\y=3\\z=4\end{cases}$. **C.** $(d):\begin{cases}x=-2\\y=3\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $(d):\begin{cases}x=-2+t\\y=3+t\\z=4+t\end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;4]$ như sau:

x	-1		1		3		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-24	↗	-4	↘	-8	↗	-4

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn đoạn $[-1;4]$ bằng

A. 4. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 40. Cho bất phương trình $m.3^{x+1}+(3m+2)(4-\sqrt{7})^x+(4+\sqrt{7})^x>0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $m>\frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m>\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m\geq\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m\geq-\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-x & \text{khi } x\geq 0\\ x & \text{khi } x<0\end{cases}$. Khi đó $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x f(\sin x)dx$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{4}{3}$.

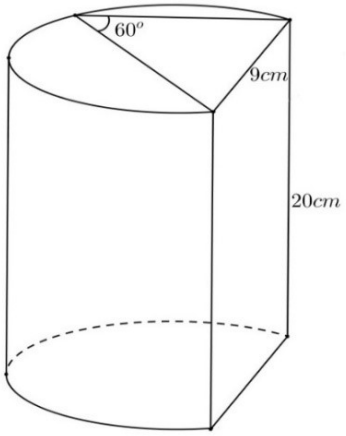
Câu 42. Có bao nhiêu số phức z có phần thực khác 0, thỏa mãn $\left|z-\left(3+i\right)\right|=5$ và $z.\bar{z}=25$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $\left(SAD\right)$ bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44. Một bác thợ hàn làm ra những chi tiết trang trí giống nhau có dạng là một phần của mặt xung quanh hình trụ như hình vẽ. Để làm ra sản phẩm đó bác thợ hàn cắt ra từ một tấm kim loại phẳng hình chữ nhật kích thước $120\,cm\times 240\,cm$ thành những miếng kim loại hình chữ nhật bằng nhau, một cạnh $20\,cm$, cạnh còn lại có độ dài L. Sau đó bác thợ hàn uốn cong những miếng kim loại nhỏ đó thì được sản phẩm cần làm. Hỏi từ tấm kim loại ban đầu bác thợ hàn có thể làm được tối đa bao nhiêu sản phẩm như vậy. Giả sử hao phí nguyên vật liệu là không đáng kể.

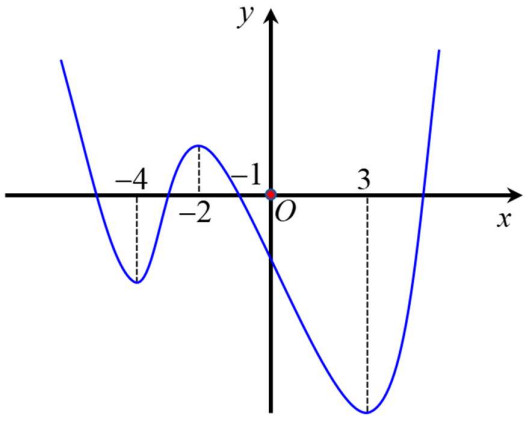


A. 60. **B.** 72. **C.** 66. **D.** 80.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$, $d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y-2z+5=0$. Đường thẳng d song song với $\left(P\right)$ và cắt d_1,d_2 tại hai điểm A,B sao cho AB có độ dài nhỏ nhất. Biết d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(a;b;1\right)$. Giá trị $2a+3b$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



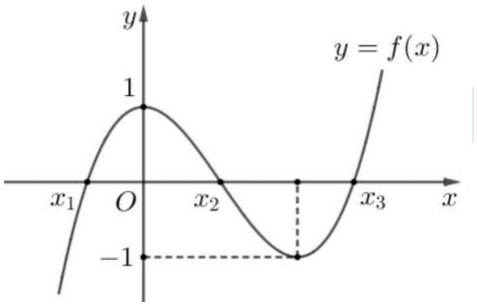
Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2+2x\right)-x^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\log_2 x-\sqrt{2}\right)\left(\log_2 x-y\right)<0$ chứa tối đa 1000 số nguyên ?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hàm số đã cho cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ x_1,x_2,x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x_3-x_1=2\sqrt{3}$. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và trục Ox là S, diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)+1$, $y=-f\left(x\right)-1$, $x=x_1$ và $x=x_3$ bằng

A. $S+2\sqrt{3}$. **B.** $S+4\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|z+2-4i\right|=\left|z-2i\right|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z-i\right|^2+\left|z-4+i\right|^2$.

A. $P_{\min}=46$. **B.** $P_{\min}=56$. **C.** $P_{\min}=36$. **D.** $P_{\min}=48$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Xét các khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C). Biết rằng khi thể tích của khối nón lớn nhất thì mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax+by-z+d=0$. Tính $P=a-b-d$.

A. $P=-4$. **B.** $P=8$. **C.** $P=0$. **D.** $P=4$.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 14

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2.C	3.A	4.D	5.C	6.A	7.B	8.B	9.B	10.B
11.C	12.A	13.A	14.A	15.B	16.B	17.A	18.D	19.D	20.B
21D	22.D	23.C	24.D	25.C	26.B	27.B	28.C	29.A	30.B
31.B	32.B	33.B	34.B	35.B	36.C	37.D	38.C	39.B	40.B
41.A	42.D	43.A	44.C	45.B	46.A	47.A	48.C	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh gồm 1 nam và 1 nữ tham gia văn nghệ ?

A. $C_6^1 + C_9^1$. **B.** $C_6^1 C_{15}^1$. **C.** $C_6^1 + C_{15}^1$. **D.** $C_6^1.C_9^1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Chọn 1 học sinh nam từ 6 học sinh nam có: C_6^1 cách chọn.

Chọn 1 học sinh nữ từ 9 học sinh nữ có: C_9^1 cách chọn.

Vậy có $C_6^1 C_9^1$ cách chọn 2 học sinh đi lao động trong đó có đúng 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ.

Câu 2: Cho một cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_2 = 8$ và $u_3 = 32$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

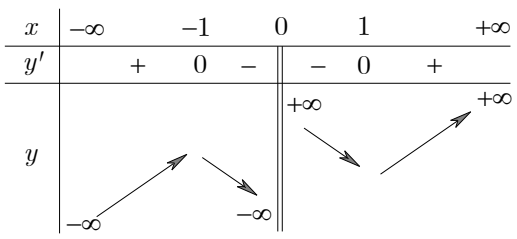
A. 24. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức: $u_{n+1} = u_n.q$. Ta có: $u_3 = u_2.q \Rightarrow q = \frac{u_3}{u_2} = \frac{32}{8} = 4$.

Câu 3: Cho hàm số $AE \perp SD$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?



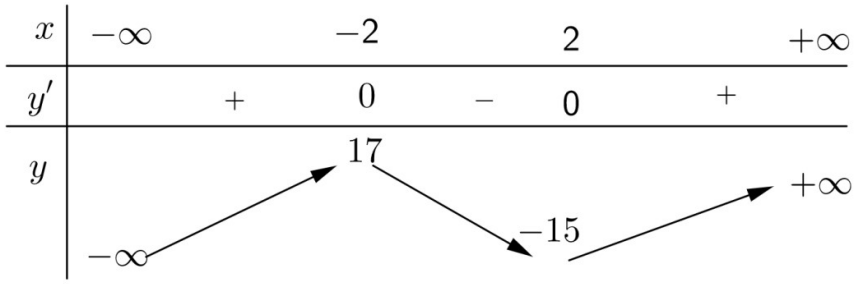
A. $\left(-1;\ 0\right)$. **B.** $\left(-1;\ 1\right)$. **C.** $\left(-\infty;\ -1\right)$. **D.** $8a + d$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trong khoảng $\left(-1;\,0\right)$ đạo hàm $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\,0\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là **sai** ?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại $x=-2$.

B. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f\left(x\right)$ là -15.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $M\left(-2;17\right)$.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy:

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là $N(2;-15)$ nên D sai.

Câu 5: Cho hàm số $f\left(x\right)$, bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$. Vậy hàm số có một điểm cực tiểu.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

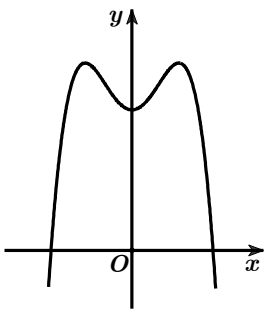
Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

Ta có: $y=\dfrac{1-2x}{x-2}=\dfrac{-2x+1}{x-2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2$ nên đường thẳng $y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^4-2x^2+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^3+3x^2-x-4$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$2x^3+3x^2-x-4=0$$
$$\Leftrightarrow x=1$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 1.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log\sqrt{a}$ bằng

A. $\sqrt{a}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log a$. **C.** a. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log\sqrt{a}=\log a^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}\log a$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=e^{1-2x}$ là:

A. $y'=2e^{1-2x}$. **B.** $y'=-2e^{1-2x}$. **C.** $y'=-\dfrac{e^{1-2x}}{2}$. **D.** $y'=e^{1-2x}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=e^{1-2x}.\left(1-2x\right)'=-2e^{1-2x}$.

Câu 11: Với a là số thực tuỳ ý, $\sqrt[3]{a^5}$ bằng

A. a^3. **B.** $a^{\frac{3}{5}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** a^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với số thực a ta có $\sqrt[3]{a^5} = a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 12: Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $3^{x^4-3x^2} = 81 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 = 4 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = -1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$

.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^4-3x^2} = 81$ bằng 0.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_3 2.\log_2\left(x-5\right) = 2$ là

A. $x = 14$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$.

Phương trình $\log_3 2.\log_2\left(x-5\right) = 2 \Leftrightarrow \log_3\left(x-5\right) = 2 \Leftrightarrow x - 5 = 9 \Leftrightarrow x = 14$.

Vậy nghiệm của phương trình $x = 14$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \mathrm{e}^x + \cos x + 2018$ là

A. $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018x + C$. **B.** $\mathrm{e}^x - \sin x + 2018x + C$.

C. $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018x$. **D.** $\mathrm{e}^x + \sin x + 2018 + C$.

Hướng dẫn giải

Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \mathrm{e}^x + \cos x + 2018$ là: $F\left(x\right) = \mathrm{e}^x + \sin x + 2018x + C$.

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right) = \sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\cos 3x + C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3\cos 3x + C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -3\cos 3x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 16: Nếu $\int\limits_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 27$ thì kết quả $\int\limits_{-3}^0 f\left(-3x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 9. **C.** -3. **D.** -81.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t = -3x \Rightarrow \mathrm{d}t = -3\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x = -3 \Rightarrow t = 9$; $x = 0 \Rightarrow t = 0$.

Vậy $I=\int\limits_{-3}^{0} f\left(-3x\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\int\limits_{9}^{0} f\left(t\right)\ \mathrm{dt}=\frac{1}{3}\int\limits_{0}^{9} f\left(x\right)\ \mathrm{d}x=\frac{1}{3}.27=9$

Câu 17: Tích phân $\int\limits_{0}^{\ln 3} e^{x}\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** e. **D.** $e-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\int\limits_{0}^{\ln 3} e^{x}\,\mathrm{d}x=e^{x}\Big|_{0}^{\ln 3}=e^{\ln 3}-e^{0}=2$.

Câu 18: Tìm số phức liên hợp của số phức $-i$.

A. -1. **B.** 1. **C.** $-i$. **D.** i.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=3+2i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w=2z_1+3z_2$.

A. $\overline{w}=13+4i$. **B.** $\overline{w}=13+8i$. **C.** $\overline{w}=13-8i$. **D.** $\overline{w}=13-4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$w=2z_1+3z_2=2(2-i)+3(3+2i)=13+4i$

$\overline{w}=13-4i$.

Câu 20: Trên mặt phẳng Oxy, số phức liên hợp của số phức $z=i(1+2i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây ?

A. $P(-2;1)$. **B.** $Q(-2;-1)$. **C.** $N(1;-2)$. **D.** $M(-1;-2)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $z=i\left(1+2i\right)=i-2=-2+i\Rightarrow\overline{z}=-2-i$.

Trên mặt phẳng tọa độ, số phức liên hợp của số phức $z=i(1+2i)$ có điểm biểu diễn là điểm $Q(-2;-1)$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác S. Gọi $V_{S.ABC}$, $V_{S.A'B'C'}$ lần lượt là thể tích của hai khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$ bằng

A. $\frac{AA'}{SA}.\frac{BB'}{SB}.\frac{CC'}{SC}$. **B.** $\frac{AA'}{SA'}.\frac{BB'}{SB'}.\frac{CC'}{SC'}$. **C.** $\frac{SA'}{AA'}.\frac{SB'}{BB'}.\frac{SC'}{CC'}$. **D.** $\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có công thức $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$.

Câu 22: Nếu độ dài cạnh của khối lập phương tăng 2 lần thì thể tích của khối lập phương thay đổi như thế nào ?

A. Tăng 2 lần. **B.** Tăng 4 lần. **C.** Tăng 6 lần. **D.** Tăng 8 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cạnh của khối lập phương	Thể tích khối lập phương
a	$V_a = a^3$
$2a$	$V_{2a} = (2a)^3 = 8a^3 = 8V_a$

Câu 23: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 90^0 và chiều cao $h = 2\sqrt{2}$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi I, O lần lượt là đỉnh và tâm đường tròn đáy của hình nón. Gọi M là điểm tùy ý thuộc đường tròn đáy.

Tam giác OIM vuông cân tại O nên độ dài đường sinh của hình nón là $l = IM = OI\sqrt{2} = h\sqrt{2} = 2\sqrt{2}.\sqrt{2} = 4$.

Câu 24: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $ABC.A'B'C'$ và có độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Bán kính của đường tròn đáy bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **B.** 5. **C.** $5\sqrt{\pi}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức $S_{xq} = 2\pi rl$.

Vì $l = 2r$ nên $4\pi r^2 = 50\pi \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{50}{4}} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A. $AM = 3\sqrt{3}$ **B.** $AM = 2\sqrt{7}$. **C.** $AM = \sqrt{29}$. **D.** $AM = \sqrt{30}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\overrightarrow{MC}$ và $\overrightarrow{MB}$ ngược hướng và $MC = 2MB$ nên $\overrightarrow{MC} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \dfrac{x_C + 2x_B}{3} \\ y_M = \dfrac{y_C + 2y_B}{3} \\ z_M = \dfrac{z_C + 2z_B}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -1 \\ y_M = 4 \\ z_M = 2 \end{cases}$ hay $M(-1;4;2)$.

Vậy $AM = \sqrt{29}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = \sqrt{10}$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 10$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 (z+3)^2 = 10$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi M là hình chiếu của $I(1;-2;3)$ lên Oy, ta có: $M(0;-2;0)$.

$\overrightarrow{IM} = (-1;0;-3) \Rightarrow R = d(I,Oy) = IM = \sqrt{10}$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 (z-3)^2 = 10$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - z + 3 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;-1;-3)$. **B.** $N(-1;1;0)$. **C.** $H(2;-2;6)$. **D.** $K(-2;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 28: Trong không gian (P) cho mặt phẳng $\overrightarrow{n_P} = (7;1;-4)$. Phương trình tham số của đường thẳng $d \perp (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_p}$ đi qua $\Leftrightarrow$ và vuông góc với k là

A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 5t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{a_d} = \overrightarrow{n_P} = (7;1-4)$ có một vectơ pháp tuyến d

Vì $\frac{x-2}{7}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-4}$ vuông góc với $Oxyz$, nên $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$ có một vectơ chỉ phương Δ

$A\left(2;3;-1\right)$ đi qua d và có vectơ chỉ phương B

Vậy phương trình tham số của B là $\left(\alpha\right):x+y+z-1=0$

Câu 29: Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ 1 đến 30 có 10 số chia hết cho 3 nên xác suất để chọn được 1 chiếc thẻ mang số chia hết cho 3 là $\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-x^3-x+1$. **C.** $y=\frac{3x+2}{x-1}$. **D.** $y=-2x^2-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=-x^3-x+1\Rightarrow y'=-3x^2-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(x)=x^3+x^2+2x+3$.

TXĐ: $D=R$, $y'=3x^2+2x+2>0\forall x\in R$ nên hàm số không có cực trị.

Do đó, $\max\limits_{[-1;2]}y=\max\left\{f(-1),f(2)\right\}=19,\min\limits_{[-1;2]}y=\min\left\{f(-1),f(2)\right\}=1$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{-x^2+4x}\geq 3^{2x-3}$ là

A. $\left[-3;1\right]$. **B.** $\left[-1;3\right]$.

C. $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-3\right]\cup\left[1;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$3^{-x^2+4x} \ge 3^{2x-3} \Leftrightarrow -x^2+4x \ge 2x-3 \Leftrightarrow -x^2+2x+3 \ge 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 3$.

Câu 33: Cho $\int\limits_{-1}^{11} f\left(x\right)\mathrm{d}x = 18$. Tính $I = \int\limits_{0}^{2} x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=7$. **C.** $I=8$ **D.** $I=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t = 3x^2-1$, $\mathrm{d}t = 6x\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=-1$, $x=2 \Rightarrow t=11$

$$I = \int\limits_{0}^{2} x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x = \int\limits_{0}^{2} 2x\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} xf\left(3x^2-1\right)\mathrm{d}x = 4+\frac{1}{6}\int\limits_{-1}^{11} f\left(t\right)\mathrm{d}t = 4+\frac{1}{6}.18 = 7.$$

Câu 34: Cho hai số phức $z_1 = 9i$ và $z_2 = 3-i$. Số phức $w = \overline{z}_1 - 2z_2$ là

A. $w=-6+11i$. **B.** $w=-6-7i$. **C.** $w=-15+2i$. **D.** $w=3-10i$.

Hướng dẫn giải

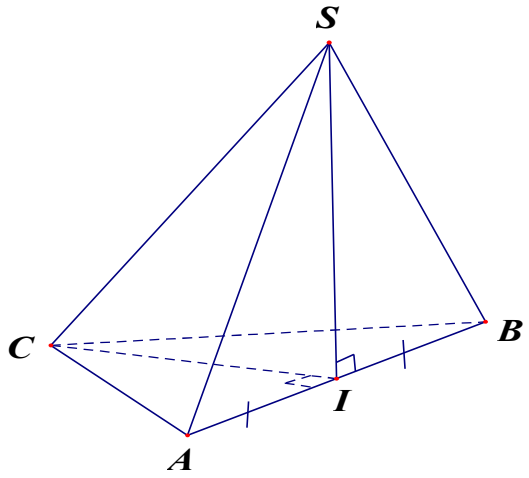
Chọn B

Ta có: $w = \overline{z}_1 - 2z_2 = -9i-2(3-i) = -9i-6+2i = -6-7i$.

Vậy số phức $w=-6-7i$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC và SAB là các tam giác đều, hình chiếu vuông góc của S lên

mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trung điểm I của cạnh AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng



A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo giả thiết bài toán ta có $SI \perp \left(ABC\right)$ suy ra IC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

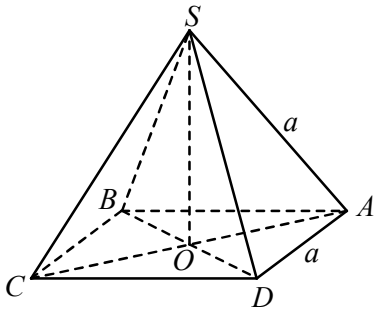
Khi đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SC và IC hay góc $\widehat{SCI}$.
Lại có, $\Delta SAB = \Delta CAB$ suy ra $CI = SI$, nên tam giác SIC vuông cân tại I.
Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy có tâm là O và $SA = a,\ AB = a$. Khi đó, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAD) bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a}{\sqrt{6}}$. **D.** a.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có : $V_{S.ABCD} = (AB)^3 \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6} \Rightarrow V_{S.AOD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Diện tích tam giác SAD là $S_{SAD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $d[O,(SAD)] = \frac{3.V_{SAOD}}{S_{SAD}} = \frac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$ và $B(1;-1;-4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính.

A. $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$. **B.** $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 20$.

C. $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 20$. **D.** $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi I là tâm của mặt cầu $(S) \Rightarrow I$ là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;0;-2)$.

$\overrightarrow{AB} = (0;-2;-4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{5}$.

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;3;4)$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (Oxy).

A. $(d): \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$. **B.** $(d): \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 \\ z = 4 \end{cases}$. **C.** $(d): \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ z = 4 + t \end{cases}$. **D.** $(d): \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

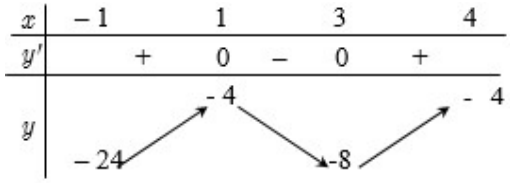
Hướng dẫn giải

Chọn C

Do $(d) \perp (Oxy) \Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của (d) là $\vec{k} = (0;0;1)$.

Vậy phương trình $(d): \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \\ z = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;4]$ như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |f(x)|$ trên đoạn đoạn $[-1;4]$ bằng

A. 4. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{[-1;4]} f(x) = -24 \Leftrightarrow x = -1$;

$\max\limits_{[-1;4]} f(x) = -4 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$.

Do đó, $\max\limits_{[-1;4]} |f(x)| = 24 \Leftrightarrow x = -1$.

Câu 40. Cho bất phương trình $m.3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty;0)$.

A. $m > \dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $m \geq \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $m \geq -\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$m.3^{x+1} + (3m+2).(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$

$\Leftrightarrow 3m + (3m+2).\left(\dfrac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0$

Đặt $t = \left(\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, vì $x < 0$ nên $0 < t < 1$.

BPT trở thành $3m + \dfrac{3m+2}{t} + t > 0,\ \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow 3m > \dfrac{-t^2-2}{t+1}, t \in (0;1)$

Xét $f(t) = \dfrac{-t^2-2}{t+1}, t \in (0;1)$

$f^t(t) = \dfrac{-t^2-2t+2}{(t+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{3}-1$

x	0		$\sqrt{3}-1$		1
y'		$+$	0	$-$	
y	-2	↗	$\dfrac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}}$	↘	$\dfrac{-3}{2}$

Vậy yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 3m > \dfrac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m > \dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{khi } x \geq 0 \\ x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Khi đó $I = \displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(\sin x) dx$ bằng

A. $-\dfrac{2}{3}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = -1 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.

$\Rightarrow I = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(t) dt = \int_{-1}^{1} f(x) dx$

Do $f(x) = \begin{cases} x^2 - x & \text{khi } x \geq 0 \\ x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow I=\int\limits_{-1}^{0}xdx+\int\limits_{0}^{1}\left(x^2-x\right)dx=-\frac{2}{3}.$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z có phần thực khác 0, thỏa mãn $\left|z-\left(3+i\right)\right|=5$ và $z.\bar{z}=25$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $z=a+bi,\left(a,b\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\bar{z}=a-bi$. Điều kiện: $a\neq 0$.

Theo giả thiết, ta có hệ:

$$\begin{cases}\left|z-\left(3+i\right)\right|=5\\ z.\bar{z}=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|a+bi-3-i\right|=5\\ \left(a+bi\right)\left(a-bi\right)=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{\left(a-3\right)^2+\left(b-1\right)^2}=5\\ a^2+b^2=25\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2-6a-2b=15\\ a^2+b^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25-6a-2b=15\\ a^2+b^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5-3a-b=0\\ a^2+b^2=25\end{cases}$$

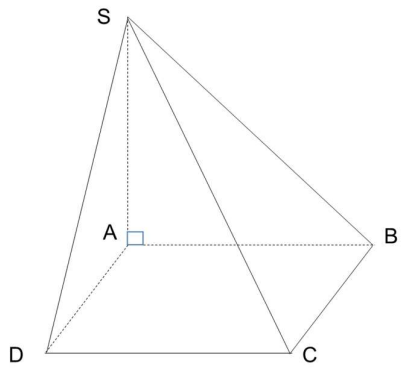
$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=5-3a\\ a^2+\left(5-3a\right)^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=5-3a\\ 10a^2-30a=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}b=5\\ a=0(l)\end{cases}\right.\\ \left.\begin{cases}b=-4\\ a=3(n)\end{cases}\right..$$

Vậy có 1 số phức z thỏa đề: $z=3-4i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng $\left(SAD\right)$ bằng 30^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.



Hướng dẫn giải

$S_{ABCD} = a^2$.

$SC \cap (SAD) = \{S\}$.

Vì $CD \perp AD; CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD)$ tại D.

Suy ra SD là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAD)

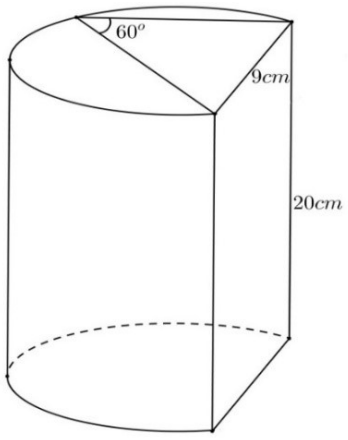
$\Rightarrow (SC,(SAD)) = (SC,SD) = \widehat{CSD} = 30^o$

$\tan 30^0 = \dfrac{DC}{SD} \Rightarrow SD = \dfrac{DC}{\tan 30^0} = a\sqrt{3}$.

$SA^2 + AD^2 = SD^2 \Rightarrow SA^2 = SD^2 - AD^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$.

Khi đó: $V = \dfrac{1}{3}.S_{S.ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

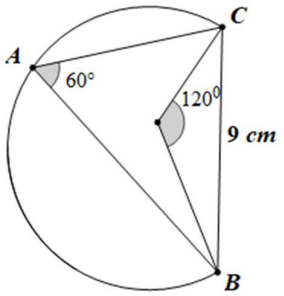
Câu 44. Một bác thợ hàn làm ra những chi tiết trang trí giống nhau có dạng là một phần của mặt xung quanh hình trụ như hình vẽ. Để làm ra sản phẩm đó bác thợ hàn cắt ra từ một tấm kim loại phẳng hình chữ nhật kích thước $120\,cm \times 240\,cm$ thành những miếng kim loại hình chữ nhật bằng nhau, một cạnh $20\,cm$, cạnh còn lại có độ dài L. Sau đó bác thợ hàn uốn cong những miếng kim loại nhỏ đó thì được sản phẩm cần làm. Hỏi từ tấm kim loại ban đầu bác thợ hàn có thể làm được tối đa bao nhiêu sản phẩm như vậy. Giả sử hao phí nguyên vật liệu là không đáng kể.



A. 60. **B.** 72. **C.** 66. **D.** 80.

Hướng dẫn giải

Sản phẩm bác thợ hàn làm ra là một phần của mặt xung quanh hình trụ có đáy là một phần của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC như hình vẽ.



Gọi R là bán kính đường tròn đó, áp dụng định lí $\sin$ trong tam giác ABC ta có

$$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{9}{2\sin 60^0} = 3\sqrt{3}\,cm$$

Gọi L là độ dài phần cung tròn đó.

Dễ thấy góc ở tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng 120^0 nên ta có

$$L = \frac{2}{3}.2\pi R = 4\pi\sqrt{3}\,cm\,.$$

Do đó diện tích xung quanh của sản phẩm đó là $S_{xq} = 20.L = 20.4\pi\sqrt{3} = 80\pi\sqrt{3}\,cm^2$

Số sản phẩm tối đa bác thợ hàn có thể làm được là $\frac{240.120}{80\pi\sqrt{3}} = 66{,}16$

Vậy tối đa bác thợ hàn có thể làm được 66 sản phẩm.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$, $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Đường thẳng d song song với (P) và cắt d_1, d_2 tại hai điểm A, B sao cho AB có độ dài nhỏ nhất. Biết d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;1)$. Giá trị $2a + 3b$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Gọi $A(-1+t_1;-2+2t_1;t_1) \in d_1$, $B(2+2t_2;1+t_2;1+t_2) \in d_2$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-t_1 + 2t_2 + 3; -2t_1 + t_2 + 3; -t_1 + t_2 + 1)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1;-2)$.

Do $AB // (P)$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{n}$

$\Rightarrow 1(-t_1 + 2t_2 + 3) + 1(-2t_1 + t_2 + 3) - 2(-t_1 + t_2 + 1) = 0 \Leftrightarrow t_2 = t_1 - 4$.

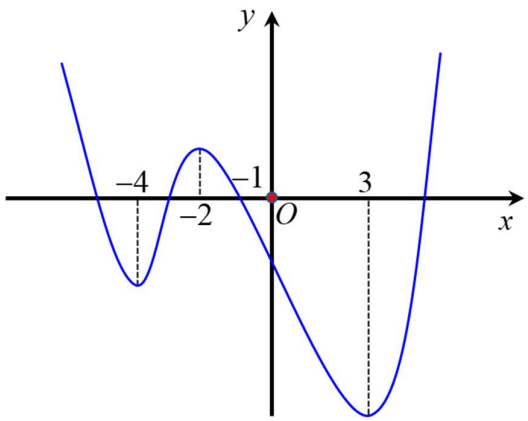
Khi đó $AB=\sqrt{\left(t_1-5\right)^2+\left(-t_1-1\right)^2+\left(-3\right)^2}=\sqrt{2t_1^2-8t_1+35}=\sqrt{2\left(t_1-2\right)^2+27}\geq 3\sqrt{3}$.

Suy ra AB có độ dài nhỏ nhất bằng $3\sqrt{3}$, đạt được khi $t_1=2\Rightarrow t_2=-2$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A,B có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=\left(-3;-3;-3\right)$. Chọn vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;1;1\right)$.

Vậy $t_1=1,t_2=1\Rightarrow 2t_1+3t_2=5$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2+2x\right)-x^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Ta có : $g'\left(x\right)=\left(2x+2\right).f'\left(x^2+2x\right)-2x$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x^2+2x\right)=\dfrac{x}{x+1}$, do $x=-1$ không phải là nghiệm phương trình.

Xét hàm số : $y=f'\left(x^2+2x\right)$.

$y'=\left(2x+2\right)f''\left(x^2+2x\right)$.

Khi đó, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=-4\\x^2+2x=-2\\x^2+2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f'(3)$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$f'(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

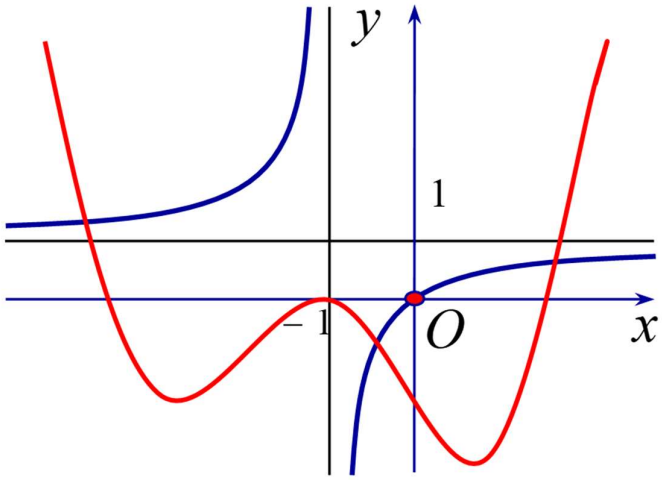
Xét hàm số: $y=\dfrac{x}{x+1}$.

$y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'	$+$		$\|\|$	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	1

Số nghiệm của phương trình: $f'\left(x^2+2x\right)=\dfrac{x}{x+1}$ chính bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f'\left(x^2+2x\right)$ và $y=\dfrac{x}{x+1}$.



Từ đồ thị suy ra phương trình $g'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn, nên hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\log_2 x-\sqrt{2}\right)\left(\log_2 x-y\right)<0$ chứa tối đa 1000 số nguyên x?

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

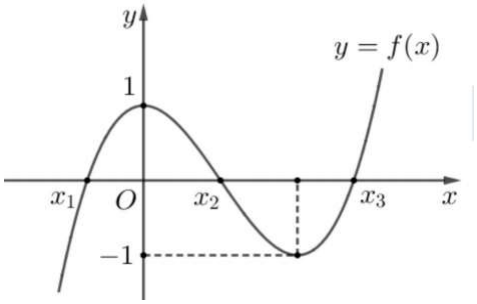
Chọn A

TH1. Nếu $y=\sqrt{2}\notin\mathbb{Z}$

TH2. Nếu $y>\sqrt{2}\Rightarrow\left(\log_2 x-\sqrt{2}\right)\left(\log_2 x-y\right)\Leftrightarrow 2^{\sqrt{2}}<x<2^y$. Tập nghiệm của BPT chứa tối đa 1000 số nguyên $\{3;4;...;1002\}\Leftrightarrow 2^y\le 1003\Leftrightarrow y\le\log_2 1003\approx 9,97\Rightarrow y\in\{2;...;9\}$ có 8 giá trị

TH3. Nếu $y<\sqrt{2}\Rightarrow y=1\Rightarrow\left(\log_2 x-\sqrt{2}\right)\left(\log_2 x-y\right)<0\Leftrightarrow 1<\log_2 x<\sqrt{2}\Leftrightarrow 2<x<2^{\sqrt{2}}$. Tập nghiệm không chứa số nguyên x nào $\Rightarrow y=1$ nhận.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$ như hình vẽ.



Biết rằng đồ thị hàm số đã cho cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ x_1,x_2,x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $x_3-x_1=2\sqrt{3}$. Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và trục Ox là S, diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)+1$, $y=-f\left(x\right)-1$, $x=x_1$ và $x=x_3$ bằng

A. $S+2\sqrt{3}$. **B.** $S+4\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: "x_1,x_2,x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng" $\Rightarrow x_2=\dfrac{x_1+x_3}{2}$

Ta có: "Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\left(C\right)$ và trục Ox là S"

Vậy dựa vào hình ảnh, ta có: $S=\int\limits_{x_1}^{x_2}f\left(x\right)dx-\int\limits_{x_2}^{x_3}f\left(x\right)dx$

Do $f\left(x\right)$ làm hàm số bậc 3 nên ta có: $\int\limits_{x_1}^{x_2}f\left(x\right)dx=-\int\limits_{x_2}^{x_3}f\left(x\right)dx\ \left(1\right)$

Ta có: "diện tích S_1 của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right)+1$, $y=-f\left(x\right)-1$, $x=x_1$ và $x=x_3$"

$$\Rightarrow S_1=\int_{x_1}^{x_3}\left|f\left(x\right)+1-\left(-f\left(x\right)-1\right)\right|dx=\int_{x_1}^{x_3}\left|2f\left(x\right)+2\right|dx=2.\int_{x_1}^{x_3}\left|f\left(x\right)+1\right|dx=2.\int_{x_1}^{x_3}\left|f\left(x\right)-\left(-1\right)\right|dx$$

Dựa vào đồ thị ta có thể thấy rằng, khi $x\in\left(x_1;x_3\right)$ thì đồ thị $y=f\left(x\right)$ nằm phía trên đồ thị $y=-1$

$$\Rightarrow S_1=2.\int_{x_1}^{x_3}\left|f\left(x\right)-\left(-1\right)\right|dx=2.\int_{x_1}^{x_3}\left[f\left(x\right)-\left(-1\right)\right]dx=2\left[\int_{x_1}^{x_3}f\left(x\right)dx+\int_{x_1}^{x_3}1.dx\right]$$

Trong đó: $\int_{x_1}^{x_3}1.dx=x\Big|_{x_1}^{x_3}=x_3-x_1=2\sqrt{3}$

Trong đó: $\int_{x_1}^{x_3}f\left(x\right)dx=\int_{x_1}^{x_2}f\left(x\right)dx+\int_{x_2}^{x_3}f\left(x\right)dx$

Mà theo $\left(1\right)$ thì ta có: $\int_{x_1}^{x_3}f\left(x\right)dx=-\int_{x_2}^{x_3}f\left(x\right)dx+\int_{x_2}^{x_3}f\left(x\right)dx=0$

Vậy ta có: $S_1=2\left[\int_{x_1}^{x_3}f\left(x\right)dx+\int_{x_1}^{x_3}1.dx\right]=2.\left(0+2\sqrt{3}\right)=4\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|z+2-4i\right|=\left|z-2i\right|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z-i\right|^2+\left|z-4+i\right|^2$.

A. $P_{\min}=46$. **B.** $P_{\min}=56$. **C.** $P_{\min}=36$. **D.** $P_{\min}=48$.

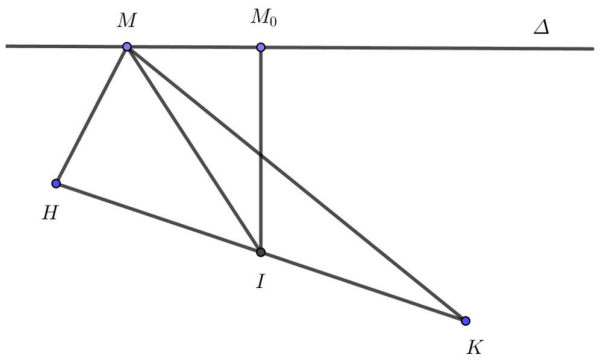
Hướng dẫn giải:

Chọn A

Gọi $M\left(x;y\right);A\left(-2;4\right);B\left(0;2\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z;-2+4i$ và $2i$.

$\left|z+2-4i\right|=\left|z-2i\right|\Rightarrow M\in\Delta:x-y+4=0$.

Gọi $H\left(0;1\right);K\left(4;-1\right)\Rightarrow P=\left|z-i\right|^2+\left|z-4+i\right|^2=MH^2+MK^2=2MI^2+\frac{HK^2}{2}$ (với $I\left(2;0\right)$ là trung điểm của HK).



Do đó $P_{\min} \Leftrightarrow IM_{\min} \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.

$HK = 2\sqrt{5}, IM_0 = d\left(I;\Delta\right) = 3\sqrt{2} \Rightarrow P_{\min} = 2IM_0^2 + \dfrac{HK^2}{2} = 46$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Xét các khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C). Biết rằng khi thể tích của khối nón lớn nhất thì mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + d = 0$. Tính $P = a - b - d$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 8$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(1;-2;3\right)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Vì (α) đi qua 2 điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên ta có $\begin{cases} a.0 + b.0 + 4 + d = 0 \\ a.2 + b.0 - 0 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -4 \\ a = 2 \end{cases}$.

Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón.

Khi đó thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

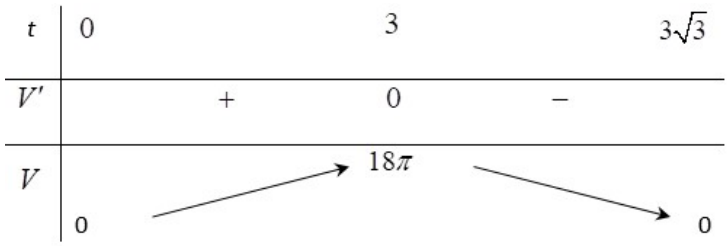
Ta có $h = d(I,(\alpha)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{27 - r^2} \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi r^2\sqrt{27 - r^2}$.

Đặt $t = \sqrt{27 - r^2} \Rightarrow r^2 = 27 - t^2$, điều kiện: $0 < t < 3\sqrt{3}$.

Khi đó $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(27 - t^2\right)t, \left(0 < t < 3\sqrt{3}\right)$.

Ta có $V' = \dfrac{1}{3}\pi\left(27 - 3t^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3\left(n\right) \\ t = -3\left(l\right) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Thể tích khối nón lớn nhất khi $t = 3 \Rightarrow r^2 = 18 \Rightarrow h = 3$.

Mặt khác $h = d\left(I,(\alpha)\right) = \dfrac{\left|a - 2b - 3 + d\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}} = 3$

mà $\begin{cases} a = 2 \\ d = -4 \end{cases} \Rightarrow \left|-2b - 5\right| = 3\sqrt{5 + b^2} \Leftrightarrow b^2 - 4b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $P = a - b - d = 2 - 2 + 4 = 4$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
GIA LAI
ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 15

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 12 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh bất kì?
A. 190. **B.** 20. **C.** 96. **D.** 380.

Câu 2: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và $u_8=256$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?
A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;4\right)$. **C.** $\left(-1;2\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại
A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

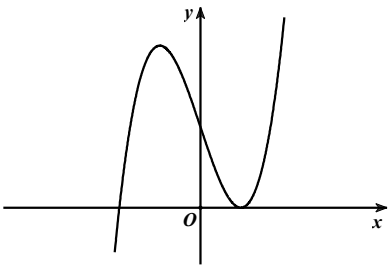
Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là
A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=-x^3+3x-2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=-x^3+3x^2+3x-20$ và $y=-4x^2-2x+6$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln\dfrac{1}{a^3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-3\ln a$. **C.** $-\dfrac{1}{3}\ln a$. **D.** $\dfrac{1}{a^3}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $x\pi^{x-1}$. **B.** $\dfrac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** π^x. **D.** $\pi^x\ln\pi$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. a^6. **B.** $a^{\frac{1}{6}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2}=1$.

A. $S=\{1\}$. **B.** $S=\{0;1\}$. **C.** $S=\{1;-2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $1+\log_2(x+1)=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=7$. **D.** $x=4$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{(2x-1)^2}$ là

A. $\dfrac{-4}{(2x-1)^3}+C$. **B.** $\dfrac{-1}{2x-1}+C$. **C.** $\dfrac{-1}{4x-2}+C$. **D.** $\ln(2x-1)^2+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 3x+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cos 3x+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\cos 3x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+x+C$.

Câu 16: Cho $\int\limits_2^1 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_3^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 17: Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2} e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. e^2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** e^2-1.

Câu 18: Cho các số phức $z_1=2+3i$, $z_2=4+5i$. Số phức liên hợp $\overline{w}$ của số phức $w=2(z_1+z_2)$ là

A. $\overline{w}=8+10i$. **B.** $\overline{w}=12-16i$. **C.** $\overline{w}=12+8i$. **D.** $\overline{w}=28i$.

Câu 19: Phần ảo của số phức $z=(3+i)-(2-3i)$ là

A. 4. **B.** -2. **C.** $-2i$. **D.** $4i$.

Câu 20: Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn cho số phức $z=\dfrac{2i(1-3i)}{(1+i)^2}$ là

A. $H(-3;1)$. **B.** $K(1;3)$. **C.** $L(-3;-1)$. **D.** $G(1;-3)$.

Câu 21: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ và khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 22: Nếu độ dài mỗi cạnh của khối lập hộp chữ nhật giảm 2 lần thì thể tích của khối hộp chữ nhật thay

đổi như thế nào ?

A. Giảm 2 lần. **B.** Giảm 12 lần. **C.** Giảm 6 lần. **D.** Giảm 8 lần.

Câu 23: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60^0 và độ dài đường sinh $l=\sqrt{3}$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 24: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8,\ AB=6,\ AA'=12$. Thể tích của khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

A. 300π. **B.** 600π. **C.** 150π. **D.** 576π.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A\left(1;2;1\right);B\left(3;1;-2\right);C\left(2;0;4\right)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

A. $\left(6;3;3\right)$. **B.** $\left(2;-1;1\right)$. **C.** $\left(-2;1;-1\right)$. **D.** $\left(2;1;1\right)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I\left(1;-2;3\right)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với d là

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=50.$ **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5\sqrt{2}.$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+3\right)^2=5\sqrt{2}.$ **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-3\right)^2=50.$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right):x+3y-5z+2=0$?

A. $\vec{n}=\left(-3;-9;15\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(-1;-3;\ 5\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;\ 6;\ -10\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(-2;-6;-10\right)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và điểm $A\left(2;1;-2\right)$. Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình là

A. $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{1}.$ **B.** $\Delta:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{1}.$

C. $\Delta:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{-1}.$ **D.** $\Delta:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-1}.$

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên không âm đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{11}{21}$. **C.** $\frac{9}{21}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\tan x$. **B.** $y=x^3-x^2+x+1$.

C. $y=x^4+1$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-2x-1$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 0. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -1. **D.** $\frac{-13}{6}$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-x}-9\le 0$ là

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left[-2;1\right]$. **C.** $\left[-1;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 33: Cho $\int\limits_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^4} f\left(\ln x\right)\frac{1}{x}\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 34: Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

A. $-5i$. **B.** -5. **C.** $5i$. **D.** 5.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M là trung điểm của SC, $SA \perp (ABC)$ và $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là số đo góc giữa BM và (SAB). Chọn khẳng định đúng.

A. $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\tan\alpha = 2$. **C.** $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan\alpha = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao SH.

A. $SH = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH = \dfrac{a}{2}$. **D.** $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C, bán kính AB.

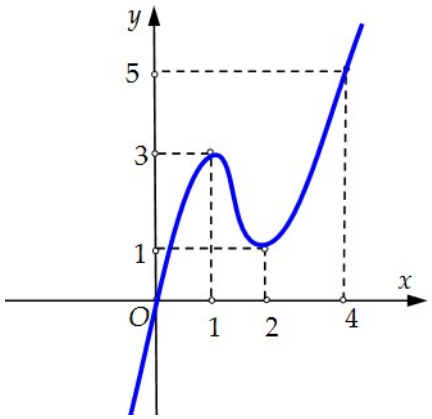
A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$. **B.** $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$. **D.** $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 38: Trong không gian A phương trình đường thẳng $Oxyz$, đi qua điểm $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$ và vuông góc với mặt phẳng $A(-4;-2;4)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \\ z = 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f\left(2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2} + 3\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\sqrt{2^x + 3} + \sqrt{5 - 2^x} \le m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; \log_2 5)$.

A. $m \ge 4$. **B.** $m \ge 2\sqrt{2}$. **C.** $m < 4$. **D.** $m < 2\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & \text{khi } x\geq 3\\ 2x-1 & \text{khi } x<3\end{cases}$. Khi đó $I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2+1\right)dx$ bằng

A. 24. **B.** $\dfrac{73}{3}$. **C.** $\dfrac{74}{3}$. **D.** 25.

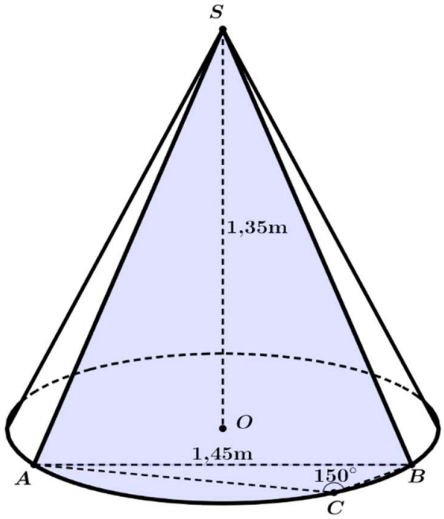
Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z-6\right|=2\sqrt{5}$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc 30°. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Nhân dịp quảng bá chiếc nón lá Việt Nam, một cửa hàng có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao $1,35m$. Cửa hàng có sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần của hình nón ứng với cung $\overset{\frown}{AB}$ như hình vẽ. Biết $AB=1,45\text{m}$, $\overset{\frown}{ACB}=150^\circ$ và giá tiền để trang trí $1\,\text{m}^2$ là $2.000.000$ đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà cửa hàng cần dùng để trang trí mặt trước của nón là bao nhiêu?



A. $4.510.000$ đồng. **B.** $3.021.000$ đồng. **C.** $3.010.000$ đồng. **D.** $3.008.000$ đồng

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2:\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\ y=-2+4t\\ z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\ y=2+4t\\ z=5-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=6\\ y=11+4t\\ z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4\\ y=-7+4t\\ z=-t\end{cases}$.

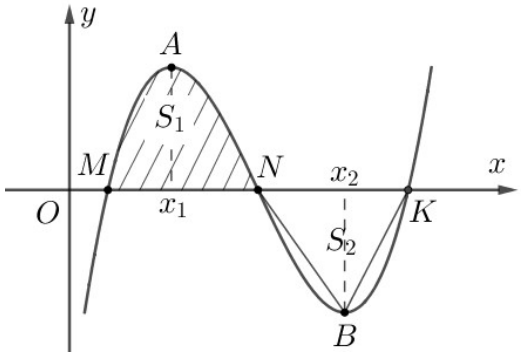
Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\sqrt{3}\right\}$, thỏa mãn $1-x^3=2x^2f\left(x\right)+xf^2\left(x\right)-f'\left(x\right)$ và $f\left(1\right)=0$. Hàm số $g\left(x\right)=\left[f\left(2x-1\right)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x\,;y)$ thoả mãn $0\leq x\leq 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

A. 2019. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $|z-1+2i|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2-3i|^2+|z-5i|^2$.

A. $P_{\max}=96$. **B.** $P_{\max}=66$. **C.** $P_{\max}=152$. **D.** $P_{\max}=132$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

----------HẾT----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO GIA LAI

ĐỀ THI THAM KHẢO
ĐỀ SỐ 15

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2021

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.A	5.B	6.B	7.D	8.D	9.B	10.D
11.D	12.D	13.A	14.C	15.B	16.A	17.B	18.B	19.A	20.D
21.C	22.D	23.D	24.A	25.D	26.D	27.D	28.D	29.A	30.B
31.B	32.C	33.D	34.D	35.A	36.C	37.B	38.C	39.A	40A
41.B	42.C	43.D	44.D	45.A	46.D	47.D	48.D	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 12 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh bất kì ?

A. 190. **B.** 20. **C.** 96. **D.** 380.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tổng số học sinh là 20.

Số cách chọn 2 học sinh bất kì trong 20 học sinh là $C_{20}^2 = 190$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_8 = 256$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

ChọnC

Áp dụng công thức: $u_n = u_1.q^{n-1}$. Ta có: $u_8 = u_1.q^7 \Rightarrow q^7 = \frac{u_8}{u_1} = \frac{256}{2} = 128 \Rightarrow q = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

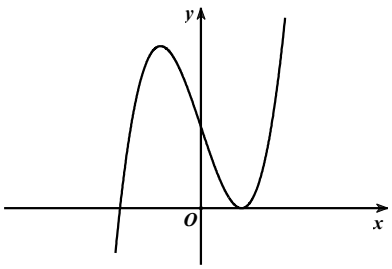
Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty$.

Suy ra: tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là $x=-1$..

nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=-x^3+3x-2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Đồ thị là đồ thị của hamg số bậc 3

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a > 0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường ở hình trên là $y = x^3 - 3x + 2$

Câu 8: Số giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3x - 20$ và $y = -4x^2 - 2x + 6$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành

$$-x^3 + 3x^2 + 3x - 20 = -4x^2 - 2x + 6$$

$$x^3 - 7x^2 - 5x + 26 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{9 - \sqrt{29}}{2} \\ x = \dfrac{9 + \sqrt{29}}{2} \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 3.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln \dfrac{1}{a^3}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-3\ln a$. **C.** $-\dfrac{1}{3}\ln a$. **D.** $\dfrac{1}{a^3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\ln \dfrac{1}{a^3} = \ln 1 - \ln a^3 = -3\ln a$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là

A. $x\pi^{x-1}$. **B.** $\dfrac{\pi^x}{\ln \pi}$. **C.** π^x. **D.** $\pi^x \ln \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y' = \pi^x \ln \pi$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. a^6. **B.** $a^{\frac{1}{6}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

A. $S = \{1\}$. **B.** $S = \{0;1\}$. **C.** $S = \{1;-2\}$. **D.** $S = \{1;2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$9^{x^2-3x+2}=1\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $1+\log_2\left(x+1\right)=3$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=7$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $1+\log_2\left(x+1\right)=3\Leftrightarrow \log_2\left(x+1\right)=2\Leftrightarrow x+1=4\Leftrightarrow x=3$.

Câu 14: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\left(2x-1\right)^2}$ là

A. $\dfrac{-4}{\left(2x-1\right)^3}+C$. **B.** $\dfrac{-1}{2x-1}+C$. **C.** $\dfrac{-1}{4x-2}+C$. **D.** $\ln\left(2x-1\right)^2+C$.

Hướng dẫn giải

Ta có $\int\dfrac{1}{\left(2x-1\right)^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{2x-1}+C=-\dfrac{1}{4x-2}+C$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\sin 3x+1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cos 3x+x+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\cos 3x+x+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+x+C$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\sin 3x+1\right)dx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+x+C$.

Câu 16: Cho $\int\limits_2^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_3^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int\limits_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Ta có $\int\limits_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_2^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_2^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_3^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3-1=-4$.

Câu 17: Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2} e^x\mathrm{d}x$ bằng

A. e^2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** e^2-1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có

$$\int_0^{\ln 2} e^x \mathrm{d}x = e^x\Big|_0^{\ln 2} = 2-1 = 1.$$

Câu 18: Cho các số phức $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 4+5i$. Số phức liên hợp $\overline{\mathrm{w}}$ của số phức $w = 2\left(z_1 + z_2\right)$ là

A. $\overline{w} = 8+10i$. **B.** $\overline{w} = 12-16i$. **C.** $\overline{w} = 12+8i$. **D.** $\overline{w} = 28i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $w = 2\left(6+8i\right) = 12+16i \Rightarrow \overline{w} = 12-16i$.

Câu 19: Phần ảo của số phức $z = \left(3+i\right) - \left(2-3i\right)$ là

A. 4. **B.** -2. **C.** $-2i$. **D.** $4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z = \left(3+i\right) - \left(2-3i\right) = 1+4i \Rightarrow$ phần ảo của số phức là 4.

Câu 20: Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn cho số phức $z = \dfrac{2i\left(1-3i\right)}{\left(1+i\right)^2}$ là

A. $H\left(-3;1\right)$. **B.** $K\left(1;3\right)$. **C.** $L\left(-3;-1\right)$. **D.** $G\left(1;-3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z = \dfrac{2i\left(1-3i\right)}{\left(1+i\right)^2} = \dfrac{6+2i}{2i} = 1-3i$.

Vậy điểm biểu diễn cho z là $G\left(1;-3\right)$.

Câu 21: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ và khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.

Khi đó thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

Thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ là $V_{A'.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.AA' = \dfrac{1}{3}a^2.a = \dfrac{1}{3}a^3$.

Ta có $\dfrac{V_{A'.ABCD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \dfrac{\frac{1}{3}a^3}{a^3} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 22: Nếu độ dài mỗi cạnh của khối lập hộp chữ nhật giảm 2 lần thì thể tích của khối hộp chữ nhật thay đổi như thế nào ?

A. Giảm 2 lần. **B.** Giảm 12 lần. **C.** Giảm 6 lần. **D.** Giảm 8 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ba kích thước của khối hộp chữ nhật	Thể tích khối hộp chữ nhật
a,b,c	$V=abc$
$\frac{a}{2},\frac{b}{2},\frac{c}{2}$	$V'=\frac{a}{2}.\frac{b}{2}.\frac{c}{2}=\frac{abc}{8}=\frac{V}{8}$

Câu 23: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60^0 và độ dài đường sinh $l=\sqrt{3}$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi I là đỉnh của hình nón và AB là đường kính của tròn đáy.

Tam giác IAB đều cạnh bằng l nên có chiều cao $h=\frac{l\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 24: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=8,\ AB=6,\ AA'=12$. Thể tích của khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

A. 300π. **B.** 600π. **C.** 150π. **D.** 576π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bán kính và chiều cao của khối trụ lần lượt là $r=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{AB^2+AD^2}}{2}=5$ và $h=AA'=12$.

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.5^2.12=300\pi$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1);B(3;1;-2);C(2;0;4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

A. $(6;3;3)$. **B.** $(2;-1;1)$. **C.** $(-2;1;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

G là trọng tâm tam giác ABC thì $x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3}=2;y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}=1$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với d là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=50$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5\sqrt{2}$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5\sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=50$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng (d) đi qua $I(-1;2;-3)$ và có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$

$\Rightarrow d(A,d)=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=5\sqrt{2}$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2(z-3)^2=50.$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz,$ vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):x+3y-5z+2=0$?

A. $\vec{n}=(-3;-9;15)$. **B.** $\vec{n}=(-1;-3;5)$. **C.** $\vec{n}=(2;6;-10)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-6;-10)$

.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;-5)$.

Vì vectơ $\vec{n}=(-2;-6;-10)$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$ nên không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 28: Trong không gian $Oxyz,$cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và điểm $A(2;1;-2)$.

Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án D

Thay tọa độ điểm A vào d ta được: $\dfrac{1}{2}=0$ Vô lý $\Rightarrow A\notin d.$

$\Delta\,//\,d\Rightarrow\ \Delta$ có 1 vec-tơ chỉ phương: $\vec{u}=(2;-1;1)$

Phương trình $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên không âm đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\dfrac{10}{21}$. **B.** $\dfrac{11}{21}$. **C.** $\dfrac{9}{21}$. **D.** $\dfrac{4}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập hợp 21 số nguyên không âm đầu tiên là $\{0;1;2;3;....;19;20\}$.

Không gian mẫu có 21 phần tử. Trong 21 số nguyên không âm đầu tiên có 10 số lẻ nên tương ứng có 10 kết quả thuận lợi. Vậy xác suất là $\dfrac{10}{21}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\tan x$. **B.** $y=x^3-x^2+x+1$.

C. $y=x^4+1$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3-x^2+x+1$ có $y'=3x^2-2x+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-2x-1$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 0. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** -1. **D.** $\dfrac{-13}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=f(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}-2x-1$

$y'=x^2+x-2$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\ \left(\notin\left[0;2\right]\right)\end{array}\right.$.

Ta có $f\left(0\right)=-1;\ f\left(1\right)=-\dfrac{13}{6};\ f\left(2\right)=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow\underset{[0;2]}{\text{Max}}\,f\left(x\right)=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-x}-9\le 0$ là

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left[-2;1\right]$. **C.** $\left[-1;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;-1\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$3^{x^2-x}\le 3^2\Leftrightarrow x^2-x-2\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 2$

Câu 33: Cho $\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^4}f\left(\ln x\right)\frac{1}{x}\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\displaystyle\int_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=16$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\ln x\ \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

x	e	e^4
t	1	4

$\displaystyle\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^4}f\left(\ln x\right)\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\int_1^4 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\int_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Suy ra $I=\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$.

Câu 34: Cho các số phức $z_1=2-3i$, $z_2=1+4i$. Phần ảo của số phức z_1z_2 là

A. $-5i$. **B.** -5. **C.** $5i$. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

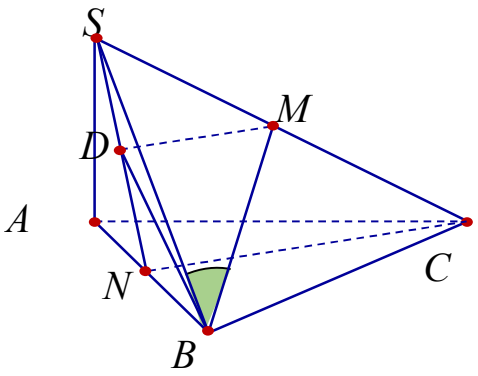
Ta có: $z_1z_2=\left(2-3i\right)\left(1+4i\right)=14+5i$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Gọi M là trung điểm của SC, $SA\perp\left(ABC\right)$ và $SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là số đo góc giữa BM và $\left(SAB\right)$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\tan\alpha=2$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan\alpha=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi N là trung điểm của $AB\Rightarrow CN\perp\left(SAB\right)$.

+) Trong mặt phẳng $\left(SNC\right)$, kẻ đường thẳng qua M song song với NC cắt SN tại D. Suy ra $MD\perp\left(SAB\right)$, $MD=\dfrac{1}{2}NC=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy góc giữa BM và $\left(SAB\right)$ là góc $\widehat{MBD}$.

+) Gọi H là trung điểm của AN

$DH=\dfrac{1}{2}SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$BD=\sqrt{DH^2+HB^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

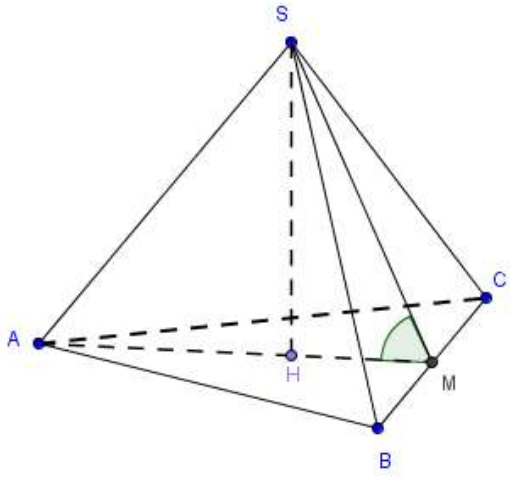
Suy ra $\tan\alpha=\tan\widehat{MBD}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao SH.

A. $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH=\dfrac{a}{2}$. **D.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC.

Do ABC là tam giác đều nên $AM \perp BC$.

Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \subset (SBC): SM \perp BC \\ AM \subset (ABC): AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMA} = 60^0$.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

Do ABC là tam giác đều $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HM = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

Trong tam giác vuông SHM có $SH = HM.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \dfrac{a}{2}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C, bán kính AB.

A. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$. **B.** $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

C. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$. **D.** $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;2;0) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB: $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 38: Trong không gian A phương trình đường thẳng $Oxyz$, đi qua điểm $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1-t \\ z = -1+4t \end{cases}$ và vuông góc với mặt phẳng $A(-4;-2;4)$ là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1-t. \\ z = 3 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1+t. \\ z = 3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1+t. \\ z = 3 \end{cases}$ **D** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1 \\ z = 3+t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

$\dfrac{x-3}{-4}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{4}$ có vectơ pháp tuyến Δ

Vì $B=\Delta\cap d$ vuông góc với $\begin{matrix}B\in d\Rightarrow B\left(-3+2t;1-t;-1+4t\right)\\ \overrightarrow{AB}=\left(1+2t;3-t;-5+4t\right)\end{matrix}$ nên d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=\left(2;-1;4\right)$

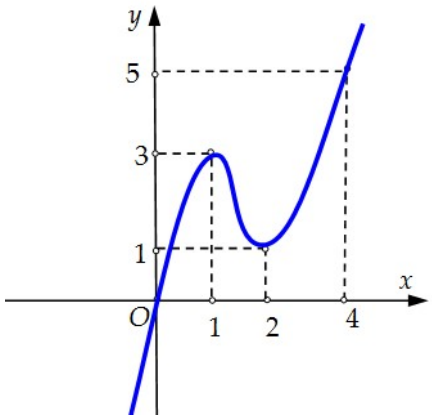
$\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{a_d}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_d}=0$ đi qua điểm Δ và có vectơ chỉ phương $A\left(-4;-2;4\right)$

$\Leftrightarrow t=1$

Vậy phương trình tham số của $\overrightarrow{AB}=\left(3;2;-1\right)$ là Δ

Câu39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}+3\right)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}+3=\sin x+3$. Ta có: $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in\left[2;4\right]$.

Từ đồ thị ta thấy: $\forall t\in\left[2;4\right]\Rightarrow 1\le f\left(t\right)\le 5\Rightarrow\begin{cases}M=\max\limits_{\mathbb{R}}g\left(x\right)=5\\ m=\min\limits_{\mathbb{R}}g\left(x\right)=1\end{cases}\Rightarrow M+m=6..$

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\sqrt{2^x+3}+\sqrt{5-2^x}\le m$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(-\infty;\log_2 5\right)$.

A. $m\ge 4$. **B.** $m\ge 2\sqrt{2}$. **C.** $m<4$. **D.** $m<2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $2^x=t$. Vì $x<\log_2 5\Rightarrow 0<2^x<2^{\log_2 5}\Rightarrow 0<t<5$.

Yêu cầu bài toán trở thành $\sqrt{t+3}+\sqrt{5-t}\le m$, $\forall t\in\left(0;5\right)$.

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{t+3}+\sqrt{5-t}$ với x.

Có $f'(t)=\dfrac{1}{2\sqrt{t+3}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5-t}}$.

$$f'(t)=0\Leftrightarrow\frac{1}{2\sqrt{t+3}}-\frac{1}{2\sqrt{5-t}}=0\Leftrightarrow\begin{cases}-3<t<5\\ \sqrt{t+3}=\sqrt{5-t}\end{cases}\Leftrightarrow t=1$$

Bảng biến thiên

t	0		$\frac{3}{2}$		5
f'		$+$	0	$-$	
$f(t)$	$\sqrt{5}+\sqrt{3}$	↗	4	↘	$2\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & \text{khi } x\geq 3\\ 2x-1 & \text{khi } x<3\end{cases}$. Khi đó $I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2+1\right)dx$ bằng

A. 24. **B.** $\dfrac{73}{3}$. **C.** $\dfrac{74}{3}$. **D.** 25.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow xdx=\dfrac{1}{2}dt$. Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=2\Rightarrow t=5\end{cases}$.

$$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int\limits_1^5 f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_1^5 f(x)dx$$

Do $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & \text{khi } x\geq 3\\ 2x-1 & \text{khi } x<3\end{cases}$

$$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\left(\int\limits_1^3(2x-1)dx+\int\limits_3^5\left(x^2+x+1\right)dx\right)=\frac{73}{3}.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-6|=2\sqrt{5}$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Theo giả thiết:

$$|z-6|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow|a+bi-6|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow(a-6)^2+b^2=20\Leftrightarrow a^2+b^2-12a+16=0\,(1).$$

Mặt khác $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo nên $a^2-b^2=0$ hay $a^2=b^2$.

Thay $b^2=a^2$ vào (1), ta được: $\Leftrightarrow a^2+a^2-12a+16=0\Leftrightarrow 2a^2-12a+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=4\\ a=2\end{array}\right.$.

Với $a=4$, ta có: $\Rightarrow b=\pm 4$.

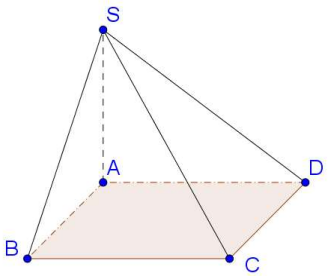
Với $a=2$, ta có: $\Rightarrow b=\pm 2$.

Vậy có 4 số phức z thỏa đề: $z=4+4i, z=4-4i, z=2+2i, z=2-2i$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải



Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB).

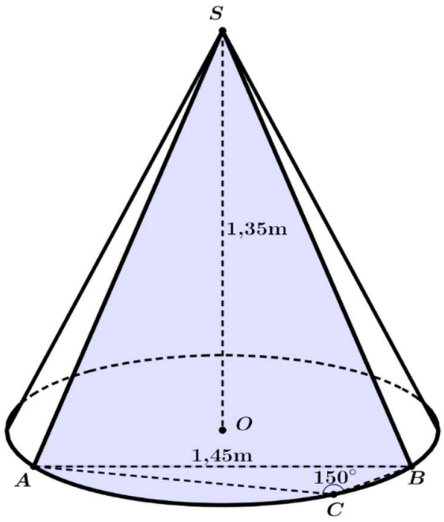
$\Rightarrow \widehat{(SC,(SAB))} = \widehat{(SC,SB)} = \widehat{BSC} = 30^\circ$.

Trong tam giác SCB, ta có $\tan 30^\circ = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{SB} \Leftrightarrow SB = a\sqrt{3}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44. Nhân dịp quảng bá chiếc nón lá Việt Nam, một cửa hàng có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao $1,35m$. Cửa hàng có sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần của hình nón ứng với cung $\overset{\frown}{AB}$ như hình vẽ. Biết $AB = 1,45\text{m}$, $\overset{\frown}{ACB} = 150^\circ$ và giá tiền để trang trí $1\,\text{m}^2$ là $2.000.000$ đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà cửa hàng cần dùng để trang trí mặt trước của nón là bao nhiêu?



A. $4.510.000$ đồng. **B.** $3.021.000$ đồng. **C.** $3.010.000$ đồng. **D.** $3.008.000$ đồng

Hướng dẫn giải

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón.

Áp dụng định lý sin ta có $\dfrac{1,45}{\sin 150^\circ} = 2r \Rightarrow r = 1,45\left(\text{m}\right)$.

Suy ra góc ở tâm của hình nón ứng với cung $\overset{\frown}{AB}$ là 60°.

Diện tích phần mặt nón mà cửa hàng cần sơn và trang trí là

$$\frac{\pi rl.60}{360} = \frac{\pi rl}{6} = \frac{\pi .r.\sqrt{r^2+h^2}}{6} = \frac{\pi .1,45\sqrt{\dfrac{157}{40}}}{6}.$$

Số tiền cửa hàng cần bỏ ra để trang trí là $\dfrac{\pi .1,45\sqrt{\dfrac{157}{40}}}{6}.2000000 \approx 3.008.000$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2 : \dfrac{x+4}{5} = \dfrac{y+7}{9} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -4 \\ y = -7 + 4t \\ z = -t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B. Khi đó

$A\left(1+a;-2+4a;2+3a\right),\ B\left(-4+5b;-7+9b;b\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=\left(5b-a-5;9b-4a-5;b-3a-2\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(0;4;-1\right)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ nên vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với vectơ $\vec{n}$.

Do đó ta có

$$\overrightarrow{AB}=k\vec{n}\Rightarrow\begin{cases}5b-a-5=0\\9b-4a-5=4k\\b-3a-2=-k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5b-a=5\\13b-16a-13=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\Rightarrow A\left(1;-2;2\right).$$

Đường thẳng d qua $A\left(1;-2;2\right)$, có vectơ chỉ phương là $\vec{n}=\left(0;4;-1\right)$ nên có phương trình

$$\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2-t\end{cases}.$$

Câu 46: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\sqrt{3}\right\}$, thỏa mãn $1-x^3=2x^2f\left(x\right)+xf^2\left(x\right)-f'\left(x\right)$ và $f\left(1\right)=0$. Hàm số $g\left(x\right)=\left[f\left(2x-1\right)\right]^2$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$1-x^3=2x^2f\left(x\right)+xf^2\left(x\right)-f'\left(x\right)\Leftrightarrow 1+f'\left(x\right)=x\left[x^2+2xf\left(x\right)+f^2\left(x\right)\right]=x\left[x+f\left(x\right)\right]^2$$

$$\Rightarrow\frac{1+f'\left(x\right)}{\left[x+f\left(x\right)\right]^2}=x\Rightarrow\int\frac{1+f'\left(x\right)}{\left[x+f\left(x\right)\right]^2}\mathrm{d}x=\int x\mathrm{d}x\Rightarrow-\frac{1}{x+f\left(x\right)}=\frac{x^2}{2}+C$$

Do $f\left(1\right)=0\Rightarrow-\frac{1}{1+f\left(1\right)}=\frac{1}{2}+C\Rightarrow C=-\frac{3}{2}$

Khi đó: $-\frac{1}{x+f\left(x\right)}=\frac{x^2-3}{2}\Rightarrow f\left(x\right)=-\frac{2}{x^2-3}-x\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{4x}{\left(x^2-3\right)^2}-1$

Suy ra:

$\square$ $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow -\dfrac{2}{x^2-3}=x\Leftrightarrow x^3-3x+2=0\Leftrightarrow \left(x-1\right)^2\left(x+2\right)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-2$

$\square$

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 4x=\left(x^2-3\right)^2\Leftrightarrow 4x=x^4-6x^2+9\Leftrightarrow x^4-6x^2-4x+9=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\\ x=a>2\end{array}\right.$$

Khi đó: $g'\left(x\right)=4f'\left(2x-1\right)f\left(2x-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-1=-2\\ 2x-1=1\\ 2x-1=a\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2}\\ x=1\\ x=\dfrac{a+1}{2}>\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Ta có: $f\left(x\right)$ không xác định khi $x=\pm\sqrt{3}\Rightarrow g\left(x\right)$ không xác định khi $2x-1=\pm\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pm\sqrt{3}+1}{2}$

Mặt khác: $g'\left(-1\right)=4.f'\left(-3\right).f\left(-3\right)=4.\left(-\dfrac{4}{3}\right).\dfrac{8}{3}<0$ và

$$\lim_{x\to\left(\frac{-\sqrt{3}+1}{2}\right)^+} g\left(x\right)=+\infty,\ \lim_{x\to\left(\frac{-\sqrt{3}+1}{2}\right)^-} g\left(x\right)=+\infty,\ \lim_{x\to\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^+} g\left(x\right)=+\infty,\ \lim_{x\to\left(\frac{-\sqrt{3}+1}{2}\right)^-} g\left(x\right)=+\infty,$$

$$\lim_{x\to-\infty} g\left(x\right)=+\infty,\ \lim_{x\to+\infty} g\left(x\right)=+\infty$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$\dfrac{-\sqrt{3}+1}{2}$		1		$\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$		$\dfrac{a+1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$ $+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $g\left(x\right)$ có 3 điểm cực tiểu

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x\,;y)$ thoả mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_3(3x+3)+x=2y+9^y$?

A. 2019. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\log_3\left(3x+3\right)+x=2y+9^y\Leftrightarrow \log_3\left(x+1\right)+x+1=2y+3^{2y}\left(1\right)$.

Đặt $t=\log_3\left(x+1\right)\Rightarrow x+1=3^t$. Với $x\in\left[0;2020\right]\Rightarrow t\in\left[0;\log_3 2021\right]$.

$(1) \Leftrightarrow t + 3^t = 2y + 3^{2y}$ (2).

Xét hàm số $f(u) = u + 3^u$, $u \in [0; \log_3 2021]$.

$f'(u) = 1 + 3^u \ln 3 > 0$, $\forall u \in [0; \log_3 2021]$. Và do hàm số $f(u)$ liên tục trên $[0; \log_3 2021]$, suy ra $f(u)$ đồng biến trên $[0; \log_3 2021]$.

Do đó $(2) \Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Leftrightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x = 3^{2y} - 1$.

Vì $x \in [0; 2020]$ nên $0 \le 3^{2y} - 1 \le 2020 \Leftrightarrow 1 \le 3^{2y} \le 2021$

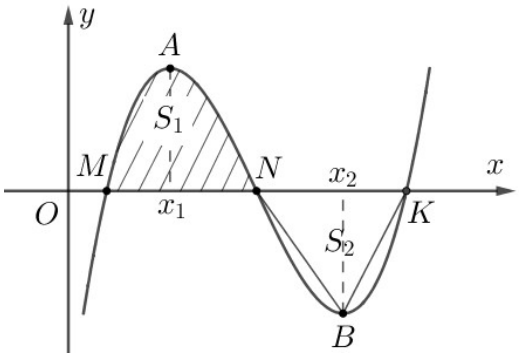
$\Leftrightarrow 0 \le 2y \le \log_3 2021$

$\Leftrightarrow 0 \le y \le \frac{1}{2}\log_3 2021$.

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3\}$. Ứng với mỗi giá trị nguyên của y cho ta 1giá trị nguyên của x.

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

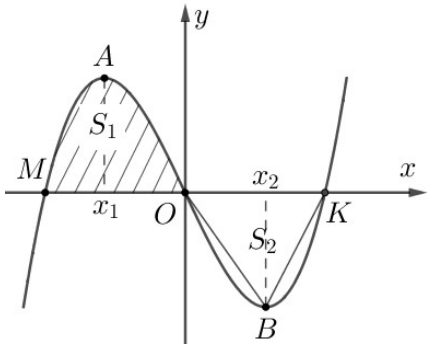


A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Kết quả bài toán không thay đổi khi ta tịnh tiến đồ thị đồ thị (C) sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O. (như hình dưới)



Do $f(x)$ là hàm số bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng $(O \equiv N)$.

Đặt $x_1 = -a,\ x_2 = a$, với $a > 0 \Rightarrow f'(x) = k(x^2 - a^2)$ với $k > 0$

$\Rightarrow f(x) = k\left(\frac{1}{3}x^3 - a^2 x\right) \Rightarrow x_M = -a\sqrt{3},\ x_K = a\sqrt{3}$

Có $MAKB$ nội tiếp đường tròn tâm $O \Rightarrow OA = OM = a\sqrt{3}$

Có $f(x_1) = \sqrt{OA^2 - x_1^2} \Leftrightarrow f(-a) = a\sqrt{2} \Leftrightarrow k\left(-\frac{1}{3}a^3 + a^3\right) = a\sqrt{2} \Leftrightarrow k = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{3}x^3 - a^2 x\right)$

$S_1 = \int\limits_{-a\sqrt{3}}^{0} f(x)dx = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{a^2}{2}x^2\right)\Big|_{-a\sqrt{3}}^{0} = \frac{9\sqrt{2}}{8}a^2$

$S_2 = S_{\Delta AMO} = \frac{1}{2}f(-a).MO = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $|z - 1 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 2 - 3i|^2 + |z - 5i|^2$.

A. $P_{\max} = 96$. **B.** $P_{\max} = 66$. **C.** $P_{\max} = 152$. **D.** $P_{\max} = 132$.

Hướng dẫn giải:

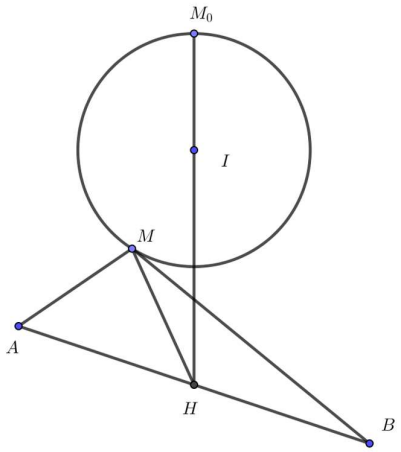
Chọn D

Gọi $M(x;y); I(1;-2)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z và $1 - 2i$.

$|z - 1 + 2i| = 2 \Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm I, bán kính $R = 2$.

Gọi $A(2;3); B(0;5)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i$ và $5i$.

$P = |z - 2 - 3i|^2 + |z - 5i|^2 = MA^2 + MB^2 = 2MH^2 + \frac{AB^2}{2}$ (với $H(1;4)$ là trung điểm của AB).



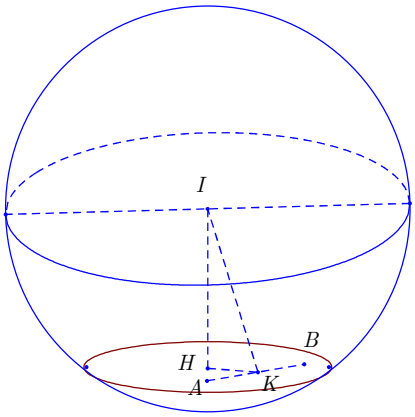
$P_{\max} \Leftrightarrow HM_{\max} \Leftrightarrow HM = HI + R = 8 \Rightarrow P_{\max} = 2.8^2 + 4 = 132$.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$.

Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất.

Mà $IH\le IK$ suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K(0;1;2)$ và $\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$.

Vậy $(P):(x-1)+y+(z-2)=0\Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Vậy $T=-3$.