

C. $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + \frac{1}{8}$

D. $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x - \frac{1}{8}$

Câu 7: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ Kết quả là:

A. $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4}$

B. $F(x) = \tan x - x - \frac{\pi}{4}$

C. $F(x) = x - \tan x + \frac{\pi}{4}$

D. $F(x) = x - \tan x - \frac{\pi}{4}$

Câu 8: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$ biết $F(1) = \frac{1}{2}$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + 2$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - 2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + \frac{1}{2}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - \frac{1}{2}$

Câu 9: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+4}$ biết $F(0) = 2$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3} + \frac{2}{9}$

B. $F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3} - \frac{2}{9}$

C. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(3x+4)^3} + \frac{10}{3}$

D. $F(x) = \frac{2}{3}\sqrt{(3x+4)^3} - \frac{10}{3}$

Câu 10: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là:

A. $3x^2 - 6x$

B. $3x^2 - 6x + C$

C. $\frac{x^2}{4} - x^3 + 5x + C$

D. $x^4 - x^3 + 5x + C$

Câu 11: Một nguyên hàm của hàm số $g(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ là:

A. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 6x + C$

B. $-20x^3 + 8x + C$

C. $-20x^3 + 8x$

D. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 + C$

Câu 12: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ là:

A. $\frac{-1}{x^2}$

B. $x + \ln|x|$

C. $x - \frac{1}{x^2}$

D. $\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

Câu 13: Tính $\int (\sin x - \cos x) dx$ là:

A. $-\cos x - \sin x + C$

B. $-\cos x + \sin x + C$

C. $\cos x - \sin x + C$

D. $\cos x + \sin x + C$

Câu 14: Tính $\int (3x^2 + \frac{1}{x} - 2)dx$ là:

A. $\frac{x^3}{3} + \ln|x| - 2x + C$

B. $x^3 - \frac{1}{x^2} - 2x + C$

C. $x^3 + \ln|x| + C$

D. $x^3 + \ln|x| - 2x + C$

Câu 15: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ là:

A. $2\tan x + C$

B. $2\cot x + C$

C. $2\sin x + C$

D. $2\cos x + C$

Câu 16: Tính $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) dx$ là:

A. $\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x}{2} + C$

B. $2\sqrt{x} - \frac{x}{2} + C$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x + C$

D. $\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x}{2} + C$

Câu 17: Tính $\int (e^{-x} + 4)dx$ là:

A. $e^{-x} + 4x + C$

B. $\frac{1}{e^{-x}} + 4x + C$

C. $-e^{-x} + C$

D. $-e^{-x} + 4x + C$

Câu 18: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:

A. $3x - \tan x + C$

B. $3x + \tan x + C$

C. $3x + \cot x + C$

D. $3x - \cot x + C$

Câu 19: Cho $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 2$ là:

A. $-\frac{x^2}{4} + x^3 - x^2 + \frac{1}{4}$

B. $-\frac{x^2}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$

C. $-\frac{x^2}{4} + x^3 - x^2 + \frac{9}{4}$

D. $-\frac{x^2}{4} + x^3 - x^2 - \frac{9}{4}$

Câu 20: Tính $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$ là:

A. $\frac{1}{3}e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

B. $3e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

C. $3e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

D. $\frac{1}{3}e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

Câu 21: Cho $f(x) = \sin x - \cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $-\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

B. $-\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

D. $\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là:

A. $x^2 - \cos x + 2\sin x$

B. $x^2 - \cos x + 2\sin x + 2$

C. $2 + \cos x + 2\sin x$

D. $x^2 + \cos x + 2\sin x - 2$

Câu 23: Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3x+5}{x+2}$ là:

A. $F(x) = 3x + 4\ln|x+2| + C$

B. $F(x) = -3x + \ln|x+2| + C$

C. $F(x) = 3x - \ln|x+2| + C$

D. $F(x) = 3x + \ln|x+2| + C$

Câu 24: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ là:

A. $\ln|x+1|$

B. $x + \ln|x+1|$

C. $x - \ln|x+1|$

D. $2\ln|x+1|$

Câu 25: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ là:

A. $\frac{\tan^3 x}{3}$

B. $\frac{\tan^3 x}{3} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

C. $\tan x - x$

D. $\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$

Câu 26: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ là:

A. $\cos 2x$

B. $\frac{1}{2} \sin 2x$

C. $2\sin 2x$

D. $\cos^2 x$

Câu 27: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + 3x^2$ là:

A. $F(x) = \cos 2x + 6x$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 6x$

C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + x^3$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x - x^3$

Câu 28: Các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai ?

A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx (k \in \mathbb{R})$

B. $\int f(x).g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$

C. $\int f(x) + g(x)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

D. $\int f^m(x)f'(x)dx = \frac{f^{m+1}(x)}{m+1} + C$

Câu 29: Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 2x$? là:

A. $F(x) = \sin^2 x$

B. $F(x) = 2\cos 2x$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x$

D. $F(x) = -\cos 2x$

Câu 30: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x + 3x^2$ là:

A. $F(x) = 9^x + x^3$

B. $F(x) = 9^x \ln 9 + x^3$

C. $F(x) = \frac{9^x}{\ln 9} + 6x$

D. $F(x) = \frac{9^x}{\ln 9} + x^3$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Ta có

$$\int y dx = \int (2 \sin x - \cos x + 1) dx = \int \sin 2x d(2x) - \int \cos x dx + \int dx = -\cos 2x - \sin x + x + C$$

$$\text{Mà. } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow (-\cos 2x - \sin x + x + C) \Big|_{x=\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow C - 2 + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow C = 2 \quad \textbf{Chọn B.}$$

Câu 2: Ta có $\int y dx = \int (3\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}) dx = 3 \int \sqrt{x} dx + 4 \int \sqrt[3]{x} dx = 2x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{4}{3}} + C$

$$\text{Mà } f(1) = 7 \Rightarrow \left(2x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{4}{3}} + C \right) \Big|_{x=1} = 7 \Leftrightarrow C = 2. \text{ Do đó } f(0) + f(64) = 2C + 1792 = 1796.$$

Chọn A.

Câu 3: Ta có $\int (2x+1)(x^2+x+4) dx = \int (x^2+x+4) dx (x^2+x+4) = \frac{(x^2+x+4)^2}{2} + C$

Chọn A.

Câu 4: Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{(x^2+1)^2}{x^3} dx = \int \frac{x^4+2x^2+1}{x^3} dx = \int \left(x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3} \right) dx = x^2 + 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C$$

$$\text{Mà } F(1) = -4 \Rightarrow \left(x^2 + 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C \right) \Big|_{x=1} = -4 \Leftrightarrow C + \frac{1}{2} = -4 \Rightarrow C = -\frac{9}{2}. \quad \textbf{Chọn C.}$$

Câu 5: Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right) dx = \int \left(e^x - \frac{1}{x^2} \right) dx = e^x + \frac{1}{x} + C$

$$\text{Mà } F(1) = e \Rightarrow \left(e^x + \frac{1}{x} + C \right) \Big|_{x=1} = e \Leftrightarrow C + e + 1 = e \Leftrightarrow C = -1 \Rightarrow F(x) = e^x + \frac{1}{x} - 1 \quad \textbf{Chọn C}$$

Câu 7: Ta có

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow (\tan x - x + C) \Big|_{x=\frac{\pi}{4}} = 1 \Leftrightarrow C + 1 - \frac{\pi}{4} = 1 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{4}$$

Chọn A.

Câu 8: Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{x^2 - 2x + 1}{x} dx = \int \left(x + \frac{1}{x} - 2 \right) dx = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C$

$$\text{Mà. } F(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{x^2}{2} - 2x + \ln|x| + C \right) \Big|_{x=1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 2 \quad \textbf{Chọn A.}$$

Câu 9: Ta có

$$F(x) = \int f(x)dx = \int \sqrt{3x+4}dx = \int (3x+4)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{9}(3x+4)^{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3} + C$$

Mà

$$F(0) = 2 \Rightarrow \left(\frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3} + C \right) \Big|_{x=0} = 2 \Leftrightarrow C + \frac{16}{9} = 2 \Leftrightarrow C = \frac{2}{9} \Rightarrow F(x) = \frac{2}{9}\sqrt{(3x+4)^3} + \frac{2}{9}.$$

Chọn A.

Câu 10: Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (x^3 - 3x^2 + 5)dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$

Chọn C.

Câu 11: Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int (-5x^4 + 4x^2 - 6)dx = -x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 6x + C$ **Chọn A.**

Câu 12: Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right)dx = x + \ln|x| + C$. **Chọn B.**

Câu 13: Có

$$\int (\sin x - \cos x)dx = \int \sin x dx - \int \cos x dx = -\int d(\cos x) - \int d(\sin x) = -\sin x - \cos x + C.$$

Chọn A.

Câu 14: Ta có $\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2\right)dx = \int 3x^2 dx - \int \frac{dx}{x} - 2 \int dx = x^3 + \ln|x| - 2x + C$. **Chọn D.**

Câu 15: Ta có $\int f(x)dx = \int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \int d(\tan x) = 2 \tan x + C$. **Chọn A.**

Câu 16: Ta có $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}\right)dx = \int \frac{1}{\sqrt{x}} dx - \frac{1}{2} \int dx = 2\sqrt{x} - \frac{x}{2} + C$. **Chọn B.**

Câu 17: Ta có $\int (e^{-x} + 4)dx = \int e^{-x} dx + 4 \int dx = -\int d(e^{-x}) + 4 \int dx = -e^{-x} + 4x + C$. **Chọn D.**

Câu 18: $\int \left(3 - \frac{1}{\sin^2 x}\right)dx = \int 3dx - \int \frac{dx}{\sin^2 x} = 3x + \cot x + C$. **Chọn C.**

Câu 19: $F(x) = \int (-x^3 + 3x^2 - 2x)dx = -\int x^3 dx + 3 \int x^2 dx - 2 \int x dx = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + C$

$$F(1) = 2 \Leftrightarrow -\frac{1^4}{4} + 1^3 - 1^2 + C = 2 \Leftrightarrow C = \frac{9}{4}. \text{ Chọn C.}$$

Câu 20: $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2}\right)dx = \int e^{3x-1} dx - \int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{3} \int d(e^{3x-1}) - \int x^{-2} dx = \frac{e^{3x-1}}{3} + \frac{1}{x} + C$. **Chọn D.**

Câu 21:

$$F(x) = \int (\sin x - \cos x)dx = \int \sin x dx - \int \cos x dx = -\cos x - \sin x + C.$$

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + C = 0 \Leftrightarrow C = \sqrt{2} \text{ Chọn A.}$$

Câu 22:

$$F(x) = \int (2x + \sin x + 2 \cos x) dx = 2 \int x dx + \int \sin x dx + 2 \int \cos x dx = x^2 - \cos x + 2 \sin x + C.$$

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow 0^2 - \cos 0 + 2 \sin 0 + C = 1 \Leftrightarrow C = 2 \text{ Chọn B.}$$

Câu 23: $\int \left(\frac{3x+5}{x+2}\right) dx = \int \left(3 - \frac{1}{x+2}\right) dx = 3 \int dx - \int \frac{d(x+2)}{x+2} = 3x - \ln|x+2| + C. \text{ Chọn C.}$

Câu 24: $\int \frac{x}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx = \int dx - \int \frac{d(x+1)}{x+1} = x - \ln|x+1| + C. \text{ Chọn C.}$

Câu 25: $\int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int dx = \tan x - x + C \text{ Chọn C.}$

Câu 26: $\int (\cos^4 x - \sin^4 x) dx = \int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int \cos 2x d2x = \frac{\sin 2x}{2} + C$

.Chọn B

Câu 27: $\int (\sin 2x + 3x^2) dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d2x + 3 \int x^2 dx = -\frac{\cos 2x}{2} + x^3 + C. \text{ Chọn C.}$

Câu 28: Từ các tính chất của nguyên hàm ta dễ dàng chọn được đáp án **B. Chọn B**

Câu 29: $\int 2 \sin 2x dx = \int \sin 2x d(2x) = -\cos 2x + C. \text{ Chọn D}$

Câu 30: $\int (9^x + 3x^2) dx = \int 9^x dx + 3 \int x^2 dx = \frac{9^x}{\ln 9} + x^3 + C. \text{ Chọn D}$

DẠNG 2. PP ĐỔI BIẾN SỐ TÌM NGUYÊN HÀM (PHẦN 1)

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos^3 x}{1 + \sin x}$ sau phép đặt $t = \sin x$ là

A. $F(t) = t - \frac{t^2}{2} + C$

B. $F(t) = t + \frac{t^2}{2} + C$

C. $F(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{3} + C$

D. $F(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + C$

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x+3}}{2\sqrt{x+3}+x}$ sau phép đặt $t = \sqrt{x+3}$ là

A. $F(t) = 4t + \ln|t-1| - 9\ln|t+3| + C$

B. $F(t) = 4t - \ln|t+1| + 9\ln|t-3| + C$

C. $F(t) = 4t - \ln|t-1| + 9\ln|t+3| + C$

D. $F(t) = 4t + \ln|t+1| - 9\ln|t-3| + C$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x+6+4\sqrt{x+2}}$ sau phép đặt $t = \sqrt{x+2}$ là

A. $F(t) = t - 4\ln|t+2| - \frac{4}{t+2} + C$

B. $F(t) = 2t - 8\ln|t+2| - \frac{8}{t+2} + C$

C. $F(t) = 2t - 4\ln|t+2| + \frac{4}{t+2} + C$

D. $F(t) = 2t + 8\ln|t+2| - \frac{8}{t+2} + C$

Câu 4: Cho nguyên hàm $I = \int \frac{x}{\sqrt{4x+1}} dx$. Giả sử đặt $t = \sqrt{4x+1}$ thì ta được:

A. $I = \frac{1}{8} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) + C$

B. $I = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) + C$

C. $I = \frac{1}{8} \left(\frac{t^3}{3} - t \right) + C$

D. $I = \frac{1}{4} \left(\frac{t^3}{3} + t \right) + C$

Câu 5: Cho nguyên hàm $I = \int \frac{e^{2x}}{(e^x+1)\sqrt{e^x+1}} dx = a \left(t + \frac{1}{t} \right) + C$ với $t = \sqrt{e^x+1}$, giá trị của a

bằng

A. - 2

B. 2

C. - 1

D. 1.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $y = x^3 \sqrt{x^2+1}$ là:

A. $\frac{1}{15} (3x^2-1) \sqrt{(x^2+1)^3} + C$

B. $\frac{1}{15} (3x^2-2) \sqrt{(x^2+1)^3} + C$

C. $\frac{1}{5} (x^2-1) \sqrt{(x^2+1)^3} + C$

D. $\frac{1}{15} (3x^2-4) \sqrt{(x^2+1)^3} + C$

Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}(x+1)\sqrt{x-2}+C$

B. $\frac{2}{3}(x-1)\sqrt{x-2}+C$

C. $\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x-2}+C$

D. $\frac{4}{3}(x+1)\sqrt{x-2}+C$

Câu 8: Nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \cdot \frac{1}{(x-2)^2}$ bằng:

A. $\frac{2}{9}\sqrt{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^3}+C$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^3}+C$ C. $\frac{-2}{9}\sqrt{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^3}+C$ D.

$\frac{-2}{9}\sqrt{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^3}+C$

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{x-7}}$ bằng:

A. $\frac{2}{3}(3x+1)\sqrt{x-7}+C$

B. $\frac{2}{3}(3x+1)\sqrt{x-7}+C$

C. $\frac{2}{3}(3x+11)\sqrt{x-7}+C$

D. $\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{x-7}+C$

Câu 10: Cho nguyên hàm sau $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^{10}+1}}$. Khi đặt $t = \sqrt{x^{10}+1}$ ta được:

A. $I = \int \frac{dt}{t(t+1)}$

B. $I = \frac{1}{10} \int \frac{dt}{t^2-1}$

C. $I = \frac{1}{10} \int \frac{dt}{t^3-t^2}$

D. $I = \frac{1}{5} \int \frac{dt}{t^2-1}$

Câu 11: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{1+\sqrt{x-1}}$. Biết $F(1) = 3$. Vậy

$F(2)$ bằng:

A. $5 - \ln 2 + C$

B. $5 - \ln 2$

C. $5 - 2\ln 2$

D. $5 - 2\ln 2 + C$

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x}{(1+\sqrt{1+x})^2}$ là:

A. $x - 4\sqrt{x+1} + 4\ln(\sqrt{x+1}+1) + C$

B. $x + 1 + 4\ln(\sqrt{x+1}+1) + C$

C. $x + 1 - 2\sqrt{x+1} + 2\ln(\sqrt{x+1}+1)$

D. $x - 4\sqrt{x+1} + 2\ln(\sqrt{x+1}+1) + C$

Câu 13: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{x-1}}$. Biết $F(10) = 40$. Vậy $F(2)$

bằng:

A. $\frac{10}{3}$

B. $\frac{32}{3}$

C. $\frac{20}{3}$

D. 4

Câu 14: Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1+2\ln x}}$.

- A. $2\sqrt{2\ln x + 1}$ B. $\sqrt{1+2\ln x}$ C. $\frac{\sqrt{1+2\ln x}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{1+2\ln x}}{2}$

Câu 15: Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}}$

- A. $\frac{(x^2+2)\sqrt{1-x^2}}{3}$ B. $-\frac{(x^2+1)\sqrt{1-x^2}}{3}$
C. $\frac{(x^2+1)\sqrt{1-x^2}}{3}$ D. $-\frac{(x^2+2)\sqrt{1-x^2}}{3}$

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^4+5}}$:

- A. $\frac{1}{8}\sqrt{x^4+5} + C$ B. $\frac{1}{4}\sqrt{x^4+5} + C$ C. $\frac{1}{4\sqrt{x^4+5}} + C$ D. $\frac{1}{8\sqrt{x^4+5}} + C$

Câu 17: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{3-x}}$, khi đặt $t = \sqrt{3-x}$:

- A. $t^4 - 6t^2 + 9 + C$ B. $-2t^4 + 12t^2 - 18 + C$
C. $-\frac{2}{5}t^5 + 4t^3 - 18t + C$ D. $\frac{1}{5}t^5 - 2t^3 + 9t + C$

Câu 18: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{2-\ln^3 x}}$:

- A. $-\frac{2}{3}\sqrt{2-\ln^3 x} + C$ B. $-\frac{1}{3}\sqrt{2-\ln^3 x} + C$
C. $\frac{2}{3}\sqrt{2-\ln^3 x} + C$ D. $\frac{1}{3}\sqrt{2-\ln^3 x} + C$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ khi đó ta có

$$\int \frac{\cos^3 x dx}{1 + \sin x} = \int \frac{\cos^2 x \cos x dx}{1 + \sin x} = \int \frac{(1 - \sin^2 x) d(\sin x)}{1 + \sin x} = \int \frac{(1 - t^2) dt}{1 + t} = \int (1 - t) dt = t - \frac{1}{2} t^2 + C$$

. **Chọn A.**

Câu 2: Đặt $t = \sqrt{x+3} \Rightarrow t^2 = x+3 \Rightarrow 2t dt = dx$ khi đó ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{2\sqrt{x-3}}{2\sqrt{x+3}+x} dx &= \int \frac{2t \cdot 2t dt}{t^2 + 2t - 3} = \int \frac{4(t^2 + 2t - 3) + (t+3) - 9(t-1)}{(t+3)(t-1)} dt \\ &= \int \left(4 + \frac{1}{t-1} - \frac{9}{t+3} \right) dt = 4t + \ln|t-1| - 9|t+3| + C \end{aligned}$$

Chọn A.

Câu 3: Đặt $t = \sqrt{x+2} \Rightarrow t^2 = x+2 \Rightarrow 2t dt = dx$ khi đó ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{x+2}}{x+6+4\sqrt{x+2}} dx &= \int \frac{t \cdot 2t dt}{t^2 + 4t + 4} = \int \frac{2(t^2 + 4t + 4) - 8(t+2) + 8}{t^2 + 4t + 4} dt \\ &= \int \left[2 - \frac{8}{t+2} + \frac{8}{(t+2)^2} \right] dt = 2t - 8 \ln|t+2| - \frac{8}{t+2} + C \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 4: Đặt $t = \sqrt{4x+1} \Rightarrow t^2 = 4x+1 \Rightarrow 2t dt = 4dx \Leftrightarrow t dt = 2dx$ khi đó ta có

$$\int \frac{x}{\sqrt{4x+1}} dx = \int \frac{\frac{t^2-1}{4} \cdot \frac{t dt}{2}}{t} = \frac{1}{8} \int (t^2 - 1) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{1}{3} t^3 - t \right) + C$$

Chọn C.

Câu 5: Đặt $t = \sqrt{e^x + 1} \Rightarrow t^2 = e^x + 1 \Rightarrow 2t dt = e^x dx \Leftrightarrow 2t dt = (t^2 - 1) dx \Rightarrow dx = \frac{2t dt}{t^2 - 1}$ khi đó ta

có

$$I = \int \frac{(t^2 - 1)^2 \cdot \frac{2t dt}{t^2 - 1}}{t^3} = 2 \int \frac{(t^2 - 1)}{t^2} dt = 2 \int \left(1 - \frac{1}{t^2} \right) dt = 2 \left(t + \frac{1}{t} \right) + C \Rightarrow a = 2$$

Chọn B.

Câu 6: Ta có

$$\begin{aligned} \int x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx &= \frac{1}{2} \int x^2 \sqrt{x^2 + 1} d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} \left[(x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \right] d(x^2 + 1) \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{2}{5} (\sqrt{x^2 + 1})^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3} (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \right] + C = \frac{1}{15} (3x^2 - 2) \sqrt{(x^2 + 1)^3} + C \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 7: Ta có

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x-2}} dx = \int \left(\sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right) dx = \frac{2}{3} (\sqrt{x-2})^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{x-2} = \frac{2}{3} (x+1)\sqrt{x-2} + C \quad \text{Chọn C.}$$

Câu 8: Đặt $t = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \Rightarrow t^2 = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow 2t dt = \frac{-3dx}{(x-2)^2} \Leftrightarrow \frac{dx}{(x-2)^2} = -\frac{2}{3} t dt$ khi đó ta có

$$\int \sqrt{\frac{x+1}{x-2}} \frac{dx}{(x-2)^2} = \int t \left(-\frac{2}{3} t \right) dt = -\frac{2}{3} \int t^2 dt = -\frac{2}{9} t^3 + C = -\frac{2}{9} \sqrt{\left(\frac{x+1}{x-2} \right)^3} + C$$

Chọn C.

Câu 9: Ta có

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x-7}} dx = \int \left(\sqrt{x-7} + \frac{6}{\sqrt{x-7}} \right) dx = \frac{2}{3} (\sqrt{x-7})^{\frac{3}{2}} + 12\sqrt{x-7} = \frac{2}{3} (x+11)\sqrt{x-7} + C$$

Chọn B.

Câu 10: Đặt $t = \sqrt{x^{10}+1} \Rightarrow t^2 = x^{10}+1 \Rightarrow 2t dt = 10x^9 dx \Rightarrow dx = \frac{t dt}{5x^9}$ khi đó ta có

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^{10}+1}} = \int \frac{t dt}{5x^{10}\sqrt{x^{10}+1}} = \int \frac{t dt}{5(t^2-1)t} = \frac{1}{5} \int \frac{dt}{t^2-1}$$

Chọn D.

Câu 11:

$$F(x) = \int \frac{1}{1+\sqrt{x-1}} dx \xrightarrow{\sqrt{x-1}=t} F(x) = \int \frac{2t}{1+t} dt$$

$$\Rightarrow F(x) = \int \left(2 - \frac{2}{t+1} \right) dx = 2t - 2 \ln|t+1| + C$$

$$= 2\sqrt{x-1} - 2 \ln|\sqrt{x-1}+1| + C = 2\sqrt{x-1} - 2 \ln(1+\sqrt{x-2}) + C$$

Bài ra $F(1) = 3 \Rightarrow 0 - 2 \ln 1 + C = 3 \Rightarrow C = 3 \Rightarrow F(2) = 2 - 2 \ln 2 + 3 = 5 - 2 \ln 2$. **Chọn C**

$$\text{Câu 12: } F(x) = \int \frac{x}{(1+\sqrt{1+x})^2} dx \xrightarrow{\sqrt{1+x}=t} F(x) = \int \frac{t^2-1}{(1+t)^2} d(t^2-1) = \int \frac{(t+1)(t-1) \cdot 2t}{(t+1)^2}$$

$$\Rightarrow F(x) = 2 \int \frac{t^2-t}{t+1} dt = 2 \int \frac{(t+1)(t-2)+2}{t+1} dt = 2 \int \left(t-2 + \frac{2}{t+1} \right) dt$$

$$\Rightarrow F(x) = 2 \left(\frac{t^2}{2} - 2t + 2 \ln|t+1| \right) + C = x+1 - 4\sqrt{x+1} + 4 \ln(1+\sqrt{x+1}) + C$$

Chọn A

Câu 13: $F(x) = \int \frac{x+2}{\sqrt{x-1}} dx \xrightarrow{\sqrt{x-1}=t} F(x) = \int \frac{t^2+3}{t} d(t^2+3) = \int \frac{t^2+3}{t} \cdot 2t dt = 2 \int (t^2+3) dt$

$$\Rightarrow F(x) = 2 \left(\frac{t^3}{3} + 3t \right) + C = \frac{2}{3} \sqrt{(x-1)^3} + 6\sqrt{x-1} + C$$

Bài ra $F(10) = 40 \Rightarrow \frac{2}{3} \sqrt{9^3} + 6\sqrt{9} + C = 40 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow F(2) = \frac{2}{3} + 6 + 4 = \frac{32}{3}$. **Chọn B**

Câu 14:

$$F(x) = \int \frac{1}{x\sqrt{1+2\ln x}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{1+2\ln x}} d(\ln x) = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{1+2\ln x}} d(1+2\ln x) = \sqrt{1+2\ln x} + C.$$

Chọn B

Câu 15: $F(x) = \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} d(x^2) \xrightarrow{\sqrt{1-x^2}=t} F(x) = \frac{1}{2} \int \frac{1-t^2}{t} d(1-t^2)$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \int \frac{1-t^2}{t} \cdot (-2t) dt = \int (t^2-1) dt = \frac{t^3}{3} - t + C = \frac{1}{3}(t^2-3)t + C$$

$$= \frac{1}{3}(1-x^2-3)\sqrt{1-x^2} + C = -\frac{(2+x^2)\sqrt{1-x^2}}{3} + C. \text{ **Chọn D**}$$

Câu 16: $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^4+5}} dx = \frac{1}{4} \int \frac{1}{\sqrt{x^4+5}} d(x^4+5) = \frac{1}{8} \sqrt{x^4+5} + C$ **Chọn A**

Câu 17:

$$H = \int \frac{(3-t^2)^2}{t} d(3-t^2) = \int \frac{(3-t^2)^2}{t} \cdot (-2t) dt = -2 \int (t^4-6t^2+9) dt = -2 \left(\frac{t^5}{5} - 2t^3 + 9t \right) + C$$

Chọn C

Câu 18: $\int \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{2-\ln^3 x}} dx = \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{2-\ln^3 x}} d(\ln x) = \frac{1}{3} \int \frac{1}{\sqrt{2-\ln^3 x}} d(\ln^3 x)$

$$= -\frac{1}{3} \int \frac{1}{\sqrt{2-\ln^3 x}} d(2-\ln^3 x) = -\frac{2}{3} \sqrt{2-\ln^3 x} + C. \text{ **Chọn A**}$$

DẠNG 3. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ TÌM NGUYÊN HÀM PHẦN 2.

Câu 1: Xét nguyên hàm $I = \int \sqrt{4-x^2} dx$ với phép đặt $x = 2 \sin t$. Khi đó

A. $I = \int 2(1 + \cos 2t) dt$

B. $I = \int 2(1 + \cos 3t) dt$

C. $I = \int 2(4 + \cos 2t) dt$

D. $I = \int 2(1 + 2 \cos 2t) dt$

Câu 2: Sử dụng phép đặt $x = \tan t$ thì $J = \int \frac{x}{1+x^2} dx$ là nguyên hàm nào sau đây

A. $J = \int \tan t dt$

B. $J = \int \tan 2t dt$

C. $J = \frac{1}{2} \int \tan 2t dt$

D. $J = \frac{1}{2} \int \tan^2 t dt$

Câu 3: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

A. $I = \tan x + C$

B. $I = \cot x + C$

C. $I = \arctan x + C$

D. $I = \operatorname{arccot} x + C$

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

A. $\int f(x) dx = \frac{\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{\arcsin x + x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2 \arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{2 \arcsin x + x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

Câu 5: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

A. $\int f(x) dx = \frac{\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + \sqrt{2}$

B. $\int f(x) dx = \frac{\arcsin x + x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{2 \arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{2 \arcsin x + x\sqrt{1-x^2}}{2} + 2x$

Câu 6: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \sqrt{9-x^2}$ khi đặt $x = 3 \sin t$

A. $\frac{81t}{8} - \frac{81}{32} \sin 4t + C$

B. $\frac{t}{2} - \frac{1}{8} \sin 4t + C$

C. $t - \frac{1}{4} \sin 4t + C$

D. $2t - \frac{1}{2} \sin 4t + C$

Câu 7: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

A. $\arcsin x - x\sqrt{1-x^2} + C$

B. $\frac{\arcsin x}{2} - \frac{1}{2} x\sqrt{1-x^2} + C$

C. $\arcsin \frac{x}{2} + C$

D. $\frac{\arcsin x}{2} + \frac{1}{2} x\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 8: Cho nguyên hàm $I = \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì

A. $I = 2t + \frac{\cos 4t}{2} + C$

B. $I = 2t + \frac{\sin 8t}{4} + C$

C. $I = 2t - \frac{\cos 4t}{2} + C$

D. $I = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$

Câu 9: Nguyên hàm $\int \frac{dx}{1+\sin x}$ với phép đặt $t = \tan \frac{x}{2}$ trở thành

A. $\int \frac{2dt}{(1+t)^2}$

B. $\int \frac{2dt}{(1+t)^3}$

C. $\int \frac{dt}{3(1+t)^2}$

D. $\int \frac{2dt}{3(1+t)^2}$

Câu 10: Sử dụng phép đặt $x = \sin t$, tìm biểu diễn của nguyên hàm $I = \sqrt{1-x^2} dt$

A. $I = \int 2|\cos t| \cos t dt$

B. $I = \int 2|\sin t| \cos^2 t dt$

C. $I = \int |\cos t| \cos t dt$

D. $I = \int 4|\sin t| \cos t dt$

Câu 11: Cho nguyên hàm $I = \int \sqrt{4-x^2} dx$. Khi đặt $x = 2 \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right)$ ta được:

A. $I = 2t - \sin 2t + C$

B. $I = 2t + \sin 2t + C$

C. $I = t - \sin 2t + C$

D. $I = 4t + 2 \sin 2t + C$

Câu 12: Để tính nguyên hàm $I = \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$. Bạn A làm như sau:

Bước 1: Đặt $x = \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]; t \neq 0 \right) \Rightarrow dx = \cos t dt$

Bước 2: Khi đó $I = \int \frac{\sqrt{1-\sin^2 x} \cdot \cos t dt}{\sin^2 t} = \int \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt$

Bước 3: $\Rightarrow I = \int \cot^2 t dt = \frac{\cot^3 t}{3} + C \Rightarrow I = \frac{\cot^3 x}{3} + C$ (với $t = \sin x$)

Vậy bạn A làm đúng hay sai?

A. Bạn A làm sai **bước 1**

B. Bạn A làm sai **bước 2**

C. Bạn A làm sai **bước 3**

D. Bạn A làm hoàn toàn **đúng**

Câu 13: Cho nguyên hàm $F(x) = \int \frac{dx}{x^2+4}$. Biết rằng $F(0) = \frac{\pi}{8}$. Vậy $F(2)$ có giá trị bằng

A. $F(2) = \frac{\pi}{8}$

B. $F(2) = \frac{\pi}{2}$

C. $F(2) = \frac{\pi}{4}$

D. $F(2) = 0$

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}}$ sau phép đặt $x = \sin t$, với

$t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \setminus \{0\}$ là

A. $F(t) = -\tan t + C$

B. $F(t) = -\cot t + C$

C. $F(t) = \tan t + C$

D. $F(t) = \cot t + C$

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2}$ sau phép đặt $x = 3 \sin t$, với

$t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \setminus \{0\}$ là

A. $F(t) = -9 \cot t - \frac{9t^2}{2} + C$

B. $F(t) = -9 \cot t - 9t + C$

C. $F(t) = \cot t + \frac{t^2}{2} + C$

D. $F(t) = -\cot t - t + C$

Đáp án

1-A	2-A	3-C	4-B	5-A	6-A	7-B	8-D	9-A	10-C
11-B	12-C	13-C	14-B	15-D					

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

$$x = 2 \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$
$$\Rightarrow I = \int \sqrt{4-x^2} dx = 4 \int \cos t |\cos t| dt = 4 \int \cos^2 t dt = 2 \int (1 + \cos 2t) dt .$$

Câu 2: Đáp án A

$$x = \tan t \Rightarrow dx = \frac{dt}{\cos^2 t} \Rightarrow J = \int \frac{x dx}{1+x^2} = \int \tan t dt$$

Câu 3: Đáp án C

$$x = \tan t \Rightarrow dx = \frac{dt}{\cos^2 t} \Rightarrow \int \frac{dx}{x^2+1} = \int dt = t + C = \arctan x + C$$

Câu 4: Đáp án B

$$x = \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$$
$$\Rightarrow \int \sqrt{1-x^2} dx = \int \cos t |\cos t| dt = \int \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int (1 + \cos 2t) dt = \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{4} + C$$
$$= \frac{\arcsin x + \sin t \cdot \cos t}{2} + C = \frac{\arcsin x + x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$$

Câu 5: Đáp án A

$$x = \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$$
$$\Rightarrow \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\sin^2 t \cos t dt}{|\cos t|} = \int \sin^2 t dt = \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2t) dt$$
$$= \frac{t - \sin t \cos t}{2} + C = \frac{\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$$

Câu 6: Đáp án A

$$x = 3 \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 3 \cos t dt \Rightarrow \int x^2 \sqrt{9-x^2} dx = 81 \int \sin^2 t \cos t |\cos t| dt$$
$$= \frac{81}{4} \int \sin^2 2t dt = \frac{81}{8} \int (1 - \cos 4t) dt = \frac{81t}{8} - \frac{81 \sin 4t}{32} + C .$$

Câu 7: Đáp án B

$$x = \sin t \text{ với } t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow dx = \cos t dt$$
$$\Rightarrow \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\sin^2 t \cos t dt}{|\cos t|} = \int \sin^2 t dt = \frac{1}{2} \int (1 - \cos 2t) dt$$
$$= \frac{t - \sin t \cos t}{2} + C = \frac{\arcsin x - x\sqrt{1-x^2}}{2} + C$$

Câu 8: Đáp án D

$$x = 2 \sin t \text{ với } t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$

$$\Rightarrow \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx = 16 \int \sin^2 t \cos t |\cos t| dt = 4 \int \sin^2 2t dt = 2 \int (1 - \cos 4t) dt = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$$

Câu 9: Đáp án A

$$t = \tan \frac{x}{2} \Rightarrow dt = \frac{dx}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \frac{dx}{2} \left(1 + \tan^2 \frac{x}{2} \right) = \frac{dx}{2} (1 + t^2) \Rightarrow dx = \frac{2dt}{1+t^2}$$

$$\text{Mặt khác } \sin x + 1 = \frac{2t}{t^2+1} + 1 = \frac{(t+1)^2}{t^2+1} \Rightarrow \int \frac{dx}{1+\sin x} = 2 \int \frac{dt}{(1+t)^2}$$

Câu 10: Đáp án C

$$x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt \Rightarrow I = \int \sqrt{1-x^2} dt = \int \cos t \sqrt{1-\sin^2 t} dt = \int \cos t |\cos t| dt$$

Câu 11: Đáp án B

$$x = 2 \sin t \left(t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right) \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$

$$\Rightarrow I = \int \sqrt{4-x^2} dx = 4 \int \cos^2 t dt = 2 \int (1 + \cos 2t) dt = 2t + \sin 2t + C$$

Câu 12: Đáp án C

$$\text{Bước 3 sai vì } I = \int \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt = \int \frac{1-\sin^2 t}{\sin^2 t} dt = \int \left(\frac{1}{\sin^2 t} - 1 \right) dt = -\cot t - t + C$$

Câu 13: Đáp án C

$$x = 2 \tan t \Rightarrow dx = \frac{2dt}{\cos^2 t} \Rightarrow F(x) = \int \frac{dx}{x^2+4} = \frac{1}{2} \int dt = \frac{t}{2} + C = \frac{\arctan \frac{x}{2}}{2} + C$$

$$F(0) = \frac{\pi}{8} \Rightarrow C = \frac{\pi}{8} \Rightarrow F(2) = \frac{\pi}{4}$$

Câu 14: Đáp án B

$$dx = \cos t dt \Rightarrow \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\cos t dt}{\sin^2 t |\cos t|} = \int \frac{dt}{\sin^2 t} = -\cot t + C$$

Câu 15: Đáp án D

$$dx = 3 \cos t dt \Rightarrow \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx = \int \frac{|\cos t|}{\sin^2 t} \cos t dt = \int \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt = \int \left(\frac{1}{\sin^2 t} - 1 \right) dt = -\cot t - t + C$$

DẠNG 4. PHƯƠNG PHÁP TỪNG PHẦN ĐỂ TÌM NGUYÊN HÀM

Câu 1: Nguyên hàm $I = \int x \ln(x+1) dx$ bằng

A. $\frac{x^2-1}{2} \ln(x+1) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + C$

B. $\frac{x^2-1}{2} \ln(x+1) + \frac{x^2-2x}{4} + C$

C. $\frac{x^2-1}{2} \ln(x+1) - \frac{x^2}{4} - x + C$

D. $\frac{x^2}{2} \ln(x+1) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + C$

Câu 2: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \ln(x+1)$. Biết $F(0) = 1$, vậy $F(x)$ bằng:

A. $\frac{x^2-2x}{2} + (x+1) \ln(x+1) + 1$

B. $\frac{x^2-2x}{2} + x \ln(x+1) + 1$

C. $\frac{x^2-x}{2} + (x+1) \ln(x+1) + 1$

D. $\frac{x^2-2x}{2} + (x^2+1) \ln(x+1) + 1$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\ln(x+2)}{x^2}$ bằng:

A. $\frac{\ln|x|}{2} - \frac{(x+2) \ln(x+2)}{x} + C$

B. $\frac{\ln|x|}{2x} - \frac{(x+2) \ln(x+2)}{x} + C$

C. $\frac{\ln|x|}{2} - \frac{(x+2) \ln(x+2)}{2x} + C$

D. $\frac{\ln|x|}{2} - \frac{\ln(x+2)}{x} + C$

Câu 4: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \ln x$. Biết $F(1) = 0$.

Vậy $F(x)$ bằng:

A. $\frac{x^2+2x^2 \ln x}{4} - \frac{\ln^2 x}{2} - \frac{1}{4}$

B. $\frac{-x^2+2x^2 \ln x}{4} - \frac{\ln^2 x}{2} + \frac{1}{4}$

C. $\frac{-x^2+2x^2 \ln x}{4} + \frac{\ln^2 x}{2} + \frac{1}{4}$

D. $\frac{-x^2-2x^2 \ln x}{4} - \frac{\ln^2 x}{2} + \frac{1}{4}$

Câu 5: Hàm số $f(x) = xe^x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = xe^x + e^x + C$

B. $F(x) = x^2 e^x + C$

C. $F(x) = x^2 \frac{1}{x+1} e^{x+1} + C$

D. $F(x) = e^x (x-1) + C$

Câu 6: Hàm số $f(x) = (x+1) \sin x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = (x+1) \cos x + \sin x + C$

B. $F(x) = -(x+1) \cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = -(x+1) \cos x - \sin x + C$

D. $F(x) = -(x+1) \cos x - \sin x + C$

Câu 7: Hàm số $f(x) = \ln x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = x(\ln x - 1) + C$

B. $F(x) = \frac{1}{x} + C$

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

D. $F(x) = x(\ln x + 1) + C$

Câu 8: Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos 3x$, biết $F(0) = 1$. Vậy $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + 1$

C. $F(x) = \frac{1}{6}x^2 \sin 3x$

D. $F(x) = \frac{1}{3}x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + \frac{8}{9}$

Câu 9: Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = xe^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$ là:

A. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$

B. $F(x) = -(x+1)e^{-x} + 2$

C. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 1$

D. $F(x) = (x+1)e^{-x} + 2$

Câu 10: Kết quả nào **sai** trong các kết quả sau?

A. $\int x \sin x dx = \frac{-x \cdot \cos x}{2} + C$

B. $\int x \sin x dx = -\cos x + \sin x + C$

C. $\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$

D. $\int x \sin 2x dx = \frac{-x \cdot \cos 2x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 11: Kết quả nào **sai** trong các kết quả sau?

A. $\int xe^{3x} dx = \frac{xe^{3x}}{3} - \frac{1}{8}e^{3x} + C$

B. $\int xe^x dx = x \cdot e^x - e^x + C$

C. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x + C$

D. $\int \frac{x}{e^x} dx = \frac{-x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 1)e^x$

A. $\int f(x) dx = (x-1)^2 e^x + C$

B. $\int f(x) dx = (x+1)^2 e^x + C$

C. $\int f(x) dx = (x^2 - 2x + 2)e^x + C$

D. $\int f(x) dx = (x^2 - 2x - 2)e^x + C$

Câu 13: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2(3 \ln x + 1)$

A. $\int f(x) dx = x^3 \cdot \left(\ln \frac{1}{x} - \frac{1}{3} \right) + C$

B. $\int f(x) dx = x^3 \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) + C$

C. $\int f(x) dx = x^3 \cdot \ln x + C$

D. $\int f(x) dx = x^3 \cdot \ln \frac{1}{x} + C$

Câu 14: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ qua phép đặt $t = \sqrt{x}$ là

A. $F(t) = 2t \ln^2 t - 4t + C$

B. $F(t) = 2t \ln^2 t + 4t + C$

C. $2t \ln t^2 + 4t + C$

D. $2t \ln t^2 - 4t + C$

Câu 15: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x^2}$ là:

A. $F(x) = 2(x+1) \ln(1+x) + 2x + C$

B. $F(x) = -2(x+1) \ln(1+x) + x + C$

C. $F(x) = -\frac{1+x}{x} \cdot \ln(1+x) + \ln|x| + C$

D. $F(x) = \frac{1+x}{x} \cdot \ln(1+x) + \ln|x| + C$

Câu 16: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \ln x$

A. $H = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$

B. $H = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$

C. $H = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$

D. $H = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$

Câu 17: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos \sqrt{x}$ sau phép đặt $t = \sqrt{x} (x > 0)$ là:

A. $F(t) = 2t \cos t + 2 \sin t + C$

B. $F(t) = 2t \sin t + 2 \cos t + C$

C. $F(t) = -2t \cos t + 2 \sin t + C$

D. $F(t) = 2t \sin t - 2 \cos t + C$

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x \sin x}{\cos^3 x}$ bằng

A. $\frac{-x}{2\cos^2 x} + \frac{\tan x}{2} + C$

B. $\frac{x}{2\cos^2 x} - \frac{\tan x}{2} + C$

C. $\frac{-x}{2\cos^2 x} - \tan x + C$

D. $\frac{-x}{2\cos^2 x} + \tan x + C$

Câu 19: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ln x$

A. $H = \frac{(3\ln x - 2)x\sqrt{x}}{9} + C$

B. $H = \frac{(2\ln x - 3)x\sqrt{x}}{9} + C$

C. $H = \frac{(6\ln x - 4)x\sqrt{x}}{9} + C$

D. $H = \frac{(4\ln x - 6)x\sqrt{x}}{9} + C$

Đáp án

1-A	2-A	3-C	4-B	5-D	6-B	7-A	8-D	9-A	10-A
11-A	12-A	13-C	14-D	15-C	16-A	17-B	18-B	19-C	

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \int x \ln(x+1) dx &= \frac{1}{2} \int \ln(x+1) d(x^2) = \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \int x^2 d(\ln(x+1)) \\&= \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{x+1} dx = \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \int \left(x - 1 + \frac{1}{x+1} \right) dx \\&= \frac{1}{2} x^2 \ln(x+1) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} x^2 - x + \ln(x+1) \right) = \frac{x^2-1}{2} \ln(x+1) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + C.\end{aligned}$$

Câu 2: Đáp án A

$$\begin{aligned}\text{Ta có } F(x) &= \int (x + \ln(x+1)) dx = \frac{1}{2} x^2 + \int \ln(x+1) dx = \frac{1}{2} x^2 + x \ln(x+1) - \int x d(\ln(x+1)) \\&= \frac{1}{2} x^2 + x \ln(x+1) - \int \frac{x}{x+1} dx = \frac{1}{2} x^2 + x \ln(x+1) - x + \ln(x+1) = \frac{x^2-2x}{2} + (x+1) \ln(x+1) + C\end{aligned}$$

Câu 3: Đáp án C

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \int \frac{\ln(x+2)}{x^2} dx &= - \int \ln(x+2) d\left(\frac{1}{x}\right) = - \frac{\ln(x+2)}{x} + \int \frac{1}{x} d(\ln(x+2)) \\&= - \frac{\ln(x+2)}{x} + \int \frac{dx}{x(x+2)} \\&= - \frac{\ln(x+2)}{x} + \frac{1}{2} \int \frac{(x+2)-x}{x(x+2)} dx = - \frac{\ln(x+2)}{x} + \frac{1}{2} \ln|x| - \frac{1}{2} \ln(x+2) + C \\&= \frac{\ln|x|}{x} - \frac{(x+2)\ln(x+2)}{2x} + C\end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án B

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \int \left(x - \frac{1}{x} \right) \ln x dx &= \int x \ln x dx - \int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{1}{2} \int \ln x d(x^2) - \int \ln x d(\ln x) \\&= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \int x^2 d(\ln x) - \frac{1}{2} \ln^2 x = \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{2} \int x dx \\&= \frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{4} x^2 = \frac{-x^2 + 2x^2 \ln x}{4} - \frac{\ln^2 x}{2} + C \\&\text{Mà } F(1) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{4} \Rightarrow F(x) = \frac{-x^2 + 2x^2 \ln x}{4} - \frac{\ln^2 x}{2} + C\end{aligned}$$

Câu 5: Đáp án D

$$\text{Ta có } \int x e^x dx = \int x d(e^x) = x e^x - \int e^x dx = x e^x - e^x + C$$

Câu 6: Đáp án B

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \int (x+1) \sin x dx &= \int x \sin x dx + \int \sin x dx = - \int x d(\cos x) - \cos x = -x \cos x + \int \cos x dx - \cos x \\&= -x \cos x + \sin x - \cos x + C = -(x+1) \cos x + \sin x + C\end{aligned}$$

Câu 7: Đáp án A

$$\text{Ta có } \int \ln x dx = x \ln x - \int x d(\ln x) = x \ln x - \int dx = x \ln x - x + C = x(\ln x - 1) + C$$

Câu 8: Đáp án D

Ta có $\int x \cos 3x dx = \frac{1}{3} \int x d(\sin 3x) = \frac{1}{3} x \sin 3x - \frac{1}{3} \int \sin 3x dx = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$

Do $F(0) = 1 \Rightarrow C = \frac{8}{9} \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + \frac{8}{9}$.

Câu 9: Đáp án A

Ta có: $\int x e^{-x} dx = -\int x d(e^{-x}) = -x e^{-x} + \int e^{-x} dx = -x e^{-x} - e^{-x} + C = -(x+1)e^{-x} + C$

Mà $F(0) = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = -(x+1)e^{-x} + 1$

Câu 10: Đáp án A

Ta có $\int x \sin x dx = -\int x d(\cos x) = -x \cos x + \int \cos x dx = -x \cos x + \sin x + C$.

Câu 11: Đáp án A

Ta có $\int x e^{3x} dx = \frac{1}{3} \int x d(e^{3x}) = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{3} \int e^{3x} dx = \frac{1}{3} x e^{3x} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

Câu 12: Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u = x^2 - 1 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = e^x \end{cases}$. Suy ra $\int f(x) dx = (x^2 - 1)e^x - \int 2x.e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u = 2x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dx \\ v = e^x \end{cases}$

Suy ra $\int f(x) dx = (x^2 - 1)e^x - \int 2x.e^x dx = (x^2 - 1)e^x - (2x.e^x - \int 2.e^x dx)$
 $= (x^2 - 1)e^x - 2x.e^x + 2.e^x + C = (x - 1)^2 e^x + C$.

Cách khác: Đối với nguyên hàm từng phần dạng

$\int f(x).e^x dx = f(x).e^x - f'(x).e^x + f''(x).e^x - \dots + k.e^x + C$.

$\int (x^2 - 1)e^x dx = (x^2 - 1)e^x - 2xe^x + 2.e^x + C = (x^2 - 2x + 1).e^x + C$

Câu 13: Đáp án C

Đặt $\begin{cases} u = 3 \ln x + 1 \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{3}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

Suy ra $\int x^2 (3 \ln x + 1) dx = \frac{x^3}{3} \cdot (3 \ln x + 1) - \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} \cdot (3 \ln x + 1) - \frac{x^3}{3} + C = x^3 \ln x + C$

Câu 14: Đáp án D

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow 2t dt = dx$

Suy ra $\int f(x) dx = \int \frac{\ln t^2}{t} \cdot (2t dt) = 4 \int \ln t \cdot dt = 4t \ln t - 4 \int t \cdot d(\ln t) = 4t \ln t - 4 \int dt = 4t \ln t - 4t + C$

Quan sát các đáp án ta thấy D đúng, vì $2t \ln t^2 - 4t + C = 4t \ln t - 4t + C$.

Câu 15: Đáp án C

Đặt $\begin{cases} u = \ln(1+x) \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{1+x} dx \\ v = -\frac{1}{x} - 1 = -\frac{1+x}{x} \end{cases}$

Suy ra $F(x) = -\frac{1+x}{x} \cdot \ln(1+x) + \int \frac{1}{x} dx = -\frac{1+x}{x} \ln(1+x) + \ln|x| + C$

Câu 16: Đáp án A

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = (3x^2 + 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = x^3 + x = x(x^2 + 1) \end{cases}$

Suy ra $F(x) = x(x^2 + 1) \ln x - \int (x^2 + 1) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$

Câu 17: Đáp án B

Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow 2t dt = dx$. Suy ra $F(t) = \int 2t \cos t dt$

Đặt $\begin{cases} u = 2t \\ dv = \cos t dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 dt \\ v = \sin t \end{cases} \Rightarrow F(t) = 2t \sin t + 2 \cos t + C$

Câu 18: Đáp án B

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx = -\frac{d(\cos x)}{\cos^3 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 x} \end{cases}$

Suy ra $F(x) = \frac{x}{2 \cos^2 x} - \frac{1}{2} \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \frac{x}{2 \cos^2 x} - \frac{\tan x}{2} + C$

Câu 19: Đáp án C

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = \sqrt{x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \end{cases}$

$\Rightarrow H = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \ln x - \int \frac{2}{3} \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \ln x - \frac{4}{9} x \sqrt{x} + C = \frac{(6 \ln x - 4) x \sqrt{x}}{9} + C$

DẠNG 5. TÌM NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ HỮU TỈ.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

A. $\int f(x)dx = -x + 2\ln|x-1| + C$

B. $\int f(x)dx = -x - 2\ln|x-1| + C$

C. $\int f(x)dx = x + 2\ln|x-1| + C$

D. $\int f(x)dx = x - 2\ln|x-1| + C$

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+3}$

A. $\int f(x)dx = \frac{x^2-2x}{2} - 10\ln|x+3| + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^2+4x}{2} - 10\ln|x+3| + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^2+2x}{2} + 10\ln|x+3| + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^2-4x}{2} + 10\ln|x+3| + C$

Câu 3: Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{5-x}{3-2x-x^2}$

A. $\int f(x)dx = \ln \frac{(x+3)^2}{|x-1|}$

B. $\int f(x)dx = -\ln \frac{(x+3)^2}{|x-1|} + C$

C. $\int f(x)dx = \ln \frac{(x+3)^2}{|x-1|} + C$

D. $\int f(x)dx = -\ln \frac{(x-3)^2}{|x+1|} + C$

Câu 4: Cho $I = \int \frac{dx}{x^2-2x-3} = f(x) + C$, giá trị biểu thức $f(2)$ bằng:

A. $f(2) = -\frac{1}{3}\ln 4$

B. $f(2) = \frac{1}{3}\ln 4$

C. $f(2) = -\frac{1}{4}\ln 3$

D. $f(2) = \frac{1}{4}\ln 3$

Câu 5: Cho nguyên hàm $I = \int \frac{2x-1}{4x^2+4x+1} dx$, nếu đổi biến số $t = 2x+1$ thì

A. $I = \frac{1}{2}\ln|t| - \frac{1}{t} + C$

B. $I = \frac{1}{2}\ln|t| + \frac{1}{t} + C$

C. $I = \ln|t| + \frac{1}{t} + C$

D. $I = \ln|t| - \frac{1}{t} + C$

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x}{(1-x)^3}$ là

A. $F(x) = \frac{2}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} + C$

B. $F(x) = \frac{2}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2} + C$

C. $F(x) = \frac{1}{1-x} + \frac{1}{4(1-x)^4} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{1}{4(1-x)^4} + C$

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2-x}{(x+1)^2}$ là

A. $F(x) = x+1 - \frac{3}{(x+1)^2} - \frac{2}{x+1} + C$

B. $F(x) = x+1 - 3\ln|x+1| - \frac{2}{x+1} + C$

C. $F(x) = x+1 - \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1} + C$

D. $F(x) = x+1 - 3\ln|x+1| + \frac{2}{x+1} + C$

Câu 8: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2-a^2} (a > 0)$ là:

A. $F(x) = -\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

Câu 9: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(x-a)(x-b)}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{b-a} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-b}{x-a} \right| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4x-3}{x^2-3x+2}$ là

A. $F(x) = 4 \ln|x-2| + \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$

B. $F(x) = 4 \ln|x-2| - \ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$

C. $F(x) = -4 \ln|x-2| - \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$

D. $F(x) = 4 \ln|x-2| - \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$

Câu 11: Tìm $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$ là

A. $\ln \frac{1}{x-2} - \ln \frac{1}{x-1} + C$

B. $\ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$

C. $\ln \left| \frac{x-1}{x-2} \right| + C$

D. $\ln(x-2)(x-1) + C$

Câu 12: Tìm nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3x+5}{x+2}$ là

A. $F(x) = 3x + 4 \ln|x+2| + C$

B. $F(x) = -3x + \ln|x+2| + C$

C. $F(x) = 3x - \ln|x+2| + C$

D. $F(x) = 3x + \ln|x+2| + C$

Câu 13: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ là:

A. $F(x) = \ln|x+1|$

B. $F(x) = x + \ln|x+1|$

C. $F(x) = x - \ln|x+1|$

D. $F(x) = 2 \ln|x+1|$

Câu 14: Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \frac{x^2+2x-1}{x^2+2x+1}$, thỏa mãn $F(1) = 0$ là:

A. $F(x) = x + \frac{2}{x+1} - 2$

B. $F(x) = x + \frac{2}{x+1} + 2$

C. $F(x) = x - 2 \ln(x+1)^2$

D. $F(x) = x - \frac{2}{x+1} + 2$

Câu 15: Nếu một nguyên hàm của $f(x)$ là $F(x) = \frac{x-1}{x+1}$ thì $f(x-1)$ là:

A. $2x^2$

B. $\frac{2}{x^2}$

C. $x-1 + \frac{2}{\ln x}$

D. $\frac{2}{(x+1)^2}$

Câu 16: Tính $\int \frac{dx}{x^2+2x-3}$

A. $\frac{-1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$

B. $\frac{-1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C$

C. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + C$

D. $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

A. $F(x) = \frac{2}{3} \ln|2x+1| - \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

B. $F(x) = \frac{2}{5} \ln|2x+1| - \frac{5}{2} \ln|x-1| + C$

C. $F(x) = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

D. $F(x) = -\frac{2}{3} \ln|2x-1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

Câu 18: Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{-1}{2} \ln|1-2x| + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$

C. $F(x) = \ln|1-2x| + C$

D. $F(x) = \frac{x}{x-x^2} + C$

Câu 19: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3-1}{x+1}$ là:

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 2 \ln|x+1| + C$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 2 \ln|x+1| + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + C$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - 2 \ln|x+1| + C$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{(x^2+1)^2}{x^3}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = -4$ là:

A. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{2}{x^2+4}$

B. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} + 4$

C. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{2}{x^2} - 4$

D. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln|x| - \frac{2}{x^2} - 4$

Đáp án

1-C	2-D	3-A	4-C	5-B		6-A	7-B	8-D	9-C	10-B
11-B	12-C	13-C	14-A	15-B		16-D	17-D	18-A	19-B	20-C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án C

$$\text{Ta có: } \int \frac{x+1}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{2}{x-1}\right) dx = x + 2 \ln|x-1| + C$$

Câu 2: Đáp án D

$$\text{Ta có } \int \frac{x^2+x+4}{x+3} dx = \int \left(x-2 + \frac{10}{x+3}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 10 \ln|x+3| + C$$

Câu 3: Đáp án A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int \frac{5-x}{3-2x-x^2} dx &= \int \frac{(x+3)+2(1-x)}{(x+3)(1-x)} dx = \int \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+3}\right) dx = 2 \ln|x+3| - \ln|x-1| + C \\ &= \ln(x+3)^2 - \ln|x-1| + C = \ln \frac{(x+3)^2}{|x-1|} + C \end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án C

$$\text{Ta có } \int \frac{dx}{x^2-2x-3} = \int \frac{dx}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + C \Rightarrow f(x) = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| \Rightarrow f(2) = -\frac{1}{4} \ln 3$$

Câu 5: Đáp án B

$$\text{Đặt } t = 2x+1 \Rightarrow I = \frac{1}{2} \int \frac{t-2}{t^2} dt = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} - \int \frac{dt}{t^2} = \frac{1}{2} \ln|t| + \frac{1}{t} + C$$

Câu 6: Đáp án A

$$\text{Ta có } \int \frac{2x}{(1-x)^3} dx = \int \frac{2-2(1-x)}{(1-x)^3} dx = \int \left(\frac{2}{(1-x)^3} - \frac{2}{(1-x)^2} \right) dx = \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} + C$$

Câu 7: Đáp án B

Ta có

$$\int \frac{x^2-x}{(x+1)^2} dx = \int \frac{(x+1)^2 - 3(x+1) + 2}{(x+1)^2} dx = \int \left(1 - \frac{3}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}\right) dx = x - 3 \ln|x+1| - \frac{2}{x+1} + C$$

Câu 8: Đáp án D

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{x^2-a^2} dx = \int \frac{1}{(x-a)(x+a)} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$$

Câu 9: Đáp án C

$$\text{Ta có } \int \frac{1}{(x-a)(x-b)} dx = \frac{1}{a-b} \int \frac{(x-b)-(x-a)}{(x-a)(x-b)} dx = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x-a}{x-b} \right| + C$$

Câu 10: Đáp án B

$$\text{Ta có } \int \frac{4x-3}{x^2-3x+2} dx = \int \frac{5(x-1)-(x-2)}{(x-1)(x-2)} dx = 5 \ln|x-2| - \ln|x-1| = 4 \ln|x-2| - \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$$

Câu 11: Đáp án B

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$$

Suy ra $\int \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx = \int \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) dx = \ln|x-2| - \ln|x-1| + C = \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + C$

Câu 12: Đáp án C

Ta có $y = \frac{3x+5}{x+2} = 3 - \frac{1}{x+2}$

Suy ra $F(x) = \int \frac{3x+5}{x+2} dx = \int \left(3 - \frac{1}{x+2} \right) dx = 3x - \ln|x+2| + C$

Câu 13: Đáp án C

Ta có $f(x) = \frac{x}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1}$

Suy ra $F(x) = \int \frac{x}{x+1} dx = \int \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = x - \ln|x+1| + C$

Câu 14: Đáp án A

Ta có $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x + 1} = 1 - \frac{2}{(x+1)^2}$

Suy ra $F(x) = \int \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x + 1} dx = \int \left(1 - \frac{2}{(x+1)^2} \right) dx = x + \frac{2}{x+1} + C$

Mà $F(1) = 0 \Rightarrow 2 + C = 0 \Leftrightarrow C = -2 \Rightarrow F(x) = x + \frac{2}{x+1} - 2$

Câu 15: Đáp án B

Ta có $F(x) = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow f(x) = F'(x) = \left(\frac{x-1}{x+1} \right)' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow f(x-1) = \frac{2}{x^2}$

Câu 16: Đáp án D

Ta có $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} \right)$

Suy ra $\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3} = f(x) = \frac{1}{4} \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$

Câu 17: Đáp án D

Ta có $f(x) = \frac{2x+3}{2x^2 - x - 1} = \frac{5}{3(x-1)} - \frac{4}{3(2x+1)}$

$I = \int \frac{2x+3}{2x^2 - x - 1} dx = \int \left(\frac{5}{3(x-1)} - \frac{4}{3(2x+1)} \right) dx = \frac{5}{3} \ln|x-1| - \frac{2}{3} \ln|2x+1| + C$

Câu 18: Đáp án A

Ta có $\int \frac{1}{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$

Câu 19: Đáp án B

Ta có $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x+1} = x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1}$

Suy ra $F(x) = \int \frac{x^3 - 1}{x+1} dx = \int \left(x^2 - x + 1 - \frac{2}{x+1} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 2 \ln|x+1| + C$

Câu 20: Đáp án C

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3} = x + \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x}$$

$$\text{Suy ra } F(x) = \int \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3} dx = \int \left(x + \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2x^2} + 2\ln|x| + C$$

$$\text{Mà } F(1) = -4 \Rightarrow C = -4 \Rightarrow F(x) = \frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} - 4$$

DẠNG 6. TÌM NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 1: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ thỏa $F(0) = 3$ là:

A. $f(x) = \tan x - x + 3$

B. $f(x) = \tan x - x - 3$

C. $f(x) = \tan x + x + 3$

D. $f(x) = \tan x + x - 3$

Câu 2: Nếu $f'(x) = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $f(0) = \frac{13}{4}$ thì:

A. $f(x) = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x} \cos 2x\right) + 3$

B. $f(x) = \sin x + \frac{7}{2}$

C. $f(x) = x - \frac{1}{2} \cos 2x + 4$

D. $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 3$

Câu 3: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0)$ bằng:

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $1 + \frac{\pi}{4}$

C. $1 - \frac{\pi}{4}$

D. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $\int \cos x \cdot \sin^2 x \cdot dx$ bằng:

A. $\frac{3 \sin x - \sin 3x}{12} + C$

B. $\frac{3 \cos x - \cos 3x}{12} + C$

C. $\sin^3 x + C$

D. $\sin x \cdot \cos^2 x + C$

Câu 5: Kết quả nào **sai** trong các kết quả sau ?

A. $\int \cos^2 2x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x + C$

B. $\int \sin^2 2x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin 4x + C$

C. $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$

D. $\int \sin^2 2x dx = -\cos^2 2x + C$

Câu 6: Kết quả nào **sai** trong các kết quả sau ?

A. $\int \sin x \cdot \cos x dx = -\cos x \cdot \sin x + C$

B. $\int \sin x \cdot \cos x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C$

C. $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$

D. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{\sin^2 x}{3} + C$

Câu 7: Kết quả nào **sai** trong các kết quả sau ?

A. $\int \cos 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

B. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

C. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C$

D. $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{-\cos 2x}{4} + C$

Câu 8: Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$ thì:

A. $\frac{2x}{3} - 2 \cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

B. $\frac{2x}{3} + 2 \cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

C. $\frac{3x}{2} - 2 \cos x + \frac{\sin 2x}{4} + C$

D. $\frac{3x}{2} - 2 \cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $y = \sin^2 x \cdot \cos x$ là:

- A. $-\cos^2 x + C$ B. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$ C. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$ D. $\tan^3 x + C$

Câu 10: Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$ là:

- A. $\frac{1}{3}\sin^3 x - \frac{1}{5}\sin^5 x + C$ B. $-\frac{1}{3}\sin^3 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C$
 C. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$ D. Đáp án khác

Câu 11: Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

- A. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$ B. $-\cos^3 x + C$ C. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$ D. Đáp án khác

Câu 12: Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin 5x \cdot \cos 3x$ là:

- A. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$ B. $\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$
 C. $\cos 8x + \cos 2x$ D. Đáp án khác

Câu 13: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos^5 x}{1 - \sin x} dx$ là:

- A. $\cos x + \sin^2 x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$ B. $\sin x - \sin^2 x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$
 C. $-\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\cos^2 x}{2} + \sin x + C$ D.

Câu 14: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = \sin^4 x$

- A. $\frac{3x}{4} + \frac{\sin 4x}{3} - \frac{\sin 2x}{4}$ B. $\frac{3x}{8} + \frac{\sin 4x}{32} - \frac{\sin 2x}{4}$
 C. $\frac{3x}{4} + \frac{\sin 8x}{32} - \frac{\sin 2x}{4}$ D. $\frac{1}{4} + \frac{\sin 8x}{32} - \frac{\sin 2x}{4}$

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ là:

- A. $F(x) = -\cos x - \sin x + C$ B. $F(x) = \cos x + \sin x + C$
 C. $F(x) = \cot x - \tan x + C$ D. $F(x) = -\cot x - \tan x + C$

Câu 16: Nguyên hàm của hàm số $y = \sin^3 x \cos x^3$ bằng:

- A. $\frac{\sin^4 2x}{12} + C$ B. $\frac{\cos^4 x}{4} - \frac{\cos^5 x}{5} + C$
 C. $\frac{-\cos^4 x}{4} + \frac{\cos^6 x}{5} + C$ D. $\frac{\cos^4 2x}{24} + C$

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} + C$ B. $\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} + C$ C. $\ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} + C$ D. $\ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} + C$

Câu 18: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\cos x}{4 \sin x + 9}$

- A. $\frac{1}{4} \ln(16 \sin x + 36)$ B. $\frac{1}{4} \ln|4 \sin x + 9|$
 C. $\frac{1}{4} \ln(15 \sin x + 36)$ D. $\frac{1}{4} \ln(4 \sin x + 32) + 6$

Câu 19: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\cos x}{3 - \cos^2 x - 3 \sin x}$

A. $\ln \left| \frac{3 \sin x - 2}{\sin x - 1} \right| + 4\sqrt{3}$

B. $\ln \left| \frac{\sin x - 2}{\sin x - 1} \right| + 4$

C. $\ln \left| \frac{3 \sin x - 2}{2 \sin x - 1} \right| + 4\sqrt{3}$

D. $\ln \left| \frac{3 \sin x - 2}{8 \sin x - 1} \right| + 4\sqrt{3}$

Câu 20: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2}{3} \sin^2 x \cos^2 x$

A. $\frac{x}{12} - \frac{\sin 4x}{48}$

B. $\frac{x}{12} - \frac{\sin 2x}{24} + \cos x$

C. $\frac{x}{12} - \frac{\sin 2x}{24}$

D. $\frac{1}{18} \sin^3 2x$

Câu 21: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = 4 \sin^2 5x + \sin 10x$

A. $2x - \frac{1}{10} \sin 10x - \frac{1}{5} \cos 10x$

B. $2x - \frac{1}{10} \sin 10x - \frac{2}{5} \cos 10x$

C. $2x - \frac{1}{5} \sin 10x - \frac{1}{10} \cos 10x$

D. $2x - \frac{3}{10} \sin 10x - \frac{2}{5} \cos 10x$

Câu 22: Tìm một nguyên hàm của hàm số $y = 2 \sin 4x \cos 2x$

A. $-\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{1}{2} \cos 2x + 6$

B. $-\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{3}{2} \cos 2x + 6$

C. $-\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x + 8$

D. $-\frac{1}{6} \cos 6x - \frac{5}{2} \sin 2x + 8$

Đáp án

1-A	2-A	3-C	4-A	5-D	6-A	7-C	8-D	9-C	10-A
11-D	12-D	13-C	14-B	15-D	16-C	17-A	18-A	19-B	20-A
21-C	22-A								

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

$$\begin{aligned}\text{Ta có } F(x) &= \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int dx = \tan x - x + C. \text{ Mà } F(0) = 3 \rightarrow \tan x - x + C \Big|_{x=0} = 3 \Leftrightarrow C = 3.\end{aligned}$$

Câu 2: Đáp án A

$$\begin{aligned}f(x) &= \int \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) dx = \frac{1}{2} \int \left[1 + \cos \left(2x + \frac{\pi}{2} \right) \right] dx = \frac{1}{2} \int (1 - \sin 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C \\ \frac{13}{4} &\rightarrow \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C \Big|_{x=0} = \frac{13}{4} \Leftrightarrow C + \frac{1}{4} = \frac{13}{4} \Leftrightarrow C = 3\end{aligned}$$

Câu 3: Đáp án C

$$\begin{aligned}\text{Ta có } F(x) &= \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx \\ &= \int \frac{dx}{\cos^2 x} - \int dx = \tan x - x + C. \text{ Mà } F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) = \tan x - x + C \Big|_{\frac{\pi}{4}}^0 = 1 - \frac{\pi}{4}\end{aligned}$$

Câu 4: Đáp án A

$$\text{Ta có } \int \cos x \cdot \sin^2 x \cdot dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C = \frac{3 \sin x - \sin 3x}{12} + C$$

Câu 5: Đáp án D

Dựa vào các đáp án, ta có các nhận xét sau:

- $\int \cos^2 2x dx = \int \frac{1 + \cos 4x}{2} dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{8} \sin 4x + C$
- $\int \sin^2 2x dx = \int \frac{1 - \cos 4x}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{8} \sin 4x + C$
- $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4} \int d(\sin 4x) = \frac{1}{4} \sin 4x + C$

Câu 6: Đáp án A

Dựa vào các đáp án, ta có các nhận xét sau:

- $\int \sin x \cdot \cos x dx = \int \sin x d(\sin x) = \sin x + C$
- $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C$
- $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx = -\int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$
- $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

Câu 7: Đáp án C

Dựa vào các đáp án, ta có các nhận xét sau:

- $\int \cos 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int (\cos 4x + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$
- $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 4x + \sin 2x) dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C$
- $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \int (3 \sin x - 4 \sin^3 x) d(\sin x) = \frac{3 \sin^2 x}{2} - \sin^4 x + C \neq \frac{-1}{3} \cos 3x \cdot \sin x + C$
- $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{4} + C$

Câu 8: Đáp án D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int (1 + \sin x)^2 dx &= \int (1 + 2 \sin x + \sin^2 x) dx = \int dx + 2 \int \sin x dx + \int \frac{1 - \cos 2x}{2} dx \\ &= \frac{3}{2} \int dx + 2 \int \sin x dx - \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = \frac{3}{2} x - 2 \cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C \end{aligned}$$

Câu 9: Đáp án C

$$\text{Ta có } \int \sin^2 x \cdot \cos x dx = \int \sin^2 x d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} + C$$

Câu 10: Đáp án A

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx &= \int \sin^2 x \cdot \cos^2 x d(\sin x) = \int \sin^2 x (1 - \sin^2 x) d(\sin x) \\ &= \int (\sin^2 x - \sin^4 x) d(\sin x) = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C \end{aligned}$$

Câu 11: Đáp án D

$$\text{Ta có } \int \cos^2 x \cdot \sin x dx = - \int \cos^2 x d(\cos x) = -\frac{\cos^3 x}{3} + C$$

Câu 12: Đáp án D

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \sin 5x \cdot \cos 3x dx = \frac{1}{2} \int (\sin 8x + \sin 2x) dx = -\frac{1}{2} \left(\frac{\cos 8x}{8} + \frac{\cos 2x}{2} \right) + C$$

Câu 13: Đáp án C

$$F(x) = \int \frac{\cos^5 x}{1 - \sin x} dx = \int \frac{(1 - \sin^2 x)^2 \cos x}{1 - \sin x} dx = \int \frac{(1 - \sin^2 x)^2}{1 - \sin x} d(\sin x)$$

$$\text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow F(t) = \int \frac{(1 - t^2)^2}{1 - t} dt = \int (-t^3 - t^2 + t + 1) dt = -\frac{t^4}{4} - \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + t + C$$

$$F(x) = -\frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^2 x}{2} + \sin x + C$$

Câu 14: Đáp án B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int \sin^4 x dx &= \int (\sin^2 x)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 - \cos 2x)^2 dx = \frac{1}{4} \int (1 - 2 \cos 2x + \cos^2 2x) dx \\ &= \frac{1}{4} \int \left(1 - 2 \cos 2x + \frac{1}{2} (1 + \cos 4x) \right) dx = \int \left(\frac{3}{8} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{\cos 4x}{8} \right) dx = \frac{3x}{8} - \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + C \end{aligned}$$

Câu 15: Đáp án D

$$F(x) = \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx = \int \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -\cot x - \tan x + C$$

Câu 16: Đáp án C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } F(x) &= \int \sin^3 x \cos^3 x dx = \int \cos^3 x \cdot (1 - \cos^2 x) \cdot \sin x dx \\ &= -\int (\cos^3 x - \cos^5 x) d(\cos x) = -\frac{\cos^4 x}{4} + \frac{\cos^6 x}{6} + C \end{aligned}$$

Câu 17: Đáp án A

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{1}{\sin x} dx = \int \frac{\sin x}{1 - \cos^2 x} dx = \int \frac{d(\cos x)}{\cos^2 x - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\cos x - 1}{\cos x + 1} \right| + C$$

Câu 18: Đáp án A

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{\cos x}{4 \sin x + 9} dx = \frac{1}{4} \int \frac{d(4 \sin x + 9)}{4 \sin x + 9} = \frac{1}{4} \ln |4 \sin x + 9| + C$$

$$\text{Chú ý: } \frac{1}{4} \ln(16 \sin x + 36) = \frac{1}{4} \ln[4(4 \sin x + 9)] = \frac{1}{4} \ln(4 \sin x + 9) + \frac{1}{4} \ln 4, \text{ tức } C = \frac{1}{4} \ln 4$$

Câu 19: Đáp án B

$$\text{Ta có: } y = \frac{\cos x}{3 - \cos^2 x - 3 \sin x} = \frac{\cos x}{\sin^2 x - 3 \sin x + 2} = \frac{\cos x}{(\sin x - 1)(\sin x - 2)}$$

$$F(x) = \int \frac{\cos x}{3 - \cos^2 x - 3 \sin x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{(\sin x - 2)(\sin x - 1)} = \ln \left| \frac{\sin x - 2}{\sin x - 1} \right| + C$$

Câu 20: Đáp án A

$$\text{Ta có: } F(x) = \int \frac{2}{3} \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{1}{12} \int (1 - \cos 4x) dx = \frac{x}{12} - \frac{\sin 4x}{48} + C$$

Câu 21: Đáp án C

Ta có:

$$F(x) = \int (4 \sin^2 5x + \sin 10x) dx = \int (2(1 - \cos 10x) + \sin 10x) dx = 2x - \frac{\sin 10x}{5} - \frac{\cos 10x}{10} + C$$

Câu 22: Đáp án A

$$\text{Ta có: } F(x) = \int 2 \sin 4x \cos 2x dx = \int (\sin 6x + \sin 2x) dx = -\frac{\cos 6x}{6} - \frac{\cos 2x}{2} + C$$

DẠNG 7. PHƯƠNG PHÁP VI PHÂN NGUYÊN HÀM

Câu 1: $\int \frac{1}{x \cdot \ln^5 x} dx$ bằng:

A. $-\frac{\ln^4 x}{4} + C$

B. $-\frac{4}{\ln^4 x} + C$

C. $\frac{1}{4 \ln^4 x} + C$

D. $-\frac{1}{4 \ln^4 x} + C$

Câu 2: $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$ bằng:

A. $\frac{-1}{4 \cos^4 x} + C$

B. $\frac{1}{4 \cos^4 x} + C$

C. $\frac{1}{4 \sin^4 x} + C$

D. $\frac{-1}{4 \sin^4 x} + C$

Câu 3: $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx$ bằng:

A. $\ln|\sin x - \cos x| + C$

B. $-\ln|\sin x - \cos x| + C$

C. $\ln|\sin x + \cos x| + C$

D. $-\ln|\sin x + \cos x| + C$

Câu 4: $\int (\tan x + \tan^3 x) dx$ bằng:

A. $-\frac{\tan^2 x}{2} + C$

B. $2 \tan^2 x + C$

C. $-2 \tan^2 x + C$

D. $\frac{\tan^2 x}{2} + C$

Câu 5: $\int (x-1)e^{x^2-2x+3} dx$ bằng:

A. $\left(\frac{x^2}{2} - x\right)e^{x^2-2x+3} + C$

B. $(x-1)e^{\frac{1}{3}x^3-x^2+3x} + C$

C. $\frac{1}{2}e^{x^2-2x} + C$

D. $\frac{1}{2}e^{x^2-2x+3} + C$

Câu 6: $\int \frac{4x-1}{4x^2-2x+5} dx$ bằng:

A. $\frac{1}{4x^2-2x+5} + C$

B. $-\frac{1}{4x^2-2x+5} + C$

C. $-\ln|4x^2-2x+5| + C$

D. $\frac{1}{2}\ln|4x^2-2x+5| + C$

Câu 7: $\int \frac{3 \cos x}{2 + \sin x} dx$ bằng:

A. $3 \ln(2 + \sin x) + C$

B. $-3 \ln|2 + \sin x| + C$

C. $\frac{3 \sin x}{(2 + \sin x)^2} + C$

D. $-\frac{3 \sin x}{\ln(2 + \sin x)} + C$

Câu 8: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{1+x^3}$.

A. $H = \frac{1}{3(x^3+1)} + C$

B. $H = \frac{1}{3} \ln|x^3+1| + C$

C. $H = \frac{1}{x^3+1} + C$

D. $H = \ln|x^3+1| + C$

Câu 9: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = x(1+x^2)^4$.

A. $H = \frac{(x^2+1)^5}{10} + C$

B. $H = \frac{(x^2+1)^5}{5} + C$

C. $H = \frac{(x^2+1)^5}{2} + C$

D. $H = (x^2+1)^5 + C$

Câu 10: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

A. $H = \frac{1}{2} \sqrt{x^2+1} + C$

B. $H = \frac{1}{4} \sqrt{x^2+1} + C$

C. $H = \sqrt{x^2+1} + C$

D. $H = 2\sqrt{x^2+1} + C$

Câu 11: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{\cos x + 2}$.

A. $H = \ln|\cos x + 2| + C$

B. $H = \frac{1}{\cos x + 2} + C$

C. $H = -\ln|\cos x + 2| + C$

D. $H = -\frac{1}{\cos x + 2} + C$

Câu 12: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)^4$.

A. $H = \frac{(\sin x + \cos x)^4}{4} + C$

B. $H = -\frac{(\sin x + \cos x)^4}{4} + C$

C. $H = \frac{(\sin x + \cos x)^5}{5} + C$

D. $H = -\frac{(\sin x + \cos x)^5}{5} + C$

Câu 13: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$.

A. $H = -\ln^3 x + C$

B. $H = \ln^3 x + C$

C. $H = -\frac{\ln^3 x}{3} + C$

D. $H = \frac{\ln^3 x}{3} + C$

Câu 14: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \cos x e^{\sin x}$.

A. $H = e^{\sin x} + C$

B. $H = e^{\cos x} + C$

C. $H = \sin x e^{\sin x} + C$

D. $H = \cos x e^{\cos x} + C$

Câu 15: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}$.

A. $H = -e^{\tan x} + C$

B. $H = e^{\tan x} + C$

C. $H = -\sin x e^{\tan x} + C$

D. $H = \sin x e^{\tan x} + C$

Câu 16: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x}$.

A. $H = e^{\cot x} + C$

B. $H = -e^{\cot x} + C$

C. $H = \cos x e^{\cot x} + C$

D. $H = -\cos x e^{\cot x} + C$

Câu 17: Tìm nguyên hàm H của hàm số $f(x) = \tan x \ln(\cos x)$.

A. $H = -\ln(\cos x) + C$

B. $H = \ln(\cos x) + C$

C. $H = -\frac{\ln^2(\cos x)}{2} + C$

D. $H = \frac{\ln^2(\cos x)}{2} + C$

Câu 18: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x^3 + 1}$.

A. $\ln(x^3 + 1)$

B. $\ln(x^3 + 1) + C$

C. $\frac{1}{3} \ln(x^3 + 1) + C$

D. $\frac{1}{3} \ln|x^3 + 1| + C$

Câu 19: Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x^2 + 1)^{2016}$.

A. $\frac{1}{2} (x^2 + 1)^{2016} + C$

B. $\frac{1}{2017} (x^2 + 1)^{2017} + C$

C. $\frac{1}{4034} (x^2 + 1)^{2017} + C$

D. $\frac{1}{2} (x^2 + 1)^{2016}$

Câu 20: Giả sử nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là $F(x)$. Tìm $F(x)$ biết $F(0) = \frac{\pi}{4}$

A. $F(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{\pi}{4} - 1$

B. $F(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 1 - \frac{\pi}{4}$

B. $F(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{\pi}{4} + 1$

D. $F(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} + \frac{\pi}{4} - 1$

Câu 21: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{(3 - 5x)^3}$

A. $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{(3 - 5x)^4} + C$

B. $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{(3 - 5x)^4} + C$

C. $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{(3-5x)^2} + C$

D. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(3-5x)^2} + C$

Câu 22: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln^{2016} x}{x}$

A. $\frac{1}{2016} \ln^{2016} x + C$

B. $\frac{1}{2015} \ln^{2015} x + C$

C. $\frac{1}{2017} \ln^{2017} x + C$

D. $\ln^{2017} x + C$

Câu 23: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^5}{\sqrt[5]{\ln 5 - x^6}}$

A. $\frac{5}{24} \sqrt[5]{(\ln 5 - x^6)^4} + C$

B. $\frac{5}{4} \sqrt[5]{(\ln 5 - x^6)^4} + C$

C. $-\frac{5}{24} \sqrt[5]{(\ln 5 - x^6)^4} + C$

D. $-\frac{5}{4} \sqrt[5]{(\ln 5 - x^6)^4} + C$

Câu 24: Giả sử nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^5 x \cos x$ là $F(x)$. Tìm $F(x)$ biết

$F(0) = \ln 2 + \frac{\pi}{2}$

A. $\frac{1}{6} \sin^6 x + \ln 2$

B. $\frac{1}{6} \sin^6 x + \ln 2 + \frac{\pi}{2}$

C. $\sin^6 x + \ln 2 + \frac{\pi}{2}$

D. $\sin^6 x + \frac{\pi}{2}$

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{\cos x} \sin x$

A. $-\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + C$

B. $\frac{3}{2} \sqrt{\cos^3 x} + C$

C. $-\frac{3}{2} \sqrt{\cos^3 x} + C$

D. $-\frac{3}{2} \sqrt{\sin^3 x} + C$

Câu 26: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

A. $\sin \sqrt{x} + C$

B. $\cos \sqrt{x} + C$

C. $2 \sin \sqrt{x} + C$

D. $2 \cos \sqrt{x} + C$

Câu 27: Tìm nguyên hàm của hàm số $\frac{e^{2\ln x - 3}}{x}$

A. $e^{2\ln x + 3} + C$

B. $2e^{2\ln x + 3} + C$

C. $\frac{1}{2} e^{2\ln x + 3} + C$

D. $-\frac{1}{2} e^{2\ln x + 3} + C$

Câu 28: Tìm một nguyên hàm I của hàm số $y = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$.

A. $I = \ln |\sin x + \cos x| + \ln 8$

B. $I = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} + 2$

C. $I = \frac{(\cos x - \sin x)^2}{\sin x + \cos x} + 2$

D. $I = \ln |\sin x - \cos x| + \ln \sqrt{17}$

Câu 29: Tìm một nguyên hàm I của hàm số $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2}$.

A. $I = \ln(10 : |x^2 - 3x + 2|)$

B. $I = \ln(10 |x^2 - 3x + 2|)$

C. $I = \ln\left(\frac{31}{x^2 - 3x + 2}\right)$

D. $I = \ln|2x - 3| + \ln 3$

Câu 30: Tìm một nguyên hàm I của hàm số $y = (\tan^2 x + 1) \tan x$.

A. $I = \frac{1}{2} \tan^2 x + 7$

B. $I = \frac{1}{2} \tan^2 x + \sin x$

C. $I = \frac{1}{2} \tan^2 x + 3 \sin x \cos x$

D. $I = \frac{1}{2} \tan x + 4 \sin^2 x$

Câu 31: Xét các mệnh đề

• $\int (x+4)^2 dx = \frac{1}{3}(x+4)^3 + C$

• $\int (x^2+4)^2 dx = \frac{1}{3}(x^2+4)^3 + C$

• $\int \frac{x^2 dx}{x^3+3} = \frac{1}{3} \ln|x^3+3| + C$

• $\int \frac{x^4+1}{x^5+3} dx = \ln|x^5+3| + C$

Số lượng mệnh đề đúng là

A. 1 mệnh đề

B. 2 mệnh đề

C. 4 mệnh đề

D. 3 mệnh đề

Câu 32: Hàm số $y = \sin^5 x \cos x dx$ có $I = \frac{1}{6} \sin^n x \cos^m x + C$ là một nguyên hàm, với m và n

là các số nguyên. Tính tổng $m + n$

A. 6

B. 5

C. 7

D. 4

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: $\int \frac{1}{\ln^5 x} d(\ln x) = \frac{\ln^{-4} x}{-4} + C = -\frac{1}{4 \ln^4 x} + C$. **Chọn D.**

Câu 2: $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx = \int \frac{d(\cos x)}{\cos^5 x} = \frac{\cos^{-4} x}{-4} + C = \frac{1}{4 \cos^4 x} + C$. **Chọn B.**

Câu 3: $\int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = -\int \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = -\ln|\sin x + \cos x| + C$ **Chọn D.**

Câu 4: $\int (\tan x + \tan^3 x) dx = \int \frac{\tan x dx}{\cos^2 x} = \int \tan x (d \tan x) = \frac{\tan^2 x}{2} + C$. **Chọn D**

Câu 5: $\int (x-1)e^{x^2-2x+3} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2-2x+3} d(e^{x^2-2x+3}) = \frac{e^{x^2-2x+3}}{2} + C$. **Chọn D**

Câu 6: $\int \frac{4x-1}{4x^2-2x+5} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(4x^2-2x+5)}{4x^2-2x+5} = \frac{\ln|4x^2-2x+5|}{2} + C$. **Chọn D**

Câu 7: $\int \frac{3 \cos x}{2 + \sin x} dx = 3 \int \frac{d(\sin x + 2)}{2 + \sin x} = 3 \ln|\sin x + 2| + C$. **Chọn A**

Câu 8: $\int \frac{x^2}{1+x^3} dx = \frac{1}{3} \int \frac{d(x^3+1)}{1+x^3} = \frac{\ln|1+x^3|}{3} + C$. **Chọn B**

Câu 9: $\int x(1+x^2)^4 dx = \frac{1}{2} \int (1+x^2)^4 d(1+x^2) = \frac{(1+x^2)^5}{10} + C$. **Chọn A**

Câu 10: $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{d(1+x^2)}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{2} \int (1+x^2)^{\frac{1}{2}} d(1+x^2) = \frac{1}{2} \frac{(1+x^2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \sqrt{x^2+1} + C$.

Chọn C.

Câu 11: $\int \frac{\sin x dx}{\cos x + 2} = -\int \frac{d(\cos x + 2)}{\cos x + 2} = -\ln|\cos x + 2| + C$. **Chọn C.**

Câu 12:

$$\int (\sin x - \cos x)(\sin x + \cos x)^4 dx = -\int (\sin x + \cos x)^4 d(\sin x + \cos x) = -\frac{(\sin x + \cos x)^5}{5} + C.$$

Chọn D.

Câu 13: $\int \frac{\ln^2 x dx}{x} = -\int \ln^2 x d(\ln x) = \frac{\ln^3 x}{3} + C$. **Chọn D.**

Câu 14: $\int \cos x e^{\sin x} dx = \int e^{\sin x} d(\sin x) = e^{\sin x} + C$. **Chọn A.**

Câu 15: $\int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx = \int e^{\tan x} d(\tan x) = e^{\tan x} + C$. **Chọn B.**

Câu 16: $\int \frac{e^{\cot x}}{\sin^2 x} dx = -\int e^{\cot x} d(\cot x) = -e^{\cot x} + C$. **Chọn B.**

Câu 17: Ta có $\int \tan x \ln(\cos x) dx = -\int \ln(\cos x) d(\ln(\cos x)) = -\frac{\ln(\cos x)}{2} + C$. **Chọn C.**

Câu 19: Ta có $\int x(x^2 + 1)^{2016} dx = \frac{1}{2} \int (x^2 + 1)^{2016} d(x^2 + 1) = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{4034} + C$. **Chọn C.**

Câu 20: Ta có $F(x) = \int \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} d(x^2 + 1) = \sqrt{x^2 + 1} + C$

Mà $F(0) = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 1 + C = \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{4} - 1$. **Chọn A.**

Câu 21: Ta có $F(x) = \int \frac{1}{(3-5x)^3} dx = \int (3-5x)^{-3} dx = \frac{(3-5x)^{-2}}{10} + C = \frac{1}{10(3-5x)^2} + C$

Chọn C.

Câu 22: Ta có $F(x) = \int \frac{\ln^{2016} x}{x} dx = \int \ln^{2016} x d(\ln x) = \frac{\ln^{2017} x}{2017} + C$. **Chọn C.**

Câu 23: ta có

$$\int \frac{x^5}{\sqrt[5]{\ln 5 - x^6}} dx = -\frac{1}{6} \int (\ln 5 - x^6)^{-\frac{1}{5}} d(\ln 5 - x^6) = -\frac{5}{24} (\ln 5 - x^6)^{\frac{4}{5}} + C = \frac{-5}{24\sqrt[5]{(\ln 5 - x^6)}} + C.$$

Chọn B.

Câu 24: Ta có $\int \sin^5 x \cos x dx = \int \sin^4 x d(\sin x) = \frac{\sin^6 x}{6} + C$

Mà $F(0) = \ln 2 + \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow C = \ln 2 + \frac{\pi}{2}$. **Chọn B.**

Câu 25: Ta có $\int \sqrt{\cos x} \sin x dx = -\int \sqrt{\cos x} d(\cos x) = -\frac{2}{3} \sqrt{\cos^3 x} + C$. **Chọn A.**

Câu 26: Ta có $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = 2 \int \cos \sqrt{x} d(\sqrt{x}) = 2 \sin \sqrt{x} + C$. **Chọn C.**

Câu 27: Ta có $\int \frac{e^{2\ln x + 3}}{x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2\ln x + 3} d(2\ln x + 3) = \frac{1}{2} e^{2\ln x + 3} + C$. **Chọn C.**

Câu 28: Ta có $\int \frac{\cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} dx = \int \frac{1}{\sin x + \cos x} d(\sin x + \cos x) = \ln |\sin x + \cos x| + C$. **Chọn A.**

Câu 29: Ta có $\int \frac{2x-3}{x^2-3x+2} dx = \int \frac{2x-3}{(x-1)(x-2)} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} \right) dx = \ln |x^2 - 3x + 2| + C$

Chọn B.

Câu 30: Ta có $\int (\tan^2 x + 1) \tan x dx = \int \tan x d(\tan^2 x + 1) = \frac{1}{2} \tan^2 x + C$. **Chọn A.**

Câu 31: Ta có

+) $\int (x+4)^2 dx = \int (x+4)^2 d(x+4) = \frac{1}{3} (x+4)^3 + C$. Đúng

+) $\int (x+4)^2 dx = \frac{1}{3} (x^2+4)^3 + C$. Sai vì $\frac{1}{3} (x^2+4)^3 + C = \int (x^2+4)^2 2x dx \neq \int (x+4)^2 dx$

+) $\int \frac{x^2 dx}{x^3+3} = \frac{1}{3} \int \frac{d(x^3+3)}{x^3+3} = \frac{1}{3} \ln|x^3+3| + C$. Đúng

+) $\int \frac{x^4+1}{x^5+3} dx = \ln|x^5+3| + C$. Sai vì $\ln|x^5+3| + C = \int \frac{5x^4}{x^5+3} dx \neq \int \frac{x^4+1}{x^5+3} dx$

Chọn B.

Câu 32: Ta có $\int \sin^5 x \cos x dx = \int \sin^5 x d(\sin x) = \frac{1}{6} \sin^6 x + C = \frac{1}{6} \sin^6 x \cos^0 x + C \Rightarrow \begin{cases} n=6 \\ m=5 \end{cases}$

Chọn A

PHẦN B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CÓ ĐÁP ÁN.
NGUYÊN HÀM VÀ PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

Khái niệm nguyên hàm và tính chất

1. Khái niệm nguyên hàm

- Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu: $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.
- Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là:

$$\int f(x) \cdot dx = F(x) + C, \text{ const} = C \in \mathbb{R}.$$

2. Tính chất: Nếu $f(x), g(x)$ là 2 hàm số liên tục trên K và $k \neq 0$ thì ta luôn có:

- $\int f'(x)dx = f(x) + C.$ • $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$
- $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với C là hằng số tùy ý)

① $\int x^\alpha \cdot dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$	$\int (ax+b)^n \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$
② $\int \frac{1}{x} \cdot dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
③ $\int \frac{1}{x^2} \cdot dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} \cdot dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
④ $\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b)dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
⑤ $\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax+b) + C$
⑥ $\int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$
⑦ $\int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$
⑧ $\int e^x \cdot dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} \cdot dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
⑨ $\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$

- ♦ **Nhận xét.** Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\frac{1}{a}$.

Một số lưu ý

1. Cần nắm vững bảng nguyên hàm.
2. Nguyên hàm của một tích (thương) của nhiều hàm số **không bao giờ** bằng

tích (thương) của các nguyên hàm của những hàm thành phần.

3. Muốn tìm nguyên hàm của một hàm số, ta phải **biến đổi** hàm số này **thành một tổng hoặc hiệu** của những hàm số tìm được nguyên hàm (dựa vào bảng nguyên hàm).

Dạng toán 1. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG BẢNG NGUYÊN HÀM

A – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Tích của đa thức hoặc lũy thừa $\xrightarrow{PP}$ khai triển.
2. Tích các hàm mũ $\xrightarrow{PP}$ khai triển theo công thức mũ.
3. Chứa căn $\xrightarrow{PP}$ chuyển về lũy thừa.
4. Tích lượng giác bậc một của sin và cosin $\xrightarrow{PP}$ khai triển theo công thức tích thành tổng.
 - $\sin ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\sin(a+b)x + \sin(a-b)x]$
 - $\sin ax \cdot \sin bx = \frac{1}{2} [\cos(a-b)x - \cos(a+b)x]$
 - $\cos ax \cdot \cos bx = \frac{1}{2} [\cos(a+b)x + \cos(a-b)x]$
5. Bậc chẵn của sin và cosin $\xrightarrow{PP}$ Hạ bậc.

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 1. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau (giả sử điều kiện được xác định):

|| **Phương pháp:** Dựa vào bảng nguyên hàm của các hàm số và vận dụng các tính chất nguyên hàm.

a) $f(a) = 3a^2 + \frac{a}{2}$. ĐS: $F(a) = a^3 + \frac{a^2}{4} + C$.

.....
.....

b) $f(b) = 2b^3 - 5b + 7$. ĐS: $F(b) = \frac{b^4}{2} - \frac{5b^2}{2} + 7b + C$.

.....
.....

c) $f(c) = 6c^5 - 12c^3 + c^2 - 8$. ĐS: $F(x) = c^6 - 3c^4 + \frac{c^3}{3} - 8c + C$.

.....
.....

d) $f(x) = (x^2 - 3x) \cdot (x + 1)$. ĐS: $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + C$.

.....
.....

e) $f(x) = (3 - x)^3$. DS: $F(x) = -\frac{(3 - x)^4}{4} + C$.

.....
.....

f) $f(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 - \frac{1}{3}$. DS: $F(x) = -\frac{1}{x} - \frac{x^3}{3} - \frac{x}{3} + C$.

.....
.....

g) $f(x) = 10^{2x}$. DS: $F(x) = \frac{10^{2x}}{2 \ln 10} + C$.

.....
.....

h) $f(x) = x^3 - 4x + \frac{3}{x}$. DS: $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^2 + 3 \cdot \ln|x| + C$.

.....
.....

i) $f(t) = \frac{2t^4 + 2}{t^2}$. DS: $F(t) = \frac{2}{3} \cdot t^3 - \frac{2}{t} + C$.

.....
.....

j) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2}$. DS: $F(x) = \ln|x| + \frac{1}{x} + C$.

.....
.....

k) $f(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$. DS: $F(x) = x + \sin x + C$.

.....
.....

l) $f(x) = \cos^2 x$. DS: $F(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

.....
.....

m) $f(x) = \tan^2 x$. DS: $F(x) = \tan x - x + C$.

.....
.....

n) $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$. DS: $F(x) = -\frac{2}{\sin^2 2x} + C$.

.....
.....

o) $f(x) = 2 \sin 3x \cos 2x$. DS: $F(x) = -\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$.

.....
.....

p) $f(x) = e^x \cdot (e^x - 1).$ ĐS: $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x + C.$

.....
.....

q) $f(x) = e^x \cdot \left(2 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right).$ ĐS: $F(x) = 2e^x + \tan x + C.$

.....
.....

r) $I = \int (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}) \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{2}{3}} + C.$

.....
.....

s) $I = \int \left(2x^2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{2}{3}x^3 + 3\sqrt[3]{x} + C. I = 2\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + C.$

.....
.....

t) $I = \int \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{5}{\sqrt[5]{x}} \cdot dx \cdot$ ĐS: $F(x) = \sqrt{x} + \frac{9}{2}\sqrt[3]{x^2} + \frac{25}{4}\sqrt[5]{x^4} + C.$

.....
.....

u) $I = \int 4 \sin^2 x \cdot dx.$ ĐS: $I = 2x - \sin 2x + C.$

.....
.....

v) $I = \int \frac{1 + \cos 4x}{2} \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C.$

.....
.....

w) $I = \int (3 \cos x - 3^{x-1}) \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = 3 \sin x - \frac{3^{x-1}}{\ln 3} + C.$

.....
.....

x) $I = \int (\tan x - 2 \cot x)^2 \cdot dx.$ ĐS: $I = \tan x - 4 \cot x - 9x + C.$

.....
.....

y) $I = \int \sqrt[3]{u} \cdot (u - 4) \cdot du.$ ĐS: $I = \frac{3}{7}\sqrt[3]{u^7} - 3\sqrt[3]{u^4} + C.$

BT 2. Chứng minh $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trong các trường hợp sau:

|| **Phương pháp:** Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, ta cần chứng minh:
 $F'(x) = f(x)$.

a) $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120$ và $f(x) = 15x^2 + 8x - 7$.

.....

b) $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ và $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$.

.....

c) $F(x) = (4x - 5) \cdot e^x$ và $f(x) = (4x - 1) \cdot e^x$.

.....

d) $F(x) = \tan^4 x + 3x - 5$ và $f(x) = 4 \tan^5 x + 4 \tan^3 x + 3$.

.....

e) $F(x) = \ln\left(\frac{x^2 + 4}{x^2 + 3}\right)$ và $f(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 4) \cdot (x^2 + 3)}$.

.....

f) $F(x) = \ln \frac{x^2 - x\sqrt{2} + 1}{x^2 + x\sqrt{2} + 1}$ và $f(x) = \frac{2\sqrt{2}(x^2 - 1)}{x^4 + 1}$.

.....

BT 3. Tìm nguyên hàm của các hàm số thỏa mãn điều kiện cho trước trong các trường hợp sau:

|| **Phương pháp:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)$, tức đi tính
 $\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$. Rồi sau đó thế $F(x_0) + C = \dots$ để tìm hằng số C .

a) $f(x) = x^3 - 4x + 5$, $F(1) = 3$.

ĐS: $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^2 + 5x - \frac{5}{4}$.

.....

b) $f(x) = 3 - 5 \cos x$, $F(\pi) = 2$.

ĐS: $F(x) = 3x - 5 \sin x + 2 - 3\pi$.

c) $f(x) = \frac{3 - 5x^2}{x}, F(e) = 1.$

ĐS: $F(x) = 3 \ln|x| - \frac{5x^2}{2} + \frac{5e^2}{2} - 2.$

d) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}, F(1) = \frac{3}{2}.$

ĐS: $F(x) = \frac{x^2}{2} + \ln|x| + 1.$

e) $f(x) = x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}, F(1) = -2.$

ĐS: $F(x) = \frac{2}{5}\sqrt{x^5} + 2\sqrt{x} - \frac{22}{5}.$

f) $I = \int \sin 2x \cdot \cos x \cdot dx, \text{ biết } F'\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0.$

ĐS: $F(x) = -\frac{1}{6}\cos x - \frac{1}{2}\cos x + \frac{7}{12}.$

g) $I = \int \frac{3x^4 - 2x^3 + 5}{x^2} \cdot dx, \text{ biết } F(1) = 2.$

ĐS: $F(x) = x^3 - x^2 - \frac{5}{x} + 7.$

h) $I = \int \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 7}{(x+1)^2} \cdot dx, \text{ biết } F(0) = 8.$

ĐS: $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{8}{x+1}.$

i) $I = \int \sin^2 \frac{x}{2} \cdot dx, \text{ biết } F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4}.$

ĐS: $F(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin x}{2} - \frac{1}{2}.$

j) $I = \int x \cdot \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot dx, \text{ biết } F(1) = \frac{7}{2}.$

ĐS: $F(x) = \frac{1}{x} + 3x + \frac{x^2}{2} + 3 \ln|x| + 1.$

$$\text{k) } I = \int \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos^2 x} \cdot dx, \text{ biết } F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}. \quad \underline{\text{ĐS: }} F(x) = 2x - \tan x + 1.$$

BT 4. Tìm điều kiện của tham số m hoặc a, b, c để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$:

|| **Phương pháp:** Để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$. Từ đó, ta sử dụng đồng nhất thức để tìm ra tham số cần tìm.

$$\text{a) } \begin{cases} F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3 \\ f(x) = 3x^2 + 10x - 4 \end{cases}. \quad \underline{\text{ĐS: }} m = 1.$$

$$\text{b) } \begin{cases} F(x) = \ln|x^2 - mx + 5| \\ f(x) = \frac{2x + 3}{x^2 + 3x + 5} \end{cases}. \quad \underline{\text{ĐS: }} m = -3.$$

$$\text{c) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^x \\ f(x) = (x - 3) \cdot e^x \end{cases}. \quad \underline{\text{ĐS: }} a = 0, b = 1, c = -4.$$

$$\text{d) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-2x} \\ f(x) = -(2x^2 - 8x + 7) \cdot e^{-2x} \end{cases}. \quad \underline{\text{ĐS: }} a = 1, b = -3, c = 2.$$

$$\text{e) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot e^{-x} \\ f(x) = (x^2 - 3x + 2) \cdot e^{-x} \end{cases}. \quad \underline{\text{ĐS: }} a = -1, b = 1, c = -1.$$

$$\text{f) } \begin{cases} F(x) = (a+1)\sin x + \frac{b}{2}\sin 2x + \frac{c}{3}\sin 3x \\ f(x) = \cos x \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = b = c = 0.$$

$$\text{g) } \begin{cases} F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot \sqrt{2x-3} \\ f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}} \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = 4, \quad b = -2, \quad c = 1.$$

$$\text{h) } \begin{cases} f(x) = x\sqrt{3-x}, \quad (x \leq 3) \\ F(x) = (ax^2 + bx + c) \cdot \sqrt{3-x} \end{cases} \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad a = \frac{2}{5}; \quad b = -\frac{2}{5}; \quad c = -\frac{12}{5}.$$

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

NHÓM 1 : DÙNG BẢNG NGUYÊN HÀM

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 2x + C.$

B. $F(x) = \frac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x + C.$

D. $F(x) = 3x^2 + 3x + C.$

Câu 2. Hàm số $F(x) = 5x^3 + 4x^2 - 7x + 120 + C$ là họ nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = 15x^2 + 8x - 7.$

B. $f(x) = 5x^2 + 4x + 7.$

C. $f(x) = \frac{5x^2}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{7x^2}{2}.$

D. $f(x) = 5x^2 + 4x - 7.$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C.$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C.$

D. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C.$

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x+1)(x+2)$

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x + C.$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

C. $F(x) = 2x + 3 + C.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + 2x + C.$

Câu 5. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{5-2x} + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}$ là hàm số nào?

A. $F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C.$

B.

$F(x) = -\ln|5-2x| + 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C.$

C. $F(x) = \ln|5-2x| + 2\ln|x| - \frac{3}{x} + C.$

D.

$F(x) = -\ln|5-2x| - 2\ln|x| + \frac{3}{x} + C.$

Câu 6. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là

A. $3x^2 - 6x$ B. $3x^2 - 6x + C$ C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$ D.

$x^4 - x^3 + 5x + C$

Câu 7. Một nguyên hàm của hàm số $g(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ là:

A. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 6x + C$ B. $-20x^3 + 8x + C$ C.

$-20x^3 + 8x$ D. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 + C$

Câu 8. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-3)^4$ là

A. $\frac{(x-3)^4}{4}$ B. $4(x-3)^3$ C. $\frac{(x-3)^5}{5}$ D. $\frac{(x-3)^3}{3}$

Câu 9. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$ là

A. $3x^2 - 6x$ B. $3x^2 - 6x + C$ C. $\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x + C$ D.

$x^4 - x^3 + 5x + C$

Câu 10. Một nguyên hàm của hàm số $g(x) = -5x^4 + 4x^2 - 6$ là:

A. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 - 6x + C$ B. $-20x^3 + 8x + C$ C.

$-20x^3 + 8x$ D. $-x^5 + \frac{4}{3}x^3 + C$

Câu 11. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 3)^4$ là:

A. $\frac{(x - 3)^4}{4}$

B. $4(x - 3)^3$

C. $\frac{(x - 3)^5}{5}$

D. $\frac{(x - 3)^3}{3}$

Câu 12. Tính $\int \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 2 \right) dx$

A. $\frac{x^3}{3} + \ln|x| - 2x + C$ **B.** $x^3 - \frac{1}{x^2} - 2x + C$ **C.** $x^3 + \ln|x| + C$ **D.** $x^3 + \ln|x| - 2x + C$

Câu 13. Cho $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(1) = 0$ là:

A. $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + \frac{1}{4}$ **B.** $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$ **C.** $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - 1$ **D.** $-\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + 1$

Câu 14. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + C$ **B.** $F(x) = x^3 - x^2 + 1 + C$
C. $F(x) = x(x^2 - x + 1) + C$ **D.** $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$

Câu 15. Kết quả của $\int x(x^2 + 1) dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{(x^2 + 1)^3}{3} + C$ **B.** $F(x) = \frac{(x^2 + 1)^3}{6} + C$
C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \left(\frac{x^3}{3} + x \right) + C$ **D.** $F(x) = \frac{x^2}{6} (x^2 + 1)^3 + C$

Câu 16. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ là:

A. $F(x) = -\frac{1}{x^2}$ **B.** $F(x) = \frac{1}{x^2}$ **C.** $F(x) = \ln|x|$ **D.** $F(x) = -\frac{1}{x}$

Câu 17. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3 \sin x + \frac{2}{x}$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = 3 \cos x + 2 \ln|x| + C$ **B.** $F(x) = -3 \cos x + 2 \ln|x| + C$
C. $F(x) = 3 \cos x - 2 \ln|x| + C$ **D.** $F(x) = -3 \cos x - 2 \ln|x| + C$

Câu 18. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 3^x$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = x^3 - \frac{3^x}{\ln 3} + C$ **B.** $F(x) = x^3 + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 19. Tính $\int (1-x)^9 dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{10}(1-x)^{10} + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{10}(1-x)^{10} + C$

C. $F(x) = \frac{1}{10}(1+x)^{10} + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{10}(1+x)^{10} + C$

Câu 20. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(x+2)^2$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{4}{3}x^3 + 2x^2 + C$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x^2 + C$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + C$

D. Kết quả khác.

Câu 21. Họ nguyên hàm của $f(x) = x^2 - 2x + 1$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2 + x + C$

B. $F(x) = 2x - 2 + C$

C. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$

Câu 22. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x+1)^3$ là:

A. $\frac{1}{2}(2x+1)^4 + C$

B. $(2x+1)^4 + C$

C. $2(2x+1)^4 + C$

D. Kết quả khác

Câu 23. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (1-2x)^5$ là:

A. $-\frac{1}{12}(1-2x)^6 + C$

B. $(1-2x)^6 + C$

C. $5(1-2x)^6 + C$

D.

$5(1-2x)^4 + C$

Câu 24. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là :

A. $x^2 - \frac{3}{x} + C$

B. $x^2 + \frac{3}{x^2} + C$

C. $x^2 + 3 \ln x^2 + C$

D. Kết quả khác

Câu 25. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$

A. $x^2 + x + 3$

B. $x^2 + x - 3$

C. $x^2 + x$

D. Kết quả khác

Câu 26. Tìm hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = (x^2 - x)(x + 1)$ và $f(0) = 3$

A. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3$

B. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} - 3$

C. $y = f(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 3$

D. $y = f(x) = 3x^2 - 1$

Câu 27. Cho $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ có một nguyên hàm triệt tiêu khi $x = 1$. Nguyên hàm đó là kết quả nào sau đây?

A. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x$

B. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 1$

C. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$

D. $F(x) = x^3 + x^2 - 3x - 1$

Câu 28. Tìm hàm số $f(x)$ biết rằng $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f'(1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

B. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

C. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - \frac{5}{2}$

D. Kết quả khác

Câu 29. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{3}{4}\sqrt{x^3}$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{x} + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$

Câu 30. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 3)^4$ là:

A. $F(x) = \frac{(x - 3)^4}{4}$

B. $F(x) = 4(x - 3)^3$

C. $F(x) = \frac{(x - 3)^5}{5}$

D.

$F(x) = \frac{(x - 3)^3}{3}$

Câu 31. Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x$ thỏa mãn $F(1) = 0$ là:

A. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + \frac{1}{4}$

B. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - \frac{1}{4}$

C. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 - 1$

D. $F(x) = -\frac{x^4}{4} + x^3 - x^2 + 1$

NHÓM 2: HÀM SỐ VÔ TỶ (CHỨA CĂN)

Câu 32. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ là

A. $\int f(x) dx = \sqrt{2x-1} + C.$

B. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{\sqrt{2x-1}}{2} + C.$

D. $\int f(x) dx = -2\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 33. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$.

A. $\int f(x) dx = -2\sqrt{3-x} + C.$

B. $\int f(x) dx = -\sqrt{3-x} + C.$

C. $\int f(x) dx = 2\sqrt{3-x} + C.$

D. $\int f(x) dx = -3\sqrt{3-x} + C.$

Câu 34. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$ **B.**

$\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C.$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}\sqrt{2x+1} + C.$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{2}\sqrt{2x+1} + C.$

Câu 35. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{5-3x}.$

A. $\int f(x) dx = -\frac{2}{9}(5-3x)\sqrt{5-3x} + C.$ **B.**

$\int f(x) dx = -\frac{2}{3}(5-3x)\sqrt{5-3x}.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{9}(5-3x)\sqrt{5-3x}.$ **D.** $\int f(x) dx = -\frac{2}{3}\sqrt{5-3x} + C.$

Câu 36. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x-2}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{3}{4}(x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$ **B.**

$\int f(x) dx = -\frac{3}{4}(x-2)\sqrt[3]{x-2} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(x-2)\sqrt{x-2}.$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(x-2)^{-\frac{2}{3}} + C.$

Câu 37. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{1-3x}.$

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$ **B.**

$\int f(x) dx = -\frac{3}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{4}(1-3x)\sqrt[3]{1-3x} + C.$ **D.** $\int f(x) dx = -(1-3x)^{-\frac{2}{3}} + C.$

Câu 38. Hàm số $F(x) = (x+1)^2\sqrt{x+1} + 2016$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{5}{2}(x+1)\sqrt{x+1}$

B. $f(x) = \frac{5}{2}(x+1)\sqrt{x+1} + C$

C. $f(x) = \frac{2}{5}(x+1)\sqrt{x+1}$

D. $f(x) = (x+1)\sqrt{x+1} + C$

Câu 39. Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-3x}} + 1$ là hàm số $F(x)$ thỏa

mãn $F(-1) = \frac{2}{3}$. Khi đó $F(x)$ là hàm số nào sau đây?

A. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 3$

B. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} - 3$

C. $F(x) = x - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x} + 1$

D. $F(x) = 4 - \frac{2}{3}\sqrt{1-3x}$

Câu 40. Biết $F(x) = 6\sqrt{1-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{a}{\sqrt{1-x}}$. Khi đó giá trị của a bằng

A. -3 . **B.** 3 . **C.** 6 . **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 41. Tính $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) dx$

A. $\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x}{2} + C$ **B.** $2\sqrt{x} - \frac{x}{2} + C$ **C.** $\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2}x + C$ **D.** $\frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x}{2} + C$

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$. Khi đó :

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{x^2} + C$ **B.** $\int f(x) dx = x + \ln|x| + C$

C. $\int f(x) dx = x - \frac{1}{x^2} + C$ **D.** $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^2$

Câu 43. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{-1}{2} \ln|1-2x| + C$ **B.** $F(x) = \frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$

C. $F(x) = \ln|1-2x| + C$ **D.** $F(x) = \frac{x}{x-x^2} + C$

Câu 44. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sqrt{3x+4}$ biết $F(0) = 2$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+4)^3} + \frac{2}{9}$ **B.** $F(x) = \frac{2}{9} \sqrt{(3x+4)^3} - \frac{2}{9}$

C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(3x+4)^3} + \frac{10}{3}$ **D.** $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(3x+4)^3} - \frac{10}{3}$

Câu 45. Tìm nguyên hàm $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x} \right) dx$

A. $\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$ **B.** $-\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

C. $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} - 4 \ln|x| + C$ **D.** $\frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5} + 4 \ln|x| + C$

Câu 46. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2+k}$ với $k \neq 0$?

A. $f(x) = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

B.

$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + k} + \frac{x}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

C. $f(x) = \frac{k}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + k}|$

D. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + k}}$

Câu 47. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

(II) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 5$

(III) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$

(IV) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 2$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}|$

A. Chỉ (I)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (III)

và (IV)

Câu 48. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$ là hàm số nào sau đây:

A. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{12}{5}\sqrt[6]{x^5} + \ln|x|$

B. $F(x) = \frac{1}{3}\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3$

C. $F(x) = \left(x\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}\right)^2$

D. $F(x) = \frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \ln|x| + \frac{12}{5}\sqrt[5]{x^6}$

Câu 49. Nguyên hàm $\int \left(x\sqrt{x} + e^{2017x}\right)dx =$

A. $\frac{5}{2}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

B. $\frac{2}{5}x^3\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

C. $\frac{3}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + \frac{e^{2017x}}{2017} + C$

NHÓM 3: HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

Câu 50. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

B. $\int f(x).dx = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

Câu 51. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$.

A. $\int f(x)dx = 2\tan \frac{x}{2} + C$.

B. $\int f(x)dx = \tan \frac{x}{2} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\tan \frac{x}{2} + C$.

D. $\int f(x)dx = -2\tan \frac{x}{2} + C$.

Câu 52. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$.

A. $\int f(x)dx = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

C. $\int f(x)dx = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + C.$

Câu 53. Tính $\int (\sin x - \cos x)dx$

A. $-\cos x - \sin x + C$

B. $-\cos x + \sin x + C$

C. $\cos x - \sin x + C$

D. $\cos x + \sin x + C$

Câu 54. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ là:

A. $2\tan x + C$

B. $2\cot x + C$

C. $2\sin x + C$

D.

$2\cos x + C$

Câu 55. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 - \frac{1}{\sin^2 x}$ là:

A. $3x - \tan x + C$

B. $3x + \tan x + C$

C. $3x + \cot x + C$

D.

$3x - \cot x + C$

Câu 56. Cho $f(x) = \sin x - \cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ là:

A. $-\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

B. $-\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

D. $\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 57. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + 2\cos x$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(0) = 1$ là:

A. $x^2 - \cos x + 2\sin x$

B. $x^2 + \cos x + 2\sin x + 2$

C. $2 + \cos x + 2\sin x$

D. $x^2 + \cos x + 2\sin x - 2$

Câu 58. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ là:

A. $\frac{\tan^3 x}{3}$

B. $\frac{\tan^3 x}{3} \cdot \frac{1}{\cos^2 x}$

C. $\tan x - x$

D. $\frac{2\sin x}{\cos^3 x}$

Câu 59. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ là:

A. $\cos 2x$

B. $\frac{1}{2}\sin 2x$

C. $2\sin 2x$

D. $\cos^2 x$

Câu 60. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$?

A. $x + \frac{1}{4}\sin 4x$

B. $\frac{1}{4}x + \sin 4x$

C. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{16}\sin 4x$

D.

$$\frac{3}{4}x - \frac{1}{4}\cos 4x$$

Câu 61. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + 3x^2$ là:

A. $F(x) = \cos 2x + 6x$

B. $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x + 6x$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + x^3$

D. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x - x^3$

Câu 62. Hàm số nào sau đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\sin 2x$?

A. $F(x) = \sin^2 x$

B. $F(x) = 2\cos 2x$

C. $F(x) = \frac{1}{2}\cos 2x$

D. $F(x) = -\cos 2x$

Câu 63. Hàm số $f(x) = \sin x$ có một nguyên hàm là:

A. $F(x) = \cos x + C$

B. $F(x) = \sin x + C$

C. $F(x) = -\cos x + 1$

D. $F(x) = -\sin x + C$

Câu 64. Biết $F(x) = \int (1 + \tan^2 x) dx$ khi đó $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + C$

B. $F(x) = \tan x + C$

C. $F(x) = -\tan x + C$

D. $F(x) = \cot x + C$

Câu 65. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = \cos 2x + C$

B. $F(x) = \sin 2x + C$

C. $F(x) = -\cos 2x + C$

D. $F(x) = -\sin 2x + C$

Câu 66. Gọi $F_1(x)$ là nguyên của hàm số $f_1(x) = \sin^2 x$ thỏa mãn $F_1(0) = 0$ và $F_2(x)$ là nguyên của hàm số $f_2(x) = \sin^2 x$ thỏa mãn $F_2(0) = 0$. Khi đó phương trình $F_1(x) = F_2(x)$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}$ **C.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.**

$x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 67. Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x \cdot \sin x$ là:

A. $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$

B. $-\cos^3 x + C$

C. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$

D. Đáp án

khác.

Câu 68. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \cos 5x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \cos 6x$

B. $F(x) = \sin 6x$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6}\sin 6x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)$

D. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin 6x}{6} + \frac{\sin 4x}{4}\right)$

Câu 69. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \sin 5x \cdot \cos 3x$ là:

A. $-\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

B. $\frac{1}{2}\left(\frac{\cos 6x}{8} + \frac{\cos 2x}{2}\right)$

C. $\cos 8x + \cos 2x$

D. Đáp án khác.

Câu 70. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos x$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \sin x + C$

B. $F(x) = -\sin x + C$

C. $F(x) = \cos x + C$

D. $F(x) = -\cos x + C$

Câu 71. Kết quả nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ biết nguyên hàm này triệt tiêu khi $x = \frac{\pi}{2}$?

A. $F(x) = \sin x$

B. $F(x) = -\sin x$

C. $F(x) = \sin x + 1$

D. $F(x) = \sin x - 1$

Câu 72. Tính $\int \frac{1}{\cos^2(3x-1)} dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \tan(3x-1) + C$

B. $F(x) = \cot(3x-1) + C$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \tan(3x-1) + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \cot(3x-1) + C$

Câu 73. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Kết quả là:

A. $F(x) = \tan x - x + \frac{\pi}{4}$

B. $F(x) = \tan x - x - \frac{\pi}{4}$

C. $F(x) = x - \tan x + \frac{\pi}{4}$

D. $F(x) = x - \tan x - \frac{\pi}{4}$

Câu 74. Tính $\int \sin(3x-1) dx$, kết quả là:

A. $-\frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$ B. $\frac{1}{3} \cos(3x-1) + C$ C. $-\cos(3x-1) + C$ D. Kết quả khác

Câu 75. Tìm $\int (\cos 6x - \cos 4x) dx$ là:

A. $-\frac{1}{6} \sin 6x + \frac{1}{4} \sin 4x + C$

B. $6 \sin 6x - 5 \sin 4x + C$

C. $\frac{1}{6} \sin 6x - \frac{1}{4} \sin 4x + C$

D. $-6 \sin 6x + \sin 4x + C$

Câu 76. Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$ (II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$ (III) $f(x) = \tan^2 x + 1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$

A. (I), (II), (III)

B. Chỉ (II), (III)

C. Chỉ (III)

D. Chỉ (II)

Câu 77. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin 3x \cos 2x$

A. $-\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$

C. $5 \cos 5x + \cos x + C$

B. $\frac{1}{5} \cos 5x + \cos x + C$

D. Kết quả khác

Câu 78. Lựa chọn phương án đúng:

A. $\int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$

C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$

Câu 79. Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2}{3}x + 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

C. $\frac{2}{3}x - 2 \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B. $\frac{2}{3}x - 2 \cos x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

D. $\frac{2}{3}x - 2 \cos x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 80. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai ?

(I) $\int \sin x \sin 3x dx = \frac{1}{4} (\sin 2x - \frac{1}{2} \sin 4x) + C$

(II) $\int \tan^2 x dx = \frac{1}{3} \tan^3 x + C$

(III) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln(x^2+2x+3) + C$

A. Chỉ (I) và (II)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II) và (III)

D. Chỉ (II)

Câu 81. Tìm $\int (\sin x + 1)^3 \cos x dx$ là:

A. $\frac{(\cos x + 1)^4}{4} + C$

B. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$

C. $\frac{(\sin x + 1)^4}{4} + C$

D. $4(\sin x + 1)^3 + C$

Câu 82. Xét các mệnh đề

(I) $F(x) = x + \cos x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right)^2$

(II) $F(x) = \frac{x^4}{4} + 6\sqrt{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}}$

(III) $F(x) = \tan x$ là một nguyên hàm của $f(x) = -\ln |\cos x|$

Mệnh đề nào sai ?

A. (I) và (II)

B. Chỉ (III)

C. Chỉ (II)

D. Chỉ (I) và (III)

Câu 83. Tìm $\int \sin \frac{3x}{2} dx$.

A. $F(x) = -\frac{2}{3} \cos \frac{3x}{2} + C$

C. $F(x) = -\frac{3}{2} \cos \frac{3x}{2} + C$

B. $F(x) = \frac{2}{3} \cos \frac{3x}{2} + C$

D. $F(x) = \frac{3}{2} \cos \frac{3x}{2} + C$

Câu 84. Nguyên hàm của hàm số $y = \sin^3 x \cdot \cos x$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{4} \sin^4 x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{4} \sin^4 x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{4} \cos^4 x + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

Câu 85. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \tan^2 x$ thỏa mãn $F(0) = 3$ là:

A. $f(x) = \tan x - x + 3$

B. $f(x) = \tan x - x - 3$

C. $f(x) = \tan x + x + 3$

D. $f(x) = \tan x + x - 3$

Câu 86. Nếu $f'(x) = \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$ và $f(0) = \frac{13}{4}$ thì:

A. $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + 3$

B. $f(x) = x - \frac{1}{2} \cos 2x + 4$

C. $f(x) = \sin x + \frac{7}{2}$

D. $f(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 3$

Câu 87. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \sin x + \cos x - 1$ là:

A. $F(x) = \sin x - \cos x + C$

B. $F(x) = \sin x - \cos x - x + C$

C. $F(x) = \cos x + \sin x - x + C$

D. $F(x) = \sin x + \cos x - x + C$

Câu 88. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \sin x \cdot \cos x dx = -\cos x \cdot \sin x + C$

B. $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \cos 2x + C$

C. $\int \cos^2 x \cdot \sin x dx = \frac{-\cos^3 x}{3} + C$

D. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx = \frac{\sin^3 x}{3} + C$

Câu 89. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \cos 3x \cdot \cos x dx = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \sin 4x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) + C$

B. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{2} \left(\frac{1}{4} \cos 4x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + C$

C. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx = \frac{-1}{3} \cos 3x \cdot \sin x + C$

D. $\int \sin x \cdot \cos x dx = \frac{-\cos 2x}{4} + C$

Câu 90. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx$ là:

A. $F(x) = -\cos x - \sin x + C$

B. $F(x) = \cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = \cot x - \tan x + C$

D. $F(x) = -\cot x - \tan x + C$

Câu 91. Tìm nguyên hàm $\int 2 \sin 3x \cos 2x dx$?

A. $F(x) = -\frac{1}{5} \cos 5x - \cos x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{3} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 5x - \frac{1}{3}\cos x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{5}\cos 5x - \cos x + C$

Câu 92. Tìm nguyên hàm: $\int \sin^2 2x dx$

A. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{8}\sin 4x + C$ B. $\frac{1}{3}\sin^3 2x + C$

C. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\sin 4x + C$ D.

$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 4x + C$

Câu 93. Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx =$

A. $2 \tan 2x + C$

B. $2 \cot 2x + C$

C. $4 \cot 2x + C$

D. 2

$\cot 2x + C$

Câu 94. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \cos^2 2x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{8}\sin 4x + C$

B. $\int \sin^2 2x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{8}\sin 4x + C$

C. $\int \cos 4x dx = \frac{1}{4}\sin 4x + C$

D. $\int \sin^2 2x dx = -\cos^2 2x + C$

Câu 95. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$

B. $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$

C. $\int \tan^2 x dx = \frac{\tan^3 x}{3} + C$

D. $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right) + C$

Câu 96. Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = \sin x - \cos x$ và $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

A. $f(x) = -\cos x - \sin x + \sqrt{2}$

B. $f(x) = \cos x - \sin x + \sqrt{2}$

C. $f(x) = \cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $f(x) = \cos x - \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 97. Tìm nguyên hàm $\int (1 + \sin x)^2 dx$

A. $\frac{2x}{3} - 2\cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

B. $\frac{2x}{3} + 2\cos x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

C. $\frac{2x}{3} - 2\cos x + \frac{\sin 2x}{4} + C$

D. $\frac{2x}{3} - 2\cos 2x - \frac{\sin 2x}{4} + C$

NHÓM 4: HÀM SỐ MŨ, LOGARIT

Câu 98. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - e^{-x}$.

A. $\int f(x) dx = e^x + e^{-x} + C$

B. $\int f(x) dx = -e^x + e^{-x} + C$

C. $\int f(x) dx = e^x - e^{-x} + C$

D. $\int f(x) dx = -e^x - e^{-x} + C$

Câu 99. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x \cdot 3^{-2x}$.

A. $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C.$

B. $\int f(x) dx = \left(\frac{9}{2}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C$

C. $\int f(x) dx = \left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 - \ln 9} + C.$

D.

$\int f(x) dx = \left(\frac{2}{9}\right)^x \cdot \frac{1}{\ln 2 + \ln 9} + C.$

Câu 100. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x(3 + e^{-x})$ là

A. $F(x) = 3e^x + x + C.$

B. $F(x) = 3e^x + e^x \ln e^x + C.$

C. $F(x) = 3e^x - \frac{1}{e^x} + C.$

D. $F(x) = 3e^x - x + C.$

Câu 101. Hàm số $F(x) = 7e^x - \tan x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = e^x \left(7 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right).$

B. $f(x) = 7e^x + \frac{1}{\cos^2 x}.$

C. $f(x) = 7e^x + \tan^2 x - 1.$

D. $f(x) = 7 \left(e^x - \frac{1}{\cos^2 x} \right).$

Câu 102. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{e^{4x-2}}.$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{2x-1} + C.$

B. $\int f(x) dx = e^{2x-1} + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} e^{4x-2} + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{e^{2x-1}} + C.$

Câu 103. Tính $\int (e^{-x} + 4) dx$

A. $e^{-x} + 4x + C$

B. $\frac{1}{e^{-x}} + 4x + C$

C. $-e^{-x} + C$

D.

$-e^{-x} + 4x + C$

Câu 104. Tính $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$

A. $\frac{1}{3} e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

B. $3e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

C. $3e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

D.

$\frac{1}{3} e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

Câu 105. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x + 3x^2$ là

A. $F(x) = 9^x + x^3$

B. $F(x) = 9^x \ln 9 + x^3$

C. $F(x) = \frac{9^x}{9} + x^3$

D. $F(x) = \frac{9^x}{\ln 9} + x^3$

Câu 106. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{x^2} \right)$ thỏa $F(1) = e$ là

A. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} - 1$

B. $F(x) = e^x - \frac{1}{x} + 1$

C. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} - 1$

D. $F(x) = e^x + \frac{1}{x} + 1$

Câu 107. Hàm số $f(x) = e^{1-x}$ có tất cả các nguyên hàm là:

A. $F(x) = e^{1-x} + C$

B. $F(x) = -e^{1-x}$

C. $F(x) = \frac{1}{2-x} e^{2-x} + C$

D. $F(x) = -e^{1-x} + C$

Câu 108. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{x+1}$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = 3^{x+1} + C$

B. $F(x) = 3 \ln 3 \cdot 3^x + C$

C. $F(x) = 3 \ln 3 \cdot 3^{x+1} + C$

D. $F(x) = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$

Câu 109. Gọi $F(x)$ là tập hợp tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2$ thì $F(x)$ là:

A. $F(x) = e^x - 2 + C$

B. $F(x) = e^x - 2x + C$

C. $F(x) = e^{x+1} - 2x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{x+1} e^{x+1} - 2x + C$

Câu 110. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - e^x$ là:

A. $\frac{1}{2} e^{2x} - e^x + C$

B. $2e^{2x} - e^x + C$

C. $e^x(e^x - x) + C$

D. Kết quả khác

Câu 111. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$ là:

A. $2e^x + \tan x + C$

B. $e^x \left(2x - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$

C. $e^x + \tan x + C$

D. Kết quả khác

Câu 112. Tính $\int (3 \cos x - 3^x) dx$, kết quả là:

A. $3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

B. $-3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

C.

$3 \sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$

D. $-3 \sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$

Câu 113. Hàm số $F(x) = e^x + \tan x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x) = e^x - \frac{1}{\sin^2 x}$

B. $f(x) = e^x + \frac{1}{\sin^2 x}$

C. $f(x) = e^x + \frac{1}{\cos^2 x}$

D. Kết quả khác

Câu 114. Nếu $\int f(x) dx = e^x + \sin 2x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + \cos 2x$

B. $e^x - \cos 2x$

C. $e^x + 2 \cos 2x$

D.

$e^x + \frac{1}{2} \cos 2x$

Câu 115. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x - 4^x$.

A. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} - \frac{(2^x)^2}{\ln 2} + C$

B. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} (1 - 2^{x-1}) + C$

C. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} \left(1 - \frac{4^x}{\ln 2} \right) + C$

D. $F(x) = \frac{2^x}{2 \ln 2} (1 - 2^x) + C$.

Câu 116. Tìm $\int \left(e^{3x-1} - \frac{1}{x^2} \right) dx$.

A. $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

B. $F(x) = 3e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

C. $F(x) = 3e^{3x-1} - \frac{1}{x} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{3} e^{3x-1} + \frac{1}{x} + C$

Câu 117. Tìm $\int e^x \left(3 - \frac{2}{x^5 e^x} \right) dx$.

A. $F(x) = 3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

B. $F(x) = -3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

C. $F(x) = 3e^x - \frac{1}{2x^4} + C$

D. $F(x) = -3e^x + \frac{1}{2x^4} + C$

Câu 118. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = e^{2x+3} - 2x + 1$ là:

A. $F(x) = e^{2x+3} - x^2 + x + C$

B. $F(x) = \frac{e^{2x+3}}{2} - 2x + C$

C. $F(x) = \frac{e^{2x+3}}{2} - x^2 + x + C$

D. $F(x) = 2e^{2x+3} - x^2 + x + C$

Câu 119. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = 2^{3x} + 4^{2x+1}$ là

A. $F(x) = \frac{2^{3x}}{2 \cdot \ln 8} + \frac{4^{2x+1}}{4 \cdot \ln 16} + C$

B. $F(x) = \frac{2^{3x}}{\ln 2} + \frac{4^{2x+1}}{\ln 4} + C$

C. $F(x) = \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{4^{2x+1}}{\ln 16} + C$

D. $F(x) = \frac{3 \cdot 2^{3x}}{\ln 2} + \frac{2 \cdot 4^{2x+1}}{\ln 4} + C$

Câu 120. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int (e^x + 2^x) dx = e^x + 2^x + C$

B. $\int (e^x + 2^x) dx = e^x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$

C. $\int e^x (e^x + 1)^2 dx = \frac{(e^x + 1)^3}{3} + C$

D. $\int \frac{1}{e^x} x dx = \frac{-1}{e^x} + C$

Câu 121. Tìm nguyên hàm $\int (2 + e^{3x})^2 dx$

A. $3x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C$

B. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{e^{6x}}{6} + C$

C. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} + \frac{5e^{6x}}{6} + C$

D. $4x + \frac{4e^{3x}}{3} - \frac{e^{6x}}{6} + C$

Dạng toán 2. TÍNH NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ HỮU TỶ

A – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Bài toán tổng quát: Tính nguyên hàm $I = \int \frac{P(x)}{Q(x)} \cdot dx$, với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không căn.

Phương pháp giải:

- Nếu bậc của tử số $P(x) \geq$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số $P(x) <$ bậc của mẫu số $Q(x) \xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số và khi đó:

- + Nếu mẫu số phân tích được thành tích số, ta sẽ sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số.

Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:

- $\frac{1}{(ax+m) \cdot (bx+n)} = \frac{1}{an-bm} \cdot \left(\frac{a}{ax+m} - \frac{b}{bx+n} \right).$
- $\frac{mx+n}{(x-a) \cdot (x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} = \frac{(A+B) \cdot x - (Ab+Ba)}{(x-a) \cdot (x-b)} \Rightarrow \begin{cases} A+B=m \\ Ab+Ba=n \end{cases}$
- $\frac{1}{(x-m) \cdot (ax^2+bx+c)} = \frac{A}{x-m} + \frac{Bx+C}{ax^2+bx+c},$ với $\Delta = b^2 - 4ac < 0.$
- $\frac{1}{(x-a)^2 \cdot (x-b)^2} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-b} + \frac{D}{(x-b)^2}.$

- + Nếu mẫu số không phân tích được thành tích số (biến đổi và đưa về dạng lượng giác).

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 5. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{2x+1}{x-1} \cdot dx.$ ĐS: $I = 2x + 3 \ln|x-1| + C.$

.....

.....

b) $I = \int \frac{3x+1}{x-2} \cdot dx.$ ĐS: $I = 3x + 7 \ln|x-2| + C.$

.....

.....

c) $I = \int \frac{3x+1}{(x+1)^3} \cdot dx.$ ĐS: $I = -\frac{3}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} + C.$

.....

.....

d) $I = \int \frac{x+1}{2x+3} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \ln|2x+3| + C.$

.....

.....

e) $I = \int \frac{x^4 - 3x^2 + 2x - 1}{x^2} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{x^3}{3} - 3x + 2 \ln|x| + \frac{1}{x} + C.$

.....

.....

f) $I = \int \frac{x^2 + x + 1}{x+2} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{x^2}{2} - x + 3 \ln|x+2| + C.$

.....

.....

g) $I = \int \frac{4x^2 + 6x + 1}{2x+1} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = x^2 + 2x - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

.....

.....

h) $I = \int \frac{4x^3 + 4x^2 - 1}{2x+1} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C.$

.....

.....

i) $I = \int \frac{dx}{x \cdot (x+1)} \cdot$ ĐS: $I = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

.....

.....

j) $I = \int \frac{dx}{x^2 - 4} \cdot$ ĐS: $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$

.....

.....

k) $I = \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 9} \cdot$ ĐS: $I = -\frac{1}{x-3} + C.$

.....

.....

l) $I = \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5} \cdot$ ĐS: $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-5}{x-1} \right| + C.$

.....

.....

m) $I = \int \frac{dx}{2x^2 + x - 3} \cdot$ ĐS: $I = \frac{1}{5} \ln \left| \frac{x-1}{2x+3} \right| + C.$

.....

.....

$$\text{n) } I = \int \frac{dx}{2x^2 - 7x + 5} . \qquad \underline{\text{DS: }} I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{2x-5}{x-1} \right| + C .$$

.....

.....

$$\text{o) } I = \int \frac{4x-5}{x^2-x-2} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = \ln|x-2| + 3 \ln|x+1| + C .$$

.....

.....

$$\text{p) } I = \int \frac{4x+11}{x^2+5x+6} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = 3 \ln|x+2| + \ln|x+3| + C .$$

.....

.....

$$\text{q) } I = \int \frac{x+1}{x^2-x-6} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = \frac{1}{5} \ln|x+2| + 4 \ln|x-3| + C .$$

.....

.....

$$\text{r) } I = \int \frac{5x-3}{x^2-3x-2} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = -2 \ln|x-1| + 7 \ln|x-2| + C .$$

.....

.....

$$\text{s) } I = \int \frac{1-2x}{x^2-2x} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = -\frac{1}{2} \ln|x| - \frac{3}{2} \ln|x-2| + C .$$

.....

.....

$$\text{t) } I = \int \frac{x^2 dx}{x^2-7x+12} . \qquad \underline{\text{DS: }} I = x + 16 \ln|x-4| - 9 \ln|x-3| + C .$$

.....

.....

$$\text{u) } I = \int \frac{x^2+1}{x^2-1} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = x + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C .$$

.....

.....

$$\text{v) } I = \int \frac{x^2}{x+2} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = \frac{1}{2} x^2 - 2x + 4 \ln|x+2| + C .$$

.....

.....

$$\text{w) } I = \int \frac{3x+2}{4x^2-4x+1} \cdot dx . \qquad \underline{\text{DS: }} I = \frac{3}{4} \ln|2x-1| - \frac{7}{4(2x-1)} + C .$$

.....

.....

$$\text{x) } I = \int \frac{3x^2 - x^4}{x^2 - 2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{x^3}{3} - x - \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C.$$

.....

.....

$$\text{y) } I = \int \frac{x^2 + x}{(x+2)^2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = x - 3 \ln |x+2| - \frac{2}{x+2} + C.$$

.....

.....

$$\text{z) } I = \int \frac{x^2 \cdot dx}{(1-x^2)^2} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{4} \left(\ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) + C.$$

.....

.....

.....

.....

BT 6. Tính các nguyên hàm sau:

$$\text{a) } I = \int \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^3 + x^2 - 2x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{3}{2} \ln |x| - 2 \ln |x-1| + \frac{5}{2} \ln |x-2| + C.$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{b) } I = \int \frac{2x^2 - 8x + 10}{x^3 + x^2 - 4x - 4} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{6} \ln |x-2| - \frac{20}{3} \ln |x+1| + \frac{17}{2} \ln |x+2| + C.$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$\text{c) } I = \int \frac{x^3 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = x + \frac{1}{6} \ln |x| - \frac{9}{2} \ln |x-2| + \frac{28}{3} \ln |x-3| + C.$$

.....

.....

.....

.....

$$\text{d) } I = \int \frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 3x + 2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 2 \ln |x-1| + \ln |x+2| - \frac{3}{x-1} + C.$$

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{dx}{x \cdot (x^3 + 1)}.$

ĐS: $I = \ln|x| - \frac{1}{3}\ln(x^3 + 1) + C.$

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 122. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{3x + 5}{x + 2}$ là:

A. $F(x) = 3x + 4\ln|x + 2| + C$

B. $F(x) = -3x + \ln|x + 2| + C$

C. $F(x) = 3x - \ln|x + 2| + C$

D. $F(x) = 3x + \ln|x + 2| + C$

Câu 123. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x + 1}$ là:

A. $\ln|x + 1|$

B. $x + \ln|x + 1|$

C. $x - \ln|x + 1|$

D. $2\ln|x + 1|$

Câu 124. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(1) = 0$ là:

A. $x + \frac{2}{x + 1} - 2$

B. $x + \frac{2}{x + 1} + 2$

C. $x - 2\ln(x + 1)^2$

D.

$x - \frac{2}{x + 1} + 2$

Câu 125. Hàm số nào sau đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2 + x)}{(x + 1)^2}$?

A. $\frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$

B. $\frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

C. $\frac{x^2}{x + 1}$

D.

$\frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$

Câu 126. Cho hàm số $f(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^3}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa

$F(1) = -4$ là :

A. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{2}{x^2} + 4$

B. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{1}{2x^2} + 4$

C. $\frac{x^2}{2} + 2\ln|x| - \frac{2}{x^2} - 4$

D. $F(x) = x^3 - 2x + C$

Câu 127. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1}$ là:

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x + 2\ln|x + 1| + C$

B.

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - 2\ln|x+1| + C$$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| + C$ **D.**

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - x - 2\ln|x+1| + C$$

Câu 128. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x - 1}{x^2 + 2x + 1}$, biết

$$F(1) = \frac{1}{3}. \text{ Vậy } F(x) \text{ là:}$$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} - \frac{13}{6}$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1} + \frac{13}{6}$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{x+1} + C$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x + \frac{2}{x+1}$

Câu 129. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x}$ biết $F(1) = \frac{1}{2}$. Kết

quả là:

A. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + 2$

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - 2$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x + \frac{1}{2}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - \frac{1}{2}$

Câu 130. Ta có: $f(x) = \frac{3x^2 + 3x + 3}{x^3 - 3x + 2} = \frac{A}{(x-1)^2} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3 \\ B = 2 \\ C = 1 \end{cases}$

Tính $\int f(x)dx = F(x) + C$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{1}{x+2} + C$

B. $F(x) = -\frac{3}{x-1} + 2\ln|x-1| + \ln|x-2| + C$

C. $F(x) = 3\ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + \ln|x-2| + C$

D. $F(x) = -3\ln|x-1| + 2\ln|x+2| - \frac{1}{x-1} + C$

Câu 131. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ là :

A. $\ln x - \ln x^2 + C$ **B.** $\ln x - \frac{1}{x} + C$ **C.** $\ln x + \frac{1}{x} + C$ **D.** Kết quả khác

Câu 132. Tính nguyên hàm $\int \frac{1}{2x+1} dx$ ta được kết quả sau:

A. $\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$ B. $-\ln|2x+1| + C$ C. $-\frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$ D. $\ln|2x+1| + C$

Câu 133. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$ là :

A. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$ B. $\frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x^2} + C$ C. $\frac{2x^3}{3} - 3 \ln x^2 + C$ D. Kết quả khác

Câu 134. Kết quả của $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ là:

A. $\sqrt{1-x^2} + C$ B. $\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} + C$ C. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + C$ D. $-\sqrt{1-x^2} + C$

Câu 135. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+1}$ là:

A. $F(x) = \ln|x+1|$ B. $F(x) = x + \ln|x+1|$
C. $F(x) = x - \ln|x+1|$ D. $F(x) = 2 \ln|x+1|$

Câu 136. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$?

A. $F(x) = x + \frac{1}{4} \sin 4x$ B. $F(x) = \frac{1}{4} x + \sin 4x$
C. $F(x) = \frac{3}{4} x + \frac{1}{16} \sin 4x$ D. $F(x) = \frac{3}{4} x - \frac{1}{4} \cos 4x$

Câu 137. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+5}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+5| + 2016$ B. $F(x) = \ln|2x+5|$
C. $F(x) = -\frac{2}{(2x+5)^2}$ D. $F(x) = -\frac{1}{(2x+5)^2}$

Câu 138. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{(1+2x)^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \frac{1}{1+2x} + C$ B. $F(x) = \ln|(1+2x)^2| + C$
C. $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1+2x} + C$ D. $F(x) = \frac{-1}{1+2x} + C$

Câu 139. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + \frac{1}{4x-3}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x-3| + C$ B.

$$F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x - 3| + C$$

C. $F(x) = \cos 2x + \frac{1}{4} \cdot \ln|4x - 3| + C$ **D.**

$$F(x) = \frac{-1}{2} \cdot \cos 2x + \ln|4x - 3| + C$$

Câu 140. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{4}{2x-1} dx = 4 \ln|2x-1| + C$

B. $\int \frac{2x+1}{x} dx = 2x + \ln|x| + C$

C. $\int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C$

D.

$$\int \frac{2x+1}{x+1} dx = 2x - \ln|x+1| + C$$

Câu 141. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{2x+1}{3-4x} dx = \frac{-x}{2} - \frac{5}{8} \ln|3-4x| + C$

B. $\int \frac{x+1}{x-1} dx = x + 2 \ln|x-1| + C$

C. $\int \frac{2}{x-1} dx = 2 \ln|x-1| + C$

D. $\int \frac{6}{2x+3} dx = 3 \ln(2x+3) + C$

Câu 142. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{x^3}{x-1} dx$ là:

A. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

B. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x+1| + C$

C. $\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

D. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + x + \ln|x-1| + C$

Câu 143. Nguyên hàm của hàm số $I = \int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

A. $F(x) = \frac{2}{3} \ln|2x+1| - \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

B. $F(x) =$

$$= \frac{2}{5} \ln|2x+1| + \frac{5}{2} \ln|x-1| + C$$

C. $F(x) = -\frac{2}{3} \ln|2x+1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$

D. $F(x) =$

$$-\frac{2}{3} \ln|2x-1| + \frac{5}{3} \ln|x-1| + C$$

Câu 144. Nguyên hàm của hàm số $\int \frac{(x^2-1)^2}{x^3} dx =$

A. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| + \frac{1}{2x^2} + C$

B. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{x^2} + C$

C. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{2x^2} + C$

D. $\frac{x^3}{3} - 2 \ln|x| - \frac{1}{3x^2} + C$

Câu 145. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(2+x)}{(x+1)^2}$

A. $F(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$

B. $F(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 1}$

C. $F(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$

D. $F(x) = \frac{x^2}{x + 1}$

Dạng toán 3. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

A – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Định lý: Cho $\int f(u)du = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f[u(x)] \cdot u'(x) \cdot dx = F[u(x)] + C.$$

1. Đổi biến số dạng 1: đặt $t = \varphi(x)$.

$$\begin{aligned} & I = \int f(ax + b)^n \cdot x dx \xrightarrow{PP} t = ax + b \Rightarrow dt = a \cdot dx \\ \bullet & \quad I = \int \left(\frac{x^n}{ax^{n+1} + 1} \right)^m \cdot dx \xrightarrow{PP} t = x^{n+1} + 1 \Rightarrow dt = (n+1)x^n \cdot dx, \text{ với} \\ & I = \int f(ax^2 + b)^n \cdot x dx \xrightarrow{PP} t = ax^2 + b \Rightarrow dt = 2ax \cdot dx \end{aligned}$$

$m, n \in \mathbb{Z}$.

$$\bullet \quad I = \int \sqrt[n]{f(x)} \cdot f'(x) \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sqrt[n]{f(x)}, \text{ trừ một số trường hợp đổi biến dạng 2.}$$

$$\bullet \quad \begin{cases} I = \int f(\ln x) \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \\ I = \int f(a + b \ln x) \cdot \frac{1}{x} \cdot dx \end{cases} \xrightarrow{PP} \text{Đặt } \begin{cases} t = \ln x \\ t = a + b \ln x \end{cases}.$$

$$\bullet \quad I = \int f(e^x) \cdot e^x \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = e^x.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\cos x) \cdot \sin x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\sin x) \cdot \cos x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\tan x) \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt}$$

$$t = \tan x \Rightarrow dt = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (1 + \tan^2 x) dx.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\cot x) \cdot \frac{1}{\sin^2 x} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt}$$

$$t = \cot x \Rightarrow dt = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -(1 + \cot^2 x) dx.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\sin^2 x; \cos^2 x) \cdot \sin 2x dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } \begin{cases} t = \sin^2 x \Rightarrow dt = \sin 2x dx \\ t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx \end{cases}.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\sin x \pm \cos x) \cdot (\sin x \mp \cos x) \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t = \sin x \pm \cos x.$$

2. Đổi biến số dạng 2: đặt $x = \varphi(t)$.

$$\bullet \quad I = \int f(\sqrt{a^2 - x^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = a \cdot \sin t \Rightarrow dx = a \cdot \cos t \cdot dt.$$

$$\bullet \quad I = \int f(\sqrt{x^2 + a^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = a \cdot \tan t \Rightarrow dx = \frac{adt}{\cos^2 t}.$$

- $I = \int f(\sqrt{x^2 - a^2}) \cdot x^{2n} dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x = \frac{a}{\cos t} \Rightarrow dx = \frac{a \sin t}{\cos^2 t} \cdot dt.$
- $I = \int \frac{dx}{(x-a)^n \cdot \sqrt{ax^2 + bx + c}} \xrightarrow{PP} \text{Đặt } x-a = \frac{1}{t} \Rightarrow dx = -\frac{dt}{t^2}.$
- $I = \int R\left[\sqrt[n_1]{ax+b}, \dots, \sqrt[n_k]{ax+b}\right] \cdot dx \xrightarrow{PP} \text{Đặt } t^n = ax+b \text{ với } n = B.C.N.N\{n_1; n_2; \dots; n_k\}.$
- $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x+a)(x+b)}} \xrightarrow{PP} \text{Đặt}$

$$\begin{cases} t = \sqrt{x+a} + \sqrt{x+b} \text{ khi } \begin{cases} x+a > 0 \\ x+b > 0 \end{cases} \\ t = \sqrt{-x-a} + \sqrt{-x-b} \text{ khi } \begin{cases} x+a < 0 \\ x+b < 0 \end{cases} \end{cases}.$$

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 7. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int x \cdot (1-x)^{2015} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -\frac{(1-x)^{2016}}{2016} + \frac{(1-x)^{2017}}{2017} + C.$

.....

.....

.....

.....

b) $I = \int x \cdot (x^2 + 1)^3 dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{(x^2 + 1)^4}{8} + C.$

.....

.....

.....

.....

c) $I = \int x^2 \cdot (x-1)^9 \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{(x-1)^{12}}{12} + \frac{2(x-1)^{11}}{11} + \frac{(x-1)^{10}}{10} + C.$

.....

.....

.....

.....

d) $I = \int x^3 \cdot (2-3x^2)^8 \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{(2-3x^2)^{10}}{180} - \frac{(2-3x^2)^9}{81} + C.$

.....

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{x dx}{x^2 + 2}.$

DS: $I = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 2| + C.$

.....

.....

.....

.....

f) $I = \int \frac{2x}{(x+1)^2} dx.$

DS: $I = 2 \ln|x+1| + \frac{2}{x+1} + C.$

.....

.....

.....

.....

g) $I = \int \frac{x}{(x+1)^5} \cdot dx.$

DS: $I = \frac{1}{(x+1)^3} \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{x+1} - \frac{1}{3} \right) + C.$

.....

.....

.....

.....

h) $I = \int \left(\frac{x}{1+x^2} \right)^3 dx.$

DS: $I = -\frac{1}{2(1+x^2)} + \frac{1}{4(1+x^2)^2} + C.$

.....

.....

.....

.....

i) $I = \int \left(1 + \frac{1}{x} \right)^3 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot dx.$

DS: $I = -\frac{1}{4x^4} - \frac{1}{x^3} - \frac{3}{2x^2} - \frac{1}{x} + C.$

.....

.....

.....

.....

j) $I = \int \frac{x dx}{(x+1)^2}.$

DS: $I = \ln|x+1| - \frac{1}{x+1} + C.$

.....

.....

.....

.....

k) $I = \int \frac{x dx}{(2x+1)^3}.$

DS: $I = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1}{4(2x+1)^2} - \frac{1}{2(2x+1)} \right] + C.$

.....

.....

.....

$$l) \quad I = \int \frac{x^5}{x^2 + 1} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C.$$

$$m) \quad I = \int \frac{x^4}{x^{10} - 4} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{20} \ln \left| \frac{x^5 - 2}{x^5 + 2} \right| + C.$$

$$n) \quad I = \int \frac{x^3 dx}{x + 1}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x + 1| + C.$$

BT 8. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) \quad I = \int \frac{(x + 1)dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 4}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \sqrt{x^2 + 2x - 4} + C.$$

$$b) \quad I = \int x \sqrt{2 - x^2} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{\sqrt{(2 - x^2)^3}}{3} + C.$$

$$c) \quad I = \int \frac{2x dx}{\sqrt[3]{x^2 + 4}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{3}{2} \sqrt[3]{(x^2 + 4)^2} + C.$$

$$d) \quad I = \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\frac{2(3x^2 + 4x + 8)\sqrt{1 - x}}{15} + C.$$

e) $I = \int 5x \sqrt[3]{1-x^2} dx.$ ĐS: $I = -\frac{15}{8}(1-x^2)^{\frac{4}{3}} + C.$

f) $I = \int x^5 \sqrt[3]{(1-2x^2)^2} dx.$ ĐS: $I = \frac{3(20x^4 - 4x^2 - 3) \sqrt{(1-2x^2)^2}}{320} + C.$

g) $I = \int \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx.$ ĐS:
 $I = 2x+1 - 4\sqrt{2x+1} + 5 \ln \left| \sqrt{2x+1} + 2 \right| + C.$

h) $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx.$ ĐS: $I = \frac{\sqrt{(4-x^2)^3}}{3} - 4\sqrt{4-x^2} + C.$

i) $I = \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}.$ ĐS: $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+4}+2} \right| + C.$

j) $I = \int \frac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx.$ ĐS: $I = \frac{2\sqrt{(x^2-x+1)^3}}{3} - 2\sqrt{x^2-x+1} + C.$

$$\text{k) } I = \int \sin^3 x \cdot \sqrt{\cos x} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{2}{21} (\cos^3 x - 7 \cos x) \sqrt{\cos x} + C.$$

$$\text{l) } I = \int \frac{dx}{\sqrt{1+e^x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \ln \left| \frac{\sqrt{1+e^x} - 1}{\sqrt{1+e^x} + 1} \right| + C.$$

$$\text{m) } I = \int \frac{dx}{x \ln x \cdot \sqrt{1+3 \ln^2 x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1+3 \ln^2 x} - 1}{\sqrt{1+3 \ln^2 x} + 1} \right| + C.$$

$$\text{n) } I = \int \frac{x dx}{x + \sqrt{x^2 - 1}}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{x^3}{3} + \frac{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}{3} + C.$$

BT 9. Tính các nguyên hàm sau:

$$\text{a) } I = \int \ln^2 x \cdot \frac{1}{x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{\ln^3 x}{3} + C.$$

$$\text{b) } I = \int \frac{3 \ln x + 1}{x \ln x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = 3 \ln x + \ln |\ln x| + C.$$

$$\text{c) } I = \int (1 + \ln x) \cdot \frac{1}{x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{(1 + \ln x)^2}{2} + C.$$

$$d) \quad I = \int \frac{\ln x}{\sqrt{1 + \ln x}} \cdot \frac{1}{x} dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{2\sqrt{(1 + \ln x)^3}}{3} - 2\sqrt{1 + \ln x} + C.$$

$$e) \quad I = \int \frac{\ln x \cdot \sqrt[3]{2 + \ln^2 x} dx}{x} \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{3}{8} \sqrt[3]{(2 + \ln^2 x)^4} + C.$$

$$f) \quad I = \int \frac{\log_2^3 x}{x \sqrt{1 + 3 \ln^2 x}} \cdot dx \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{9 \ln^3 2} \left(\frac{\sqrt{(1 + 3 \ln^2 x)^3}}{3} - \sqrt{1 + 3 \ln^2 x} \right) + C.$$

BT 10. Tính các nguyên hàm sau:

$$a) \quad I = \int \frac{dx}{e^x - 1} \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x} \right| + C.$$

$$b) \quad I = \int \frac{dx}{e^x + 2} \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{2} \ln \frac{e^x}{e^x + 2} + C.$$

$$c) \quad I = \int \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} \cdot$$

$$\underline{\text{ĐS:}} \quad I = \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x - 1} \right| + C.$$

d) $I = \int \frac{e^x}{e^x + e^{-x}} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2} \ln |e^{2x} + 1| + C.$

e) $I = \int \frac{dx}{e^x - 4e^{-x}} \cdot$

DS: $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{e^x - 2}{e^x + 2} \right| + C.$

f) $I = \int \frac{(1 + e^x)^3}{e^x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{(1 + e^x)^2}{2} + 2(1 + e^x) + 3x - \frac{1}{e^x} + C.$

g) $I = \int \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 3e^x + 2) + \frac{3}{2} \ln \frac{e^x + 1}{e^x + 2} + C.$

h) $I = \int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{2\sqrt{(e^x - 1)^3}}{3} + e^x - 1 + C.$

i) $I = \int \frac{dx}{e^x - \sqrt{e^x}} \cdot$

DS: $I = 2 \left(e^{-\frac{x}{2}} + \ln \left| e^{-\frac{x}{2}} + 1 \right| \right) + C.$

j) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}} \cdot$

DS: $I = 2 \ln \frac{\sqrt{e^x}}{\sqrt{e^x + 1}} + C.$

.....
.....
BT 11. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{\cos x dx}{1 + \sin x}.$ ĐS: $I = \ln|1 + \sin x| + C.$

.....
.....
.....
.....

b) $I = \int \frac{(2 \sin x - 3) \cos x}{2 \sin x + 1} \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{1}{2}(2 \sin x + 1) - 4 \ln|2 \sin x + 1| + C.$

.....
.....
.....
.....

c) $I = \int \frac{3 \cos x dx}{(1 - \sin x)^2}.$ ĐS: $I = \frac{3}{1 - \sin x} + C.$

.....
.....
.....
.....

d) $I = \int \frac{2 \cos x dx}{3 + 2 \sin x}.$ ĐS: $I = \ln\left(\sin x + \frac{3}{2}\right) + C.$

.....
.....
.....
.....

e) $I = \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C.$

.....
.....
.....
.....

f) $I = \int \frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{1}{2} \ln|1 + \sin 2x| + C.$

.....
.....
.....
.....

g) $I = \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} \cdot dx.$ ĐS: $I = -\frac{1}{\sin x} - \sin x + C.$

.....
.....

$$\text{h) } I = \int \frac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 2 \ln(2 + \sin x) + \frac{4}{2 + \sin x} + C.$$

$$\text{i) } I = \int e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot dx. \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = e^{\sin x} + C.$$

$$\text{j) } I = \int (\cos^3 x - 1) \cdot \cos^2 x \cdot dx. \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2 \sin^3 x}{3} + \sin x + \frac{2}{x} + \frac{\sin 2x}{4} + C.$$

$$\text{k) } I = \int \frac{\cos x \cdot dx}{6 - 5 \sin x + \sin^2 x} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \ln \left(\frac{3 - \sin x}{2 - \sin x} \right) + C.$$

$$\text{l) } I = \int \frac{\cos x \cdot dx}{11 - 7 \sin x - \cos^2 x} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{5 - \sin x}{2 - \sin x} \right| + C.$$

BT 12. Tính các nguyên hàm sau:

$$\text{a) } I = \int \frac{\sin x \cdot dx}{1 + \cos x} \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -\ln |1 + \cos x| + C.$$

$$\text{b) } I = \int \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} \cdot dx \cdot \quad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = -2(1 + \cos x)^2 + C.$$

$$\text{c) } I = \int \cos^2 x \sin^3 x dx \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + C.$$

$$\text{d) } I = \int \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} \cdot dx \cdot \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\cos x}{2} - \cos^2 x - \ln |\cos x + 1| + C.$$

$$\text{e) } I = \int \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} \cdot dx \cdot \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = 6 \ln(3 + \cos 2x) - 2 \cos 2x - 6 + C.$$

$$\text{f) } I = \int \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos 2x} \cdot dx \cdot \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{\sqrt{2}}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2} \cos x + 1}{\sqrt{2} \cos x - 1} \right| - 2 \cos x + C.$$

$$\text{g) } I = \int \frac{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \cdot \sin x \cdot (1 - \sin x)}{\cos^3 x} \cdot dx \cdot \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{\cos x} + C.$$

$$\text{h) } I = \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} \cdot dx \cdot \qquad \underline{\text{ĐS:}} \quad I = \frac{1}{3 \cos^3 x} - \frac{1}{\cos x} + C.$$

BT 13. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{\tan^2 x}{2} + C.$

.....

.....

.....

b) $I = \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{\tan^5 x}{5} + C.$

.....

.....

.....

c) $I = \int \frac{\tan^4 x}{\cos 2x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = -\frac{\tan^3 x}{3} - \tan x - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} \right| + C.$

.....

.....

.....

d) $I = \int \frac{dx}{5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x + 3 \sin^2 x} \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{3 \tan x - 5}{\tan x - 1} \right| + C.$

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{(1 + \sin 2x) \cdot dx}{2 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x} \cdot$

DS: $I = \frac{\tan^2 x}{4} + \frac{3 \tan x}{4} + \frac{1}{8} \ln |2 \tan x + 1| + C.$

.....

.....

.....

f) $I = \int \frac{dx}{\cos^4 x \sin^2 x} \cdot$

DS: $I = \frac{\tan^3 x}{3} + 2 \tan x - \frac{1}{\tan x} + C.$

.....

.....

.....

g) $I = \int \frac{dx}{\cos x \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)} \cdot$

DS: $I = -\sqrt{2} \ln |1 - \tan x| + C.$

.....

.....

.....

$$\text{h) } I = \int \frac{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos 2x} dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{1}{1 + \tan x} + C.$$

BT 14. Tính các nguyên hàm sau:

$$\text{a) } I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = -\frac{1}{3} \cot^3 x + C.$$

$$\text{b) } I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^8 x} \cdot dx.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{15 \cot^7 x + 42 \cot^5 x + 35 \cot^3 x}{105} + C.$$

$$\text{c) } I = \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \sqrt[4]{\cot x}}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = -\frac{4}{3} \sqrt[4]{\cot^3 x} + C.$$

$$\text{d) } I = \int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = -\ln|\cot x| - \frac{1}{2} \cot^2 x + C.$$

$$\text{e) } I = \int \frac{dx}{\sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = -2 \ln|\cot x| + C.$$

$$\text{f) } I = \int \frac{\sin x \cdot dx}{(\sin x + \cos x)^3}.$$

$$\underline{\text{ĐS: }} I = \frac{1}{2(1 + \cot x)^2} + C.$$

BT 15. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = -\ln|\sin x + \cos x| + C.$

b) $I = \int \frac{\cos 2x dx}{\sin x + \cos x + 2} \cdot$ ĐS: $I = \sin x + \cos x + 2 - 2\ln|\sin x + \cos x + 2|$

c) $I = \int \frac{\cos 2x \cdot dx}{(\sin x + \cos x + 2)^3} \cdot$ ĐS: $I = \frac{1}{(\sin x + \cos x + 2)^2} - \frac{1}{\sin x + \cos x + 2} + C.$

d) $I = \int \sin 2x \cdot (1 + \sin^2 x)^3 \cdot dx.$ ĐS: $I = \frac{(1 + \sin^2 x)^4}{4} + C.$

BT 16. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \cdot$ ĐS: $I = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C.$

b) $I = \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{9-x^2}} \cdot$ ĐS: $I = -\frac{\sqrt{9-x^2}}{9x} + C.$

c) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 + 1)^3}}.$ ĐS: $I = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + C.$

.....

.....

.....

d) $I = \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{25 - x^2}}.$ ĐS: $I = -\frac{\sqrt{25 - x^2}}{25x} + C.$

.....

.....

.....

e) $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{1 + x^2}} dx.$ ĐS: $I = \frac{1}{3}(x^2 - 2)\sqrt{1 + x^2} + C.$

.....

.....

.....

f) $I = \int \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x^4} dx.$ ĐS: $I = -\frac{(1 - x^2)^{\frac{3}{2}}}{3x^3} + C.$

.....

.....

.....

g) $I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 4}}.$ ĐS: $I = \ln \left| x + \sqrt{x^2 - 4} \right| + C.$

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 146. Tính $\int \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} dx$

A. $\frac{2x - 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 5}} + C$

B. $2\sqrt{x^2 - 2x + 5} + C$

C. $\frac{\sqrt{x^2 - 2x + 5}}{2} + C$

D. $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + C$

Câu 147. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là

A. $F(x) = \ln \sqrt{x^2 + 1} + C$

B. $F(x) = \sqrt{x^2 + 1} + C$

C. $F(x) = 2\sqrt{x^2 + 1} + C$

D. $F(x) = \frac{2}{3(x^2 + 1)} + C$

Câu 148. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x \cdot e^{\sin x}$ là

A. $F(x) = e^{\sin x}$

B. $F(x) = e^{\cos x}$

C. $F(x) = e^{-\sin x}$

D.

$F(x) = \sin x \cdot e^{\sin x}$

Câu 149. Cho hàm số $f(x) = x(x^2 + 1)^{2016}$. Khi đó :

A. $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{4034} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{4032}$

C. $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2016}}{2016}$

D. $\int f(x) dx = \frac{(x^2 + 1)^{2017}}{2017}$

Câu 150. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 2xe^{x^2}$

B. $f(x) = e^{2x}$

C. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$

D.

$f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$

Câu 151. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan x$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{\cos^2 x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{\sin^2 x} + C$

C. $F(x) = \ln |\cos x| + C$

D. $F(x) = -\ln |\cos x| + C$

Câu 152. Kết quả của $\int \cos x \sqrt{\sin x + 1} dx$ bằng:

A. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{(\sin x + 1)^3} + C$

B. $F(x) = -\frac{2}{3} \sqrt{(\sin x + 1)^3} + C$

C. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{\sin x + 1} + C$

D. $F(x) = \frac{2}{3} (\sin x + 1)^3 + C$

Câu 153. Kết quả của $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3}} dx$ bằng:

A. $F(x) = \sqrt{e^x + 3} + C$

B. $F(x) = 2\sqrt{e^x + 3} + C$

C. $F(x) = e^x + 3 + C$

D. $F(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 3x}} + C$

Câu 154. Hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \ln^2 x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2} \ln^2 x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{x \cdot x^2} + C$

Câu 155. Hàm số $f(x) = \ln x \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{\ln x} \right)$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \ln^2 x + x^2 + C$

B. $F(x) = \frac{\ln^2 x + x^2}{2} + C$

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + x^2 + C$

D. $F(x) = \ln x \left(\ln x + \frac{x^2}{2 \ln x} \right) + C$

Câu 156. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sin x}$, biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Vậy

$F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + 1$

B. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right|$

C. $F(x) = \ln \left| \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x} \right| + 1$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right| + 1$

Câu 157. Gọi $F(x)$ là nguyên của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{8 - x^2}}$ thỏa mãn $F(2) = 0$. Khi đó

phương trình $F(x) = x$ có nghiệm là:

A. $x = 0$

B. $x = 1$

C. $x = -1$

D.

$x = 1 - \sqrt{3}$

Câu 158. Nguyên hàm của hàm số: $y = \sin^2 x \cdot \cos^3 x$ là:

A. $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

B. $-\frac{1}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$

C. $\sin^3 x - \sin^5 x + C$

D. Đáp án khác.

Câu 159. Một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{x^3}{\sqrt{2 - x^2}}$ là:

A. $F(x) = x\sqrt{2 - x^2}$

B. $-\frac{1}{3}(x^2 + 4)\sqrt{2 - x^2}$

C. $-\frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - x^2}$

D. $-\frac{1}{3}(x^2 - 4)\sqrt{2 - x^2}$

Câu 160. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số: $y = \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}}$

A. $F(x) = -\ln(x - \sqrt{4 + x^2})$

B. $F(x) = \ln(x + \sqrt{4 + x^2})$

C. $F(x) = 2\sqrt{4 + x^2}$

D. $F(x) = x + 2\sqrt{4 + x^2}$

Câu 161. Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x \sin \sqrt{1 + x^2}$ là:

A. $F(x) = -\sqrt{1 + x^2} \cos \sqrt{1 + x^2} + \sin \sqrt{1 + x^2}$

B. $F(x) = -\sqrt{1 + x^2} \cos \sqrt{1 + x^2} - \sin \sqrt{1 + x^2}$

C. $F(x) = \sqrt{1 + x^2} \cos \sqrt{1 + x^2} + \sin \sqrt{1 + x^2}$

D. $F(x) = \sqrt{1 + x^2} \cos \sqrt{1 + x^2} - \sin \sqrt{1 + x^2}$

Câu 162. Một nguyên hàm của hàm số: $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

B. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3$

C. $F(x) = \frac{x^2}{2}(\sqrt{1+x^2})^2$

D. $F(x) = \frac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^2$

Câu 163. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x(1-x)^{2015}$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{2017}(1-x)^{2017} + \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2017}(1-x)^{2017} - \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2017}(1-x)^{2017} + \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{2017}(1-x)^{2017} - \frac{1}{2016}(1-x)^{2016} + C$

Câu 164. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \frac{2x}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}$

B. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}(x^2 - 1)\sqrt{x^2 - 1}$

C. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 - 1}$

D. $F(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{2}{3}(x^2 + 1)\sqrt{x^2 - 1}$

Câu 165. Tính: $P = \int \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x} dx$

A. $P = x\sqrt{x^2 + 1} - x + C$

B.

$P = \sqrt{x^2 + 1} + \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$

C. $P = \sqrt{x^2 + 1} + \ln \left| \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \right| + C$

D. Đáp án khác.

Câu 166. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$. Kết quả là:

A. $F(x) = \frac{1}{2}(x - \ln|\sin x + \cos x|) + C$

B.

$F(x) = \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x + \cos x|) + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2}(x - \ln|\sin x - \cos x|) + C$

D.

$F(x) = \frac{1}{2}(x + \ln|\sin x - \cos x|) + C$

Câu 167. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \cos x \cos 2x \sin 4x$. Kết quả là:

A. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x - \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{1}{4}\cos x + C$

B. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x - \frac{1}{20}\cos 5x + \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{28}\cos 7x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x - \frac{1}{4}\cos x + C$

D. $F(x) = -\frac{1}{28}\cos 7x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{1}{4}\cos x + C$

Câu 168. Tìm nguyên hàm $F(x)$ biết $f(x) = \sqrt{x} \sin \sqrt{x}$. Kết quả là:

A. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

B. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} - 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

C. $F(x) = -2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} - 4 \cos \sqrt{x} + C$

D. $F(x) = 2x \cos \sqrt{x} + 4\sqrt{x} \sin \sqrt{x} + 4 \cos \sqrt{x} + C$

Câu 169. Tính nguyên hàm $\int x e^{x^2+1} dx$, ta được:

A. $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2-1} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{2} e^{x^2+1} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2} + C$

Câu 170. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$. Kết quả sai là:

A. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

B. $F(x) = 2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$

C. $F(x) = 2^{\sqrt{x}} + C$

D. $F(x) = 2^{\sqrt{x}+1} + C$

Câu 171. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$?

A. $F(x) = -\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

B. $F(x) = \ln \sqrt{1+x^2}$

C. $F(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

D. $F(x) = \ln(x - \sqrt{1+x^2})$

Câu 172. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$

B. $F(x) = \ln(x^2+1) + C$

C. $F(x) = 2x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$

Câu 173. Tìm $\int \frac{\cos x}{\sin^{20} x} dx$.

A. $F(x) = -\frac{1}{19 \sin^{19} x} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{19 \sin^{19} x} + C$

C. $F(x) = -\frac{1}{19 \cos^{19} x} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{19 \cos^{19} x} + C$

Câu 174. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - 3 \cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{\cos x + 3 \sin x}{\sin x - 3 \cos x}$

B. $f(x) = \frac{-\cos x - 3 \sin x}{\sin x - 3 \cos x}$

C. $f(x) = \cos x + 3 \sin x$

D. $f(x) = \frac{\sin x - 3 \cos x}{\cos x + 3 \sin x}$

Câu 175. Tìm $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}} dx$.

A. $\frac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x+5}} + C$

B. $2\sqrt{x^2-2x+5} + C$

C. $\frac{\sqrt{x^2-2x+5}}{2} + C$

D. $\sqrt{x^2-2x+5} + C$

Câu 176. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin^2 2x \cdot \cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là

A. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x$

B. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x$

C. $F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x + \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{4}{15}$

D.

$F(x) = \frac{1}{6} \sin^3 2x - \frac{1}{10} \sin^5 2x + \frac{1}{15}$

Câu 177. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$ thỏa $F(0) = -\ln 3$ là

A. $F(x) = \ln(e^x + 2) + \ln 3$

B. $F(x) = \ln(e^x + 2) - \ln 3$

C. $F(x) = \ln(e^x + 2) + 2 \ln 3$

D. $F(x) = \ln(e^x + 2) - 2 \ln 3$

Câu 178. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3 \sqrt{x^3+1}}{3} + C$

B. $F(x) = \frac{\sqrt{x^3+1}}{3} + C$

C. $F(x) = \frac{2\sqrt{x^3+1}}{3} + C$

D. $F(x) = \frac{-2\sqrt{x^3+1}}{3} + C$

Câu 179. 0034: Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x \sqrt{1+x^2} dx = \frac{(1+x^2) \sqrt{1+x^2}}{3} + C$

B.

$\int 2x(1+x^2)^3 dx = \frac{(1+x^2)^4}{4} + C$

C. $\int 2x(1+x^2)^3 dx = x^2 \cdot \frac{(1+x^2)^4}{4} + C$

D. $\int \frac{x}{1+x^2} dx = \frac{\ln(1+x^2)}{2} + C$

Câu 180. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \ln^2 x + C$

B. $\int \frac{\ln x}{x} dx = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

C. $\int \frac{\ln x \sqrt{3+2\ln x}}{x} dx = \frac{\sqrt{(3+2\ln x)^5}}{10} - \frac{\sqrt{(3+2\ln x)^3}}{2} + C$

D. $\int \frac{\ln^2 x}{x} x dx = \frac{\ln^3 x}{3} + C$

Câu 181. Nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = e^{2x} + 2^{3x} + x$ là

A. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 2} + \frac{x^2}{2} + C$

B. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{x^2}{2} + C$

C. $F(x) = e^{2x} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + \frac{x^2}{2} + C$

D. $F(x) = \frac{e^{2x}}{2} + \frac{2^{3x}}{\ln 8} + 1 + C$

Câu 182. Hàm số $F(x) = \ln|\sin x - 3\cos x|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $f(x) = \frac{\cos x + 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

B. $f(x) = \cos x + 3\sin x$

C. $f(x) = \frac{-\cos x - 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}$

D. $f(x) = \frac{\sin x - 3\cos x}{\cos x + 3\sin x}$

Câu 183. Tính $\int 2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{\ln 2}{\sqrt{x}} dx$, kết quả sai là:

A. $2(2^{\sqrt{x}} + 1) + C$

B. $2(2^{\sqrt{x}} - 1) + C$

C. $2^{1+\sqrt{x}} + C$

D. $2^{\sqrt{x}} + C$

Câu 184. Kết quả nào sai trong các kết quả sau:

A. $\int \frac{dx}{x \ln x \cdot \ln(\ln x)} = \ln(\ln(\ln x)) + C$

B.

$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+1}+1} \right| + C$

C. $\int \frac{dx}{1+\cos x} = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$

D. $\int \frac{xdx}{3-2x^2} = \frac{-1}{4} \ln|3-2x^2| + C$

Câu 185. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3\cos x} \cdot \sin x$

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{3\cos x} \cdot \cos x + C$

B. $\int f(x) dx = 3e^{3\cos x} + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} e^{3\cos x} + C$

D. $\int f(x) dx = 3e^{3\cos x} \cdot \cos x + C$

Câu 186. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{2x}$

A. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{4} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{\ln^2 x}{4x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2x^2} + C$

Câu 187. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int x^3 \sqrt{x-1} dx$. là:

A. $F(x) = \left[\frac{2}{9}(x-1)^4 + \frac{5}{7}(x-1)^3 + \frac{6}{5}(x-1)^2 + \frac{2}{3}(x-1) \right] \sqrt{x-1} + C$

B. $F(x) = \left[\frac{2}{9}(x-1)^4 + \frac{6}{7}(x-1)^3 + \frac{6}{5}(x-1)^2 + \frac{2}{3}(x-1) \right] \sqrt{x-1} + C$

C. $F(x) = \left[\frac{2}{9}(x-1)^4 + \frac{6}{7}(x-1)^3 + \frac{6}{7}(x-1)^2 + \frac{2}{3}(x-1) \right] \sqrt{x-1} + C$

D. $F(x) = \left[\frac{2}{9}(x-1)^4 + \frac{6}{7}(x-1)^3 + \frac{6}{5}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1) \right] \sqrt{x-1} + C$

Câu 188. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1}+4}$. là:

A. $F(x) = \sqrt{2x-1} - 4 \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$ **B.** $F(x) =$

$\sqrt{2x+1} - 4 \ln(\sqrt{2x+1}+4) + C$

C. $F(x) = \sqrt{2x-1} + 4 \ln(\sqrt{2x+1}+4) + C$ **D.** $F(x) =$

$\sqrt{2x-1} - \frac{7}{2} \ln(\sqrt{2x-1}+4) + C$

Câu 189. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{\cos^5 x}{1-\sin x} dx$ là:

A. $\cos x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$

B. $\sin x - \frac{\sin^3 3x}{3} - \frac{\cos^4 4x}{4} + C$

C. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$

D. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{9} - \frac{\cos^4 x}{4} + C$

Câu 190. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{(x^2+x)e^x}{x+e^{-x}} dx$ là:

A. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|xe^x + 1| + C$

B. $F(x) = e^x + 1 - \ln|xe^x + 1| + C$

C. $F(x) = xe^x + 1 - \ln|xe^{-x} + 1| + C$

D. $F(x) = xe^x + 1 + \ln|xe^x + 1| + C$

Câu 191. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{x^2 - a^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

B. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

D.

$\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 192. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int \frac{dx}{a^2 - x^2}$ là:

A. $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a-x}{a+x} \right| + C$ **B.** $\frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$ C. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$ D. $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

Câu 193. Nguyên hàm của hàm số: $y = \int x\sqrt{4x+7} \, dx$ là:

A. $\frac{1}{20} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$ **B.** $\frac{1}{18} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

C. $\frac{1}{14} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$ D. $\frac{1}{16} \left[\frac{2}{5} (4x+7)^{\frac{5}{2}} - 7 \cdot \frac{2}{3} (4x+7)^{\frac{3}{2}} \right] + C$

Dạng toán 4. TÍNH NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

A – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Định lý: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K thì

$$I = \int u(x) \cdot v'(x) \cdot dx = u(x) \cdot v(x) - \int u'(x) \cdot v(x) \cdot dx \text{ hay } I = \boxed{\int u dv = uv - \int v du}.$$

Vận dụng giải toán:

– **Nhận dạng:** Tích 2 hàm khác loại nhân nhau, chẳng hạn: mũ nhân lượng giác

$$\int e^x \cdot \sin x \, dx, \dots$$

– **Đặt:**
$$\begin{cases} u = \dots\dots\dots \xrightarrow{\text{Vi phân}} du = \dots\dots\dots dx \\ dv = \dots\dots dx \xrightarrow{\text{Nguyên hàm}} v = \dots\dots\dots \end{cases} \cdot \text{ Suy ra:}$$

$$I = \int u dv = uv - \int v du.$$

- **Thứ tự ưu tiên chọn u :** *log – đa – lượng – mũ* và $dv =$ *phần còn lại*. Nghĩa là nếu có $\ln$ hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln$ hay $u = \log_a x = \frac{1}{\ln a} \cdot \ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\ln$; $\log$ thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\log$, đa thức, ta chọn $u =$ lượng giác,....
- **Lưu ý** rằng bậc của đa thức và bậc của $\ln$ tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.
- **Dạng mũ nhân lượng giác** là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

B - BÀI TẬP VẬN DỤNG

BT 17. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int x \cdot \sin x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \sin x - \cos x + C.$

.....

.....

.....

b) $I = \int (1 - 2x) \cdot e^x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (3 - 2x) \cdot e^x + C.$

.....

.....

.....

c) $I = \int e^x \cdot \cos x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{e^x}{2} (\sin x + \cos x) + C.$

.....

.....

.....

d) $I = \int (2x - 1) \cdot \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (x^2 - x) \ln x - \frac{x^2}{2} + x + C.$

.....

.....

.....

e) $I = \int x \cdot e^{3x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{xe^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9} + C.$

.....

.....

.....

f) $I = \int x^2 \cdot \ln 2x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{x^3 \ln 2x}{3} - \frac{x^3}{9} + C.$

.....

.....

.....

g) $I = \int \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = x \ln x - x + C.$

.....

.....

h) $I = \int (x+1) \cdot \sin 2x \cdot dx \cdot$

DS: $I = -\frac{x+1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C.$

i) $I = \int x \cdot e^{-x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = -(1+x) \cdot e^{-x} + C.$

j) $I = \int e^x \cdot \sin x \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{e^x \cdot (\sin x - \cos x)}{2} + C.$

k) $I = \int x \cdot \cos x \cdot dx \cdot$

DS: $I = x \sin x + \cos x + C.$

l) $I = \int x \cdot \sin \frac{x}{2} \cdot dx \cdot$

DS: $I = -2x \cos \frac{x}{2} + 4 \sin \frac{x}{2} + C.$

m) $I = \int x \cdot e^x \cdot dx \cdot$

DS: $I = x e^x - e^x + C.$

n) $I = \int x \cdot \ln(1-x) \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{x^2}{2} \ln(1-x) - \frac{\ln(1-x)}{2} - \frac{(1+x)^2}{4} + C.$

o) $I = \int x \cdot \sin^2 x \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{x^2}{4} - \frac{x \sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8} + C.$

.....

.....

.....

p) $I = \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \cdot dx \cdot$

DS: $I = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C.$

.....

.....

.....

q) $I = \int x \cdot \ln \frac{1+x}{1-x} \cdot dx \cdot$

DS: $I = x + \frac{x^2-1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + C.$

.....

.....

.....

r) $I = \int \frac{\ln x}{x^3} \cdot dx \cdot$

DS: $I = -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C.$

.....

.....

.....

s) $I = \int x \cdot \sin x \cdot \cos x \cdot dx \cdot$

DS: $I = -\frac{1}{4} x \cos 2x + \frac{1}{8} \sin 2x + C.$

.....

.....

.....

t) $I = \int e^{-2x} \cdot \cos 3x \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{13} e^{-2x} (3 \sin 3x - 2 \cos 3x) + C.$

.....

.....

.....

u) $I = \int \frac{x \cdot dx}{1 + \cos 2x} \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2} x \tan x + \frac{1}{2} \ln |\cos x| + C.$

.....

.....

.....

v) $I = \int x \cdot (2 \cos^2 x - 1) \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{x}{2} \cdot \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C.$

w) $I = \int x^3 \cdot \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{x^4 \ln x}{4} - \frac{x^4}{16} + C.$

x) $I = \int \frac{x}{\sin^2 x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -x \cot x + \ln |\sin x| + C.$

y) $I = \int (x - 2) \cdot e^{2x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \frac{1}{2}(x - 2)e^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + C.$

z) $I = \int x \cdot \ln(x^2 + 1) \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) - x^2 - 1 + C.$

BT 18. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I = \int \frac{x^2 - 1}{x^2} \cdot \ln x \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = \left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \ln |x| - x + \frac{1}{x} + C.$

b) $I = \int \cos \sqrt{x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = 2\sqrt{x} \sin \sqrt{x} - 2 \cos \sqrt{x} + C.$

c) $I = \int \sin \sqrt{x} \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = -2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + 2 \sin \sqrt{x} + C.$

d) $I = \int (8x^3 - 2x) \cdot e^{x^2} \cdot dx \cdot$

DS: $I = (4x^2 - 1) \cdot e^{x^2} - 4e^{x^2} + C.$

e) $I = \int x^3 \cdot e^{x^2} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2}x^2 e^{x^2} - \frac{1}{2}e^{x^2} + C.$

f) $I = \int x^5 \cdot e^{x^3} \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{3}x^3 e^{x^3} - \frac{1}{3}e^{x^3} + C.$

g) $I = \int e^{\sin x} \cdot \sin 2x \cdot dx \cdot$

DS: $I = 2 \sin x \cdot e^{\sin x} - 2e^{\sin x} + C.$

h) $I = \int \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}} \cdot dx \cdot$

DS: $I = 2xe^{\sqrt{x}} - 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} + 4e^{\sqrt{x}} + C.$

i) $I = \int x \cdot \ln(x^2 + 1) \cdot dx \cdot$

DS: $I = \frac{1}{2}(x^2 + 1)\ln(x^2 + 1) - x^2 - x + C.$

j) $I = \int \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} \cdot dx \cdot$

DS: $I = -\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \ln|x+1| + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + C.$

k) $I = \int e^x \cdot \ln(e^x + 1) \cdot dx \cdot$

ĐS: $I = (e^x + 1)\ln(e^x + 1) - e^x + C.$

.....

.....

.....

.....

l) $I = \int \frac{\ln(4x^2 + 8x + 3)}{(x + 1)^3} \cdot dx \cdot$

ĐS: $\frac{4x^2 + 8x + 3}{2(x + 1)^2} \ln|4x^2 + 8x + 3| - 4 \ln|x + 1| + C.$

.....

.....

.....

.....

m) $I = \int \left(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot \ln(x + \sqrt{x} - 1) \cdot dx \cdot$ ĐS: $I = (x + \sqrt{x} - 1) \ln|x + \sqrt{x} - 1| - x - \sqrt{x} + C.$

.....

.....

.....

.....

C - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 194. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$ là:

A. $e^x + C$

B. $e^x(x - 1) + C$

C. $e^x(x + 1) + C$

D. $\frac{x^2}{2}e^x + C$

Câu 195. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x).e^x$ là:

A. $(2x + 2).e^x$

B. x^2e^x

C. $(x^2 + x).e^x$

D.

$(x^2 - 2x).e^x$

Câu 196. Cho hàm số $f(x) = x.e^{-x}$. Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa $F(0) = 1$ là:

A. $-(x + 1)e^{-x} + 1$

B. $-(x + 1)e^{-x} + 2$

C. $(x + 1)e^{-x} + 1$

D.

$(x + 1)e^{-x} + 2$

Câu 197. Cho $f(x) = x \sin x$. Nguyên hàm của $f(x)$ là:

A. $-x \cos x + C$

B. $x \sin x + \cos x + C$

C. $\sin x + x \cos x + C$

D. $-x \cos x + \sin x + C$

Câu 198. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{x^2}$ là hàm số:

A. $F(x) = 2e^{x^2}$

B. $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2}$

C. $F(x) = 2x^2e^{x^2}$

D.

$F(x) = e^{x^2} + xe^{x^2}$

Câu 199. Cho $f(x) = \int_0^x \ln t dt$. Đạo hàm $f'(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{x}$

B. $\ln x$

C. $\ln^2 x$

D. $\frac{1}{2} \ln^2 x$

Câu 200. Một nguyên hàm của $f(x) = x^3 e^x$ là:

A. $(x^3 - 3x^2 + 6x - 6)e^x$

B. $(x^3 - 6x + 6)e^x$

C. $(x^3 + 3x^2 - 6)e^x$

D. $3x^2 e^x$

Câu 201. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{x^2}$ là :

A. $F(x) = 2e^{x^2}$

B. $F(x) = 2x^2 e^{x^2}$

C. $F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}$

D.

$F(x) = x e^{x^2} + e^{x^2}$

Câu 202. Hàm số $f(x) = (x + 1) \sin x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = (x + 1) \cos x + \sin x + C$

B.

$F(x) = -(x + 1) \cos x + \sin x + C$

C. $F(x) = -(x + 1) \cos x - \sin x + C$

D. $F(x) = (x + 1) \cos x - \sin x + C$

Câu 203. Hàm số $f(x) = \ln x$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = x(\ln x - 1) + C$

B. $F(x) = \frac{1}{x} + C$

C. $F(x) = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

D. $F(x) = x(\ln x + 1) + C$

Câu 204. Hàm số $f(x) = \cos x \left(\frac{1}{\cos x} + x \right)$ có các nguyên hàm là:

A. $F(x) = \sin x \left(\frac{x}{\sin x} + \frac{1}{2} x^2 \right) + C$

B. $F(x) = x(1 + \sin x) - \cos x + C$

C. $F(x) = x(1 + \sin x) + \cos x + C$

D. $F(x) = x(1 - \sin x) + \cos x + C$

Câu 205. Gọi hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x \cos 3x$, biết $F(0) = 1$. Vậy $F(x)$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + 1$

C. $F(x) = \frac{1}{6} x^2 \sin 3x$

D. $F(x) = \frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9} \cos 3x + \frac{8}{9}$

Câu 206. Tính $\int x e^x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = e^x - x e^x + C$

B. $F(x) = e^x + x e^x + C$

C. $F(x) = -e^x - x e^x + C$

D. $F(x) = -e^x + x e^x + C$

Câu 207. Tính $\int x \cos x dx$, ta được kết quả là:

A. $F(x) = x \sin x + \cos x + C$

B. $F(x) = x \sin x - \cos x + C$

C. $F(x) = -x \sin x + \cos x + C$

D. $F(x) = -x \sin x - \cos x + C$

Câu 208. Tìm $\int x \cos 2x dx$ là:

A. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$

B. $\frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

C. $\frac{x^2 \sin 2x}{4} + C$

D. $\sin 2x + C$

Câu 209. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + 2x)e^x$ là

A. $F(x) = (2x + 2).e^x$

B. $F(x) = x^2 e^x$

C. $F(x) = (x^2 + x).e^x$

D. $F(x) = (x^2 - 2x).e^x$

Câu 210. Một nguyên hàm của $f(x) = x^2 e^x$ là

A. $F(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} e^x$

C. $F(x) = (x^2 - 2x - 2)e^x$

D. $F(x) = 2xe^x$

Câu 211. Nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = xe^{-x}$ thỏa $F(0) = 1$ là

A. $F(x) = -(x + 1)e^{-x} + 1$

B. $F(x) = -(x + 1)e^{-x} + 2$

C. $F(x) = (x + 1)e^{-x} + 1$

D. $F(x) = (x + 1)e^{-x} + 2$

Câu 212. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x \sin x dx = \frac{-x^2 \cdot \cos x}{2} + C$

B.

$\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x + C$

C. $\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$

D.

$\int x \sin 2x dx = \frac{-x \cos 2x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 213. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int xe^{3x} dx = \frac{xe^{3x}}{3} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

B. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$

C. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^x + C$

D. $\int \frac{x}{e^x} dx = \frac{-x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + C$

Câu 214. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$

B. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C$

C. $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C$

D. $\int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

Câu 215. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \ln^2 x dx = x \ln^2 x - 2(x \ln x - x) + C$

B. $\int \ln^2 x dx = \frac{\ln^3 x}{3} + C$

C. $\int \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$

D. $\int \frac{\ln x}{x^3} dx = \frac{-\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + C$

Câu 216. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int \frac{x}{e^{2x}} dx = \frac{-x}{2e^{2x}} - \frac{1}{4e^{2x}} + C$

B. $\int xe^{-x} dx = -xe^{-x} - e^{-x} + C$

C. $\int x e^{3x} dx = \frac{x e^{3x}}{3} - \frac{1}{9} e^{3x} + C$

D. $\int x e^{2x} dx = \frac{x^2}{2} \cdot e^{2x} + C$

Câu 217. Kết quả nào sai trong các kết quả sau ?

A. $\int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \frac{1}{x} + C$

B. $\int x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x - \frac{x^3}{9} + C$

C. $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2} + C$

D. $\int e^x \sin x dx = \frac{e^x (\sin x - \cos x)}{2} + C$

Câu 218. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \sin(2x + 1)$

A. $\int f(x) dx = -\frac{x}{2} \cdot \cos(2x + 1) + \frac{1}{4} \cdot \sin(2x + 1) + C$

B. $\int f(x) dx = -\frac{x^2}{4} \cdot \cos(2x + 1) + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x}{2} \cdot \cos(2x + 1) - \frac{1}{4} \cdot \sin(2x + 1) + C$

D. $\int f(x) dx = -\frac{x}{2} \cdot \cos(2x + 1) + \frac{1}{2} \cdot \sin(2x + 1) + C$

Câu 219. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot \ln(1 + x)$

A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2(x+1)} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln(1+x) - \frac{1}{6} x^3 \ln(1+x) + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} (x^2 - 1) \cdot \ln(1+x) - \frac{1}{4} x^2 + \frac{x}{2} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} \ln(1+x) - \frac{1}{4} x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln(x+1) + C$

Câu 220. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int \cos 2x \cdot \ln(\sin x + \cos x) dx$ là:

A. $F(x) = \frac{1}{2} (1 + \sin 2x) \ln(1 + \sin 2x) - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B. $F(x) = \frac{1}{4} (1 + \sin 2x) \ln(1 + \sin 2x) - \frac{1}{2} \sin 2x + C$

C. $F(x) = \frac{1}{4} (1 + \sin 2x) \ln(1 + \sin 2x) - \frac{1}{4} \sin 2x + C$

D. $F(x) = \frac{1}{4} (1 + \sin 2x) \ln(1 + \sin 2x) + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

Câu 221. Nguyên hàm của hàm số: $I = \int (x - 2) \sin 3x dx$ là:

A. $F(x) = -\frac{(x-2)\cos 3x}{3} + \frac{1}{9}\sin 3x + C$ B. $F(x) =$
 $\frac{(x-2)\cos 3x}{3} + \frac{1}{9}\sin 3x + C$
C. $F(x) = -\frac{(x+2)\cos 3x}{3} + \frac{1}{9}\sin 3x + C$ D. $F(x) =$
 $-\frac{(x-2)\cos 3x}{3} + \frac{1}{3}\sin 3x + C$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM – DẠNG TOÁN KHÁC (ĐỌC THÊM)

Câu 222. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hàm số $F(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{2x - 3}$ và $G(x) = \frac{x^2 + 10}{2x - 3}$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.
B. Hàm số $F(x) = 5 + 2\sin^2 x$ và $G(x) = 1 - \cos 2x$ là nguyên hàm của cùng một hàm số.
C. Hàm số $F(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 2}$ là nguyên hàm của hàm số
 $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$.
D. Hàm số $F(x) = \sin \sqrt{x}$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos \sqrt{x}$.

Câu 223. Các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

- A. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx \ (k \in R)$
B. $\int f(x) \cdot g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
D. $\int f^m(x)f'(x)dx = \frac{f^{m+1}(x)}{m+1} + C$

Câu 224. Để $F(x) = (a \sin x + b \cos x)e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos x \cdot e^x$ thì giá trị của a, b là :

- A. $a = 1, b = 0$ B. $a = 0, b = 1$ C. $a = b = 1$ D. $a = b = \frac{1}{2}$

Câu 225. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K . Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu:

- A. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ B. $F''(x) \neq f(x), \forall x \in K$
C. $f(x) = F'(x), \forall x \in K$ D. $f(x) \neq F'(x), \forall x \in K$

Câu 226. Các tính chất nguyên hàm sau đây tính chất nào sai?

- A. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ B.

$$\int Kf(x)dx = K \int f(x)dx \quad (K \neq 0)$$

$$\text{C. } \int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx \quad \underline{\text{D.}} \int F(x)dx = f(x) + C$$

Câu 227. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai

$$\text{A. } \int f'(x)f^2(x)dx = \frac{f^3(x)}{3} + C$$

B.

$$\int [f(x).g(x)]dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$$

$$\text{C. } \int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx \quad \text{D. } \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \quad (k \text{ là hằng số})$$

Câu 228. Nếu $f(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-1}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$g(x) = \frac{10x^2 - 7x + 2}{\sqrt{2x-1}} \text{ trên khoảng } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \text{ thì } a + b + c \text{ có giá trị là}$$

A. 3

B. 0

C. 4

D. 2

Câu 229. Xác định a, b, c sao cho $g(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ là một nguyên hàm của

$$\text{hàm số } f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}} \text{ trong khoảng } \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

A. $a = 4, b = 2, c = 2$

B. $a = 1, b = -2, c = 4$

C. $a = -2, b = 1, c = 4$

D. $a = 4, b = -2, c = 1$

Câu 230. Tìm nguyên hàm $F(x) = e^{x\sqrt{2}}(a \tan^2 x + b \tan x + c)$ là một nguyên hàm của

$$f(x) = e^{x\sqrt{2}} \tan^3 x \text{ trên khoảng } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{A. } F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

B.

$$F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2} \right)$$

$$\text{C. } F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x + \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x + \frac{1}{2} \right)$$

D.

$$F(x) = e^{x\sqrt{2}} \left(\frac{1}{2} \tan^2 x - \frac{\sqrt{2}}{2} \tan x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

Câu 231. Nếu $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = (-2x^2 + 7x - 4)e^{-x} \text{ thì } (a; b; c) \text{ bằng bao nhiêu?}$$

A. (2; -3; 1)

B. (1; 3; 2)

C. (1; -1; 1)

D. (-2; 7; -4)

Câu 232. Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó, với $a \neq 0$, ta có $\int f(ax+b)dx$ bằng

$$\text{A. } \frac{1}{2a} F(ax+b) + C$$

$$\underline{\text{B.}} \frac{1}{a} F(ax+b) + C$$

C. $F(ax+b)+C$

D. $a.F(ax+b)+C$

Câu 233. Cho $f(x) = \begin{cases} \cos x \cdot e^{\sin x}; \forall x < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1+x}}; \forall x \geq 0 \end{cases}$. Nhận xét nào sau đây đúng ?

A. $F(x) = \begin{cases} e^{\sin x}; \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}-1; \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$

B. $F(x) = \begin{cases} e^{\cos x}; \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}-1; \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$

C. $F(x) = \begin{cases} e^{\sin x}; \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}; \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$

D. $F(x) = \begin{cases} e^{\cos x}; \forall x < 0 \\ 2\sqrt{1+x}; \forall x \geq 0 \end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$

Câu 234. Kết Một nguyên hàm $\int (x-2)\sin 3x dx = -\frac{(x-a)\cos 3x}{b} + \frac{\sin 3x}{c} + 2017$ thì tổng $S = a.b + c$ bằng

A. $S = 15$

B. $S = 14$

C. $S = 3$

D. $S = 10$

Câu 235. Cho các hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$; $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ với

$x > \frac{3}{2}$. Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì các giá trị của a, b, c là

A. $a = 4; b = 2; c = -1$

B. $a = 4; b = 2; c = 1$

C. $a = 4; b = -2; c = -1$

D. $a = 4; b = -2; c = 1$