ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 55 ĐỀ ÔN THI TN THPT CỦA CÁC SỞ VÀ TRƯỜNG CHUYÊN NĂM 2023

- CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
- THEO CẤU TRÚC ĐỀ TK CỦA BGD NĂM 2023
- CHIA PHẦN ĐỀ VÀ LỜI GIẢI RIÊNG



ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

1	SỞ GIÁO DỤC NINH BÌNH-LẦN 2	29	SỞ GIÁO DỤC YÊN BÁI-LẦN 1
2	CHUYÊN KHTN HÀ NỘI-LẦN 1	30	CHUYÊN LÊ KHIẾT QUẢNG NGÃI-LẦN 1
3	CHUYÊN HẠ LONG-LẦN 1	31	LIÊN TRƯỜNG BẮC NINH
4	SỞ GIÁO DỤC BẮC NINH-LẦN 1	32	SỞ GIÁO DỤC HÀ NAM
5	SỞ GIÁO DỤC BẮC GIANG-LẦN 1	33	SỞ GIÁO DỤC LÀO CAI-LẦN 1
6	SỞ GIÁO DỤC HÀ NỘI-LẦN 1	34	SỞ GIÁO DỤC THÁI NGUYÊN-LẦN 2
7	SỞ GIÁO DỤC HÒA BÌNH-LẦN 1	35	SỞ GIÁO DỤC THANH HÓA-LẦN 2
8	SỞ GIÁO DỤC BÌNH PHƯỚC-LẦN 1	36	CHUYÊN BIÊN HÒA HÀ NAM
9	SỞ GIÁO DỤC YÊN BÁI-LẦN 1	37	SỞ GIÁO DỤC VĨNH PHÚC-LẦN 2
10	SỞ GIÁO DỤC ĐAK NÔNG	38	CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH PHÚ YÊN-LẦN 1
11	SỞ GIAOS DỤC SƠN LA-LẦN 1	39	SỞ GIÁO DỤC LẠNG SƠN -LẦN 2
12	CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI	40	CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIỆU ĐỒNG THÁP
13	SỞ GIÁO DỤC YÊN BÁI-LẦN 2	41	SỞ GIÁO DỤC HẢI-PHÒNG-LẦN 1
14	SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 1	42	CHUYÊN THÁI BÌNH-LẦN 4
15	SỞ GIÁO DỤC HƯNG YÊN-LẦN 1	43	CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG QUẢNG NAM
16	SỞ GIÁO DỤC HOÀ BÌNH-LẦN 2	44	SỞ GIÁO DỤC BÌNH PHƯỚC-LẦN 2
17	SỞ GIÁO DỤC HÀ TĨNH-LẦN 2	45	SỞ GIÁO DỤC PHÚ THỌ-LẦN 2
18	LIÊN TRƯỜNG-QUẢNG NAM	46	SỞ GIÁO DỤC CẦN THƠ (MÃ 101)
19	LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN	47	SỞ GIÁO DỤC QUẢNG BÌNH-LẦN 2
20	CHUYÊN ĐH VINH-LẦN 1	48	SỞ GIÁO DỤC HOÀ BÌNH-LẦN 4
21	LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN-LẦN 2	49	SỞ GIÁO DỤC BÌNH THUẬN
22	SỞ GIÁO DỤC THÁI NGUYÊN-LẦN 1	50	SỞ GIÁO DỤC HẢI DƯƠNG
23	SỞ GIÁO DỤC THÁI NGUYÊN-LẦN 2	51	SỞ GIÁO DỤC KIÊN GIANG
24	SỞ GIÁO DỤC NAM ĐỊNH	52	SỞ GIÁO DỤC KOM TUM
25	SỞ GIÁO DỤC NGHỆ AN	53	LIÊN TRƯỜNG HÀ NỘI
26	SỞ GIÁO DỤC PHÚ THỌ-LẦN 1	54	LIÊN TRƯỜNG ĐAK LAK
27	SỞ GIÁO DỤC VĨNH PHÚC-LẦN 1	55	SỞ GIÁO DỤC HẢI-PHÒNG-LẦN 2
28	CHUYÊN HẠ LONG -LẦN 2		

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NINH BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho số phức $z=3+7i$. Phần ảo của số phức $w=2z-\bar{z}$ bằng
A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 21.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z+1=0$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?
A. $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $d_2: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$.
C. $d_3: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $d_4: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x)dx=e^{2x}+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $f(x)=2e^{2x}$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}$. **C.** $f(x)=2e^{x}$. **D.** $f(x)=e^{2x}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-1;1)$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm
A. $M_3(0;2;3)$. **B.** $M_4(1;0;3)$. **C.** $M_1(1;0;0)$. **D.** $M_2(1;2;0)$.

Câu 6. Nếu $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int\limits_4^5 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int\limits_1^4 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{2x+4}=9$ là
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\le 3$ là
A. $[1;8]$. **B.** $(1;8]$. **C.** $[1;9]$. **D.** $(1;9]$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(3;-2)$ biểu diễn cho số phức z. Môđun của z bằng
A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $ABCD$ có chu vi bằng 20, $SA=10$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $\dfrac{250}{6}$. **B.** $\dfrac{200}{6}$. **C.** $\dfrac{200}{3}$. **D.** $\dfrac{250}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln^2 x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln^2 x+C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho 2023 điểm phân biệt. Có tối đa bao nhiêu mặt phẳng phân biệt tạo bởi 3 trong số 2023 điểm đó

A. 2023. **B.** $2023!$. **C.** C_{2023}^3. **D.** A_{2023}^3.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số đã cho và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, trục Oz có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_3=(0;2023;0)$. **B.** $\vec{n}_2=(2023;0;0)$.

C. $\vec{n}_1=(2023;2023;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(0;0;2023)$.

Câu 15. Nếu $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^4 [3f(x)-2]\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** 2. **C.** 16. **D.** -2.

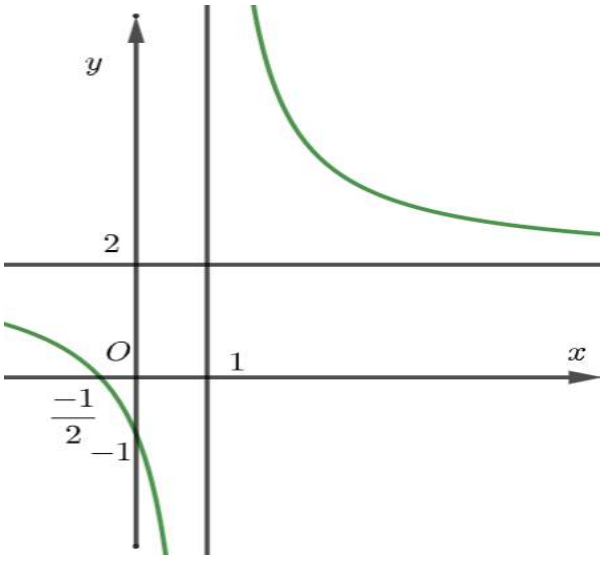
Câu 16. Công thức tính diện tích của mặt cầu có bán kính r là

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S=4\pi r^3$.

Câu 17. Với a,b là các số thực dương thỏa mãn $a^4b^6=100$ thì $2\log a+3\log b$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;0]$ là



A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=23^x$ là

A. $y'=23^x.\ln 23$. **B.** $y'=x.23^{x-1}$. **C.** $y'=x23^x.\ln 23$. **D.** $y'=\frac{23^x}{\ln 23}$.

Câu 20. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $8a^3$. Diện tích toàn phần của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $8a^2$. **B.** $16a^2$. **C.** $12a^2$. **D.** $24a^2$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$. Mặt cầu (S) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D(9;-1;1)$. **B.** $C(0;3;1)$. **C.** $A(1;4;4)$. **D.** $B(1;-2;2)$.

Câu 22. Cho số phức $z=2-5i$. Phần thực của số phức iz bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 23. Nếu tăng bán kính đáy của một khối nón lên 2 lần và giữ nguyên chiều cao thì thể tích của khối nón đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 2. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=[1;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=[0;+\infty)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có $AB=AC=2a$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SAD).

A. 120°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $3a^3$ và mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa SB và CD bằng

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** $6\sqrt{2}a$. **C.** $6\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{3}a$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=16$. Số điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 28. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=|x^2-3x+2|$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{\pi^2}{30}$. **B.** $\dfrac{\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi}{30}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{6}$.

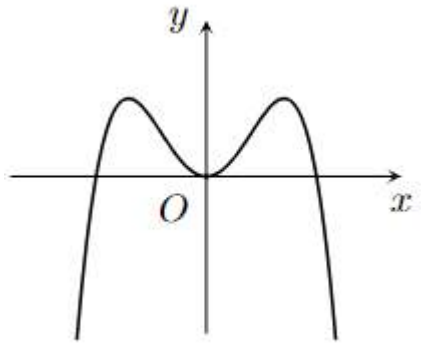
Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{3}{1-2x}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị là

A. $y=3$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 30. Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1)=2\log_4(x^2-1)$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	2

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 33. Cho dãy số (u_n) biết $u_1=2$ và $u_{n+1}=u_n.\dfrac{1}{3}$ với $n\geq 1$. Tính u_{100}.

A. $\dfrac{2}{3^{100}}$. **B.** $\dfrac{4}{3^{999}}$. **C.** $\dfrac{4}{3^{99}}$. **D.** $\dfrac{2}{3^{99}}$.

Câu 34. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách vật lí và 2 quyển sách hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho 3 quyển sách lấy ra có ít nhất 1 quyển sách toán.

A. $\dfrac{19}{21}$. **B.** $\dfrac{37}{42}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	5	↘	-6	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số có giá trị cực đại bằng -1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(3;-2;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x-2y-z-5=0$. **B.** $2x-2y-z+1=0$.

C. $x+3z+2=0$. **D.** $x+3z+6=0$.

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức z thỏa mãn $|z-2i|=|\overline{z}+4|$ là một đường thẳng có phương trình là

A. $2x+y+3=0$. **B.** $x+2y+3=0$. **C.** $2x-y+3=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Câu 38. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x^2-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{5x-3}$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{4x-3}{x^2-2x}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{SB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ và L là giao điểm của đường thẳng SK với đường thẳng BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 56, thể tích của khối chóp $S.ABL$ bằng

A. 21. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 42.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$ và $(Q):x+3y=12$. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Đường thẳng Δ song song với đường thẳng nào sao /đây?

A. $d_3:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-6}{2}$.
B. $d_4:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$.
C. $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$.
B. $d_1:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-6}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $\int\limits_{-2}^{-1} f(x+2)\mathrm{d}x=3$ và $f(1)=4$. Khi đó tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\ f'(\sin x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 42. Cho một mặt cầu và một hình nón nội tiếp trong mặt cầu. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác nhọn, không đều và diện tích xung quanh của hình nón bằng $\dfrac{3}{8}$ diện tích mặt cầu. Gọi α là góc giữa đường sinh và mặt đáy của hình nón. Biết $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{a}-b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương đôi một nguyên tố cùng nhau. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 16. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 18.

Câu 43. Gọi S là tập các số nguyên dương a để bất phương trình $6^x+2^{a+2}<4.3^x+2^{x+a}$ có ít nhất 1 và không quá 10 nghiệm nguyên. Tổng các phần tử của S bằng

A. 204. **B.** 201. **C.** 205. **D.** 208.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=x^2-2m|x-m+6|+1$ có ba điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

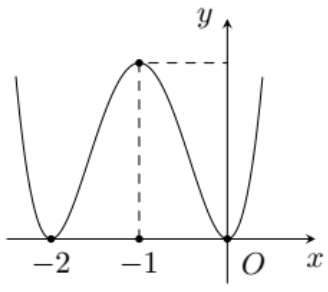
Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-(m-2)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị m của để phương trình đã cho có hai nghiệm z_1,z_2 thoả mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 46. Xét hai số phức z,w thoả mãn $|z-w|=\sqrt{2}$ và $|\overline{z}+4+4i|+|w|=3\sqrt{2}$. Biết biểu thức $P=|w+1+2i|$ đạt giá trị lớn nhất khi $w=w_0$, giá trị $|w_0+2-i|$ bằng

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 47. Cho $f(x)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $f(2x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=f'(x)+2(3x+1)\mathrm{e}^{x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=-3\mathrm{e}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2f(x)$ và $y=f'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(20;30)$. **B.** $(10;20)$. **C.** $(0;10)$. **D.** $(30;40)$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$ và mặt cầu $(S):(x-2-m)^2+(y-1+m)^2+(z-2+m)^2=25$, với m là tham số. Gọi I là tâm của (S). Khi Δ cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất, OI bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $2\sqrt{19}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 50. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b)=\log_3(a^2+b^2)$. Khi đó a^3+b^3 có thể nhận nhiều nhất bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 36. **B.** 35. **C.** 37. **D.** 38.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	D	A	D	C	D	D	D	C	C	A	D	D	A	B	A	A	D	D	D	C	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	C	C	A	B	B	D	B	A	B	A	D	B	C	C	D	B	B	D	C	C	A	C	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z=3+7i$. Phần ảo của số phức $w=2z-\bar{z}$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w=2z-\bar{z}=2(3+7i)-(3-7i)=3+21i$.

Phần ảo của w bằng 21.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-z+1=0$. Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$.

C. $d_3:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $d_4:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Vì đường thẳng đó vuông góc với (P) nên đường thẳng đó nhận VTPT $\vec{n}=(1;-2;-1)$ của (P) làm VTCP.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x)dx=e^{2x}+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=2e^{2x}$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}$. **C.** $f(x)=2e^{x}$. **D.** $f(x)=e^{2x}$.

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)dx=e^{2x}+C\Rightarrow\left(\int f(x)dx\right)'=\left(e^{2x}+C\right)'\Rightarrow f(x)=2e^{2x}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Mà $(2;4)\subset(1;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M_3(0;2;3)$. **B.** $M_4(1;0;3)$. **C.** $M_1(1;0;0)$. **D.** $M_2(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của M trên (Oyz) có $x=0$; $y=2$; $z=3$.

Câu 6. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int_1^4 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

$\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x+\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow 5=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x+8 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-3.$

$\int_1^4 2f(x)\mathrm{d}x=2\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=2.(-3)=-6.$

Câu 7. Nghiệm của phương trình $3^{2x+4}=9$ là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

$3^{2x+4}=9 \Leftrightarrow 2x+4=2 \Leftrightarrow 2x=-2 \Leftrightarrow x=-1.$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\le 3$ là

A. $[1;8]$. **B.** $(1;8]$. **C.** $[1;9]$. **D.** $(1;9]$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(x-1)\le 3 \Leftrightarrow 0<x-1\le 2^3 \Leftrightarrow 1<x\le 9$

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(3;-2)$ biểu diễn cho số phức z. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M(3;-2)$ biểu diễn cho số phức $z \Rightarrow |z|=OM=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết $ABCD$ có chu vi bằng 20, $SA=10$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{250}{6}$. **B.** $\frac{200}{6}$. **C.** $\frac{200}{3}$. **D.** $\frac{250}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Hình vuông $ABCD$ có chu vi bằng 20 suy ra độ dài cạnh của hình vuông bằng 5.

Diện tích đáy bằng 5.5 = 25 (đvdt)

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}.10.25=\frac{250}{3}$(đvtt).

Câu 11. Cho hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln^2 x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln^2 x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\ln^2 x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

Suy ra $\int f(x)\mathrm{d}x=\int t\mathrm{d}t=\frac{t^2}{2}+C=\frac{1}{2}\ln^2 x+C$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho 2023 điểm phân biệt. Có tối đa bao nhiêu mặt phẳng phân biệt tạo bởi 3 trong số 2023 điểm đó

A. 2023. **B.** 2023!. **C.** C_{2023}^3. **D.** A_{2023}^3.

Lời giải

Chọn C

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số đã cho và trục Ox có bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bbt, ta thấy đồ thị cắt trục Ox tại 3 điểm nên có 3 điểm chung.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, trục Oz có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_3=(0;2023;0)$. **B.** $\vec{n}_2=(2023;0;0)$.

C. $\vec{n}_1=(2023;2023;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(0;0;2023)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15. Nếu $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^4\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** 2. **C.** 16. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^4\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x=3\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 2\mathrm{d}x=-2$.

Câu 16. Công thức tính diện tích của mặt cầu có bán kính r là

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S=4\pi r^3$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích của mặt cầu có bán kính r là: $S=4\pi r^2$.

Câu 17. Với a,b là các số thực dương thỏa mãn $a^4b^6=100$ thì $2\log a+3\log b$ bằng

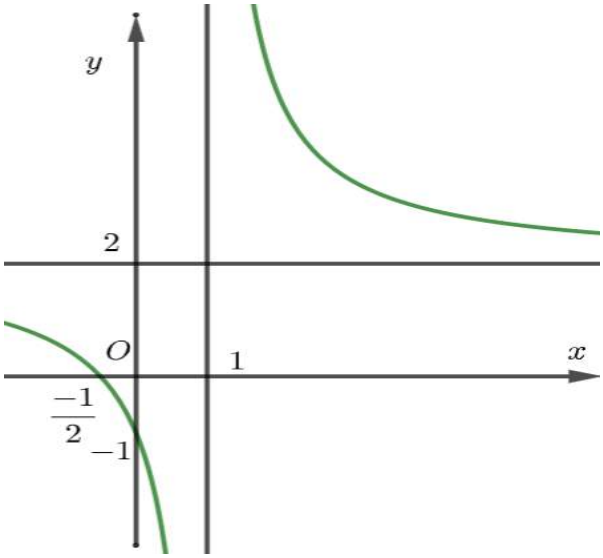
A. 4. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$a^4b^6=100\Rightarrow\log\left(a^4b^6\right)=\log 100\Rightarrow 4\log a+6\log b=2\Rightarrow 2\log a+3\log b=1$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;0]$ là



A. -1 . **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$, nên giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(0)=-1$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $y=23^x$ là

A. $y'=23^x.\ln 23$. **B.** $y'=x.23^{x-1}$. **C.** $y'=x23^x.\ln 23$. **D.** $y'=\dfrac{23^x}{\ln 23}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\left(23^x\right)'=23^x.\ln 23$.

Câu 20. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $8a^3$. Diện tích toàn phần của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $8a^2$. **B.** $16a^2$. **C.** $12a^2$. **D.** $24a^2$.

Lời giải

Chọn D

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=8a^3 \Leftrightarrow AB=2a$.

Diện tích toàn phần của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $6.(2a)^2=24a^2$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$. Mặt cầu (S) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D(9;-1;1)$. **B.** $C(0;3;1)$. **C.** $A(1;4;4)$. **D.** $B(1;-2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ $A(1;4;4)$ vào mặt cầu (S), ta có: $1^2+4^2+4^2=33\neq 9\Rightarrow A\notin(S)$

Thay tọa độ $B(1;-2;2)$ vào mặt cầu (S), ta có: $1^2+(-2)^2+2^2=9=9\Rightarrow B\in(S)$

Thay tọa độ $C(0;3;1)$ vào mặt cầu (S), ta có: $0^2+3^2+1^2=10\neq 9\Rightarrow A\notin(S)$

Thay tọa độ $D(9;-1;1)$ vào mặt cầu (S), ta có: $9^2+(-1)^2+1^2=83\neq 9\Rightarrow A\notin(S)$.

Câu 22. Cho số phức $z=2-5i$. Phần thực của số phức iz bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $iz=i(2-5i)=5+2i$ nên phần thực của iz bằng 5.

Câu 23. Nếu tăng bán kính đáy của một khối nón lên 2 lần và giữ nguyên chiều cao thì thể tích của khối nón đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 2. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. Vì khi tăng bán kính đáy lên 2 lần và giữ nguyên chiều cao của khối nón, ta có $V'=\frac{1}{3}\pi(2r)^2 h=\frac{4}{3}\pi r^2 h$. Vậy thể tích của khối nón tăng $\frac{V'}{V}=\frac{\frac{4}{3}\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h}=4$ lần.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=[1;+\infty)$. **B.** $D=(0;+\infty)$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=[0;+\infty)$.

Lời giải

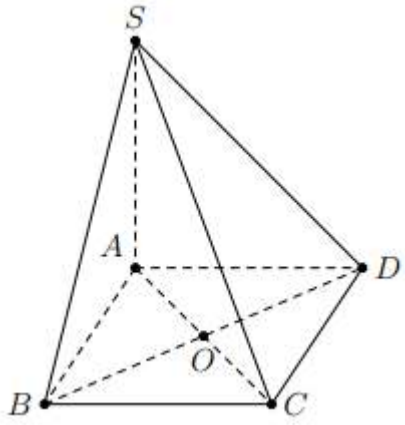
Chọn C

Hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1\Rightarrow x\in(1;+\infty)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có $AB=AC=2a$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Tính số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SAD).

A. 120°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải



Chọn C

Xét tam giác ABC có $AB=AC=BC=2a\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{ABC}=60^\circ$.

Ta có: $(SAB)\cap(SAD)=SA$.

Trong (SAB) ta có $AB\perp SA$ vì $SA\perp(ABCD), AB\subset(ABCD)$.

Trong (SAD) ta có: $AD\perp SA$ vì $SA\perp(ABCD), AD\subset(ABCD)$.

$\Rightarrow\left(\widehat{(SAB);(SAD)}\right)=\widehat{(\quad,\quad D)}$.

Mà $AD\,//\,BC\Rightarrow\widehat{(AB,AD)}=\widehat{(AB,BC)}=\widehat{ABC}=60^\circ$.

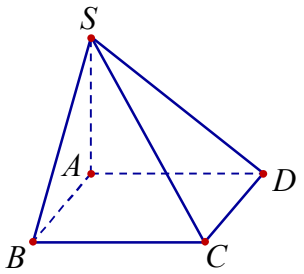
Vậy, số đo góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 60°.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $3a^3$ và mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa SB và CD bằng

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** $6\sqrt{2}a$. **C.** $6\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{S.ABC}=V_{S.ACD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{3a^3}{2}$.

$d\left(SB,CD\right)=d\left(CD,\left(SAB\right)\right)=d\left(C,\left(SAB\right)\right)=h.$

Mà $V_{S.ABC}=V_{C.SAB}=\frac{1}{3}S_{SAB}.h$ nên ta có $\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h=\frac{3a^3}{2}$ suy ra $h=6a\sqrt{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=16$. Số điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R=4$.

Ta tính khoảng cách $d\left(I,(P)\right)=\frac{\left|1-2(-1)+0-3\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=0$ nên mặt phẳng (P) đi qua I.

Vậy số điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là vô số.

Câu 28. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=\left|x^2-3x+2\right|$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi^2}{30}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi^2}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta xét phương trình $\left|x^2-3x+2\right|=0\Leftrightarrow x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Thể tích khối tròn xoay $V=\pi\int_1^2\left|x^2-3x+2\right|^2dx=\frac{\pi}{30}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{3}{1-2x}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị là

A. $y=3$. **B.** $y=\frac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 30. Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1)=2\log_4\left(x^2-1\right)$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2-1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-1\end{array}\right.$.

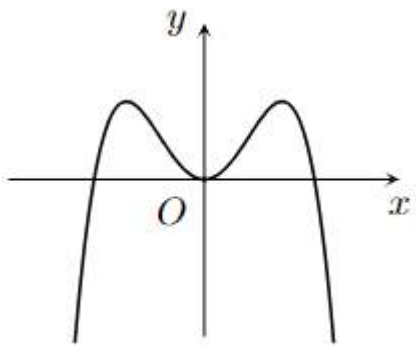
Ta có $\log_2(x+1)=2\log_4\left(x^2-1\right)\Leftrightarrow\log_2(x+1)=\log_2\left(x^2-1\right)\Leftrightarrow x+1=x^2-1$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện phương trình có nghiệm $x=2$.

Tổng các nghiệm thực phương trình là 2.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1<0 \\ x=0(kep) \\ x=x_2>0 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		x1		0		x2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	0	–	
y	$+\infty$	↘		↗		↗		↘	$-\infty$

Vậy hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y	2	↗	$+\infty$	↗	2
			$-\infty$		

Hỏi hàm số đã cho là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số có TNĐ $x=-1$, TCN $y=2$ và hàm số đồng biến.

Hàm số $y=\dfrac{2x}{x-1}$ và $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có TCĐ $x=1$. Loại **A,D.**

Hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$ có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0\ \forall x\neq -1$. Loại **C.**

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0\ \forall x\neq -1$. Chọn **B.**

Câu 33. Cho dãy số (u_n) biết $u_1=2$ và $u_{n+1}=u_n.\dfrac{1}{3}$ với $n\geq 1$. Tính u_{100}.

A. $\dfrac{2}{3^{100}}$. **B.** $\dfrac{4}{3^{999}}$. **C.** $\dfrac{4}{3^{99}}$. **D.** $\dfrac{2}{3^{99}}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có dãy số (u_n) là cấp số nhân có $u_1=2$ và $q=\dfrac{1}{3}$. Khi đó: $u_{100}=u_1.q^{99}=2.\left(\dfrac{1}{3}\right)^{99}=\dfrac{2}{3^{99}}$.

Câu 34. Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách vật lí và 2 quyển sách hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho 3 quyển sách lấy ra có ít nhất 1 quyển sách toán.

A. $\dfrac{19}{21}$. **B.** $\dfrac{37}{42}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách là $n(\Omega)=C_9^3$.

Gọi A : "3 quyển sách lấy ra có ít nhất 1 quyển sách toán".

Khi đó $\overline{A}$: "3 quyển sách lấy ra không có quyển sách toán nào". Ta có

$n(\overline{A})=C_5^3\Rightarrow n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=C_9^3-C_5^3$

Xác suất sao cho 3 quyển sách lấy ra có ít nhất 1 quyển sách toán là

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_9^3-C_5^3}{C_9^3}=\frac{37}{42}.$$

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	5	↘	-6	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(3;-2;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x-2y-z-5=0$.

B. $2x-2y-z+1=0$.

C. $x+3z+2=0$.

D. $x+3z+6=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(1;0;3)$, nhận $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-2)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Khi đó phương trình mặt phẳng trung trực là: $4x-4y-2z+2=0$ hay $2x-2y-z+1=0$

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của các số phức z thỏa mãn $|z-2i|=|\overline{z}+4|$ là một đường thẳng có phương trình là

A. $2x+y+3=0$. **B.** $x+2y+3=0$. **C.** $2x-y+3=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(x;y)$.

Theo giả thiết, $|z-2i|=|\overline{z}+4|\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x+4)^2+y^2\Leftrightarrow 2x+y+3=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $2x+y+3=0$.

Câu 38. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x^2-x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{5x-3}$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{4x-3}{x^2-2x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-x}{x+1}=+\infty$, do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x}{x+1}$ không có TCN

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{5x-3}=\pm\dfrac{1}{5}$, do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{5x-3}$ có hai đường TCN là $y=\dfrac{1}{5}, y=-\dfrac{1}{5}$.

Do TXĐ của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{x+3}$ là $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ không chứa khoảng vô hạn, nên đồ thị hàm số không có TCN.

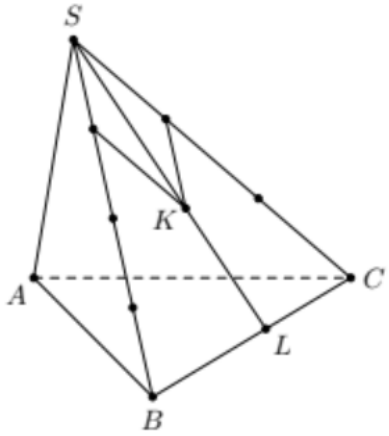
Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{4x-3}{x^2-2x}=0$, do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{x^2-2x}$ có đúng một đường TCN: $y=0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{SK}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{SB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{SC}$ và L là giao điểm của đường thẳng SK với đường thẳng BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 56, thể tích của khối chóp $S.ABL$ bằng

A. 21. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 42.

Lời giải

Chọn B



Đặt $\overrightarrow{SL}=m\overrightarrow{SK}=\dfrac{m}{4}\overrightarrow{SB}+\dfrac{m}{3}\overrightarrow{SC}\ (1)$.

Đặt $\overrightarrow{BL}=n\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{BL}=n\left(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}\right)=-n\overrightarrow{SB}+n\overrightarrow{SC}\Rightarrow\overrightarrow{SL}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BL}=(1-n)\overrightarrow{SB}+n\overrightarrow{SC}\ (2)$.

Từ $(1),(2)$ ta có $\begin{cases}\frac{m}{4}=1-n\\ \frac{m}{3}=n\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=\frac{12}{7}\\ n=\frac{4}{7}\end{cases}$. Vậy $\overrightarrow{BL}=\frac{4}{7}\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow\frac{BL}{BC}=\frac{4}{7}$.

Ta có $\frac{V_{S.ABL}}{V_{S.ABC}}=\frac{BL}{BC}=\frac{4}{7}\Leftrightarrow V_{S.ABL}=\frac{4}{7}V_{S.ABC}=\frac{4}{7}.56=32$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$ và $(Q):x+3y=12$. Gọi Δ là giao tuyến của (P) và (Q). Đường thẳng Δ song song với đường thẳng nào sao /đây?

A. $d_3:\frac{x}{3}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-6}{2}$.

B. $d_4:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{2}$.

C. $d_2:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

B. $d_1:\frac{x}{3}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-6}{2}$. ?

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ và $\overrightarrow{n_Q}=(1;3;0)$

Suy ra giao tuyến Δ của (P) và (Q) có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(3;-1;2)$

Do đó loại d_3 và d_4

Ta có d_1 đi qua điểm $M(0;4;6)$

Vì $M\in(P),M\in(Q)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow\Delta\equiv d_1$ nên loại d_1

Vậy $d_2//\Delta$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$, thỏa mãn $\int_{-2}^{-1}f(x+2)\mathrm{d}x=3$ và $f(1)=4$. Khi đó tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\ f'(\sin x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x+2\Rightarrow dx=dt$

$x=-2\Rightarrow t=0$

$x=-1\Rightarrow t=1$

Ta có $\int_{-2}^{2}f(x+2)dx=3\Rightarrow\int_0^1 f(t)dt=3\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx=3$

Ta có

$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\ f'(\sin x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2\sin x\ .\cos x\ .f'(\sin x)dx$

Đặt $u=\sin x\Rightarrow du=\cos x.dx$

$x=0\Rightarrow u=0$

$x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=1$

Khi đó $I=2\int_0^1 u.f'(u)du=2\int_0^1 x.f'(x)dx$

Đặt

$\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Theo công thức tích phân từng phần ta có:

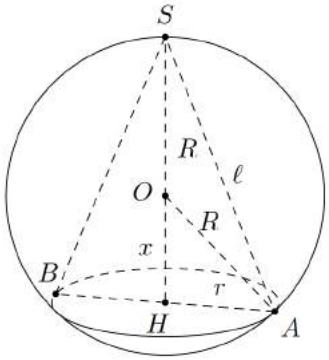
$I = 2.\left[x.f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx \right] = 2.\big(f(1) - 3\big) = 2(4-3) = 2$.

Câu 42. Cho một mặt cầu và một hình nón nội tiếp trong mặt cầu. Thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác nhọn, không đều và diện tích xung quanh của hình nón bằng $\frac{3}{8}$ diện tích mặt cầu. Gọi α là góc giữa đường sinh và mặt đáy của hình nón. Biết $\cos\alpha = \frac{\sqrt{a} - b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương đôi một nguyên tố cùng nhau. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 16. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D



Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đáy của hình nón, l là độ dài đường sinh của hình nón, x là khoảng cchs từ tâm mặt cầu đến đáy của hình nón (điều kiện $x < R$).

Ta có:

$r = \sqrt{R^2 - x^2}$

$l = \sqrt{(R+x)^2 + r^2} = \sqrt{R^2 + 2Rx + x^2 + R^2 - x^2} = \sqrt{2R^2 + 2Rx}$.

Ta có $\cos\alpha = \frac{r}{l} = \frac{\sqrt{R^2 - x^2}}{\sqrt{2R^2 + 2Rx}} = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}}{\sqrt{2 + 2\frac{x}{R}}}$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_1 = \pi rl = \pi\sqrt{R^2 - x^2}.\sqrt{2R^2 - 2Rx}$

Diện tích mặt càu là $S_2 = 4\pi R^2$

Theo đề bài ta có:

$\frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{\pi\sqrt{R^2 - x^2}.\sqrt{2R^2 + 2Rx}}{4\pi R^2} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{1}{4}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{R}\right)^2}.\sqrt{2 + 2\frac{x}{R}} = \frac{3}{8}$ (*)

Đặt $t = \frac{x}{R}$, điều kiện $0 < t < 1$, khi đó

$(*) \Leftrightarrow \frac{1}{4}\sqrt{1 - t^2}.\sqrt{2 + 2t} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \sqrt{1 - t^2}.\sqrt{2 + 2t} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow (1 - t^2)(2 + 2t) = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (1 - t^2)(1 + t) = \frac{9}{8}$

$\Leftrightarrow 1 + t - t^2 - t^3 = \frac{9}{8} \Leftrightarrow t^3 + t^2 - t + \frac{1}{8} = 0$

Giải phương trình trên ta nhận được 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện $0<t<1$ là $t=\frac{1}{2}$ và $t=\frac{-3+\sqrt{13}}{4}$

- Với $t=\frac{1}{2}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{1-\left(\frac{x}{R}\right)^2}}{\sqrt{2+2\frac{x}{R}}}=\frac{\sqrt{1-t^2}}{\sqrt{2+2t}}=\frac{1}{2}\Rightarrow \alpha=60^0$

  Suy ra thiết diện là tam giác đều (trái với giả thiết)
- Với $t=\frac{-3+\sqrt{13}}{4}\Rightarrow \cos\alpha=\frac{\sqrt{13}-1}{4}$

  Vậy $a=13, b=1, c=4\Rightarrow a+b+c=18$ .1

Câu 43. Gọi S là tập các số nguyên dương a để bất phương trình $6^x+2^{a+2}<4.3^x+2^{x+a}$ có ít nhất 1 và không quá 10 nghiệm nguyên. Tổng các phần tử của S bằng

A. 204. **B.** 201. **C.** 205. **D.** 208.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình đã cho tương đương

$6^x-2^{x+a}+2^{a+2}-4.3^x<0\Leftrightarrow\left(2^x-4\right)\left(3^x-2^a\right)<0$ (1)

Xét các trường hợp sau:

- Trường hợp 1: $a.\log_3 2\le 2$

  Do a nguyên dương nên $a\le 3$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow a\log_3 2<x<2$

  Do $a\log_3 2>0$ nên bất phương trình đã cho có không quá 10 nghiệm nguyên.

  Bất phương trình có ít nhất 1 nghiệm nguyên khi và chỉ khi $a\log_3 2<1\Leftrightarrow a<\log_2 3\approx 1,6$

  Suy ra $a=1$
- Trường hợp 2: $a.\log_3 2>2$

  Do a là số nguyên dương nên $a\ge 4$

  Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2<x<a\log_3 2$

  Để (1) có ít nhất 1 nghiệm nguyên và có không quá 10 nghiệm nguyên thì

  $3<a\log_3 2\le 13\Leftrightarrow 4,6\approx 3.\log_2 3<a\le 13.\log_2 3\approx 20,6$

  Do a là số nguyên nên $a\in\{5;6;7;...;19;20\}$

  $\Rightarrow S=\{1;5;6;7;...;19;20\}$

  Vậy tổng tất cả các phần tử của tập S là:

  $1+5+6+7+...+19+20=201$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2023;2023)$ để hàm số $y=x^2-2m|x-m+6|+1$ có ba điểm cực trị?

A. 2021. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^2-2m|x-m+6|+1\Rightarrow y'=2x-2m\cdot\frac{x-m+6}{|x-m+6|}=\begin{cases}2x & khi\ m=0\\ 2x-2m & khi\ x>m-6\\ 2x+2m & khi\ x<m-6\end{cases}$.

Ta thấy hàm số không tồn tại đạo hàm tại $x=m-6$.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0 & khi\, m=0\\ x=m & khi\, m\neq 0\\ x=-m & khi\, m>3\end{cases}$.

Khi đó $m\le 3$ không thoả mãn bài toán.

Xét $m>3$ ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-m$		$m-6$		m		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	

Suy ra $m>3$ thì hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

$\Rightarrow m\in\{4;5;6;...;2022\}\Rightarrow$ có 2019 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn bài toán.

Câu 45. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-(m-2)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị m của để phương trình đã cho có hai nghiệm z_1,z_2 thoả mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho có hai nghiệm z_1,z_2 nên $\begin{cases}z_1+z_2=m-2\\ z_1z_2=m^2\end{cases}$.

Ta có $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow\left|(z_1+z_2)^2\right|=\left|(z_1+z_2)^2-4z_1z_2\right|$

$\Leftrightarrow\left|(m-2)^2\right|=\left|(m-2)^2-4m^2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m-2)^2=(m-2)^2-4m^2\\ (m-2)^2=4m^2-(m-2)^2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ 2m^2+8m-8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-2+2\sqrt{2}\\ m=-2-2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị m thoả mãn bài toán.

Câu 46. Xét hai số phức z,w thoả mãn $|z-w|=\sqrt{2}$ và $|\overline{z}+4+4i|+|w|=3\sqrt{2}$. Biết biểu thức $P=|w+1+2i|$ đạt giá trị lớn nhất khi $w=w_0$, giá trị $|w_0+2-i|$ bằng

A. $\sqrt{41}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

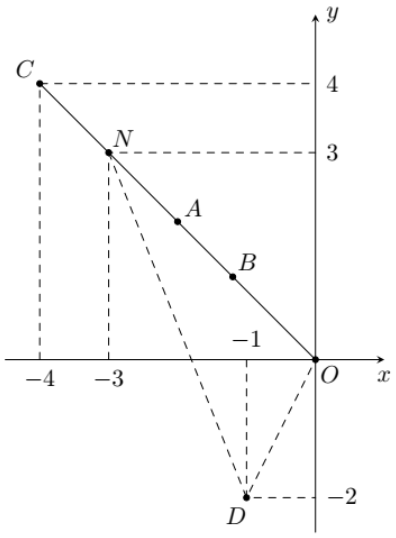
Chọn C

Gọi A,B,C,D lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z,w,-4+4i,-1-2i$.

Ta có $|\overline{z}+4+4i|+|w|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow|z+4-4i|+|w|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow AC+OB=3\sqrt{2}$.

$|z-w|=\sqrt{2}\Rightarrow AB=\sqrt{2}$.

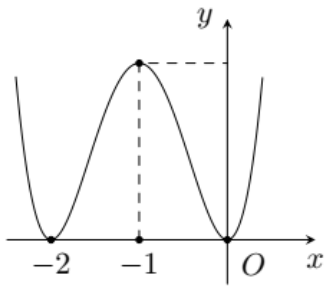
Khi đó ta có $OB+BA+AC=OC$. Suy ra A,B,C,O thẳng hàng như hình vẽ sau



Ta có $P=\left|w+1+2i\right|=BD\le ND=\sqrt{29}$ với $N\left(-3;3\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi $w=-3+3i\Rightarrow w_0=-3+3i\Rightarrow \left|w_0+2-i\right|=\left|-1+2i\right|=\sqrt{5}$.

Câu 47. Cho $f\left(x\right)$ là một hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $f\left(2x-1\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=\frac{2\left(x+1\right)}{\left(x^2+2x+2\right)\ln 2}\cdot f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)$.

Từ đồ thị ta suy ra $g'\left(x\right)=\left(x+1\right)x\left(x+2\right)\cdot h\left(x\right),\left(h\left(x\right)\ge 0\ \forall x\right)$.

$\Rightarrow f'\left(\log_2\left(x^2+2x+2\right)\right)=\frac{x\left(x+2\right)\left(x^2+2x+2\right)\ln 2\cdot h\left(x\right)}{2}$.

Đặt $t=\log_2\left(x^2+2x+2\right)\Rightarrow x^2+2x=2^t-2\Rightarrow f'\left(t\right)=\left(2^t-2\right)\cdot v\left(t\right),\left(v\left(t\right)\ge 0\ \forall t\right)$.

Hàm số $f\left(2x-1\right)$ nghịch biến

$\Leftrightarrow\left[f\left(2x-1\right)\right]'\le 0\Leftrightarrow 2\cdot f'\left(2x-1\right)\le 0\Leftrightarrow f'\left(2x-1\right)\le 0\Leftrightarrow 2^{2x-1}-2\le 0\Leftrightarrow x\le 1$.

Vậy hàm số $f\left(2x-1\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x\right)=f'\left(x\right)+2\left(3x+1\right)\mathrm{e}^x,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(1\right)=-3\mathrm{e}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2f\left(x\right)$ và $y=f'\left(x\right)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(20;30)$. **B.** $(10;20)$. **C.** $(0;10)$. **D.** $(30;40)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=f'(x)+2(3x+1)\mathrm{e}^x \Leftrightarrow f'(x).\mathrm{e}^{-x}-f(x).\mathrm{e}^{-x}=-6x-2 \Leftrightarrow \left[f(x).\mathrm{e}^{-x}\right]'=-6x-2$

$\Rightarrow f(x).\mathrm{e}^{-x}=-3x^2-2x+C$. Vì $f(1)=-3\mathrm{e}$ nên $C=2$

$\Rightarrow f(x)=\left(-3x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x$; $f'(x)=\left(-3x^2-8x\right)\mathrm{e}^x$.

Xét $2f(x)=f'(x) \Leftrightarrow 2\left(-3x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x=\left(-3x^2-4x\right)\mathrm{e}^x \Leftrightarrow -3x^2+4x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$S=\displaystyle\int_{-\frac{2}{3}}^{2}\left|2f(x)-f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-\frac{2}{3}}^{2}\left|\left(-3x^2+4x+4\right)\mathrm{e}^x\right|\mathrm{d}x\approx 21,97$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}$ và mặt cầu

$(S):(x-2-m)^2+(y-1+m)^2+(z-2+m)^2=25$, với m là tham số. Gọi I là tâm của (S). Khi Δ cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất, OI bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $2\sqrt{19}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

(S) có bán kính $r=5$.

Ta có $I(2+m;1-m;2-m)$. Suy ra I thuộc đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t' \\ y=1-t' \\ z=2-t' \end{cases}$.

Dễ thấy Δ và d là hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau.

Gọi A, B là giao điểm của Δ và (S), M là trung điểm của AB.

Ta có $AB=2AM=2\sqrt{r^2-IM^2}=2\sqrt{25-IM^2}\le 2\sqrt{25-h^2}$, với h là khoảng cách giữa Δ và d.

Suy ra AB lớn nhất khi IM là đoạn vuông góc chung của Δ và d. Khi đó I là giao điểm của d với mặt phẳng (P) đi qua Δ và vuông góc với d.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{u}_d=(1;-1;-1)$ và đi qua điểm $A(0;3;-2)\in\Delta$ nên (P) có phương trình $x-y-z+1=0$. Vì $I=(P)\cap d \Rightarrow I(2;1;2)$. Suy ra $OI=3$.

Câu 50. Xét các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2(a+b)=\log_3\left(a^2+b^2\right)$. Khi đó a^3+b^3 có thể nhận nhiều nhất bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 36. **B.** 35. **C.** 37. **D.** 38.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_2(a+b)=\log_3\left(a^2+b^2\right)=x \Rightarrow \begin{cases} a+b=2^x \\ a^2+b^2=3^x \end{cases}$.

Ta có $(a+b)^2\le 2\left(a^2+b^2\right) \Rightarrow 4^x\le 2.3^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{4}{3}\right)^x\le 2 \Leftrightarrow x\le \log_{\frac{4}{3}}2$.

$a^3+b^3=(a+b)^2-3ab(a+b)=8^x-3.\frac{1}{2}\left(4^x-3^x\right).2^x=-\frac{1}{2}8^x+\frac{3}{2}6^x=f(x).$

$\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{2}8^x\ln 8+\frac{3}{2}6^x\ln 6;$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 8^x\ln 8=3.6^x\ln 6\Leftrightarrow\left(\frac{4}{3}\right)^x=\frac{3\ln 6}{\ln 8}\Leftrightarrow x=\log_{\frac{4}{3}}\frac{3\ln 6}{\ln 8}>\log_{\frac{4}{3}}2.$

Ta có BBT:

x	$-\infty$		$\log_{\frac{4}{3}}2$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	↗	$f\left(\log_{\frac{4}{3}}2\right)$

Vậy $0<f(x)\le f\left(\log_{\frac{4}{3}}2\right)\approx 37.48$.

----------HẾT----------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTNĐHQN - HÀ NỘI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x < \log_2(x+2)$ là

A. $(0;2)$. **B.** $[0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 3: Dãy số nào dưới đây là một cấp số nhân?

A. $1;2;4$. **B.** $1;3;6$. **C.** $1;4;8$. **D.** $1;5;9$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1); B(1;0;3)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(0;1;2)$. **B.** $(1;-1;1)$. **C.** $(2;-2;2)$. **D.** $(0;2;4)$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$.

Câu 8: Họ nguyên hàm $\int cos2xdx$ bằng

A. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $2\sin 2x+C$. **C.** $-2\sin 2x+C$. **D.** $\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(0;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2;5)$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $12a^3$ và có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 11: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình

A. $(x+3)^2+(y-4)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+4)^2=2$.

C. $(x+3)^2+(y-4)^2=4$. **D.** $(x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=4$ và $\int_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 13: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau?

A. 36. **B.** 81. **C.** 72. **D.** 64.

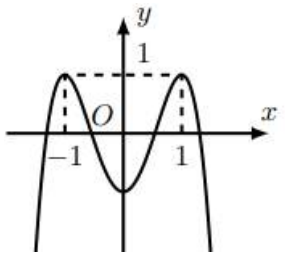
Câu 14: Với $x>0$, biểu thức $x\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** x^4.

Câu 15: Với các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a\left(ab^2\right)$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 17: Cho số phức $z=2-i$, số phức $z+2\bar{z}$ bằng

A. $6+i$. **B.** $4+3i$. **C.** $4+i$. **D.** $6+3i$.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

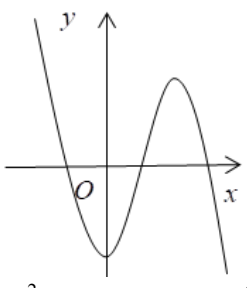
Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=-1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{2}=0$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

Câu 21: Hàm số $y=x^3-3x+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $\mathbb{R}$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 23: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn $|z+2-i|=1$ là đường tròn có tâm là

A. $I(-2;-1)$. **B.** $I(2;-1)$. **C.** $I(-2;1)$. **D.** $I(2;1)$.

Câu 24: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8$. Tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 4.

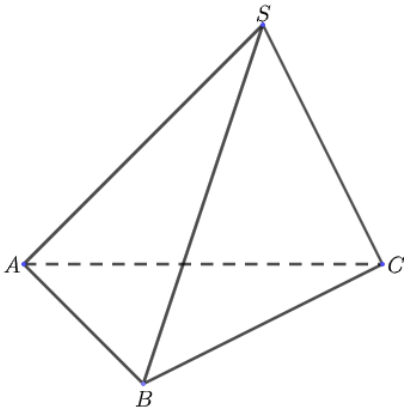
Câu 26: Môđun của số phức z thỏa mãn $(2-i)z+(1-i)\overline{z}=9-8i$ bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x-3y-z-4=0$. **B.** $x-3y+z=0$. **C.** $x-3y-z=0$. **D.** $x-3y+z-4=0$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SBC là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 29: Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_a\left(\frac{a^3}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+4}{x-1}$ và đồ thị hàm số $y=x^2-1$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=AA'=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CA' bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$. **C.** a. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 32: Trong không gian Oxyz, biết rằng giao tuyến của mặt cầu tâm $I(2;-2;2)$, bán kính $R=3$ và mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=\sqrt{2}a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 34: Họ nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2-x}dx$ là

A. $-\ln|x(x-1)|+C$. **B.** $\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|+C$. **C.** $\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+C$. **D.** $\ln|x(x-1)|+C$.

Câu 35: Cho từ một nhóm gồm 5 nam và 4 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 người là nam bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **C.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 37: Họ nguyên hàm của hàm $\int \frac{1+2\ln x}{x}dx$ là

A. $\ln x+2\ln^2 x+C$. **B.** $\ln x+\ln^2 x+C$. **C.** $x+\ln^2 x+C$. **D.** $x+\ln^2 x+C$.

Câu 38: Tốc độ gió S (đơn vị: dặm/giờ) gần trung tâm của một cơn lốc xoáy và khoảng cách di chuyển d (đơn vị dặm) của nó xác định theo mô hình $S=93\log d+65$. Theo mô hình trên thì một cơn lốc xoáy có tốc độ gió gần trung tâm là 283 (dặm/giờ) thì khoảng cách di chuyển của nó xấp xỉ bằng

A. $61,8$ dặm. **B.** 293 dặm. **C.** $236,4$ dặm. **D.** $220,8$ dặm.

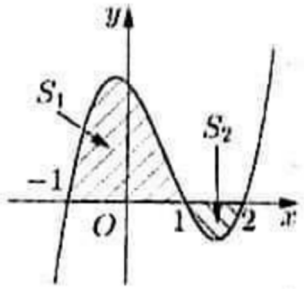
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;2)$, $B(3;2;0)$ và đường phân giác đỉnh B là $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng BC?

A. $M_3(2;3;0)$. **B.** $M_2(1;1;0)$. **C.** $M_4(1;0;0)$. **D.** $M_1(1;5;0)$.

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1|=|z-i|$ và $|w-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

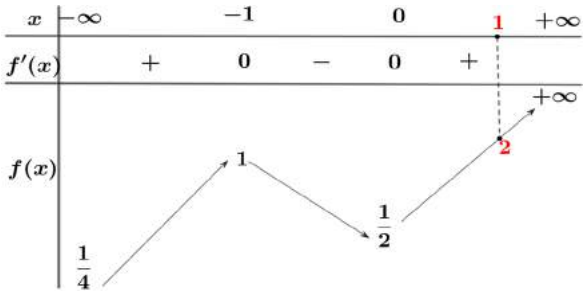
A. $2\sqrt{2}+1$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trong hình dưới đây. Biết rằng diện tích các hình phẳng S_1 và S_2 lần lượt bằng $\frac{5}{2}$ và $\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^{1}\frac{f(3\ln x+2)}{x}dx$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 6. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Biết $f(1)=2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m\le 10$ và bất phương trình $(x-1)\left[mf^2(x)-(2m+1)f(x)+2\right]\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;1)$ và $N(-1;0;0)$. Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, có các cạnh song song với các trục tọa độ và các mặt phẳng $(ABCD)$, $(A'B'C'D')$ lần lượt có phương trình là $z=0$ và $z=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+C'N$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2-\left(m^2-5m+6\right)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

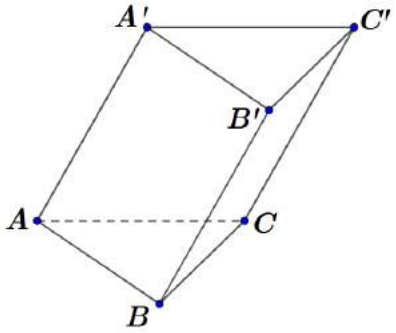
Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình $z^2+az+b=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+i|=\sqrt{5}$ và $|z_2-5-2i|=2\sqrt{5}$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai số thực y thỏa mãn $\left(\log_2^2 y-3\log_2 y+2\right)\sqrt{3^y-x}=0$?

A. 78. **B.** 72. **C.** 79. **D.** 73.

Câu 47: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A lên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với AA' cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{10}$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $45°$. Diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{9\pi a^2}{4}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $9\pi a^2$. **D.** $36\pi a^2$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x tồn tại $y \in [2;8]$ thoả mãn $(y-x)\log_2(x+y) = y + x^2$

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(0) = 0, f'(0) = 1, f''(x) = f(x) + (3x+4)e^{2x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. e^2. **B.** $2e^4$. **C.** $2e^2$. **D.** e^4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	C	D	A	C	D	A	D	D	D	C	B	D	B	A	A	A	A	A	C	C	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	A	A	C	A	B	C	C	C	B	B	D	A	D	D	C	D	D	B	B	C	C	A	A

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl=\pi a^2+\pi.a.2a=3\pi a^2$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x<\log_2(x+2)$ là

A. $(0;2)$. **B.** $[0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 2x<\log_2(x+2)\Leftrightarrow\begin{cases}2x<x+2\\2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;2)$

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 2x<\log_2(x+2)$ là $(0;2)$.

Câu 3: Dãy số nào dưới đây là một cấp số nhân?

A. $1;2;4$. **B.** $1;3;6$. **C.** $1;4;8$. **D.** $1;5;9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2=1.2;\ 4=2.2\Rightarrow$ dãy số $1;2;4$ là một cấp số nhân với $u_1=1, q=2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy : $f'(x)$ đổi dấu từ - sang + khi x qua -3.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-3$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$ có tiệm cận đứng của là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{2x-4}{x+1}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{2x-4}{x+1}=+\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1);B(1;0;3)$. Trung điểm của AB có tọa độ là

A. $(0;1;2)$. **B.** $(1;-1;1)$. **C.** $(2;-2;2)$. **D.** $(0;2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của AB có tọa độ là : $(0;1;2)$

Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ có $a=\dfrac{1}{2}<1$ nên ngịch biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y=\log_2 x$ có $a=2>1$ nên đồng biến trên $(0;+\infty)$

Hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ có $a=\dfrac{1}{2}<1$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Hàm số $y=2^x$ có $a=2>1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 8: Họ nguyên hàm $\int cos2xdx$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $2\sin 2x+C$. **C.** $-2\sin 2x+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int cos2xdx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(0;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2;5)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_4}=(0;3;-1)$

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $12a^3$ và có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O nên là hình chóp đều và chiều cao là SO

Thể tích khối chóp $S.ABO$ bằng:

$V_{S.ABO}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABO}.\mathrm{SO}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}.\mathrm{S}_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{4}.12a^3=3a^3.$

Câu 11: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ trên mặt phẳng tọa độ là đường tròn có phương trình

A. $(x+3)^2+(y-4)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+4)^2=2$.

C. $(x+3)^2+(y-4)^2=4$. **D.** $(x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Đặt số phức $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$.

$|z-3+4i|=2\Leftrightarrow|x+yi-3+4i|=2\Leftrightarrow|x-3+i(y+4)|=2\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2$

$\Leftrightarrow(x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^{1}f(x)\,dx=4$ và $\int_{0}^{1}f(x)\,dx=3$. Giá trị của $\int_{-2}^{0}f(x)\,dx$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$\int_{-2}^{0}f(x)\,dx=\int_{-2}^{1}f(x)\,dx+\int_{1}^{0}f(x)\,dx=\int_{-2}^{1}f(x)\,dx-\int_{0}^{1}f(x)\,dx=4-3=1$.

Câu 13: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ lập được bao nhiêu số có 2 chữ số khác nhau?

A. 36. **B.** 81. **C.** 72. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Số các số có 2 chữ số khác nhau là $A_9^2=72$.

Câu 14: Với $x>0$, biểu thức $x\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{1}{3}}$. **B.** $x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** x^4.

Lời giải

Chọn B

Với $x>0$ ta có $x\sqrt[3]{x}=x.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{4}{3}}$.

Câu 15: Với các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a(ab^2)$ bằng

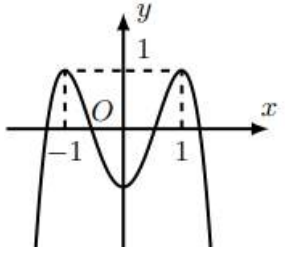
A. 8. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a(ab^2)=\log_a a+\log_a b^2=1+2\log_a b=1+2.2=5$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** Nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 17: Cho số phức $z=2-i$, số phức $z+2\bar{z}$ bằng

A. $6+i$. **B.** $4+3i$. **C.** $4+i$. **D.** $6+3i$.

Lời giải

Chọn A

Có $z+2\overline{z}=2-i+2(2+i)=6+i$.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Có $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2}<-1\Rightarrow$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;-2;0)$ và $C(0;0;2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

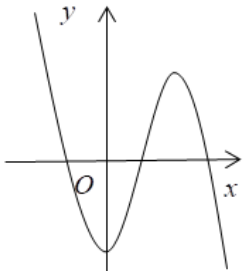
A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=-1$. **D.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(ABC):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ có dạng đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a<0$.

Câu 21: Hàm số $y=x^3-3x+2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $\mathbb{R}$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-3$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x+1)(x^2-1)(x-1)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘					$f(1)$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 23: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thoả mãn $|z+2-i|=1$ là đường tròn có tâm là

A. $I(-2;-1)$. **B.** $I(2;-1)$. **C.** $I(-2;1)$. **D.** $I(2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z. Ta có:

$|z+2-i|=1\Leftrightarrow|(x+2)+(y-1)i|=1\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-1)^2=1$

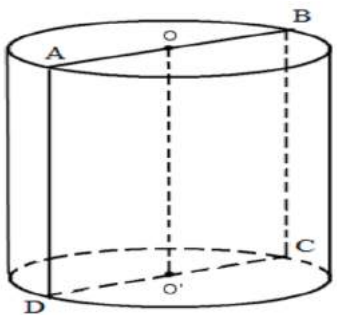
Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn có tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=1$.

Câu 24: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ đã cho. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ có cạnh là a suy ra $r=\frac{a}{2};l=a$

Ta có $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2\pi rl}{2\pi rl+2\pi r^2}=\frac{\pi a^2}{\pi a^2+\pi\frac{a^2}{2}}=\frac{2}{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8$. Tích phân $\int_1^2 xf(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x+1}\Rightarrow t^2=x+1\Rightarrow 2tdt=dx$

Đổi cận: $x=0$ thì $t=1$; $x=3$ thì $t=2$.

Ta có: $\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)dx=8\Leftrightarrow 2\int_1^2 f(t)tdt=8\Leftrightarrow\int_1^2 f(t)tdt=4\Leftrightarrow\int_1^2 xf(x)dx=4$.

Câu 26: Môđun của số phức z thỏa mãn $(2-i)z+(1-i)\bar{z}=9-8i$ bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\bar{z}=a-bi$, ta có:

$(2-i)(a+bi)+(1-i)(a-bi)=9-8i$

$\Leftrightarrow 2a+b+(2b-a)i+a-b-(a+b)i=9-8i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b+a-b=9\\2b-a-a-b=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=2a-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-2\end{cases}$

$|z|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

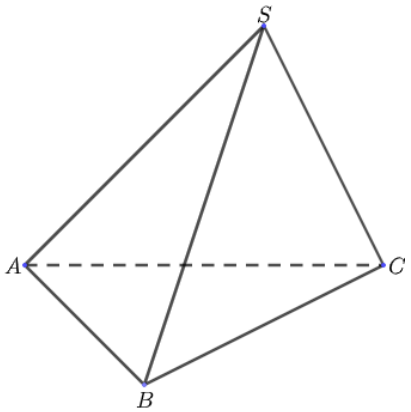
A. $x-3y-z-4=0$. **B.** $x-3y+z=0$. **C.** $x-3y-z=0$. **D.** $x-3y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm AB, mặt phẳng trung trực của AB đi qua $I(1;1;-2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-6;-2)$ là một VTPT. Chọn $\vec{n}=(1;-3;-1)\Rightarrow$ MP: $x-3y-z=0$.

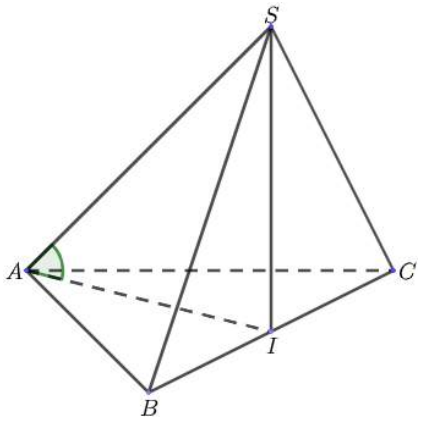
Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều. Mặt bên SBC là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SA và (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A



Hạ $SI \perp BC$. Do (SBC) vuông góc với đáy nên $SI \perp (ABC)$

Ta có: $SI = AI = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$ (chiều cao trong tam giác đều).

$\widehat{(SA;(ABC))} = \widehat{SAI} = 45°$.

Câu 29: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_a\left(\dfrac{a^3}{\sqrt{b}}\right)$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a\left(\dfrac{a^3}{\sqrt{b}}\right) = \log_a a^3 - \log_a \sqrt{b} = 3 - \dfrac{1}{2}\log_a b = 3 - \dfrac{1}{2}.2 = 2.$

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \dfrac{4x+4}{x-1}$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai hàm số ta có:

$$\frac{4x+4}{x-1} = x^2 - 1 \left(x \neq 1\right)$$

$$\Leftrightarrow 4(x+1) - (x-1)^2(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)\left[4 - (x-1)^2\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ (x-1)^2 = 4 \end{array}\right.$$

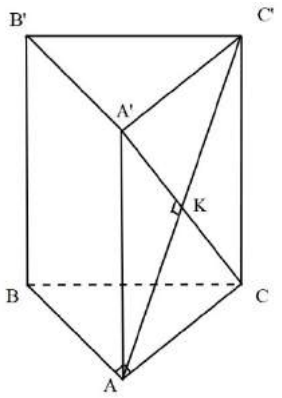
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = AA' = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CA' bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là hình chiếu của A trên $CA' \Rightarrow AK \perp A'C$ (1)

Có $\begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AA' \end{cases} (gt) \Rightarrow BA \perp (ACC'A') \Rightarrow BA \perp AK$ (2)

Từ $(1),(2) \Rightarrow AK$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và CA'. Từ giải thiết suy ra tứ giác $ACC'A'$ là hình vuông cạnh a, nên

$d(AB;A'C) = AK = \frac{1}{2}AC' = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. Chọn đáp án A

Câu 32: Trong không gian Oxyz, biết rằng giao tuyến của mặt cầu tâm $I(2;-2;2)$, bán kính $R=3$ và mặt phẳng $(P): x-y-z+1=0$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó bằng:

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến cần tìm.

Ta có: $d = d\left(I;(P)\right) = \frac{|2+2-2+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+(-1)^2}} = \sqrt{3}$

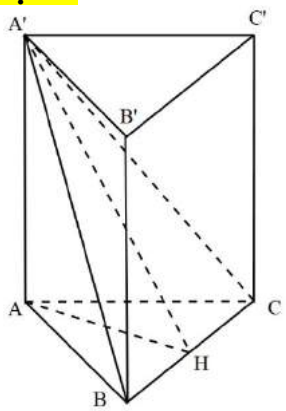
$r = \sqrt{R^2-d^2} = \sqrt{6}$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=\sqrt{2}a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC. Dễ thấy $\angle A'HA = 60^0$ là góc giữa $mp(A'BC)$ và $mp(ABC)$

Ta có, $AA' = AH.\tan 60^0 = \frac{1}{2}BC.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2}a\right)^2 = a^2$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}a^3$.

Câu 34: Họ nguyên hàm $\int \frac{1}{x^2-x}dx$ là

A. $-\ln\left|x(x-1)\right|+C$. **B.** $\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|+C$. **C.** $\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+C$. **D.** $\ln\left|x(x-1)\right|+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{1}{x^2-x}dx=\int \frac{dx}{x(x-1)}=\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}\right)dx=\ln\left|\frac{x-1}{x}\right|+C$.

Câu 35: Cho từ một nhóm gồm 5 nam và 4 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 người là nam bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn C

+)Không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega)=C_9^2=36$.

+)Số kết quả thuận lợi là $n(A)=C_5^1.C_4^1+C_5^2=30$.

Vậy $P(A)=\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng (d) là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án ta thấy $A\in(d)$ có phương trình $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-2}{1}$

Câu 37: Họ nguyên hàm của hàm $\int \frac{1+2\ln x}{x}dx$ là

A. $\ln x+2\ln^2 x+C$. **B.** $\ln x+\ln^2 x+C$. **C.** $x+\ln^2 x+C$. **D.** $x+\ln^2 x+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=1+2\ln x\Rightarrow dt=\frac{2}{x}dx$.

$\Rightarrow \int \frac{1+2\ln x}{x}dx=\int \frac{t}{2}dt=\frac{1}{4}t^2+c=\frac{1}{4}(1+2\ln x)^2+c=\ln^2 x+\ln x+\frac{1}{4}+c=\ln^2 x+\ln x+C$.

Câu 38: Tốc độ gió S (đơn vị: dặm/giờ) gần trung tâm của một cơn lốc xoáy và khoảng cách di chuyển d (đơn vị dặm) của nó xác định theo mô hình $S=93\log d+65$. Theo mô hình trên thì một cơn lốc xoáy có tốc độ gió gần trung tâm là 283 (dặm/giờ) thì khoảng cách di chuyển của nó xấp xỉ bằng

A. 61,8 dặm. **B.** 293 dặm. **C.** 236,4 dặm. **D.** 220,8 dặm.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S=283\Leftrightarrow 93\log d+65=283\Leftrightarrow \log d=\frac{218}{93}\Rightarrow d=220{,}8$ dặm.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;2)$, $B(3;2;0)$ và đường phân giác đỉnh B là $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng BC?

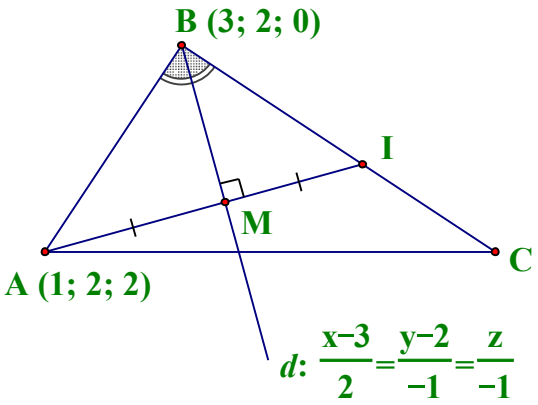
A. $M_3(2;3;0)$. **B.** $M_2(1;1;0)$. **C.** $M_4(1;0;0)$. **D.** $M_1(1;5;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là điểm đối xứng của A qua phân giác đỉnh B, khi đó $I\in BC$.

Gọi M là giao điểm của AI và phân giác đó suy ra M là trung điểm cạnh AI.



Ta có $M(3+2t;2-t;-t)$ với $t\in\mathbb{R}$ nên $\overrightarrow{AM}=(2+2t;-t;-2-t)$; đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;-1)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=2.(2+2t)+(-1).(-t)+(-1).(-2-t)=0\Leftrightarrow t=-1$ suy ra $M(1;3;1)$.

Lại có M là trung điểm AI nên $\begin{cases}x_I=2x_M-x_A=1\\ y_I=2y_M-y_A=4\\ z_I=2z_M-z_A=0\end{cases}$ nên $I(1;4;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{BI}=(-2;2;0)$, đường thẳng $BC:\begin{cases}\text{qua } B(3;2;0)\\ \text{có VTCP } \vec{u}=(-1;1;0)\end{cases}$ do đó: $BC:\begin{cases}x=3-t\\ y=2+t\\ z=0\end{cases}$.

Nhận thấy $M_3\in BC$ nên chọn đáp án**A.**

Câu 40: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-1|=|z-i|$ và $|w-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

A. $2\sqrt{2}+1$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Lời giải

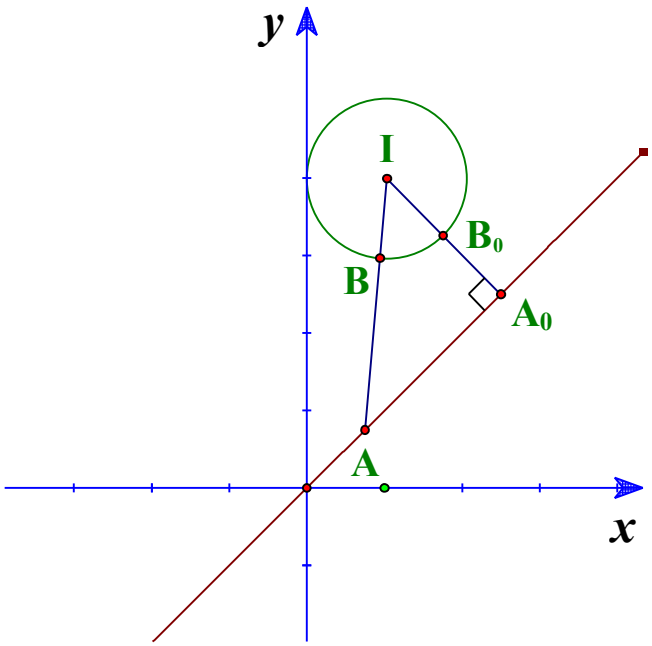
Chọn D

Đặt $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có: $|z-1|=|z-i|\Rightarrow(x-1)^2+y^2=x^2+(y-1)^2\Leftrightarrow x-y=0$ do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d:x-y=0$.

Lại có: $|w-4i|=1$ nên tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C) có tâm $I(0;4)$ và bán kính $R=1$.

Gọi A là điểm biểu diễn của số phức z và B là điểm biểu diễn của số phức w khi đó $|z-w|=AB$ như vậy $|z-w|$ nhỏ nhất khi AB nhỏ nhất.

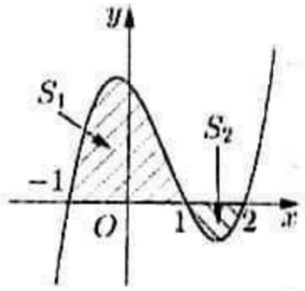


Quan sát hình vẽ, nhận thấy: AB nhỏ nhất khi A trùng A_0 và B trùng với B_0.

Khi đó: $IB_0 = 1$ và $IA_0 = d(I,d) = \dfrac{|0-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 2\sqrt{2}$ do vậy $AB_{\min} = 2\sqrt{2}-1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng $2\sqrt{2}-1$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trong hình dưới đây. Biết rằng diện tích các hình phẳng S_1 và S_2 lần lượt bằng $\dfrac{5}{2}$ và $\dfrac{1}{2}$. Tích phân $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{1} \frac{f(3\ln x+2)}{x}\mathrm{d}x$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 6. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

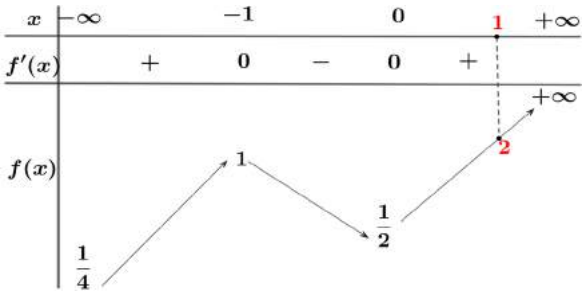
Chọn D

Xét $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{1} \frac{f(3\ln x+2)}{x}\mathrm{d}x$, đặt $t = 3\ln x + 2$ suy ra $dt = \dfrac{3}{x}dx$.

Đổi cận: $x = \dfrac{1}{e} \Rightarrow t = -1$ và $x = 1 \Rightarrow t = 2$. Khi đó:

$$I = \frac{1}{3}\int_{-1}^{2} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\left(\int_{-1}^{1} f(t)\mathrm{d}t + \int_{1}^{2} f(t)\mathrm{d}t\right) = \frac{1}{3}(S_1 - S_2) = \frac{1}{3}.\left(\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Biết $f(1)=2$, có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $m\le 10$ và bất phương trình $(x-1)\left[mf^2(x)-(2m+1)f(x)+2\right]\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x)=mf^2(x)-(2m+1)f(x)+2$

+ $m=0\Rightarrow g(x)=-f(x)+2=0\Rightarrow x=1\to bpt$ có đúng 1 nghiệm $x=1$.

+ $m>0$ thì $g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=2\to 1\ n_0\ x=1\\ f(x)=\dfrac{1}{m}\end{array}\right.$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì $g(x)=0$ có đúng 1 nghiệm đơn $x=1$ $\Leftrightarrow\dfrac{1}{m}\le\dfrac{1}{4}\Rightarrow m\ge 4(vì\ m>0)$.

Kết hợp với điều kiện $m\le 10$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{4;5;6;7;8;9;10\}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;1)$ và $N(-1;0;0)$. Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1, có các cạnh song song với các trục tọa độ và các mặt phẳng $(ABCD)$, $(A'B'C'D')$ lần lượt có phương trình là $z=0$ và $z=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+C'N$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;b;0)\in(Oxy)$, vì $AC'=\sqrt{3}\ và\ C'\in mp:z=1$ nên tọa độ C' có thể xảy ra

+ TH1: $C'(a+1;b+1;1)$

$AM+C'N=\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+1^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b+1)^2+1^2}\ge\sqrt{4^2+2^2+2^2}=2\sqrt{6}$,

khi $\begin{cases}2-a=a+2\\1-b=b+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}\to A(0;0;0)\equiv O$ (loại).

+ TH2: $C'(a+1;b-1;1)$

$AM+C'N=\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+1^2}+\sqrt{(a+2)^2+(b-1)^2+1^2}\ge\sqrt{4^2+0^2+2^2}=2\sqrt{5}$,

khi $\begin{cases}2-a=a+2\\1-b=b-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}\to A(0;1;0)\in Oy$ (loại).

+ TH3: $C'(a-1;b+1;1)$

$AM+C'N=\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+1^2}+\sqrt{a^2+(b+1)^2+1^2}\ge\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$,

khi $\begin{cases}2-a=a\\1-b=b+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\end{cases}\to A(1;0;0)\in Ox$ (loại).

+ TH4: $C'(a-1;b-1;1)$

$AM+C'N=\sqrt{(a-2)^2+(b-1)^2+1^2}+\sqrt{a^2+(b-1)^2+1^2}\geq\sqrt{2^2+0^2+2^2}=2\sqrt{2}$,

khi $\begin{cases}2-a=a\\1-b=b-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}\rightarrow A(1;1;0)\in(Oxy)$.

Vậy $(AM+C'N)_{\min}=2\sqrt{2}$ *khi* $A(1;1;0)$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2-(m^2-5m+6)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 3x^2-4mx-(m^2-5m+6)\geq 0,\forall x\in(-\infty;0)\ (1)$

Ta có: $\Delta'_{y'}=7m^2-15m+18>0,\forall m$. Từ đó $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}y'(0)\geq 0\\\dfrac{4m}{6}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-5m+6\leq 0\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow 2\leq m\leq 3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{2;3\}$.

Câu 45: Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình $z^2+az+b=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+i|=\sqrt{5}$ và $|z_2-5-2i|=2\sqrt{5}$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

TH1: $\Delta=b^2-4a>0$, phương trình có hai nghiệm thực z_1, z_2, khi đó:

$$\begin{cases}|z_1+i|=\sqrt{5}\\|z_2-5-2i|=2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z_1^2+1=5\\(z_2-5)^2+4=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z_1^2=4\\z_2^2-10z_2+9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_1=2\\z_1=-2\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}z_2=1\\z_2=9\end{array}\right.\end{cases}.$$

Trường hợp này có 4 cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

TH2: $\Delta=b^2-4a=0$, phương trình có nghiệm kép z_0:

$$\begin{cases}|z_0+i|=\sqrt{5}\\|z_0-5-2i|=2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z_0^2+1=5\\(z_0-5)^2+4=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}z_0^2=4\\z_0^2-10z_0+9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}z_0=2\\z_0=-2\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}z_0=1\\z_0=9\end{array}\right.\end{cases}.$$

Trường hợp này không có z_0 thỏa mãn nên không có cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

TH3: $\Delta=b^2-4a<0$, phương trình có hai nghiệm không thực z_1, z_2:

Đặt $z_1=x+yi$ và $z_2=x-yi$, khi đó:

$$\begin{cases}|z_1+i|=\sqrt{5}\\|z_2-5-2i|=2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x+yi+i|=\sqrt{5}\\|x-yi-5-2i|=2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(y+1)^2=5\\(x-5)^2+(y+2)^2=20\end{cases}(*)$$

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, xét $(C_1):\begin{cases}I_1(0;-1)\\R_1=\sqrt{5}\end{cases}$ và $(C_2):\begin{cases}I_2(5;-2)\\R_1=2\sqrt{5}\end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{I_1I_2}=(5;-1)\Rightarrow I_1I_2=\sqrt{26}<3\sqrt{5}=R_1+R_2$.

Nên (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm nên $(*)$ có hai cặp nghiệm $(x;y)$.

Trường hợp này có 2 cặp $(a;b)$ thỏa mãn.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x tồn tại đúng hai số thực y thỏa mãn $\left(\log_2^2 y-3\log_2 y+2\right)\sqrt{3^y-x}=0$?

A. 78. **B.** 72. **C.** 79. **D.** 73.

Lời giải

Chọn B

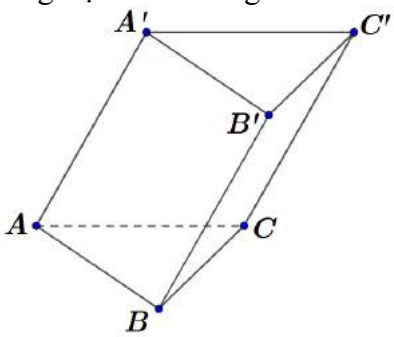
$\left(\log_2^2 y-3\log_2 y+2\right)\sqrt{3^y-x}=0$

Điều kiện: $\begin{cases} y>0 \\ y\ge\log_3 x \end{cases}$.

Phương trình $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}\log_2^2 y-3\log_2 y+2=0\\ 3^y-x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=2\\ y=4\\ y=\log_3 x\end{array}\right.$.

Để tồn tại đúng hai số thực $y\Leftrightarrow 2\le\log_3 x<4\Leftrightarrow 9\le x<81\Rightarrow x\in\{9;10;...;80\}$.

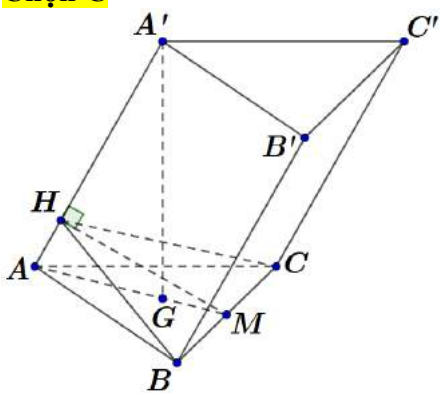
Câu 47: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A lên (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Một mặt phẳng (P) chứa BC và vuông góc với AA' cắt hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo một thiết diện có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{10}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow(AA'M)$ là mặt phẳng trung trực của $BC\Rightarrow BC\perp(AA'M)$.

Kẻ $MH\perp AA'\Rightarrow AA'\perp(HBC)\Rightarrow(HBC)\equiv(P)$.

Khi đó thiết diện tạo bởi (P) và lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là tam giác HBC.

Ta có $S_{HBC}=\frac{1}{2}HM.BC=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}\Leftrightarrow HM=\frac{a\sqrt{3}}{4}\Rightarrow d\left(G,AA'\right)=\frac{2}{3}d\left(M,AA'\right)=\frac{2}{3}HM=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $A'GA$ vuông tại G, ta có:

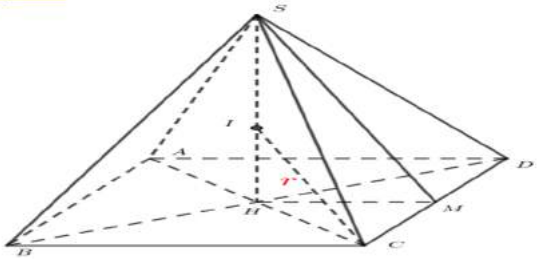
$$\frac{1}{d^2\left(G,AA'\right)}=\frac{1}{GA^2}+\frac{1}{GA'^2}\Leftrightarrow\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{2}{3}\right)^2}+\frac{1}{GA'^2}\Leftrightarrow GA'=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $45°$. Diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{9\pi a^2}{4}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $9\pi a^2$. **D.** $36\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $45°$ nên góc $\widehat{SMH}=45°\Rightarrow SH=a$.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ nên ta có $I\in SH$ sao cho $IS=IA=IB=IC=ID=r$

Ta có: $IC^2-IH^2=HC^2\Leftrightarrow r^2-\left(a-r\right)^2=\left(a\sqrt{2}\right)^2\Leftrightarrow r=\frac{3a}{2}$.

Vậy diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $V=4\pi r^2=4\pi.\frac{9a^2}{4}=9\pi a^2$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x tồn tại $y\in\left[2;8\right]$ thoả mãn $\left(y-x\right)\log_2\left(x+y\right)=y+x^2$

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$\left(y-x\right)\log_2\left(x+y\right)=y+x^2\left(1\right).$

Do $y\in\left[2;8\right]\Rightarrow 2\le y+x^2\le 8\Rightarrow VP\left(1\right)>0.$

+ Nếu $\begin{cases}0<x+y\le 1\\y-x\ge 0\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x+y\le 1\\y\ge x\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}VT\left(1\right)\le 0\\VT\left(1\right)\ge 2\end{cases}$ không có giá trị nào của x thỏa mãn.

+ Nếu $\begin{cases}0<x+y\le 1\\y-x<0\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x+y\le 1\\y<x\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2y\le 1\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}$ không thỏa mãn.

+ Nếu $\begin{cases}1<x+y\le 2\\y-x\ge 0\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1<x+y\le 2\\y\ge x\\y\in\left[2;8\right]\end{cases}\Rightarrow\left(y-x\right)\log_2\left(x+y\right)\le y-x<y+x^2$ không có giá trị nào của x thỏa mãn.

+ **Nếu** $\begin{cases} x+y>2 \\ y-x>0 \\ y\in[2;8] \end{cases}$.

Đặt $f(y)=(y-x)\log_2(x+y)-y-x^2, y\in[2;4]$.

$f'(y)=\log_2(x+y)+\dfrac{(y-x)}{(x+y)\ln 2}-1>0$

Do $\begin{cases} x+y>2 \\ y\in[2;8] \end{cases}\Rightarrow \log_2(x+y)>1\Rightarrow \text{og}_2(x+y)-1+\dfrac{(y-x)}{(x+y)\ln 2}>0.$

Do hàm số đồng biến. để phuong trình $f(y)=0$ có nghiệm khi

$$\begin{cases} f(2)\le 0 \\ f(8)\ge 0 \\ x<y \\ y\in[2;8] \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (2-x)\log_2(x+2)-2-x^2\le 0 \\ (8-x)\log_2(x+8)-8-x^2\ge 0 \\ x<y \\ y\in[2;8] \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} (2-x)\log_2(x+2)\le 2+x^2 \\ (8-x)\log_2(x+8)\ge 2+x^2 \\ -2<x<y, x\in\mathbb{Z} \\ y\in[2;8] \end{cases}.$$

$$\begin{cases} (2-x)\log_2(x+2)\le 2+x^2 \\ (8-x)\log_2(x+8)\ge 2+x^2 \\ x\in\{-1,0,1,2,3,4,5,6,7\} \end{cases}\Rightarrow x=-1, x=0, x=1, x=2, x=3.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $f(0)=0, f'(0)=1, f''(x)=f(x)+(3x+4)e^{2x}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. e^2. **B.** $2e^4$. **C.** $2e^2$. **D.** e^4.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$f''(x)=f(x)+(3x+4)e^{2x}\Leftrightarrow f''(x)-f(x)=(3x+4)e^{2x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{f''(x)-f(x)}{e^x}=(3x+4)e^x\Leftrightarrow \dfrac{f''(x)e^x-f(x)e^x}{e^{2x}}=(3x+4)e^x$

$\Leftrightarrow \dfrac{f''(x)e^x-f'(x)e^x}{e^{2x}}+\dfrac{f'(x)e^x-f(x)e^x}{e^{2x}}=(3x+4)e^x$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{f'(x)}{e^x}\right)'+\left(\dfrac{f(x)}{e^x}\right)'=(3x+4)e^x$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được:

$\dfrac{f'(x)}{e^x}+\dfrac{f(x)}{e^x}=\int(3x+4)e^x dx=(3x+1)e^x+C$

Khi: $x=0\Rightarrow C=0$

Suy ra: $\dfrac{f'(x)}{e^x}+\dfrac{f(x)}{e^x}=(3x+1)e^x\Leftrightarrow f'(x)+f(x)=(3x+1)e^{2x}$

$\Leftrightarrow f'(x)e^x+f(x)e^x=(3x+1)e^{3x}\Leftrightarrow\left[f(x)e^x\right]'=(3x+1)e^{3x}$

$\Rightarrow f(x)e^x=\int(3x+1)e^{3x}dx=xe^{3x}+C_1$

Lại có: $x=0\Rightarrow C_1=0$

Vậy: $f(x)=xe^{2x}\Rightarrow f(1)=e^2$.

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 06 trang)

KÌ THI THỬ TN THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 – 2023
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề 101

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=3$ là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3.$ **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9.$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3.$ **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9.$

Câu 2. Có bao nhiêu cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** 20. **D.** 120.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Khẳng định nào đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_{CT}=-1.$

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x_{CD}=1.$

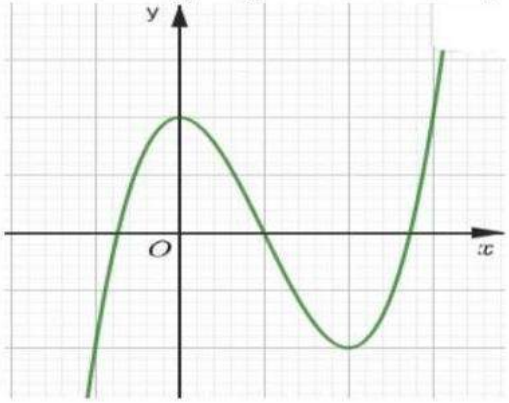
C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y_{CD}=5.$

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5).$

Câu 4. Cho khối nón có đường cao h, độ dài đường sinh l và bán kính đáy r. Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

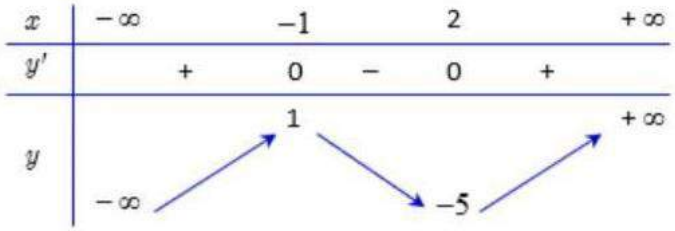
A. $S_{xq}=\pi rl.$ **B.** $S_{xq}=2\pi rl.$ **C.** $S_{xq}=\frac{1}{2}.\pi rl.$ **D.** $S_{xq}=2\pi rh.$

Câu 5. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào



A. $y=x^4-2x^2+2$ **B.** $y=-x^4+2x^2+2.$ **C.** $y=x^3+3x^2+2.$ **D.** $y=x^3-3x^2+2.$

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 7. Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=2-4x$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=(x-2022)^{\frac{1}{7}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2022\}$. **B.** $(2022;+\infty)$. **C.** $[2022;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2022)$.

Câu 9. Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $V=4\pi R^3$.

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+e^x$.

A. $\int f(x)dx=\frac{x^3}{3}+e^x+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^3+\frac{e^{x+1}}{x+1}+C$.

C. $\int f(x)dx=x^3+e^x+C$. **D.** $\int f(x)dx=6x+e^x+C$.

Câu 11. Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=B^2.h$. **B.** $V=\frac{1}{3}.B.h$. **C.** $V=B.h$. **D.** $V=\frac{1}{3}.B^2.h$.

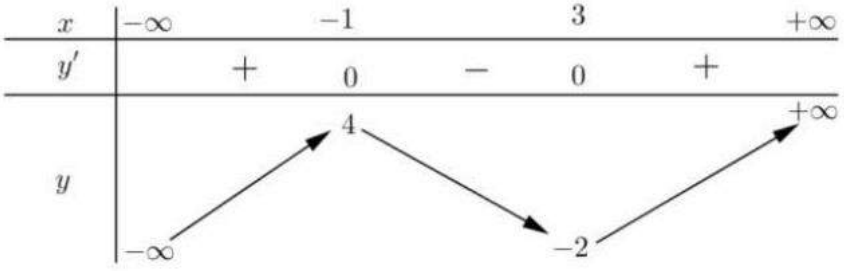
Câu 12. Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là

A. $V=9a^3$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$ hàm số $y=x+\log_2 x$ có đạo hàm là

A. $y'=1-\frac{1}{x}$. **B.** $y'=1+\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=1-\frac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=1+\frac{1}{x}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hỏi phương trình $f(x)=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 15. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $\int[f(x)+2]dx$

A. $\int[f(x)+2]dx=F(x)+2x^2+C.$ **B.** $\int[f(x)+2]dx=F(x)+2x+C.$

C. $\int[f(x)+2]dx=F(x)+C.$ **D.** $\int[f(x)+2]dx=F(x)+x^2+C.$

Câu 16. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(x+1)<2$ là

A. $S=(0;8).$ **B.** $S=(-\infty;8).$ **C.** $S=(8;+\infty).$ **D.** $S=(-1;8).$

Câu 17. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là

A. $x=3.$ **B.** $x=-3.$ **C.** $x=2.$ **D.** $x=-2.$

Câu 18. Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int\left[\dfrac{f(x)}{g(x)}\right]dx=\dfrac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}.$ **B.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx.$

C. $\int k.f(x)dx=k\int f(x)dx,\ (\forall k\in\mathbb{R}).$ **D.** $\int[f(x).g(x)]dx=\left(\int f(x)dx\right).\left(\int g(x)dx\right).$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;-6)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm là

A. $I(-2;0;-3).$ **B.** $I(-2;0;3).$ **C.** $I(2;0;-3).$ **D.** $I(2;0;3).$

Câu 20. Nghiệm của phương trình $2^x>3$ là

A. $x<\log_3 2.$ **B.** $x<\log_2 3.$ **C.** $x>\log_3 2.$ **D.** $x>\log_2 3.$

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$ **B.** $\dfrac{a^3}{4}.$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **D.** $\dfrac{3a^3}{4}.$

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất $y=e^x+x$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $e-2.$ **B.** $e+2.$ **C.** $e^2-2.$ **D.** $e^2+2.$

Câu 23. Giá dầu thô WTI hôm nay (ngày 6/1/2023) là 81 USD. Giả sử ngày mai (ngày 7/1/2023) giảm 10% và ngày kia (ngày 8/1/2023) tăng 10%. Hỏi giá dầu thô WTI ngày 8/1/2023 là bao nhiêu USD?

A. 80. **B.** 80,19. **C.** 81. **D.** 81,19.

Câu 24. Đội thanh niên xung kích gồm 15 học sinh (10 học sinh nam và 5 học sinh nữ). Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh đi làm nhiệm vụ, tính xác suất để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

A. $\dfrac{13}{21}.$ **B.** $\dfrac{10}{21}.$ **C.** $\dfrac{5}{21}.$ **D.** $\dfrac{11}{21}.$

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=6$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng.

A. $u_{10}=33.$ **B.** $u_{10}=30.$ **C.** $u_{10}=39.$ **D.** $u_{10}=36.$

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a$, cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 27. Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r=a$ và thể tích $V=2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 28. Với mọi cặp số dương a, b thỏa mãn $\log_3 a+2\log_3 b-2=0$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ab^2=9$. **B.** $a+b^2=9$. **C.** $a+2b=9$. **D.** $ab^2=8$.

Câu 29. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

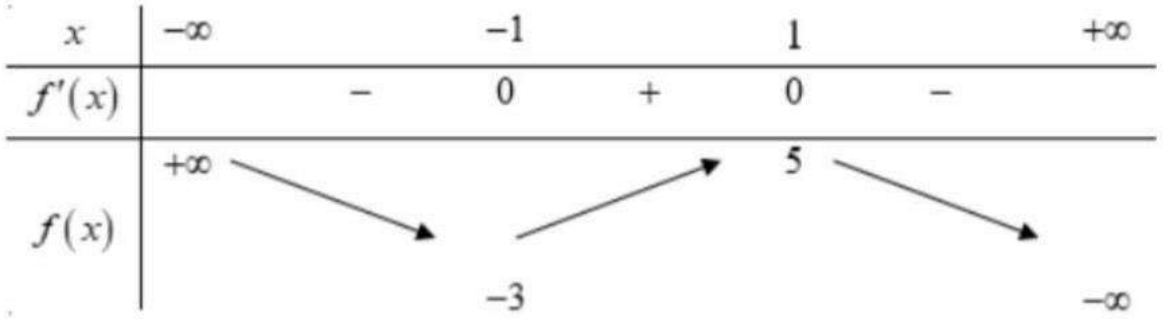
Câu 30. Cho khối nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 36π.

Câu 31. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{V}{2}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $-3<m<5$. **C.** $-3\le m\le 5$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 33. Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\log_2(2a^3)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $1+3\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\dfrac{1}{3}.\log_2 a$.

Câu 34. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ sao cho $F(1)=2$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=2\ln 3$. **B.** $F(3)=2-\ln 3$. **C.** $F(3)=2+\ln 3$. **D.** $F(3)=-2+\ln 3$.

Câu 35. Một khối cầu có thể tích $V=36\pi\,cm^3$. Hỏi bán kính R của khối cầu bằng bao nhiêu?

A. $R=6\,cm$. **B.** $R=\sqrt{6}\,cm$. **C.** $R=3\,cm$. **D.** $R=\sqrt{3}\,cm$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx). Tính giá trị biểu thức $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2$.

A. 19. **B.** -19. **C.** -9. **D.** 9.

Câu 37. Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-3x+2}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38. Tính thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 39. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x - \cos x}{(\sin x + \cos x)^2 - 4}$.

A. $\dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{2+\sin x+\cos x}{2-\sin x-\cos x}\right)+C$. **B.** $-\dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{2+\sin x+\cos x}{2-\sin x-\cos x}\right)+C$.

C. $\dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{2+\sin x-\cos x}{2-\sin x+\cos x}\right)+C$. **D.** $\dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{\sin x+\cos x+2}{\sin x+\cos x-2}\right)+C$.

Câu 40. Cho các số dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $b > a > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_a b + \dfrac{1}{\log_a b - 1}$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{13}{4}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{2}$.

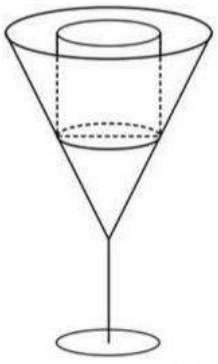
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC, biết $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.AMB$ theo a.

A. $\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;6;2)$ và $B(-3;4;6)$. Biết điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. -8. **B.** -7. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 43. Một viên đá hình trụ đặc có bán kính đáy bằng $2cm$, chiều cao bằng $4cm$ được đặt vừa khít vào trong một chiếc ly rỗng có phần chứa nước là một hình nón như hình vẽ. Biết rằng chiều cao của phần chứa nước của ly gấp đôi chiều cao viên đá, miệng ly bằng bề mặt viên đá. Tính thể tích nước (ml) cần đổ vào ly cho đầy, làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy, biết do lực đẩy Archimedes, khi đổ nước vào, có 8% thể tích viên đá nổi lên phía trên mặt nước.



A. $84,78ml$. **B.** $130,02ml$. **C.** $87,80ml$. **D.** $83,78ml$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x^2+2x+m)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị?

A. 13. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 20.

Câu 45. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2(3x)-2\log_3 x^2=\dfrac{x^2-6x+9}{4}$.

A. $\dfrac{5+2\sqrt{3}}{2}$. **B.** 4. **C.** $5+2\sqrt{3}$. **D.** $4+2\sqrt{3}$.

Câu 46. Tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $9^{1-\frac{1}{x^2}}-a.3^{1-\frac{1}{x^2}}+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' và N là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $DN=3ND'$. Mặt phẳng (BMN) chia khối lập phương thành hai phần có thể tích lần lượt là $V_1,V_2(V_1<V_2)$, tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{11}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{3}{13}$.

Câu 48. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^4+2x^3-10x^2-2x+1}$ có dạng $F(x)=\dfrac{a}{b}\ln\left|\dfrac{x^2-cx-1}{x^2+dx-1}\right|$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b+c+d$.

A. 24. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 49. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{2}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}}{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{2}a$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$. Tìm tổng các số nguyên m sao cho phương trình $f(x^3-3x)=m$ có 7 nghiệm phân biệt.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** –2.

---------- HẾT ----------

(Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	D	A	D	A	D	B	C	C	B	C	B	C	B	D	A	B	C	D	D	D	B	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	B	A	A	B	B	C	C	C	C	A	A	C	B	C	D	B	B	D	A	D	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=3$ là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=3$ là $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** 20. **D.** 120.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 5 người đứng thành một hàng ngang là $5!=120$ cách.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào đúng?

A. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $x_{CT}=-1$.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x_{CĐ}=1$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $y_{CĐ}=5$.

D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Khẳng định đúng là: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;5)$.

Câu 4: Cho khối nón có đường cao h, độ dài đường sinh l và bán kính đáy r. Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức nào dưới đây?

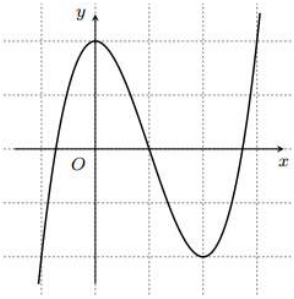
A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\frac{1}{2}.\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rh$..

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón được tính theo công thức $S=\pi rl$.

Câu 5: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào



A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$. **C.** $y=x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

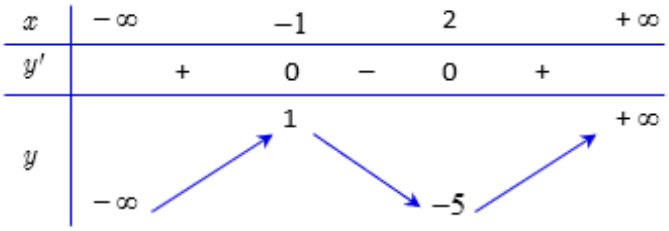
Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị dạng hàm số bậc ba với $a>0$. Đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(1;0)$.

Suy ra hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong như hình.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 7: Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=2-4x$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$.

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-3x+2=2-4x\Leftrightarrow x^3+x=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=2\Rightarrow M(0;2)$.

Suy ra $a+b=2$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=(x-2022)^{\frac{1}{7}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2022\}$. **B.** $(2022;+\infty)$. **C.** $[2022;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2022)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-2022>0 \Leftrightarrow x>2022$.

Tập xác đinh: $(2022;+\infty)$.

Câu 9: Thể tích V của khối cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $V=4\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+e^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+\frac{e^{x+1}}{x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=6x+e^x+C$.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2+e^x)\mathrm{d}x=x^3+e^x+C$.

Câu 11: Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=B^2.h$. **B.** $V=\frac{1}{3}.B.h$. **C.** $V=B.h$. **D.** $V=\frac{1}{3}.B^2.h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích V khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}.B.h$.

Câu 12: Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là

A. $V=9a^3$. **B.** $V=\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V khối lập phương cạnh $a\sqrt{3}$ là $V=\left(a\sqrt{3}\right)^3=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$ hàm số $y=x+\log_2 x$ có đạo hàm là

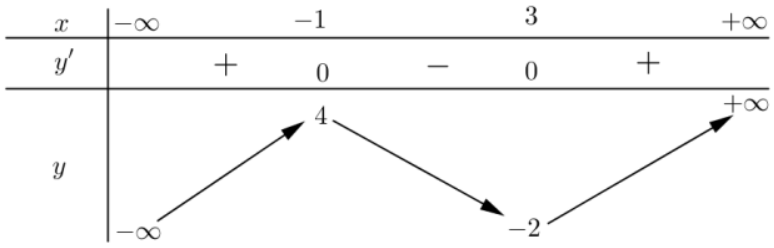
A. $y'=1-\frac{1}{x}$. **B.** $y'=1+\frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=1-\frac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=1+\frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=1+\frac{1}{x\ln 2}$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



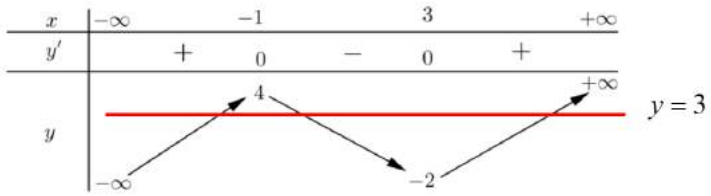
Hỏi phương trình $f(x)=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Vẽ đường thẳng $y=3$ lên bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$.



Suy ra phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 15: Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x$.

A. $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x=F(x)+2x^2+C$. **B.** $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x=F(x)+2x+C$.

C. $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x=F(x)+C$. **D.** $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x=F(x)+x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int[f(x)+2]\mathrm{d}x=F(x)+2x+C$.

Câu 16: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(x+1)<2$ là

A. $S=(0;8)$. **B.** $S=(-\infty;8)$. **C.** $S=(8;+\infty)$. **D.** $S=(-1;8)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(x+1)<2\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\x+1<9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x<8\end{cases}\Leftrightarrow -1<x<8$

Câu 17: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1}{x-3}=+\infty$

Suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=3$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào đúng

A. $\int\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]\mathrm{d}x=\frac{\int f(x)\mathrm{d}x}{\int g(x)\mathrm{d}x}$.

B. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int k.f(x)\mathrm{d}x=\int k.f(x)\mathrm{d}x\ (k\in\mathbb{R})$.

D. $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của phép toán nguyên hàm.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$, $B(3;-2;-6)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm là

A. $I(-2;0;-3)$. **B.** $I(-2;0;3)$. **C.** $I(2;0;-3)$. **D.** $I(2;0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm I đường kính AB nên suy ra I là trung điểm AB

Suy ra $I(2;0;-3)$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $2^x>3$ là

A. $x<\log_3 2$. **B.** $x<\log_2 3$. **C.** $x>\log_3 2$. **D.** $x>\log_2 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^x>3\Leftrightarrow x>\log_2 3$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 22: Tìm giá trị lớn nhất $y=e^x+x$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $e-2$. **B.** $e+2$. **C.** e^2-2. **D.** e^2+2.

Lời giải

Chọn D

$y'=e^x+1>0\ \ \forall x\in[-2;2]$. Suy ra hàm số y đồng biến trên $[-2;2]$

Suy ra $\max\limits_{[-2;2]}y=y(2)=e^2+2$.

Câu 23: Giá dầu thô WTI hôm nay (ngày 6/1/2023) là 81 USD. Giả sử ngày mai (ngày 7/1/2023) giảm 10% và ngày kia (ngày 8/1/2023) tăng 10%. Hỏi giá dầu thô WTI ngày 8/1/2023 là bao nhiêu USD?

A. 80. **B.** 80,19. **C.** 81. **D.** 81,19.

Lời giải

Chọn D

Giá dầu ngày ngày 7/1/2023 là: $81.\left(1-\frac{10}{100}\right)=72,9$ USD.

Giá dầu ngày ngày 8/1/2023 là: $72,9.\left(1+\frac{10}{100}\right)=80,19$ USD.

Câu 24: Đội thanh niên xung kích gồm 15 học sinh (10 học sinh nam và 5 học sinh nữ). Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh đi làm nhiệm vụ, tính xác suất để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

A. $\frac{13}{21}$. **B.** $\frac{10}{21}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{11}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{15}^2$.

Gọi A là biến cố để 2 học sinh được chọn cùng giới tính.

+) Số cách chọn hai học sinh nam là C_{10}^2

+) Số cách chọn hai học sinh nữ là C_5^2

Từ đó suy ra $n(A)=C_{10}^2+C_5^2$

Xác xuất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^2+C_5^2}{C_{15}^2}=\frac{55}{105}=\frac{11}{21}$.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=6$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng.

A. $u_{10}=33$. **B.** $u_{10}=30$. **C.** $u_{10}=39$. **D.** $u_{10}=36$.

Lời giải

Chọn A

$u_{10}=u_1+9d=6+9.3=33$.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a$, cạnh bên $2a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2}.a.a.2a = a^3$.

Câu 27: Cho khối trụ có bán kính đường tròn đáy $r = a$ và thể tích $V = 2\pi a^3$. Diện tích xung quanh của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = 2\pi a^3 \Leftrightarrow \pi r^2 h = 2\pi a^3 \Leftrightarrow h = 2a$.

Suy ra $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 28: Với mọi cặp số dương a, b thỏa mãn $\log_3 a + 2\log_3 b - 2 = 0$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ab^2 = 9$. **B.** $a + b^2 = 9$. **C.** $a + 2b = 9$. **D.** $ab^2 = 8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_3 a + 2\log_3 b - 2 = 0 \Leftrightarrow \log_3 a + \log_3 b^2 = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(ab^2\right) = 2 \Leftrightarrow ab^2 = 9$.

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.h$ với h chính là đường cao của tam giác SAB.

Do đó, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.h = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.3^2.\sqrt{5^2 - 3^2} = 12\pi$.

Câu 31: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V và M là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích khối chóp $M.ABC$ là

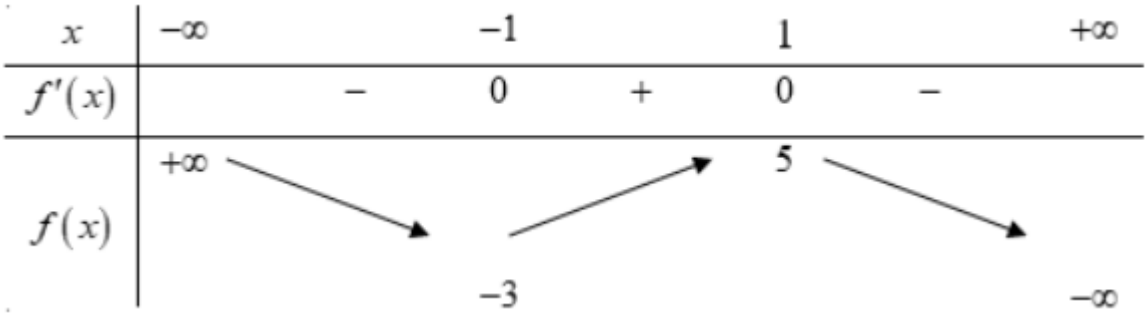
A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$V_{M.ABC}=\frac{1}{3}d(M,(ABC)).S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}d(A'(ABC)).S_{\Delta ABC}=\frac{V}{3}.$$

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $-1\le m\le 1.$ **B.** $-3<m<5.$ **C.** $-3\le m\le 5.$ **D.** $-1<m<1.$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<5$.

Câu 33: Với a là số thực dương tùy ý. Ta có $\log_2(2a^3)$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a.$ **B.** $1+3\log_2 a.$ **C.** $3\log_2 a.$ **D.** $\frac{1}{3}.\log_2 a.$

Lời giải

Chọn B

$\log_2(2a^3)=\log_2 2+\log_2 a^3=1+3\log_2 a$.

Câu 34: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ sao cho $F(1)=2.$ Tính $F(3).$

A. $F(3)=2\ln 3.$ **B.** $F(3)=2-\ln 3.$ **C.** $F(3)=2+\ln 3.$ **D.** $F(3)=-2+\ln 3.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $F(x)=\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C, x\in(0;+\infty)$.

$F(1)=2\Leftrightarrow C=2\Rightarrow F(x)=\ln x+2$.

Vậy $F(3)=\ln 3+2$.

Câu 35: Một khối cầu có thể tích $V=36\pi\,cm^3$. Hỏi bán kính R của khối cầu bằng bao nhiêu?

A. $R=6\,cm.$ **B.** $R=\sqrt{6}\,cm.$ **C.** $R=3\,cm.$ **D.** $R=\sqrt{3}\,cm.$

Lời giải

Chọn C

$V=36\pi\Leftrightarrow\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi\Rightarrow R=3cm$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx). Tính giá trị biểu thức $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2$.

A. 19. **B.** -19 **C.** -9. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng (Oxy), (Oyz), (Ozx) nên tọa độ của chúng là: $A(1;2;0), B(0;2;-3), C(1;0;-3)$.

Do đó, $T = OA^2 + 2OB^2 - 4OC^2 = (1^2 + 2^2 + 0) + 2(0 + 2^2 + 3^2) - 4(1^2 + 0 + 3^2) = -9$.

Câu 37: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 3x + 2}$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định : $(2;+\infty)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 3x + 2} = 0$ nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim\limits_{x\to2^+} y = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 3x + 2} = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{1}{(x-1)\sqrt{x-2}} = +\infty$ nên $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

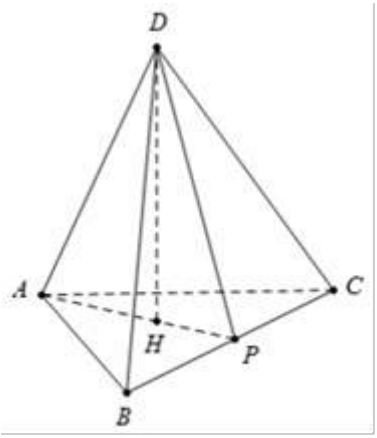
Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 38: Tính thể tích của khối tứ diện đều biết chiều cao tứ diện bằng a.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$ **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh $AB = x$, P là trung điểm BC, đường cao $DH = a$

$AP = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$. Áp dụng định lí Pi-ta-go trong tam giác ADH ta có:

$DH^2 + HA^2 = DA^2 \Rightarrow a^2 + \dfrac{x^2}{3} = x^2 \Rightarrow x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Do đó: $S_{\Delta ABC}=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.DH.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 39: Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\sin x-\cos x}{(\sin x+\cos x)^2-4}$.

A. $\frac{1}{4}\ln\left(\frac{2+\sin x+\cos x}{2-\sin x-\cos x}\right)+C.$ **B.** $-\frac{1}{4}\ln\left(\frac{2+\sin x+\cos x}{2-\sin x-\cos x}\right)+C.$

C. $\frac{1}{4}\ln\left(\frac{2+\sin x-\cos x}{2-\sin x+\cos x}\right)+C.$ **D.** $\frac{1}{4}\ln\left(\frac{\sin x+\cos x+2}{\sin x+\cos x-2}\right)+C.$

Lời giải

Chọn D

$\int f(x)dx=\int\frac{\sin x-\cos x}{(\sin x+\cos x)^2-4}dx$

Đặt $\sin x+\cos x=t\Rightarrow(\sin x-\cos x)dx=-dt$

$\Rightarrow\int f(x)dx=-\int\frac{dt}{t^2-4}=\frac{1}{4}\int(\frac{1}{t+2}-\frac{1}{t-2})dt=\frac{1}{4}\ln\left|\frac{t+2}{t-2}\right|+C=\frac{1}{4}\ln\frac{2+\sin x+\cos x}{2-\sin x-\cos x}+C$.

Câu 40: Cho các số dương a, b thay đổi luôn thỏa mãn $b>a>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a b+\frac{1}{\log_a b-1}$.

A. $2\sqrt{2}$ **B.** $\frac{13}{4}$ **C.** 3 **D.** $3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_a b=t$. Do $1<a<b\Rightarrow\log_a b>1\Rightarrow t>1$. Áp dụng BĐT Co-si cho 2 số dương $t-1;\frac{1}{t-1}$

Ta có: $P=t+\frac{1}{t-1}=(t-1+\frac{1}{t-1})+1\geq 2\sqrt{(t-1).\frac{1}{t-1}}+1=3$.

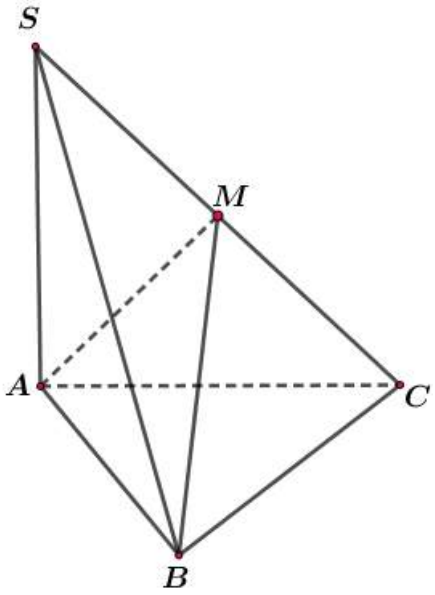
Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow t-1=\frac{1}{t-1}\Leftrightarrow t=2$. Vậy GTNN của P bằng 3 khi $b=a^2$..

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SC, biết $AB=a$, $AC=2a$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.AMB$ theo a.

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Vì M là trung điểm của SC nên

$$V_{S.AMB}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}BA.BC=\frac{1}{12}.a\sqrt{3}.a.\sqrt{4a^2-a^2}=\frac{1}{4}a^3.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(9;6;2)$ và $B(-3;4;6)$. Biết điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. -8. **B.** -7. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

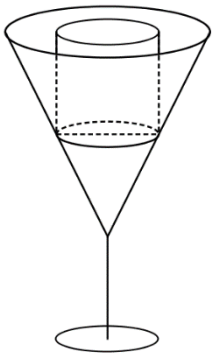
Chọn C

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(3;5;4)$

Khi đó $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right|=2.MI\geq 2.HI$, với $H(3;5;0)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy)

Dấu " = " xảy ra khi $M\equiv H(3;5;0)\Rightarrow a+b=8$.

Câu 43: Một viên đá hình trụ đặc có bán kính đáy bằng $2cm$, chiều cao bằng $4cm$ được đặt vừa khít vào trong một chiếc ly rỗng có phần chứa nước là một hình nón như hình vẽ. Biết rằng chiều cao của phần chứa nước của ly gấp đôi chiều cao viên đá, miệng ly bằng bề mặt viên đá. Tính thể tích nước (ml) cần đổ vào ly cho đầy, làm tròn đến 2 chữ số thập phân sau dấu phẩy, biết do lực đẩy Archimedes, khi đổ nước vào, có 8% thể tích viên đá nổi lên phía trên mặt nước.



A. $84,78ml$. **B.** $130,02ml$. **C.** $87,80ml$. **D.** $83,78ml$.

Lời giải

Chọn D

Gọi r_1, r_2 lần lượt là bán kính đáy của phần chứa nước và viên đá, ta có $r_2 = 2cm, r_1 = 2r_2 = 4cm$.

Gọi h_1, h_2 lần lượt là chiều cao của phần chứa nước và viên đá, ta có $h_2 = 4cm, r_1 = 2r_2 = 8cm$.

Thể tích nước cần đổ vào ly cho đầy là: $V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 - \pi r_2^2 h_2 \approx 83,78$ (ml).

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x^2 + 2x + m)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị?

A. 13. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Nói cách khác, phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và -1.

$$\begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ 0^2 + 2.0 + m \neq 0 \\ (-1)^2 + 2(-1) + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

Có giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ thỏa yêu cầu bài toán là $-10; -9; -8; ...; -1$.

Câu 45: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4}$.

A. $\frac{5 + 2\sqrt{3}}{2}$. **B.** 4. **C.** $5 + 2\sqrt{3}$. **D.** $4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4}$. Điều kiện của phương trình $x > 0$.

$$\log_3^2(3x) - 2\log_3 x^2 = \frac{x^2 - 6x + 9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (1 + \log_3 x)^2 - 4\log_3 x = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (1 - \log_3 x)^2 = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} 1 - \log_3 x = \frac{x-3}{2} \\ -1 + \log_3 x = \frac{x-3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} \log_3 x = \frac{-x+5}{2} \quad (2) \\ \log_3 x = \frac{x-1}{2} \quad (3) \end{array}\right. \end{cases}$$

+ $\log_3 x = \frac{-x+5}{2}(2)$ có nghiệm duy nhất $x = 3$ vì hàm số $y = \log_3 x$ đồng biến, hàm số $y = \frac{-x+5}{2}$ nghịch biến.

+ $\log_3 x = \frac{x-1}{2} \Leftrightarrow \log_3 x - \left(\frac{x-1}{2}\right) = 0$.

Đặt $y=\log_3 x-\left(\frac{x-1}{2}\right)\Rightarrow y'=\frac{1}{x\ln 3}-\frac{1}{2}\Rightarrow y''=\frac{-1}{x^2\ln 3}<0$.

Vậy phương trình (3) có không quá 2 nghiệm. Phương trình (3) có 2 nghiệm $x=1, x=3$.

Vậy tổng các nghiệm là $1+3=4$.

Câu 46: Tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $9^{1-\frac{1}{x^2}}-a.3^{1-\frac{1}{x^2}}+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$9^{1-\frac{1}{x^2}}-a.3^{1-\frac{1}{x^2}}+2=0$

Điều kiện $x\neq 0$.

Đặt $t=3^{1-\frac{1}{x^2}}\left(0<t<3\right)$. Vì $1-\frac{1}{x^2}<1$.

Ta được phương trình $t^2-a.t+2=0\left(2\right)$. Bài toán đưa về tìm số các số nguyên dương a không vượt quá 10 để phương trình $t^2-a.t+2=0\left(2\right)$ có 1 nghiệm duy nhất $t_0,\left(0<t_0<3\right)$.

Vì mỗi $t,\left(0<t<3\right)$thì phương trình $t=3^{1-\frac{1}{x^2}}$ có 2 giá trị phân biệt của x.

$$t^2-a.t+2=0\Leftrightarrow\begin{cases}a=t+\frac{2}{t}\\0<t<3\end{cases}.$$

Đặt $h\left(t\right)=t+\frac{2}{t}\Rightarrow h'\left(t\right)=1-\frac{2}{t^2}=\frac{t^2-2}{t^2}$.

$h'\left(t\right)=0\Rightarrow t=\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

t	0		$\sqrt{2}$		3
$h'(t)$		$-$	0	$+$	
$h(t)$	$+\infty$	↘	$2\sqrt{2}$	↗	$\frac{11}{3}$

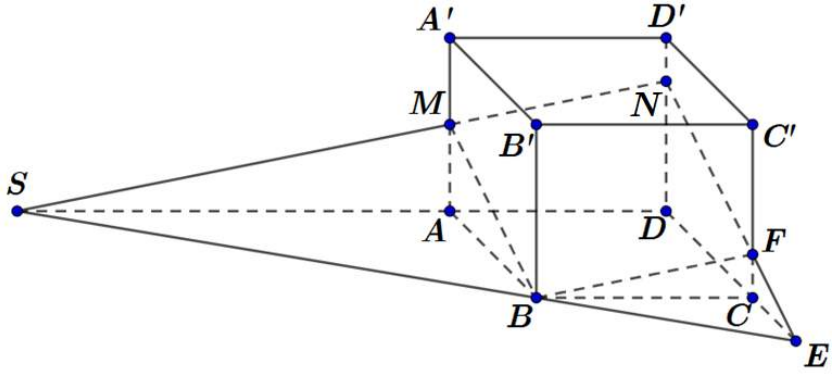
Dựa vào bảng biến thiên ta được $2\sqrt{2}\le a<\frac{11}{3}$. Do a là số nguyên dương nên $a=3$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AA' và N là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $DN=3ND'$. Mặt phẳng $\left(BMN\right)$ chia khối lập phương thành hai phần có thể tích lần lượt là $V_1,V_2\left(V_1<V_2\right)$, tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $S = MN \cap AD$, $E = SB \cap DC$ và $E = NF \cap DC$.

Ta có $\frac{MA}{ND} = \frac{\frac{1}{2}AA'}{\frac{3}{4}DD'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SE} = \frac{SM}{SN} = \frac{MA}{ND} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EF}{EN} = \frac{EC}{ED} = \frac{EB}{ES} = \frac{ES - SB}{ES} = \frac{1}{3}$.

Ta có $V_{MAB.NDCF} = V_{SNDE} - V_{SMAB} - V_{BCFE} = V_{SNDE} - \frac{SM}{SN}\frac{SA}{SD}\frac{SB}{SE}V_{SNDE} - \frac{EF}{EN}\frac{EB}{ES}\frac{EC}{ED}V_{SNDE}$

$= V_{SNDE} - \left(\frac{SM}{SN}\right)^3 V_{SNDE} - \left(\frac{EF}{EN}\right)^3 V_{SNDE} = V_{SNDE} - \left(\frac{2}{3}\right)^3 V_{SNDE} - \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_{SNDE} = \frac{2}{3}V_{SNDE}$.

Mà $V_{SNDE} = \frac{1}{3}ND.S_{SDE} = \frac{1}{6}ND.DS.DE = \frac{1}{6}\frac{3}{4}DD'.3DA.\frac{3}{2}DC = \frac{9}{16}V_{ABCD.A'B'C'D'}$

$\Rightarrow V_{MAB.NDCF} = \frac{2}{3}V_{SNDE} = \frac{3}{8}V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$.

Câu 48: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2+1}{x^4+2x^3-10x^2-2x+1}$ có dạng $F(x) = \frac{a}{b}\ln\left|\frac{x^2-cx-1}{x^2+dx-1}\right|$, trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b+c+d$.

A. 24. **B.** 21. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

$$\int \frac{x^2+1}{x^4+2x^3-10x^2-2x+1}\mathrm{d}x = \int \frac{1+\frac{1}{x^2}}{x^2+2x-10-2\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{\mathrm{d}\left(x-\frac{1}{x}\right)}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\left(x-\frac{1}{x}\right)-8}$$

$$= \frac{1}{6}\int \frac{\left(x-\frac{1}{x}+4\right)-\left(x-\frac{1}{x}-2\right)}{\left(x-\frac{1}{x}-2\right)\left(x-\frac{1}{x}+4\right)}\mathrm{d}\left(x-\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{6}\int\left[\frac{\mathrm{d}\left(x-\frac{1}{x}\right)}{x-\frac{1}{x}-2} - \frac{\mathrm{d}\left(x-\frac{1}{x}\right)}{x-\frac{1}{x}+4}\right]$$

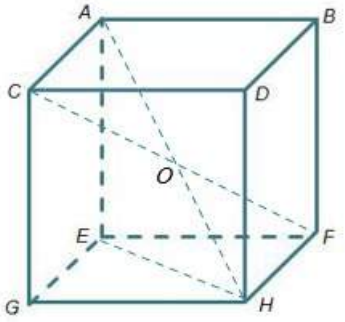
$$=\frac{1}{6}\ln\left|x-\frac{1}{x}-2\right|-\frac{1}{6}\ln\left|x-\frac{1}{x}+4\right|+C=\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-\frac{1}{x}-2}{x-\frac{1}{x}+4}\right|+C=\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x^2-2x-1}{x^2+4x-1}\right|+C.$$

Câu 49: Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$

A. $\frac{\sqrt{15}}{2}a.$ **B.** $\frac{\sqrt{14}}{2}a.$ **C.** $\frac{\sqrt{13}}{2}a.$ **D.** $\frac{\sqrt{11}}{2}a.$

Lời giải

Chọn D



Vì là lăng trụ tứ giác đều nên ta có: $AH=DE=CF=BF$: là các đường chéo của lăng trụ tứ giác đều.

Do vậy tâm O của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều là giao điểm của 4 đường chéo AH,DE,CF,BF.

Ta có $EG=EF=a\Rightarrow EH=a\sqrt{2}\Rightarrow AH=\sqrt{EA^2+EH^2}=a\sqrt{11}$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ tứ giác đều là $R=\frac{AH}{2}=\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$. Tìm tổng các số nguyên m sao cho phương trình $f\left(x^3-3x\right)=m$ có 7 nghiệm phân biệt.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** –2.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=x^3-3x$ (1). Ta có BBT của hàm số $t=x^3-3x$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$t=x^3-3x$	$-\infty$ ↗	2	↘ -2	↗ $+\infty$

Khi đó ta có: $f\left(x^3-3x\right)=m\Leftrightarrow f(t)=m\Leftrightarrow t^3-3t^2+2=m$ (2)

Để phương trình (1) có 7 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có 3 nghiệm t trong đó có 2 nghiệm $t\in(-2;2)$ và 1 nghiệm $t>2$ hoặc $t<-2$.

Ta có BBT của hàm số $y = t^3 - 3t^2 + 2$:

t	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$y = t^3 - 3t^2 + 2$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$

Dựa vào BBT, để thỏa mãn yêu cầu trên thì $m \in (-2;2) \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1;0;1\} \Rightarrow \sum_{-1}^{1} m = 0$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC NINH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(1;2;0)$. **B.** $P(1;1;2)$. **C.** $Q(1;-1;3)$. **D.** $M(1;1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=12x^{2023}(x+1)(3-x), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 3: Một hộp có 5 viên bi màu đen, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất chọn được 2 bi cùng màu bằng

A. $\frac{40}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Câu 4: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $I=\int_1^2\left[3f(x)-2(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I=2$. **B.** $I=4$. **C.** $I=3$. **D.** $I=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

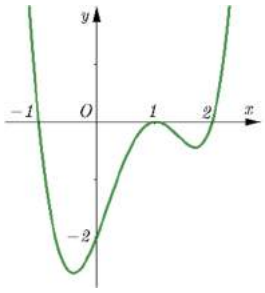
Phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $1<m<5$. **B.** $1<m<3$. **C.** $3<m<5$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 6: Phần ảo của số phức $z=-3+2i$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 8: Nếu bán kính của một khối cầu tăng lên 2 lần thì thể tích của khối cầu đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 16 lần. **B.** 4 lần. **C.** 2 lần. **D.** 8 lần.

Câu 9: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=x^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB=a, SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 120°.

Câu 11: Thể tích khối lập phương có cạnh a bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 12: Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(x)=K.\left(1-\dfrac{1}{e^{v.x}}\right)$, trong đó K là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, v (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, x (ngày) là thời gian học, $f(x)$ là số đơn vị kiến thức đã học được sau x ngày. Giả sử một học sinh cần phải học 35 đơn vị kiến thức. Biết rằng tốc độ tiếp thu của học sinh này là $v=0,28$. Hỏi học sinh đó sẽ nhớ được bao nhiêu đơn vị kiến thức sau 7 ngày (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 31. **B.** 30. **C.** 26. **D.** 21.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+2}{-2}$. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -4.

Câu 15: Nếu $f(1)=12$ và $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=17$ thì giá trị của $f(4)$ bằng

A. 9. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 5.

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD, $AB=SA=a$. Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SAD) bằng

A. $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 17: Cho biết phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có nghiệm $3-2i$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 19. **B.** -19. **C.** 7. **D.** -7.

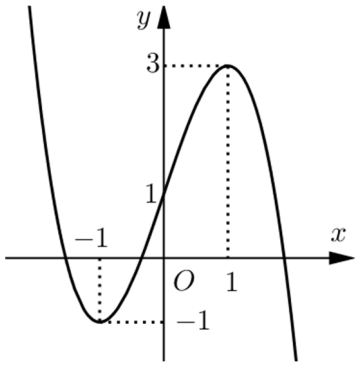
Câu 18: Cho một khối trụ có độa dài đường sinh là l và bán kính của đường tròn đáy là r. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp}=\pi r(l+r)$. **B.** $S_{xq}=2\pi r(l+2r)$. **C.** $S_{xq}=2\pi r(l+r)$. **D.** $S_{xq}=\pi r(2l+r)$.

Câu 19: Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $y=\ln(2x^2+1)$ có đạo à là

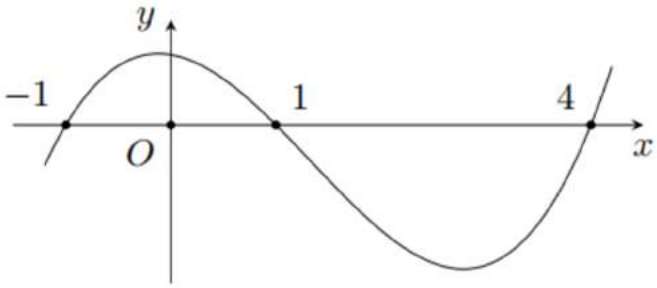
A. $y'=\dfrac{2x}{2x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2x^2+1}$. **C.** $y'=4x\ln(2x^2+1)$. **D.** $y'=\dfrac{4x}{2x^2+1}$.

Câu 20: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D; Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=4$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Câu 23: Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x+2}$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;2)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $P(2;-1)$. **D.** $M(-2;3)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;0), B(a;b;c), I(3;1;1)$. Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=2$. **B.** $a+b+c=8$. **C.** $a+b+c=4$. **D.** $a+b+c=6$.

Câu 25: Tích các nghiệm của phương trình $6\log^2_4 x-\log_4 x^3+\frac{1}{5}=0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\sqrt[3]{2}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Câu 26: Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(3;-4)$. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-1=0$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm

A. $I_4(1;-2;0)$. **B.** $I_1(1;-2;-1)$. **C.** $I_2(1;1;1)$. **D.** $I_3(-2;4;-1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=4-3t\end{cases}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oxy). Phương trình tham số của d' là

A. $\begin{cases}x=1+t'\\y=1+2t'\\z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t'\\y=-1-2t'\\z=4-3t'\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t'\\y=1+2t'\\z=-4+3t'\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t'\\y=1+2t'\\z=-4-3t'\end{cases}$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=12x^5$?

A. $y=12x^6$. **B.** $y=12x^6+5$. **C.** $y=2x^6+3$. **D.** $y=60x^4$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P):2x+y-2z-1=0$, $(Q):6x+3y-6z+15=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P),(Q)$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 31: Số tập con gồm hai phần tử của tập A có 10 phần tử là

A. 20. **B.** 45. **C.** 10. **D.** 90.

Câu 32: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-4z+5=0$. Giá trị của $P=|z_1|^2+|z_2|^2$ là

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 33: Bất phương trình $\log(x-1)\le 2$ có tập nghiệm là

A. $(1;3]$. **B.** $(0;101]$. **C.** $(1;101]$. **D.** $(-\infty;101]$.

Câu 34: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị u_5 bằng

A. 768. **B.** 19. **C.** 23. **D.** -13.

Câu 35: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x, Ox, x=0, x=\pi$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

A. 1. **B.** 2π. **C.** 2. **D.** π.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 37: Bất phương trình $3^{|x|}<81$ có tập nghiệm là

A. $[0;4]$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-4;4)$.

Câu 38: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \cos x\,dx=-\cos x+C$. **B.** $\int \cos x\,dx=\cos x+C$.

C. $\int \cos x\,dx=\sin x+C$. **D.** $\int \cos x\,dx=-\sin x+C$.

Câu 39: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ sao cho bất phương trình sau đây có nghiệm thực $3^{x^2-2x+1}-\log_5\left(x^2-2x+6\right)^8+10-\sqrt{-x^2+2x+m}<0$

Tổng tất các phần tử của S bằng

A. 5044. **B.** 4914. **C.** 5014. **D.** 5022.

Câu 40: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A,B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng:

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=-x^4+2m^2x^2+m^3$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4038. **B.** 4045. **C.** 2019. **D.** 4036.

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\frac{1+x^2+y^2}{x-2y}\le 4^{x-2y}-2.2^{x^2+y^2}+1$?

A. 6. **B.** 13. **C.** 21. **D.** 9.

Câu 43: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V=\frac{3a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{8}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f(0)=-2$, $(x^2+1)f'(x)+xf(x)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{1+f(x)}$, hai trục tọa độ và đường thẳng $x=3$. Quay (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng V (đơn vị thể tích). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V\in(11;13)$. **B.** $V\in(5;9)$. **C.** $V\in(15;20)$. **D.** $V\in(35;38)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1),B(-1;2;0),C(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha):2x-y+2z+7=0$. Điểm M chạy tùy ý trên (α). Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m\in(24;28)$. **B.** $m\in(20;24)$. **C.** $m\in(10;20)$. **D.** $m\in(28;47)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z+11=0$. Lấy điểm M tùy ý trên (α). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S), với A,B,C là các tiếp tuyến đôi một phân biệt. Khi M thay đổi thì mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $-\frac{3}{4}$. **D.** 0.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^{e^3}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=7$, $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\sin x\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int\limits_1^3\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** -10. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 48: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|$ thuộc khoảng nào?

A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2-x+m\right|$ có bốn điểm cực tiểu x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $\left(x_1^2+1\right)\left(x_2^2+1\right)\left(x_3^2+1\right)\left(x_4^2+1\right)\geq 68$. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 8. **B.** 32. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cuả số phức $w=z(1+i)$ là đường tròn nào dưới đây?

A. Đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=3$.

D. Đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.A**	**3.C**	**4.B**	**5.B**	**6.D**	**7.A**	**8.D**	**9.C**	**10.C**
11.C	**12.B**	**13.C**	**14.A**	**15.B**	**16.D**	**17.D**	**18.C**	**19.D**	**20.A**
21.C	**22.B**	**23.D**	**24.D**	**25.B**	**26.D**	**27.A**	**28.C**	**29.C**	**30.A**
31.B	**32.B**	**33.C**	**34.B**	**35.C**	**36.C**	**37.D**	**38.C**	**39.C**	**40.B**
41.A	**42.B**	**43.B**	**44.D**	**45.A**	**46.A**	**47.D**	**48.D**	**49.A**	**50.A**

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(1;2;0)$. **B.** $P(1;1;2)$. **C.** $Q(1;-1;3)$. **D.** $M(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng ta thấy

Phương án A: $1+2+0-3=0$ (luôn đúng). Do đó điểm $N(1;2;0)$ thuộc mặt phẳng (α).

Phương án B: $1+1+2-3=0$ (vô lí). Do đó điểm $P(1;1;2)$ không thuộc mặt phẳng (α).

Phương án C: $1-1+3-3=0$ (luôn đúng). Do đó điểm $Q(1;-1;3)$ thuộc mặt phẳng (α).

Phương án D: $1+1+1-3=0$ (luôn đúng). Do đó điểm $M(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (α).

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=12x^{2023}(x+1)(3-x), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow 12x^{2023}(x+1)(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 3: Một hộp có 5 viên bi màu đen, 4 viên bi màu trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất chọn được 2 bi cùng màu bằng

A. $\frac{40}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^2$

Gọi A là biến cố: " 2 bi cùng màu bằng"

+ Chọn 2 bi cùng màu đen: có C_5^2

+ Chọn 2 bi cùng màu đen: có C_4^2

Suy ra $n(A)=C_5^2+C_4^2=16$

Suy ra xác suất chọn được 2 bi cùng màu là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$.

Câu 4: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $I = \int_1^2 \left[3f(x) - 2(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $I = 2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_1^2 \left[3f(x) - 2\right]\mathrm{d}x = 3\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x - 2\int_1^2 \mathrm{d}x = 3.2 - 2x\Big|_1^2 = 6 - 2 = 4$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $1 < m < 5$. **B.** $1 < m < 3$. **C.** $3 < m < 5$. **D.** $-1 < m < 2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra $f(x) = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 3$.

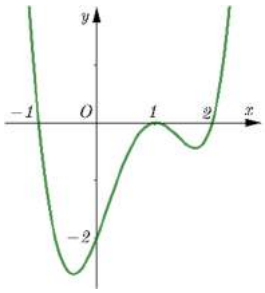
Câu 6: Phần ảo của số phức $z = -3 + 2i$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8: Nếu bán kính của một khối cầu tăng lên 2 lần thì thể tích của khối cầu đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 16 lần. **B.** 4 lần. **C.** 2 lần. **D.** 8 lần.

Lời giải

Chọn D

$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3$

$V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 = \frac{4}{3}\pi (2R_1)^3 = 8.\frac{4}{3}\pi R_1^3 = 8V_1$

Câu 9: Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ có đạo hàm là

A. $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

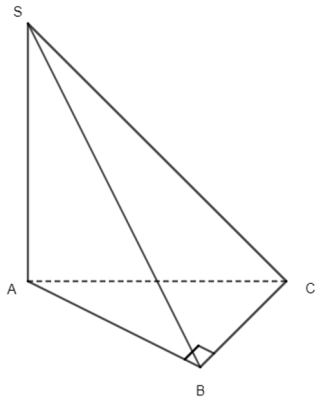
Chọn C

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB=a, SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 120°.

Lời giải

Chọn C



ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB=a$ nên $AC=a\sqrt{2}$.

Tam giác SAC có $SA=AC=a\sqrt{2}$ và $SA\perp AC$ (Vì SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) nên ΔSAC vuông cân tại A. Từ đó suy ra $(SC,(ABC))=\widehat{SCA}=45^\circ$.

Câu 11: Thể tích khối lập phương có cạnh a bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lập phương có cạnh a bằng a^3.

Câu 12: Các nhà tâm lí học sử dụng mô hình hàm số để mô phỏng quá trình học tập của một học sinh như sau: $f(x)=K.\left(1-\dfrac{1}{e^{v.x}}\right)$, trong đó K là tổng số đơn vị kiến thức học sinh phải học, v (kiến thức/ngày) là tốc độ tiếp thu của học sinh, x (ngày) là thời gian học, $f(x)$ là số đơn vị kiến thức đã học được sau x ngày. Giả sử một học sinh cần phải học 35 đơn vị kiến thức. Biết rằng tốc độ tiếp thu của học sinh này là $v=0,28$. Hỏi học sinh đó sẽ nhớ được bao nhiêu đơn vị kiến thức sau 7 ngày (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 31. **B.** 30. **C.** 26. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B

Đơn vị kiến thức học sinh đó nhớ được sau 7 ngày là $f(7)=35.\left(1-\dfrac{1}{e^{7.0,28}}\right)\approx 30$.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là $y(0)=3$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+2}{-2}$. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có hoành độ bằng

A. -2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $d\cap(Oxy)=M(x_0;y_0;0)$.

Thay tọa độ điểm M vào $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+2}{-2}$ ta được $\dfrac{x_0-1}{3}=\dfrac{y_0}{5}=\dfrac{0+2}{-2}=-1\Rightarrow\begin{cases}x_0=-2\\y_0=-5\end{cases}$.

Vậy $M(-2;-5;0)$.

Câu 15: Nếu $f(1)=12$ và $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=17$ thì giá trị của $f(4)$ bằng

A. 9. **B.** 29. **C.** 19. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

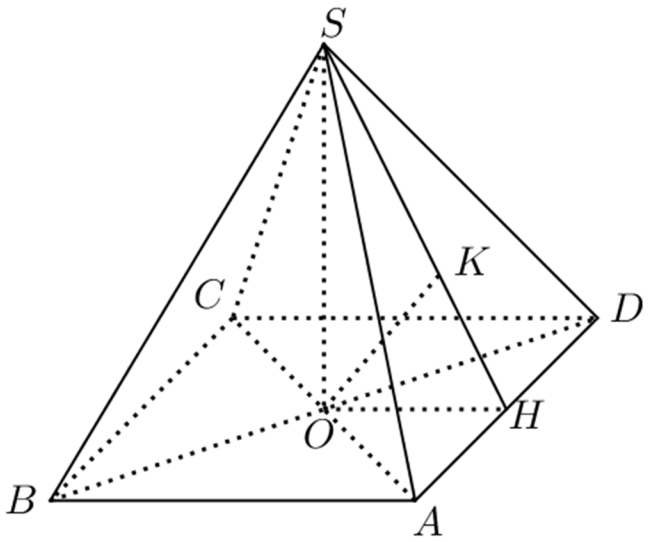
Ta có $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=f(4)-f(1)\Leftrightarrow 17=f(4)-12\Rightarrow f(4)=29$.

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là giao điểm của AC và BD, $AB=SA=a$. Khoảng cách từ O tới mặt phẳng (SAD) bằng

A. $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AD, K là hình chiếu vuông góc của O lên SH.

Ta có $AB\perp SO, AB\perp OH$ suy ra $AB\perp(SOH)\Rightarrow AB\perp OK$.

Khi đó $AB\perp OK, OK\perp SH\Rightarrow OK\perp(SAD)$ hay $d(O,(SAD))=OK$.

Ta có $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, OH=\dfrac{a}{2}\Rightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d(O,(SAD))=OK=\dfrac{SO.OH}{SH}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot\dfrac{a}{2}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{a}{\sqrt{6}}$.

Câu 17: Cho biết phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có nghiệm $3-2i$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 19. **B.** −19. **C.** 7. **D.** −7.

Lời giải

Chọn D

Do phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có nghiệm $3-2i$, Khi đó $(3-2i)^2+a(3-2i)+b=0\Leftrightarrow 3a+b+5+(-2a-12)i=0\Leftrightarrow\begin{cases}3a+b+5=0\\-2a-12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-6\\b=13\end{cases}$.

Vậy $a+b=7$.

Câu 18: Cho một khối trụ có độa dài đường sinh là l và bán kính của đường tròn đáy là r. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp}=\pi r(l+r)$. **B.** $S_{xq}=2\pi r(l+2r)$. **C.** $S_{xq}=2\pi r(l+r)$. **D.** $S_{xq}=\pi r(2l+r)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{xq}=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi r(l+r)$.

Câu 19: Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, hàm số $y=\ln(2x^2+1)$ có đạo à là

A. $y'=\dfrac{2x}{2x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2x^2+1}$.

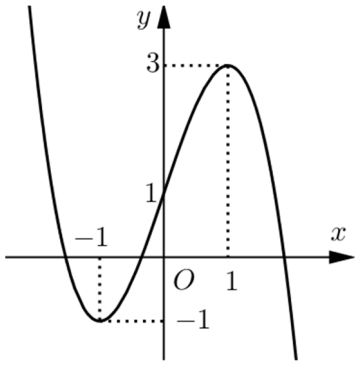
C. $y'=4x\ln(2x^2+1)$. **D.** $y'=\dfrac{4x}{2x^2+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{(2x^2+1)'}{2x^2+1}=\dfrac{4x}{2x^2+1}$.

Câu 20: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



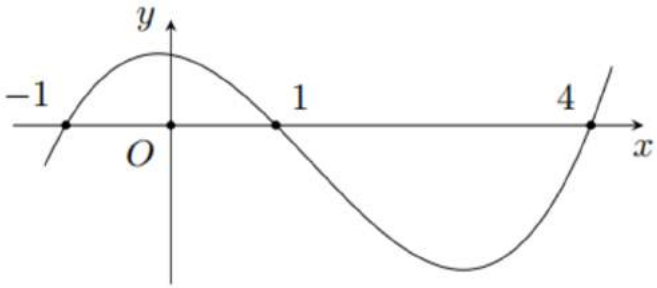
A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+2x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $y'=0$ có nghiệm $x=\pm1$ và $a<0$

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=4$.

Lời giải

Chọn C

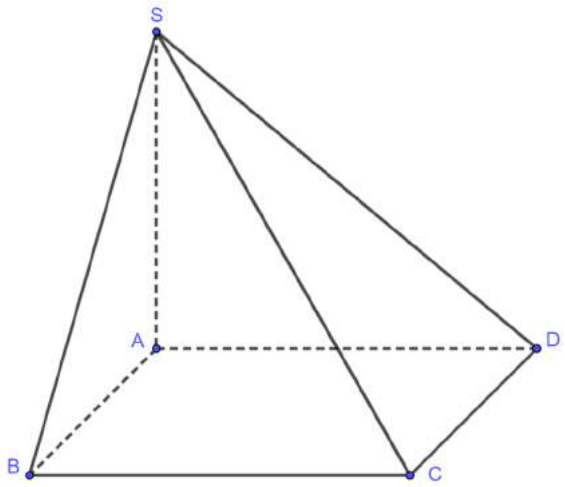
Do $f'(x)$ đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ khi qua điểm $x=1$ nên $x=1$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $9a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=a^3$.

Câu 23: Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x+2}$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;2)$. **B.** $M(3;-2)$. **C.** $P(2;-1)$. **D.** $M(-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là: $x=-2$ và $y=3$.

Nên giao điểm của 2 đường tiệm cận là điểm $M(-2;3)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;0), B(a;b;c), I(3;1;1)$. Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c=2$. **B.** $a+b+c=8$. **C.** $a+b+c=4$. **D.** $a+b+c=6$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết: $\begin{cases}2.3=a+2\\2.1=b+2\\2.1=c\end{cases}\Rightarrow a+b+c=6+2+2-2-2=6.$

Câu 25: Tích các nghiệm của phương trình $6\log^2_4 x-\log_4 x^3+\frac{1}{5}=0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $\sqrt[3]{2}$. **D.** $\frac{1}{30}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $\log_4 x = t$ thì phương trình trở thành: $6t^2 - 3t + \frac{1}{5} = 0$, do $\Delta = 9 - \frac{24}{5} > 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt, nên phương trình ban đầu luôn có 2 nghiệm phân biệt.

Ta có: $x_1.x_2 = 4^{t_1}.4^{t_2} = 4^{t_1+t_2} = 4^{0,5} = 2$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình ban đầu bằng 2.

Câu 26: Cho số phức z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $A(3;-4)$. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 3 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm

A. $I_4(1;-2;0)$. **B.** $I_1(1;-2;-1)$. **C.** $I_2(1;1;1)$. **D.** $I_3(-2;4;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 6$.

Suy ra tâm của mặt cầu (S) là $I_4(1;-2;0)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oxy). Phương trình tham số của d' là

A. $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 - t' \\ y = -1 - 2t' \\ z = 4 - 3t' \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = -4 + 3t' \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = -4 - 3t' \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $d \cap (Oxy) = A \Rightarrow A\left(\frac{7}{3}; \frac{11}{3}; 0\right)$.

Lấy điểm $M(1;1;4) \in d$.

Gọi H là hình chiếu của M xuống mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(1;1;0)$.

Gọi M' đối xứng với M qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow M'(1;1;-4)$.

Suy ra đường thẳng d' đi qua hai điểm A, M'.

Ta có $\overrightarrow{M'A} = \left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; 4\right) = \frac{4}{3}(1;2;3)$.

Suy ra đường thẳng d' đi qua điểm $M'(1;1;-4)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;3)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 1 + 2t' \\ z = -4 + 3t' \end{cases}$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 12x^5$?

A. $y = 12x^6$. **B.** $y = 12x^6 + 5$. **C.** $y = 2x^6 + 3$. **D.** $y = 60x^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = \left(2x^6 + 3\right)' = 12x^5$. Suy ra hàm số $y = 2x^6 + 3$ là một nguyên hàm của hàm số $y = 12x^5$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): 2x + y - 2z - 1 = 0$, $(Q): 6x + 3y - 6z + 15 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(Q): 6x + 3y - 6z + 15 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z + 5 = 0$. Lấy $M(0;1;0) \in (P)$.

Vậy $d\left((P),(Q)\right) = d\left(M,(Q)\right) = \frac{|1+5|}{\sqrt{1+4+4}} = 2.$

Câu 31: Số tập con gồm hai phần tử của tập A có 10 phần tử là

A. 20. **B.** 45. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải

Chọn B

Số tập con gồm hai phần tử của tập A có 10 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử. Do đó có $C_{10}^2 = 45$.

Câu 32: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$\Delta' = (-2)^2 - 1.5 = -1 < 0$

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt là: $z_1 = 2 + i$ và $z_1 = 2 - i$.

$P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |2+i|^2 + |2-i|^2 = \left(\sqrt{2^2+1^2}\right)^2 + \left(\sqrt{2^2+(-1)^2}\right)^2 = 10.$

Câu 33: Bất phương trình $\log(x-1) \le 2$ có tập nghiệm là

A. $(1;3]$. **B.** $(0;101]$. **C.** $(1;101]$. **D.** $(-\infty;101]$.

Lời giải

Chọn C

$\log(x-1) \le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 \le 10^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \le 101 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \le 101$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (1;101]$.

Câu 34: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_5 bằng

A. 768. **B.** 19. **C.** 23. **D.** -13.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.4 = 19$.

Câu 35: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sin x, Ox, x = 0, x = \pi$. Diện tích của hình phẳng (H) bằng

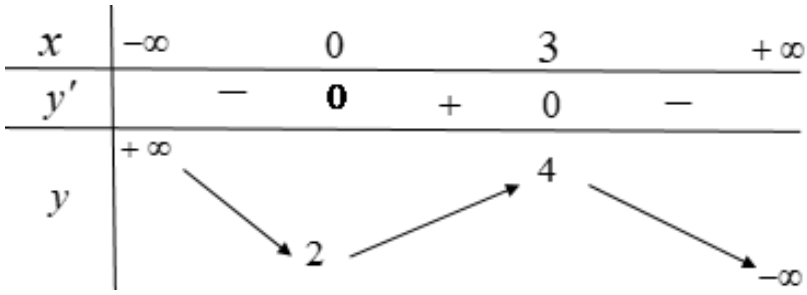
A. 1. **B.** 2π. **C.** 2. **D.** π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x, Ox, x=0, x=\pi$ là $S=\int_0^{\pi}|\sin x|dx=\int_0^{\pi}\sin x dx=-\cos x\Big|_0^{\pi}=-(\cos\pi-\cos 0)=2$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 37: Bất phương trình $3^{|x|}<81$ có tập nghiệm là

A. $[0;4]$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-4;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{|x|}<81\Leftrightarrow 3^{|x|}<3^4\Leftrightarrow |x|<4\Leftrightarrow -4<x<4$.

Câu 38: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\cos x dx=-\cos x+C$. **B.** $\int\cos x dx=\cos x+C$.

C. $\int\cos x dx=\sin x+C$. **D.** $\int\cos x dx=-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\cos x dx=\sin x+C$.

Câu 39: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-100;100]$ sao cho bất phương trình sau đây có nghiệm thực

$3^{x^2-2x+1}-\log_5(x^2-2x+6)^8+10-\sqrt{-x^2+2x+m}<0$

Tổng tất các phần tử của S bằng

A. 5044. **B.** 4914. **C.** 5014. **D.** 5022.

Lời giải

Chọn C

$3^{x^2-2x+1}-\log_5(x^2-2x+6)^8+10-\sqrt{-x^2+2x+m}<0$

$\Leftrightarrow 3^{(x-1)^2}-8\log_5\left[(x-1)^2+5\right]+10-\sqrt{-(x-1)^2+1+m}<0$.

Đặt $t=(x-1)^2$, $(t\geq 0)$. Bất phương trình trở thành: $3^t-8\log_5(t+5)+10-\sqrt{-t+1+m}<0$.

Xét hàm số $f(t)=3^t-8\log_5(t+5)+10-\sqrt{-t+1+m}$ với $t\geq 0$.

$f'(t)=3^t\ln 3-8.\frac{1}{(t+5).\ln 5}+\frac{1}{2\sqrt{-t+1+m}}$

Với mọi $t\geq 0$ ta có $t+5\geq 5\Leftrightarrow (t+5)\ln 5>8\Rightarrow 8.\frac{1}{(t+5)\ln 5}<1$

$\Rightarrow 3^t\ln 3-8\frac{1}{(t+5)\ln 5}>0,\forall t\geq 0$

$\Rightarrow f'(t)=3^t\ln 3-8.\dfrac{1}{(t+5).\ln 5}+\dfrac{1}{2\sqrt{-t+1+m}}>0,\forall t\ge 0$

Do đó hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)\Rightarrow f(t)\ge f(0)=3-\sqrt{1+m}$, $\forall t\ge 0$

Để bất phương trình có nghiệm thực $\Leftrightarrow 3-\sqrt{1+m}<0\Leftrightarrow 1+m>9\Leftrightarrow m>8$.

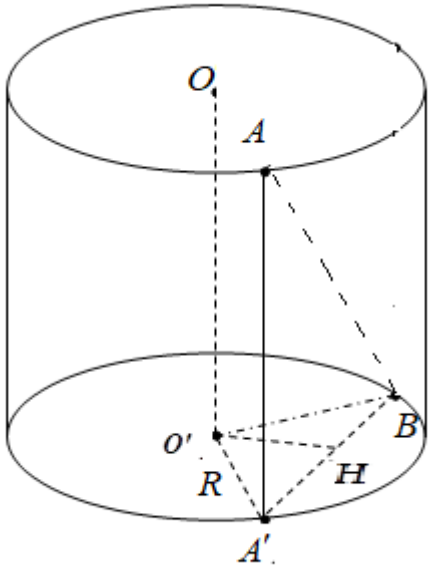
Mà $m\in\mathbb{Z}, m\in[-100;100]\Rightarrow m\in\{9;10;11;....;100\}$.

Tổng các phần tử của tập S là: $9+10+11+....+100=\dfrac{(9+100)92}{2}=5014$.

Câu 40: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Hai điểm A,B lần lượt nằm trên hai đường tròn đáy sao cho khoảng cách giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng $\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ bằng:

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Lời giải



Chọn B

Kẻ $AA'//OO'$ (A' thuộc đường tròn đáy của hình trụ)

Gọi H là trung điểm của $A'B$

Có $\begin{cases}O'H\perp A'B\\ O'H\perp AA'\end{cases}\Rightarrow O'H\perp(ABA')$

$d(AB;OO')=d\left(OO';(ABA')\right)=d\left(O';(ABA')\right)=O'H=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow A'B=2\sqrt{R^2-\left(\dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2}=R$.

Góc giữa đường thẳng AB và trục của hình trụ là góc giữa AB và AA', là góc $\angle BAA'$

Xét tam giác ABA' vuông tại A', có $\tan BAA'=\dfrac{A'B}{AA'}=\dfrac{R}{R\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\angle BAA'=30^0$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để hàm số $y=-x^4+2m^2x^2+m^3$ nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$?

A. 4038. **B.** 4045. **C.** 2019. **D.** 4036.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = -4x^3 + 4m^2x = 4x\left(m^2 - x^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m \end{array}\right.$

Nếu $m = 0$ ta có bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+		−	

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$ (không thỏa mãn).

Nếu $m \neq 0$, y' có 3 nghiệm phân biệt và có xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$-\lvert m\rvert$		0		$\lvert m\rvert$		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	

Để hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-4;0)$ thì $-\lvert m\rvert \le -4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 4 \\ m \le -4 \end{array}\right.$

Kết hợp giả thiết $m \in [-2022;2022]$ ta được $m \in [-2022;-4] \cup [4;2022]$

Số giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài là 4038. Chọn đáp án A

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2 \dfrac{1+x^2+y^2}{x-2y} \le 4^{x-2y} - 2.2^{x^2+y^2} + 1$?

A. 6. **B.** 13. **C.** 21. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Đk: $x - 2y > 0 (1)$

$\log_2 \dfrac{1+x^2+y^2}{x-2y} \le 4^{x-2y} - 2.2^{x^2+y^2} + 1 \Leftrightarrow \log_2(1+x^2+y^2) - \log_2(x-2y) \le 2^{2x-4y} - 2^{1+x^2+y^2} + 1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(1+x^2+y^2\right) + 2^{1+x^2+y^2} \le \log_2\left(2x-4y\right) + 2^{2x-4y}$ (*)

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 2^t, t > 0; f'(t) = \dfrac{1}{t \ln 2} + 2^t \ln 2 > 0, \forall t > 0$

Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

$(*) \Leftrightarrow 1 + x^2 + y^2 \le 2x - 4y \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 \le 4$ (**).

Có $(x-1)^2 \le 4 \Leftrightarrow -2 \le x-1 \le 2 \Leftrightarrow -1 \le x \le 3$. Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-1;0;1;2;3\}$

+)Với $x = -1 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow (y+2)^2 \le 0 \Leftrightarrow y = -2 (T / m(1))$

+)Với $x = 0 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow (y+2)^2 \le 3, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-3;-2;-1\} (T / m(1))$

+)Với $x = 1 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow (y+2)^2 \le 4, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-4;-3;-2;-1;0\} (T / m(1))$

+)Với $x = 2 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow (y+2)^2 \le 3, y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{-3;-2;-1\} (T / m(1))$

+)Với $x = 3 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow (y+2)^2 \le 0 \Leftrightarrow y = -2 (T / m(1))$

Vậy có tất cả 13 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa đề bài.

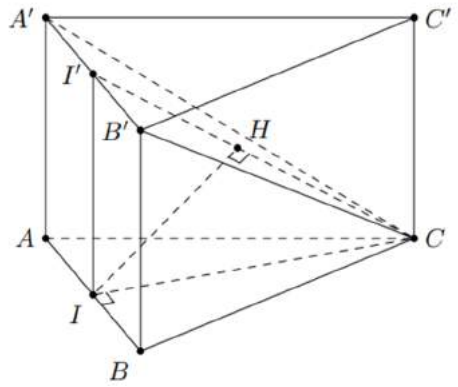
**) Chú ý: có thể thay việc đối chiếu điều kiện (1) ở tất cả các trường hợp trên bằng nhận xét: Hình tròn tâm I(1;-2), bán kính R=2 nằm hoàn toàn bên dưới đường thẳng x-2y = 0, nên tất cả các điểm M(x;y) thuộc hình tròn đều có tọa độ thỏa (1)*

Câu 43: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ bằng $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của AB và $A'B'$ suy ra $IC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của I lên cạnh $I'C$ suy ra $\mathrm{d}\left(I,\left(A'B'C\right)\right)=IH$.

Ta có $AB\parallel A'B'$ nên $\mathrm{d}\left(AB,A'C\right)=\mathrm{d}\left(AB,\left(A'B'C\right)\right)=\mathrm{d}\left(I,\left(A'B'C\right)\right)=IH=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Khi đó $\dfrac{1}{IH^2}=\dfrac{1}{IC^2}+\dfrac{1}{II'^2}\Leftrightarrow II'=a\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a\sqrt{3}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f\left(0\right)=-2$, $\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Gọi $\left(H\right)$ là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{1+f\left(x\right)}$, hai trục tọa độ và đường thẳng $x=3$. Quay $\left(H\right)$ quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng V (đơn vị thể tích). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V\in\left(11;13\right)$. **B.** $V\in\left(5;9\right)$. **C.** $V\in\left(15;20\right)$. **D.** $V\in\left(35;38\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, ta có

$$\left(x^2+1\right)f'\left(x\right)+xf\left(x\right)=-x\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}f'\left(x\right)+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}f\left(x\right)=-\frac{x}{x^2+1}$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+1}f\left(x\right)\right)'=\left(-\sqrt{x^2+1}\right)'\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}f\left(x\right)=-\sqrt{x^2+1}+C.$$

Vì $f\left(0\right)=-2$ nên $C=-1$. Suy ra $f\left(x\right)=-1-\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Khi đó $g\left(x\right)=\dfrac{1}{1+f\left(x\right)}=-\sqrt{x^2+1}$.

Thể tích khối tròn xoay là $V=\pi\int\limits_0^3 g^2\left(x\right)\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^3\left(-\sqrt{x^2+1}\right)^2\mathrm{d}x=12\pi$.

Vậy $V=12\pi\approx37,699\in\left(35;38\right)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;1), B(-1;2;0), C(3;-1;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+7=0$. Điểm M chạy tùy ý trên (α). Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m\in(24;28)$. **B.** $m\in(20;24)$. **C.** $m\in(10;20)$. **D.** $m\in(28;47)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I sao cho $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow I=\dfrac{3A+5B-7C}{3+5-7}=(-23;20;-9)$

Ta có : $d\left(I;(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2.(-23)-20+2.(-9)+7\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{77}{3}$.

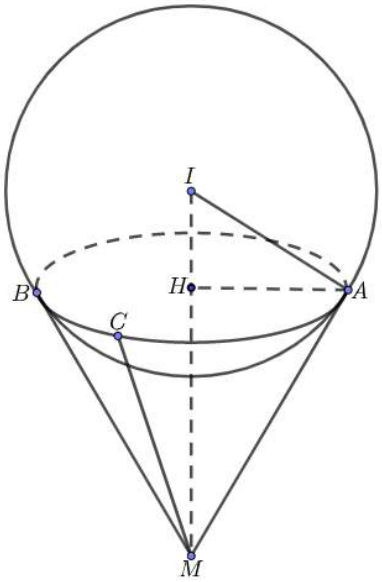
Xét $\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}+\left(3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}\right)\right|=MI\geq d\left(I;(\alpha)\right)=\dfrac{77}{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=12$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z+11=0$. Lấy điểm M tùy ý trên (α). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S), với A, B, C là các tiếp tuyến đôi một phân biệt. Khi M thay đổi thì mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm cố định $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{4}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A



Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$, do $M\in(\alpha)\Leftrightarrow x_0-2y_0+2z_0+11=0.$

Ta có: $\overrightarrow{IM}=(x_0-1;y_0-1;z_0-1)$, $(ABC)=(x_0-1)(1-x)+(y_0-1)(1-y)+(z_0-1)(1-z)=0$

$IH=\mathrm{d}\left(I,(ABC)\right)=\dfrac{\left|(x_0-1)(1-a)+(y_0-1)(1-b)+(z_0-1)(1-c)\right|}{\sqrt{(x_0-1)^2+(y_0-1)^2+(z_0-1)^2}}$

$IA^2=IH.IM\Leftrightarrow 12=\left|x_0(1-a)+y_0(1-b)+z_0(1-c)+a+b+c-3\right|$ Do H là điểm cố định nên:

$\begin{cases}1-a=k\\1-b=-2k\\1-c=2k\end{cases}\Leftrightarrow|-12k|=12\Leftrightarrow|k|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\k=-1(\text{L})\end{array}\right.$ (do I,M khác phía so với mặt phẳng (ABC)). Suy ra $H(0;3;-1)$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^{e^3}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=7$, $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\sin x\mathrm{d}x=3$. Giá trị của $\int\limits_1^3\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** -10. **C.** 15. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_1^{e^3}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^{e^3}f(\ln x)\mathrm{d}(\ln x)=\int\limits_0^3f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^3f(x)\mathrm{d}x=7$.

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\sin x\mathrm{d}x=-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\mathrm{d}(\cos x)=-\int\limits_1^0f(u)\mathrm{d}u=\int\limits_0^1f(x)\mathrm{d}x=3$.

Khi đó $\int\limits_1^3\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^3f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^1f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 2x\mathrm{d}x=7-3+8=12$.

Câu 48: Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|$ thuộc khoảng nào?

A. $(4;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(7;8)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A, B lần lượt là biểu diễn của z và w trên mặt phẳng phức $\Rightarrow OA=OB=1$

Ta có $|z+w|^2+|z-w|^2=2\left(|z|^2+|w|^2\right)\Leftrightarrow 2+|z-w|^2=4\Rightarrow|z-w|=\sqrt{2}\Rightarrow AB=\sqrt{2}$.

Nên tam giác OAB vuông cân tại O.

Đặt $z=\cos x+i\sin x$ và $w=\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)i$ hay $w=\sin x+\cos xi$.

$\Rightarrow A(\cos x;\sin x)$ và $B(\sin x;\cos x)$

$P=\left|w-\frac{4}{z}+2\left(1+\frac{w}{z}\right)i\right|=\frac{|wz-4+2iz+2wi|}{|z|}=|wz+2iz-4+2wi|=|(w+2i)(z+2i)|$

$P=|(w+2i)(z+2i)|=|w+2i||z+2i|=CA.CB$ với $C(0;-2)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{CA}=(\cos x;\sin x-2)\\\overrightarrow{CB}=(\sin x;\cos x-2)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}CA=\sqrt{\cos^2x+(\sin x+2)^2}=\sqrt{4\sin x+5}\\CB=\sqrt{\sin^2x+(\cos x+2)^2}=\sqrt{4\cos x+5}\end{cases}$.

Khi đó $P=\sqrt{4\sin x+5}\sqrt{4\cos x+5}=\sqrt{16\sin x\cos x+20(\sin x+\cos x)+25}$.

Đặt $t=\sin x+\cos x\Rightarrow\begin{cases}t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\\2\sin x\cos x=t^2-1\end{cases}$.

Khi đó $P=\sqrt{8t^2+20t+17}=\sqrt{8\left(t+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{9}{2}}\geq\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\sin x+\cos x=\frac{-5}{4}$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2-x+m\right|$ có bốn điểm cực tiểu x_1,x_2,x_3,x_4 thỏa mãn $\left(x_1^2+1\right)\left(x_2^2+1\right)\left(x_3^2+1\right)\left(x_4^2+1\right)\geq 68$. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 8. **B.** 32. **C.** 4. **D.** 16.

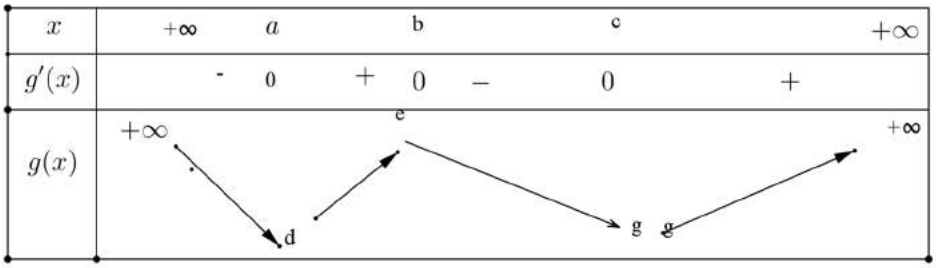
Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=x^4+x^3-5x^2-x+m\Rightarrow g'(x)=4x^3+3x^2-10x-1$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3+3x^2-10x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\approx-1.96\\x=b\approx-0.098.\\x=c\approx 1.31\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên



Trong đó $d\approx-10,2+m, e\approx 0.049+m, g\approx-4.69+m.$

Để hàm số $f(x)=\left|x^4+x^3-5x^2-x+m\right|$ có 4 điểm cực tiểu điều kiện là

$$\begin{cases}m+0.049>0\\m-4,69<0\end{cases}\Leftrightarrow -0.049<m<4.69.$$

$$x^4+x^3-5x^2-x+m=0\Leftrightarrow\left(x^2+1\right)^2+\left(x^2+1\right)(x-7)-2x+m+6=0$$

Đặt $t=x^2+1,(t\geq 1)$. ta được phương trình $t^2+t(x-7)-2x+m+6=0$

$$t^2+x(t-2)-7t+m+6=0\Leftrightarrow t^2-7t+m+6=x(t-2)\Rightarrow\left(t^2-7t+m+6\right)^2=(t-1)(t-2)^2$$

Ta có $t_1t_2t_3t_4\geq 68\Leftrightarrow(m+6)^2+4\geq 68\Leftrightarrow(m+6)^2\geq 64\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+6\geq 8\\m+6\leq -8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\m\leq -14\end{array}\right.$.

Do $\begin{cases}-0.049<m<4.69\\m\in\mathbb{Z}\\\left[\begin{array}{l}m\geq 2\\m\leq -14\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow m=2,m=3,m=4.$

Số tập con là $2^3=8$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Tập hợp các điểm biểu diễn cuả số phức $w=z(1+i)$ là đường tròn nào dưới đây?

A. Đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.

B. Đường tròn tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.

C. Đường tròn tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=3$.

D. Đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $z=x'+y'i,\left(x',y'\in\mathbb{R}\right),w=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right).$

$$w=z(1+i)\Rightarrow x+yi=\left(x'+y'i\right)\left(1+i\right)\Leftrightarrow x+yi=x'-y'+\left(x'+y'\right)i\Leftrightarrow\begin{cases}x=x'-y'\\y=x'+y'\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x'=\dfrac{x+y}{2}\\y'=\dfrac{-x+y}{2}\end{cases}$$

$$|z-1+2i|=3\Leftrightarrow\left|\frac{x+y}{2}-1+\left(\frac{y-x}{2}+2\right)i\right|=3\Leftrightarrow\left(\frac{x+y}{2}-1\right)^2+\left(\frac{y-x}{2}+2\right)^2=9$$

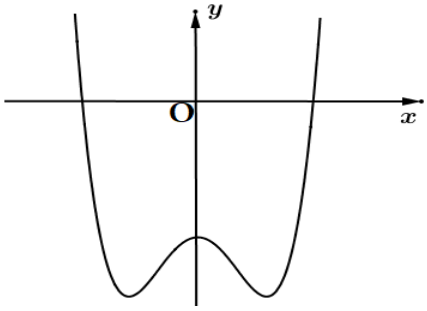
$$\left(x+y-2\right)^2+\left(y-x+4\right)^2=36\Leftrightarrow x^2+y^2-6x+2y-8=0\Leftrightarrow\left(x-3\right)^2+\left(y+1\right)^2=18$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=z(1+i)$ là đường tròn tâm $I(3;-1)$, bán kính $R=3\sqrt{2}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?

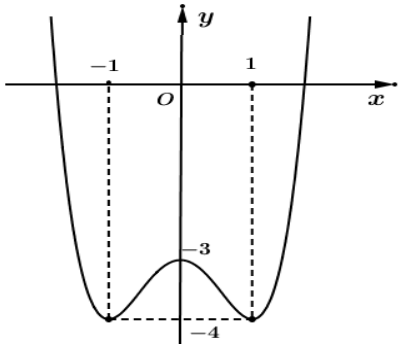


A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Câu 2: Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tất cả các tam giác tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là

A. C_{20}^3. **B.** A_{20}^3. **C.** P_3. **D.** P_{20}.

Câu 3: Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 4: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x-3.2^{x+2}+32=0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -5.

Câu 5: Nếu $\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int\limits_0^1\left[\dfrac{1}{3}f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB=a$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 7: Cho khối lập phương có cạnh bằng $3\ cm$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $27\ \mathrm{cm}^3$. **B.** $\dfrac{27}{2}\ \mathrm{cm}^3$. **C.** $9\ \mathrm{cm}^3$. **D.** $18\ \mathrm{cm}^3$.

Câu 8: Cho $\int\cos x dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=-\sin x$. **B.** $F'(x)=\sin x$. **C.** $F'(x)=-\cos x$. **D.** $F'(x)=\cos x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-y+z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;1)$.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=3$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R=3\sqrt{2}$. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho số phức $z=2+i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(3x-2)\le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $\left(\frac{2}{3};1\right]$. **C.** $\left(\frac{2}{3};1\right)$. **D.** $(1;+\infty)$

Câu 13: Nếu $\int_2^5 f(x)\,dx=3$ và $\int_2^5 g(x)\,dx=-2$ thì $\int_2^5 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 1. **D.** 5

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1=3$ và công bội $q=\frac{1}{3}$. Giá trị u_3 bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x\ge 9$ bằng

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 16: Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ có kích thước khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Tính xác suất để ba quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{140}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{160}$. **D.** $\frac{3}{80}$.

Câu 17: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

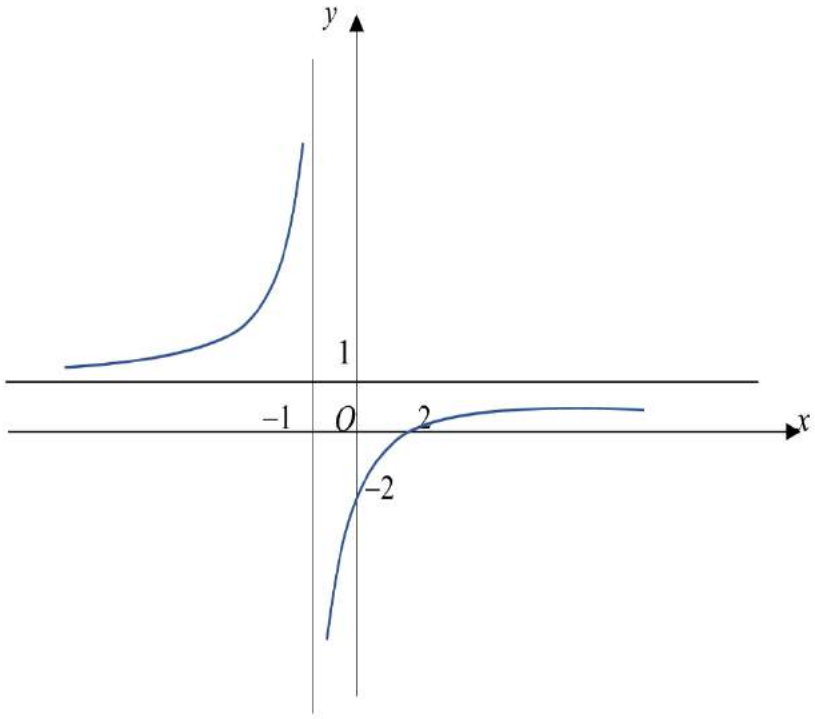
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(1-x^2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghich biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 19: Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi r(r+h)$. **B.** πrh. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r(r+h)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 21: Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** $3i$. **D.** 3.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(3;2)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 23: Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=x\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-1	↘	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(0;3)$.

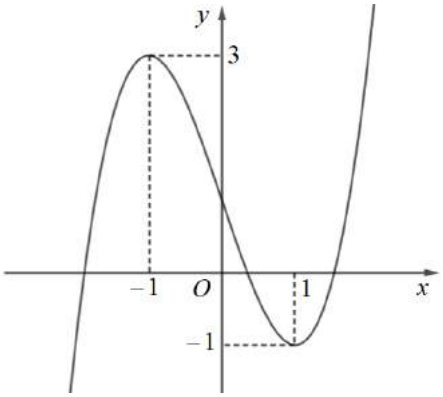
Câu 25: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành bằng

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tọa độ là

A. $(-2;4;-6)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-4;6)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý khác 4. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 29: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 30: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2\pi}$ là

A. $y'=\frac{1}{2\pi}x^{2\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi x^{2\pi-1}$. **C.** $y'=2\pi x^{2\pi}$. **D.** $y'=x^{2\pi-1}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng:

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

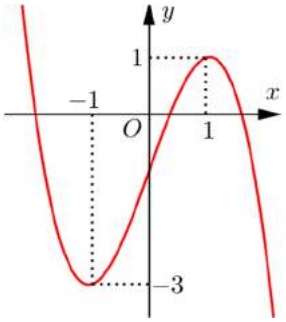
A. $\int f(x)dx=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)dx=xe^{x-1}-\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{e^{x+1}}{x+1}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-\cos x+C$.

Câu 33: Cho mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=R$. **B.** $d<R$. **C.** $d>R$. **D.** $d=0$.

Câu 34: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)

A. $E(1;-2;0)$. **B.** $F(-1;2;-1)$. **C.** $M(2;1;3)$. **D.** $N(0;-1;0)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 37: Cho khối nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Mặt phẳng (Q) thay đổi, đi qua S và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết rằng giá trị lớn nhất diện tích tam giác SAB là $2a^2$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (Q) trong trường hợp diện tích tam giác SAB đạt giá trị lớn nhất là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+2z+2\right|=\left|z+1-i\right|$. Giá trị lớn nhất của $|z|$ bằng

A. $2\sqrt{2}-1$ **B.** $\sqrt{2}-1$ **C.** $\sqrt{2}+1$ **D.** $\sqrt{2}$

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình $ABCD$ chữ nhật với $AB=2a, BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=2a^3\sqrt{15}$. **B.** $V=\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm A$(2;-3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oy

A. $A'(-2;-3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(2;3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hìnhchữ nhật $ABCD$, $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=AB=a$, $AD=2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Khoảng cách từ G đến (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{9}$. **C.** $\frac{2a}{3}$. **D.** $\frac{a}{6}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.

C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=2-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ sao cho (S) tiếp xúc với (P).

A. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$ và ba điểm $A(2;0;2), B(4;0;4)$, $C(5;2;4)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho có một mặt cầu (S) đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại M. Khi đó, độ dài đoạn CM có giá trị nhỏ nhất là

A. 3. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{109}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 45: Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tính tích phân $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{15}$. **B.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{15}$.

C. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{15}$. **D.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{15}$.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\dfrac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6.

A. 176903. **B.** 176930. **C.** 176910. **D.** 176923.

Câu 47: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\geq 1+\log_2 x\cdot\log_3 x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 48: Cho hàm số $y=\left|12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30\left(m^2-4m+3\right)x^2+120\left(m^2+1\right)x+2023+m\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P):y=x^2$ và hai điểm A,B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

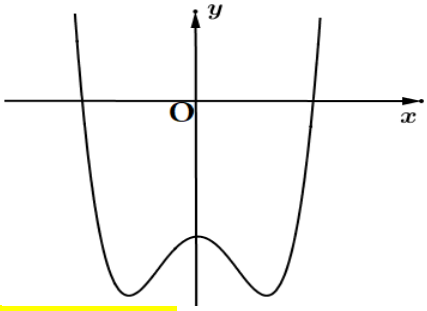
Câu 50: Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m-2=0$ (m tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị ngüyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$

A. 0. **B.** 1. **C. Vô số.** **D.** 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	B	D	D	A	D	C	A	C	B	D	D	B	B	A	B	A	D	D	B	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	C	B	A	A	C	B	D	B	A	C	B	D	B	B	C	D	D	B	B	C	D	D

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới ?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$. **C.** $y=x^3-3x-3$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn B

Từ dáng của đồ thị suy ra đây là đồ thị của hàm số bậc bốn.

Từ đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, suy ra đồ thị trên là của hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 2: Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tất cả các tam giác tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là

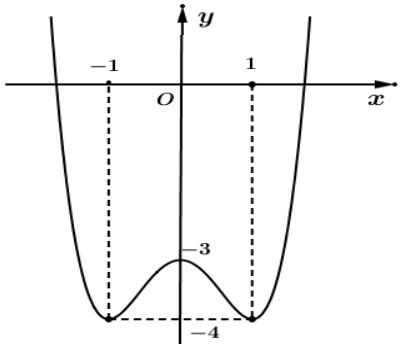
A. C_{20}^3. **B.** A_{20}^3. **C.** P_3. **D.** P_{20}.

Lời giải

Chọn A

Số tam giác tạo thành có các đỉnh đều là đỉnh của đa giác đã cho là C_{20}^3.

Câu 3: Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho là -3.

Câu 4: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $4^x - 3.2^{x+2} + 32 = 0$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** -6. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 3^x \ (t > 0)$, phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 12t + 32 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 8 \ (tm) \\ t = 4 \ (tm) \end{array}\right.$

Với $t = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$.

Với $t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2$.

Suy ra tổng các nghiệm của phương trình là $3 + 2 = 5$.

Câu 5: Nếu $\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int\limits_0^1 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^1 \left[\frac{1}{3}f(x) + 2x\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x + 2\int\limits_0^1 x\mathrm{d}x = \frac{1}{6}\int\limits_0^1 2f(x)\mathrm{d}x + x^2\Big|_0^1 = \frac{1}{6}.6 + 1 = 2$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB = a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 7: Cho khối lập phương có cạnh bằng $3\ cm$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $27\ \mathrm{cm}^3$. **B.** $\frac{27}{2}\ \mathrm{cm}^3$. **C.** $9\ \mathrm{cm}^3$. **D.** $18\ \mathrm{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = 3^3 = 27\,\mathrm{cm}^3$.

Câu 8: Cho $\int \cos x dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = -\sin x$. **B.** $F'(x) = \sin x$. **C.** $F'(x) = -\cos x$. **D.** $F'(x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \cos x dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \cos x$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4} = (1;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3} = (1;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (1;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1} = (-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = (1;-1;1)$.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

A. $R = 3\sqrt{2}$. **B.** $R = 4\sqrt{2}$. **C.** $R = \sqrt{2}$. **D.** $R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z-1+2i|=3 \Leftrightarrow |z(1+i)-3+i|=3|1+i| \Leftrightarrow |w-3+i|=3\sqrt{2}$

Đặt $w=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Suy ra $|x+yi-3+i|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+1)^2}=3\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+1)^2=18$.

Suy ra điểm biểu diễn các số phức $w=z(1+i)$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn có bán kính $R=3\sqrt{2}$.

Câu 11: Cho số phức $z=2+i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2=(2+i)^2=3+4i \Rightarrow$ phần thực của số phức z^2 bằng 3.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(3x-2)\le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $\left(\frac{2}{3};1\right]$. **C.** $\left(\frac{2}{3};1\right)$. **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln(3x-2)\le 0 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2>0\\3x-2\le 1\end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}<x\le 1$

Câu 13: Nếu $\int_2^5 f(x)\,dx=3$ và $\int_2^5 g(x)\,dx=-2$ thì $\int_2^5 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 1. **D.** 5

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_2^5 [f(x)-g(x)]\,dx=\int_2^5 f(x)\,dx-\int_2^5 g(x)\,dx=3-(-2)=5$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1=3$ và công bội $q=\frac{1}{3}$. Giá trị u_3 bằng

A. 1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_3=u_1.q^2=3.\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{3}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x\ge 9$ bằng

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x\ge 9 \Leftrightarrow x\le \log_{\frac{1}{3}}9=-2 \Rightarrow x\in(-\infty;-2]$.

Câu 16: Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ có kích thước khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Tính xác suất để ba quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau.

A. $\frac{3}{140}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{160}$. **D.** $\frac{3}{80}$.

Lời giải

Chọn B

+)Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=A_7^3.C_4^3=840$.

+)A là biến cố " ba quả màu đỏ cạnh nhau và ba quả màu xanh cạnh nhau".
Xem ba quả cầu đỏ là nhóm X, ba quả màu xanh là nhóm Y.
Xếp X, Y vào 3 ô có $A_3^2=6$ cách.
Hoán vị ba quả cầu đỏ có $3!=6$ cách.
$n(A)=A_3^2.3!=36$.

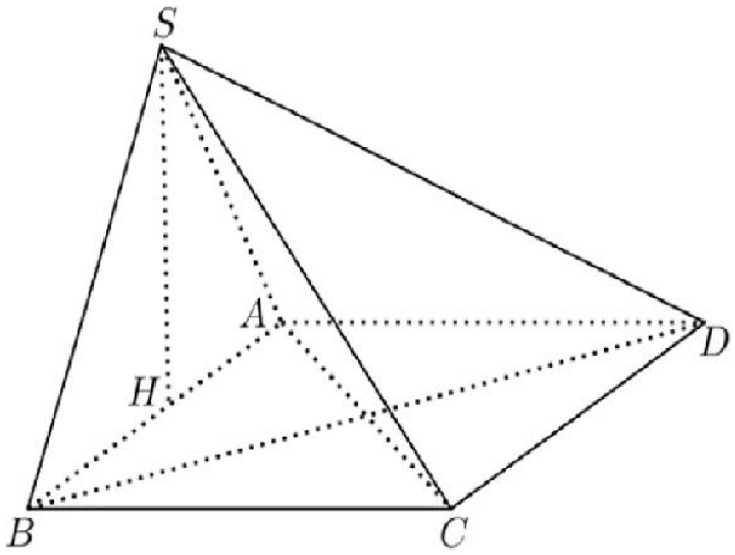
$P(A)=\frac{36}{840}=\frac{3}{70}$.

Câu 17: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB.
$(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp BC$; mà $BC\perp AB$ suy ra $BC\perp(SAB)$.
$((SBC),(ABCD))=(SB,AB)=SBA=60^0$

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(1-x^2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x)=x^2(1-x^2)\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$

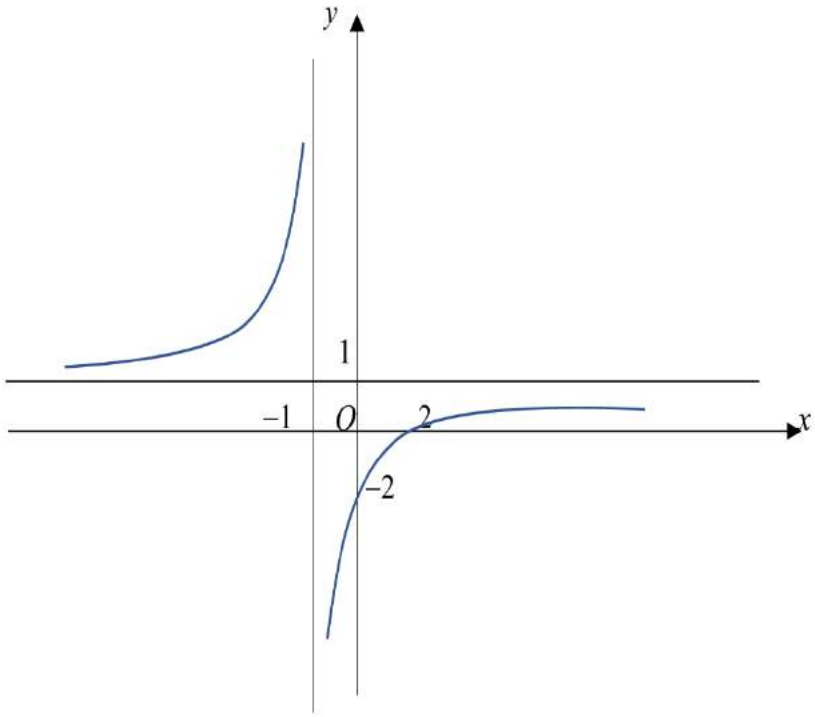
Câu 19: Cho hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi r(r+h)$. **B.** πrh. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r(r+h)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** $3i$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z=-4+3i$ là 3.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(3;2)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 23: Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=x\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $y'=\left(\log_2 x\right)'=\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-1	↘	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-4;-1)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 25: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và trục hoành bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên là:

$S=\int\limits_{-2}^{0}\left|x^2+2x\right|\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tọa độ là

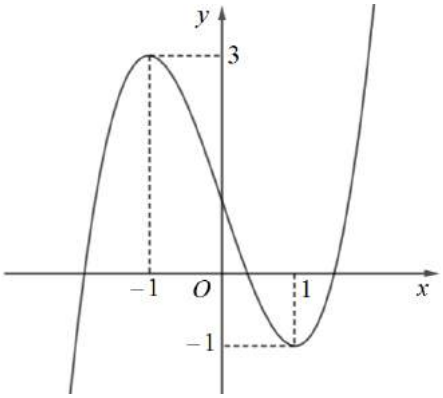
A. $(-2;4;-6)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(2;-4;6)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tọa độ là $(-1;2;-3)$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$, dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1<m+1<3 \Leftrightarrow -2<m<2 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}^+} m\in\{-1,0,1\}$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý khác 4. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)=\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a}{4}\right)^3=3$.

Câu 29: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{4x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^{\pm}} y=\pm\infty$. Do đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 30: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2\pi}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{2\pi}x^{2\pi-1}$. **B.** $y'=2\pi x^{2\pi-1}$. **C.** $y'=2\pi x^{2\pi}$. **D.** $y'=x^{2\pi-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(x^{2\pi}\right)'=2\pi x^{2\pi-1}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng:

A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy, do $Ox;Oy;Oz$ đôi một vuông góc nên $(Oxz)\perp(Oyz)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (Oxz) và (Oyz) bằng 90^0.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)dx=xe^{x-1}-\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx=\int\left(e^x-\sin x\right)dx=e^x+\cos x+C$

Câu 33: Cho mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

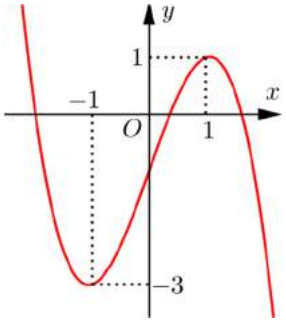
A. $d=R$. **B.** $d<R$. **C.** $d>R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì (P) và mặt cầu $S(O;R)$ không có điểm chung nên $d>R$.

Câu 34: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-1;-3)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(1;1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)

A. $E(1;-2;0)$. **B.** $F(-1;2;-1)$. **C.** $M(2;1;3)$. **D.** $N(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm thuộc (P) là $N(0;-1;0)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f(x^2-2x) \Rightarrow g'(x)=2(x-1)f'(x^2-2x)$;

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=0 \\ x^2-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right. ,$$

trong đó $x=1$ là nghiệm bội ba, các nghiệm còn lại là nghiệm đơn.

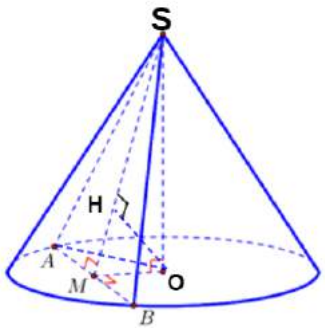
Suy ra, hàm số $y=f(x^2-2x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 37: Cho khối nón tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Mặt phẳng (Q) thay đổi, đi qua S và cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết rằng giá trị lớn nhất diện tích tam giác SAB là $2a^2$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (Q) trong trường hợp diện tích tam giác SAB đạt giá trị lớn nhất là

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi đường sinh của hình nón là l.

$$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA.SB.\sin(ASB)=\frac{1}{2}l^2.\sin(ASB)\le\frac{1}{2}l^2$$

$$\Rightarrow (S_{\Delta SAB})_{\max}=\frac{1}{2}l^2.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sin(ASB)=1 \Leftrightarrow \widehat{ASB}=90° \Leftrightarrow \Delta SAB$ vuông cân ở S.

Do đó $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}l^2\Leftrightarrow 2a^2=\frac{1}{2}l^2\Rightarrow l=2a.$

Tam giác SAB vuông cân ở $S\Rightarrow AB=SA.\sqrt{2}=2a\sqrt{2}$

Góc ở đỉnh của hình nón là $120°\Rightarrow \widehat{OSA}=60°$.

Xét ΔSOA vuông ở O:

$\begin{cases}SO=SA.\cos 60°=a\\ AO=SA\sin 60°=a\sqrt{3}\end{cases}$.

Kẻ $OM\perp AB$ ở M. Kẻ $OH\perp SM$ ở H.

Ta có: $AB\perp OM; AB\perp SO\Rightarrow AB\perp (SOM)\Rightarrow AB\perp OH$.

Mà $OH\perp SM\Rightarrow OH\perp (SAB)$ tại $H\Rightarrow d\left(O;(Q)\right)=d\left(O;(SAB)\right)=OH$.

Ta có $AM=MB=a\sqrt{2}.$

Xét ΔOAM vuông ở $M\Rightarrow OM=\sqrt{OA^2-AM^2}=a.$

Xét ΔSOM vuông ở O có $OM=SO=a$ nên ΔSOM vuông cân ở $O.$

Mà OH là đường cao của tam giác $SOM\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow d\left(O;(Q)\right)=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|z^2+2z+2\right|=\left|z+1-i\right|$. Giá trị lớn nhất của $\left|z\right|$ bằng

A. $2\sqrt{2}-1$ **B.** $\sqrt{2}-1$ **C.** $\sqrt{2}+1$ **D.** $\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

$\left|z^2+2z+2\right|=\left|z+1-i\right|\Leftrightarrow\left|z+1+i\right|.\left|z+1-i\right|=\left|z+1-i\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+i\quad(1)\\ \left|z+1+i\right|=1\quad(2)\end{array}\right.$.

Với (1), ta có $\left|z\right|=\sqrt{2}\quad(3)$.

Với (2): Gọi M,I lần lượt là điểm biểu diễn z và $-1-i$. Khi đó: $I(-1;-1)$ và

$(2)\Leftrightarrow IM=1$. Suy ra, quỹ tích điểm M là đường tròn (C) có tâm I, bán kính $R=1$. Do đó,

$max\left|z\right|=\underset{M\in(C)}{max}OM=OI+R=1+\sqrt{2}\quad(4)$.

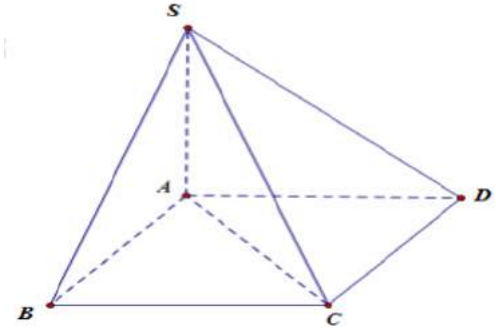
Vậy từ $(3),(4)$ ta có: Giá trị lớn nhất của $\left|z\right|$ bằng $\sqrt{2}+1$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình $ABCD$ chữ nhật với $AB=2a, BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=2a^3\sqrt{15}.$ **B.** $V=\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}.$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $BC\perp(SAB)$ tại B, đường thẳng SC tạo với $mp(SAB)$ một góc 30^0 nên $\widehat{CSB}=30°$.

Do đó: $SB=\sqrt{3}BC=3a$ và $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{5}.$

Thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}.SA.AB.AD=\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oy

A. $A'(-2;-3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(2;3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu của $A(2;-3;5)$ lên trục Oy là $H(0;-3;0)$

Điểm A' đối xứng với A qua Oy nên $H(0;-3;0)$ là trung điểm của AA'.

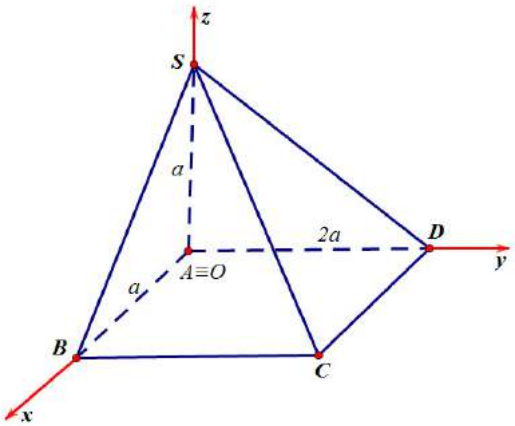
Do đó $A'(-2;-3;-5)$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hìnhchữ nhật $ABCD$, $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=AB=a$, $AD=2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD. Khoảng cách từ G đến (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{9}$. **C** $\frac{2a}{3}$. **D.** $\frac{a}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong đó: $A\equiv O(0;0;0)$; $B(a;0;0)$;$D(0;2a;0)$;$S(0;0;a)$.

Khi đó trọng tâm G của tam giác SAD có tọa độ: $G\left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right)$

$\overrightarrow{SB}=(a;0;-a);\overrightarrow{SD}=(0;2a;-a);\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SD}\right]=(2a^2;a^2;2a^2)$.

Véc tơ pháp tuyến của mp(SBD) là $\vec{n}=(2;1;2)$

Phương trình mp(SBD): $2x+y+2z-2a=0$

Vậy khoảng cách từ G đến (SBD) là: $d=\frac{\left|2.0+\frac{2a}{3}+2.\frac{a}{3}-2a\right|}{3}=\frac{2a}{9}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$, $C(0;-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d chứa đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

A. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.

C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow M(1;-1;3)$

Đường trung tuyến AM có VTCP $\overrightarrow{AM}=(2;-4;1)$ và qua $A(-1;3;2)\rightarrow$ **Chọn B**

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=-1-2t\\z=2-2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa d. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;-1)$ sao cho (S) tiếp xúc với (P).

A. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$. **B.** $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

d qua $M(0;-1;2)$ và VTCP $\vec{u}=(1;-2;-2)$.

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AM};\vec{u}\right]=(2;-1;2)\to(P):2x-y+2z-5=0$.

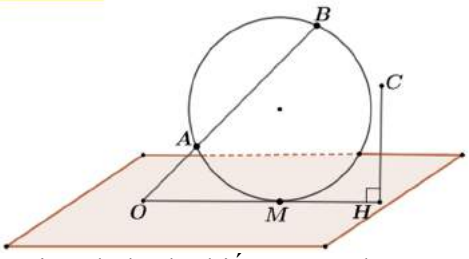
Bán kính mặt cầu $R=d_{(I;(P))}=2\to$ **Chọn C**

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+2z=0$ và ba điểm $A(2;0;2),B(4;0;4)$, $C(5;2;4)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho có một mặt cầu (S) đi qua A,B và tiếp xúc với (P) tại M. Khi đó, độ dài đoạn CM có giá trị nhỏ nhất là

A. 3. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $\sqrt{109}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của C lên $mp(P)\Rightarrow H(4;4;2)$.

Đường thẳng $AB:\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=2+t\end{cases}\Rightarrow AB\cap(P)=\{O\}$.

Ta có: $OM^2=OA.OB=2\sqrt{2}.4\sqrt{2}=16\Rightarrow OM=4$ và $OH=6$.

$MC=\sqrt{9+MH^2}\to MC_{\min}\Leftrightarrow MH_{\min}\Leftrightarrow MH=OH-OM=2$.

Vậy $CM_{\min}=\sqrt{13}$.

Câu 45: Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tính tích phân $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x$.

A. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{15}$. **B.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{15}$.

C. $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{15}$. **D.** $\int_1^2 f(2x+1)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ nên $F'(x)=\frac{f(x)}{x}$

$\Rightarrow \frac{f(x)}{x}=\left(\frac{1}{2x^2}\right)'=-\frac{1}{x^3}$.

$\Rightarrow f(x)=-\frac{1}{x^2}$.

Do đó $\int_1^2 f(2x+1)\,dx=\int_1^2 \frac{-1}{(2x+1)^2}dx=\frac{1}{2(2x+1)}\Big|_1^2=-\frac{1}{15}$.

Câu 46: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\frac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6.

A. 176903. **B.** 176930. **C.** 176910. **D.** 176923.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x; y\in\mathbb{R}, y>0$.

Từ giả thiết. $\frac{x^3-4x^2+x-4}{3^x-y}<0\Leftrightarrow\frac{(x-4)(x^2+1)}{3^x-y}<0\Leftrightarrow\frac{x-4}{3^x-y}<0$

$\Leftrightarrow(x-4)(3^x-y)<0$ (1)

+ TH 1: Nếu $\log_3 y>4\Leftrightarrow y>81$ thì bất phương trình $(1)\Leftrightarrow 4<x<\log_3 y$.

Để bất pt có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 y\le 11\\ \log_3 y>5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y\le 177147\\ y>243\end{cases}\Leftrightarrow 243<y\le 177147\Rightarrow$có 176904 số nguyên y.

+ TH 2: Nếu $\log_3 y<4\Leftrightarrow y<81$ thì bất phương trình $(1)\Leftrightarrow \log_3 y<x<4$.

Để bất pt có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 6

$\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 y\ge -3\\ \log_3 y<3\end{cases}\Leftrightarrow\frac{1}{27}\le y<27\Rightarrow$có 26 số nguyên y.

Vậy ta có $176904+26=176930$ số nguyên y cần tìm.

Câu 47: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x\cdot\log_3 x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x>0$.

Bất phương trình

$$\log_2 x+\log_3 x\ge 1+\log_2 x\cdot\log_3 x$$
$$\Leftrightarrow(\log_2 x-1)(\log_3 x-1)\le 0$$
$$\Leftrightarrow\left[\begin{cases}\log_2 x-1\le 0\\ \log_3 x-1\ge 0\end{cases}\begin{cases}\log_2 x-1\ge 0\\ \log_3 x-1\le 0\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}x\le 2\\ x\ge 3\end{cases}\begin{cases}x\ge 2\\ x\le 3\end{cases}\right.\Leftrightarrow 2\le x\le 3.$$

Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 48: Cho hàm số $y=\left|12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30(m^2-4m+3)x^2+120(m^2+1)x+2023+m\right|$.

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=12x^5-(15m+30)x^4+20x^3-30(m^2-4m+3)x^2+120(m^2+1)x+2023+m$.

$f'(x)=60x^4-60(m+2)x^3+60x^2-60(m^2-4m+3)x+120(m^2+1)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x^3-mx^2+(-2m+1)x-m^2-1=0.\quad(1)\end{array}\right.$

Hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$ suy ra $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;3)$ hoặc nghịch biến trên khoảng $(1;3)$

$\Rightarrow x=2$ không là cực trị của hàm số $f(x)$

$\Rightarrow x=2$ là nghiệm của phương trình (1).

*Điều kiện cần: $x=2$ là nghiệm của phương trình (1)

$$8-4m-4m+2-m^2-1=0\Leftrightarrow -m^2-8m+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-9.\end{array}\right.$$

*Điều kiện đủ:

Với $m=1$. Khi đó $\begin{cases}f'(x)=60(x-2)^2(x^2+x+1)\ge 0,\forall x\in(1;3)\\f(1)=2251>0\end{cases}$ suy ra hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vớ $m=-9$. Khi đó $\begin{cases}f'(x)=60(x-2)^2(x^2+11x+41)\ge 0,\forall x\in(1;3)\\f(1)=8391>0\end{cases}$ suy ra hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;3)$.

Vậy $m=1;m=-9$ nên có 2 giá trị nguyên thoả mãn.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol $(P):y=x^2$ và hai điểm A,B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a;a^2),B(b;b^2)$ với $a<b$. Ta có $AB=2\Leftrightarrow(b-a)^2+(b^2-a^2)^2=4$

$AB:\frac{x-a}{b-a}=\frac{y-a^2}{b^2-a^2}\Leftrightarrow\frac{x-a}{1}=\frac{y-a^2}{b+a}\Leftrightarrow y=(a+b)(x-a)+a^2\Leftrightarrow y=(a+b)x-ab$

$S=\int_a^b\left((a+b)x-ab-x^2\right)dx=\int_a^b(x-a)(b-x)dx$

Đặt $t=x-a$. $S=\int_0^{b-a}t(b-a-t)dt=\int_0^{b-a}\left(t(b-a)-t^2\right)dt=\frac{(b-a)t^2}{2}\Big|_0^{b-a}-\frac{t^3}{3}\Big|_0^{b-a}=\frac{(b-a)^3}{6}$.

Ta có $(b-a)^2+(b^2-a^2)^2=4\Leftrightarrow(b-a)^2\left(1+(b+a)^2\right)=4\Leftrightarrow(b-a)^2=\frac{4}{1+(b+a)^2}\le 4$.

Suy ra $b-a\le 2\Rightarrow S=\frac{(b-a)^3}{6}\le\frac{2^3}{6}=\frac{4}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}a+b=0\\b-a=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1\\a=-1\end{cases}\Leftrightarrow A(-1;1),B(1;1)$.

Câu 50: Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m-2=0$ (m tham số thực). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị ngyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$

A. 0. **B.** 1. **C. Vô số.** **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Để phương trình đó cho có hai nghiệm phân biệt $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1|=|z_2|$ thì xét

$z^2-2(m+1)z+6m-2=0(1)$

Ta có: $\Delta'=m^2-4m+3=(m-1)(m-3)$

+) TH1: $\Delta'>0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$.

Thì phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt $z_1;z_2$

Vậy $|z_1|=|z_2| \Leftrightarrow z_1^2=z_2^2 \Leftrightarrow (z_1-z_2)(z_1+z_2)=0$

Do $z_1;z_2$ là hai nghiệm phân biệt nên suy ra $z_1+z_2=0$

Theo Vi-ét: $z_1+z_2=0 \Leftrightarrow 2(m+1)=0 \Leftrightarrow m=-1$ (thỏa mãn)

Vậy TH1 có 1 giá trị của m

+) TH $2:\Delta'<0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3)<0 \Leftrightarrow 1<m<3.$

Thì phương trình (1) có hai nghiệm phức phân biệt $z_1;z_2 \Rightarrow z_1=\overline{z_2} \Rightarrow |z_1|=|z_2|$.

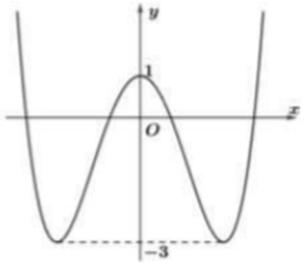
Vậy TH2 có $m=2$

Vậy tất cả có 2 giá trị của m thỏa mãn.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

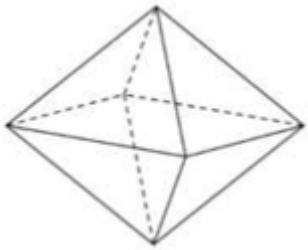
Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 2: Số cạnh của hình đa diện như hình vẽ dưới đây là

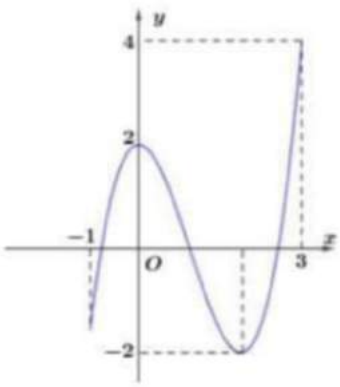


A. 12. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x+2y-4z+2=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;4)$. **B.** $(1;2;4)$. **C.** $(-1;2;4)$. **D.** $(1;2;-4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng.

A. πrl. **B.** $\pi r(l+r)$. **C.** $\pi^2 rl$. **D.** $2\pi rl$.

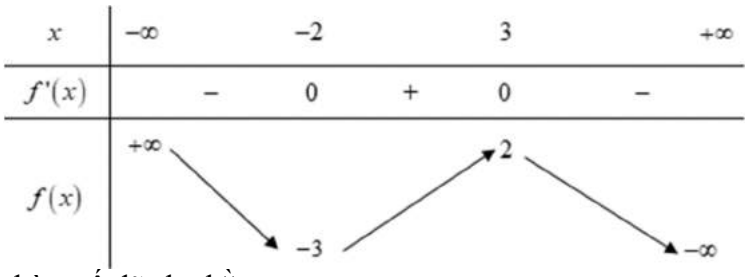
Câu 6: Bất phương trình $\log_2(2x-3)<1$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-2\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2;-2;-3)$. **B.** $(-2;2;-3)$. **C.** $(2;-2;3)$. **D.** $(2;2;-3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 9: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 10: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** πrh. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x-1)$. Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 12: Số cách chọn 5 học sin bất kì từ 12 học sinh bằng

A. 5^{12}. **B.** C_{12}^5. **C.** A_{12}^5. **D.** 12^5.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;4;2)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

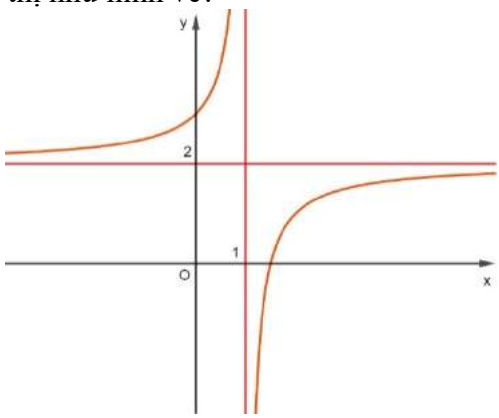
A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=2$.

Câu 14: Đường tiệm cận đứng của dồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-2x^2+2$. **D.** $y=\frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được khi cho (H) quay xung quanh trục Ox. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^x$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 18: Với mọi số thực α,β và số thực dương $a\neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^{\alpha}.a^{\beta}=a^{\alpha.\beta}$. **C.** $(a^{\alpha})^{\beta}=a^{\alpha.\beta}$. **D.** $\dfrac{a^{\alpha}}{a^{\beta}}=a^{\alpha-\beta}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x-3)=\log_3(2x-1)$ là

A. $\{-2\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 21: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C.$ **B.** $\int x\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+C$. **C.** $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$. **D.** $\int\mathrm{d}x=x+C$.

Câu 22: Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

A. $6\log(ab)$. **B.** $2\log a+\dfrac{1}{3}\log b$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log a+\dfrac{1}{3}\log b$. **D.** $2\log a+3\log b$.

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $SA=a\sqrt{6}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^2\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 24: Nếu $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^6 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_2^6\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** –5. **C.** –9. **D.** 9.

Câu 25: Cho $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=x^2-1$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\dfrac{1}{2}\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$

Câu 26: Với hàm số $f(x)$ tùy ý, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $f'(x)=F(x)$. **B.** $F(x)=f(x)$. **C.** $F'(x)=f(x)$. **D.** $F'(x)=f'(x)$.

Câu 27: Cho cấp số nhân $u(n)$ với $u_1=5;\ u_6=160$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 31. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 3.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=x^2-4$ và $y=0$. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

A. $\dfrac{256\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{128\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{15}$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $AB=a$; $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'C$ và $(AA'B'B)$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

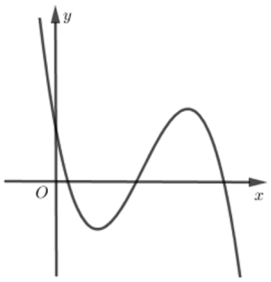
Câu 31: Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$. Khi đó $\log_3(3a)+\log_2 b^2$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):(m+1)x+(m-1)y+6z-4=0$ và $(\beta):2x+y+3z-3=0$. Giá trị của tham số m để hai mặt phẳng song song bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$. Khi đó tích M và m bằng

A. 15. **B.** 25. **C.** 6. **D.** 20.

Câu 36: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F'(x)=f(x), \forall x\in\mathbb{R}$ và $F(0)=2, F(1)=6$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 37: Một hộp có 5 viên bi đen, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-1), B(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

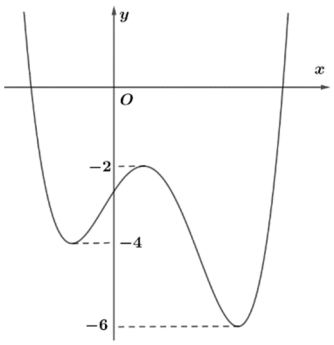
A. $8x+2y+4z+27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $6x+2y-21=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB có $A(2;2;-1)$ và $B(0;-4;3)$. Độ dài đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{4}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{15}{8}$.

Câu 40: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



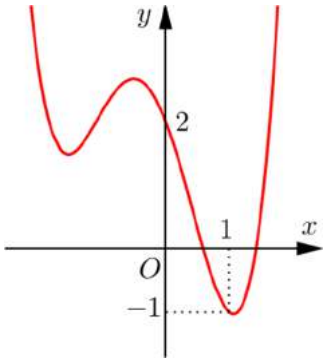
Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=\left(f(x)+m\right)^2$ có 5 điểm cực trị là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 41: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-2^{x+2}-m=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tích các phần tử của S bằng

A. -6. **B.** -12. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 42: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



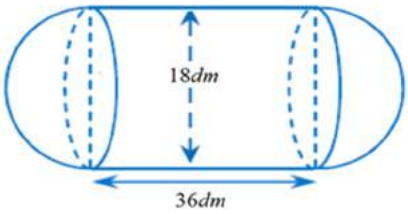
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{2}{3}x^3-2x^2+3x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, tam giác SBA vuông tại B và tam giác SBC là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 44: Một xe bồn chở nước có bồn nước gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm và một hình trụ có chiều cao 36 dm (như hình vẽ). Thể tích của bồn đã cho bằng





A. 9216π dm^3. **B.** $\frac{1024\pi}{9}$dm^3. **C.** 3888π dm^3. **D.** $\frac{16\pi}{243}$dm^3.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $e^x f'\left(e^x\right)=1+e^x$. Khi đó $\int_1^e f(x)dx$ bằng

A. $\frac{e^2-1}{2}$. **B.** $\frac{3e^2-2}{2}$. **C.** $\frac{e^2+1}{2}$. **D.** $\frac{e^2}{2}$.

Câu 46: Cho Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;6;0)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x+4y+89=0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trong mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu

vuông góc của $M\left(4;-2;3\right)$ trên đường thẳng d . Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** $\frac{68}{5}$. **D.** $\frac{93}{5}$.

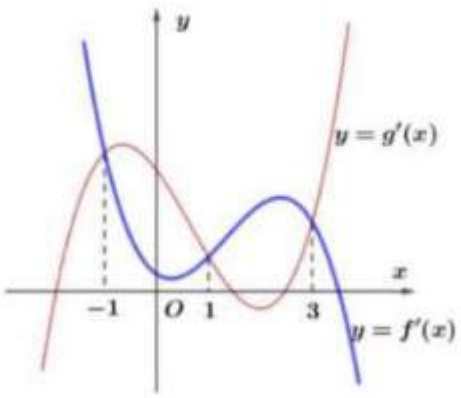
Câu 47: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x$. Số hình vuông có bốn đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 48: Số giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\mathrm{e}^x+m=\frac{4}{5^x-1}+\frac{2}{5^x-2}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 49: Cho hai hàm số bậc bốn $f(x),g(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ như hình vẽ



Số giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-g(x)=m$ có một nghiệm duy nhất trên $[-1;3]$ là

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

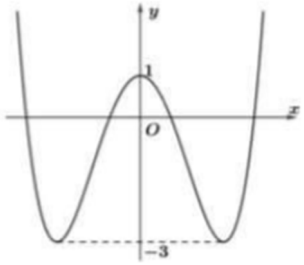
Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2023$ và $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$?

A. 3870. **B.** 4046. **C.** 2023. **D.** 3780.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	C	A	A	B	C	B	A	D	B	A	C	D	C	C	B	B	D	C	D	D	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	D	B	B	A	C	A	D	D	D	A	B	B	C	A	A	C	C	C	A	A	C	D	D

Câu 1: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+1=0$ là

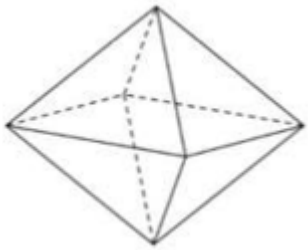
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{2}$. Suy ra số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$. Do vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 2: Số cạnh của hình đa diện như hình vẽ dưới đây là



A. 12. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

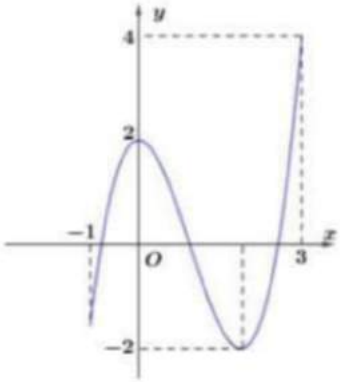
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x+2y-4z+2=0$ có tọa độ là

A. $(1;-2;4)$. **B.** $(1;2;4)$. **C.** $(-1;2;4)$. **D.** $(1;2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Trên đoạn $[-1;3]$ thì hàm số có giá trị lớn nhất là 4.

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r bằng.

A. πrl. **B.** $\pi r(l+r)$. **C.** $\pi^2 rl$. **D.** $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Bất phương trình $\log_2(2x-3)<1$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(2x-3)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3<2 \\ 2x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<\dfrac{5}{2} \\ x>\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Bất phương trình có tập nghiệm là khoảng $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Vậy $a+b=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=4$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-2\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2;-2;-3)$. **B.** $(-2;2;-3)$. **C.** $(2;-2;3)$. **D.** $(2;2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là $(-2;2;-3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2.

Câu 9: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Lời giải

Chọn B

Phương án A và D là các hàm số logarit $y=\log_a x$ nên không đồng biến hoặc nghịch biến trên $\mathbb{R}$, vì có tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Phương án B và C là các hàm số mũ $y=a^x$. Hàm số mũ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a>1$ và nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $0<a<1$. Khi đó hàm số $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên tập $\mathbb{R}$, vì $a=\frac{2}{e}\approx 0,74<1$

.

Câu 10: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\pi r^2 h$. **B.** $2\pi rh$. **C.** πrh. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng $\pi r^2 h$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x-1)$. Hàm số đã cho có số điểm cực trị là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=x(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$ là hai nghiệm bội lẻ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 12: Số cách chọn 5 học sin bất kì từ 12 học sinh bằng

A. 5^{12}. **B.** C_{12}^5. **C.** A_{12}^5. **D.** 12^5.

Lời giải

Chọn A.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;4;2)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=2$.

Lời giải

Chọn A

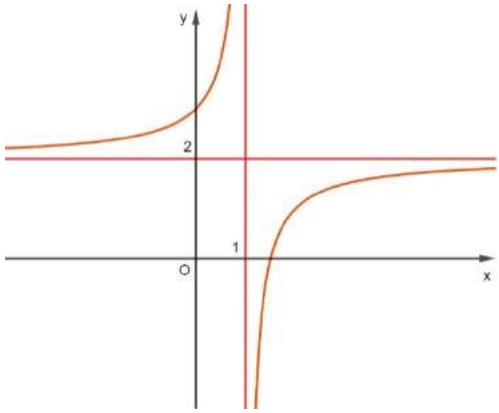
Câu 14: Đường tiệm cận đứng của dồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-2x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a, x=b\ (a<b)$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay thu được khi cho (H) quay xung quanh trục Ox. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=2^x$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^{2x-1}=2^x \Leftrightarrow 2x-1=x \Leftrightarrow x=1$.

Câu 18: Với mọi số thực α, β và số thực dương $a\neq 1$, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^\alpha . a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. **B.** $a^\alpha . a^\beta = a^{\alpha.\beta}$. **C.** $(a^\alpha)^\beta = a^{\alpha.\beta}$. **D.** $\dfrac{a^\alpha}{a^\beta}=a^{\alpha-\beta}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu $f'(x)$ ta có $f'(x)>0$ với $\forall x\in(-1;1)$. Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x-3)=\log_3(2x-1)$ là

A. $\{-2\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x>3$.

Với điều kiện trên, phương trình $\log_3(x-3)=\log_3(2x-1)\Leftrightarrow x-3=2x-1\Leftrightarrow x=-2\ (loai)$.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 21: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C.$ **B.** $\int x\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+C.$ **C.** $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C.$ **D.** $\int\mathrm{d}x=x+C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$

Câu 22: Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log(a^2b^3)$ bằng

A. $6\log(ab).$ **B.** $2\log a+\frac{1}{3}\log b.$ **C.** $\frac{1}{2}\log a+\frac{1}{3}\log b.$ **D.** $2\log a+3\log b.$

Lời giải

Chọn D

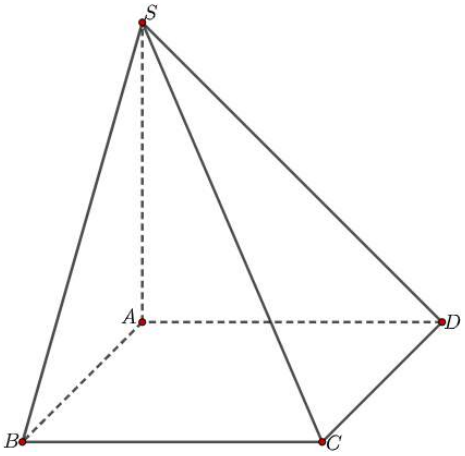
Ta có: $\log(a^2b^3)=\log a^2+\log b^3=2\log a+3\log b.$

Câu 23: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $SA=a\sqrt{6}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$ **C.** $a^3\sqrt{3}.$ **D.** $a^3\sqrt{6}.$

Lời giải

Chọn D



Thể tích $V=\frac{1}{3}a\sqrt{6}\left(a\sqrt{3}\right)^2=a^3\sqrt{6}.$

Câu 24: Nếu $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^6 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_2^6\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $5.$ **B.** $-5.$ **C.** $-9.$ **D.** $9.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_2^6\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^6 g(x)\mathrm{d}x=7+(-2)=5$

Câu 25: Cho $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=x^2-1$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=\frac{1}{2}\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **B.** $I=\int_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **C.** $I=\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **D.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = x^2 - 1$, ta có $x = 1 \Rightarrow u = 0; x = 2 \Rightarrow u = 3$

Ta có: $u = x^2 - 1 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x \Rightarrow I = \int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 26: Với hàm số $f(x)$ tùy ý, hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $f'(x) = F(x)$. **B.** $F(x) = f(x)$. **C.** $F'(x) = f(x)$. **D.** $F'(x) = f'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Theo khái niệm nguyên hàm ta có hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$: $F'(x) = f(x)$.

Câu 27: Cho cấp số nhân $u(n)$ với $u_1 = 5;\ u_6 = 160$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 31. **B.** 2. **C.** 32. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$u(n)$ là cấp số nhân công bội q nên $u_6 = u_1.q^5 = 5.q^5 = 160 \Rightarrow q^5 = 32; \Rightarrow q = 2$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$, mặt cầu có tâm $I(4, -2, -1)$, bán kính mặt cầu $R = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 4} = 5$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = x^2 - 4$ và $y = 0$. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

A. $\frac{256\pi}{15}$. **B.** $\frac{512\pi}{15}$. **C.** $\frac{128\pi}{5}$. **D.** $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra bởi hình (H) quay quanh trục Ox có giá trị bằng

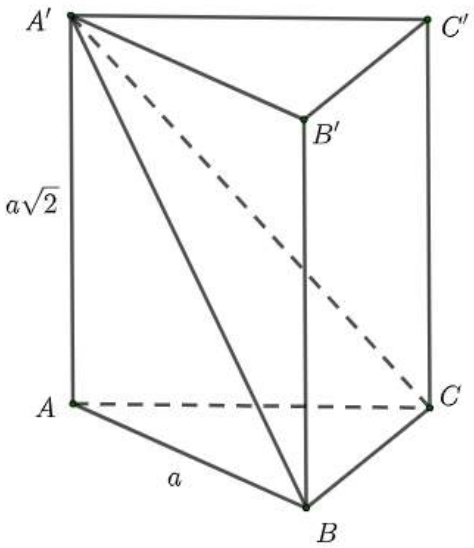
$V = \pi \int_{-2}^{2} (x^2 - 4)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $AB = a$; $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'C$ và $(AA'B'B)$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn B



Theo bài $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $BC \perp BB'$, mà $BC \perp AB$, do đó $BC \perp (ABB'A')$, suy ra góc giữa $A'C$ và $(AA'B'B)$ bằng góc $\widehat{BA'C}$.

Ta có $A'B = a\sqrt{3}$;

Tam giác vuông CBA' có $\tan \widehat{BA'C} = \dfrac{BC}{A'B} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{BA'C} = 30°$.

Câu 31: Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \dfrac{1}{2}$. Khi đó $\log_3 (3a) + \log_2 b^2$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3 (3a) + \log_2 b^2 = 1 + \log_3 a + 2\log_2 b = 4$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): (m+1)x + (m-1)y + 6z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Giá trị của tham số m để hai mặt phẳng song song bằng

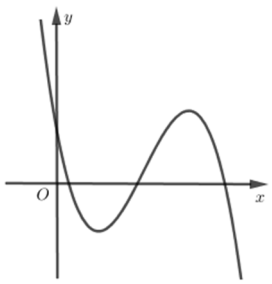
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Để hai mặt phẳng song song $\dfrac{m+1}{2} = \dfrac{m-1}{1} = \dfrac{6}{3} \neq \dfrac{-4}{-3} \Rightarrow m = 3$.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

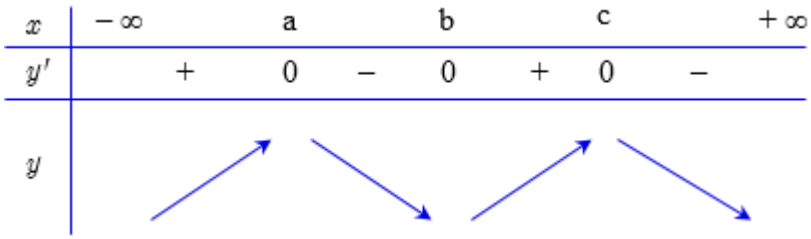
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \end{array}\right. ; (a<b<c).$$

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên như sau



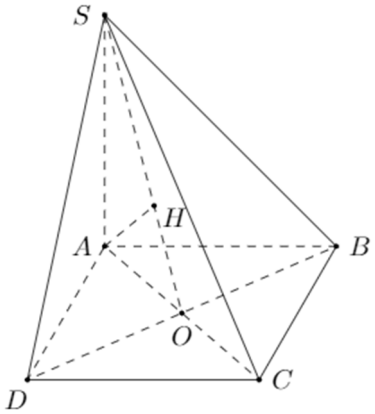
Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{5}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD, suy ra $BD\perp(SAO)$.

Từ A, kẻ đường $AH\perp SO$ tại H. Khi đó $AH\perp(SBD)\Rightarrow d(A,(SBD))=AH$.

Xét tam giác SAO vuông tại, A có AH là đường cao, $SA=a\sqrt{3}$, $AO=\frac{1}{2}AC=a$.

Suy ra $AH=\frac{SA.AO}{\sqrt{SA^2+AO^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 35: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$. Khi đó tích M và m bằng

A. 15. **B.** 25. **C.** 6. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$$y'=1-\frac{4}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}; y'=0\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2\in[1;\ 3] \\ x=-2\notin[1;\ 3] \end{array}\right.$$

Ta có: $f(1)=5; f(2)=4; f(3)=\frac{13}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=5;\ \min\limits_{[1;3]} y=4 \Rightarrow \max\limits_{[1;3]} y.\min\limits_{[1;3]} y=20$

Câu 36: Cho các hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F'(x)=f(x), \forall x\in\mathbb{R}$ và $F(0)=2, F(1)=6$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F'(x)=f(x)\Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\,dx=F(1)-F(0)=4$

Câu 37: Một hộp có 5 viên bi đen, 4 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi trong hộp. Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ra 2 viên bi bất kì là: $C_9^2=36$.

Số cách lấy ra 2 viên bi cùng màu là: $C_4^2+C_5^2=16$.

Xác suất để lấy được 2 viên bi cùng màu bằng $\frac{C_4^2+C_5^2}{C_9^2}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-1), B(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $8x+2y+4z+27=0$. **B.** $8x+2y+4z-27=0$.

C. $6x+2y-21=0$. **D.** $4x+y+2z-3=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;1;2)$, trung điểm của AB là $I\left(3;\frac{3}{2};0\right)$. Khi đó, mặt phẳng trung trực của đoạn AB là:

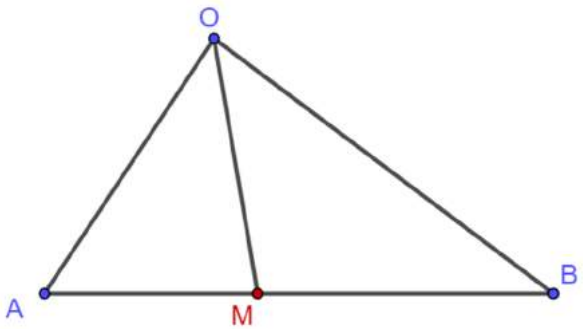
$(\alpha): 4(x-3)+1\left(y-\frac{3}{2}\right)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow (\alpha): 8x+2y+4z-27=0$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB có $A(2;2;-1)$ và $B(0;-4;3)$. Độ dài đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{4}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{15}{8}$.

Lời giải

Chọn B



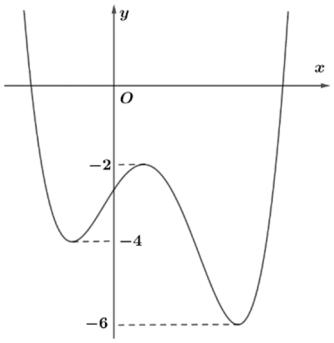
Gọi M là chân đường phân giác trong góc $\widehat{AOB}$.

Ta có: $OA=3, OB=5$, theo tính chất đường phân giác trong:

$$\frac{MA}{MB}=\frac{OA}{OB}=\frac{3}{5}\Rightarrow\frac{MA}{AB}=\frac{MA}{MA+MB}=\frac{OA}{OA+OB}=\frac{3}{8}\Rightarrow\overrightarrow{MA}=-\frac{3}{8}\overrightarrow{AB}$$

Nên: $\begin{cases}2-x_M=-\frac{3}{8}(0-2)\\2-y_M=-\frac{3}{8}(-4-2)\\-1-z_M=-\frac{3}{8}(3+1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=\frac{5}{4}\\y_M=-\frac{1}{4}\\z_M=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{5}{4};-\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)\Rightarrow OM=\frac{\sqrt{30}}{4}.$

Câu 40: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=\left(f(x)+m\right)^2$ có 5 điểm cực trị là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g(x)=\left(f(x)+m\right)^2\Rightarrow g'(x)=2.f'(x).\left(f(x)+m\right)$

Nên: $g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f'(x)=0\\f(x)=-m\end{bmatrix}$. Mà $f'(x)=0$ có 3 nghiệm nên để hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình: $f(x)=-m$ $(*)$ phải có 2 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khi:

$$\begin{bmatrix}-m\geq-2\\-6<-m\leq-4\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m\leq2\\4\leq m<6\end{bmatrix}.$$

Do m nguyên dương nên: $m\in\{1;2;4;5\}\Rightarrow$ Có 4 giá trị m thỏa mãn.

Câu 41: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-2^{x+2}-m=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tích các phần tử của S bằng

A. -6. **B.** -12. **C.** 6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x, t>0$.

Khi đó phương trình trở thành $t^2-4t-m=0$ (1).

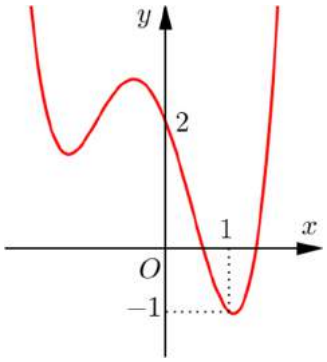
Để thoả mãn thì phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

Hay $\begin{cases}4+m>0\\-m>0\end{cases}\Leftrightarrow-4<m<0$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\notin\{-3;-2;-1\}$ hay $S=\{-3;-2;-1\}$.

Vậy tích các phần tử của S là $(-3).(-2).(-1)=-6$.

Câu 42: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{2}{3}x^3-2x^2+3x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

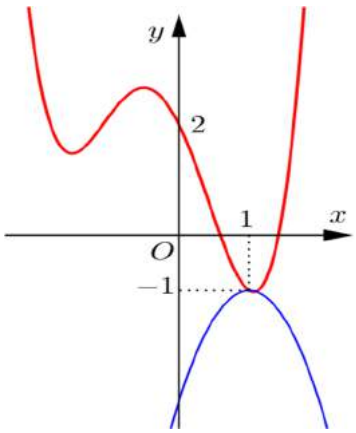
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=f'(x)+2x^2-4x+3$

Khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-2x^2+4x-3\ (1)$.

Ta thấy số nghiệm của (1) là số giao điểm của $y=f'(x)$ và parabol $y=-2x^2+4x-3$ (hình vẽ).



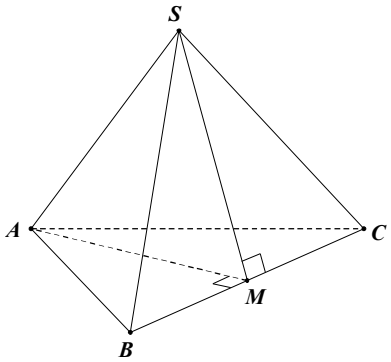
Từ đồ thị ta thấy (1) có nghiệm bội chẵn. Vậy hàm số $g(x)=f(x)+\frac{2}{3}x^3-2x^2+3x$ không có cực trị.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, tam giác SBA vuông tại B và tam giác SBC là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC, suy ra $AM\perp BC$.

Tam giác SBC đều có SM là trung tuyến nên SM cũng là đường cao, do đó $SM\perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$.

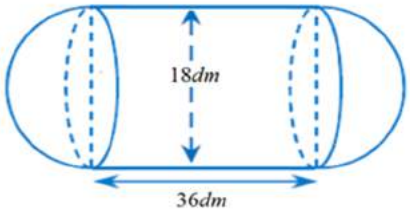
Suy ra $V_{S.ABC} = 2V_{B.SAM} = \frac{2}{3} BM.S_{SAM}$.

Ta có $BM = \frac{1}{2}BC = a$, $SM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $AM = \frac{1}{2}BC = a$, $AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$, $SA = \sqrt{AB^2 + SB^2} = a\sqrt{6}$.

Suy ra $S_{SAM} = \sqrt{p(p-AM)(p-SA)(p-SM)} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ với $p = \frac{AM + SM + SA}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{2}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44: Một xe bồn chở nước có bồn nước gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm và một hình trụ có chiều cao 36 dm (như hình vẽ). Thể tích của bồn đã cho bằng





A. $9216\pi\,\text{dm}^3$. **B.** $\frac{1024\pi}{9}\text{dm}^3$. **C.** $3888\pi\,\text{dm}^3$. **D.** $\frac{16\pi}{243}\text{dm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính nửa hình cầu là 9 dm.

Thể tích phần khối trụ bằng $\pi.9^2.36 = 2916\pi$.

Thể tích phần khối cầu bằng $\frac{4}{3}\pi.9^3 = 972\pi$.

Vậy thể tích bồn đã cho bằng $2916\pi + 972\pi = 3888\pi$ dm^3.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $e^x f'(e^x) = 1 + e^x$. Khi đó $\int_1^e f(x)dx$ bằng

A. $\frac{e^2-1}{2}$. **B.** $\frac{3e^2-2}{2}$. **C.** $\frac{e^2+1}{2}$. **D.** $\frac{e^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $e^x f'(e^x) = 1 + e^x \Rightarrow \int e^x f'(e^x)dx = \int (1 + e^x)dx$.

$\xrightarrow{t = e^x} \int f'(t)dt = x + e^x + C \Rightarrow f(t) = x + e^x + C \Rightarrow f(e^x) = x + e^x + C$.

Vì $f(1) = 1 \Rightarrow f(e^0) = e^0 + C = 1 \Rightarrow C = 0$.

Đặt $u = e^x \Rightarrow x = \ln u \Rightarrow f(u) = \ln u + u$ hay $f(x) = \ln x + x$.

$\Rightarrow \int_1^e f(x)dx = \int_1^e (\ln x + x)dx = \int_1^e \ln x dx + \int_1^e x dx = x.\ln x\Big|_1^e - x\Big|_1^e + \frac{1}{2}x^2\Big|_1^e = \frac{e^2+1}{2}$.

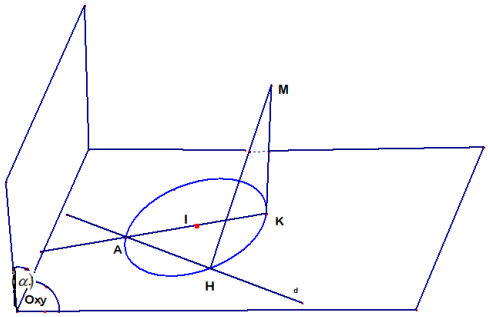
Câu 46: Cho Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;6;0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4y + 89 = 0$. Đường thẳng d thay đổi nằm trong mặt phẳng (Oxy) và luôn đi qua điểm A. Gọi H là hình chiếu

vuông góc của $M(4;-2;3)$ trên đường thẳng d. Khoảng cách nhỏ nhất từ H đến mặt phẳng (α) bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** $\frac{68}{5}$. **D.** $\frac{93}{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi K là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow K(4;-2;0)$.

Vì H là hình chiêu vuông góc của M lên đường thẳng d.

Nên H thuộc đường tròn (C) có đường kính là đoạn $AK=10$ và có tâm I là trung điểm của $AK \Rightarrow I(1;2;0)$.

Mặt khác $(\alpha)\perp(Oxy)$ nên $Min\,\mathrm{d}(H,(\alpha)) = \mathrm{d}(I,(\alpha)) - r = \mathrm{d}(I,(\alpha)) - \frac{1}{2}AK = 20-5=15$.

$\text{Max}\,\mathrm{d}(H,(\alpha)) = \mathrm{d}(I,(\alpha)) + r = \mathrm{d}(I,(\alpha)) - \frac{1}{2}AK = 20+5=25$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x$. Số hình vuông có bốn đỉnh nằm trên đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

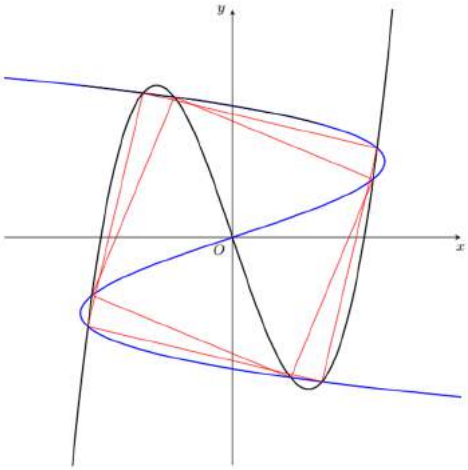
Ta có $f(x)=x^3-3x \Rightarrow f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$ nên điểm uốn $O(0;0)$.

Giả sử hình vuông $ABCD$ tâm I có bốn đỉnh nằm trên đồ thị, do I là tâm đối xứng hình vuông nên là tâm đối xứng đồ thị.

Suy ra I là điểm uốn nên $I \equiv O$.

Ta có $Q_{(O;90^\circ)}(ABCD) = BCDA$ nên $Q_{(O;90^\circ)}(f(x)) = F$. Khi đó giao của đồ thị $f(x)$ và F là đỉnh hình vuông.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x)$ và F lên cùng một phẳng phẳng như hình vẽ.



Dựa vào hình vẽ, ta có hai hình vuông thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Số giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} \Leftrightarrow m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} - e^x$.

Đặt $f(x) = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2} - e^x$. Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0; \log_5 2\}$.

$f'(x) = -4.\frac{5^x \ln 5}{(5^x - 1)^2} - 2.\frac{5^x \ln 5}{(5^x - 2)^2} - e^x < 0, \forall x \in D$.

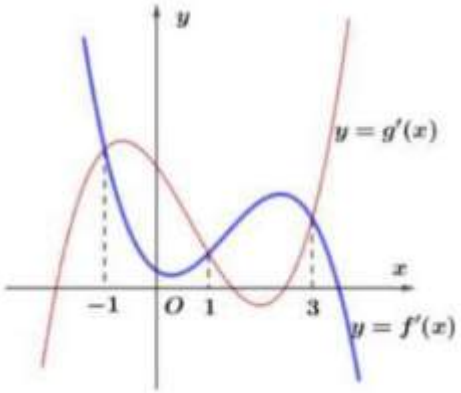
Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\log_5 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$		$-$	
$f(x)$	-5	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \geq -5$.

Vậy có 5 giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $e^x + m = \frac{4}{5^x - 1} + \frac{2}{5^x - 2}$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 49: Cho hai hàm số bậc bốn $f(x), g(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ



Số giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - g(x) = m$ có một nghiệm duy nhất trên $[-1;3]$ là

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có

$f'(x) - g'(x) = a(x+1)(x-1)(x-3) \Rightarrow \int (f'(x) - g'(x))dx = a\int (x^3 - 3x^2 - x + 3)dx$

$\Rightarrow f(x) - g(x) = a\left(\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x\right) + b$, $(a < 0)$

Đặt $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của $y=h(x)$

x	-1		1		3
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0
$h(x)$	$\frac{-9a}{4}+b$	↘	$\frac{7a}{4}+b$	↗	$\frac{-9a}{4}+b$

Để phương trình $f(x)-g(x)=m$ có nghiệm duy nhất trên $[-1;3]$ thì chỉ có duy nhất 1 giá trị của m.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2023$ và $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$?

A. 3870. **B.** 4046. **C.** 2023. **D.** 3780.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_3(x+1)=t\Rightarrow x=3^t-1$. Khi đó bất phương trình $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$ trở thành $3.9^y+6y\le 3^t-1+3t-2\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le 3^t+3t$ (*)

Xét hàm đặc trưng $f(u)=3^u+3u$ trên $\mathbb{R}$

Ta có $f'(u)=3^u\ln 3+3>0,\forall u\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Vậy BPT (*) $\Leftrightarrow f(2y+1)\le f(t)\Leftrightarrow 2y+1\le t\Leftrightarrow 2y+1\le\log_3(x+1)$

Mà x nguyên dương và $x\le 2023$ nên $2y+1\le\log_3 2024\Leftrightarrow y\le\dfrac{-1+\log_3 2024}{2}\approx 2,9$

Lại có y nguyên dương nên $y\in\{1;2\}$.

+) Với $y=1$ ta được $3\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^3\le x+1\Leftrightarrow 26\le x$. Kết hợp điều kiện x nguyên dương và $x\le 2023$ ta được $x\in\{26;\ 27;\ 28;....;\ 2023\}$. Vậy trường hợp này có 1998 cặp $(x;y)$ thỏa mãn

+) Với $y=2$ ta được $5\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^5\le x+1\Leftrightarrow 242\le x$. Kết hợp điều kiện x nguyên dương và $x\le 2023$ ta được $x\in\{242;\ 243;\ 244;....;\ 2023\}$. Vậy trường hợp này có 1782 cặp $(x;y)$ thỏa mãn

Vậy có $1998+1782=3780$ cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HOÀ BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-4;0;2)$. **B.** $I(2;0;-1)$. **C.** $I(2;0;1)$. **D.** $I(4;0;-2)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}(4;2;-2)$. **C.** $\vec{n}(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(2;1;-1)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=12$. **C.** $u_2=7$. **D.** $u_2=1$.

Câu 6. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

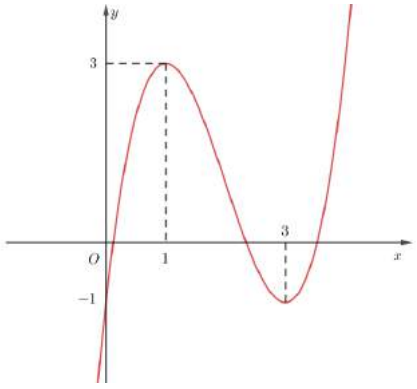
A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tuỳ ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây sai

A. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

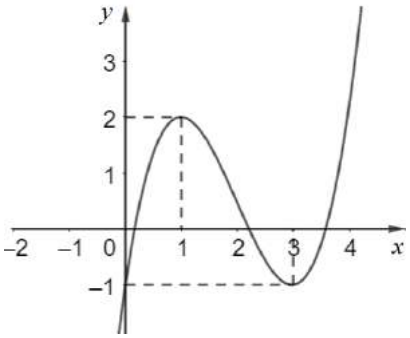


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Câu 12. Cho đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $\int f(x)dx=\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V=9\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\dfrac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x)=x$. **C.** $F'(x)=x^2$. **D.** $F'(x)=2x$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x)>2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int\limits_{-3}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{-3}^{2}g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int\limits_{-3}^{2}[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 22. Phương trình $5^x=2$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{2}{5}$. **B.** $x=\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=\log_5 2$. **D.** $x=\log_2 5$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 4}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 4}{x}$.

Câu 24. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1; x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 25. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. $3!$. **B.** A_{10}^3. **C.** A_{10}^7. **D.** C_{10}^3.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(-2;-5;4)$. **B.** $(2;5;-4)$. **C.** $(2;5;4)$. **D.** $(2;-5;-4)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$ là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$. **C.** $x-2y-3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

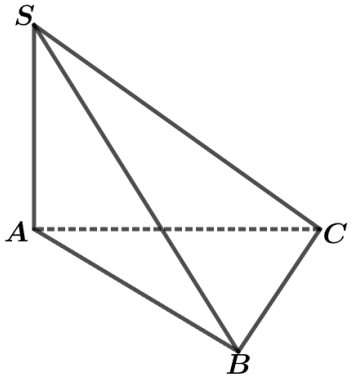
Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\dfrac{25}{4}$. **B.** $\dfrac{45}{4}$. **C.** $\dfrac{89}{4}$. **D.** 16.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 32. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 34. Cho a,b là các số thực tùy ý thỏa mãn $a>1,b>1$, đặt $\ln a=x^2$; $\ln b=y^2$. Giá trị của biểu thức $P=\ln(ab)$ là

A. $P=\dfrac{x^2}{y^2}$. **B.** $P=x^2-y^2$. **C.** $P=x^2+y^2$. **D.** $P=x^2y^2$.

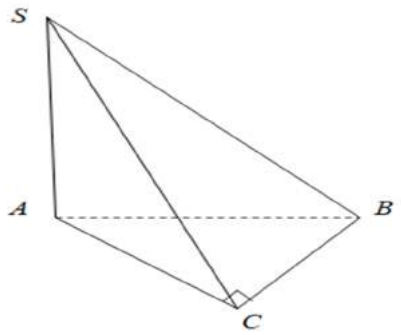
Câu 35. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{15}$.

Câu 36. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\dfrac{1}{14}$. **B.** $\dfrac{15}{56}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

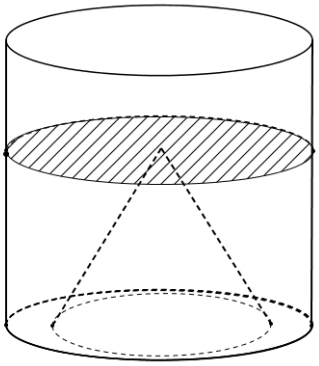


A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx=2$ tích phân $\displaystyle\int_0^2 (2f(x)-3)\,dx$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 39. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2=3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng cùng nằm trân một mặt phẳng) thì mực nước dâng cao bằng đỉnh của nón. Chiều cao của khối nón là



A. 26. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

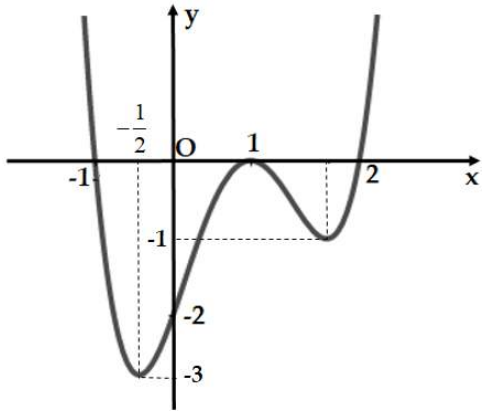
A. $\frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-9}{8}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z+1}{8}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-5}{8}$. **D.** $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-1}{8}$.

Câu 41. Cho $x>0, y>1$ thỏa mãn $\frac{1}{2}y^2.\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\frac{8y^2}{x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $e^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m,n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 13.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.



Đặt $g(x)=f(f(x)-1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 43. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB=2a, BC=a, SA$ vuông góc với mặt đáy và cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E,F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE, SD=3SF$. Thể tích V của khối tứ diện $AEFC$ là

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;1$ và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=3$, $z_2+z_3=0$ và $z_1z_2z_3=9(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18

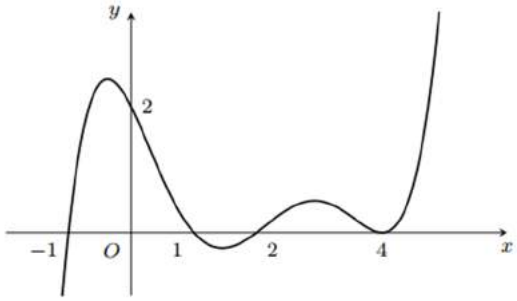
Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Câu 47. Cho phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 không là số thực thỏa mãn hệ thức $i|z_1|=z_2+i-3$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì đi qua M cắt (S) tại A,B. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4; f(0)=1$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2dx=9$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x\cdot f^2(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	A	C	D	B	D	C	B	D	C	A	B	D	C	A	B	D	B	A	C	A	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	C	A	A	B	B	C	B	C	D	C	B	A	D	C	C	C	A	C	C	B	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-4;0;2)$. **B.** $I(2;0;-1)$. **C.** $I(2;0;1)$. **D.** $I(4;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{e}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}(4;2;-2)$. **C.** $\vec{n}(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha):2x+y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;1;-1)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. $u_2=-1$. **B.** $u_2=12$. **C.** $u_2=7$. **D.** $u_2=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2=u_1+d=3+4=7$..

Câu 6. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=5-3i$ có điểm biểu diễn là $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S=2\pi rl=2\pi.4.3=24\pi$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức là 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tuỳ ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây sai

A. $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

B. $\log_a (bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$.

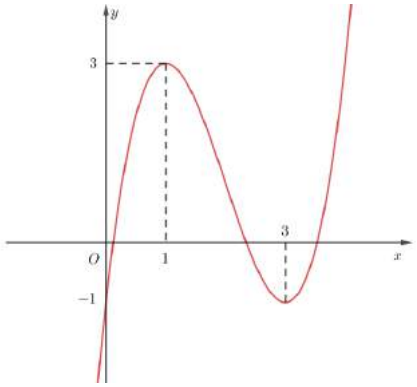
D. $\log_a b^n=n\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ nên mệnh đề C sai.

Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là



A. 4.

B. 3.

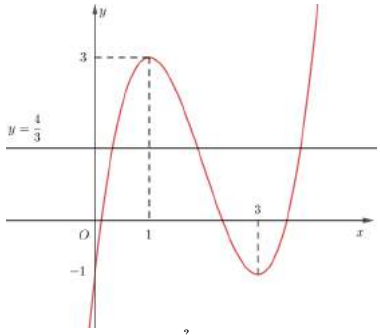
C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$ là số giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$



Dựa vào đồ thị ta có hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm nên phương có 3 nghiệm.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(1;2;-3)$.

B. $\vec{u}=(2;1;-3)$.

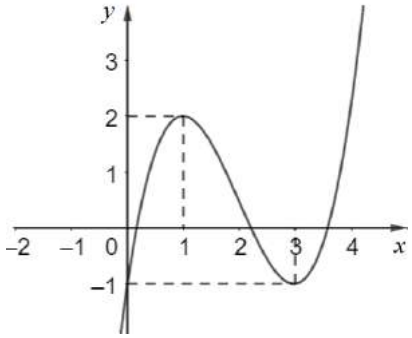
C. $\vec{u}=(2;1;1)$.

D. $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Cho đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là $m=-1$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V=B.h=6a^3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng

A. $\int f(x)dx=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx=-\cos x+x+C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V=9\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi R^3=36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x)=x$. **C.** $F'(x)=x^2$. **D.** $F'(x)=2x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int x^2\mathrm{d}x=F(x)+C\Rightarrow F'(x)=\left(\int x^2dx\right)'=x^2$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu tại $x=-3$, $x=3$ và $x=4$ do đó hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2=(1-2i).(2+3i)=2+3i-4i-6i^2=8-i$ do đó phần thực của số phức $z_1.z_2$ là 8.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x)>2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3(4-x)>2\Leftrightarrow\begin{cases}4-x>0\\4-x>3^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<4\\x<-5\end{cases}\Leftrightarrow x<-5$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int_{-3}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-3}^{2}g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-3}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{-3}^{2}g(x)\mathrm{d}x=2+(-5)=-3$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x+1}{2+x}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị số đã cho là $x=-2$.

Câu 22. Phương trình $5^x=2$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{2}{5}$. **B.** $x=\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=\log_5 2$. **D.** $x=\log_2 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^x=2\Leftrightarrow x=\log_5 2$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_4 x$ là

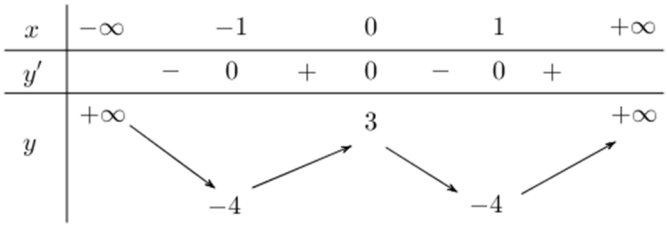
A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 4}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 4}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=(\log_4 x)'=\dfrac{1}{x\ln 4}$.

Câu 24. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1;x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biên thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1;x=1$.

Câu 25. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. 3!. **B.** A_{10}^3. **C.** A_{10}^7. **D.** C_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 3 phần tử của X là C_{10}^3.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow I(1;1;-2)$ và $IA=\sqrt{6}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{6}$

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(-2;-5;4)$. **B.** $(2;5;-4)$. **C.** $(2;5;4)$. **D.** $(2;-5;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của M trên mặt phẳng $(Oyz)\Rightarrow H(0;-5;4)$.

Gọi M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng $(Oyz)\Rightarrow H$ là trung điểm của MM'

$\Rightarrow M'(-2;-5;4)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$ là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$. **C.** $x-2y-3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(P)//(Q)\Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;3)$

$(P):2(x-1)-(y-2)+3(z+3)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

Câu 29. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{45}{4}$. **C.** $\frac{89}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0$ và $1\notin[2;3]$

$M=\max\limits_{[2;3]}y=y(2)=4$ và $m=\min\limits_{[2;3]}y=y(3)=\frac{5}{2}$

$M^2+m^2=4^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{89}{4}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\frac{x-1}{x-2}$.

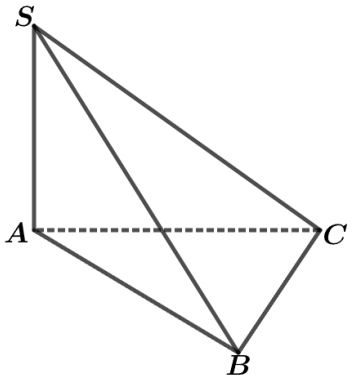
Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3+x$

$y'=3x^2+1>0,\ \forall x$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

$(SBC)\cap(ABC)=BC$.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Do đó $((SBC),(ABC))=(SB,AB)=\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông ở A: $\tan(SBA)=\frac{SA}{AB}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SBA}=60°$.

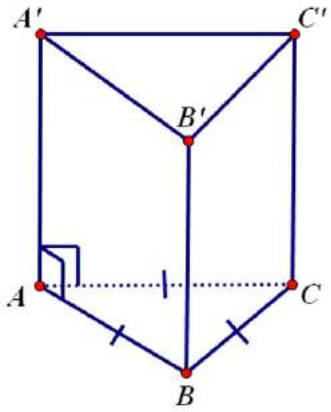
Vậy góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$.

Câu 32. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x+yi \ \ (x,y \in \mathbb{R})$.

$|x+yi-3+4i|=2$

$\Leftrightarrow |(x-3)+(y+4)i|=2$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+4)^2=4$

$\Rightarrow$ tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$ và có bán kính $R=2$.

Câu 34. Cho a,b là các số thực tùy ý thỏa mãn $a>1, b>1$, đặt $\ln a = x^2$; $\ln b = y^2$. Giá trị của biểu thức $P = \ln(ab)$ là

A. $P = \dfrac{x^2}{y^2}$. **B.** $P = x^2 - y^2$. **C.** $P = x^2 + y^2$. **D.** $P = x^2y^2$.

Lời giải

Chọn C

$P = \ln(ab) = \ln a + \ln b = x^2 + y^2$..

Câu 35. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $4-x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = \pi\int_{-2}^{2}\left(4-x^2\right)^2 \mathbf{d}x = \dfrac{512\pi}{15}$..

Câu 36. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\dfrac{1}{14}$. **B.** $\dfrac{15}{56}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu của phép thử là $n(\Omega)=C_{15}^{2}=105$.

Gọi A là biến cố để "hai lá bài có màu khác nhau".

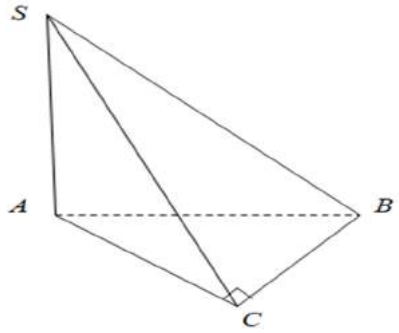
Để lấy được hai lá bài khác màu: một lá bài màu đỏ, một lá bài màu đen.

Vậy ta có $n(A)=C_{8}^{1}.C_{7}^{1}=56$.

Xác suất để lấy được hai lá bài khác màu là

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{56}{105}=\dfrac{8}{15}$.

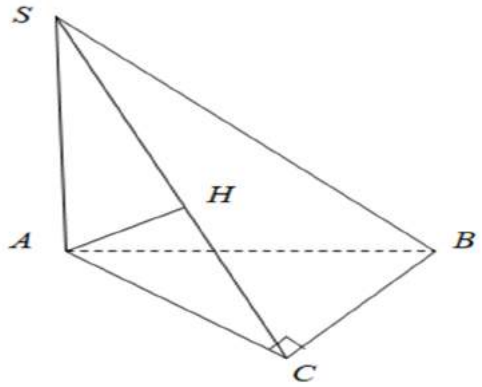
Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH\perp SC$ trong mặt phẳng (SBC)

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AC\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAC)\Rightarrow BC\perp AH$

Vậy $\begin{cases}AH\perp BC\\ AH\perp SC\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH=\dfrac{1}{2}SC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38. Cho $\int_{0}^{2}f(x)dx=2$ tích phân $\int_{0}^{2}(2f(x)-3)dx$ bằng

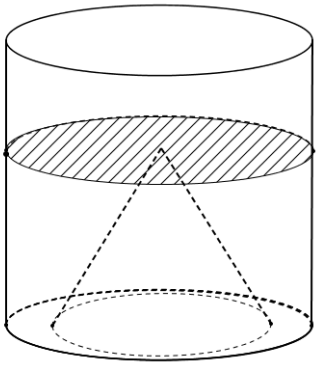
A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\int_{0}^{2}(2f(x)-3)dx=2\int_{0}^{2}f(x)dx-3\int_{0}^{2}dx=2.2-3.2=-2$.

Câu 39. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2=3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng cùng nằm trân một mặt phẳng) thì mực nước dâng cao bằng đỉnh của nón. Chiều cao của khối nón là



A. 26. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nước ban đầu là $V_1 = \pi r_2^2.26$

Thể tích khối nón là $V_2 = \frac{1}{3}\pi r_1^2.h$

Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ thì mực nước dâng cao bằng đỉnh của nón nên tổng thể tích nước ban đầu và thể tích khối nón bằng thể tích khối trụ có cùng chiều cao với chiều cao của khối nón, do đó ta có phương trình

$V_1 + V_2 = \pi r_2^2.h$

$\Leftrightarrow \pi r_2^2.26 + \frac{1}{3}\pi r_1^2.h = \pi r_2^2.h$

.

$\Leftrightarrow \pi 9r_1^2.26 + \frac{1}{3}\pi r_1^2.h = \pi 9r_1^2.h$

$\Leftrightarrow h = 27$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=2t' \\ y=3+t' \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-9}{8}$. **B.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{8}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{8}$. **D.** $\frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A = \Delta \cap d_1$, $B = \Delta \cap d_2$. Vì $\Delta \subset (\alpha)$ nên $A = (\alpha) \cap d_1$, $B = (\alpha) \cap d_2$

Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(-2+t;2+t;-t)$, mà $A \in (\alpha)$ nên $-4+2t-4-2t+t+1=0 \Leftrightarrow t=7$

$\Rightarrow A(5;9;-7)$

Vì $B \in d_2 \Rightarrow B(2t';3+t';1)$, mà $B \in (\alpha)$ nên $4t'-6-2t'-1+1=0 \Leftrightarrow t'=3 \Rightarrow B(6;6;1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1;-3;8)$ và đi qua điểm $B(6;6;1)$. Do đó phương trình Δ là $\frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-1}{8}$

Xét phương án A: $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-9}{8}$. Ta thấy đường thẳng này có cùng VTCP với đường thẳng Δ và đi qua điểm $E(7;3;9)$. Dễ thấy $E \in \Delta$. Do đó phương án A thoả mãn.

Câu 41. Cho $x>0, y>1$ thỏa mãn $\frac{1}{2}y^2.\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\frac{8y^2}{x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $e^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m,n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Với $x>0, y>1$, ta có:

$$\frac{1}{2}y^2.\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+\frac{8y^2}{x^2}\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-4\left(\frac{y-1}{y}\right)^2+\frac{16}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow\log_2\frac{x}{2}-4\left(\frac{2}{x}\right)^2=\log_2\left(\frac{y}{y-1}\right)-4\left(\frac{y-1}{y}\right)^2\quad(*).$$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t-\frac{4}{t^2}\ (t>0)\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+\frac{8}{t^3}>0,\forall t>0\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$. Khi đó $(*)$ có nghiệm $\frac{x}{2}=\frac{y}{y-1}\Leftrightarrow x=\frac{2y}{y-1}$.

Khi đó $P=\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}=e^{\frac{\left(\frac{x}{2}\right)^2}{1+2y}+\frac{y^2}{x+1}}$. Đặt $\frac{x}{2}=a>0; y=b>1$.

Từ $x=\frac{2y}{y-1}\Rightarrow\frac{x}{2}(y-1)=y\Rightarrow a+b=ab$. Mặt khác, ta có:

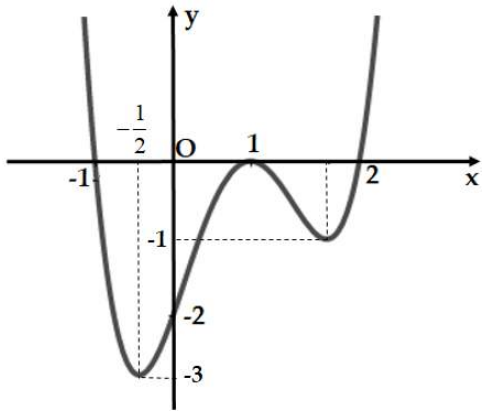
$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\geq ab\Rightarrow\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\geq a+b\Rightarrow(a+b)^2-4(a+b)\geq 0\Rightarrow a+b\geq 4\ \ (do\ a+b>0).$$

Ta có: $P=e^{\frac{a^2}{1+2b}+\frac{b^2}{1+2a}}$. Theo bất đẳng thức BCS ta có: $\frac{a^2}{1+2b}+\frac{b^2}{1+2a}\geq\frac{(a+b)^2}{2+2(a+b)}$.

Xét hàm số $f(t)=\frac{t^2}{2+2t}$, $(t\geq 4)\Rightarrow f'(t)=\frac{2t^2+4t}{(2+2t)^2}>0,\forall t\geq 4\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[4;+\infty)$.

Suy ra $\min\limits_{[4;+\infty)}f(t)=f(4)=\frac{8}{5}$. Khi đó: $P_{\min}=e^{\frac{8}{5}}=e^{\frac{m}{n}}\Rightarrow m=8,n=5\Rightarrow m+n=13$..

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới.

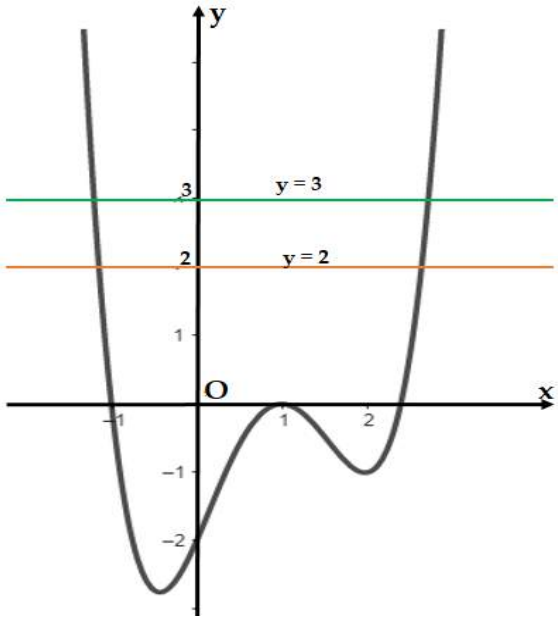


Đặt $g(x)=f(f(x)-1)$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C



Ta có phương trình $g(x)=0 \Leftrightarrow f(f(x)-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1=-1 \\ f(x)-1=1 \\ f(x)-1=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \ (3\ nghiem) \\ f(x)=2 \ (2\ nghiem) \\ f(x)=3 \ (2\ nghiem) \end{array}\right.$

Các nghiệm trên không trùng nhau. Vậy phương trình $g(x)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 43. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ cạnh $AB=2a, BC=a, SA$ vuông góc với mặt đáy và cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E,F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE, SD=3SF$. Thể tích V của khối tứ diện $AEFC$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gắn hệ trục tọa độ với gốc $O\equiv A$, tia $Ox\equiv AB$; tia $Oy\equiv AD$; tia $Oz\equiv AS$.

Coi $a=1$.

$SA=AC.\tan\alpha=\sqrt{5}.\dfrac{\sqrt{5}}{5}=1.$

Ta có $A(0;0;0), C(2;1;0), E\left(1;0;\dfrac{1}{2}\right), F\left(0;\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right).$

$\overrightarrow{AC}(2;1;0), \overrightarrow{AE}\left(1;0;\dfrac{1}{2}\right), \overrightarrow{AF}\left(0;\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right]=\left(\dfrac{1}{2};-1;-1\right).$

$V=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE}\right].\overrightarrow{AF}\right|=\dfrac{1}{6}.$

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;1$ và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{37}{6}$. **D.** $\dfrac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;1$ và 2 nên

$f'(x)-g'(x)=4a(x+1)(x-1)(x-2)\Rightarrow f'(0)-g'(0)=8a$.

Mặt khác $f'(0)-g'(0)=4\Rightarrow 8a=4\Rightarrow a=\dfrac{1}{2}$.

$S=\int_{-1}^{2}\left|2(x+1)(x-1)(x-2)\right|dx=\dfrac{37}{6}$.

Câu 45. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=3$, $z_2+z_3=0$ và $z_1z_2z_3=9(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_2+z_3=0\Leftrightarrow z_2=-z_3\Rightarrow|z_1|=|z_2|=|z_3|=3\Rightarrow$ Tam giác ABC nội tiếp $(O,3)$.

Mà $z_2=-z_3$ nên B đối xứng với C qua O hay BC là đường kính $(O,3)$ nên tam giác ABC vuông tại A và $BC=6$.

Ta có $z_1z_2z_3=9(z_1+z_2)\Rightarrow|z_1||z_2||z_3|=9|z_1+z_2|\Leftrightarrow|z_1+z_2|=3$.

Ta có $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2\left(|z_1|^2+|z_2|^2\right)\Rightarrow AB=|z_1-z_2|=3\sqrt{3}\Rightarrow AC=3\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2+6x+m>0$.

Để $\log_5\left(5x^2+5\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$

$\Leftrightarrow\log_5\left(5x^2+5\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right),\forall x\in(2;3)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}5x^2+5>x^2+6x+m\\ x^2+6x+m>0\end{cases},\forall x\in(2;3)\Leftrightarrow\begin{cases}m<4x^2-6x+5\\ m>-x^2-6x\end{cases},\forall x\in(2;3)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 9\\ m\ge -16\end{cases}\Leftrightarrow -16\le m\le 9$.

Câu 47. Cho phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 không là số thực thỏa mãn hệ thức $i|z_1|=z_2+i-3$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2+az+b=0$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) có hai nghiệm z_1, z_2 suy ra $|z_1|=|z_2|$. Khi đó

$i|z_1|=z_2+i-3\Leftrightarrow z_2=3+\left(|z_2|-1\right)i$

$\Leftrightarrow|z_2|=\left|3+\left(|z_2|-1\right)i\right|\Leftrightarrow|z_2|^2=3^2+\left(|z_2|-1\right)^2$

$\Leftrightarrow|z_2|=5.$

Do đó $z_2=3+4i$ suy ra $z_1=3-4i$.

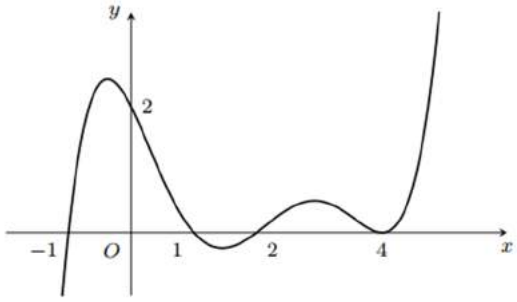
Theo hệ thức Vi-ét, z_1, z_2 là nghiệm phương trình

$z^2-6z+25=0$.

Suy ra $a=-6$, $b=25$.

Vậy $2a+b=13$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ là hàm số chẵn. Suy ra hàm số có đúng 11 điểm cực trị khi hàm số $y=g(x)=f\left(x^3-3x+m+2023\right)$ có 5 điểm cực trị dương.

$g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x^3-3x+m+2023=-1\\x^3-3x+m+2023=1\\x^3-3x+m+2023=2\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x^3-3x+2023=-m-1\\x^3-3x+2023=-m+1\\x^3-3x+2023=-m+2\end{bmatrix}$$

(loại $x=-1$ vì chỉ nhận giá trị dương).

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2023$ ta có $h'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x=-1.\end{bmatrix}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2025	↘	2023	↘	2021	↗	$+\infty$

Để $g(x)$ có 5 điểm cực trị dương thì $f'\left(x^3-3x+m+2023\right)$ phải có 4 nghiệm dương khác 1.

Trường hợp 1: $\begin{cases}2021<-m-1<2023\\-m+1>2023\\-m+2>2023\end{cases}\Leftrightarrow -2024<m<-2022\Rightarrow m=-2023.$

Trường hợp 2: $\begin{cases}2021<-m+1<2023\\2021<-m+2<2023\\-m-1\le 2021\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2022<m<-2020\\-2021<m<-2019\\m\ge -2022\end{cases}\Leftrightarrow -2021<m<-2020$, không tồn tại giá trị nguyên m.

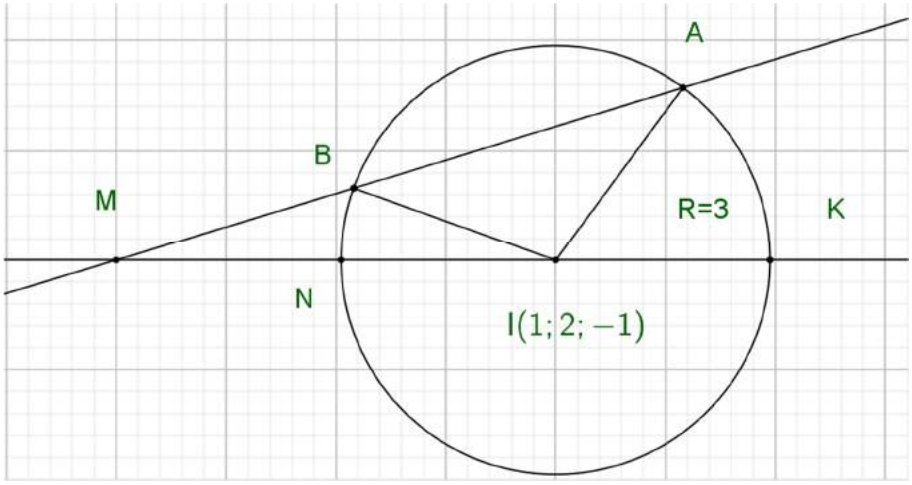
Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì đi qua M cắt (S) tại A,B. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R=3$. Khi đó $(S)\cap(d,I)=C(I,3)$.

Kẻ đường thẳng $MI, MI\cap(C)=\{N,K\}$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=(-3;0;-4)\Rightarrow MI=5>3=R\Rightarrow M$ nằm ngoài mặt cầu.

Ta có $MN=2, MK=8$.

Mà $MN.MK=MA.MB\Rightarrow MA.MB=2.8=16$.

Do đó $MA^2+4MB^2\geq 4MA.MB=64$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}MA^2=4MB^2\\ MA^2+4MB^2=64\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}MA=4\sqrt{2}\\ MB=2\sqrt{2}\end{cases}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=4; f(0)=1$ và $\int_0^1\left[f'(x)\right]^2dx=9$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x\cdot f^2(x)dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int_0^1 f'(x)dx=f(1)-f(0)=4-1=3$.

$\int_0^1 3dx=3\Rightarrow\left(\int_0^1 3dx\right)^2=9$.

$\int_0^1\left(f'(x)\right)^2dx-2.3.\int_0^1 f'(x)dx+\left(\int_0^1 3dx\right)^2=9-2.3.3+3^2=0\Rightarrow\int_0^1\left(f'(x)-3\right)^2dx=0$

$\Rightarrow f'(x)-3=0$

$\Rightarrow f'(x)=3\Rightarrow f(x)=3x+C$.

Theo bài ra $f(0)=1\Rightarrow C=1\Rightarrow f(x)=3x+1\Rightarrow\int_0^1 x.f^2(x)dx=\int_0^1 x.(3x+1)^2dx=\frac{19}{4}$.

HẾT

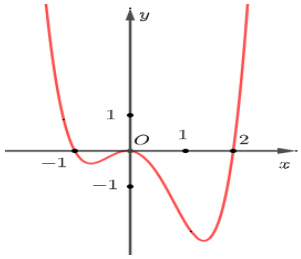
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho tập S có 5 phần tử. Số tập con gồm đúng 2 phần tử của S là
A. 30. **B.** 5^2. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-3;1;-4)$ và $B(1;-1;2)$. Mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính có phương trình là
A. $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=14$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=14$.
C. $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=56$. **D.** $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-6)^2=14$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau.

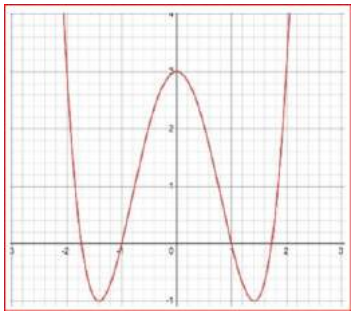


Điểm cực tiểu của hàm số là
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P)?
A. $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Câu 5: Đường cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$.
A. $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $N(-1;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 7: Cho hình nón có bán kính đáy $R=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng
A. 20π. **B.** 15π. **C.** 25π. **D.** 12π.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$ có tọa độ là
A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ thỏa mãn $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}-3\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{a}$ là
A. $(2;-3;1)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-3;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=4$, $AC=5$, biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. 36. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\dfrac{2}{x}$ là

A. $1+\dfrac{2}{x^2}+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}-2\ln|x|+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}-2\ln x+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 12: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 13: Cho các số phức $z=-1+2i$, $w=3-i$. Phần ảo của số phức $z\overline{w}$ bằng

A. $5i$. **B.** 7. **C.** $7i$. **D.** 5.

Câu 14: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2$, $y=0$, $x=0$ và $x=3$ quay quanh trục Ox là

A. $\dfrac{71\pi}{35}$. **B.** $\dfrac{71}{35}$. **C.** $\dfrac{81\pi}{35}$. **D.** $\dfrac{81}{35}$.

Câu 15: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24, chiều cao bằng 8. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 192. **B.** 96. **C.** 576. **D.** 64.

Câu 16: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ thì $F'\left(2\sqrt{2}\right)-F'(0)$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $-\dfrac{2}{3}$. **C.** $-\dfrac{8}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 17: Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_0^2\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

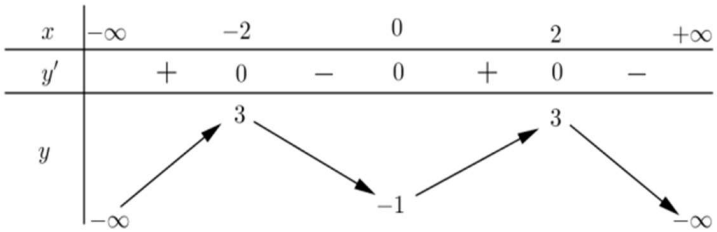
Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=x\ln 5$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có toạ độ là

A. $(1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;1)$.

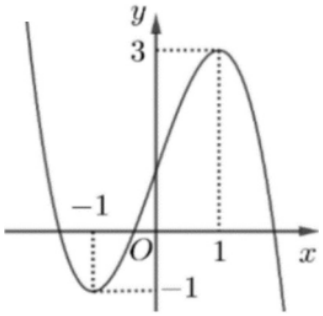
Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

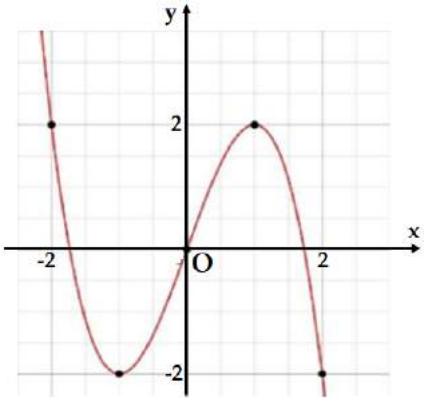
Câu 21: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 22: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^3$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=\frac{1}{2}, u_2=2$. Tìm công bội của cấp số nhân

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** −2.

Câu 26: Với a,b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln\left(a^2b^4\right)$ bằng

A. $2\ln a+4\ln b$. **B.** $4\ln a+2\ln b$. **C.** $2\ln|a|+4\ln|b|$. **D.** $4\left(\ln|a|+\ln|b|\right)$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x<1$ là

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(-\infty;10)$. **C.** $(0;10)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 28: Một hộp đựng 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy cạnh bằng a, cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Số góc đo giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 30: Nếu $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=2$ và $\int_{-1}^{1} g(x)\,dx=-7$ thì $\int_{-1}^{1}\left[f(x)-\frac{1}{7}g(x)\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** −3. **C.** −1. **D.** 3.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $\left(\overline{z}-2i\right)\left(z+2\right)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp tất cả các điểm số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 32: Số điểm cực trị của hàm số $y=\left(x-1\right)^2\left(x-2\right)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33: Cho khối cầu có bán kính $R=6$. Thể tích khối cầu bằng

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 144π. **D.** 288π.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}_1(2;1;-3)$. **B.** $\vec{u}_2(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{u}_3(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}_4(-1;2;-1)$.

Câu 35: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 2. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn $xf'(x)+2x^2=f(x)+2x^3,\forall x\neq 0$ $f(1)=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$

A. $\dfrac{5}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, $A'C'$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AB' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(3;0;0\right)$, $B\left(0;4;0\right)$. Chu vi tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 25.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên $x\in\left(0;2025\right)$ sao cho ứng với mỗi x, tồn tại ít nhất 10 số nguyên $y\in\left(-3;10\right)$ thoả mãn $2^y3^x+6560\le 3^{2x^2+y}$?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2024.

Câu 40: Cho khối nón đỉnh S và tâm của đường tròn đáy là O. Gọi A,B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $\tan\left(\widehat{SAO}\right)=\dfrac{4}{3},\widehat{ASB}=60^0$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng $\dfrac{\sqrt{22}}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{45\pi\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{15\pi\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{27\pi\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\dfrac{9\pi\sqrt{6}}{8}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=x^3+2\left(m-2\right)x^2-5x+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số đã cho có hai điểm cực trị $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ thỏa mãn $\left|x_1\right|-\left|x_2\right|=-2$

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** -1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 5.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-6;3\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

A. $\left(4;-4;1\right)$. **B.** $\left(-8;4;-3\right)$. **C.** $\left(1;2;1\right)$. **D.** $\left(1;-2;0\right)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)-2G(4)=6$ và $F(-8)-2G(-8)=-2$. Khi đó $\int_{-1}^{3} f(3x-5)dx$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** -3. **D.** $-\frac{8}{3}$.

Câu 44: Cho các số phức z, w thỏa mãn $|w-3+i|=3\sqrt{2}$ và $\frac{w}{z-2}=1+i$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $\sqrt{52}+\sqrt{55}$. **B.** $3+\sqrt{134}$. **C.** $\frac{29}{2}$. **D.** $2\sqrt{53}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):3x-8y+7z-1=0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có 2 nghiệm z_1, z_2 phân biệt thỏa mãn $|z_1(z_1^2+mz_2)|=(m^2-m-8)|z_2|$?

A. 11. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng $SA=a$, $AB=a$, $AD=2a$. Tính theo a khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

A. $\frac{4a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x^2+mx+16)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2023$ đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$

A. 10. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 18.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{4}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(m;n;1)$. Tính $T=m^2-n^2$.

A. $T=4$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=-5$.

Câu 50: Cho bất phương trình $2^{x^2+x}+2x\le 2^{3-x}-x^2+3$ có tập nghiệm là $[a;b]$. Giá trị của biểu thức $2a+b$ bằng.

A. 1. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.A**	**3.B**	**4.B**	**5.A**	**6.A**	**7.B**	**8.D**	**9.A**	**10.C**
11.B	**12.A**	**13.D**	**14.C**	**15.A**	**16.B**	**17.A**	**18.B**	**19.B**	**20.A**
21.B	**22.A**	**23.D**	**24.A**	**25.B**	**26.C**	**27.C**	**28.D**	**29.C**	**30.D**
31.A	**32.C**	**33.D**	**34.C**	**35.B**	**36.D**	**37.D**	**38.A**	**39.B**	**40.D**
41.B	**42.A**	**43.D**	**44.D**	**45.C**	**46.D**	**47.B**	**48.C**	**49.A**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho tập S có 5 phần tử. Số tập con gồm đúng 2 phần tử của S là

A. 30. **B.** 5^2. **C.** C_5^2. **D.** A_5^2.

Lời giải

Chọn C.

Số tập con gồm đúng 2 phần tử của S là C_5^2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-3;1;-4)$ và $B(1;-1;2)$. Mặt cầu (S) nhận AB làm đường kính có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=14$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=14$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=56$. **D.** $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-6)^2=14$.

Lời giải

Chọn A.

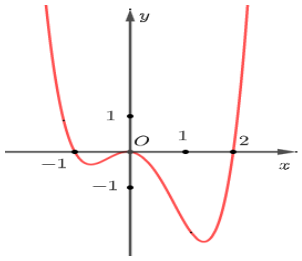
Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Ta có I là trung điểm của AB. Suy ra $I(-1;0;-1)$.

$$R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{(1-(-3))^2+(-1-1)^2+(2-(-4))^2}}{2}=\frac{\sqrt{56}}{2}=\sqrt{14}.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2+y^2+(z+1)^2=14$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau.



Điểm cực tiểu của hàm số là

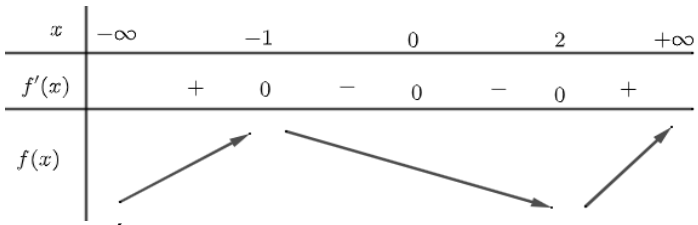
A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x=2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-1=0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(1;2;-1)$. **B.** $\vec{n}_4=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}_1=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_2=(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Câu 5: Đường cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$.

A. $y=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

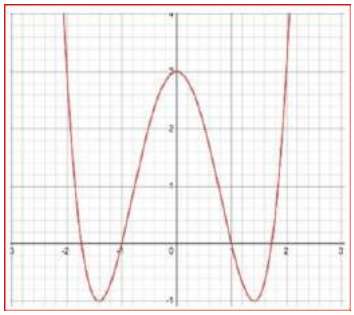
Lời giải

Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $N(-1;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 7: Cho hình nón có bán kính đáy $R=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 20π. **B.** 15π. **C.** 25π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B.

Ta có diện tích xung quanh của hình nón đã cho là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$ có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D.

Điểm biểu diễn của số phức $z=-2+5i$ là $(-1;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ thỏa mãn $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{k}-3\vec{j}$. Tọa độ vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2;-3;1)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $(1;-3;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Lời giải

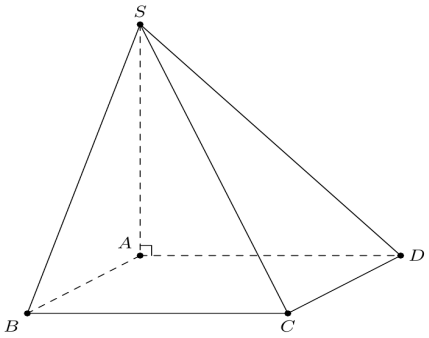
Chọn A.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=4$, $AC=5$, biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 36. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C.



Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.4.\sqrt{5^2-4^2}.6=24$ ..

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\frac{2}{x}$ là

A. $1+\frac{2}{x^2}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}-2\ln|x|+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-2\ln x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+x+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}-2\ln|x|+C$.

Câu 12: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 13: Cho các số phức $z=-1+2i$, $w=3-i$. Phần ảo của số phức $z\overline{w}$ bằng

A. $5i$. **B.** 7. **C.** $7i$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Có $z\overline{w}=(-1+2i)(3+i)=-5+5i$. Phần ảo của số phức $z\overline{w}$ bằng 5.

Câu 14: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{3}x^3-x^2$, $y=0$, $x=0$ và $x=3$ quay quanh trục Ox là

A. $\frac{71\pi}{35}$. **B.** $\frac{71}{35}$. **C.** $\frac{81\pi}{35}$. **D.** $\frac{81}{35}$.

Lời giải

Chọn C.

Có $V_{(H)}=\pi\int_0^3\left(\frac{1}{3}x^3-x^2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{81}{35}\pi$.

Câu 15: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24, chiều cao bằng 8. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 192. **B.** 96. **C.** 576. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A.

Có $V=S.h=24.8=192$.

Câu 16: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ thì $F'\left(2\sqrt{2}\right)-F'(0)$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $-\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Có $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Suy ra $F'(x)=f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

Vậy $F'(2\sqrt{2})-F'(0)=\frac{1}{3}-1=-\frac{2}{3}$.

Câu 17: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^2[3f(x)-2]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int_0^2[3f(x)-2]\mathrm{d}x=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 2\mathrm{d}x=3.2-4=2$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=x\ln 5$. **D.** $y'=\frac{\ln 5}{x}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=(\log_5 x)'=\frac{1}{x\ln 5}$.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có toạ độ là

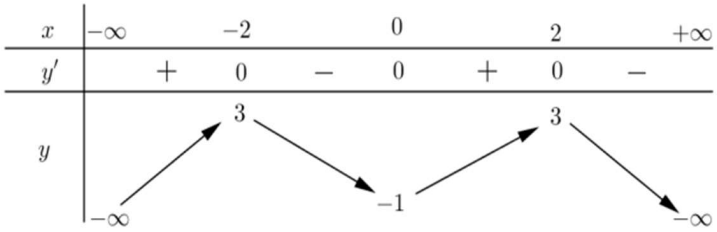
A. $(1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;-1)$. **D.** $(1;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{x+1}$ cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

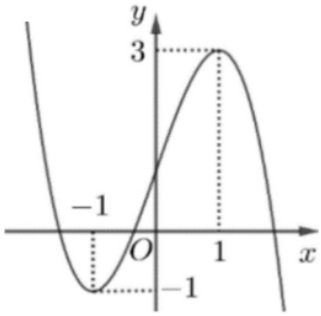
A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Quan sát bảng biên thiên, giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau

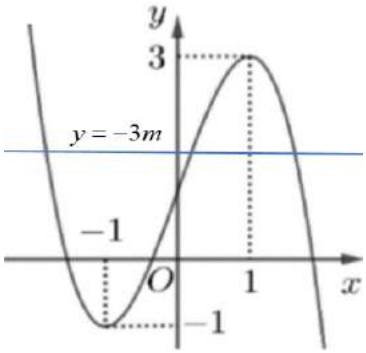


Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt là

A. 2 . **B.** 1. **C.** 3 . **D.** 0 .

Lời giải

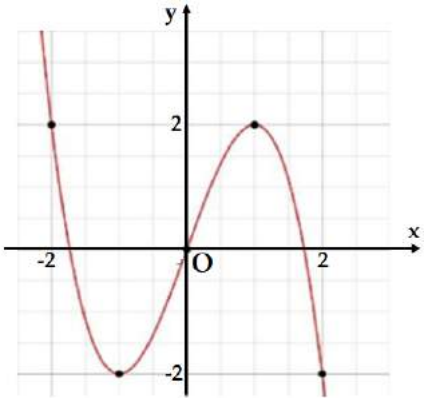
Chọn B.



Phương trình $f(x)+3m=0 \Leftrightarrow f(x)=-3m$ có 3 nghiệm phân biệt khi

$-1<-3m<3 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{1}{3} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m=0 \Rightarrow$ có 1 giá trị của tham số m thỏa mãn..

Câu 22: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^3$. **D.** $y=-x^3+3x^2$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số có dạng như đường cong trong hình vẽ là dáng đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a<0)$ nên loại các đáp án $y=x^3-3x$, $y=3x^4-2x^3$.

Xét đáp án $y=-x^3+3x^2=-x^2(x-3) \Rightarrow$ đồ thị hàm số tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $0 \Rightarrow$ không phù hợp với đồ thị đã cho nên loại đáp án $y=-x^3+3x^2$, suy ra chọn $y=-x^3+3x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8 \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^3 \Leftrightarrow -x > 3 \Leftrightarrow x < -3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty;-3)$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = 2$. Tìm công bội của cấp số nhân

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Công bội của cấp số nhân trên là: $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$.

Câu 25: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B.

$z_1 + z_2 = 2 + i + 1 + 3i = 3 + 4i$.

Vậy số phức $z_1 + z_2$ có phần thực bằng 3.

Câu 26: Với a, b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln\left(a^2b^4\right)$ bằng

A. $2\ln a + 4\ln b$. **B.** $4\ln a + 2\ln b$. **C.** $2\ln|a| + 4\ln|b|$. **D.** $4\left(\ln|a| + \ln|b|\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$\ln\left(a^2b^4\right) = \ln a^2 + \ln b^4 = 2\ln|a| + 4\ln|b|$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x < 1$ là

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(-\infty;10)$. **C.** $(0;10)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C.

$\log x < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 10 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0;10)$.

Câu 28: Một hộp đựng 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn ra 2 chiếc thẻ từ 9 chiếc thẻ là $C_9^2 = 36$ cách.

$\Rightarrow n(\Omega) = 36$.

Gọi biến cố A: "Hai thẻ có 2 số nhân lại là một số chẵn"

Suy ra biến cố $\overline{A}$: "Hai thẻ có 2 số nhân lại là một số lẻ"

Chọn 2 thẻ số lẻ từ 5 thẻ số lẻ thì có số cách là C_5^2.

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = C_5^2 = 10$.

$\Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \frac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$.

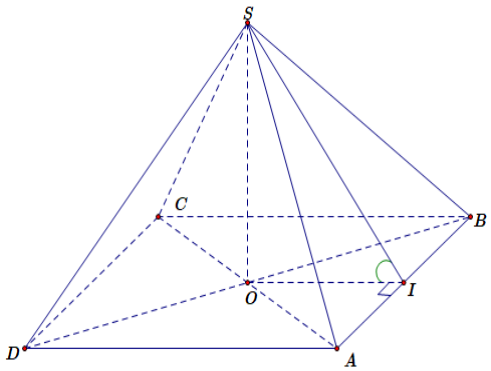
$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{5}{18}=\dfrac{13}{18}$.

Câu 29: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy cạnh bằng a, cạnh bên bằng $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. Số góc đo giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)$.
Gọi I là trung điểm của AB.
Khi đó ta có $(SAB)\cap(ABCD)=AB$, $OI\perp AB$.

Mặt khác $AB\perp SO\Rightarrow AB\perp SI\Rightarrow((SAB),(ABCD))=(SI,OI)=\angle SIO$

Ta có $OI=\dfrac{a}{2}$, $SI=\sqrt{SA^2-AI^2}=a\Rightarrow\cos(SIO)=\dfrac{OI}{SI}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\angle SIO=60°$.

Câu 30: Nếu $\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{-1}^{1}g(x)\mathrm{d}x=-7$ thì $\int\limits_{-1}^{1}\left[f(x)-\dfrac{1}{7}g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** –3. **C.** –1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int\limits_{-1}^{1}\left[f(x)-\dfrac{1}{7}g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\dfrac{1}{7}\int\limits_{-1}^{1}g(x)\mathrm{d}x=3$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(\overline{z}-2i)(z+2)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp tất cả các điểm số phức z là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng Oxy, khi đó $z=x+iy,\overline{z}=x-iy$

Ta có $(\overline{z}-2i)(z+2)=(x-iy-2i)(x+2+iy)=x^2+y^2+2x+2y+i\left[xy-(x+2)(y+2)\right]$

là số thuần ảo $\Rightarrow x^2+y^2+2x+2y=0\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm $I(-1;-1)$, $R=\sqrt{2}$.

Câu 32: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^2(x-2)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y=(x-1)^2(x-2)=x^3-4x^2+5x-2\Rightarrow y'=3x^2-8x+5=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{3}\\x=1\end{array}\right.$.

$\Rightarrow$ hàm số $y=(x-1)^2(x-2)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 33: Cho khối cầu có bán kính $R=6$. Thể tích khối cầu bằng

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 144π. **D.** 288π.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối cầu là:

$V=\frac{4\pi}{3}.R^3=\frac{4\pi}{3}.6^3=288\pi..$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}_1(2;1;-3)$. **B.** $\vec{u}_2(-2;-1;3)$. **C.** $\vec{u}_3(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}_4(-1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 35: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 2. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 1.

.Lời giải

Chọn B.

Đk: $x>0$.

$\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1+2\sqrt{2}\\\log_3 x=1-2\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3^{1+2\sqrt{2}}\\x=3^{1-2\sqrt{2}}\end{array}\right.$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: $3^{1+2\sqrt{2}}.3^{1-2\sqrt{2}}=9$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn $xf'(x)+2x^2=f(x)+2x^3,\forall x\neq 0$ $f(1)=2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$

A. $\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$xf'(x)+2x^2=f(x)+2x^3\Leftrightarrow\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}=2x-2\Leftrightarrow\left(\frac{f(x)}{x}\right)'=2x-2$

$\Rightarrow\frac{f(x)}{x}=\int(2x-2)dx=x^2-2x+C$. Do $f(1)=2\Rightarrow C=3$

Vậy $f(x)=x^3-2x^2+3x;f'(x)=3x^2-4x+3$

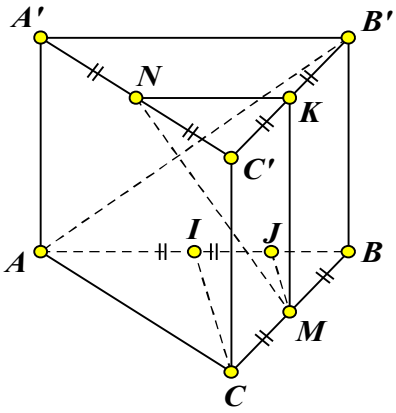
Ta có: $f(x)=f'(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$. Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là: $S=\int_1^3\left|x^3-5x^2+7x-3\right|dx=\frac{4}{3}..$

Câu 37: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các mặt bên đều là hình vuông. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, $A'C'$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AB' bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Từ giả thiết ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và có hai mặt đáy là các tam giác đều.

Gọi K là trung điểm của B'C' ta có MK // BB' và NK // A'B' nên hai mặt phẳng (MNK) và $(ABB'A')$ song song. Từ đó suy ra khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AB' chính là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (MNK) và $(ABB'A')$.

Gọi I là trung điểm của AB, gọi J là trung điểm của BI ta có $MI \parallel CI$. Do tam giác ABC đều và lăng trụ đã cho đứng nên $CI \perp (ABB'A') \Rightarrow MJ \perp (ABB'A') \Rightarrow d((MNK),(ABB'A'))$

$= d(M,(ABB'A')) = MJ \Rightarrow MJ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow CI = 2MJ = a\sqrt{3} \Rightarrow AB = 2a.$

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}AA'.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a.\frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$..

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;4;0)$. Chu vi tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $OA = \sqrt{(3-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2} = 3$; $OB = \sqrt{(0-0)^2+(4-0)^2+(0-0)^2} = 4$

và $AB = \sqrt{(0-3)^2+(4-0)^2+(0-0)^2} = 5$. Do đó chu vi tam giác OAB bằng 12.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên $x \in (0;2025)$ sao cho ứng với mỗi x, tồn tại ít nhất 10 số nguyên $y \in (-3;10)$ thoả mãn $2^y 3^x + 6560 \le 3^{2x^2+y}$?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2024.

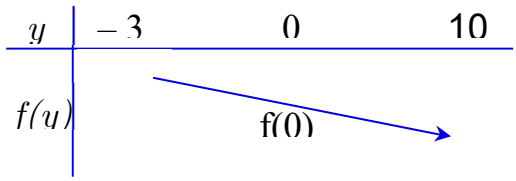
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $2^y 3^x + 6560 \le 3^{2x^2+y} \Leftrightarrow 3^x.\left(\frac{2}{3}\right)^y + \frac{6560}{3^y} - 3^{2x^2} \le 0.$

Xét hàm số $f(y) = 3^x.\left(\frac{2}{3}\right)^y + \frac{6560}{3^y} - 3^{2x^2}$ ta có,

$f'(y) = 3^x\left(\frac{2}{3}\right)^y \ln\frac{2}{3} - \frac{6560.\ln 3}{3^y} < 0, \forall y \in (-3;10)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;10)$.



Để tồn tại ít nhất 10 số nguyên $y \in (-3;10)$ thoả mãn bất phương trình $f(y) \le 0$ thì $f(0) \le 0 \Leftrightarrow 3^x - 3^{2x^2} + 6560 \le 0 \Leftrightarrow 3^{2x^2} - 3^x - 6560 \ge 0$ (1).

Xét hàm số $g(x) = 3^{2x^2} - 3^x - 6560$ ta có $g'(x) = 4x.3^{2x^2} \ln 3 - 3^x \ln 3 > 0$ với mọi $x \ge 1$.

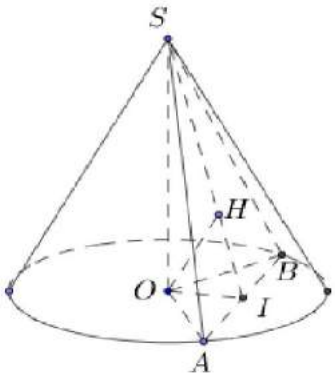
Do đó hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. Hơn nữa $g(2) < 0; g(3) > 0$ nên tập các số nguyên $x \in (0;2025)$ thoả mãn (1) là $\{3;4;...;2024\}$. Vậy có 2022 số thoả mãn yêu cầu bài toán..

Câu 40: Cho khối nón đỉnh S và tâm của đường tròn đáy là O. Gọi A, B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $\tan(\widehat{SAO}) = \frac{4}{3}, \widehat{ASB} = 60^0$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{22}}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{45\pi\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{15\pi\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{27\pi\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{9\pi\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi bán kính đường tròn đáy là R.

Tam giác SOA vuông tại $O \Rightarrow SO = \frac{4}{3}.R,\ SA = \frac{5}{3}.R$

Tam giác SAB cân tại S và $\widehat{ASB} = 60^0$ nên tam giác SAB đều cạnh bằng $\frac{5}{3}.R$.

$OI = \frac{\sqrt{11}}{6}.R; SI = \frac{5\sqrt{3}}{6}.R$.

Ta có $OH.SI = SO.OI \Leftrightarrow \frac{\sqrt{22}}{5}.\frac{5\sqrt{3}}{6}.R = \frac{4}{3}.R.\frac{\sqrt{11}}{5}.R \Rightarrow R = \frac{3\sqrt{6}}{4}$.

$V = \frac{1}{3}\pi R^2.SO = \frac{1}{3}\pi\frac{4}{3}.R^3 = \frac{9\pi\sqrt{6}}{8}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 - 5x + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số đã cho có hai điểm cực trị $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -2$

A. $\frac{7}{2}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=3x^2+4(m-2)x-5$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2+4(m-2)x-5=0$. Vì $ac=-15<0\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm trái dấu mà

$x_1<x_2\Rightarrow x_1<0;x_2>0\Rightarrow |x_1|-|x_2|=-x_1-x_2=-2\Leftrightarrow x_1+x_2=2\Leftrightarrow \frac{2(2-m)}{3}=2\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$.

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

A. $(4;-4;1)$. **B.** $(-8;4;-3)$. **C.** $(1;2;1)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $H(1+3t;-2-2t;t)\in d\Rightarrow \overrightarrow{MH}(3t-1;4-2t;t-3)$.

Véc tơ chỉ phương của (d) là $\vec{u}(3;-2;1)$.

H là hình chiếu của M trên (d)

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3.(3t-1)-2.(4-2t)+(t-3)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(4;-4;1)$..

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)-2G(4)=6$ và $F(-8)-2G(-8)=-2$. Khi đó $\int_{-1}^{3}f(3x-5)dx$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** -3. **D.** $-\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $3x-5=t\Rightarrow 3dx=dt$. Đổi cận: $\begin{cases}x=-1\Rightarrow t=-8\\x=3\Rightarrow t=4\end{cases}$

Nên: $\int_{-1}^{3}f(3x-5)dx=\frac{1}{3}\int_{-8}^{4}f(t)dt=\frac{1}{3}(F(4)-F(-8))\quad(1)$

Vì $F(x),G(x)$ là 2 nguyên hàm của $f(x)$ nên $F(x)=G(x)+C$.

Theo giả thiết: $\begin{cases}F(4)=G(4)+C\\F(4)=2G(4)+6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2F(4)=2G(4)+2C\\F(4)=2G(4)+6\end{cases}\Rightarrow F(4)=2C-6.$

Và: $\begin{cases}F(-8)=G(-8)+C\\F(-8)=2G(-8)-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2F(-8)=2G(-8)+2C\\F(-8)=2G(-8)-2\end{cases}\Rightarrow F(-8)=2C+2$

Thế $F(4),F(-8)$ vào (1) ta được: $\int_{-1}^{3}f(3x-5)dx=\frac{1}{3}\left[(2C-6)-(2C+2)\right]=-\frac{8}{3}$.

Câu 44: Cho các số phức z,w thỏa mãn $|w-3+i|=3\sqrt{2}$ và $\frac{w}{z-2}=1+i$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $\sqrt{52}+\sqrt{55}$. **B.** $3+\sqrt{134}$. **C.** $\frac{29}{2}$. **D.** $2\sqrt{53}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\frac{w}{z-2}=1+i\Rightarrow w=(z-2)(1+i)\Leftrightarrow w-3+i=(1+i)z-5-i\Rightarrow|(1+i)z-5-i|=3\sqrt{2}.$

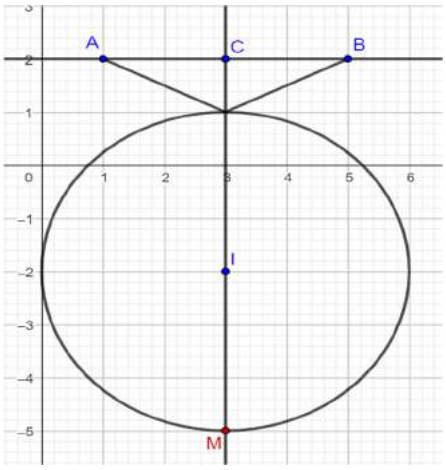
$\Rightarrow |1+i|\left|z+\dfrac{-5-i}{1+i}\right|=3\sqrt{2}\Leftrightarrow |z-3+2i|=3$. Nên $M(z)$ thuộc đường tròn tâm $I(3;-2), R=3$.

Ta có: $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|=MA+MB$, với $M(z), A(1;2), B(5;2)$.

Khi đó: $P^2=(MA+MB)^2\le 2(MA^2+MB^2)=2.\left(2MC^2+\dfrac{AB^2}{2}\right)=AB^2+4MC^2=16+4MC^2$

Với $C(3;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

$\Rightarrow P$ đạt giá trị lớn nhất khi MC lớn nhất.



Dễ thấy MC lớn nhất khi điểm M ở vị trí như hình vẽ, nên:

$P^2\le 16+4.49=212\Rightarrow P\le 2\sqrt{53}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):3x-8y+7z-1=0$. Gọi $C(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC đều. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C.

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Ta có (Q) đi qua trung điểm $M(1;0;-2)$ của AB và nhận $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;0;1)$ làm VTPT nên (Q) có pt $x+z+1=0$.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q)

Ta có d đi qua điểm $(0;-1;-1)$, nhận $\vec{u}=-\dfrac{1}{2}\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(2;-1;-2)$ làm VTCP nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2t\\y=-1-t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Khi đó, để ΔABC đều thì điểm $C\in d\Rightarrow C(2t;-1-t;-1-2t)$ và $\begin{cases}AC=AB=2\sqrt{2}\\BC=AB=2\sqrt{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(2t)^2+(-t-1)^2+(2-2t)^2=8\\(2t-2)^2+(-t-1)^2+(2t)^2=8\end{cases}\Leftrightarrow 9t-6t-3=0\Leftrightarrow t\in\left\{1;\dfrac{-1}{3}\right\}$

Với $t=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow C\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right)\Rightarrow a+b+c=-\dfrac{5}{3}$.

Với $t=1\Rightarrow C(2;-2;-3)\Rightarrow a+b+c=-3$.

Câu 46: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có 2 nghiệm z_1,z_2 phân biệt thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 11. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\Delta=m^2-4m-32$

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm z_1,z_2 phân biệt, ta xét hai trường hợp:

● Trường hợp 1: $\Delta>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>8\end{array}\right.\Rightarrow$ phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1,z_2

Khi đó, theo định lí Vi-et, ta có $\begin{cases}z_1+z_2=m\\z_1.z_2=m+8\end{cases}$

Mà z_1 là nghiệm của phương trình nên $z_1^2-mz_1+m+8=0\Leftrightarrow z_1^2=mz_1-m-8$ (1)

Theo giả thiết, ta có $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được $\left|z_1\left(mz_1-m-8+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow|z_1|\left|\left(m\left(z_1+z_2\right)-m-8\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow|z_1|\left|m^2-m-8\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\\left(m^2-m-8\right)\left(|z_1|-|z_2|\right)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\z_1=-z_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\z_1+z_2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-8>0\\m=0\end{cases}$ (không thỏa mãn)

● Trường hợp 2: $\Delta<0\Leftrightarrow-4<m<8\Rightarrow$ pt đã cho có hai nghiệm phức z_1,z_2 và $|z_1|=|z_2|$

Khi đó $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|\Leftrightarrow|z_1|\left|m^2-m-8\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$

$\Leftrightarrow m^2-m-8>0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;\dfrac{1-\sqrt{33}}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1+\sqrt{33}}{2};+\infty\right)$

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z},m\in(-4;8)$ ta được $m\in\{-2\}\cup\{4;5;6;7\}$

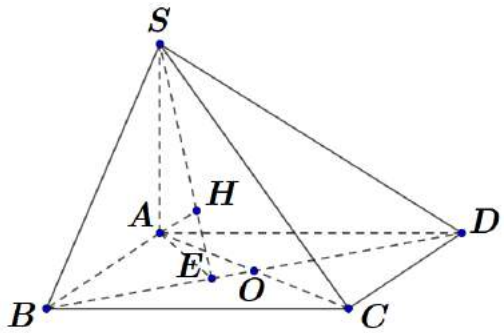
Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng $SA=a$, $AB=a$, $AD=2a$. Tính theo a khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

A. $\dfrac{4a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Do $OC=OA$ nên $d\left(C,(SBD)\right)=d\left(A,(SBD)\right)$.

Kẻ AE vuông với $BD \Rightarrow BD \perp (SAE)$.

Trong (SAE), kẻ $AH \perp SE$, mà $AH \perp BD\left(BD \perp (SAE)\right) \Rightarrow AH \perp (SBD)$.

$\Rightarrow d\left(C,(SBD)\right) = d\left(A,(SBD)\right) = AH$.

Ta có tam giác SAE vuông tại A đường cao AH, tam giác ABD vuông tại A đường cao AE:

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{(2a)^2} = \dfrac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2a}{3}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2\left(x^2 + mx + 16\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $g(x) = f(x) + \dfrac{1}{4}x^4 - \dfrac{2}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 + 2023$ đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$

A. 10. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C.

$g'(x) = f'(x) + x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)^2\left(x^2 + mx + 16\right) + x(x-1)^2 = x(x-1)^2\left(x^2 + mx + 17\right)$.

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(5;+\infty) \Leftrightarrow g'(x) = x(x-1)^2\left(x^2 + mx + 17\right) \geq 0, \forall x \in (5;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 + mx + 17 \geq 0, \forall x \in (5;+\infty) \Leftrightarrow -m \leq x + \dfrac{17}{x}, \forall x \in (5;+\infty)$.

Xét hàm số $h(x) = x + \dfrac{17}{x}$ với $x \in (5;+\infty)$.

Ta có $h'(x) = 1 - \dfrac{17}{x^2} < 0, \forall x \in (5;+\infty)$ nên $h(x)$ nghịch biến trên $(5;+\infty)$. Khi đó

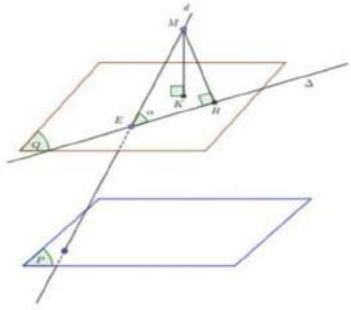
$-m \leq x + \dfrac{17}{x} \Leftrightarrow -m \leq h(5) = \dfrac{42}{5} \Leftrightarrow m \geq \dfrac{-42}{5} \Rightarrow m \in \{-8;-7;-6;...;10\}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{4} = \dfrac{y-1}{-4} = \dfrac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$ song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (m;n;1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

A. $T = 4$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = -4$. **D.** $T = -5$.

Lời giải

Chọn A.



Lấy $M(2;-3;1) \in d$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua E và song song với $(P) \Rightarrow (Q): 2x - y + 2z + 9 = 0$.

Theo đề bài ta có đường thẳng d đi qua E và cắt mặt phẳng (P).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên đường thẳng d và (Q). Tọa độ điểm K là nghiệm hệ phương trình.

$$\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3-t \\ z = 1+2t \\ 2x-y+2z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow 2(2+2t)-(-3-t)+2(1+2t)+9=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow K(-2;-1;-3).$$

Gọi $\alpha = (d;\Delta) \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{MH}{ME} \geq \dfrac{MK}{ME} \Rightarrow \alpha$ bé nhất $H \equiv K$.

$\Rightarrow \vec{u} = (0;2;1) \Rightarrow T = 4$.

Câu 50: Cho bất phương trình $2^{x^2+x} + 2x \leq 2^{3-x} - x^2 + 3$ có tập nghiệm là $[a;b]$. Giá trị của biểu thức $2a+b$ bằng.

A. 1. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

$2^{x^2+x} + 2x \leq 2^{3-x} - x^2 + 3 \Leftrightarrow 2^{x^2+x} + x^2 + x \leq 2^{3-x} + 3 - x (*)$.

Xét $f(t) = 2^t + t \Rightarrow f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$(*) \Leftrightarrow f(x^2+x) \leq f(3-x)$.

Mà $f(t)$ đồng biến $\Leftrightarrow x^2 + x \leq 3 - x \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1$.

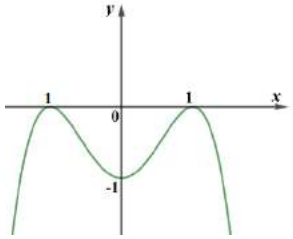
$\Rightarrow a = -3, b = 1 \Rightarrow T = 2a + b = -5$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4+3x^2-3$.
C. $y=-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Câu 2: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+7=0$ là
A. $1+\sqrt{6}i$. **B.** $-1+\sqrt{6}i$. **C.** $-1-\sqrt{6}i$ **D.** $1-\sqrt{6}i$.

Câu 3: Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. πr^2h. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $\frac{2}{3}\pi rh^2$ **D.** $2\pi rh$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là
A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a, SA\perp(ABC), SA=a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng
A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$ có bán kính là
A. $R=4$. **B.** $R=1$. **C.** $R=3\sqrt{2}$ **D.** $R=2$.

Câu 7: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kỳ $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh là $\sqrt{x^2-3}$
A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{10\pi}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

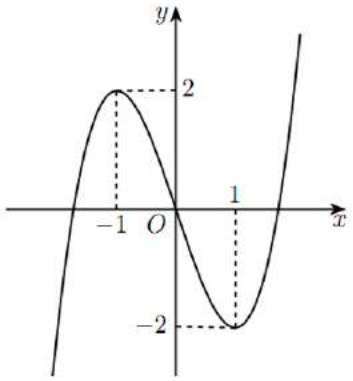
Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3=2$ và $u_4=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 10: Cho các số thực a,b thỏa mãn $\log a=x, \log b=y$. Tính $P=\log(a^2b^3)$
A. $P=x^3y^2$. **B.** $P=2x+3y$. **C.** $P=6xy$. **D.** $P=x^2+y^2$.

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $4a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-x$ và $y=x-x^2$ bằng
A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{81}{12}$. **D.** 13.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=3-12i$ là

A. $\overline{z}=-3-12i$. **B.** $\overline{z}=-3+12i$. **C.** $\overline{z}=3+12i$. **D.** $\overline{z}=3-12i$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ là

A. $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=\sin x-3^x$. Khẳng định nào sau là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\cos x+3\ln 3^x+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-3\ln 3^x+C$

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $I=\int_{-1}^{2}[3f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=14$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=-10$.

Câu 20: Với mọi $x\neq 0$, đạo hàm của hàm số $y=e^{\frac{1}{x}}$ là

A. $y'=-\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$. **C.** $y'=-\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$.

Câu 21: Với số thực dương a tùy ý thì $\sqrt{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{5}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{2}}$. **D.** a^2.

Câu 22: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1;2;3;4;5;6$?

A. A_6^5. **B.** P_5. **C.** C_6^5. **D.** P_6.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z-4(\bar{z}-i)=-8+19i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 13.

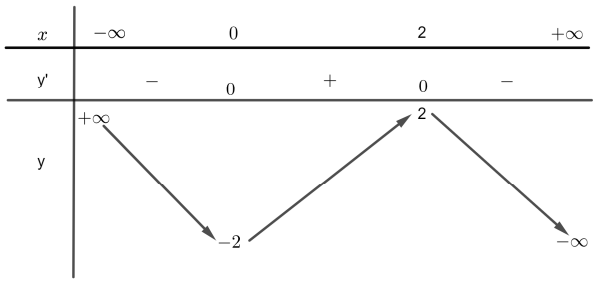
Câu 25: Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 6. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 3.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $SA\perp(ABC)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

A. 30^0. **B.** 75^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=3-4i; z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1 **B.** 1 **C.** 7 **D.** -7

Câu 29: Khối cầu đường kính $4a$ có thể tích bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $\frac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $6\pi a^3$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-y+2z+4=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-y+2z-6=0$. **B.** $3x-y+2z+6=0$. **C.** $3x-y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-2z-14=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(2;-5;-4)$. **B.** $(2;5;4)$. **C.** $(-2;-5;4)$. **D.** $(2;5;-4)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{4}$?

A. $Q(-1;2;-5)$ **B.** $P(2;3;4)$. **C.** $M(1;2;5)$. **D.** $N(1;-2;5)$.

Câu 33: Cho $\int x^3dx=F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F(x)=\frac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}$. **C.** $F(x)=x^3$. **D.** $F(x)=3x^2$.

Câu 34: **[Mức độ 2]** Một hộp chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Xác suất để 4 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ nhiều nhất là

A. $\frac{8}{91}$. **B.** $\frac{20}{91}$. **C.** $\frac{16}{91}$. **D.** $\frac{12}{91}$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-3x}\geq 49$ là

A. $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5 \frac{2023-x^2}{8} > \log_2 \frac{2023-x^2}{125}$

A. 26. **B.** 25. **C.** 27. **D.** 24.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(-1;1;3), C(3;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$. Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 38: Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;2]$ bằng 10?.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(-1;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2(x+1)f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ và $f(0)=1$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. $f(3)=2\ln 2+\frac{1}{2}$. **B.** $f(3)=\frac{1}{2}\ln 3+\frac{1}{2}$. **C.** $f(3)=\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{2}$. **D.** $f(3)=\ln 2+1$.

Câu 40: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x-11\log_2 x-20\right)\sqrt{\log_3 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^5 f(x)\,dx=F(5)-G(0)+3m$ $(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=5$. Khi $S=45$ thì m bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-4az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44: Có bao nhiêu giá tri nguyên của m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+10$ oó ba điểm cục trị?

A. 5 **B.** 10 **C.** 6 **D.** 0

Câu 45: Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i|+|z+5-2i|=5$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-1-3i|+|z-2-i|$ tương ứng là M và m. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\sqrt{37}+2\sqrt{5}$ **B.** $\sqrt{37}+\sqrt{5}+6\sqrt{2}$ **C.** $2\sqrt{13}+4\sqrt{5}$ **D.** $\sqrt{37}+2\sqrt{10}$

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0), B(4;4;-3), C(2;3;-2)$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d) sao cho A, B, C ở cùng phía với mặt phẳng (α). Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách từ A, B, C đến (α). Tìm giá trị lớn nhất của $T = d_1 + 2d_2 + 3d_3$.

A. $T_{\max} = 6\sqrt{14}$.

B. $T_{\max} = \sqrt{203}$.

C. $T_{\max} = 2\sqrt{21}$.

D. $T_{\max} = \sqrt{14} + \frac{\sqrt{203}}{3} + 3\sqrt{21}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(-\infty;10)$ để hàm số $y = \left|\frac{mx+4}{x+m+3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 10.

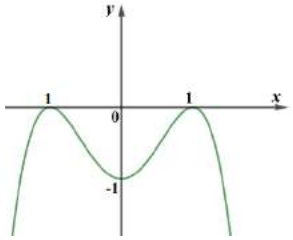
Câu 50: Cho các số thực a, b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2} + e^{ab}\left(a^2 - ab + b^2 - 1\right) - e^{1+ab+b^2} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1+2ab}$. Khi đó $m + M = \frac{c}{d}$ (với $c, d \in \mathbb{N}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản). Tính $S = 3c + 2d$

A. 27. **B.** 36. **C.** 67 **D.** 29.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.B	5.B	6.D	7.A	8.C	9.C	10.B
11.A	12.B	13.C	14.D	15.C	16.C	17.B	18.B	19.A	20.A
21.A	22.A	23.B	24.A	25.B	26.C	27.D	28.D	29.A	30.A
31.C	32.D	33.A	34.C	35.C	36.A	37.A	38.A	39.C	40.C
41.D	42.D	43.C	44.A	45.B	46.B	47.B	48.A	49.B	50.B

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4+3x^2-3$.

C. $y=-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-2$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 dạng $y=ax^4+bx^2+c\ (c\neq 0)$.

Mặt khác ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^4+bx^2+c\right)=-\infty\Rightarrow a<0$. Suy ra đáp án A đúng.

Câu 2: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+7=0$ là

A. $1+\sqrt{6}\,i$. **B.** $-1+\sqrt{6}\,i$. **C.** $-1-\sqrt{6}\,i$ **D.** $1-\sqrt{6}\,i$.

Lời giải

Ta có: $z^2+2z+7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+\sqrt{6}\,i\\z=-1-\sqrt{6}\,i\end{array}\right.$.

Vậy nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+2z+7=0$ là $-1-\sqrt{6}\,i$.

Câu 3: Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πr^2h. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $\frac{2}{3}\pi rh^2$ **D.** $2\pi rh$.

Lời giải

Thể tích của khối trụ: $V=\pi r^2h$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;3)$.

Lời giải

+) Mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-1)$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a, SA\perp(ABC), SA=a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Ta có diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{1}{2}.2a.2a=2a^2$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.S.SA=\frac{1}{3}.2a^2.a=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$ có bán kính là

A. $R=4$. **B.** $R=1$. **C.** $R=3\sqrt{2}$ **D.** $R=2$.

Lời giải

Ta có: $a=1;b=2;c=-3;c=10;d=10$

$R=\sqrt{1^2+2^2+3^3-10}=2$

Câu 7: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=2$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoàng độ x bất kỳ $(2\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh là $\sqrt{x^2-3}$

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{10\pi}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Diện tích thiết diện là $S(x)=\sqrt{x^2-3}.\sqrt{x^2-3}=\sqrt{\left(x^2-3\right)^2}=x^2-3$

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là $V=\int_2^3 S(x)dx=\int_2^3\left(x^2-3\right)dx=\left(\frac{x^3}{3}-3x\right)\Big|_2^3=\frac{10}{3}$.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Hàm số dạng $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận ngang là $y=\frac{a}{c}$

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là $y=1$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3=2$ và $u_4=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $u_4=u_3+d\Leftrightarrow d=u_4-u_3=6-2=4$

Câu 10: Cho các số thực a,b thỏa mãn $\log a=x,\log b=y$. Tính $P=\log\left(a^2b^3\right)$

A. $P=x^3y^2$. **B.** $P=2x+3y$. **C.** $P=6xy$. **D.** $P=x^2+y^2$.

Lời giải

Ta có: $\log\left(a^2b^3\right)=\log a^2+\log b^3=2\log a+3\log b=2x+3y$

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp đã cho: $V=\frac{1}{3}B.h=4a^3$.

Câu 12: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-x$ và $y=x-x^2$ bằng

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{37}{12}$. **C.** $\frac{81}{12}$. **D.** 13.

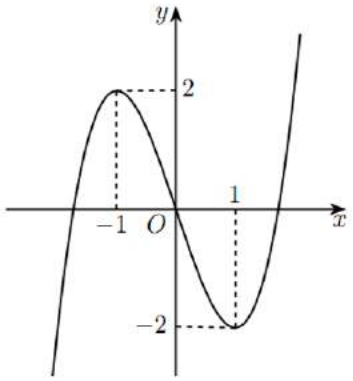
Lời giải

Ta xét phương trình: $\left(x^3-x\right)-\left(x-x^2\right)=0\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường trên là

$S=\int_{-2}^{0}\left|x^3+x^2-2x\right|dx+\int_0^1\left|x^3+x^2-2x\right|dx=\frac{8}{3}+\frac{5}{12}=\frac{37}{12}$.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT}=-2$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=x(x-1)(x+4)^3$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)(x+4)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-4\end{array}\right.$$

Phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn (bội lẻ) nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) lần lượt là vectơ $\vec{k}$ và $\vec{j}$.

Vì $\vec{k}\perp\vec{j}$ nên $(Oxy)\perp(Oxz)$.

Vậy $\widehat{((Oxy);(Oxz))}=90°$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=3-12i$ là

A. $\bar{z}=-3-12i$. **B.** $\bar{z}=-3+12i$. **C.** $\bar{z}=3+12i$. **D.** $\bar{z}=3-12i$.

Lời giải

Ta có $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$ do đó $\bar{z}=3+12i$.

Vậy số phức liên hợp của số phức $z=3-12i$ là $\bar{z}=3+12i$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{a}=(4;-6;2)$ là

A. $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có một vectơ chỉ phương

$\vec{a}=(4;-6;2)=2(2;-3;1)$ là $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$

Câu 18: Cho hàm số $f(x)=\sin x-3^x$. Khẳng định nào sau là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \cos x + 3\ln 3^x + C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x - \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x - \dfrac{3^x}{\ln 3} + C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x - 3\ln 3^x + C$

Lời giải

$$\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$$

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $I = \int_{-1}^{2}[3f(x) - g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I = 14$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = -4$. **D.** $I = -10$.

Lời giải

$$I = \int_{-1}^{2}[3f(x) - g(x)]\mathrm{d}x = 3\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = 3.3 - (-5) = 14$$

Câu 20: Với mọi $x \neq 0$, đạo hàm của hàm số $y = e^{\frac{1}{x}}$ là

A. $y' = -\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$. **B.** $y' = \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$. **C.** $y' = -\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$.

Lời giải

Ta có $y' = \left(e^{\frac{1}{x}}\right)' = \left(\dfrac{1}{x}\right)' e^{\frac{1}{x}} = -\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$

Câu 21: Với số thực dương a tùy ý thì $\sqrt{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{5}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{2}}$. **D.** a^2.

Lời giải

Ta có $\sqrt{a^5} = a^{\frac{5}{2}}$

Câu 22: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1;2;3;4;5;6$?

A. A_6^5. **B.** P_5. **C.** C_6^5. **D.** P_6.

Lời giải

Mỗi số thỏa mãn yêu cầu là một sắp thứ tự 5 phần tử trong 6 phần tử $1;2;3;4;5;6$.

Do đó có: A_6^5 số.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 24: Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$. Mô đun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 13.

Lời giải

Đặt $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $(2+i)z - 4(\bar{z} - i) = -8 + 19i$

$\Leftrightarrow (2+i)(x+yi) - 4(x - yi - i) = -8 + 19i$

$\Leftrightarrow 2x+2yi+ix+yi^2-4x+4yi+4i=-8+19i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y-4x=-8 \\ 2y+x+4y+4=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x-y=-8 \\ x+6y=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow z=3+2i$.

Vậy $|z|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 6. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 3.

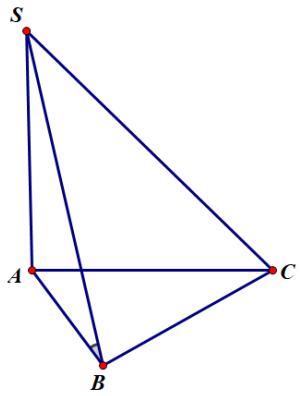
Lời giải

Ta có $\log_4(3x-2)=2 \Leftrightarrow 3x-2=16 \Leftrightarrow x=6$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC).

A. 30^0. **B.** 75^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0.

Lời giải



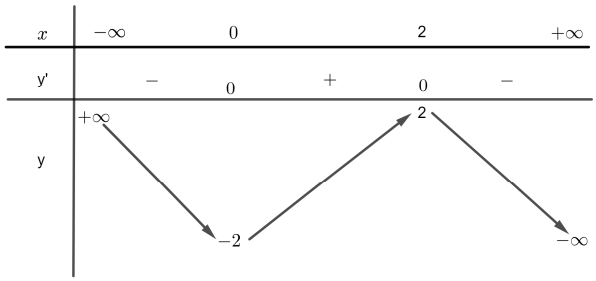
Ta có $SA \perp (ABC)$.

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow (SB,(ABC))=(SB,AB)=\widehat{SBA}$.

$\tan \widehat{SBA}=\frac{SA}{AB}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA}=60^0$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

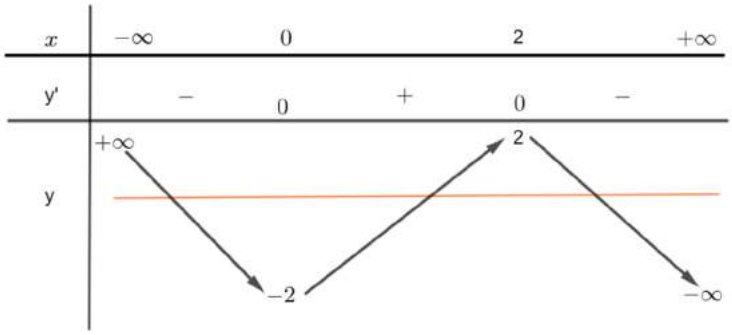


Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-3=0$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm.

Vậy phương trình $2f(x)-3=0$ có 3 nghiệm.

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=3-4i; z_2=1-i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1 **B.** 1 **C.** 7 **D.** -7

Lời giải

Ta có $z_1.z_2=(3-4i).(1-i)=-1-7i$. Phần ảo của số phức $z_1.z_2$ bằng -7. Chọn D

Câu 29: Khối cầu đường kính $4a$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $6\pi a^3$.

Lời giải

$R=\dfrac{4a}{2}=2a,\ V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-y+2z+4=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-y+2z-6=0$. **B.** $3x-y+2z+6=0$. **C.** $3x-y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-2z-14=0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là:

$3(x-3)-(y+1)+2(z+2)=0\Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(2;-5;-4)$. **B.** $(2;5;4)$. **C.** $(-2;-5;4)$. **D.** $(2;5;-4)$.

Lời giải

Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là $(-2;-5;4)$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $Q(-1;2;-5)$ **B.** $P(2;3;4)$. **C.** $M(1;2;5)$. **D.** $N(1;-2;5)$.

Lời giải

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng đã cho ta được điểm $N(1;-2;5)$ thuộc đường thẳng.

Câu 33: Cho $\int x^3dx=F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}$. **C.** $F(x)=x^3$. **D.** $F(x)=3x^2$.

Lời giải

Ta có $\int x^3dx=\dfrac{x^4}{4}+C$

Câu 34: Một hộp chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi. Xác suất để 4 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ nhiều nhất là

A. $\frac{8}{91}$. **B.** $\frac{20}{91}$. **C.** $\frac{16}{91}$. **D.** $\frac{12}{91}$.

Lời giải

Ta có tổng số bi trong hộp là: $4+5+6=15$ viên bi.

Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 viên bi từ 15 viên bi có C_{15}^4 cách $\Rightarrow n(\Omega)=C_{15}^4=1365$.

Lấy 4 viên bi có đủ ba màu và số bi đỏ nhiều nhất chỉ có thể lấy 1 viên bi trắng, 2 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh.

Số cách lấy là $C_4^1.C_5^2.C_6^1=240$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là: $P=\frac{240}{1365}=\frac{16}{91}$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-3x}\geq 49$ là

A. $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-3x}\geq 49\Leftrightarrow x^2-3x\leq -2\Leftrightarrow 1\leq x\leq 2$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5\frac{2023-x^2}{8}>\log_2\frac{2023-x^2}{125}$

A. 26. **B.** 25. **C.** 27. **D.** 24.

Lời giải

Ta có

TXĐ: $D=\left(-\sqrt{2023};\sqrt{2023}\right)$.

$\log_5\frac{2023-x^2}{8}>\log_2\frac{2023-x^2}{125}$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2023-x^2\right)-3\log_5 2>\log_2\left(2023-x^2\right)-3\log_2 5$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2023-x^2\right)-\log_2\left(2023-x^2\right)>3\log_5 2-3\log_2 5$

$\Leftrightarrow \left(1-\log_2 5\right).\log_5\left(2023-x^2\right)>3\left(\log_5 2-\log_2 5\right)$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2023-x^2\right)<\frac{3\left(\log_5 2-\log_2 5\right)}{\left(1-\log_2 5\right)}$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2023-x^2\right)<3\left(1+\log_5 2\right)$

$\Leftrightarrow \log_5\left(2023-x^2\right)<\log_5 10^3$

$\Leftrightarrow 2023-x^2<1000\Leftrightarrow x^2>1023\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\sqrt{1023}\right)\cup\left(\sqrt{1023};+\infty\right)$

Kết hợp điều kiện ta có $x\in\{-44;-43;...;-32;32;...;43;44\}$.

Vậy có 26 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2),B(-1;1;3),C(3;2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$. Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{IA}=(1-x;-y;2-z)\\ \overrightarrow{IB}=(-1-x;1-y;3-z)\\ \overrightarrow{IC}=(3-x;2-y;-z)\end{cases}$. Từ đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}1-x+2(-1-x)-(3-x)=0\\ -y+2(1-y)-(2-y)=0\\ 2-z+2(3-z)-(-z)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\ y=0\\ z=4\end{cases}\Rightarrow I(-2;0;4).$$

$$MA^2+2MB^2-MC^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=3MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)+IA^2+2IB^2-IC^2$$

Vì $IA^2+2IB^2-IC^2$ không đổi nên $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

Vậy M là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$.

Ta có đường thẳng IM qua $I(-2;0;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình tham số của IM là: $\begin{cases}x=-2+t\\ y=2t\\ z=4-2t\end{cases}$.

Gọi $M(-2+t;2t;4-2t)$.

$M\in(P)\Rightarrow -2+t+4t-2(4-2t)+1=0\Leftrightarrow t=1$. Vậy $M(-1;2;2)$.

Khi đó $a+b+c=3$.

Câu 38: Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-3;2]$ bằng 10?.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+m$ trên đoạn $[-3;2]$.

Ta có: $f'(x)=12x^3-12x^2-24x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\in[-3;2]\\ x=0\in[-3;2]\\ x=1\in[-3;2]\end{cases}$

$f(-3)=m+243$; $f(-2)=m+32$; $f(0)=m$; $f(1)=m-13$; $f(2)=m-32$.

Suy ra $\underset{[-3;2]}{Min}\,f(x)=m-32$ và $\underset{[-3;2]}{Max}\,f(x)=m+243$

Vậy $\underset{[-3;2]}{Min}\,y=Min\{|m-32|;|m+243|\}$

Lập bảng xét biểu thức sau:

m	-243		32		$+\infty$
$\lvert m-32\rvert$	$32-m$		$32-m$	0	$m-32$
$\lvert m+243\rvert$	$-243-m$	0	$m+243$		$m+243$

TH1: $m<-243$

$\underset{[-3;2]}{Min}\,y=-243-m=10\Leftrightarrow m=-253$ (nhận)

TH2: $-243\le m\le 32$

$\underset{[-3;2]}{Min}\,y=\underset{[-243;32]}{Min}\{32-m;m+243\}=0\neq 10$

TH3: $m>32$

$\underset{[-3;2]}{Min}\,y=m-32=10\Leftrightarrow m=42$ (nhận)

Vậy có 2 số thực m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(-1;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2(x+1)f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$ và $f(0)=1$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. $f(3)=2\ln 2+\dfrac{1}{2}$. **B.** $f(3)=\dfrac{1}{2}\ln 3+\dfrac{1}{2}$. **C.** $f(3)=\dfrac{1}{2}\ln 2+\dfrac{1}{2}$. **D.** $f(3)=\ln 2+1$.

Lời giải

Ta có: $f(x)+2(x+1)f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}f(x)+\sqrt{x+1}f'(x)=\dfrac{1}{2(x+1)}$

$\left[\sqrt{x+1}f(x)\right]'=\dfrac{1}{2(x+1)}\Leftrightarrow\sqrt{x+1}f(x)=\int\dfrac{1}{2(x+1)}dx$

$\sqrt{x+1}f(x)=\dfrac{1}{2}\ln|x+1|+C$

Ta có $f(0)=1\Rightarrow C=1$. Vậy ta có $f(3)=\dfrac{1}{2}\ln 2+\dfrac{1}{2}$

Câu 40: Cho phương trình $\left(4\log_2^2 x-11\log_2 x-20\right)\sqrt{\log_3 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\ x\ge\dfrac{1}{3^m}\end{cases}$.

Phương trình: $\left(4\log_2^2 x-11\log_2 x-20\right)\sqrt{\log_3 x+m}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\log_2^2 x-11\log_2 x-20=0(1)\\ \log_3 x+m=0(2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=4\\ \log_2 x=-\dfrac{5}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\ x=\dfrac{1}{2\sqrt[4]{2}}\end{array}\right.$

$(2)\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3^m}$

Để phương trình có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi: $\dfrac{1}{2\sqrt[4]{2}}\le\dfrac{1}{3^m}<16$

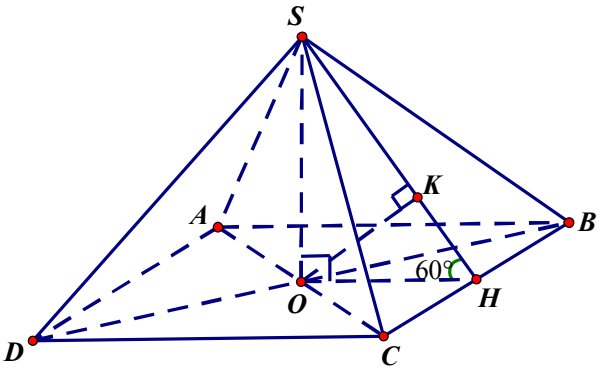
$\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\log_3\left(2\sqrt[4]{2}\right)\\ m>\log_3\left(\dfrac{1}{16}\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\log_3\left(2\sqrt[4]{2}\right)\\ m>\log_3\left(\dfrac{1}{16}\right)\end{cases}\Leftrightarrow l\log_3\left(\dfrac{1}{16}\right)<m\le\log_3\left(2\sqrt[4]{2}\right)$

Suy ra $(2)m\in\{-2,-1,0\}$

Câu 41: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng *a*, góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Tính khoảng cách từ điểm *A* đến mặt phẳng (*SBC*).

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, H là trung điểm của BC. Theo giả thiết $S.ABCD$ là hình chóp đều nên ta có $BC \perp (SOH)$, do đó góc giữa mặt bên (ABC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SHO} = 60^0$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của O lên SH. Khi đó $OK \perp (SBC)$ nên $d\left(O;(SBC)\right) = OK$.

Xét tam giác SOH, ta có $SO = OH.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $OK = \dfrac{SO.OH}{SH} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a}{2}}{\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vì O là trung điểm của AC nên $d\left(A;(SBC)\right) = 2d\left(O;(SBC)\right) = 2.OK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x = F(5) - G(0) + 3m$ $(m > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 45$ thì m bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $G(x) = F(x) + C \Leftrightarrow G(x) - F(x) = C$.

Theo giả thiết: $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x = F(5) - G(0) + 3m$

Nên $\begin{cases} F(5) - F(0) = F(5) - G(0) + 3m \\ G(5) - G(0) = F(5) - G(0) + 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G(0) - F(0) = 3m \\ G(5) - F(5) = 3m \end{cases} \Leftrightarrow G(x) - F(x) = 3m$.

Khi đó $S = \int\limits_0^5 \left|G(x) - F(x)\right|\mathrm{d}x = \int\limits_0^5 |3m|\mathrm{d}x = \int\limits_0^5 3m\mathrm{d}x = 15m$ (với $m > 0$).

Theo giả thiết: $S = 45 \Leftrightarrow 15m = 45 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 43: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 4az + b^2 + 2 = 0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$\Delta' = 4a^2 - b^2 - 2 = 0$.

Trường hợp 1: $\Delta' > 0$. Phương trình có 2 nghiệm thực z_1, z_2.

$z_1 + 2iz_2 = 3 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$. Khi đó: $\begin{cases} 4a = z_1 + z_2 = \dfrac{9}{2} \\ b^2 + 2 = z_1.z_2 = \dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{9}{8},\ b = \dfrac{\sqrt{10}}{2} \\ a = \dfrac{9}{8},\ b = -\dfrac{\sqrt{10}}{2} \end{array}\right.$ (nhận).

Trường hợp 2: $\Delta' < 0$. Phương trình có 2 nghiệm z_1, z_2 với $z_1 = m + ni,\ z_2 = m - ni$ $(m, n \in \mathbb{R})$.

$z_1+2iz_2=3+3i\Leftrightarrow (m+ni)+2i(m-ni)=3+3i\Leftrightarrow \begin{cases} m+2n=3 \\ 2m+n=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} z_1=1+i \\ z_2=1-i \end{cases}.$

Khi đó: $\begin{cases} 4a=z_1+z_2=2 \\ b^2+2=z_1.z_2=2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=0 \end{cases}$ (nhận).

Vậy có 3 cặp số thực $(a;b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44: Có bao nhiêu giá tri nguyên của m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+10$ oó ba điểm cục trị?

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 0.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4(2m+1)x$.

Hàm số bậc 4 có 3 cực trị khi và chỉ khi đạo hàm của hàm số có 3 nghiệm phân biệt

$x^3-4(2m+1)x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-4(2m+1)=0 \end{array}\right.$

$\Rightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi: $2m+1>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$.

$m\in(-5;5)\,\&\,m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4\}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2-2mx+4m+9$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow -3x^2-2mx+4m+9\le 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow \Delta'\le 0$ (vì hệ số $a=-3<0$)

$\Leftrightarrow (-m)^2+3(4m+9)\le 0\Leftrightarrow m^2+12m+27\le 0$

$\Leftrightarrow -9\le m\le -3$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3\}$.

Vậy có 7 giá trị m thoả yêu cầu bài toán.

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i|+|z+5-2i|=5$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-1-3i|+|z-2-i|$ tương ứng là M và m. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\sqrt{37}+2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{37}+\sqrt{5}+6\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{13}+4\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{37}+2\sqrt{10}$.

Lời giải

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z, $A(0;2)$ và $B(-5;2)$. Khi đó $AB=5$.

Ta có $|z-2i|+|z+5-2i|=5\Leftrightarrow MA+MB=AB$.

Do đó, M thuộc đoạn thẳng AB.

Phương trình đường thẳng AB là: $y=2$.

Giả sử $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó, $y=2$ và $x\in[-5;0]$.

Ta lại có $T=\sqrt{(x-1)^2+1}+\sqrt{(x-2)^2+1}$

Ta có

$T'=\dfrac{2(x-1)}{\sqrt{(x-1)^2+1}}+\dfrac{2(x-2)}{\sqrt{(x-2)^2+1}}$; $T'=0 \Leftrightarrow (x-1)\sqrt{(x-2)^2+1}=-(x-2)\sqrt{(x-1)^2+1}$

$\Rightarrow (x-1)^2(x-2)^2+(x-1)^2=(x-2)^2(x-1)^2+(x-2)^2 \Rightarrow x=\dfrac{3}{2}\notin[-5;0]$.

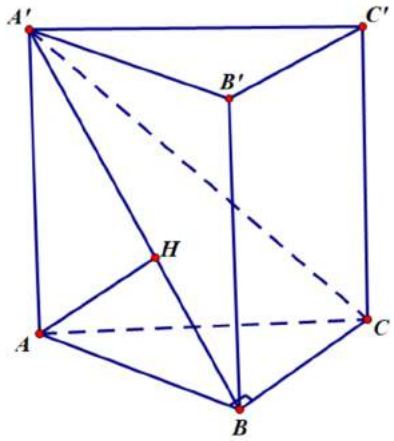
Lại có $T(-5)=\sqrt{37}+5\sqrt{2}$, $T(0)=\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

Vậy $M=\sqrt{37}+5\sqrt{2}$ và $m=\sqrt{5}+\sqrt{2}$. Suy ra $M+m=\sqrt{37}+\sqrt{5}+6\sqrt{2}$.

Câu 47: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải



Trong $(AA'B)$ kẻ $AH\perp A'B$. Khi đó, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là $AH=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$.

Ta có: $AH=\dfrac{A'A.AB}{\sqrt{A'A^2+AB^2}}=\dfrac{A'A.a}{\sqrt{A'A^2+a^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a \Leftrightarrow A'A=a\sqrt{2}$ do $A'A>0$.

Diện tích đáy khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}a.a=\dfrac{a^2}{2}$.

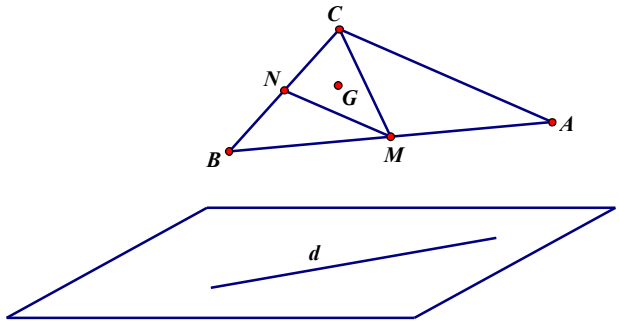
Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^2}{2}.a\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0), B(4;4;-3), C(2;3;-2)$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d) sao cho A,B,C ở cùng phía với mặt phẳng (α). Gọi d_1,d_2,d_3 lần lượt là khoảng cách từ A,B,C đến (α). Tìm giá trị lớn nhất của $T=d_1+2d_2+3d_3$.

A. $T_{\max}=6\sqrt{14}$. **B.** $T_{\max}=\sqrt{203}$.

C. $T_{\max}=2\sqrt{21}$. **D.** $T_{\max}=\sqrt{14}+\dfrac{\sqrt{203}}{3}+3\sqrt{21}$.

Lời giải



Ta có $AB=3\sqrt{6}, AC=2\sqrt{6}, BC=\sqrt{6}$. $T=d_1+2d_2+3d_3=d_1+d_2+d_2+d_3+2d_3$

Gọi M là trung điểm của AB và N là trung điểm của BC, ta có:

$2d\left(M;(\alpha)\right)=d_1+d_2$ và $2d\left(N;(\alpha)\right)=d_2+d_3$

Gọi G là trọng tâm tam giác MNC. Khi đó ta có $T=2d\left(M;(\alpha)\right)+2d\left(N;(\alpha)\right)+2d_3=6d\left(G;(\alpha)\right)$

Do đó $T=6d\left(G;(\alpha)\right)\le 6d\left(G;(d)\right)$. Ta có $M\left(1;\frac{5}{2};\frac{-3}{2}\right)$; $N\left(3;\frac{7}{2};\frac{-5}{2}\right)$ nên $G(2;3;-2)$

Gọi H là hình chiếu của G lên đường thẳng (d) nên

$H(1+t;1-2t;1-t)\Rightarrow \overrightarrow{GH}=(t-1;-2t-2;3-t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{GH}.\overrightarrow{u_d}=0\Rightarrow (t-1)-2(-2t-2)-(3-t)=0\Rightarrow t=0\Rightarrow H(1;1;1)$. Vậy $T_{\max}=6GH=6\sqrt{14}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(-\infty;10)$ để hàm số $y=\left|\frac{mx+4}{x+m+3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 0. **D.** 10.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=\frac{mx+4}{x+m+3}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-m-3\}$

+ Với $m=-4$ hoặc $m=-1$, bài toán không được thoả mãn.

+ Với $\begin{cases}m\ne -4\\ m\ne 1\end{cases}$ ta có $f'(x)=\frac{m^2+3m-4}{(x+m+3)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f'(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)\\ f(1)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f'(x)<0,\forall x\in(1;+\infty)\\ f(1)\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m^2+3m-4>0\\ -m-3\le 1\\ 1\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}m^2+3m-4<0\\ -m-3\le 1\\ 1\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-4\\ m>1\end{array}\right.\\ m\ge -4\end{cases}\Leftrightarrow m>1.$$

Vậy trong khoảng $(-\infty;10)$ có 8 giá trị nguyên của m thoả mãn bài toán.

Câu 50: Cho các số thực a,b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0$. Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{1+2ab}$. Khi đó $m+M=\frac{c}{d}$ (với $c,d\in\mathbb{N}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản). Tính $S=3c+2d$

A. 27. **B.** 36. **C.** 67 **D.** 29.

Lời giải

Ta có:

$e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{a^2+2b^2-ab}+\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+b^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{a^2+2b^2-ab}+\left(a^2+2b^2-ab\right)=\left(1+b^2\right)+e^{1+b^2}$

Xét hàm số $f\left(t\right)=e^t+t\Rightarrow f'\left(t\right)=e^t+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$a^2+2b^2-ab=1+b^2\Leftrightarrow a^2-ab+b^2-1=0\Leftrightarrow ab=a^2+b^2-1$

Ta có $a^2+b^2\geq 2ab\Rightarrow ab\geq 2ab-1\Rightarrow ab\leq 1$.

Mặt khác $a^2+b^2\geq -2ab\Rightarrow ab\geq -2ab-1\Rightarrow ab\geq -\frac{1}{3}$.

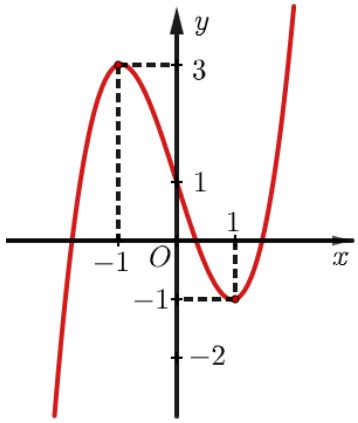
Đặt $ab=u\Rightarrow u\in\left[-\frac{1}{3};1\right]$ và $P=\frac{1}{1+2u}$ có $P'=\frac{-2}{\left(1+2u\right)^2}<0,\forall u\in\left[-\frac{1}{3};1\right]$.

Suy ra $m=MinP=P\left(1\right)=\frac{1}{3};M=MaxP=P\left(-\frac{1}{3}\right)=3\Rightarrow m+M=\frac{10}{3}\Rightarrow c=10,d=3$ Vậy $S=3c+2d=36$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐAK NÔNG

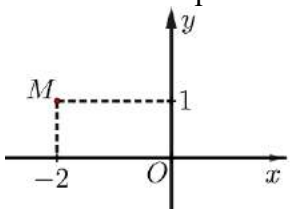
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 2: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào?



A. $z=1+2i$. **B.** $z=-2+i$. **C.** $z=2+i$. **D.** $z=1-2i$.

Câu 3: Khối nón có bán kính đáy bằng r, chiều cao bằng h. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $2\pi rh$. **D.** πrh.

Câu 4: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^3 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$, công bội $q=2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n=-3\cdot 2^{n-1}$. **B.** $u_n=3\cdot 2^{n-1}$. **C.** $u_n=3\cdot 2^n$. **D.** $u_n=-3\cdot 2^n$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(2;3;2)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;3;1)$. **C.** $\vec{n}_1=(2;3;0)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;0;3)$.

Câu 7: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2-x-1$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{81}{80}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{81\pi}{80}$.

Câu 8: Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=9$. **B.** $R=\sqrt{3}$. **C.** $R=3$. **D.** $R=3\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x)=2^x+x$ là

A. $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+1$. **B.** $f'(x)=2^x\ln 2+1$. **C.** $f'(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{x^2}{2}$. **D.** $f'(x)=2^x+1$.

Câu 11: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $|z-i|=4$ là đường tròn có phương trình

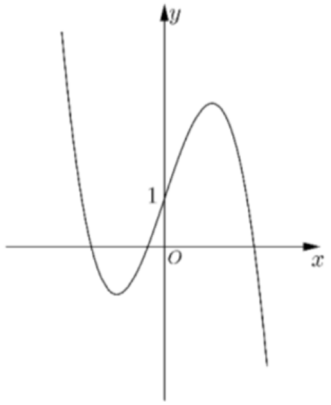
A. $x^2+(y-1)^2=4$. **B.** $x^2+(y-1)^2=16$. **C.** $(x-1)^2+y^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2=16$.

Câu 12: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(y+1)^2=9$ và một điểm $M(4;2;-2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Điểm *M* là tâm của mặt cầu (S). **B.** Điểm *M* nằm trên mặt cầu (S).

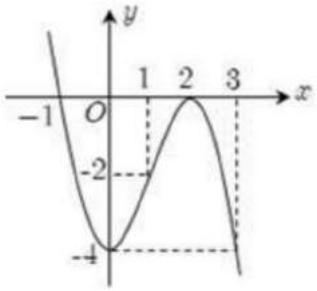
C. Điểm *M* nằm trong mặt cầu (S). **D.** Điểm *M* nằm ngoài mặt cầu (S).

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y=f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 15: Trong không gian *Oxyz* , mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng *Oxy* ?

A. $(\alpha):z+1=0$. **B.** $(\varphi):x+1=0$. **C.** $(\beta):x+z+1=0$. **D.** $(\gamma):y+1=0$.

Câu 16: Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$ ta được phương trình nào sau đây?

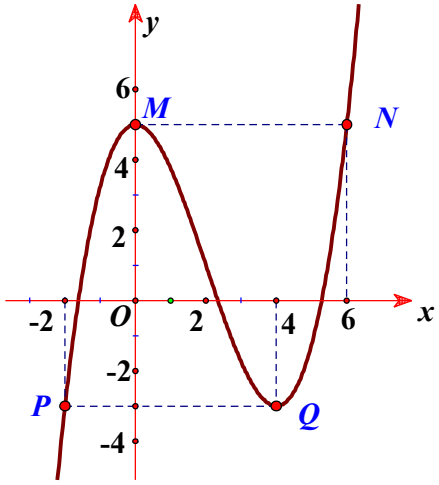
A. $t^2+2t-3=0$. **B.** $2t^2-3t=0$. **C.** $t^2+t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Câu 17: Một hộp có 6 quả bóng đỏ được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng. Xác suất để tích các số ghi trên 3 quả bóng lấy ra là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{9}{10}$.

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=1$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên toàn $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm nào sau đây?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm P. **D.** Điểm M.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $M(-1;-2;-3)$. **B.** $Q(2;-1;2)$. **C.** $N(-2;1;-2)$. **D.** $P(1;2;3)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<1$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 23: Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $g(x)$ trên khoảng K nếu

A. $f(x)=g(x)+C,\forall x\in K$. **B.** $g'(x)=f(x),\forall x\in K$.

C. $g(x)=f(x)+C,\forall x\in K$. **D.** $f'(x)=g(x),\forall x\in K$.

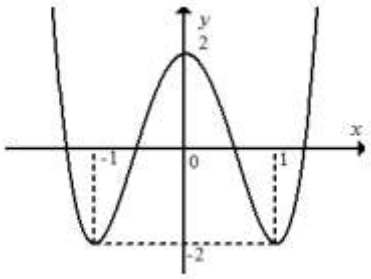
Câu 24: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{\ln 2}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{2x}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 2}$.

Câu 25: Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là a, $3a$, $5a$ bằng

A. $15a$. **B.** $15a^2$. **C.** 15. **D.** $15a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}<4$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(-\infty;\log_3 4)$.

Câu 28: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-4x$ là

A. $-\cos x-2x^2+C$. **B.** $\cos x-2x^2+C$. **C.** $-\cos x-x^2+C$. **D.** $\cos x-4x^2+C$.

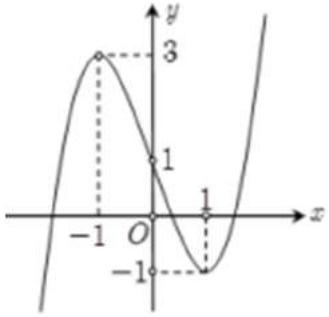
Câu 29: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_5. **B.** C_6^5. **C.** A_6^5. **D.** P_6.

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=4-i, z_2=1-2i$. Số phức liên hợp của số phức $\dfrac{z_1}{z_2}$ là

A. $\dfrac{6}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **B.** $\dfrac{6}{5}-\dfrac{7}{5}i$. **C.** $3+4i$. **D.** $\dfrac{6}{17}-\dfrac{7}{17}i$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 32: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng(ABC), biết $SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và tam giác ABC đều cạnh a. Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 34: Biết $\int_2^3 f(x)\,dx=4$ và $\int_2^3 g(x)\,dx=1$. Khi đó: $\int_2^3 [f(x)-g(x)]\,dx$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 35: Cho hai số thực a,b tùy ý khác 0 thỏa mãn $3^a=4^b$. Giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. $\ln(0,75)$. **B.** $\log_3^4$. **C.** $\log_4^3$. **D.** $\ln(12)$.

Câu 36: Xét số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-1-i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $1+\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 37: Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất cảu biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 9. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(8)+G(8)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int_{-2}^{0} f(-4x)\,dx$ bằng

A. $\frac{5}{4}$. **B.** 5. **C.** -5. **D.** $-\frac{5}{4}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ (d) đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x+3y+2z+10=0$. **B.** $3x+z+2=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $x-y-6=0$.

Câu 40: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2mz+8m-12=0$ (m là số thực). có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thoả mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với (Oxy). Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $P(8;-4;0)$. **B.** $P(15;-4;0)$. **C.** $P\left(15;\frac{7}{2};0\right)$. **D.** $P(3;2;0)$.

Câu 43: Cho hình nón (N) có đỉnh (S), chiều cao $h=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh (S) cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 12π **B.** 81π **C.** 36π **D.** 27π

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $-xf'(x).\ln x+f(x)=2x^2f^2(x),\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(e)=\frac{1}{e^2}$.

Biết $f(x)>0,\forall x\in(1;+\infty)$, diện tích (S) của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=xf(x)$, $y=0$, $x=e$, $x=e^2$, là

A. $S=\dfrac{5}{3}$ **B.** $S=\dfrac{1}{2}$ **C.** $S=2$ **D.** $S=\dfrac{3}{2}$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 46: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

Câu 47: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)\le 3$ là $[a;b]$. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

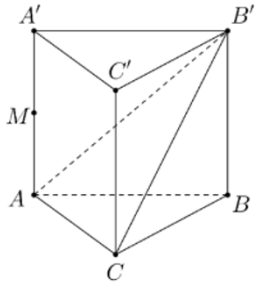
Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $y=\left|x^3+(2m+1)x-2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 4034. **B.** 4032. **C.** 4030. **D.** 2022.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua trục Ox có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

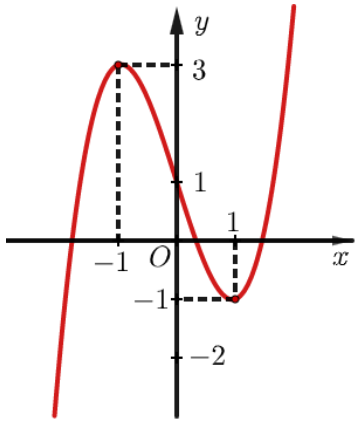
HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.A	6.B	7.D	8.C	9.D	10.B
11.B	12.C	13.A	14.B	15.A	16.A	17.C	18.D	19.D	20.D
21.C	22.C	23.B	24.D	25.D	26.A	27.C	28.A	29.C	30.B
31.B	32.C	33.A	34.C	35.B	36.A	37.A	38.A	39.B	40.A
41.C	42.B	43.D	44.C	45.A	46.A	47.D	48.C	49.C	50.D

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-2$ là

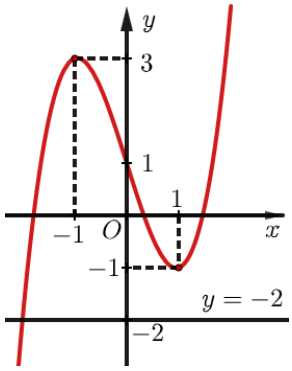
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.



Lời giải

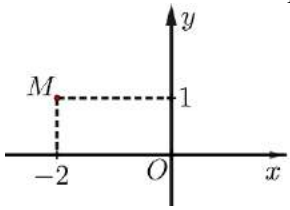
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-2$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=-2$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.



Theo hình vẽ, đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm nên phương trình $f(x)=-2$ có 1 nghiệm.

Câu 2: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào?



A. $z=1+2i$. **B.** $z=-2+i$. **C.** $z=2+i$. **D.** $z=1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức $z=-2+i$.

Câu 3: Khối nón có bán kính đáy bằng r, chiều cao bằng h. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $2\pi rh$. **D.** πrh.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^3 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^3 \left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x = \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^3 2x\mathrm{d}x = 2+8=10$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$, công bội $q = 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_n = -3\cdot 2^{n-1}$. **B.** $u_n = 3\cdot 2^{n-1}$. **C.** $u_n = 3\cdot 2^n$. **D.** $u_n = -3\cdot 2^n$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = -3\cdot 2^{n-1}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3 = (2;3;2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2;3;1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (2;3;0)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+z+2=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;3;1)$.

Câu 7: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{81}{80}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{81\pi}{80}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành là

$$2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right. .$$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

$$V = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^{1} \left(2x^2 - x - 1\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{81\pi}{80}.$$

Câu 8: Cho mặt cầu $(S)\colon x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = 9$. **B.** $R = \sqrt{3}$. **C.** $R = 3$. **D.** $R = 3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

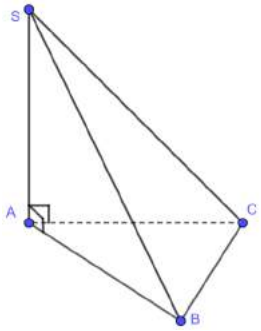
Mặt cầu (S) có bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích mặt đáy $B = S_{ABC} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$. Chiều cao $h = SA = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

A. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$. **B.** $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$. **C.** $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$. **D.** $f'(x) = 2^x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = \left(2^x + x\right)' = 2^x \ln 2 + 1$.

Câu 11: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - i| = 4$ là đường tròn có phương trình

A. $x^2 + (y-1)^2 = 4$. **B.** $x^2 + (y-1)^2 = 16$. **C.** $(x-1)^2 + y^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 = 16$.

Lời giải

Chọn B

$|z - i| = 4 \Leftrightarrow |x + yi - i| = 4 \Leftrightarrow |x + (y-1)i| = 4 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 16$

Câu 12: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ và một điểm $M(4;2;-2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Điểm M là tâm của mặt cầu (S). **B.** Điểm M nằm trên mặt cầu (S).

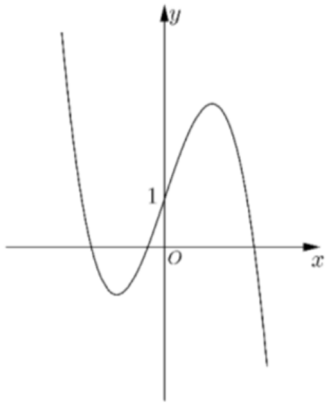
C. Điểm M nằm trong mặt cầu (S). **D.** Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S).

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ của M vào phương trình mặt cầu ta thấy $(4-2)^2 + (2-1)^2 + (-2+1)^2 = 6 < 9$ nên điểm M nằm trong mặt cầu (S).

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau đây?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^4-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=-x^4+3x^2+1$.

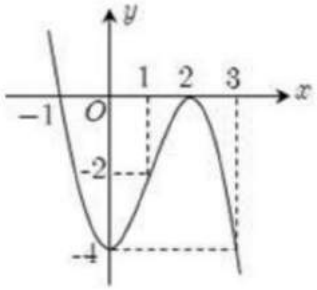
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng đồ thị ta loại B và D.

Theo chiều tăng của x ta thấy đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có $y=1$. Vậy chọn A.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ, hàm số $y=f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm $y=f'(x)$ ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

$y=f'(x)>0 \ \ \forall x\in(-\infty;-1)$ nên hàm số $y=f(x)$ đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng Oxy?

A. $(\alpha):z+1=0$. **B.** $(\varphi):x+1=0$. **C.** $(\beta):x+z+1=0$. **D.** $(\gamma):y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng Oxy có phương trình $z=0$ nên những mặt phẳng song song với mặt phẳng Oxy có dạng $z+c=0,\ c\neq 0$. Nên chọn A.

Câu 16: Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$ ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2+2t-3=0$. **B.** $2t^2-3t=0$. **C.** $t^2+t-3=0$. **D.** $4t-3=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $4^x+2^{x+1}-3=0\Leftrightarrow 4^x+2.2^x-3=0$.

Đặt $2^x=t\ \ (ĐK: t>0)$.

Phương trình đã cho trở thành: $t^2+2t-3=0$.

Câu 17: Một hộp có 6 quả bóng đỏ được đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng. Xác suất để tích các số ghi trên 3 quả bóng lấy ra là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{20}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{19}{20}$. **D.** $\frac{9}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng từ 6 quả bóng nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_6^3=20$.

Gọi A là biến cố: "Tích các số ghi trên 3 quả bóng lấy ra là một số chẵn", khi đó ta có:

$\overline{A}$: "Tích các số ghi trên 3 quả bóng lấy ra là một số lẻ".

$n(\overline{A})=C_3^3=1\Rightarrow P(\overline{A})=\frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\frac{1}{20}$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$.

Câu 18: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là

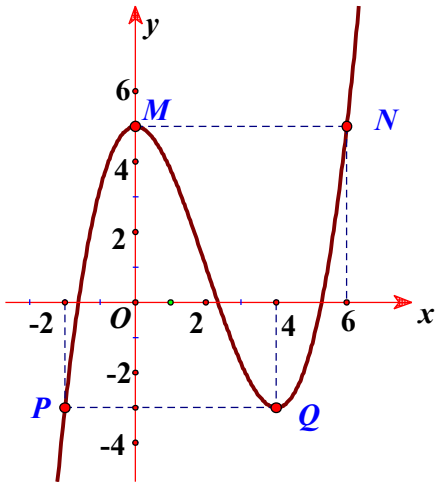
A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-2}{x+1}=1$ suy ra đồ thị có một tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên toàn $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm nào sau đây?



A. Điểm N. **B.** Điểm Q. **C.** Điểm P. **D.** Điểm M.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm M.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $M(-1;-2;-3)$. **B.** $Q(2;-1;2)$. **C.** $N(-2;1;-2)$. **D.** $P(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ có phương trình:

$$\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}=\frac{z-z_0}{a_3}.$$

Suy ra đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm $P(1;2;3)$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<1$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(x+1)<1\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>0\\x+1<2^1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x<1\end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bấtphương trình đã cho là $(-1;1)$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần thực của z bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z=2+3i$.

Vậy phần thực của z là 2.

Câu 23: Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $g(x)$ trên khoảng K nếu

A. $f(x)=g(x)+C,\forall x\in K$. **B.** $g'(x)=f(x),\forall x\in K$.

C. $g(x)=f(x)+C,\forall x\in K$. **D.** $f'(x)=g(x),\forall x\in K$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$.

Câu 25: Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là a, $3a$, $5a$ bằng

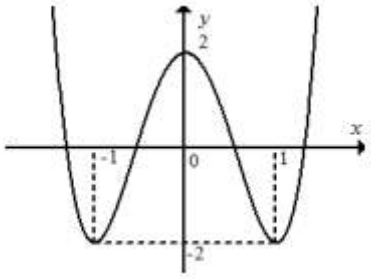
A. $15a$. **B.** $15a^2$. **C.** 15. **D.** $15a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài các cạnh là a, $3a$, $5a$ là $V=a.3a.5a=15a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}<4$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(-\infty;\log_3 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{2x}<4\Leftrightarrow 2x<\log_3 4\Leftrightarrow x<\log_3 2$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;\log_3 2)$.

Câu 28: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-4x$ là

A. $-\cos x-2x^2+C$. **B.** $\cos x-2x^2+C$. **C.** $-\cos x-x^2+C$. **D.** $\cos x-4x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-4x$ là $-\cos x-2x^2+C$.

Câu 29: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_5. **B.** C_6^5. **C.** A_6^5. **D.** P_6.

Lời giải

Chọn C

Số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ sáu chữ số có A_6^5 (số).

Câu 30: Cho hai số phức $z_1=4-i, z_2=1-2i$. Số phức liên hợp của số phức $\dfrac{z_1}{z_2}$ là

A. $\dfrac{6}{5}+\dfrac{7}{5}i$. **B.** $\dfrac{6}{5}-\dfrac{7}{5}i$. **C.** $3+4i$. **D.** $\dfrac{6}{17}-\dfrac{7}{17}i$.

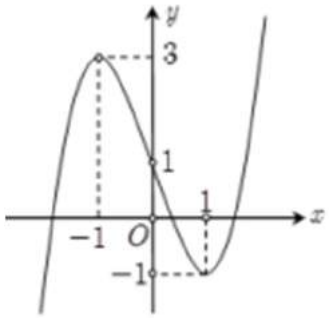
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{4-i}{1-2i}=\dfrac{6}{5}+\dfrac{7}{5}i$.

Số phức liên hợp của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là $\frac{6}{5}-\frac{7}{5}i$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow -1<m-1<3 \Leftrightarrow 0<m<4$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m.

Câu 32: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ (trong đó $x=1$ là nghiệm kép)

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

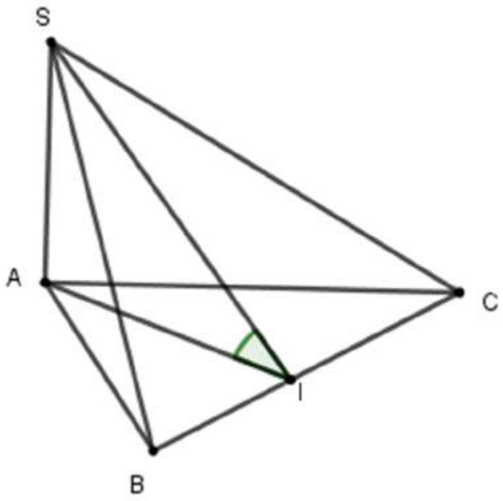
Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng(ABC), biết $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và tam giác ABC đều cạnh a. Góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(SBC)\cap(ABC)=BC$ (1)

Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow AI\perp BC$. (2)

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AI\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp SI$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SIA}$ (Do $\widehat{SIA}$ nhọn).

Ta có: $\tan\widehat{SIA}=\dfrac{SA}{AI}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=1$.

Vậy $\widehat{SIA}=45°$. Vậy góc tạo bởi giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$.

Câu 34: Biết $\int_2^3 f(x)\,dx=4$ và $\int_2^3 g(x)\,dx=1$. Khi đó: $\int_2^3\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_2^3\left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_2^3 f(x)\,dx-\int_2^3 g(x)\,dx=4-1=3$.

Câu 35: Cho hai số thực a,b tùy ý khác 0 thỏa mãn $3^a=4^b$. Giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. $\ln(0,75)$. **B.** $\log_3^4$. **C.** $\log_4^3$. **D.** $\ln(12)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $3^a=4^b=t(t>0)$. Khi đó $\begin{cases}3^a=t\Leftrightarrow a=\log_3 t\\ 4^b=t\Leftrightarrow b=\log_4 t\end{cases}$

Suy ra $\frac{a}{b}=\frac{\log_3 t}{\log_4 t}=\log_3^4$.

Câu 36: Xét số phức z thỏa mãn $|z-2-2i|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-1-i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $1+\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết $|z-2-2i|=2\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2=4$ nên tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;2)$ bán kính $R=2$.

Mặt khác $P=|z-1-i|+|z-5-2i|=\sqrt{(x-1)^2+(y-1)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y-2)^2}=MA+MB$.

Với điểm $A(1;1),B(5;2)$. Khi đó: $P=MA+MB$.

Khi đó $P_{\min}$ khi và chỉ khi M thuộc đoạn AB. Vậy $P_{\min}=\sqrt{17}$.

Câu 37: Trong các nghiệm $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1$. Giá trị lớn nhất cảu biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 9. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}2x+y>0\\x^2+2y^2\neq 1\end{cases}$.

Trường hợp 1: $x^2+2y^2>1$.

Khi đó $\log_{x^2+2y^2}(2x+y)\geq 1\Leftrightarrow 2x+y\geq x^2+2y^2\ (2)$.

Theo bất đẳng thức BCS ta có

$$T=2x+y=2x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}y\leq\sqrt{\left(4+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+2y^2\right)}=\sqrt{\frac{9}{2}\left(x^2+2y^2\right)}\ (3).$$

Từ (2), (3) ta suy ra $x^2+2y^2\leq\frac{9}{2}$.

Khi đó từ (3) ta suy ra $T\leq\frac{9}{2}$.

Trường hợp 2: $0<x^2+2y^2<1$.

Suy ra $\begin{cases}x^2<1\\2y^2<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<x<1\\-\frac{1}{\sqrt{2}}<y<\frac{1}{\sqrt{2}}\end{cases}\Rightarrow T=2x+y<2\cdot 1+\frac{1}{\sqrt{2}}<\frac{9}{2}$.

Vậy $maxT=\frac{9}{2}$.

Câu 38: Cho hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $F(8)+G(8)=8$ và $F(0)+G(0)=-2$. Khi đó $\int\limits_{-2}^{0} f(-4x)\,dx$ bằng

A. $\frac{5}{4}$. **B.** 5. **C.** -5. **D.** $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2I = 2\int\limits_{-2}^{0} f(-4x)\,dx = 2.\frac{1}{4}\int\limits_{0}^{-2} f(-4x)\,d(-4x) = \frac{1}{4}\left[F(-4x)\Big|_0^{-2} + G(-4x)\Big|_0^{-2}\right]$

$\Rightarrow 2 = \frac{1}{4}\left[F(8)-F(0)+G(8)-G(0)\right] = \frac{5}{2} \Rightarrow I = \frac{5}{4}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ (d) đến mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x+3y+2z+10=0$. **B.** $3x+z+2=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $x-y-6=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của A lên d.

Suy ra $H \in d \Rightarrow H(1+t;1-t;1+t)$.

Ta có $AH \perp d \Rightarrow (t-1).1+(2-t).(-1)+(3+t).1=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow H(1;1;1)$.

Gọi K là hình chiếu của H lên $(P) \Rightarrow d(d;(P)) = HK \le HA \Rightarrow d(d;(P))_{max} = AH$.

Suy ra (P) có VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{AH} = (-1;2;3)$.

Kiểm tra các đáp án nhận thấy (P) vuông góc với mặt phẳng $3x+z+2=0$.

Câu 40: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2-2mz+8m-12=0$ (m là số thực). có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thoả mãn $|z_1|+|z_2|=4$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta' = m^2-8m+12$.

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<2 \\ m>6 \end{array}\right.$.

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 thoả mãn $\begin{cases} z_1+z_2 = 2m \\ z_1.z_2 = 8m-12 \end{cases}$.

Ta có $|z_1|+|z_2|=4 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2-2z_1z_2+2|z_1z_2|=16 \Leftrightarrow 4m^2-2(8m-12)+2|8m-12|=16$ $(*)$.

+) Nếu $m \ge \dfrac{3}{2}$ thì $(*) \Leftrightarrow 4m^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2<\dfrac{3}{2} \\ m=2 \notin (-\infty;2)\cup(6;+\infty) \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ Không tồn tại tham số m.

+) Nếu $m < \dfrac{3}{2}$ thì $(*) \Leftrightarrow m^2-8m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4-2\sqrt{2}<\dfrac{3}{2} \\ m=4+2\sqrt{2}>\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow m=4-2\sqrt{2}$.

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 6$.

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt là

$z_1=m+i\sqrt{-m^2+8m-12},\ z_2=m-i\sqrt{-m^2+8m-12} \Rightarrow |z_1|=|z_2|=\sqrt{8m-12}$.

Ta có $|z_1|+|z_2|=4 \Leftrightarrow |z_1|=2 \Leftrightarrow \sqrt{8m-12}=2 \Leftrightarrow m=2$ (loại).

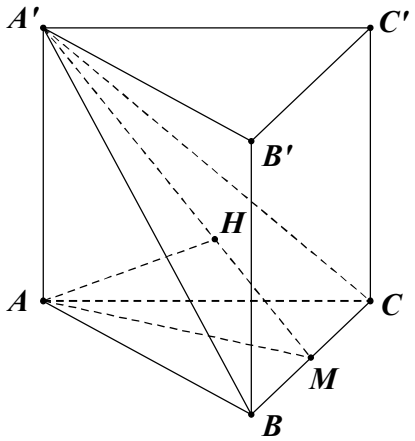
Vậy $m=4-2\sqrt{2}$ thoả mãn bài toán.

Câu 41: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC, suy ra $AM \perp BC$.

Trong $(A'AM)$ kẻ $AH \perp A'M$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (A'BC)$ hay $d(A,(A'BC))=AH \Rightarrow AH=a$.

Ta có ΔABC đều có cạnh bằng $2a$ nên $AM=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$ và $S_{ABC}=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Xét $\Delta A'AM$ vuông tại A có đường cao AH nên $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{AM^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}$

Suy ra $A'A=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $V=S_{ABC}.A'A=a^2\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với (Oxy). Khi $2d\left(B,(Q)\right)+d\left(C,(Q)\right)$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $P(8;-4;0)$. **B.** $P(15;-4;0)$. **C.** $P\left(15;\dfrac{7}{2};0\right)$. **D.** $P(3;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $T=2d\left(B,(Q)\right)+d\left(C,(Q)\right)$

Ta có $B,C\in(Oxy)$.

Gọi Δ là giao tuyến của (Q) và (Oxy).

Gọi A là hình chiếu vuông góc của $K(1;1;3)$ trên (Oxy), suy ra $A(1;1;0)\in\Delta$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B,C trên (Oxy).

Khi đó $\begin{cases}d\left(B,(Q)\right)=BH\\ d\left(C,(Q)\right)=CK\end{cases}$ và H,K cũng là hình chiếu của B,C trên Δ (do $B,C\in(Oxy)$ và $(Q)\perp(Oxy)$).

+ Trường hợp 1: $H\equiv K$ suy ra $\Delta\perp BC$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;2;0)$, suy ra $BC:\begin{cases}x=2+t\\ y=5+t\\ z=0\end{cases},\ t\in\mathbb{R}$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên BC. Suy ra $A'(2+t;5+t;0)$

Suy ra $\overrightarrow{AA'}=(t+1;t+4;0)\perp\overrightarrow{BC}=(2;2;0)\Rightarrow 2(t+1)+2(t+4)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{5}{2}$.

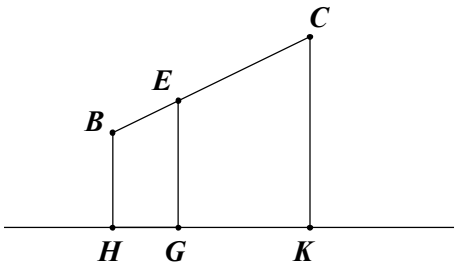
Do đó $A'\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2};0\right)$.

Do $\Delta\perp BC$ nên $H\equiv K\equiv A'\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2};0\right)$.

Suy ra $\begin{cases}BA'=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\\ CA'=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Rightarrow 2BA'+CA'=\dfrac{19\sqrt{2}}{2}\approx 13,44$ hay $T=\dfrac{19\sqrt{2}}{2}\approx 13,44$.

+ Trường hợp 2: $H\neq K$.

Gọi E là điểm thỏa $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}\Rightarrow\begin{cases}x_E-2=\frac{1}{3}(4-2)\\ y_E-5=\frac{1}{3}(7-5)\\ z_E-0=\frac{1}{3}(0-0)\end{cases}\Rightarrow E\left(\frac{8}{3};\frac{17}{3};0\right)$.



Gọi G là hình chiếu vuông góc của E trên Δ

Dễ thấy $BHKC$ là hình thang vuông, theo tính chất hình thang ta có $T=2d\left(B,(Q)\right)+d\left(C,(Q)\right)=2BH+CK=3EG$.

Mà E là điểm cố định và $A\in\Delta$ nên $EG\le EA$.

Do đó T đạt giá trị lớn nhất là $3EA=\sqrt{221}\approx 14,86$ khi $G\equiv A$ hay $\Delta\perp AE$.

$\overrightarrow{EA}=\left(-\frac{5}{3};-\frac{14}{3};0\right)$

Ta có $\begin{cases}\Delta\subset(Oxy)\\ \Delta\perp EA\end{cases}\Rightarrow\Delta$ có VTCP là $\left[\vec{k},\overrightarrow{EA}\right]=\left(\frac{14}{3};-\frac{5}{3};0\right)$.

Chọn VTCP $\vec{u}=(14;-5;0)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=1+14t\\ y=1-5t\\ z=0\end{cases}$.

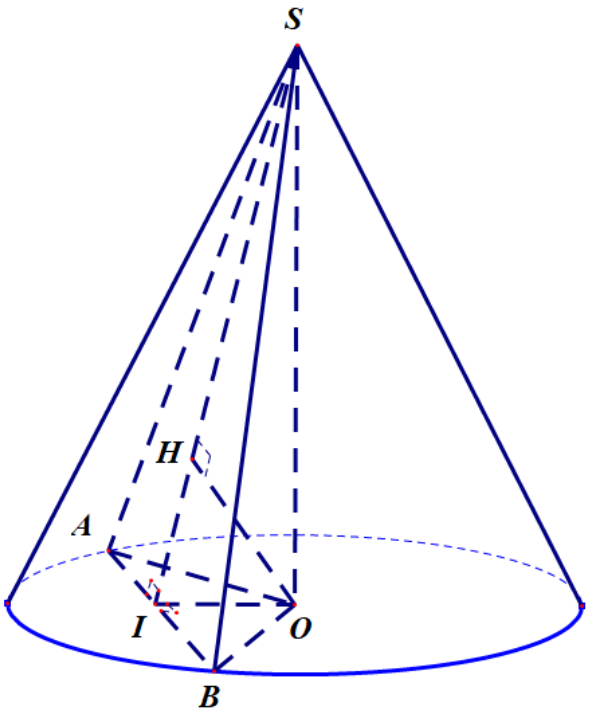
Dễ thấy Δ đi qua điểm $N(15;-4;0)$.

Câu 43: Cho hình nón (N) có đỉnh (S), chiều cao $h=3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh (S) cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 12π **B.** 81π **C.** 36π **D.** 27π

Lời giải

Chọn D



Gọi A,B là giao điểm của (P) với đường tròn đáy, khi đó, theo giả thiết ΔSAB đều; O là tâm đáy, R là bán kính đáy, I là trung điểm AB, ta có $OI \perp AB, SI \perp AB$

Hạ $OH \perp SI (H \in SI)$, khi đó, $OH = d(O,(P)) = \dfrac{OS.OI}{\sqrt{OS^2+OI^2}}$. Theo bài ra, ta có

$OH = \sqrt{6}, h = OS = 3 \Rightarrow \sqrt{6} = \dfrac{3.OI}{\sqrt{9+OI^2}} \Rightarrow OI = 3\sqrt{2}$.

ΔSOI vuông tại O, nên $SI^2 = SO^2 + OI^2 \Rightarrow SI = 3\sqrt{3}$. Mặt khác, $SI = \dfrac{AB.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 6$

I là trung điểm AB, do đó, $AI = 3$, mà $AI^2 = OA^2 - OI^2 \Rightarrow R = AI = 3\sqrt{3}$

Suy ra, thể tích hình nón $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = 27\pi$ (đvtt)

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $-xf'(x).\ln x + f(x) = 2x^2 f^2(x), \forall x \in (1;+\infty)$ và $f(e) = \dfrac{1}{e^2}$.

Biết $f(x) > 0, \forall x \in (1;+\infty)$, diện tích (S) của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = xf(x)$, $y = 0$, $x = e$, $x = e^2$, là

A. $S = \dfrac{5}{3}$ **B.** $S = \dfrac{1}{2}$ **C.** $S = 2$ **D.** $S = \dfrac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

Từ $-xf'(x).\ln x + f(x) = 2x^2 f^2(x)$, chia cả hai vế cho $xf^2(x) \neq 0$, ta được

$\dfrac{-\ln x.f'(x)}{f^2(x)} + \dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{f(x)} = 2x \Leftrightarrow (\ln x.\dfrac{1}{f(x)})' = 2x.$

Lấy nguyên hàm hai vế, ta được:

$\int (\ln x.\dfrac{1}{f(x)})'dx = \int 2xdx \Leftrightarrow \ln x.\dfrac{1}{f(x)} = x^2 + C$, với C là hằng số.

Vì $f(e) = \dfrac{1}{e^2}$ nên $\ln e.\dfrac{1}{f(e)} = e^2 + C \Leftrightarrow C = 0$. Khi đó, $\ln x.\dfrac{1}{f(x)} = x^2$ hay

$f(x) = \dfrac{\ln x}{x^2} \Rightarrow xf(x) = \dfrac{\ln x}{x}$.

Đồ thị hàm số $y = xf(x)$ và trục hoành $Ox \Rightarrow x.\dfrac{\ln x}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 1$

Khi đó, ta có diện tích S cần tính là $S=\left|\int_1^e \frac{\ln x}{x}dx\right|+\left|\int_e^{e^2} \frac{\ln x}{x}dx\right|=2$

Câu 45, câu 46 Đề Sở ĐakNong

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}(1;-3;2)$ là VTCP của đường thẳng AB

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có VTCP $\overrightarrow{AB}(1;-3;2)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng AB : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$

Câu 46: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn A

TH1: $m=0$ ta có $y=3x^2$, đồ thị của hàm số là một (P) có bề lõm quay lên. Do đó hàm số không có điểm cực đại. Suy ra $m=0$ thỏa mãn.

TH2: $m\neq 0$

Hàm số đã cho không có điểm cực đại

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m.(3-m)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\leq 3$

Do đó $0\leq m\leq 3$ thỏa mãn.

Do m nguyên nên $m\in\{0;1;2;3\}$. Vậy có 4 giá trị m nguyên thỏa mãn

Câu 47: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)\leq 3$ là $[a;b]$. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)\Rightarrow x^2-x=3^{2t}-2.3^t-3, \left(t>\frac{9}{10}\right)$.

Bất phương trình trở thành $t+2\log_5\left(3^{2t}-2.3^t+2\right)\leq 3$.

Xét hàm số $f(t)=t+2\log_5\left(3^{2t}-2.3^t+2\right)-3\Rightarrow f'(t)=1+\frac{4\ln 3.3^t\left(3^t-1\right)}{\left(3^{2t}-2.3^t+2\right)\ln 5}>0\ \forall t>\frac{9}{10}$.

Do đó hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $\left(\frac{9}{10};+\infty\right)$ và $f(1)=0$.

Suy ra $t\le 1\Leftrightarrow x^2-x\le 0\Leftrightarrow 0\le x\le 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[0;1]$.

Khi đó $a=0,b=1\Rightarrow a+2b=2$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2022;2022)$ để hàm số $y=\left|x^3+(2m+1)x-2\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 4034. **B.** 4032. **C.** 4030. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3+(2m+1)x-2$.

Hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f'(x)\ge 0\,\forall x\in(1;3)\\ f(1)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}f'(x)\le 0\,\forall x\in(1;3)\\ f(1)\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x^2+2m+1\ge 0\,\forall x\in(1;3)\\ 2m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}3x^2+2m-1\le 0\,\forall x\in(1;3)\\ 2m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m\ge -1-3x^2\,\forall x\in(1;3)\\ m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2m\le -1-3x^2\,\forall x\in(1;3)\\ m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m\ge \max\limits_{[1;3]}\left(-1-3x^2\right)\\ m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2m\le \min\limits_{[1;3]}\left(-1-3x^2\right)\\ m\le 0\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m\ge -4\\ m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2m\le -28\\ m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\ge -2\\ m\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}m\le -14\\ m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 0\\ m\le -14\end{array}\right.\Rightarrow m\in[-2021;-14]\cup[0;2021].$$

Vậy có 4030 giá trị nguyên của tham số m.

Email: xuanthienict@gmail.com

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua trục Ox có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;0;0)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M_1 và M_2 lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox, điểm đối xứng của M qua trục Ox.

Khi đó M_1 là trung điểm của MM_2.

Ta có tọa độ điểm $M_1(1;0;0)$.

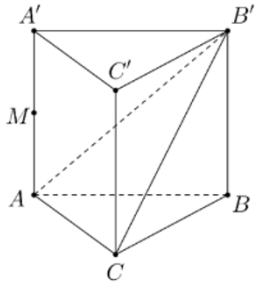
Suy ra $\begin{cases} x_1 = \dfrac{x_M + x_{M_2}}{2} \\ y_1 = \dfrac{y_M + y_{M_2}}{2} \\ z_1 = \dfrac{z_M + z_{M_2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M_2} = 2x_1 - x_M \\ y_{M_2} = 2y_1 - y_M \\ z_{M_2} = 2z_1 - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M_2} = 2.1 - 1 \\ y_{M_2} = 2.0_1 - 2 \\ z_{M_2} = 2.0 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M_2} = 1 \\ y_{M_2} = -2 \\ z_{M_2} = -3 \end{cases}.$

Vậy tọa độ M_2 là $(1;-2;-3)$.

Cách khác: Điểm đối xứng của $M(a;b;c)$ qua trục Ox là điểm $M'(a;-b;-c)$.

Suy ra điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua trục Ox là điểm $M'(1;-2;-3)$.

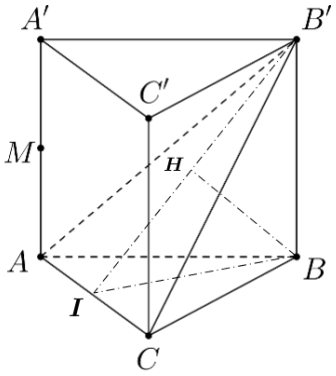
Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $A'M \cap (AB'C) = A \Rightarrow d(M,(AB'C)) = \dfrac{1}{2}d(A',(AB'C)) = \dfrac{1}{2}d(B,(AB'C))$.

Gọi I là trung điểm AC.

Dựng $BH \perp IB'$ tại H.

Ta có

$\begin{cases} BH \perp IB' \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow BH \perp (AB'C)$ tại $H \Rightarrow d(B,(AB'C)) = BH \Rightarrow d(M,(AB'C)) = \dfrac{1}{2}BH$.

Xét $\Delta BIB'$ vuộng tại B.

Khi đó

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{(BB')^2} + \frac{1}{BI^2} \Leftrightarrow \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{19}{12a^2} \Leftrightarrow BH^2 = \frac{12a^2}{19} \Rightarrow BH = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}BH=\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
SƠN LA

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$+\infty$

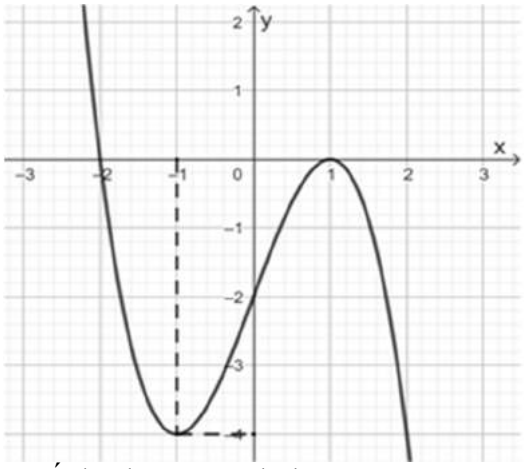
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 2. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng?

A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-4;-1)$ **B.** $(-1;-4)$ **C.** $(0;-2)$ **D.** $(1;0)$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(I;R)$. Khẳng định nào đây đúng?

A. $IA<R$. **B.** $IA=R$. **C.** $IA>R$. **D.** $IA=2R$.

Câu 5. Môđun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a \dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=1$. Tọa độ tâm của (S) là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 11. Cho số phức $z=4-7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x5^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5.5^x$. **D.** $y'=5^x\ln 5$.

Câu 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-1)$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=2$. Giá trị u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

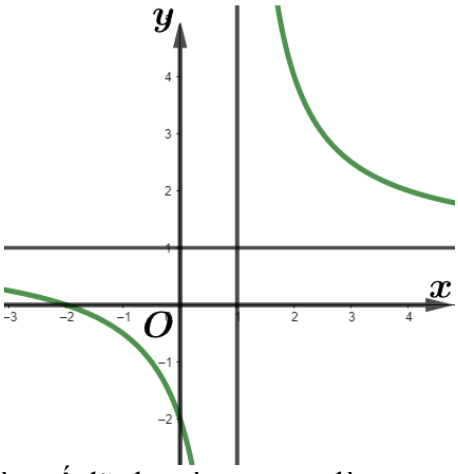
Câu 16. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $4\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



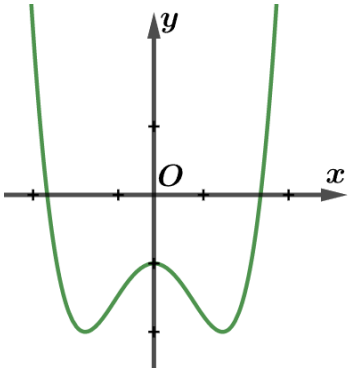
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 19. Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{5}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $5\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}}{3}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Câu 20. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=-x^4-2x+1$.

Câu 21. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn 3 học sinh của tổ đó đi lao động là

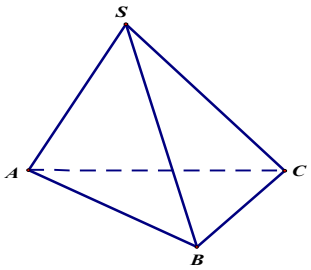
A. 6 **B.** 720 **C.** 120 **D.** 30

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x-\sin 2x$, biết $F\left(0\right)=\dfrac{3}{2}$

A. $F\left(x\right)=2x^2+\cos 2x+1$ **B.** $F\left(x\right)=2x^2-\cos 2x+\dfrac{3}{2}$

C. $F\left(x\right)=2x^2+\dfrac{1}{2}\cos 2x+1$ **D.** $F\left(x\right)=2x^2-\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{3}{2}$

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây)



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{14}}{7}$ **B.** $\dfrac{3a\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\dfrac{3a\sqrt{14}}{7}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 24. Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a+\log_3 b$ **B.** $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+\dfrac{1}{2}\log_3 a-\log_3 b$

C. $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+\dfrac{1}{2}\log_3 a+\log_3 b$ **D.** $\log_3\left(\dfrac{3a^2}{b}\right)=1+2\log_3 a-\log_3 b$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{6}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{5}a^3$ **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{3}$

Câu 26. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $f\left(x\right)$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

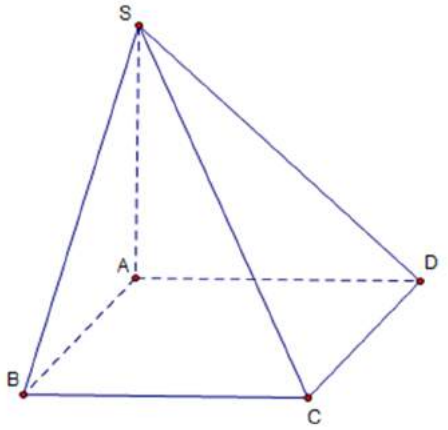
Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 28. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 tấm thẻ sao cho tổng ba số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn bằng

A. $\frac{4}{33}$. **B.** $\frac{17}{33}$. **C.** $\frac{15}{33}$. **D.** $\frac{16}{33}$.

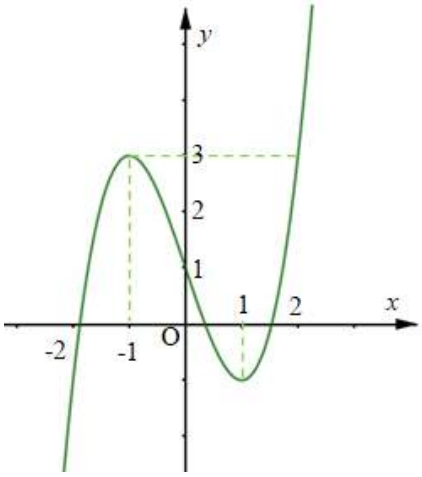
Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SD=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới đây).*



Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $ABCD$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x^2-3x)(1-x)^2$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 32. Nếu $\int_{-2}^{2} f(x)dx=5$ và $\int_{-2}^{2} g(x)dx=-2$ thì $\int_{-2}^{2}[f(x)-3g(x)+2]dx$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 13.

Câu 33. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+6\log_{\frac{1}{2}} x+5=0$

A. 5. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** 64. **D.** 6.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;2)$, $B(0;0;1)$, $C(2;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC là:

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 35. Hàm số $F(x)=e^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=5xe^{5x}$. **B.** $f(x)=5e^{5x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{5}e^{5x}$. **D.** $f(x)=e^{5x}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;2)$. Điểm đối xứng của A qua trục Oz có tọa độ là

A. $(3;2;-2)$. **B.** $(-3;2;2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(-3;2;-2)$.

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-2=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}\pi$. **C.** $\frac{81}{10}\pi$. **D.** $\frac{81}{10}$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4+4x^3-12x^2+2m\right|$ có 7 điểm cực trị. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40. Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+2)x^2+6(m^2+m)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 19. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ và $\frac{a}{b}.\sqrt{5}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của hiệu $a-b$ bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 17

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $x-2y+4z+7=0$.

C. $x+2y-4z-9=0$. **D.** $x+4y+3z+5=0$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. ACD là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SAD) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(11)+G(11)=55$ và $2F(-1)+G(-1)=1$ Khi đó $\int_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 22.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3\frac{x^2-9}{125}\le\log_5\frac{x^2-9}{27}$?

A. 58. **B.** 112. **C.** 110. **D.** 117.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$; (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ và điểm $A(7;2;-5)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A. $20\sqrt{13}$. **B.** $16\sqrt{13}$. **C.** $8\sqrt{13}$. **D.** $18\sqrt{13}$.

Câu 47. Cho số thực a thỏa mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a\right|$ trên đoạn $[0;4]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;-3)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 48. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A,B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C,D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Câu 49. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-i|=2$. Biết rằng biểu thức $P=|z+3i|+2|z-5-i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó, giá trị của hiệu $x-y$ bằng

A. $\frac{-2-2\sqrt{79}}{13}$. **B.** $\frac{2+2\sqrt{79}}{13}$. **C.** $\frac{-2+2\sqrt{79}}{13}$. **D.** $\frac{2-2\sqrt{79}}{13}$.

Câu 50. Xét các số thực x,y sao cho $4\log_3 a^{(\log_3 a-2x+2)}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}}4\geq 0$ luôn đúng với mọi $a>0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên cuả biểu thức $F=x^2+y^2-2x-14y+51$?

A. 139. **B.** 141. **C.** 140. **D.** 138.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	**2D**	**3B**	**4C**	**5D**	**6D**	**7A**	**8D**	**9C**	**10C**	**11A**	**12D**	**13B**	**14A**	**15D**
16D	**17A**	**18D**	**19A**	**20B**	**21C**	**22C**	**23C**	**24D**	**25D**	**26D**	**27C**	**28B**	**29A**	**30C**
31B	**32A**	**33C**	**34A**	**35B**	**36D**	**37B**	**38C**	**39C**	**40C**	**41D**	**42A**	**43D**	**44A**	**45C**
46B	**47B**	**48A**	**49B**	**50B**										

HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

Câu 2. Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng?

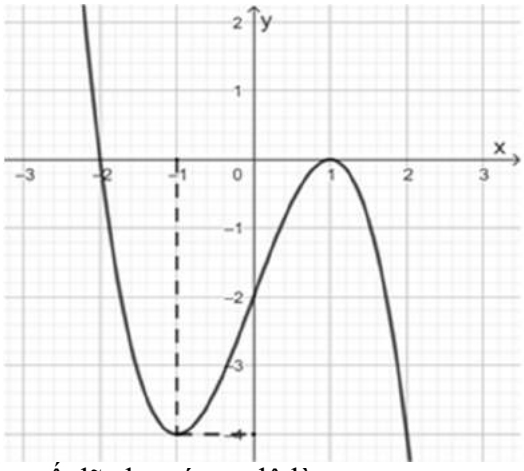
A. -1. **B.** 1. **C.** -7. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=3-(-4)=7$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-4;-1)$ **B.** $(-1;-4)$ **C.** $(0;-2)$ **D.** $(1;0)$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;-4)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(I;R)$. Khẳng định nào đây đúng?

A. $IA<R$. **B.** $IA=R$. **C.** $IA>R$. **D.** $IA=2R$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Môđun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|1-3i|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{\text{xq}}=\pi rl=12\pi$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là 2.

Câu 9. Cho a,b,c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, c\neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Mệnh đề $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$ sai. Mệnh đề đúng là $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=1$. Tọa độ tâm của (S) là

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Cho số phức $z=4-7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x5^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5.5^x$. **D.** $y'=5^x\ln 5$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=2$. Giá trị u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$u_3=u_1+2d=7$.

Câu 16. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

A. $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $4\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Lời giải

Chọn D

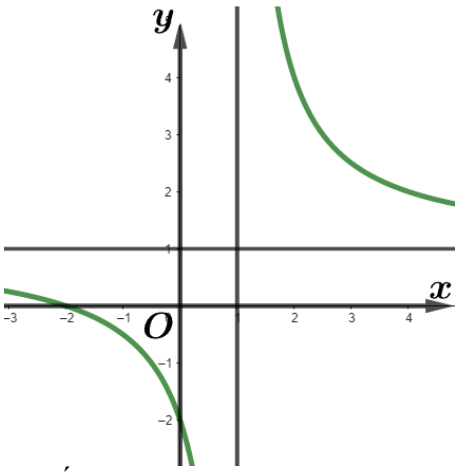
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục Ox và Oz bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 19. Cho khối lập phương có cạnh bằng $\sqrt{5}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

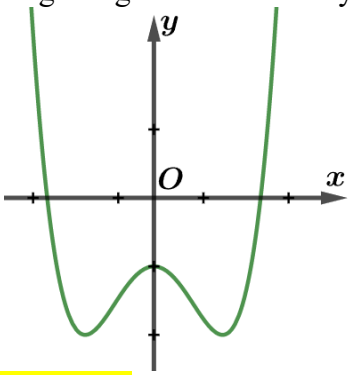
A. $5\sqrt{5}$. **B.** $3\sqrt{5}$. **C.** $\frac{5\sqrt{5}}{3}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương $V=\left(\sqrt{5}\right)^3=5\sqrt{5}.$

Câu 20. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\frac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=-x^4-2x+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số nhận trục Oy làm trục đối xứng nên loại đáp án C

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên loại đáp án D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ -1 nên loại A

Vậy chọn đáp án B

Câu 21. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn 3 học sinh của tổ đó đi lao động là

A. 6 **B.** 720 **C.** 120 **D.** 30

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 3 học sinh là số tổ hợp chập 3 của 10 phần tử

Suy ra số cách chọn là $C_{10}^3=120$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=4x-\sin 2x$, biết $F\left(0\right)=\frac{3}{2}$

A. $F\left(x\right)=2x^2+\cos 2x+1$ **B.** $F\left(x\right)=2x^2-\cos 2x+\frac{3}{2}$

C. $F\left(x\right)=2x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+1$ **D.** $F\left(x\right)=2x^2-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$

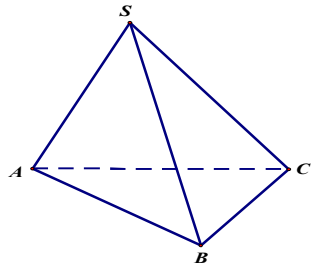
Lời giải

Chọn C

Ta có $F\left(x\right)=2x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$ mà $F\left(0\right)=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{1}{2}+C=\frac{3}{2}\Leftrightarrow C=1$

Vậy $F\left(x\right)=2x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+1$

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây)

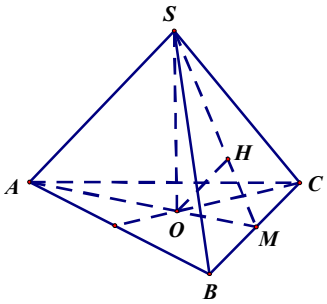


Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{14}}{7}$ **B.** $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC). Vì $SA = SB = SC$ suy ra $OA = OB = OC$.

Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $S.ABC$.

SO là đường cao của hình chóp, gọi M là trung điểm BC

Từ kẻ $OH \perp SM$ tại H (1)

Mà $BC \perp (SOM) \Rightarrow BC \perp OH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O,(SBC)) = OH$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông có OH là đường cao

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{14}}{7} \Rightarrow d(A,(SBC)) = 3OH = \frac{3a\sqrt{14}}{7}$$

Câu 24. Với các số dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right) = 1 + 2\log_3 a + \log_3 b$ **B.** $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right) = 1 + \frac{1}{2}\log_3 a - \log_3 b$

C. $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right) = 1 + \frac{1}{2}\log_3 a + \log_3 b$ **D.** $\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right) = 1 + 2\log_3 a - \log_3 b$

Lời giải

Chọn D

$$\log_3\left(\frac{3a^2}{b}\right) = \log_3\left(3a^2\right) - \log_3 b = \log_3 3 + \log_3 a^2 - \log_3 b$$
$$= 1 + 2\log_3 a - \log_3 b$$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{6}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$ **C.** $\sqrt{5}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính thể tích hình chóp, ta có

$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2a\sqrt{5}=\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(3)$. **D.** $f(4)$.

Lời giải

Chọn D

Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng $f(4)$

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{7}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\log_3(2x-1)<2\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1>0\\2x-1<3^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x<5\end{cases}\Leftrightarrow\frac{1}{2}<x<5.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\left(\frac{1}{2};5\right)$

Câu 28. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ từ hộp đó. Xác suất để lấy được 3 tấm thẻ sao cho tổng ba số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn bằng

A. $\frac{4}{33}$. **B.** $\frac{17}{33}$. **C.** $\frac{15}{33}$. **D.** $\frac{16}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 6 chiếc thẻ từ 11 chiếc thẻ.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{11}^3=165$.

Gọi A là biến cố: " tổng số ghi trên 3 tấm thẻ ấy là một số chẵn"

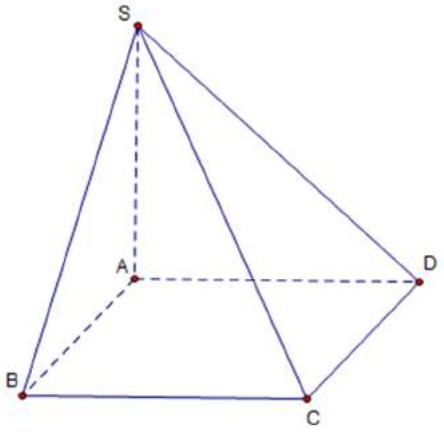
Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ $\{1;3;5;7;9;11\}$ và 5 số chẵn $\{2;4;6;8;10\}$. Để có tổng là một số chẵn ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số chẵn và 2 thẻ mang số lẻ có: $5C_6^2=75$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số chẵn có: $C_5^3=10$ cách.

Do đó $n(A)=75+10=85$. Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{85}{165}=\frac{17}{33}$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SD=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới đây).*



Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $ABCD$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A

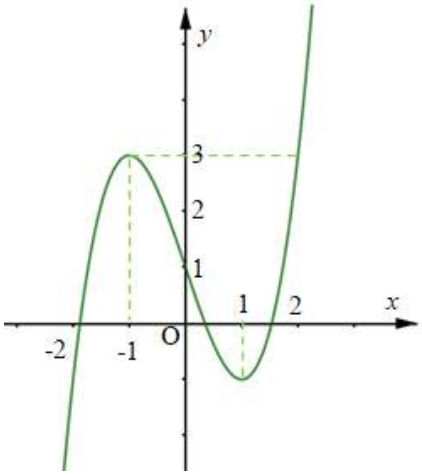
Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD$.

Do $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SD \end{cases}$

nên góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là góc giữa AD và SD là góc $\widehat{SDA}$.

$\cos\widehat{SDA} = \dfrac{AD}{SD} = \dfrac{a}{2a} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^\circ$

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+1=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m-1}{2}$

Để phương trình $2f(x)+1=m$ có ba nghiệm thực phân biệt thì:

$-1<\dfrac{m-1}{2}<3 \Leftrightarrow -2<m-1<6 \Leftrightarrow -1<m<7$

Do $m\in\mathbb{Z}$ $m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$ nên có 7 giá trị nguyên m

Phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x^2-3x)(1-x)^2$. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=0\Leftrightarrow(x^2-3x)(1-x)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 32. Nếu $\int\limits_{-2}^{2}f(x)dx=5$ và $\int\limits_{-2}^{2}g(x)dx=-2$ thì $\int\limits_{-2}^{2}[f(x)-3g(x)+2]dx$ bằng

A. 19. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

$$\int\limits_{-2}^{2}[f(x)-3g(x)+2]dx=\int\limits_{-2}^{2}f(x)dx-3\int\limits_{-2}^{2}g(x)dx+2\int\limits_{-2}^{2}dx=5-3.(-2)+2x\Big|_{-2}^{2}=19.$$

Câu 33. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+6\log_{\frac{1}{2}}x+5=0$

A. 5. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** 64. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đk: $x>0$.

$$\log_2^2 x+6\log_{\frac{1}{2}}x+5=0\Leftrightarrow\log_2^2 x-6\log_2 x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\\log_2 x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=32\end{array}\right.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: 64.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;2)$, $B(0;0;1)$, $C(2;-2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC là:

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x-y+z+2=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{BC}(2;-2;0)$

Mặt phẳng phẳng đi qua điểm A và vuông góc với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}(2;-2;0)$ là véc tơ pháp tuyến

Phương trình mp là: $2(x-1)-2(y-3)+0(z-2)=0\Leftrightarrow x-y+2=0$.

Câu 35. Hàm số $F(x)=e^{5x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x)=5xe^{5x}$. **B.** $f(x)=5e^{5x}$. **C.** $f(x)=\frac{1}{5}e^{5x}$. **D.** $f(x)=e^{5x}$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)=F'(x)=(e^{5x})'=5e^{5x}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;2)$. Điểm đối xứng của A qua trục Oz có tọa độ là

A. $(3;2;-2)$. **B.** $(-3;2;2)$. **C.** $(0;0;2)$. **D.** $(-3;2;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 37. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $x-y+2=0$. **B.** $x-y-2=0$. **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$

Ta có $|z-1+2i|=|z+i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=\sqrt{x^2+(y+1)^2}$

$\Leftrightarrow 2x-2y-4=0$

$\Leftrightarrow x-y-2=0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+i|$ là một đường thẳng có phương trình $x-y-2=0$.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}\pi$. **C.** $\frac{81}{10}\pi$. **D.** $\frac{81}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường có phương trình lần lượt là $y=x^2-3x$ và $y=0$ quanh trục Ox là: $\pi\int_0^3(x^2-3x)^2\,dx=\frac{81}{10}\pi$.

Câu 39. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=|3x^4+4x^3-12x^2+2m|$ có 7 điểm cực trị. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$, $f'(x)=12x^3+12x^2-24x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$

Do đó hàm số $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$ luôn có ba điểm cực trị với mọi giá trị của tham số m.

Khi đó để hàm số $y=|f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $f(x)=3x^4+4x^3-12x^2+2m$ phải cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ khác $-1;0;2$.

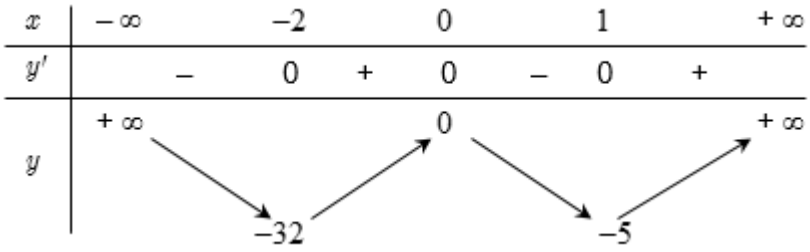
Khi đó phương trình $3x^4+4x^3-12x^2+2m=0$ phải có bốn nghiệm phân biệt khác $-1;0;2$

Xét phương trình: $3x^4+4x^3-12x^2+2m=0\Leftrightarrow -2m=3x^4+4x^3-12x^2$

Đặt $h(x)=3x^4+4x^3-12x^2$, $h'(x)=12x^3+12x^2-24x$

$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=3x^4+4x^3-12x^2$



Để $-2m=3x^4+4x^3-12x^2$ có bốn nghiệm phân biệt ta có: $-5<-2m<0 \Leftrightarrow \frac{5}{2}<m<0$.

Vậy $S=\{1;2\}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\left|2x^3-3(2m+2)x^2+6(m^2+m)x-m\right|$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 19. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=2x^3-3(2m+2)x^2+6(m^2+m)x-m$

$\Rightarrow f'(x)=6\left[x^2-(2m+2)x+m^2+m\right]$, $\Delta'=m+1$

□Trường hợp 1: $m+1\le 0 \Leftrightarrow m\le -1$ suy ra $f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m\le -1 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -1 \\ -m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le -1$

Kết hợp với điều kiện $m\in\mathbb{Z}; m\in(-20;20)$ ta được $m\in\{-19;-18;-17;\cdots;-3;-2;-1\}$.

Ta có 19 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (1)

□Trường hợp 2: $m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$ khi đó $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1-\sqrt{m+1} \\ x=m+1+\sqrt{m+1} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		$m+1-\sqrt{m+1}$		$m+1+\sqrt{m+1}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

Vậy để hàm số $y=\left|f(x)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi đó ta có các trường hợp sau

□TH 2.1 $\begin{cases} m+1-\sqrt{m+1}\ge 1 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge \sqrt{m+1} \\ m\le 0 \end{cases}$ *VN*

□TH2.2 $\begin{cases} m+1-\sqrt{m+1}\le 0 \\ m+1+\sqrt{m+1}\ge 1 \\ f(0)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+1}-1\le 0 \\ \sqrt{m+1}\ge -m \\ -m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$

□TH2.3 $\begin{cases} m+1+\sqrt{m+1}\le 0 \\ f(0)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m+1}+1\le 0 \\ -m\ge 0 \end{cases} VN$

Kết hợp với điều kiện ta được: $m=0$. Do $m\in\mathbb{Z}; m\in(-20;20)$ Ta có 1 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán (2).

Từ (1) và (2) suy ra: có tất cả có 20 giá trị của m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x)+f(1-x)=3x^2-6, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ và $\frac{a}{b}.\sqrt{5}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của hiệu $a-b$ bằng

A. -20. **B.** 20. **C.** 23. **D.** 17

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} 2f(x)+f(1-x)=3x^2-6 \\ 2f(1-x)+f(x)=3(1-x)^2-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4f(x)+2f(1-x)=6x^2-12 \\ 2f(1-x)+f(x)=3x^2-6x-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow 3f(x)=3x^2+6x-9 \Rightarrow f(x)=x^2+2x-3 \Rightarrow f'(x)=2x+2$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2x-3=2x+2 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$

$\Rightarrow S=\int\limits_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}\left|x^2-5\right|dx=\frac{20\sqrt{5}}{3} \Rightarrow a-b=20-3=17$.

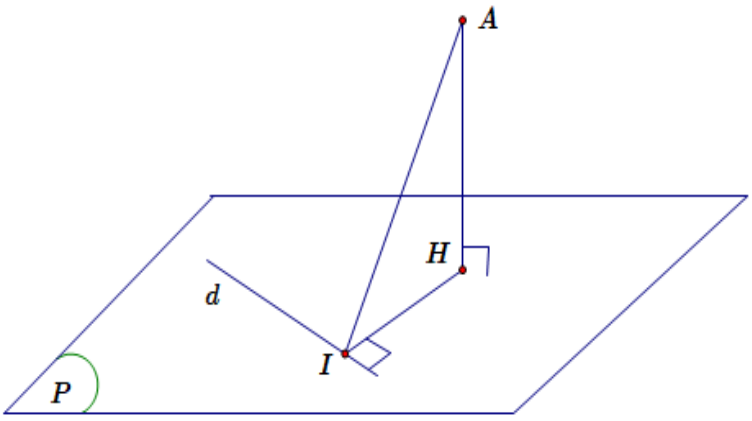
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

A. $x+2y+4z+7=0$. **B.** $x-2y+4z+7=0$.

C. $x+2y-4z-9=0$. **D.** $x+4y+3z+5=0$

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) phương trình mặt phẳng chứa d và cách A một khoảng lớn nhất

Gọi H,I lần lượt là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) và đường thẳng d.

Ta có $I=(1+2t;t;-2-t)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AI}=(2t-1;t-1;-t-1)$.

Mặt khác $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{u_d}=0 \Rightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} I=\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};-\frac{7}{3}\right) \\ \overrightarrow{AI}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{-4}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AI}=(1;2;4) \end{cases}$

Mặt khác $d\left(A,(P)\right)=AH\le AI\Rightarrow d\left(A,(P)\right)_{\max}=AI$

Dấu '='xảy ra khi $H\equiv I\Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{AI}=(1;2;4)$

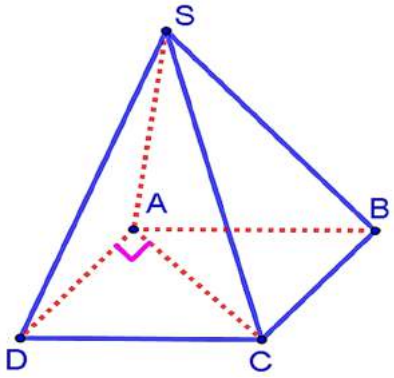
$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P): $x+2y+4z+7=0$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. ACD là tam giác vuông tại A có cạnh $AC=a$, góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SAD) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác vuông ACD có $CD=\sqrt{AD^2+AC^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2}=2a\Rightarrow AB=2a$.

Ta có $d\left(B,(SAD)\right)=AB.\sin 60°=a\sqrt{3}$.

Ta có $V_{S.ABD}=V_{B.SAD}=\frac{1}{3}.S_{\Delta SAD}.d\left(B;(SAD)\right)=\frac{1}{3}.\frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{3a^3}{4}$.

Ta có $V_{S.ABCD}=2.V_{S.ABD}=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2F(11)+G(11)=55$ và $2F(-1)+G(-1)=1$ Khi đó $\int_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)dx$ bằng

A. 7. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 22.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^2 x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)dx=\int_0^2 2xdx+\int_0^2 xf\left(3x^2-1\right)dx=4+\int_0^2 xf\left(3x^2-1\right)dx=4+I$.

Đặt $t=3x^2-1\Rightarrow dt=6xdx\Rightarrow \frac{1}{6}dt=xdx$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=-1$; $x=2\Rightarrow t=11$.

Suy ra $I=\frac{1}{6}\int_{-1}^{11} f(t)dt=\frac{1}{6}\int_{-1}^{11} f(x)dx=\frac{1}{6}\left(F(11)-F(-1)\right)$.

Vì $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}\Rightarrow F(x)=G(x)+C$.

Suy ra $F(11)-F(-1)=G(11)-G(-1)$.

Ta có $\begin{cases}2F(11)+G(11)=55\\2F(-1)+G(-1)=1\end{cases}\Rightarrow 2\left(F(11)-F(-1)\right)+G(11)-G(-1)=54$

$\Rightarrow 3\left(F\left(11\right)-F\left(-1\right)\right)=54\Rightarrow F\left(11\right)-F\left(-1\right)=18$.

Suy ra $I=3$. Vậy $\int\limits_{0}^{2}x\left(2+f\left(3x^2-1\right)\right)\mathrm{d}x=4+3=7$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3\dfrac{x^2-9}{125}\le\log_5\dfrac{x^2-9}{27}$?

A. 58. **B.** 112. **C.** 110. **D.** 117.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2-9>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\x<-3\end{array}\right.$.

Ta có: $\log_3\dfrac{x^2-9}{125}\le\log_5\dfrac{x^2-9}{27}\Rightarrow\log_3\left(x^2-9\right)-3\log_3 5\le\log_5\left(x^2-9\right)-\dfrac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow\log_3\left(x^2-9\right)-\dfrac{\log_3\left(x^2-9\right)}{\log_3 5}\le 3\log_3 5-\dfrac{3}{\log_3 5}\Rightarrow\left(1-\dfrac{1}{\log_3 5}\right)\log_3\left(x^2-9\right)\le 3\log_3 5-\dfrac{3}{\log_3 5}$

$\Rightarrow\left(\log_3 5-1\right)\log_3\left(x^2-9\right)\le 3\left(\log_3^2 5-1\right)\Rightarrow\log_3\left(x^2-9\right)\le 3\left(\log_3 5+1\right)\Rightarrow\log_3\left(x^2-9\right)\le 3\log_3 15$

$\Rightarrow x^2-9\le 15^3\Rightarrow x^2-3384\le 0\Rightarrow -6\sqrt{94}\le x\le 6\sqrt{94}$.

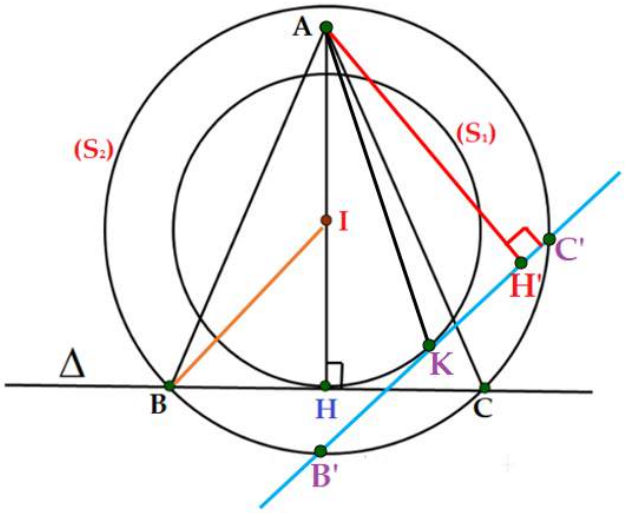
Kết hợp với điều kiện và yêu cầu bài toán là x nguyên nên có $x\in\left\{\pm4;\pm5;...;\pm58\right\}\Rightarrow$ có 110 giá trị thỏa mãn bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$; (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ và điểm $A(7;2;-5)$. Xét đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C phân biệt. Diện tích lớn nhất của tam giác ABC bằng

A. $20\sqrt{13}$. **B.** $16\sqrt{13}$. **C.** $8\sqrt{13}$. **D.** $18\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S_1): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=36$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R_1=6$.

Mặt cầu (S_2): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=49$ có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R_2=7$.

Suy ra 2 mặt cầu trên đồng tâm. Dễ kiểm tra được điểm $A(7;2;-5)$ nằm ngoài (S_1) và nằm trong (S_2).

Gọi H là giao điểm của đường thẳng IA với mặt cầu (S_1) (H không thuộc đoạn IA).

Trong tam giác BIH vuông tại H có: $BH=\sqrt{BI^2-HI^2}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}\Rightarrow BC=2\sqrt{3}$.

Giả sử Δ tiếp xúc với (S_1) tại tiếp điểm $K\neq H$ và cắt (S_2) tại hai điểm B',C' khác B,C $\Rightarrow B'C'=BC=2\sqrt{13}$. Ta có: $AH'\le AK\le AH$.

Gọi H' là hình chiếu của A lên Δ khi đó. Ta có: $S_{\Delta AB'C'}=\frac{1}{2}AH'.B'C'=\frac{1}{2}AH'.2\sqrt{13}=AH'\sqrt{13}\le AH\sqrt{13}\Rightarrow (S_{\Delta AB'C'})_{\max}=AH\sqrt{13}\Leftrightarrow H'\equiv H$.

$\Rightarrow$ Diện tích tam giác ABC lớn nhất khi Δ tiếp xúc với (S_1) tại tiếp điểm H.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(6;0;-8)\Rightarrow IA=10$.

Phương trình đường thẳng IA: $\begin{cases}x=1+3t\\y=2\\z=3-4t\end{cases}$, $H\in AI\Rightarrow H(1+3t;2;3-4t)$.

$H\in(S_1)\Rightarrow(1+3t-1)^2+(2-2)^2+(3-4t-3)^2=36\Leftrightarrow t^2=\frac{36}{25}\Leftrightarrow t=\pm\frac{6}{5}$.

Với $t=\frac{6}{5}$ điểm $H\left(\frac{23}{5};2;\frac{-9}{5}\right)\Rightarrow AH=16>10=IA\Rightarrow H$ là điểm cần tìm.

Diện tích lớn nhất của tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.16.2\sqrt{13}=16\sqrt{13}$.

Câu 47. **Cho số thực a thỏa mãn giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a\right|$ trên đoạn $[0;4]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của a thuộc khoảng nào dưới đây?**

A. $(-4;-3)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=\ln\left(x^2+1\right)-\frac{x^2}{2}-a$ trên đoạn $[0;4]$.

Ta có $f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}-x$; $f'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;4]\\x=1\in[0;4]\end{array}\right.$.

$f(0)=-a; f(1)=\ln 2-\frac{1}{2}-a; f(4)=\ln 17-8-a$.

Ta có $M=\max\limits_{[0;4]} f(x)=\ln 2-\frac{1}{2}-a$; $m=\min\limits_{[0;4]} f(x)=\ln 17-8-a$.

Khi đó $\max\limits_{[0;4]}\left|f(x)\right|=\frac{|M+m|+|M-m|}{2}=\frac{\left|\ln 2+\ln 17-\frac{17}{2}-2a\right|+\left|\ln 2-\ln 17+\frac{15}{2}\right|}{2}$

$\geq\frac{\ln 2-\ln 17+\frac{15}{2}}{2}=\frac{\ln\frac{2}{17}+\frac{15}{2}}{2}$.

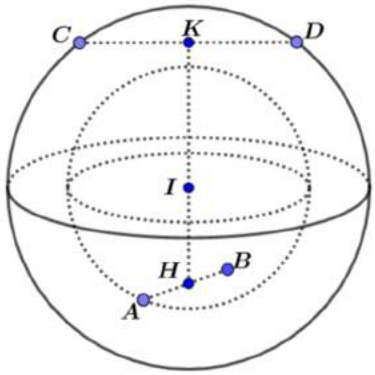
Đạt được khi $\ln 2+\ln 17-\frac{17}{2}-2a=0\Leftrightarrow a=\frac{\ln 34}{2}-\frac{17}{4}\Rightarrow a\in(-3;-2)$.

Câu 48. Cho hai mặt cầu (S_1) và (S_2) đồng tâm I, có bán kính lần lượt là $R_1=2$ và $R_2=\sqrt{10}$. Xét tứ diện $ABCD$ có hai đỉnh A,B nằm trên (S_1) và hai đỉnh C,D nằm trên (S_2). Thể tích lớn nhất của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $7\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD}=\frac{AB.CD.d(AB,CD).\sin(AB,CD)}{6}\leq\frac{AB.CD.d(AB,CD)}{6}$, khi $AB\perp CD$ (1).

Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB và CD, suy ra $IH\perp AB, IK\perp CD$.

$IH=x$ với $0<x<2$, ta có $AB=2\sqrt{4-x^2}$.

$IK=y$ với $0<y<\sqrt{10}$ ta có $CD=2\sqrt{10-y^2}$.

Khi đó $d(AB,CD)\leq HK=x+y$, khi ba điểm H,I,K thẳng hàng.

$(1)\Leftrightarrow V_{ABCD}\leq\frac{2\sqrt{4-x^2}.2\sqrt{10-y^2}.(x+y)}{6}=\frac{2}{3}\sqrt{4-x^2}.\sqrt{10-y^2}.\sqrt{(x+y)^2}$ (2).

Ta có $2(x+y)^2 \le 3(2x^2+y^2)$ $(*)$.

Thật vậy $(*) \Leftrightarrow (2x-y)^2 \ge 0$, đẳng thức xảy ra khi $y=2x$.

Khi đó $(2) \Rightarrow V_{ABCD} \le \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{8-2x^2}.\sqrt{10-y^2}.\sqrt{2x^2+y^2}$

Vì $18=(8-2x^2)+(10-y^2)+(2x^2+y^2) \ge 3\sqrt[3]{(8-2x^2)(10-y^2)(2x^2+y^2)}$

$\Rightarrow 216 \ge (8-2x^2)(10-y^2)(2x^2+y^2)$.

Từ đây suy ra $V_{ABCD} \le \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{216}=6\sqrt{2}$.

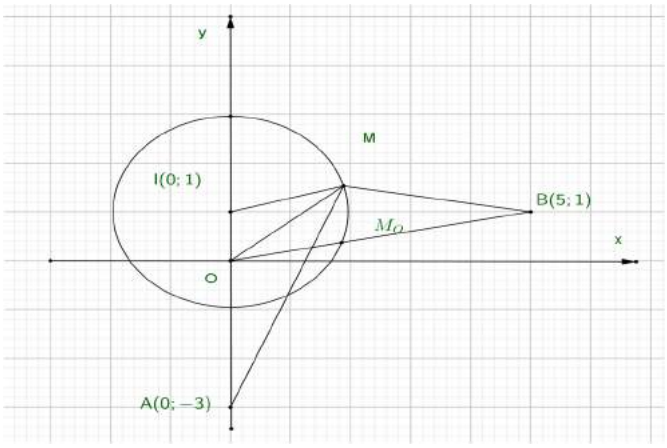
Vậy $V_{max}=6\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}8-2x^2=10-y^2\\8-2x^2=2x^2+y^2\end{cases} \Rightarrow y=2x=2$.

Câu 49. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-i|=2$. Biết rằng biểu thức $P=|z+3i|+2|z-5-i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó, giá trị của hiệu $x-y$ bằng

A. $\frac{-2-2\sqrt{79}}{13}$. **B.** $\frac{2+2\sqrt{79}}{13}$. **C.** $\frac{-2+2\sqrt{79}}{13}$. **D.** $\frac{2-2\sqrt{79}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z.

Theo bài ra ta có $|z-i|=2 \Rightarrow MI=2 \Rightarrow M \in (I;2)$ với $I=(0;1)$.

$P=|z+3i|+2|z-5-i|=MA+2MB$ với $A=(0;-3)$, $B=(5;1)$.

Ta có $IM=2$; $IA=4$. $OI=1 \Rightarrow \frac{IA}{IM}=\frac{IM}{IO}=2 \Rightarrow \Delta IMO \sim \Delta IAM \Rightarrow MA=2MO.$

Từ đó $P=MA+2MB=2(MO+MB) \ge 2OB.$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv M_0$, O, B thẳng hàng và M_O thuộc đoạn thẳng BO.

Phương trình đường thẳng $OB: \begin{cases}x=5t\\y=t\end{cases}$.

Tọa độ điểm $M_O(x;y)$ thỏa mãn hệ $\begin{cases}x^2+(y-1)^2=4\\x=5t, y=t, x>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}t=\frac{1+\sqrt{79}}{26}\\t=\frac{1-\sqrt{79}}{26}\end{array}\right.\\x-y=4t, t>0\end{cases} \Rightarrow x-y=\frac{2+2\sqrt{79}}{13}$.

Câu 50. Xét các số thực x, y sao cho $4\log_3 a^{(\log_3 a-2x+2)}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}} 4\geq 0$ luôn đúng với mọi $a>0$. Hỏi có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên cuả biểu thức $F=x^2+y^2-2x-14y+51$?

A. 139. **B.** 141. **C.** 140. **D.** 138.

Lời giải

Chọn B

$4\log_3 a^{(\log_3 a-2x+2)}-\left(y^2-25\right)\log_{\sqrt{3}} 4\geq 0 \Leftrightarrow 4(\log_2 a-2x+2)\log_3 a-4\left(y^2-25\right)\log_3 2\geq 0$

$(\log_2 a-2x+2)\log_2 a-\left(y^2-25\right)\geq 0.$

Đặt $t=\log_2 a$. Do $a>0$ nên $t\in\mathbb{R}$.

Ta được phương trình $(t-2x+2)t-\left(y^2-25\right)\geq 0 \Leftrightarrow t^2-2\left(x-1\right)t+25-y^2\geq 0.$

Để bất phương trình $t^2-2\left(x-1\right)t+25-y^2\geq 0$ luôn đúng với $\forall t \Rightarrow \Delta'\leq 0 \Rightarrow \left(x-1\right)^2+y^2\leq 25.$

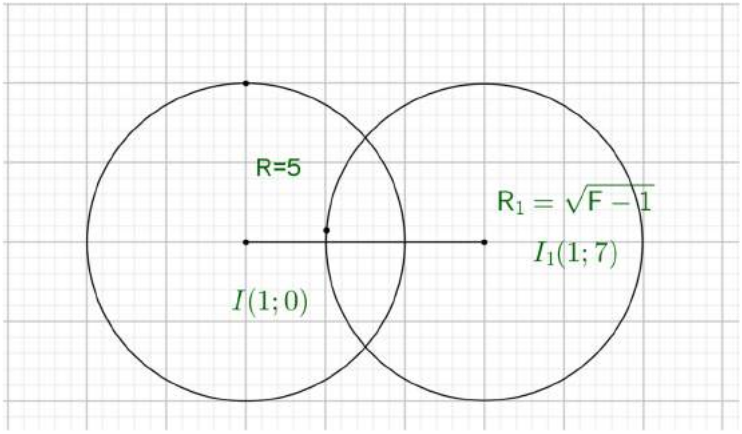
$F=x^2+y^2-2x-14y+51 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2+\left(y-7\right)^2=F-1\left(F>1\right).$

Hình tròn $\left(C\right):\left(x-1\right)^2+y^2\leq 25$ có tâm $I\left(1;0\right), BK\ R=5.$

Hình tròn $\left(C_1\right):\left(x-1\right)^2+\left(y-7\right)^2=F-1\left(F>1\right).$ có tâm $I_1\left(1;7\right), BK\ R_1=\sqrt{F-1}.$

Ta có $\overrightarrow{II_1}=\left(0;7\right)\Rightarrow II_1=7.$

Để tồn tại x, y thì đường tròn và hình tròn phải có điểm chung diều kiện là



Hình tròn $\left|R-R_1\right|\leq II_1\leq R+R_1 \Rightarrow \begin{cases} R_1\geq 2 \\ R_1\leq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F-1\geq 4 \\ F-1\leq 144 \end{cases} \Rightarrow 5\leq F\leq 145.$

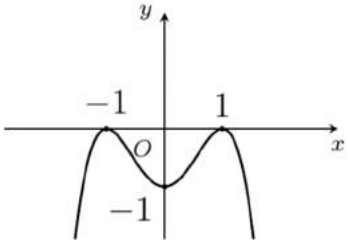
Vậy có tối đa 141 giá trị nguyên.

HẾT

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Câu 2. Một đội văn nghệ có 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

A. 45. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 90.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-4t\\z=3-5t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;4;5)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=-5$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Câu 5. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 6. Mô đun của số phức $z=-3+4i$ bằng

A. 7. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 7. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt $a,2a,3a$ là

A. $V=6a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(2;0)$.

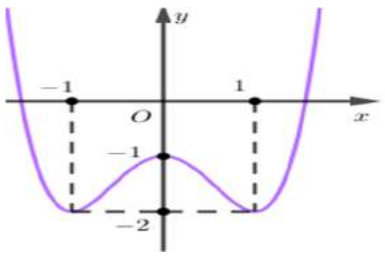
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-2z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;0;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;-2;0)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;3)$. **D.** $\vec{n}=(0;1;-2)$.

Câu 10. Cho mặt cầu tâm O có đường kính $12cm$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $6cm$. **B.** $4cm$. **C.** $24cm$. **D.** $12cm$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ:
Khẳng định nào sau đây là đúng?



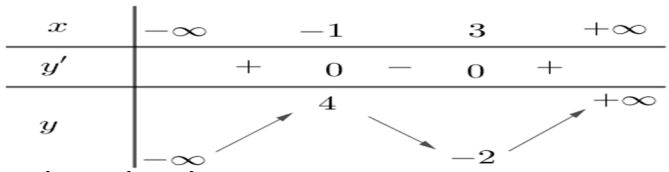
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

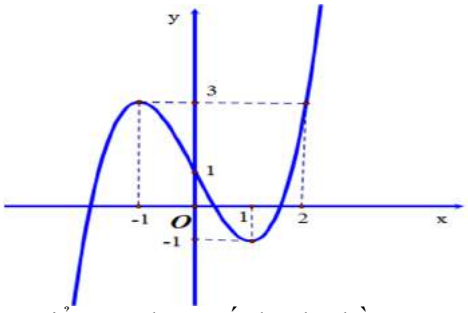
Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hầm số đã cho là

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên



Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 14. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=AC=2a, AD=3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=9^x+2023$ là

A. $y'=x.9^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{9^x}{\ln 9}$. **C.** $y'=\dfrac{9^{x-1}}{\ln 9}$. **D.** $y'=9^x.\ln 9$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=1$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 29. **B.** 35. **C.** 27. **D.** 31.

Câu 17. Cho $\int \dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=F(x)+C$ với $x\neq 0$ và C là hằng số. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=2\ln|x|$. **B.** $F'(x)=-\dfrac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x}$.

Câu 18. Phần thực của số phức $z=3-(2i-4)$ là

A. 7. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 19. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **C.** $y'=x^{e-1}$. **D.** $y'=\dfrac{x^{e+1}}{e+1}$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x+1}\geq 64$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-3$ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(7;+\infty)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $[-1;7)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=1-i$, $z_2=5i-3$. Phần ảo của số phức $w=z_1.\overline{z_2}+z_2$ là

A. -11. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 11.

Câu 24. Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;2;0)$, $\vec{b}=(2;0;-1)$. Khi đó giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\cos\varphi=\dfrac{2}{5}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\cos\varphi=0$. **D.** $\cos\varphi=-\dfrac{\sqrt{2}}{5}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và phương trình hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z+1=0$, $(Q):2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với cả (P) và (Q) là

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{-6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-6}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+3}{6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ có bán kính R bằng

A. $R=3$. **B.** $R=9$. **C.** $R=4$. **D.** $R=2$.

Câu 28. Nếu $\int_1^3\left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\sin x+5x^4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+20x^3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+20x^3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x^5+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x^5+C$.

Câu 30. Cho các số thực dương phân biệt a,b đều khác 1 và thỏa mãn $\ln a=x$, $\ln b=y$. Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(a^5b^4\right)$ theo x và y.

A. $P=5x+4y$. **B.** $P=20xy$. **C.** $P=x^5y^4$. **D.** $P=x^5+y^4$.

Câu 31. Biết phương trình $\log_2^2 x+3\log_2 x^2-7=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 $(x_1>x_2)$. Giá trị x_1-2x_2 bằng

A. $\dfrac{127}{64}$. **B.** 15. **C.** $\dfrac{129}{64}$. **D.** 14.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là

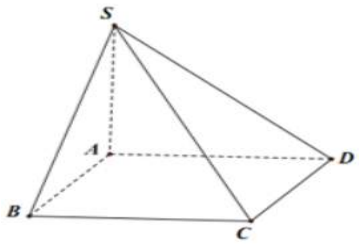
A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 33. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, trục hoành và đường thẳng $x=9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành có thể tích V bằng

A. $V=\dfrac{11\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi}{6}$. **C.** $V=\dfrac{13\pi}{6}$. **D.** $V=\dfrac{7\pi}{6}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$.



Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 35. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh đó thành hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{65}{66}$. **B.** $\dfrac{1}{22}$. **C.** $\dfrac{1}{66}$. **D.** $\dfrac{7}{99}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;6]$ và thoả mãn $f(0)=2$, $\int\limits_0^2(2x-4)f'(x)dx=4$. Tính $I=\int\limits_0^6 f\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$.

A. 18. **B.** -6. **C.** -18. **D.** 6.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là

A. $R=8$. **B.** $R=2$. **C.** $R=16$. **D.** $R=4$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=|\overline{z}+3+4i|$ và $\dfrac{z-2i}{\overline{z}+i}$ là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

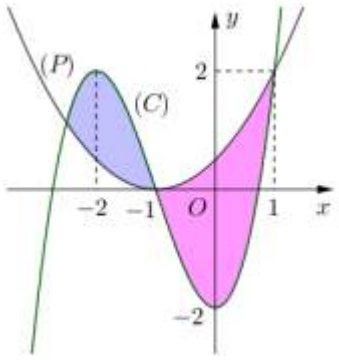
Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;0)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z-4=0$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M trên (P). Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=-3$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 40. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\le 0$

A. 72. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 45.

Câu 41. Cho đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) *(phần tô đen).*



A. $\frac{3017}{192}$. **B.** $\frac{343}{192}$. **C.** $\frac{1393}{192}$. **D.** $\frac{937}{192}$.

Câu 42. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+m-3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;100]$ để tam giác OAB có góc $\widehat{AOB}$ không tù (O: gốc tọa độ) ?

A. 102. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 103.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại C, $BC=a\sqrt{2}$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'B'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AC'M)$ bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AD=CD=a$, $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của cạnh AB và $SH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách d từ trọng tâm G của tam giác SCD đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\frac{2a}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{6}a}{6}$. **C.** $d=\frac{2\sqrt{15}a}{15}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{6}a}{12}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z+6=0$, $(Q):x-2y+z+2023=0$. Điểm M di động trên (S), điểm N di động trên (P) sao cho MN vuông góc với (Q). Độ dài lớn nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $9\sqrt{6}$. **B.** $20\sqrt{6}$. **C.** $9+2\sqrt{3}$. **D.** $11\sqrt{6}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-100;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$?

A. 93. **B.** 102. **C.** 104. **D.** 103.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;2)$, trong đó a,b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+1=0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2}{\sqrt{33}}$. Giá trị $a.b$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 1.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

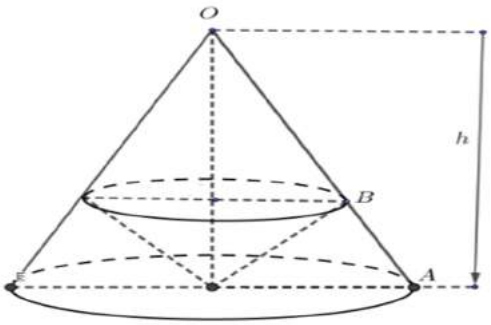
$$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)?$$

A. 11. **B.** 13. **C.** 20. **D.** 12.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|w+i| = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$, $10w = (3-i)(z-3)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z-2-i| + |z-6-i|$ bằng

A. $3+\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{58}$. **C.** $3\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{53}$.

Câu 50. Cho hình nón (N) có đỉnh O, chiều cao $h = 12\,cm$. Một khối nón (N') có đỉnh là tâm đáy của (N) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho *(tham khảo hình vẽ)*. Tính chiều cao $x(0 < x < 12)$ của khối nón (N') để thể tích của nó là lớn nhất.



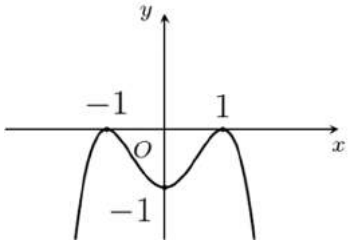
A. $x = 6\,cm$. **B.** $x = 6\sqrt{3}\,cm$. **C.** $x = 4\,cm$. **D.** $x = 8\,cm$.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG-GIA LAI
MÔN TOÁN
THỜI GIAN: 90 PHÚT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.D**	**4.D**	**5.C**	**6.C**	**7.A**	**8.D**	**9.A**	**10.A**
11.A	**12.A**	**13.C**	**14.A**	**15.D**	**16.A**	**17.C**	**18.A**	**19.A**	**20.A**
21.C	**22.D**	**23.B**	**24.D**	**25.A**	**26.A**	**27.D**	**28.C**	**29.C**	**30.A**
31.A	**32.A**	**33.A**	**34.A**	**35.B**	**36.D**	**37.B**	**38.B**	**39.B**	**40.C**
41.D	**42.A**	**43.C**	**44.D**	**45.B**	**46.B**	**47.C**	**48.C**	**49.D**	**50.C**

Câu 1. Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$ và đi qua điểm $A(1;0)$.

Suy ra đồ thị đã cho là đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 2. Một đội văn nghệ có 6 bạn nam và 4 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca?

A. 45. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 90.

Lời giải

Có 6 cách chọn 1 bạn nam.
Có 4 cách chọn 1 bạn nữ.
Áp dụng quy tắc nhân ta có $6.4=24$ cách chọn 2 bạn gồm 1 nam và 1 nữ để thể hiện một tiết mục song ca.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-4t\\z=3-5t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;4;5)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(1;-2;3)$.

Lời giải

Thay $t=0$ vào phương trình tham số của đường thẳng d ta có $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3\end{cases}$.

Suy ra đường thẳng d đi qua điểm có tọa độ $(1;-2;3)$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=-5$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+5}{2-x}=-2\Rightarrow y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = -1$. Giá trị của tích phân $\int_0^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\int_0^2 \left[f(x) - g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = 3 + 1 = 4$.

Câu 6. Mô đun của số phức $z = -3 + 4i$ bằng

A. 7. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $|z| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$.

Câu 7. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt $a, 2a, 3a$ là

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật, ta được $V = a \cdot 2a \cdot 3a = 6a^3$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-4}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;-4)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Trục hoành có phương trình là $y = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm là $\dfrac{2x-4}{x+1} = 0$.

Giải phương trình: $\dfrac{2x-4}{x+1} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy giao điểm là $(2;0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1;0;-2)$. **B.** $\vec{n} = (1;-2;0)$. **C.** $\vec{n} = (1;-2;3)$. **D.** $\vec{n} = (0;1;-2)$.

Lời giải

Từ phương trình của $(P): x - 2z + 3 = 0$, ta nhận thấy một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;0;-2)$.

Câu 10. Cho mặt cầu tâm O có đường kính $12cm$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu khi và chỉ khi khoảng cách từ O đến (P) bằng

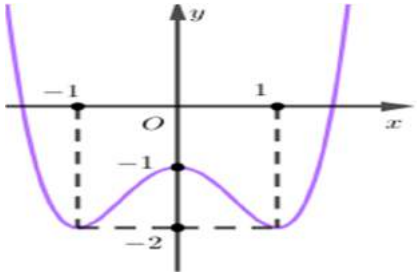
A. $6cm$. **B.** $4cm$. **C.** $24cm$. **D.** $12cm$.

Lời giải

Ta có $d = 12\,cm \Rightarrow R = 6\,cm$.

Để mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu tâm O thì $d\left[O,(P)\right] = R = 6\,cm$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

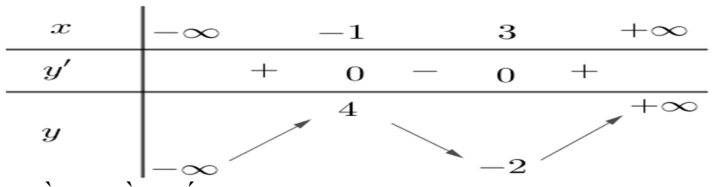
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



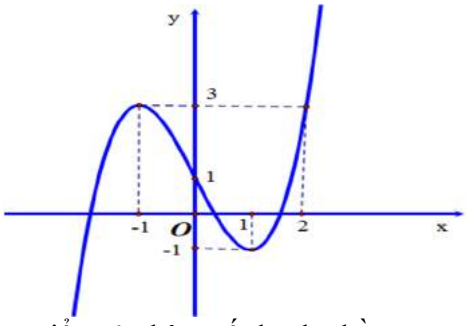
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(-1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;4)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

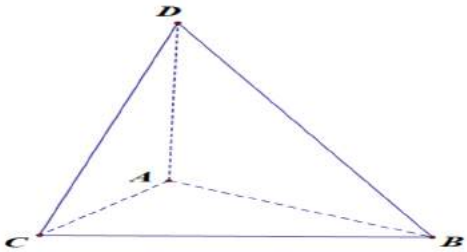
Quan sát đồ thị ta có hàm số có giá trị cực đại của hàm số bằng 3 và giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Vậy tổng giá trị cực đại và cực tiểu bằng 2.

Câu 14. Cho khối tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=AC=2a, AD=3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải



Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AD.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}AD.AB.AC=\frac{1}{6}.3a.2a.2a=2a^3$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=9^x+2023$ là

A. $y'=x.9^{x-1}$. **B.** $y'=\frac{9^x}{\ln 9}$. **C.** $y'=\frac{9^{x-1}}{\ln 9}$. **D.** $y'=9^x.\ln 9$.

Lời giải

Ta có: $y=9^x+2023\Rightarrow y'=9^x.\ln 9$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=1$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 29. **B.** 35. **C.** 27. **D.** 31.

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d$, với $n \geq 1$.

Ta có: $u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14.2 = 29$.

Câu 17. Cho $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = F(x) + C$ với $x \neq 0$ và C là hằng số. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = 2\ln|x|$. **B.** $F'(x) = -\frac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x) = \frac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x) = -\frac{1}{x}$.

Lời giải

Ta có: $F'(x) = \left(\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x\right)' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 18. Phần thực của số phức $z = 3 - (2i - 4)$ là

A. 7. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $z = 3 - (2i - 4) = 7 - 2i$.

Vậy số phức z có phần thực là 7.

Câu 19. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $y' = ex^{e-1}$. **B.** $y' = \frac{1}{e}x^{e-1}$. **C.** $y' = x^{e-1}$. **D.** $y' = \frac{x^{e+1}}{e+1}$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là $y' = ex^{e-1}$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{2x+1} \geq 64$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $4^{2x+1} \geq 64 \Leftrightarrow 2x+1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[1;+\infty)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3$ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(7;+\infty)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $[-1;7)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 7 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-1;7)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có bốn nghiệm thực phân biệt là

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $2f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{m}{2}$.

Để phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt thì đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{m}{2}$ cần có 4 điểm chung phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ đã cho, suy ra $-2<-\frac{m}{2}<1 \Leftrightarrow -2<m<4$.

Khi đó, m có thể nhận các giá trị nguyên là $\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z_1=1-i$, $z_2=5i-3$. Phần ảo của số phức $w=z_1.\overline{z_2}+z_2$ là

A. -11. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 11.

Lời giải

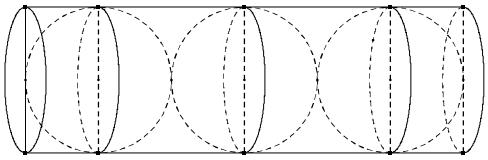
Ta có $w=z_1.\overline{z_2}+z_2=(1-i)(-3-5i)+(-3+5i)=-11+3i$.

Nên phần ảo của w bằng 3.

Câu 24. Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Lời giải



Gọi R là bán kính của quả bóng bàn.

Khi đó, tổng diện tích của 3 quả bóng bàn là: $S_1=3.4\pi.R^2=12\pi R^2$.

Từ giả thiết, ta thấy hình trụ có: + Bán kính đáy: R.

+ Chiều cao: $h=3d=3.2R=6R$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_2=2\pi Rh=2\pi.R.6R=12\pi R^2$.

Do đó $\frac{S_1}{S_2}=\frac{12\pi R^2}{12\pi R^2}=1$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, gọi φ là góc giữa hai vecto $\vec{a}=(1;2;0)$, $\vec{b}=(2;0;-1)$. Khi đó giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\cos\varphi=\frac{2}{5}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\cos\varphi=0$. **D.** $\cos\varphi=-\frac{\sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Ta có $\cos\varphi=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\frac{1.2+2.0+0.(-1)}{\sqrt{1^2+2^2+0^2}.\sqrt{2^2+0^2+(-1)^2}}=\frac{2}{5}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và phương trình hai mặt phẳng $(P):2x+2y+z+1=0$, $(Q):2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với cả (P) và (Q) là

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-6}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-6}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{6}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{-4}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{n_P}=(2;2;1), \overrightarrow{n_Q}=(2;-1;2)$ nên VTCP của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(5;-2;-6)$.

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-6}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ có bán kính R bằng

A. $R=3$. **B.** $R=9$. **C.** $R=4$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-y+2z+1=0$ nên bán kính mặt cầu là: $R=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.2-1+2.1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2$.

Câu 28. Nếu $\int\limits_1^3\left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^3\left[2f(x)+1\right]\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow 2\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\sin x+5x^4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+20x^3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+20x^3+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x^5+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x^5+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\sin x+5x^4\right)\mathrm{d}x=-\cos x+x^5+C$.

Câu 30. Cho các số thực dương phân biệt a,b đều khác 1 và thỏa mãn $\ln a=x$, $\ln b=y$. Tính giá trị của biểu thức $P=\ln\left(a^5b^4\right)$ theo x và y.

A. $P=5x+4y$. **B.** $P=20xy$. **C.** $P=x^5y^4$. **D.** $P=x^5+y^4$.

Lời giải

Ta có: $P=\ln\left(a^5b^4\right)=\ln a^5+\ln b^4=5\ln a+4\ln b=5x+4y$.

Câu 31. Biết phương trình $\log_2^2 x+3\log_2 x^2-7=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 $(x_1>x_2)$. Giá trị x_1-2x_2 bằng

A. $\dfrac{127}{64}$. **B.** 15. **C.** $\dfrac{129}{64}$. **D.** 14.

Lời giải

Ta có $\log_2^2 x+3\log_2 x^2-7=0$ $(*)$

Điều kiện: $x>0$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow\log_2^2 x+6\log_2 x-7=0$.

Đặt $t=\log_2 x$.

Khi đó phương trình trở thành: $t^2+6t-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-7\end{array}\right.$.

Với $t=1$ ta có $\log_2 x=1\Leftrightarrow x=2$ (thoả mãn).

Với $t=-7$ ta có $\log_2 x=-7\Leftrightarrow x=2^{-7}=\dfrac{1}{128}$ (thoả mãn).

Mà $x_1>x_2$ suy ra $x_1=2;\ x_2=\dfrac{1}{128}$.

Vậy $x_1-2x_2=\dfrac{127}{64}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Khoảng nghịch biến của hàm số $f(x)$ là

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 33. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, trục hoành và đường thẳng $x=9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành có thể tích V bằng

A. $V=\dfrac{11\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi}{6}$. **C.** $V=\dfrac{13\pi}{6}$. **D.** $V=\dfrac{7\pi}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng $d: y=\sqrt{x}-2$ và trục Ox:

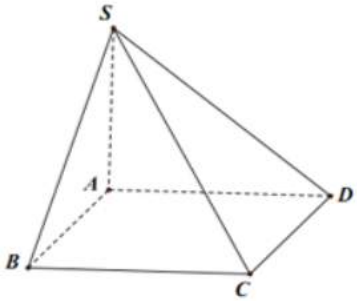
$\sqrt{x}-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=2 \Leftrightarrow x=4$.

Thể tích khối tròn xoay:

$$V=\pi\int_4^9\left(\sqrt{x}-2\right)^2 \mathrm{d}x=\pi\int_4^9\left(x-4\sqrt{x}+4\right)dx=\pi\int_4^9\left(x-4x^{\frac{1}{2}}+4\right)dx=\pi\left(\frac{x^2}{2}-4.\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}+4x\right)\Bigg|_4^9$$

$$=\pi\left(\frac{9}{2}-\frac{8}{3}\right)=\frac{11\pi}{6}.$$

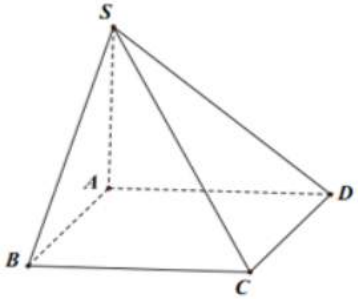
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$.



Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải



+ $\begin{cases} CD\perp AD \\ CD\perp SA \end{cases} \Rightarrow CD\perp(SAD)$.

$$+\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\ SD\perp CD\\ AD\perp CD\\ SD\subset(SAD)\\ SD\subset(ABCD)\end{cases}\Rightarrow\left((SCD),(ABCD)\right)=\left(\widehat{SD,AD}\right).$$

+ Tam giác SDA vuông tại A có $\tan\widehat{SDA}=\dfrac{SA}{DA}=\dfrac{SA\sqrt{2}}{AC}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SDA}=60^\circ$.

Vậy $\left((SCD),(ABCD)\right)=\left(\widehat{SD,AD}\right)=\widehat{SDA}=60^\circ$.

Câu 35. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Xếp ngẫu nhiên các học sinh đó thành hàng ngang để chụp ảnh. Tính xác suất để không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{65}{66}$. **B.** $\dfrac{1}{22}$. **C.** $\dfrac{1}{66}$. **D.** $\dfrac{7}{99}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=11!$. Gọi A là biến cố "Không có hai học sinh nữ nào đứng cạnh nhau".

Xếp 6 học sinh nam vào hàng có $6!$ cách. Giữa 6 học sinh nam có 5 vị trí.
Chọn 5 vị trí từ 7 vị trí bao gồm 5 vị trí nói trên và 2 vị trí đầu hàng và xếp 5 bạn nữ vào 5 vị trí đã chọn có A_7^5 cách.

Vậy $n(A)=A_7^5.6!\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{A_7^5.6!}{11!}=\dfrac{1}{22}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;6]$ và thoả mãn $f(0)=2$, $\int_0^2(2x-4)f'(x)dx=4$. Tính $I=\int_0^6 f\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$.

A. 18. **B.** -6. **C.** -18. **D.** 6.

Lời giải

+ Xét $\int_0^2(2x-4)f'(x)dx=4$ Theo phương pháp nguyên hàm từng phần ta có:

$u=2x-4\Rightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow v=f(x)$.

Do đó $\int_0^2(2x-4)f'(x)dx=(2x-4)f(x)\big|_0^2-2\int_0^2 f(x)dx=4$

$\Rightarrow 8-2\int_0^2 f(x)dx=4\Rightarrow\int_0^2 f(x)dx=2$

+ Tính $I=\int_0^6 f\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=\dfrac{x}{3}\Rightarrow \mathrm{d}u=\dfrac{\mathrm{d}x}{3}$.

$x=0\Rightarrow t=0$; $x=6\Rightarrow t=3$.

$I=3\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6$

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2$ là một đường tròn. Bán kính R của đường tròn đó là

A. $R=8$. **B.** $R=2$. **C.** $R=16$. **D.** $R=4$.

Lời giải

Ta có $w=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+2\Leftrightarrow w=\left(1+i\sqrt{3}\right)(z-1)+1+i\sqrt{3}+2\Leftrightarrow w-3-i\sqrt{3}=\left(1+i\sqrt{3}\right)(z-1)$

$\Rightarrow \left|w-3-i\sqrt{3}\right| = \left|\left(1+i\sqrt{3}\right)(z-1)\right| = \sqrt{1+3}.|z-1| = 2.1 = 2$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I\left(3;\sqrt{3}\right)$, bán kính $R=2$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|z+1-2i\right| = \left|\overline{z}+3+4i\right|$ và $\dfrac{z-2i}{\overline{z}+i}$ là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện: $\overline{z} \neq -i$.

Giả sử $z = x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$, ta có

$\left|z+1-2i\right| = \left|\overline{z}+3+4i\right| \Leftrightarrow \left|x+yi+1-2i\right| = \left|x-yi+3+4i\right|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2} = \sqrt{(x+3)^2+(-y+4)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1+y^2-4y+4 = x^2+6x+9+y^2-8y+16$

$\Leftrightarrow 4x-4y+20=0 \Leftrightarrow x-y+5=0\ (1)$

$\dfrac{z-2i}{\overline{z}+i} = \dfrac{x+yi-2i}{x-yi+i} = \dfrac{\left[x+(y-2)i\right]\left[x+(y-1)i\right]}{x^2+(y-1)^2} = \dfrac{x^2-(y-2)(y-1)}{x^2+(y-1)^2} + \dfrac{x(y-1)+(y-2)x}{x^2+(y-1)^2}i$

Vì $\dfrac{z-2i}{\overline{z}+i}$ là một số thuần ảo nên $\dfrac{x^2-(y-2)(y-1)}{x^2+(y-1)^2}=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-y^2+3y-2=0\ (2) \\ x^2+(y-1)^2\neq 0\ (3) \end{cases}$

Từ (1) suy ra $y=x+5$, thế vào (2) ta được

$x^2-(x+5)^2+3(x+5)+2=0 \Leftrightarrow 7x+8=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-8}{7} \Rightarrow y=\dfrac{27}{7} \Rightarrow z=\dfrac{-8}{7}+\dfrac{27}{7}i$.

Vậy có số 1 phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-z-4=0$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M trên (P). Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=6$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=-3$. **D.** $a+b+c=2$.

Lời giải

Đường thẳng MH qua $M(4;2;0)$ nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;1;-1)$ của (P) làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x=4+2t \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$.

$H\in MH \Rightarrow H(4+2t;2+t;-t)$

$H\in(P) \Rightarrow 2(4+2t)+2+t-(-t)-4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow M(2;1;1)$

Vậy $a+b+c=4$.

Câu 40. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\leq 0$

A. 72. **B.** 28. **C.** 36. **D.** 45.

Lời giải

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

$\log_3\left(x^2+8\right)-\log_3 x+x^2-9x+6\leq 0 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2+8\right)+x^2+8\leq \log_3(9x)+9x$.

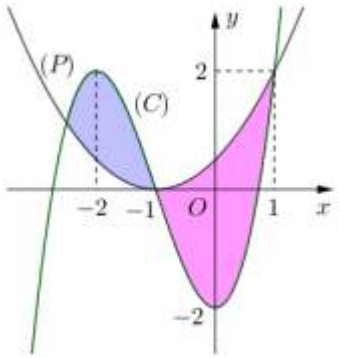
Xét hàm số $f(t)=\log_3 t+t, \forall t>0$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 3}+1>0, \forall t>0$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$, khi đó

$f\left(x^2+8\right)\leq f(9x) \Leftrightarrow x^2+8\leq 9x \Leftrightarrow x^2-9x+8\leq 0 \Leftrightarrow 1\leq x\leq 8$.

Vậy tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 36.

Câu 41. Cho đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có đỉnh trên Ox và trục đối xứng của (P) vuông góc với trục hoành như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) *(phần tô đen).*



A. $\frac{3017}{192}$. **B.** $\frac{343}{192}$. **C.** $\frac{1393}{192}$. **D.** $\frac{937}{192}$.

Lời giải

Gọi $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$, ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y(0) = -2 \\ y(1) = 2 \\ y'(-2) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ a + b + c + d = 2 \\ 12a - 4b = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -2 \end{cases}$.

$\Rightarrow (C): y = x^3 + 3x^2 - 2$.

Gọi $(P): y = mx^2 + nx + p, (m \neq 0)$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} y(-1) = 0 \\ y(1) = 2 \\ -\frac{n}{2m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - n + p = 0 \\ m + n + p = 2 \\ n = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 1 \\ p = \frac{1}{2} \end{cases}$.

$\Rightarrow (P): y = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có:

$$x^3 + 3x^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy $S = \int_{-\frac{5}{2}}^{1} \left| x^3 + \frac{5}{2}x^2 - x - \frac{5}{2} \right| dx = \frac{937}{192}$.

Câu 42. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m - 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-5;100]$ để tam giác OAB có góc $\widehat{AOB}$ không tù (O: gốc tọa độ) ?

A. 102. **B.** 101. **C.** 100. **D.** 103.

Lời giải

Tập xác định: $\mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = m - 3 \\ y = m + 1 \end{cases}.$$

Ta có $A(0;m-3);B(-2;m+1)\Rightarrow \overrightarrow{OA}=(0;m-3);\overrightarrow{OB}=(-2;m+1)$.

Góc $\widehat{AOB}$ không tù khi và chỉ khi

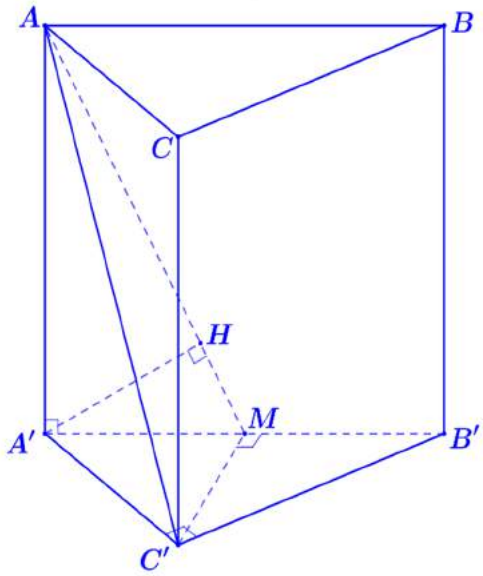
$$\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)\ge 0\Leftrightarrow \frac{(m-3)(m+1)}{\sqrt{(m-3)^2}.\sqrt{4+(m+1)^2}}\ge 0\Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)(m+1)\ge 0\\ m-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m>3\end{array}\right.$$

Vậy có 102 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại C, $BC=a\sqrt{2}$ và gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $A'B'$. Biết khoảng cách từ A' đến mặt phẳng $(AC'M)$ bằng $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $4\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' trên AM (1).

Tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại C' và M là trung điểm của $A'B'\Rightarrow A'B'\perp C'M$ và

$$A'M=\frac{1}{2}A'B'=\frac{1}{2}\sqrt{A'C'^2+B'C'^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2a^2}=a.$$

Lại có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA'\perp(A'B'C')\Rightarrow AA'\perp C'M$.

Từ đây ta có $C'M\perp(AMA')\Rightarrow C'M\perp A'H$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $A'H\perp(AC'M)$ tại $H\Rightarrow d\left(A',(AC'M)\right)=A'H=\frac{2\sqrt{2}}{3}a$.

Xét tam giác AMA' vuông tại A', đường cao $A'H$ ứng với cạnh huyền có:

$$\frac{1}{A'H^2}=\frac{1}{A'A^2}+\frac{1}{A'M^2}\Leftrightarrow\frac{1}{A'A^2}=\frac{1}{A'H^2}-\frac{1}{A'M^2}\Leftrightarrow\frac{1}{A'A^2}=\frac{9}{8a^2}-\frac{1}{a^2}=\frac{1}{8a^2}\Leftrightarrow A'A=2\sqrt{2}a.$$

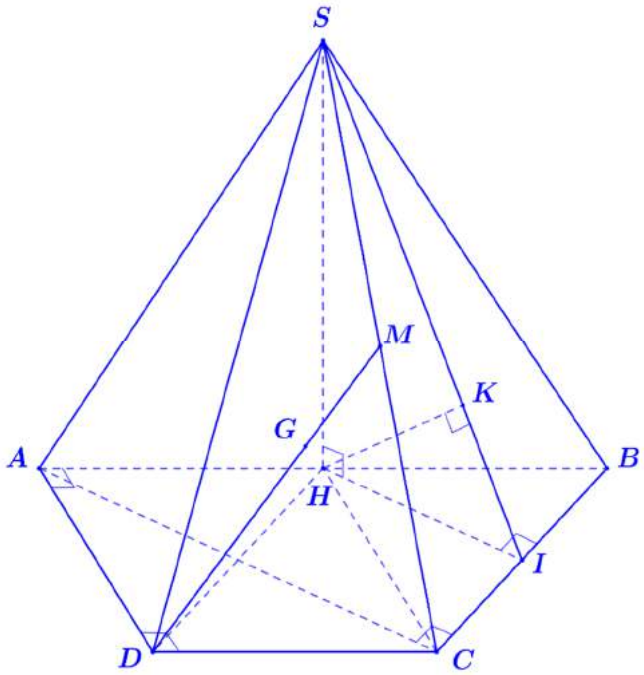
Mặt khác: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.AC=a^2$.

Vậy : $V_{ABCA'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=2\sqrt{2}a.a^2=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; $AD=CD=a$, $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của cạnh AB và $SH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách d từ trọng tâm G của tam giác SCD đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\frac{2a}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{6}a}{6}$. **C.** $d=\frac{2\sqrt{15}a}{15}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{6}a}{12}$.

Lời giải



Tứ giác $HBCD$ có $\begin{cases} BH \,//\, CD \\ BH = CD = \dfrac{1}{2}AB \end{cases} \Rightarrow HBCD$ là hình bình hành $\Rightarrow DH \,//\, BC$

$\Rightarrow DH \,//\, (SBC) \Rightarrow d\left(D,(SBC)\right) = d\left(H,(SBC)\right)$ (1).

Gọi M là trung điểm của SC, có G là trọng tâm của tam giác SCD, suy ra $DG \cap (SBC) = M$ và $\dfrac{GM}{DM} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{d\left(G,(SBC)\right)}{d\left(D,(SBC)\right)} = \dfrac{GM}{DM} = \dfrac{1}{3}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\Rightarrow d\left(G,(SBC)\right) = \dfrac{1}{3}d\left(H,(SBC)\right)$ (3).

Mặt khác, tam giác ADC vuông tại D, có $AD = CD = a \Rightarrow AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = a\sqrt{2}$.

Tứ giác $AHCD$ có $\begin{cases} AH \,//\, CD \\ AH = CD = \dfrac{1}{2}AB \end{cases} \Rightarrow AHCD$ là hình bình hành $\Rightarrow CH = AD = a$.

Xét tam giác ABC có đường trung tuyến CH ứng với cạnh AB và $CH = \dfrac{1}{2}AB$, suy ra tam giác ABC vuông tại C. Gọi I là trung điểm cạnh BC, dễ thấy HI là đường trung bình trong tam giác ABC nên $\begin{cases} HI \,//\, AC \\ HI = \dfrac{1}{2}AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HI \perp BC \\ HI = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên SI.

Vì $\begin{cases} BC \perp SH \quad \left(SH \perp (ABCD)\right) \\ BC \perp HI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHI) \Rightarrow BC \perp HK$.

Từ đây ta suy ra $HK \perp (SBC)$ tại $K \Rightarrow d\left(H,(SBC)\right) = HK$ (4).

Xét tam giác SHI vuông tại H, đường cao HK ứng với cạnh huyền có:

$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{4}{6a^2} + \dfrac{4}{2a^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{16}{6a^2} \Leftrightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$ (5).

Từ (3), (4) và (5) ta suy ra $\Rightarrow d\left(G,(SBC)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z+6=0$, $(Q):x-2y+z+2023=0$. Điểm M di động trên (S), điểm N di động trên (P) sao cho MN vuông góc với (Q). Độ dài lớn nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $9\sqrt{6}$. **B.** $20\sqrt{6}$. **C.** $9+2\sqrt{3}$. **D.** $11\sqrt{6}$.

Lời giải

Nhận xét: Bài tập cực trị hình học thường không thể bỏ qua thao tác phác thảo hình học, việc sử dụng biến đổi sơ cấp dựa vào các phương trình trong hệ tọa độ $Oxyz$ thường rất phức tạp và hạn chế. Đặc biệt trong đa số dạng bài xuất hiện ở phổ thông cần dùng tư duy mặt cắt hoặc vẽ chiếu phẳng.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

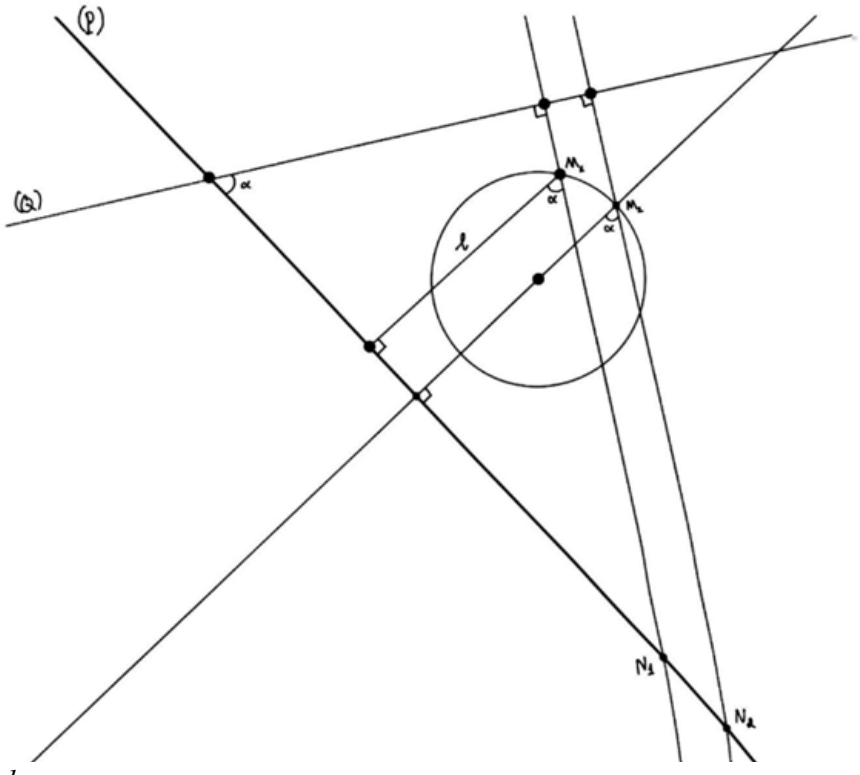
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;2;2)$, mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=(1;-2;1)$.

$$d\left(I,(P)\right)=\frac{|-1+2.2+2.1+6|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{11}{3}>R=3.$$

$$d\left(I,(Q)\right)=\frac{|-1-2.2+1+2023|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\frac{2019}{\sqrt{6}}\approx 824,25>R=3.$$

$$\cos\left((P),(Q)\right)=\frac{1}{3\sqrt{6}}.$$

Sử dụng vẽ chiếu phẳng:



Suy ra $MN=\dfrac{l}{\cos\alpha}$, với $\alpha=\left((P),(Q)\right)$, $l=d\left(M,(P)\right)$.

Ta có $l_{\max}=R+d\left(I,(P)\right)=\dfrac{20}{3}\Rightarrow MN_{\max}=\dfrac{20}{3}.3\sqrt{6}=20\sqrt{6}$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-100;+\infty)$ để hàm số $y=\left|x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$?

A. 93. **B.** 102. **C.** 104. **D.** 103.

Lời giải

Ta có: $y=\sqrt{\left(x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right)^2}$

$\Rightarrow y'=\dfrac{\left(4x^3+4ax+8\right)\left(x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right)}{\sqrt{\left(x^4+2ax^2+8x-a^2+55\right)^2}}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(-2;-1)$.

+ Trường hợp 1: $\begin{cases}f'(x)=4x^3+4ax+8\le 0\\ f(x)=x^4+2ax^2+8x-a^2+55\ge 0\end{cases}$, $\forall x\in(-2;-1)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -x^2-\dfrac{2}{x},\forall x\in(-2;-1)\\ f(-1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 1\\ -a^2+2a+48\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 1\\ a\in[-6;8]\end{cases}\Leftrightarrow a\in[1;8]$.

+ Trường hợp 2: $\begin{cases}f'(x)=4x^3+4ax+8\ge 0\\ f(x)=x^4+2ax^2+8x-a^2+55\le 0\end{cases}$, $\forall x\in(-2;-1)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a\le -x^2-\dfrac{2}{x},\forall x\in(-2;-1)\\ f(-1)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le -3\\ -a^2+2a+48\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\le -3\\ a\in(-\infty;-6]\cup[8;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow a\in(-\infty;-6]$.

Kết hợp điều kiện $a\in(-100;+\infty)$ suy ra $a\in(-100;-6]\cup[1;8]$.

Vậy có 102 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0),C(0;0;2)$, trong đó a,b là các số hữu tỷ dương và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-2y+1=0$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{2}{\sqrt{33}}$. Giá trị $a.b$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $A\in Ox,B\in Oy,C\in Oz,a>0,b>0$ nên mặt phẳng (ABC) có phương trình:

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{2}=1.$$

Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=\left(\dfrac{1}{a};\dfrac{1}{b};\dfrac{1}{2}\right)$, mặt phẳng (P) có có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(2;-2;0)$.

Vì $(ABC)\perp(P)\Rightarrow\vec{n_1}.\vec{n_2}=0\Rightarrow\dfrac{2}{a}-\dfrac{2}{b}=0\Leftrightarrow a=b\,(1)$.

Ta có $d\left(O,(ABC)\right)=\dfrac{2}{\sqrt{33}}\Rightarrow\dfrac{|-1|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{4}}}=\dfrac{2}{\sqrt{33}}$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{4}}=\sqrt{33}\Leftrightarrow\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{4}{b^2}+1=33\Leftrightarrow\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=8\,(2)$.

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình $\begin{cases}a=b\\ \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b\\ \dfrac{1}{a^2}=4\end{cases}$.

Kết hợp điều kiện $a,b>0$ suy ra $\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=\dfrac{1}{2} \end{cases}$. Vậy $a.b=\dfrac{1}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)$?

A. 11. **B.** 13. **C.** 20. **D.** 12.

Lời giải

Điều kiện $x+2y>0; x^2+y^2>0$.

Ta có

$\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2+\log_2\left(x^2+y^2\right)\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)+2\log_3(x+2y)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x^2+y^2+7x+14y\right)^2-\log_3(x+2y)^2\le\log_2\left(x^2+y^2+30x+60y\right)-\log_2\left(x^2+y^2\right)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(\dfrac{x^2+y^2+7x+14y}{x+2y}\right)^2\le\log_2\dfrac{x^2+y^2+30x+60y}{x^2+y^2}$

$\Leftrightarrow\log_3\left(\dfrac{x^2+y^2}{x+2y}+7\right)^2-\log_2\left(1+30.\dfrac{x+2y}{x^2+y^2}\right)\le 0\ (1)$.

Đặt $\dfrac{x^2+y^2}{x+2y}=t,\ t>0$. Khi đó (1) trở thành $\log_3(t+7)^2-\log_2\left(1+\dfrac{30}{t}\right)\le 0\ (2)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_3(t+7)^2-\log_2\left(1+\dfrac{30}{t}\right),\ t>0$.

Có $f'(t)=\dfrac{2}{(t+7)\ln 3}+\dfrac{\dfrac{30}{t^2}}{\left(1+\dfrac{30}{t}\right)\ln 2}>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mặt khác, $f(2)=\log_3(2+7)^2-\log_2\left(1+\dfrac{30}{2}\right)=0$.

Do đó, (2) có dạng $f(t)\le f(2)\Rightarrow t\le 2\Rightarrow\dfrac{x^2+y^2}{x+2y}\le 2$

$x^2+y^2\le 2x+4y\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4\le 5\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2\le 5\ (3)$.

Vì $(y-2)^2\ge 0\Rightarrow(x-1)^2\le 5\Leftrightarrow 1-\sqrt{5}\le x\le 1+\sqrt{5}$.

Ta có $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-1;0;1;2;3\}$.

Kết hợp giả thiết $y\in\mathbb{Z}, x^2+y^2>0, x+2y>0$ ta có bảng giá trị sau

x	-1	0	1	2	3
y	$y\in\{1;2;3\}$	$y\in\{1;2;3;4\}$	$y\in\{0;1;2;3;4\}$	$y\in\{0;1;2;3;4\}$	$y\in\{1;2;3\}$

Vậy có 20 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 49. Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|w+i|=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$, $10w=(3-i)(z-3)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-2-i|+|z-6-i|$ bằng

A. $3+\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{58}$. **C.** $3\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{53}$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R})$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z.

Ta có $10w = (3 - i)(z - 3)$

$\Leftrightarrow 10(w + i) = (3x + y - 9) + (3y - x + 13)i$

$\Leftrightarrow \sqrt{(3x + y - 9)^2 + (3y - x + 13)^2} = 3\sqrt{10}$

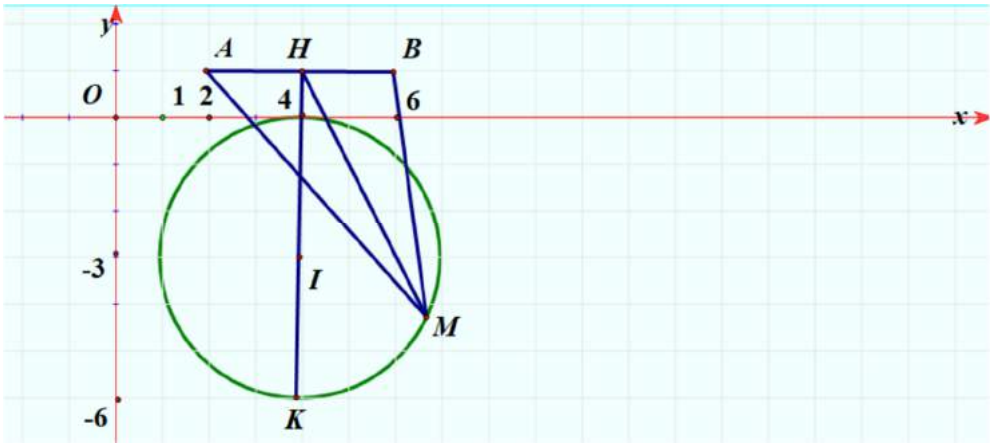
$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$.

Suy ra tập hợp điểm M thuộc đường tròn tâm $I(4; -3)$ và bán kính $R = 3$.

$P = |z - 2 - i| + |z - 6 - i| = AM + BM$ với $A(2;1), B(6;1)$.

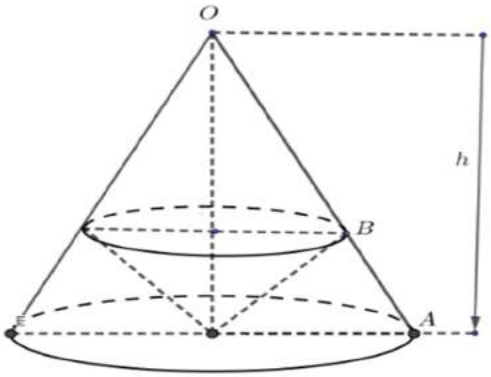
$P = AM + BM \le \sqrt{2.(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{4MH^2 + AB^2} \le \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4.7^2 + 4^2} = 2\sqrt{53}$

với $H(4;1)$ là trung điểm của AB.



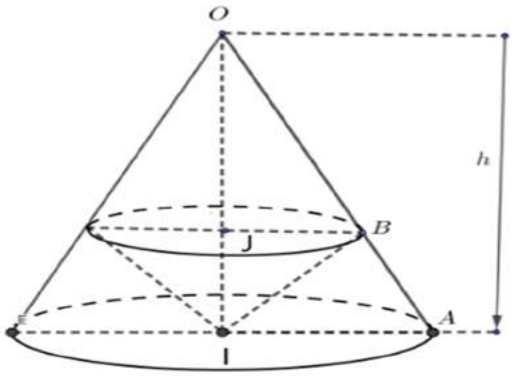
Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases} M \equiv K \\ MA = MB \end{cases}$.

Câu 50. Cho hình nón (N) có đỉnh O, chiều cao $h = 12\,cm$. Một khối nón (N') có đỉnh là tâm đáy của (N) và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho *(tham khảo hình vẽ)*. Tính chiều cao $x\,(0 < x < 12)$ của khối nón (N') để thể tích của nó là lớn nhất.



A. $x = 6\,cm$. **B.** $x = 6\sqrt{3}\,cm$. **C.** $x = 4\,cm$. **D.** $x = 8\,cm$.

Lời giải



Gọi J là tâm đường tròn thiết diện, R là bán kính đáy của hình nón (N).

Đặt $x = IJ$ với $0 < x < 12$ và các điểm B, A như hình vẽ.

Ta có: $\frac{JB}{IA} = \frac{OJ}{OI} = \frac{12-x}{12} \Rightarrow JB = \frac{(12-x)R}{12}$.

Thể tích khối nón (N') là $V = \frac{1}{3}\pi JB^2.IJ = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{12^2}(12-x)^2.x$

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si cho 3 số $12-x, 12-x, 2x$ ta có

$12-x+12-x+2x \geq 3\sqrt[3]{(12-x)^2.2x} \Leftrightarrow 2(12-x)^2 x \leq \left(\frac{2.12}{3}\right)^3 = 512$.

$\Rightarrow V \leq \frac{16\pi R^2}{27}$. Thể tích khối nón (N') lớn nhất khi $12-x = 2x \Leftrightarrow x = \frac{12}{3} = 4$.

Ta nhận thấy thể tích của khối nón lớn nhất khi $x = 4cm$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

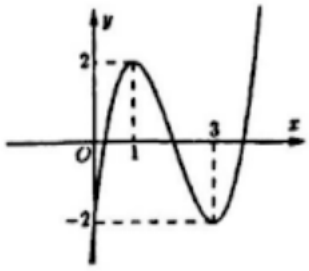
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

Câu 2. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

A. $2 + \log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2} + \log_3 a$. **D.** $2\log_3 a$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?

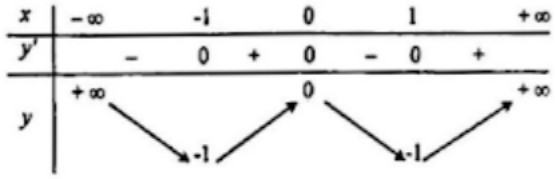


A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2$.
C. $y = x^4 - 3x^2 - 2$. **D.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 2$.

Câu 4. Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx = 1$ và $\int_3^5 f(x)\,dx = -5$ thì $\int_0^5 f(x)\,dx$ bằng

A. 6. **B.** -5. **C.** -4. **D.** -6.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ là

A. $1 - 2i$. **B.** $-1 + 2i$. **C.** $1 + 2i$. **D.** $-1 - 2i$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $135°$.

Câu 8. Cho $\int \dfrac{1}{x^2}\,dx = F(x) + C$. Khẳng định nào **đúng?**

A. $F'(x) = \ln x^2$. **B.** $F'(x) = \dfrac{1}{x^2}$. **C.** $F'(x) = \dfrac{-2}{x^3}$. **D.** $F'(x) = \dfrac{-1}{x}$.

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

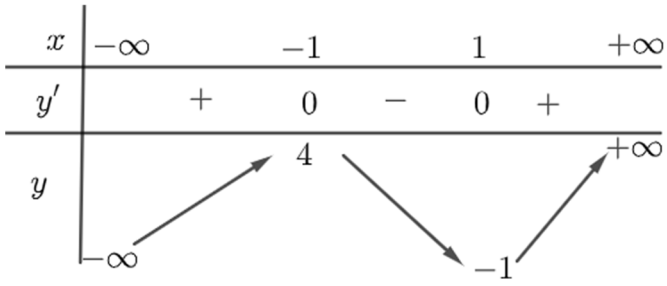
A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{125}{12}$. **C.** $\frac{63}{4}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$ là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<1$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y+2z-5=0$. **B.** $2x-y+1=0$. **C.** $-y+2z-3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x-8z-1=0$ là

A. $I(-1;0;4)$. **B.** $I(1;-4;0)$. **C.** $I(2;-8;0)$. **D.** $I(-2;8;0)$.

Câu 15. Đường kính của khối cầu có thể tích $\frac{32\pi a^3}{3}$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $4a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$.

C. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$.

Câu 17. Cho số phức z thoả mãn $(2-i)z+3+16i=2(\overline{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 5. **C.** 13. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 18. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;2023;-5)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M\in(Oyz)$. **B.** $M\in(Oxz)$. **C.** $M\in Oy$. **D.** $M\in(Oxy)$.

Câu 20. Môđun của số phức $z=4+i$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** 17. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=3-2i$. Phần ảo của số phức $2z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -4.

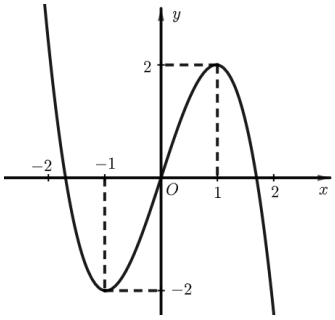
Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $2023^{x^2-5x+6}=1$ là

A. $\{0;2023\}$. **B.** $\{2;3\}$. **C.** $\{-3;2\}$. **D.** $\{-2;3\}$.

Câu 24. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$. **B.** $V=\dfrac{124}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **D.** $V=32+2\sqrt{15}$.

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 26. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a=x, \ln b=y$. Tính $\ln\left(a^3b^2\right)$

A. $P=x^2y^3$. **B.** $P=3x+2y$. **C.** $P=6xy$. **D.** $P=x^2+y^2$.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln 2023x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2023x}$. **C.** $y'=-\dfrac{2023}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{2023}{x}$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d=3$. Số hạng u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

A. $u_1=2$. **B.** $u_1=-3$. **C.** $u_1=-2$. **D.** $u_1=3$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=e^x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào **đúng?**

A. $\int f(x)dx=e^x-\dfrac{1}{\cos x}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+\tan x+C$.

C. $\int f(x)dx=e^x-\tan x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+\dfrac{1}{\cos x}+C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;-1;0)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;-1)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(-1;0;-1)$.

Câu 31. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** πr^2h. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** $\dfrac{2}{3}\pi r^2h$.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{4}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 33. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7^7. **B.** $6!$. **C.** 7. **D.** $7!$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)?

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^2+mx$ có 3 điểm cực trị?

A. 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $(2x+1)f'(x)-f(x)=(2x+1)\sqrt{2x+1}$. Tính $f(4)$.

A. 15. **B.** 10. **C.** 27. **D.** 20.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_2\frac{x^2-3x+6}{243}<\log_3\frac{x^2-3x+6}{32}$?

A. 176. **B.** 76. **C.** 189. **D.** 186.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(5m+6)x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 42. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)dx=F(4)-G(0)+2m$ với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 43. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2(x^2+1)+1\ge\log_2(x^2+2mx+m+2)$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với (P) là

A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{20}$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2+|z_2|^2=2$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 46. Xét số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|z-4-3i\right|=\sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$ khi $\left|z+1-3i\right|+\left|z-1+i\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P=4$. **B.** $P=6$. **C.** $P=10$. **D.** $P=8$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=\sqrt{3},AC=\sqrt{7},SA=1$. Hai mặt bên $\left(SAB\right)$ và $\left(SAC\right)$ lần lượt tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng 45° và 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{7}}{6}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $\left[-10;10\right]$ để hàm số $y=\left|\frac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 9. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 49. Tong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(Q\right):3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, nhìn đoạn AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. tính độ dài MB.

A. $MB=\frac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $MB=\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB=\sqrt{5}$. **D.** $MB=\sqrt{41}$.

Câu 50. Tất cả các cặp số nguyên $\left(x;y\right)$ thỏa mãn điền kiện $\log_2\left(x+2y\right)+x^2+2y^2+3xy-x-y=0$ với $x+y>0,-20\le x\le 20$ là

A. 41. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 19.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.C	5.A	6.B	7.C	8.B	9.A	10.D
11.D	12.D	13.D	14.A	15.C	16.D	17.A	18.D	19.A	20.A
21.C	22.B	23.B	24.B	25.B	26.B	27.A	28.C	29.B	30.B
31.A	32.D	33.D	34.D	35.D	36.A	37.B	38.A	39.A	40.B
41.B	42.B	43.B	44.B	45.D	46.C	47.A	48.A	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp đã cho là: $V = \dfrac{1}{3}.B.h = \dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. (đvtt).

Câu 2. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

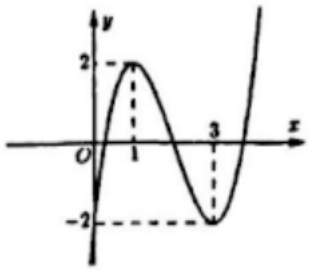
A. $2 + \log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **C.** $\dfrac{1}{2} + \log_3 a$. **D.** $2\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3 \sqrt{a} = \log_3 a^{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2}\log_3 a.$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2.$ **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 2.$

C. $y = x^4 - 3x^2 - 2.$ **D.** $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 2.$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị đã cho là của hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 2.$

Câu 4. Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx = 1$ và $\int_3^5 f(x)\,dx = -5$ thì $\int_0^5 f(x)\,dx$ bằng

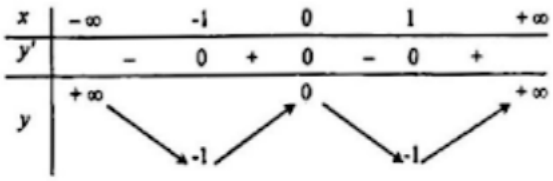
A. 6. **B.** -5. **C.** -4. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^5 f(x)\,dx = \int_0^3 f(x)\,dx + \int_3^5 f(x)\,dx = 1 - 5 = -4.$

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-2=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$f(x)-2=0 \Leftrightarrow f(x)=2$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm nên phương trình $f(x)-2=0$ có 2 nghiệm.

Câu 6. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+5=0$ là

A. $1-2i$. **B.** $-1+2i$. **C.** $1+2i$. **D.** $-1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có $\Delta=-16$, nên có các nghiệm là $-1+2i$ và $-1-2i$.

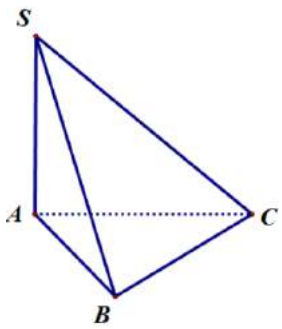
Vậy nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình là $-1+2i$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC).

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $135°$.

Lời giải

Chọn C



Ta dễ dàng nhận thấy hình chiếu của SC đến (ABC) là AC, nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác vuông SAC có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{CA}=1 \Rightarrow \widehat{SCA}=45°$.

Câu 8. Cho $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào **đúng?**

A. $F'(x)=\ln x^2$. **B.** $F'(x)=\dfrac{1}{x^2}$. **C.** $F'(x)=\dfrac{-2}{x^3}$. **D.** $F'(x)=\dfrac{-1}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Có $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = F(x)+C \Leftrightarrow F(x) = \int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x - C \Leftrightarrow F'(x) = \left(\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x - C\right)' = \frac{1}{x^2}$.

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{125}{12}$. **C.** $\frac{63}{4}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x^3 - x^2 - 6x = 0$ có nghiệm là -2, 0, 3.

Nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

$$\int_{-2}^{0} \left|x^3 - x^2 - 6x\right|\mathrm{d}x + \int_{0}^{3} \left|x^3 - x^2 - 6x\right|\mathrm{d}x = \int_{-2}^{0} \left(x^3 - x^2 - 6x\right)\mathrm{d}x - \int_{0}^{3} \left(x^3 - x^2 - 6x\right)\mathrm{d}x$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2\right)\Bigg|_{-2}^{0} - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 3x^2\right)\Bigg|_{0}^{3} = \frac{253}{12}.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$ là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

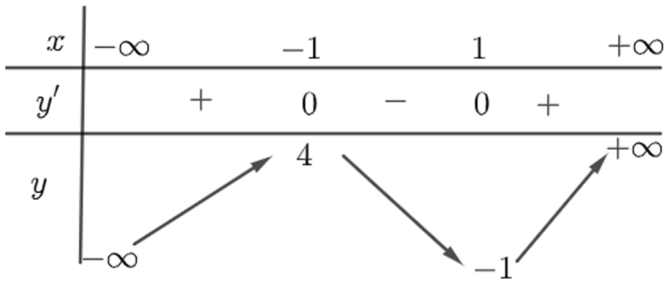
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{PQ} = (1;2;3)$, nên ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $P(1;1;-1)$ và $Q(2;3;2)$ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



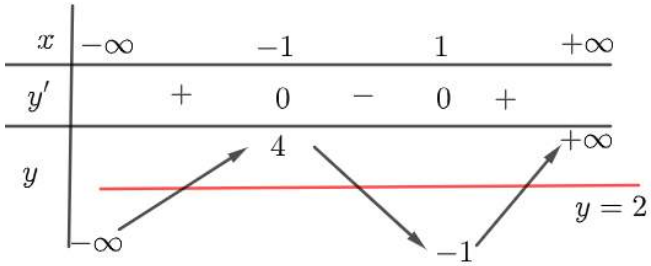
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại ba điểm phân biệt



Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 1$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<3 \end{cases} \Rightarrow (1;3).$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $y+2z-5=0$. **B.** $2x-y+1=0$. **C.** $-y+2z-3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng cần tìm có VTPT là $\overrightarrow{BC}=(-4;2;0)$.

Phương trình mặt phẳng cần tìm là $-4(x-1)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-1=0$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x-8z-1=0$ là

A. $I(-1;0;4)$. **B.** $I(1;-4;0)$. **C.** $I(2;-8;0)$. **D.** $I(-2;8;0)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm mặt cầu là $I(-1;0;4)$.

Câu 15. Đường kính của khối cầu có thể tích $\dfrac{32\pi a^3}{3}$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** $4a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi a^3}{3} \Rightarrow R=2a \Rightarrow$ đường kính là $4a$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

Câu 17. Cho số phức z thoả mãn $(2-i)z+3+16i=2(\overline{z}+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 5. **C.** 13. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$, ta có $\overline{z}=a-bi$. Khi đó, phương trình trở thành

$(2-i)(a+bi)+3+16i=2(a-bi+i)$

$\Leftrightarrow 2a+2bi-ai+b+3+16i=2a-2bi+2i$

$\Leftrightarrow 2a+2bi-ai+b+3+16i-2a+2bi-2i=0$

$\Leftrightarrow (b+3)+(4b-a+14)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b+3=0 \\ 4b-a+14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$

Suy ra $z=2-3i \Rightarrow |z|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Vậy môđun của z bằng $\sqrt{13}$.

Câu 18. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh thành một hàng có 10! cách.

$\Rightarrow n(\Omega)=10!$

Gọi biến cố X: "Xếp 10 học sinh sao cho hai bạn A và B đứng cạnh nhau".

Ta coi hai bạn A và B là một nhóm. Hoán vị hai bạn A và B có 2! cách.

Xếp nhóm hai bạn A và B và 8 bạn còn lại có 9! cách.

Theo quy tắc nhân ta có 2!.9! cách xếp 10 học sinh sao cho hai bạn A và B đứng cạnh nhau

$\Rightarrow n(X)=2!.9!$

Xác suất của biến cố X là: $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{2!.9!}{10!}=\dfrac{1}{5}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;2023;-5)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $M\in(Oyz)$. **B.** $M\in(Oxz)$. **C.** $M\in Oy$. **D.** $M\in(Oxy)$.

Lời giải

Chọn A

Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(0;2023;-5)$ thuộc mặt phẳng (Oyz).

Câu 20. Môđun của số phức $z=4+i$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** 17. **C.** 4. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z|=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;4)$. Tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(-2;1;-4)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(2;1;4)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là hình chiếu vuông góc của M lên $(Oxz)\Rightarrow I(2;0;4)$

Vì hai điểm $M(2;-1;4)$ và $N(x_N;y_N;z_N)$ đối xứng với nhau qua mặt phẳng (Oxz) nên I là trung điểm MN.

Do đó $\begin{cases}x_N=2\\y_N=1\\z_N=4\end{cases}$. Vậy $N(2;1;4)$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=3-2i$. Phần ảo của số phức $2z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z_1+\overline{z_2}=2(1+i)+(3+2i)=5+4i$. Vậy phần ảo của số phức bằng 4.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $2023^{x^2-5x+6}=1$ là

A. $\{0;2023\}$. **B.** $\{2;3\}$. **C.** $\{-3;2\}$. **D.** $\{-2;3\}$.

Lời giải

Chọn B

$2023^{x^2-5x+6}=1\Leftrightarrow 2023^{x^2-5x+6}=2023^0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{2;3\}$.

Câu 24. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$. **B.** $V=\dfrac{124}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **D.** $V=32+2\sqrt{15}$.

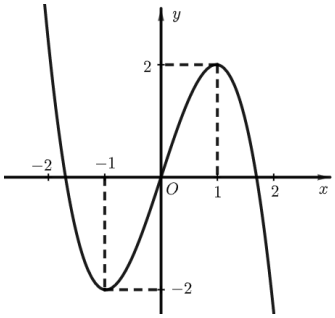
Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện hình chữ nhật là: $S(x)=3x\sqrt{3x^2-2}$.

Thể tích vật thể là: $V=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}dx=\dfrac{124}{3}$.

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=2$.

Câu 26. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a=x, \ln b=y$. Tính $\ln\left(a^3b^2\right)$

A. $P=x^2y^3$. **B.** $P=3x+2y$. **C.** $P=6xy$. **D.** $P=x^2+y^2$.

Lời giải

Chọn B

$P=\ln\left(a^3b^2\right)=\ln a^3+\ln b^2=3\ln a+2\ln b=3x+2y$.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln 2023x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{2023x}$. **C.** $y'=-\dfrac{2023}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{2023}{x}$.

Lời giải

Chọn A

$y=\ln 2023x\Rightarrow y'=\dfrac{(2023x)'}{2023x}=\dfrac{2023}{2023x}=\dfrac{1}{x}$.

Câu 28. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10}=25$ và công sai $d=3$. Số hạng u_1 của cấp số cộng đã cho bằng

A. $u_1=2$. **B.** $u_1=-3$. **C.** $u_1=-2$. **D.** $u_1=3$.

Lời giải

Chọn C

$u_{10}=25\Leftrightarrow u_1+9d=25\Leftrightarrow u_1+9.3=25\Leftrightarrow u_1=-2$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=e^x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x-\dfrac{1}{\cos x}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+\tan x+C$.

C. $\int f(x)dx = e^x - \tan x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x + \frac{1}{\cos x} + C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)dx = \int \left(e^x + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = e^x + \tan x + C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3; -1; 0)$. **B.** $\vec{n} = (3; 0; -1)$. **C.** $\vec{n} = (3; -1; 2)$. **D.** $\vec{n} = (-1; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Câu 31. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $\pi r^2 h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{2}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính đáy của khối nón là: $R = \frac{2r}{2} = r$.

Thể tích khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-4}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -\frac{1}{4}$. **D.** $y = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x+1}{2x-4} = \frac{1}{2}$ nên suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = \frac{1}{2}$.

Câu 33. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

A. 7^7. **B.** $6!$. **C.** 7. **D.** $7!$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc là số các hoán vị của 7 phần tử.

Suy ra số cách sắp xếp là $7!$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array} \right.$.

Ta có

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 35. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn D

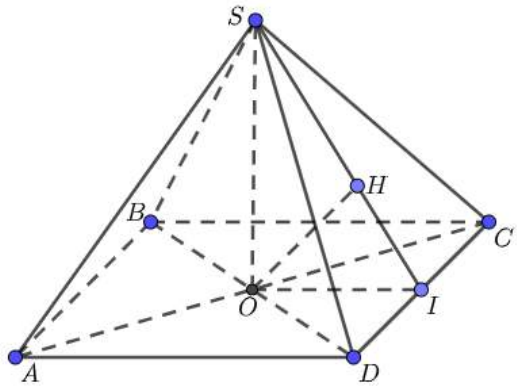
Thể tích lăng trụ $V=B.h=3a^2.a=3a^3$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD)?

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, ta có $SO\perp(ABCD)$.

Ta có $\frac{d(B,(SCD))}{d(O,(SCD))}=\frac{DB}{DO}=2\Leftrightarrow d(B,(SCD))=2.d(O,(SCD))$.

Kẻ $OI\perp CD, OH\perp SI\Rightarrow d(O,(SCD))=OH$.

Ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{5a^2-2a^2}=a\sqrt{3}$, $OI=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}.2a=a$.

Khi đó $OH=\frac{SO.OI}{\sqrt{SO^2+OI^2}}=\frac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(B,(SCD))=2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-6x^2+mx$ có 3 điểm cực trị?

A. 17. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 7.

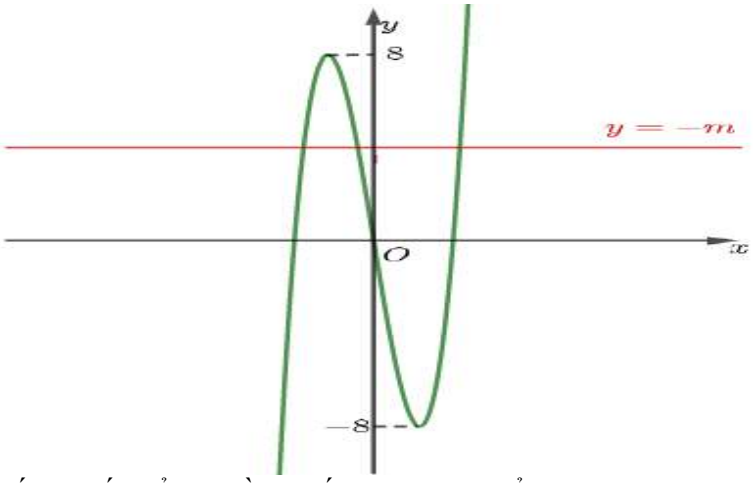
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-12x+m$.

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 4x^3-12x+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4x^3-12x=-m$ (1) có 3 nghiệm phân biệt hay đồ thị của hai hàm số $y=4x^3-12x$ và đường thẳng $y=-m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt.



Từ đồ thị hai hàm số, ta thấy để hai đồ thị cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì $-8<m<8$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-7;-6;...;6,7\}$. Vậy có 15 giá trị m thỏa mãn đk bài toán.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $f(0)=1$ và $(2x+1)f'(x)-f(x)=(2x+1)\sqrt{2x+1}$. Tính $f(4)$.

A. 15. **B.** 10. **C.** 27. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2x+1)f'(x)-f(x)=(2x+1)\sqrt{2x+1}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{2x+1}f'(x)-\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}f(x)}{2x+1}=1$

$\Leftrightarrow\left(\dfrac{f(x)}{\sqrt{2x+1}}\right)'=1\Leftrightarrow\dfrac{f(x)}{\sqrt{2x+1}}=x+C\Rightarrow\dfrac{f(0)}{\sqrt{2.0+1}}=0+C\Leftrightarrow C=f(0)=1$.

Vậy $f(x)=(x+1)\sqrt{2x+1}$.

Do đó $f(4)=(4+1)\sqrt{2.4+1}=15$.

Câu 39: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_2\dfrac{x^2-3x+6}{243}<\log_3\dfrac{x^2-3x+6}{32}$?

A. 176. **B.** 76. **C.** 189. **D.** 186.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $D=\mathbb{R}$.

Ta có:

$\log_2\dfrac{x^2-3x+6}{243}<\log_3\dfrac{x^2-3x+6}{32}\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+6\right)-\log_2 243<\log_3\left(x^2-3x+6\right)-\log_3 32$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+6\right)-5\log_2 3<\log_3 2.\log_2\left(x^2-3x+6\right)-5\log_3 2$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+6\right)(1-\log_3 2)<5(\log_2 3-\log_3 2)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+6\right)<\dfrac{5(\log_2 3-\log_3 2)}{1-\log_3 2}$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-3x+6\right)<\dfrac{5(\log_2 3-\log_3 2)}{1-\log_3 2}$

$\Leftrightarrow x^2-3x+6<2^{\frac{5(\log_2 3-\log_3 2)}{1-\log_3 2}}$

$\Leftrightarrow x^2-3x+6<7776\Leftrightarrow x^2-3x-7770<0\Leftrightarrow\dfrac{3-\sqrt{31089}}{2}<x<\dfrac{3-\sqrt{31089}}{2}$.

Do x nguyên nên $x \in \{-86;-85;...;89\}$.

Vậy có $89-(-86)+1=176$ giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=|x^3-3x+m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Xét $u=x^3-3x+m$ trên đoạn $[0;2]$ có $u'=3x^2-3$.

$u'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=1 \in [0;2]$.

Ta có: $u(0)=m$; $u(1)=m-2$; $u(2)=m+2$.

Khi đó $\begin{cases} \max\limits_{[0;2]} u=m+2 \\ \min\limits_{[0;2]} u=m-2 \end{cases}$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(x)=\max\{|m-2|,|m+2|\}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} |m+2|=3 \\ |m+2| \geq |m-2| \end{cases} \\ \begin{cases} |m-2|=3 \\ |m-2| \geq |m+2| \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Do đó S có 2 phần tử.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(5m+6)x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=x^2-2mx+5m+6.$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2-2mx+5m+6 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2-5m-6 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6.$

Vậy có 8 số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 42. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$\int_0^4 f(x)dx = F(4)-G(0)+2m$$

với $m>0$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^4 f(x)dx = F(4)-F(0)=F(4)-G(0)+2m \Leftrightarrow F(0)-G(0)=-2m$.

$\Rightarrow F(x)-G(x)=-2m$ (do $F(x), G(x)$ cùng là nguyên hàm của hàm số $f(x)$)

Mặt khác $S=\int_0^4 |F(x)-G(x)|dx=8 \Leftrightarrow \int_0^4 |-2m|dx=8 \Leftrightarrow 2mx\Big|_0^4=8 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 43. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_2(x^2+1)+1 \geq \log_2(x^2+2mx+m+2)$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(x^2+1\right)+1\geq\log_2\left(x^2+2mx+m+2\right)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(x^2+1\right)+\log_2 2\geq\log_2\left(x^2+2mx+m+2\right)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(2x^2+2\right)\geq\log_2\left(x^2+2mx+m+2\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2mx+m+2>0\\2x^2+2\geq x^2+2mx+m+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2mx+m+2>0\\x^2-2mx-m\geq 0\end{cases}$

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2mx+m+2>0,\forall x\in\mathbb{R}\\x^2-2mx-m\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-2<0\\m^2+m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<2\\-1\leq m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\leq 0.$

Vậy giá trị nguyên của m thỏa mãn là $m=0$. Dó đó có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Phương trình đường thẳng Δ qua A cắt d và song song với (P) là

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z-1}{20}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng $d\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\\z=2t\end{cases}$.

Gọi $\Delta\cap d=B\Rightarrow B\in\Delta\Rightarrow B\left(-1+t;1+t;2t\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}\left(-3+t;-1+t;1+2t\right)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ, $\vec{n}\left(2;2;-1\right)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P).

Khi đó $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0$

$\Leftrightarrow 2.\left(-3+t\right)+2\left(-1+t\right)-1\left(1+2t\right)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{9}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2};10\right)$. Do đó $\vec{u}(3;7;20)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;2;-1)$ nên có phương trình đường thẳng Δ là

$\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2\left(2m-1\right)z+m^2=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2=2$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $z^2-2\left(2m-1\right)z+m^2=0\ (1)$ có $\Delta'=\left(2m-1\right)^2-m^2=3m^2-4m+1$.

- Trường hợp 1: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < \frac{1}{3} \\ m > 1 \end{array}\right.$ thì (1) có hai nghiệm thực z_1, z_2 phân biệt, thỏa mãn: $z_1 + z_2 = 4m - 2,\ z_1.z_2 = m^2$.

  Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1.z_2 = 2 \Leftrightarrow (4m-2)^2 - 2m^2 = 2$

  $\Leftrightarrow 14m^2 - 16m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = \frac{1}{7} \end{array}\right. \Rightarrow m = \frac{1}{7}$.

- Trường hợp 2: Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m < 1$ thì (1) có hai nghiệm phức z_1, z_2 phân biệt, thỏa mãn: $z_1.z_2 = m^2 \Rightarrow |z_1.z_2| = m^2 \Leftrightarrow |z_1|.|z_2| = m^2 \Leftrightarrow |z_1|^2 = m^2 \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{m^2}$.

  Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2 \Leftrightarrow 2m^2 = 2 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right. \Rightarrow$ Loại.

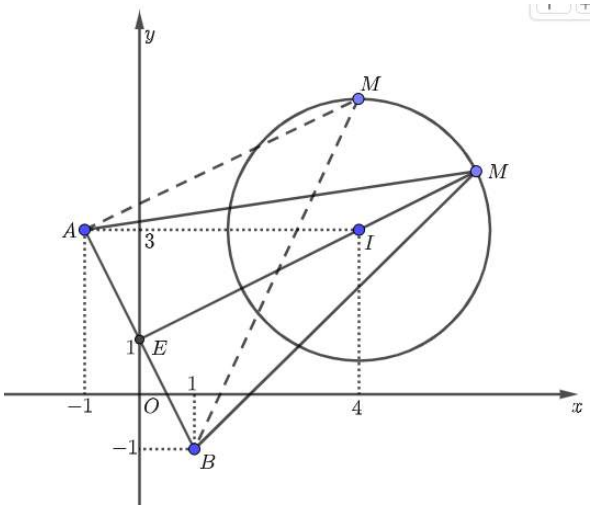
  Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn đk đầu bài.

Câu 46. Xét số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 4$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 10$. **D.** $P = 8$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử số phức $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là $M(a; b)$.

Theo giả thiết $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b-3)^2 = 5$. Do đó điểm M nằm trên đường tròn (C) có tâm $I(4;3), R = \sqrt{5}$.

Ta có $T = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i| = MA + MB$ với $A(-1;3), B(1;-1)$.

Khi đó $T = MA + MB \le \sqrt{(1+1)(MA^2 + MB^2)} = \sqrt{2.\frac{4ME^2 + AB^2}{2}} = \sqrt{4ME^2 + AB^2}$ với $E(0;1)$ là trung điểm của AB.

Dễ thấy $T_{max} \Leftrightarrow ME_{max} \Leftrightarrow M, I, E$ theo thứ tự đó thẳng hàng. $\Leftrightarrow M$ là giao điểm của đường thẳng IE và đường tròn (C) với $a > 4$.

Ta có $\overrightarrow{MI}=\dfrac{MI}{IE}\overrightarrow{IE}=\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}\overrightarrow{IE}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{IE}\Leftrightarrow\begin{cases}4-a=\dfrac{1}{2}(-4)\\3-b=\dfrac{1}{2}(-2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=4\end{cases}$

Suy ra điểm $M(6;4)$ là điểm cần tìm.

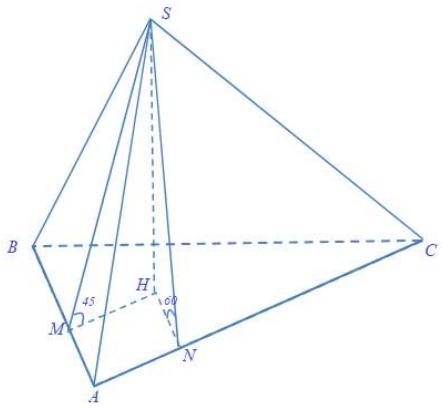
Vậy biểu thức $T=|z+1-3i|+|z-1+i|$ đạt giá trị lớn nhất khi $z=6+4i\Rightarrow P=6+4=10$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB=\sqrt{3},AC=\sqrt{7},SA=1$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) lần lượt tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng 45° và 60°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{7}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H,M,N lần lượt là hình chiếu của S lên $(ABC),AB,AC$. Suy ra $AMHN$ là hình chữ nhật.

Khi đó ta có $\widehat{SMH}=45^\circ,\widehat{SNH}=60^\circ$.

Đặt $SH=x\Rightarrow MH=x,NH=\dfrac{x}{\sqrt{3}}\Rightarrow AH=MN=\dfrac{2x}{\sqrt{3}}$.

Ta có $SA^2=AH^2+SH^2\Leftrightarrow 1=\left(\dfrac{2x}{\sqrt{3}}\right)^2+x^2\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ACB}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|\dfrac{mx+3}{x+m+2}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 9. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{mx+3}{x+m+2}$.

Để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ và $f(1)\geq 0,\forall x\in(1;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \, \forall x \in (1;+\infty) \\ f(1) \geq 0 \, \forall x \in (1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ -m - 2 \leq 1 \\ \dfrac{m+3}{m+3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array} \right. \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1 \Rightarrow m \in \{2;3;....;10\}$$

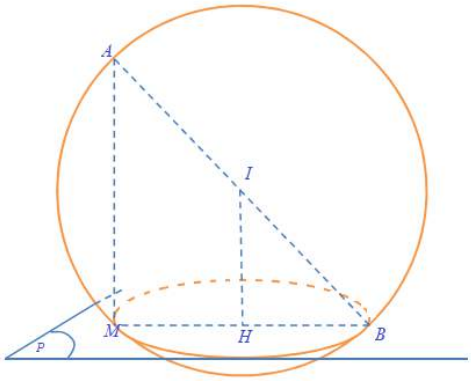
Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = \left| \dfrac{mx+3}{x+m+2} \right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 49. Tong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. tính độ dài MB.

A. $MB = \dfrac{\sqrt{41}}{2}$. **B.** $MB = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $MB = \sqrt{5}$. **D.** $MB = \sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ nên phương trình tham số của d là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$.

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm B nên $B \in d \Rightarrow B(1+3t;2+4t;-3-4t)$.

Lại có $B \in (P) \Rightarrow 2(1+3t) + 2(2+4t) - (-3-4t) + 9 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow B(-2;-3;1)$.

Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới một góc vuông nên M thuộc mặt cầu (S) đường kính AB. Khi đó M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt cầu (S).

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I\left(-\dfrac{1}{2};0;-1\right)$.

Ta có $IB = \dfrac{\sqrt{41}}{2}, d(I;(P)) = \dfrac{\left| 2.\left(-\dfrac{1}{2}\right) + 2.0 - 1.1 + 9 \right|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3$.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P). Khi đó H là tâm của đường tròn giao tuyến.

Ta có độ dài MB lớn nhất khi và chỉ khi

$MB = 2MH = 2\left(IB^2 - IH^2\right) = 2\left(IB^2 - \left(d\left(I;(P)\right)\right)^2\right) = \sqrt{5}$

Câu 50. Tất cả các cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn điền kiện $\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0$ với $x + y > 0, -20 \le x \le 20$ là

A. 41. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 19.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x + 2y > 0$

Theo giả thiết, ta có: $x + y > 0, -20 \le x \le 20$

Phương trình

$\log_2(x+2y) + x^2 + 2y^2 + 3xy - x - y = 0 \Leftrightarrow \log_2(x+2y) + (x+y)(x+2y-1) = 0 \quad (*)$.

Xét các trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: $x + 2y > 1 \Rightarrow \log_2(x+2y) > 0$

$\Rightarrow \log_2(x+2y) + (x+y)(x+2y-1) > 0$. Nên (*) vô nghiệm

+ Trường hợp 2: $0 < x + 2y < 1 \Rightarrow \log_2(x+2y) < 0$

$\Rightarrow \log_2(x+2y) + (x+y)(x+2y-1) < 0$. Nên (*) vô nghiệm

+ Trường hợp 3: $x + 2y = 1 \Rightarrow \log_2(x+2y) = 0$

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow 0 = 0$ (đúng)

Vậy phương ttrình (*) có nghiệm $x + 2y = 1 \Leftrightarrow x = 1 - 2y$

Do $-20 \le x \le 20 \Rightarrow -20 \le 1 - 2y \le 20 \Rightarrow -21 \le -2y \le 19 \Rightarrow -\frac{19}{2} \le y \le \frac{21}{2}$

Mà $y \in Z \Rightarrow -9 \le y \le 10$

Và $x + y > 0 \Rightarrow 1 - 2y + y > 0 \Leftrightarrow 1 - y > 0 \Leftrightarrow y < 1$

Suy ra $-9 \le y < 1 \Rightarrow y \in \{-9; -8; .... -1; 0\}$

Suy ra có 10 số nguyên y, tương ứng cũng có 10 số nguyên x thỏa mãn điều kiện

Vậy có 10 cặp số nguyên $(x;y)$ cần tìm.

----------HẾT---------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 2 + 3i$ có tọa độ là
A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(3;-2)$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 7^x$ là
A. $y' = 7^x \ln 7$. **B.** $y' = x.7^{x-1}$. **C.** $y' = \dfrac{7^x}{\ln 7}$. **D.** $y' = 7^x$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là
A. $D = (0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \le 27$ là
A. $(-\infty;3]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;9]$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng
A. -5. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 5.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$, với $\vec{i};\vec{j};\vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Khi đó tọa độ của $\vec{a}$ là
A. $\vec{a} = (2;3;1)$. **B.** $\vec{a} = (-2;3;1)$. **C.** $\vec{a} = (2;3;-1)$. **D.** $\vec{a} = (2;-3;-1)$.

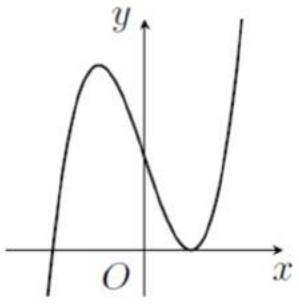
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 8. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ và $\int_0^1 g(x)dx = -2$ thì $I = \int_0^1 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
A. 2. **B.** 6 **C.** -6 **D.** -2.

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2$. Phương trình của mặt cầu (S) là
A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng Oxy có tọa độ

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(0;0;3)$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$, $z_2 = -2+3i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** $7i$. **D.** -7.

Câu 13. Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh là 2; 3; 4 bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2$, $BC = 3$, SA vuông góc với đáy và $SA = 5$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu?

A. $M(1;-2;1)$. **B.** $N(-1;2;3)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(1;-2;-1)$.

Câu 16. Cho số phức $z = 3+4i$, môđun của số phức z bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $l^2 = r^2 + h^2$. **B.** $r^2 = h^2 + l^2$. **C.** $h^2 = r^2 + l^2$. **D.** $h = l$.

Câu 18. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$. Một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{v} = (2;1;-2)$. **B.** $\vec{v} = (-1;2;1)$. **C.** $\vec{v} = (2;1;2)$. **D.** $\vec{v} = (1;-2;-1)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $(2;-2)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) \le 2$ là

A. $(2;6]$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(-\infty;6]$. **D.** $[2;4]$.

Câu 22. Cho một nhóm học sinh có 10 bạn. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn để đi tình nguyện?

A. 120. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 30.

Câu 23. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x+3$?

A. $F(x) = x^2 + 3x$. **B.** $F(x) = 2$. **C.** $F(x) = x^2 + 3$. **D.** $F(x) = 2x^2 + 3$.

Câu 24. Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx = 2$ thì $\int_0^3 [f(x)+1]\,dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = x^3 + 3x + 2$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$. **C.** $y = \dfrac{1}{4}x^4 + x^2$. **D.** $y = -x^3 - x + 2$.

Câu 26. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

A. $\int f(x)dx = -\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -\cos 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\sin 2x + C$.

Câu 27. Tính giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+2}{x}$ trên đoạn $[1;2]$.

A. $\max\limits_{[1;2]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{[1;2]} y = 2$. **C.** $\max\limits_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^4)$ bằng

A. $1 + 4\log_3 a$. **B.** $3 + \log_3 a$. **C.** $4\log_3 a$. **D.** $3 + 4\log_3 a$.

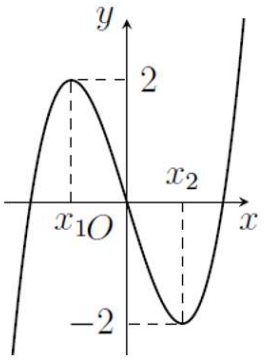
Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 + 2x$ và đường thẳng $d: y = 2x + 1$ bằng

A. $S = \frac{4}{3}$. **B.** $S = \frac{4\pi}{3}$. **C.** $S = \frac{16}{15}$. **D.** $S = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và $AB = 4$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x)| = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x-1)^3(2x+3)(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số là

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 33. Một hộp bút bi gồm 6 bút màu đỏ, 7 bút màu đen và 8 bút màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 bút từ hộp đó, xác suất để trong 4 bút lấy ra, có đúng 1 bút màu đỏ bằng

A. $\frac{26}{57}$. **B.** $\frac{104}{285}$. **C.** $\frac{9}{19}$. **D.** $\frac{7}{19}$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 4.3^x + 3 = 0$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 35. Trên mặt phẳng toạ độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoã mãn $|z + 3i| = |z + 1 - 2i|$ là một đường thẳng. Phương trình tổng quát của đường thẳng đó là

A. $x - 5y - 2 = 0$. **B.** $x + y + 3 = 0$. **C.** $x + y - 2 = 0$. **D.** $x - 5y - 6 = 0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $2x + 3y + z - 12 = 0$. **B.** $2x + 3y + z + 12 = 0$. **C.** $3x + 2y - 12 = 0$. **D.** $3x + 2y - 24 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$ song song với mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao $SA=a$, đáy là hình vuông cạnh a. Tính khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SB đến mặt phẳng (SCD)

A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

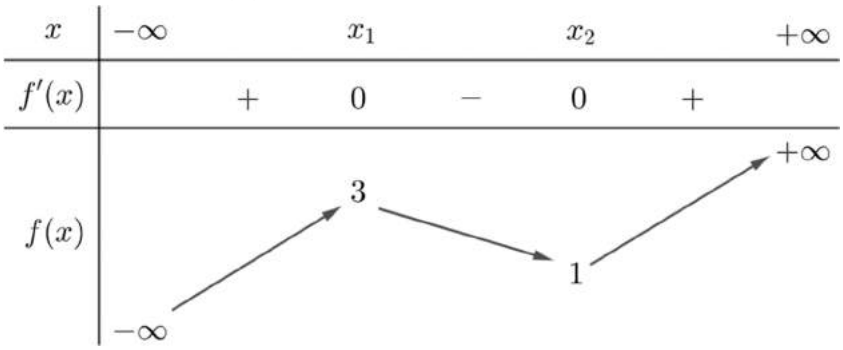
Câu 39. Có bao nhiêu số tự nhiên $x\in[1;2023]$ thỏa mãn $3^{\log_4 x+\frac{1}{2}}+3^{\log_4 x-\frac{1}{2}}\geq\sqrt{x}$.

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2020.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{2x-1}, f(0)=2022,$ $f(1)=2023$. Giá trị của $f(2)-f(-1)$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** $\ln 4$.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận ?



A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

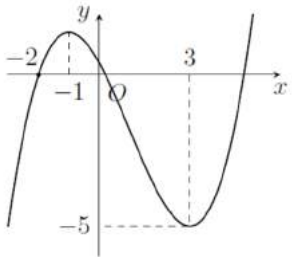
Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=2|z+1|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 43. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa đường thẳng MN và đường thẳng AA' bằng $30°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $g(x)=f''(x)+bx-c$ bằng



A. $\frac{25}{2}$. **B.** $\frac{145}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $\frac{29}{2}$.

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm A,B,C,D biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4 ?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}; d':\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(3;2;1)$, vuông góc với d và cắt d'. Khi đó tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;11;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(0;-11;1)$. **D.** $(0;-2;1)$.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $4+3^{2x^2-y+2}=\left(4+9^{2x^2-y}\right).7^{y-2x^2+2}$. Khi đó, biểu thức $P=\dfrac{x+y+10}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $x+y$ bằng ?

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 48. Cho hình trụ (T) có AB, CD lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 10. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 15π. **B.** 30π. **C.** 45π. **D.** 60π.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$ và điểm $P(2;4;5)$ nằm bên trong mặt cầu. Qua P dựng 3 dây cung AA', BB', CC' của mặt cầu (S) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là PA, PB, PC. Gọi PQ là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng Q luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. $\sqrt{57}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{219}}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{219}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f(-2)=0$, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=\left|3f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

---------- HẾT ----------

PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.A	5.B	6.D	7.A	8.A	9.A	10.A
11.A	12.A	13.A	14.A	15.A	16.A	17.A	18.A	19.A	20.A
21.A	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.A	28.A	29.A	30.A
31.A	32.A	33.A	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.A	40.A
41.A	42.A	43.A	44.A	45.A	46.A	47.B	48.A	49.A	50.A

PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=2+3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(3;2)$. **D.** $(3;-2)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức $z=2+3i$ có tọa độ là $(2;3)$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là

A. $y'=7^x\ln 7$. **B.** $y'=x.7^{x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{7^x}{\ln 7}$. **D.** $y'=7^x$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là: $y'=7^x\ln 7$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;0]$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là: $D=(0;+\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\le 27$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;9]$.

Lời giải

Ta có $3^x\le 27\Leftrightarrow 3^x\le 3^3\Leftrightarrow x\le 3$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2=2$ và công sai $d=-3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $u_3=u_2+d=2-3=-1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, vecto $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}-\vec{k}$, với $\vec{i};\vec{j};\vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Khi đó tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\vec{a}=(2;3;1)$. **B.** $\vec{a}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{a}=(2;3;-1)$. **D.** $\vec{a}=(2;-3;-1)$.

Lời giải

Tọa độ của $\vec{a}=(2;-3;-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)=0$ là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Số nghiệm phương trình $f(x)=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=0$.

Quan sát bảng biến thiên, đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt, phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

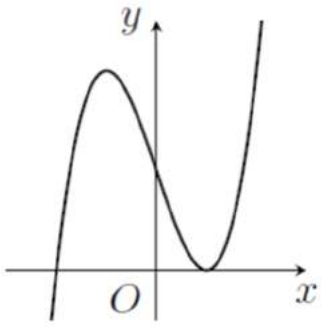
Câu 8. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ và $\int_0^1 g(x)dx = -2$ thì $I = \int_0^1 \left[f(x)+g(x)\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** 6 **C.** -6 **D.** -2.

Lời giải

$$I = \int_0^1 \left[f(x)+g(x)\right]dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 g(x)dx = 4+(-2) = 2.$$

Câu 9. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **D.** $y = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thì hàm số bậc 3: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$. Chọn A

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$, bán kính $R = 2$ là $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng Oxy có tọa độ

A. $(1;2;0)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(0;2;3)$. **D.** $(0;0;3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng Oxy có tọa độ $(1;2;0)$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$, $z_2 = -2+3i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 7. **B.** 4. **C.** $7i$. **D.** -7.

Lời giải

Ta có: $z = z_1 \cdot z_2 = (1-2i)(-2+3i) = 4+7i$.

Vậy phần ảo của z bằng 7.

Câu 13. Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh là 2; 3; 4 bằng

A. 24. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh là 2; 3; 4 bằng $V = 2.3.4 = 24$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2$, $BC=3$, SA vuông góc với đáy và $SA = 5$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 10. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.SA.AB.BC=\frac{1}{3}.5.2.3=10$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu?

A. $M(1;-2;1)$. **B.** $N(-1;2;3)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(1;-2;-1)$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;-2;3)$ và bán kính bằng $R=4$.

Xét điểm $M(1;-2;1)$ ta có: $IM=\sqrt{(1-1)^2+(-2+2)^2+(1-3)^2}=2<R$ nên điểm M nằm bên trong mặt cầu.

Xét điểm $N(-1;2;3)$ ta có: $IN=\sqrt{(-1-1)^2+(2+2)^2+(3-3)^2}=2\sqrt{5}>R$ nên điểm N không nằm bên trong mặt cầu.

Xét điểm $P(-1;2;-3)$ ta có: $IP=\sqrt{(-1-1)^2+(2+2)^2+(-3-3)^2}=2\sqrt{14}>R$ nên điểm P không nằm bên trong mặt cầu.

Xét điểm $Q(1;-2;-1)$ ta có: $IQ=\sqrt{(1-1)^2+(-2+2)^2+(-1-3)^2}=4=R$ nên điểm Q thuộc mặt cầu.

Câu 16. Cho số phức $z=3+4i$, môđun của số phức z bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Môđun của số phức là: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 17. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $l^2=r^2+h^2$. **B.** $r^2=h^2+l^2$. **C.** $h^2=r^2+l^2$. **D.** $h=l$.

Lời giải

Ta có: $l^2=r^2+h^2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{-2}$. Một vectơ chỉ phương của d là

A. $\vec{v}=(2;1;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{v}=(2;1;2)$. **D.** $\vec{v}=(1;-2;-1)$.

Lời giải

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng là: $\vec{v}=(2;1;-2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+2}$. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. $(-2;2)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải

Ta có

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -2^-} y=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{2x+1}{x+2}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{2x+1}{x+2}=-\infty\end{array}\right\}\Rightarrow x=-2 \text{ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{2x+1}{x+2}=2\\ \lim\limits_{x\to +\infty} y=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{2x+1}{x+2}=2\end{array}\right\}\Rightarrow y=2 \text{ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Do đó giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $(-2;2)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)\le 2$ là

A. $(2;6]$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(-\infty;6]$. **D.** $[2;4]$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-2)\le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x-2\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x\le 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2;6]$.

Câu 22. Cho một nhóm học sinh có 10 bạn. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn để đi tình nguyện?

A. 120. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 30.

Lời giải

Số cách chọn 3 bạn từ nhóm 10 bạn là: $C_{10}^{3}=120$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$?

A. $F(x)=x^2+3x$. **B.** $F(x)=2$. **C.** $F(x)=x^2+3$. **D.** $F(x)=2x^2+3$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(2x+3)\mathrm{d}x=x^2+3x+C \Rightarrow$ một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+3$ là $F(x)=x^2+3x$.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_0^3\left[f(x)+1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^3\left[f(x)+1\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3\mathrm{d}x=2+3=5$.

Câu 25. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+3x+2$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{4}x^4+x^2$. **D.** $y=-x^3-x+2$.

Lời giải

Xét $y=x^3+3x+2$ có $y'=3x^2+3>0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 26. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$.

A. $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\sin 2x+C$.

Lời giải

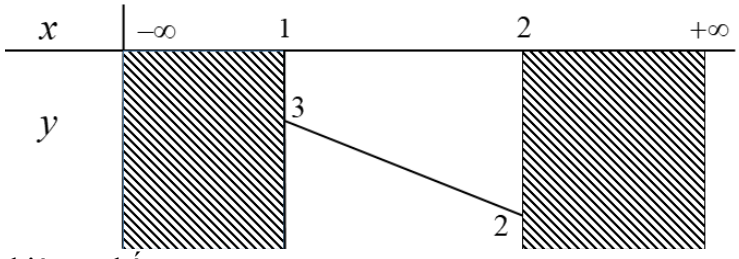
Ta có: $\int f(x)dx = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 27. Tính giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+2}{x}$ trên đoạn $[1;2]$.

A. $\max\limits_{[1;2]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{[1;2]} y = 2$. **C.** $\max\limits_{[1;2]} y = \frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[1;2]} y = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{-2}{x^2} < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $[1;2]$.



Từ bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[1;2]} y = 3$.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(3a^4\right)$ bằng

A. $1+4\log_3 a$. **B.** $3+\log_3 a$. **C.** $4\log_3 a$. **D.** $3+4\log_3 a$.

Lời giải

Ta có: $\log_3\left(3a^4\right) = \log_3 3 + \log_3 a^4 = 1 + 4\log_3 a$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 + 2x$ và đường thẳng $d: y = 2x+1$ bằng

A. $S = \frac{4}{3}$. **B.** $S = \frac{4\pi}{3}$. **C.** $S = \frac{16}{15}$. **D.** $S = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d:

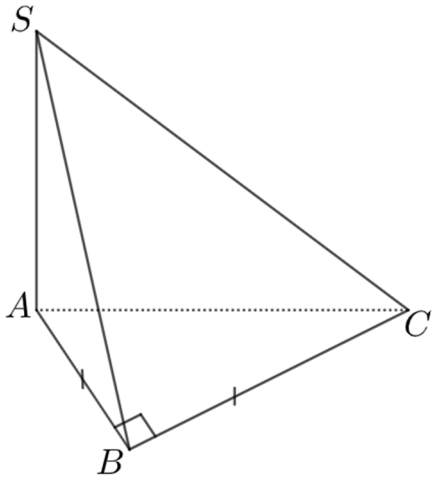
$$x^2 + 2x = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng: $S = \int\limits_{-1}^{1} \left|x^2 - 1\right| \mathrm{d}x = \left|\int\limits_{-1}^{1} \left(x^2 - 1\right) \mathrm{d}x\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - x\right)\Big|_{-1}^{1}\right| = \frac{4}{3}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và $AB = 4$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

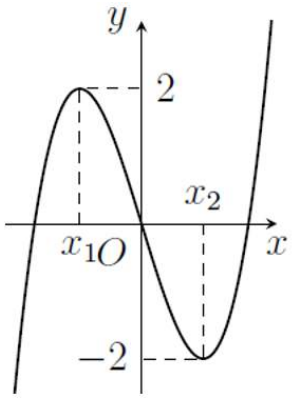
A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow d(C,(SAB)) = CB = AB = 4$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x)| = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

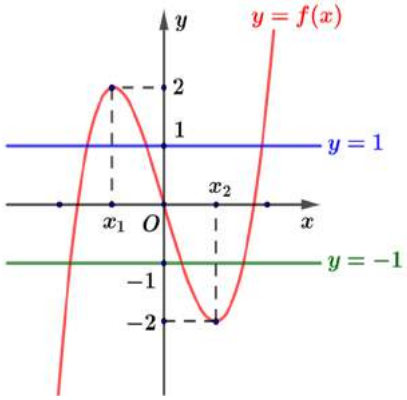


A. 6 . **B.** 5. **C.** 4 . **D.** 3 .

Lời giải

Ta có: $|f(x)| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{array}\right.$.

Hai đường thẳng $y = 1 \,\&\, y = -1$ mỗi đường cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm nên phương trình $|f(x)| = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.



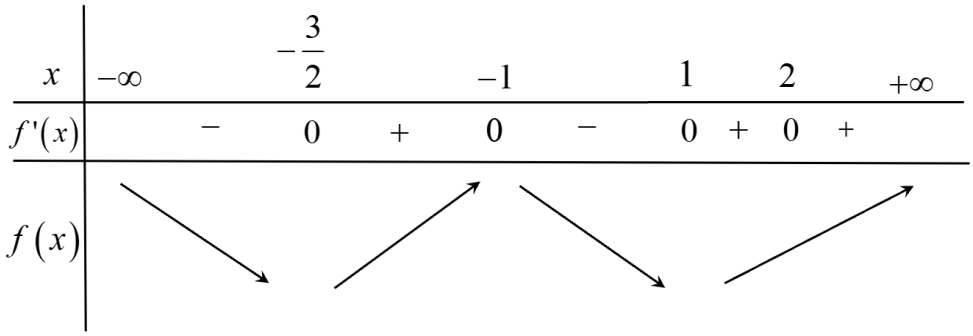
Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)^2(x-1)^3(2x+3)(x+1)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số là

A. -1. **B.** 2 . **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$f'(x) = (x-2)^2(x-1)^3(2x+3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x-1=0 \\ 2x+3=0 \\ x+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=-\frac{3}{2} \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Do $x = 2$ là nghiệm kép nên $f'(x)$ không đổi dấu khi x qua giá trị $x = 2$ nên ta có



Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$

Câu 33. Một hộp bút bi gồm 6 bút màu đỏ, 7 bút màu đen và 8 bút màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 bút từ hộp đó, xác suất để trong 4 bút lấy ra, có đúng 1 bút màu đỏ bằng

A. $\frac{26}{57}$. **B.** $\frac{104}{285}$. **C.** $\frac{9}{19}$. **D.** $\frac{7}{19}$.

Lời giải

Không gian mẫu $|\Omega|=C_{21}^{4}=5985$.

Gọi A là biến cố: "Trong 4 bút lấy ra có đúng 1 bút màu đỏ".

Vậy cần lấy 4 bút trong đó có 1 bút màu đỏ trong số 6 bút đỏ và 3 bút màu xanh hoặc đen trong tổng số $7+8=15$ bút, do đó số cách chọn là $|\Omega_A|=C_6^1.C_{15}^3=2730$.

Xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{2730}{5985}=\frac{26}{57}$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x-4.3^x+3=0$ bằng

A. 1. **B.** 4 . **C.** 3. **D.** -4 .

Lời giải

Ta có $9^x-4.3^x+3=0\Leftrightarrow 3^{2x}-4.3^x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=1\\3^x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng 1.

Câu 35. Trên mặt phẳng toạ độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoã mãn $|z+3i|=|z+1-2i|$ là một đường thẳng. Phương trình tổng quát của đường thẳng đó là

A. $x-5y-2=0$. **B.** $x+y+3=0$. **C.** $x+y-2=0$. **D.** $x-5y-6=0$.

Lời giải

Gọi số phức $z=x+yi$.

Ta có $|z+3i|=|z+1-2i|\Leftrightarrow|x+yi+3i|=|x+yi+1-2i|\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y+3)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=(x+1)^2+(y-2)^2\Leftrightarrow x^2+y^2+6y+9=x^2+2x+1+y^2-4y+4$

$\Leftrightarrow 2x-10y-4=0\Leftrightarrow x-5y-2=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $2x+3y+z-12=0$. **B.** $2x+3y+z+12=0$. **C.** $3x+2y-12=0$. **D.** $3x+2y-24=0$.

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN đi qua trung điểm $I(3;2;0)$ của đoạn thẳng MN và nhận $\vec{n}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}=(2;3;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên phương trình tổng quát có dạng

$2(x-3)+3(y-2)+1(z-0)=0\Leftrightarrow 2x+3y+z-12=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$ song song với mặt phẳng $(P):x+2y+2z+3=0$. Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

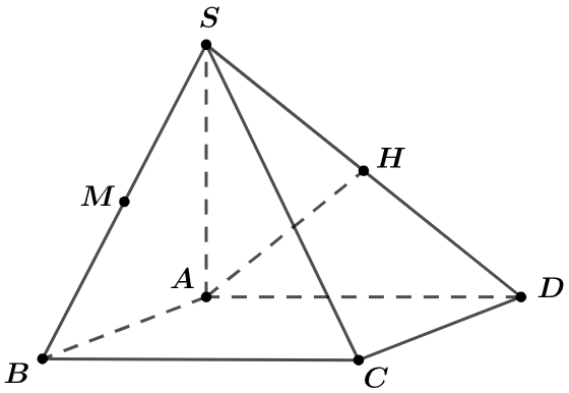
Chọn $A(1;-1;2)\in\Delta$.

Do $\Delta//(P)\Rightarrow d(\Delta;(P))=d(A;(P))=\dfrac{|1+2.(-1)+2.2+3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao $SA=a$, đáy là hình vuông cạnh a. Tính khoảng cách từ trung điểm M của cạnh SB đến mặt phẳng (SCD)

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Vì M là trung điểm cạnh SB và $AB//CD$ nên ta có

$d(M,(SCD))=\dfrac{1}{2}d(B,(SCD))=\dfrac{1}{2}d(A,(SCD))$.

Dựng $AH\perp SD$.

Ta có $\begin{cases}CD\perp SA\\CD\perp AD\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$.

Khi đó $\begin{cases}AH\perp SD\\AH\perp CD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow d(A,(SCD))=AH$.

Tam giác SAD vuông cân tại A. $AH=\dfrac{1}{2}SD=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $d(M,(SCD))=\dfrac{1}{2}d(A,(SCD))=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số tự nhiên $x\in[1;2023]$ thỏa mãn $3^{\log_4 x+\frac{1}{2}}+3^{\log_4 x-\frac{1}{2}}\geq\sqrt{x}$.

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_4 x\Rightarrow x=4^t>0$

BPT trở thành: $\sqrt{3}.3^t+\dfrac{\sqrt{3}}{3}.3^t\geq\sqrt{4^t}=2^t\Rightarrow\left(\dfrac{3}{2}\right)^t\geq\dfrac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow t\geq\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow\log_4 x\geq\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow x\geq 4^{\log_{\frac{3}{2}}\frac{\sqrt{3}}{4}}\approx 0,05717253721$

Do $x\in[1;2023], x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1,2,3,...,2023\}\Rightarrow 2023$ số.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{2x-1}, f(0)=2022,$ $f(1)=2023.$ Giá trị của $f(2)-f(-1)$ bằng?

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** $\ln 4$.

Lời giải

Chọn A

Với $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ ta có

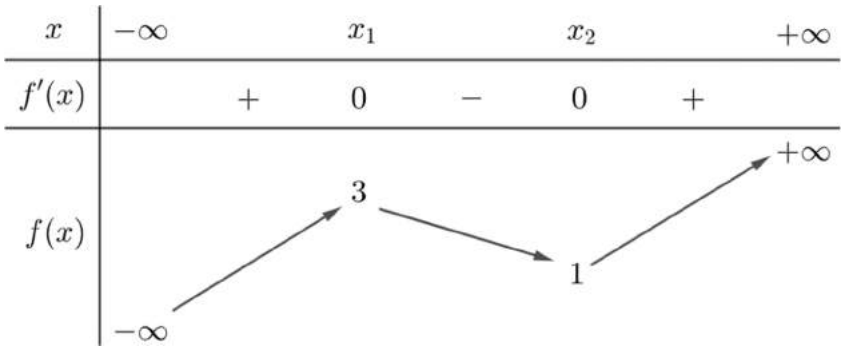
$$f'(x)=\frac{1}{2x-1}\Rightarrow f(2)-f(1)=\int_1^2 f'(x)dx=\frac{1}{2}\int_1^2\frac{1}{2x-1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_1^2=\frac{1}{2}\ln 3$$

$$\Rightarrow f(2)=2023+\frac{1}{2}\ln 3.$$

$$f(0)-f(-1)=\int_{-1}^0 f'(x)dx=\int_{-1}^0\frac{1}{2x-1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x-1|\Big|_{-1}^0=-\frac{1}{2}\ln 3\Rightarrow f(-1)=2022+\frac{1}{2}\ln 3.$$

$$\Rightarrow f(2)-f(-1)=1.$$

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận ?



A. 2 . **B.** 0 . **C.** 1. **D.** 3.

. **Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

$g(x)$ có tiệm cận ngang $y=0$

Để $g(x)$ có đúng ba đường tiệm cận thì $f(x)-m=0$ có hai nghiệm phân biệt

Khi $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$

Vậy: có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=2|z+1|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

* Gọi $A(x;y)$ là điểm biểu diễn của số z trong mặt phẳng $Oxyz$.

Theo giả thiết ta có:

$|z-2+3i|=2|z+1| \Leftrightarrow |(x-2)+(y+3)i|=2|(x+1)+yi|$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=4\left[(x+1)^2+y^2\right] \Leftrightarrow 3x^2+3y^2+12x-6y-9=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+4x-2y-3=0 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=8.$

Vậy điểm A thuộc đường tròn tâm $I(-2;1), R=2\sqrt{2}$

* Mặt khác do $OI=\sqrt{5}<R=2\sqrt{2}$ nên điểm O nằm trong đường tròn.

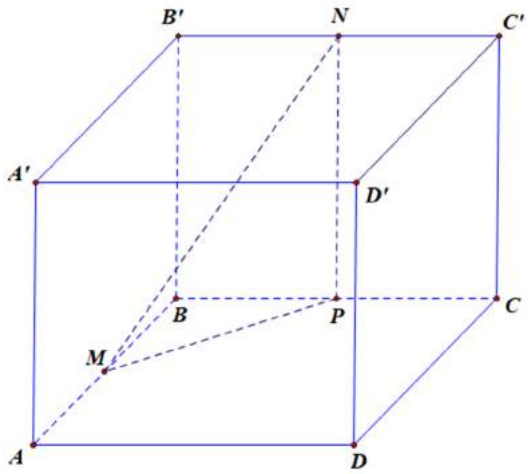
Giả sử CD là một đường kính đi qua O của đường tròn với $OC<OD$.

Khi đó ta có: $OC \le |z| = OA \le OD \Rightarrow \begin{cases} |z|_{\min} = OC = R-OI \\ |z|_{\max} = OD = R+OI \end{cases} \Rightarrow M+m=2R=4\sqrt{2}.$

Câu 43. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa đường thẳng MN và đường thẳng AA' bằng 30°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

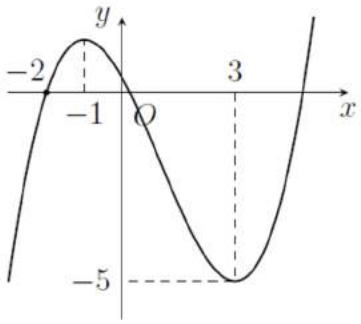
Lời giải



Gọi P là trung điểm của BC, ta có $NP \parallel AA'$, do đó $(MN, AA')=(MN, NP)$. Vì tam giác MNP vuông ở P, $MP=\frac{AC}{2}=a\sqrt{2}$ suy ra $\widehat{MNP}=(MN,AA')=30^\circ \Rightarrow NP=\frac{MP}{\tan 30^\circ}=a\sqrt{6}$.

Vậy thể tích khối hộp đã cho bằng $V=S_{ABCD}.NP=(2a)^2.a\sqrt{6}=4\sqrt{6}a^3$.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $g(x)=f''(x)+bx-c$ bằng



A. $\frac{25}{2}$. **B.** $\frac{145}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $\frac{29}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào hình vẽ ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua các điểm có tọa độ $(-2;0)$ và $(3;-5)$.

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x=-1$; $x=3$ ta được

$$\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(3)=-5 \\ f'(-1)=0 \\ f'(3)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8a+4b-2c+d=0 \\ 27a+9b+3c+d=-5 \\ 3a-2b+c=0 \\ 27a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=\dfrac{-3}{5} \\ c=\dfrac{-9}{5} \\ d=\dfrac{2}{5} \end{cases}$$

Suy ra $y=f'(x)=\frac{3}{5}x^2-\frac{6}{5}x-\frac{9}{5}$ và $g(x)=\frac{3}{5}x+\frac{3}{5}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y=f'(x)=\frac{3}{5}x^2-\frac{6}{5}x-\frac{9}{5}$ và $g(x)=\frac{3}{5}x+\frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}x^2-\frac{6}{5}x-\frac{9}{5}=\frac{3}{5}x+\frac{3}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Diện tích cần tìm $\int_{-1}^{4}\left|f'(x)-g(x)\right|dx=\int_{-1}^{4}\left|\frac{3}{5}x^2-\frac{9}{5}x-\frac{12}{5}\right|dx=\frac{25}{2}$

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm A,B,C,D biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4 ?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Đặt $w=z^2$, phương trình đã cho trở thành $w^2+2(m+2)w+3m+2=0$ (1)

Lúc này $\Delta'=(m+2)^2-(3m+2)=m^2+m+2>0\,\forall m$ nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm thực phân biệt w_1,w_2.

Nếu $w_1.w_2\geq 0$ thì điểm biểu diễn của 4 nghiệm của phương trình đã cho cùng thuộc trục thực hoặc trục ảo nên không thể tạo thành tứ giác. Vậy nên phương trình (1) phải có 2 nghiệm trái dấu hay $w_1.w_2=3m+2<0$.

Khi đó giả sử $w_1<0<w_2$ thì phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt là $z_1=-\sqrt{w_2},z_2=\sqrt{w_2},z_3=-i\sqrt{-w_1},z_4=i\sqrt{-w_1}$

Giả sử $A\left(-\sqrt{w_2};0\right),B\left(0;-i\sqrt{-w_1}\right),C\left(\sqrt{w_2};0\right),D\left(0;i\sqrt{-w_1}\right)$, khi đó tứ giác $ABCD$ là hình thoi

Diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $\frac{1}{2}AC.BD=\frac{1}{2}.2\sqrt{w_2}.2\sqrt{-w_1}=2\sqrt{-w_1.w_2}=2\sqrt{-3m-2}$

Từ giả thiết ta có $2\sqrt{-3m-2}=4 \Leftrightarrow m=-2$ (thỏa điều kiện)

Vậy $m=-2$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{1}; d':\begin{cases} x=t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(3;2;1)$, vuông góc với d và cắt d'. Khi đó tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;11;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(0;-11;1)$. **D.** $(0;-2;1)$.

Lời giải

Gọi giao điểm Δ và d' là $N(t;1+2t;-1+t)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=(t-3;2t-1;t-2)\neq\vec{0},\forall t$ là vectơ chỉ phương của Δ và $\vec{u}=(3;1;1)$ là vectơ chỉ phương của d.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{MN}.\vec{u}=0$, tương đương với $3(t-3)+(2t-1)+(t-2)=0\Leftrightarrow t=2$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=(-1;3;0)$ nên phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=3-t'\\y=2+3t'\\z=1\end{cases}$.

Giao điểm của Δ và (Oyz) là $(0;11;1)$.

Câu 47. Cho các số thực dương x,y thỏa mãn $4+3^{2x^2-y+2}=\left(4+9^{2x^2-y}\right).7^{y-2x^2+2}$. Khi đó, biểu thức $P=\dfrac{x+y+10}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $x+y$ bằng ?

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $t=2x^2-y$, giả thiết bài toán trở thành $4+9.3^t=\left(4+9^t\right).7^{2-t}\ (1)$.

Chia cả hai vế của phương trình (1) với 7^{2+t},phương trình trở thành

$$4.\left(\frac{1}{7}\right)^{t+2}+\left(\frac{3}{7}\right)^{t+2}=4.\left(\frac{1}{7}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{7}\right)^{2t}.$$

Xét hàm số $f(t)=4.\left(\frac{1}{7}\right)^x+\left(\frac{3}{7}\right)^x$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $t+2=2t\Leftrightarrow t=2$

$\Leftrightarrow 2x^2-y=2\Rightarrow y=2x^2-2>0\Rightarrow x>1.$

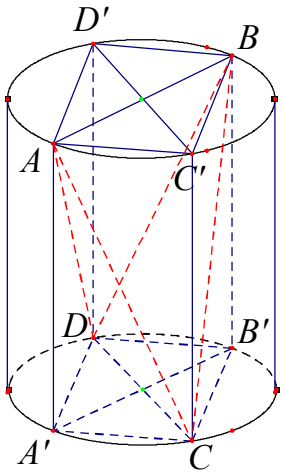
Ta có, $P=\dfrac{x+y+10}{x}=\dfrac{2x^2+x+8}{x}=1+2x+\dfrac{8}{x}\geq 1+2\sqrt{2x.\dfrac{8}{x}}=9$ (Bất đẳng thức Cosi)

Vậy, $P_{\min}=9\Leftrightarrow x=2,y=6.$

Câu 48. Cho hình trụ (T) có AB, CD lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng 10. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 15π. **B.** 30π. **C.** 45π. **D.** 60π.

Lời giải



Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.

Dựng các đường sinh AA',BB',CC',DD'. Khi đó ta có hình hộp chữ nhật $AC'BD'.A'CB'D$ chứa tứ diện $ABCD$ và $V_{AC'BD'.A'CB'D}=3V_{ABCD}=30$.

Mà $V_{AC'BD'.A'CB'D}=AA'.\dfrac{1}{2}.AB.CD=2r^2.h\Rightarrow 2r^2.h=30\Rightarrow r^2.h=15$

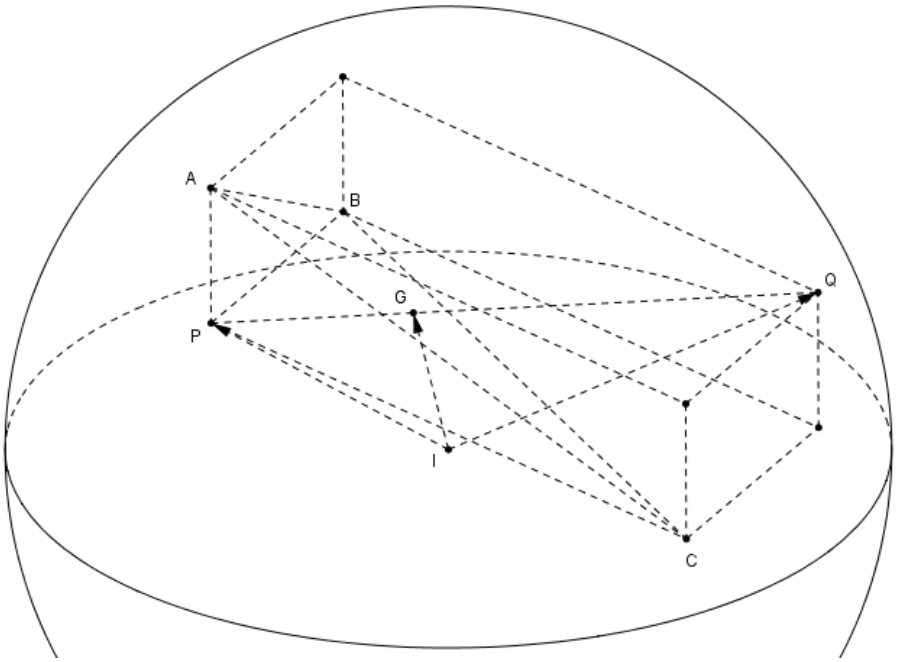
Vậy thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2.h=15\pi$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$ và điểm $P(2;4;5)$ nằm bên trong mặt cầu. Qua P dựng 3 dây cung AA', BB', CC' của mặt cầu (S) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là PA, PB, PC. Gọi PQ là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng Q luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. $\sqrt{57}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{219}}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{219}}{2}$.

Lời giải

Cách 1:



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, ta có

$3R^2=IA^2+IB^2+IC^2=3IG^2+GA^2+GB^2+GC^2$. (1)

Lại có $9PG^2=PQ^2=PA^2+PB^2+PC^2=3PG^2+GA^2+GB^2+GC^2$. (2)

Từ (1) và (2) ta có $3R^2=3IG^2+6PG^2\Leftrightarrow IG^2+2PG^2=R^2$.

Vì $\overrightarrow{GQ}+2\overrightarrow{GP}=\vec{0}$ nên ta có $3\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IQ}+2\overrightarrow{IP}$.

Suy ra

$9IG^2=IQ^2+4IP^2+4\overrightarrow{IQ}\cdot\overrightarrow{IP}$

$=IQ^2+4IP^2+2\left(IQ^2+IP^2-PQ^2\right)$ (định lí côsin)

$=3IQ^2+6IP^2-2PQ^2$

$=3IQ^2+6IP^2-18PG^2$

$\Rightarrow 9IG^2+18PG^2=3IQ^2+6IP^2$

$\Rightarrow 9R^2=3IQ^2+6IP^2$

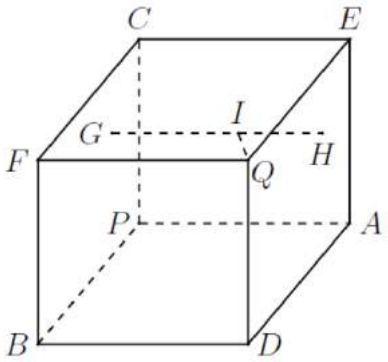
$\Rightarrow IQ^2=3R^2-2IP^2=57$.

Vậy điểm Q luôn di động trên mặt cầu cố định có tâm I, bán kính bằng $\sqrt{57}$.

Cách 2:

Giả sử ta dựng hình hộp chữ nhật $PADB.CEQF$ thoả mãn bài toán.

Gọi G,H lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên các mặt phẳng $(PBFC)$ và $(ADQE)$.



Ta có

$\overrightarrow{IQ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}$

$\Rightarrow IQ^2 = IA^2 + PB^2 + PC^2 + 2\overrightarrow{IA}(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) + 2\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC}$

$= R^2 + 2\overrightarrow{HA}(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) + PB^2 + PC^2$

$= R^2 + 2\overrightarrow{GP}(\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}) + PB^2 + PC^2$

$= R^2 + (\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PB})^2 + (\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PC})^2 - 2GP^2$

$= R^2 + GB^2 + GC^2 - 2GP^2$

$= R^2 + 2\left(R^2 - GI^2\right) - 2GP^2$

$= 3R^2 - 2\left(GI^2 + GP^2\right)$

$= 3R^2 - 2IP^2 = 57$

$\Rightarrow IQ = \sqrt{57}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(-2) = 0$, có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x) = \left|3f\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 2x^6 + 6x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5 . **B.** 3 . **C.** 4 . **D.** 7 .

Lời giải

Đặt $h(x) = 3f\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 2x^6 + 6x^2$

$h'(x) = -12x\left(x^2 - 1\right)\left[f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + x^2 + 1\right]$

Mà $-x^4 + 2x^2 - 2 = -\left(x^2 - 1\right)^2 - 1 \le -1, \forall x \in \mathbb{R}$, nên dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta suy ra $f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) \ge 0$.

Suy ra $f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + x^2 + 1 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó dấu của $h'(x)$ cùng dấu với $u(x) = -12x\left(x^2 - 1\right)$, tức là luôn đổi dấu qua các nghiệm $x = -1, x = 0, x = 1$. Vậy hàm số $h(x)$ luôn có ba điểm cực trị.

Ta có $h(0) = 3f(-2) = 0$ nên đồ thị hàm số $y = h(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại O và cắt truch hoành tại hai điểm phân biệt.

Vậy $y = g(x)$ có 5 điểm cực trị.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Điểm nào sau đây **không** thuộc (P)?

A. $M(0;1;2)$. **B.** $F(3;2;-2)$. **C.** $E(1;0;1)$. **D.** $N(1;0;2)$.

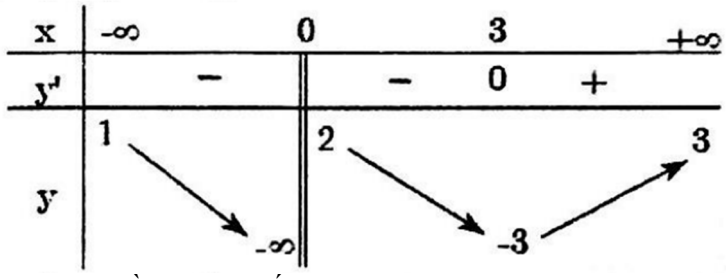
Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8, \int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+z-5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5. Tìm phần ảo của số phức $z=2+\pi i$.

A. -2. **B.** $-\pi$. **C.** 2. **D.** π.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x>1$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. 24π. **B.** 64π. **C.** 192π. **D.** 48π.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(2;0;8)$. **B.** $I(-2;2;1)$. **C.** $I(2;-2;1)$. **D.** $I(1;0;4)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $2^x.\ln 2+C$. **B.** $x.2^x.\ln 2+C$. **C.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$. **D.** $\dfrac{\ln 2}{2^x}+C$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=-6$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q=-3$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=-\frac{1}{2}$. **D.** $q=-9$.

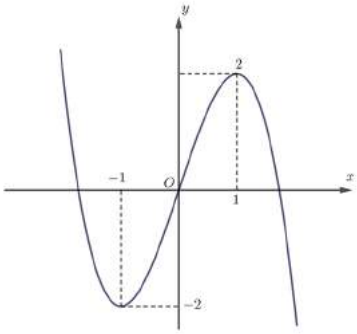
Câu 12. Điều kiện xác định của hàm số $y=\log_2(x+3)$ là

A. $x\geq -3$. **B.** $x<-3$. **C.** $x>-3$. **D.** $x\leq -3$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(4;-2;5);R=9$. **B.** $I(-4;2;-5);R=9$. **C.** $I(4;-2;5);R=3$. **D.** $I(-4;2;-5);R=3$.

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 15. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 16. Hàm số $g(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$
$g(x)$	‖		1 ↘ -2	↗ $+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 17 . [Mức độ 1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x-\sin x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $2x^2-\cos x+C$. **B.** $2x^2+\cos x+C$. **C.** $x^2-\cos x+C$. **D.** $x^2+\cos x+C$.

Câu 18. Phần thực của số phức $z=(3-4i)-(2+6i)$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 19. [Mức độ 1] Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** Bh. **D.** $3Bh$.

Câu 20. Trên khoảng $(1;+\infty)$ hàm số $y=x+\log_3(x-1)$ có đạo hàm là

A. $y'=1+\frac{1}{(x-1)\ln 3}$. **B.** $y'=1-\frac{1}{(x-1)\ln 3}$. **C.** $y'=1-\frac{1}{x-1}$. **D.** $y'=1+\frac{1}{x-1}$.

Câu 21. Lớp 12A1 có 45 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong lớp 12A1 tham gia lao động?

A. C_{45}^5. **B.** 45. **C.** P_5. **D.** A_{40}^5.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x^2-x+2}=4$ là

A. $S=\{-1;0\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{0;1\}$.

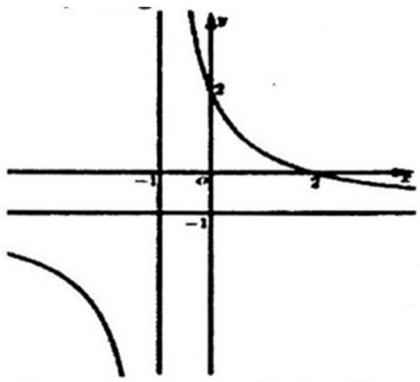
Câu 23. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x-2y+z+1=0$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $y=e^x-2x$ là

A. e^x-x^2+C. **B.** e^x-2x^2+C. **C.** e^x-2+C. **D.** $\frac{1}{x+1}e^{x+1}-x^2+C$.

Câu 25. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung.



A. $(0;-1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+1)(x-2)$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 27. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(\frac{10}{a^3}\right)$ bằng

A. $1+\frac{1}{3}\log a$. **B.** $1+3\log a$. **C.** $1-3\log a$. **D.** $1-\frac{1}{3}\log a$.

Câu 28. Cho số phức $z=2-3i$. Tính môđun của số phức z

A. $|z|=1$. **B.** $|z|=\sqrt{5}$. **C.** $|z|=3\sqrt{3}$. **D.** $|z|=\sqrt{13}$.

Câu 29. Gieo đồng tiền 3 lần. Xác suất để mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần bằng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA=2a$. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $h=\frac{a}{2}$. **B.** $h=\frac{a}{3}$. **C.** $h=\frac{3a}{2}$. **D.** $h=\frac{2a}{3}$.

Câu 31. Hàm số $y=x^2e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 32. Tìm hình chiếu của điểm $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$.

A. $M'(1;-1;0)$. **B.** $M'(4;2;3)$. **C.** $M'(3;1;2)$. **D.** $M'(2;0;1)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $8a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{2}$.

Câu 34. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=2a$, $SA=a\sqrt{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $75°$. **D.** $30°$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(-1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng $(P): x+4y-6z-10=0$ và $(Q): x+2y-5z-11=0$.

A. $8x+y+2z+5=0$. **B.** $8x-y+2z+3=0$.

C. $-8x+y+2z-11=0$. **D.** $8x+y-2z+13=0$.

Câu 37. Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x+4$ cắt đường thẳng $y=x+4$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) được xác định bởi các đường $y=\frac{1}{3}x^3-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox là ?

A. $\frac{71\pi}{35}$. **B.** $\frac{81}{35}$. **C.** $\frac{71}{35}$. **D.** $\frac{81\pi}{35}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f(4)=2023$, $\int_0^4 f(x).dx=4$. Tích phân $\int_0^2 x.f'(2x).dx$ bằng ?

A. 2022 **B.** 2021 **C.** 2019 **D.** 4044

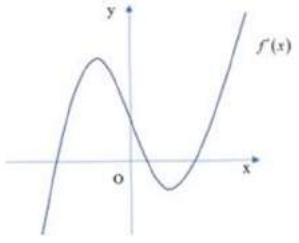
Câu 40. Cho hai đường thẳng $(d): \frac{x}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ và $(d'): \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(3;2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Biết I nằm trên (d') và $a<2$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=4$. **C.** $T=0$. **D.** $T=2$.

Câu 41. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của (N) một góc 30^0, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2f(|3-x|)+2023$ là



A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi O' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, (N) là hình nón ngoại tiếp hình chóp $O'.ABC$. Góc giữa đường sinh của (N) và mặt đáy là 60^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'C$ là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **D.** $\frac{6\sqrt{21}}{27}\pi a^3$.

Câu 44. Biết phương trình $\log^2_{\sqrt{3}} x - m\log_{\sqrt{3}} x + 1 = 0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 với m là tham số. Hỏi m nhận giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60°. Thể tích của khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

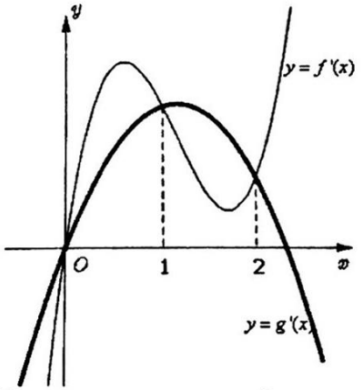
Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$ và $f(2) = \frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 4 + \ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $3 + \ln 2$. **B.** $-3 - \ln 2$. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;3;-1)$, $B(0;4;2)$, $C(1;2;-1)$, $D(7;2;1)$. Đặt $T = 8\left|\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\right| + 12\left|\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND}\right|$, trong đó N di chuyển trên trục Ox. Giá trị nhỏ nhất của T thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(80;100)$. **B.** $(130;150)$. **C.** $(62;80)$. **D.** $(100;130)$.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g'(x) = qx^2 + nx + p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng 10 và $f(2) = g(2)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{16}{5}$.

Câu 49. Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [0;2023]$ để phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} + (x^3 - 6x^2 + 9x + m)2^{x-2} = 2^{x+1} + 1$ có đúng một nghiệm là

A. 2023. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 50. Cho hàm số $y=\left|x^3+3mx\sqrt{x^2+1}\right|$ với $m\in\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.B**	**4.C**	**5.D**	**6.D**	**7.D**	**8.D**	**9.B**	**10. C**	**11.B**	**12. C**	**13. C**	**14. C**	**15. A**
16. A	**17. D**	**18. D**	**19. C**	**20. A**	**21. A**	**22. D**	**23. A**	**24. A**	**25. D**	**26. A**	**27. C**	**28. D**	**29. C**	**30. D**
31. D	**32. A**	**33.B**	**34. A**	**35.B**	**36. A**	**37.B**	**38. D**	**39. A**	**40. D**	**41.B**	**42.B**	**43. A**	**44.B**	**45. D**
46. C	**47.B**	**48.B**	**49.B**	**50. C**										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Điểm nào sau đây **không** thuộc (P)?

A. $M(0;1;2)$. **B.** $F(3;2;-2)$. **C.** $E(1;0;1)$. **D.** $N(1;0;2)$.

Lời giải

Với $M(0;1;2) \xrightarrow{(P)} 0+1+2-3=0 \Rightarrow M(0;1;2) \in (P)$

Với $F(3;2;-2) \xrightarrow{(P)} 3+2+(-2)-3=0 \Rightarrow F(3;2;-2) \in (P)$

Với $E(1;0;1) \xrightarrow{(P)} 1+0+1-3 \neq 0 \Rightarrow E(1;0;1) \notin (P)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8, \int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Có $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow 8=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x+2 \Rightarrow \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$

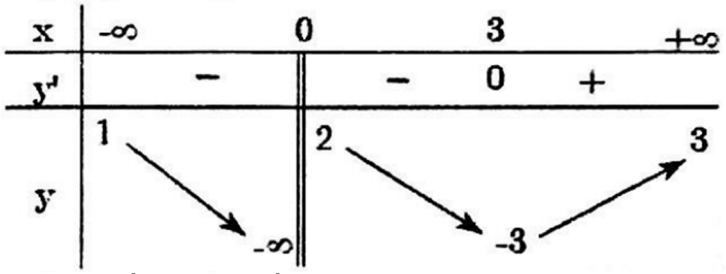
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+z-5=0$. Vectơ nào dưới đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$.

Lời giải

Với $(\alpha): 2x-3y+z-5=0 \Rightarrow (\alpha)$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;1)$

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$ nên đồ thị hàm số này có hai tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=3$.

Câu 5. Tìm phần ảo của số phức $z=2+\pi i$.

A. -2. **B.** $-\pi$. **C.** 2. **D.** π.

Lời giải

Số phức $z=2+\pi i$ có phần ảo là π.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 1$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log_2 x > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > 2^1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình trên là $S = (2;+\infty)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $R = 8$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. 24π. **B.** 64π. **C.** 192π. **D.** 48π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi.8.3 = 48\pi$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(2;0;8)$. **B.** $I(-2;2;1)$. **C.** $I(2;-2;1)$. **D.** $I(1;0;4)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\frac{3-1}{2};\frac{-2+2}{2};\frac{3+5}{2}\right) \Rightarrow I(1;0;4)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

A. $2^x.\ln 2 + C$. **B.** $x.2^x.\ln 2 + C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **D.** $\frac{\ln 2}{2^x} + C$.

Lời giải

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -3$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = -\frac{1}{2}$. **D.** $q = -9$.

Lời giải

Công bội q của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = -2$.

Câu 12. Điều kiện xác định của hàm số $y = \log_2(x+3)$ là

A. $x \geq -3$. **B.** $x < -3$. **C.** $x > -3$. **D.** $x \leq -3$.

Lời giải

Hàm số $y=\log_2(x+3)$ xác định $\Leftrightarrow x+3>0\Leftrightarrow x>-3$.

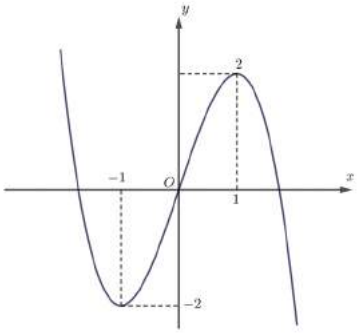
Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(4;-2;5);R=9$. **B.** $I(-4;2;-5);R=9$. **C.** $I(4;-2;5);R=3$. **D.** $I(-4;2;-5);R=3$.

Lời giải

Phương trình $(x-4)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$ có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ nên mặt cầu có tâm $I(4;-2;5)$ và bán kính $R=3$.

Câu 14. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 15. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Có 5 khối đa diện đều, đó là tứ diện đều, hình lập phương, hình bát diện đều, hình mười hai mặt đều, hình hai mươi mặt đều.

Câu 16. Hàm số $g(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$
$g(x)$	‖		1	$+\infty$
			-2	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy $g(x)\geq -2,\forall x\in(0;+\infty),g(1)=-2$ nên $\min\limits_{(0;+\infty)}g(x)=-2$.

Câu 17. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x-\sin x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $2x^2-\cos x+C$. **B.** $2x^2+\cos x+C$. **C.** $x^2-\cos x+C$. **D.** $x^2+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int(2x-\sin x)\,\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$

Câu 18. Phần thực của số phức $z=(3-4i)-(2+6i)$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $z=(3-4i)-(2+6i)=1-10i \Rightarrow$ Phần thực của z là 1.

Câu 19. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{1}{3}Bh$. **B.** $\frac{4}{3}Bh$. **C.** Bh. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=B.h$.

Câu 20. Trên khoảng $(1;+\infty)$ hàm số $y=x+\log_3(x-1)$ có đạo hàm là

A. $y'=1+\frac{1}{(x-1)\ln 3}$. **B.** $y'=1-\frac{1}{(x-1)\ln 3}$. **C.** $y'=1-\frac{1}{x-1}$. **D.** $y'=1+\frac{1}{x-1}$.

Lời giải

Có $y=x+\log_3(x-1)\Rightarrow y'=1+\frac{(x-1)'}{(x-1)\ln 3}=1+\frac{1}{(x-1)\ln 3}$.

Câu 21. Lớp 12A1 có 45 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong lớp 12A1 tham gia lao động?

A. C_{45}^5. **B.** 45. **C.** P_5. **D.** A_{40}^5.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 5 học sinh từ 45 học sinh của lớp 12A1 tham gia lao động là một tổ hợp chập 5 của 45 phần tử. Vậy có C_{45}^5 cách.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x^2-x+2}=4$ là

A. $S=\{-1;0\}$. **B.** $S=\{-1\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{0;1\}$.

Lời giải

$2^{x^2-x+2}=4\Leftrightarrow 2^{x^2-x+2}=2^2\Leftrightarrow x^2-x+2=2$

$\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;1\}$.

Câu 23. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x-2y+z+1=0$.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (α) nên VTCP của d là VTPT của mặt phẳng (α).

Mà VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(1;-2;1)\Rightarrow$ VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Mặt khác đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$, nên phương trình tham số của đường thẳng d là

$\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$.

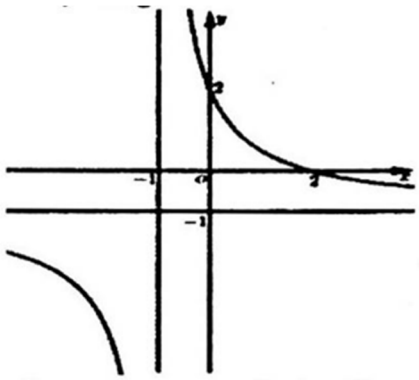
Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $y=e^x-2x$ là

A. e^x-x^2+C. **B.** e^x-2x^2+C. **C.** e^x-2+C. **D.** $\frac{1}{x+1}e^{x+1}-x^2+C$.

Lời giải

$\int (e^x - 2x)dx = e^x - x^2 + C.$

Câu 25. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung.



B. $(0;-1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là điểm có tọa độ $(0;2)$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x+1)(x-2)$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vì $f'(x)$ đổi dấu hai lần nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 27. [Mức độ 2] Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(\dfrac{10}{a^3}\right)$ bằng

A. $1+\dfrac{1}{3}\log a$. **B.** $1+3\log a$. **C.** $1-3\log a$. **D.** $1-\dfrac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Ta có $\log\left(\dfrac{10}{a^3}\right) = \log 10 - \log\left(a^3\right) = 1 - 3\log a$.

Câu 28. Cho số phức $z = 2-3i$. Tính môđun của số phức z

A. $|z| = 1$. **B.** $|z| = \sqrt{5}$. **C.** $|z| = 3\sqrt{3}$. **D.** $|z| = \sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Câu 29. Gieo đồng tiền 3 lần. Xác suất để mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần bằng

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8$.

Gọi A là biến cố "Mặt ngửa xuất hiện ít nhất 1 lần".

Khi đó, $\overline{A}$ là biến cố "Mặt ngửa không xuất hiện lần nào".

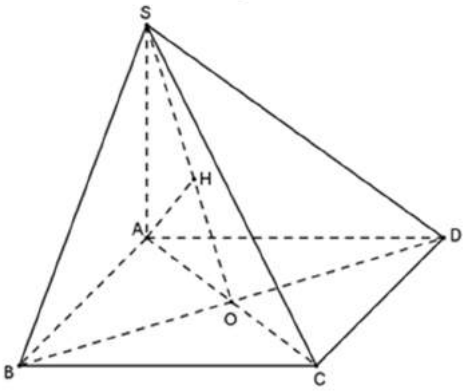
Ta có $\overline{A}=\{SSS\}\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=1$.

Suy ra $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA=2a$. Tính khoảng cách h từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $h=\frac{a}{2}$. **B.** $h=\frac{a}{3}$. **C.** $h=\frac{3a}{2}$. **D.** $h=\frac{2a}{3}$.

Lời giải



Trong $(ABCD)$, gọi $AC\cap BD=O$.

Trong (SAC), gọi H là hình chiếu của A lên SO.

Ta có $\begin{cases}BD\perp SA\\ BD\perp AC\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp AH$.

Mặt khác, $AH\perp SO$ nên $AH\perp(SBD)$.

Suy ra $d\left(A;(SBD)\right)=AH=\frac{SA.OA}{\sqrt{SA^2+OA^2}}=\frac{2a.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{(2a)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}=\frac{2a}{3}$.

Câu 31. Hàm số $y=x^2e^x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Ta có

$y'=2xe^x+x^2e^x=e^x\left(x^2+2x\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x=0\ (VN)\\ x^2+2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{4}{e^2}$	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 32. Tìm hình chiếu của điểm $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$.

A. $M'(1;-1;0)$. **B.** $M'(4;2;3)$. **C.** $M'(3;1;2)$. **D.** $M'(2;0;1)$.

Lời giải

Gọi M' là hình chiếu của điểm $M(2;0;1)$ trên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$.

Do đó vtcp của đường thẳng MM' là $\overrightarrow{u_{MM'}}=\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;1;1)$.

PT đường thẳng MM' là

$$\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$$

Gọi $M'(2+m;m;1+m)$. Vì điểm $M'\in(\alpha)$ nên

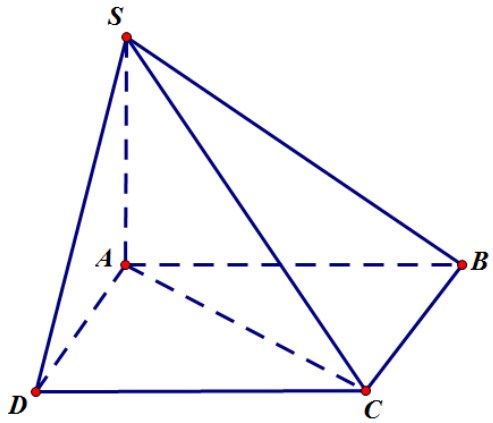
$2+m+m+1+m=0\Leftrightarrow 3m+3=0\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $M'(1;-1;0)$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và đáy bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $8a^3\sqrt{3}$. **D.** $8a^3\sqrt{2}$.

Lời giải



Do $SA\perp(ABCD)$ và $SC\cap(ABDC)=\{C\}$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)\Rightarrow$ Góc giữa SC và đáy là $\widehat{SCA}=45^o$.

Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông SAC có $SA=AC.\tan 45^o=2a\sqrt{2}$.

Ta có: $S_{ABCD}=AB^2=4a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{SABCD}=\dfrac{1}{3}.2a\sqrt{2}.4a^2=\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 34. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Tác giả: FB Bích Thủy

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3(2m-1)$.

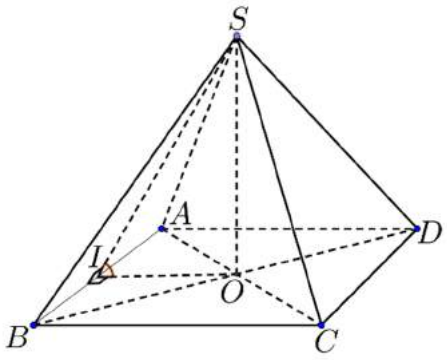
Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases} a>0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 1>0 \\ 9m^2-18m+9\leq 0 \end{cases}\Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m\in\{1\}$.

Câu 35. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB=2a$, $SA=a\sqrt{5}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $75°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Gọi I là trung điểm AB.

Ta có $\begin{cases} AB=(SAB)\cap(ABCD) \\ SI\perp AB \\ OI\perp AB \end{cases} \Rightarrow((SAB),(ABCD))=(SI,OI)=\widehat{SIO}$

Xét tam giác SAI vuông tại I ta có $SI=\sqrt{SA^2-AI^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2-a^2}=2a$.

OI là đường trung bình của tam giác ABC nên $OI=\dfrac{1}{2}BC=a$.

Xét tam giác SOI vuông tại O ta có $\cos\widehat{SIO}=\dfrac{OI}{SI}=\dfrac{a}{2a}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SIO}=60°$.

Vậy $((SAB),(ABCD))=60°$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(-1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng $(P):x+4y-6z-10=0$ và $(Q):x+2y-5z-11=0$.

A. $8x+y+2z+5=0$. **B.** $8x-y+2z+3=0$.

C. $-8x+y+2z-11=0$. **D.** $8x+y-2z+13=0$.

Lời giải

Ta có VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;4;-6)$, VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-5)$.

Do (α) vuông góc với (P) và (Q) nên VTPT của (α) là $\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(8;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $8(x+1)+1(y+1)+2(z-2)=0\Leftrightarrow 8x+y+2z+5=0$.

Câu 37. Biết đồ thị hàm số $y=x^3+3x+4$ cắt đường thẳng $y=x+4$ tại điểm $M(a;b)$. Tính $a+b$.

A. -2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3+3x+4=x+4\Leftrightarrow x^3+2x=0\Leftrightarrow x=0$.

Với $x=0$ thì $y=0+4=4$.

Vậy $M(0;4)$ nên $a=0;b=4\Rightarrow a+b=4$.

Câu 38. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) được xác định bởi các đường $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox là ?

A. $\frac{71\pi}{35}$. **B.** $\frac{81}{35}$. **C.** $\frac{71}{35}$. **D.** $\frac{81\pi}{35}$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2$ cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x_1=0;x_2=3$ nên thể tích khối tròn xoay cần tính là:

$V=\int_0^3 \pi.\left(\frac{1}{3}x^3-x^2\right)^2.dx=\pi.\int_0^3\left(\frac{x^6}{9}-\frac{2x^5}{3}+x^4\right)dx$

$=\frac{81\pi}{35}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $f(4)=2023$, $\int_0^4 f(x).dx=4$. Tích phân $\int_0^2 x.f'(2x).dx$ bằng ?

A. 2022 **B.** 2021 **C.** 2019 **D.** 4044

Lời giải

Ta có $\int_0^2 x.f'(2x).dx=\frac{1}{4}\int_0^2 2x.f'(2x).d(2x)=\frac{1}{4}\int_0^4 x.f'(x)dx$.

$=\frac{1}{4}\left[x.f(x)\Big|_0^4-\int_0^4 f(x)dx\right]=2022$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng $(d):\frac{x}{4}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ và $(d'):\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua $A(3;2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Biết I nằm trên (d') và $a<2$. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=4$. **C.** $T=0$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Ta có phương trình tham số của $(d'):\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. Vì $I\in(d')\Rightarrow I(1+t;t;1+t)$.

Có $AI=\sqrt{(t-2)^2+(t-2)^2+(t-1)^2}=\sqrt{3t^2-10t+9}$.

Từ giả thiết có (d) đi qua $M(0;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(4;1;1)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{MI}=(t+1;t-2;t-2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{MI},\overrightarrow{u_d}\right]=(0;3t-9;-3t+9)$.

Khi đó: $d\left(I,(d)\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI},\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\frac{\sqrt{2(3t-9)^2}}{\sqrt{18}}=|t-3|$.

Vì mặt cầu đi qua $A(3;2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng (d) nên ta có phương trình:

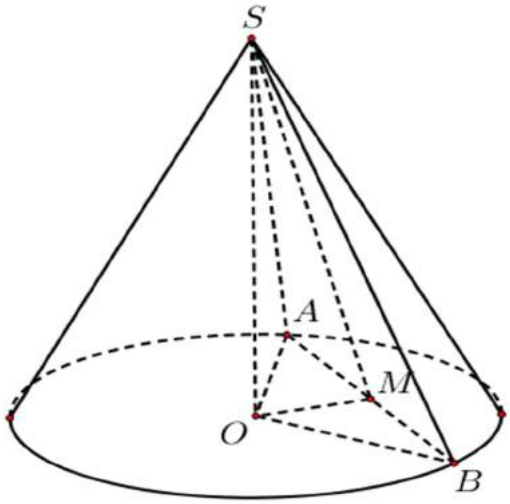
$d\left(I,(d)\right)=AI\Leftrightarrow|t-3|=\sqrt{3t^2-10t+9}\Leftrightarrow t^2-6t+9=3t^2-10t+9$

$\Leftrightarrow 2t^2-4t=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}t=0\ (TM)\\t=2\ (L)\end{bmatrix}\Rightarrow I(1;0;1)\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=1\end{cases}$. Vậy $T=a+b+c=1+0+1=2.$

Câu 41. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của (N) một góc 30^0, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của đường tròn đáy, M là trung điểm AB.

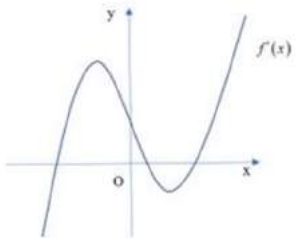
Tam giác SAB vuông cân tại S.

$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}SA^2 = 4a^2 \Rightarrow SA = 2a\sqrt{2} \Rightarrow SM = 2a.$

$\left(SO;\left(SAB\right)\right) = \widehat{MSO} = 30°$

$\Rightarrow h = SO = SM.\cos 30° = a\sqrt{3}$

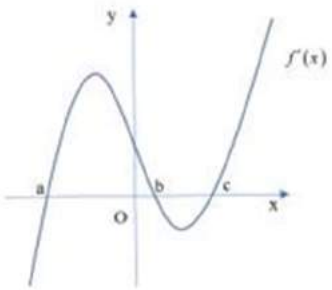
Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y = f\left(x\right)$ có đồ thị $y = f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right) = 2f\left(\left|3-x\right|\right) + 2023$ là



A. 7 . **B.** 5 . **C.** 4 . **D.** 3 .

Lời giải

Giả sử đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm a,b,c thỏa mãn $\begin{cases} a<0, b>0, c>0 \\ a<b<c \end{cases}$



Đặt $t = \left|3-x\right|, t \geq 0$, khi đó hàm số $g\left(x\right) = 2f\left(\left|3-x\right|\right) + 2023$ trở thành $y = 2f\left(t\right) + 2023$.

Ta có $t = \sqrt{\left(3-x\right)^2} \Rightarrow t' = \frac{x-3}{\sqrt{\left(3-x\right)^2}}$

Ta lại có $y'_x = 2t'_x.f'\left(t\right)$.

$$y'_x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'_x = 0 \\ f'(t) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ t = a < 0 (l) \\ t = b > 0 (\text{t/m}) \\ t = c > 0 (\text{t/m}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ |x-3| = b \\ |x-3| = c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 3-b \\ x = 3+b \\ x = 3-c \\ x = 3+c \end{array}\right.$$

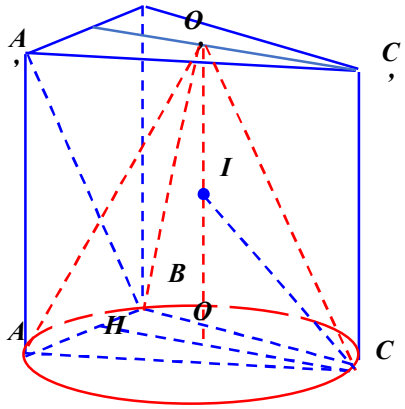
Vì $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm đơn a, b, c và $f'(x)$ đổi dấu qua các điểm a, b, c nên y'_x cũng đổi dấu qua các điểm $3, 3-c, 3-b, 3+c, 3+b$.

Vậy hàm số $g(x) = 2f(|3-x|) + 2023$ có 5 điểm cực trị.

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi O' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, (N) là hình nón ngoại tiếp hình chóp $O'.ABC$. Góc giữa đường sinh của (N) và mặt đáy là 60^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $C'C$ là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{27}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{21}}{27}\pi a^3$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB mà ΔABC đều nên $CH \perp AB$

Góc giữa đường sinh của (N) và mặt đáy là $60^0 \Rightarrow \widehat{O'CO} = 60^0$

$$\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CH \perp (AA'B'B) \text{ tại } H$$

$$\Rightarrow d(C, (AA'B'B)) = CH = a\sqrt{3}$$

Ta có: $\begin{cases} A'B \subset (AA'B'B) \\ C'C // (AA'B'B) \end{cases} \Rightarrow d(A'B, C'C) = d(C, (AA'B'B)) = a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow CO = \frac{2}{3}CH = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

Xét $\Delta O'CO$ vuông tại O có: $O'O = OC.\tan 60^0 = 2a$

Gọi I là trung điểm của $O'O \Rightarrow I$ là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

$$\Rightarrow IO = \frac{O'O}{2} = a$$

Xét ΔICO vuông tại O có: $R = CI = \sqrt{IO^2 + CO^2} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}a$

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi a^3$.

Câu 44. Biết phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0$ có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 với m là tham số. Hỏi m nhận giá trị thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Xét phương trình $\log_{\sqrt{3}}^2 x-m\log_{\sqrt{3}} x+1=0\ (1)$

Đặt $t=\log_{\sqrt{3}} x$, khi đó $x<1\Rightarrow t=\log_{\sqrt{3}} x<0$. Phương trình (1) trở thành

$$t^2-mt+1=0\Leftrightarrow\frac{t^2+1}{t}=m\Leftrightarrow t+\frac{1}{t}=m\ \ (2)\ (\text{do } t<0)$$

Xét hàm $f(t)=t+\frac{1}{t}, t\in(-\infty;0)\Rightarrow f'(t)=1-\frac{1}{t^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\ (l)\\ t=-1\ (tm)\end{array}\right.$

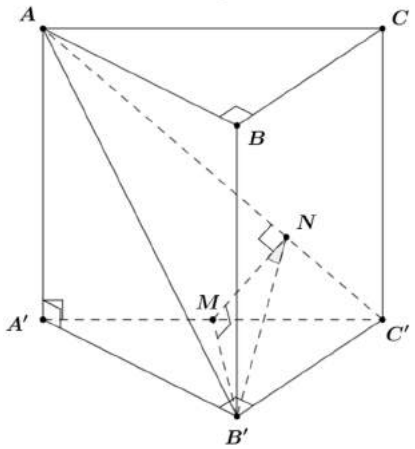
t	$-\infty$ -1 0
$f'(t)$	$+$ 0 $-$
$f(t)$	-2 ↗ ↘ $-\infty$ $-\infty$

Để phương trình (1) có nghiệm duy nhất nhỏ hơn 1 thì phương trình (2) có nghiệm duy nhất t nhỏ hơn 0 khi và chỉ khi $m=-2$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng 60°. Thể tích của khối chóp $B'.ACC'A'$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải



Dựng $B'M\perp A'C'\Rightarrow B'M\perp(ACC'A')\Rightarrow B'M\perp AC'$.

Dựng $MN\perp AC'$. Ta có

$$\begin{cases}(ACC')\cap(AB'C')=AC'\\ MN\subset(ACC'), B'N\subset(AB'C')\\ MN\perp AC'\\ B'N\perp AC'\ (do\ AC'\perp MN,\ AC'\perp B'M)\end{cases}$$

$\Rightarrow$ góc giữa (ACC') và $(AB'C')$ bằng góc $\widehat{MNB'}$

Suy ra $\widehat{MNB'}=60^o$.

$\Delta A'B'C'$ là tam giác vuông cân tại $B' \Rightarrow B'M=\frac{1}{2}A'C'=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Delta B'MN$ là tam giác vuông tại $M \Rightarrow MN=\frac{B'M}{\tan\widehat{MNB'}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Mặt khác ta có: $\tan\widehat{AC'A'}=\frac{AA'}{A'C'}=\frac{MN}{C'N}$

$$\Rightarrow AA'=\frac{MN.A'C'}{C'N}=\frac{MN.A'C'}{\sqrt{C'M^2-MN^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}.a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}.a\sqrt{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2}}=a.$$

Thể tích của khối chóp $B'.ACC'A'$ là

$$V_{B'.ACC'A'}=\frac{1}{3}B'M.S_{ACC'A'}=\frac{1}{3}B'M.AA'.A'C'=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{2}}{2}.a.a\sqrt{2}=\frac{1}{3}a^3.$$

Vậy $V_{B'.ACC'A'}=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+2$ và $f(2)=\frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2)=4+\ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $3+\ln 2$. **B.** $-3-\ln 2$. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $f(x)=\int\left(-\frac{1}{x^2}+2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+2x+C_1$

Do $f(2)=\frac{9}{2}\Rightarrow C_1=0\Rightarrow f(x)=\frac{1}{x}+2x$

Ta có: $F(x)=\int\left(\frac{1}{x}+2x\right)\mathrm{d}x=\ln|x|+x^2+C_2$

Do $F(2)=4+\ln 2\Rightarrow C_2=0\Rightarrow F(x)=\ln|x|+x^2\Rightarrow F(1)=1$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;3;-1)$, $B(0;4;2)$, $C(1;2;-1)$, $D(7;2;1)$. Đặt $T=8\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|+12\left|\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right|$, trong đó N di chuyển trên trục Ox. Giá trị nhỏ nhất của T thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(80;100)$. **B.** $(130;150)$. **C.** $(62;80)$. **D.** $(100;130)$.

Lời giải

Gọi G là trọng tâm của ΔABC, suy ra $G(1;3;0)$ và $\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=3\overrightarrow{NG}$.

Gọi I là trung điểm của CD, suy ra $I(4;2;0)$ và $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=2\overrightarrow{NI}$.

Khi đó $T=8\left|\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right|+12\left|\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}\right|=8.\left|3\overrightarrow{NG}\right|+12.\left|2\overrightarrow{NI}\right|=24(NG+NI)$.

Do $N\in Ox$ nên $N(t;0;0)\Rightarrow NG+NI=\sqrt{(t-1)^2+9}+\sqrt{(t-4)^2+4}$.

Đặt $\begin{cases}\vec{u}=(t-1;3)\\ \vec{v}=(4-t;2)\end{cases}\Rightarrow\vec{u}+\vec{v}=(3;5)$. Áp dụng bất đẳng thức $|\vec{u}|+|\vec{v}|\geq|\vec{u}+\vec{v}|$ ta có

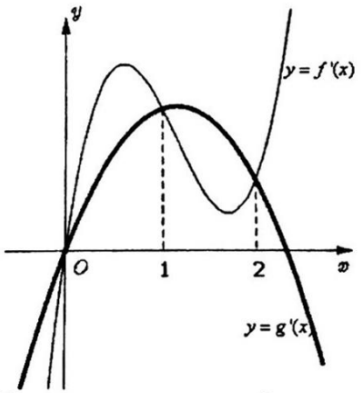
$$\sqrt{(t-1)^2+9}+\sqrt{(4-t)^2+4}\geq\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}.$$

Suy ra $NG+NI=\sqrt{(t-1)^2+9}+\sqrt{(t-4)^2+4}\geq\sqrt{34}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u},\vec{v}$ cùng phương $\Rightarrow \dfrac{t-1}{4-t}=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 2(t-1)=3(4-t)\Leftrightarrow t=\dfrac{14}{5}$.

Vậy T đạt giá trị nhỏ nhất bằng $24\sqrt{34}$ khi $N\left(\dfrac{14}{5};0;0\right)$.

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a,q\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10 và $f(2)=g(2)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$.



A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{16}{5}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $g'(x)=qx^2+nx+p$ nên

$f'(x)-g'(x)=ax^3+(b-q)x^2+(c-n)x+(d-p)$

Vì $\begin{cases}f'(0)=g'(0)\\ f'(1)=g'(1)\\ f'(2)=g'(2)\end{cases}$ nên $\begin{cases}d-b=0\\ a+(b-q)+(c-n)=0\\ 8a+4(b-q)+2(c-n)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d-b=0\\ b-q=-3a\\ c-n=2a\end{cases}$

$\Rightarrow f'(x)-g'(x)=ax^3-3ax^2+2ax$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10 nên

$\displaystyle\int_0^1\left[f'(x)-g'(x)\right]dx-\int_1^2\left[f'(x)-g'(x)\right]dx=10$

$\Leftrightarrow\left(\dfrac{ax^4}{4}+ax^3+ax^2\right)\Big|_0^1-\left(\dfrac{ax^4}{4}+ax^3+ax^2\right)\Big|_1^2=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{a}{2}=10\Leftrightarrow a=20$.

$\Rightarrow f'(x)-g'(x)=20\left(x^3-3x^2+2x\right)$

Lại có $\int\left[f'(x)-g'(x)\right]dx=\int f'(x)dx-\int g'(x)dx=f(x)-g(x)+C$

Suy ra $f(x)-g(x)=\int 20\left(x^3-3x^2+2x\right)dx=20\left(\dfrac{x^4}{4}-x^3+x^2\right)+C$

Theo bài ra $f(2)-g(2)=0\Leftrightarrow C=0$.

Xét phương trình $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow 20\left(\dfrac{x^4}{4}-x^3+x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$:

$$\int_0^2 \left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_0^2 \left[f(x)-g(x)\right]dx=20\int_0^2\left(\frac{x^4}{4}-x^3+x^2\right)dx=20.\frac{4}{15}=\frac{16}{3}$$

Câu 49. Số các giá trị nguyên của tham số $m\in[0;2023]$ để phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+(x^3-6x^2+9x+m)2^{x-2}=2^{x+1}+1$ có đúng một nghiệm là

A. 2023. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

+) Phương trình: $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+(x^3-6x^2+9x+m)2^{x-2}=2^{x+1}+1$

$$\Leftrightarrow 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+(x^3-6x^2+12x-8+m-3x+8)2^{x-2}=2^{x+1}+1$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+[(x-2)^3+m-3x+8]2^{x-2}=2^{x+1}+1$$

$$\Leftrightarrow 2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}}+[(x-2)^3+m-3x]2^{x-2}=1$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}}+(x-2)^3+m-3x=\frac{1}{2^{x-2}}$$

$$\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{m-3x}}+\left(\sqrt[3]{m-3x}\right)^3=2^{2-x}+(2-x)^3\ (1)$$

+) Xét hàm số $f(t)=2^t+t^3\Rightarrow f'(t)=2^t\ln 2+3t^2>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy phương trình $(1)\Leftrightarrow 2-x=\sqrt[3]{m-3x}\Leftrightarrow -x^3+6x^2-9x+8=m\ (2)$

+) Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm m để phương trình (2) có đúng 1 nghiệm

+) Đặt $g(x)=-x^3+6x^2-9x+8$

$$\Rightarrow g'(x)=-3x^2+12x-9; g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$$

$\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}g(1)=4\\g(3)=8\end{array}\right.$ là các giá trị cực trị của hàm số $g(x)$. Vậy để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm thì $\left[\begin{array}{l}m>8\\m<4\end{array}\right.$

+) Với $\left\{\begin{array}{l}m>8\\m\in[0;2023]\end{array}\right.\Rightarrow\ m\in[9;2023]\Rightarrow$ có 2015 giá trị $m\in\mathbb{Z}$

+) Với $\left\{\begin{array}{l}m<4\\m\in[0;2023]\end{array}\right.\Rightarrow\ m\in[0;3]\Rightarrow$ có 4 giá trị $m\in\mathbb{Z}$

Vậy có 2019 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $y=\left|x^3+3mx\sqrt{x^2+1}\right|$ với $m\in\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^3+3mx\sqrt{x^2+1}$, $\forall x\in\mathbb{R}$

$$f'(x)=3x^2+\frac{3m(2x^2+1)}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2\sqrt{x^2+1}+m(2x^2+1)=0\ (1)$$

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\ (t\ge 1)$ thì (1) trở thành $(t^2-1)t+m(2t^2-1)=0\Leftrightarrow m=\frac{t-t^3}{2t^2-1}$, $t\ge 1$

Đặt $g(t)=\dfrac{t-t^3}{2t^2-1},\ t\ge 1$

$g'(t)=\dfrac{-2t^4+t^2-1}{\left(2t^2-1\right)^2}<0,\ \forall t\ge 1$

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$		$+\infty$
$g'(t)$	$-$		
$g(t)$	0	$\searrow$	$-\infty$

- Nếu $m>0$ thì $f'(x)=0$ vô nghiệm, khi đó $f(x)$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$ nên $y=\left|f(x)\right|$ có tối đa một cực trị.
- Nếu $m=0$ thì $y=\left|f(x)\right|=\left|x^3\right|$ có đúng một cực trị.
- Nếu $m<0$ thì $m=g(t)$ có đúng một nghiệm đơn $t>1$, tức là phương trình $f'(x)=0$ có đúng hai nghiệm đơn, kí hiệu là x_1,x_2.

  Khi đó bảng biến thiên của $f(x)$ là

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(x_1)$	$\searrow$	$f(x_2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận xét:

{Số điểm cực trị $\left|f(x)\right|$} = {Số điểm cực trị $f(x)$} + {Số nghiệm đơn của $f(x)=0$}.

Do đó $f(x)=0$ phải có nhiều nghiệm đơn nhất là 3.

Tức là $y=\left|f(x)\right|$ có tối đa 5 cực trị.

Ta chỉ ra một giá trị m để $y=\left|f(x)\right|$ có đúng 5 cực trị.

Với $m=-1$ thì $f(x)$ luôn có hai cực trị x_1,x_2 và

$$f(x)=0\Leftrightarrow x^3-3x\sqrt{x^2+1}=0\Leftrightarrow\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3\sqrt{x^2+1}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}}\\x=-\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{13}}{2}}.\end{array}\right.$$

Vậy $y=\left|f(x)\right|$ có tối đa 5 cực trị, xảy ra chẳng hạn khi $m=-1$.

-----HẾT-----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HOÀ BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho $f(x)=2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)d(x)=2^x+C.$ **B.** $\int f(x)d(x)=2^x.\ln 2+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	↘	-6	↗	0	↘	-2	↗	8

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-3;3\right]$ bằng

A. $8.$ **B.** $-3.$ **C.** $-2.$ **D.** $-6.$

Câu 3: Cho cấp số nhân với $u_1=-2;u_2=6$ giá trị của công bội q bằng

A. $\pm\dfrac{1}{3}.$ **B.** $3.$ **C.** $\pm 3.$ **D.** $-3.$

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=2-3i;\ z_2=3-i$. Số phức liên hợp của $w=z_1-z_2$ bằng

A. $-1-2i.$ **B.** $1-2i.$ **C.** $-1+2i.$ **D.** $1+2i$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1).$ **B.** $(-3;+\infty).$ **C.** $(-\infty;-2).$ **D.** $(-\infty;1).$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=(4-x)^{\sqrt{3}}$ là.

A. $(4;+\infty).$ **B.** $(-\infty;4).$ **C.** $(-\infty;4].$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}.$

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. $0.$ **B.** $2.$ **C.** $1.$ **D.** $3.$

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng.

A. $-5.$ **B.** $5.$ **C.** $-1.$ **D.** $1.$

Câu 9: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Câu 10: Cho hình nón có bán kính $r=4$ và đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng.

A. $S_{xq}=40\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=10\pi$. **D.** $S_{xq}=20\pi$.

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b$. **B.** $5+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{5}\log_a b$. **D.** $5\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây ***không thuộc*** mặt phẳng $(P): x+3y-2z-1=0$

A. $(3;1;3)$. **B.** $(-1;2;2)$. **C.** $(-2;-1;-3)$. **D.** $(0;1;1)$.

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\frac{1}{3x\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{1}{3x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(2;-1;1)$; $\vec{b}=(1;1;-3)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là

A. $(2;-1;-3)$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+3}<25^{2x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 16: Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 17: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn 2 học sinh của tổ đó đi trực nhật là

A. 55. **B.** 25. **C.** 110. **D.** 30.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là

A. $S=-\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x$ **C.** $S=\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_5^{-1} |f(x)|\mathrm{d}x$

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Câu 20: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=2x$. **B.** $f(x)=\frac{x^3}{3}$ **C.** $f(x)=2x+1$. **D.** $f(x)=x^3$.

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính $r=\sqrt{6}$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng?

A. $V=8\pi\sqrt{6}$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=144\pi$. **D.** $V=8\pi$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=66$. **B.** $x=68$. **C.** $x=65$. **D.** $x=63$.

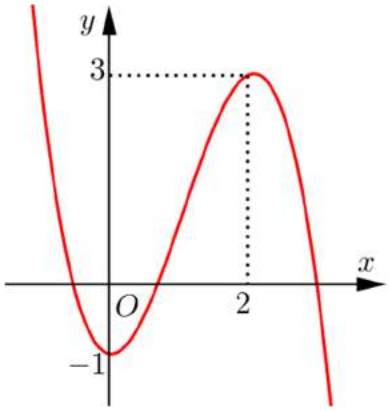
Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 27. Độ dài đường chéo AC' của khối lập phương đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parapol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{64\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{256\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;3)$ và đi qua $A(1;0;1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+3)^2=17$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;4)$; $B(3;1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+2y-z+3=0$. **B.** $2x+4y-2z+3=0$.

C. $x+2y-z-3=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

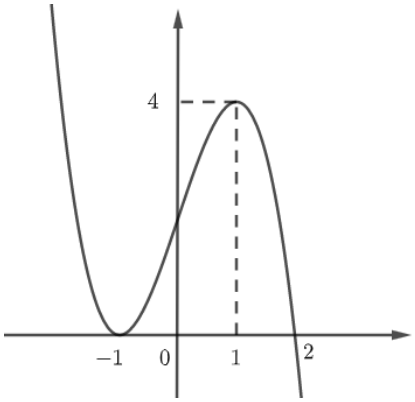
Câu 29: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 2 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy ra 3 viên bi có đủ 3 màu là

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{35}$. **C.** $\dfrac{2}{35}$. **D.** $\dfrac{23}{35}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 31: Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

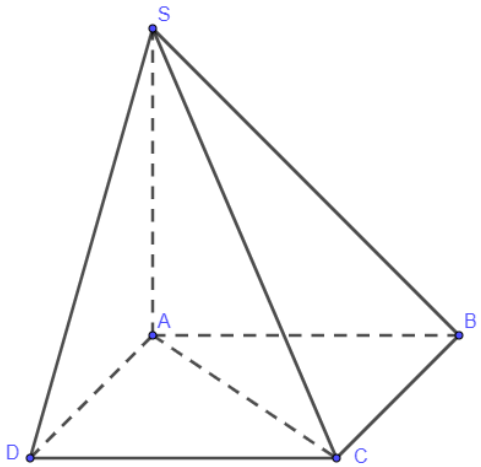
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2-2t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Câu 33: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a, AC=4a, SA\perp(ABCD)$ và $SA=3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{12a}{5}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$.

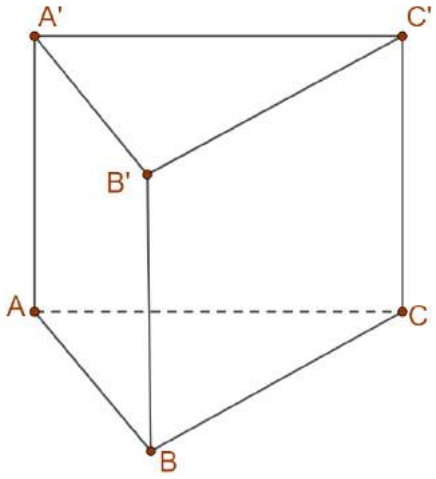
Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{1+2i}\right|=1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C). Bán kính z của đường tròn (C) bằng

A. $r=5$. **B.** $r=\sqrt{5}$. **C.** $r=\sqrt{3}$. **D.** $r=1$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=3a$, cạnh bên $AA'=a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

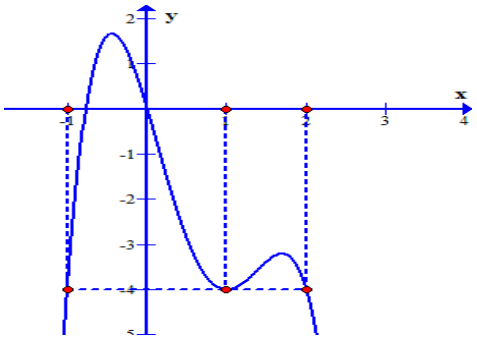
Câu 38: Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx=4, \int_0^3 g(x)\,dx=-3$ thì $\int_0^3 \left[f(x)-2g(x)+2x\right]dx$ bằng

A. 3. **B.** 39. **C.** 19. **D.** 15.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB=a\sqrt{3}, BC=2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là

A. $7\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

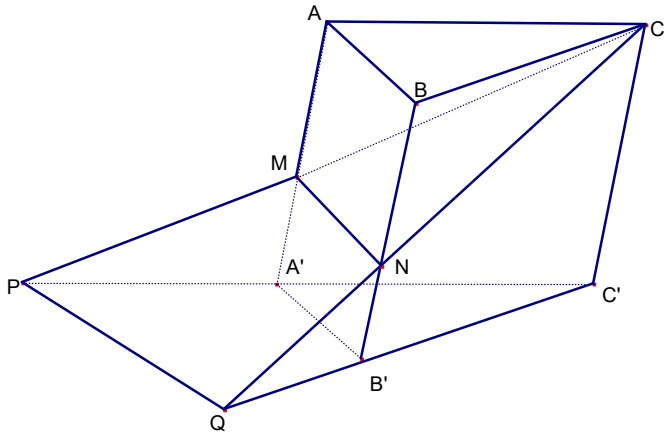
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e, (a,b,c,d,e\in R)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)+8x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(-1)-4$. **B.** $f(2)+8$. **C.** $f(4)+16$. **D.** $f(0)$.

Câu 41: Cho khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M,N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh AA',BB' sao cho M là trung điểm của cạnh AA' và $NB=3NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q (tham khảo hình vẽ).



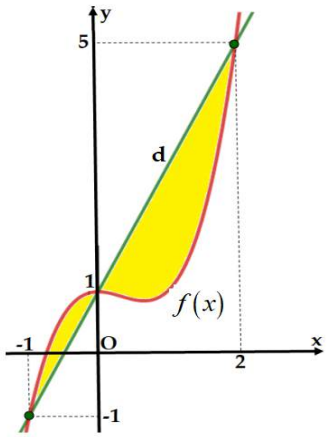
Thể tíc khối đa diện $A'MP.B'NQ$ bằng

A. $\frac{11}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 42: Cho phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1)=\log_3(mx-15)$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng (d): $y=ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=\frac{5}{12}$. Tích phân $\int_{0}^{1} xf'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{13}{3}$. **C.** $\frac{20}{3}$. **D.** $\frac{50}{3}$.

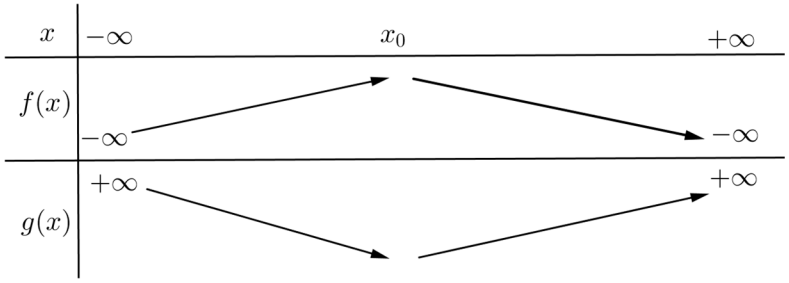
Câu 44: Xét hai số phức z_1,z_2 thay đổi đồng thời thỏa mãn các điều kiện $|z_1-6-2i|=|z_2-6-2i|=5$ và $|z_1-3|^2+|z_2-3|^2=|z_1-z_2|^2$. Đặt $P=|z_1+z_2-3|$, giá trị lớn nhất của P thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(12;13)$. **C.** $(13;14)$ **D.** $(11;12)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0),B(-1;1;4),C(5;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+7=0$. Giả sử d là đường thẳng bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) luôn đi qua điểm B. Gọi M là hình chiếu của C lên d. Giá trị lớn nhất của AM bằng

A. $4\sqrt{2}+3$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}+4$. **D.** $4\sqrt{2}+1$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f(x_0)-g(x_0)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f(x)-g(x)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng



A. 6. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x), f(x)>e^x, \forall x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x, f(1)=3e$.Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $3e^2-3e$. **B.** $3e^2-e$. **C.** $3e^2$. **D.** $3e^2+e$

Câu 48: Trong không gian $Ozyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ và ba điểm $A(0;1;0), B(0;0;1), C(3;-2;-1)$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu thỏa mãn $MA^2-\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=0$ là đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{34}}{5}$. **C.** $\frac{6\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{12}{5}$

Câu 49: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|3i+5-iz_1\right|=\left|\overline{z_2}-3-5i\right|=5$ và $\left|z_1-z_2\right|=6$. Môđun của số phức $\omega=z_1+z_2-6+10i$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $1\le x\le 2023$ và

$$(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+\frac{xy-2x-y+2}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0?$$

A. 4046. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 4044.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.D**	**3.D**	**4.C**	**5.C**	**6.B**	**7.B**	**8.A**	**9.B**	**10.D**
11.C	**12.A**	**13.D**	**14.D**	**15.A**	**16.C**	**17.A**	**18.B**	**19.A**	**20.A**
21.B	**22.C**	**23.D**	**24.C**	**25.C**	**26.A**	**27.C**	**28.A**	**29.B**	**30.A**
31.B	**32.D**	**33.B**	**34.D**	**35.C**	**36.B**	**37.B**	**38.C**	**39.D**	**40.B**
41.D	**42.A**	**43.C**	**44.B**	**45.B**	**46.D**	**47.B**	**48.D**	**49.C**	**50.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho $f(x)=2^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)d(x)=2^x+C.$ **B.** $\int f(x)d(x)=2^x.\ln 2+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	-3		-2		0		1		3
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	1	↘	-6	↗	0	↘	-2	↗	8

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 8. **B.** -3. **C.** -2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng -6.

Câu 3: Cho cấp số nhân với $u_1=-2;u_2=6$ giá trị của công bội q bằng

A. $\pm\dfrac{1}{3}.$ **B.** 3. **C.** $\pm 3.$ **D.** $-3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{-2}=-3$

Vậy $q=-3$.

Câu 4: Cho hai số phức $z_1=2-3i;\ z_2=3-i$. Số phức liên hợp của $w=z_1-z_2$ bằng

A. $-1-2i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $1+2i$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\mathrm{w} = \mathrm{z}_1 - z_2 = (2-3i)-(3-i) = -1-2i.$

Số phức liên hợp của $\mathrm{w} = \mathrm{z}_1 - z_2$ là $\overline{\mathrm{w}} = -1+2i.$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	∞		-2		1		∞
y'		-	0	–	0	+	
y	∞	↘	1	↘	-3	↗	∞

Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = (4-x)^{\sqrt{3}}$ là.

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $4-x>0 \Leftrightarrow x<4 \Leftrightarrow x \in (-\infty;4)$

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với trục hoành là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - 3x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng.

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Vì $M(-5;1)$ là điểm biểu diễn số phức $z \Rightarrow z = -5+i$

Vậy phần thực của z bằng -5.

Câu 9: Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng.

A. 12. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đó là: $V=\frac{1}{3}.6.4=8.$.

Câu 10: Cho hình nón có bán kính $r=4$ và đường sinh $l=5$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng.

A. $S_{xq}=40\pi$. **B.** $S_{xq}=15\pi$. **C.** $S_{xq}=10\pi$. **D.** $S_{xq}=20\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón là : $S_{xq}=\pi.r.l=20\pi.$

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b$. **B.** $5+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{5}\log_a b$. **D.** $5\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^5} b=\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây ***không thuộc*** mặt phẳng $(P):x+3y-2z-1=0$

A. $(3;1;3)$. **B.** $(-1;2;2)$. **C.** $(-2;-1;-3)$. **D.** $(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm $(3;1;3)$ không thuộc mặt phẳng $(P):x+3y-2z-1=0$ vì $3+3.1-2.3-1=-1\neq 0$.

Câu 13: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log(3x)$ là

A. $y'=\frac{1}{3x\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{1}{3x\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\left[\log(3x)\right]'=\frac{(3x)'}{3x\ln 10}=\frac{3}{3x\ln 10}=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(2;-1;1)$; $\vec{b}=(1;1;-3)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ là

A. $(2;-1;-3)$. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=2.1+(-1).1+1.(-3)=-2$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+3}<25^{2x-3}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x+3}<25^{2x-3}\Leftrightarrow 5^{x+3}<\left(5^2\right)^{2x-3}\Leftrightarrow 5^{x+3}<5^{4x-6}\Leftrightarrow x+3<4x-6\Leftrightarrow 3x>9\Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(3;+\infty)$.

Câu 16: Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** -8. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=-2+6=4.$

Câu 17: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn 2 học sinh của tổ đó đi trực nhật là

A. 55. **B.** 25. **C.** 110. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 học sinh từ 11 học sinh của tổ đi trực nhật là $C_{11}^2=55$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là

A. $S=-\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **B.** $S=\int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x$ **C.** $S=\int_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x$ **D.** $S=\int_5^{-1} |f(x)|\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=5$ là $S=\int_{-1}^5 |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 19: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+5=0$. Khi đó giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

$z^2-2z+5=0$ có $\Delta'=-4\Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

$z_1=1-2i;\ z_2=1+2i\Rightarrow |z_1|+|z_2|=2\sqrt{5}$.

Câu 20: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=2x.$ **B.** $f(x)=\dfrac{x^3}{3}$ **C.** $f(x)=2x+1.$ **D.** $f(x)=x^3.$

Lời giải

Chọn A

$\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+C\Rightarrow f(x)=\left(x^2\right)'=2x.$

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính $r=\sqrt{6}$ và chiều cao $h=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng?

A. $V=8\pi\sqrt{6}$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=144\pi$. **D.** $V=8\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\pi.r^2.h=24\pi$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=66$. **B.** $x=68$. **C.** $x=65$. **D.** $x=63$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_4(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=4^3\Leftrightarrow x=65$.

Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

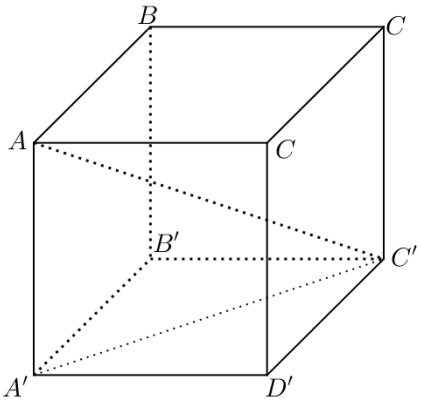
Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}y=-\infty$. Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 24: Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 27. Độ dài đường chéo AC' của khối lập phương đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

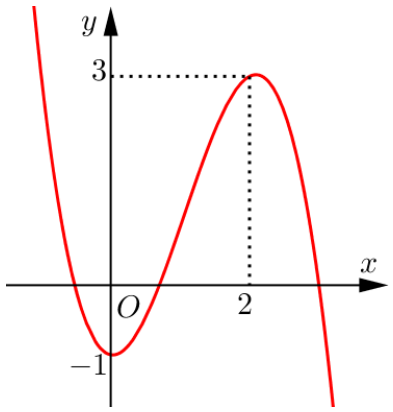
Chọn C



Ta có $AB^3 = 27 \Rightarrow AB = 3$.

Khi đó $AC'^2 = AA'^2 + A'C'^2 = AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2 = 27 \Rightarrow AC' = 3\sqrt{3}$.

Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** −1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -1.

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi parapol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi (H) khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{64\pi}{15}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{256\pi}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$$V = \pi \int_0^2 \left[(2x)^2 - \left(x^2\right)^2 \right] \mathrm{d}x = \pi \int_0^2 \left(4x^2 - x^4\right) \mathrm{d}x = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - \frac{x^5}{5} \right) \Bigg|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;3)$ và đi qua $A(1;0;1)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 9$. **B.** $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 17$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

$IA=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;3)$ và đi qua $A(1;0;1)$ có bán kính $R=IA=3$ có phương trình là $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;4)$; $B(3;1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

A. $x+2y-z+3=0$. **B.** $2x+4y-2z+3=0$.

C. $x+2y-z-3=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I(2;-1;3)$.

$\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của AB đi qua điểm $I(2;-1;3)$ và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;4;-2)$ có phương trình là:

$2(x-2)+4(y+1)-2(z-3)=0$

$\Leftrightarrow 2x+4y-2z+6=0$

$\Leftrightarrow x+2y-z+3=0$

Câu 29: Một hộp chứa 3 viên bi xanh, 2 viên bi vàng, 2 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để lấy ra 3 viên bi có đủ 3 màu là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{12}{35}$. **C.** $\frac{2}{35}$. **D.** $\frac{23}{35}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp chứa 7 viên bi thì có số cách là $C_7^3=35$.

$\Rightarrow n(\Omega)=35$.

Gọi biến cố A: "3 viên bi được lấy ra có đủ 3 màu".

$\Rightarrow n(A)=C_3^1.C_2^1.C_2^1=12$

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12}{35}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

$1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$

Điều kiện: $\begin{cases}x-2>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>2\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow x>2\quad(1)$.

$1+\log_2(x-2)>\log_2(x-1)$

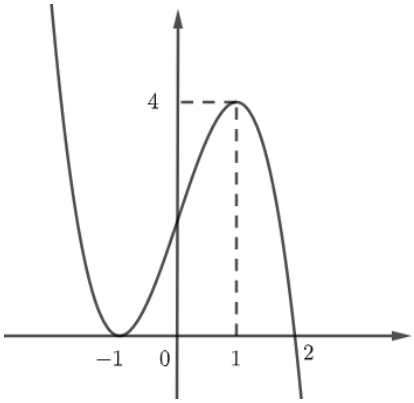
$\Leftrightarrow \log_2\left[2.(x-2)\right]>\log_2(x-1)$

$\Leftrightarrow 2x-4>x-1$

$\Leftrightarrow x>3\quad(2)$

Từ (1) và (2) suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=(3;+\infty)$.

Câu 31: Cho hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$, có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên



Hàm số $y=f(x)$ có số điểm cực trị là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=2$. Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;-2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-1=0$. Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=-2-2t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\Delta\perp(P)\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_P}=(2;-1;-1)$

Câu 33: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-2}}{x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

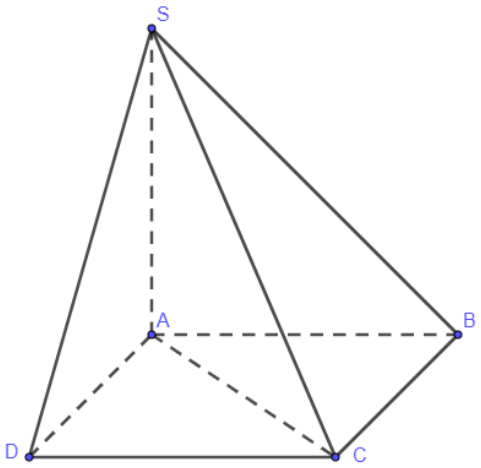
Chọn B

ĐKXĐ: $\left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 2 \end{array}\right.$

Ta có: $\lim\limits_{x \to -3^+} y = +\infty; \lim\limits_{x \to -3^-} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCĐ $x = -3$

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = -1; \lim\limits_{x \to +\infty} y = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có TCN $y = \pm 1$

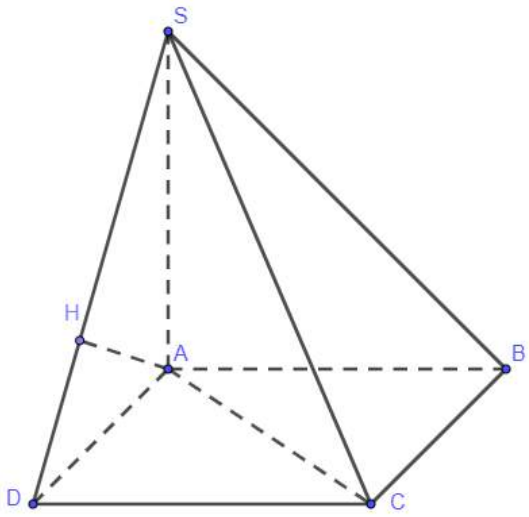
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a, AC = 4a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng



A. $\dfrac{12a}{5}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{13}a}{13}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{7}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SD$

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Mặt khác: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$

Vì $AB//(SCD) \Rightarrow d(AB,(SCD)) = d(A,(SCD)) = AH$

Ta có: $AD = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{3}a$

Xét ΔSAD vuông tại A, đường cao AH:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{6\sqrt{7}a}{7}$$

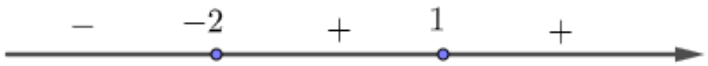
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

Câu 36: Cho số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z}{1+2i}\right| = 1$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C). Bán kính z của đường tròn (C) bằng

A. $r = 5$. **B.** $r = \sqrt{5}$. **C.** $r = \sqrt{3}$. **D.** $r = 1$.

Lời giải

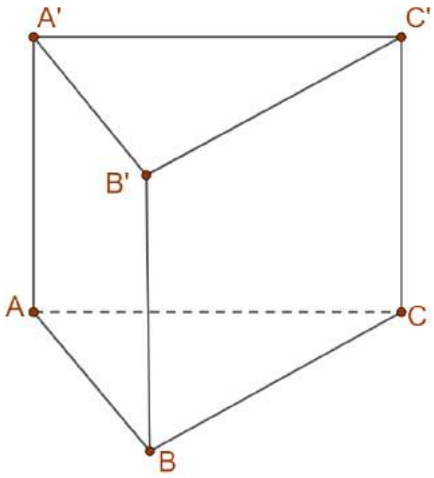
Chọn B

Ta có $\left|\frac{z}{1+2i}\right| = 1 \Leftrightarrow |z| = |1+2i| \Leftrightarrow |z| = \sqrt{5}$.

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) : x^2 + y^2 = 5$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn (C) có bán kính là $\sqrt{5}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = 3a$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ)

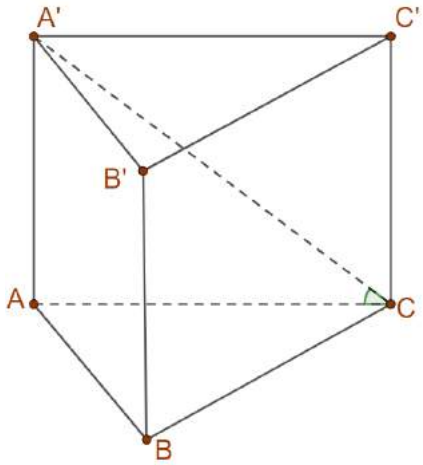


Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $(A'C,(ABC)) = \widehat{A'CA}$, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 3a\sqrt{2}$.

$\tan \widehat{A'CA} = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 30°$.

Câu 38: Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx = 4, \int_0^3 g(x)\,dx = -3$ thì $\int_0^3 [f(x) - 2g(x) + 2x]\,dx$ bằng

A. 3. **B.** 39. **C.** 19. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có

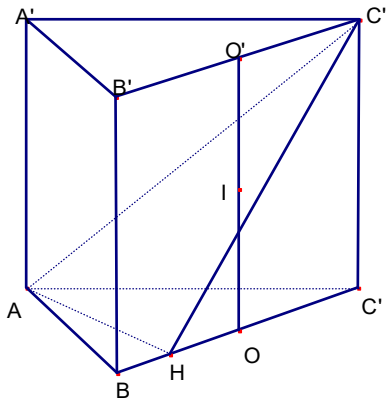
$$\int_0^3 [f(x) - 2g(x) + 2x]\,dx = \int_0^3 f(x)\,dx - 2\int_0^3 g(x)\,dx + \int_0^3 2x\,dx = 4 - 2.(-3) + 9 = 19.$$

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AB = a\sqrt{3}, BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là

A. $7\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ đường cao AH của tam giác $ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

$\Rightarrow \left(AC'\left(BCC'B'\right)\right) = \left(AC', HC'\right) = \widehat{AC'H} = 30^0$.

$\Rightarrow AC' = \dfrac{HA}{\sin 30^0} = \sqrt{3}a \Rightarrow CC' = \sqrt{2}a$.

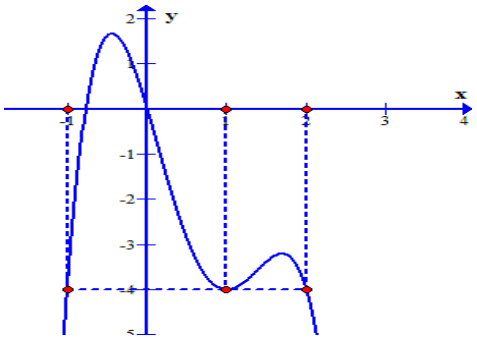
Gọi O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

$\Rightarrow$ tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là trung điểm của OO'.

Bán kính $\Rightarrow R = \sqrt{OI^2 + OB^2} = \sqrt{\left(\dfrac{CC'}{2}\right)^2 + OB^2} = \dfrac{\sqrt{6}a}{2}$

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, \left(a, b, c, d, e \in R\right)$ và đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right) = f\left(2x\right) + 8x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2}; 1\right]$ bằng

A. $f\left(-1\right) - 4$. **B.** $f\left(2\right) + 8$. **C.** $f\left(4\right) + 16$. **D.** $f\left(0\right)$.

Lời giải

Chọn B

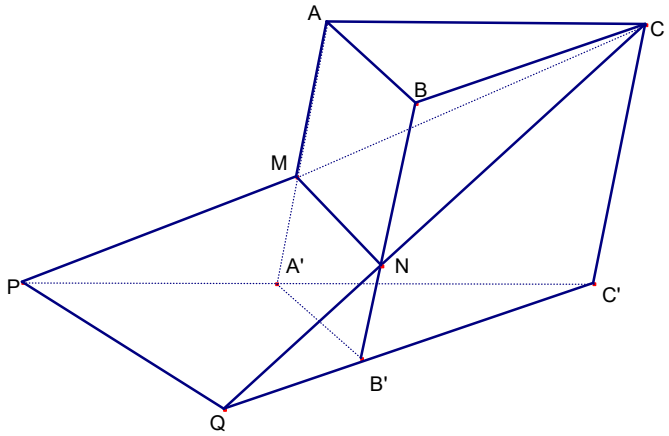
Xét hàm số $g\left(x\right) = f\left(2x\right) + 8x$

Đặt $t=2x$ vì $x\left[-\frac{1}{2};1\right]\Rightarrow t\in[-1;2]\Rightarrow g(t)=f(t)+4t$

$\Rightarrow g'(t)=2f'(t)+4\geq 0\forall t\in[-1;2]\Rightarrow g(t)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

$\underset{[-1;2]}{Max}g(t)=g(2)=f(2)+8$.

Câu 41: Cho khối trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M,N lần lượt là hai điểm nằm trên các cạnh AA',BB' sao cho M là trung điểm của cạnh AA' và $NB=3NB'$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $A'C'$ tại P, đường thẳng CN cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q (tham khảo hình vẽ).



Thể tíc khối đa diện $A'MP.B'NQ$ bằng

A. $\frac{11}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{11}{8}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: M là trung điểm của AA' và $MA'\parallel CC'\Rightarrow MA'$ là đường trung bình của $\Delta PCC'$.

$\Rightarrow A'$ là trung điểm của PC'.

Vì $\Delta QB'N\approx\Delta QCC'\Rightarrow\frac{QB'}{QC}=\frac{B'N}{CC'}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{B'C'}{C'Q}=\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow\frac{V_{C.C'A'B'}}{V_{C.C'PQ}}=\frac{S_{A'B'C'}}{S_{C'PQ}}=\frac{C'A'.C'B'}{C'P.C'Q}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{CC'PQ}=3V_{C.C'A'B'}=V_{ABC.A'B'C'}$.

Mặt khác: $\frac{V_{CMN.C'A'B'}}{V_{C'A'B'.CAB}}=\frac{AM}{AA'}+\frac{B'N}{BB'}+\frac{CC'}{CC'}=\frac{11}{18}\Rightarrow V_{CMN.C'A'B'}=\frac{11}{18}V_{C'A'B'.CAB}$.

$\Rightarrow V_{A'MP.B'NQ}=V_{C.C'A'B'}-V_{CMN.C'A'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-\frac{11}{18}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{7}{18}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{7}{2}$.

Câu 42: Cho phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1)=\log_3(mx-15)$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

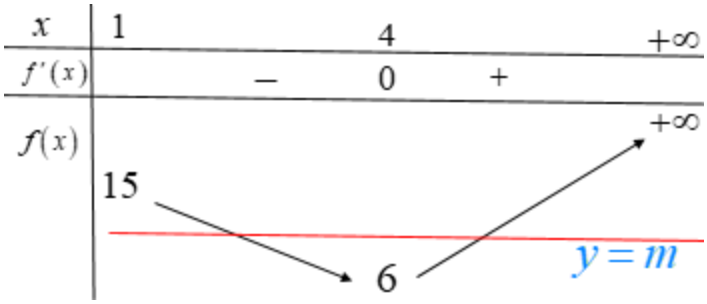
Chọn A

Phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-1)=\log_3(mx-15)$. Điều kiện: $x>1$.

$\Rightarrow \log_3(x-1)^2 = \log_3(mx-15) \Leftrightarrow (x-1)^2 = mx-15 \Leftrightarrow m = x-2+\dfrac{16}{x}$.

Xét hàm số: $f(x) = x-2+\dfrac{16}{x},\ (x>1) \Rightarrow f'(x) = 1-\dfrac{16}{x^2} = \dfrac{x^2-16}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4\ (do\ x>1)$.

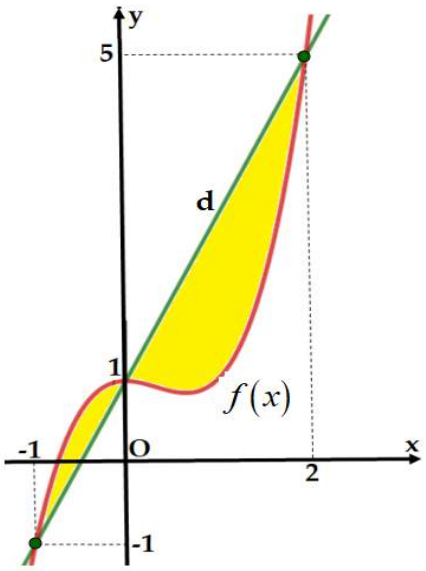
BBT:



Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi $6 < m < 15 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m \in \{7;8;...;14\}$

$\Rightarrow$ Số giá trị m thỏa mãn là 8.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đường thẳng (d): $y = ax+b$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$ và $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\,dx = \dfrac{5}{12}$. Tích phân $\int\limits_{0}^{1} xf'(2x)\,dx$ bằng

A. $\dfrac{35}{8}$. **B.** $\dfrac{13}{3}$. **C.** $\dfrac{20}{3}$. **D.** $\dfrac{50}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị suy ra được phương trình đường thẳng (d): $y = 2x+1$.

+) Diện tích phần tô đậm bằng $\dfrac{37}{12}$, suy ra:

$$\int\limits_{-1}^{2} \left|f(x)-(2x+1)\right|dx = \frac{37}{12} \Leftrightarrow \int\limits_{-1}^{0} \left[f(x)-(2x+1)\right]dx - \int\limits_{0}^{2} \left[f(x)-(2x+1)\right]dx = \frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{0} (2x+1)\mathrm{d}x - \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{2} (2x+1)\mathrm{d}x = \frac{37}{12} \Leftrightarrow \frac{5}{12} - 0 - \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x + 6 = \frac{37}{12}$$

$$\Leftrightarrow \int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{10}{3}.$$

+) Xét tích phân $I = \int_{0}^{1} xf'(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $2x = t \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}t}{2}$. Đổi cận:

$x = 0 \Rightarrow t = 0;\ \ x = 1 \Rightarrow t = 2.$

Khi đó $I = \int_{0}^{2} \frac{t}{2} f'(t)\frac{\mathrm{d}t}{2} = \frac{1}{4}\int_{0}^{2} tf'(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{4}\int_{0}^{2} xf'(x)\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} x = u \\ f'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}x = \mathrm{d}u \\ f(x) = v \end{cases}$

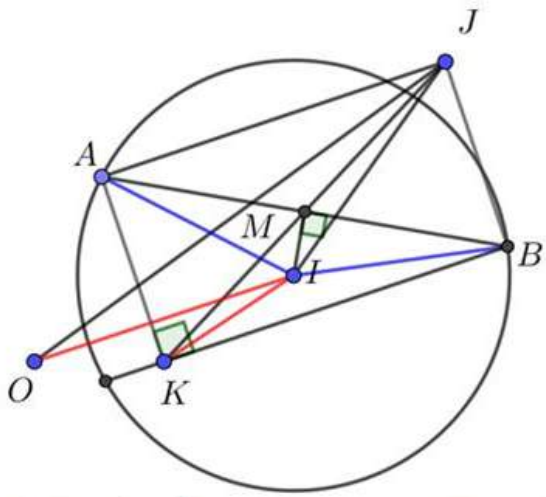
$$\Rightarrow I = xf(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2f(2) - \frac{10}{3} = 2.5 - \frac{10}{3} = \frac{20}{3}.$$

Câu 44: Xét hai số phức z_1, z_2 thay đổi đồng thời thỏa mãn các điều kiện $|z_1 - 6 - 2i| = |z_2 - 6 - 2i| = 5$ và $|z_1 - 3|^2 + |z_2 - 3|^2 = |z_1 - z_2|^2$. Đặt $P = |z_1 + z_2 - 3|$, giá trị lớn nhất của P thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(12;13)$. **C.** $(13;14)$ **D.** $(11;12)$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $A(z_1), B(z_2)$. Từ giả thiết ta có:

+) $|z_1 - 6 - 2i| = |z_2 - 6 - 2i| = 5 \Rightarrow A, B \in$ đường tròn (C) tâm $I(6;2)$, bán kính $R = 5$.

+) $|z_1 - 3|^2 + |z_2 - 3|^2 = |z_1 - z_2|^2 \Rightarrow AK^2 + BK^2 = AB^2 \Rightarrow \Delta ABK$ vuông tại K, với $K(3;0)$.

Gọi M là trung điểm của AB, J là điểm đối xứng với K qua M. Khi đó: $P = OJ$.

Theo công thức đường trung tuyến $IM^2 = \frac{IK^2 + IJ^2}{2} - \frac{KJ^2}{4}$, lại có: $IM^2 = IA^2 + AM^2$

Suy ra: $IJ^2 = 2AI^2 - IK^2 \Rightarrow IJ = \sqrt{37}$.

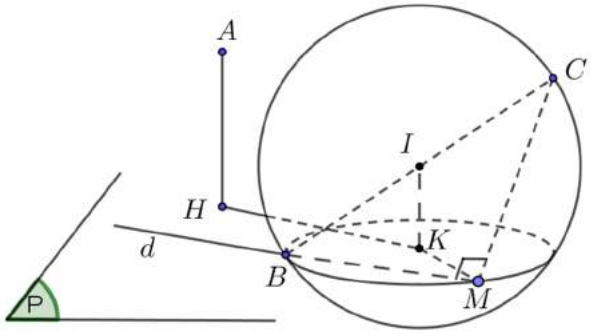
Điểm J di động trên đường tròn tâm I, bán kính $\sqrt{37}$ nên $OJ_{\max} = OI + \sqrt{37} \approx 12,4$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0), B(-1;1;4), C(5;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+7=0$. Giả sử d là đường thẳng bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) luôn đi qua điểm B. Gọi M là hình chiếu của C lên d. Giá trị lớn nhất của AM bằng

A. $4\sqrt{2}+3$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}+4$. **D.** $4\sqrt{2}+1$.

Lời giải

Chọn B



+ Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(2;1;1)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và I lên mặt phẳng (P). Phương trình tham số đường thẳng $AH: \begin{cases} x=3+t \\ y=1+2t \\ z=-2t \end{cases}$.

+ Điểm $H \in AH \Rightarrow H(3+t;1+2t;-2t)$ mà $H \in (P) \Rightarrow (3+t)+2(1+2t)-2(-2t)+7=0$

$\Leftrightarrow 9t+12=0 \Leftrightarrow t=-\frac{4}{3} \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};-\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$.

+ Tương tự ta tìm được toạ độ điểm $K(1;-1;3)$. Ta có, $AH=4, IK=3$ và $HK=1$.

+ Hai điểm B, C cố định mà tam giác BMC vuông tại M nên M nằm trên mặt cầu (S) tâm I bán kính $IM=\frac{BC}{2}=3\sqrt{2}$, mà $M \in (P)$ nên M nằm trên đường tròn (C) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P).

+ Đường tròn (C) có tâm K bán kính $KM=\sqrt{IM^2-IK^2}=3$

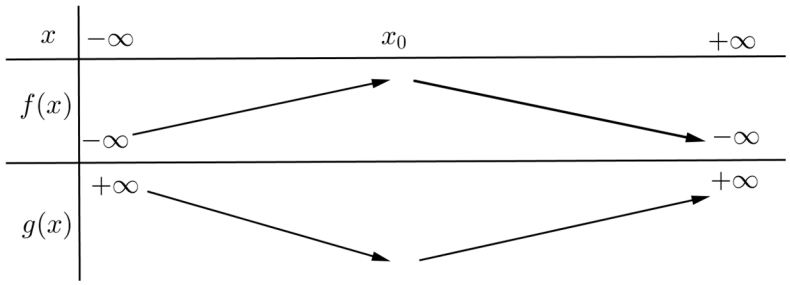
+ Xét tam giác AHM vuông tại H có $AM=\sqrt{AH^2+HM^2}=\sqrt{16+HM^2}$.

mà $HM \le HK+KM=1+3=4 \Rightarrow AM \le \sqrt{16+4^2}=4\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi K nằm giữa HM.

Vậy giá trị lớn nhất của AM bằng $4\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f(x_0)-g(x_0)=6$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|m+1-\left|f(x)-g(x)\right|\right|$ có 7 điểm cực trị là $(a;b)$. Tổng $a+b$ bằng



A. 6. **B.** -5. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

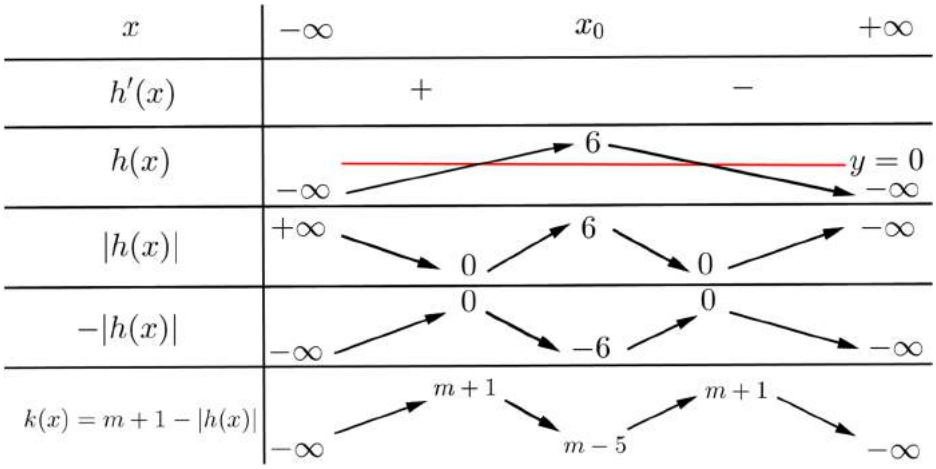
Đặt $h(x)=f(x)-g(x) \Rightarrow h'(x)=f'(x)-g'(x)$ và $h(x_0)=6$.

+ Trên khoảng $(-\infty;x_0)$ ta có, $f'(x)\geq 0$ và $g'(x)\leq 0$ nên $h'(x)\geq 0$.

+ Trên khoảng $(x_0;+\infty)$ ta có, $f'(x)\leq 0$ và $g'(x)\geq 0$ nên $h'(x)\leq 0$.

Đặt $k(x)=m+1-|h(x)|$, hàm số ban đầu trở thành $y=|k(x)|$.

Bảng biến thiên của hàm số $k(x)$



Để hàm số $y=|k(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đường thẳng $y=0$ cắt đồ thị hàm số $k(x)$ tại 4 điểm phân biệt. Dựa vào BBT ta suy ra $m-5<0<m+1 \Leftrightarrow -1<m<5$. Vậy $a=-1, b=5 \Rightarrow a+b=4$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x), f(x)>e^x, \forall x\in(0;+\infty)$ thỏa mãn $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x, f(1)=3e$.Giá trị $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $3e^2-3e$. **B.** $3e^2-e$. **C.** $3e^2$. **D.** $3e^2+e$

Lời giải

Chọn B

+)Ta có $(x+1)f(x)-xf'(x)=e^x \Leftrightarrow \dfrac{(x+1).e^{-x}}{x^2}f(x)-\dfrac{e^{-x}}{x}f'(x)=\dfrac{1}{x^2}$

$\Leftrightarrow \left[\dfrac{e^{-x}f(x)}{x}\right]' = \dfrac{-1}{x^2} \Leftrightarrow \dfrac{e^{-x}}{x}f(x) = \dfrac{1}{x} + C$

Mà $f(1) = 3e \Rightarrow e^{-1}f(1) = 1 + C \Rightarrow C = 2 \Rightarrow \dfrac{e^{-x}}{x}f(x) = \dfrac{1}{x} + 2$

$\Rightarrow f(x) = (2x+1)e^x$

Vậy $\int\limits_1^2 f(x)dx = \int\limits_1^2 (2x+1)e^x dx = 3e^2 - e$.

Câu 48: Trong không gian $Ozyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và ba điểm $A(0;1;0), B(0;0;1), C(3;-2;-1)$. Tập hợp các điểm M trên mặt cầu thỏa mãn $MA^2 - \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 0$ là đường tròn cố định có bán kính bằng

A. $\dfrac{9}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\dfrac{12}{5}$

Lời giải.

Chọn D

+) $(S):(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm $I(-1;2;3), R = 3$.

+)Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow MA^2 = x^2 + (-y+1)^2 + z^2, \overrightarrow{MB} = (-x;-y;1-z), \overrightarrow{MC} = (3-x;-2-y;-1-z)$

+)Ta có $MA^2 - \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} = 0 \Rightarrow x^2 + (y-1)^2 + z^2 + x(3-x) + y(-2-y) - (1-z)(-1-z) = 0$

$\Leftrightarrow 3x - 4y + 2 = 0\ (P)$

Nên quỹ tích điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

+) $d(I;(P)) = \dfrac{|-3-8+2|}{5} = \dfrac{9}{5}$

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{9 - \dfrac{81}{25}} = \dfrac{12}{5}$.

Câu 49: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|3i + 5 - iz_1| = |\overline{z_2} - 3 - 5i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Môđun của số phức $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i$ bằng

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|3i + 5 - iz_1| = |\overline{z_2} - 3 - 5i| = 5 \Leftrightarrow |z_1 - 3 + 5i| = |z_2 - 3 + 5i| = 5$

Đặt $u = z_1 - 3 + 5i$ và $v = z_2 - 3 + 5i$.

Khi đó ta có được $|u| = |v| = 5$, $|u - v| = 6$ và $|\omega| = |z_1 + z_2 - 6 + 10i| = |u + v|$.

Ta có $|u+v|^2+|u-v|^2=2\left(|u|^2+|v|^2\right)\Leftrightarrow|u+v|^2+36=100\Leftrightarrow|u+v|=8$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $1\le x\le 2023$ và

$$(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+\frac{xy-2x-y+2}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0?$$

A. 4046. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 4044.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}\frac{y-2}{y+2}+1>0\\ \frac{x+2}{x-1}+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2y}{y+2}>0\\ \frac{2x+1}{x-1}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x,y\in\mathbb{Z}\\ y\ge 1\\ x\ge 2\end{cases}$.

Bất phương trình tương đương $(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+\frac{(x-1)(y-2)}{x+2}\log_2\left(\frac{x+2}{x-1}+1\right)\le 0$

$(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\frac{x-1}{x+2}\log_2\left(\frac{3}{x-1}+2\right)\le 0$

Với $x\ge 2$, ta có $\frac{x-1}{x+2}\log_2\left(\frac{3}{x-1}+2\right)>0$.

Nên với $y=1$ và $x\ge 2$ $(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\frac{x-1}{x+2}\log_2\left(\frac{3}{x-1}+2\right)<0$ (Thỏa).

Trường hợp này có 2022 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y=2$ và $x\ge 2$ $(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\frac{x-1}{x+2}\log_2\left(\frac{3}{x-1}+2\right)=0$ (Thỏa).

Trường hợp này có 2022 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $y>2$, $\begin{cases}y+2>0\\ \frac{y-2}{y+2}+1>1\\ y-2>0\end{cases}$ nên $(y+2)\log_3\left(\frac{y-2}{y+2}+1\right)+(y-2)\frac{x-1}{x+2}\log_2\left(\frac{3}{x-1}+2\right)>0$ không thỏa mãn bất phương trình.

Vậy có tất cả 4044 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ TĨNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{3}$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^2-3x+2$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

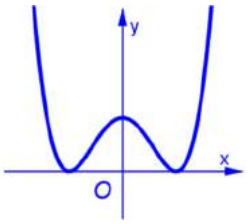
Câu 3: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 30π. **D.** 12π.

Câu 4: Nếu $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3},(x\neq 0)$ là

A. $y'=-3x^{-4}$. **B.** $y'=-3x^2$. **C.** $y'=-3x^{-2}$. **D.** $y'=3x^{-2}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<0$ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 8: Khối lập phương có tất cả bao nhiêu mặt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục tọa độ Ox và Oy bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 10: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$?

A. $F(x)=3x^2$. **B.** $F(x)=3x^4$. **C.** $F(x)=4x^4$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{4}x^4$.

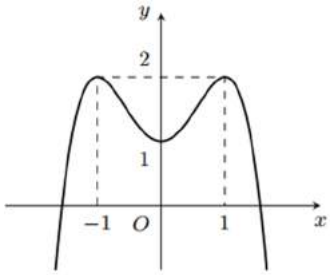
Câu 11: Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. -4. **B.** $-4i$. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 12: Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_0^2 \left[f(x) - 3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại



A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \pm 1$.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\overline{z} = -2 - 3i$. **B.** $\overline{z} = 2 + 3i$. **C.** $\overline{z} = -2 + 3i$. **D.** $\overline{z} = 2 - 3i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

A. $Q(1;3;-2)$. **B.** $M(-2;1;-2)$. **C.** $N(2;-1;2)$. **D.** $P(2;-1;1)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 8$ là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(2;-4;6)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Câu 18: Cho điểm M nằm bên trong mặt cầu S có tâm O, bán kính R. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OM < R$. **B.** $OM = O$. **C.** $OM > R$. **D.** $OM = R$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng tọa độ Oxy có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(1;0;0)$.

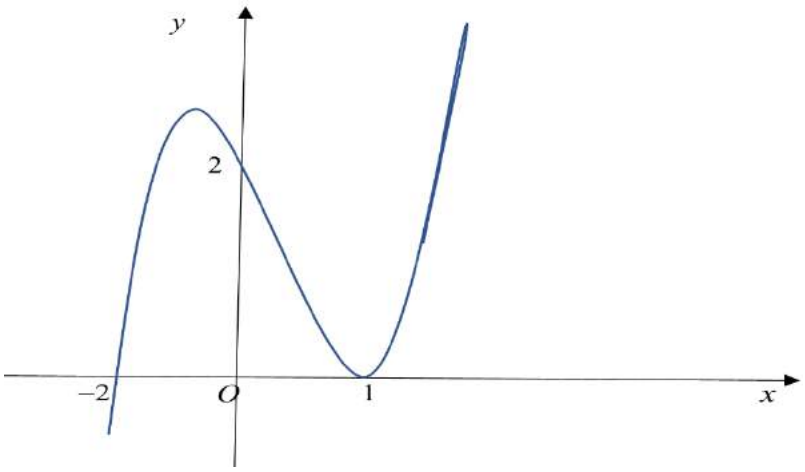
Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d = 3$. **B.** $d = -3$. **C.** $d = 7$. **D.** $d = -7$.

Câu 21: Có bao nhiêu cách xếp 5 người vào ngồi một bàn dài có 5 ghế, mỗi người một ghế?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5.5. **D.** 10.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;1)$.

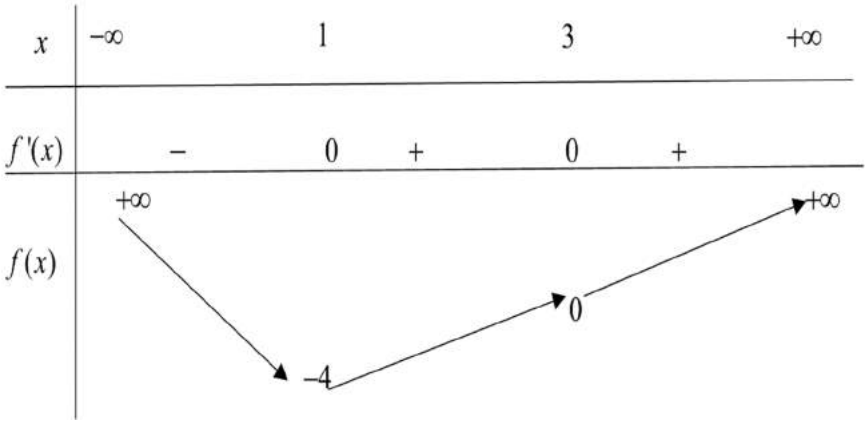
Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(2;-1)$ là điểm biểu diễn số phức

A. $2-i$. **B.** $2+i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $-1-2i$.

Câu 24: Cho khối hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ có $AB = 2, BC = 3, CC' = 4$. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\,dx = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}dx = 2.$

Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$

A. $I = -4$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 6$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $|f(x)|=3$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+x+6$ và $y=0$ bằng

A. $\dfrac{95\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{95}{6}$. **C.** $\dfrac{125\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{125}{6}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=4a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $4a$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **B.** $\alpha=45^\circ$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\alpha=60^\circ$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;5)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(6;15;10)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;5)$. **D.** $\vec{n}=(15;10;6)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;5;6)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ có tọa độ là

A. $M(0;3;4)$. **B.** $M(-3;12;13)$. **C.** $M(-1;4;5)$. **D.** $M(5;-8;-9)$.

Câu 33: Với $0<a\neq 1$ và $x>0$, $a^{\log_a x}$ bằng

A. ax. **B.** a^x. **C.** $\dfrac{x}{a}$. **D.** x.

Câu 34: Từ một tổ có 10 bạn gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ, chọn một đội tình nguyện gồm 4 bạn. Xác suất để chọn được đội có ít nhất 2 bạn nữ là

A. $\dfrac{13}{14}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{23}{42}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=\cos\dfrac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin\dfrac{x}{2}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\sin\dfrac{x}{2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin\dfrac{x}{2}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin\dfrac{x}{2}+C$.

Câu 36: Số nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \dfrac{9}{4}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\pm 2$.

Câu 38: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x}$ trên $[1;2]$

A. $\min\limits_{[1;2]} y = 3$. **B.** $\min\limits_{[1;2]} y = 2$. **C.** $\min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{3}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên $x\in[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) > \log_2(x+5)$?

A. 2023. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Câu 40: Cho số phức z sao cho $(z+2)(\bar{z}+i)$ là một số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x+2y+2=0$. **B.** $x+2y-2=0$. **C.** $x-2y+2=0$. **D.** $x-2y-2=0$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=5$ và điểm $P(2;4;5)$ nằm bên trong mặt cầu. Qua P dựng 3 dây cung AA', BB', CC' của mặt cầu (S) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là PA, PB, PC. Gọi PQ là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng Q luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng.

A. $\dfrac{\sqrt{219}}{6}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{219}}{2}$. **D.** $\sqrt{57}$.

Câu 42: Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $4+3^{2x^2-y+2} = \left(4+9^{2x^2-y}\right)\cdot 7^{y-2x^2+2}$. Khi biểu thức $P=\dfrac{x+y+10}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $x+y$ bằng.

A. $1+8\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $1+9\sqrt{2}$.

Câu 43: Xét các số phức z thỏa mãn $|z-3+i| = 2|z-2i|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 44: Cho hình hộp chữa nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa MN và AA' bằng $30°$. Thể tích hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{6}$. **B.** $2a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(-2)=0.$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số $g(x)=\left|3f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

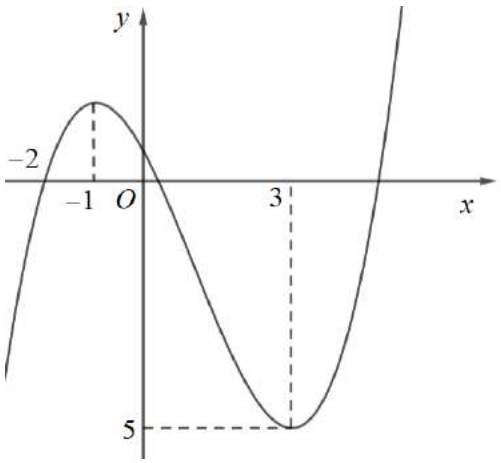
Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		X_1		X_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $g(x)=\frac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 1

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $g(x)=f''(x)+bx-c$ bằng



A. $\frac{145}{2}$. **B.** $\frac{125}{2}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{29}{2}$.

Câu 48: Cho hình trụ (T) có AB,CD lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 10. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 60π. **B.** 15π. **C.** 15π. **D.** 30π.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm A,B,C,D biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$; $d':\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(3;2;1)$, vuông góc với d và cắt d'. Khi đó tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng Oyz là

A. $(0;-11;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(0;11;1)$. **D.** $(0;2;1)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	D	A	A	A	D	A	D	A	D	B	B	A	C	B	A	C	A	A	A	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	A	A	D	C	D	C	A	C	B	B	B	C	D	B	A	A	B	B	C	B	B	C

Câu 1: Đồ thị hàm số nào sau đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{3}$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^2-3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{3}{x}}=2\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

Tập xác định $(0;+\infty)$.

Câu 3: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 30π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.3.4=24\pi$.

Câu 4: Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^1\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

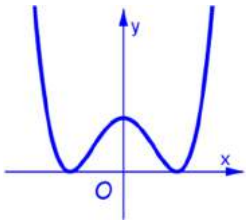
A. 5. **B.** -5. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^1\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x=2-3=-1$.

Câu 5: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^2-2x+1$.

Lời giải

Chọn A

Đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$. Chọn đáp án A.

Câu 6: Đạo hàm của hàm số $y=x^{-3},(x\neq 0)$ là

A. $y'=-3x^{-4}$. **B.** $y'=-3x^2$. **C.** $y'=-3x^{-2}$. **D.** $y'=3x^{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<0$ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2(x-2)<0\Leftrightarrow\begin{cases}x-2>0\\x-2<1\end{cases}\Leftrightarrow 2<x<3.$

Câu 8: Khối lập phương có tất cả bao nhiêu mặt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai trục tọa độ Ox và Oy bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A

Câu 10: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3$?

A. $F(x)=3x^2$. **B.** $F(x)=3x^4$. **C.** $F(x)=4x^4$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{4}x^4$.

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\dfrac{1}{4}x^4\Rightarrow F'(x)=x^3\Rightarrow f(x)=x^3.$

Câu 11: Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng

A. -4. **B.** $-4i$. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z=3-4i$ bằng -4.

Câu 12: Nếu $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^2 \left[f(x)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng

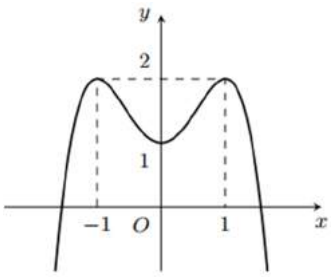
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^2 \left[f(x)-3\right]\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x-3\int_0^2 \mathrm{d}x=5-3x\big|_0^2=5-6=-1$.

Câu 13: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đạt cực tiểu tại



A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\pm 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $\overline{z}=-2-3i$. **B.** $\overline{z}=2+3i$. **C.** $\overline{z}=-2+3i$. **D.** $\overline{z}=2-3i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=2-3i$ là $\overline{z}=2+3i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\\z=-2-t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc d?

A. $Q(1;3;-2)$. **B.** $M(-2;1;-2)$. **C.** $N(2;-1;2)$. **D.** $P(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $t=0$ suy ra $\begin{cases}x=1\\y=3\\z=-2\end{cases}$. Vậy $Q(1;3;-2)\in d$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 8$ là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^x > 8 \Leftrightarrow x > \log_2 8 \Leftrightarrow x > 3$. Vậy $S = (3;+\infty)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(2;-4;6)$. **D.** $(-2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ có tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 18: Cho điểm M nằm bên trong mặt cầu S có tâm O, bán kính R. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OM < R$. **B.** $OM = O$. **C.** $OM > R$. **D.** $OM = R$.

Lời giải

Chọn A

Do điểm M nằm bên trong mặt cầu S có tâm O, suy ra: $OM < R$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng tọa độ Oxy có một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(0;0;1)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Vectơ pháp tuyến của (Oxy) là $(0;0;1)$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d = 3$. **B.** $d = -3$. **C.** $d = 7$. **D.** $d = -7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d = u_3 - u_2 = 5 - 2 = 3$

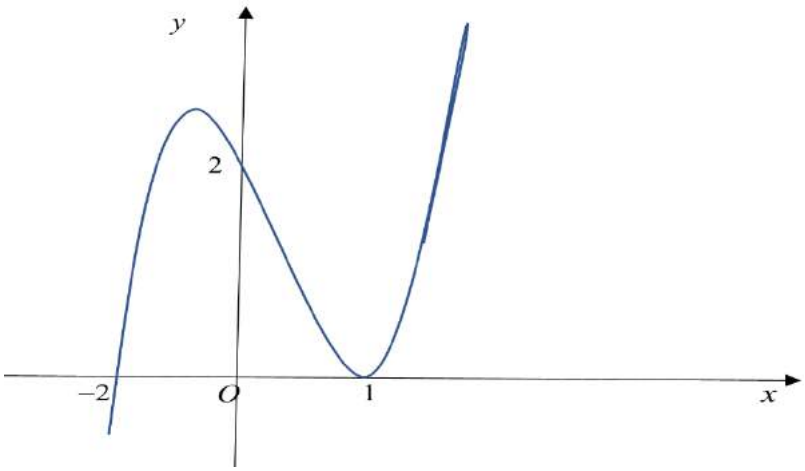
Câu 21: Có bao nhiêu cách xếp 5 người vào ngồi một bàn dài có 5 ghế, mỗi người một ghế?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5.5. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(2;-1)$ là điểm biểu diễn số phức

A. $2-i$. **B.** $2+i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $-1-2i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 24: Cho khối hộp chữ nhật $ABCDA'B'C'D'$ có $AB=2, BC=3, CC'=4$. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng

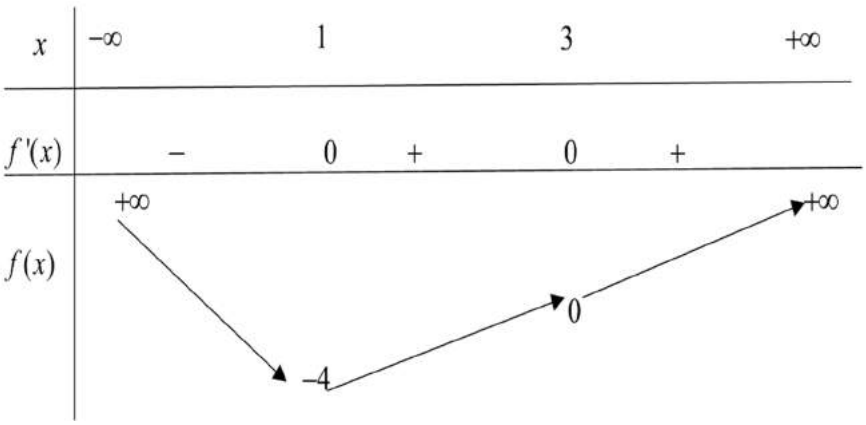
A. 12. **B.** 24. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$V=2.3.4=24$

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2.$

Tính $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

A. $I = -4$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 6$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = \tan x \Rightarrow \mathrm{d}u = \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = (1+\tan^2 x)dx \Rightarrow \frac{\mathrm{d}u}{u^2+1} = \mathrm{d}x$

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{4}$
u	0	1

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{f(u)}{u^2+1}\mathrm{d}u = \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2.$

$$I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{(x^2+1)f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = \int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x + \int_0^1 \frac{f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2+2 = 4.$$

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Phương trình $|f(x)| = 3$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|f(x)| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 3 \\ f(x) = -3 \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên:

Phương trình $f(x) = 3$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x) = -3$ có 1 nghiệm thự **C.**

Vậy phương trình $|f(x)| = 3$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + x + 6$ và $y = 0$ bằng

A. $\frac{95\pi}{6}$. **B.** $\frac{95}{6}$. **C.** $\frac{125\pi}{6}$. **D.** $\frac{125}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^2+x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng hạn bởi hai đường thẳng $y=-x^2+x+6$ và $y=0$ là

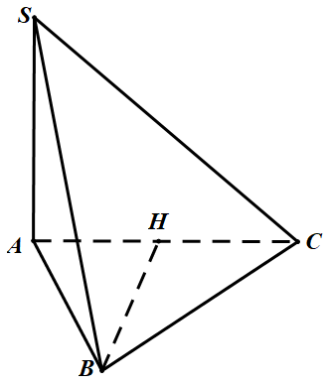
$S=\int\limits_{-2}^{3}\left|-x^2+x+6\right|\mathrm{d}x=\frac{125}{6}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC=4a$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $4a$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AC, do tam giác ABC vuông cân tại B nên $BH \perp AC$ và $BH=\frac{1}{2}AC=2a$.

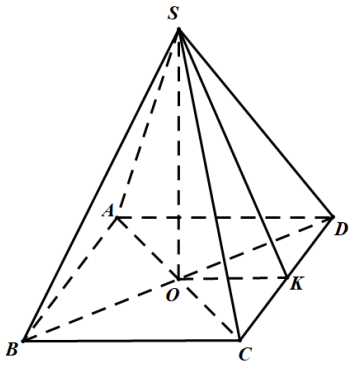
Ta có: $\left\{\begin{array}{l} BH \perp AC \\ BH \perp SA \end{array}\right. \Rightarrow BH \perp (SAC)$. Suy ra $d\left(B;(SAC)\right)=BH=2a$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **B.** $\alpha=45^\circ$. **C.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\alpha=60^\circ$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm của CD khi đó $OK \perp CD$ mà $SO \perp CD$ nên $CD \perp SK$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\alpha = \widehat{SKO}$.

Ta có tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC = \sqrt{2}a$, $SO = a$ và $OK = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $\tan\alpha = \frac{SO}{OK} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;5)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (3;5;2)$. **B.** $\vec{n} = (6;15;10)$. **C.** $\vec{n} = (2;3;5)$. **D.** $\vec{n} = (15;10;6)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y + 6z - 30 = 0$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là $\vec{n} = (15;10;6)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-2;5;6)$. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ có tọa độ là

A. $M(0;3;4)$. **B.** $M(-3;12;13)$. **C.** $M(-1;4;5)$. **D.** $M(5;-8;-9)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử điểm $M(x;y;z)$. Khi đó $\overrightarrow{MA} = (1-x;2-y;3-z); \overrightarrow{MB} = (-2-x;5-y;6-z)$

$\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+3x=0 \\ 12-3y=0 \\ 15-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \\ z=5 \end{cases}$

Vậy $M(-1;4;5)$.

Câu 33: Với $0 < a \neq 1$ và $x > 0$, $a^{\log_a x}$ bằng

A. ax. **B.** a^x. **C.** $\frac{x}{a}$. **D.** x.

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của logarit ta có $a^{\log_a x} = x$.

Câu 34: Từ một tổ có 10 bạn gồm 6 bạn nam và 4 bạn nữ, chọn một đội tình nguyện gồm 4 bạn. Xác suất để chọn được đội có ít nhất 2 bạn nữ là

A. $\frac{13}{14}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{23}{42}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 4 bạn trong 10 bạn có cách $C_{10}^4 = 210$.

Suy ra số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 210$.

Gọi là A biến cố "4 bạn được chọn có ít nhất 2 bạn nữ". Ta xét các khả năng sau

Trường hợp 1: Chọn 4 bạn gồm 2 nữ và 2 nam $\Rightarrow$ có $C_4^2.C_6^2 = 90$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 bạn gồm 3 nữ và 1 nam $\Rightarrow$ có $C_4^3.C_6^1 = 24$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 4 bạn nữ $\Rightarrow$ có 1 cách.

Do đó, số kết quả thuận lợi cho biến cố là $n(A) = 90 + 24 + 1 = 115$.

Vậy xác suất để chọn được đội có ít nhất 2 bạn nữ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{115}{210} = \frac{23}{42}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \cos\frac{x}{2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin\frac{x}{2} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\sin\frac{x}{2} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin\frac{x}{2} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin\frac{x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(2\sin\frac{x}{2}\right)' = \cos\frac{x}{2}$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin\frac{x}{2} + C$.

Câu 36: Số nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\pm 2$.

Lời giải

Chọn B

Có $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\ (kep)\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ đó suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Câu 38: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x}$ trên $[1;2]$

A. $\min\limits_{[1;2]} y=3$. **B.** $\min\limits_{[1;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{[1;2]} y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\min\limits_{[1;2]} y=\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-\dfrac{2}{x^2}<0,\forall x\neq 0$ nên hàm số $y=\dfrac{x+2}{x}$ nghịch biến trên $[1;2]$

Do đó $\min\limits_{[1;2]} y=y(2)=2$.

Câu 39: Có bao nhiêu số tự nhiên $x\in[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)>\log_2(x+5)$?

A. 2023. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Đk: x> 1

Khi đó $\log_{\sqrt{2}}(x-1)>\log_2(x+5)\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}(x-1)^2>x+5\\ x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x^2-3x-4>0\\ x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>4\vee x<-1\\ x>1\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x>4$ mà x là số tự nhiên và $x\in[0;2023]$ nên $x\in\{5;6;7;...;2023\}$

Vậy có 2019 số tự nhiên x thỏa đề bài.

Câu 40: Cho số phức z sao cho $(z+2)(\bar{z}+i)$ là một số thự **C.** Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x+2y+2=0$. **B.** $x+2y-2=0$. **C.** $x-2y+2=0$. **D.** $x-2y-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$ $(x,y \in \mathbb{R})$.

Có $(z+2)(\overline{z}+i) = (x+yi+2)(x-yi+i) = (x+2)x - y(1-y) + [xy + (x+2)(1-y)]i$ là số thực nên $xy + (x+2)(1-y) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$.

Điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z, M có tọa độ thỏa $x - 2y + 2 = 0$ nên tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa đề bài là một đường thẳng có phương trình $x - 2y + 2 = 0$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = 5$ và điểm $P(2;4;5)$ nằm bên trong mặt cầu. Qua P dựng 3 dây cung AA', BB', CC' của mặt cầu (S) đôi một vuông góc với nhau. Dựng hình hộp chữ nhật có ba cạnh là PA, PB, PC. Gọi PQ là đường chéo của hình hộp chữ nhật đó. Biết rằng Q luôn chạy trên một mặt cầu cố định. Bán kính của mặt cầu đó bằng.

A. $\frac{\sqrt{219}}{6}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\frac{\sqrt{219}}{2}$. **D.** $\sqrt{57}$.

Lời giải

Chọn D

CÁCH 1:

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, ta có $3R^2 = IA^2 + IB^2 + IC^2 = 3IG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$. (1)

Lại có $9PG^2 = PQ^2 = PA^2 + PB^2 + PC^2 = 3PG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$. (2)

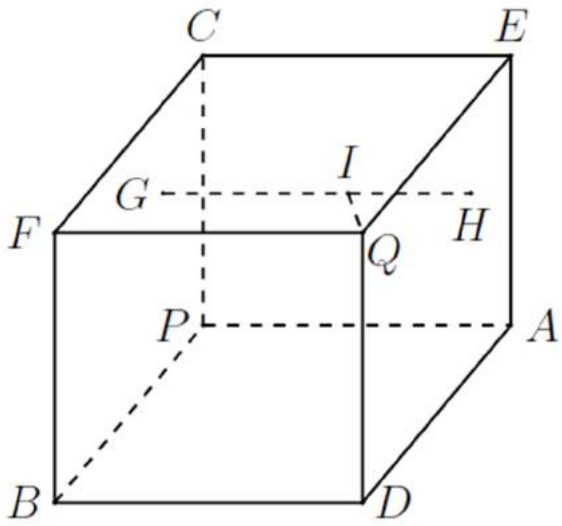
Từ (1) và (2) ta có $3R^2 = 3IG^2 + 6PG^2 \Leftrightarrow IG^2 + 2PG^2 = R^2$.

Vì $\overrightarrow{GQ} + 2\overrightarrow{GP} = \vec{0}$ nên ta có

$$\begin{aligned}
3\overrightarrow{IG} &= \overrightarrow{IQ} + 2\overrightarrow{IP} \\
\Rightarrow 9IG^2 &= IQ^2 + 4IP^2 + 4\overrightarrow{IQ}\overrightarrow{IP} \\
&= IQ^2 + 4IP^2 + 2\left(IQ^2 + IP^2 - PQ^2\right) \\
&= 3IQ^2 + 6IP^2 - 2PQ^2 \\
&= 3IQ^2 + 6IP^2 - 18PG^2 \\
\Rightarrow 9IG^2 + 18PG^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\
\Rightarrow 9R^2 &= 3IQ^2 + 6IP^2 \\
\Rightarrow IQ^2 &= 3R^2 - 2IP^2 = 57
\end{aligned}$$

Vậy điểm Q luôn di động trên mặt cầu cố định có tâm I, bán kính bằng $\sqrt{57}$.

CÁCH 2:



Giả sử ta dựng hình hộp chữ nhật $PADB.CEQF$ thoả mãn bài toán.

Gọi G, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của I trên các mặt phẳng $(PBFC)$ và $(ADQE)$.

Ta có

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{IQ} &= \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\\
\Rightarrow IQ^2 &= IA^2+PB^2+PC^2+2\overrightarrow{IA}\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)+2\overrightarrow{PB}\overrightarrow{PC}\\
&= R^2+2\overrightarrow{HA}\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)+PB^2+PC^2\\
&= R^2+2\overrightarrow{GP}\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)+PB^2+PC^2\\
&= R^2+\left(\overrightarrow{GP}+\overrightarrow{PB}\right)^2+\left(\overrightarrow{GP}+\overrightarrow{PC}\right)^2-2GP^2\\
&= R^2+GB^2+GC^2-2GP^2\\
&= R^2+2(R^2-GI^2)-2GP^2\\
&= 3R^2-2(GI^2+GP^2)\\
&= 3R^2-2IP^2=57\\
\Rightarrow IQ &= \sqrt{57}.
\end{aligned}$$

Vậy Q luôn nằm trên mặt cầu tâm I, bán kính bằng $\sqrt{57}$.

Câu 42: Cho các số thực dương x và y thỏa mãn $4+3^{2x^2-y+2}=\left(4+9^{2x^2-y}\right)\cdot 7^{y-2x^2+2}$. Khi biểu thức $P=\dfrac{x+y+10}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $x+y$ bằng.

A. $1+8\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $1+9\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4+3^{2x^2-y+2}=\left(4+9^{2x^2-y}\right)\cdot 7^{y-2x^2+2}$

$\Leftrightarrow \quad 7^{2x^2-y}\left(4+9\cdot 3^{2x^2-y}\right)=49\left(4+9^{2x^2-y}\right)$

$\Leftrightarrow \quad 4\cdot 7^{2x^2-y}+9\cdot 21^{2x^2-y}-49\cdot 9^{2x^2-y}-196=0$. (*)

Đặt $t=2x^2-y$, ta được $(*)\Leftrightarrow 4\cdot 7^t+9\cdot 21^t-49\cdot 9^t-196=0\Leftrightarrow \dfrac{4+3^{t+2}}{7^{t+2}}=\dfrac{4+3^{2t}}{7^{2t}}$.

Xét hàm số $f(a)=\dfrac{4+3^a}{7^a}=4\cdot\left(\dfrac{1}{7}\right)^a+\left(\dfrac{3}{7}\right)^a$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(t+2)=f(2t)\Leftrightarrow t+2=2t\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow 2x^2-y=2$

Khi đó $P=\dfrac{2x^2+x+8}{x}=2x+\dfrac{8}{x}+1\ge 2\sqrt{2x\cdot\dfrac{8}{x}}+1=9$.

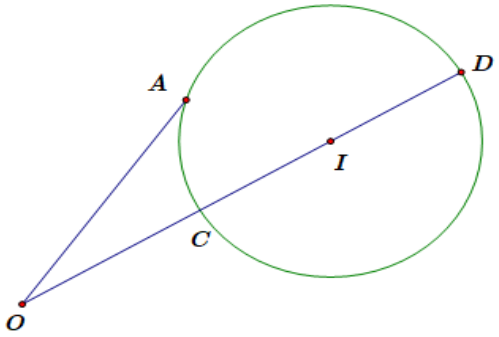
Vậy $P_{\min}=9$ khi $x=2$ và $y=6$, hay $x+y=8$.

Câu 43: Xét các số phức z thỏa mãn $|z-3+i|=2|z-2i|$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $A(x;y)$ là điểm biểu diễn của số z trong mặt phẳng $Oxyz$.

Ta có $|z-3+i|=2|z-2i|\Leftrightarrow|(x-3)+i(1+y)|=2|x+i(y-2)|$

$\Leftrightarrow(x-3)^2+(1+y)^2=4\left[x^2+(y-2)^2\right]\Leftrightarrow x^2+y^2+2x-6y+2=0$

$\Rightarrow A$ thuộc đường tròn tâm $I(-1;3), R=2\sqrt{2}$

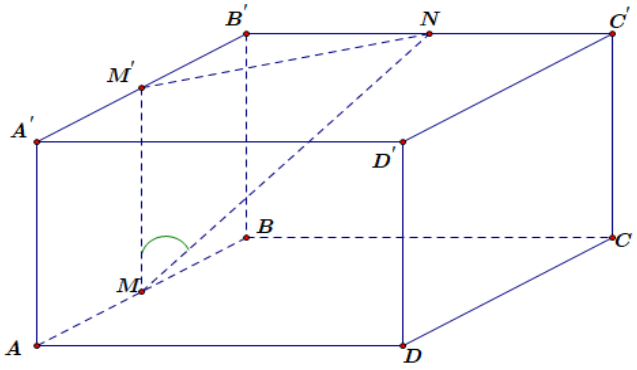
Mặt khác $OC\le|z|=OA\le OD\Rightarrow\begin{cases}|z|_{\min}=OI-R\\|z|_{\max}=OI+R\end{cases}\Rightarrow M+m=2OI=2\sqrt{10}$.

Câu 44: Cho hình hộp chữa nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và $B'C'$. Biết rằng góc giữa MN và AA' bằng $30°$. Thể tích hình hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{6}$. **B.** $2a^3\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn A



Gọi M' là trung điểm $A'B'$ khi đó $MM'//AA' \Rightarrow (MN, AA') = (MN, MM') = \angle M'MN = 30°$

Mặt khác $M'N = \frac{1}{2}A'C' = a\sqrt{2} \Rightarrow AA' = \frac{NM'}{\tan 30°} = \frac{a\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = a\sqrt{6}$

$\Rightarrow V = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{6}.(2a)^2 = 4a^3\sqrt{6}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(-2) = 0.$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số $g(x) = \left|3f\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 2x^6 + 6x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x) = 3.f\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 2x^6 + 6x^2$

Ta có $h'(x) = \left(-12x^3 + 12x\right).f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) - 12x^5 + 12x$

$= 12x\left(-x^2 + 1\right).f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + 12x\left(-x^4 + 1\right)$

$= 12x\left(-x^2 + 1\right).f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + 12x\left(-x^2 + 1\right)\left(x^2 + 1\right).$

$= 12x\left(-x^2 + 1\right).\left(f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + x^2 + 1\right)$

$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 12x\left(-x^2 + 1\right) = 0 \\ f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) = -x^2 - 1 \end{array}\right.$.

Phương trình $12x\left(-x^2 + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

Phương trình $f'\left(-x^4 + 2x^2 - 2\right) + x^2 + 1 = 0$.

Do $x^2 + 1 \geq 1$

và $-x^4+2x^2-2=-\left(x^4-2x^2+1\right)-1=-\left(x^2-1\right)^2-1\le -1$

$f'\left(-x^4+2x^2-2\right)\le f'(-1)\Rightarrow f'\left(-x^4+2x^2-2\right)>0$

$f'\left(-x^4+2x^2-2\right)+x^2+1=0$ vô nghiệm

Hàm số $h(x)=3.f\left(-x^4+2x^2-2\right)-2x^6+6x^2$ có 3 điểm cực trị

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biên thiên của hàm $h(x)$ thì hàm số $g(x)$ có 5 cực trị

Câu 46: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		X_1		X_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. 3 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 1

Lời giải

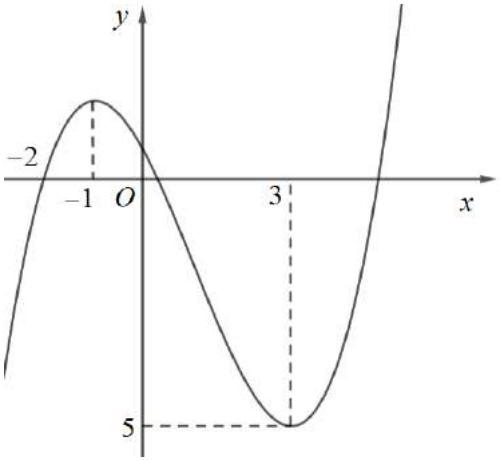
Chọn B

Ta thấy $y=f(x)$ là hàm số bậc ba nên $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=0$ nên đồ thị hàm số $y=g(x)$ có 1 đường tiệm cận ngang.

Để đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)-m}$ có đúng ba đường tiệm cận thì $f(x)-m=0$ có 2 nghiệm.

Theo bảng biến thiên $m=-3$ hoặc $m=-1$

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $g(x)=f''(x)+bx-c$ bằng



A. $\frac{145}{2}$. **B.** $\frac{125}{2}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{29}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(3)=5 \\ f'(-1)=0 \\ f'(3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8a+4b-2c+d=0 \\ 27a+9b+3c+d=0 \\ 3a-2b+c=0 \\ 27a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{5} \\ b=\frac{3}{5} \\ c=\frac{9}{5} \\ d=-\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow f(x)=-\frac{1}{5}x^3+\frac{3}{5}x^2+\frac{9}{5}x-\frac{2}{5}.$$

Ta có $f'(x)=\frac{-3}{5}x^2+\frac{6}{5}x+\frac{9}{5} \Rightarrow f''(x)=\frac{-6}{5}x+\frac{6}{5} \Rightarrow g(x)=-\frac{3}{5}x-\frac{3}{5}$.

$f'(x)=g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Diện tích hình phẳng là:

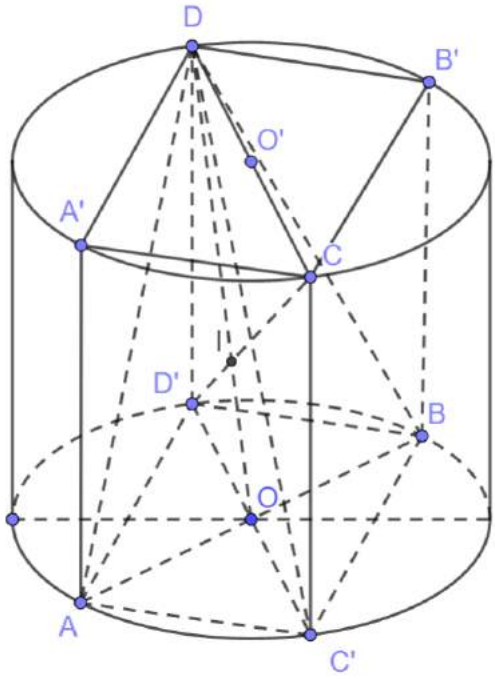
$$S=\int_{-1}^{4}\left|-\frac{3}{5}x^2+\frac{6}{5}x+\frac{9}{5}+\frac{3}{5}x+\frac{3}{5}\right|=\frac{25}{2}.$$

Câu 48: Cho hình trụ (T) có AB,CD lần lượt là hai đường kính của hai đường tròn đáy của hình trụ và đồng thời vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 10. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 60π. **B.** 15π. **C.** 15π. **D.** 30π.

Lời giải

Chọn B



Dựng các đường thẳng $AA';BB';CC';DD'$ song song với đường sinh của hình trụ (như hình vẽ) tạo thành hình lăng trụ đứng.

Gọi O là giao của AB và $C'D'$.

Gọi I là giao điểm của DO và $D'C$. Khi đó, áp dụng định lí ta lét ta có: $\frac{IC}{ID}=\frac{DC}{D'O}=2$.

Ta có $\frac{V_{C.ABD}}{V_{D'.ABD}}=\frac{CI}{D'I}=2$; $\frac{V_{D'ABD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{6}.\Rightarrow\frac{V_{C.ABD}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{3}$.

Theo bài ra $V_{CABD}=10\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=30$

$\Leftrightarrow DD'.\frac{1}{2}AB.CD=30\Leftrightarrow h.\frac{1}{2}.2r.2r=30\Leftrightarrow hr^2=15$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V=\pi.r^2.h=15\pi$

Cách 2: Áp dụng công thức:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.d\left(AB,CD\right).\sin\left(AB,CD\right)=\frac{1}{6}\left(2R\right)^2.h\Rightarrow R^2h=\frac{3}{2}.V_{ABCD}=15$.

Khi đó thể tích khối trụ: $V=\pi R^2h=15\pi$.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0$, (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m sao cho phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt và bốn điểm A,B,C,D biểu diễn bốn nghiệm đó trên mặt phẳng phức tạo thành một tứ giác có diện tích bằng 4?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$z^4+2(m+2)z^2+3m+2=0(1)$.

Đặt $t=x^2$ ta được phương trình $t^2+2(m+2)t+3m+2=0\left(2\right),\Delta'=m^2-m+2>0.$

Do đó $\left(2\right)$ luôn có 2 nghiệm thực phân biệt.

Nếu (1) có hai nghiệm thực dương hoặc hai nghiệm thực âm thì bốn điểm A,B,C,D luôn nằm trên trục hoành hoặc trục tung nên không thỏa mãn.

Do đó (2) phải có 2 nghiệm t_1,t_2 ,$(t_1<0<t_2)$ điều kiện là $3m+2<0\Leftrightarrow m<\dfrac{-3}{2}$.

Khi đó (1) có 4 nghiệm $x_1=-\sqrt{-t_1}i, x_2=\sqrt{-t_1}i, x_3=-\sqrt{t_2}, x_4=\sqrt{t_2}$.

Giả sử $A\left(0;\sqrt{|t_1|}\right), B\left(\sqrt{t_2};0\right), C\left(0;-\sqrt{|t_1|}\right), D\left(-\sqrt{t_2};0\right)$.

Ta có $ABCD$ là hình thoi $\Rightarrow S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}AC.BD=2\sqrt{t_2}\sqrt{|t_1|}=4\Rightarrow\sqrt{-t_1t_2}=2\Rightarrow -t_1.t_2=4$

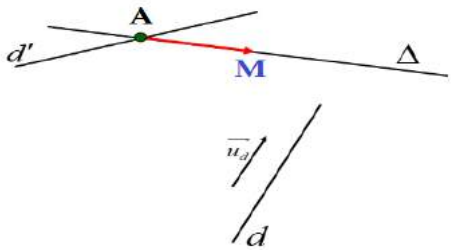
$-(3m+2)=4\Leftrightarrow m=-2$. Thỏa mãn điều kiện $m<\dfrac{-3}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$; $d':\begin{cases}x=t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(3;2;1)$, vuông góc với d và cắt d'. Khi đó tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng Oyz là

A. $(0;-11;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(0;11;1)$. **D.** $(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử $\Delta\cap d'=A(t;1+2t;-1+t)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(3-t;1-2t;2-t)$.

Đường thẳng d có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u_d}=(3;1;1)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với d suy ra: $\overrightarrow{AM}\perp\vec{u_d}\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\vec{u_d}=0\Leftrightarrow 3.(3-t)+1.(1-2t)+1.(2-t)=0\Leftrightarrow -6t+12=0\Leftrightarrow t=2$.

Khi đó: $\overrightarrow{AM}=(1;-3;0)$ là 1 véc tơ chỉ phương của Δ.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t'\\y=2-3t'\\z=1\end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (Oyz): $x=0$.

Giả sử $\Delta\cap(Oyz)=B(3+t';2-3t';1)$.

Khi đó, $B\in(Oyz)\Rightarrow 3+t'=0\Leftrightarrow t'=-3\Rightarrow B(0;11;1)$.

CỤM LIÊN TRƯỜNG QUẢNG NAM

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $x=0$.

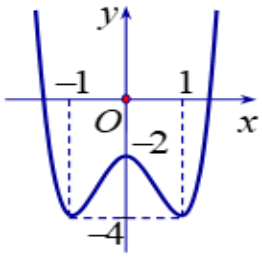
Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2^x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in R)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** x = -1 **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Câu 5: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích mặt đáy bằng S. Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $\dfrac{S}{3V}$. **B.** $\dfrac{S}{V}$. **C.** $\dfrac{V}{S}$. **D.** $\dfrac{3V}{S}$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$, $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 3. **B.** –4. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 8: Nếu $\int_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 20.

Câu 9: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x^4-8x^2-2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 27. **B.** –18. **C.** –20. **D.** –9.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** –2. **C.** –3. **D.** 2.

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l. Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\pi r^2+\pi rl$. **D.** $\dfrac{1}{2}\pi rl$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=2x+e^{-x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2023$

A. $F(x)=x^2-e^{-x}+2023$. **B.** $F(x)=x^2-e^x+2024$.

C. $F(x)=x^2+e^{-x}+2022.$ **D.** $F(x)=x^2-e^{-x}+2024.$

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^4)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $1+4\log_2 a$. **C.** $4+4\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $B(2;-1;5)$ trên trục Oz?

A. $N(0;-1;0)$. **B.** $M(0;0;5)$. **C.** $Q(2;-1;0)$. **D.** $P(2;0;0)$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

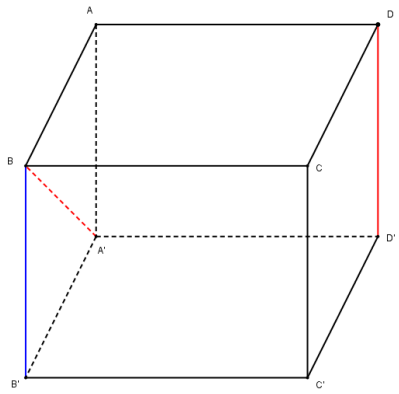
A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây ***không*** thuộc d?

A. $M(1;3;-2)$. **B.** $P(2;1;-2)$. **C.** $Q(1;2;-3)$. **D.** $N(0;3;-4)$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD′ và A′B bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.



Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. R. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** R\{1}.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(5;-1)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(-1;5)$.

Câu 20: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. **B.** $C_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **C.** $C_n^5=\dfrac{5!(n-5)!}{n!}$. **D.** $C_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i)=3+4i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\sqrt{5}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=25$.

Câu 22: Biết $\int_0^2(3x-1)e^{\frac{x}{2}}dx=a+be$, với a,b là số hữa tỉ. Tính a^2-b^2.

A. 192. **B.** −192. **C.** 200. **D.** −200.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là:

A. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$. **B.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=2x-x^2, y=x$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được

khi quay hình phẳng quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{6\pi}{5}$. **C.** $\frac{\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{25}$.

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log x+\log(x-3)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60^0. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

A. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$. **B.** $\frac{a\sqrt{70}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{65}}{13}$. **D.** $\frac{a\sqrt{75}}{13}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(1;1;-1)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;-1;0)$. **D.** $(2;-1;-1)$.

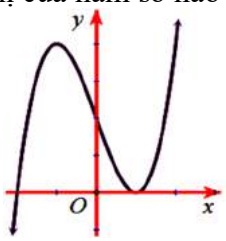
Câu 29: Cho mặt cầu có bán kính $r=4cm$. Thiết diện của mặt cầu khi cắt bởi một mặt phẳng bất kì có diện tích lớn nhất bằng

A. $16\pi cm^2$. **B.** $8\pi cm^2$. **C.** $32\pi cm^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi cm^2$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 2.

Câu 31: Đường cong trong hình vẽ bên, là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



A. $y=x^3-3x+2$ **B.** $y=-x^4-3x^2-2$ **C.** $y=x^4-3x^2+2$ **D.** $y=-x^3+3x+2$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0;1;-2), B(3;-2;1)$ và $C(1;5;-1)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng CD.

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=5-t\\z=-1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+3t\\z=-1+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=-5-t\\z=1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=5-t\\z=-1+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$

Câu 33: Biết số phức $z_1=3+i$ là một nghiệm của phương trình $z^2-3az+2b=0$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 7 **B.** 3 **C.** -3 **D.** 5

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1}<5^{x+3}$ là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(-5;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-\infty;-5)$

Câu 35: Một hộp đựng 9 viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên

từ hộp 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$ **B.** $\frac{5}{42}$ **C.** $\frac{5}{14}$ **D.** $\frac{25}{42}$

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=2f(3x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3)=9$ và $2F(1)-3F(9)=-9$. Khi đó $\int_1^9 f(x)dx$ bằng

A. 9 **B.** 1 **C.** 8 **D.** 0

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w=(3+4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(-7;-1)$ **B.** $I(7;-1)$ **C.** $I(-7;1)$ **D.** $I(7;1)$

Câu 38: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $3a^3$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** a^3 **D.** $\frac{a^3}{3}$

Câu 39: Cho các số thực $x,\ y,z$ thỏa mãn $3^x=5^y=15^{\frac{2023}{x+y}-z}$. Tính giá trị biểu thức $S=xy+yz+zx$ bằng

A. 2022. **B.** 1011. **C.** 2023. **D.** 1012.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2. Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $V=8\pi$. **B.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{7\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=7\pi$.

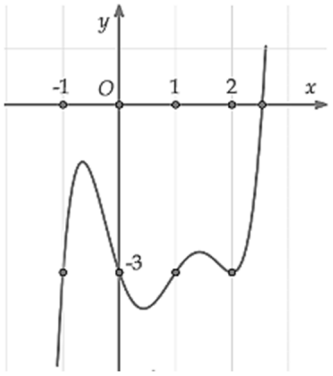
Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{-1}$ và điểm $M(2;-2;5)$. Điểm $N(a;b;c)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 42: Bất phương trình $\log_2(x^2-x-2)\geq\log_{0,5}(x-1)+1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc [0;2023] ?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2020.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(3x)+9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$ là

A. $f(0)$. **B.** $f(1)+2$. **C.** $f\left(\frac{1}{3}\right)$. **D.** $f(1)$.

Câu 44: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R và $\int_1^4 f(x)dx = F(4)-G(1)+m$ $(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=1$ và $x=4$. Khi $S=12$ thì m bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Chọn D

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và $f'(x)=(x+1)(x-2)$. Hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(-1;2)$

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các tiếp điểm là M và N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ **B.** 3 **C.** $\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+(4-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100;100]$ sao cho $f(x)\geq 0$ với mọi giá trị $x\in[3;5]$.

A. 101. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 102.

Câu 48: Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log\left(60x^2+120x+10m-10\right)-3\log(x+1)>1$ có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến x. Số phần tử của S là

A. 10. **B.** 12 **C.** 9 **D.** 11

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $w=2z-5+i$ sao cho số phức z thỏa mãn $(z-3+i)\left(\overline{z}-3-i\right)=36$. Xét số phức $w_1; w_2\in S$ thỏa mãn $|w_1-w_2|=2$. Giá trị lớn nhất của $P=|w_1-5i|^2-|w_2-5i|^2$ bằng

A. $4\sqrt{37}$. **B.** $5\sqrt{17}$. **C.** $7\sqrt{13}$. **D.** 20.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=x^2+\int_0^2 (x+u)f(u)du$ có đồ thị (C). Khi đó hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=5$ có diện tích S bằng

A. $S=\dfrac{8405}{39}$. **B.** $S=\dfrac{137}{6}$. **C.** $S=\dfrac{83}{3}$. **D.** $S=\dfrac{125}{3}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.D	5.B	6.A	7.D	8.C	9.B	10.D
11.B	12.D	13.B	14.B	15.A	16.A	17.C	18.C	19.A	20.B
21.B	22.A	23.C	24.C	25.C	26.C	27.A	28.B	29.A	30.D
31.A	32.D	33.B	34.B	35.D	36.D	37.D	38.C	39.C	40.A
41.C	42.C	43.A	44.D	45.B	46.D	47.D	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $y=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Oyz) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và nhận vectơ $\vec{i}(1;0;0)$ làm vec tơ pháp tuyến có dạng: $1.(x-0)+0.(y-0)+0.(z-0)=0 \Leftrightarrow x=0$

Câu 2: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{2x-1}=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+2}{2x-1}=\dfrac{1}{2}. \Rightarrow y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2^x$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y=\left(\dfrac{2}{3}\right)^x$.

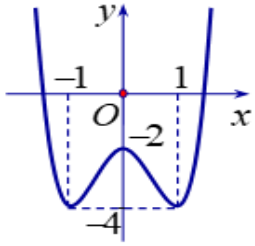
Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=2^x \Rightarrow y'=\left(2^x\right)'=2^x\ln 2>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=2^x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in R)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=1$. **B.** x = -1 **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số đạt cực đại tại $x=0$

Câu 5: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích mặt đáy bằng S. Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $\dfrac{S}{3V}$. **B.** $\dfrac{S}{V}$. **C.** $\dfrac{V}{S}$. **D.** $\dfrac{3V}{S}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lặng trụ: $V=S.h \Rightarrow h=\dfrac{V}{S}$

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta xét hàm số $y=x^3+3x$ có $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$, $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có (u_n) là cấp số cộng nên $u_2=u_1+d\Rightarrow d=u_2-u_1=6-2=4$.

Câu 8: Nếu $\int\limits_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int\limits_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow 4\int\limits_0^3 f(x)dx-\int\limits_0^3 3x^2dx=5$

$\Leftrightarrow 4\int\limits_0^3 f(x)dx-27=5\Leftrightarrow\int\limits_0^3 f(x)dx=8$.

Câu 9: Trên đoạn $[1;5]$, hàm số $y=x^4-8x^2-2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 27. **B.** -18. **C.** -20. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^4-8x^2-2$ có $y'=4x^3-16x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;5]\\x=2\\x=-2\notin[1;5]\end{array}\right.$

Ta có $y(1)=-9$, $y(2)=-18$ và $y(5)=423$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm $M(3;-2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=3-2i$ nên $\bar{z}=3+2i$

Vậy phần ảo của $\bar{z}$ là 2.

Câu 11: Cho hình nón có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l. Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\pi r^2+\pi rl$. **D.** $\dfrac{1}{2}\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức $S_{xq}=\pi rl$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)=2x+e^{-x}$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2023$

A. $F(x)=x^2-e^{-x}+2023.$ **B.** $F(x)=x^2-e^{x}+2024.$

C. $F(x)=x^2+e^{-x}+2022.$ **D.** $F(x)=x^2-e^{-x}+2024.$

Lời giải

Chọn D

$F(x)=\int\left(2x+e^{-x}\right)dx=\frac{2.x^2}{2}-e^{-x}+C=x^2-e^{-x}+C$

$F(0)=2023\Leftrightarrow 0^2-e^{-0}+C=2023\Leftrightarrow C=2024$

$F(x)=x^2-e^{-x}+2024.$

Câu 13: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(2a^4\right)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $1+4\log_2 a$. **C.** $4+4\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(2a^4\right)=\log_2 2+\log_2 a^4=1+4\log_2 a$

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $B(2;-1;5)$ trên trục Oz?

A. $N(0;-1;0)$. **B.** $M(0;0;5)$. **C.** $Q(2;-1;0)$. **D.** $P(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $B(2;-1;5)$ trên trục Oz là $M(0;0;5)$.

Câu 15: Tính thể tích V của khối hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh a và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$V=B.h=a^2.\sqrt{2}a=\sqrt{2}a^3$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-3+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây ***không*** thuộc d?

A. $M(1;3;-2)$. **B.** $P(2;1;-2)$. **C.** $Q(1;2;-3)$. **D.** $N(0;3;-4)$.

Lời giải

Chọn A

+ Thay tọa độ điểm $M(1;3;-2)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases}1=1+t\\3=2-t\\-2=-3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=-1\\t=1\end{cases}$ vô lí, nên $M\notin d$

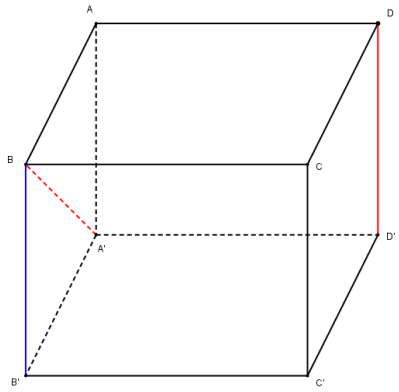
+ Thay tọa độ điểm $P(2;1;-2)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases}2=1+t\\1=2-t\\-2=-3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}\Leftrightarrow t=1$ nên $P\in d$

+ Thay tọa độ điểm $Q(1;2;-3)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases}1=1+t\\2=2-t\\-3=-3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0\\t=0\\t=0\end{cases}$ nên $Q\in d$

+ Thay tọa độ điểm $N(0;3;-4)$ vào đường thẳng d ta được $\begin{cases}0=1+t\\3=2-t\\-4=-3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}$ nên $N\in d$

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng DD' và $A'B$ bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.



Lời giải

Chọn C

Theo tính chất hình lập phương ta có DD' // BB' nên

$(A'B,DD')=(A'B,BB')=\widehat{A'BB'}=45^\circ$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. R. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** R\{1}.

Lời giải

Chọn C

$y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ xác định khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Do đó tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ là $(1;+\infty)$

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+i$. Điểm biểu diễn của số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(5;-1)$. **B.** $(0;5)$. **C.** $(5;0)$. **D.** $(-1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2z_1+z_2=2(2-i)+1+i=5-i$

Do đó điểm biểu diễn của số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(5;-1)$

Câu 20: Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. **B.** $C_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **C.** $C_n^5=\dfrac{5!(n-5)!}{n!}$. **D.** $C_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B

Vì áp dụng công thức $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ với $k=5$

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i)=3+4i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\sqrt{5}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=25$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z(1-2i)=3+4i\Leftrightarrow z=\dfrac{3+4i}{1-2i}\Leftrightarrow z=\dfrac{(3+4i)(1+2i)}{5}\Leftrightarrow z=-1+2i$.

Vậy ta có $|z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 22: Biết $\int_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}}dx = a+be$, với a,b là số hữa tỉ. Tính a^2-b^2.

A. 192. **B.** -192. **C.** 200. **D.** -200.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_0^2 (3x-1)\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x$.

Đặt $u=(3x-1)\Rightarrow \mathrm{d}u=3\mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x\Rightarrow v=2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$.

Vậy ta có: $\int_0^2 (3x-1)\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x = 2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}(3x-1)\Big|_0^2 - 6\int_0^2 \mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x = 2\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}(3x-1)\Big|_0^2 - 12e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^2$

$=2\left(e(3.2-1)-e^0(3.0-1)\right)-12\left(e-e^0\right)=10e+2-12e+12=14-2e$.

Vậy ta có $a=14;b=-2\Rightarrow a^2-b^2=192$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là:

A. $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=1$. **B.** $(x+3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là hình chiếu vuông góc của điểm $I(3;-1;2)$ lên trục Ox, suy ra $M(3;0;0)$.

Khi đó phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và bán kính $r=|\overline{IM}|=\sqrt{5}$ là:

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$.

Câu 24: Cho hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=2x-x^2, y=x$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{6\pi}{5}$. **C.** $\frac{\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{25}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $2x-x^2=x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng quanh trục Ox là:

$V=\pi\int_0^1\left|\left(2x-x^2\right)^2-x^2\right|dx=\pi\left|\int_0^1\left(x^4-4x^3+3x^2\right)dx\right|=\frac{\pi}{5}$.

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log x+\log(x-3)=1$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log x+\log(x-3)=1$

Điều kiện: $x>3$.

Ta có:

$\log x+\log(x-3)=1 \Leftrightarrow \log x(x-3)=1 \Leftrightarrow x^2-3x=10 \Leftrightarrow x^2-3x-10=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-2\ (loai) \end{array}\right.$.

Vậy $x=5$ là nghiệm của phương trình.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

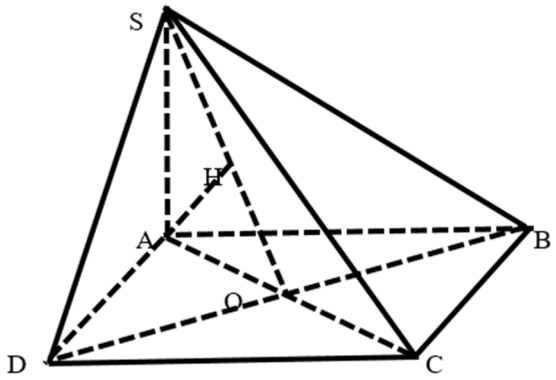
Do hàm số xác định trên R và $f'(x)$ có hai lần đổi dấu nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy là 60^0. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

A. $\frac{a\sqrt{78}}{13}$. **B.** $\frac{a\sqrt{70}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{65}}{13}$. **D.** $\frac{a\sqrt{75}}{13}$.

Lời giải

Chọn A



+ Ta có $(SC,(ABCD))=\widehat{SCA}=60^0 \Rightarrow SA=AC.\tan 60^0=a\sqrt{2}.\sqrt{3}=a\sqrt{6}$.

+ $d(C,(SBD))=d(A,(SBD))=AH=\frac{AO.AS}{\sqrt{AO^2+AS^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{6}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{6}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+1=0$ và $(\beta): x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(1;1;-1)$. **B.** $(1;-2;1)$. **C.** $(1;-1;0)$. **D.** $(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{U_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(1;-2;1)$.

Câu 29: Cho mặt cầu có bán kính $r=4cm$. Thiết diện của mặt cầu khi cắt bởi một mặt phẳng bất kì có diện tích lớn nhất bằng

A. $16\pi cm^2$. **B.** $8\pi cm^2$. **C.** $32\pi cm^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn A

Thiết diện có diện tích lớn nhất khi thiết diện là hình tròn qua tâm mặt cầu

$S_{TD} = \pi r^2 = 16\pi (cm^2)$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 2.

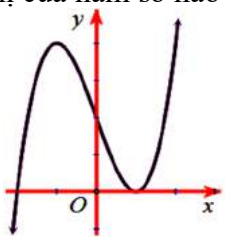
Lời giải

Chọn D

+ Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

$m(-m+1)-1.(-2) > 0 \Leftrightarrow -m^2+m+2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Câu 31: Đường cong trong hình vẽ bên, là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số được cho dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 2$ **B.** $y = -x^4 - 3x^2 - 2$ **C.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$ **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy, đây là đồ thị của hàm số bậc ba và nhánh bên phải của đồ thị hàm số đi lên nên $a > 0$ suy ra đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(0;1;-2), B(3;-2;1)$ và $C(1;5;-1)$. Viết phương trình tham số của đường thẳng CD.

A. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 5-t \\ z = -1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **B.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 5+3t \\ z = -1+3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

C. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -5-t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 5-t \\ z = -1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn D

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $CD \parallel AB$. Suy ra đường thẳng CD đi qua điểm $C(1;5;-1)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (3;-3;3) = 3(1;-1;1)$ làm vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng CD là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 5-t \\ z = -1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 33: Biết số phức $z_1 = 3+i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 - 3az + 2b = 0$. Khi đó $b-a$ bằng

A. 7 **B.** 3 **C.** –3 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Vì $z_1 = 3+i$ là nghiệm của phương trình $z^2 - 3az + 2b = 0$ nên $z_2 = 3-i$ cũng là nghiệm của phương trình.

Theo định lý Vi_et thì $\begin{cases} z_1 + z_2 = 3a \\ z_1.z_2 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 3a \\ 10 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}$.

Vậy $b - a = 3$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(-5;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-\infty;-5)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{x-1} < 5^{x+3} \Leftrightarrow 5^{\frac{x-1}{3}} < 5^{x+3} \Leftrightarrow \frac{x-1}{3} < x+3 \Leftrightarrow x-1 < 3x+9$

$\Leftrightarrow 2x > -10 \Leftrightarrow x > -5.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-5;+\infty)$.

Câu 35: Một hộp đựng 9 viên bi khác nhau, trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$ **B.** $\frac{5}{42}$ **C.** $\frac{5}{14}$ **D.** $\frac{25}{42}$

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3 = 84.$

Trường hợp 1: chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ.

Có C_5^2 cách chọn hai viên bi xanh.

Có C_4^1 cách chọn một viên bi đỏ.

Trường hợp 2: Chọn 3 viên bi xanh

Có C_5^3 cách chọn 3 viên bi xanh.

Suy ra $n(\Omega_A) = C_5^2.C_4^1 + C_5^3 = 50$

Vậy xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh là $P(A) = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = 2f(3x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 9$ và $2F(1) - 3F(9) = -9$. Khi đó $\int_1^9 f(x)dx$ bằng

A. 9 **B.** 1 **C.** 8 **D.** 0

Lời giải

Chọn D

Từ $f(x) = 2f(3x)$ suy ra $\int f(x)dx = 2\int f(3x)dx \Rightarrow F(x) = \frac{2}{3}F(3x) + C$

Lần lượt thay $x = 1$ và $x = 3$ vào ta có $\begin{cases} F(1) = \frac{2}{3}F(3) + C \\ F(3) = \frac{2}{3}F(9) + C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(1) = \frac{2}{3}.9 + C \\ 9 = \frac{2}{3}F(9) + C \end{cases}$

Trừ vế theo vế ta được $F(1) - 9 = 6 - \frac{2}{3}F(9) \Leftrightarrow 3F(1) + 2F(9) = 45$

Lại theo đề bài ta có $2F(1) - 3F(9) = -9$ nên suy ra $F(1) = 9$ và $F(9) = 9$

Ta có $\int_1^9 f(x)dx = F(9) - F(1) = 9 - 9 = 0$

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $w=(3+4i)z$ là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

A. $I(-7;-1)$ **B.** $I(7;-1)$ **C.** $I(-7;1)$ **D.** $I(7;1)$

Lời giải

Chọn D

Đặt $w = x + yi$

Ta có $w=(3+4i)z \Rightarrow z = \dfrac{w}{3+4i} = \dfrac{x+yi}{3+4i} = \dfrac{(x+yi)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \dfrac{(3x+4y)+(-4x+3y)i}{25}$

Lại có $|z-1+i|=3 \Leftrightarrow \left|\dfrac{x+yi}{3+4i}-1+i\right|=3 \Leftrightarrow \left|\dfrac{(3x+4y-25)+(-4x+3y+25)i}{25}\right|=3$

$\Leftrightarrow |(3x+4y-25)+(-4x+3y+25)i| = 75 \Leftrightarrow (3x+4y-25)^2+(-4x+3y+25)^2 = 75$

$\Leftrightarrow 9x^2+16y^2+625+24xy-150x-200y+16x^2+9y^2+625-24xy-200x+150y = 5625$

$\Leftrightarrow 25x^2+25y^2-350x-50y-4375=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-14x-2y-175=0$

Vậy tập hợp là đường tròn có tâm $I(7;1)$ và bán kính $R=\sqrt{7^2+1^2+175}=15$

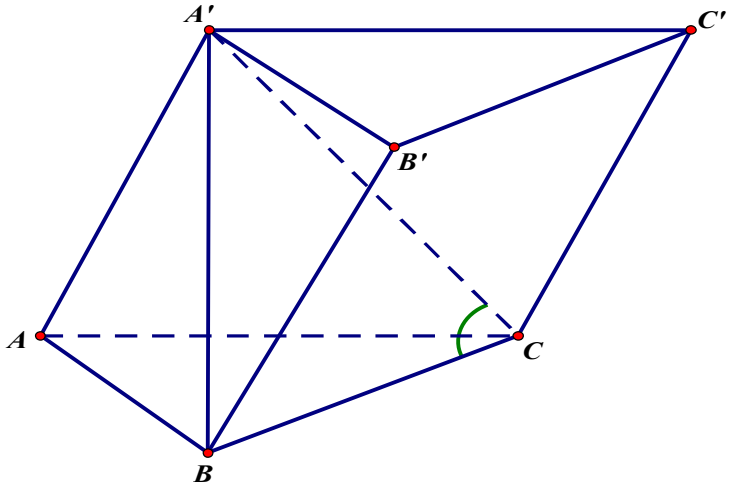
Câu 38: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$, $A'B$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và góc giữa $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $3a^3$ **B.** $\dfrac{a^3}{6}$ **C.** a^3 **D.** $\dfrac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C

Hình vẽ



Theo đề ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (2a)^2 - a^2 = 3a^2 \Leftrightarrow AC = a\sqrt{3}$

Diện tích đáy là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Góc giữa $(A'C,(ABC)) = (A'C;BC) = A'CB = 30^0$

$\tan 30^0 = \dfrac{A'B}{BC} \Rightarrow A'B = BC.\tan 30^0 = 2a.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = A'B.S_{\Delta ABC} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3$

Câu 39: Cho các số thực $x,\ y, z$ thỏa mãn $3^x = 5^y = 15^{\frac{2023}{x+y}-z}$. Tính giá trị biểu thức $S = xy + yz + zx$ bằng

A. 2022. **B.** 1011. **C.** 2023. **D.** 1012.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x + y \neq 0$.

Đặt $3^x = 5^y = 15^{\frac{2023}{x+y}-z} = t \Rightarrow \begin{cases} x = \log_3 t \\ y = \log_5 t \\ \dfrac{2023}{x+y} - z = \log_{15} t \end{cases}$

Mà $\log_{15} t = \dfrac{1}{\log_t 15} = \dfrac{1}{\log_t 3 + \log_t 5} = \dfrac{\log_3 t.\log_5 t}{\log_3 t + \log_5 t}$

$\Rightarrow \dfrac{2023}{x+y} - z = \dfrac{xy}{x+y}$

$\Rightarrow 2023 - z\left(x+y\right) = xy$

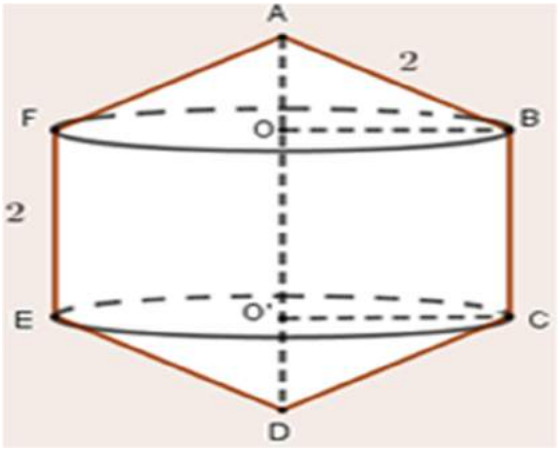
$\Leftrightarrow xy + yz + zx = 2023$.

Câu 40: Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 2. Quay lục giác xung quanh đường chéo AD ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $V = 8\pi$. **B.** $V = \dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{7\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = 7\pi$.

Lời giải

Chọn A



Do $ABCDEF$ là hình lục giác đều nên ta có $\widehat{FAB} = 120^0 \Rightarrow \widehat{OAB} = 60^0$.

Gọi O, O' lần lượt là hình chiếu của B, C lên AD.

Tam giác OAB vuông tại O có

$OA = AB.\cos 60^0 = 1,\ \ OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{2^2 - 1^1} = \sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón đỉnh A, đáy là hình tròn tâm O là $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi.OB^2.AO = \dfrac{1}{3}\pi.3.1 = \pi.$

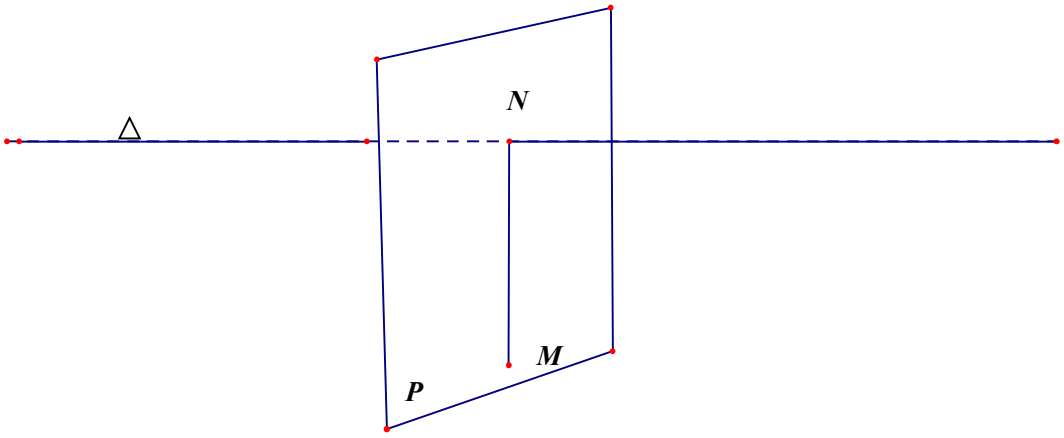
Thể tích khối trụ chiều cao OO', đáy là hình tròn tâm O là $V_2 = \pi.OB^2.OO' = \pi 3.2 = 6\pi$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và điểm $M\left(2;-2;5\right)$. Điểm $N\left(a;b;c\right)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C



Điểm $N\left(a;b;c\right)$ thuộc đường thẳng Δ và độ dài MN nhỏ nhất khi và chỉ khi N là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng Δ.

Gọi mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua M và vuông góc với Δ nên nhận vecto $\vec{n} = \left(2;1;-1\right)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là $2\left(x-2\right)+1\left(y+2\right)-1\left(z-5\right)=0$

$\Leftrightarrow 2x+y-z+3=0$.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = -t \end{cases}$

Tọa độ $N = \Delta \cap \left(P\right)$ nên suy ra $2\left(1+2t\right)+\left(-2+t\right)-\left(-t\right)+3=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$

Tọa độ $N\left(0;-\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Vậy $a=0;\ b=-\dfrac{5}{2};\ c=\dfrac{1}{2} \Rightarrow a+b+c=0+\left(-\dfrac{5}{2}\right)+\dfrac{1}{2}=-2$

Câu 42: Bất phương trình $\log_2\left(x^2-x-2\right) \geq \log_{0,5}\left(x-1\right)+1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc [0;2023] ?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

$\log_2\left(x^2-x-2\right) \geq \log_{0,5}\left(x-1\right)+1$

Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-x-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\log_2\left(x^2-x-2\right) \geq \log_{0,5}\left(x-1\right)+1 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right) \geq -\log_2\left(x-1\right)+1$

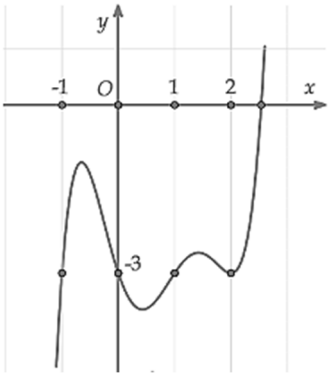
$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-x-2\right)(x-1)\ge 1 \Leftrightarrow \left(x^2-x-2\right)(x-1)\ge 2 \Leftrightarrow x^3-2x^2-x\ge 0$

$\Leftrightarrow x\in\left[1-\sqrt{2};0\right]\cup\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$

So với điều kiện $\Rightarrow x\in\left[1+\sqrt{2};+\infty\right)$

Vậy có 2021 nghiệm nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

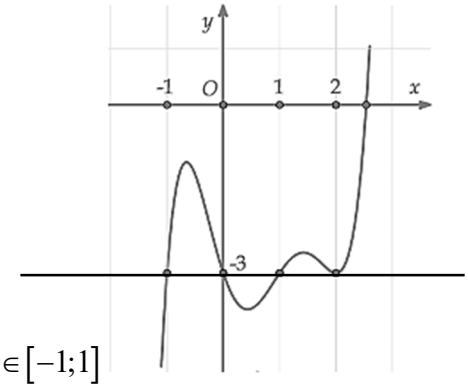


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(3x)+9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$ là

A. $f(0)$. **B.** $f(1)+2$. **C.** $f\left(\frac{1}{3}\right)$. **D.** $f(1)$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $t=3x \xrightarrow{x\in\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]} t\in[-1;1]$

Xét hàm số $y=f(t)+3t, t\in[-1;1]$ có $y'=f'(t)+3$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow f'(x)=-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=0 \\ t=1 \\ t=2(loai)\end{array}\right.$

$y(-1)=f(-1)-3; y(1)=f(1)+3; y(0)=f(0)$

t	-1		0		1
y'	0	$+$	0	$-$	0
y		↗	$f(0)$	↘	

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y=f(0)$

Câu 44: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên R và $\int_1^4 f(x)dx = F(4)-G(1)+m$ $(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=1$ và $x=4$. Khi $S=12$ thì m bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 4.

Chọn D

Lời giải

Ta có $\int_1^4 f(x)dx = F(4)-F(1)$

Mà $\int_1^4 f(x)dx = F(4)-G(1)+m$

Suy ra: $F(4)-F(1)=F(4)-G(1)+m \Rightarrow G(1)-F(1)=m, (m>0)$

Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ nên $G(x)-F(x)=m$

Do đó $S=\int_1^4 \left[G(x)-F(x)\right]dx = \int_1^4 m dx = mx\Big|_1^4 = 3m$

Mà $S=12 \Rightarrow 3m=12 \Rightarrow m=4$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và $f'(x)=(x+1)(x-2)$. Hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(-1;2)$

Lời giải

Chọn B

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta có: $g'(x)=2xf'\left(x^2-2\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(x^2-2\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=-1 \\ x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các tiếp điểm là M và N. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{7}{3}$ **D.** $\frac{4\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;1;-1)$, bán kính $R=2$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(2;1;2)$

Xét mặt phẳng thiết diện đi qua tâm I, điểm M,N và cắt d tại H.

Khi đó $d(I,d)=IH$.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(-1;-2;2)$.

$\overrightarrow{u_d}=(2;1;2)$

$\Rightarrow\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_d}\right]=(-6;6;3)$

$\Rightarrow d(I,d)=IH=\dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{u_d}\right]\right\|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{(-6)^2+6^2+3^2}}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3$.

$\Rightarrow IH=3, IM=IN=R=2\Rightarrow MH=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{IH^2-IM^2}=\sqrt{5}$.

Gọi O là trung điểm của MN. Khi đó:

$MO=\dfrac{MH.IM}{IH}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\Rightarrow MN=2MO=\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+(4-m)x+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-100;100]$ sao cho $f(x)\ge 0$ với mọi giá trị $x\in[3;5]$.

A. 101. **B.** 99. **C.** 100. **D.** 102.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=3\left(1-m^3\right)x^2+6x+4-m=3x^2+6x+4-m\left(3m^2x^2+1\right)$.

Ta thấy: $3x^2+6x+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Điều kiện cần:

$\begin{cases}f(3)\ge 0\\ f(5)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}27\left(1-m^3\right)+27+3(4-m)+2\ge 0\\ 125\left(1-m^3\right)+75+5(4-m)+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-27m^3-3m+68\ge 0\\ -125m^3-5m+222\ge 0\end{cases}$.

Vì $m\in[-100,100]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-100,-99,-98,...,0,1\}$.

Điều kiện đủ:

Nếu $m=1$ thì $f(x)=3x^2+3x+2\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó, $m=1$ (Nhận).

Nếu $m\le 0$ thì $-m\left(3m^2x^2+1\right)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số f đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó, $m\le 0$ (Nhận).

Vậy có 102 giá trị nguyên m thoả mãn yêu cầu bài.

Câu 48: Gọi S là tập chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log\left(60x^2+120x+10m-10\right)-3\log(x+1)>1$ có miền nghiệm chứa đúng 4 giá trị nguyên của biến x. Số phần tử của S là

A. 10. **B.** 12 **C.** 9 **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}60x^2+120x+10m-10>0\\ x>-1\end{cases}$.

$\log\left(60x^2+120x+10m-10\right)-3\log\left(x+1\right)>1$

$\Leftrightarrow 1+\log\left(6x^2+12x+m-1\right)>\log\left(x+1\right)^3+1$

$\Leftrightarrow 6x^2+12x+m-1>\left(x+1\right)^3\ (*)$.

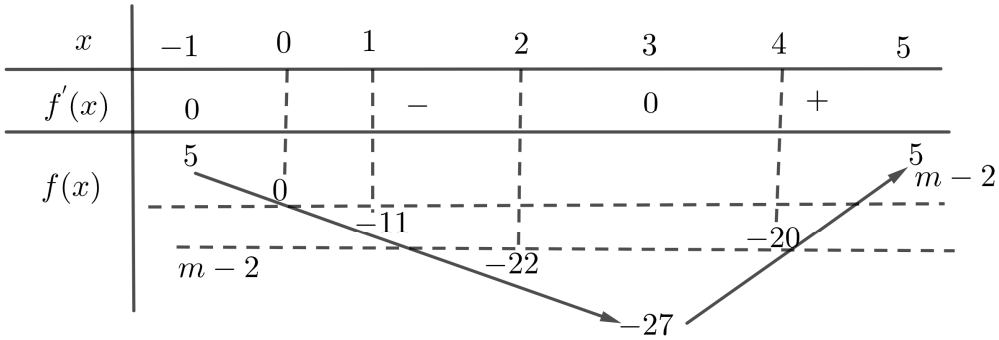
Từ $(*)\Rightarrow$ điều kiện: $x>-1$.

$(*)\Leftrightarrow x^3-3x^2-9x<m-2$.

Xét $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x$ với $x>-1$.

$f'\left(x\right)=3x^2-6x-9$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$.



Để miền nghiệm chứa 4 giá trị nguyên của biến x thì $-11<m-2\le 0\Leftrightarrow -9<m\le 2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên có 11 giá trị của tham số m thoả mãn yêu cầu bài.

Câu 49: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $\mathrm{w}=2z-5+i$ sao cho số phức z thỏa mãn $\left(z-3+i\right)\left(\overline{z}-3-i\right)=36$. Xét số phức $\mathrm{w}_1;\mathrm{w}_2\in S$ thỏa mãn $\left|\mathrm{w}_1-\mathrm{w}_2\right|=2$. Giá trị lớn nhất của $P=\left|\mathrm{w}_1-5i\right|^2-\left|\mathrm{w}_2-5i\right|^2$ bằng

A. $4\sqrt{37}$. **B.** $5\sqrt{17}$. **C.** $7\sqrt{13}$. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\mathrm{w}=2z-5+i\Leftrightarrow z=\dfrac{\mathrm{w}+5-i}{2}$. Đặt $\mathrm{w}=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$\left(z-3+i\right)\left(\overline{z}-3-i\right)=36$

$\Leftrightarrow\left(\dfrac{\mathrm{w}+5-i}{2}-3+i\right).\left(\dfrac{\overline{\mathrm{w}}+5+i}{2}-3-i\right)=36$

$\Leftrightarrow\left(\mathrm{w}-1+i\right)\left(\overline{\mathrm{w}}-1-i\right)=144$

$\Leftrightarrow\left[\left(x-1\right)+\left(y+1\right)i\right].\left[\left(x-1\right)-\left(y+1\right)i\right]=144$

$\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y+1\right)^2=144$.

Tập hợp điểm biểu diễn của w là đường tròn tâm $I\left(1;-1\right)$, bán kính $R=12$.

Gọi A,B là điểm biểu diễn của số phức $\mathrm{w}_1,\mathrm{w}_2$, $M\left(0;5\right)$.

Ta có: $P=MA^2-MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=IA^2-IB^2+2.\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}\right)=2.\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA}=2.\sqrt{17}.2.\cos\left(\overrightarrow{MI},\overrightarrow{BA}\right)$

P đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{MI}\right)=1$.

Giá trị lớn nhất của P là: $4\sqrt{17}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=x^2+\int_0^2 (x+u)f(u)\,du$ có đồ thị (C). Khi đó hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung, tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=5$ có diện tích S bằng

A. $S=\dfrac{8405}{39}$. **B.** $S=\dfrac{137}{6}$. **C.** $S=\dfrac{83}{3}$. **D.** $S=\dfrac{125}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y=f(x)=x^2+\int_0^2 (x+u)f(u)\,du=x^2+x\int_0^2 f(u)du+\int_0^2 u.f(u)du$.

Đặt $A=\int_0^2 f(u)du$, $B=\int_0^2 u.f(u)du$ ta có : $y=f(x)=x^2+Ax+B$.

$$A=\int_0^2 f(u)du=\int_0^2 f(x)dx=\int_0^2 (x^2+Ax+B)dx=\left(\frac{x^3}{3}+A\frac{x^2}{2}+Bx\right)\Big|_0^2=\frac{8}{3}+2A+2B$$

Suy ra : $A+2B=-\dfrac{8}{3}$ (1).

$$B=\int_0^2 u.f(u)du=\int_0^2 x.f(x)dx=\int_0^2 (x^3+Ax^2+Bx)dx=\left(\frac{x^4}{4}+A\frac{x^3}{3}+B\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^2=4+\frac{8}{3}A+2B$$

Suy ra : $\dfrac{8}{3}A+B=-4$ (2).

Từ (1) và (2) ta có : $A=-\dfrac{16}{13};B=-\dfrac{28}{39}$

$f(x)=x^2-\dfrac{16}{13}x-\dfrac{28}{39}$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng 5 là : $y=\dfrac{114}{13}x-\dfrac{1003}{39}$.

Diện tích cần tìm là : $S=\int_0^5 \left|\left(x^2-\dfrac{16}{13}x-\dfrac{28}{39}\right)-\left(\dfrac{114}{13}x-\dfrac{1003}{39}\right)\right|=\dfrac{125}{3}$.

CỤM LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN

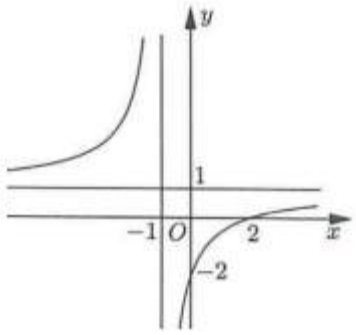
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2^x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+cosx+C.$ **B.** $\int f(x)dx=2^x.\ln 2+cosx+C.$

C. $\int f(x)dx=2^x.\ln 2-cosx+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}-cosx+C.$

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Toạ độ giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là

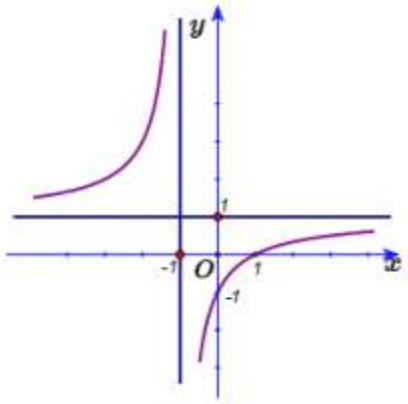


A. $(2;1)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;-2)$.

Câu 3: Gọi x là phần thực của số phức $z=4-2i.$ Khi đó, $2x$ bằng

A. 4. **B.** $4i$. **C.** –4. **D.** 8.

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\frac{x-1}{x+1}.$ **B.** $y=\frac{1-x}{x+1}.$ **C.** $y=x^4-2x^2+1.$ **D.** $y=x^3-3x+1.$

Câu 5: Cho $\int\frac{1}{x^2}dx=F(x)+C.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=-\frac{1}{x}.$ **B.** $F(x)=\frac{1}{x}.$ **C.** $F(x)=\ln x.$ **D.** $F(x)=\ln x^2.$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 7: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{4}$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(3;-2;4)$. **D.** $(-3;-2;4)$.

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 8$ và $\int_1^5 f(x)dx = -4$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 9: Cho số phức $z = 3-4i$, mô đun số phức z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 1.

Câu 10: Nếu $\int_2^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_2^4 [1+f(x)]dx$ bằng

A. 11. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 11: Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Câu 12: Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

A. 18. **B.** 27. **C.** 54. **D.** 12.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x-y+z-5=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(1;-2;4)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $M(0;0;-5)$. **D.** $P(0;5;0)$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và công bội $q = \frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $-\frac{9}{2}$. **B.** $-\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 15: Trên $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $y' = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $y' = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

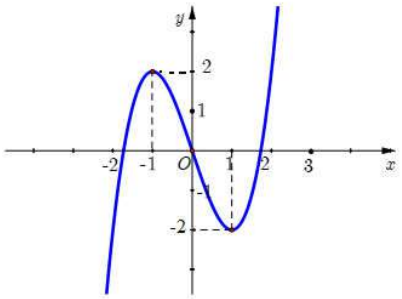
Câu 16: Kí hiệu C_5^2 là

A. Số các tổ hợp chập 5 của 2. **B.** Số các tổ hợp chập 2 của 5.
C. Tổ hợp chập 2 của 5. **D.** Tổ hợp chập 5 của 2.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 16$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3+bx^2+cx+d, (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ biết rằng khoảng cách từ điểm A đến $mp(BCD)$ bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$ và $(\beta): y+3=0$ bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $0°$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=1-5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$

A. $M(7;2)$. **B.** $N(1;4)$. **C.** $Q(7;-8)$. **D.** $P(7;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R'>R$. **B.** $0<R'<R$. **C.** $R>R'$. **D.** $R=R'$.

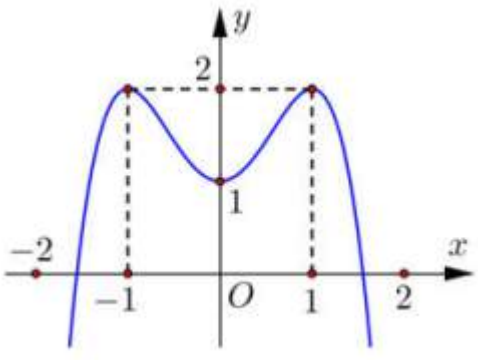
Câu 26: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác xuất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

A. $\dfrac{9}{38}$. **B.** $\dfrac{9}{19}$. **C.** $\dfrac{3}{19}$. **D.** $\dfrac{24}{133}$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2+2$ và $y=3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{104\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{56\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{16}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1

Câu 29: Tổng các nghiệm của phương trình $\log^2 x-\log x-2=0$ bằng

A. $\dfrac{1001}{100}$. **B.** 101. **C.** $\dfrac{1001}{10}$. **D.** 1

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 32: Với a là số thực dương và $a \neq 1$, $\log_a a^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** a^2.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 20. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 25.

Câu 34: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại $B, SA = AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

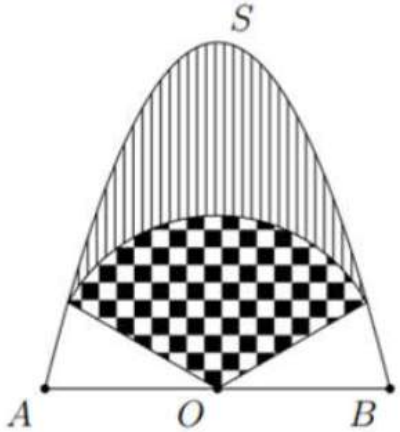
Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3f(3) = -6 + f(1)$. Biết rằng $I = \int_1^{e^2} \frac{f\left(\sqrt{4\ln x + 1}\right)}{x\sqrt{4\ln x + 1}} dx = 3$. Khi đó $I = \int_1^3 xf'(x)\,dx$ bằng

A. -12. **B.** -9. **C.** $\frac{-15}{2}$. **D.** 0.

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a. Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$.

Câu 37: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh như hình vẽ



Biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB. Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120.000 đồng/m2, phần giữa hình là hình quạt tâm O, bán kính $2m$ được tô đậm có giá 140.000 đồng/m2, phần còn lại có giá 160.000 đồng/m2. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

A. 1.444.000 đồng. **B.** 1.493.000 đồng.

C. 1.450.000 đồng. **D.** 1.488.000 đồng.

Câu 38: Cho z_1, z_2 là số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$ là

A. $P = 3$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = 2$.

Câu 39: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a\sqrt{33}}{9}$ **B.** $V = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$ **C.** $V = \dfrac{a\sqrt{141}}{6}$ **D.** $V = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn $|z+3| = |\overline{z} + 2i - 1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;-1)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $2x + 2y + z + 1 = 0$, (Q): $2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q) là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{-6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{6} = \dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{-6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{-4}$.

Câu 42: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3 \dfrac{9^x - 328}{78}\right) < 1$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 43: Trong không gian, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x + 2y + 5z - 1 = 0$. **B.** $3x + 5y + z + 2 = 0$.

C. $2x + 4y + z + 1 = 0$. **D.** $3x + 4y - z - 1 = 0$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x^4 - 4(4+m)x^3 + 12(3-m)x + 2$ có ba điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

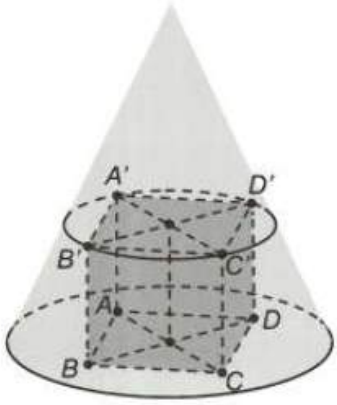
$$\log_2\left(3x^2 + 2x + 3y^2 + 2y\right)^2 + \log_3\left(x^2 + y^2\right)^3 \le 3\log_3\left[7\left(x^2 + y^2\right) + 4(x + y)\right] + 2\log_2(x + y)?$$

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 47: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \ge 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là $S = [a;b]$. Tính $a\sqrt{2} + 8b$

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A', B', C', D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.



Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{9\pi}{16}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=4$, $\widehat{ACB}=150°$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc $(P): x+2y+2z+23=0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng:

A. $\frac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$ **B.** $\frac{24}{4-\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{8}{4-\sqrt{3}}$ **D.** $80\left(2-\sqrt{3}\right)$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(a;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Biết rằng, (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M(3;1;7)$ và $N(7;4;5)$. Phương trình (P) là:

A. $x+2y+5z-30=0$. **B.** $2x+4y+10z-2=0$.

C. $x+2y+5z+30=0$. **D.** $2x+4y-10z+1=0$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.A	5.A	6.D	7.C	8	9.A	10.C
11.B	12.B	13.B	14.A	15.B	16.B	17.D	18.C	19.A	20.A
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.B	28.B	29.C	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.A	36.A	37.A	38.D	39.B	40.B
41.C	42.A	43.A	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2^x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+cosx+C.$ **B.** $\int f(x)dx=2^x.\ln 2+cosx+C.$

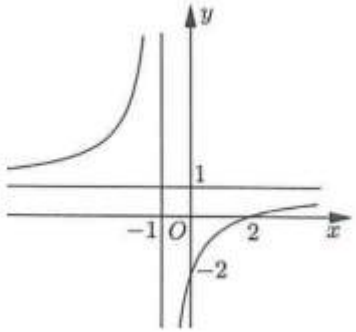
C. $\int f(x)dx=2^x.\ln 2-cosx+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}-cosx+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\int(2^x+\sin x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}-cosx+C.$

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Toạ độ giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là



A. $(2;1).$ **B.** $(1;-1).$ **C.** $(-1;1).$ **D.** $(2;-2).$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;1).$

Câu 3: Gọi x là phần thực của số phức $z=4-2i.$ Khi đó, $2x$ bằng

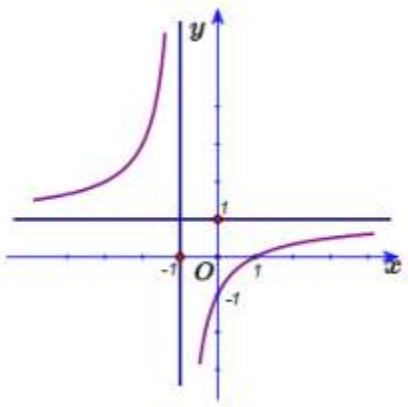
A. 4. **B.** $4i.$ **C.** $-4.$ **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=4-2i$ có phần thực $x=4$, suy ra $2x=2.4=8.$

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Vậy đồ thị hàm số đó là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 5: Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=-\dfrac{1}{x}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{x}$. **C.** $F(x)=\ln x$. **D.** $F(x)=\ln x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \dfrac{1}{x^2}dx=-\dfrac{1}{x}+C$ mà $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$, suy ra $F(x)=-\dfrac{1}{x}$.

Vậy $F(x)=-\dfrac{1}{x}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{4}$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(3;-2;4)$. **D.** $(-3;-2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=8$ và $\int_1^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int_3^5 f(x)dx=\int_1^5 f(x)dx-\int_1^3 f(x)dx=-4-8=-12$

Câu 9: Cho số phức $z=3-4i$, mô đun số phức z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 10: Nếu $\int_2^4 f(x)dx=5$ thì $\int_2^4\left[1+f(x)\right]dx$ bằng

A. 11. **B.** 6.

C. 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$\int_2^4\left[1+f(x)\right]dx=\int_2^4 1dx+\int_2^4 f(x)dx=2+5=7$

Câu 11: Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Hình trụ có đường kính đáy bằng $2a\Rightarrow r=a$

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.a.a+2\pi.a^2=4\pi a^2$.

Câu 12: Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

A. 18. **B.** 27. **C.** 54. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh của hình lập phương bằng x.

Ta có diện tích bốn mặt của hình lập phương bằng $4x^2=36\Leftrightarrow x=3$.

Thể tích của khối laaph phương bằng $x^3=3^3=27$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x-y+z-5=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(1;-2;4)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $M(0;0;-5)$. **D.** $P(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào mặt phẳng (P) ta có $N(1;-2;0)\in(P)$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-2$ và công bội $q=\frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $-\frac{9}{2}$. **B.** $-\frac{9}{8}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3=u_1.q^2=-2.\left(\frac{3}{2}\right)^2=-\frac{9}{2}$.

Câu 15: Trên $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^{\frac{4}{3}}\Rightarrow y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 16: Kí hiệu C_5^2 là

A. Số các tổ hợp chập 5 của 2. **B.** Số các tổ hợp chập 2 của 5.

C. Tổ hợp chập 2 của 5. **D.** Tổ hợp chập 5 của 2.

Lời giải

Chọn B

Kí hiệu C_5^2 là số các tổ hợp chập 2 của 5.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 16$ là

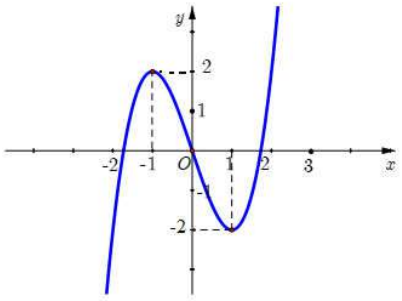
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

$4^x < 16 \Leftrightarrow 4^x < 4^2 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;2)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(1;-2)$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ biết rằng khoảng cách từ điểm A đến $mp(BCD)$ bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện đã cho bằng $V = \frac{1}{3}.S_{BCD}.d\left(A,(BCD)\right) = \frac{1}{3}.6.2 = 4$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$ và $(\beta): y + 3 = 0$ bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $0°$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(\alpha): x + z - 1 = 0$ và $(\beta): y + 3 = 0$ có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_1} = (1;0;1)$ và $\overrightarrow{n_2} = (0;1;0)$.

Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{n_2}$. Suy ra $(\alpha) \perp (\beta)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là $90°$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\frac{1}{2x-1} \geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\frac{1}{2x-1}>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có $\ln\frac{1}{2x-1}\geq 0\Leftrightarrow \frac{1}{2x-1}\geq 1\Leftrightarrow 2x-1\leq 1\Leftrightarrow x\leq 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $\frac{1}{2}<x\leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=1-5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$

A. $M(7;2)$. **B.** $N(1;4)$. **C.** $Q(7;-8)$. **D.** $P(7;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=z_1+z_2=(6+3i)+(1-5i)=7-2i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ là điểm $P(7;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Ta có $I(1;2;1)$.

Vậy $R=\sqrt{1^2+2^2+1^2-2}=2$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\frac{2}{5}$. **B.** $y=-\frac{1}{5}$. **C.** $y=-\frac{2}{5}$. **D.** $y=\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{5x-2}=\frac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{5x-2}=\frac{1}{5}$.

Vậy $y=\frac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R'>R$. **B.** $0<R'<R$. **C.** $R>R'$. **D.** $R=R'$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (P) đi qua tâm O, suy ra mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Vậy $R=R'$.

Câu 26: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác xuất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

A. $\frac{9}{38}$. **B.** $\frac{9}{19}$. **C.** $\frac{3}{19}$. **D.** $\frac{24}{133}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=C_{21}^{3}=1330$

Gọi A là biến cố chọn ba quả cầu đủ ba màu và đôi một khác nhau.

Chọn 1 quả cầu màu vàng C_5^1.

Chọn 1 quả cầu màu đỏ C_6^1

Chọn 1 quả cầu màu xanh C_7^1

$\Rightarrow n(A)=C_5^1.C_6^1.C_7^1=210$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{210}{1330}=\dfrac{3}{19}$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2+2$ và $y=3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{104\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{56\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{16}{15}$.

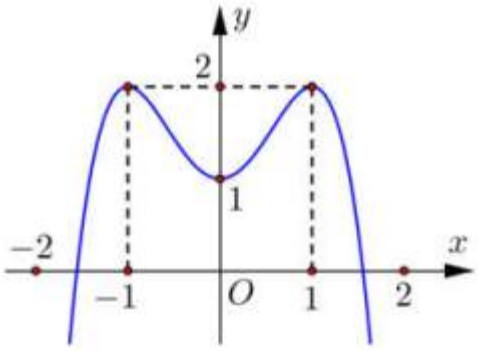
Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2=3\Rightarrow x=\pm 1$.

$\Rightarrow V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left|\left(x^2+2\right)^2-3^2\right|\mathrm{d}x=\dfrac{104\pi}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ giá trị cực tiểu của hàm số là $y=1$.

Câu 29: Tổng các nghiệm của phương trình $\log^2 x-\log x-2=0$ bằng

A. $\dfrac{1001}{100}$. **B.** 101. **C.** $\dfrac{1001}{10}$. **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log^2 x-\log x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log x=2\\ \log x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=100\\ x_2=\dfrac{1}{10}\end{array}\right.\Rightarrow x_1+x_2=\dfrac{1001}{10}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$.

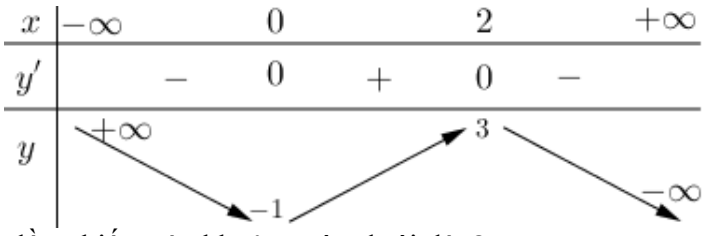
C. $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến khi $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2(2-x)<0 \Leftrightarrow 2-x<0 \Leftrightarrow x>2$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 32: Với a là số thực dương và $a\neq 1$, $\log_a a^2$ bằng

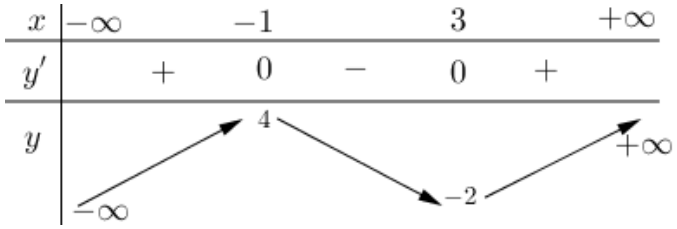
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a a^2 = 2$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 20. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $f(x)+3=m \Leftrightarrow f(x)=m-3$.

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m-3<4 \Leftrightarrow 1<m<7$.

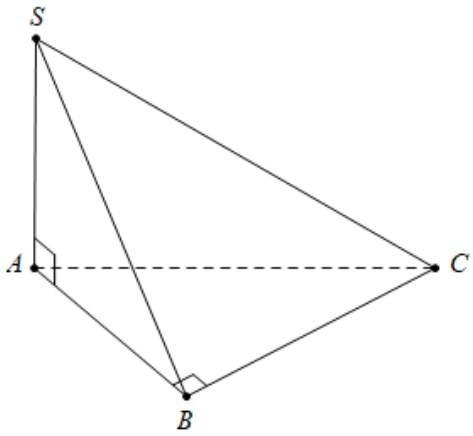
Mà $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{2;3;4;5;6\}$. Tổng các giá trị m là 20.

Câu 34: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại $B, SA=AB=a, BC=a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Góc $\left(\widehat{SB;SC}\right)=\widehat{BSC}$.

Ta có $BC\perp SA$ và $BC\perp AB\Rightarrow BC\perp SB$.

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SBC vuông cân tại $B\Rightarrow\widehat{BSC}=45°$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và SC bằng $45°$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3f(3)=-6+f(1)$. Biết rằng $I=\int\limits_1^{e^2}\frac{f\left(\sqrt{4\ln x+1}\right)}{x\sqrt{4\ln x+1}}dx=3$. Khi đó $I=\int\limits_1^3 xf'(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** -9. **C.** $\frac{-15}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Xét $I=\int\limits_1^{e^2}\frac{f\left(\sqrt{4\ln x+1}\right)}{x\sqrt{4\ln x+1}}dx=3$,

Đặt $t=\sqrt{4\ln x+1}\Rightarrow t^2=4\ln x+1\Rightarrow 2tdt=\frac{4dx}{x}\Rightarrow\frac{dx}{x}=\frac{tdt}{2}$.

Với $x=1\Rightarrow t=1;x=e^2\Rightarrow t=3$.

Do đó $I=\int\limits_1^3 f(t)\frac{dt}{2}=3\Rightarrow\int\limits_1^3 f(t)dt=6$.

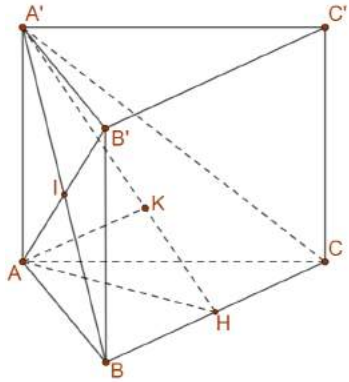
Xét $I=\int\limits_1^3 xf'(x)dx=\int\limits_1^3 xd\left(f(x)\right)=xf(x)\Big|_1^3-\int\limits_1^3 f(x)dx=3f(3)-f(1)-6=-12$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a. Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB' \cap A'B = I$ là trung điểm của mỗi đường.

$d\left(B'C',\left(A'BC\right)\right) = d\left(B',\left(A'BC\right)\right) = \dfrac{B'I}{AI} d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$.

Kẻ $AH \perp BC$ (H là trung điểm của BC) suy ra

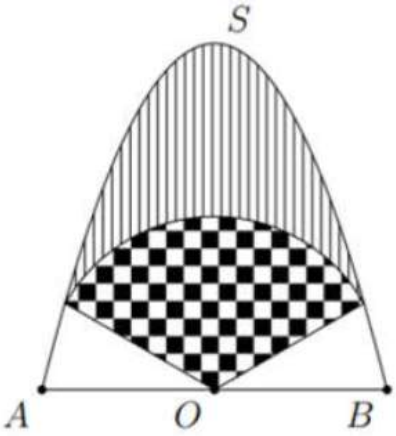
$BC \perp \left(A'AH\right) \Rightarrow \left(A'BC\right) \perp \left(A'AH\right), \left(A'BC\right) \cap \left(A'AH\right) = A'H$.

Kẻ $AK \perp A'H \Rightarrow AK \perp \left(A'AB\right) \Rightarrow d\left(A,\left(A'AB\right)\right) = AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta lại có $\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AH^2} + \dfrac{1}{AA'^2} \Rightarrow AA' = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy thể tích của lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{15}}{5} a.\dfrac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \dfrac{3\sqrt{5}}{20} a^3$.

Câu 37: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh như hình vẽ



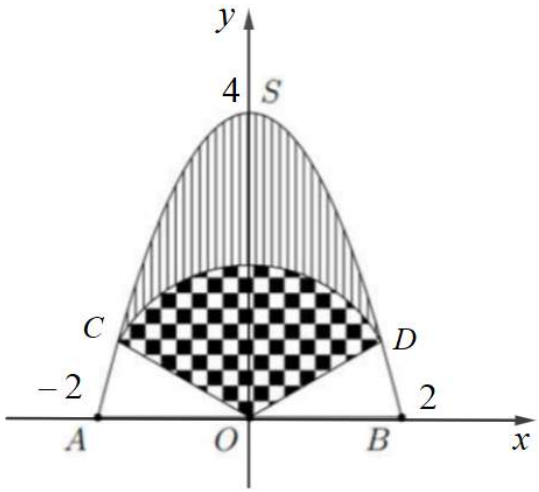
Biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB. Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120.000 đồng/m2, phần giữa hình là hình quạt tâm O, bán kính $2m$ được tô đậm có giá 140.000 đồng/m2, phần còn lại có giá 160.000 đồng/m2. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

A. 1.444.000 đồng. **B.** 1.493.000 đồng. **C.** 1.450.000 đồng. **D.** 1.488.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ



Ta có parabol (P) $y=ax^2+b$. $S(0;4)\in(P):4=b, A(-2;0)\in(P)\Rightarrow 4a+b=0\Rightarrow a=-1$.

Vậy $(P):y=-x^2+4$.

Xét đường tròn tâm O bán kính 2 có phương trình $x^2+y^2=4(C)\Rightarrow y=\pm\sqrt{4-x^2}$.

Vậy ta có giao điểm giữa (P) và (C) thỏa mãn:

$$y^2-y+4=4\Leftrightarrow y^2-y=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\Rightarrow x=\pm2\Rightarrow A(-2;0),B(2;0)\\ y=1\Rightarrow x=\pm\sqrt{3}\Rightarrow C\left(-\sqrt{3};1\right),D\left(\sqrt{3},1\right)\end{array}\right.$$

Gọi S là diện tích của toàn bộ parabol, S_1 là diện tích phần gạch sọc, S_2 là diện tích quạt, S_3 là diện tích còn lại. Ta có

$$S=\int_{-2}^{2}\left(4-x^2\right)dx=\frac{32}{3}.$$

$$S_1=\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\left(4-x^2-\sqrt{4-x^2}\right)dx=\frac{-4}{3}\pi+5\sqrt{3}.$$

Ta có $\cos\widehat{COD}=\dfrac{OC^2+OD^2-CD^2}{2OC.OC}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{COD}=\dfrac{2\pi}{3}\Rightarrow S_2=\dfrac{\pi}{3}.4=\dfrac{4\pi}{3}$.

$S_3=S-S_1-S_2=\dfrac{32}{3}-5\sqrt{3}$. Vậy tổng tiền là

$$120000.\left(\frac{-4}{3}\pi+5\sqrt{3}\right)+140000.\left(\frac{4\pi}{3}\right)+160000.\left(\frac{32}{3}-5\sqrt{3}\right)\approx 1444000 \text{ (đồng).}$$

Câu 38: Cho z_1,z_2 là số phức thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=1$ và $|z_1-2z_2|=\sqrt{6}$. Giá trị của biểu thức $P=|2z_1+z_2|$ là

A. $P=3$. **B.** $P=4$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$|z_1|=|z_2|=1\Rightarrow z_1\overline{z_1}=1, z_2\overline{z_2}=1$.

$|z_1-2z_2|=\sqrt{6}\Rightarrow(z_1-2z_2)\left(\overline{z_1}-2\overline{z_2}\right)=6\Rightarrow z_1\overline{z_1}+4z_2\overline{z_2}-2\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)=6\Rightarrow z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra

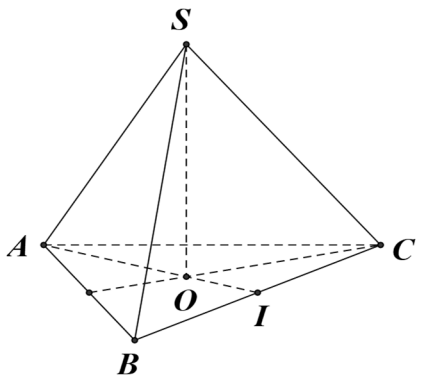
$P^2=|2z_1+z_2|^2=(2z_1+z_2)\left(2\overline{z_1}+\overline{z_2}\right)=4z_1\overline{z_1}+z_2\overline{z_2}+2\left(z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2\right)=4\Rightarrow P=2$.

Câu 39: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB=a$ và $SA=2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a\sqrt{33}}{9}$ **B.** $V=\dfrac{a\sqrt{33}}{3}$ **C.** $V=\dfrac{a\sqrt{141}}{6}$ **D.** $V=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn B



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Chiều cao của chóp là SO

Theo định lý Pitago ta có $AI=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO=\dfrac{2}{3}AI=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3.2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn $|z+3|=|\overline{z}+2i-1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;-1)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có: $|z+3|=|\overline{z}+2i-1|\Leftrightarrow|x+yi+3|=|x-yi+2i-1|$

$\Leftrightarrow|(x+3)+yi|=|(x-1)+(2-y)i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+3)^2+y^2}=\sqrt{(x-1)^2+(2-y)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+6x+9+y^2=x^2-2x+1+y^2-4y+4\Leftrightarrow 8x+4y+4=0\Leftrightarrow 2x+y+1=0$.

Lại có: $2.(-1)+1+1=0$ nên đường thẳng đi qua điểm $(-1;1)$

Vậy tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng đi qua điểm $(-1;1)$

Câu 41: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $2x+2y+z+1=0$, (Q): $2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q) là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-6}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{6}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{-6}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(2;2;1)\\ \vec{n}_{(Q)}=(2;-1;2)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(5;-2;-6)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-2;-6)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ nên có phương trình: $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{-6}$.

Câu 42: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x>0,x\neq 1\\ 9^x>328\end{cases}\Leftrightarrow x>\log_9 328$.

Khi đó

$$\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1\Leftrightarrow\log_3\frac{9^x-328}{78}<x$$

$$\Leftrightarrow 9^x-328<78.3^x\Leftrightarrow 3^{2x}-78.3^x-328<0$$

$$\Leftrightarrow 3^x<82\Leftrightarrow x<\log_3 82.$$

So với điều kiện, suy ra $\log_9 328<x<\log_3 82$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{3;4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1$ là 7.

Câu 43: Trong không gian, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x+2y+5z-1=0$. **B.** $3x+5y+z+2=0$.

C. $2x+4y+z+1=0$. **D.** $3x+4y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz suy ra $A'(-2;1;1)$.

Thay tọa độ điểm $A'(-2;1;1)$ vào phương trình mặt phẳng $3x+2y+5z-1=0$ ta được

$$3(-2)+2.1+5.1-1=0 \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy điểm A' nằm trên mặt phẳng mặt phẳng có phương trình $3x+2y+5z-1=0$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=12x^3-12(4+m)x^2+12(3-m)$ nên

$$y'=0\Leftrightarrow x^3-4x^2+3=(x^2+1)m\Leftrightarrow m=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}.$$

Đặt $f(x)=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}$, $f'(x)=1+\frac{x^2-14x-1}{(x^2+1)^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^4+3x^2-14x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $m=x-4+\dfrac{-x+7}{x^2+1}$ có ba nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-1<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i \quad (1)$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$\sqrt{(|z|-6)^2+1}.|z|=\sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$

Bình phương và rút gọn ta được:

$|z|^4-12|z|^3+11|z|^2+4|z|-4=0 \Leftrightarrow (|z|-1)(|z|^3-11|z|^2+4)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z|=1 \\ |z|^3-11|z|^2+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |z|=1 \\ |z|=10,9667... \\ |z|=0,62... \\ |z|=-0,587... \end{array}\right.$

Do $|z|\geq 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_2(3x^2+2x+3y^2+2y)^2+\log_3(x^2+y^2)^3 \leq 3\log_3[7(x^2+y^2)+4(x+y)]+2\log_2(x+y)$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+y>0$.

Đặt $\begin{cases} u=x+y \\ v=x^2+y^2 \end{cases}$ $(u,v>0)$. Thì bất phương trình trở thành:

$2\log_2(2u+3v)+3\log_3 v \leq 3\log_3(4u+7v)+2\log_2 u$

$\Leftrightarrow 2\log_2\left(2+3\dfrac{v}{u}\right)-3\log_3\left(7+4\dfrac{u}{v}\right)\leq 0$

Đặt $\dfrac{u}{v}=t$ $(t>0)$ thì bất phương trình trở thành: $2\log_2\left(2+\dfrac{3}{t}\right)-3\log_3(7+4t)\leq 0$

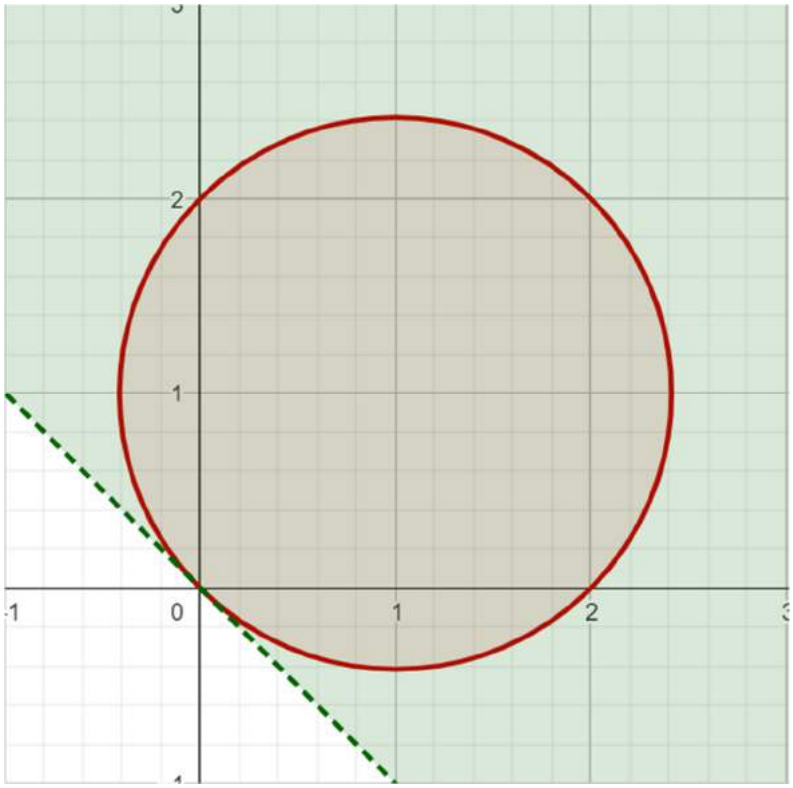
Xét hàm số $f(t)=2\log_2\left(2+\frac{3}{t}\right)-3\log_3(7+4t)\ (t>0)$

$\Rightarrow f'(t)=\frac{-6}{(2t^2+3t)\ln 2}-\frac{12}{(7+4t)\ln 3}<0\ \forall t>0$

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ mà $f(0,5)=0$ nên $f(t)\le f(0,5)\Leftrightarrow t\ge 0,5$.

$\frac{x+y}{x^2+y^2}\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y\le 0\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2\le 2.\ (*)$

Từ (*) và kết hợp điều kiện ban đầu $x+y>0$ và mô tả miền nghiệm trên cùng hệ trục tọa độ với (*) ta được:



Dựa vào hình ảnh miền nghiệm ta thấy có 8 cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn.

Câu 47: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là $S=[a;b]$. Tính $a\sqrt{2}+8b$

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0\Leftrightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2m\left(x^4+1\right)}\ge 0$

Điều kiện của bất phương trình $m\ge 0$.

Ta có $x^4+1-x^2=\left(x^2-\sqrt{3}x+1\right)\left(x^2+\sqrt{3}x+1\right)>0$

+Với $x\ge 0\Rightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0,\forall m\ge 0.$

+Với $x<0\Rightarrow x^4+1-x^2-\sqrt{2mx^2\left(x^4+1\right)}\ge 0.$

Đặt $\begin{cases}b_1=x^4+1\\ b_2=x^2\end{cases},(b_1\ge 1,b_2\ge 0,b_1-b_2>0).$

+ $m=0$ luôn thỏa mãn.

+ Xét $m>0$

Ta được bất phương trình $b_1-b_2\ge\sqrt{2mb_1b_2}$.

$\Leftrightarrow b_1^2-2b_1b_2+b_2^2\ge 2mb_1b_2\Leftrightarrow\left(\frac{b_1}{b_2}\right)^2-2(m+1)\frac{b_1}{b_2}+1\ge 0.$

Đặt $t=\frac{b_1}{b_2}(t\ge 2)$. ta được bất phương trình $t^2-2(m+1)t+1\ge 0$

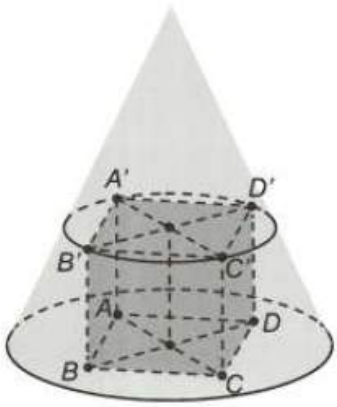
Đặt $h(t)=t^2-2(m+1)t+1$. Ta có $\Delta'=m^2+2m>0,\forall m>0$. Khi đó phương trình có 2 nghiệm $t_1,t_2,(t_1<t_2)$.

$t^2-2(m+1)t+1\ge 0,\forall t\ge 2$. điều kiện là $t_1<t_2\le 2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}h(2)\ge 0\\ m+1<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4m+1\ge 0\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\frac{1}{4}\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow m\le\frac{1}{4}.$

Vậy tập các giá trị của m là $S=[0;\frac{1}{4}]\Rightarrow a\sqrt{2}+8b=2.$

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A',B',C',D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.

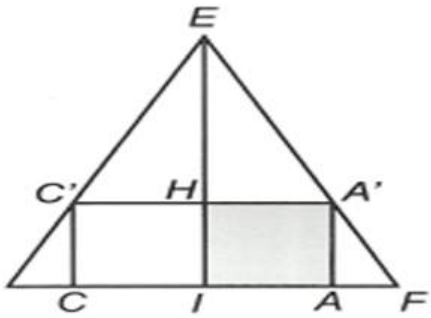


Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{9\pi}{16}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét phần mặt cắt qua trục hình nón và đi qua mặt phẳng $(AA'C'C)$, kí hiệu như hình vẽ. Với I, H lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ và đỉnh A' nằm trên đường sinh EF của hình nón.

Hình lập phương có thể tích bằng 1 nên $AA'=HI=1, A'H=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Đặt $EH = x(x>0)$. Khi đó, ta có $\frac{EH}{EI} = \frac{A'H}{FI} \Leftrightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{\sqrt{2}}{2FI} \to FI = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{x+1}{x}\right) = r$

Thể tích khối nón (N) là $V_{(N)} = \frac{1}{3}\pi r^2 EI = \frac{1}{6}\pi\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 (x+1) = \frac{\pi}{6}\frac{(x+1)^3}{x^2}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^2}, \forall x \in (0;+\infty)$. Ta có $f'(x) = \frac{(x-2)(x+1)^2}{x^3}$

Lập bảng biến thiên

x	0		2	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{27}{4}$	$\nearrow$

Ta được $\min_{(0;+\infty)} f(x) = \frac{27}{4}$ tại x $= 2$. Suy ra $\min V_{(N)} = \frac{9\pi}{8}$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4$, $\widehat{ACB} = 150°$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc $(P): x+2y+2z+23=0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng:

A. $\frac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$ **B.** $\frac{24}{4-\sqrt{3}}$ **C.** $\frac{8}{4-\sqrt{3}}$ **D.** $80\left(2-\sqrt{3}\right)$

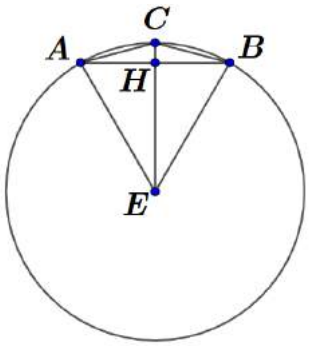
Lời giải

Chọn A

$(S): \begin{cases} I(-4;3;-2) \\ R=5 \end{cases}$. Ta có $V_{ABC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$, nên để thể tích của tứ diện $ABC'B'$ lớn nhất thì thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó $r = \frac{AB}{2\sin\widehat{ACB}} = \frac{4}{2\sin 150°} = 4$.

Khi đó, ta có $d\left(I,(ABC)\right) = \sqrt{R^2-r^2} = 3 \Rightarrow$ Khoảng cách lớn nhất của hai mặt phẳng chứa hai đáy hình trụ là $d\left(I,(ABC)\right) + d\left(I,(P)\right) = 10$.



Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $AB = 4 = r$ nên tam giác ABE đều. Gọi H là trung điểm AB.

Ta có S_{ABC} lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất hay E, H, C thẳng hàng.

Khi đó $CH_{\max} = CE - HE = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} d\left((ABC)(A'B'C')\right) S_{ABC}$

$\Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3} 10 \frac{1}{2} 4\left(4 - 2\sqrt{3}\right) = \frac{40\left(2 - \sqrt{3}\right)}{3}$.

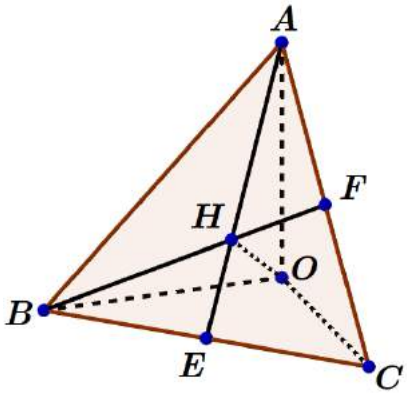
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(a;2;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Biết rằng, (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M(3;1;7)$ và $N(7;4;5)$. Phương trình (P) là:

A. $x + 2y + 5z - 30 = 0$. **B.** $2x + 4y + 10z - 2 = 0$.

C. $x + 2y + 5z + 30 = 0$. **D.** $2x + 4y - 10z + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A



Bổ đề: Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Nếu H là trực tâm tam giác ABC thì $OH \perp (ABC)$.

Chứng minh: Kẻ hai đường cao AE, BF cắt nhau tại H của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} AE \perp BC \\ AO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AEO) \Rightarrow BC \perp OH$ và $\begin{cases} BF \perp AC \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BFO) \Rightarrow AC \perp OH$

$\Rightarrow OH \perp (ABC)$.

Áp dụng bổ đề trên ta $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{OH} = (a;2;5) \Rightarrow (P): ax + 2y + 5z - a^2 - 29 = 0$.

Mà $MN // (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN}\overrightarrow{OH} = 0 \Leftrightarrow 4a + 6 - 10 = 0 \Leftrightarrow a = 1 \Rightarrow (P): x + 2y + 5z - 30 = 0$.

THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

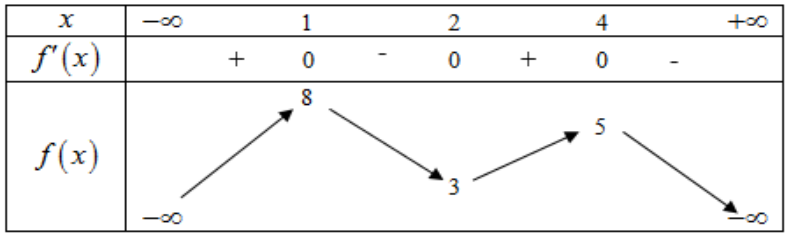
Câu 1. Môđun của số phức $z=3-2i$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 2. Công thức tính đúng của tổ hợp chập 3 của 10 là

A. $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3!}$. **B.** $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{7!}$. **C.** $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3!7!}$. **D.** $C_{10}^{3}=\dfrac{10!}{3.7}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 8. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 5. Cho hình trụ có chu vi của một đường tròn đáy bằng c, đường cao bằng h. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $c.h$. **B.** $\dfrac{1}{2}.c.h$. **C.** $\dfrac{1}{3}.c.h$. **D.** $2.c.h$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc (Oxy) ?

A. $Q(1;1;0)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $P(0;1;0)$. **D.** $N(0;0;1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y+2z-1=0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

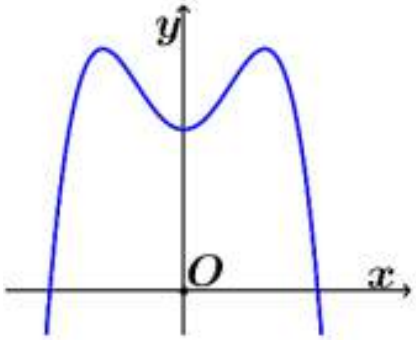
A. $(Q):3x+3y+6z-1=0$. **B.** $(P):2x+2y+4z-2=0$.

C. $(R):x+y-z-1=0$. **D.** $(S):-x-y-2z+1=0$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $4^{5x-1}=16$ là

A. $x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\dfrac{5}{3}$. **D.** $x=2$.

Câu 9. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây



A. $y=x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\ln(3-x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(0;3)$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** e. **D.** $\frac{1}{e}$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 13. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+x+1$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $x^3+\frac{x^2}{2}+x+C$. **B.** x^3+x^2+x+C. **C.** $3x^3+x^2+x+C$. **D.** $3x^3+\frac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x+1}$ là

A. $y'=2^x\ln 2$. **B.** $y'=(x+1)2^x$. **C.** $y'=\frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. **D.** $y'=2^{x+1}\ln 2$.

Câu 15. Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân, biết $u_1=3, u_2=6$. Khi đó giá trị u_5 là

A. 72. **B.** 48. **C.** 8. **D.** –48.

Câu 16. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 17. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x=-\frac{3}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 18. Diện tích mặt cầu có đường kính bằng d được tính theo công thức

A. πd^2. **B.** $4\pi d^2$. **C.** $2\pi d^2$. **D.** $\frac{1}{2}\pi d^2$.

Câu 19. Phần ảo của số phức $z=(1+i)(2-i)$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 20. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{3}{2}}.\sqrt[3]{a}$ với $a>0$ ta được

A. $P=a^{\frac{11}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{9}{2}}$. **C.** $P=a^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 21. Tính thể tích khối chóp có đường cao bằng 3, diện tích đáy bằng 4

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2+2t\\z=-3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+1t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

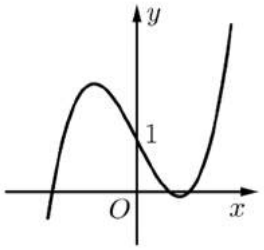
Câu 23. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 2, \int_{-1}^{0} f(x)dx = 5$. Khi đó giá trị $\int_{0}^{1} (2f(x)+1)dx$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** -5. **D.** 7.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa BC' và $(A'B'C'D')$ là

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, phương trình $f(x^2) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6

Câu 26. Có 6 bạn nam trong đó có Hoàng và 3 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{5}{126}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{5}{63}$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và $y = x - 1$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{9}{2}$.

Câu 28. Cho $\log_a b = 2, \log_b c = 3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_c(a^2 b)$ là

A. 6. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 29. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sin x$. Biết $F(0) = 1$, giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $1 + \frac{\pi}{2}$. **D.** -1.

Câu 30. Cho phương trình bậc hai $z^2 + bz + c = 0$, trong đó b, c là các số thực. Với giá trị nào của b thì phương trình đã cho nhận số phức $3 + 2i$ làm nghiệm?

A. -5. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 5.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(0;3;0)$.

A. $x - 2y + 2z - 12 = 0$. **B.** $x + 4y + 2z - 12 = 0$.

C. $x - 2y + 2z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 6 = 0$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến (SCD).

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết rằng $AB = AA' = a, AC = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=-3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=-3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2+2t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=-2+2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)$. Khi đó, hàm số $y=f(-2x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 37. Cho hình nón có đường sinh bằng 2, góc ở đỉnh bằng 120^0. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** 3π. **D.** π.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên a để tồn tại số phức z thỏa mãn $\left|z+\overline{z}\right|+\left|z-\overline{z}\right|=16$ và $\left|iz-4\right|=a$?

A. 10. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x)=f'(x^3+2)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

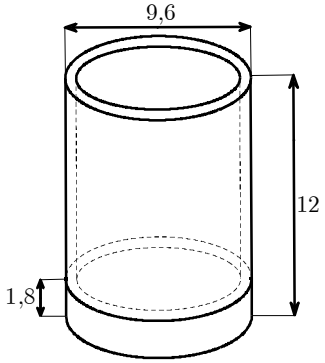
Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;\,2023]$ để hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty;\,0)$?

A. 2017. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Câu 40. Cho hàm số $y=x^3+mx^2+(2m^2-m+1)x+m^2-3m.$ Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty;\,0]$ bằng -2. Tích các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41. Cần bao nhiêu thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng $9,6$ cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày $1,8$ cm, thành xung quanh cốc dày $0,24$ cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $64,39\ \text{cm}^3$. **B.** $202,27\ \text{cm}^3$. **C.** $212,31\ \text{cm}^3$. **D.** $666,97\ \text{cm}^3$.

Câu 42. Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022.

Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

A. 48. **B.** 30. **C.** 42. **D.** 36.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+2y+3z+4=0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+3y+z-7=0$, $(Q): x-y+z+1=0$. Khi đó d bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 44. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=1$, tang của góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABB'A'\right)$ bằng 2. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 5. **B.** 3. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

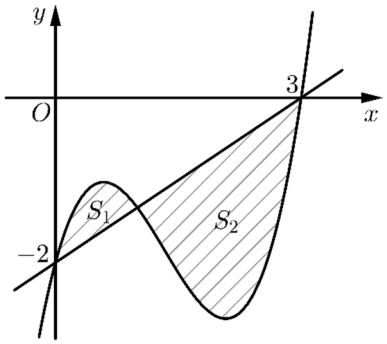
Câu 45. Giả sử hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f\left(\sin x+1\right)=\cos x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$, khi đó tích phân $\int\limits_{1}^{\frac{3}{2}} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{-\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Câu 46. Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_2\frac{x}{4}+\log_2 y=\frac{4-xy^2}{y^2}$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất. giá trị $\frac{x}{y}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đường thẳng $y=ax+b$ tạo với đường $y=f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1,S_2 (hình vẽ bên).



Biết $S_1=\frac{5}{12}$ và $\int\limits_{0}^{1}\left(1-2x\right)f'\left(3x\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$, giá trị của S_2 bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{19}{4}$. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{13}{6}$.

Câu 48. Xét các số phức z,w,u thỏa mãn $|z|=1, |w|=2, |u|=3$ và $|z+w-u|=|u+z-w|$. Giá trị lớn nhất của $|z-u|$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** 4.

Câu 49. Cho hai hàm số $f\left(x\right)=2x^3-9x^2$ và $g\left(x\right)=2x^3-3x^2-12x+m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h\left(x\right)=f\left(g\left(x\right)\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 23. **B.** 21. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;4;4)$, $B(1;2;3)$, $C(5;0;-1)$. Điểm M thay đổi trong không gian thoả mãn $\widehat{ABM}=\widehat{AMC}=90^0$. Mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC cắt AM tại N. Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\frac{4\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	C	A	D	A	A	D	B	C	D	A	D	B	D	C	A	B	A	B	A	C	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	D	B	C	C	A	A	B	C	C	D	A	D	D	B	C	A	B	D	D	A	C	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Môđun của số phức $z=3-2i$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $-\sqrt{3}$. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|3-2i|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 2. Công thức tính đúng của tổ hợp chập 3 của 10 là

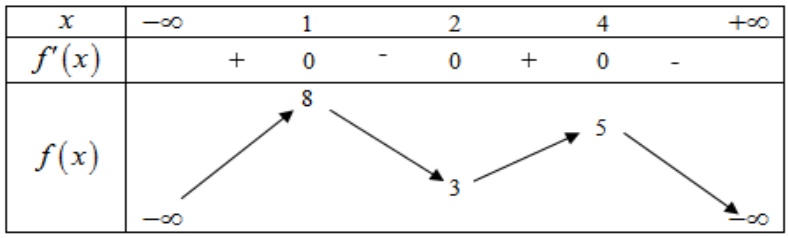
A. $C_{10}^3=\dfrac{10!}{3!}$. **B.** $C_{10}^3=\dfrac{10!}{7!}$. **C.** $C_{10}^3=\dfrac{10!}{3!7!}$. **D.** $C_{10}^3=\dfrac{10!}{3.7}$.

Lời giải

Chọn C

Tổ hợp chập 3 của 10 là $C_{10}^3=\dfrac{10!}{3!.7!}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 8. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số là 3.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 5. Cho hình trụ có chu vi của một đường tròn đáy bằng c, đường cao bằng h. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $c.h$. **B.** $\dfrac{1}{2}.c.h$. **C.** $\dfrac{1}{3}.c.h$. **D.** $2.c.h$.

Lời giải

Chọn A

Chu vi đáy $2\pi r=c\Rightarrow r=\dfrac{c}{2\pi}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.\dfrac{c}{2\pi}.h=c.h$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây không thuộc (Oxy) ?

A. $Q(1;1;0)$. **B.** $M(1;0;0)$. **C.** $P(0;1;0)$. **D.** $N(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là $z=0$.

Ta thấy điểm $N(0;0;1)$ có $z_N=1\neq 0$ nên điểm $N(0;0;1)$ không thuộc (Oxy).

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+2z-1=0$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(Q): 3x+3y+6z-1=0$. **B.** $(P): 2x+2y+4z-2=0$.

C. $(R): x+y-z-1=0$. **D.** $(S): -x-y-2z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(Q): 3x+3y+6z-1=0$ vì $\frac{1}{3}=\frac{1}{3}=\frac{2}{6}\neq\frac{-1}{-1}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $4^{5x-1}=16$ là

A. $x=\frac{3}{5}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{5}{3}$. **D.** $x=2$.

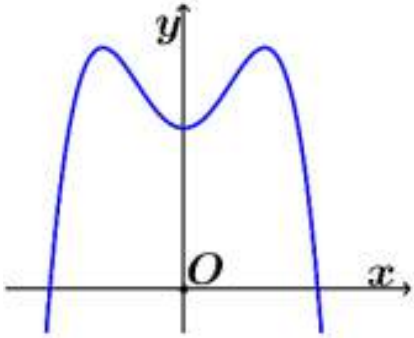
Lời giải

Chọn A

Ta có $4^{5x-1}=16\Leftrightarrow 4^{5x-1}=4^2\Leftrightarrow 5x-1=2\Leftrightarrow x=\frac{3}{5}$.

Nghiệm của phương trình $4^{5x-1}=16$ là $x=\frac{3}{5}$.

Câu 9. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây



A. $y=x^3+2x^2+2$. **B.** $y=-x^3+x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+2$.

Lời giải

Chọn D

Đường cong là đồ thị của hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c$. Do đó loại phương án A và B.

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$. Do đó loại phương án C.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\ln(3-x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3-x>0\Leftrightarrow x<3$.

Tập xác định của hàm số $y=\ln(3-x)$ là $(-\infty;3)$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** e. **D.** $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn C

$y' = e^x > 0, \forall x \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} y = y(1) = e$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$ nên số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ với trục hoành là 3.

Câu 13. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + x + 1$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $x^3 + \frac{x^2}{2} + x + C$. **B.** $x^3 + x^2 + x + C$. **C.** $3x^3 + x^2 + x + C$. **D.** $3x^3 + \frac{x^2}{2} + x + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$ là

A. $y' = 2^x \ln 2$. **B.** $y' = (x+1)2^x$. **C.** $y' = \frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. **D.** $y' = 2^{x+1} \ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15. Cho dãy (u_n) là một cấp số nhân, biết $u_1 = 3, u_2 = 6$. Khi đó giá trị u_5 là

A. 72. **B.** 48. **C.** 8. **D.** –48.

Lời giải

Chọn B

Công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{3} = 2$.

$u_5 = u_1 q^4 = 3.2^4 = 48$.

Câu 16. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c(a \neq 0)$ có $a.b < 0$ nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 17. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng

A. $x = -\frac{3}{2}$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là đường thẳng $x = 1$..

Câu 18. Diện tích mặt cầu có đường kính bằng d được tính theo công thức

A. πd^2. **B.** $4\pi d^2$. **C.** $2\pi d^2$. **D.** $\frac{1}{2}\pi d^2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có đường kính bằng d có bán kính $R = \frac{d}{2}$ có diện tích là: $s = 4\pi R^2 = \pi d^2$.

Câu 19. Phần ảo của số phức $z = (1+i)(2-i)$ là

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=(1+i)(2-i)=2+2i-i-i^2=3+i$. Phần ảo của z là: 1.

Câu 20. Rút gọn biểu thức $P=a^{\frac{3}{2}}.\sqrt[3]{a}$ với $a>0$ ta được

A. $P=a^{\frac{11}{6}}$. **B.** $P=a^{\frac{9}{2}}$. **C.** $P=a^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P=a^{\frac{7}{6}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=a^{\frac{3}{2}}.\sqrt[3]{a}=a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{11}{6}}$.

Câu 21. Tính thể tích khối chóp có đường cao bằng 3, diện tích đáy bằng 4

A. 12. **B.** 4. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}.3.4=4$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của Δ

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=-2+2t\\z=-3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=2+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+1t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 23. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^{1}f(x)dx=2,\int_{-1}^{0}f(x)dx=5$. Khi đó giá trị $\int_{0}^{1}(2f(x)+1)dx$ bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** -5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

$\int_{-1}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{0}f(x)dx+\int_{0}^{1}f(x)dx\Rightarrow\int_{0}^{1}f(x)dx=\int_{-1}^{1}f(x)dx-\int_{-1}^{0}f(x)dx=2-5=-3$.

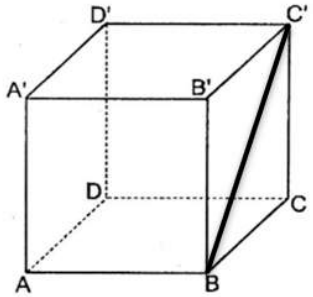
$\int_{0}^{1}(2f(x)+1)dx=\int_{0}^{1}2f(x)dx+\int_{0}^{1}1dx=2\int_{0}^{1}f(x)dx+1=-5$.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa BC' và $(A'B'C'D')$ là

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

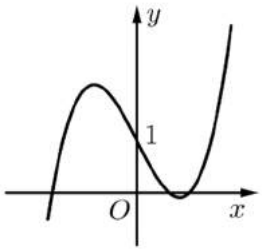
Lời giải

Chọn A



$(BC',(A'B'C'D'))=(BC',B'C')=\widehat{BC'B}=45^0$ vì tam giác $BC'B'$ vuông cân tại C'.

Câu 25. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, phương trình $f(x^2)=1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm có hoành độ là $a,0,b\ (a<0<b)$.

Suy ra: $f\left(x^2\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=a\ (1) \\ x^2=0\ (2) \\ x^2=b\ (3) \end{array}\right.$.

Số nghiệm của phương trình $(1),(2),(3)$ lần lượt là 0, 1, 2.

Câu 26. Có 6 bạn nam trong đó có Hoàng và 3 bạn nữ xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{5}{126}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{5}{63}$.

Lời giải

Chọn D

✓ Số cách xếp tùy ý 9 bạn thành hàng ngang là $9!\ \Rightarrow n(\Omega)=9!$

✓ Số cách xếp sao cho không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng:

- Xếp 6 bạn nam thành một hàng ngang sao cho Hoàng đứng ở ngoài cùng, có $2.5!$ cách.
- Xếp 3 bạn nữ vào 6 khoảng trống tạo bởi 6 bạn nam đã được xếp, trừ khoảng trống ngoài cùng bên cạnh Hoàng, có A_6^3 cách.

Vậy số cách xếp để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng: $2.5!.A_6^3$. Suy ra, xác suất để không có hai bạn nữ nào đứng cạnh nhau và Hoàng đứng ở ngoài cùng bằng: $\frac{2.5!.A_6^3}{n(\Omega)}=\frac{2.5!.A_6^3}{9!}=\frac{5}{63}$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và $y=x-1$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $x^2-4x+3=x-1 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Suy ra, diện tích hình phẳng đã cho bằng:

$$\int_1^4\left|\left(x^2-4x+3\right)-(x-1)\right|\mathrm{dx}=\int_1^4\left|x^2-5x+4\right|\mathrm{dx}=\int_1^4\left(-x^2+5x-4\right)\mathrm{dx}=\frac{9}{2}.$$

Câu 28. Cho $\log_a b=2, \log_b c=3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_c\left(a^2b\right)$ là

A. 6. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_c\left(a^2b\right)=\frac{\log_b\left(a^2b\right)}{\log_b c}=\frac{2\log_b a+1}{\log_b c}=\frac{\dfrac{2}{\log_a b}+1}{\log_b c}=\frac{2}{3}.$$

Câu 29. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$. Biết $F(0)=1$, giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $1+\frac{\pi}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=\sin x dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=-\cos x\end{cases}$.

$F\left(x\right)=-x\cos x+\int\cos x dx=-x\cos x+\sin x+C$.

Mà $F\left(0\right)=1\Rightarrow C=1$, suy ra $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$.

Câu 30. Cho phương trình bậc hai $z^2+bz+c=0$, trong đó b,c là các số thực. Với giá trị nào của b thì phương trình đã cho nhận số phức $3+2i$ làm nghiệm?

A. -5. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có một nghiệm $z_1=3+2i\Rightarrow$ nghiệm còn lại là $z_2=3-2i$.

Theo định lí Viét $z_1+z_2=-b\Rightarrow b=-6$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với (S) tại điểm $M(0;3;0)$.

A. $x-2y+2z-12=0$. **B.** $x+4y+2z-12=0$.

C. $x-2y+2z+6=0$. **D.** $x+2y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;1;2\right)$ và bán kính $R=3$.

Phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $M(0;3;0)$ có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI}=\left(1;-2;2\right)$ là

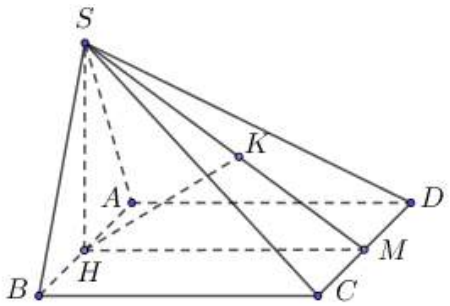
$1.\left(x-0\right)-2.\left(y-3\right)+2.\left(z-0\right)=0\Rightarrow\left(\alpha\right):x-2y+2z+6=0$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ A đến (SCD).

A. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$.

Kẻ $HM\perp CD$ tại điểm M.

Ta có $SA\perp CD\Rightarrow CD\perp\left(SHM\right)$.

Mà $CD\subset\left(SCD\right)\Rightarrow\left(SHM\right)\perp\left(SCD\right)$ theo giao tuyến SM.

Trong mặt phẳng (SHM), kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

Vì $AB // (SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = d(H,(SCD)) = HK = \dfrac{SH.HM}{\sqrt{SH^2+HM^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết rằng $AB = AA' = a, AC = \sqrt{3}a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = AA'.\dfrac{1}{2}.AB.BC = a.\dfrac{1}{2}.a.a\sqrt{2} = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y+1=0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = -3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = -3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = -2+2t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = -2+2t \\ z = 3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\Delta \perp (\alpha) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{n_\alpha} = (3;2;0)$.

Vậy Δ đi qua $M(1;2;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta} = (3;2;0)$ nên $\Delta: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+2t \\ z = -3 \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

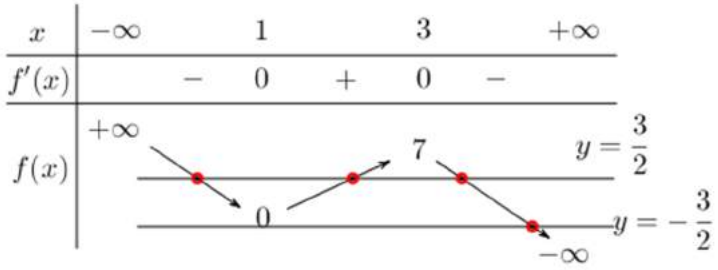
Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 3 = 0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2|f(x)| - 3 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = \dfrac{3}{2} \\ f(x) = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.



Tương giao 2 đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ và $y=-\frac{3}{2}$ lên bảng biến thiên ta được số nghiệm của phương trình đã cho là 4.

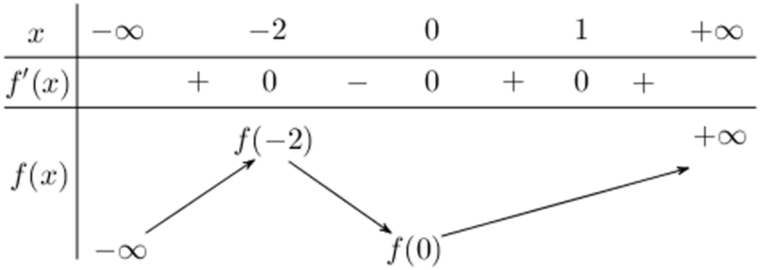
Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)$. Khi đó, hàm số $y=f(-2x)$ đạt cực đại tại

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

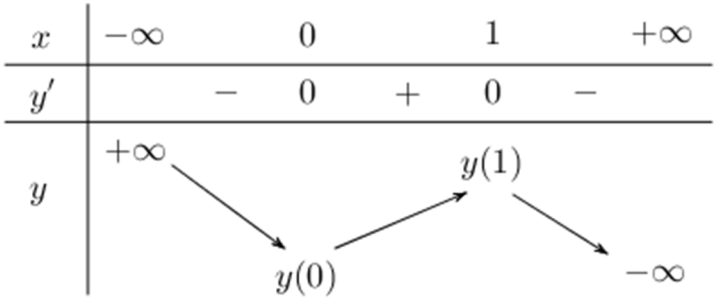
Chọn C

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1(boichan)\\x=-2\end{array}\right.$. Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau



Xét $y=f(-2x)$, ta có $y'=-2f'(-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2x=-2\\-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\end{array}\right.$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(-2x)$ như sau



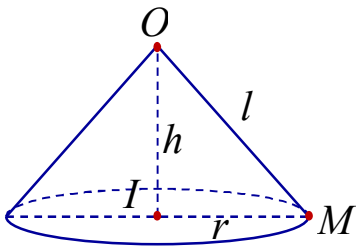
Vậy hàm số $y=f(-2x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 37. Cho hình nón có đường sinh bằng 2, góc ở đỉnh bằng 120^0. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** 3π. **D.** π.

Lời giải

Chọn D



Vì góc ở đỉnh bằng 120° nên $\widehat{IOM}=60^\circ$. Trong tam giác vuông IOM ta có

$r=l\sin 60^\circ=\sqrt{3}$

$h=l\cos 60^\circ=1$

Thể tích của hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3.1=\pi$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên a để tồn tại số phức z thỏa mãn $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=16$ và $|iz-4|=a$?

A. 10. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $|z+\overline{z}|+|z-\overline{z}|=16\Leftrightarrow 2|x|+2|y|=16\Leftrightarrow|x|+|y|=8$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=8\ (d_1), & khi\ x\ge 0;y\ge 0\\ x-y=8\ (d_2), & khi\ x\ge 0;y\le 0\\ -x-y=8\ (d_3), & khi\ x\le 0;y\le 0\\ -x+y=8\ (d_4), & khi\ x\le 0;y\ge 0\end{cases}\quad(1)$$

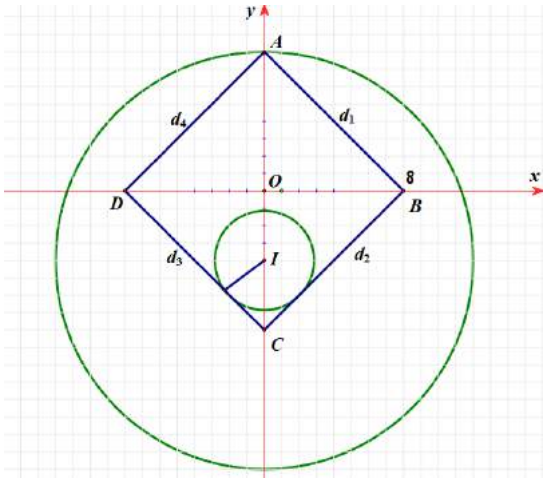
Hay điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z nằm trên các cạnh của hình vuông ABCD như hình.

Lại có $|iz-4|=a\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 0\\ |-y-4+xi|=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge 0\\ x^2+(y+4)^2=a^2\end{cases}\quad(2)$

TH1: nếu $a=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-4\end{cases}$ không thỏa mãn điều kiện (1) (loại).

TH2: Nếu $a>0$ điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(0;-4)$ bán kính a.

Để tồn tại số phức z thỏa cả hai điều kiện (1) và (2) thì hình vuông $ABCD$ và đường tròn $(I;a)$ phải có điểm chung



Do đó $d(I;d_3)\le a\le IA\Leftrightarrow 2\sqrt{2}\le a\le 12\overset{a\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow}a\in\{3;4;5;...;12\}$

Vậy có 10 số nguyên thỏa mãn.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(x)=f'(x^3+2)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		3		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2023; 2023]$ để hàm số $y = f(x-m)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$?

A. 2017. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

$$g(x)=0 \Leftrightarrow f'(x^3+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} f'(-6)=0 \\ f'(2)=0 \\ f'(10)=0 \\ f'(29)=0 \end{array}\right. \text{, suy ra } f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-6 \\ x=2 \\ x=10 \\ x=29 \end{array}\right. .$$

Xét hàm số $h(x)=f(x-m) \Rightarrow h'(x)=f'(x-m)$

Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m=-6 \\ x-m=2 \\ x-m=10 \\ x-m=29 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-6 \\ x=m+2 \\ x=m+10 \\ x=m+29 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu theo khoảng như sau

(với $h'(m)=f'(0)=g\left(-\sqrt[3]{2}\right)<0$)

x	$-\infty$		m-6		m+2		m+10		m+29		$+\infty$
$h'(x)=f(x-m)$	$+$	0		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì $m-6 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 6$

Suy ra $m \in \{6;7;8;....;2023\}$, vậy có 2018 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $y=x^3+mx^2+(2m^2-m+1)x+m^2-3m.$ Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên $(-\infty; 0]$ bằng -2. Tích các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

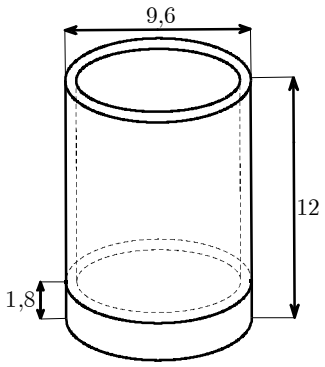
Ta có: $y'=3x^2+2mx+2m^2-m+1$.

Vì y' có $a=3>0$ và $\Delta'_{y'}=m^2-3\left(2m^2-m+1\right)=-5m^2+3m-3<0, \forall m \in \mathbb{R}$ do đó hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$, do đó $\max\limits_{(-\infty;0]} y=y(0)=m^2-3m$.

Theo đề bài, ta có: $m^2-3m=-2 \Leftrightarrow m^2-3m+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$ suy ra $S=\{1;2\}$.

Vậy tích các phần tử của tập S bằng $2.1=2$.

Câu 41. Cần bao nhiêu thuỷ tinh để làm một chiếc cốc hình trụ có chiều cao bằng 12 cm, đường kính đáy bằng $9,6$ cm (tính từ mép ngoài cốc), đáy cốc dày $1,8$ cm, thành xung quanh cốc dày $0,24$ cm (tính gần đúng đến hai chữ số thập phân)?



A. $64,39\ \text{cm}^3$. **B.** $202,27\ \text{cm}^3$. **C.** $212,31\ \text{cm}^3$. **D.** $666,97\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích của chiếc cốc thuỷ tinh và thể tích của khối lượng chất lỏng mà cốc có thể đựng.

Ta có: $V_1 = 12.\pi.4,8^2 = \dfrac{6912}{25}\pi\left(\text{cm}^3\right)$

$V_2 = \left(12-1,8\right).\pi.\left(\dfrac{9,6-2.0,24}{2}\right)^2 \approx 666,32\left(\text{cm}^3\right)$

Vậy khối lượng thuỷ tinh cần sử dụng là: $\dfrac{6912}{25}\pi - 666,32 \approx 202,27\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 42. Vào cuối năm 2022, báo Rossiyskaya Gazeta dẫn lời Bộ trưởng Tài nguyên Nga cảnh báo nước này sẽ cạn kiệt dầu mỏ sau 28 năm nữa nếu sản lượng khai thác hằng năm vẫn giữ như năm 2022. Bắt đầu từ năm 2023, nếu nước Nga mỗi năm giảm sản lượng khai thác 2% so với năm trước thì sau bao nhiêu năm nữa nước này cạn kiệt dầu mỏ (chọn phương án có kết quả gần nhất với tính toán của bạn)?

A. 48. **B.** 30. **C.** 42. **D.** 36.

Lời giải

Chọn C

Gọi S (tỷ tấn) là sản lượng dầu mỏ còn lại của Nga trên thực tế tính từ cuối năm 2022.

x (tỷ tấn) là sản lượng khai khác hằng năm như năm 2022.

Theo đề bài, ta có: $S = 28x$ (tỷ tấn).

Gọi n là số năm khai thác còn lại với sản lượng khai thác thay đổi hằng năm tính từ 2023.

Lượng khai thác mỗi năm tính từ năm 2023 là: $x.\dfrac{\left(1-2\%\right)^n - 1}{\left(1-2\%\right)-1} = \dfrac{0,98^n - 1}{-0,02}x$ (tỷ tấn).

Đến khi khai thác hết, ta có: $\dfrac{0,98^n - 1}{-0,02}x = 28x \Leftrightarrow n = \log_{0,98}\left(1-0,02.28\right) \approx 40.64$.

Do đó, chọn đáp án. **C.**

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+by+cz+d=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+2y+3z+4=0$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+3y+z-7=0$, $(Q): x-y+z+1=0$. Khi đó d bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có VTPT của $(\beta),(P),(Q)$ lần lượt là $\vec{n_1}(1;2;3), \vec{n_2}(1;3;1), \vec{n_3}(1;-1;1)$.

Khi đó $\vec{n_\alpha} = \left[\vec{n_1}, \left[\vec{n_2}, \vec{n_3}\right]\right] = (-8;16;-8) = -8(1;-2;1)$.

Gọi $A(x;y;z) \in d$ là giao tuyến của (P) và (Q), khi đó toạ độ điểm A thoả mãn hệ $\begin{cases} x+3y+z-7=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$. Cho $x=0$ ta có $\begin{cases} 3y+z-7=0 \\ -y+z+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=1 \end{cases}$, khi đó $A(0;2;1)$

Do (α) chứa giao tuyến của (P) và (Q) nên (α) đi qua $A(0;2;1)$.

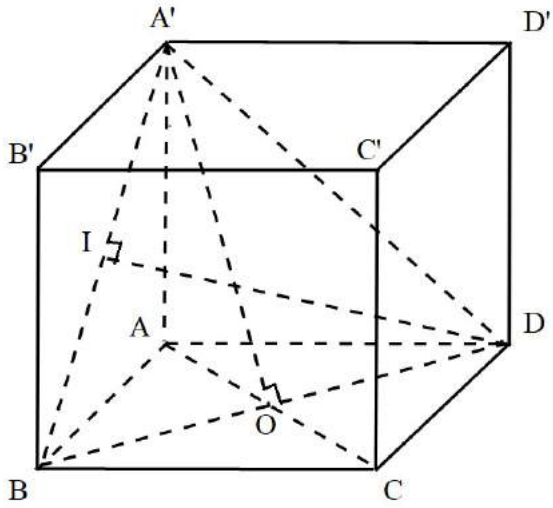
Phương trình $(\alpha): x-2(y-1)+z-1=0 \Leftrightarrow x-2y+z+3=0$. Vậy $d=3$.

Câu 44. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=1$, tang của góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$ bằng 2. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 5. **B.** 3. **C.** $5\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABB'A')$

Theo bài ra có $\tan\alpha=2 \Rightarrow \sin\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

Giả sử cạnh đáy của lăng trụ là $x\ (x>0)$

Gọi I hình chiếu của D trên $A'B$; O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có: $A'D=\sqrt{x^2+1}; BD=x\sqrt{2}; A'B=\sqrt{x^2+1}; A'O=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{\sqrt{2}}$

Ta có $A'O.BD=DI.A'B \Leftrightarrow DI=\dfrac{A'O.BD}{A'B}=\dfrac{\sqrt{x^2+2}.x}{\sqrt{x^2+1}}$

Dễ thấy $DA\perp(ABB'A'); (ABB'A')\cap(A'BD)=A'B$.

Ta có $\sin\alpha=\dfrac{d(D;(ABB'A')}{d(D;A'B)}=\dfrac{DA}{DI}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow x.\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+2}.x}=\dfrac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \dfrac{x^2+1}{x^2+2}=\dfrac{4}{5} \Leftrightarrow x=\sqrt{3}$ nên $S_{ABCD}=3 \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=3..$

Câu 45. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(\sin x+1)=\cos x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$, khi đó tích phân $\displaystyle\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{-\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi}{12}-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn D

$I=\displaystyle\int_1^{\frac{3}{2}} f(x)\mathrm{d}x$

Đặt $x=\sin t+1 \Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=0;\ x=\dfrac{3}{2}\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$

Khi đó $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} f\left(\sin t+1\right).\cos t dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos t.\cos t dt=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt$

$\Rightarrow I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cos 2t\right)dt=\left(\dfrac{1}{2}t+\dfrac{1}{4}\sin 2t\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\dfrac{\pi}{12}+\dfrac{\sqrt{3}}{8}.$

Câu 46. Xét các số thực dương x,y thỏa mãn $\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{x}{4}+\log_2 y=\dfrac{4-xy^2}{y^2}$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất. giá trị $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$\dfrac{1}{2}\log_2\dfrac{x}{4}+\log_2 y=\dfrac{4-xy^2}{y^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\left(\log_2 x-\log_2 4\right)+\log_2 y=\dfrac{4}{y^2}-x$

$\Leftrightarrow\log_2 x-2+2\log_2 y=\dfrac{8}{y^2}-2x\Leftrightarrow\log_2 x+2x=2-2\log_2 y+\dfrac{8}{y^2}$

$\Leftrightarrow\log_2 x+2x=\log_2\dfrac{4}{y^2}+2\left(\dfrac{4}{y^2}\right)\ (*)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=\log_2 t+2t$ với $t>0$

$f'\left(t\right)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2>0$ với mọi $t>0$ nên $f\left(t\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

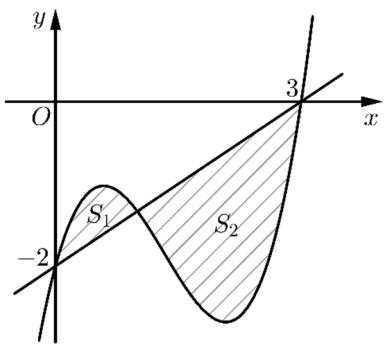
Do đó $(*)\Leftrightarrow f\left(x\right)=f\left(\dfrac{4}{y^2}\right)\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{y^2}$.

Khi đó $x+4y=\dfrac{4}{y^2}+2y+2y\geq 3\sqrt[3]{16}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{4}{y^2}=2y\\ x=\dfrac{4}{y^2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\sqrt[3]{2}\\ x=\sqrt[3]{4^2}\end{cases}$.

Vậy khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\dfrac{x}{y}=\dfrac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{2}}=2$.

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đường thẳng $y=ax+b$ tạo với đường $y=f(x)$ hai miền phẳng có diện tích là S_1,S_2 (hình vẽ bên).



Biết $S_1=\dfrac{5}{12}$ và $\int\limits_0^1(1-2x)f'(3x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}$, giá trị của S_2 bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{19}{4}$. **C.** $\dfrac{13}{3}$. **D.** $\dfrac{13}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int\limits_0^1(1-2x)f'(3x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1(1-2x)\mathrm{d}\left[\frac{1}{3}f(3x)\right]=\frac{1}{3}f(3x)(1-2x)\Big|_0^1+\frac{2}{3}\int\limits_0^1 f(3x)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{-1}{3}f(3)-\frac{1}{3}f(0)+\frac{2}{9}\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}+\frac{2}{9}\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{-1}{2}\Leftrightarrow\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\frac{-21}{4}.$$

Khi đó $S_2=\left|\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x\right|-(S_{OAB}-S_1)=\dfrac{8}{3}$ với $A(0;-2)$, $B(3;0)$.

Câu 48. Xét các số phức z,w,u thỏa mãn $|z|=1$, $|w|=2$, $|u|=3$ và $|z+w-u|=|u+z-w|$. Giá trị lớn nhất của $|z-u|$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{14}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Bổ đề:

Xét hai số phức z_1 và z_2, ta có:

$$|z_1+z_2|^2=(z_1+z_2)\left(\overline{z_1}+\overline{z_2}\right)=|z_1|^2+|z_2|^2+z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2$$

$$|z_1-z_2|^2=(z_1-z_2)\left(\overline{z_1}-\overline{z_2}\right)=|z_1|^2+|z_2|^2-z_1\overline{z_2}-\overline{z_1}z_2$$

$$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$$

Áp dụng bổ đề trên:

$$|z+w-u|=|u+z-w|\Leftrightarrow|z+(w-u)|=|z-(w-u)|\Leftrightarrow z\overline{(w-u)}+\overline{z}(w-u)=0$$

$$\Leftrightarrow z\overline{w}+\overline{z}w-z\overline{u}-\overline{z}u=0\Leftrightarrow|z|^2+z\overline{w}+\overline{z}w+|w|^2+|z|^2-z\overline{u}-\overline{z}u+|u|^2-2|z|^2-|w|^2-|u|^2=0$$

$$\Leftrightarrow|z+w|^2+|z-u|^2-2|z|^2-|w|^2-|u|^2=0\Leftrightarrow|z-u|^2=15-|z+w|^2.$$

Ta có $|z-u|^2=15-|z+w|^2\le15-\big||z|-|w|\big|^2=14\Rightarrow|z-u|\le\sqrt{14}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $w=-2z$.

Cách 2:

Gọi M, N, P lần lượt là biểu diễn của các số phức z, w, u. Khi đó:

$OM=1$, $ON=2$, $OP=4$ và $\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{NP}\right|=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{NP}\right|$.

Ta có $\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{NP}\right|=\left|\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{NP}\right|\Leftrightarrow OM^2+2\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{NP}+NP^2=OM^2-2\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{NP}+NP^2$

$$\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{NP}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}\left(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{ON}\right)=0\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}\,\overrightarrow{ON}$$

$$\Leftrightarrow OM^2+OP^2-MP^2=OM^2+ON^2-MN^2\Leftrightarrow MP^2=MN^2+5\le(OM+ON)^2+\le14.$$

$$\Rightarrow|z-u|=MP\le\sqrt{14}.$$

Đẳng thức xảy ra khi O, M, N thẳng hàng và O nằm giữa M, N.

Câu 49. Cho hai hàm số $f(x)=2x^3-9x^2$ và $g(x)=2x^3-3x^2-12x+m$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $h(x)=f(g(x))$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 23. **B.** 21. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $h(x)=f\left(g(x)\right)\Rightarrow h'(x)=g'(x).f'\left(g(x)\right)\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g'(x)=0\\f'\left(g(x)\right)=0\end{array}\right.$

• $g'(x)=0\Leftrightarrow 6x^2-6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$

• $f'\left(g(x)\right)=\left[\begin{array}{l}g(x)=0\\g(x)=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3-3x^2-12=-m\\2x^3-2x^2-12=-m+3\end{array}\right.\quad(1)$

Vẽ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↗	7	↘	-20	↗	$+\infty$

Để hàm số $h(x)$ có 6 điểm cực trị thì (1) phải có 4 nghiệm nên:

$$\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-m+3>7\\-20<-m\le 7\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-m\le -20\\-20<-m+3<7\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-7<m\le -4\\20\le m<23\end{array}\right.$$

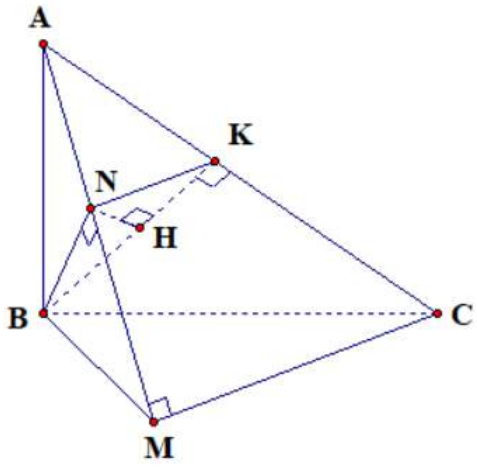
Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;\,4;\,4)$, $B(1;\,2;\,3)$, $C(5;\,0;\,-1)$. Điểm M thay đổi trong không gian thoả mãn $\widehat{ABM}=\widehat{AMC}=90^0$. Mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với AC cắt AM tại N. Khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng:

A. $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{BA}(2;\,2;\,1),\overrightarrow{BC}(4;\,-2;\,-4)\Rightarrow\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0$ do đó ΔABC vuông tại B.

$\Rightarrow BA=3;BC=6$.

Từ giả thiết suy ra $\left\{\begin{array}{l}AB\perp BC\\AB\perp BM\end{array}\right.\Rightarrow AB\perp(MBC)$.

Gọi K là hình chiếu của B lên AC nên $(BKN)\perp AC$ cố định.

Xét ΔABC vuông tại B có đường cao BK:

$\frac{1}{BK^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BC^2}=\frac{1}{3^2}+\frac{1}{6^2}=\frac{5}{36}\Rightarrow\ BK=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

Ta có $\begin{cases}BN\perp AM\\BN\perp AC\end{cases}\Rightarrow\ BN\perp(AMC)\Rightarrow BN\perp NK$ suy ra N chạy trên đường tròn đường kính $BK=\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Trong (BNK) kẻ $NH\perp BK\Rightarrow NH\perp(ABC)\Rightarrow NH=d\left(N,(ABC)\right)$

Trong tam giác vuông BNK có $NH\le\frac{1}{2}BK=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Phương trình mặt phẳng (BCM) đi qua B và có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{BA}(2;2;1)$ có dạng:
$2x+2y+z-9=0$

Tam giác BNK vuông cân tại N nên $BN=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

Xét ΔABM vuông tại B có đường cao BN:
$\frac{1}{BM^2}=\frac{1}{BN^2}-\frac{1}{BA^2}=\frac{5}{18}-\frac{1}{3^2}=\frac{1}{6}\Rightarrow\ BM=\sqrt{6}$

Gọi $M(a;b;c)$, ta có $\begin{cases}BM=\sqrt{6}\\\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CM}=0\\M\in(BCM)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=6\\(a-3)(a-5)+(b-4)b+(c-4)(c+1)=0\\2a+2b+c-9=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2+c^2-2a-4b-6c+8=0\\a^2+b^2+c^2-8a-4b-3c+11=0\\2a+2b+c-9=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=6\\2a-c-1=0\\2a+2b+c-9=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2=6\\c=2a-1\\b=5-2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9a^2-30a+20=0\\c=2a-1\\b=5-2a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{5+\sqrt{5}}{3}\\b=\frac{5+2\sqrt{5}}{3}\\c=\frac{7+2\sqrt{5}}{3}\end{cases}\vee\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{5-\sqrt{5}}{3}\\b=\frac{5-2\sqrt{5}}{3}\\c=\frac{7-2\sqrt{5}}{3}\end{cases}.$

Vậy khoảng cách từ N đến (ABC) có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

khi $M(a;b;c)$ với $a;b;c$ như trên.

HẾT

CỤM LIÊN TRƯỜNG NGHỆ AN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

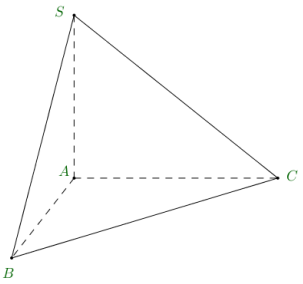
Câu 1: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=\dfrac{x^{e+1}}{e+1}$. **B.** $y'=ex^{e-1}$. **C.** $y'=x^e$. **D.** $y'=x^e\ln x$.

Câu 2: Thể tích khối cầu bán kính $R=2\text{cm}$ là

A. $\dfrac{32}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $\dfrac{32}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $16\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $32\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $BC=\sqrt{13}$, SA vuông góc với đáy và $SA=6$ (tham khảo hình vẽ sau). Thể tích khối chóp đã cho bằng



A. 12. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 4.

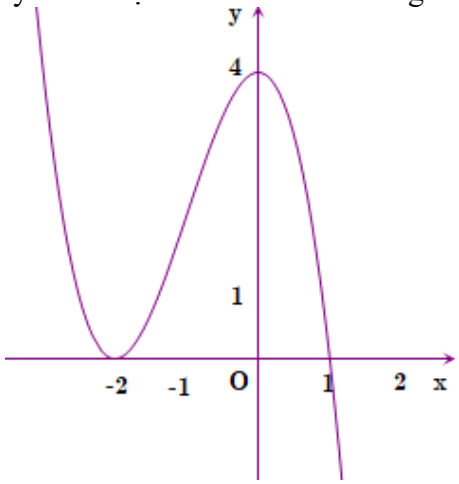
Câu 4: Phần ảo của số phức $z=5-7i$ là

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 5: Cho cấp số cộng $u_1=3$, $u_2=7$. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. 5. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 6: Đường cong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^3-3x+4$. **B.** $y=-x^3-3x^2+4$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 7: Cho lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng 10. Tính thể tích khối lăng trụ đó

A. 60. **B.** 20. **C.** 360. **D.** 600.

Câu 8: Modun của số phức $z=3-2i$ là

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 13. **D.** $\sqrt{13}$

Câu 9: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(7;0;5)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(6;-2;2)$. **B.** $(4;1;4)$. **C.** $(8;2;8)$. **D.** $(-6;2;-2)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;1)$.

Câu 12: Cho số phức $z=2+5i$, phần thực của số phức $w=(2z+1)z$ bằng

A. -45. **B.** 40. **C.** 45. **D.** -40.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=7$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 35. **B.** -2. **C.** 12. **D.** 2.

Câu 15: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x-1)$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 5}{x-1}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{(x-1)\ln 5}$.

C. $y'=\dfrac{1}{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 5}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1}<16$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $Q(2;0;-3)$. **B.** $N(3;-1;-2)$. **C.** $M(5;-1;0)$. **D.** $P(-2;0;3)$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+6x-4y-2z-2=0$. Tâm của (S) có toạ độ là

A. $(6;-4;-2)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(-3;2;1)$. **D.** $(-6;4;2)$

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và chiều cao bằng h. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó

A. πrh **B.** πr^2h **C.** $2\pi r(r+h)$ **D.** $2\pi rh$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=1-5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$

A. $M(7;2)$. **B.** $N(1;4)$. **C.** $Q(7;-8)$. **D.** $P(7;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R'>R$. **B.** $0<R'<R$. **C.** $R>R'$. **D.** $R=R'$.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(e^{2x}-5e^x+6\right)=1$ bằng

A. $\ln 4$. **B.** $\ln 6$. **C.** -5. **D.** 4.

Câu 27: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)dx=4$ thì $\int\limits_1^2\left[\dfrac{1}{2}f(x)-2x\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 0

Câu 28: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2+x$ và $y=2x$. Quay hình (H) quanh trục hoành, tính thể tích vật thể thu được

A. $\dfrac{3\pi}{10}$. **B.** $\dfrac{5\pi}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int f(x)dx=F(x)+C$. Tìm kết luận đúng.

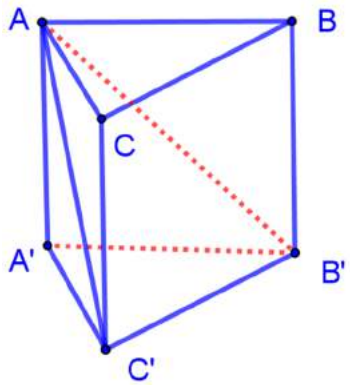
A. $\int f(2x+3)dx=2.F(2x+3)+C$. **B.** $\int f(2x+3)dx=\dfrac{1}{3}.F(2x+3)+C$.

C. $\int f(2x+3)dx=\dfrac{1}{2}.F(2x+3)+C$. **D.** $\int f(2x+3)dx=F(2x+3)+C$.

Câu 30: Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2\left(12a^3\right)-\log_4\left(9b^2\right)=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $12a^3-9b^2=16$. **B.** $a=b^3$. **C.** $b=a^3$. **D.** $b^2=a^6$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=a, AC=2a$ (tham khảo hình vẽ).



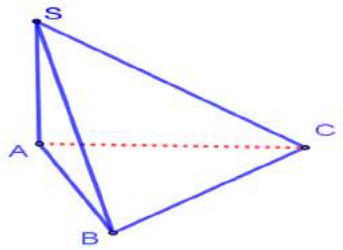
Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $AB'C'$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{57}}{19}a$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{57}}{19}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{57}}{38}a$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;10)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;10)$. **D.** $(1;9)$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{\frac{3}{2}}.AB$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



A. $\arctan\sqrt{\frac{3}{2}}$. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+1$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $-\sin x+x+C$.
C. $\cos x+x+C$. **D.** $\sin x+x+C$.

Câu 35: Từ các chữ số $1;2;3;4;5;6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 1296. **B.** 15. **C.** 360. **D.** 4096.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-4)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 37: Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(4;7;8)$. Điểm M thuộc đoạn AB và $AM=2BM$. Tìm cao độ của điểm M.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 38: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

A. $\frac{35}{78}$. **B.** $\frac{5}{13}$. **C.** $\frac{6}{13}$. **D.** $\frac{7}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-20;20]$ của tham số m để bất phương trình $4^x-(m+1)2^x+m\le 0$ có tập nghiệm là một đoạn có độ dài lớn hơn 2?

A. 16. **B.** 17. **C.** 37. **D.** 38.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-a)(x-b)$ với a,b là hai hằng số và $a<b$, biết rằng $f(b)=0$ và hàm số $g(x)=\left|4x^3+(2-3f(a))x^2-2f(a).x+m\right|$ (với m là tham số). Khi đó hàm số $g[f(x)]$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 17.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn: $\left|(1+i)z+(1-i)\overline{z}\right|+\left|(1+i)z-(1-i)\overline{z}\right|=4$ và số phức u thỏa mãn: $(u-1+3i)(i\overline{u}-3+5i)$ là số thực. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z-u|$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. 56. **B.** 50. **C.** 40. **D.** 65.

Câu 42: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Hai đường thẳng AB' và BC' vuông góc với nhau. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

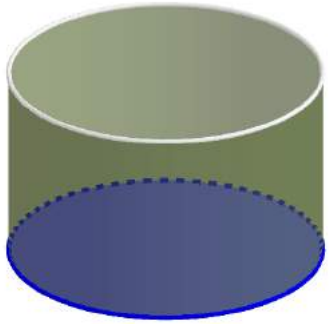
Câu 43: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x-1 & \text{khi } x\le 1\\ \ln x & \text{khi } x>1\end{cases}$. Biết $\int_0^2 xf(x)dx=-\frac{a}{b}+\ln c$ $(a,b,c\in\mathbb{N}^*)$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. 27. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 26.

Câu 44: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2+az+b=0$ (với a,b là số thực). Biết rằng hai số phức $w+1+i$ và $2w-1+5i$ là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tính tổng $a+b$.

A. 9. **B.** 16. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Người ta sản xuất thùng phuy sắt có hình dạng là một hình trụ (có nắp đậy kín) bằng cách cán và gò các tấm thép có độ dày $1\,mm$, biết chiều cao của thùng phuy là $876\,mm$, đường kính ngoài của thùng phuy là $580\,mm$ và khối lượng riêng của thép là $7850\,kg/m^3$. Hỏi thùng phuy nặng khoảng bao nhiêu kg (tính gần đúng sau hai dấu phẩy đến 2 chữ số thập phân)?



A. $15,57\,kg$. **B.** $18,23\,kg$. **C.** $16,63\,kg$. **D.** $17,21kg$

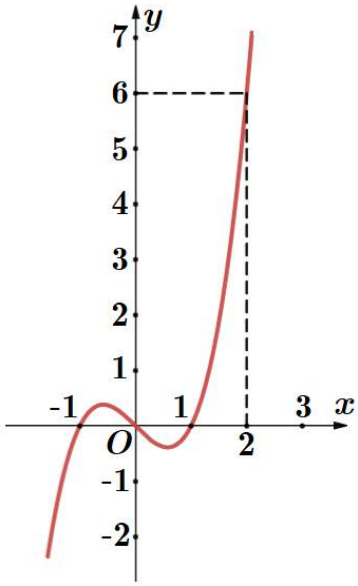
Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-18=0$. Khi M thay đổi trên mặt phẳng (P) lấy điểm N thuộc tia OM sao cho $OM.ON=36$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức NA^2+NB^2.

A. $16-8\sqrt{3}$. **B.** $24-8\sqrt{3}$. **C.** $20-8\sqrt{3}$. **D.** $8-4\sqrt{3}$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+(m^2-16)x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$, biết rằng $f(0)=0$ và hàm số $g(x)=\frac{1}{16}\left[xf''(x)+f'(x)\right]$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=\frac{f''(x)-40}{12}$ khi quay quanh trục Ox có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(116;117)$. **B.** $(117;118)$. **C.** $(118;119)$. **D.** $(115;116)$.

Câu 49: Cho $x \ge 0, y \ge 0, x+y>0$ thỏa mãn $2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}.\log_2 \dfrac{x^2+y^2}{x+y} \le 4^{x+y}+2023^{x-y}$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-2y+5$.

A. 12. **B.** $6+2\sqrt{2}$. **C.** $6-4\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+ay+bz+c=0$ chứa đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y-z+1=0,(\beta):x+y-2z-1=0$. Biết khoảng cách từ $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng 3. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.C	5.C	6.B	7.A	8.D	9.B	10.A
11.A	12.D	13.A	14.B	15.D	16.D	17.A	18.A	19.C	20.C
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.A	27.C	28.A	29.C	30.D
31.D	32.D	33.C	34.D	35.C	36.B	37.B	38.C	39.C	40.B
41.C	42.C	43.A	44.D	45.C	46.C	47.A	48.B	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=\dfrac{x^{e+1}}{e+1}$. **B.** $y'=ex^{e-1}$. **C.** $y'=x^e$. **D.** $y'=x^e\ln x$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Thể tích khối cầu bán kính $R=2\text{cm}$ là

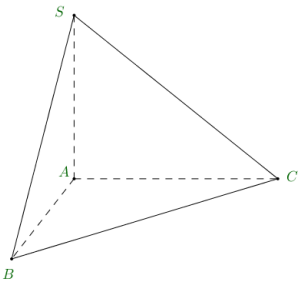
A. $\dfrac{32}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $\dfrac{32}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $16\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $32\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối cầu bán kính $R=2\text{cm}$ là $\dfrac{4}{3}\pi.2^3=\dfrac{32}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $BC=\sqrt{13}$, SA vuông góc với đáy và $SA=6$ (tham khảo hình vẽ sau). Thể tích khối chóp đã cho bằng



A. 12. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét tam giác ABC vuông tại A, có: $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=3$.

Suy ra: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.6.\dfrac{1}{2}.2.3=6$.

Câu 4: Phần ảo của số phức $z=5-7i$ là

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Phần ảo của $z=5-7i$ là 7.

Câu 5: Cho cấp số cộng $u_1=3$, $u_2=7$. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

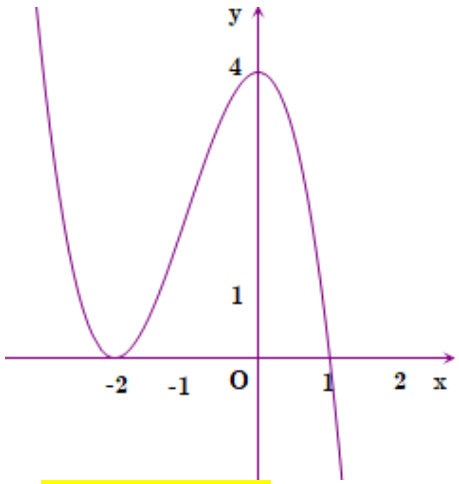
A. 5. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Công sai của cấp số cộng là $d=u_2-u_1=7-3=4$.

Câu 6: Đường cong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^3-3x+4$. **B.** $y=-x^3-3x^2+4$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta có $y(0)=4 \Rightarrow$loại phương án C,D. Mặt khác $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow$loại phương án A. Do đó $y=-x^3-3x^2+4$.

Câu 7: Cho lăng trụ có chiều cao bằng 6 và diện tích đáy bằng 10. Tính thể tích khối lăng trụ đó

A. 60. **B.** 20. **C.** 360. **D.** 600.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=B.h=10.6=60$

Câu 8: Modun của số phức $z=3-2i$ là

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 13. **D.** $\sqrt{13}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $|3-2i|=\sqrt{13}$.

Câu 9: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=3 \Rightarrow$ hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(7;0;5)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(6;-2;2)$. **B.** $(4;1;4)$. **C.** $(8;2;8)$. **D.** $(-6;2;-2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(6;-2;2)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(3;-2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=(3;2;-1)$.

Câu 12: Cho số phức $z=2+5i$, phần thực của số phức $w=(2z+1)z$ bằng

A. -45. **B.** 40. **C.** 45. **D.** -40.

Lời giải

Chọn D

$w=(2z+1)z=\left[2(2+5i)+1\right](2+5i)=-40+45i$

Vậy phần thực của số phức w bằng -40.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 14: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=7$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 35. **B.** -2. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x-\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=5-7=-2$.

Câu 15: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x-1)$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 5}{x-1}$. **B.** $y'=-\dfrac{1}{(x-1)\ln 5}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x-1)$ là $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 5}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm sô đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;-1)$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy đạo hàm hàm số âm trong khoảng $(-2;-1)\subset(-\infty;-1)$, nên chọn câu **D.**

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1}<16$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$4^{x+1}<16 \Leftrightarrow 4^{x+1}<4^2 \Leftrightarrow x+1<2 \Leftrightarrow x<1$

Vậy tập nghiệm của bài toán là $(-\infty;1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(2;0;-3)$. **B.** $N(3;-1;-2)$. **C.** $M(5;-1;0)$. **D.** $P(-2;0;3)$

Lời giải

Chọn A

Lần lượt thế toạ độ từng điểm vào phương trình, ta được điểm Q là điểm thoả mãn.

Do $\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{0}{-1}=\dfrac{-3+3}{-2}=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+6x-4y-2z-2=0$. Tâm của (S) có toạ độ là

A. $(6;-4;-2)$. **B.** $(3;-2;-1)$. **C.** $(-3;2;1)$. **D.** $(-6;4;2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ sẽ có tâm $I(a;b;c)$

Như vậy, tâm I của bài toán là $I\left(\dfrac{6}{-2};\dfrac{-4}{-2};\dfrac{-2}{-2}\right)=I(-3;2;1)$.

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng r và chiêu cao bằng h. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó

A. πrh **B.** πr^2h **C.** $2\pi r(r+h)$ **D.** $2\pi rh$

Lời giải

Chọn C

Diện tích toàn phần hình trụ bằng diện tích xung quanh cộng diện tích 2 đáy.

$\Rightarrow S_{tp}=S_{xq}+2S_d=P.h+2S_d=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r(r+h)$

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\dfrac{1}{2x-1}>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Ta có $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0\Leftrightarrow\dfrac{1}{2x-1}\geq 1\Leftrightarrow 2x-1\leq 1\Leftrightarrow x\leq 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $\dfrac{1}{2}<x\leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=1-5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$

A. $M(7;2)$. **B.** $N(1;4)$. **C.** $Q(7;-8)$. **D.** $P(7;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=z_1+z_2=(6+3i)+(1-5i)=7-2i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ là điểm $P(7;-2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Ta có $I(1;2;1)$.

Vậy $R=\sqrt{1^2+2^2+1^2-2}=2$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$.

Vậy $y=\dfrac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R'>R$. **B.** $0<R'<R$. **C.** $R>R'$. **D.** $R=R'$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (P) đi qua tâm O, suy ra mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Vậy $R=R'$.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(e^{2x}-5e^x+6\right)=1$ bằng

A. $\ln 4$. **B.** $\ln 6$. **C.** -5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $e^{2x}-5e^x+6>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x<2\\e^x>3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\ln 2\\x>\ln 3\end{array}\right.$.

$\log_2\left(e^{2x}-5e^x+6\right)=1\Leftrightarrow e^{2x}-5e^x+6=2\Leftrightarrow e^{2x}-5e^x+4=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x=1\\e^x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \ (TM)\\x=\ln 4\ \ (TM)\end{array}\right.$

Câu 27: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\,dx=4$ thì $\int\limits_1^2\left[\dfrac{1}{2}f(x)-2x\right]dx$ bằng

A. 1. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\int\limits_1^2\left[\dfrac{1}{2}f(x)-2x\right]dx=\dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 f(x)\,dx-\int\limits_1^2 2x\,dx=\dfrac{1}{2}.4-3=-1$

Câu 28: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2+x$ và $y=2x$. Quay hình (H) quanh trục hoành, tính thể tích vật thể thu được

A. $\frac{3\pi}{10}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình:

$$x^2+x=2x \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Ta có thể tích cần tìm là:

$$V=\pi\int_0^1\left|\left(x^2+x\right)^2-\left(2x\right)^2\right|dx=\frac{3\pi}{10}$$

Câu 29: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int f\left(x\right)dx=F\left(x\right)+C$. Tìm kết luận đúng.

A. $\int f\left(2x+3\right)dx=2.F\left(2x+3\right)+C$. **B.** $\int f\left(2x+3\right)dx=\frac{1}{3}.F\left(2x+3\right)+C$.

C. $\int f\left(2x+3\right)dx=\frac{1}{2}.F\left(2x+3\right)+C$. **D.** $\int f\left(2x+3\right)dx=F\left(2x+3\right)+C$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2x+3\Rightarrow dt=2dx\Leftrightarrow dx=\frac{1}{2}dt$

$$\int f\left(2x+3\right)dx=\int f\left(t\right)\frac{dt}{2}=\frac{1}{2}\int f\left(t\right)dt=\frac{1}{2}F\left(t\right)+C=\frac{1}{2}F\left(2x+3\right)+C$$

Câu 30: Với mọi a,b thỏa mãn $\log_2\left(12a^3\right)-\log_4\left(9b^2\right)=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $12a^3-9b^2=16$. **B.** $a=b^3$. **C.** $b=a^3$. **D.** $b^2=a^6$.

Lời giải

Chọn D

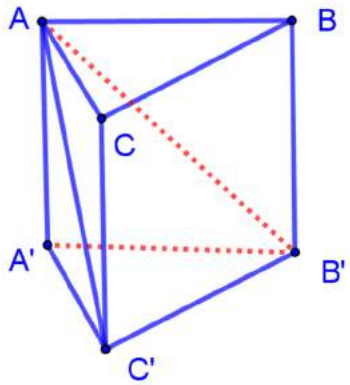
ĐKXĐ: $a>0,b\neq 0$

$$\log_2\left(12a^3\right)-\log_4\left(9b^2\right)=2\Leftrightarrow\log_2 12+\log_2 a^3-\log_2 3\left|b\right|=2$$

$$\Leftrightarrow 2+\log_2 3+\log_2 a^3-\log_2 3\left|b\right|=2\Leftrightarrow\log_2 3+\log_2 a^3-\log_2 3\left|b\right|=0$$

$$\Leftrightarrow\log_2\frac{3a^3}{3\left|b\right|}=0\Leftrightarrow\frac{a^3}{\left|b\right|}=1\Leftrightarrow a^3=\left|b\right|\Leftrightarrow b^2=a^6$$

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=a, AC=2a$ (tham khảo hình vẽ).

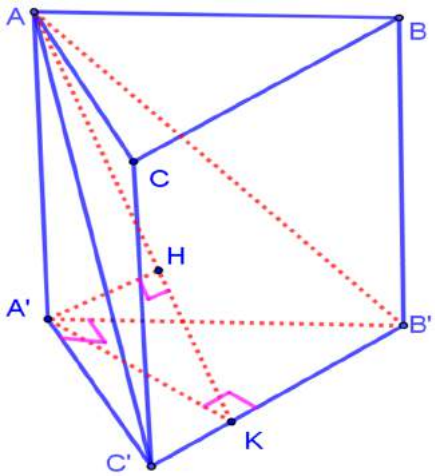


Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $AB'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{57}}{19}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{57}}{19}a$. **C.** $\frac{\sqrt{57}}{38}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{57}}{19}a$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $d\left(B;\left(AB'C'\right)\right)=d\left(A';\left(AB'C'\right)\right)$.

Gọi K là hình chiếu của A' lên $B'C'\Rightarrow A'K\perp B'C'$.

Gọi H là hình chiếu của A' lên $AK\Rightarrow A'H\perp AK$.

Ta có $\begin{cases}B'C'\perp A'K\\B'C'\perp AA'\end{cases}\Rightarrow B'C'\perp\left(AB'C'\right)\Rightarrow B'C'\perp A'H$.

Ta có $\begin{cases}A'H\perp B'C'\\A'H\perp AK\end{cases}\Rightarrow A'H\perp\left(AB'C'\right)\Rightarrow d\left(A';\left(AB'C'\right)\right)=A'H$.

Xét tam giác vuông $A'B'C'$ có $A'K=\dfrac{A'B'.A'C'}{\sqrt{A'B'^2+A'C'^2}}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+\left(2a\right)^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Xét tam giác vuông $AA'K$ có $A'H=\dfrac{A'K.A'A}{\sqrt{A'K^2+A'A^2}}=\dfrac{\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}.a\sqrt{3}}{\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

$d\left(B;\left(AB'C'\right)\right)=d\left(A';\left(AB'C'\right)\right)=\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<3$ là

A. $\left(1;10\right)$. **B.** $\left(-\infty;9\right)$. **C.** $\left(-\infty;10\right)$. **D.** $\left(1;9\right)$.

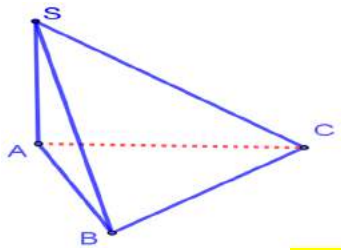
Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2\left(x-1\right)<3\Leftrightarrow 0<x-1<2^3\Leftrightarrow 1<x<9$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)<3$ là $\left(1;9\right)$.

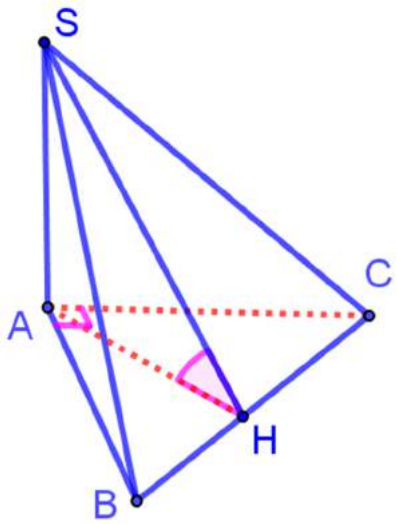
Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{\dfrac{3}{2}}.AB$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng



A. $\arctan\sqrt{\dfrac{3}{2}}$. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SH \perp BC, \quad SH \subset (SBC) \\ AH \perp BC, \quad AH \subset (ABC) \end{cases}$

Do đó $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{SH, AH}\right) = \widehat{SHA}$.

Ta có $BC = \sqrt{2}AB \Rightarrow AH = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$.

Xét tam giác vuông SAH có $\tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}.AB}{\frac{\sqrt{2}}{2}AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SHA} = 60°$.

Câu 34: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 1$ là

A. $\sin x + C$. **B.** $-\sin x + x + C$. **C.** $\cos x + x + C$. **D.** $\sin x + x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (\cos x + 1)\mathrm{d}x = \sin x + x + C$.

Câu 35: Từ các chữ số $1;2;3;4;5;6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 1296. **B.** 15. **C.** 360. **D.** 4096.

Lời giải

Chọn C

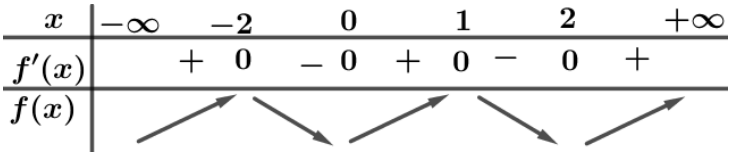
Số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $A_6^4 = 360$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x^2-4)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 37: Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(4;7;8)$. Điểm M thuộc đoạn AB và $AM = 2BM$. Tìm cao độ của điểm M.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B



Gọi $M(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = (x-4; y-7; z-8)$.

Dựa vào giả thiết ta có $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$. Vì $\overrightarrow{BA} = (-3;-6;-6) \Rightarrow \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} = (-1;-2;-2)$.

Do đó $z-8 = -2 \Rightarrow z = 6$.

Câu 38: Một hộp đựng 13 quả cầu gồm: 7 quả cầu màu vàng đánh số từ 1 đến 7, 6 quả cầu màu đỏ đánh số từ 1 đến 6. Lấy ngẫu nhiên hai quả, tính xác suất để hai quả đó khác màu và khác số.

A. $\frac{35}{78}$. **B.** $\frac{5}{13}$. **C.** $\frac{6}{13}$. **D.** $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{13}^2 = 78$.

Vì hai quả cầu khác màu nên lấy được 1 quả cầu màu vàng và 1 quả cầu màu đỏ.
Chọn quả cầu màu đỏ có 6 cách. Vì quả cầu vàng khác số nên có 6 cách chọn quả cầu vàng.

Do đó xác suất cần tìm là $P = \frac{36}{78} = \frac{6}{13}$.

Cách 2:

- Nếu chọn quả cầu đỏ mang số 7 thì có quả cầu màu đỏ có 1 cách. Vì quả cầu vàng khác số nên có 6 cách chọn quả cầu vàng. Trường hợp này có 6 cách lấy
- Nếu chọn quả cầu đỏ mang số từ 1 đến 6 thì có quả cầu màu đỏ có 6 cách. Vì quả cầu vàng khác số nên có 5 cách chọn quả cầu vàng.Trường hợp này có 6.5 = 30 cách lấy.

Do đó xác suất cần tìm là $P = \frac{36}{78} = \frac{6}{13}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-20;20]$ của tham số m để bất phương trình $4^x - (m+1)2^x + m \le 0$ có tập nghiệm là một đoạn có độ dài lớn hơn 2?

A. 16. **B.** 17. **C.** 37. **D.** 38.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$

$f(x) = 4^x - (m+1)2^x + m \le 0$

$\Leftrightarrow t^2 - (m+1)t + m \le 0$

Với $t = 1 \Leftrightarrow x = 0$, $t = m \Leftrightarrow x = \log_2 m$

TH1: $x = [0; \log_2 m]$

Để tập nghiệm là một đoạn có độ dài lớn hơn 2

$2 < \log_2 m \Leftrightarrow m > 4 \Rightarrow m = \{5;6;7;...;20\}$ có 16 giá trị

TH2: $x = [\log_2 m; 0]$

Để tập nghiệm là một đoạn có độ dài lớn hơn 2

$\log_2 m < -2 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4} \Rightarrow m = \{-20;-19;...;0\}$ có 21 giá trị

Vậy có 37 giá trị thoả mãn

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x-a)(x-b)$ với a, b là hai hằng số và $a < b$, biết rằng $f(b) = 0$ và hàm số $g(x) = \left|4x^3 + (2-3f(a))x^2 - 2f(a).x + m\right|$ (với m là tham số). Khi đó hàm số $g[f(x)]$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Ta có bảng biến thiên của $y = f(x)$, đặt $k = f(a) > 0$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	k	↘	0	↗	$+\infty$

Xét $h(x) = 4x^3 + (2-3k)x^2 - 2k.x + m$

$\Rightarrow h(f(x)) = 4(f(x))^3 + (2-3k).(f(x))^2 - 2k.f(x) + m$

$\Rightarrow [h(f(x))]' = 12.f'(x).(f(x))^2 + 2(2-3k).f'(x).f(x) - 2k.f'(x)$

$f'(x).(12.(f(x))^2 + 2(2-3k).f(x) - 2k) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ 12.(f(x))^2 + 2(2-3k).f(x) - 2k = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a,\ x = b \\ f(x) = \frac{-1}{3}\ (1) \\ f(x) = \frac{k}{2}\ (2) \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ thì (1) có 1 nghiệm x, (2) có 3 nghiệm x đơn. Vậy $[h(f(x))]' = 0$ cho 6 nghiệm đơn phân biệt $\Rightarrow h(f(x))$ có 6 cực trị. Do đó $g[f(x)] = |h(f(x))|$ có tối đa là: $6.2+1 = 13$ cực trị.

Nhận xét: Có vẻ cách giải này không thấy được vài trò của tham số m, giả thiết có m có vẻ "dư". Thực ra là không dư. Nếu đúng ra, cách giải này sử dụng bổ đề: Số cực trị của hàm số $g[f(x)] = |h(f(x))|$ bằng tổng số cực trị của $h(f(x))$ cộng với số nghiệm của phương trình $h(f(x)) = 0$ và 2 loại này không trùng nhau. Nhiều lúc $h(f(x))$ có 6 cực trị, nhưng $h(f(x)) = 0$ có khi chỉ có 1 nghiệm. Vai trò của tham số m là "tịnh tiến lên xuống" để $h(f(x)) = 0$ có tối đa 7 nghiệm.

Cách 2

+) $f(a)-f(b)=\int_b^a f'(x)dx \Rightarrow f(a)=\int_b^a \left(x^2-(a+b)x+ab\right)dx=...=\frac{(b-a)^3}{6}=k>0$ (nếu rảnh thì tính $f(a)$ cho vui, không thì đặt bằng $f(a)=k>0$ cũng được)

Ta có bảng biến thiên của $y=f(x)$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	k	↘	0	↗	$+\infty$

+) $y=g\left[f(x)\right]=\left|4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right|$

Suy ra $y'=\dfrac{f'(x).\left[12f^2(x)+2(2-3k)f(x)-2k\right].\left[4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right]}{\left|4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m\right|}$

+) Số cực trị của y bằng số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của $\left[\begin{array}{l} y'=0 \\ y' \text{ khong xac dinh}\end{array}\right.$

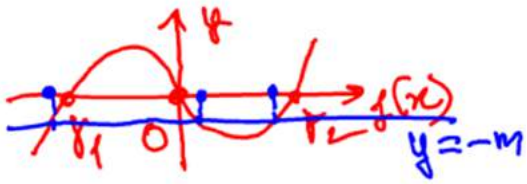
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ 12f^2(x)+2(2-3k)f(x)-2k=0 \\ 4f^3(x)+(2-3k)f^2(x)-2k.f(x)+m=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a,\ x=b \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{-1}{3}(1) \\ f(x)=\dfrac{k}{2}>0(2)\end{array}\right. \\ f(x)\left[4f^2(x)+(2-3k)f(x)-2k\right]=-m(3)\end{array}\right.$$

(1) có 1 nghiệm đơn (dựa vào BBT của $f(x)$)

(2) có tối đa 3 nghiệm đơn ((dựa vào BBT của $f(x)$)

(3) có VT có 3 nghiệm là $f(x)=\gamma_1<0,\ f(x)=0,\ f(x)=\gamma_2>0$



Để hàm số đề cho có nhiều cực trị nhất thì (3) có 1 nghiệm $f(x)$ âm (sinh ra 1 nghiệm x đơn) và 2 nghiệm $f(x)$ dương (sinh ra tối đa 6 nghiệm x đơn)

Tóm lại có tối đa 2+1+3+1+6=13 cực trị

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn: $\left|(1+i)z+(1-i)\bar{z}\right|+\left|(1+i)z-(1-i)\bar{z}\right|=4$ và số phức u thỏa mãn: $(u-1+3i)\left(i\bar{u}-3+5i\right)$ là số thực. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z-u|$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. 56. **B.** 50. **C.** 40. **D.** 65.

Lời giải

Chọn C

* $\left|(1+i)z+(1-i)\overline{z}\right|+\left|(1+i)z-(1-i)\overline{z}\right|=4(1)$

Đặt $w=(1+i)z\Rightarrow\overline{w}=(1-i)\overline{z}$ với $w=x+yi$

$(1)\Leftrightarrow\left|w+\overline{w}\right|+\left|w-\overline{w}\right|=4$

$\Leftrightarrow|2x|+|2yi|=4$

$\Leftrightarrow|2x|+|2yi|=4$

$\Leftrightarrow|x|+|y|=2$

* $(u-1+3i)\left(i\overline{u}-3+5i\right)(2)$

$\Leftrightarrow\left(\frac{u(1+i)}{(1+i)}-1+3i\right)\left(\frac{i\overline{u}.(1-i)}{(1-i)}-3+5i\right)(2)$

Đặt $v=(1+i)u\Rightarrow\overline{v}=(1-i)\overline{u}$ với $v=x+yi$

$(2)\Leftrightarrow\left(\frac{v}{(1+i)}-1+3i\right)\left(\frac{i\overline{v}}{(1-i)}-3+5i\right)$

$\Leftrightarrow\frac{(v-4+2i)\left(i\overline{v}+2+8i\right)}{2}$

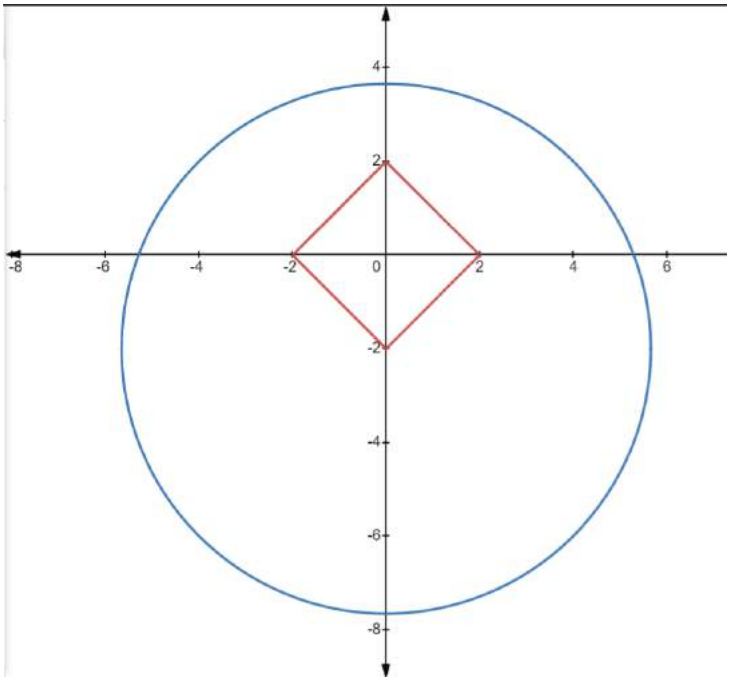
$\Leftrightarrow\frac{i\left(x^2+y^2\right)+(x+yi)(2+8i)+(x-yi)(-2-4i)-24-28i}{2}$

- Để $(u-1+3i)\left(i\overline{u}-3+5i\right)$ là số thực thì

$x^2+y^2+8x+2y-8x+2y-28=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+4y-28=0$

Đường tròn tâm $I(0;-2),R=4\sqrt{2}$



$T=|z-u|$

$T|1-i|=|z(1-i)-u(1-i)|$

$Q=T.\sqrt{2}=|w-v|$

$Q_{\min} = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow T_{\min} = 2$

$Q_{\max} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow T_{\min} = 6$

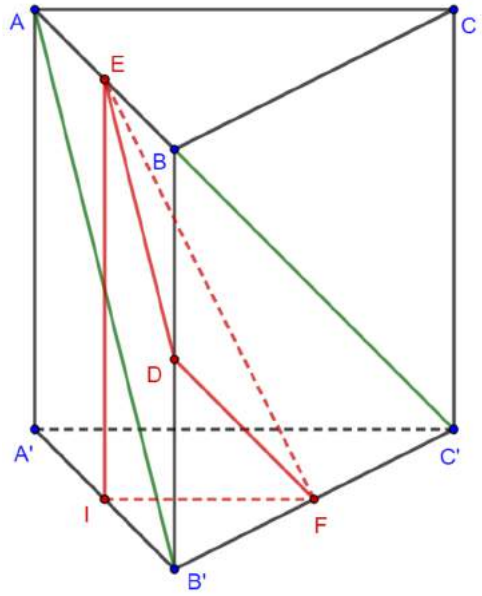
$M^2 + m^2 = 2^2 + 6^2 = 40$

Câu 42: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Hai đường thẳng AB' và BC' vuông góc với nhau. Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của BB', AB và $B'C'$ thì ta có: $\begin{cases} DE // AB' \\ DF // BC' \end{cases}$

Nên: $DE \perp DF$. Đặt $BB' = x(x > 0) \Rightarrow ED = DF = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{2} \Rightarrow EF = \frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{a^2 + x^2}$ (1).

Gọi I là trung điểm $A'B' \Rightarrow IF = \frac{A'C'}{2} = \frac{a}{2}$. Khi đó: $EF = \sqrt{EI^2 + IF^2} = \sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}$ (2).

Từ $(1),(2)$ ta được: $\frac{1}{2}(a^2 + x^2) = x^2 + \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{4}a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{khi } x \le 1 \\ \ln x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Biết $\int_0^2 xf(x)dx = -\frac{a}{b} + \ln c$ $(a, b, c \in \mathbb{N}^*)$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản khi đó tổng $a + b + c$ bằng

A. 27. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 xf(x)dx = \int_0^1 x(x-1)dx + \int_1^2 x\ln x dx = -\frac{1}{6} + \int_1^2 x\ln x dx$

Đặt: $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx; dv = xdx$, chọn $v = \frac{x^2}{2}$.

Vậy $\int_0^2 xf(x)dx = 2\ln 2 - \frac{11}{12} = -\frac{11}{12} + \ln 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = 12 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 27$.

Câu 44: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 + az + b = 0$ (với a, b là số thực). Biết rằng hai số phức $w+1+i$ và $2w-1+5i$ là hai nghiệm của phương trình đã cho. Tính tổng $a+b$.

A. 9. **B.** 16. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Giả sử phương trình ban đầu có 2 nghiệm thực $(\Delta \geq 0)$ thì: $\begin{cases} w+1+i = m \\ 2w-1+5i = n \end{cases} (m,n \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow 2m - 2 - 2i = n + 1 - 5i (= 2w)$ Vô lí do $-i \neq 5i$.

Nên phương trình có 2 nghiệm là 2 số phức với phần ảo khác 0 hay $\Delta < 0$.

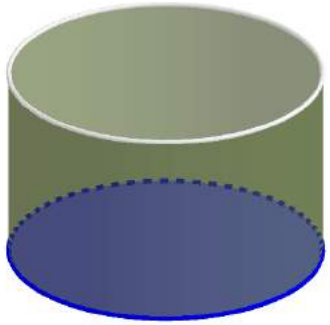
Giả sử $w = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} w+1+i = (x+1)+(y+1)i \\ 2w-1+5i = (2x-1)+(2y+5)i \end{cases}$

Vì $\Delta < 0$ nên phương trình có 2 nghiệm là 2 số phức liên hợp.

$\Rightarrow \begin{cases} x+1 = 2x-1 \\ y+1 = -2y-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow w = 2-2i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 3-i \\ z_2 = 3+i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -(z_1+z_2) = -6 \\ b = z_1.z_2 = 10 \end{cases}$

Vậy $a+b = 4$.

Câu 45: Người ta sản xuất thùng phuy sắt có hình dạng là một hình trụ (có nắp đậy kín) bằng cách cán và gò các tấm thép có độ dày $1mm$, biết chiều cao của thùng phuy là $876mm$, đường kính ngoài của thùng phuy là $580mm$ và khối lượng riêng của thép là $7850kg/m^3$. Hỏi thùng phuy nặng khoảng bao nhiêu kg (tính gần đúng sau hai dấu phẩy đến 2 chữ số thập phân)?



A. $15,57kg$. **B.** $18,23kg$. **C.** $16,63kg$. **D.** $17,21kg$

Lời giải

Chọn C

Bán kính ngoài của thùng phuy là $r_1 = \frac{580}{2} = 290mm$

Bán kính trong của thùng phuy là $r^2 = \frac{580}{2} - 1 = 289$

Thể tích của thùng phuy là: $V = \pi.r_1^2 h - \pi r_2^2 h = \pi.876\left(290^2 - 289^2\right) = 507204\pi\left(mm^3\right)$

Khối lượng thùng phuy (tính luôn khối lượng 2 nắp đậy kín):

$m = \left(\pi.507204 + 2\pi.289^2.1\right).\frac{7850}{10^9} \simeq 16,63kg$.

Câu 46: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z-18=0$. Khi M thay đổi trên mặt phẳng (P) lấy điểm N thuộc tia OM sao cho $OM.ON = 36$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $NA^2 + NB^2$.

A. $16-8\sqrt{3}$. **B.** $24-8\sqrt{3}$. **C.** $20-8\sqrt{3}$. **D.** $8-4\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Giả sử $N=(a;b;c)$ thì $ON=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. Do $OM.ON=36\Rightarrow OM=\dfrac{36}{ON}=\dfrac{36}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$.

Vì điểm N thuộc tia OM nên ta có

$\overrightarrow{OM}=\dfrac{OM}{ON}.\overrightarrow{ON}=\dfrac{36}{a^2+b^2+c^2}.\overrightarrow{ON}\Rightarrow M=\left(\dfrac{36a}{a^2+b^2+c^2};\dfrac{36b}{a^2+b^2+c^2};\dfrac{36c}{a^2+b^2+c^2}\right)$.

Mà $M\in(P)$ nên ta có: $\dfrac{36a}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{36b}{a^2+b^2+c^2}+\dfrac{72c}{a^2+b^2+c^2}-18=0$

Suy ra $a^2+b^2+c^2-2a-2b-4c=0$ nên điểm N thuộc mặt cầu

$(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$ có tâm $I(1;1;2)$ bán kính $R=\sqrt{6}$.

Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $E=(2;0;2)$ và $\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EB}=\vec{0}$.

Khi đó:

$NA^2+NB^2=\overrightarrow{NA}^2+\overrightarrow{NB}^2=\left(\overrightarrow{NE}+\overrightarrow{EA}\right)^2+\left(\overrightarrow{NE}+\overrightarrow{EB}\right)^2=2NE^2+EA^2+EB^2$

$=2NE^2+\dfrac{AB^2}{2}=2NE^2+4$

Do đó $\min\left(NA^2+NB^2\right)=2.(\min NE)^2+4=2(R-IE)^2+4=2\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)^2+4=20-8\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+\left(m^2-16\right)x+2023$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

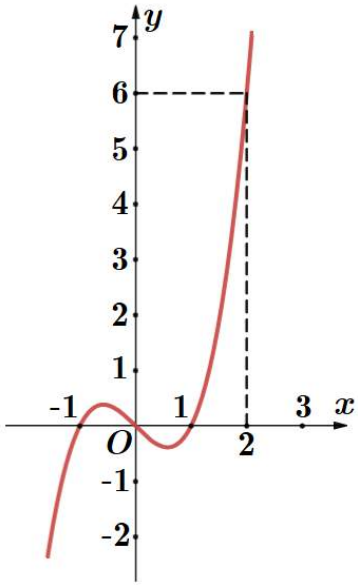
Để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)$ phải có hai điểm cực trị dương.

Ta có $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(m-1)x^2+\left(m^2-16\right)x+2023\Rightarrow f'(x)=x^2-2(m-1)x+m^2-16$.

Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị dương khi và chỉ phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ x_1+x_2>0\\ x_1x_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2-\left(m^2-16\right)>0\\ 2(m-1)>0\\ m^2-16>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<8\\ m>1\\ m>4\vee m<-4\end{cases}\Leftrightarrow 4<m<8$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$, biết rằng $f(0)=0$ và hàm số $g(x)=\dfrac{1}{16}\left[xf''(x)+f'(x)\right]$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ.



Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=\dfrac{f''(x)-40}{12}$ khi quay quanh trục Ox có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(116;117)$. **B.** $(117;118)$. **C.** $(118;119)$. **D.** $(115;116)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy được $g(x)=a(x-1)x(x+1)$, mà đồ thị đi qua điểm $(2;6)\Rightarrow a=1$ $\Rightarrow g(x)=(x-1)x(x+1)=x^3-x$.

Đặt $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx$ do $f(0)=0$. Khi đó $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$ và $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$.

Ta có $g(x)=\dfrac{1}{16}\left[xf''(x)+f'(x)\right]$

$\Leftrightarrow x^3-x=\dfrac{1}{16}\left[x\left(12ax^2+6bx+2c\right)+\left(4ax^3+3bx^2+2cx+d\right)\right]$

$\Leftrightarrow 16x^3-16x=16ax^3+9bx^2+4cx+d\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-4\\d=0\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^4-4x^2$.

$\Rightarrow y=\dfrac{f''(x)-40}{12}=\dfrac{12x^2-8-40}{12}=x^2-4$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-4x^2=x^2-4\Leftrightarrow x^4-5x^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$.

Khi đó $V=\pi\displaystyle\int_{-2}^{2}\left|\left(x^4-4x^2\right)^2-\left(x^2-4\right)^2\right|\mathrm{d}x=\dfrac{112}{3}\pi\approx117,29$ (đvtt).

Câu 49: Cho $x\ge0,y\ge0,x+y>0$ thỏa mãn $2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}.\log_2\dfrac{x^2+y^2}{x+y}\le4^{x+y}+2023^{x-y}$. Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2-6x-2y+5$.

A. 12. **B.** $6+2\sqrt{2}$. **C.** $6-4\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}.\log_2\frac{x^2+y^2}{x+y}\le 4^{x+y}+2023^{x-y}$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}.\left[\log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_2\left(x+y\right)\right]\le 4^{x+y}+2023^{x-y}$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2}+2023^{x-y}.\log_2\left(x^2+y^2\right)\le 2^{2x+2y}+2023^{x-y}.\log_2\left(x+y\right)$$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2^t+2023^{x-y}.\log_2 t,\left(t>0\right)\Rightarrow f'\left(t\right)=2^t\ln 2+2023^{x-y}.\dfrac{1}{t.\ln 2}>0,\left(t>0\right)$

Suy ra hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến $\forall t>0\Rightarrow x^2+y^2=2x+2y\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2\quad\left(C\right)$.

Thay $x^2+y^2=2x+2y$ vào biểu thức $P=x^2+y^2-6x-2y+5$ ta được:

$$P=x^2+y^2-6x-2y+5\Leftrightarrow P=-4x+5\Leftrightarrow x=\frac{5-P}{4}\quad\left(\Delta\right)$$

Để $\left(d\right)$ và $\left(C\right)$ có điểm chung thì:

$$\begin{cases}d\left(I,\left(\Delta\right)\right)\le R\\ x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left|1-P\right|\le 4\sqrt{2}\\ \dfrac{5-P}{4}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-4\sqrt{2}\le P\le 1+4\sqrt{2}\\ P\le 5\end{cases}\Leftrightarrow 1-4\sqrt{2}\le P\le 5.$$

Vậy ta có $\begin{cases}\max P=M=5\\ \min P=m=1-4\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow M+m=6-4\sqrt{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+ay+bz+c=0$ chứa đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+y-z+1=0,\left(\beta\right):x+y-2z-1=0$. Biết khoảng cách từ $M\left(1;2;1\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right)$ bằng 3. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Xét chùm mặt phẳng, ta có: $\begin{cases}x+y-z+1=0\\ x+y-2z-1=0\end{cases}$

Vì đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng nên ta có: $\left(d\right):\begin{cases}x=-3-t\\ y=\quad t\\ z=-2\end{cases}$.

Lấy $M\left(-3;0;-2\right),N\left(-4;1;-2\right)\in\left(d\right)\Rightarrow M,N\in\left(P\right)\Rightarrow\begin{cases}-6-2b+c=0\\ -8+a-2b+c=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ c=2b+6\end{cases}$.

Ta có: $d\left(M,\left(P\right)\right)=3\Leftrightarrow\dfrac{\left|12+3b\right|}{\sqrt{8+b^2}}=3\Leftrightarrow\left|12+3b\right|=3\sqrt{8+b^2}\Leftrightarrow 72b=-72\Leftrightarrow b=-1\Rightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-1.\\ c=4\end{cases}$

Khi đó, ta có: $a+b+c=5$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
Đề thi gồm 06 trang

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 ĐỢT 1
BÀI THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 114

Họ và tên thí sinh: . . . . . .
Số báo danh: . . . . . .

Học sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

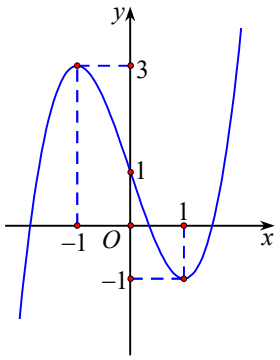
Câu 1. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 7 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. 39. **B.** 42. **C.** 14. **D.** 26.

Câu 2. Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $V=\frac{1}{3}\pi r^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $V=2\pi r^3$. **D.** $V=4\pi r^3$.

Câu 3. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $V=\frac{4}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$, công sai $d=-2$. Giá trị u_2 bằng
A. 9. **B.** -14. **C.** 5. **D.** $-\frac{7}{2}$.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là



A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số là
A. -3. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}+\cos 2x$ là

A. $\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $3e^{3x}+\sin 2x+C$.

C. $\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $3e^{3x}-\sin 2x+C$.

Câu 9. Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$ là

A. $y'=\frac{\ln 2023}{x}$. **B.** $y'=x\ln 2023$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 2023}$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(a^3\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $3\log_2 a$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh?

A. 6^3. **B.** $6!$. **C.** C_6^3. **D.** A_6^3.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=10$. **B.** $x=9$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $[-1;+\infty)$.

Câu 14. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{xq}=2\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 15. Số cạnh của hình bát diện đều là

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 20.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}\le\frac{1}{27}$ là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $[5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;5]$.

Câu 17. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-5$.

Câu 18. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 30π. **B.** 60π. **C.** 150π. **D.** 50π.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2$ là

A. $2x+C$. **B.** x^3+C. **C.** $3x^2+2x+C$. **D.** x^3+2x+C.

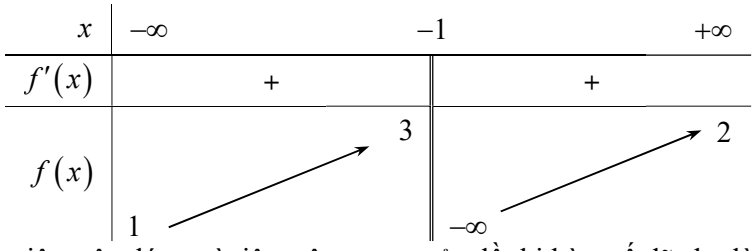
Câu 20. Hình chóp tứ giác có bao nhiêu mặt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^x+8.2^{-x}<9$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 23. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) đã cho bằng

A. 20π. **B.** 8π. **C.** 4π. **D.** 16π.

Câu 24. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2$ và đồ thị hàm số $y=-2x^2+7x$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $4a$. Mặt phẳng (α) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng a. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A. $4\sqrt{2}a^2$. **B.** $8\sqrt{3}a^2$. **C.** $12\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{3}a^2$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=\sqrt{3}a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** a^3.

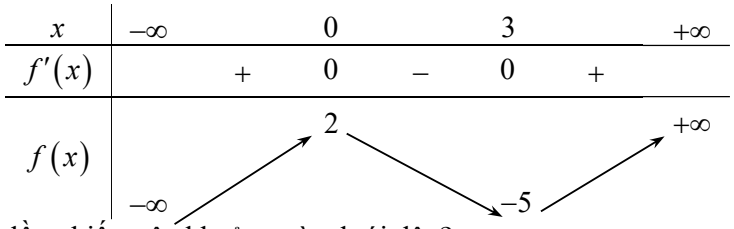
Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+9\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 28. Một chiếc máy có hai động cơ I và II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,6. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt bằng

A. 0,78. **B.** 0,92. **C.** 0,94. **D.** 0,86.

Câu 29. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 30. Cắt mặt cầu (S) bởi mặt phẳng (P) cách tâm của mặt cầu một khoảng bằng a ta được thiết diện là đường tròn có đường kính bằng $2\sqrt{2}a$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $36\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x.\log_2(64x)+8=0$ là

A. $\dfrac{1}{32}$. **B.** $\dfrac{7}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{16}$.

Câu 32. Cho khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng 3. Tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đã cho bằng

A. 12. **B.** 64. **C.** 16. **D.** 54.

Câu 33. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** $-32\sqrt{2}$. **C.** -40. **D.** -45.

Câu 34. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3, AC=4$. Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AB bằng

A. 20π. **B.** 40π. **C.** 15π. **D.** 12π.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$, $f'(1)=0, f(1)=1$ và $f(-1)=2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-(m+1)2^x+2m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2+x_1+x_2\le 2$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 37. Cho hàm số $y=x^4-2(m-2)x^2+3-m$ với m là tham số. Khi $m=m_0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc toạ độ O làm trực tâm. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;-2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(3;7)$. **D.** $(2;5)$.

Câu 38. Cho hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8;8]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1054	↘	1	↗	30	↘	-242	↗	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2\sin x-1)$ bằng

A. 1054. **B.** -242. **C.** 30. **D.** 1.

Câu 40. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

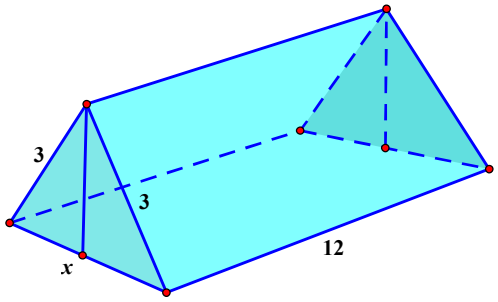
Câu 41. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1;+\infty)$ và $\log^2_{\sqrt{a}} b+\log_b c.\log_b\left(\dfrac{c^2}{b}\right)+9\log_a c=4\log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b+\log_b c^2$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 42. Cho cấp số cộng (u_n) có tất cả số hạng đều dương và $9(u_1+u_2+\ldots+u_{2050})=4(u_1+u_2+\ldots+u_{3075})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_3^2 u_{14}+\log_3^2 u_{41}-\log_3^2 u_{122}$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43. Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài $12\,\text{m}$ và chiều rộng $6\,\text{m}$ bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x(m)$, hai đầu hồi của lều được thiết kế cửa ra, vào và có thể khép kín (tham khảo hình vẽ). Thể tích không gian phía trong lều lớn nhất bằng bao nhiêu?



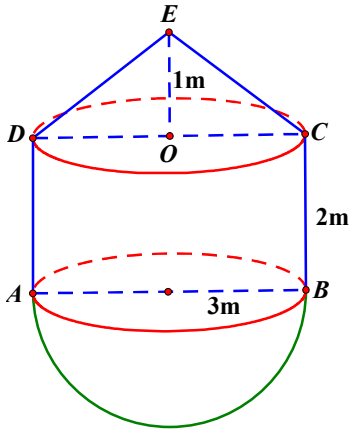
A. $72\left(m^3\right)$. **B.** $64\left(m^3\right)$. **C.** $52\left(m^3\right)$. **D.** $54\left(m^3\right)$.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho tháp nước được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp nước được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng 3 m, chiều cao của hình trụ là 2 m, chiều cao của hình nón là $1\,\text{m}$.

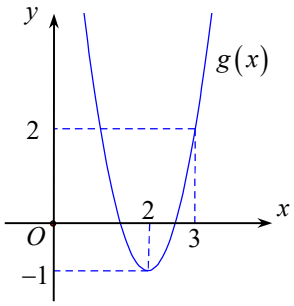




Thể tích phần không gian bên trong tháp nước bằng

A. $\dfrac{15\pi}{2}\left(m^3\right)$. **B.** $\dfrac{25\pi}{2}\left(m^3\right)$. **C.** $\dfrac{23\pi}{4}\left(m^3\right)$. **D.** $\dfrac{25\pi}{4}\left(m^3\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f'(2x+3)+2$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

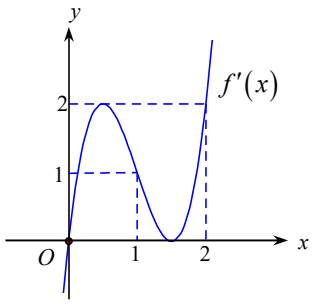


A. $(1;6)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(5;9)$. **D.** $(-\infty;9)$.

Câu 47. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh 2, có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD=2AD, I$ là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N. Khi d thay đổi, thể tích khối chóp $S.MNC$ có giá trị nhỏ nhất bằng

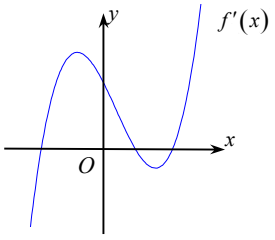
A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{27}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Bất phương trình $f\left(2\sin x\right)+\cos 2x<m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;\pi)$ khi và chỉ khi



A. $m>f(1)+\frac{1}{2}$. **B.** $m\ge f(0)$. **C.** $m>f(1)-\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge f(1)-\frac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $h(x)=2f\left(\left|3-x\right|\right)+2023$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	4	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$	
	2				1				2

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left[f^2(x)-4f(x)+5\right]=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng

A. 50. **B.** 83. **C.** 34. **D.** 67.

---------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 1)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	C	A	A	C	B	B	D	A	A	D	B	B	B	B	A	D	B	A	D	A	D	D	A	B
2	D	A	B	B	D	B	D	D	C	B	B	B	A	B	B	D	A	C	D	C	B	B	C	D
3	D	B	C	A	D	D	A	B	D	C	C	C	C	C	B	D	B	D	C	A	B	A	D	B
4	B	B	D	D	D	C	A	C	A	D	A	C	A	C	B	B	D	A	B	A	A	A	C	A
5	D	C	C	A	D	B	D	A	B	A	C	B	C	C	B	B	A	A	A	C	C	C	A	B
6	A	A	A	C	D	B	A	D	A	A	B	C	C	C	C	B	C	A	C	B	D	C	B	B
7	B	A	D	B	A	B	B	C	D	A	D	C	C	B	A	B	C	D	B	B	B	C	D	D
8	B	A	A	D	B	D	D	C	A	D	C	D	C	A	D	B	B	A	A	D	C	D	B	A
9	C	D	B	A	A	C	D	C	D	C	D	C	A	C	C	A	D	B	D	A	C	D	C	D
10	D	D	D	A	A	B	B	B	C	B	A	D	C	D	A	A	B	A	B	B	A	A	B	C
11	D	B	D	C	A	B	D	D	C	B	D	A	A	C	C	A	D	C	A	A	C	A	D	B
12	C	D	B	D	C	D	B	B	C	D	A	D	C	B	A	D	D	C	C	B	D	A	A	A
13	A	D	B	B	D	B	D	D	A	C	B	D	B	C	A	C	C	C	B	A	D	C	C	A
14	B	D	A	A	D	C	D	C	C	D	B	B	C	A	B	C	A	B	A	C	C	A	D	D
15	B	C	C	A	B	B	C	A	C	A	D	C	D	C	A	D	B	B	A	B	C	C	B	A
16	D	D	C	C	C	D	D	D	A	B	D	A	B	C	A	A	C	B	D	C	D	B	A	C
17	A	D	D	B	D	D	D	D	C	A	B	A	B	B	A	A	B	D	D	B	B	D	A	B
18	D	D	C	A	A	C	C	C	D	B	A	C	A	D	B	C	C	D	B	B	C	A	A	B
19	C	B	D	C	C	A	A	D	A	A	B	A	B	D	C	D	C	D	D	A	B	B	A	B
20	C	B	C	C	C	D	C	B	A	B	D	A	C	D	D	D	C	D	D	C	A	C	B	A
21	C	A	D	A	C	D	C	D	B	A	C	A	C	B	A	B	B	A	A	B	A	B	A	C
22	A	C	C	B	C	B	A	D	D	D	B	A	A	C	D	A	C	D	D	D	D	A	C	A
23	D	B	A	D	D	C	B	B	B	D	C	A	A	D	A	D	A	B	C	B	D	B	B	A
24	A	C	C	A	A	C	C	B	A	A	C	C	D	B	D	C	C	A	D	A	D	C	C	C
25	A	C	A	A	B	C	D	C	C	D	C	A	A	B	C	B	B	B	C	C	C	D	D	D

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 1)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
26	D	C	D	C	D	A	D	A	B	A	D	D	D	C	C	B	A	C	D	C	A	B	A	C
27	C	C	C	A	D	C	D	A	D	B	D	C	A	D	A	B	A	C	C	C	B	B	D	B
28	B	B	A	D	A	A	C	C	A	A	C	B	D	B	C	A	D	B	A	D	B	C	C	B
29	B	A	B	B	C	B	D	D	D	A	A	D	B	D	A	C	A	A	A	A	D	C	A	A
30	D	D	D	D	C	B	B	C	D	C	B	D	C	B	C	D	B	D	B	C	C	B	D	B
31	B	D	B	A	C	A	D	B	A	D	A	C	A	D	D	C	B	D	D	B	B	B	A	D
32	B	D	A	C	C	C	B	C	B	B	D	A	A	D	D	D	D	C	D	D	B	D	D	C
33	B	A	C	D	B	A	C	A	A	B	A	D	D	B	A	A	A	D	C	C	D	C	C	A
34	D	A	A	D	C	A	D	A	D	B	C	D	B	A	A	D	B	C	C	B	B	D	B	B
35	C	C	D	D	A	B	C	C	B	A	A	A	C	A	B	A	B	C	B	D	D	D	B	D
36	A	C	C	B	D	A	A	A	A	D	D	B	B	A	B	D	C	A	D	D	B	A	A	B
37	D	C	A	B	C	B	A	D	C	A	B	B	C	D	B	C	B	C	B	A	B	C	D	C
38	D	B	D	B	C	A	D	D	A	B	B	B	D	A	D	B	A	D	B	C	D	C	A	D
39	B	C	B	C	A	B	C	B	C	D	D	A	B	A	C	C	D	B	D	B	A	A	B	A
40	B	C	D	D	B	A	D	A	B	C	A	B	B	B	C	A	D	D	B	B	A	C	A	D
41	B	A	A	A	B	A	B	B	A	A	D	B	B	D	A	C	B	D	D	B	A	B	D	A
42	B	D	C	D	C	A	C	A	C	B	D	A	C	A	A	A	B	A	B	A	B	C	A	A
43	D	D	B	A	A	C	B	D	A	B	A	D	D	D	A	D	A	D	B	C	C	A	B	A
44	D	B	D	B	A	C	B	D	B	D	B	D	B	C	D	D	D	C	A	A	D	B	D	B
45	A	C	B	B	A	C	D	B	B	D	A	D	C	A	A	D	B	C	A	B	C	D	C	D
46	C	C	D	D	B	C	D	A	C	C	B	D	D	C	B	C	C	C	A	C	D	A	B	A
47	D	C	C	B	D	A	A	D	C	D	A	C	A	D	A	C	D	C	C	B	A	D	A	D
48	B	C	B	A	C	A	A	A	D	B	D	A	A	C	C	C	A	C	A	B	A	A	B	A
49	C	B	C	D	B	D	C	D	D	A	A	D	C	C	D	C	A	A	A	B	B	B	C	B
50	C	C	C	B	C	D	B	C	C	C	C	A	B	A	D	C	B	C	C	D	B	D	C	A

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH THÁI NGUYÊN
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1 – NĂM HỌC: 2022-2023

Câu 1: Hình chóp tứ giác có bao nhiêu mặt?
A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là
A. $S_{\text{xq}}=\pi rh$. **B.** $S_{\text{xq}}=2\pi rh$. **C.** $S_{\text{xq}}=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $S_{\text{xq}}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{2}}$ là
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 4: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$
A. $\frac{1}{x}$. **B.** $x.\ln 2023$. **C.** $\frac{\ln 2023}{x}$. **D.** $\frac{1}{x.\ln 2023}$.

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\text{e}^{3x}+\cos 2x$ là
A. $3\text{e}^{3x}-\sin 2x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\text{e}^{3x}+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.
C. $\frac{1}{3}\text{e}^{3x}-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $3\text{e}^{3x}-\sin 2x+C$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh?
A. $6!$. **B.** C_6^3. **C.** 6^3. **D.** A_6^3.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$, công sai $d=-2$. Giá trị u_2 bằng
A. -14. **B.** 9. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** 5.

Câu 9: Số cạnh của hình bát diện đều là
A. 20. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 10: Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $V=4\pi r^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^3$. **D.** $V=2\pi r^3$.

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng
A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu $y=f(x)$ của hàm số là

A. 1. **B.** 4. **C.** -3. **D.** -4.

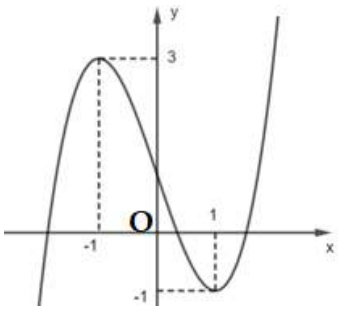
Câu 13: Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 60π. **B.** 50π. **C.** 30π. **D.** 150π.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$.

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=2$.

Câu 17: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 7 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối ăng trụ đã cho bằng

A. 26. **B.** 39. **C.** 14. **D.** 42.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=5$. **B.** $x=10$. **C.** $x=9$. **D.** $x=3$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-2}\le\dfrac{1}{27}$ là

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;5]$.

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2$ là

A. $2x+C$. **B.** $3x^2+2x+C$. **C.** x^3+C. **D.** x^3+2x+C.

Câu 21: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2$ và đồ thị hàm số $y=-2x^2+7x$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x.\log_2(64x)+8=0$ là

A. $\frac{7}{16}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{32}$.

Câu 23: Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là hình vuông cạnh bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) đã cho bằng

A. 4π. **B.** 20π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 25: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^x + 8.2^{-x} < 9$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3$, $AC = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AB bằng

A. 20π. **B.** 40π. **C.** 15π. **D.** 12π.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = ax + \frac{b}{x^2}$, $f'(1) = 0$, $f(1) = 1$ và $f(-1) = 2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 29: Cho khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng 3. Tổng diện tích các mặt của khối đa diện đã cho bằng

A. 12. **B.** 54. **C.** 64. **D.** 16.

Câu 30: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $4a$. Mặt phẳng (α) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng a. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A. $4\sqrt{2}a^2$. **B.** $8\sqrt{3}a^2$. **C.** $12\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{3}a^2$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \log(x^2 - 2mx + 9)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 32: Một chiếc máy có hai động cơ I và động cơ II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,6$. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt bằng

A. $0,86$. **B.** $0,78$. **C.** $0,92$. **D.** $0,94$.

Câu 33: Cắt mặt cầu (S) bởi mặt phẳng (P) cách tâm mặt cầu một khoảng bằng a ta được thiết diện là một đường tròn có đường kính bằng $2\sqrt{2}a$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $36\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	3	↗	2
			$-\infty$		

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** $-32\sqrt{2}$. **C.** -45. **D.** -40.

Câu 36: Cho hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8;8]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 37: Cho các số thực a,b,c thuộc khoảng $(1;+\infty)$ và $\log^2_{\sqrt{a}} b+\log_b c.\log_b \dfrac{c^2}{b}+9\log_a c=4\log_a b$.

Giá trị của biểu thức $\log_a b+\log_b c^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

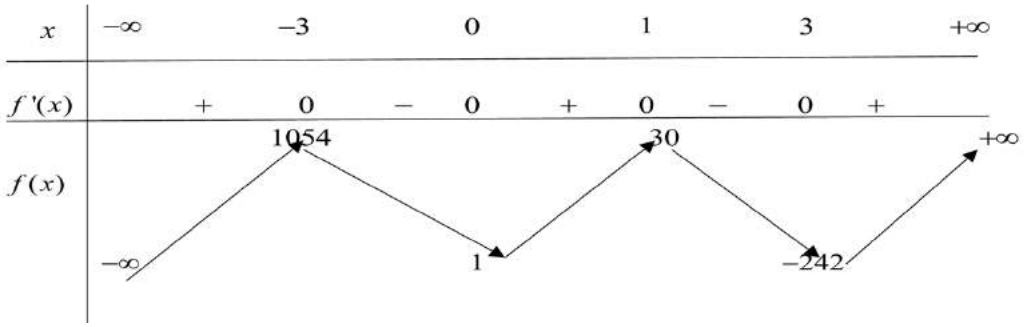
Câu 38: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Cho tháp nước được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp nước được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng $3m$, chiều cao của hình trụ là $2m$, chiều cao của hình nón là $1m$. Thể tích phần không gian bên trong tháp nước bằng

A. $\dfrac{25\pi}{4}m^3$. **B.** $\dfrac{15\pi}{2}m^3$. **C.** $\dfrac{25\pi}{2}m^3$. **D.** $\dfrac{23\pi}{4}m^3$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(2\sin x-1\right)$ bằng

A. 1054. **B.** -242. **C.** 1. **D.** 30.

Câu 41: Cho hàm số $y=x^4-2\left(m-2\right)x^2+3-m$ với m là tham số. Khi $m=m_0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;5\right)$. **B.** $\left(3;7\right)$. **C.** $\left(-2;2\right)$. **D.** $\left(-5;-2\right)$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x-\left(m+1\right).2^x+2m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2+x_1+x_2\le 2$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 43: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có tất cả các số hạng đều dương và $9\left(u_1+u_2+\ldots+u_{2050}\right)=4\left(u_1+u_2+\ldots+u_{3075}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_3^2 u_{14}+\log_3^2 u_{41}-\log_3^2 u_{122}$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -4. **D.** -2.

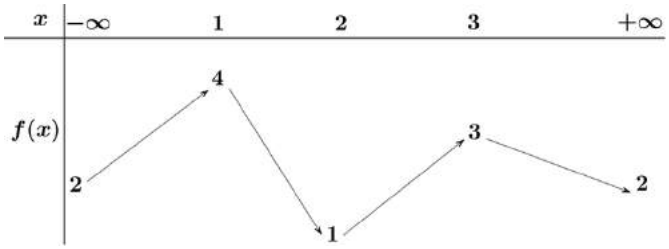
Câu 44: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài $12\,\text{m}$ và chiều rộng $6\,\text{m}$ bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x(m)$, hai đầu hồi của lều được thiết kế cửa ra, vào và có thể khép kín (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tich không gian phia trong lều lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $64\,m^3$. **B.** $52\ m^3$. **C.** $54\ m^3$. **D.** $72\ m^3$.

Câu 45: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

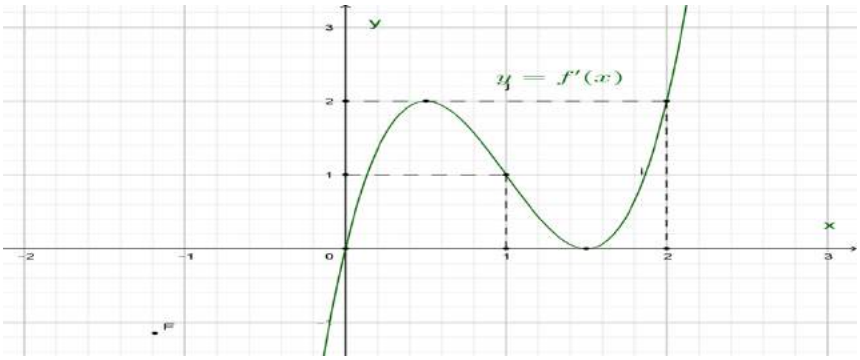
Câu 46: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left(f^2\left(x\right)-4f\left(x\right)+5\right)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng

A. 83. **B.** 34. **C.** 50. **D.** 67.

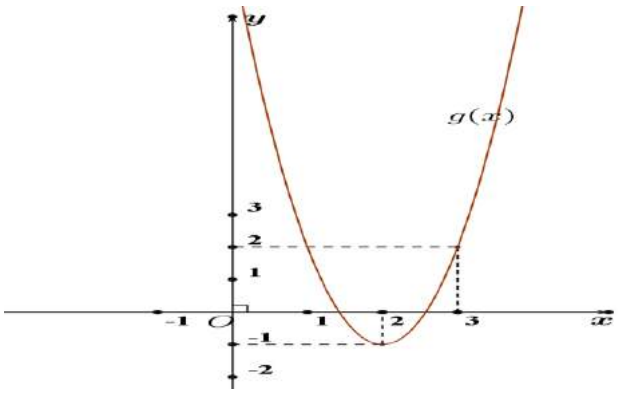
Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Bất phương trình $f(2\sin x)+\cos 2x<m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;\pi)$ khi và chi khi

A. $m>f(1)-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\geq f(1)-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m>f(1)+\dfrac{1}{2}$.

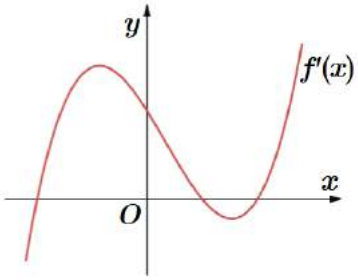
Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f'(2x+3)+2$ có đồ thị là một parabol (P) nhur hình vẽ



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào đưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=h(x)=2f(|3-x|)+2023$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 50: Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh 2, có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD=2AD$, I là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M và N. Khi d thay đổi, thể tích khối chóp $S.MNC$ có giá trị nhỏ nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{27}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.A	4.D	5.B	6.B	7.B	8.D	9.C	10.B
11.B	12.D	13.B	14.C	15.B	16.D	17.D	18.C	19.A	20.B
21.D	22.B	23.C	24.C	25.C	26.A	27.C	28.A	29.B	30.B
31.A	32.C	33.A	34.A	35.D	36.A	37.B	38.A	39.B	40.A
41.A	42.A	43.C	44.C	45.C	46.C	47.A	48.A	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hình chóp tứ giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B.

Câu 2: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{\text{xq}}=\pi rh$. **B.** $S_{\text{xq}}=2\pi rh$. **C.** $S_{\text{xq}}=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $S_{\text{xq}}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$.

Câu 4: Với $x>0$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$

A. $\frac{1}{x}$. **B.** $x.\ln 2023$. **C.** $\frac{\ln 2023}{x}$. **D.** $\frac{1}{x.\ln 2023}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $x>0\Rightarrow y'=\frac{1}{x.\ln 2023}$.

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+\cos 2x$ là

A. $3\mathrm{e}^{3x}-\sin 2x+C$. **B.** $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}-\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **D.** $3\mathrm{e}^{3x}-\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^{3x}+\cos 2x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 7: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh?

A. $6!$. **B.** C_6^3. **C.** 6^3. **D.** A_6^3.

Lời giải

Chọn B.

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 6 học sinh là C_6^3.

Câu 8: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=7$, công sai $d=-2$. Giá trị u_2 bằng

A. -14. **B.** 9. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $u_2=u_1+d=7-2=5$.

Câu 9: Số cạnh của hình bát diện đều là

A. 20. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Chọn **C.**

Câu 10: Thể tích V của khối cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=4\pi r^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi r^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^3$. **D.** $V=2\pi r^3$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 11: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu $y=f(x)$ của hàm số là

A. 1. **B.** 4. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn **D.**

Câu 13: Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 60π. **B.** 50π. **C.** 30π. **D.** 150π.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.5^2.6=50\pi$.

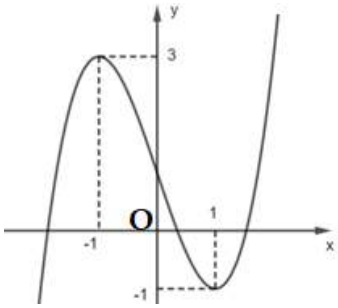
Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{6}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=2$ là:

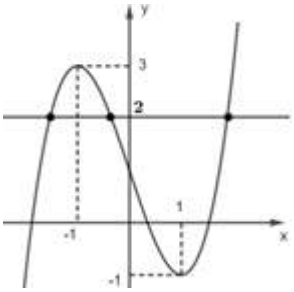


A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=2$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$.



Từ hình vẽ ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=2$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 16: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x+5}{x-1} = 2 \Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-1}$.

Câu 17: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 7 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối ăng trụ đã cho bằng

A. 26. **B.** 39. **C.** 14. **D.** 42.

Lời giải

Chọn D.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật là: $R=\sqrt{a^2+(a\sqrt{3})^2+(2a)^2}=2a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=8\pi a^2$.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=5$. **B.** $x=10$. **C.** $x=9$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x-2} \le \dfrac{1}{27}$ là

A. $[5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;5]$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2$ là

A. $2x+C$. **B.** $3x^2+2x+C$. **C.** x^3+C. **D.** x^3+2x+C.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2$ và đồ thị hàm số $y=-2x^2+7x$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Xét phương trình $x^3-2x^2=-2x^2+7x \Leftrightarrow x^3=7x \Rightarrow x=0; x=\pm\sqrt{7}$.

Phương trình có 3 nghiệm nên hai đồ thị có 3 giao điểm.

Câu 22: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2 x.\log_2(64x)+8=0$ là

A. $\frac{7}{16}$. **B.** $\frac{5}{16}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{32}$.

Lời giải

Chọn B.

Đk: $x>0$

$\log_2 x.\log_2(64x)+8=0 \Leftrightarrow \log_2 x.(6+\log_2 x)+8=0$

$\Leftrightarrow (\log_2 x)^2+6\log_2 x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=-2\\ \log_2 x=-4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{4}\\ x=\frac{1}{16}\end{array}\right.$

Tổng hai nghiệm là $\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$.

Câu 23: Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là hình vuông cạnh bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) đã cho bằng

A. 4π. **B.** 20π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn C.

Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là hình vuông cạnh bằng 4 nên bán kính hình trụ bằng 2 và chiều cao hình trụ bằng độ dài đường sinh bằng 4.

Diện tích xung quanh của hình trụ (T) đã cho bằng $S_{xq}=2\pi.r.l=16\pi$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy ΔABC bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$,

Chiều cao hình chóp là $SA=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 25: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^x+8.2^{-x}<9$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Bất phương trình $2^x+8.2^{-x}<9 \Leftrightarrow 2^{2x}-9.2^x+8<0 \Leftrightarrow 1<2^x<8 \Leftrightarrow 0<x<3$.

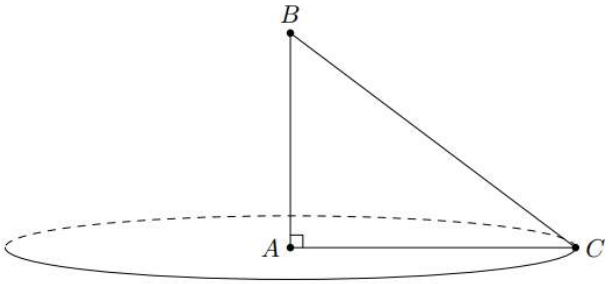
Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.

Câu 26: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3$, $AC=4$. Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AB bằng

A. 20π. **B.** 40π. **C.** 15π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn A.



Hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh trục AB có bán kính đáy là $r=AC=4$ và chiều cao là $h=AB=3$.

Suy ra đường sinh $l=\sqrt{r^2+h^2}=5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi rl=20\pi$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$, $f'(1)=0$, $f(1)=1$ và $f(-1)=2$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x)=ax+\dfrac{b}{x^2} \Rightarrow f(x)=\dfrac{ax^2}{2}-\dfrac{b}{x}+c$. Khi đó

$f'(1)=0 \Rightarrow a+b=0$;

$f(1)=1\Rightarrow \frac{a}{2}-b+c=1;$

$f(-1)=2\Rightarrow \frac{a}{2}+b+c=2.$

Suy ra $\begin{cases}\frac{a}{2}+b+c=2\\ a+b=0\\ \frac{a}{2}-b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\ b=\frac{1}{2}\\ c=\frac{7}{4}.\end{cases}$

Do đó $f(x)=-\frac{x^2}{4}-\frac{1}{2x}+\frac{7}{4}$. Vậy $f(2)=\frac{1}{2}.$

Câu 29: Cho khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng 3. Tổng diện tích các mặt của khối đa diện đã cho bằng

A. 12. **B.** 54. **C.** 64. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B.

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là hình lập phương và có cạnh bằng 3.

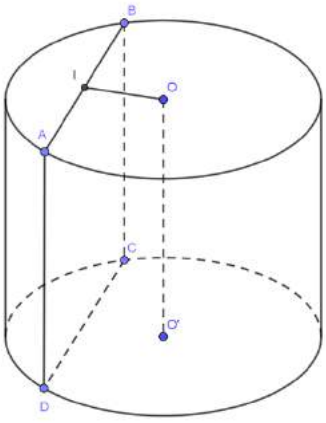
Nên tổng diện tích các mặt của hình lập phương là: $S=6.3^2=54$.

Câu 30: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $4a$. Mặt phẳng (α) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng a. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) bằng

A. $4\sqrt{2}a^2$. **B.** $8\sqrt{3}a^2$. **C.** $12\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử mặt phẳng (α) cắt hình trụ như hình vẽ. Hạ $OI\perp AB(I\in AB)$

$\Rightarrow\begin{cases}OI\perp AB\\ OI\perp AD\end{cases}\Rightarrow OI\perp(\alpha)\Rightarrow OI=a\Rightarrow AI=BI=\sqrt{OA^2-OI^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow AB=2\sqrt{3}a$

Vậy $S_{ABCD}=AB.AD=2\sqrt{3}a.4a=8\sqrt{3}a^2$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+9\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A.

Để hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ thì: $x^2-2mx+9>0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m^2-9<0\Leftrightarrow -3<m<3$

Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 32: Một chiếc máy có hai động cơ I và động cơ II chạy độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,6$. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt bằng

A. $0,86$. **B.** $0,78$. **C.** $0,92$. **D.** $0,94$.

Lời giải

Chọn C.

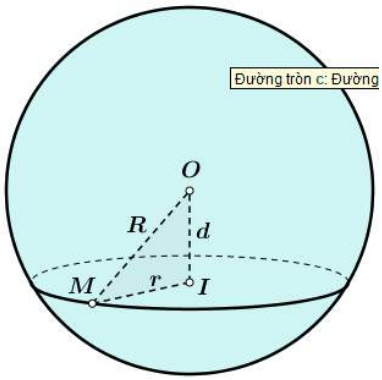
Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt: $0,8.0,6+0,8.0,4+0,2.0,6=0,92$.

Câu 33: Cắt mặt cầu (S) bởi mặt phẳng (P) cách tâm mặt cầu một khoảng bằng a ta được thiết diện là một đường tròn có đường kính bằng $2\sqrt{2}a$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $36\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Bán kính đường tròn giao tuyến $r=\frac{1}{2}.2\sqrt{2}a=\sqrt{2}a$.

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{3}a$.

Khi đó diện tích mặt cầu đã cho là $S=4\pi\left(\sqrt{3}a\right)^2=12\pi a^2$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	3	↗	2
			$-\infty$		

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y=2$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=1$ nên suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$. **B.** $-32\sqrt{2}$. **C.** -45. **D.** -40.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;19]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-24$, $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\sqrt{2}\in[2;19] \\ x=-2\sqrt{2}\notin[2;19] \end{array}\right.$.

Ta có $f(2)=-40$, $f\left(2\sqrt{2}\right)=-32\sqrt{2}$, $f(19)=6403$.

Vậy $\min\limits_{x\in[2;19]} f(x)=f(2)=-40$.

Câu 36: Cho hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-8;8]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=-3x^2-12x+4m-9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi $y'\le 0\ \ \forall x\in(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow -3x^2-12x+4m-9\le 0\ \forall x\in(-\infty;-1)$

$\Leftrightarrow 4m\le 3x^2+12x+9\ \forall x\in(-\infty;-1)$ (*)

Đặt $g(x)=3x^2+12x+9$ trên $(-\infty;-1)$.

Ta có $g'(x)=6x+12$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-2\in(-\infty;-1)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên

$(*) \Leftrightarrow 4m \le \min\limits_{x\in(-\infty;-1)} g(x) = g(-2) = -3 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{3}{4}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-8;8]$ nên suy ra $m \in \{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên m thỏa đề.

Câu 37: Cho các số thực a,b,c thuộc khoảng $(1;+\infty)$ và $\log^2_{\sqrt{a}} b + \log_b c.\log_b \dfrac{c^2}{b} + 9\log_a c = 4\log_a b$.

Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

$\log^2_{\sqrt{a}} b + \log_b c.\log_b \dfrac{c^2}{b} + 9\log_a c = 4\log_a b$

$\Leftrightarrow 4\log^2_a b + \dfrac{1}{2}\log_b c^2 \left(\log_b c^2 - 1\right) + \dfrac{9}{2}\log_a c^2 - 4\log_a b = 0$

$\Leftrightarrow 8\log^2_a b + \log^2_b c^2 - \log_b c^2 + 9\log_a b.\log_b c^2 - 8\log_a b = 0$

$\Leftrightarrow 8\log^2_a b - 8\log_a b + 8\log_a b.\log_b c^2 + \log^2_b c^2 - \log_b c^2 + \log_a b.\log_b c^2 = 0$

$\Leftrightarrow 8\log_a b\left(\log_a b - 1 + \log_b c^2\right) + \log_b c^2\left(\log_b c^2 - 1 + \log_a b\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left(\log_a b + \log_b c^2 - 1\right)\left(8\log_a b + \log_b c^2\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_a b + \log_b c^2 = 1\\ 8\log_a b + \log_b c^2 = 0\end{array}\right.$

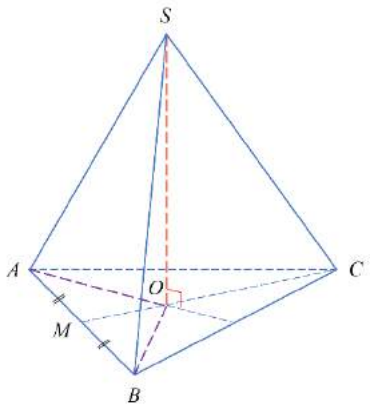
Vậy $\log_a b + \log_b c^2 = 1$.

Câu 38: Cho hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Côsin của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp đã cho bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Xét chóp tam giác đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a

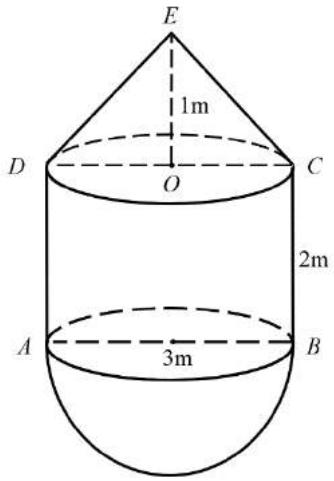
$$\cos\left((SAB);(ABC)\right)=\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta SBC}}=\frac{\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{1}{3}.$$

Câu 39: Cho tháp nước được thiết kế gồm thân tháp có dạng hình trụ, phần mái phía trên dạng hình nón và đáy là nửa hình cầu. Không gian bên trong toàn bộ tháp nước được minh họa theo hình vẽ với đường kính đáy hình trụ, hình cầu và đường kính đáy của hình nón đều bằng $3m$, chiều cao của hình trụ là $2m$, chiều cao của hình nón là $1m$. Thể tích phần không gian bên trong tháp nước bằng

A. $\frac{25\pi}{4}m^3$. **B.** $\frac{15\pi}{2}m^3$. **C.** $\frac{25\pi}{2}m^3$. **D.** $\frac{23\pi}{4}m^3$.

Lời giải

Chọn B.



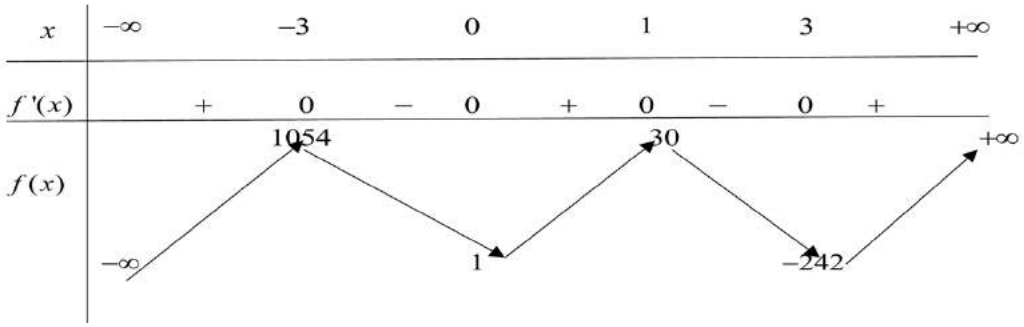
Thể tích của phần không gian nửa hình cầu là: $V_1=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{9}{4}\pi\left(m^3\right)$.

Thể tích của phần không gian hình trụ là: $V_2=\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2\cdot 2=\frac{9}{2}\pi\left(m^3\right)$.

Thể tích của phần không gian hình nón là: $V_3=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{3}{4}\pi\left(m^3\right)$.

Thể tích phần không gian bên trong tháp nước bằng: $V=V_1+V_2+V_3=\frac{15}{2}\pi\left(m^3\right)$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(2\sin x-1\right)$ bằng

A. 1054. **B.** -242. **C.** 1. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2\sin x - 1 \Rightarrow t \in [-3;1]$.

$g(x) = f(2\sin x - 1) = f(t)$ với $t \in [-3;1]$.

Từ bảng biến thiên suy ra Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2\sin x - 1)$ bằng 1054.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m-2)x^2 + 3 - m$ với m là tham số. Khi $m = m_0$ thì đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2;5)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-5;-2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m-2)x = 4x(x^2 - m + 2)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 2 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 2$.

Tọa độ ba điểm cực trị là $A(0;3-m), B\left(\sqrt{m-2}; -m^2 + 3m - 1\right), C\left(-\sqrt{m-2}; -m^2 + 3m - 1\right)$.

Do tam giác ABC cân tại A và B, C đối xứng qua Oy nên O là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m^3 - 5m^2 + 7m - 3) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 2 \\ m = 3 \end{array}\right.$.

Vậy nghiệm $m = 3 \in (2;5)$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x - (m+1).2^x + 2m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + x_1 + x_2 \le 2$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2^x, t > 0$.

Phương trình có dạng $t^2 - (m+1)t + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = m - 1 \end{array}\right.$

Để phương trình ban đầu có hai nghiệm phân biệt thì $\left\{\begin{array}{l} m - 1 > 0 \\ m - 1 \ne 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m > 1 \\ m \ne 3 \end{array}\right.$.

Khi đó $x_1 = 1; x_2 = \log_2(m-1)$

$x_1x_2 + x_1 + x_2 \le 2 \Leftrightarrow 1.\log_2(m-2) + 1 + \log_2(m-2) \le 2 \Leftrightarrow \log_2(m-2) \le \frac{1}{2} \Leftrightarrow m \le 2 + \sqrt{2}$.

Kết hợp ta được $1<m\le 2+\sqrt{2};m\ne 3$.

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=2$.

Câu 43: Cho cấp số cộng (u_n) có tất cả các số hạng đều dương và $9(u_1+u_2+\ldots+u_{2050})=4(u_1+u_2+\ldots+u_{3075})$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_3^2 u_{14}+\log_3^2 u_{41}-\log_3^2 u_{122}$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $9(u_1+u_2+\ldots+u_{2050})=4(u_1+u_2+\ldots+u_{3075})\Leftrightarrow 9S_{2050}=4S_{3075}$

$\Leftrightarrow \dfrac{9.2050(u_1+u_{2050})}{2}=\dfrac{4.3075(u_1+u_{3075})}{2}\Leftrightarrow 2u_1+2049d=\dfrac{2}{3}(2u_1+3074d)$

$\Leftrightarrow 6u_1+6147d=4u_1+6148d\Leftrightarrow d=2u_1$.

Suy ra $\begin{cases}u_{14}=u_1+13d=27u_1\\ u_{41}=u_1+40d=81u_1\\ u_{122}=u_1+121d=243u_1\end{cases}$.

Vậy $P=\log_3^2 u_{14}+\log_3^2 u_{41}-\log_3^2 u_{122}=\log_3^2(27u_1)+\log_3^2(81u_1)-\log_3^2(243u_1)$

$=(3+\log_3 u_1)^2+(4+\log_3 u_1)^2-(5+\log_3 u_1)^2=\log_3^2 u_1+4\log_3 u_1=(\log_3 u_1+2)^2-4\ge -4$.

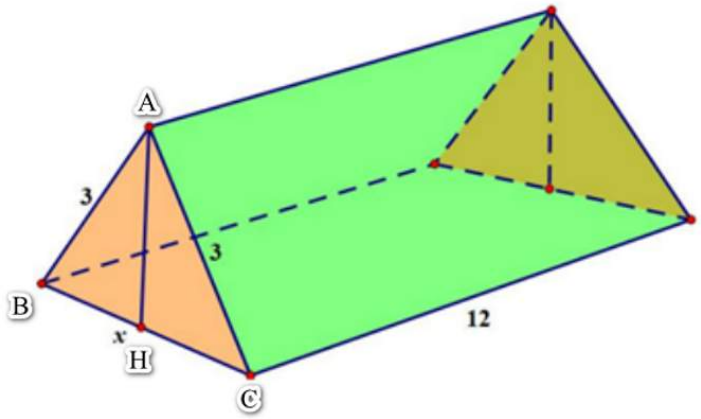
Suy ra $\min P=-4$ khi $\log_3 u_1=-2\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{1}{9}\\ d=\dfrac{2}{9}\end{cases}$.

Câu 44: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài $12\,\text{m}$ và chiều rộng $6\,\text{m}$ bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x(m)$, hai đầu hồi của lều được thiết kế cửa ra, vào và có thể khép kín (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích không gian phia trong lều lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $64\,m^3$. **B.** $52\ m^3$. **C.** $54\ m^3$. **D.** $72\ m^3$.

Lời giải

Chọn C.



Xét hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy là tam giác cân với hai cạnh bên có độ dài bằng 3m, chiều cao bằng $12m$.

Gọi H là trung điểm BC thì $AH\perp BC, AH=\sqrt{3^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{36-x^2}}{2}$.

Do đó diên tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH\cdot BC=\frac{x\sqrt{36-x^2}}{4}$.

Suy ra thể tích của lều là $V=12\cdot\frac{x\sqrt{36-x^2}}{4}=3x\cdot\sqrt{36-x^2}$.

Để không gian phía trong lều lớn nhất thì $V_{\max}$.

Ta có $V=3x\cdot\sqrt{36-x^2}\le 3\cdot\frac{x^2+36-x^2}{2}=54\left(m^3\right)$ **với mọi** $x\in(0;6)$.

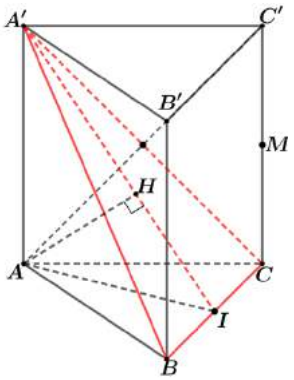
Dấu " $=$" xảy ra khi $x=\sqrt{36-x^2}\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}$.

Câu 45: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn C.



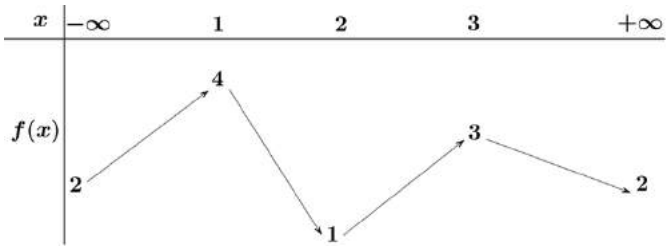
Ta có: $d_{(M;(A'BC))}=\frac{1}{2}d_{(C';(A'BC))}=\frac{1}{2}d_{(A;(A'BC))}$.

Kẻ $AI\perp BC$ và $AH\perp A'I$. Từ đó suy ra $AH\perp\left(A'BC\right)$.

Tính $AH=\dfrac{AA'.AI}{\sqrt{AA'^2+AI^2}}=\dfrac{2\sqrt{57}\,a}{19}$.

Vậy $d_{(M;(A'BC))}=\dfrac{1}{2}d_{(A;(A'BC))}=\dfrac{1}{2}AH=\dfrac{\sqrt{57}\,a}{19}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{f(x)+\frac{4}{f(x)}}+\log_2\left(f^2(x)-4f(x)+5\right)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt bằng

A. 83. **B.** 34. **C.** 50. **D.** 67.

Lời giải

Chọn C.

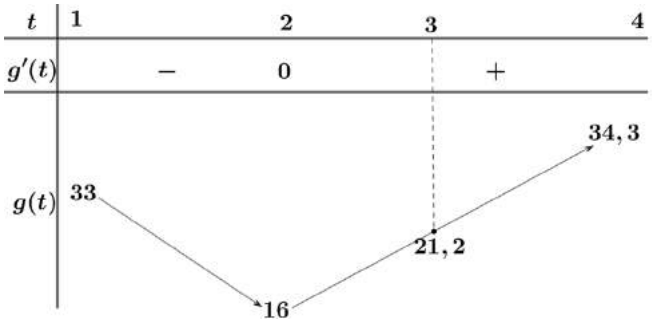
Ta có: $f^2(x)-4f(x)+5>0,\forall x$.

Đặt $t=f(x)$, vì $1\le f(x)\le 4\to 1\le t\le 4$.

Xét hàm số $g(t)=2^{t+\frac{4}{t}}+\log_2\left(t^2-4t+5\right)\to g'(t)=\left(1-\dfrac{4}{t^2}\right)2^{t+\frac{4}{t}}.\ln 2+\dfrac{2t-4}{\left(t^2-4t+5\right)\ln 2}$.

Cho $g'(t)=0\Rightarrow t=2$.

BBT của hàm số $g(t)$ trên đoạn $[1;4]$



Biện luận tham số $m\in\mathbb{Z}$

+ $m=16\to g(t)$ có 1 nghiệm $t=2\to f(x)$ có 2 nghiệm phân biệt.

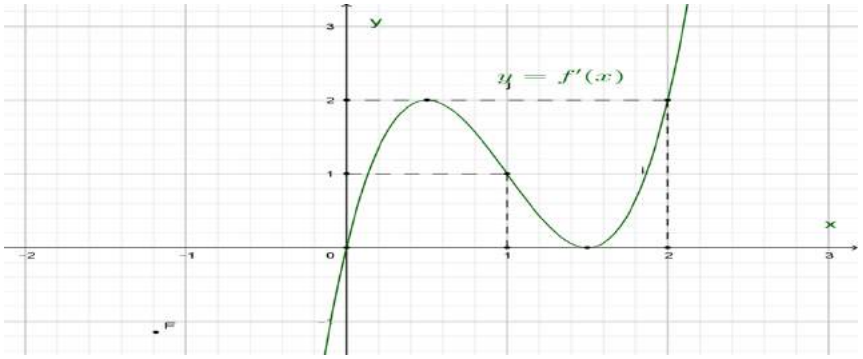
+ $m=33\to g(t)$ có 1 nghiệm $t=1$ và 1 nghiệm $3<t<4\to f(x)$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ $16<m<33\to g(t)$ có 2 nghiệm $1<t<3\to f(x)$ có 6 nghiệm phân biệt.

+ $33<m<34,3\to g(t)$ có 1 nghiệm $3<t<4\to f(x)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy $m=16$ và $m=34$ thỏa điều kiện bài toán. Từ đó $\sum m=16+34=50$.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ.



Bất phương trình $f(2\sin x)+\cos 2x<m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;\pi)$ khi và chi khi

A. $m>f(1)-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\geq f(1)-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m>f(1)+\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

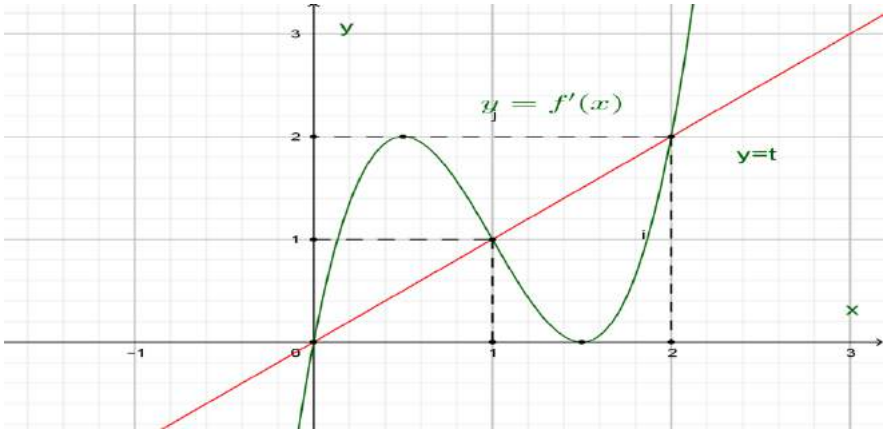
Chọn A.

$$f(2\sin x)+\cos 2x<m+1\Leftrightarrow f(2\sin x)+1-2\sin^2 x<m+1\Leftrightarrow f(2\sin x)-\frac{(2\sin x)^2}{2}<m.$$

Đặt $t=\sin 2x,(0<t\leq 2)$ ta được $f(t)-\dfrac{t^2}{2}<m.(0<t\leq 2).$

Đặt $h(t)=f(t)-\dfrac{t^2}{2}\Rightarrow h'(t)=f'(t)-t$.

Dựa vào đồ thị hàm số sau

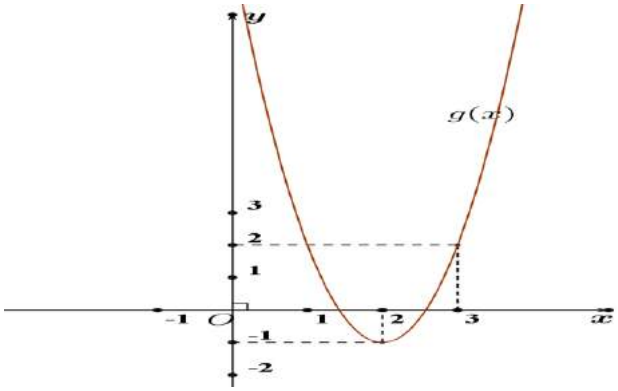


Ta có bảng biến thiên

t	0		1		2
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	$f(0)$	↗	$f(1)-\dfrac{1}{2}$	↘	$f(2)-2$

Để bất phương trình $f(t)-\dfrac{t^2}{2}<m$ đúng với mọi $0<t\leq 2\Rightarrow m>f(1)-\dfrac{1}{2}$..

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f'(2x+3)+2$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào đưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử $g(x)=f'(2x+3)+2=ax^2+bx+c,(a\neq 0).$

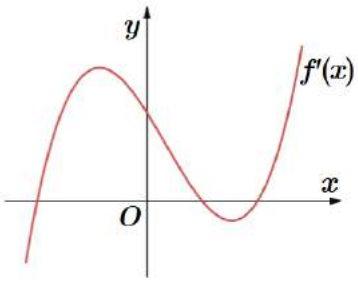
Dựa vào đồ thị hàm số $y=g(x)$ ta được $\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=2\\ 4a+2b+c=1\\ 9a+3b+c=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=-12\\ c=11\end{cases}.$

Do đó

$$g(x)=f'(2x+3)=3x^2-12x+9=\frac{3}{4}\left[(2x+3)^2-14(2x+3)+45\right]\Rightarrow f'(x)=\frac{3}{4}\left(x^2-14x+45\right).$$

Để hàm sô nghịch biến điều kiện là $f'(x)<0\Leftrightarrow x^2-14x+45<0\Leftrightarrow 5<x<9..$

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=h(x)=2f(|3-x|)+2023$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

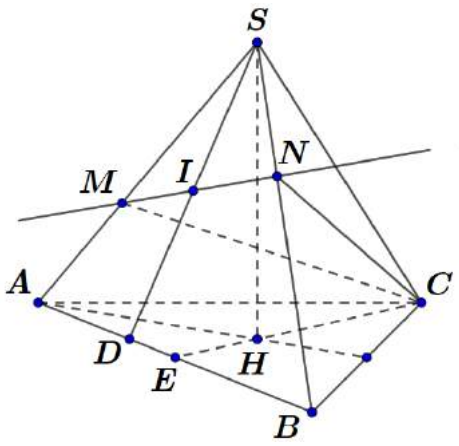
Số điểm cực trị của hàm số $y=h(x)=2f(|3-x|)+2023$ bằng số điểm cực trị của thàm số $y=f(|x|)$. Mà $f(x)$ có hai điểm cực trị dương nên $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 50: Cho tứ diện đều $S.ABC$ cạnh 2, có D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD=2AD$, I là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi qua I cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M và N. Khi d thay đổi, thể tích khối chóp $S.MNC$ có giá trị nhỏ nhất là

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải

Chọn D.



$$S_{SMN}=S_{SMI}+S_{SNI}=\frac{SM}{SA}\frac{SI}{SD}S_{SAD}+\frac{SN}{SB}\frac{SI}{SD}S_{SBD}=\frac{S_{SAB}}{6}\frac{SM}{SA}+\frac{S_{SAB}}{3}\frac{SN}{SB}=\frac{\sqrt{3}}{12}SM+\frac{\sqrt{3}}{6}SN$$

Ta có $S_{SMN}=\frac{1}{2}SM.SN\sin\widehat{ASM}=\frac{\sqrt{3}}{4}SM.SN=6\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{12}SM.\frac{\sqrt{3}}{6}SN$.

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm $S_{SMN}\le 6\sqrt{3}\frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{12}SM+\frac{\sqrt{3}}{6}SN\right)^2}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}S_{SMN}^2\Rightarrow S_{SMN}\ge\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Mặc khác tứ diện $S.ABC$ đều nên:

$$d\left(C,(SMN)\right)=d\left(C,(SAB)\right)=d\left(S,(ABC)\right)=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{SA^2-\left(\frac{2}{3}\frac{AB\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

$$\Rightarrow V_{S.CMN}=V_{C.SMN}=\frac{1}{3}d\left(C,(SMN)\right).S_{SMN}\ge\frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{6}}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{4\sqrt{2}}{27}.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 06 trang)

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh: .....
Số báo danh: .....

Mã đề thi 101

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;3)$ và song song với đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=3-t \end{cases}$.

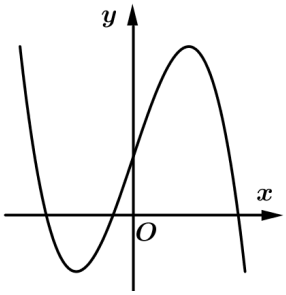
Câu 2. $\int\limits_1^3 x^2 dx$ bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{28}{3}$. **C.** 8. **D.** $\dfrac{26}{3}$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > 8$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

C. $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 5. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B=7a^2$ và chiều cao $h=2a$ bằng

A. $14a^3$. **B.** $\dfrac{7}{2}a^3$. **C.** $7a^3$. **D.** $\dfrac{14}{3}a^3$.

Câu 6. Thể tích V của khối cầu có bán kính $r=4$ bằng

A. $V=256\pi$. **B.** $V=64$. **C.** $V=\dfrac{256\pi}{3}$. **D.** $V=64\pi$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=9-4i$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** $-4i$. **D.** 9.

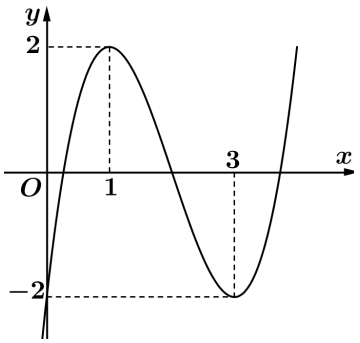
Câu 9. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_{a^3}(3a)$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{3}(1+\log_a 3)$. **C.** $3(1+\log_a 3)$. **D.** $-1+\log_a 3$.

Câu 10. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=9$ bằng

A. 3π. **B.** 12π. **C.** 9π. **D.** 27π.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 2. **B.** 1.
C. 3. **D.** -2.

Câu 12. Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh bằng

A. $3!$. **B.** C_7^3. **C.** $\dfrac{7!}{3!}$. **D.** A_7^3.

Câu 13. Trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=2^{2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=2^{2x-1}$. **B.** $y'=2x.2^{2x-1}$. **C.** $y'=2^{2x}\ln 2$. **D.** $y'=2^{2x+1}\ln 2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(2;-4;6)$. **C.** $(-2;4;-6)$. **D.** $(-1;2;-3)$.

Câu 15. Tập xác định của hàm số $f(x)=(x-1)^{-3}$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$			$\nearrow$	3			$\nearrow$	$+\infty$
		$\searrow$	1			$\searrow$	1		

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;0)$.
C. $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n_3}=(2;1;3)$. **B.** $\vec{n_4}=(1;3;2)$. **C.** $\vec{n_1}=(3;1;2)$. **D.** $\vec{n_2}=(-1;3;2)$.

Câu 18. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x+\sin 3x$ là

A. $2x^2+\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **B.** $2x^2-\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. **C.** $4x^2-\dfrac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $4x^2+\dfrac{\cos 3x}{3}+C$.

Câu 19. Biết $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. e^x. **B.** e^{2x}. **C.** $\dfrac{1}{4}e^{2x}$. **D.** $\dfrac{1}{2}e^{2x}$.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(2;-5;-4)$. **B.** $(2;5;4)$. **C.** $(2;5;-4)$. **D.** $(-2;-5;4)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3+t \\ y=3+3t \\ z=2t \end{cases}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5+t \\ y=3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

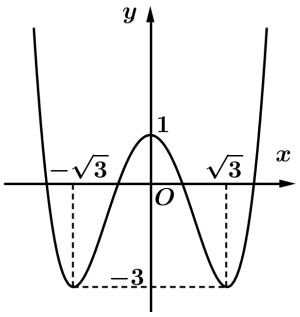
Câu 23. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3, \int_0^2 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_0^2 [f(x)-5g(x)+x]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1+2i|=3$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;-2)$.

Câu 25. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5.
C. 4. **D.** 3.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$, $u_3=-2$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -1. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 27. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x}-2.3^{x+2}+27=0$ bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** 27. **D.** 9.

Câu 28. Môđun của số phức z thỏa mãn: $z+2\overline{z}=9-2i$ bằng

A. $\sqrt{85}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 29. Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=6$ và $IM=8$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. 64π. **B.** 60π. **C.** 80π. **D.** 48π.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x+3)<\log_3(1-x)$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a.b$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 32. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $V=\frac{512\pi}{15}$. **B.** $V=\frac{32}{3}$. **C.** $V=\frac{32\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{512}{15}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+1=0$. **B.** $2x-y-z+7=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $2x-y-z+2=0$.

Câu 34. Cắt hình trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 4. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 32π. **D.** 16π.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1-3i$. Phần ảo của số phức $w=\dfrac{z_2}{z_1}-4$ bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 36. Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r=25\ cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\dfrac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong của giá đỡ bằng



A. $18\ cm$. **B.** $20\ cm$.

C. $10\sqrt{5}\ cm$. **D.** $10\sqrt{3}\ cm$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 38. Biết m_0 là giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;4)$. **B.** $(-4;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=6a$, $AC=4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\dfrac{7a}{6}$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{12a}{13}$. **D.** $\dfrac{6a}{7}$.

Câu 40. Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m+1=0$ (với m là tham số thực). Gọi S là tổng của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$. Giá trị của S bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 41. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, xác suất để chọn được 5 tấm ghi số lẻ, 3 tấm ghi số chẵn trong đó có ít nhất 2 tấm ghi số chia hết cho 4 bằng

A. $\dfrac{417}{4199}$. **B.** $\dfrac{90}{4199}$. **C.** $\dfrac{504}{4199}$. **D.** $\dfrac{41}{4199}$.

Câu 42. Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = F(3)-G(0)+a,(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0, x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng

A. 5. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2-2iz\right|=8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left|iz+1\right|$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(3;1;0)$. **B.** $N(0;1;3)$. **C.** $Q(3;1;-1)$. **D.** $P(-1;1;-3)$.

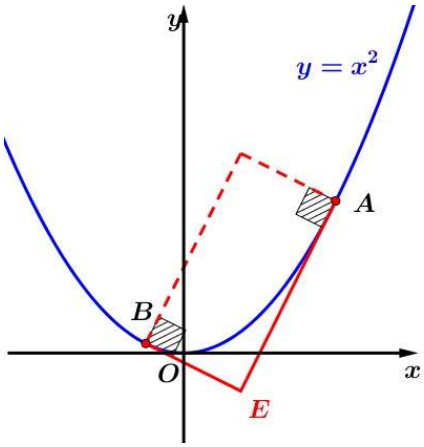
Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f(x).f'(x)-\left[f(x)\right]^2=2e^{6x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $f(1)=a.e^b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 46. Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a>1, b>0, c>0$ và bất phương trình $a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3}\ge 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Biết rằng biểu thức $P=\dfrac{16a}{3}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=m, b=n, c=p$. Khi đó, tổng $m+n+p$ bằng

A. $\dfrac{32}{3}$. **B.** $\dfrac{81}{16}$. **C.** $\dfrac{57}{20}$. **D.** $\dfrac{51}{16}$.

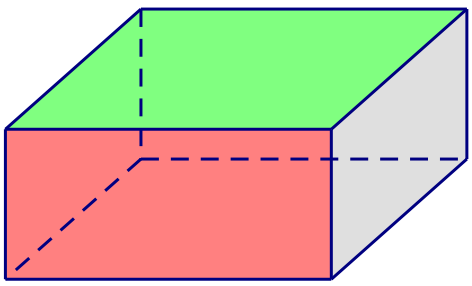
Câu 47. Cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị (C), biết rằng tồn tại hai điểm A,B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại A,B và hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai tiếp tuyến tại A,B tạo thành một hình chữ nhật (H) có chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai tiếp tuyến tại A,B. S_2 là diện tích hình chữ nhật (H). Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\dfrac{125}{768}$. **B.** $\dfrac{125}{128}$.

C. $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

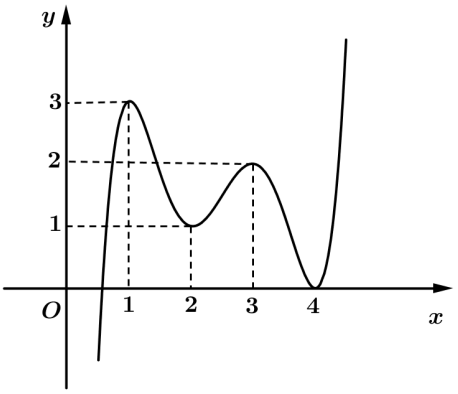
Câu 48. Một người thợ gò làm một cái hòm dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng độ dài đường chéo hình hộp bằng $3\sqrt{2}\,dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $18\,dm^2$ tôn. Với yêu cầu như trên người thợ có thể làm được cái hòm có thể tích lớn nhất bằng



A. $8\,dm^3$. **B.** $2\sqrt{2}\,dm^3$.

C. $6\,dm^3$. **D.** $4\,dm^3$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $h(x)=\left[f(x)\right]^3-3\left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;3)$. **B.** $(3;4)$.

C. $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

-------- HẾT--------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
1	A	D	D	D	A	B	C	C	A	D	B	B	B	A	B	C	D	A	A	D	B	B	A	B
2	D	B	B	A	B	D	C	D	B	C	D	A	B	C	B	A	B	D	A	A	B	C	A	D
3	D	C	B	D	B	A	C	A	C	D	A	C	D	A	A	B	C	D	C	A	B	C	C	D
4	D	B	A	B	A	C	B	B	B	A	B	D	D	C	B	B	A	B	C	C	A	D	D	A
5	A	B	A	A	B	B	B	C	A	A	A	B	D	D	B	B	D	C	A	C	C	D	D	A
6	C	D	B	A	A	D	D	A	A	A	D	D	A	B	A	D	A	D	D	A	C	A	C	A
7	B	B	B	D	D	B	C	A	B	C	A	A	B	A	B	D	B	B	A	D	C	D	B	A
8	B	C	B	C	B	D	B	B	C	A	D	B	D	B	B	A	B	C	B	B	A	B	B	D
9	B	C	C	D	D	B	A	D	B	D	B	B	C	A	A	B	A	B	A	B	B	D	B	D
10	D	C	B	B	C	D	B	D	A	D	C	B	A	B	C	A	A	A	A	A	D	B	C	A
11	A	A	C	B	D	B	B	D	D	B	C	D	D	D	B	C	A	D	D	A	B	C	C	A
12	B	D	A	C	D	C	B	C	A	D	D	C	B	A	D	B	B	C	C	C	C	B	C	A
13	D	A	A	C	B	B	C	C	B	A	C	B	A	C	D	B	B	A	D	B	C	C	A	B
14	A	A	D	C	C	D	A	B	A	A	D	B	B	C	D	A	B	A	D	B	B	B	D	B
15	D	C	A	D	A	C	C	B	D	C	C	C	A	B	D	D	B	C	B	C	B	B	D	B
16	A	C	A	C	B	A	B	C	B	A	D	B	D	B	A	D	A	B	D	A	B	C	B	A
17	A	D	A	C	B	A	B	B	B	B	B	B	B	C	D	B	A	A	B	D	C	B	A	D
18	B	D	B	A	C	D	C	B	C	B	C	D	C	C	A	B	A	C	D	A	D	A	A	C
19	B	C	A	B	B	A	B	D	B	C	A	C	B	D	A	C	D	D	A	C	D	B	A	D
20	A	B	D	A	A	C	A	C	C	D	B	A	D	A	A	D	A	B	C	D	B	A	D	C
21	D	C	D	B	A	D	D	D	A	C	D	A	C	C	A	A	C	D	A	B	B	C	C	B
22	D	B	A	A	A	B	D	D	D	B	C	A	D	D	C	D	B	D	C	D	C	D	B	B
23	D	A	A	D	B	C	C	B	A	C	B	A	A	A	A	D	A	A	C	A	C	B	B	A
24	A	A	C	A	C	C	C	A	C	B	C	B	A	B	A	B	B	B	B	D	C	D	C	D
25	D	C	A	D	C	B	A	C	D	A	C	B	C	B	C	D	A	B	B	C	B	C	D	A

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 (Đợt 2)
Bài thi: TOÁN
Thời gian: 90 phút, không kể thời gian phát đề

CÂU	MÃ ĐỀ																							
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124
26	C	C	C	B	B	A	B	A	C	A	D	A	A	C	A	B	B	A	C	A	A	A	D	C
27	A	B	D	D	D	C	A	C	D	A	B	C	D	A	A	C	C	D	A	D	C	D	D	C
28	B	C	B	D	D	A	D	C	A	C	A	D	B	A	C	B	C	D	C	C	D	A	B	B
29	C	C	C	C	B	B	A	D	A	D	A	A	A	D	D	D	D	C	B	C	A	A	C	B
30	D	D	B	D	A	B	D	C	A	C	C	A	B	C	D	D	B	C	D	B	A	D	A	D
31	D	A	B	B	C	C	A	B	A	B	A	D	D	C	D	C	D	D	B	D	B	A	C	C
32	A	C	C	A	B	C	B	B	D	D	C	C	D	B	C	D	A	D	A	C	D	D	B	B
33	A	D	B	C	A	A	A	A	D	D	D	B	C	C	B	C	D	B	A	C	C	D	D	A
34	D	A	B	B	B	C	D	D	C	B	C	D	A	A	D	D	C	A	C	A	A	C	C	A
35	A	B	C	A	B	A	C	A	B	C	A	A	D	A	B	D	D	C	D	C	B	D	C	A
36	B	B	D	D	A	B	B	B	C	A	C	A	D	B	D	C	D	B	B	D	C	B	C	B
37	C	C	C	B	B	D	D	A	B	A	C	A	C	B	D	B	A	C	C	B	D	B	A	B
38	C	B	A	A	A	C	D	C	D	C	B	C	B	A	C	B	B	C	D	B	B	B	B	A
39	D	B	D	D	C	C	D	A	A	B	B	D	D	C	B	B	D	A	B	C	D	D	C	C
40	B	C	A	B	D	A	C	D	D	D	B	B	D	A	B	A	A	B	C	B	B	D	B	C
41	C	D	B	D	D	D	B	C	A	A	A	A	C	C	D	C	B	B	C	D	A	C	C	D
42	A	D	D	A	C	D	D	C	C	C	A	A	C	A	D	C	A	A	D	C	C	A	D	C
43	D	C	B	C	B	A	A	A	A	A	D	B	B	D	D	C	A	C	D	C	C	B	A	B
44	C	C	B	D	C	D	C	A	D	A	D	B	D	A	C	C	D	A	A	B	B	A	B	B
45	A	C	D	C	D	D	D	D	A	A	C	D	C	A	A	B	A	D	A	D	A	C	D	A
46	D	A	A	C	D	D	B	C	C	D	C	C	C	B	D	B	A	A	C	B	D	B	D	D
47	C	B	D	C	C	B	D	A	B	C	C	A	A	B	D	D	D	A	B	D	C	A	C	A
48	D	C	C	D	A	D	B	C	C	B	B	B	A	C	C	C	B	B	D	B	D	D	B	B
49	A	A	B	C	B	C	B	C	C	D	C	C	B	C	B	B	D	D	C	C	B	C	C	D
50	C	C	D	A	A	C	D	D	D	B	D	A	B	D	D	C	C	A	C	B	C	B	B	A

ĐỀ GỐC SỐ 1

VẬN DỤNG

Câu 36: Biết m_0 là giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-4;-2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y'=3x^2-6x+m$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+m=0(*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1,x_2 $\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9-3m>0$ $\Leftrightarrow m<3$.

Theo định lý Vi-et ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_1.x_2=\dfrac{m}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1^2+x_2^2-x_1x_2=3\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-3x_1x_2=3\Leftrightarrow 4-m=3\Leftrightarrow m=1$$

Vậy $m_0=1\in(0;2)$.

Câu 37: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2-2iz|=8$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|iz+1|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

+ Ta có: $8=|z^2-2iz|=|z^2-2iz+i^2+1|=|(z-i)^2+1|\geq|(z-i)^2|-1$ $(*)$

$\Rightarrow |z-i|^2\leq 9\Leftrightarrow |z-i|\leq 3$.

Dấu bằng trong (*) xảy ra khi $(z-i)^2=m\in\mathbb{R},m\leq -1\Leftrightarrow z=yi,y\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

+ $P=|iz+1|=|i(z-i)|=|z-i|\leq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} |z-i|=3 \\ z=yi,y\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty) \\ |z^2-2iz|=8 \end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z=4i \\ z=-2i \end{array}\right.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 3.

Câu 38: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2(m+1)z+6m+1=0$ (với m là tham số thực). Gọi S là tổng của tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$. Giá trị của S bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Ta có $\Delta'=m^2-4m$

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 4 \\ m < 0 \end{array}\right.$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 và

$z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \Leftrightarrow z_1^2 = z_2^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2 \left(loai\right) \\ z_1 = -z_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow z_1 + z_2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(m+1\right) = 0 \Leftrightarrow m = -1\left(tm\right)$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Khi đó

$z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \Leftrightarrow \left|z_1\right|^2 = \left|z_2\right|^2 \Leftrightarrow \left|z_1\right| = \left|z_2\right|$ (luôn đúng)

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1;2;3\}$

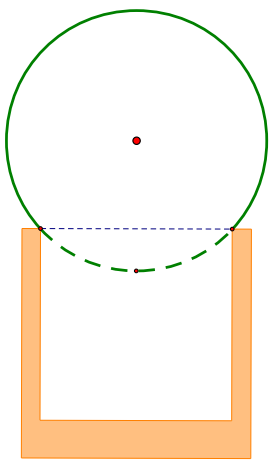
Do đó $S = \{-1;1;2;3\}$. Tổng các phần tử của S là 5.

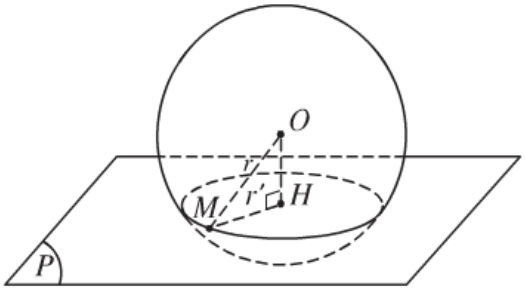
Câu 39: Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r = 25\ cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\frac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong của giá đỡ bằng



A. $20\ cm$. **B.** $18\ cm$. **C.** $10\sqrt{5}\ cm$. **D.** $10\sqrt{3}\ cm$.

Hướng dẫn giải





Chiều cao của hình cầu là đường kính, nêu theo đề ta có phần khuất $\frac{1}{5}2r=10\ cm$.

Suy ra $OH=\frac{3r}{5}=15\ cm$.

Bán kính mặt trong của giá đỡ bằng bán kính đường tròn giao tuyến.

Vậy $r'=\sqrt{r^2-\left(\frac{3r}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}r=20\ cm$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$ và $d_2:\frac{x+1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(3;1;0)$. **B.** $N(0;1;3)$. **C.** $P(-1;1;-3)$. **D.** $Q(3;1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;-1;1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương $\vec{v}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song d_2 có một vectơ pháp tuyến là $[\vec{u},\vec{v}]=(4;0;4)$.

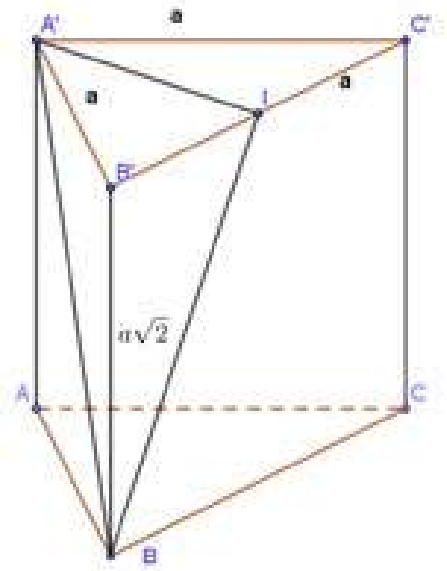
Phương trình mặt phẳng (P) là $4(x-1)+0+4(z-1)=0\Leftrightarrow x+z-2=0$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua điểm $Q(3;1;-1)$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Hướng dẫn giải



Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

Ta có: $\begin{cases} A'I \perp B'C' \\ A'I \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'I \perp (BCC'B')$.

Suy ra: IB là hình chiếu vuông góc $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Khi đó: $(A'B;(BCC'B')) = (A'B;IB) = \widehat{A'BI}$.

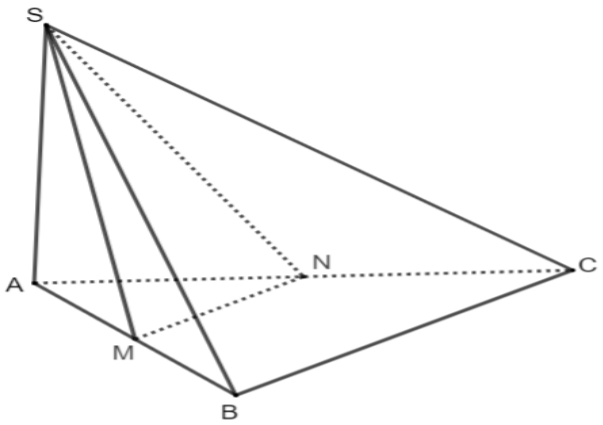
Xét tam giác vuông $A'BI$ có: $\sin \widehat{A'BI} = \dfrac{A'I}{A'B} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2.a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra: $\widehat{A'BI} = 30^0$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 6a$, $AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\dfrac{7a}{6}$. **B.** $\dfrac{6a}{7}$. **C.** $\dfrac{12a}{13}$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải



Gọi N là trung điểm của AC, ta có: $MN // BC$ nên ta được $BC // (SMN)$.

Do đó $d(BC,SM) = d(BC,(SMN)) = d(B,(SMN)) = d(A,(SMN)) = h$.

Tứ diện $A.SMN$ vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{49}{36a^2} \Rightarrow h = \frac{6a}{7}.$$

Vậy $d(BC,SM) = \dfrac{6a}{7}$.

Câu 43: Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, xác suất để chọn được 5 tấm ghi số lẻ, 3 tấm ghi số chẵn trong đó có ít nhất 2 tấm ghi số chia hết cho 4 bằng

A. $\dfrac{417}{4199}$. **B.** $\dfrac{90}{4199}$. **C.** $\dfrac{504}{4199}$. **D.** $\dfrac{41}{4199}$.

Hướng dẫn giải

Trong 20 tấm thẻ có 10 số lẻ, 10 số chẵn và 5 số chia hết cho 4.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{20}^{8}$.

Gọi A là biến cố chọn được 8 tấm thẻ thỏa đề bài.

Số cách chọn 8 tấm thẻ trong đó có 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó ít nhất có 2 tấm mang số chia hết cho 4 là: $n(A)=C_{10}^{5}.C_{5}^{2}.C_{5}^{1}+C_{10}^{5}.C_{5}^{3}$.

Xác suất cần tìm: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{10}^{5}.C_{5}^{2}.C_{5}^{1}+C_{10}^{5}.C_{5}^{3}}{C_{20}^{8}}=\dfrac{504}{4199}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f(x).f'(x)-\left[f(x)\right]^2=2e^{6x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=1$ và $f(1)=a.e^{b}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** –2.

Hướng dẫn giải

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có

$$f(x).f'(x)-f^2(x)=2e^{6x}\Rightarrow\frac{2f(x).f'(x).e^{2x}-2e^{2x}.f^2(x)}{e^{4x}}=4e^{4x}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{f^2(x)}{e^{2x}}\right)'=4e^{4x}\Rightarrow\frac{f^2(x)}{e^{2x}}=\int 4e^{4x}dx=e^{4x}+C.$$

Suy ra $\dfrac{f^2(0)}{1}=1+C\Rightarrow C=0$. Do đó $f^2(x)=e^{6x}\Rightarrow f(x)=e^{3x},\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $f(1)=e^{3}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\Rightarrow a+b=4.$

Câu 45: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a,(a>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0,x=3$. Khi $S=15$ thì a bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Do $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên $G(x)=F(x)+C,\forall x\in\mathbb{R}$, với C là hằng số.

Mặt khác $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=F(3)-F(0)$.

Lại có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=F(3)-G(0)+a$, suy ra $G(0)=F(0)+a$.

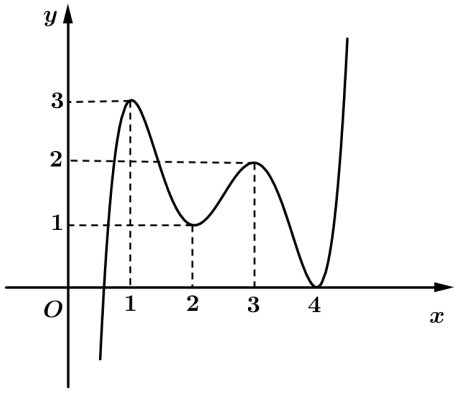
Do đó $a=C\Rightarrow G(x)=F(x)+a,\forall x\in\mathbb{R}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0,x=3$.

$$S=\int\limits_0^3\left|G(x)-F(x)\right|\mathrm{d}x\Leftrightarrow 15=\int\limits_0^3|a|\mathrm{d}x\overset{a>0}{\Leftrightarrow}15=3a\Leftrightarrow a=5.$$

VẬN DỤNG CAO

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



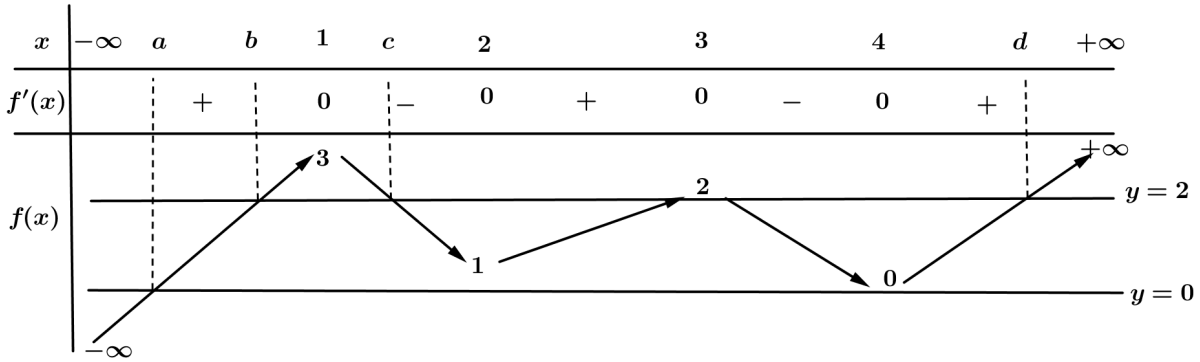
Hàm số $h(x)=\left[f(x)\right]^3-3\left[f(x)\right]^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $h'(x)=3f'(x)\left[f^2(x)-2f(x)\right]$.

Phương trình $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.$.



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy: $f'(x)=0\Leftrightarrow x\in\{1;2;3;4\}$ (các nghiệm bội lẻ)

$f(x)=0\Leftrightarrow x=a<1$ hoặc $x=4$ ($0<a<1$ là nghiệm đơn, 4 là nghiệm kép)

$f(x)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=b\ (a<b<1)\\x=c\in(1;2)\\x=3\\x=d>4\end{array}\right.$ (b,c,d là các nghiệm đơn, 3 là nghiệm kép)

Ta lập được bảng xét dấu của $h'(x)$:

x	$-\infty$	a	b	1	c	2	3	4	d	$+\infty$
$h'(x)$	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	0	−	0	+	

Từ bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(a;b)$; $(1;c)$; $(2;3)$ và $(4;d)$

Câu 47: Một người thợ gò làm một cái hòm dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng độ dài đường chéo hình hộp bằng $3\sqrt{2}\,dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $18\,dm^2$ tôn.Với yêu cầu như trên người thợ có thể làm được cái hòm có thể tích lớn nhất bằng

A. $2\sqrt{2}\,dm^3$. **B.** $6\,dm^3$. **C.** $4\,dm^3$. **D.** $8\,dm^3$.



Hướng dẫn giải

Gọi a, b, c là kích thước các mặt của hình hộp chữ nhật.

Không mất tính tổng quát giả sử $0<a\le b\le c$.

Theo đề ta có: $\begin{cases} ab+ac+bc=9 \\ a^2+b^2+c^2=18 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6$

Từ đó suy ra $b+c=6-a$ và $0<a\le 2$.

$ab+ac+bc=9 \Rightarrow bc=9-a(b+c)=9-a(6-a)=a^2-6a+9$.

Thể tích khối hộp là $V=abc=a\left(a^2-6a+9\right)$.

Xét hàm $f(a)=a^3-6a^2+9a$ với $0<a\le 2$.

$f'(a)=3a^2-12a+9$; $f'(a)=0 \Leftrightarrow 3a^2-12a+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

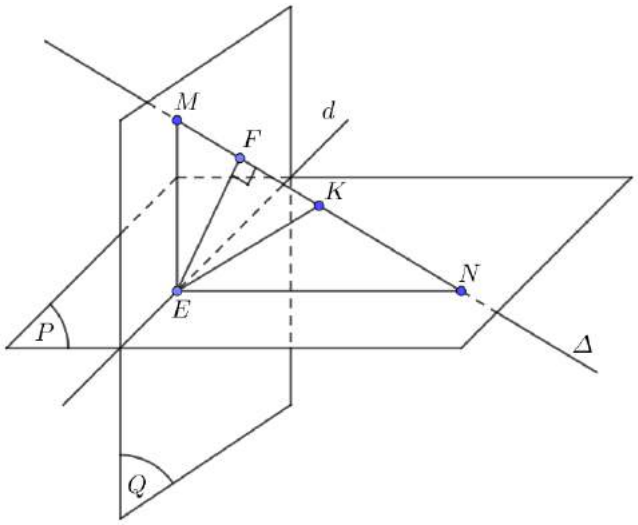
a	0		1		2
$f'(a)$		+	0	−	
$f(a)$	0	↗	4	↘	2

Vậy thể tích lớn nhất của khối hộp là 4.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải



Ta nhận xét $d \perp \Delta$ do $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_\Delta} = 1.1+1.1+2.(-1) = 0$

Trong $(Q), ME \perp d$ tại E. Suy ra $ME \perp (P) \Rightarrow ME \perp NE \Rightarrow \Delta MEN$ vuông tại E

Hạ đường cao EF trong ΔMEN vuông tại E.

Ta có: $\begin{cases} d \perp ME \\ d \perp MN \end{cases} \Rightarrow d \perp (MEN) \Rightarrow d \perp EF$

Mà $EF \perp \Delta \Rightarrow EF = d(d,\Delta)$

Gọi K là trung điểm MN. Khi đó, $MN = 2EK \le 2EF = 2d(d,\Delta)$

Dấu bằng xảy ra khi $K \equiv F$, tức là ΔMEN vuông cân tại E

Ta có:

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(1;1;0) \in d \\ \overrightarrow{u_d} = (1;1;2) \end{cases}$$

$$\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1} \Rightarrow \begin{cases} B(2;0;1) \in \Delta \\ \overrightarrow{u_\Delta} = (1;1;-1) \end{cases}$$

Suy ra,

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;-1;1) \\ \left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (-3;3;0) \end{cases} \Rightarrow d(d,\Delta) = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|} = \sqrt{2}$$

Vậy MN ngắn nhất là $2\sqrt{2}$.

Câu 49: Cho a,b,c là các số thực thỏa mãn điều kiện $a>1, b>0, c>0$ và bất phương trình $a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3} \ge 1$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$. Biết rằng biểu thức $P = \frac{16a}{3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $a=m, b=n, c=p$. Khi đó, tổng $m+n+p$ bằng

A. $\frac{81}{16}$. **B.** $\frac{57}{20}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{51}{16}$.

Hướng dẫn giải

Ta có

$a^{x^2}.(b+4c)^{2x+3} \ge 1 \Leftrightarrow x^2+(2x+3)\log_a(b+4c) \ge 0 \Leftrightarrow x^2+2\log_a(b+4c).x+3\log_a(b+4c) \ge 0 \ (*)$

$(*)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow 0 \le \log_a(b+4c) \le 3 \Leftrightarrow 1 \le b+4c \le a^3$

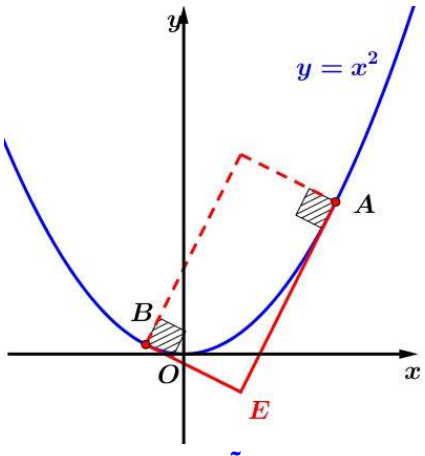
$$P=\frac{16a}{3}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{16a}{3}+\frac{1}{b}+\frac{4}{4c} \ge \frac{16a}{3}+\frac{9}{b+4c} \ge \frac{16a}{3}+\frac{9}{a^3}=\frac{16a}{9}+\frac{16a}{9}+\frac{16a}{9}+\frac{9}{a^3} \ge \frac{32}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{16a}{9}=\frac{9}{a^3} \\ b+4c=a^3 \\ b=2c \\ a>1, b>0, c>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{3}{2} \\ b=\frac{9}{8} \\ c=\frac{9}{16} \end{cases}$.

Khi đó $m+n+p=\frac{51}{16}$.

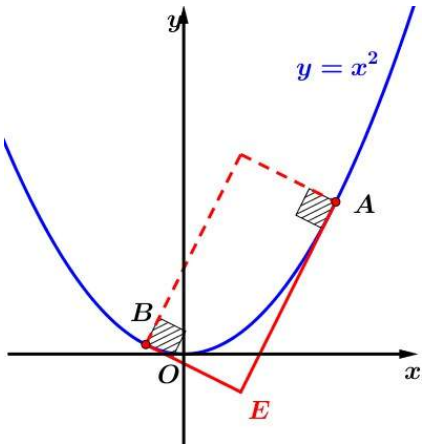
Câu 50: Cho hàm số $y=x^2$ có đồ thị (C), biết rằng tồn tại hai điểm A, B thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến tại A, B và hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai tiếp tuyến tại A, B tạo thành một hình chữ nhật (H) có chiều dài gấp đôi chiều rộng (minh họa như hình vẽ). Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai tiếp tuyến tại A, B. S_2 là diện tích hình chữ nhật (H). Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{125}{768}$. **D.** $\frac{125}{128}$.



Hướng dẫn giải

Đặt $A(a;a^2)$ và $B(b;b^2)$. Không mất tính tổng quát, ta xét $a>0$ và $b<0$.



Gọi: (d_1) là đường tiếp tuyến với (C) tại A, (d_2) là đường tiếp tuyến với (C) tại B.

$\Rightarrow \begin{cases} (d_1): y = 2ax - a^2 \\ (d_2): y = 2bx - b^2 \end{cases}$.

Do $(d_1) \perp (d_2)$ nên $k_{(d_1)}.k_{(d_2)} = -1 \Leftrightarrow (2a).(2b) = -1 \Rightarrow b = \dfrac{-1}{4a} \Rightarrow B\left(\dfrac{-1}{4a}; \dfrac{1}{16a^2}\right)$

$\Rightarrow (d_2): y = -\dfrac{x}{2a} - \dfrac{1}{16a^2}$, $d_1 \cap d_2$ tại $E\left(\dfrac{4a^2-1}{8a}; -\dfrac{1}{4}\right)$.

Các kích thước của hình chữ nhật là $\dfrac{\sqrt{\left(4a^2+1\right)^3}}{8a}$ và $\dfrac{\sqrt{\left(4a^2+1\right)^3}}{16a^2}$. Từ giả thiết suy ra $\left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

$$S_2 = \frac{\left(4a^2+1\right)^3}{128a^3} = \frac{125}{128} \Rightarrow \begin{cases} (d_1): y = 2x - 1 \\ (d_2): y = -\dfrac{x}{2} - \dfrac{1}{16} \end{cases} \text{ và } E\left(\frac{3}{8}; -\frac{1}{4}\right).$$

$$S_1 = \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{3}{8}} \left[x^2 - \left(\frac{-x}{2} - \frac{1}{16}\right)\right] dx + \int_{\frac{3}{8}}^{1} \left[x^2 - (2x-1)\right] dx = \frac{125}{768}.$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{125}{768}.\frac{128}{125} = \frac{128}{768} = \frac{1}{6}.$$

ĐỀ THI THỬ SỞ NAM ĐỊNH
Năm học: 2022 – 2023
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời giao đề

Câu 1. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{3x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=1$.

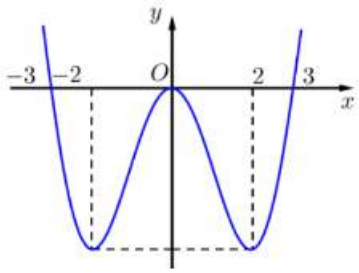
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

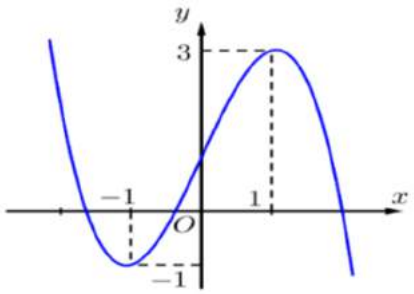
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;3)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Câu 6. Đặt $\log_2 3=a$, khi đó $\log_2\dfrac{3}{16}$ bằng

A. $a-4$. **B.** $4(a-1)$. **C.** $\dfrac{a}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{4}(a-1)$.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $9^{\log_3\sqrt{2}}$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}<27$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x+x$ là

A. $-\sin 2x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\sin 2x+\frac{x^2}{2}+C$.

C. $\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $-\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 10. Cho $\int_0^1 2f(x)dx=2$ và $\int_1^4 f(x)dx=5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** -3.

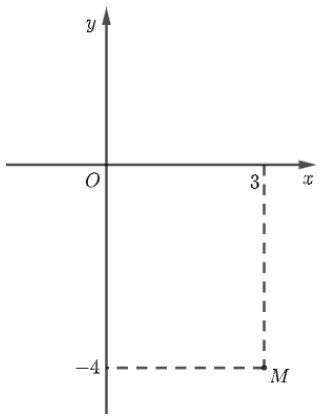
Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** $5!$. **D.** 25.

Câu 12. Trong các số phức sau, số nào là số thuần ảo?

A. $-1-i$. **B.** $-3i$. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 13: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3. **B**. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4. **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Câu 14. Cho hình lập phương có cạnh bằng $4\,cm$. Diện tích toàn phần của hình lập phương đã cho bằng

A. $96\,cm^2$. **B.** $64\,cm^2$. **C.** $24\,cm^2$. **D.** $144\,cm^2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến bằng

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R=3$. **B.** $R=2$. **C.** $R=4$. **D.** $R=16$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-4}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $Q(1;2;4)$. **B.** $M(-1;2;4)$. **C.** $N(2;3;1)$. **D.** $P(1;-2;-4)$.

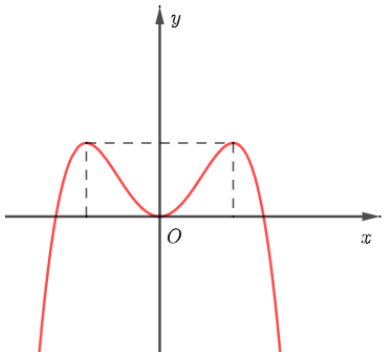
Câu 19. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $6\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Câu 20. Thể tích khối cầu bán kính R bằng.

A. $\frac{3}{4}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Câu 21. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4$. **C.** $y=-x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tham số $y=2mx^4-mx^2+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{-1}{3};1\right]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. -2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 25. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x}=16$ là

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y=\ln\left(-x^2+3x-2\right)$ là

A. $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)-F(0)=10$. Khi đó $\int_0^2 3f(x)\,dx$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 30.

Câu 28. Cho $\int \cos x\,dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\sin x$. **B.** $F'(x)=-\sin x$. **C.** $F'(x)=\cos x$. **D.** $F'(x)=-\cos x$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=1$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 31. **B.** 27. **C.** 35. **D.** 29.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SCD) bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 32. Số phức liên hợp của số phức $z=i(3-4i)$ là

A. $\overline{z}=4+3i$. **B.** $\overline{z}=-4-3i$. **C.** $\overline{z}=4-3i$. **D.** $\overline{z}=-4+3i$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+4i|=5$ là một đường tròn. Tọa độ tâm của đường tròn đó là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-4)$.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng CD với $C(1;1;2)$ và $D(-4;3;-2)$ là

A. $\dfrac{x+4}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+1}{-5}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+4}{-5}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-4}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(3x-2)>\log_{\frac{2}{3}}(2x+1)$ là

A. $\left(\dfrac{2}{3};3\right)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};2\right)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{16}$, khi đó $\int\limits_0^4 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. 20. **B.** 14. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 38. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2+2x$ và đường thẳng $y=-x+4$ bằng

A. $\dfrac{13}{2}$. **B.** $\dfrac{63}{2}$. **C.** $\dfrac{205}{6}$. **D.** $\dfrac{125}{6}$.

Câu 39. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có đúng 2 học sinh nữ.

A. $\dfrac{56}{143}$. **B.** $\dfrac{140}{429}$. **C.** $\dfrac{1}{143}$. **D.** $\dfrac{28}{715}$.

Câu 40. Cho số phức w và hai số thực a,b biết $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$. Tổng $S=a+b$ bằng

A. $-\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{5}{9}$. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $30°$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm của MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=4\sqrt{6}$. **B.** $MN=2\sqrt{6}$. **C.** $MN=6\sqrt{2}$. **D.** $MN=2\sqrt{6}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ là

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 44. Cho khối nón đỉnh *S* đáy là hình tròn tâm *O; SA, SB* là hai đường sinh, biết $SO=6$, khoảng cách từ *O* đến *(SAB)* là 2 và diện tích ΔSAB là 9. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 39π. **B.** $\frac{13}{3}\pi$. **C.** 13π. **D.** 16π.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5x+k$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (với a,b,c,d,k là các số thực). Phương trình $g\left[f(x)\right]=0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 46. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=|\bar{z}+1+i|$ lần lượt là

A. $\sqrt{13}+2$ và $\sqrt{13}-2$. **B.** $\sqrt{13}+3$ và $\sqrt{13}-3$.

C. $\sqrt{13}+1$ và $\sqrt{13}-1$. **D.** 6 và 4.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-10;-5;8)$, $B(2;1;-1)$, $C(2;3;0)$ và mặt phẳng (P) : $x+2y-2z-9=0$. Xét M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tính $MA^2+2MB^2+3MC^2$.

A. 54. **B.** 282. **C.** 256. **D.** 328.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx-1$ với a, b là các số thực thỏa mãn $\begin{cases}a+b>0\\4a+2b+7<0\end{cases}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(|x|)|$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 49. Gọi m là số thực sao cho bất phương trình $10^{mx}+(mx)^2\geq 2023x+1$ đúng với mọi số thực x. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m\in(12;+\infty)$. **B.** $m\in(2;6]$. **C.** $m\in(0;2]$. **D.** $m\in(6;10]$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=x^3+3\int_0^1 x^4 f(x)\,dx$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=0$, $x=1$ khi quay quanh trục Ox.

A. $\frac{33}{8}\pi$. **B.** $\frac{149}{100}\pi$. **C.** $\frac{2671}{1792}\pi$. **D.** $\frac{325}{1792}\pi$.

BẢNG ĐÁP ÁP

1D	**2B**	**3C**	**4C**	**5B**	**6A**	**7B**	**8D**	**9C**	**10C**	**11C**	**12B**	**13C**	**14A**	**15D**
16C	**17C**	**18B**	**19B**	**20B**	**21D**	**22D**	**23B**	**24C**	**25D**	**26D**	**27D**	**28C**	**29D**	**30D**
31A	**32C**	**33D**	**34D**	**35D**	**36A**	**37B**	**38D**	**39A**	**40A**	**41B**	**42B**	**43B**	**44C**	**45B**
46C	**47B**	**48A**	**49A**	**50C**										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{3x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\dfrac{3x+1}{3x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{3x-1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{3x-1}=1$.

Do đó $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

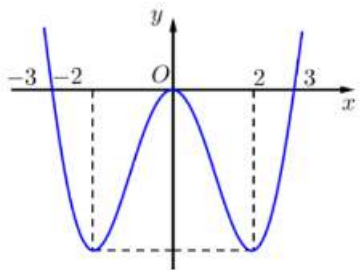
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 3. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

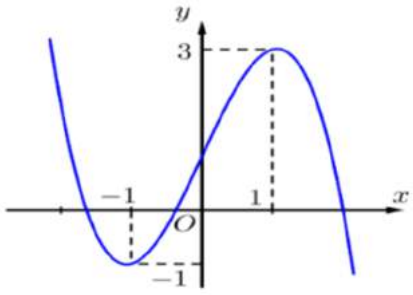


A. $(2;3)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 4. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m.

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Lời giải

Ta có $y'=(\log_5 x)'=\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Câu 6. Đặt $\log_2 3=a$, khi đó $\log_2\dfrac{3}{16}$ bằng

A. $a-4$. **B.** $4(a-1)$. **C.** $\dfrac{a}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{4}(a-1)$.

Lời giải

Ta có $\log_2\dfrac{3}{16}=\log_2 3-\log_2 16=\log_2 3-4=a-4$.

Câu 7. Giá trị của biểu thức $9^{\log_3\sqrt{2}}$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $9^{\log_3\sqrt{2}}=3^{2\log_3\sqrt{2}}=3^{\log_3 2}=2$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}<27$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có: $3^{x+1}<27\Leftrightarrow 3^{x+1}<3^3\Leftrightarrow x+1<3\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}<27$ là $(-\infty;2)$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x+x$ là

A. $-\sin 2x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\sin 2x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

C. $\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(\cos 2x+x)\,dx=\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 10. Cho $\int_0^1 2f(x)\,dx=2$ và $\int_1^4 f(x)\,dx=5$, khi đó $\int_0^4 f(x)\,dx$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 2f(x)\,dx=2\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)\,dx=1$.

$\Rightarrow\int_0^4 f(x)\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^4 f(x)\,dx=1+5=6$.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5. **B.** 5^5. **C.** $5!$. **D.** 25.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang là hoán vị của 5 phần tử: $5!$.

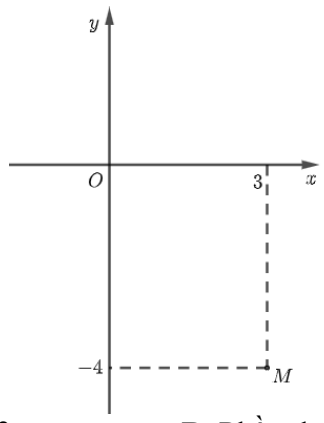
Câu 12. Trong các số phức sau, số nào là số thuần ảo?

A. $-1-i$. **B.** $-3i$. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Số phức thuần ảo là $-3i$.

Câu 13: Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.



A. Phần thực là -4 và phần ảo là 3. **B**. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là -4. **D.** Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải

Trong hình trên ta thấy $M(3;-4)$ suy ra điểm M biểu diễn số phức $z=3-4i$. Vậy phần thực và phần ảo của số phức đã cho lần lượt là 3 và -4.

Câu 14. Cho hình lập phương có cạnh bằng $4\,cm$. Diện tích toàn phần của hình lập phương đã cho bằng

A. $96\,cm^2$. **B.** $64\,cm^2$. **C.** $24\,cm^2$. **D.** $144\,cm^2$.

Lời giải

Hình lập phương cạnh bằng $4\,cm$ có sáu mặt đều là hình vuông.

Diện tích toàn phần của hình lập phương đã cho là $6.4.4=96\ (cm^2)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến bằng

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(3;1;-1)$. **B.** $(3;-1;1)$. **C.** $(-3;-1;1)$. **D.** $(-3;1;-1)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases}x+3=0\\y+1=0\\z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=-1\\z=1\end{cases}$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(-3;-1;1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R=3$. **B.** $R=2$. **C.** $R=4$. **D.** $R=16$.

Lời giải

Bán kính R của mặt cầu (S) là: $R=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|1+2.1-2(-2)+5\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\dfrac{12}{3}=4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-4}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $Q(1;2;4)$. **B.** $M(-1;2;4)$. **C.** $N(2;3;1)$. **D.** $P(1;-2;-4)$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{-1+1}{2}=\dfrac{2-2}{3}=\dfrac{4-4}{1}\Rightarrow M(-1;2;4)\in\Delta$.

Câu 19. Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $6\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Lời giải

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.a.2a=4\pi a^2$.

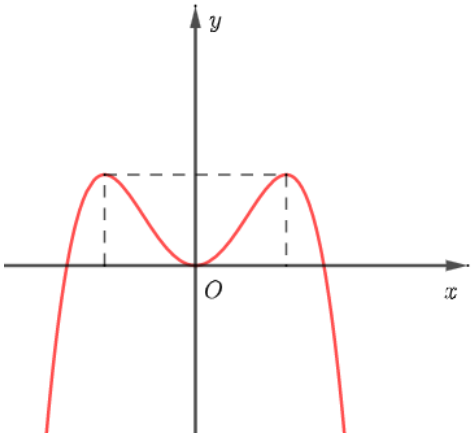
Câu 20. Thể tích khối cầu bán kính R bằng.

A. $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $2\pi R^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối cầu bán kính R là $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 21. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4$. **C.** $y=-x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta suy ra hàm số đã cho là hàm trùng phương có dạng $y=ax^4+bx^2+c$. Loại đáp án $y=-x^2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$. Suy ra $a<0$. Loại đáp án $y=x^4-2x^2$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tức là phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt. Loại đáp án $y=-x^4$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=-x^4+2x^2$.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tham số $y=2mx^4-mx^2+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

TH1: $m=0$ khi đó hàm số đã cho là hàm hằng số $y=1$ suy ra loại.

TH2: $m\neq0$.

$y'=8mx^3-2mx=2mx(4x^2-1)$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Điều này không thể xảy ra vì $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt với mọi $m \neq 0$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{-1}{3};1\right]$. Giá trị của $m+M$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \text{ (l)} \\ x = 0 \text{ (t/m)} \\ x = 1 \text{ (t/m)} \end{array}\right.$.

$f(0) = -1$; $f(1) = 3$.

Từ bảng biến thiên ta có: $-1 < f\left(\frac{-1}{3}\right) < 3$.

$\Rightarrow M = 3$, $m = -1$.

Vậy $m + M = 2$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. -2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \text{ (t/m)} \\ x = 1 \text{ (t/m)} \end{array}\right.$.

$f(-1) = 4$, $f(1) = 0$, $f(2) = 4$.

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = 4$.

Câu 25. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x} = 16$ là

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-2x} = 16 \Leftrightarrow 2^{x^2-2x} = 2^4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 - \sqrt{5} \\ x = 1 + \sqrt{5} \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\left(1-\sqrt{5}\right) + \left(1+\sqrt{5}\right) = 2$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y = \ln\left(-x^2 + 3x - 2\right)$ là

A. $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là : $-x^2 + 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;2)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)-F(0)=10$. Khi đó $\int_0^2 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 30.

Lời giải

Ta có : $\int_0^2 3f(x)\mathrm{d}x=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3F(x)\big|_0^2=3\big(F(2)-F(0)\big)=30$.

Vậy $\int_0^2 3f(x)\mathrm{d}x=30$.

Câu 28. Cho $\int \cos x\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\sin x$. **B.** $F'(x)=-\sin x$. **C.** $F'(x)=\cos x$. **D.** $F'(x)=-\cos x$.

Lời giải

Theo định nghĩa nguyên hàm: $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C\Leftrightarrow F'(x)=f(x)$.

Do đó $F'(x)=\cos x$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=1$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 31. **B.** 27. **C.** 35. **D.** 29.

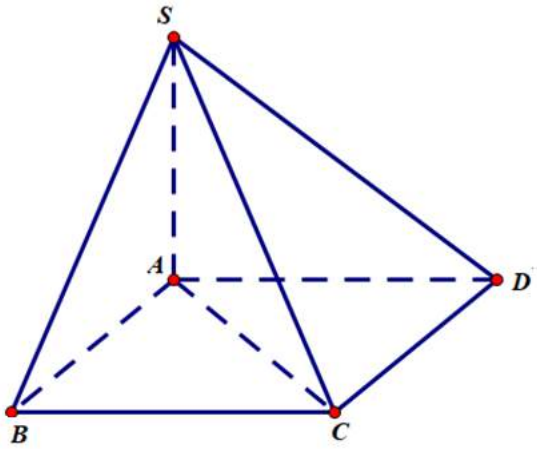
Lời giải

Ta có $u_n=u_1+(n-1)d\Rightarrow u_{15}=u_1+14d=1+14.2=29$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (SCD) bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\ CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$.

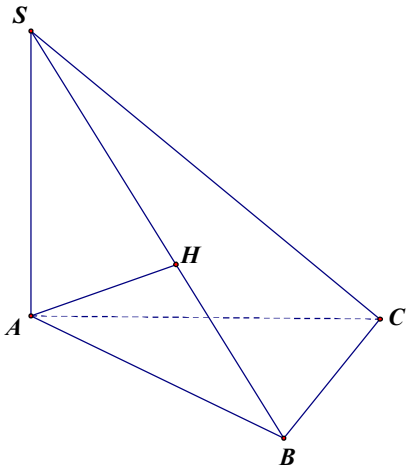
Vì $\begin{cases}(ABCD)\cap(SCD)=CD\\ CD\perp AD, AD\subset(ABCD)\\ CD\perp SD, SD\subset(SCD)\end{cases}$ nên $\left(\widehat{(ABCD),(SCD)}\right)=\left(\widehat{AD,SD}\right)=\widehat{SDA}$.

Tam giác SAD vuông cân tại A, do đó $\widehat{SDA}=45°\Rightarrow\left(\widehat{(ABCD),(SCD)}\right)=45°$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SB$ $(H \in SB)$, tam giác ABC vuông tại B nên $BC \perp AB$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \ (SA \perp (ABC)) \\ BC \perp AB \\ SA \cap AB = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$, suy ra $BC \perp AH$.

Ta có: $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \\ BC \cap SB = B \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$, suy ra $d(A,(SBC)) = AH$.

Xét ΔSAB vuông tại A, $SA = 2a, AB = a, AH \perp SB$.

Suy ra: $AH = \frac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{2a.a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 32. Số phức liên hợp của số phức $z = i(3-4i)$ là

A. $\bar{z} = 4 + 3i$. **B.** $\bar{z} = -4 - 3i$. **C.** $\bar{z} = 4 - 3i$. **D.** $\bar{z} = -4 + 3i$.

Lời giải

Ta có: $z = i(3-4i) = 4 + 3i$ suy ra $\bar{z} = 4 - 3i$.

Câu 33. Trong mặt phẳng Oxy, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 + 4i| = 5$ là một đường tròn. Tọa độ tâm của đường tròn đó là

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-4)$.

Lời giải

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

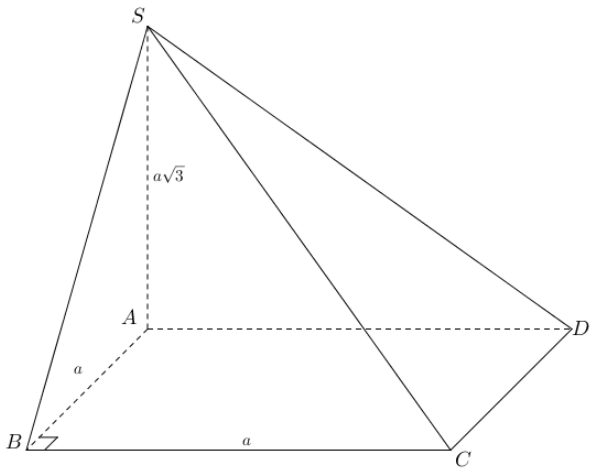
Ta có $|z - 2 + 4i| = 5 \Leftrightarrow |x + yi - 2 + 4i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y+4)^2} = 5 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $(2;-4)$.

Câu 34. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy nên SA là chiều cao của hình chóp. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ tính theo công thức: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng CD với $C(1;1;2)$ và $D(-4;3;-2)$ là

A. $\frac{x+4}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{-2}$.

C. $\frac{x+1}{-5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{-4}$.

D. $\frac{x+4}{-5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{-4}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{CD}=(-5;2;-4)$.

Đường thẳng CD đi qua điểm $D(-4;3;-2)$ và nhận $\overrightarrow{CD}=(-5;2;-4)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\frac{x+4}{-5}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{-4}$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(3x-2)>\log_{\frac{2}{3}}(2x+1)$ là

A. $\left(\frac{2}{3};3\right)$.

B. $(3;+\infty)$.

C. $(-\infty;3)$.

D. $\left(\frac{2}{3};2\right)$.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}3x-2>0\\2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$.

Ta có $\log_{\frac{2}{3}}(3x-2)>\log_{\frac{2}{3}}(2x+1)\Leftrightarrow 3x-2<2x+1\Leftrightarrow x<3$.

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(\frac{2}{3};3\right)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4)=1$ và $\int_0^1 xf(4x)\mathrm{d}x=\frac{1}{16}$, khi đó $\int_0^4 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. 20.

B. 14.

C. 18.

D. 16.

Lời giải

Đặt $t=4x\Rightarrow \mathrm{d}t=4\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{4}\mathrm{d}t;\ x=\frac{t}{4}$.

Đổi cận: $\begin{array}{l} x=0\Rightarrow t=0 \\ x=1\Rightarrow t=4 \end{array}$.

Khi đó: $\frac{1}{16}=\int\limits_0^4 \frac{t}{4}\frac{f(t)}{4}\mathrm{d}t \Rightarrow \int\limits_0^4 tf(t)\mathrm{d}t=1$ hay $\int\limits_0^4 xf(x)\mathrm{d}x=1$.

Đặt $A=\int\limits_0^4 x^2 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $\begin{cases} u=x^2 \\ dv=f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=2x\mathrm{d}x \\ v=f(x) \end{cases}$.

$\Rightarrow A=x^2 f(x)\Big|_0^4-\int\limits_0^4 2xf(x)\mathrm{d}x=16.f(4)-0-2=14$.

Câu 38. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2+2x$ và đường thẳng $y=-x+4$ bằng

A. $\frac{13}{2}$. **B.** $\frac{63}{2}$. **C.** $\frac{205}{6}$. **D.** $\frac{125}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol và đường thẳng:

$x^2+2x=-x+4\Leftrightarrow x^2+3x-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-4 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng là:

$S=\int\limits_{-4}^{1}\left|\left(x^2+2x\right)-\left(-x+4\right)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{-4}^{1}(x^2+3x-4)\mathrm{d}x=-\left(\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}-4x\right)\Big|_{-4}^{1}=\frac{125}{6}$.

Vậy $S=\frac{125}{6}$.

Câu 39. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ một tổ gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Tính xác suất để trong 5 học sinh được chọn có đúng 2 học sinh nữ.

A. $\frac{56}{143}$. **B.** $\frac{140}{429}$. **C.** $\frac{1}{143}$. **D.** $\frac{28}{715}$.

Lời giải

Tổng số học sinh là: $8+7=15$ (học sinh).

Số cách chọn 5 học sinh ngẫu nhiên từ 15 học sinh là: $C_{15}^5=3003$ (cách).

Số cách chọn 5 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nữ là: $C_7^2.C_8^3=1176$ (cách).

Vậy xác suất để trong 5 học sinh được chọn có đúng 2 học sinh nữ là: $\frac{1176}{3003}=\frac{56}{143}$.

Câu 40. Cho số phức w và hai số thực a,b biết $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$. Tổng $S=a+b$ bằng

A. $-\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Giả sử $w=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$.

Khi đó $w+i=x+\left(y+1\right)i;$ và $2w-1=2x-1+2yi$ là hai nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$.

TH1: $\Delta\ge 0\Rightarrow w+i,2w-1\in\mathbb{R}\Rightarrow \begin{cases} y+1=0 \\ 2y=0 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} y=-1 \\ y=0 \end{cases}$. Vô lí.

TH2: $\Delta<0\Rightarrow w+i,2w-1\notin\mathbb{R}\Rightarrow 2w-1=\overline{w+i}=\overline{w}-i\Leftrightarrow 2\left(x+yi\right)-1=x-yi-i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=x \\ 2y=-y-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

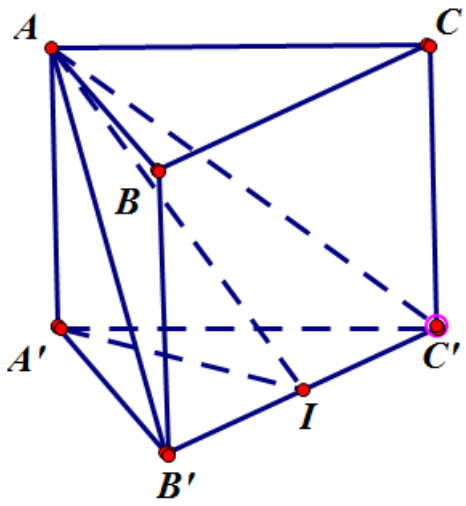
Suy ra $w=1-\dfrac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} w+i=1+\dfrac{2}{3}i \\ 2w-1=1-\dfrac{2}{3}i \end{cases}$.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} w+i+2w-1=-a \\ (w+i)(2w-1)=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=\dfrac{13}{9} \end{cases} \Rightarrow a+b=-\dfrac{5}{9}$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $30°$. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của

suy ra góc giữa mặt phẳ $\widehat{A'}=30°$.

$S_{\Delta ABC}=(2a)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

$A'I=2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3};\ AA'=A'I.\tan 30°=a\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=a$.

$V=S_{\Delta ABC}.AA'=a^2\sqrt{3}.a=a^3\sqrt{3}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm của MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=4\sqrt{6}$. **B.** $MN=2\sqrt{6}$. **C.** $MN=6\sqrt{2}$. **D.** $MN=2\sqrt{6}$.

Lời giải

Ta có $N=\Delta\cap d\Rightarrow N(-2+2t;1+t;1-t)$.

Vì $A(3;2;1)$ là trung điểm của MN suy ra $M(8-2t;3-t;1+t)$.

Lại có $M=d\cap(P)\Rightarrow M\in(P)$ nên ta có phương trình

$2.(8-2t)-(3-t)+1+t-10=0\Leftrightarrow -2t+4=0\Leftrightarrow t=2$.

Với $t=2\Rightarrow M(4;1;3);N(2;3;-1)$.

$\Rightarrow MN=\sqrt{(2-4)^2+(3-1)^2+(-1-3^2)}=\sqrt{4+4+16}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$ là

A. $(-2;1;1)$. **B.** $\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua $A(3;2;-1)$, vuông góc mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$.

Suy ra phương trình tham số của d là $\begin{cases}x=3+t\\y=2+t\\z=-1+t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$

Gọi H là hình chiếu của $A(3;2;-1)$ lên (α). Do đó H chính là giao điểm của d và (α)

Vì $H\in d\Rightarrow H(3+t;2+t;-1+t)$. Thay tọa độ H vào (α) ta có

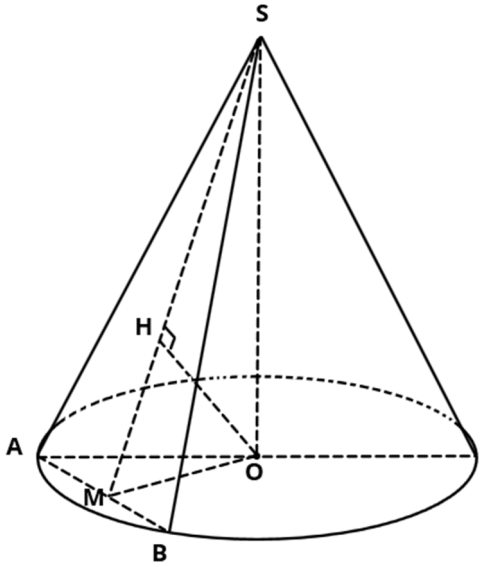
$3+t+2+t-1+t=0\Leftrightarrow t=-\frac{4}{3}\Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Vậy tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha):x+y+z=0$ là $H\left(\frac{5}{3};\frac{2}{3};-\frac{7}{3}\right)$.

Câu 44. Cho khối nón đỉnh S đáy là hình tròn tâm O; SA, SB là hai đường sinh, biết $SO=6$, khoảng cách từ O đến (SAB) là 2 và diện tích ΔSAB là 9. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 39π. **B.** $\frac{13}{3}\pi$. **C.** 13π. **D.** 16π.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB, do ΔOAB cân tại O nên $AB\perp OM$.

Dựng $OH\perp SM$.

Ta có: $\begin{cases}AB\perp OM\\AB\perp SO\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SOM)\Rightarrow(SAB)\perp(SOM)$ theo giao tuyến SM.

$OH\subset(SOM), OH\perp SM\Rightarrow OH\perp(SAB)$

Vậy $OH=d(O,(SAB))=2$

Xét ΔSOM vuông tại O, ta có

$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Rightarrow OM=\frac{3}{\sqrt{2}}a\Rightarrow SM=\sqrt{SO^2+OM^2}=\frac{9}{\sqrt{2}}a.$

Vì diện tích tam giác ΔSAB là 9 nên $\frac{1}{2}.SM.AB=9\Leftrightarrow AB=\frac{9}{\frac{1}{2}.SM}=2\sqrt{2}a.$

Vì M là trung điểm AB nên $MB=a\sqrt{2}$.

Xét ΔOMB vuông tại M, ta có $R=OB=\sqrt{OM^2+MB^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}a$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}.SO.\pi R^2=\frac{1}{3}.6.\pi.\left(\frac{\sqrt{26}}{2}\right)^2=13\pi.$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5x+k$ và $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (với a,b,c,d,k là các số thực). Phương trình $g\left[f(x)\right]=0$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Do $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (với a,b,c,d là các số thực) là đa thức có bậc không quá ba nên phương trình $g(x)=0$ có tối đa ba nghiệm thực.

Giả sử phương trình $g(x)=0$ có tối đa ba nghiệm thực đó là t_1,t_2,t_3.

Ta có $g\left[f(x)\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=t_1\\f(x)=t_2\\f(x)=t_3\end{array}\right.$.

Xét $f(x)=x^3-3x^2+5x+k$ có $f'(x)=3x^2-6x+5>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=a$ luôn có một nghiệm với mọi $a\in\mathbb{R}$.

Do đó mỗi phương trình $f(x)=t_1$, $f(x)=t_2$, $f(x)=t_3$ (với $t_1,t_2,t_3\in\mathbb{R}$) luôn có một nghiệm.

Vậy phương trình $g\left[f(x)\right]=0$ có tối đa 3 nghiệm.

Câu 46. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=|\overline{z}+1+i|$ lần lượt là

A. $\sqrt{13}+2$ và $\sqrt{13}-2$. **B.** $\sqrt{13}+3$ và $\sqrt{13}-3$.

C. $\sqrt{13}+1$ và $\sqrt{13}-1$. **D.** 6 và 4.

Lời giải

Trong hệ trục tọa độ Oxy, gọi điểm $M(x;y)$ biểu diễn cho số phức z.

Theo giả thiết, ta có

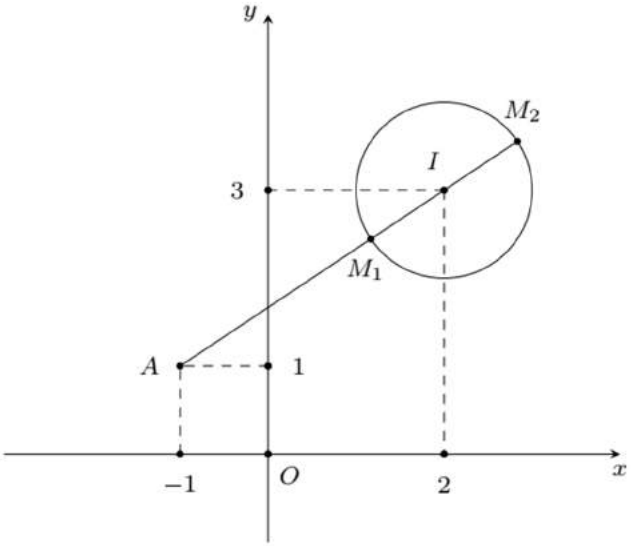
$|z-2-3i|=1\Leftrightarrow|x-2+(y-3)i|=1$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}=1\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-3)^2=1.$

Tập hợp điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$, bán kính $R=1$

Ta có:

$P=\left|\overline{z}+1+i\right|=\left|x+1+\left(-y+1\right)i\right|=\sqrt{\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2}=MA$ với $A\left(-1;1\right)$.



Xét điểm $A\left(-1;1\right)$ và $\left(C\right)$: $AI=\sqrt{13}>1$, nên điểm A nằm ngoài $\left(C\right)$.

Đường thẳng AI cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm $M_1;M_2$ như hình vẽ.

Ta có $\left|AI-R\right|\le MA\le AI+R\Leftrightarrow\sqrt{13}-1\le MA\le\sqrt{13}+1$.

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|\overline{z}+1+i\right|$ lần lượt là $\sqrt{13}+1$ và $\sqrt{13}-1$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(-10;-5;8\right)$, $B\left(2;1;-1\right)$, $C\left(2;3;0\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right)$: $x+2y-2z-9=0$. Xét M là điểm thay đổi trên $\left(P\right)$ sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tính $MA^2+2MB^2+3MC^2$.

A. 54. **B.** 282. **C.** 256. **D.** 328.

Lời giải

Gọi $I\left(x;y;z\right)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Ta có

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\\\Leftrightarrow\quad&6\overrightarrow{OI}=\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}\\\Leftrightarrow\quad&6\overrightarrow{OI}=\left(0;6;6\right)\\\Leftrightarrow\quad&\overrightarrow{OI}=\left(0;1;1\right)\Rightarrow I\left(0;1;1\right).\end{aligned}$$

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}P&=MA^2+2MB^2+3MC^2\\&=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2\\&=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}\right)\\&=6MI^2+IA^2+2IB^2+3IC^2.\end{aligned}$$

Vì A, B, C, I cố định nên P nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất.

Mà $MI_{\min}=\mathrm{d}\left(I,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|-9\right|}{3}=3$.

Lại có $IA^2+2IB^2+3IC^2=100+36+49+2\left(4+0+4\right)+3\left(4+4+1\right)=228$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $6.3^2+228=282$.

Câu 48. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx-1$ với a, b là các số thực thỏa mãn $\begin{cases}a+b>0\\4a+2b+7<0\end{cases}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(\left|x\right|\right)\right|$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

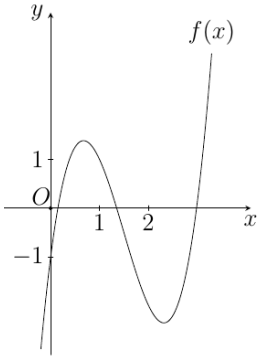
Lời giải

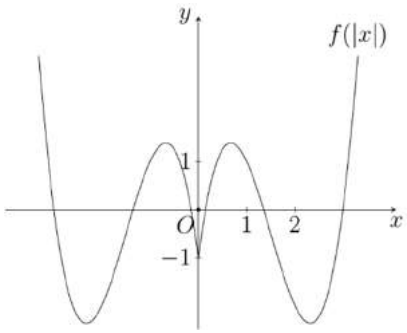
Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$.

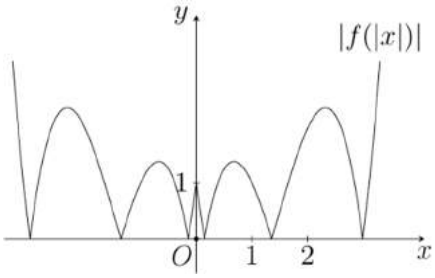
Theo giả thiết ta có $f(0)=-1<0$, $\begin{cases} f(1)=a+b>0 \\ f(2)=4a+2b+7<0 \end{cases}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3+ax^2+bx-1\right)=+\infty$.

Nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ dương lần lượt nằm trong các khoảng $(0;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$.

Từ đó ta có hình dạng đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=f(|x|)$, $y=|f(|x|)|$ được mô phỏng như hình bên dưới.







Vậy hàm số $y=|f(|x|)|$ có 11 điểm cực trị.

Câu 49. Gọi m là số thực sao cho bất phương trình $10^{mx}+(mx)^2\ge 2023x+1$ đúng với mọi số thực x. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m\in(12;+\infty)$. **B.** $m\in(2;6]$. **C.** $m\in(0;2]$. **D.** $m\in(6;10]$.

Lời giải

Đặt $f(x)=10^{mx}+(mx)^2$, hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là (C);

$g(x)=2023x+1$, hàm số $y=g(x)$ có đồ thị là đường thẳng d.

Ta có nhận xét:

+ Đồ thị (C) và đường thẳng d có điểm chung là $(0;1)$.

+ Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

+ $f(x)\ge g(x)$ đúng với mọi số thực x.

Suy ra đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $A(0;1)$.

Do đó $f'(0)=g'(0)$.

$f'(x)=m.10^{mx}\ln 10+2m^2x$; $g'(x)=2023$.

$f'(0)=g'(0)\Leftrightarrow m.\ln 10=2023\Leftrightarrow m=\dfrac{2023}{\ln 10}\in(12;+\infty)$.

Với $m=\dfrac{2023}{\ln 10}=m_0$. Ta có bất phương trình $10^{mx}+(mx)^2\ge 2023x+1$ trở thành

$10^{m_0x}+(m_0x)^2\ge 2023x+1\Leftrightarrow h(x)=10^{m_0x}+(m_0x)^2-2023x-1\ge 0$.

Ta có

$h'(x)=m_0\cdot 10^{m_0x}\ln 10+2(m_0)^2x-2023$;

$h''(x)=(m_0\cdot\ln 10)^2\cdot 10^{m_0x}+2(m_0)^2>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h''(x)$			$+$		
$h'(x)$	$-$		0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy bất phương trình $h(x)=10^{m_0x}+(m_0x)^2-2023x-1\geq 0$ có tập nghiệm là tập $\mathbb{R}$.

Vậy $m=\dfrac{2023}{\ln 10}$ thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=x^3+3\int\limits_0^1 x^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=0$, $x=1$ khi quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{33}{8}\pi$. **B.** $\dfrac{149}{100}\pi$. **C.** $\dfrac{2671}{1792}\pi$. **D.** $\dfrac{325}{1792}\pi$.

Lời giải

Đặt $m=\int\limits_0^1 x^4 f(x)\,\mathrm{d}x$. Khi đó $f(x)=x^3+3m$.

Ta có

$$f(x)=x^3+3\int\limits_0^1 x^4 f(x)\,\mathrm{d}x,\ \forall x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^3+3m=x^3+3\int\limits_0^1 x^4\left(x^3+3m\right)\mathrm{d}x,\ \forall x\in\mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m=\int\limits_0^1\left(x^7+3mx^4\right)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow m=\left(\frac{x^8}{8}+\frac{3mx^5}{5}\right)\Bigg|_0^1=\frac{1}{8}+\frac{3m}{5}$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{5}{16}.$$

Vậy $f(x)=x^3+\dfrac{15}{16}$.

Thể tích của khối tròn xoay là $V=\pi\int\limits_0^1\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^1\left(x^3+\dfrac{15}{16}\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{2671}{1792}\pi$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN

KỲ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG KẾT HỢP THI THỬ
LỚP 12, NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: Toán

MÃ ĐỀ 101

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua $M(2;-1;3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-2;2)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x-2y-2z-2=0$. **B.** $3x-2y+2z-14=0$.

C. $3x-2y+2z-12=0$. **D.** $3x+2y-2z+10=0$.

Câu 2. Một khối chóp có thể tích $V=12\text{m}^3$ và có chiều cao $h=3\text{m}$. Hỏi diện tích đáy của khối chóp đó là bao nhiêu?

A. 4m. **B.** 12m^2. **C.** 4m^2. **D.** 12m.

Câu 3. Tập nghiệm S của phương trình $\log(x-1)=\log(2x+1)$ là

A. $S=\{0\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Câu 4. Phần thực của số phức $z=4+5i$ là

A. 4. **B.** -4. **C.** 5. **D.** $5i$.

Câu 5. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^e$. **B.** $y'=x^e$. **C.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^{e-1}$.

Câu 6. Một khối cầu có bán kính $R=3$. Thể tích khối cầu đó bằng

A. 108π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 24π.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;3;-2), B(-3;1;4)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(4;-2;6)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(-4;2;6)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;6)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(4;2;-6)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=12$, biết đáy là một hình vuông có độ dài cạnh bằng 2. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho là

A. 6. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x), y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

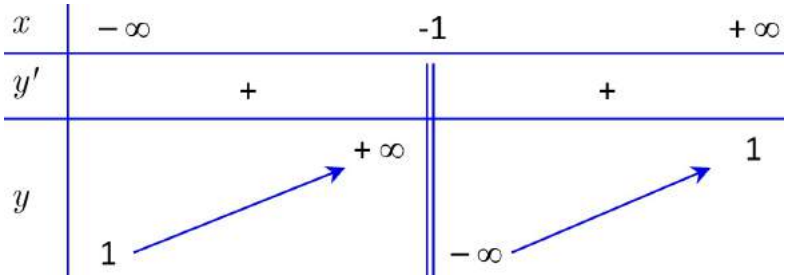
A. Nếu $\int f(x)\text{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\text{d}u=F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\text{d}x=k\int f(x)\text{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int[f(x)+g(x)]\text{d}x=\int f(x)\text{d}x+\int g(x)\text{d}x$.

Câu 10. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

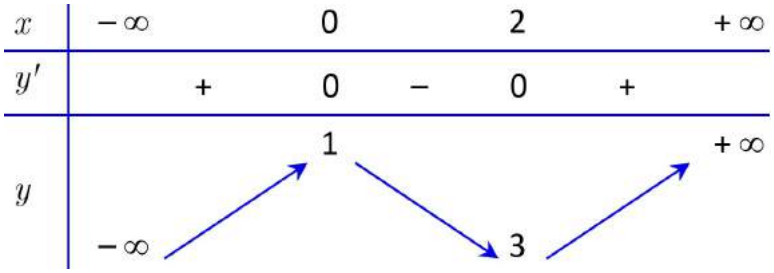
Câu 11. Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12. Cho hàm số $y=\ln x$. Tập xác định của hàm số đã cho là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 14. Bất phương trình $\log(2x-4)>1$ có nghiệm là

A. $x>7$. **B.** $2<x<7$. **C.** $x<4$. **D.** $x>\dfrac{5}{2}$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=2$. Giá trị của u_3 là

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{e}(2;-2;1)$. **B.** $\vec{v}(2;-2;-1)$. **C.** $\vec{w}(1;-3;0)$. **D.** $\vec{n}(2;2;-1)$.

Câu 17. Cho số phức $z=3+4i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$?

A. $Q(4;-3)$. **B.** $N(3;4)$. **C.** $P(4;3)$. **D.** $M(3;-4)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;3;-2), B(-3;1;4)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(-2;-1;3)$. **B.** $M(-1;2;1)$. **C.** $M(1;2;1)$. **D.** $M(-2;2;1)$.

Câu 19. Một khối nón có chiều cao $h=3$, bán kính đáy $R=4$. Độ dài đường sinh của khối nón đó bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 25.

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-1)^3$ là

A. $4(x-1)^4+C$. **B.** $\dfrac{1}{4}(x-1)^4+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}(x-1)^3+C$. **D.** $3(x-1)+C$.

Câu 22. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f(x)+\sin x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $5+\pi$. **B.** 11. **C.** 10. **D.** $10+\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là

A. $S=\dfrac{9}{2}$. **B.** $S=\dfrac{8}{9}$. **C.** $S=9$. **D.** $S=\dfrac{9}{4}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(3x+1)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

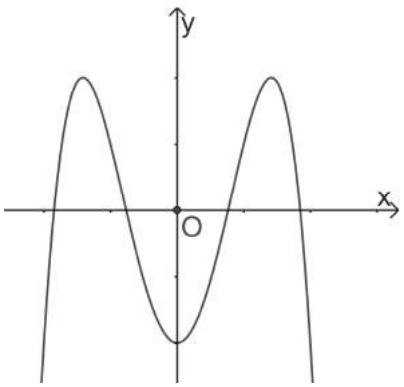
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z+10=0$ và điểm $I(1;-2;1)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 26. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0$, $b>0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $a<0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c>0$.

Câu 27. Có hai Đại học A, B tổ chức kỳ thi đánh giá năng lực. Đại học A tổ chức 3 đợt thi; Đại học B tổ chức 2 đợt thi. Biết rằng các đợt thi nói trên được tổ chức không trùng lịch với nhau. Mỗi học sinh có thể tham gia tất cả các kỳ thi đó. Lan là học sinh lớp 12 muốn đăng ký 3 đợt thi trong các đợt thi nói trên. Hỏi Lan có bao nhiêu cách lựa chọn ?

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(0)=2$ và $F(1)=5$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$. **B.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-3$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$ và điểm $M(2;-3;1)$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

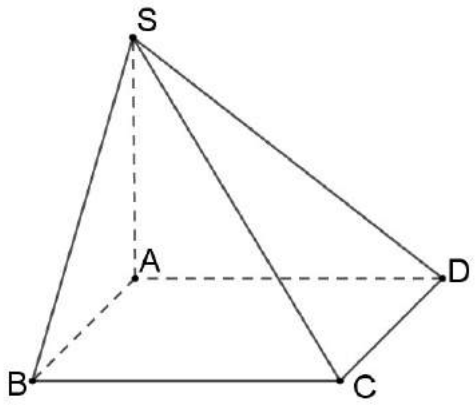
Câu 30. Duyên tham gia một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, có tất cả 50 lá thăm trong đó có 10 lá thăm trúng thưởng và 40 lá thăm không trúng thưởng. Duyên được chọn ngẫu nhiên 2 lá thăm. Xác suất để Duyên trúng thưởng là bao nhiêu?

A. $\dfrac{89}{245}$. **B.** $\dfrac{9}{245}$. **C.** $\dfrac{16}{49}$. **D.** $\dfrac{156}{245}$.

Câu 31. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4}=3^{x-2}$ là

A. 3. **B.** $2\log_2 3-4$. **C.** $\log_3 2$. **D.** $\log_2 3$.

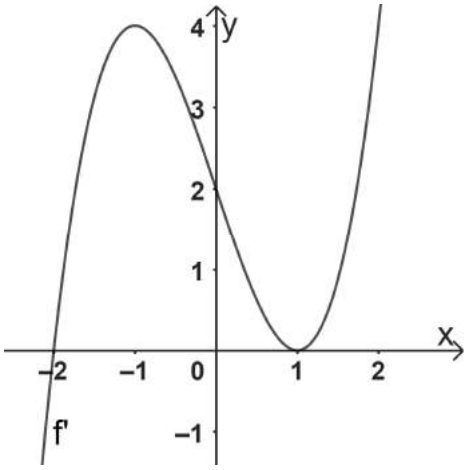
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $75°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Câu 34. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log a^3 = 3\log a$. **B.** $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log(3a) = 3\log a$. **D.** $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$.

Câu 35. Cho các số phức z thỏa mãn $|z+i| = |z-1+4i|$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x+3y+4=0$. **B.** $-x+3y+4=0$. **C.** $x-3y-8=0$. **D.** $x-4y+3=0$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_1^e \frac{1+f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x = 2$ và $f(1)=\frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{2e}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $\widehat{AOB}=90°$ (với O là gốc tọa độ).

A. $m\in\{0;2\}$. **B.** $m\in\{0;4\}$. **C.** $m\in\{4\}$. **D.** $m\in\{0\}$.

Câu 38. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-3+i=|z|i$. Giá trị $S=a+2b$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

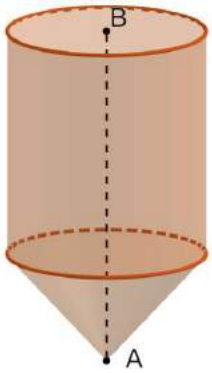
Câu 39. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BC=a$, $AC=2a$, tam giác ABC vuông tại B. Biết mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 40. Trên tập số phức, cho phương trình: $z^2-8z+|m-1|=0\,(m\in\mathbb{R})$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;90]$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|$ là một số nguyên dương.

A. 32. **B.** 30. **C.** 33. **D.** 34.

Câu 41. Một bồn chứa dầu tinh luyện có hình dạng như hình vẽ, gồm một hình trụ và một hình nón. Biết chiều cao của bồn là $AB=4{,}2\text{m}$, phần hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều và thể tích phần khối trụ bằng 6 lần thể tích phần khối nón. Thể tích của bồn chứa dầu tinh luyện đó gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $8{,}1\text{m}^3$. **B.** $7{,}3\text{m}^3$. **C.** $5{,}8\text{m}^3$. **D.** $6{,}7\text{m}^3$.

Câu 42. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a, AD=2a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(AB'D')$ bằng

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\dfrac{5a}{3}$. **C.** $\dfrac{4a}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

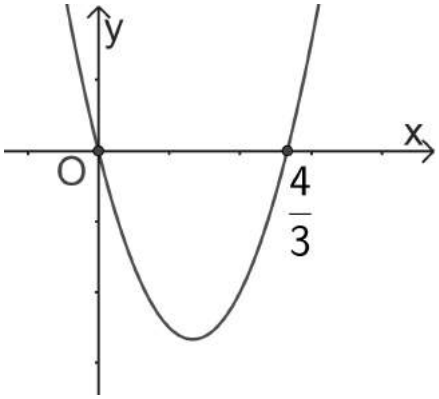
Câu 43. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$ (với m là tham số) có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 2, khi đó tổng các giá trị của tham số m là

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 44. Cho hai điểm thay đổi A, B lần lượt thuộc đồ thị $y=e^{x-1}$ và $y=\ln(x-1)$. Giá trị nhỏ nhất của AB bằng $a+b.\sqrt{2}\,(a,b\in\mathbb{Q})$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx\,(a,b\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\frac{m}{n}\left(m\in\mathbb{Z},\, n\in\mathbb{N}^*\right)$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

A. 49. **B.** -29. **C.** 77. **D.** 19.

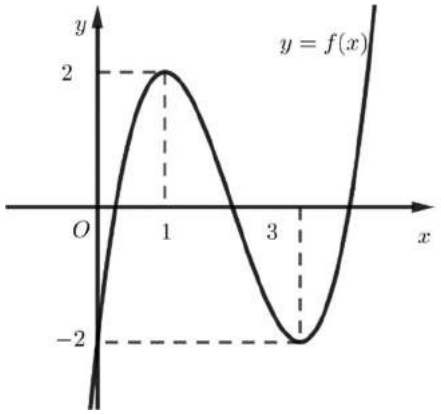
Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực dương y thoả mãn $x+y\log_2(x+3y)\le 8$ và $27^y\left(1+\log_3 x\right)\ge 1$?

A. 8. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 47. Xét ba số phức z_1, z_2, w thỏa mãn $\left(z_1-1-i\right)\left(i.z_1+i.\overline{z_1}-2-2i\right)$ là số thực, $|z_2|=|z_2-2-2i|$, $\frac{w-7-i}{z_2-7-i}$ là một số thực dương và $|w-7-i|=\frac{12}{|z_2-7-i|}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1-w|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(5;6)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^4(x)+2=3f^2(x)+\left|f(x)+m\right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8;-1;6)$, $B(1;2;3)$, $C\left(-4;14;\sqrt{11}\right)$. Điểm M di động trên mặt cầu $(S_1):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=49$ sao cho tam giác MAB có $2\sin\widehat{MAB}=\sin\widehat{MBA}$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng CM thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(8;9)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(10;11)$. **D.** $(9;10)$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-11}{8}=\frac{y+6}{-7}=\frac{z+2}{-3}$. **B.** $\frac{x-11}{8}=\frac{y-8}{7}=\frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x-3}{8}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-3}{-8}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-1}{3}$.

-------- HẾT--------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	A	D	C	C	C	C	A	C	D	C	A	D	A	D	B	B	D	B	B	A	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	B	A	D	D	D	A	C	B	C	B	D	A	D	C	A	A	C	D	B	B	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) đi qua $M(2;-1;3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-2;2)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $3x-2y-2z-2=0$. **B.** $3x-2y+2z-14=0$.

C. $3x-2y+2z-12=0$. **D.** $3x+2y-2z+10=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) là: $3(x-2)-2(y+1)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+2z-14=0$

Câu 2. **[Mức độ 1]** Một khối chóp có thể tích $V=12\text{m}^3$ và có chiều cao $h=3\text{m}$. Hỏi diện tích đáy của khối chóp đó là bao nhiêu?

A. 4m. **B.** 12m^2. **C.** 4m^2. **D.** 12m.

Lời giải

Diện tích đáy của khối chóp đó là: $S=3V:h=12.3:3=12\ m^2$

Câu 3. **[Mức độ 1]** Tập nghiệm S của phương trình $\log(x-1)=\log(2x+1)$ là

A. $S=\{0\}$. **B.** $S=\{2\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\varnothing$.

Lời giải

ĐK: $\begin{cases} x-1>0 \\ 2x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x>\dfrac{-1}{2} \end{cases} \Rightarrow x>1$

Ta có: $\log(x-1)=\log(2x+1) \Leftrightarrow x-1=2x+1 \Leftrightarrow x=-2$ (ko thỏa mãn) => $S=\varnothing$

Câu 4. **[Mức độ 1]** Phần thực của số phức $z=4+5i$ là

A. 4. **B.** -4. **C.** 5. **D.** $5i$.

Lời giải

Phần thực của z là 4.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^e$. **B.** $y'=x^e$. **C.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^{e-1}$.

Lời giải

$y' = \frac{1}{e}x^{e-1}$

Câu 6. **[Mức độ 1]** Một khối cầu có bán kính $R = 3$. Thể tích khối cầu đó bằng

A. 108π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 24π.

Lời giải

Thể tích khối cầu đó là: $V = \frac{4}{3}.\pi.R^3 = \frac{4}{3}.\pi.3^3 = 36\pi$

Câu 7. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;3;-2), B(-3;1;4)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB} = (4;-2;6)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (-4;2;6)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-4;-2;6)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (4;2;-6)$.

Lời giải

Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB} = (-3-1;\ 1-3;\ 4-(-2)) = (-4;-2;6)$

Câu 8. **[Mức độ 1]** Cho khối lăng trụ có thể tích $V = 12$, biết đáy là một hình vuông có độ dài cạnh bằng 2. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho là

A. 6. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $V = S_d.h \Leftrightarrow 12 = 2.2.h \Leftrightarrow h = 3$

Câu 9. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u = F(u) + C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k \neq 0$).

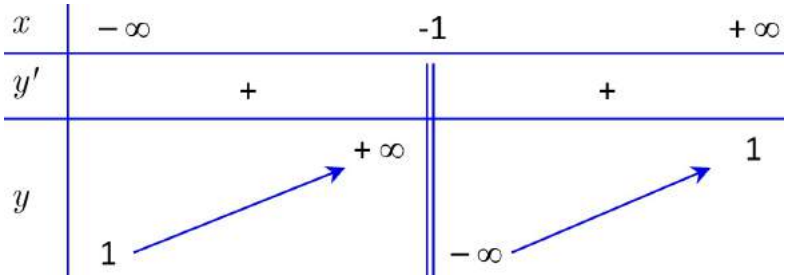
C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$.

D. $\int [f(x) + g(x)]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x) = G(x)$. Là mệnh đề sai.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định và không xác định tại $x=-1$

Câu 11. **[Mức độ 1]** Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Vì $y=x^4+2x^2-1$ là hàm trùng phương và có hệ số $a.b>0$ nên hàm số có 1 cực trị

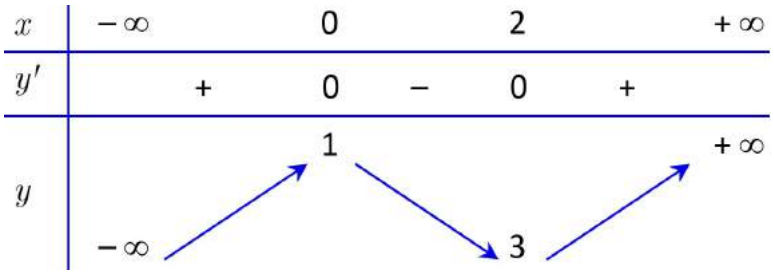
Câu 12. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=\ln x$. Tập xác định của hàm số đã cho là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=\ln x$ là $(0;+\infty)$.

Câu 13. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 14. **[Mức độ 1]** Bất phương trình $\log(2x-4)>1$ có nghiệm là

A. $x>7$. **B.** $2<x<7$. **C.** $x<4$. **D.** $x>\frac{5}{2}$.

Lời giải

ĐK: $2x-4>0\Leftrightarrow x>2$

Ta có: $\log(2x-4)>1\Leftrightarrow 2x-4>10\Leftrightarrow 2x>14\Leftrightarrow x>7$.

Kết hợp ĐK: $x>7$

Câu 15. **[Mức độ 1]** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=2$. Giá trị của u_3 là

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $u_3=u_1.q^2=1.2^2=4$

Câu 16. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{e}(2;-2;1)$. **B.** $\vec{v}(2;-2;-1)$. **C.** $\vec{w}(1;-3;0)$. **D.** $\vec{n}(2;2;-1)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ có 1 VTCP là $\vec{e}(2;-2;1)$.

Câu 17. **[Mức độ 1]** Cho số phức $z=3+4i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$?

A. $Q(4;-3)$. **B.** $N(3;4)$. **C.** $P(4;3)$. **D.** $M(3;-4)$.

Lời giải

$z=3+4i\Rightarrow\bar{z}=3-4i\Rightarrow M(3;-4)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.

Câu 18. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;3;-2),B(-3;1;4)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

A. $M(-2;-1;3)$. **B.** $M(-1;2;1)$. **C.** $M(1;2;1)$. **D.** $M(-2;2;1)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+(-3)}{2}=-1 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{3+1}{2}=2 \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{-2+4}{2}=1 \end{cases}\Rightarrow M(-1;2;1)$

Câu 19. **[Mức độ 1]** Một khối nón có chiều cao $h=3$, bán kính đáy $R=4$. Độ dài đường sinh của khối nón đó bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 25.

Lời giải

Độ dài đường sinh của khối nón đó: $l=\sqrt{h^2+R^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 20. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=2$.

Câu 21. **[Mức độ 1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-1)^3$ là

A. $4(x-1)^4+C$. **B.** $\dfrac{1}{4}(x-1)^4+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}(x-1)^3+C$. **D.** $3(x-1)+C$.

Lời giải

$$\int f(x)dx=\int(x-1)^3dx=\frac{(x-1)^{3+1}}{3+1}+C=\frac{1}{4}(x-1)^4+C.$$

Câu 22. **[Mức độ 2]** Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f(x)+\sin x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $5+\pi$. **B.** 11. **C.** 10. **D.** $10+\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[2f(x)+\sin x\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(x)dx=2.5-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=10-0+1=11$$

Câu 23. **[Mức độ 2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là

A. $S=\frac{9}{2}$. **B.** $S=\frac{8}{9}$. **C.** $S=9$. **D.** $S=\frac{9}{4}$.

Lời giải

$$x^2=x+2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x+2$ là

$$S=\int\limits_{-1}^{2}\left|x^2-x-2\right|dx=\int\limits_{-1}^{2}\left(-x^2+x+2\right)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-1}^{2}$$

$$=-\frac{8}{3}+2+4-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2=\frac{9}{2}$$

Câu 24. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(3x+1)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(3x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\ \text{(nghiệm kép)}\\x=\frac{-1}{3}\end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		$\frac{-1}{3}$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 cực trị.

Câu 25. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z+10=0$ và điểm $I(1;-2;1)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$.

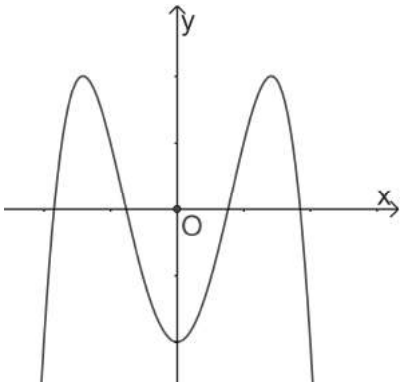
Lời giải

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là:

$$R=d(I;(P))=\frac{|2.1+2-2.1+10|}{3}=4.$$

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$.

Câu 26. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$.

C. $a<0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị hàm số hướng xuống dưới nên $a<0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên a,b trái dấu hay $b>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Vậy: $a<0,b>0,c<0$.

Câu 27. **[Mức độ 2]** Có hai Đại học A, B tổ chức kỳ thi đánh giá năng lực. Đại học A tổ chức 3 đợt thi; Đại học B tổ chức 2 đợt thi. Biết rằng các đợt thi nói trên được tổ chức không trùng lịch với nhau. Mỗi học sinh có thể tham gia tất cả các kỳ thi đó. Lan là học sinh lớp 12 muốn đăng ký 3 đợt thi trong các đợt thi nói trên. Hỏi Lan có bao nhiêu cách lựa chọn ?

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Số cách lựa chọn là số tổ hợp chập 3 của 5 phần tử.

Vậy có: $C_5^3 = 10$ cách chọn.

Câu 28. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(0) = 2$ và $F(1) = 5$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_0^1 f(x)\,dx = 3$. **B.** $\int_0^1 f(x)\,dx = 7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\,dx = 1$. **D.** $\int_0^1 f(x)\,dx = -3$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 f(x)\,dx = F(x)\Big|_0^1 = F(1) - F(0) = 5 - 2 = 3 \Rightarrow$ chọn đáp án#A.

Câu 29. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(2;-3;1)$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng Δ nhận véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(2;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;-3;1)$ nên đường thẳng Δ có phương trình chính tắc là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 30. **[Mức độ 2]** Duyên tham gia một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, có tất cả 50 lá thăm trong đó có 10 lá thăm trúng thưởng và 40 lá thăm không trúng thưởng. Duyên được chọn ngẫu nhiên 2 lá thăm. Xác suất để Duyên trúng thưởng là bao nhiêu?

A. $\frac{89}{245}$. **B.** $\frac{9}{245}$. **C.** $\frac{16}{49}$. **D.** $\frac{156}{245}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{50}^2 = 1225$.

Gọi A:" Duyên trúng thưởng".

Có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: Cả hai lá thăm đều trúng thưởng, có $C_{10}^2 = 45$ khả năng.

TH2: Trong hai lá thăm có 1 lá trúng thưởng và 1 lá không trúng thưởng, có $C_{10}^1.C_{40}^1 = 400$ khả năng.

Do đó: $n(A) = 45 + 400 = 445$

$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{445}{1225} = \frac{89}{245}$.

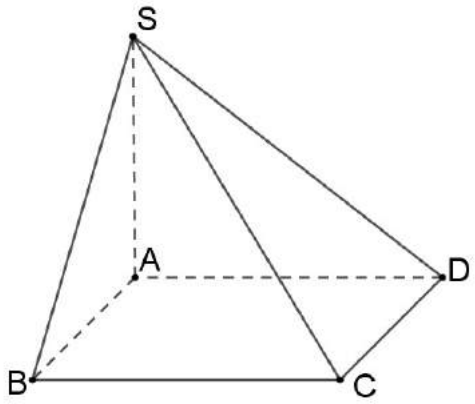
Câu 31. **[Mức độ 2]** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-4}=3^{x-2}$ là

A. 3. **B.** $2\log_2 3-4$. **C.** $\log_3 2$. **D.** $\log_2 3$.

Lời giải

$$2^{x^2-4}=3^{x-2}\Leftrightarrow x^2-4=(x-2)\log_2 3\Leftrightarrow x^2-\log_2 3.x-4+2\log_2 3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\log_2 3-2\\x=2\end{array}\right.$$

Câu 32. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $75°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Hình chiếu của điểm S lên mp $(ABCD)$ là điểm A.

Hình chiếu của điểm C lên mp $(ABCD)$ là điểm C.

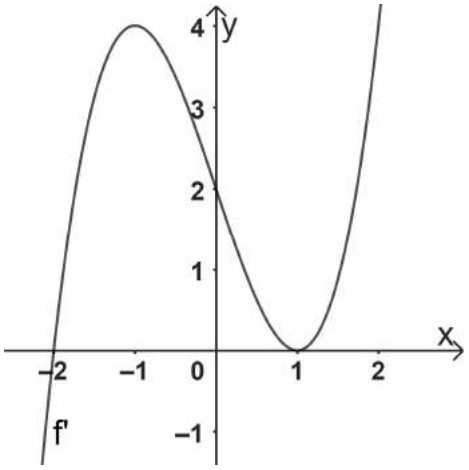
Vậy hình chiếu của đường thẳng SC lên mp $(ABCD)$ là đường thẳng AC.

$\Rightarrow$Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{(SC;AC)}=\widehat{SCA}$.

Xét $\triangle SAC$ vuông tại A có $SA=a\sqrt{6};AC=a\sqrt{2}$.

$$\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}=\frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60°.$$

Câu 33. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy:

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-2;+\infty)$; $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 34. **[Mức độ 2]** Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log a^3=3\log a$. **B.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$.

C. $\log(3a)=3\log a$. **D.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$

Lời giải

Có $\log a^3=3\log a$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Cho các số phức z thỏa mãn $|z+i|=|z-1+4i|$. Tập hợp điểm biểu diễn các số phức z trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Phương trình đường thẳng đó là

A. $x+3y+4=0$. **B.** $-x+3y+4=0$. **C.** $x-3y-8=0$. **D.** $x-4y+3=0$.

Lời giải

+ Đặt $z=x+yi(x;y\in\mathbb{R})\Rightarrow M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z.

+ Theo bài ra ta có: $|z+i|=|z-1+4i|\Leftrightarrow|x+yi+i|=|x+yi-1+4i|$

$\Leftrightarrow|x+i(y+1)|=|(x-1)+(y+4)i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y+1)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y+4)^2}\Leftrightarrow x^2+y^2+2y+1=x^2+y^2-2x+8y+17$

$\Leftrightarrow 2x-6y-16=0 \Leftrightarrow x-3y-8=0$.

+Vậy tập hợp điểm biểu diễn số z thuộc đường thẳng có phương trình $x-3y-8=0$.

Câu 36. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int\limits_1^e \frac{1+f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=2$ và $f(1)=\frac{1}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** $\frac{2e}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

Lời giải

+ Xét tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{1+f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=2$. Đặt $t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$, do đó $I=\int\limits_0^1 (1+f(t))\mathrm{d}t=2$

$\Leftrightarrow 1+\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=2 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=1 \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$.

+ Xét tích phân $J=\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$, đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Do đó $J=xf(x)\big|_0^1-\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=f(1)-1=\frac{1}{3}-2=-\frac{2}{3}$.

Câu 37. **[Mức độ 3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có hai điểm cực trị A, B thỏa mãn $\widehat{AOB}=90°$ (với O là gốc tọa độ).

A. $m\in\{0;2\}$. **B.** $m\in\{0;4\}$. **C.** $m\in\{4\}$. **D.** $m\in\{0\}$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-6x^2$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$.

Khi đó $A(0;m)$; $B(2;m-4)$ ($m\neq 0$).

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(0;m)$; $\overrightarrow{OB}=(2;m-4)$.

$\widehat{AOB}=90° \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow m(m-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}m=0 & (l)\\ m=4 & (t/m)\end{array}\right.$.

Vậy $m=4$.

Câu 38. **[Mức độ 2]** Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-3+i=|z|i$. Giá trị $S=a+2b$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Ta có: $z-3+i=|z|i \Leftrightarrow a+bi-3+i=\sqrt{a^2+b^2}.i$

$\Leftrightarrow (a-3)+(b+1)i=\sqrt{a^2+b^2}.i$

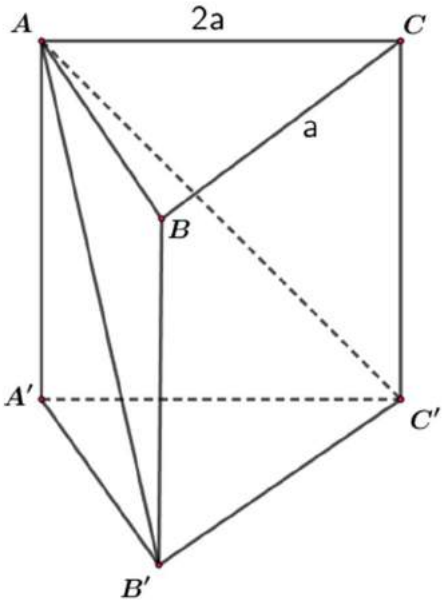
$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3=0 \\ b+1=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b+1=\sqrt{b^2+9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b\geq -1 \\ (b+1)^2=b^2+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b\geq -1 \\ 2b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases}.$$

Vậy $S=a+2b=11$.

Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BC=a$, $AC=2a$, tam giác ABC vuông tại B. Biết mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải



Gọi $\alpha=((AB'C'),(A'B'C'))$

Ta có

$$\begin{cases} (AB'C')\cap(A'B'C')=B'C' \\ A'B'\perp B'C',\ A'B'\subset(A'B'C') \Rightarrow \alpha=\widehat{A'B'A}=60° \\ AB'\perp B'C',\ AB'\subset(AB'C') \end{cases}$$

Xét tam giác vuông $ABC: AB^2=AC^2-BC^2 \Rightarrow AB=a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông $AA'B': \tan 60°=\frac{AA'}{A'B'} \Leftrightarrow \sqrt{3}=\frac{AA'}{a\sqrt{3}} \Leftrightarrow AA'=3a$

Suy ra thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=AA'.\frac{1}{2}AB.BC=3a.\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.a=\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 40. **[Mức độ 3]** Trên tập số phức, cho phương trình: $z^2-8z+|m-1|=0\ (m\in\mathbb{R})$. Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;90]$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|$ là một số nguyên dương.

A. 32. **B.** 30. **C.** 33. **D.** 34.

Lời giải

Xét phương trình $z^2-8z+|m-1|=0$ có $\Delta'=16-|m-1|$.

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow|m-1|<16\Leftrightarrow-15<m<17$. Khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân biệt dương z_1, z_2 vì $\begin{cases}\dfrac{c}{a}=|m-1|\geq 0\\ -\dfrac{b}{a}=8>0\end{cases}\Rightarrow|z_1|+|z_2|=z_1+z_2=8>0$ (thỏa mãn)

Mà $m\in[-10;90], m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-10;-9;...;16\}$

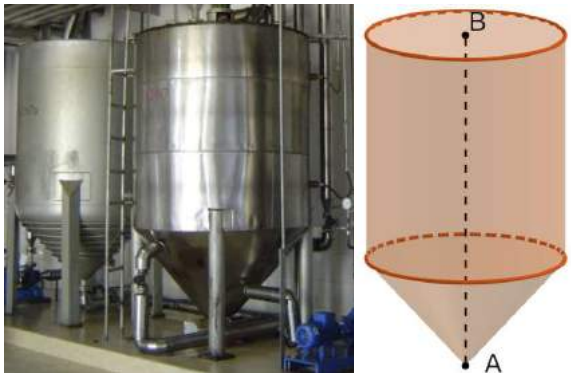
TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow|m-1|>16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>17\\ m<-15\end{array}\right.$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 không là số thực và $|z_1|=|z_2|=\sqrt{|m-1|}\Rightarrow|z_1|+|z_2|=2\sqrt{|m-1|}$

Vì $m\in[-10;90]$ nên $m-1\in[-11;89]$.

Để $|z_1|+|z_2|=2\sqrt{|m-1|}$ là số nguyên dương $\Leftrightarrow|m-1|\in\{25;36;49;64;81\}\Leftrightarrow m\in\{26;37;50;65;82;-24;-35;-63;-80\}$, mà $m\in[-10;90]$ $\Rightarrow m\in\{26;37;50;65;82\}$

Kết hợp hai trường hợp suy ra có 32 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Một bồn chứa dầu tinh luyện có hình dạng như hình vẽ, gồm một hình trụ và một hình nón. Biết chiều cao của bồn là $AB=4,2\text{m}$, phần hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều và thể tích phần khối trụ bằng 6 lần thể tích phần khối nón. Thể tích của bồn chứa dầu tinh luyện đó gần bằng với giá trị nào sau đây?



A. $8,1\text{m}^3$. **B.** $7,3\text{m}^3$. **C.** $5,8\text{m}^3$. **D.** $6,7\text{m}^3$.

Lời giải

Giả sử chiều cao phần hình nón là $x\,(m)(x>0)\Rightarrow$ chiều cao của phần hình trụ là: $h=4,2-x(m)$.

Do thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều nên độ dài cạnh của tam giác đều (hay là đường kính đáy) là $\dfrac{2x}{\sqrt{3}}(m)$. Suy ra bán kính đáy là: $\dfrac{x}{\sqrt{3}}(m)$.

Ta có thể tích của phần khối trụ và khối nón lần lượt là: $\pi\left(\dfrac{x}{\sqrt{3}}\right)^2.(4,2-x)$ và $\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 x$.

Vì thể tích phần khối trụ bằng 6 lần thể tích phần hình nón nên ta có: $\dfrac{\pi\left(\dfrac{x}{\sqrt{3}}\right)^2(4,2-x)}{\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{x}{\sqrt{3}}\right)^2 x}=6$

$\Leftrightarrow 4,2-x=2x \Leftrightarrow x=1,4$.

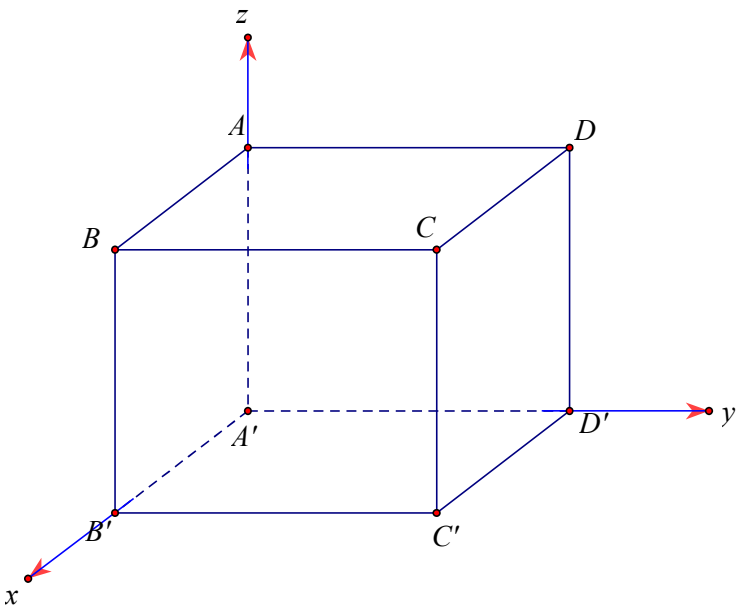
Vậy thể tích của bồn chứa dầu là: $V=\pi\left(\dfrac{1,4}{\sqrt{3}}\right)^2.(4,2-1,4)+\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{1,4}{\sqrt{3}}\right)^2.1,4\approx 6,7\ (m^3)$.

Câu 42. **[Mức độ 3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a, AD=2a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(AB'D')$ bằng

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** $\dfrac{5a}{3}$. **C.** $\dfrac{4a}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt hệ trục tọa độ với như hình vẽ với A' là gốc tọa độ, khi đó ta có $A'(0;0;0)$, $B'(a;0;0)$, $D'(0;2a;0)$, $A(0;0;a)$, $C(a;2a;a)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng $(AB'D')$: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{2a}+\dfrac{z}{a}=1\Leftrightarrow 2x+y+2z-2a=0$.

Khi đó: $d\left(C,(AB'D')\right)=\dfrac{|2a+2a+2a-2a|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\dfrac{4a}{3}$.

Câu 43. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$ (với m là tham số) có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 2, khi đó tổng các giá trị của tham số m là

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

$f(x)=x^3-3x^2+3\left(m^2-2m+2\right)x+m$

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x+3m^2-6m+6=3(x-1)^2+3(m-1)^2\geq 0\ \ \forall x\in[-1;1]$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-1;1]$. Do đó $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=f(1)=3m^2-5m+4$.

Từ giả thiết ta có $3m^2-5m+4=2\Leftrightarrow 3m^2-5m+2=0\Leftrightarrow m=1;\ m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 44. **[Mức độ 4]** Cho hai điểm thay đổi A, B lần lượt thuộc đồ thị $y=e^{x-1}$ và $y=\ln(x-1)$. Giá trị nhỏ nhất của AB bằng $a+b.\sqrt{2}$ $(a,\ b\in\mathbb{Q})$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Đặt $t=x-1$. Bài toán trở thành tìm trên 2 đồ thị $y=e^t$; $y=\ln t$ hai điểm A, B sao cho khoảng cách giữa chúng nhỏ nhất. Vì đồ thị của hai hàm số $y=e^x$; $y=\ln x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x$. Nên AB nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ A đến đường thẳng $\Delta: y=x\Leftrightarrow x-y=0$ nhỏ nhất. Ta có $A\left(x;e^x\right)$ nên $d\left(A;\Delta\right)=\dfrac{\left|x-e^x\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\left|e^x-x\right|}{\sqrt{2}}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{e^x-x}{\sqrt{2}}$ có $f'(x)=\dfrac{e^x-1}{\sqrt{2}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

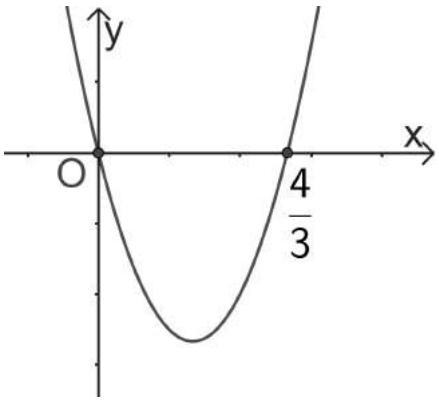
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min d\left(A;\Delta\right)=\min\left|f(x)\right|=\min f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Do đó $\min AB=2\min d\left(A;\Delta\right)=\sqrt{2}\Rightarrow a=0,\ b=1\Rightarrow a+b=1$.

Câu 45. **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx$ $(a,\ b\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng $\dfrac{m}{n}$ $(m\in\mathbb{Z},\ n\in\mathbb{N}^*)$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n$.

A. 49. **B.** -29. **C.** 77. **D.** 19.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2+2ax+b$. Từ đồ thị ta có $f'(x)=3x\left(x-\frac{4}{3}\right)$, suy ra $a=2, b=0$.

Do đó $f(x)=x^3-2x^2; f'(x)=3x^2-4x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ là

$x^3-2x^2=3x^2-4x \Leftrightarrow x=0; x=1; x=4$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S=\int_0^4\left|x^3-2x^2-\left(3x^2-4x\right)\right|=\left|\int_0^1\left(x^3-5x^2+4x\right)dx\right|+\left|\int_1^4\left(x^3-5x^2+4x\right)dx\right|=\frac{71}{6}.$$

$\Rightarrow m=71, n=6 \Rightarrow m+n=77$.

Câu 46. **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực dương y thoả mãn $x+y\log_2(x+3y)\le 8$ và $27^y(1+\log_3 x)\ge 1$?

A. 8. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

$$x+y\log_2(x+3y)\le 8 \Leftrightarrow \frac{x}{y}+\log_2 y\left(\frac{x}{y}+3\right)\le\frac{8}{y}\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}+3\right)+\log_2\left(\frac{x}{y}+3\right)\le\frac{8}{y}+\log_2\frac{8}{y}\quad(*).$$

Xét hàm số $f(t)=t+\log_2 t\ (t>0)$ ta có $f'(t)=1+\frac{1}{t\ln 2}>0\forall t>0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Do đó $(*)\Leftrightarrow\frac{x}{y}+3\le\frac{8}{y}\Leftrightarrow x+3y\le 8$.

Theo giả thiết $y>0, x\in\mathbb{N}^*$ nên $x\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$. Ta có

$27^y(1+\log_3 x)\ge 1\Leftrightarrow\log_3 3x\ge 3^{-3y}$ (luôn đúng với mọi $x\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$ và $y>0$).

Vậy có 7 giá trị nguyên dương của x.

Câu 47. **[Mức độ 4]** Xét ba số phức z_1, z_2, w thỏa mãn $(z_1-1-i)\left(i.z_1+i.\bar{z_1}-2-2i\right)$ là số thực, $|z_2|=|z_2-2-2i|$, $\frac{w-7-i}{z_2-7-i}$ là một số thực dương và $|w-7-i|=\frac{12}{|z_2-7-i|}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1-w|$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(5;6)$.

Lời giải

Giả sử $z_1=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$, ta có:

$$(z_1-1-i)\left(i.z_1+i.\bar{z_1}-2-2i\right)\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[(x-1)+(y-1)i\right]\left[-2-2(x-1)i\right]\in\mathbb{R}$$

$\Leftrightarrow(x-1)^2=y-1\Leftrightarrow y=x^2-2x+2\ (P)$. Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của z_1 là parabol (P).

Giả sử $z_2=a+bi$, w $=x_1+y_1.i\ (x_1, y_1, a, b\in\mathbb{R})$, ta có:

$$|z_2|=|z_2-2-2i|\Leftrightarrow a^2+b^2=(a-2)^2+(b-2)^2\Leftrightarrow a+b=2\ (1)$$

$\dfrac{w-7-i}{z_2-7-i}=k\ (k\in\mathbb{R},k>0)\Leftrightarrow w=k(z_2-7-i)+7+i=(ka-7k+7)+(kb-k+1)i$

Từ (1) suy ra $w=(ka-7k+7)+(-ka+k+1)i\Rightarrow x_1=ka-7k+7;\ y_1=-ka+k+1$.

$|w-7-i|=\dfrac{12}{|z_2-7-i|}\Leftrightarrow k|z_2-7-i|^2=12\Leftrightarrow (ka-7k)^2+(kb-k)^2=12k$

$\Leftrightarrow (x_1-7)^2+(y_1-1)^2=12k\Leftrightarrow (x_1-6)^2+y^2+(14-2x_1-2y_1-12k)=0$

Vì $14-2x_1-2y_1-12k=14-2(-6k+8)-12k=-2$ nên $(x_1-6)^2+y_1^2=2\quad (C)$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của w là đường tròn (C).

Bài toán trở thành tìm $M(x;y)\in(P)$, $N\in(C)$ sao cho MN bé nhất. Ta có

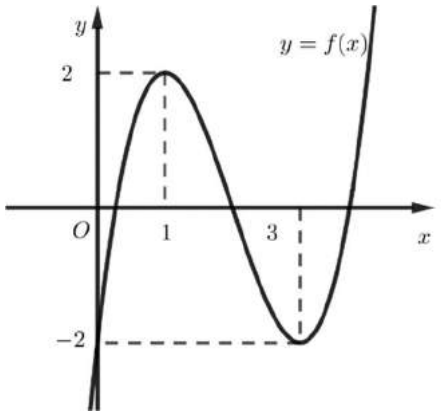
$MN\geq MI-IN=MI-\sqrt{2}$ với $I(6;0)$ là tâm đường tròn (C).

Do đó MN bé nhất khi và chỉ khi MI bé nhất.

$MI^2=(x-6)^2+(x^2-2x+2)^2=(x^2-2x)^2+5(x-2)^2+20\geq 20\Rightarrow \min MI=2\sqrt{5}$

$\Rightarrow \min|w-z_1|=2\sqrt{5}-\sqrt{2}\approx 3{,}057\in(3;4)$.

Câu 48. **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^4(x)+2=3f^2(x)+|f(x)+m|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

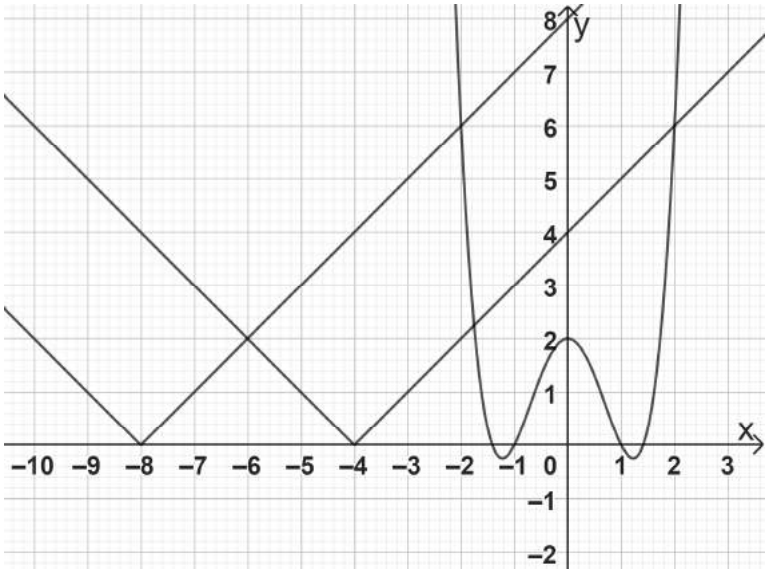
Đặt $t=f(x)$, dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $t>2$ hoặc $t<-2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 1 nghiệm.

$t=\pm 2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

$-2<t<2$ thì phương trình $f(x)=t$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Từ $f^4(x)+2=3f^2(x)+|f(x)+m|$ ta có phương trình: $t^4-3t^2+2=|t+m|$ (*).

Phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (*) có 1 nghiệm $t\in(-2;2)$ và 1 nghiệm $t\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.



Vẽ đồ thị các hàm số $y=x^4-3x^2+2;\ y=|x+m|$ trên cùng 1 hệ trục, chúng ta thấy yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi: $m\in(-8;-4)\cup(4;8)$, kết hợp m nguyên nên ta có 6 giá trị của m là $\pm 7,\pm 6,\pm 5$.

Câu 49. **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-8;-1;6)$, $B(1;2;3)$, $C\left(-4;14;\sqrt{11}\right)$. Điểm M di động trên mặt cầu $(S_1):(x-4)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=49$ sao cho tam giác MAB có $2\sin\widehat{MAB}=\sin\widehat{MBA}$. Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng CM thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(8;9)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(10;11)$. **D.** $(9;10)$.

Lời giải

Xét tam giác MAB ta có $2\sin\widehat{MAB}=\sin\widehat{MBA}\Leftrightarrow 2\dfrac{MB}{2R}=\dfrac{MA}{2R}\Leftrightarrow MA=2MB$

Gọi $M(x;y;z)$ khi đó $\sqrt{(x+8)^2+(y+1)^2+(z-6)^2}=2\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0$

Hay điểm M thuộc mặt cầu $(S_2):x^2+y^2+z^2-8x-6y-4z-15=0$

Ta có $I_1(4;3;-3), R_1=7$ là tâm và bán kính của (S_1) và $I_1(4;3;2), R_2=2\sqrt{11}$ là tâm và bán kính của (S_2). Suy ra hai mặt cầu cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn tâm H nằm trên mặt phẳng Oxy (vì hiệu của hai phương trình mặt cầu là $z=0$).

Suy ra H là giao điểm của I_1I_2 và mặt phẳng (Oxy) nên $H(4;3;0)$ và $MH=\sqrt{I_2M^2-I_2H^2}=2\sqrt{10}$. Hay M nằm trên mp (Oxy) và thuuocj đường tròn tâm H bán kính $r=2\sqrt{10}$.

Mặt khác $C'(-4;14;0)$ là hình chiếu của C trên (Oxy), $HC'=\sqrt{185}$ suy ra $CM_{\min}=\sqrt{11+(\sqrt{185}-2\sqrt{10})^2}\approx 7{,}997$.

Câu 50. **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-11}{8}=\dfrac{y+6}{-7}=\dfrac{z+2}{-3}$.

B. $\dfrac{x-11}{8}=\dfrac{y-8}{7}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $\dfrac{x-3}{8}=\dfrac{y-1}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

D. $\dfrac{x-3}{-8}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm M của (P) và d là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x+2y-2z=3 \\ \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=z=1 \end{cases} \Rightarrow M(3;1;1).$$

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) cắt và vuông góc với đường thẳng d nên ta chọn 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{u_d}\right]=(8;-7;-3)$. Do đó đường thẳng Δ có phương trình dạng

$$\frac{x-3}{8}=\frac{y-1}{-7}=\frac{z-1}{-3} \Leftrightarrow \frac{x-11}{8}=\frac{y+6}{-7}=\frac{z+2}{-3}.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Diện tích mặt cầu bán kính $R=2$ bằng

A. 16. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** 16π. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 2. Cho tập hợp A gồm 10 phần tử. Số tập con có 3 phần tử của A bằng

A. 3^{10}. **B.** A_{10}^{3}. **C.** 10^{3}. **D.** C_{10}^{3}.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=3^{x}$ là

A. $y'=3^{x-1}$. **B.** $y'=3^{x}$. **C.** $y'=3^{x}\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^{x}}{\ln 3}$.

Câu 4. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+6}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 5. Cho khối nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi a^{2}h}{3}$. **B.** $\pi a^{2}h$. **C.** $\dfrac{4\pi a^{2}h}{3}$. **D.** $a^{2}h$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;-3;7)$ và bán kính bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $(x-1)^{2}+(y-3)^{2}+(z+7)^{2}=5$. **B.** $(x-1)^{2}+(y-3)^{2}+(z+7)^{2}=\sqrt{5}$.

C. $(x+1)^{2}+(y+3)^{2}+(z-7)^{2}=\sqrt{5}$. **D.** $(x+1)^{2}+(y+3)^{2}+(z-7)^{2}=5$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3-2t\\z=4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-3t\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+3t\\z=1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3+2t\\z=4+t\end{cases}$.

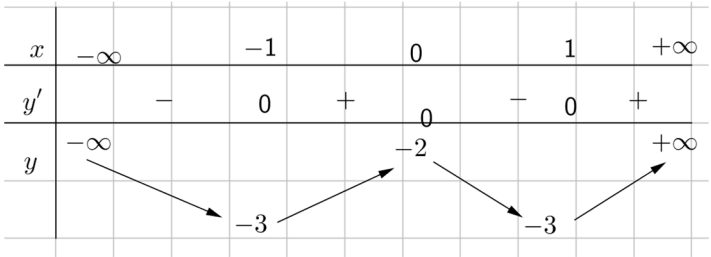
Câu 8. Cho $\int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-2$. Khi đó $\int\limits_{0}^{1} 3f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{3}{2}$. **B.** 6. **C.** -6. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{2}(x-1)>1$ là

A. $[1;3)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(-1;2;-1)$. Độ dài vectơ $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = -\tan x + C$. **B.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$.

C. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \cot x + C$. **D.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$.

Câu 13. Tập xác định D của hàm số $y = (x-2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D = [2;+\infty)$. **B.** $D = (-\infty;2]$. **C.** $D = (2;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 14. Cho bất phương trình $4^x - 2^{x+1} - 8 > 0$. Nếu đặt $t = 2^x (t > 0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2 - t - 10 > 0$. **B.** $t^2 + 2t - 8 > 0$. **C.** $t^2 - 2t - 8 > 0$. **D.** $t^2 - t - 8 > 0$.

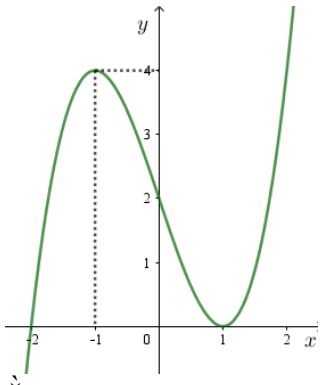
Câu 15. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-3;2)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Câu 17. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 18. Giá trị $\ln(9e)$ bằng

A. $3\ln 3 + 1$. **B.** $2\ln 3$. **C.** $3\ln 3$. **D.** $2\ln 3 + 1$.

Câu 19. Số giao điểm của đường thẳng $y = x + 2$ và đường cong $y = x^3 + 2$ là ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20. Phần ảo của số phức $z = 2 - 5.i$ bằng ?

A. 5. **B.** $-5i$. **C.** $5i$. **D.** -5.

Câu 21. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao bằng a. Thể tích của lăng trụ đã cho bằng ?

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $4a^3$.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\sqrt{6}a^3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một vecto pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2} = (3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (-5;2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = \left(\frac{3}{2};1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-3;2;3)$.

Câu 24. Cho các số thực a,b $(a<b)$, hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int_a^b f'(x)dx=f(b)-f(a)$. **B.** $\int_a^b f'(x)dx=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx=f'(b)-f'(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx=f'(a)-f'(b)$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=4-5i$ và $z_2=-2+3i$. Khi đó z_1-z_2 bằng

A. $6-8i$. **B.** $2-2i$. **C.** $-6+8i$. **D.** $-2+2i$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3\left|f(x)\right|-5=0$ là

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

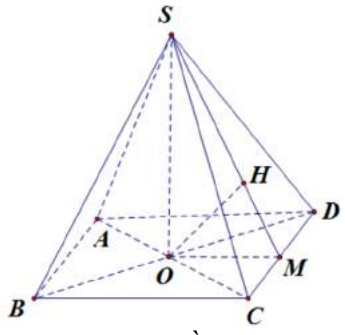
Câu 27. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi có đủ cả hai màu bằng

A. $\frac{35}{44}$. **B.** $\frac{9}{22}$. **C.** $\frac{35}{22}$. **D.** $\frac{9}{44}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-4x}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Câu 30. Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. -3. **B.** -21. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;-2;-1)$ và $\vec{b}=(2;1;1)$. Giá trị $\cos(\vec{a},\vec{b})$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

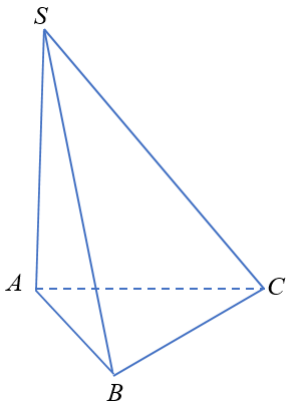
Câu 32. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=1-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2z+1+i=(5-2i)(1-i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{17}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x^2+3)^5$ là

A. $\frac{1}{6}(x^2+3)^6+C$. **B.** $(x^2+3)^6+C$. **C.** $\frac{1}{2}(x^2+3)^6+C$. **D.** $\frac{1}{12}(x^2+3)^6+C$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=1;[2f(x)+1-x^2]f'(x)=2x[1+f(x)]$ với $\forall x\in[1;2]$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

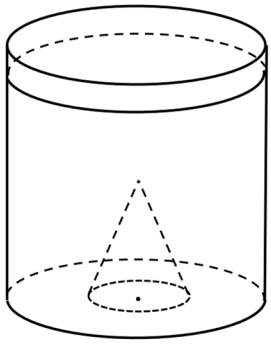
Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+2z-1=0$ và điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{15\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;3;3)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38. Cho phương trình $9^x-(m+4)3^x+9=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2)=5$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(21;22)$. **B.** $(23;24)$. **C.** $(19;20)$. **D.** $(20;21)$.

Câu 39. Một khối nón (N) có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng 15, được làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $4R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc cho đến khi mức nước đạt độ cao bằng 15 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi lấy khối (N) ra bằng



A. $\frac{55}{4}$. **B.** $\frac{235}{4}$. **C.** $\frac{45}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

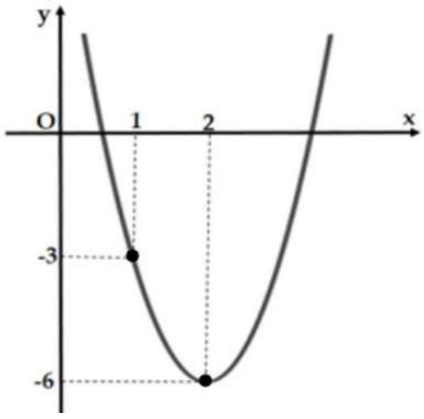
Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+x+10\right)-\log_2\left(x+20\right)-1\right]\left(81-3^{x+9}\right)>0$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Câu 41. Cho phương trình $z^2-2mz+6m-8=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z}_1=z_2.\overline{z}_2$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2+x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43. Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương bằng

A. -5. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -3.

Câu 44. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'C'D)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}(2m-3)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 2 ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **B.** 6.

Câu 46. Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5$ và $\left|\dfrac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+5$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 36. **D.** 32.

Câu 47. Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k\left(|x|+|y|\right)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<150$ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương $a\left(a\le 2023\right)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x\left(\ln a^2+e^x\right)\le e^x\left[1+\ln\left(2x\ln a\right)\right]$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;2;-2\right)$ và $S\left(-1;4;3\right)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 162. **B.** 81. **C.** 45. **D**. 27.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z-8=0$. Tam giác ABC có $A\left(1;2;-2\right)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B, C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một véctơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $\left(16;-10;-3\right)$. **B.** $\left(3;-1;4\right)$. **C.** $\left(4;-2;-1\right)$. **D.** $\left(1;2;0\right)$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	**2D**	**3C**	**4D**	**5A**	**6D**	**7B**	**8C**	**9D**	**10B**	**11D**	**12B**	**13C**	**14C**	**15B**
16B	**17A**	**18D**	**19C**	**20D**	**21B**	**22C**	**23B**	**24A**	**25A**	**26C**	**27A**	**28D**	**29A**	**30C**
31C	**32B**	**33D**	**34D**	**35D**	**36B**	**37B**	**38A**	**39A**	**40A**	**41A**	**42C**	**43A**	**44A**	**45B**
46B	**47A**	**48D**	**49C**	**50C**										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Diện tích mặt cầu bán kính $R=2$ bằng

A. 16. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** 16π. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 2. Cho tập hợp A gồm 10 phần tử. Số tập con có 3 phần tử của A bằng

A. 3^{10}. **B.** A_{10}^3. **C.** 10^3. **D.** C_{10}^3.

Lời giải

Số tập hợp con có 3 phần tử của tập A là C_{10}^3.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^{x-1}$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là $y'=3^x\ln 3$.

Câu 4. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+6}{x+1}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-2x+6}{x+1}=-2$ nên đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. Cho khối nón có bán kính đáy bằng a và chiều cao h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\pi a^2h}{3}$. **B.** πa^2h. **C.** $\dfrac{4\pi a^2h}{3}$. **D.** a^2h.

Lời giải

Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{\pi a^2h}{3}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;-3;7)$ và bán kính bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+7)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+7)^2=\sqrt{5}$.

C. $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x+1)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=5$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(-1;-3;7)$ và bán kính bằng $\sqrt{5}$ là:

$(x+1)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=5$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2;1)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-3;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3-2t\\z=4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-3t\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+3t\\z=1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-3+2t\\z=4+t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng qua điểm M, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-3;4)$ có phương trình $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-3t\\z=1+4t\end{cases}$.

Câu 8. Cho $\int_0^1 f(x)\,dx=-2$. Khi đó $\int_0^1 3f(x)\,dx$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** 6. **C.** -6. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 3f(x)\,dx=3\int_0^1 f(x)\,dx=3.(-2)=-6$.

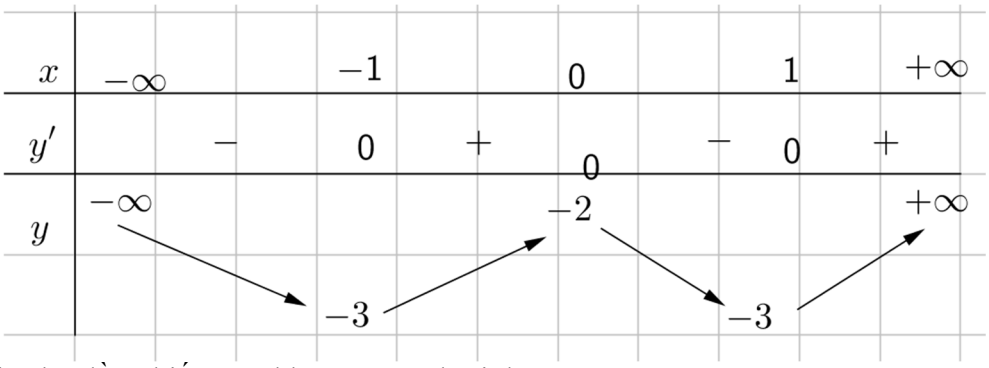
Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>1$ là

A. $[1;3)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $-\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\log_2(x-1)>1\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\x-1>2^1\end{cases}\Leftrightarrow x-1>2\Leftrightarrow x>3$

Câu 10. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu bảng biến thiên ta có $f'(x)>0$ trên khoảng $(1;+\infty)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(-1;2;-1)$. Độ dài vectơ $\vec{a}$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

$\vec{a}=(-1;2;-1)\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=-\tan x+C$. **B.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$.

C. $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\cot x+C$. **D.** $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=-\cot x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\frac{1}{\cos^2 x}dx=\tan x+C$.

Câu 13. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $D=[2;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;2]$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-2>0\Leftrightarrow x>2$

Tập xác định của hàm số là $D=(2;+\infty)$

Câu 14. Cho bất phương trình $4^x-2^{x+1}-8>0$. Nếu đặt $t=2^x(t>0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây ?

A. $t^2-t-10>0$. **B.** $t^2+2t-8>0$. **C.** $t^2-2t-8>0$. **D.** $t^2-t-8>0$.

Lời giải

$4^x-2^{x+1}-8>0\Leftrightarrow\left(2^x\right)^2-2.2^x-8>0$

Nếu đặt $t=2^x(t>0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình $t^2-2t-8>0$

Câu 15. Cho số phức $z=3-2i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-3;2)$.

Lời giải

$z=3-2i\Rightarrow\bar{z}=3+2i$

Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $(3;2)$

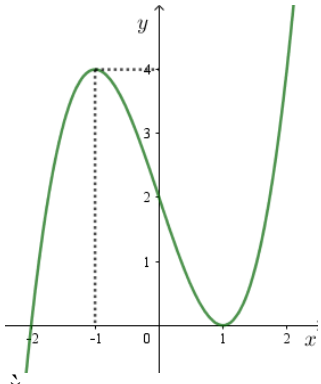
Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_3=6$. Công sai của cấp số cộng đó bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Công sai của cấp số cộng bằng $u_3-u_2=6-3=3$.

Câu 17. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 0.

Câu 18. Giá trị $\ln(9e)$ bằng

A. $3\ln 3+1$. **B.** $2\ln 3$. **C.** $3\ln 3$. **D.** $2\ln 3+1$.

Lời giải

Ta có: $\ln(9e)=\ln 9+\ln e=2\ln 3+1$.

Câu 19. Số giao điểm của đường thẳng $y=x+2$ và đường cong $y=x^3+2$ là ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có số giao điểm của đường thẳng và đường cong là số nghiệm phân biệt của phương trình $x+2=x^3+2\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow x\in\{0;-1;1\}$. Vậy có 3 giao điểm.

Câu 20. Phần ảo của số phức $z=2-5.i$ bằng ?

A. 5. **B.** $-5i$. **C.** $5i$. **D.** -5.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=2-5.i$ bằng -5.

Câu 21. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao bằng a. Thể tích của lăng trụ đã cho bằng ?

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Thể tích của lăng trụ đã cho bằng $V = S.h = 3a^3$.

Câu 22. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^3$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp, ta có:

$V_{SABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{6}.a^2 = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-1;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một vecto pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2} = (3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1} = (-5;2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = \left(\frac{3}{2};1;2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (-3;2;3)$.

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là mặt phẳng đi qua trung điểm của AB và vuông góc với đoạn thẳng AB. Do đó mặt phẳng này có $\overrightarrow{AB}$ là vecto pháp tuyến.

$\overrightarrow{AB} = (-5;2;2)$

Câu 24. Cho các số thực a, b $(a < b)$, hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$. **B.** $\int_a^b f'(x)dx = f(a) - f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = f'(b) - f'(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)dx = f'(a) - f'(b)$.

Lời giải

Vì $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$ nên theo định nghĩa tích phân ta có: $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$

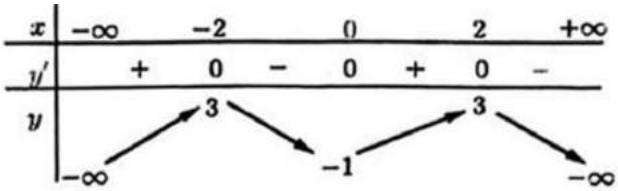
Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 5i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng

A. $6 - 8i$. **B.** $2 - 2i$. **C.** $-6 + 8i$. **D.** $-2 + 2i$.

Lời giải

Ta có: $z_1 - z_2 = (4 - 5i) - (-2 + 3i) = 6 - 8i$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3|f(x)| - 5 = 0$ là

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $3|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{3} \Leftrightarrow f(x) = \pm\frac{5}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Đường thẳng $y=\dfrac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm phân biệt.

Đường thẳng $y=-\dfrac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt.

Vậy số nghiệm thực của phương trình $3\left|f\left(x\right)\right|-5=0$ là 6.

Câu 27. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi có đủ cả hai màu bằng

A. $\dfrac{35}{44}$. **B.** $\dfrac{9}{22}$. **C.** $\dfrac{35}{22}$. **D.** $\dfrac{9}{44}$.

Lời giải

+) $n\left(\Omega\right)=C_{12}^{3}=220$.

+) Gọi A là biến cố "ba viên bi có đủ cả hai màu".

$n\left(A\right)=C_{5}^{1}C_{7}^{2}+C_{5}^{2}C_{7}^{1}=175$.

$\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{175}{220}=\dfrac{35}{44}$.

Vậy xác suất lấy được ba viên bi có đủ cả hai màu là $\dfrac{35}{44}$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-4x}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(4;+\infty\right)$.

Lời giải

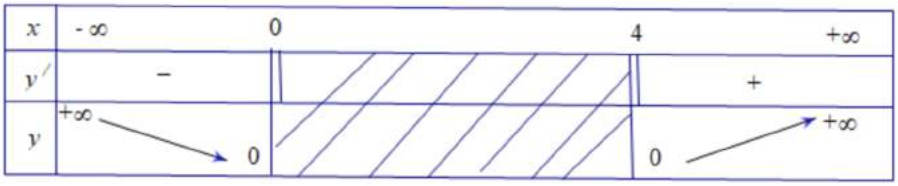
$y=\sqrt{x^2-4x}$

Tập xác định: $D=\left(-\infty;0\right]\cup\left[4;+\infty\right)$.

$y'=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}}=0$

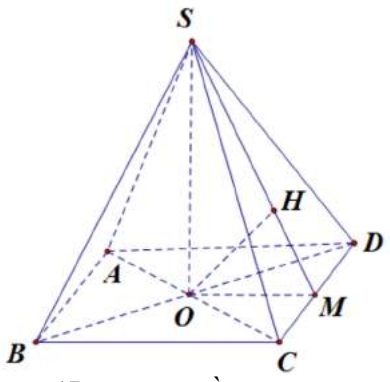
$\Leftrightarrow x=2$ (loại).

Ta có bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên $\left(4;+\infty\right)$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Lời giải

Vì $AB//CD$ nên $d(AB;SD)=d(AB;(SCD))=d(A;(SCD))=2d(O;(SCD))=2OH$.

Trong đó M là trung điểm của CD và H là hình chiếu vuông góc của O xuống SM.

Ta có:

$OM=\frac{AB}{2}=a; SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{\left(\sqrt{3}a\right)^2-\left(\sqrt{2}a\right)^2}=a$.

Tam giác SOM vuông cân tại O. OH đường cao.

$OH=\frac{SM}{2}=\frac{\sqrt{SO^2+OM^2}}{2}=\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

$d(AB;SD)=\sqrt{2}a$.

Câu 30. Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. -3. **B.** -21. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Ta có:

$y=f'(x)=3x^2+2ax+b$

Vì $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$

Ta có: $\begin{cases}f'(1)=0\\f(1)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b=-3\\a+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-6\\b=9\end{cases}$. (thử lại thoả yêu cầu)

Vậy $f(x)=x^3-6x^2+9x+1\Rightarrow f(2)=3.$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;-2;-1)$ và $\vec{b}=(2;1;1)$. Giá trị $\cos(\vec{a},\vec{b})$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Ta có $\cos(\vec{a},\vec{b})=\frac{1.2+(-2).1+(-1).1}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}.\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=-\frac{1}{6}$.

Câu 32. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=1-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{16\pi}{15}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=1-x^2$ và trục hoành là

$1-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành là $V=\pi\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2dx=\frac{16}{15}\pi$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2z+1+i=(5-2i)(1-i)$. Môđun của z bằng

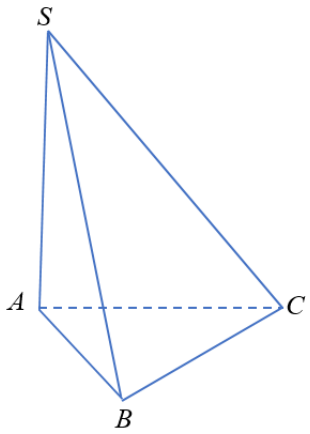
A. $\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{17}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có $2z+1+i=(5-2i)(1-i)\Leftrightarrow z=\frac{(5-2i)(1-i)-1-i}{2}=1-4i$.

Khi đó $|z|=|1-4i|=\sqrt{17}$.

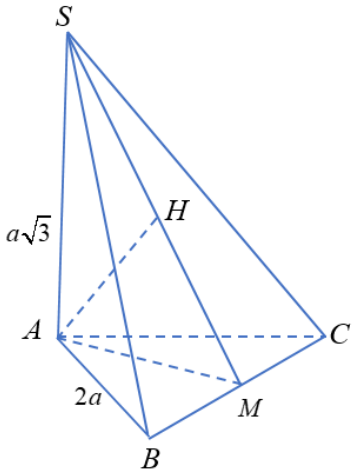
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC. Ta có $AM \perp BC$

Dựng $AH \perp AM$ (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH$ (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow (SA,(SBC)) = (SA,SH) = \widehat{ASH} = \widehat{ASM}$

Xét Δ vuông SAM có $\begin{cases} AM = a\sqrt{3} \\ SA = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \Delta SAM$ vuông cân

$\Rightarrow \widehat{ASM} = 45^0$ hay $(SA,(SBC)) = 45^0$

Câu 35. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x^2+3)^5$ là

A. $\frac{1}{6}(x^2+3)^6 + C$. **B.** $(x^2+3)^6 + C$. **C.** $\frac{1}{2}(x^2+3)^6 + C$. **D.** $\frac{1}{12}(x^2+3)^6 + C$.

Lời giải

$$\int x(x^2+3)^5\,dx = \frac{1}{2}\int (x^2+3)^5\,d(x^2+3) = \frac{1}{12}(x^2+3)^6 + C.$$

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ không âm, có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(1)=1;\left[2f(x)+1-x^2\right]f'(x)=2x\left[1+f(x)\right]$ với $\forall x\in[1;2]$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có

$\left[2f(x)+1-x^2\right]f'(x)=2x\left[1+f(x)\right]$

$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)+\left(1-x^2\right).f'(x)=2x\left[1+f(x)\right]$

$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)=\left(x^2-1\right).f'(x)+2x\left[1+f(x)\right]$

$\Leftrightarrow 2f(x).f'(x)=\left[\left(x^2-1\right).\left(f(x)+1\right)\right]'$

Lấy nguyên hàm 2 vế ta được $f^2(x)=\left(x^2-1\right).\left(f(x)+1\right)+C$

Lại có $f(1)=1\Rightarrow C=1$

Nên $f^2(x)=\left(x^2-1\right).\left(f(x)+1\right)+1$

$f^2(x)=x^2f(x)+x^2-f(x)$

$\Leftrightarrow f(x)\left(x^2-f(x)\right)+x^2-f(x)=0$

$\Leftrightarrow \left(x^2-f(x)\right)\left(f(x)+1\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-1(ktm) \\ f(x)=x^2(tm) \end{array}\right.$

Suy ra $\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2 x^2dx=\frac{7}{3}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+2z-1=0$ và điểm $A(2;1;5)$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{15\sqrt{6}}{2}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;3;3)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Do $(Q)//(P)\Rightarrow (Q):x+y+2z+d=0$, $d\neq -1$

Ta có $B=(Q)\cap Ox\Rightarrow B(b;0;0)$, $b>0$

Mà $B\in(Q)\Rightarrow b+d=0\Leftrightarrow b=-d\Rightarrow B(-d;0;0)$

Ta có $C=(Q)\cap Oy\Rightarrow C(0;c;0)$, $c>0$

Mà $C\in(Q)\Rightarrow c+d=0\Leftrightarrow c=-d\Rightarrow C(0;-d;0)$

Khi đó $\overrightarrow{BA}=(2+d;1;5)$, $\overrightarrow{CA}=(2;1+d;5)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA}\right]=\left(-5d;-5d;d^2+3d\right)$

Diện tích là $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CA}\right]\right|=\frac{15\sqrt{6}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{25d^2+25d^2+\left(d^2+3d\right)^2}=15\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow d^4+6d^3+59d^2-1350=0\Leftrightarrow d=-5(\text{do } b,c<0)$

Suy ra $(Q):x+y+2z-5=0$

Vậy $d\left(M,(Q)\right)=\dfrac{\left|2+3+2.3-5\right|}{\sqrt{1^2+1^2+2^2}}=\sqrt{6}$.

Câu 38. Cho phương trình $9^x-(m+4)3^x+9=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+2)(x_2+2)=5$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(21;22)$. **B.** $(23;24)$. **C.** $(19;20)$. **D.** $(20;21)$.

Lời giải

Gọi $9^x-(m+4)3^x+9=0\ (*)$

Đặt $t=3^x>0\Rightarrow x=\log_3 t$, phương trình trở thành $t^2-(m+4)t+9=0\ (**)$

Để phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình $(**)\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\S>0\\P>0\end{cases}$

Ta có $t_1+t_2=m+4\Leftrightarrow 3^{x_1}+3^{x_2}=m+4\ (1)$

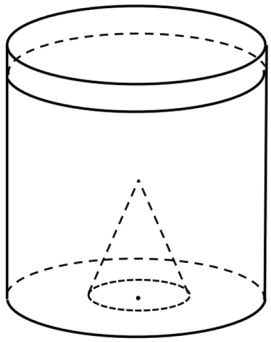
Ta có $t_1t_2=9\Leftrightarrow 3^{x_1}.3^{x_2}=9\Leftrightarrow 3^{x_1+x_2}=9\Leftrightarrow x_1+x_2=9\Leftrightarrow x_1=9-x_2$

Ta có $(x_1+2)(x_2+2)=5\Leftrightarrow x_1x_2+2(x_1+x_2)-1=0$

$\Leftrightarrow(9-x_2)x_2+2(9-x_2+x_2)-1=0\Leftrightarrow -{x_2}^2+2x_2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_2=3\\x_2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=-1\\x_1=3\end{array}\right.$

Thay vào $(1)\Leftrightarrow m=\dfrac{70}{3}\approx 23,3\in(23;24)$.

Câu 39. Một khối nón (N) có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng 15, được làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $4R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc cho đến khi mức nước đạt độ cao bằng 15 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi lấy khối (N) ra bằng



A. $\dfrac{55}{4}$. **B.** $\dfrac{235}{4}$. **C.** $\dfrac{45}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Thể tích khối nón (N) là $\dfrac{1}{3}\pi R^2.15$.

Tổng thể tích của nước trong cốc và khối nón (N) là $\pi(2R)^2.15$.

Gọi h, $(h>0)$ là độ cao của nước trong cốc sau khi lấy khối (N) ra.

Khi đó thể tích của nước là $\pi(2R^2)h$.

Suy ra $\pi(2R)^2h=\pi(2R)^2.15-\dfrac{1}{3}\pi R^2.15\Rightarrow h=\dfrac{55}{4}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+x+10\right)-\log_2\left(x+20\right)-1\right]\left(81-3^{x+9}\right)>0$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 26. **D.** 23.

Lời giải

Đặt $f\left(x\right)=\left[\log_2\left(x^2+x+10\right)-\log_2\left(x+20\right)-1\right]\left(81-3^{x+9}\right)$, $x>-20$.

$$f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2\left(x^2+x+10\right)-\log_2\left(x+20\right)-1=0\\81-3^{x+9}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2\dfrac{x^2+x+10}{\left(x+20\right)2}=0\\81-3^{x+9}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x^2+x+10}{\left(x+20\right)2}=1\\x+9=4\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x-30=0\\x=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=6\end{array}\right.$$ (thỏa mãn điều kiện $x>-20$).

Do $f\left(x\right)$ liên tục trên $\left(-20;+\infty\right)$ và $f\left(-6\right)\approx 27,8$; $f\left(-3\right)\approx 87,6$; $f\left(7\right)\approx -1,25.10^7$ nên ta có bảng xét dấu

x	-20		-5		6		$+\infty$
$f\left(x\right)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-20;-5\right)\cup\left(-5;6\right)$.

Vậy có 24 số nguyên thỏa mãn.

Câu 41. Cho phương trình $z^2-2mz+6m-8=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z}_1=z_2.\overline{z}_2$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

$\Delta'=m^2-6m+8$

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<2\\m>4\end{array}\right.$

Khi đó phương trình có hai nghiệm thực z_1,z_2

$$z_1.\overline{z}_1=z_2.\overline{z}_2\Leftrightarrow z_1^2=z_2^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=z_2\\z_1=-z_2\end{array}\right.$$

Do hai nghiệm phân biệt nên $z_1=-z_2\Leftrightarrow z_1+z_2=0\Rightarrow 2m=0\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn)

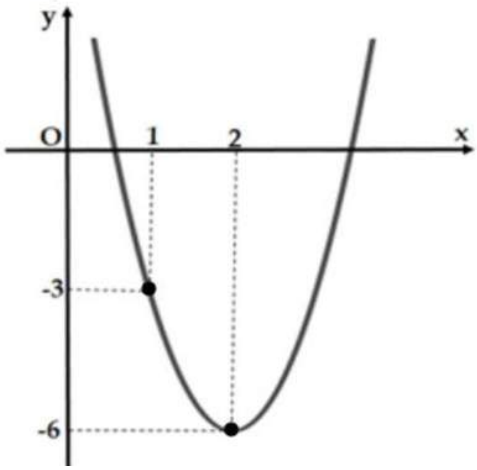
TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow 2<m<4$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phức z_1,z_2 mà $\overline{z_2}=z_1$

$z_1.\overline{z}_1=z_2.\overline{z}_2\Rightarrow z_1z_2=z_2z_1$ (luôn đúng) suy ra $m=3$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2+x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

(P) đi qua điểm $(1;-3)$ và có đỉnh là $(2;-6)$ nên phương trình $(P): y=3x^2-12x+6$

Khi đó $f'(5-2x)\le 0 \Leftrightarrow 3x^2-12x+6\le 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{2}\le x\le 2+\sqrt{2}$

Đặt $t=5-2x$ suy ra $x=\dfrac{5-t}{2}$

$f'(t)\le 0 \Leftrightarrow 2-\sqrt{2}\le \dfrac{5-t}{2}\le 2+\sqrt{2} \Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}\le t\le 1+2\sqrt{2}$

Suy ra $f'(x)\le 0 \Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}\le x\le 1+2\sqrt{2}$

$y=f\left(x^2+x+m\right)\Rightarrow y'=(2x+1)f'\left(x^2+x+m\right)$

Với $x\in(1;2)$ thì $2x+1>0$ nên để $y=f\left(x^2+x+m\right)$ nghịch biến trên $(1;2)$ thì $y'\le 0$ với mọi $x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2+x+m\right)\le 0$ với $\forall x\in(1;2) \Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}\le x^2+x+m\le 1+2\sqrt{2}$ với $\forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}-m\le x^2+x\le 1+2\sqrt{2}-m$ với $\forall x\in(1;2)$ (*)

Xét hàm số $y=g(x)=x^2+x$ trên miền $x\in(1;2)$

Bảng biến thiên

x	1		2
$g(x)$	2	↗	6

Khi đó (*) tương đương với $\begin{cases}2\ge 1-2\sqrt{2}-m\\ 6\le 1+2\sqrt{2}-m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -1-2\sqrt{2}\\ m\le -5+2\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=-3$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Tích tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương bằng

A. -5. **B.** 2. **C.** 6. **D.** -3.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m$

$\Leftrightarrow 2x-3=(x-1)(x+m)$, (vì $x=1$ không là nghiệm của phương trình)

$\Leftrightarrow x^2+(m-3)x+3-m=0$ (*)

Để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt dương

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)^2-4(3-m)>0\\ -(m-3)>0\\ 3-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2-2m-3>0\\ m<3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>3\end{array}\right.\\ m<3\end{cases} \Leftrightarrow m<-1$

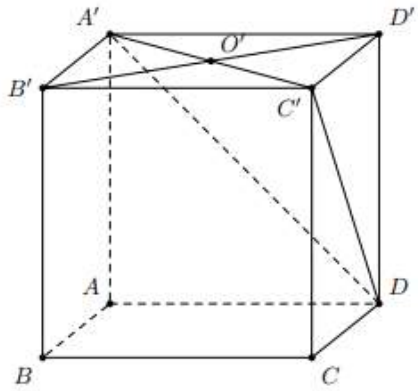
Mà $\begin{cases}m\in[-3;3]\\ m<-1\\ m\in\mathbb{Z}\end{cases} \Rightarrow m\in\{-3;-2\}$.

Vậy $(-3).(-2)=6$.

Câu 44. Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ điểm B' đến mặt phẳng $(A'C'D)$ bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có $B'D'$ cắt mặt phẳng $(A'C'D)$ tại O' nên

$$\frac{d\left(B',(A'C'D)\right)}{d\left(D',(A'C'D)\right)}=\frac{O'B'}{O'D'}=1\Rightarrow d\left(B',(A'C'D)\right)=d\left(D',(A'C'D)\right)=h.$$

Xét tam diện vuông $D'A'C'D$ tại D'

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{D'D^2}+\frac{1}{D'C'^2}+\frac{1}{D'A'^2}\Leftrightarrow\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{1}{D'D^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}\Leftrightarrow D'D=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'}=DD'.S_{ABCD}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{2}(2m-3)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 2 ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **B.** 6.

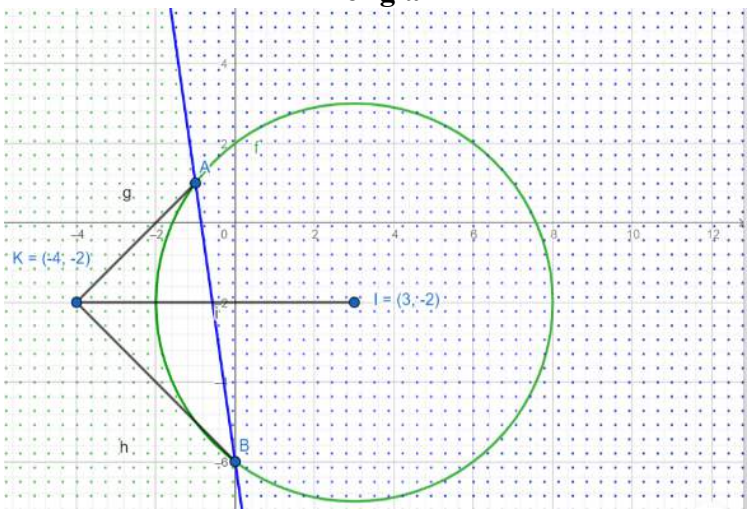
Lời giải

Ta có $y'=3x^2-3(2m-3)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m-3\end{array}\right.$. Do đó yêu cầu của bài toán tương đương với $\begin{cases}2m-3\neq 0\\2m-3<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq\dfrac{3}{2}\\m<\dfrac{5}{2}\end{cases}$. Vì m nguyên và thuộc đoạn $[-2;3]$ nên có 5 số nguyên thỏa mãn.

Câu 46. Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5$ và $\left|\dfrac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+5$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 36. **D.** 32.

Lời giải



Gỉa sử $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$ có điểm biểu diễn là $M(x;y)$ trong mặt phẳng phức.

Ta có: $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5\Leftrightarrow\left|x-yi-3-2i\right|\le 5\Leftrightarrow(x-3)^2+(y+2)^2\le 25.\ (1)$

$\Rightarrow M$ thuộc hình tròn (C) có tâm $I(3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Ta lại có: $\left|\dfrac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1\Leftrightarrow\left|z+4+3i\right|\le\left|z-3+2i\right|\Leftrightarrow\left|x+yi+4+3i\right|\le\left|x+yi-3+2i\right|$

$\Leftrightarrow(x+4)^2+(y+3)^2\le(x-3)^2+(y+2)^2$

$\Leftrightarrow 7x+y+6\le 0.\ (2)$

Phần giao của đồ thị (1) và (2) là phần để trắng (D) như hình vẽ trên với $A(-1;1),B(0;-6)$.

Ta biến đổi biểu thức P thành : $(x+4)^2+(y+2)^2-15=KM^2-15, K(-4;-2)$

$\Rightarrow M=KB^2-15=17, m=(IK-5)^2-15=-11.$

Vậy $M+m=17-11=6.$

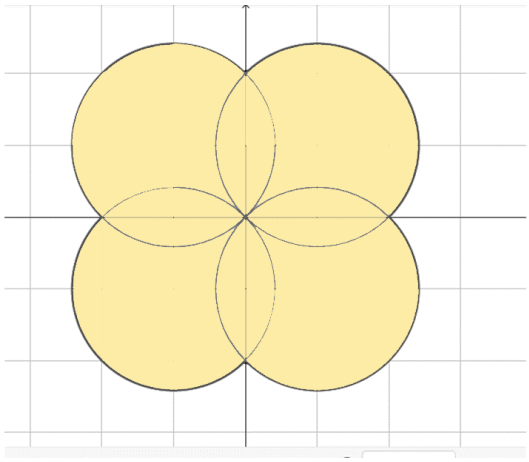
Câu 47. Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k\left(|x|+|y|\right)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<150$ bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

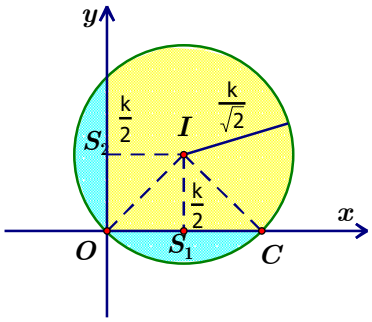
Lời giải

Ta có $x^2+y^2=k\left(|x|+|y|\right)\Leftrightarrow\left(|x|-\frac{k}{2}\right)^2+\left(|y|-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2}$ suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) là tổng diện tích hình phẳng giới hạn của $\begin{cases}(H_1):\left(x-\frac{k}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2};x\ge 0,y\ge 0.\\(H_2):\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2};x<0,y>0.\\(H_3):\left(x-\frac{k}{2}\right)^2+\left(y+\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2};x>0,y<0.\\(H_4):\left(x+\frac{k}{2}\right)^2+\left(y+\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2};x<0,y<0.\end{cases}$

(Diện tích giới hạn bởi hình phẳng (H) là phần tô màu)



Ta sẽ đi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(H_1):\left(x-\frac{k}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2};x\ge 0,y\ge 0$ (phần tô màu cam)



Rõ ràng $\widehat{OIC}=90^o$. $r=\frac{k}{\sqrt{2}}$

Ta có $S_1=S_2=S_{quat\,IOC}-S_{\triangle IOC}=\frac{1}{2}r^2\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}r^2=\frac{1}{2}r^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

$S_{H_1}=\pi r^2-S_1-S_2=\pi r^2-r^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)=r^2\left(\frac{\pi}{2}+1\right)=\frac{k^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

$\Rightarrow S_H=4S_{H_1}=2k^2\left(\frac{\pi}{2}+1\right)<150\Rightarrow k<\sqrt{\frac{75}{\frac{\pi}{2}+1}}\approx 5,4\Rightarrow k_{\max}=5$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương $a\left(a\le 2023\right)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x\left(\ln a^2+e^x\right)\le e^x\left[1+\ln\left(2x\ln a\right)\right]$?

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

Do $a \in \mathbb{Z}^+$ nên $x > 0$.

Ta có $x\left(\ln a^2 + e^x\right) \le e^x\left[1+\ln\left(2x\ln a\right)\right] \Leftrightarrow x\ln a^2 \le e^x\left[1+\ln\left(x\ln a^2\right)-x\right]$ (1)

Đặt $\ln\left(x\ln a^2\right) = u \Rightarrow x\ln a^2 = e^u$ thế vào (1) ta được $e^u \le e^x\left(1+u-x\right) \Leftrightarrow e^{u-x} \le 1+u-x$.

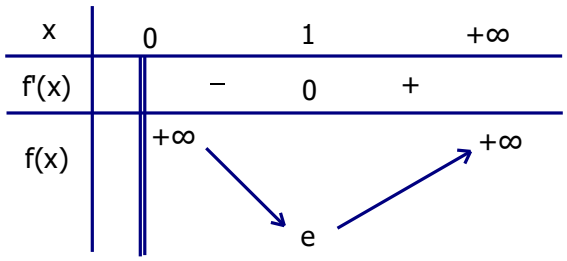
Bổ đề: $e^t \ge t+1,\ \forall t \in \mathbb{R}$ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = 0$.

Chứng minh

Xét $g\left(t\right) = e^t - t - 1$, Ta có $g'\left(t\right) = e^t - 1$, $g'\left(t\right) = 0$ khi $t = 0$. Lập bảng biến thiên và ta có điều phải chứng minh.

Áp dụng ta thu được $u - x = 0 \Leftrightarrow u = x$ hay $\ln\left(x\ln a^2\right) = x \Leftrightarrow x\ln a^2 = e^x \Rightarrow 2\ln a = \dfrac{e^x}{x}$.

Xét hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{e^x}{x}$, $x > 0$. Ta có $f'\left(x\right) = \dfrac{e^x\left(x-1\right)}{x}$, $f'\left(x\right) = 0$ khi $x = 1$. Ta có bảng biến thiên



Để phương trình $2\ln a = \dfrac{e^x}{x}$ có nghiệm thì $2\ln a \ge e \Leftrightarrow a \ge e^{\frac{e}{2}} \approx 3.892$

$\Rightarrow a \in \left\{4;5;6;...;2022;2023\right\}$

$\Rightarrow$ có 2020 giá trị của a.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;2;-2\right)$ và $S\left(-1;4;3\right)$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 162. **B.** 81. **C.** 45. **D.** 27.

Lời giải

Do M là trực tâm của tam giác ABC nên $OM \perp \left(ABC\right) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \left(1;2;-2\right)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

Khi đó mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là: $1\left(x-1\right)+2\left(y-2\right)-2\left(z+2\right)=0$ hay $x+2y-2z-9=0$. Do các điểm A, B, C lần lượt thuộc các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên $A\left(9;0;0\right)$; $B\left(0;\dfrac{9}{2};0\right)$ và $C\left(0;0;\dfrac{-9}{2}\right)$.

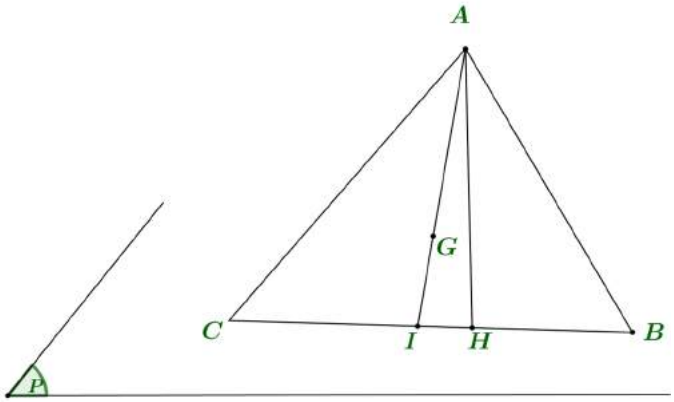
Ta có $\begin{cases}\left(10;-4;-3\right)\\ \left(1;\dfrac{1}{2};-3\right)\\ \left(1;-4;\dfrac{-15}{2}\right)\end{cases} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}\left|\left[\vec{SA},\vec{SB}\right].\overrightarrow{SC}\right| = 27.$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng

$(P): x+y+2z-8=0$. Tam giác ABC có $A(1;2;-2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B, C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một véctơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(16;-10;-3)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(4;-2;-1)$. **D.** $(1;2;0)$

Lời giải



Ta có $G \in d \Rightarrow G(-1+t;-2+2t;2-t)$. Gọi I là trung điểm của BC; do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\vec{AG}=2\vec{GI} \Rightarrow I\left(\frac{3t-4}{2};3t-4;\frac{-3t+8}{2}\right)$.

Mặt khác $I \in BC \Rightarrow I \in (P) \Rightarrow \frac{3t-4}{2}+(3t-4)+2.\frac{-3t+8}{2}-8=0 \Rightarrow t=4 \Rightarrow I(4;8;-2)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BC. Ta có $d(A,BC)=AH \le AI$. Vậy khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất bằng AI khi $H \equiv I$. Khi đó đường thẳng BC thuộc mặt phẳng (P) và vuông góc AI sẽ có một véc tơ chỉ phương là $\left[\vec{n_p};\vec{AI}\right]$.

Ta có $\begin{cases}\vec{n_p}(1;1;2)\\ \vec{AI}(3;6;0)\end{cases} \Rightarrow \left[\vec{n_p};\vec{AI}\right]=(-12;6;3)$

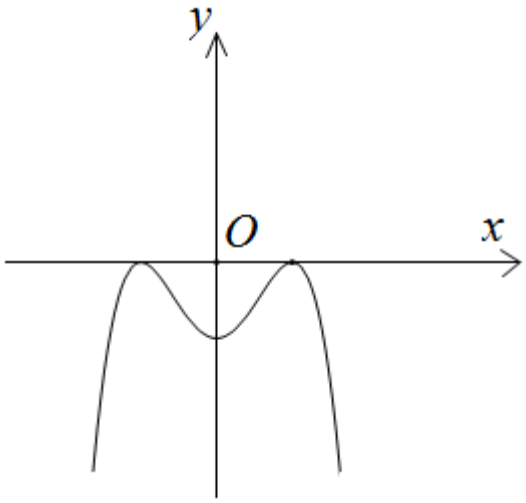
hay đường thẳng BC có một véctơ chỉ phương là $(4;-2;-1)$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KHẢO SÁT KIẾN THỨC CHUẨN BỊ CHO KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023 LẦN 1 - MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. 2425. **B.** 593. **C.** 1369. **D.** 539.

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

A. $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. **B.** $D = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D = (1;3)$.

Câu 4: Tính thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 3.

A. 9π. **B.** 54π. **C.** 27π. **D.** 108π.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC \perp (SBD)$. **B.** $CD \perp (SAD)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1) \cup (-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 7: Một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ khác nhau và 6 quả cầu màu xanh khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu?

A. 105. **B.** 76. **C.** 165. **D.** 231.

Câu 8: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_8(x+2)^3 + \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 - 4x + 2\right) = 0$. Tổng các phần tử của S là

A. 2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 8. **B.** 14. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 11: Khối lập phương là khối đa diện loại?

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $x=1$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

A. $4\sin x-5=0$. **B.** $4\sin x-3=0$. **C.** $4\sin x-1=0$. **D.** $4\sin x+3=0$.

Câu 15: Biết $\log_a b=-2$, tính $\log_b a^2b^3$.

A. $\log_b a^2b^3=2$. **B.** $\log_b a^2b^3=6$. **C.** $\log_b a^2b^3=4$. **D.** $\log_b a^2b^3=7$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 17: Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 19: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C=a\sqrt{6}$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{6}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=3a^3\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 21: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^2+\log_{\frac{1}{3}} b=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2=9b$. **B.** $b^2=9\text{a}$. **C.** $b^2=a$. **D.** $a^2=b$.

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.
D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.

Câu 23: Với a là số thực dương tùy ý. $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{15}}$. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{15}{13}}$. **D.** $a^{\frac{11}{9}}$.

Câu 24: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	↘	3	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

A. $V=18$. **B.** $V=36$. **C.** $V=12$. **D.** $V=16$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1 ‖ -1	↗	3	↘	2

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có ba điểm. **B.** Có bốn điểm. **C.** Có hai điểm. **D.** Có một điểm.

Câu 27: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

Giá trị của biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh và thể tích của khối nón. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$. **C.** $V=\pi r^2 h$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 29: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 30: Xét các số nguyên dương chia cho 3 dư 1. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng

A. 3900 **B.** 3725 **C.** 7500 **D.** 3800

Câu 31: Cho hình chóp đều $SABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T = \dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

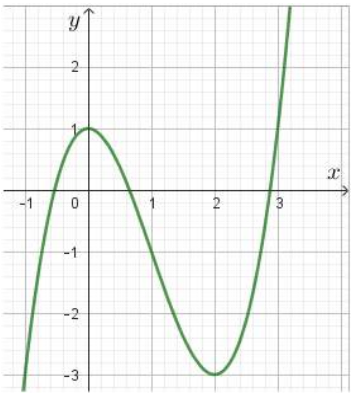
Câu 32: cho $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{ax+b-\sqrt{2x+5}}{(x+2)^2} = L$ với L là một số thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b=4$ **B.** $a^2+b^2=11$. **C.** $2a+b=3$. **D.** $-2a+b=-2$.

Câu 33: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$ và $\dfrac{1}{\log_b a}+\dfrac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P=\dfrac{1}{\log_{ab} b}-\dfrac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'(-4-2f(x))=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35: Cho hai số thực dương a,b thỏa $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36: Cho 2 số thực dương thỏa mãn: $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(20;25)$. **B.** $(6;9)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(2;5)$.

Câu 38: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}, \forall x>2\\ 3x+m, \forall x\le 2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=6$. **D.** $m=-5$.

Câu 39: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy nón một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình $m\ln x - x\ln m = x-m$ có 2 nghiệm phân biệt. Tập S là

A. $\left(\dfrac{1}{e};1\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;e)\cup(e;+\infty)$. **C.** $\left[\dfrac{1}{e};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f(x)-m+1\right)=0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn điều kiện $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$ và $x\le 2023$?

A. 2. **B.** 4040. **C.** 3780. **D.** 3776.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

A. 210. **B.** 108. **C.** 136. **D.** 120.

Câu 44: Cho phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+(x+2)^2(x-1)+8=2^m+3m$, ($m$ là tham số). Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

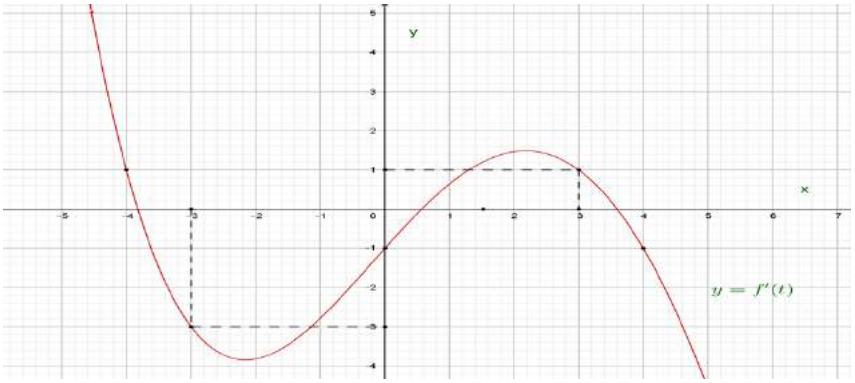
Câu 45: Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC), $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^x=mx+1$ có đúng một nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m=\ln 2\end{array}\right.$. **B.** $m>0$. **C.** $\begin{cases}m>0\\ m\ne\ln 2\end{cases}$. **D.** $m=\ln 2$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **B.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ **C.** $(-4;-1)$. **D.** $\left(-\frac{11}{2};-4\right)$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A. 21. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 39.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc SO sao cho $SI = \frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$?

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2.

Câu 50: Tại trung tâm thành phố Vĩnh Yên người ta tạo điểm nhấn bằng cách trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l = 20(m)$, bán kính đáy $R = 10(m)$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB. Trang trí một hệ thống đèn điện chạy từ A đến C trên mặt nón. Tìm giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

A. $10\sqrt{3}(m)$ **B.** $10\sqrt{5}(m)$ **C.** $30(m)$ **D.** $20(m)$

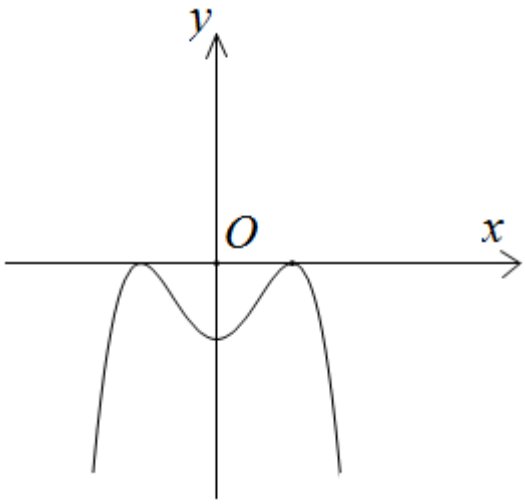
---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.A	6.B	7.D	8.D	9.A	10.A
11.A	12.B	13.D	14.A	15.A	16.D	17.A	18.D	19.C	20.B
21.A	22.B	23.A	24.B	25.B	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.D	32.A	33.D	34.A	35.C	36.D	37.D	38.D	39.D	40.A
41.B	42.C	43.C	44.B	45.D	46.A	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 3x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Hình đã cho là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

Câu 2: Cho a là số thực dương. Rút gọn biểu thức $A = a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}}$ về dạng $a^{\frac{m}{n}}$ trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = m^2 + n^2$.

A. 2425. **B.** 593. **C.** 1369. **D.** 539.

Lời giải

Chọn B

$$A = a\sqrt{a^3.\sqrt{a\sqrt{a}}} = a\sqrt{a^3.\sqrt{a.a^{\frac{1}{2}}}} = a\sqrt{a^3.\sqrt{a^{\frac{3}{2}}}} = a\sqrt{a^3.a^{\frac{3}{4}}} = a\sqrt{a^{\frac{15}{4}}} = a.a^{\frac{15}{8}} = a^{\frac{23}{8}}$$

$$\Rightarrow m = 23, n = 8 \Rightarrow T = 23^2 + 8^2 = 593.$$

Câu 3: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

A. $D = (-\infty;1) \cup (3;+\infty)$. **B.** $D = \left(2-\sqrt{2};1\right) \cup \left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

C. $D = \left(-\infty;2-\sqrt{2}\right) \cup \left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $D = (1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_3\left(x^2 - 4x + 3\right)$ xác định khi $x^2 - 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 1 \\ x > 3 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 4: Tính thể tích khối trụ có đường kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 3.

A. 9π. **B.** 54π. **C.** 27π. **D.** 108π.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ có đường kính đáy bằng 6 nên nó có bán kính $r=3$.

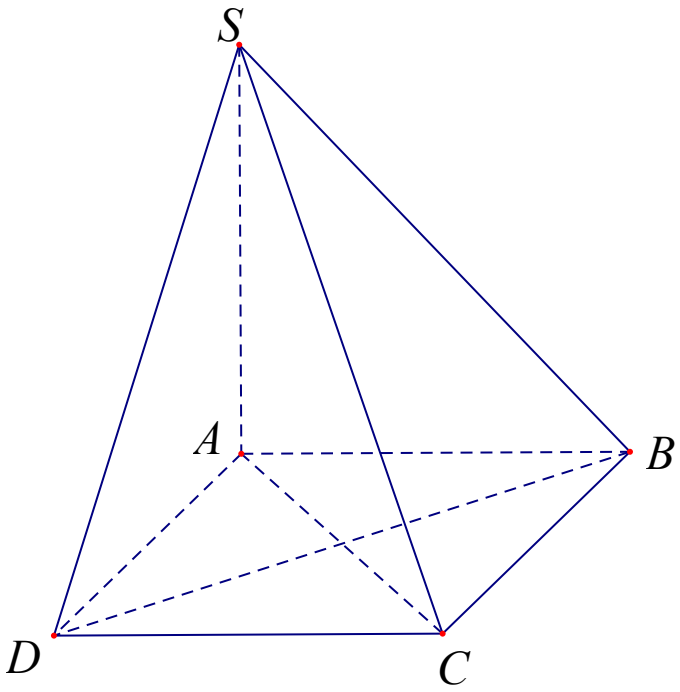
Do đó khối trụ đã cho có thể tích bằng $\pi r^2.h=\pi.3^2.3=27\pi$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $CD\perp(SAD)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $CD\perp AD$ mà $CD\perp SA$ nên $CD\perp(SAD)\Rightarrow$ **B** đúng.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $BC\perp AB$ mà $BC\perp SA$ nên $BC\perp(SAB)\Rightarrow$ **C** đúng.

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông nên $AC\perp BD$ mà $BD\perp SA$ nên $BD\perp(SAC)\Rightarrow$ **D** đúng.

Kết luận $AC\perp(SBD)$ **sai**. Thật vậy, giả sử $AC\perp(SBD)$. Khi đó $AC\perp SB$ mà có $AC\perp SA$ nên $AC\perp(SAB)$ suy ra AC trùng BC (vô lý). Vậy AC không vuông góc với (SBD).

Câu 6: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)'=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0\,\forall x\in D$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 7: Một hộp chứa 7 quả cầu màu đỏ khác nhau và 6 quả cầu màu xanh khác nhau. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu?

A. 105. **B.** 76. **C.** 165. **D.** 231.

Lời giải

Chọn D

Gọi A là biến cố "chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu".

Biến cố đối của A là $\overline{A}$:"chọn ra 3 quả cầu cùng màu".

TH1: Chọn ra 3 quả cầu cùng màu đỏ có $C_7^3=35$.

TH1: Chọn ra 3 quả cầu cùng màu xanh có $C_6^3=20$.

Suy ra $n\left(\overline{A}\right)=35+20=55$.

Vậy số cách chọn ra 3 quả cầu khác nhau phải có đủ 2 màu: $n(A)=C_{13}^3-55=231$.

Câu 8: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_8(x+2)^3+\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-4x+2\right)=0$. Tổng các phần tử của S là

A. 2. **B.** -5. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

ĐK $\begin{cases}x+2>0\\x^2-4x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\\left[\begin{array}{l}x>2+\sqrt{2}\\x<2-\sqrt{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2+\sqrt{2}\\-2<x<2-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

$\log_8(x+2)^3+\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-4x+2\right)=0\Leftrightarrow\log_2(x+2)-\log_2\left(x^2-4x+2\right)=0$.

$\Leftrightarrow\log_2(x+2)=\log_2\left(x^2-4x+2\right)\Leftrightarrow x+2=x^2-4x+2\Leftrightarrow x^2-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=5\end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;5\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 5.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. 8. **B.** 14. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)'=-\frac{5}{(x-1)^2}<0\,\forall x\in[2;4]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên $[2;4]$.

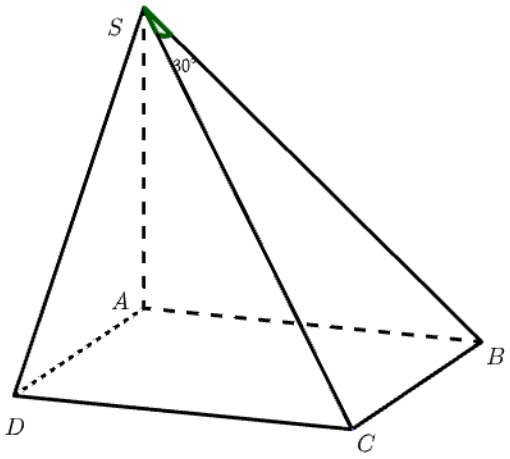
Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là $y(2)=\frac{3.2+2}{2-1}=8$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy. SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thế tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{BSC}$. Suy ra $\widehat{BSC}=30°$.

Xét tam giác SBC vuông tại B ta có: $\frac{BC}{SB}=\tan\widehat{BSC}$. Suy ra $SB=\frac{BC}{\tan\widehat{BSC}}=\frac{a}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$.

$SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11: Khối lập phương là khối đa diện loại?

A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=4$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 24π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.3.4=24\pi$.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+4}{x-1}$ là

A. $x=4$. **B.** $y=1$. **C.** $y=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{4x+4}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4x+4}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 14: Phương trình nào sau đây **vô nghiệm**?

A. $4\sin x-5=0$. **B.** $4\sin x-3=0$. **C.** $4\sin x-1=0$. **D.** $4\sin x+3=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $4\sin x-5=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{5}{4}>1$ nên phương trình này vô nghiệm.

Câu 15: Biết $\log_a b=-2$, tính $\log_b a^2b^3$.

A. $\log_b a^2b^3=2$. **B.** $\log_b a^2b^3=6$. **C.** $\log_b a^2b^3=4$. **D.** $\log_b a^2b^3=7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_b a^2b^3=\dfrac{\log_a a^2b^3}{\log_a b}=\dfrac{\log_a a^2+\log_a b^3}{\log_a b}=\dfrac{2+3\log_a b}{\log_a b}=\dfrac{2+3.(-2)}{-2}=2$.

Câu 16: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

$3^{2x-1}=27=3^3$

$\Leftrightarrow 2x-1=3$

$\Leftrightarrow x=2$

Câu 17: Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **D.** $20\pi\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$S=4\pi R^2=20\pi$

$\Rightarrow R=\sqrt{5}$

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Câu 19: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{6}$

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{6}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = 3a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $A'C$ là đường chéo hình lập phương

$\Rightarrow A'C = AB\sqrt{3}$

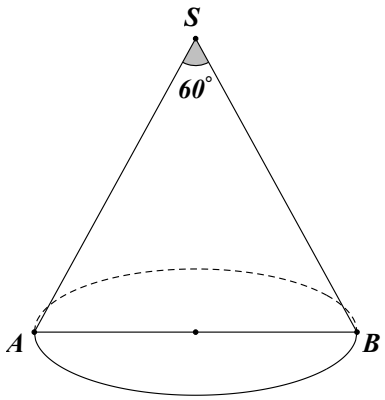
$\Rightarrow AB = \dfrac{A'C}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2}$

$V = AB^3 = 2a^3\sqrt{2}$

Câu 20: Cho khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải



Chọn B

Khối nón có $2r = a \Leftrightarrow r = \dfrac{a}{2}$ và $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra thể tích $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$

.

Câu 21: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^2 = 9b$. **B.** $b^2 = 9a$. **C.** $b^2 = a$. **D.** $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 a^2 + \log_{\frac{1}{3}} b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a^2 - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{a^2}{b} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{b} = 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 9b$.

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi chúng không đồng phẳng.

D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau, không song song với nhau thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau $\Rightarrow$ Mệnh đề sai vì hai đường thẳng khôngcó điểm chung thì chúng có thể song song.

Câu 23: Với a là số thực dương tùy ý. $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}}$ bằng

A. $a^{\frac{13}{15}}$. **B.** $a^{\frac{10}{3}}$. **C.** $a^{\frac{15}{13}}$. **D.** $a^{\frac{11}{9}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt[3]{a^2.\sqrt[5]{a^3}} = \sqrt[3]{a^2.a^{\frac{3}{5}}} = \sqrt[3]{a^{\frac{13}{5}}} = a^{\frac{13}{15}}$.

Câu 24: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-9=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\frac{9}{2}$

Ta có $2f(x)-9=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{9}{2} \Rightarrow$ Phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 25: Tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 9, chiều cao bằng 4.

A. $V=18$. **B.** $V=36$. **C.** $V=12$. **D.** $V=16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.9.4=12$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1 $\|\|$ -1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. Có ba điểm. **B.** Có bốn điểm. **C.** Có hai điểm. **D.** Có một điểm.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị là $x=-1$ và $x=1$.

Câu 27: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

Giá trị của biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ đơn điệu trên đoạn $[-2;0]$ nên chỉ đạt GTLN, GTNN tại hai điểm $-2;\ 0$.

Ta có $f(-2)=1;\ f(0)=-1$ Suy ra $M=1;\ m=-1$. Vậy $5M+m=4$.

Câu 28: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy là r, chiều cao h và độ dài đường sinh l. Gọi S_{xq}, V lần lượt là diện tích xung quanh và thể tích của khối nón. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. $S_{xq}=2\pi rl.$ **B.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 l.$ **C.** $V=\pi r^2 h.$ **D.** $S_{xq}=\pi rl.$

Lời giải

Chọn D

Câu 29: Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}$

A. 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Tập xác định: $D=[-3;+\infty)\setminus\{\pm 1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x+3-4x^2}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=\lim_{x\to 1^+}\frac{(-4x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}$$

$$=\lim_{x\to 1^+}\frac{(-4x-3)}{(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=\frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\frac{-7}{8}$$

$$\lim_{x\to -1^+}\frac{\sqrt{x+3}-2x}{x^2-1}=\lim_{x\to -1^+}\frac{(-4x-3)}{(x+1)\left(\sqrt{x+3}+2x\right)}=-\infty$$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng $x=-1$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 30: Xét các số nguyên dương chia cho 3 dư 1. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng

A. 3900 **B.** 3725 **C.** 7500 **D.** 3800

Lời giải

Gọi dãy số nguyên dương chia cho 3 dư 1, có $u_1 = 1, d = 3$ là: $u_n = 3n - 2$

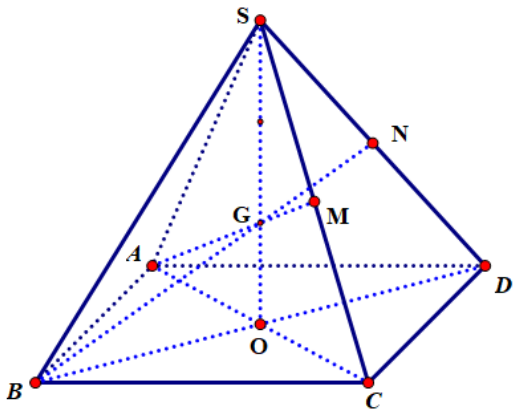
Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng:

$S_{50} = \dfrac{(u_1 + u_{50}).50}{2} = \dfrac{(2u_1 + 49d).50}{2} = \dfrac{(2.1 + 49.3).50}{2} = 3725$.

Câu 31: Cho hình chóp đều $SABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T = \dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải



Ta có:

Trong tam giác SAC, kéo dài AG cắt SC tại M và M là trung điểm SC

Trong tam giác SBD, kéo dài BG cắt SD tại N và N là trung điểm SD

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$a = \dfrac{SA}{SA} = 1; b = \dfrac{SB}{SB} = 1; c = \dfrac{SC}{SM} = 2; d = \dfrac{SD}{SN} = 2$

Suy ra: $T = \dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{a+b+c+d}{4.a.b.c.} = \dfrac{1+1+2+2}{4.1.1.2.2} = \dfrac{3}{8}$. Chọn đáp án **D**

Câu 32: cho $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{ax + b - \sqrt{2x+5}}{(x+2)^2} = L$ với L là một số thực. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a + b = 4$ **B.** $a^2 + b^2 = 11$. **C.** $2a + b = 3$. **D.** $-2a + b = -2$.

Lời giải

Đặt $f(x) = ax + b - \sqrt{2x+5}$. Vì $(x+2)^2 = 0$ có nghiệm kép $x = -2$ nên để L là số thực thì:

$\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b - 1 = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$.

Vậy $a + b = 4$.

Câu 33: Cho các số thực a,b thỏa mãn $a>b>1$ và $\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}$. Giá trị của biểu thức $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2018}$. **B.** $\sqrt{2024}$. **C.** $\sqrt{2022}$. **D.** $\sqrt{2020}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\frac{1}{\log_b a}+\frac{1}{\log_a b}=\sqrt{2024}\Leftrightarrow\frac{1}{\log_b a}+\log_b a=2\sqrt{506}\Leftrightarrow\left(\log_b a\right)^2-2\sqrt{506}\log_b a+1=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}\\ \log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}\end{array}\right.$$

Ta có $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}=\log_b ab-\log_a ab=1+\log_b a-1-\log_a b$.

+) Với $\log_b a=\sqrt{506}-\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}\Rightarrow P=\frac{-1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}+\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=-2\sqrt{505}\ \text{(loại).}$$

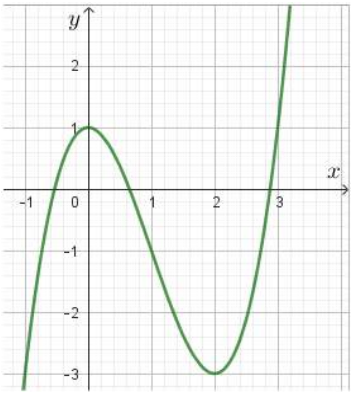
+) Với $\log_b a=\sqrt{506}+\sqrt{505}$. Suy ra:

$$\log_a b=\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}\Rightarrow P=\sqrt{506}+\sqrt{505}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=\frac{1}{\sqrt{506}-\sqrt{505}}-\frac{1}{\sqrt{506}+\sqrt{505}}=2\sqrt{505}$$

(thỏa mãn).

Vậy $P=\frac{1}{\log_{ab} b}-\frac{1}{\log_{ab} a}=2\sqrt{505}=\sqrt{2020}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f(x)\right)=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4-2f\left(x\right)=0\\-4-2f\left(x\right)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\f\left(x\right)=-3\end{array}\right.$$

+) Với $f\left(x\right)=-2\Rightarrow$ có 3 nghiệm phân biệt khác 2.

+) Với $f\left(x\right)=-3\Rightarrow$ có 2 nghiệm trong đó có nghiệm kép $x=2$.

Số nghiệm phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f\left(x\right)\right)=0$ là 5.

Câu 35: Cho hai số thực dương a,b thỏa $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}\left(a+b\right)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}\left(a+b\right)=t\Rightarrow\begin{cases}a=9^t\\b=15^t\\a+b=25^t\end{cases}\Rightarrow 9^t+15^t=25^t\quad(*)$.

Chia cả hai vế của (*) cho 25^t ta được:

$$\left(\frac{9}{25}\right)^t+\left(\frac{3}{5}\right)^t=1\Leftrightarrow\left[\left(\frac{3}{5}\right)^t\right]^2+\left(\frac{3}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1-\sqrt{5}}{2}<0\end{array}\right.$$

Ta có $\frac{a}{b}=\frac{9^t}{15^t}=\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 36: Cho 2 số thực dương thỏa mãn: $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)$. Tính $\frac{a}{b}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\log_9 a=\log_{15} b=\log_{25}(a+b)=\mathrm{t}$

Suy ra $a=9^t,b=15^t,a+b=25^t$.

Ta có phương trình: $9^t+15^t=25^t\Leftrightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^{2t}+\left(\frac{3}{5}\right)^t-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}(l)\\\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}(\mathrm{tm})\end{array}\right.$

Vậy $\frac{a}{b}=\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-8}$ với m là tham số thực. Giả sử m_0 là giá trị dương của tham số m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng m. Giá trị m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(20;25)$. **B.** $(6;9)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0,\forall x\neq -8$

Do đó $\min\limits_{[0;3]} y=y(0)=\dfrac{-m^2}{8}$. Theo giả thiết $\min\limits_{[0;3]} y=-3\Rightarrow \dfrac{-m^2}{8}=-3\Leftrightarrow m^2=24\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{6}$

Vậy $m_0=2\sqrt{6}\in(2;5)$.

Câu 38: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}, \forall x>2\\ 3x+m, \forall x\le 2\end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=6$. **D.** $m=-5$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $\mathbb{R}$.

Hàm số đã cho liên tục trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Do đó hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ khi nó liên tục tại $x=2$

Vậy $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=f(2)\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}(3x+m)=3.2+m$

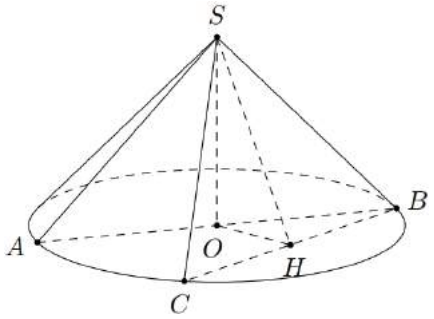
$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 2^+}(x-1)=6+m\Leftrightarrow m=-5$.

Câu 39: Cắt hình nón (N) đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng qua trục của nó, ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Biết BC là một dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy nón một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

A. $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^2\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện là tam giác vuông SAB, khi đó $AB=2a\sqrt{2}$ nên hình nón có bán kính $r=a\sqrt{2}$ và chiều cao $SO=a\sqrt{2}$.

Gọi H là hình chiếu của O trên BC.

Khi đó $BC\perp(SOH)$ nên $\widehat{SHO}=((SBC),(ABC))=60^\circ$.

Suy ra $OH=SO.\cot 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$, do đó $BC=2BH=2\sqrt{OB^2-OH^2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $SH=\dfrac{SO}{\sin 60^\circ}=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$ nên $S_{\Delta SBC}=\dfrac{1}{2}.BC.SH=\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m để phương trình $m\ln x-x\ln m=x-m$ có 2 nghiệm phân biệt. Tập S là

A. $\left(\dfrac{1}{e};1\right)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(1;e)\cup(e;+\infty)$.

C. $\left[\dfrac{1}{e};+\infty\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0;\ m>0$

Phương trình $m\ln x-x\ln m=x-m\Leftrightarrow\dfrac{1+\ln x}{x}=\dfrac{1+\ln m}{m}$

Xét $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$, $\forall x>0$, ta có $f'(x)=\dfrac{-\ln x}{x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$

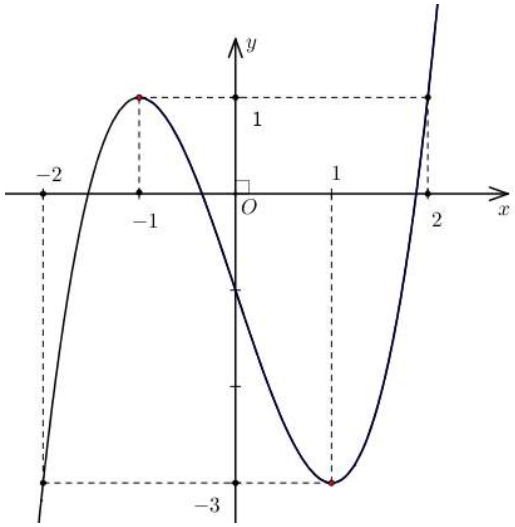
Bảng biến thiên $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$, $\forall x>0$

x	0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra $0<\dfrac{1+\ln m}{m}<1$ hay $\begin{cases}1+\ln m>0\\1+\ln m<m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\dfrac{1}{e}\\m\neq 1\end{cases}$

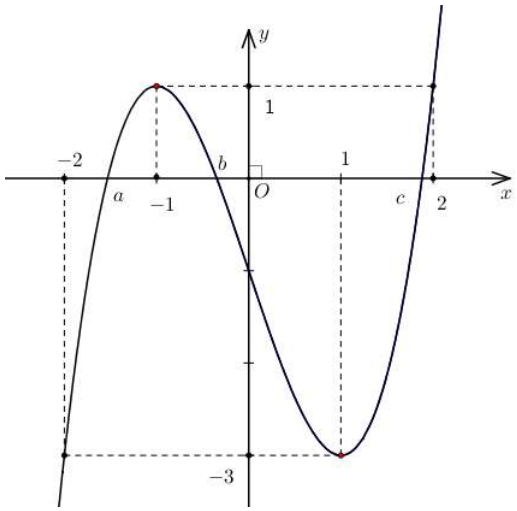
Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(f(x)-m+1)=0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.



Lời giải

Chọn B



Ta có $f\left(f\left(x\right)-m+1\right)=0(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)-m+1=a,\ a\in\left(-2;-1\right)\\ f\left(x\right)-m+1=b,\ b\in\left(-1;0\right)\\ f\left(x\right)-m+1=c,\ c\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=m-1+a,\ (1)\\ f\left(x\right)=m-1+b,\ (2)\\ f\left(x\right)=m-1+c,\ (3)\end{array}\right.$

Để phương trình $(*)$ có 9 nghiệm phân biệt thì mỗi phương trình $(1),(2),(3)$ đều có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $\begin{cases}-3<m-1+a<1\\ -3<m-1+b<1\\ -3<m-1+c<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m+a<2\\ -2<m+b<2\\ -2<m+c<2\end{cases}$

Do $a\in\left(-2;-1\right),b\in\left(-1;0\right),c\in\left(1;2\right)$ nên ta suy ra $\begin{cases}-1<m<4\\ -2<m<3\\ -4<m<1\end{cases}\Leftrightarrow-1<m<1$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn điều kiện $3\left(9^{y}+2y\right)\le x+\log_{3}\left(x+1\right)^{3}-2$ và $x\le2023$?

A. 2. **B.** 4040. **C.** 3780. **D.** 3776.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3\left(x+1\right)^3-2\Leftrightarrow 3\left(3^{2y}+2y\right)\le x+1+3\log_3\left(x+1\right)-3$

$\Leftrightarrow 3\left(3^{2y}+2y\right)\le 3^{\log_3(x+1)}+3\log_3\left(x+1\right)-3\Leftrightarrow 3^{2y}+2y\le 3^{\log_3(x+1)-1}+\log_3\left(x+1\right)-1,\quad (1)$

Xét hàm số $y=f\left(t\right)=3^t+t$ có $f'\left(t\right)=3^t.\ln 3+1>0,\forall t$ nên hàm số $y=f\left(t\right)=3^t+t$ đồng biến.

Từ $(1)\Leftrightarrow f\left(2y\right)\le f\left(\log_3\left(x+1\right)-1\right)\Leftrightarrow 2y\le\log_3\left(x+1\right)-1$.

Mà $x\le 2023$, suy ra $2y\le\log_3\left(x+1\right)-1\le\log_3 2024-1\Rightarrow y\le\frac{1}{2}\log_3 2024-\frac{1}{2}$.

Do y nguyên dương nên $y=1$ hoặc $y=2$.

+) Với $y=1\Rightarrow\log_3\left(x+1\right)\ge 2.1+1\Leftrightarrow x+1\ge 27\Leftrightarrow x\ge 26$.

Mà $x\le 2023$ và x nguyên dương nên $x\in\left\{26;27;...;2023\right\}$.

Do đó có 1998 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

+) Với $y=2\Rightarrow\log_3\left(x+1\right)\ge 2.2+1\Leftrightarrow x+1\ge 243\Leftrightarrow x\ge 242$.

Mà $x\le 2023$ và x nguyên dương nên $x\in\left\{242;243;...;2023\right\}$.

Do đó có 1782 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn.

Vậy có tất cả 3780 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ không vượt quá 30. Tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng bao nhiêu?

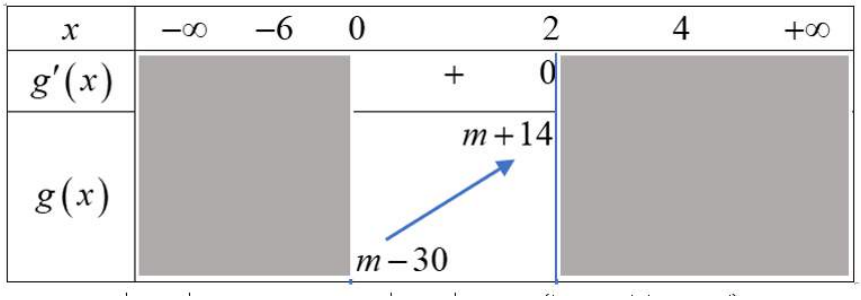
A. 210. **B.** 108. **C.** 136. **D.** 120.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g\left(x\right)=\frac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\Rightarrow g'\left(x\right)=x^3-28x+48\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-6\\x=2\\x=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Ta có $y=\left|g\left(x\right)\right|\Rightarrow\max\limits_{[0;2]}y=\max\limits_{[0;2]}\left|g\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|m+14\right|,\left|m-30\right|\right\}$.

Trường hợp 1: Nếu $\left|m+14\right|\ge\left|m-30\right|\Leftrightarrow m\ge 8$ thì $\max\limits_{[0;2]}y=\left|m+14\right|\Rightarrow\left|m+14\right|\le 30$

$\Leftrightarrow -30\le m+14\le 30\Leftrightarrow -44\le m\le 16$.

Do đó $8\le m\le 16$.

Trường hợp 2: Nếu $|m+14| \le |m-30| \Leftrightarrow m \le 8$ thì $\max\limits_{[0;2]} y = |m-30| \Rightarrow |m-30| \le 30$

$\Leftrightarrow -30 \le m-30 \le 30 \Leftrightarrow 0 \le m \le 60$.

Do đó $0 \le m \le 8$.

Vậy $S = \{0;1;2;3;...;16\}$. Suy ra tổng giá trị các phần tử của tập hợp S bằng 136.

Câu 44: Cho phương trình $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)+8=2^m+3m$, ($m$ là tham số). Tìm số giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^3+3x^2+4>0$

Ta có $\log_{\sqrt[3]{2}}\left(x^3+3x^2+4\right)+\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)+8=2^m+3m$

$\Leftrightarrow 3\log_2\left(x^3+3x^2+4\right)+\left(x^3+3x^2+4\right)=3\log_2 2^m+2^m, \quad (1)$

Xét hàm số $y=f(t)=3\log_2 t+t$ với $t>0$ có $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0, \forall t>0$ nên hàm số $y=f(t)=3\log_2 t+t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ $(1) \Leftrightarrow f\left(x^3+3x^2+4\right)=f\left(2^m\right) \Leftrightarrow 2^m=x^3+3x^2+4$.

Đặt $g(x)=x^3+3x^2+4$ với $x\in[-2;4)$ có $g'(x)=3x^2+6x \Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-2		0		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	8	↘	4	↗	116

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^m=4 \\ 8<2^m<116 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ 3<m<\log_2 116 \end{array}\right.$.

Mà tham số m nguyên nên $m\in\{2;4;5;6\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thuộc $[-2;4)$.

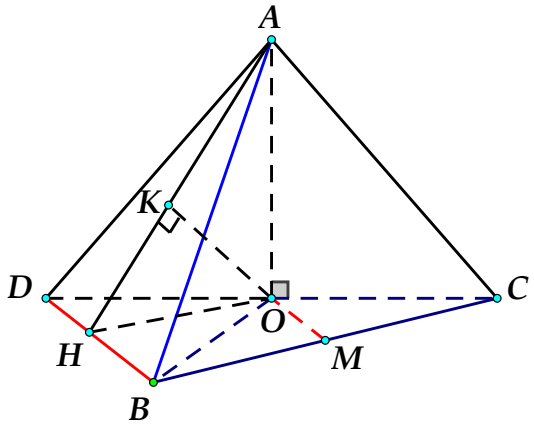
x	$-\infty$	-6	0		2	4	$+\infty$
$g'(x)$			$+$	0			
$g(x)$			↗	$m+14$			
			$m-30$				

Câu 45: Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O, $OB=a$, $OC=a\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC), $OA=a\sqrt{3}$, gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng AB và OM.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{15}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng D sao cho $BD//OM$ và OM là đường trung bình của tam giác BCD.

Khi đó ta có $OM//(ABD)\Rightarrow d(AB,OM)=d(OM,(ABD))=d(O,(ABD))$.

Kẻ $OH\perp BD$. Lại có $BD\perp OA$ (do $\begin{cases}OA\perp(OBC)\\BD\subset(OBC)\end{cases}$) suy ra $BD\perp(AOH)$.

Suy ra $(AOH)\perp(ABD)$ theo giao tuyến AH.

Trong (AHO), kẻ $OK\perp AH$ suy ra $OK\perp(ABD)\Leftrightarrow OK=d(O,(ABD))$.

Trong ΔAHO: $\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{OH^2}+\dfrac{1}{OA^2}=\dfrac{1}{OD^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OA^2}=\dfrac{1}{3a^2}+\dfrac{1}{3a^2}+\dfrac{1}{a^2}$

Suy ra $OK=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$ hay $d(AB,OM)=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2^x=mx+1$ có đúng một nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m=\ln 2\end{array}\right.$. **B.** $m>0$. **C.** $\begin{cases}m>0\\m\neq\ln 2\end{cases}$. **D.** $m=\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^x=mx+1\Leftrightarrow 2^x-mx=1$ (*). Đặt $f(x)=2^x-mx$.

Nhận xét $x=0$ là nghiệm của phương trình $(*)$.

Ta có: $f'(x)=2^x\ln 2-m$.

Trường hợp 1: $m\le 0$ khi đó $f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 1 \nearrow$	$+\infty$

Vậy $m \le 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

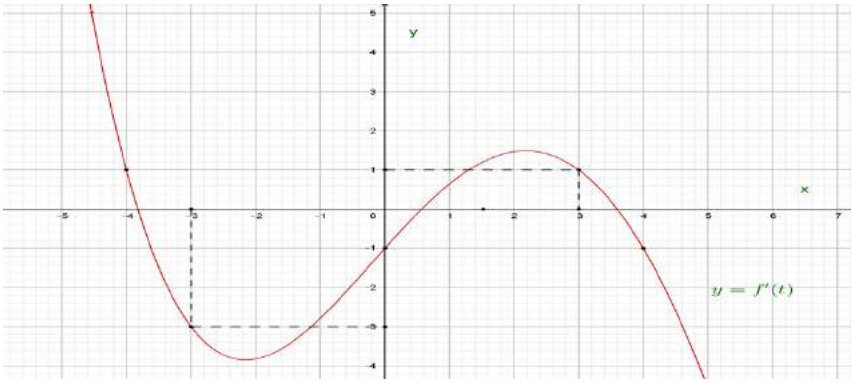
Trường hợp 2: $m > 0$. Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x_o = \log_2 \dfrac{m}{\ln 2}$. Ta có bảng biến thiên của $f(x)$.

x	$-\infty$	x_o	$+\infty$
$f'(x)$		$-\quad 0 \quad +$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow f(x_o) \nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x_o) = 1$. Lại có $f(0) = 1$ nên $x_o = 0 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{m}{\ln 2} = 0 \Leftrightarrow m = \ln 2$.

Tóm lại từ hai trường hợp, ta thấy phương trình có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m = \ln 2 \end{array}\right.$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{3}{2}; 2\right)$. **B.** $\left(-1; \dfrac{3}{2}\right)$ **C.** $(-4; -1)$. **D.** $\left(-\dfrac{11}{2}; -4\right)$.

Lời giải

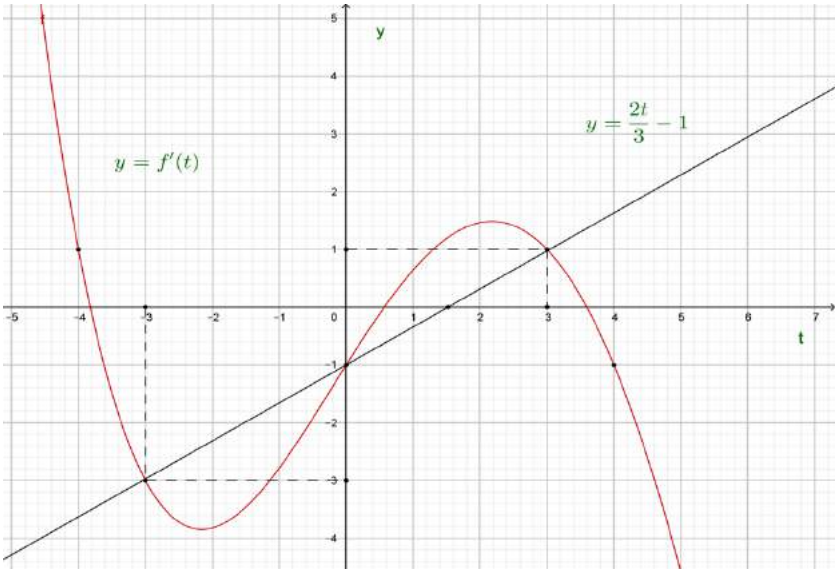
Chọn A

$g(x) = f(1+3x) - 3x^2 + x + 2023 \Rightarrow g'(x) = 3f'(1+3x) - 6x + 1$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1+3x) = \dfrac{2}{3}(1+3x) - 1$.

Đặt $t = 3x + 1$ ta được phương trình $f'(t) = \dfrac{2}{3}t - 1$.

Đặt $y = f'(t), y = \dfrac{2}{3}t - 1$



Dựa vào đồ thị để hàm số nghịch biến khi $\left[\begin{array}{l} -3 < 1+3x < 0 \\ 1+3x > 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{4}{3} < x < -\frac{1}{3} \\ x > \frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 242 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y)$?

A. 21. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 39.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2+y>0 \\ x+y>0 \end{cases}$.

Ta có: $\log_4\left(2x^2+y\right) \geq \log_3(x+y) \Leftrightarrow 2x^2+y \geq 4^{\log_3(x+y)} \Leftrightarrow 2x^2+y \geq (x+y)^{\log_3 4}$ (1).

Điều kiện: $x+y \geq 1$ (do $x, y \in \mathbb{Z}, x+y>0$).

Đặt $t = x+y (t \geq 1)$. Ta được $2x^2+t-x \geq t^{\log_3 4} \Leftrightarrow 2x^2-x \geq t^{\log_3 4}-t$

Để (1) không có quá 242 nghiệm nguyên $y \Leftrightarrow$ (2) có không quá 242 nghiệm nguyên dương t.

Đặt $f(t) = t^{\log_3 4}-t$. Ta có: $f'(t) = \log_3 4 \cdot t^{\log_3 4-1}-1>0 \quad \forall t>1 \Rightarrow f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[1;+\infty) \Rightarrow$ (2) có không quá 242 nghiệm nguyên $\Leftrightarrow f\left(t_1\right) \leq 242$ hay

$2x^2-x \leq 242^{\log_3 4}-242 \Leftrightarrow 2x^2-x-242^{\log_3 4}+242 \leq 0 \Leftrightarrow -19,5 \leq x \leq 19.96$

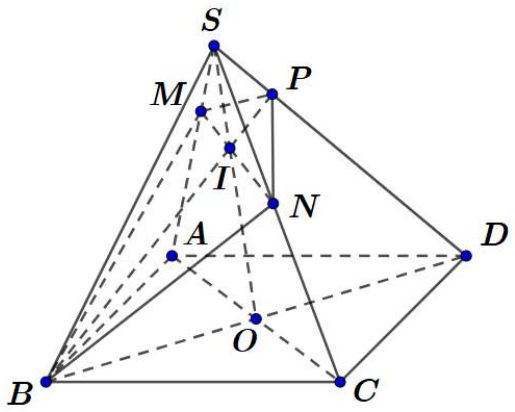
Lại có: $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ Có 39 số nguyên x thỏa mãn bài toán.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc SO sao cho $SI = \frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$?

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{8}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 2.

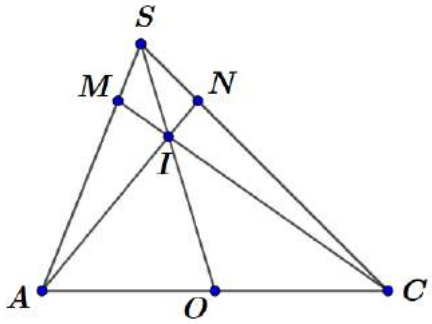
Lời giải

Chọn C



Áp dụng định lý Menelaus ta có $\frac{PS}{PD}\frac{IO}{IS}\frac{BD}{BO}=1\Leftrightarrow\frac{PS}{PD}\frac{2}{1}\frac{2}{1}=1\Leftrightarrow\frac{PS}{PD}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{SD}{SP}=5$.

Đặt $x=\frac{SA}{SM}$, $y=\frac{SB}{SB}=1$, $z=\frac{SC}{SN}$, $t=\frac{SD}{SP}=5$ với $x+z=y+t=6\Rightarrow z=6-x$



Khi $N\equiv C$, Áp dụng định lý Menelaus ta có $\frac{MS}{MA}\frac{IO}{IS}\frac{CA}{CO}=1\Leftrightarrow\frac{MS}{MA}=\frac{IS}{IO}\frac{CO}{CA}=\frac{1}{4}\Rightarrow\frac{MS}{MA}=\frac{1}{4}$.

$\Rightarrow 1\le\frac{SA}{SM}\le 5\Rightarrow 1\le x\le 5$, khi đó ta có $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{x+y+z+t}{4xyzt}=\frac{3}{5x(6-x)}$ với $1\le x\le 5$.

Ta có $x(6-x)=-(x-3)^2+9$ mà $1\le x\le 5\Rightarrow 5\le x(6-x)\le 9\Rightarrow\frac{1}{15}\le\frac{3}{5x(6-x)}\le\frac{3}{25}$.

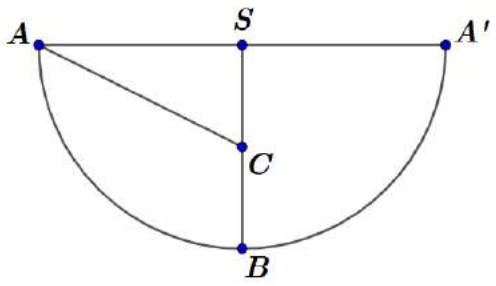
$\Rightarrow m=\frac{3}{25}$ và $n=\frac{1}{15}\Rightarrow\frac{m}{n}=\frac{9}{5}$.

Câu 50: Tại trung tâm thành phố Vĩnh Yên người ta tạo điểm nhấn bằng cách trang trí hình nón có kích thước như sau: đường sinh $l=20(m)$, bán kính đáy $R=10(m)$. Biết rằng tam giác SAB là thiết diện qua trục của hình nón và C là trung điểm của SB. Trang trí một hệ thống đèn điện chạy từ A đến C trên mặt nón. Tìm giá trị ngắn nhất của chiều dài dây đèn điện tử.

A. $10\sqrt{3}(m)$ **B.** $10\sqrt{5}(m)$ **C.** $30(m)$ **D.** $20(m)$

Lời giải

Chọn B



Trải hình nón ra mặt phẳng ta được một hình quạt. Do thiết SAB là thiết diện qua trục nên $\widehat{ASB} = \widehat{BSA'} = \frac{1}{2}\widehat{ASA'}$.

Ta có chu vi đường tròn đáy của hình nón là $20\pi \Rightarrow \widehat{AA'} = 20\pi$.

Chu vi đường tròn tâm S bán kính SA là $40\pi \Rightarrow \widehat{ASA'} = \frac{20\pi}{40\pi}360° = 180° \Rightarrow \widehat{ASB} = 90°$.

Hệ thống đèn ngắn nhất đi từ A đến C là đoạn $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 10\sqrt{5}\,(m)$.

---------- HẾT ----------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG QUẢNG NINH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho $z_1 = 3-2i, z_2 = 4+5i$. Tính $z_1 + z_2$.

A. $z_1 + z_2 = 7-7i$. **B.** $z_1 + z_2 = 1+7i$. **C.** $z_1 + z_2 = 7+3i$. **D.** $z_1 + z_2 = 12-10i$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?

i, $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b -f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$.

ii, $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$; $k \in \mathbb{R}$.

iii, $\int_a^b f(kx)dx = k\int_a^b f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$; $k \in \mathbb{R}$.

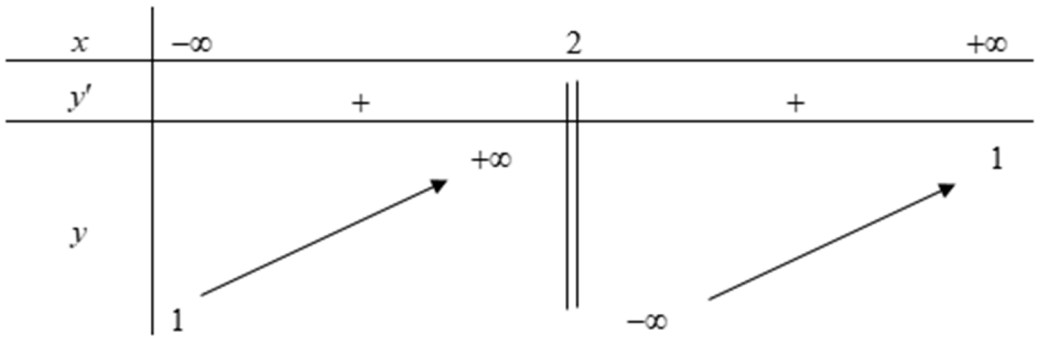
iv, $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a g(x)dx = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$. **B.** $x - 2y + 3z = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $x - 2y + 3z = 0$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên bên cạnh?



A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-2}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 5. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC = 6a, BC = 10a, AA' = 8a$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABC$.

A. $160a^3$. **B.** $192a^3$. **C.** $128a^3$. **D.** $64a^3$.

Câu 6. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm O, tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z - 9 = 0$ là:

A. $x^2 + y^2 + x^2 = 6$. **B.** $x^2 + y^2 + x^2 = 81$. **C.** $x^2 + y^2 + x^2 = 3$. **D.** $x^2 + y^2 + x^2 = 9$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng

A. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+1}$. **B.** $y = \frac{x^2-3x+2}{x^4-1}$. **C.** $y = 2^x$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + x + 1$.

Câu 8. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{-z-1}{4}$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}(1;-1;1)$. **B.** $\vec{u}(2;3;-4)$. **C.** $\vec{u}(2;3;4)$. **D.** $\vec{u}(-1;1;-1)$.

Câu 9. Cho số phức $z = 4+5i$. Số phức đối của z là:

A. $-z = -4+5i$. **B.** $-z = 4-5i$. **C.** $-z = -5-4i$. **D.** $-z = -4-5i$.

Câu 10. Xác định mô đun của số phức $z = (1-i)^6 + (1+i)^3$

A. $|z|=\left(\sqrt{2}\right)^6+\left(\sqrt{2}\right)^3$. **B.** $|z|=\sqrt{82}$. **C.** $|z|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z|=2\sqrt{26}$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)>0$:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=x^4-3x^2+2$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Câu 13. Trong không gian có hệ trục $Oxyz$, đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\Delta):x+2y-2z+3=0$. Góc giữa (d) và (Δ) bằng α. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=5;\ u_5=9$. Tính u_{15}.

A. $u_{15}=-29$. **B.** $u_{15}=4$. **C.** $u_{15}=45$. **D.** $u_{15}=29$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y=x^3+7x+8$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm có hoành độ âm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=3^{x^3+3x}$.

A. $f'(x)=\left(x^2+1\right)3^{x^3+3x+1}$. **B.** $f'(x)=\left(x^3+3x\right)3^{x^3+3x-1}$.

C. $f'(x)=\left(x^2+1\right)3^{x^3+3x+1}\ln 3$. **D.** $f'(x)=\left(x^2+1\right)3^{x^3+3x}\ln 3$.

Câu 17. Cho $\log_3 5=a$. Tính $\log_{243}1125$ theo a.

A. $\frac{3+2a}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{2+3a}{4}$. **D.** $\frac{2+3a}{5}$.

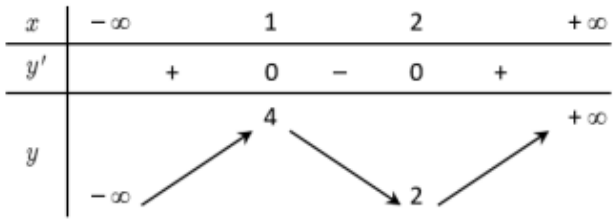
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy tam giác ABC vuông ở A, $\widehat{SCA}=\widehat{SBA}=90^0$, $SA=13a;AB=3a;BC=5a.$ Tính thể tích chóp $S.ABC$.

A. $24a^3$. **B.** $48a^3$. **C.** $72a^3$. **D.** $26a^3$.

Câu 19. Khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng $4a$, mặt đáy là tứ giác có diện tích là $36a^2$, Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. 48. **B.** $48a^3$. **C.** $144a^3$. **D.** 144.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;2023)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 21. Biết hàm số $y=\sqrt{\sin^2x+2\sin x+2}+\sqrt{\sin^2x-4\sin x+13}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\sin x=\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản; a,b là các số nguyên; $b>0$). Tính a^3+b^2

A. 15. **B.** 17. **C.** 65. **D.** 3.

Câu 22. Biết $\int\limits_0^1 xe^{3x^2+3}dx=\dfrac{e^3}{a}\left(e^b-e^c\right)\ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $a+b+c$

A. 6. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 24. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+y+3z-10=0$. Gọi $M(a,b,c)$ là giao điểm của (α) và Δ. Tính $2a+b+c$

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{-x^3+7x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 26. Chọn khẳng định sai.

A. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)+\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^3}{2-x}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

B. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)-\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^2}{x-2}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

C. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3-8}{3}\ln(x-2)-\int\dfrac{x^2+2x+4}{3}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

D. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)-\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^3}{x-2}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

Câu 27. Phương trình $\left(x^2-4x+3\right)\log_{2023}\left(x^2-4\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28. Khối cầu có đường kính $8a$. Thể tích khối cầu đó là

A. $\dfrac{256\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2048\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{2048\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Câu 29. Tập hợp A gồm 2022 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của A gồm đúng 4 phần tử?

A. A_{2022}^4. **B.** C_{2022}^4. **C.** $2022.4!$. **D.** $\dfrac{2023}{4!}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2+x+1+C,\ \forall x\in\mathbb{R}$, C là hằng số. Tính $f(2023)$.

A. 4047. **B.** 4046. **C.** 8093. **D.** 8092.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và (BDC')

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Bất phương trình $25^x-6.5^x+5\leq 0$ có tập nghiệm là $[a;b]$. Tính $a.b$

A. 1. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 33. Tổng các nghiệm của phương trình $3.9^x-5.6^x+2.4^x=0$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 1.

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y=x^3-(2m+3)x^2+(m^2+2m)x+2$ đạt cực đại tại $x=0$?

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)(x+2)^3$. Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 36. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+4|+|\overline{z}-4|=8$ trên mặt phẳng phức là:

A. Đường Elip. **B.** Đường thẳng. **C.** Đoạn thẳng. **D.** Tập rỗng.

Câu 37. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$; cho $A(1;1;2)$, $B(-4;0;11)$, $C(0;-21;0)$. Có bao nhiêu điểm D sao cho A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành?

A. Có vô số điểm D. **B.** Có 3 điểm D.
C. Có duy nhất một điểm D. **D.** Có 2 điểm D.

Câu 38. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$; mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{6}-1=0$ cắt trục Oy tại điểm A có tọa độ:

A. $A(0;3;0)$. **B.** $A\left(0;\frac{1}{3};0\right)$. **C.** $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{-1}{6}\right)$. **D.** $A\left(\frac{1}{2};0;\frac{-1}{6}\right)$.

Câu 39. Cho hàm số bậc nhất $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx=4$; $\int_2^3 f(x)dx=2$. Tính $I=\int_0^1 f\left(f(2x-5)\right)dx$

A. 6. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** -4. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 40. Một hộp có 5 quả cầu vàng, 7 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả cầu. Tính xác suất để 4 quả cầu lấy được có đủ 3 màu khác nhau.

A. $\frac{165}{408}$. **B.** $\frac{35}{612}$. **C.** $\frac{35}{68}$. **D.** $\frac{225}{3060}$.

Câu 41. Cho $z+\frac{1}{z}=-1$. Tính $P=\left|z^{2023}+\frac{1}{z^{2023}}\right|$

A. $P=\sqrt{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=0$. **D.** $P=-1$.

Câu 42. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m thỏa $\log_3\left|\frac{x^2-2(m-1)x+2-m}{3x^2+2x+1}\right|\le 1$ với mọi x là

A. -14. **B.** 21. **C.** 14. **D.** Đáp án khác.

Câu 43. Cho mặt cầu $S(O;9)$. Một hình nón có đỉnh và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu S. khi thể tích của hình nón lớn nhất, diện tích đường tròn đáy của hình nón thuộc khoảng nào dưới đấy?

A. $[200;220]$. **B.** $(230;240)$. **C.** $(200;220)$. **D.** $[220;230]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=x^3+3x^2-4x+4, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=5$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$.

A. $\frac{131}{4}$. **B.** $\frac{125}{4}$. **C.** $\frac{35}{4}$. **D.** $\frac{203}{4}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân ở B; $\widehat{ABC}=120°$; $AC=a\sqrt{3}$. Các cạnh bên $SA=SB=SC$; SB tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z-2-i|=5;\ |z+2+mi|=|z-m+i|,\ (m\in\mathbb{R})$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1-z_2|$ thuộc đoạn nào sau đây?

A. $[4;5]$. **B.** $[8;9]$. **C.** $[5;6]$. **D.** $[6;7]$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y=x^3+mx^2-m(2m+1)x+m^2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4044. **B.** 4045. **C.** 4046. **D.** 4047.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ bậc ba có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=f\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)$. Phương trình $g'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 49. Trong không gian cho hệ trục Oxyz, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1-2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) ; cắt và vuông góc với đường thẳng d. Đường thẳng Δ không đi qua điểm nào dưới đây.

A. $E(6;-3;-11)$. **B.** $F(11;0;-10)$. **C.** $G(1;-6;-12)$. **D.** $A(2;7;13)$.

Câu 50. Trong không gian cho hệ trục Oxyz; lấy các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{b^2+a^2}\right)$ với a,b,c dương. Biết diện tích tam giác ABC bằng $\frac{3}{2}$(dvdt) và thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABD) là $mx+ny+pz+1=0$. Tính $m+n+p$.

A. -2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	C	D	D	B	B	D	D	D	A	C	D	A	C	D	A	C	C	A	C	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	B	C	D	B	B	C	D	C	C	A	C	C	B	D	D	A	B	B	B	D	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho $z_1 = 3-2i, z_2 = 4+5i$. Tính $z_1 + z_2$.

A. $z_1 + z_2 = 7-7i$. **B.** $z_1 + z_2 = 1+7i$. **C.** $z_1 + z_2 = 7+3i$. **D.** $z_1 + z_2 = 12-10i$.

Lời giải

Chọn C

$z_1 + z_2 = (3-2i)+(4+5i) = (3+4)+(-2+5)i = 7+3i$.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?

i, $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b -f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$.

ii, $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$; $k \in \mathbb{R}$.

iii, $\int_a^b f(kx)dx = k\int_a^b f(x)dx$ với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$; $k \in \mathbb{R}$.

iv, $\int_a^b f(x)dx + \int_b^a g(x)dx = \int_a^b [f(x)-g(x)]dx$

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Các khẳng định đúng là i, ii, iv. Khẳng định iii sai.

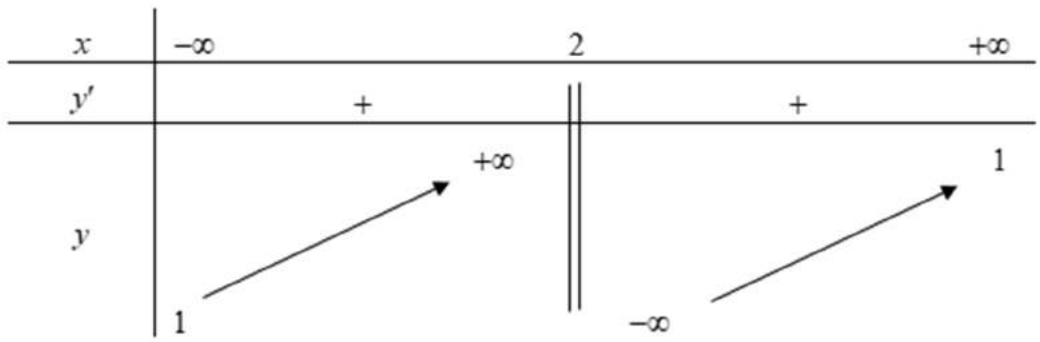
Câu 3. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, điểm $A(1;0;0), B(0;-2;0)$ và $C(0;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z = 1$. **B.** $x - 2y + 3z = 1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $x - 2y + 3z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên bên cạnh?



A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y = \frac{x+3}{x-2}$. **C.** $y = \frac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. Chỉ có phương án.

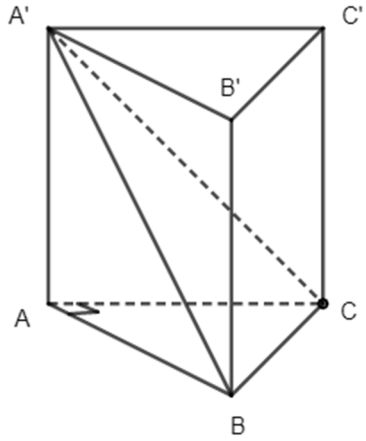
C. $y = \frac{x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0, \forall \neq 2$.

Câu 5. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC = 6a, BC = 10a, AA' = 8a$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABC$.

A. $160a^3$. **B.** $192a^3$. **C.** $128a^3$. **D.** $64a^3$.

Lời giải

Chọn D



Vì tam giác ABC vuông tại A nên ta có: $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=\sqrt{(10a)^2-(6a)^2}=8a.$

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}8a.6a=24a^2$.

Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.S.AA'=\frac{1}{3}.24a^2.8a=64a^3$.

Câu 6. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm O, tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+y+2z-9=0$ là:

A. $x^2+y^2+x^2=6$. **B.** $x^2+y^2+x^2=81$. **C.** $x^2+y^2+x^2=3$. **D.** $x^2+y^2+x^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R=d\left(O;(P)\right)=\frac{|-9|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3$.

Phương trình mặt cầu tâm O, tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+y+2z-9=0$ là:

$x^2+y^2+x^2=9$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào sau đây có tiệm cận đứng

A. $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+1}$. **B.** $y=\frac{x^2-3x+2}{x^4-1}$. **C.** $y=2^x$. **D.** $y=x^3+3x^2+x+1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{x^4-1}$.

+ Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$.

+ Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x+2}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{3}{4}$

$\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{x+2}{(x+1)(x^2+1)}=\frac{3}{4}$

Suy ra $x=1$ không là đường tiệm cận đứng.

+ Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{x^2-3x+2}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{x^2-3x+2}{(x-1)(x+1)(x^2+1)}=+\infty$

Suy ra $x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 8. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{-z-1}{4}$.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}(1;-1;1)$. **B.** $\vec{u}(2;3;-4)$. **C.** $\vec{u}(2;3;4)$. **D.** $\vec{u}(-1;1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{-z-1}{4}\Leftrightarrow\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z+1}{-4}$.

Suy ra đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là: $\vec{u}(2;3;-4)$.

Câu 9. Cho số phức $z=4+5i$. Số phức đối của z là:

A. $-z=-4+5i$. **B.** $-z=4-5i$. **C.** $-z=-5-4i$. **D.** $-z=-4-5i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Xác định mô đun của số phức $z=(1-i)^6+(1+i)^3$

A. $|z|=\left(\sqrt{2}\right)^6+\left(\sqrt{2}\right)^3$. **B.** $|z|=\sqrt{82}$. **C.** $|z|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z|=2\sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn D

$z=(1-i)^6+(1+i)^3=-2+10i\Rightarrow|z|=\sqrt{(-2)^2+10^2}=2\sqrt{26}$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)>0$:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(x-3)>0\Leftrightarrow\begin{cases}x-3>0\\x-3>2^0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>3\\x>4\end{cases}\Leftrightarrow x>4$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(4;+\infty)$.

Câu 12. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=x^4-3x^2+2$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$ có cơ số $0<\frac{\pi}{6}<1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Trong không gian có hệ trục $Oxyz$, đường thẳng (d) có phương trình: $\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=1+t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\Delta):x+2y-2z+3=0$. Góc giữa (d) và (Δ) bằng α. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng (d) có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;1)$, mặt phẳng (Δ) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$, khi đó:

$$\sin\left((d),(\Delta)\right)=\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=|\cos(\vec{u},\vec{n})|=\frac{\left|(-1).1+1.2+1.(-2)\right|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}.\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{\sqrt{3}}{9}.$$

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=5;\ u_5=9$. Tính u_{15}.

A. $u_{15}=-29$. **B.** $u_{15}=4$. **C.** $u_{15}=45$. **D.** $u_{15}=29$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} u_3 = 5 \\ u_5 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 5 \\ u_1 + 4d = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Khi đó $u_{15} = u_1 + 14d = 1 + 14.2 = 29$.

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x + 8$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm có hoành độ âm.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x + 8$ cắt trục hoành

$x^3 + 7x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Đồ thị hàm số $y = x^3 + 7x + 8$ cắt trục hoành tại 1 điểm có hoành độ âm.

Câu 16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = 3^{x^3+3x}$.

A. $f'(x) = (x^2+1)3^{x^3+3x+1}$. **B.** $f'(x) = (x^3+3x)3^{x^3+3x-1}$.

C. $f'(x) = (x^2+1)3^{x^3+3x+1}\ln 3$. **D.** $f'(x) = (x^2+1)3^{x^3+3x}\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = (3x^2+3)3^{x^3+3x}\ln 3 = (x^2+1)3^{x^3+3x+1}\ln 3$.

Câu 17. Cho $\log_3 5 = a$. Tính $\log_{243} 1125$ theo a.

A. $\frac{3+2a}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{2+3a}{4}$. **D.** $\frac{2+3a}{5}$.

Lời giải

Chọn D

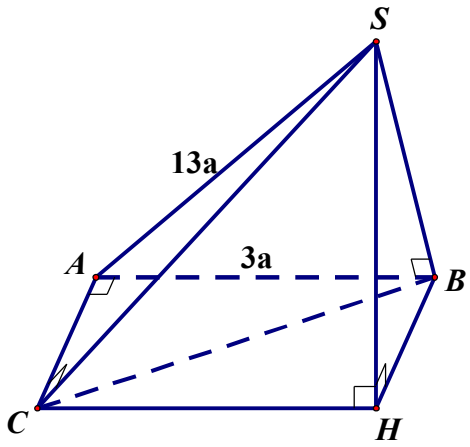
Ta có $\log_{243} 1125 = \log_{3^5}(3^2.5^3) = \frac{1}{5}(\log_3 3^2 + \log_3 5^3) = \frac{2+3a}{5}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy tam giác ABC vuông ở A, $\widehat{SCA} = \widehat{SBA} = 90^0$, $SA = 13a; AB = 3a; BC = 5a$. Tính thể tích chóp $S.ABC$.

A. $24a^3$. **B.** $48a^3$. **C.** $72a^3$. **D.** $26a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC)

Có $\left.\begin{matrix} AB \perp SB \\ AB \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (SHB) \Rightarrow AB \perp HB \underset{AB \perp AC}{\overset{Trong(ABC)}{\Rightarrow}} AC // HB$

$\left.\begin{array}{l} AC \perp SC \\ AC \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow AC \perp (SHC) \Rightarrow AC \perp HC \overset{Trong(ABC)}{\underset{AB \perp AC}{\Rightarrow}} AB // HC$

Suy ra tứ giác $ABHC$ là hình chữ nhật nên $AH = BC = 5a$

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 4a$

Tam giác SHA vuông tại H có

$SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = 12a$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH . \frac{1}{2} AB.AC = 24a^3$.

Câu 19. Khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng $4a$, mặt đáy là tứ giác có diện tích là $36a^2$, Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. 48. **B.** $48a^3$. **C.** $144a^3$. **D.** 144.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích khối lăng trụ là: $V = 36a^2.4a = 144a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;2023)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

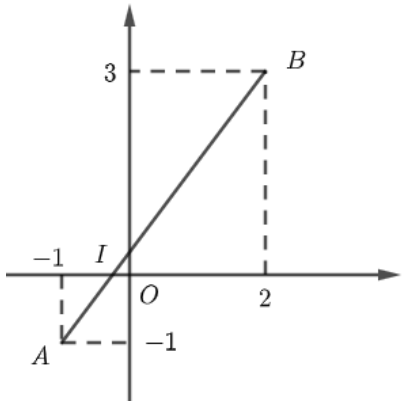
Chọn C

Câu 21. Biết hàm số $y = \sqrt{\sin^2 x + 2\sin x + 2} + \sqrt{\sin^2 x - 4\sin x + 13}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\sin x = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản; a, b là các số nguyên; $b > 0$). Tính $a^3 + b^2$

A. 15. **B.** 17. **C.** 65. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\sin x = t \Rightarrow t \in [-1;1]$.

$y = \sqrt{t^2 + 2t + 2} + \sqrt{t^2 - 4t + 13} = \sqrt{(t+1)^2 + 1} + \sqrt{(t-2)^2 + 9}$

$= MA + MB$

Với $M(t;0), A(-1;-1), B(2;3)$

Ta có $MA + MB \geq AB$

Dấu "=" xảy ra khi $M \equiv I$ là giao điểm của AB với trục Ox

Ta có: $\overrightarrow{AI}=(t+1;1), \overrightarrow{AB}=(3;4)$ mà $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên

$\frac{t+1}{3}=\frac{1}{4}\Rightarrow t=-\frac{1}{4}\Leftrightarrow \sin x=\frac{-1}{4}$

$\Rightarrow a=-1, b=4$.

$\Rightarrow a^3+b^2=(-1)^3+4^2=15$

Câu 22. Biết $\int_0^1 xe^{3x^2+3}dx=\frac{e^3}{a}\left(e^b-e^c\right)\ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Tính $a+b+c$

A. 6. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3x^2+3\Rightarrow dt=6xdx\Rightarrow xdx=\frac{dt}{6}$

Đổi cận:

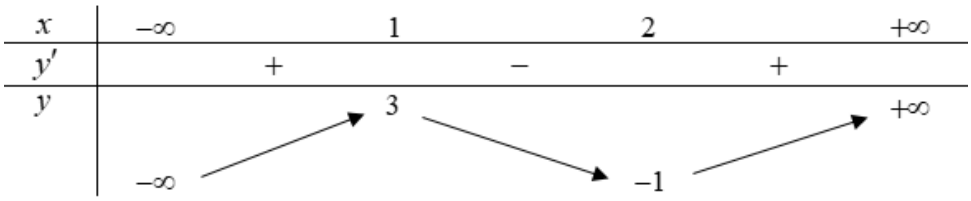
x	0	1
t	3	6

$I=\int_3^6 e^t.\frac{dt}{6}=\frac{1}{6}.e^t\Big|_3^6=\frac{1}{6}.\left(e^6-e^3\right)=\frac{e^3}{6}\left(e^3-1\right)$

$\Rightarrow a=6; b=3; c=0$

$\Rightarrow a+b+c=6+3+0=9$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:



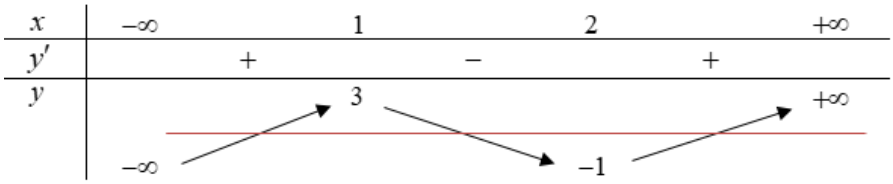
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét tương giao giữa hai đồ thị hàm số ta có:



Phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m<3\Rightarrow m\in\{0;1;2\}$.

Câu 24. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha):2x+y+3z-10=0$. Gọi $M(a,b,c)$ là giao điểm của (α) và Δ. Tính $2a+b+c$

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Vì $M\in\Delta\Rightarrow M(1+2t;-1+t;3+2t)$

$M\in(\alpha):2(1+2t)-1+t+3(3+2t)-10=0\Leftrightarrow 11t=0\Leftrightarrow t=0$

$\Rightarrow M(1;-1;3)\Rightarrow 2a+b+c=2-1+3=4$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{-x^3+7x-6}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $-2\le x\le 2$

$$y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{-x^3+7x-6}=\frac{\sqrt{(2-x)(2+x)}}{-(x-1)(x-2)(x+3)}=\frac{\sqrt{2+x}}{(x-1)(x+3)\sqrt{2-x}}$$

Vậy hàm số có 2 tiệm cận đứng $x=1;\ x=2$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 26. Chọn khẳng định sai.

A. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)+\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^3}{2-x}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

B. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)-\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^2}{x-2}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

C. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3-8}{3}\ln(x-2)-\int\dfrac{x^2+2x+4}{3}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

D. $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)-\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^3}{x-2}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x-2)\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x-2}\mathrm{d}x\\ v=\dfrac{x^3}{3}\end{cases}$.

Suy ra $\int x^2\ln(x-2)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}\ln(x-2)-\dfrac{1}{3}\int\dfrac{x^3}{x-2}\mathrm{d}x,\forall x\in(2;+\infty)$.

Câu 27. Phương trình $(x^2-4x+3)\log_{2023}(x^2-4)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\ x<-2\end{array}\right.$.

Phương trình tương đương $\left[\begin{array}{l}x^2-4x+3=0\\ \log_{2023}(x^2-4)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\\ x=\sqrt{5}\\ x=-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện, ta nhận $x=3,x=\pm\sqrt{5}$ nên phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 28. Khối cầu có đường kính $8a$. Thể tích khối cầu đó là

A. $\dfrac{256\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2048\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{2048\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khối cầu có bán kính $r=4a$ nên có thể tích $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{256}{3}\pi a^3$.

Câu 29. Tập hợp A gồm 2022 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con của A gồm đúng 4 phần tử?

A. A_{2022}^4. **B.** C_{2022}^4. **C.** 2022.4!. **D.** $\dfrac{2023}{4!}$.

Lời giải

Chọn B

Số tập con của A gồm đúng 4 phần tử là C_{2022}^4.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^2 + x + 1 + C,\ \forall x \in \mathbb{R}$, C là hằng số. Tính $f(2023)$.

A. 4047. **B.** 4046. **C.** 8093. **D.** 8092.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = 4x + 1$. Suy ra $f(2023) = 8093$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và (BDC')

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$(AB'D')//(BDC') \Rightarrow d\left((AB'D'),(BDC')\right) = d\left(C',(AB'D')\right) = d\left(A',(AB'D')\right) = h$.

Do khối tứ diện $A'AB'D'$ vuông tại A'

$\Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{(AA')^2} + \frac{1}{(A'B')^2} + \frac{1}{(A'D')^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Bất phương trình $25^x - 6.5^x + 5 \le 0$ có tập nghiệm là $[a;b]$. Tính $a.b$

A. 1. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$25^x - 6.5^x + 5 \le 0 \Leftrightarrow \left(5^x\right)^2 - 6.5^x + 5 \le 0$.

Đặt $t = 5^x$, $t > 0$.

Bất phương trình có dạng $t^2 - 6t + 5 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le t \le 5 \Rightarrow 1 \le 5^x \le 5 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$.

Câu 33. Tổng các nghiệm của phương trình $3.9^x - 5.6^x + 2.4^x = 0$ là

A. 0. **B.** -1. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Chia cả hai vế cho 4^x ta được

$$3.9^x - 5.6^x + 2.4^x = 0 \Leftrightarrow 3.\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 5.\left(\frac{3}{2}\right)^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^x = 1\\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0\\ x = -1\end{array}\right.$$

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số $y = x^3 - (2m+3)x^2 + (m^2 + 2m)x + 2$ đạt cực đại tại $x = 0$?

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$y' = 3x^2 - 2(2m+3)x + m^2 + 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = 0\\ m = -2\end{array}\right.$

Với $m = 0$

Ta có $y'=3x^2-6x$. Lập bảng biến thiên suy ra $x=0$ là điểm cực đại.

Với $m=-2$

Ta có $y'=3x^2+2x$. Lập bảng biến thiên suy ra $x=0$ là điểm cực tiểu.

Vậy $m=0$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)(x+2)^3$. Đồ thị hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

$f'(x)=0$ có hai nghiệm đơn là $x=1;x=-2\Rightarrow f'(x)$ đổi dấu hai lần qua hai nghiệm nên hàm số có hai điểm cực trị.

.

Câu 36. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+4|+|\bar{z}-4|=8$ trên mặt phẳng phức là:

A. Đường Elip. **B.** Đường thẳng. **C.** Đoạn thẳng. **D.** Tập rỗng.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ và $\bar{z}=x-yi$.

Ta có: $|z+4|+|\bar{z}-4|=8\Leftrightarrow|x+4+yi|+|x-4-yi|=8$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+4)^2+y^2}+\sqrt{(x-4)^2+y^2}=8$

Đặt $A(-4;0),B(4;0)\Rightarrow AB=\sqrt{(4+4)^2+0^2}=8.$

Nên $MA+MB=AB$

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn của z chính là đoạn thẳng AB.

Câu 37. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$; cho $A(1;1;2)$, $B(-4;0;11)$, $C(0;-21;0)$. Có bao nhiêu điểm D sao cho A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành?

A. Có vô số điểm D. **B.** Có 3 điểm D.

C. Có duy nhất một điểm D. **D.** Có 2 điểm D.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-5;-1;9)$; $\overrightarrow{AC}=(-1;-22;-2)\Rightarrow A,B,C$ không thẳng hàng.

Có duy nhất một điểm D để A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình bình hành.

Câu 38. Trong không gian cho hệ trục $Oxyz$; mặt phẳng (P) có phương trình $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{6}-1=0$ cắt trục Oy tại điểm A có tọa độ:

A. $A(0;3;0)$. **B.** $A\left(0;\frac{1}{3};0\right)$. **C.** $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{-1}{6}\right)$. **D.** $A\left(\frac{1}{2};0;\frac{-1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $Oy\cap(P)=A(0;y;0)$

Xét phương trình: $\frac{0}{2}+\frac{y}{3}-\frac{0}{6}-1=0\Rightarrow y=3$

Vậy $A(0;3;0)$.

Câu 39. Cho hàm số bậc nhất $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x)dx = 4;\ \int_2^3 f(x)dx = 2$. Tính $I = \int_0^1 f\left(f(2x-5)\right)dx$

A. 6. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** -4. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc nhất $f(x) = ax + b$

$$4 = \int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (ax+b)dx = \left(\frac{ax^2}{2} + bx\right)\Big|_0^1 = \frac{a}{2} + b \Rightarrow \frac{a}{2} + b = 4 \qquad (1)$$

$$2 = \int_2^3 (ax+b)dx = \left(\frac{ax^2}{2} + bx\right)\Big|_2^3 = \frac{9a}{2} + 3b - \frac{4a}{2} - 2b = \frac{5a}{2} + b \Rightarrow \frac{5a}{2} + b = 2 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \frac{a}{2} + b = 4 \\ \frac{5a}{2} + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x + \frac{9}{2}.$

$f(2x-5) = -2x + 5 + \frac{9}{2}.$

$f\left(f(2x-5)\right) = 2x - 5 - \frac{9}{2} + \frac{9}{2} = 2x - 5$

$I = \int_0^1 f\left(f(2x-5)\right)dx = \int_0^1 (2x-5)dx = -4..$

Câu 40. Một hộp có 5 quả cầu vàng, 7 quả cầu đỏ, 6 quả cầu xanh. Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả cầu. Tính xác suất để 4 quả cầu lấy được có đủ 3 màu khác nhau.

A. $\frac{165}{408}$. **B.** $\frac{35}{612}$. **C.** $\frac{35}{68}$. **D.** $\frac{225}{3060}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega) = C_{18}^4 = 3060$.

Gọi A là biến cố "Chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả cầu để 4 quả cầu lấy được có đủ 3 màu khác nhau"

Để chọn ngẫu nhiên từ hộp 4 quả cầu để 4 quả cầu lấy được có đủ 3 màu khác nhau, ta có các trường hợp sau:

2 quả cầu vàng, 1 quả cầu đỏ, 1 quả cầu xanh;

1 quả cầu vàng, 2 quả cầu đỏ, 1 quả cầu xanh;

1 quả cầu vàng, 1 quả cầu đỏ, 2 quả cầu xanh.

Vậy $n(A) = C_5^2C_7^1C_6^1 + C_5^1C_7^2C_6^1 + C_5^1C_7^1C_6^2 = 1575 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1575}{3060} = \frac{35}{68}$.

Câu 41. Cho $z + \frac{1}{z} = -1$. Tính $P = \left|z^{2023} + \frac{1}{z^{2023}}\right|$

A. $P = \sqrt{2}$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = -1$.

Lời giải

Chọn B

$z + \frac{1}{z} = -1 \Leftrightarrow z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow (z-1)(z^2 + z + 1) = 0 \Leftrightarrow z^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow z^3 = 1.$

Khi đó $P=\left|z^{2023}+\dfrac{1}{z^{2023}}\right|=\left|\left(z^3\right)^{674}z+\dfrac{1}{\left(z^3\right)^{674}z}\right|=\left|z+\dfrac{1}{z}\right|=1$.

Câu 42. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m thỏa $\log_3\left|\dfrac{x^2-2(m-1)x+2-m}{3x^2+2x+1}\right|\le 1$ với mọi x là

A. -14. **B.** 21. **C.** 14. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left|\dfrac{x^2-2(m-1)x+2-m}{3x^2+2x+1}\right|\le 1$ với mọi x.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2(m-1)x+2-m\neq 0\\ \left|x^2-2(m-1)x+2-m\right|\le 3\left(3x^2+2x+1\right)\end{cases}\text{ với mọi } x.$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2(m-1)x+2-m\neq 0\\ x^2-2(m-1)x+2-m\le 9x^2+6x+3\\ x^2-2(m-1)x+2-m\ge -9x^2-6x-3\end{cases}\text{ với mọi } x.$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2(m-1)x+2-m\neq 0\\ -8x^2-2(m+2)x-1-m\le 0\\ 10x^2-2(m-4)x+5-m\ge 0\end{cases}\text{ với mọi } x.$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2+m-2<0\\ (m+2)^2-8(m+1)\le 0\\ (m-4)^2-10(5-m)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-1<0\\ (m+2)^2-8(m+1)\le 0\\ (m-4)^2-10(5-m)\le 0\end{cases}.$$

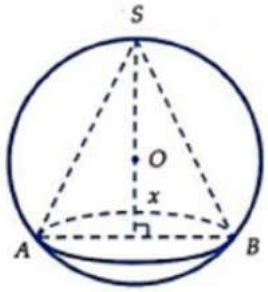
Mà m là số nguyên nên $m=0$ hay $m=1$. Vậy tổng tất cả các giá trị m là 1.

Câu 43. Cho mặt cầu $S(O;9)$. Một hình nón có đỉnh và đường tròn đáy nằm trên mặt cầu S. khi thể tích của hình nón lớn nhất, diện tích đường tròn đáy của hình nón thuộc khoảng nào dưới đấy?

A. $[200;220]$. **B.** $(230;240)$. **C.** $(200;220)$. **D.** $[220;230]$.

Lời giải

Chọn D



Gọi khoảng cách từ tâm của khối cầu đến đáy của hình nón là x. $(0<x<9)$.

Khi đó, chiều cao của khối nón $h=x+9$ và bán kính của khối nón $r=\sqrt{9^2-x^2}\Rightarrow r^2=81-x^2$

Thể tích khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}S.h=\dfrac{1}{3}\pi\left(81-x^2\right)(x+9)=\dfrac{1}{3}\pi(x+9)^2(9-x)$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}\pi(x+9)^2.(9-x)\Rightarrow f'(x)=\dfrac{1}{3}\pi\left(-3x^2-18x+81\right)=0\Leftrightarrow x=3$

Bảng biến thiên:

x	0		3		9
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

Vậy $V_{\max} \Leftrightarrow x=3$. Khi đó diện tích đáy là: $S=\pi\left(9^2-3^2\right)=72\pi \in [220;230]$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=x^3+3x^2-4x+4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1)=5$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$.

A. $\frac{131}{4}$. **B.** $\frac{125}{4}$. **C.** $\frac{35}{4}$. **D.** $\frac{203}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Suy ra $f(x)+f'(x)=ax^3+(3a+b)x^2+(2b+c)x+d+c$.

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases} a=1 \\ 3a+b=3 \\ 2b+c=-4 \\ d+c=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-4 \\ d=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=x^3-4x+8 \\ f'(x)=3x^2-4 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y=f(x), y=f'(x)$ là:

$$f(x)=f'(x) \Leftrightarrow x^3-4x+8=3x^2-4 \Leftrightarrow x^3-3x^2-4x+12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right. .$$

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng:

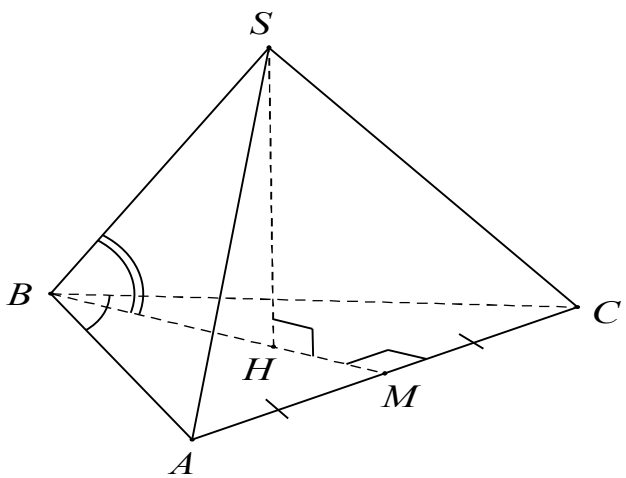
$$S=\int_{-2}^{3}\left|x^3-3x^2-4x+12\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\left(x^3-3x^2-4x+12\right)\mathrm{d}x+\int_{2}^{3}\left(-x^3+3x^2+4x-12\right)=\frac{131}{4}.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân ở B; $\widehat{ABC}=120°$; $AC=a\sqrt{3}$. Các cạnh bên $SA=SB=SC$; SB tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



$SA = SB = SC \Rightarrow$ chân đường cao H kẻ từ đỉnh S của hình chóp $S.ABC$ chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (với $H \in BM$, M là trung điểm của AC).

Khi đó, $SH \perp (ABC) \Rightarrow \left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SB,HB}\right) = \widehat{SBH} = 60°$.

Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos\widehat{ABC} \Rightarrow AB = BC = a$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC.\sin\widehat{ABC} = \frac{1}{2}.a.a.\sin 120° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow BH = \frac{AC}{2\sin\widehat{ABC}} = a \Rightarrow SH = BH.\tan\widehat{SBH} = a\sqrt{3}$.

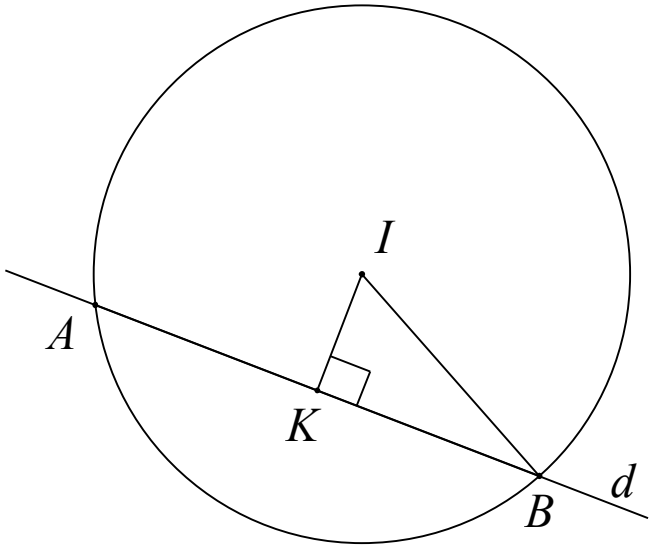
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH = \frac{a^3}{4}$.

Câu 46. Cho hai số phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $|z-2-i| = 5$; $|z+2+mi| = |z-m+i|$, $(m \in \mathbb{R})$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 - z_2|$ thuộc đoạn nào sau đây?

A. $[4;5]$. **B.** $[8;9]$. **C.** $[5;6]$. **D.** $[6;7]$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó:

$|z-2-i| = 5 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$

$|z+2+mi| = |z-m+i| \Leftrightarrow (2m+4)x + (2m-2)y + 3 = 0$

$\Rightarrow z_1, z_2$ vừa thuộc đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ và bán kính $R = 5$ vừa thuộc đường thẳng d có phương trình $(2m+4)x + (2m-2)y + 3 = 0$ (ở đây, d không đi qua tâm I mà luôn đi qua điểm $K\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ cố định) và giả sử d cắt (C) tại hai điểm A, B.

Do đó, $P = |z_1 - z_2| = AB$. Vậy P có giá trị nhỏ nhất khi $d \perp IK$. Khi đó,

$AB = 2KB = 2\sqrt{R^2 - IK^2} = \sqrt{74} \Rightarrow$ giá trị nhỏ nhất của $P = |z_1 - z_2|$ thuộc đoạn $[8;9]$..

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2023; 2023]$ để đồ thị hàm số $y = x^3 + mx^2 - m(2m+1)x + m^2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 4044. **B.** 4045. **C.** 4046. **D.** 4047.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành khi và chỉ khi phương trình $y = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y=0\Leftrightarrow (x-m)\left(x^2+2mx-m\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ g(x)=x^2+2mx-m=0. \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán tương đương $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác m

$$\begin{cases} \Delta'_g=m^2+m>0 \\ g(m)\neq 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m\neq 0; m\neq \dfrac{1}{3} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m\neq \dfrac{1}{3}. \end{cases}$$

Vì m nguyên và $m\in[-2023;2023]$ nên có 4045 giá trị.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ bậc ba có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=f\left(\dfrac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)$. Phương trình $g'(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'(x)\left[f(x)-1\right]f'\left(\dfrac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)$ nên

$$g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0; f(x)=1 \\ f'\left(\dfrac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)=0. \end{array}\right.$$

Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$

Xét phương trình $f(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=a\left(a>\dfrac{3}{2}\right). \end{array}\right.$

Xét phương trình

$$f'\left(\frac{1}{2}f^2(x)-f(x)\right)=0.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{2}f^2(x)-f(x)=0 \\ \dfrac{1}{2}f^2(x)-f(x)=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3}{2} \\ x=b(b<0) \end{array}\right. \\ f(x)=2\Leftrightarrow x=c(c>a) \\ f(x)=3\Leftrightarrow x=d(d>c) \\ f(x)=-1\Leftrightarrow x=e(e<b). \end{array}\right.$$

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 49. Trong không gian cho hệ trục Oxyz, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1-2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) ; cắt và vuông góc với đường thẳng d. Đường thẳng Δ không đi qua điểm nào dưới đây.

A. $E(6;-3;-11)$. **B.** $F(11;0;-10)$. **C.** $G(1;-6;-12)$. **D.** $A(2;7;13)$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $1+t-2(2-t)-1-2t-1=0\Leftrightarrow t=5\Rightarrow d\cap(P)=M(6;-3;-11)$.

d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-2)$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Do $\begin{cases}\Delta\subset(P)\\\Delta\perp d,\Delta\cap d=M\end{cases}\Rightarrow\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-5;-3;-1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-6}{5}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z+11}{1}$.

Thay tọa độ điểm $A(2;7;13)$ vào phương trình của Δ ta có $\Delta:\dfrac{2-6}{5}=\dfrac{7+3}{3}=\dfrac{13+11}{1}\Rightarrow\dfrac{-4}{5}=\dfrac{10}{3}$

Vô lý. Do đó $A\notin\Delta$..

Câu 50. Trong không gian cho hệ trục Oxyz; lấy các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$, $D\left(a+a\sqrt{b^2+c^2};b\sqrt{a^2+c^2};c\sqrt{b^2+a^2}\right)$ với a,b,c dương. Biết diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{3}{2}$(dvdt) và thể tích tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABD) là $mx+ny+pz+1=0$. Tính $m+n+p$.

A. -2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}-1=0.$

Diện tích tam giác ABC bằng $S=\dfrac{\sqrt{(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2}}{2}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow(ab)^2+(bc)^2+(ca)^2=9.$

Thể tích khối tứ diện là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.h=\dfrac{h}{2}.$

Với $h=d\left(D,(ABC)\right)=\dfrac{\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}+\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=abc\dfrac{\left(\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}+\sqrt{a^2+b^2}\right)}{3}$

V lớn nhất khi h lớn nhất

Ta có $abc\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{b^2c^2\left(a^2b^2+a^2c^2\right)}\le\sqrt{2}\sqrt{b^2c^2\dfrac{\left(a^2b^2+a^2c^2\right)}{2}}\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left[b^2c^2+\dfrac{\left(a^2b^2+a^2c^2\right)}{2}\right]$

Tuong tự: $abc\sqrt{c^2+a^2}\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left[a^2c^2+\dfrac{\left(a^2b^2+b^2c^2\right)}{2}\right],abc\sqrt{b^2+a^2}\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}\left[a^2b^2+\dfrac{\left(a^2c^2+b^2c^2\right)}{2}\right]$

$h\le\dfrac{2\sqrt{2}}{2.3}\left((ab)^2+(bc)^2+(ca)^2\right)=3\sqrt{2}.$

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=c=\sqrt[4]{3}.$

Ta có $D\left(\sqrt[4]{3}+\sqrt{6};\sqrt{6};\sqrt{6}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AD}=\sqrt{6}\left(1;1;1\right),\overrightarrow{AB}=\sqrt[4]{3}\left(-1;1;0\right),\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=k\left(1;1;-2\right)$

Phương trình mặt phẳng $\left(ABD\right):x+y-2z-\sqrt[4]{3}=0\Rightarrow -\frac{x}{\sqrt[4]{3}}-\frac{y}{\sqrt[4]{3}}+\frac{2z}{\sqrt[4]{3}}+1=0\Rightarrow \begin{cases} m=-\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \\ n=-\frac{1}{\sqrt[4]{3}} \\ p=\frac{2}{\sqrt[4]{3}} \end{cases}$

Do đó $m+n+p=0$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO YÊN BÁI
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – LẦN 1 – NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho là

A. 25 **B.** 32 **C.** 40 **D.** $\dfrac{1}{80}$

Câu 2: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{2}$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$

Câu 3: Tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A là

A. 3^{10} **B.** 10^3 **C.** C_{10}^3 **D.** A_{10}^3

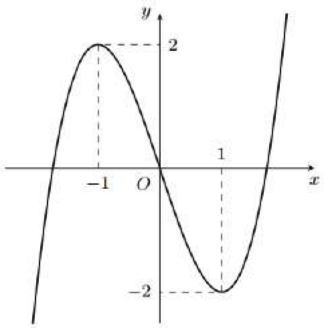
Câu 4: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\bar{z} + i$

A. $4 - 9i$ **B.** $2 + 11i$ **C.** $4 + 11i$ **D.** $4 + 10i$

Câu 5: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9 - x^2}$

A. 90 **B.** 72π **C.** 78π **D.** 72

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x)\,dx = 4$ và $\int_0^2 g(x)\,dx = 3$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 2g(x)]\,dx$ bằng

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 17.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_3} = (1;1;-2)$.

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log 3x$ bằng

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y'=3x\ln 10$. **C.** $y'=\dfrac{1}{3x\ln 10}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{x}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=(1;3;2)$ và $\vec{v}=(2;-1;1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;-2;3)$. **C.** $(3;4;3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(4;3;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là có phương trình là

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+2y-z-3=0$. **C.** $x+2y-z+3=0$. **D.** $x+y+2z+3=0$.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a=x$, $\log b=y$. Tính $P=\log\left(a^3b^4\right)$

A. $P=x^3+y^4$. **B.** $P=12xy$. **C.** $P=3x+4y$. **D.** $P=x^3y^4$.

Câu 14: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+5=0$ là

A. $-2-i$. **B.** $2+i$. **C.** $-2+i$. **D.** $2-i$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SC\perp(ABC), SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-3y+4z+6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D=(2;-5;-5)$. **B.** $B=(2;5;9)$. **C.** $C=(1;5;2)$. **D.** $A=(2;0;-5)$.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

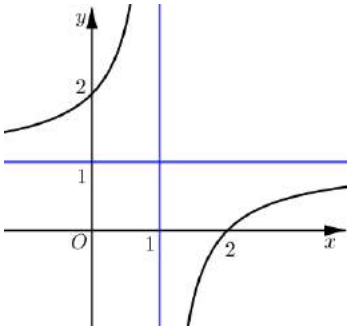
Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** a

Câu 20: Taaoj nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\dfrac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

A. $\{-1;-2\}$. **B.** $\{1;2\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{1;-2\}$

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

Câu 22: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

A. $\dfrac{4}{11}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{7}{11}$. **D.** $\dfrac{21}{220}$.

Câu 23: Cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M(-3;-2)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $N(-2;3)$ **D.** $Q(3;2)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(1;5)$.

Câu 25: Cho $\int x^4\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F'(x)=x^4$. **B.** $F'(x)=\dfrac{x^4}{4}$. **C.** $F'(x)=\dfrac{x^5}{5}$ **D.** $F'(x)=4x^3$.

Câu 26: Cho mặt cầu có diện tích 36π, khi đó thể tích của khối cầu bằng

A. $\dfrac{\pi}{9}$. **B.** 9π. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** 36π.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 28: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3-3x$ và $y=x$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(2;-1;3)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-4;0)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 33: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=\sqrt{2}$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3), R=2$. **B.** $I(-2;3), R=\sqrt{2}$. **C.** $I(-2;3), R=2$. **D.** $I(2;-3), R=\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=2e^{2x}+\dfrac{1}{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}-\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x}+\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\ln|x|+C$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<2$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+(m^2+1)x+27\right|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 18. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 26.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+(m+2)x$ có ba điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 38: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2-2z+1-m=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z|=2$. Tính S.

A. $S=6$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=10$. **D.** $S=7$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-2;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)+2(x+2)f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ và $f(2)=\dfrac{1}{4}\ln 4$. Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $f(7)=\dfrac{1}{2}\ln 3+3$. **B.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3+\dfrac{1}{2}$. **C.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3+1$. **D.** $f(7)=\dfrac{1}{3}\ln 3$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=a\sqrt{3}, SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 41: Cho phương trình $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5\dfrac{x^2-4}{49}<\log_7\dfrac{x^2-4}{25}$?

A. 66. **B.** 70. **C.** 33. **D.** 64.

Câu 43: Biết $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^7 f(x)dx=F(7)-G(0)+3m$ $(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x)$, $x=0$ và $x=7$. Khi $S=105$ thì m bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+t\\y=3+3t\\z=2t\end{cases}$ là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+t\\y=3+2t\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 46: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{9}{2}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{27}{2}a^3$. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 47: Biết rằng tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $(a;b]$. Khi đó $S=2a+b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 48: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

A. $\sqrt{313}+8$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{313}+16$.

Câu 49: Tất cả các cặp số $(x;y)$, sao cho $x,y\in\mathbb{N}^*$ sao cho $\left(3y-2y^2+2\right)\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>(y+1)\log_2\sqrt{x}$ luôn đúng là

A. 3684 **B.** 4095. **C.** 5406. **D.** 4012

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng Oxy. Khi $2d\left(B,(Q)\right)+d\left(C,(Q)\right)$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $I(8;-4;0)$. **B.** $I(15;-4;0)$. **C.** $I(3;2;0)$. **D.** $I\left(15;\frac{7}{2};0\right)$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.C	4.A	5.D	6.C	7.D	8.B	9.C	10.A
11.A	12.A	13.C	14.A	15.D	16.C	17.C	18.B	19.B	20.C
21.A	22.C	23.D	24.B	25.A	26.D	27.B	28.B	29.D	30.B
31.D	32.D	33.D	34.D	35.D	36.A	37.A	38.D	39.D	40.B
41.C	42.A	43.A	44.C	45.C	46.A	47.B	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho là

A. 25 **B.** 32 **C.** 40 **D.** $\frac{1}{80}$

Lời giải

Chọn C

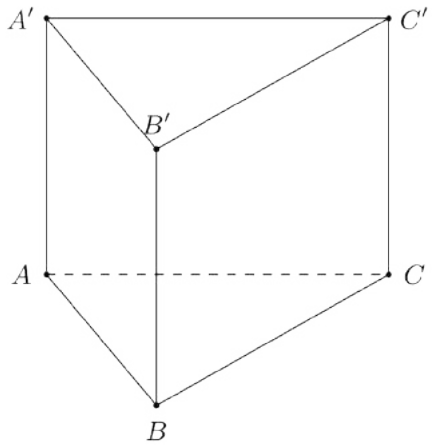
Ta có $u_4 = u_1.q^3 = 5.2^3 = 40$.

Câu 2: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{2}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn B



Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S = a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 3: Tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của A là

A. 3^{10} **B.** 10^3 **C.** C_{10}^3 **D.** A_{10}^3

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 3 phần tử của A là C_{10}^3.

Câu 4: Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\bar{z} + i$

A. $4 - 9i$ **B.** $2 + 11i$ **C.** $4 + 11i$ **D.** $4 + 10i$

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\bar{z}+i=2(2-5i)+i=4-10i+i=4-9i$.

Câu 5: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9-x^2}$

A. 90 **B.** 72π **C.** 78π **D.** 72

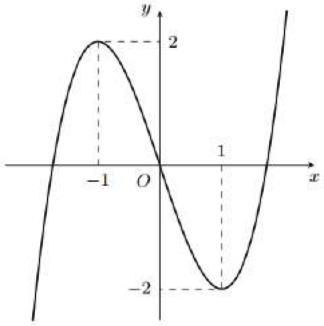
Lời giải

Chọn D

Diện tích hình vuông là $S=\left(2\sqrt{9-x^2}\right)^2=4\left(9-x^2\right)=36-4x^2$

Vậy thể tích vật thể là $V=\int_0^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_0^3\left(36-4x^2\right)\mathrm{d}x=72$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm



A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-4\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=-2.\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗		↗	$f(2)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 8: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^2 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^2 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x = 3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - 2\int_0^2 g(x)\mathrm{d}x = 3\cdot 4 - 2\cdot 3 = 6$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_3} = (1;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log 3x$ bằng

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y' = 3x\ln 10$. **C.** $y' = \dfrac{1}{3x\ln 10}$. **D.** $y' = \dfrac{3}{x}$.

Lời giải

Chọn A

$y' = (\log 3x)' = \dfrac{3}{3x\ln 10} = \dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (1;3;2)$ và $\vec{v} = (2;-1;1)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;-2;3)$. **C.** $(3;4;3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (1+2;3+(-1);2+1) = (3;2;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(4;3;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là có phương trình là

A. $x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $x + 2y - z - 3 = 0$. **C.** $x + 2y - z + 3 = 0$. **D.** $x + y + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm I của AB có tọa độ là $I(3;2;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Ta có (P) đi qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB} = (2;2;4)$ làm véc tơ pháp tuyến

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là:

$2(x-3) + 2(y-2) + 4(z-(-1)) = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + 4z - 6 = 0 \Leftrightarrow x + y + 2z - 3 = 0$.

Câu 13: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log a = x$, $\log b = y$. Tính $P = \log\left(a^3b^4\right)$

A. $P = x^3 + y^4$. **B.** $P = 12xy$. **C.** $P = 3x + 4y$. **D.** $P = x^3y^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\log\left(a^3b^4\right)=\log a^3+\log b^4=3\log a+4\log b=3x+4y$.

Câu 14: Nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2+4z+5=0$ là

A. $-2-i$. **B.** $2+i$. **C.** $-2+i$. **D.** $2-i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình $z^2+4z+5=0$ có hai nghiệm phức $z_1=-2+i$ và $z_2=-2-i$

Vậy nghiệm phức có phần ảo âm là $-2-i$.

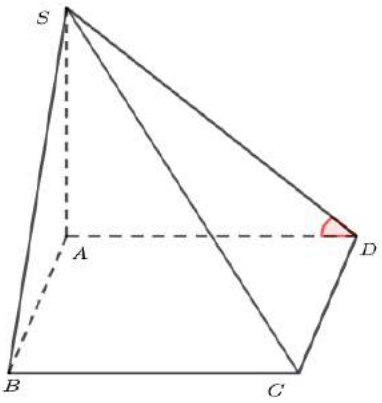
Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$.

Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$

Xét tam giác SAD vuông tại A ta có

$\tan\widehat{SDA}=\dfrac{SA}{AD}\Leftrightarrow\tan\widehat{SDA}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}\Leftrightarrow\tan\widehat{SDA}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\widehat{SDA}=60°$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SC\perp(ABC), SC=a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SC.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-3y+4z+6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $D=(2;-5;-5)$. **B.** $B=(2;5;9)$. **C.** $C=(1;5;2)$. **D.** $A=(2;0;-5)$.

Lời giải

Chọn C

Thay lần lượt các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy $1-3.5+4.2+6=0$

$\Rightarrow C\in(P)$.

Câu 18: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và bán kính bằng 2. Tính độ dài đường sinh của hình trụ

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.2.h=4\pi\Rightarrow h=1$.

Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{6}}$. **C.** $\sqrt{a}$. **D.** a

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{3}}=a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}=a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 20: Taaoj nghiệm của phương trình $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$

A. $\{-1;-2\}$. **B.** $\{1;2\}$.

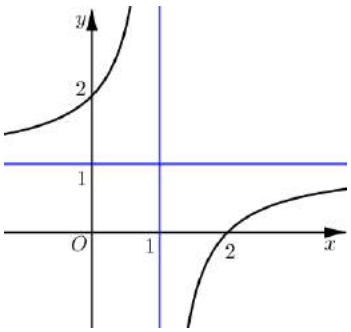
C. $\{-1;2\}$. **D.** $\{1;-2\}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $7^{x+1}=\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}\Leftrightarrow 7^{x+1}=7^{-x^2+2x+3}\Leftrightarrow x+1=-x^2+2x+3\ x^2-x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=\frac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\frac{x-1}{x-2}$ **D.** $y=\frac{x+1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$. Hàm số cần tìm là $y=\frac{x-2}{x-1}$.

Câu 22: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

A. $\frac{4}{11}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu là Ω: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

Gọi biến cố A: "3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh".

Biến cố $\overline{A}$: "3 quả được chọn có nhiều nhất 1 quả xanh".

TH1: Chọn được 1 quả xanh, 2 quả vàng: $C_7^1.C_5^2=70$.

TH2: Chọn 3 quả vàng: $C_5^3=10$.

Suy ra $n(\overline{A})=70+10=80\Rightarrow n(A)=220-80=140$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{140}{220}=\frac{7}{11}$.

Câu 23: Cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M(-3;-2)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $N(-2;3)$ **D.** $Q(3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overline{z}=3+2i$ điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ là $Q(3;2)$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 25: Cho $\int x^4\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào đúng?

A. $F'(x)=x^4$. **B.** $F'(x)=\frac{x^4}{4}$. **C.** $F'(x)=\frac{x^5}{5}$ **D.** $F'(x)=4x^3$.

Lời giải

Chọn A

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=x^4$ nên $F'(x)=f(x)=x^4$.

Câu 26: Cho mặt cầu có diện tích 36π, khi đó thể tích của khối cầu bằng

A. $\frac{\pi}{9}$. **B.** 9π. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** 36π.

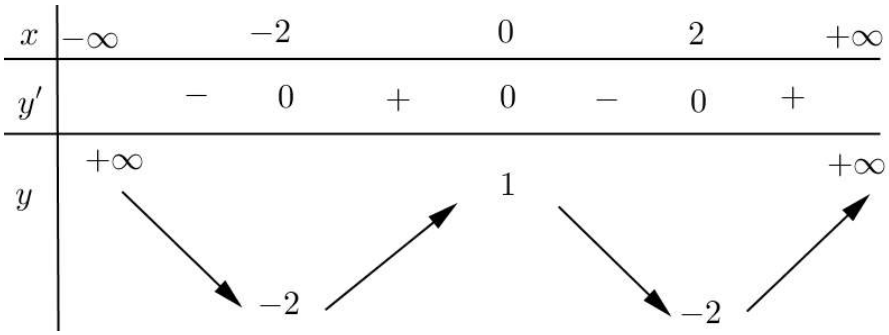
Lời giải

Chọn D

Ta có $36\pi = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 3$.

Vậy thể tích của khối cầu bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}.\pi.3^3 = 36\pi$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) - 3 = 0$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $4f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{4}$.

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm.

Câu 28: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = 1$. Vậy đường tiệm ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Toạ độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó $I(1;-2;0)$.

Điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) nên I là trung điểm của AB.

Suy ra $B(1;-2;-3)$.

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3 - 3x$ và $y = x$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $x^3-3x=x \Leftrightarrow x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3-3x$ và $y=x$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x=\left|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\right|_{-2}^{0}\left|+\right|\left(\frac{x^4}{4}-2x^2\right)\left|_{0}^{2}\right|=8$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(2;-1;3)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(2;-1;3)$ có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2=0$ có tọa độ là

A. $(2;-4;0)$.

B. $(1;-2;0)$.

C. $(1;-2;1)$.

D. $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của mặt cầu (S) là $(-1;2;0)$.

Câu 33: Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=\sqrt{2}$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;-3), R=2$.

B. $I(-2;3), R=\sqrt{2}$.

C. $I(-2;3), R=2$.

D. $I(2;-3), R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi(x;y\in\mathbb{R})$

Khi đó, $|z-2+3i|=\sqrt{2} \Leftrightarrow |(x-2)+(y+3)i|=\sqrt{2} \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=2$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)=2e^{2x}+\frac{1}{x}$. Khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}-\frac{1}{x^2}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x}+\ln|x|+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int f(x)\mathrm{d}x = \int\left(2e^{2x} + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x = 2.\frac{1}{2}e^{2x} + \ln|x| + C = e^{2x} + \ln|x| + C$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 2$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<5 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(1;5)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 18. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $f(x)=x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27$ trên đoạn $[-3;-1]$ ta có

$f'(x)=3x^2+2x+m^2+1>0, \forall x\in[-3;-1]$. Suy ra hàm số luôn đồng biến $\forall x\in[-3;-1]$

$\min\limits_{[-3;-1]} f(x)=f(-3)=6-3m^2$; $\underset{[-3;-1]}{Max}\, f(x)=f(-1)=26-m^2$

Gọi M là giá trị lớn nhất của $y=\left|x^3+x^2+\left(m^2+1\right)x+27\right|$.

$M=\underset{[-3;-1]}{Max}=max\left\{\left|26-m^2\right|,\left|6-3m^2\right|\right\}$

$\Rightarrow \begin{cases} M\geq\left|26-m^2\right| \\ M\geq\left|6-3m^2\right| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3M\geq 3\left|26-m^2\right| \\ M\geq\left|6-3m^2\right| \end{cases}$

$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|6-3m^2\right|$

$\Rightarrow 4M\geq\left|78-3m^2\right|+\left|3m^2-6\right|$

$\Rightarrow 4M\geq 72 \Rightarrow M\geq 18$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\left|26-m^2\right|=\left|6-3m^2\right| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 26-m^2=6-3m^2 \\ 26-m^2=3m^2-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2=-10(l) \\ m^2=8 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{2}$.

Vậy: Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3;-1]$ có giá trị nhỏ nhất bằng 18

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^4+6x^2+(m+2)x$ có ba điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$y'=-4x^3+12x+m+2$

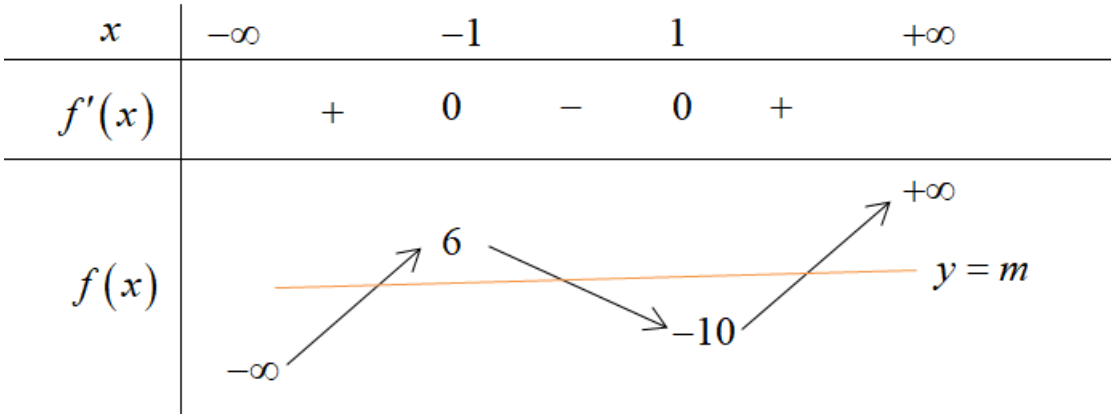
$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 12x + m + 2 = 0 \Leftrightarrow m = 4x^3 - 12x - 2$

Đặt $f(x) = 4x^3 - 12x - 2$

$f'(x) = 12x^2 - 12$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1.$

Bảng biến thiên



Để hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow -10 < m < 6,\ m \in Z \Rightarrow m = \{-9; -8; -7 ... 4; 5\}$

Vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m

Câu 38: Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S.

A. $S = 6$. **B.** $S = -3$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2 - 2z + 1 - m = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m \quad (1)$

Với $m = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \Rightarrow |z| = 1$ (không thỏa mãn)

Với $m > 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{m}$. Do $|z| = 2 \Leftrightarrow |1 \pm m| = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Với $m < 0$ thì $(1) \Leftrightarrow z = 1 \pm i\sqrt{-m}$

Theo đề bài phương trình có nghiệm phức thỏa mãn:

Do $|z| = 2 \Leftrightarrow \left|1 \pm i\sqrt{-m}\right| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1-m} = 2 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn)

Vậy $S = 1 + 9 - 3 = 7.$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(-2; +\infty)$ thỏa mãn $f(x) + 2(x+2)f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+2}}$ và $f(2) = \dfrac{1}{4}\ln 4$. Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $f(7) = \dfrac{1}{2}\ln 3 + 3$. **B.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3 + \dfrac{1}{2}$. **C.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3 + 1$. **D.** $f(7) = \dfrac{1}{3}\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Nhân cả 2 vế của phương trình với $\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$ ta được:

$$\frac{1}{2\sqrt{x+2}}f(x)+\sqrt{x+2}.f'(x)=\frac{1}{2(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x+2}.f(x)\right)'=\frac{1}{2(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x+2}.f(x)=\int\frac{1}{2(x+2)}dx$$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x+2}.f(x)=\frac{1}{2}.\ln(x+2)+C$$

Với $x=2$ ta được:

$$2.f(2)=\frac{1}{2}.\ln 4+C\Leftrightarrow 2.\frac{1}{4}\ln 4=\frac{1}{2}\ln 4+C\Leftrightarrow C=0$$

Ta có: $\sqrt{x+2}.f(x)=\frac{1}{2}\ln(x+2)$

Thay $x=7$ ta được:

$$3.f(7)=\frac{1}{2}\ln 9\Leftrightarrow f(7)=\frac{1}{3}\ln 3.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, AC=a\sqrt{3}, SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC)

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Lời giải

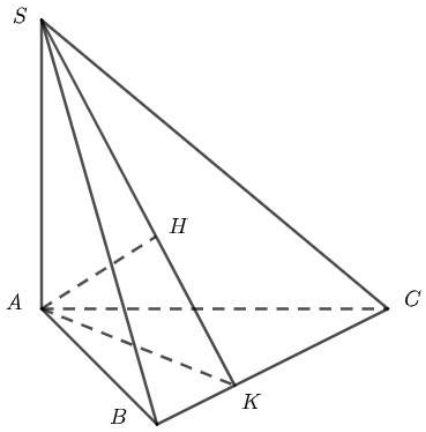
Chọn B

Trong (ABC) kẻ $AK\perp BC$, trong (SAK) kẻ $AH\perp SK$

Ta có:

$$\left.\begin{matrix}BC\perp AK\\BC\perp SA\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAK)$$

$$AH\subset(SAK)\Rightarrow BC\perp AH$$



Lại có:

$$\left.\begin{matrix}AH\perp SK\\AH\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow AH\perp(SBC)$$

$$\Rightarrow d(A,(SBC))=AH$$

Xét ΔABC vuông tại A có đường cao AK:

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}\Rightarrow AK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Xét ΔSAK vuông tại A có đường cao AH

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AK^2}\Rightarrow AH=\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$$

Câu 41: Cho phương trình $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $\left(4\log_3^2 x-15\log_3 x+9\right)\sqrt{\log_4 x+m}=0$ (ĐKXĐ: $x>0$ và $x\ge 4^{-m}$)

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4\log_3^2 x-15\log_3 x+9=0\\ \log_4 x=-m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=3\\ \log_3 x=\dfrac{3}{4}\\ \log_4 x=-m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3^3\\ x=3^{\frac{3}{4}}\\ x=4^{-m}\end{array}\right.$$

Để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì

$3^{\frac{3}{4}}\le 4^{-m}<3^3\Leftrightarrow\log_4 3^{\frac{3}{4}}\le -m<\log_4 3^3\Leftrightarrow m\in\{-2;-1\}$

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5\dfrac{x^2-4}{49}<\log_7\dfrac{x^2-4}{25}$?

A. 66. **B.** 70. **C.** 33. **D.** 64.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\ x>2\end{array}\right.$.

Ta có: $\log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\log_7\left(x^2-4\right)-2\log_7 5$

$$\Leftrightarrow\log_5\left(x^2-4\right)-2\log_5 7<\frac{\log_5\left(x^2-4\right)}{\log_5 7}-2\log_7 5$$

$$\Leftrightarrow\log_5\left(x^2-4\right)\left(1-\log_7 5\right)<2\left[\frac{1}{\log_7 5}-\log_7 5\right)$$

$$\Leftrightarrow\log_5\left(x^2-4\right)<2\frac{1+\log_7 5}{\log_7 5}\Leftrightarrow\log_5\left(x^2-4\right)<2\log_5 35$$

$$\Leftrightarrow x^2-4<35^2\Leftrightarrow-\sqrt{1229}<x<\sqrt{1229}$$

Kết hợp điều kiện ta được: $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2<x<\sqrt{1229}\\ -\sqrt{1229}<x<-2\end{array}\right.$

Từ đó suy ra có 66 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 43: Biết $F\left(x\right)$, $G\left(x\right)$ là hai nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^7 f(x)dx=F(7)-G(0)+3m$ $(m>0)$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x)$, $x=0$ và $x=7$. Khi $S=105$ thì m bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $G\left(x\right)=F\left(x\right)+C$.

Theo giả thiết: $\int_0^7 f(x)dx = F(7) - G(0) + 3m \ (m > 0)$

Nên $\begin{cases} F(7) - F(0) = F(7) - G(0) + 3m \\ G(7) - G(0) = F(7) - G(0) + 3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G(0) - F(0) = 3m \\ G(7) - F(7) = 3m \end{cases} \Leftrightarrow G(x) - F(x) = 3m$.

Khi đó $S = \int_0^7 |G(x) - F(x)|dx = \int_0^7 |3m|dx = \int_0^7 3m\,dx = 21m$

Theo giả thiết : $21m = 105 \Leftrightarrow m = 5$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

STXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \le 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m + 2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le m \le -1$.

Ta có $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1\}$. Vậy có 2giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, song song với mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

(P) có vtpt $\vec{n} = (1;1;-1)$, Δ có vtcp $\vec{u} = (1;3;2)$.

Vì $d // (P)$, $d \perp \Delta \Rightarrow d$ nhận $\vec{u_1} = [\vec{n}, \vec{u}] = (5;-3;2)$ làm VTCP, đồng thời d đi qua $M(1;2;-1)$.

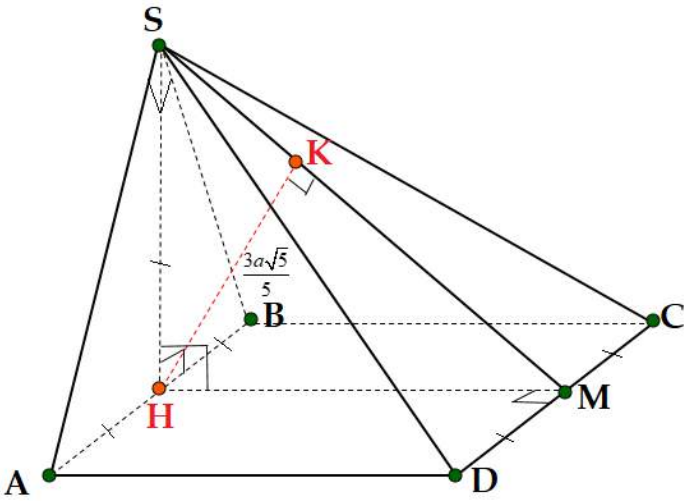
$\Rightarrow$ Phương trình $d: \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 46: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{9}{2}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{27}{2}a^3$. **D.** $\frac{3}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là $x\,(x>0)$.

Tam giác SAB vuông cân tại S suy ra chiều cao $SH=\frac{AB}{2}=\frac{x}{2}$.

Mà $(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của $CD\Rightarrow CD\perp HM$. Lại có $CD\perp SH\ (do\ SH\perp(ABCD))$

$\Rightarrow CD\perp(SHM)$.

Gọi K là hình chiếu của H lên $SM\Rightarrow HK\subset(SHM)\Rightarrow CD\perp HK$. Suy ra $HK\perp(SCD)$.

$\Rightarrow d\left(H,(SCD)\right)=HK$.

Lại có: $AB\,||\,CD\Rightarrow AB\,||\,(SCD)$ mà $H\in AB\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=d\left(H,(SCD)\right)=HK=\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Trong tam giác SHM vuông tại H có:

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HM^2}\Leftrightarrow\frac{5}{9a^2}=\frac{4}{x^2}+\frac{1}{x^2}\Leftrightarrow\frac{5}{9a^2}=\frac{5}{x^2}\Rightarrow x=3a.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.(3a)^2=\frac{9a^3}{2}$.

Câu 47: Biết rằng tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $(a;b]$.

Khi đó $S=2a+b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=\frac{x-m+1}{x+m}$. Điều kiện $x\neq -m$. Ta có $g'(x)=\frac{2m-1}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y=\left|\frac{x-m+1}{x+m}\right|$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ điều kiện là

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(x)>0\\ g(1)\ge 0,-m\le 1\end{cases}\\ \begin{cases}g'(x)<0\\ g(1)\le 0,-m\le 1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2m-1>0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\ge 0,m\ge -1\end{cases}\\ \begin{cases}2m-1<0\\ \dfrac{2-m}{1+m}\le 0,m\ge -1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<m\le 2\\ \begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\ m\ge 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\frac{1}{2}<m\le 2.$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\Rightarrow T=2a+b=3.\\ b=2\end{cases}$$

Câu 48: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-3i+5|=2$ và $|iz_2-1+2i|=4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2iz_1+3z_2|$.

A. $\sqrt{313}+8$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313}+2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{313}+16$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z+z'|\le|z|+|z'|$.

$$T=|2iz_1+3z_2|=|2i(z_1-3i+5)-3i(iz_2-1+2i)-12-13i|$$

$$T=|2i(z_1-3i+5)-3i(iz_2-1+2i)-12-13i|\le|2i(z_1-3i+5)-3i(iz_2-1+2i)|+|-12-13i|$$

$$\le|2i(z_1-3i+5)|+|-3i(iz_2-1+2i)|+\sqrt{313}=2.2+3.4+\sqrt{313}=16+\sqrt{313}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $T=\sqrt{313}+16$.

Câu 49: Tất cả các cặp số $(x;y)$, sao cho $x,y\in\mathbb{N}^*$ sao cho $(3y-2y^2+2)\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>(y+1)\log_2\sqrt{x}$ luôn đúng là

A. 3684 **B.** 4095. **C.** 5406. **D.** 4012

Lời giải

Chọn B

Do $\begin{cases}(y+1)\log_2\sqrt{x}\ge 0\\ \log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)>0\end{cases},\forall x,y\in\mathbb{N}^*$

Nên để bất phương trình có nghiệm khi $3y-2y^2+2>0\Rightarrow y=1$.

Với $y=1$, bất phương trình tương đương $3\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)-\log_2 x>0$.

Đặt $t=\log_2 x\ \ (t\ge 0)\Leftrightarrow x=2^t$, bất phương trình tương đương:

$$1+2^{\frac{t}{2}}+2^{\frac{t}{3}}>3^{\frac{t}{3}}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^t+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1>0$$

Đặt $f(t)=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^{t}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1$. Do $f(t)$ là hàm nghịch biến và $f(12)=0$

Nên $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{t}{3}}+\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}\right)^{t}+\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{3}}-1>0 \Leftrightarrow 0\le t<12 \Leftrightarrow 1\le x<4096$.

Vậy có 4095 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $B(2;5;0)$, $C(4;7;0)$ và $K(1;1;3)$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua K và vuông góc với mặt phẳng Oxy. Khi $2d(B,(Q))+d(C,(Q))$ đạt giá trị lớn nhất, giao tuyến của (Oxy) và (Q) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $I(8;-4;0)$ **B.** $I(15;-4;0)$ **C.** $I(3;2;0)$ **D.** $I\left(15;\frac{7}{2};0\right)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ là pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Do (Q) vuông góc với (Oxy) nên $\vec{n}=(a;b;0)$, mà (Q) đi qua K nên $(Q):ax+by-a-b=0$.

Trường hợp 1: B, C nằm cùng phía so với (Q), khi đó:

$$2d(B,(Q))+d(C,(Q))=\frac{2|a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$=\frac{|2a+8b|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|5a+14b|}{\sqrt{a^2+b^2}}\le\frac{\sqrt{5^2+14^2}\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{221}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{5}=\frac{b}{14}\Rightarrow(Q):5x+14y-19=0$.

Trường hợp 1: B, C nằm khác phía so với (Q), khi đó:

$$2d(B,(Q))+d(C,(Q))=\frac{2|a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$=\frac{|2a+8b|}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{|3a+6b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|-a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}\le\frac{\sqrt{(-1)^2+(2)^2}\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{5}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{a}{-1}=\frac{b}{2}\Rightarrow(Q):-x+2y-1=0$.

Vậy (Q) có phương trình là $(Q):5x+14y-19=0$.

TRƯỜNG THPT LÊ KHIẾT
QUẢNG NGÃI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

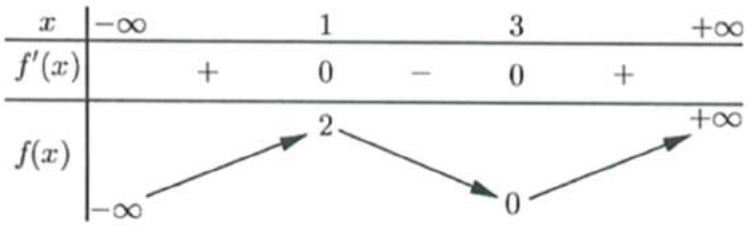
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;1;2)$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=\cos x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $y'=\tan x$. **B.** $y'=\sin x$. **C.** $y'=-\cot x$. **D.** $y'=-\sin x$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;5)$.

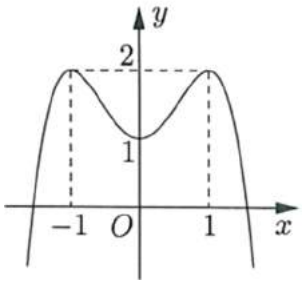
Câu 5. Cho khối lập phương có thể tích bằng 2. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $\sqrt[3]{2}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $P(1;0;3)$. **B.** $Q(0;2;3)$. **C.** $N(1;2;0)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



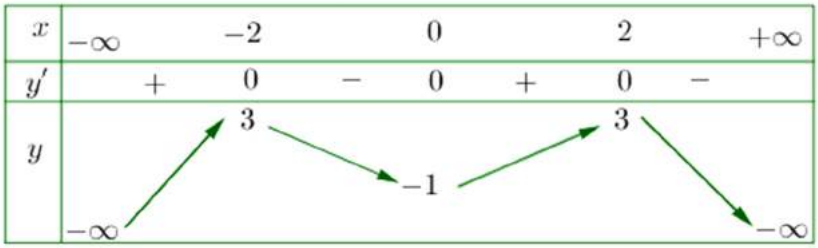
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Câu 8. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Bán kính R' của đường tròn được tính theo công thức nào sau đây?

A. $R'=R+d$. **B.** $R'=R-d$. **C.** $R'=\sqrt{R^2-d^2}$. **D.** $R'=\sqrt{R^2+d^2}$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

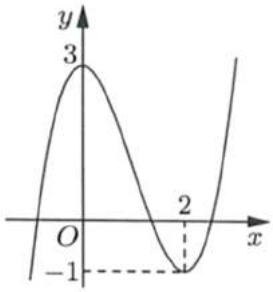


A. $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x-5$. **D.** $y=\frac{x-3}{x-1}$.

Câu 10. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



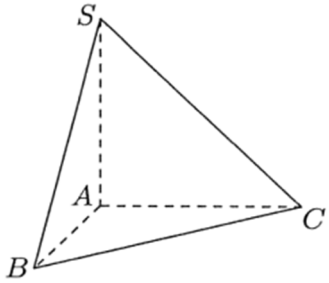
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(0;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-1)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$. Bán kính của (S) là

A. $R=\sqrt{13}$. **B.** $R=13$. **C.** $R=14$. **D.** $R=\sqrt{14}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $AC=4$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 14. Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $y'=\pi^x\ln\pi$. **B.** $y'=\frac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** $y'=\pi x^{\pi-1}$. **D.** $y'=x\pi^{x-1}$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$, $u_3=6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

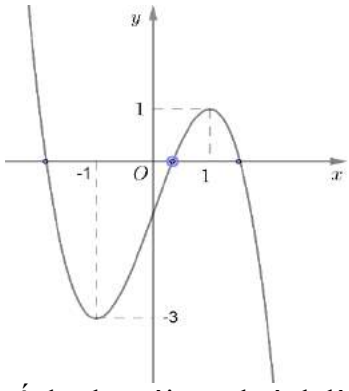
Câu 17. Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh là l. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. πrl. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. **D.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$.

Câu 18. Mô đun của số phức $z=2-3i$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20. Cho số phức $z=2-3i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** $-12i$. **D.** -12.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P):3x+y-2z-1=0$?

A. $B(1;0;1)$. **B.** $D(1;0;-1)$. **C.** $C(-1;2;0)$. **D.** $A(0;1;1)$.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1}=5$ có bao nhiêu phần tử?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^x=3x-1$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=2$ là một đường tròn tâm I, bán kính R với

A. $I(2;1)$, $R=2$. **B.** $I(2;-1)$, $R=2$. **C.** $I(-2;1)$, $R=2$. **D.** $I(-2;-1)$, $R=2$.

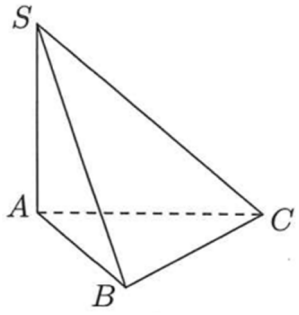
Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với đáy và $AB=2SA$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

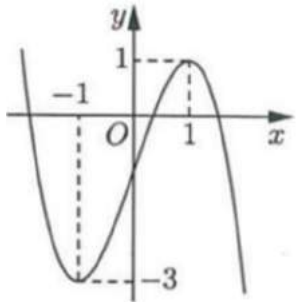
A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=2^x+x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x\ln 2+x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x+x^2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x\ln 2+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 9. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)$. **B.** $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Mặt phẳng (OMN) có phương trình là

A. $2x-3y+5z=0$. **B.** $2x+3y+5z=0$. **C.** $2x-3y-z=0$. **D.** $2x-y+5z=0$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2)<0$?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(12;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-4x+3; x=0$ và $y=0$ bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{9}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt, trong đó có mặt cả hai chữ số 2 và 3?

A. $A_5^2.A_8^3-A_4^2.A_7^2$. **B.** $C_5^2.C_8^3.3!$. **C.** $C_5^2.A_8^3-C_4^2.A_7^2$. **D.** $A_5^2.A_8^3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 35. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và các chữ số thuộc A?

A. 60. **B.** 20. **C.** 125. **D.** 30.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** –2. **D.** 8.

Câu 37. Nếu $2^x+2^{-x}=5$ thì giá trị $A=4^x+4^{-x}+3$ là

A. 5. **B.** 25. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 26.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm của bất phương trình

$$\log_3\left(\frac{\sqrt{x^2-x+4}+1}{27}\right)+\log_5\left(x^2-x+5\right)^2\le 0?$$

A. 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+(m^2+11)x-2m^2+2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC=2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{5}$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$, $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;-3;5)$ cắt d_1, d_2 tại hai điểm B và C. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{19}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+2mz+1=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3|=|z_2+3|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 44. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=|1+x|-|1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Tính tổng $F(0)+F(2)$

A. 3. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 45. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in[-10;10]$ để hàm số $y=|3x^4-4(a+2)x^3+12ax^2-30a|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$?

A. 12. **B.**11. **C.**10. **D.** 13.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)+xf(x)=\frac{2x}{e^{x^2}}, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=-2$. Tính $f(-2)$.

A. $f(-2)=\frac{-2}{e^4}$. **B.** $f(-2)=\frac{2}{e^4}$. **C.** $f(-2)=4$. **D.** $f(-2)=e^2$.

Câu 48. Cho các số phức u,v,w thỏa mãn các điều kiện $|u+4-2i|=2;|3v-1+i|=|2v+1-i|$ và $|w|=|\overline{w}+2+2i|$. Tìm $|w|$ khi $S=|u-w|+|v-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $|w|=\frac{\sqrt{13}}{2}$. **B.** $|w|=\frac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $|w|=\frac{\sqrt{17}}{2}$. **D.** $|w|=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;\sqrt{3})$ và điểm B thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi C là điểm trên tia Oz thỏa mãn $d[C,AB]=d[C,OB]=k$. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi tập hợp tất cả các điểm M mà $CM\le k$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0,2;0,7)$. **B.** $(1,2;1,7)$. **C.** $(1,7;2,2)$. **D.** $(0,7;1,2)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2 \frac{x+y}{x^2+y^2+2} \geq x(x-4)+y(y-4)?$$

A. 13. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 21.

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	**2.A**	**3.D**	**4.D**	**5.C**	**6.C**	**7.D**	**8.C**	**9.A**	**10.D**
11.A	**12.A**	**13.D**	**14.A**	**15.D**	**16.B**	**17.B**	**18.A**	**19.C**	**20.D**
21.A	**22.D**	**23.B**	**24.D**	**25.C**	**26.B**	**27.C**	**28.C**	**29.D**	**30.A**
31.C	**32.D**	**33.A**	**34.B**	**35.A**	**36.A**	**37.D**	**38.D**	**39.B**	**40.B**
41.B	**42.D**	**43.C**	**44.C**	**45.A**	**46.D**	**47.A**	**48.B**	**49.D**	**50.C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+} y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^+}\dfrac{2x+1}{3x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^-} y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{3}^-}\dfrac{2x+1}{3x-1}=-\infty$ nên $x=\dfrac{1}{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{3x-1}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(2;-1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;1;2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;-2)$.

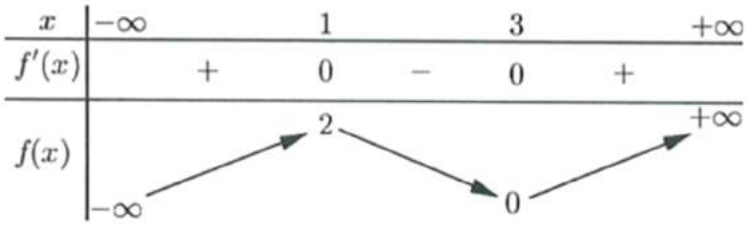
Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y=\cos x$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $y'=\tan x$. **B.** $y'=\sin x$. **C.** $y'=-\cot x$. **D.** $y'=-\sin x$.

Lời giải

Đạo hàm của hàm số $y=\cos x$ trên $\mathbb{R}$ là $y'=-\sin x$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$. Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 5. Cho khối lập phương có thể tích bằng 2. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** $\sqrt[3]{2}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Gọi a là cạnh của hình lập phương đã cho.

Vì khối lập phương có thể tích bằng 2 nên ta có $a^3=2$. Suy ra $a=\sqrt[3]{2}$.

Vậy cạnh của khối lập phương đã cho bằng $\sqrt[3]{2}$.

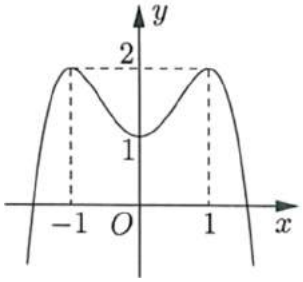
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $P(1;0;3)$. **B.** $Q(0;2;3)$. **C.** $N(1;2;0)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Lời giải

Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

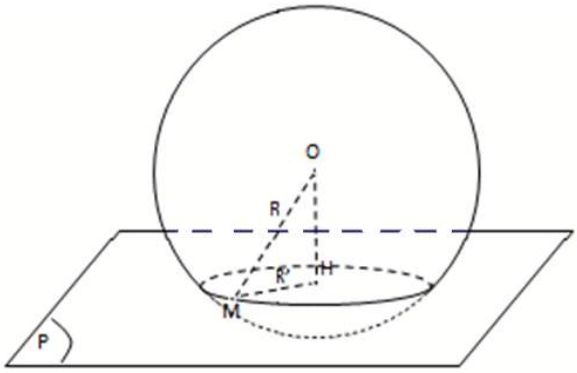
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, điểm cực tiểu của hàm số là $x=0$.

Câu 8. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Bán kính R' của đường tròn được tính theo công thức nào sau đây?

A. $R'=R+d$. **B.** $R'=R-d$. **C.** $R'=\sqrt{R^2-d^2}$. **D.** $R'=\sqrt{R^2+d^2}$.

Lời giải



Gọi M là điểm nằm trên đường tròn; H là hình chiếu của O trên (P).

Ta có ΔOMH vuông tại H nên $MH^2=OM^2-OH^2$.

Vậy $R'=\sqrt{R^2-d^2}$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

A. $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x-5$. **D.** $y=\frac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên và các phương án của bài toán thì đây là bảng biến thiên của hàm bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại $y=x^3-3x-5$ và $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$ nên ta loại $y=x^4-2x^2-1$.

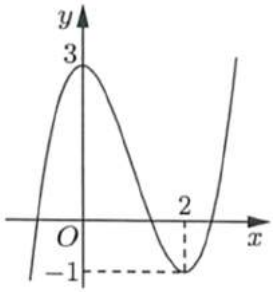
Câu 10. Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$. Nếu $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=2-3=-1$.

Câu 11. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $M(0;3)$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ $(0;3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+1=0$. Bán kính của (S) là

A. $R=\sqrt{13}$. **B.** $R=13$. **C.** $R=14$. **D.** $R=\sqrt{14}$.

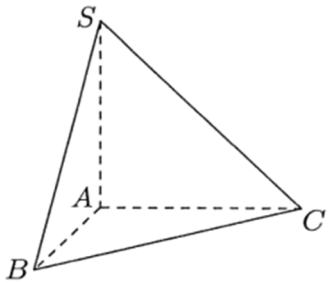
Lời giải

Phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$.

Khi đó ta có $a=1$; $b=2$; $c=3$; $d=1$.

Vậy $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{1^2+2^2+3^2-1}=\sqrt{13}$.

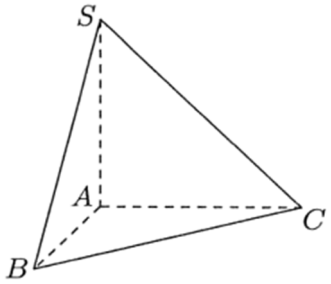
Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=2$, $AC=4$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{3}.3.\frac{1}{2}.2.4=4$.

Câu 14. Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=\pi^x$ là

A. $y'=\pi^x\ln\pi$. **B.** $y'=\frac{\pi^x}{\ln\pi}$. **C.** $y'=\pi x^{\pi-1}$. **D.** $y'=x\pi^{x-1}$.

Lời giải

Ta có $y'=\pi^x\ln\pi$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2, u_3=6$. Công sai của cấp số cộng này bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $u_3=u_1+2d\Leftrightarrow 6=2+2d\Leftrightarrow d=2$.

Câu 17. Cho hình trụ có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh là l. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. πrl. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2l$. **D.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl$.

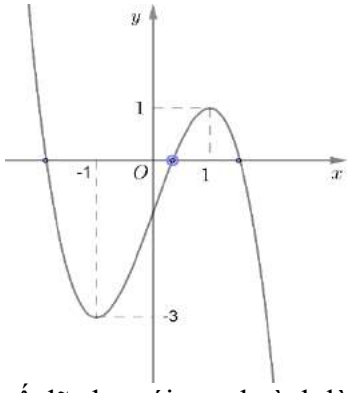
Câu 18. Mô đun của số phức $z=2-3i$ bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 13. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $|z|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$.

Câu 19. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau:

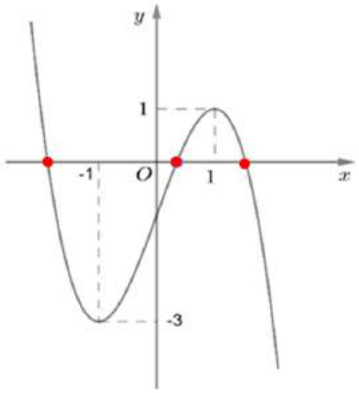


Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta thấy số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là 3.



Câu 20. Cho số phức $z=2-3i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** $-12i$. **D.** -12.

Lời giải

Ta có $z=2-3i \Rightarrow z^2=(2-3i)^2=-5-12i$.

Vậy phần ảo của số phức z^2 bằng -12.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P): 3x+y-2z-1=0$?

A. $B(1;0;1)$. **B.** $D(1;0;-1)$. **C.** $C(-1;2;0)$. **D.** $A(0;1;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ của các điểm ở các phương án A, B, C, D vào phương trình mặt phẳng (P) ta có điểm $B(1;0;1)$ thỏa mãn $3.1+0-2.1-1=0$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1}=5$ có bao nhiêu phần tử?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $2^{x+1}=5 \Leftrightarrow x+1=\log_2 5 \Leftrightarrow x=\log_2 5-1$.

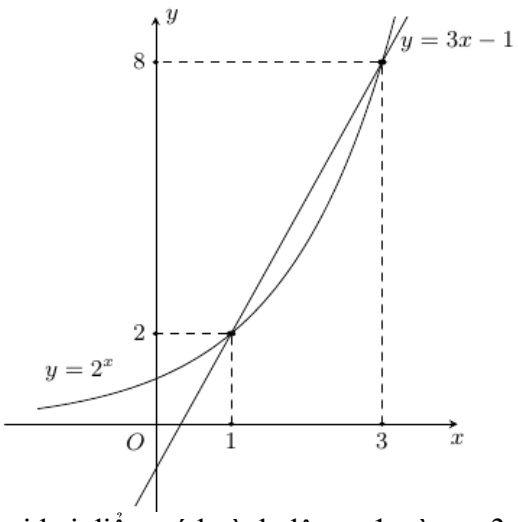
Vậy tập nghiệm của phương trình có 1 phần tử.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^x=3x-1$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Vẽ hai đồ thị hàm số $y=2^x$ và $y=3x-1$.



Ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm có hoành độ $x=1$ và $x=3$.

Vậy phương trình $2^x=3x-1$ có hai nghiệm là $x=1$ và $x=3$.

Tổng hai nghiệm của phương trình là $1+3=4$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=2$ là một đường tròn tâm I, bán kính R với

A. $I(2;1),\ R=2$. **B.** $I(2;-1),\ R=2$. **C.** $I(-2;1),\ R=2$. **D.** $I(-2;-1),\ R=2$.

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow\overline{z}=x-yi$.

Ta có $\left|\overline{z}+2-i\right|=2\Rightarrow\left|x+2+(-y-1)i\right|=2\Rightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=2\Leftrightarrow(x+2)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I(-2;-1)$, bán kính $R=2$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

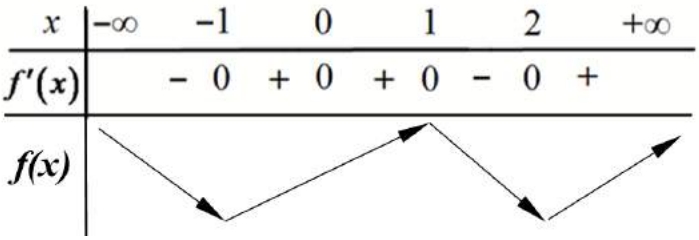
x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

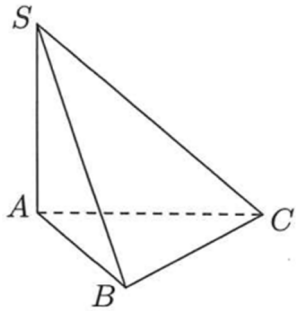
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=1$ nên hàm số đã cho có một điểm cực đại .



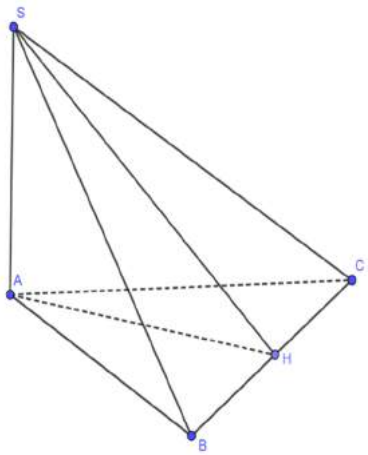
Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với đáy và $AB=2SA$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Lời giải



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

Đặt $AB=a\Rightarrow SA=\dfrac{a}{2}$.

Gọi H là trung điểm của BC, khi đó $AH\perp BC, SH\perp BC$ suy ra $\alpha=\widehat{SHA}$

Ta có $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA=\dfrac{a}{2}$.

ΔSAH vuông tại $A\Rightarrow \tan\alpha=\dfrac{SA}{AH}=\dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\alpha=30^\circ$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=2^x+x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x\ln 2+x^2+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x+x^2+C$.

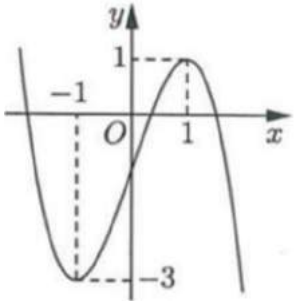
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{x^2}{2}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x\ln 2+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(2^x+x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $2f(x)=m\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$, số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$.

Phương trình có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-3<\dfrac{m}{2}<1\Leftrightarrow -6<m<2\Leftrightarrow m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)$.

B. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$.

D. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$. Mặt phẳng (OMN) có phương trình là

A. $2x-3y+5z=0$.

B. $2x+3y+5z=0$.

C. $2x-3y-z=0$.

D. $2x-y+5z=0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;-1;-1)$ và $\overrightarrow{ON}=(5;5;1)$. Suy ra $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=(4;-6;10)$.

Mặt phẳng (OMN) có $\begin{cases}\text{VTPT } \vec{n}=(2;-3;5)\\ \text{qua } O(0;0;0)\end{cases}$.

Suy ra phương trình (OMN) là $2x-3y+5z=0$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-2)<0$?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(12;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Ta có: $\log(x-2)<0\Leftrightarrow 0<x-2<10^0\Leftrightarrow 2<x<3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(2;3)$.

Câu 32. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-4x+3; x=0$ và $y=0$ bằng

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Ta có: $x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\end{array}\right.$.

Vậy $S=\int_0^3\left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x-\int_1^3\left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x=\frac{8}{3}$.

Câu 33. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt, trong đó có mặt cả hai chữ số 2 và 3?

A. $A_5^2.A_8^3-A_4^2.A_7^2$. **B.** $C_5^2.C_8^3.3!$. **C.** $C_5^2.A_8^3-C_4^2.A_7^2$. **D.** $A_5^2.A_8^3$.

Lời giải

Xem các chữ số bình đẳng nhau, xếp vị trí số 2 và 3 là có A_5^2 cách; tương ứng với A_5^2 cách xếp vị trí số 2 và 3 thì có A_8^3 cách xếp 3 chữ số còn lại. Do đó có $A_5^2.A_8^3$ số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt trong đó có mặt chữ số 2 và 3.

Tuy nhiên, chữ số 0 đứng đầu không có nghĩa, số số tự nhiên có chữ số 0 đứng đầu là $A_4^2.A_7^2$.

Vấy số số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt, trong đó có mặt cả hai chữ số 2 và 3 là $A_5^2.A_8^3-A_4^2.A_7^2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Ox. Khi đó $H(1;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{AH}=(0;2;3)$.

$d(M,Ox)=\left|\overrightarrow{AH}\right|=\sqrt{0^2+2^2+3^2}=\sqrt{13}$.

Câu 35. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt và các chữ số thuộc A?

A. 60. **B.** 20. **C.** 125. **D.** 30.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử.

Vậy số số tự nhiên cần tìm là $A_5^3=60$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 8.

Lời giải

Đặt $t=2x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=2$.

Khi đó $\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^2 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}.4=2$.

Câu 37. Nếu $2^x+2^{-x}=5$ thì giá trị $A=4^x+4^{-x}+3$ là

A. 5. **B.** 25. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 26.

Lời giải

Ta có $A=4^x+4^{-x}+3=\left(2^x+2^{-x}\right)^2-2.2^x.2^{-x}+3=5^2-2+3=26$

Vậy $A=26$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên x là nghiệm của bất phương trình

$$\log_3\left(\frac{\sqrt{x^2-x+4}+1}{27}\right)+\log_5\left(x^2-x+5\right)^2\le 0\,?$$

A. 5. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện: $x\in\mathbb{R}$.

Đặt $t=\sqrt{x^2-x+4}=\sqrt{\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{15}{4}}\ge\dfrac{\sqrt{15}}{2}$, bất phương trình đã cho trở thành

$$\log_3\frac{t+1}{27}+\log_5\left(t^4+2t^2+1\right)\le 0. \qquad (*)$$

Dễ thấy trên $\left[\dfrac{\sqrt{15}}{2};+\infty\right)$ hàm số $f\left(t\right)=\log_3\dfrac{t+1}{27}+\log_5\left(t^4+2t^2+1\right)$ đồng biến và $f\left(2\right)=0$.

Suy ra bất phương trình (*) tương đương với $f\left(t\right)\le f\left(2\right)\Leftrightarrow t\le 2$.

Khi đó ta có $\sqrt{x^2-x+4}\le 2\Leftrightarrow x^2-x\le 0\Leftrightarrow 0\le x\le 1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của x thoả mãn bất phương trình đã cho.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-8x^2+\left(m^2+11\right)x-2m^2+2$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 7. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để đồ thị của hàm số bậc ba có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành là đồ thị đó cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3-8x^2+\left(m^2+11\right)x-2m^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x^2-6x-1+m^2=0\quad (*)\end{array}\right.$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nguyên của m sao cho phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 2, tức là

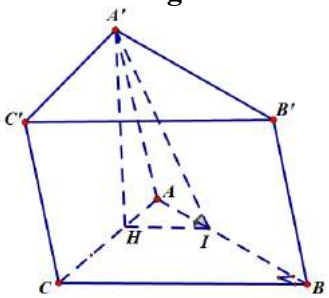
$$\begin{cases}9-\left(-1+m^2\right)>0\\ 4-12-1+m^2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{10}<m<\sqrt{10}\\ m\ne\pm 3\end{cases}.$$

Vì m nguyên nên $m\in\left\{\pm 2;\pm 1;0\right\}$: có 5 giá trị.

Câu 40. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC=2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{3a^3}{5}$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Diện tích của tam giác vuông cân ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.BA.BC=\frac{1}{2}.\sqrt{3}a.\sqrt{3}a=\frac{3a^2}{2}$

Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $IB=2IA$.

Xét tam giác ABC có $\frac{CH}{HA}=\frac{IB}{IA}=2\Rightarrow HI//BC\Rightarrow HI\perp AB$ và $HI=\frac{BC}{3}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có:

$\begin{cases}AB\perp HI\\AB\perp A'H\end{cases}\Rightarrow AB\perp A'I$

Mà $(ABB'A')\cap(ABC)=AB$

Suy ra $\left(\widehat{(ABB'A'),(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'I,IH}\right)=\widehat{A'IH}=60°$

Xét tam giác vuông $A'HI$ có:

$\tan\widehat{A'IH}=\tan 60°=\frac{A'H}{HI}\Rightarrow A'H=HI.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=a$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{\Delta ABC}=\frac{3a^2}{2}.a=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$, $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;-3;5)$ cắt d_1, d_2 tại hai điểm B và C. Độ dài đoạn thẳng BC bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{19}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(5;-3;5)$ cắt d_1, d_2 tại hai điểm B và C.

Gọi $B(1+b;-1-b;2b)$ và $C(c;1+2c;c)$

$\overrightarrow{AB}=(b-4;2-b;2b-5);\overrightarrow{AC}=(c-5;2c+4;c-5)$

Ta có ba điểm A,B,C thẳng hàng

$\Rightarrow\exists k\in\mathbb{R},\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Rightarrow\frac{b-4}{c-5}=\frac{2-b}{2c+4}=\frac{2b-5}{c-5}$

$\Rightarrow\frac{b-4}{c-5}=\frac{2-b}{2c+4}=\frac{2b-5}{c-5}\Rightarrow\begin{cases}b-4=2b-5\\\frac{b-4}{c-5}=\frac{2-b}{2c+4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=1\\c=-1\end{cases}$.

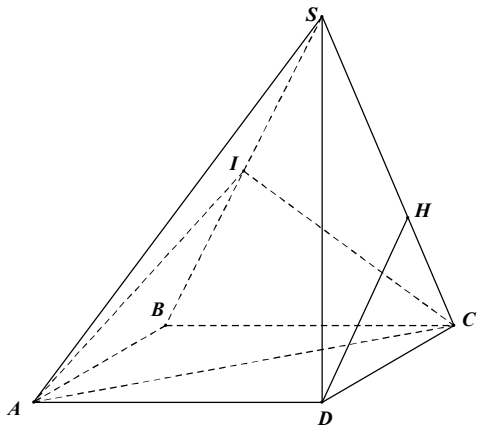
$B(2;-2;2)$ và $C(-1;-1;-1)\Rightarrow BC=\sqrt{19}$

Vậy độ dài đoạn thẳng BC bằng $\sqrt{19}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải



Gọi D là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC).

Ta có $AB\perp SA,\ AB\perp SD\Rightarrow AB\perp(SAD)\Rightarrow AB\perp AD.$

Lại có $BC\perp SC,\ BC\perp SD\Rightarrow BC\perp(SCD)\Rightarrow BC\perp CD.$

Suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Kẻ $DH\perp SC$ tại $H\Rightarrow DH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=d\left(D,(SBC)\right)=DH=a\sqrt{2}.$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SDC, ta có $\dfrac{1}{SD^2}=\dfrac{1}{DH^2}-\dfrac{1}{DC^2}=\dfrac{1}{2a^2}-\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{1}{6a^2}$

$\Rightarrow SD=a\sqrt{6}\Rightarrow SB=\sqrt{SD^2+BD^2}=\sqrt{6a^2+6a^2}=2a\sqrt{3}.$

Gọi I là trung điểm cạnh SB ta có $IS=IB=IA=IC$

$\Rightarrow R=\dfrac{SB}{2}=a\sqrt{3}\Rightarrow S_{mc}=4\pi.\left(a\sqrt{3}\right)^2=12\pi a^2.$

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $12\pi a^2$ (đvdt)

Câu 43. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+2mz+1=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3|=|z_2+3|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\Delta'=m^2-1$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta'\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm 1.$

Trường hợp 1. Nếu $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ (1) thì $\Delta'>0\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1,z_2. Khi đó để $|z_1+3|=|z_2+3|\Leftrightarrow z_1+3=-z_2-3\Leftrightarrow z_1+z_2=-6$.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $z_1+z_2=-2m$. Suy ra $-2m=-6\Leftrightarrow m=3$ (thỏa (1))

Trường hợp 2. Nếu $m\in(-1;1)$ (2) thì $\Delta'<0\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1,z_2\notin\mathbb{R}$. Khi đó $|z_1+3|=|z_2+3|$. Mà $m\in\mathbb{Z}$ và thỏa (2) nên suy ra $m=0$.

Vậy ta có 2 giá trị m nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=|1+x|-|1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1)=3$. Tính tổng $F(0)+F(2)$

A. 3. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1	$+\infty$
$\lvert 1+x\rvert$	$-x-1$	0	$x+1$		$x+1$	
$\lvert 1-x\rvert$	$-x+1$		$-x+1$	0	$x-1$	
$f(x)$	-2		$2x$		2	

Ta có $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 2\mathrm{d}x=2$ suy ra $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow F(2)-F(1)=2\Leftrightarrow F(2)-3=2\Leftrightarrow F(2)=5$

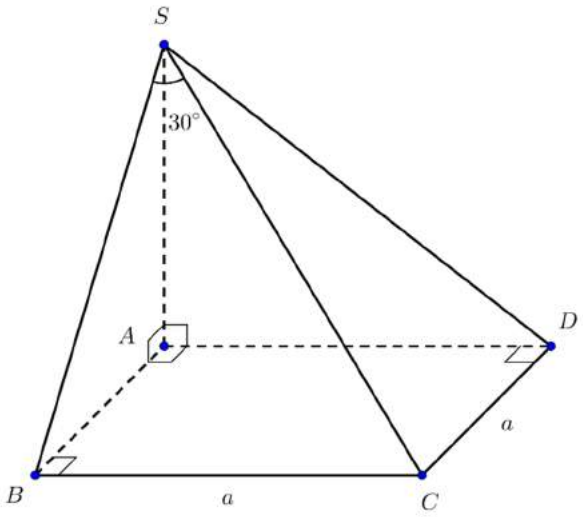
Lại có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 2x\mathrm{d}x=x^2\Big|_0^1=1$ suy ra $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1\Leftrightarrow F(1)-F(0)=1\Leftrightarrow 3-F(0)=1\Leftrightarrow F(0)=2$.

Vậy $F(0)+F(2)=2+5=7$.

Câu 45. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải



$ABCD$ là hình vuông cạnh $a\Rightarrow S_{ABCD}=a^2$ (đvdt).

Ta có $\begin{cases}BC\perp AB & (\text{vì } ABCD \text{ là hình vuông})\\ BC\perp SA & (\text{vì } SA\perp(ABCD), BC\subset(ABCD))\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Ta có $SC\cap(SAB)=\{S\}$, $BC\perp(SAB)$ tại $B\Rightarrow SB$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(SAB)\Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là góc giữa SC và SB bằng $\widehat{BSC}=30°$.

$\begin{cases}BC\perp(SAB)\\ SB\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$.

Xét ΔSBC vuông tại B ta có $\tan\widehat{BSC}=\frac{BC}{SB}\Rightarrow SB=\frac{BC}{\tan\widehat{BSC}}=\frac{a}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$.

$\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại $A \Rightarrow SB^2 = SA^2 + AB^2$

$\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3} a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in [-10;10]$ để hàm số $y = |3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

Đặt $f(x) = 3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a$.

Ta có $f'(x) = 12x^3 - 12(a+2)x^2 + 24ax$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (3x^4 - 4(a+2)x^3 + 12ax^2 - 30a) = +\infty$, nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} f'(x) \le 0, \forall x \in (-\infty;-2) \\ f(-2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^3 - 12(a+2)x^2 + 24ax \le 0, \forall x \in (-\infty;-2) \\ 50a + 112 \ge 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x(x-2)(x-a) \le 0, \forall x \in (-\infty;-2) \\ a \ge -\frac{56}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - a \le 0, \forall x \in (-\infty;-2) \\ a \ge -\frac{56}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -2 \\ a \ge -\frac{56}{25} \end{cases} \Leftrightarrow a \ge -2.$

Vì a nguyên và $a \in [-10;10]$ nên $a \in \{-2;-1;0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Vậy 13 có giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -2$. Tính $f(-2)$.

A. $f(-2) = \frac{-2}{e^4}$. **B.** $f(-2) = \frac{2}{e^4}$. **C.** $f(-2) = 4$. **D.** $f(-2) = e^2$.

Lời giải

Ta có:

$f'(x) + xf(x) = \frac{2x}{e^{x^2}} \Leftrightarrow e^{\frac{x^2}{2}}.f'(x) + e^{\frac{x^2}{2}}.x.f(x) = 2xe^{\frac{-x^2}{2}} \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x^2}{2}}.f(x)\right)' = 2xe^{\frac{-x^2}{2}} (1)$.

Nguyên hàm hai vế của (1) ta được

$e^{\frac{x^2}{2}}.f(x) = \int 2xe^{\frac{-x^2}{2}} dx = \int 2xe^{\frac{-x^2}{2}} \frac{d\left(\frac{-x^2}{2}\right)}{-x} = -2\int e^{\frac{-x^2}{2}} d\left(\frac{-x^2}{2}\right) = -2.e^{\frac{-x^2}{2}} + C$.

Mặt khác: $f(0) = -2 \Rightarrow -2 = -2 + C \Leftrightarrow C = 0$.

Do đó: $f(x) = -2.e^{-x^2}$.

Vậy $f(-2) = -2.e^{-4} = \frac{-2}{e^4}$.

Câu 48. Cho các số phức u, v, w thỏa mãn các điều kiện $|u + 4 - 2i| = 2; |3v - 1 + i| = |2v + 1 - i|$ và $|w| = |\overline{w} + 2 + 2i|$. Tìm $|w|$ khi $S = |u - w| + |v - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $|w|=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. **B.** $|w|=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $|w|=\dfrac{\sqrt{17}}{2}$. **D.** $|w|=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

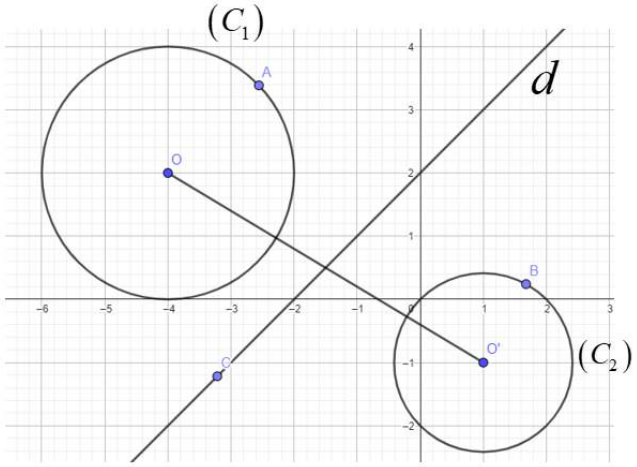
Lời giải

Đặt $u=a+bi$. $v=c+di$, $w=x+yi$

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases}|u+4-2i|=2\\|3v-1+i|=|2v+1-i|\\|w|=|\overline{w}+2+2i|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+4)^2+(b-2)^2=4\\(3c-1)^2+(3d+1)^2=(2c+1)^2+(2d-1)^2\\x^2+y^2=(x+2)^2+(2-y)^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(a+4)^2+(b-2)^2=4\ (C_1)\\(c-1)^2+(d+1)^2=2\ \ (C_2)\\x-y+2=0\qquad\ (d)\end{cases}$.

Ta có điểm biểu diễn số phức u, v, w lần lượt là $A(a;b)$, $B(c;d)$, $C(x;y)$ trong đó $A\in(C_1)$, $B\in(C_2)$, $C\in d$.



Theo đề bài: $S=AC+BC\geq AB\Rightarrow S_{\min}=AB_{\min}$ khi và chỉ khi A,B,C thẳng hàng

$\Leftrightarrow\begin{cases}A=OO'\cap(C_1)\\B=OO'\cap(C_2)\\C=OO'\cap d\end{cases}$.

$O(-4;2);O'(1;-1)$ nên $\overrightarrow{OO'}=(5;-3)$.

Suy ra $OO':\begin{cases}x=1+5t\\y=-1-3t\end{cases}$. Do đó $C=d\cap OO'$ nên $C\left(\dfrac{-3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $S_{\min}=AB_{\min}$ khi $w=\dfrac{-3}{2}+\dfrac{1}{2}i$ nên $|w|=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;0;\sqrt{3}\right)$ và điểm B thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi C là điểm trên tia Oz thỏa mãn $d[C,AB]=d[C,OB]=k$. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi tập hợp tất cả các điểm M mà $CM\leq k$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0,2;0,7)$. **B.** $(1,2;1,7)$. **C.** $(1,7;2,2)$. **D.** $(0,7;1,2)$.

Lời giải

Ta có $A\left(0;0;\sqrt{3}\right)\in Oz$ nên $OA=\sqrt{3}$ và $S_{OAB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ mà $B\in Oxy$ nên $OB=1$. Do đó $B\in(O):x^2+y^2=1$.

Gọi $CT\perp AB$ tại T, suy ra $CT=CO\Rightarrow\widehat{CBO}=\widehat{CBT}$. Mà $\tan\widehat{OBA}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{OBA}=60°$.

Suy ra $\tan\widehat{OBA}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{CBO}=30°$ nên $OC=\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}=k$.

Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi k^3=\dfrac{4\pi}{9\sqrt{3}}\approx 0,8\in(0,7;1,2)$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $\log_2\dfrac{x+y}{x^2+y^2+2}\ge x(x-4)+y(y-4)$?

A. 13. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 21.

Lời giải

Điều kiện: $x;y>0$

Ta có: $\log_2\dfrac{x+y}{x^2+y^2+2}\ge x(x-4)+y(y-4)$

$\Leftrightarrow\log_2(x+y)-\log_2\left(x^2+y^2+2\right)+2\ge\left(x^2+y^2+2\right)-4(x+y)$

$\Leftrightarrow\log_2 4(x+y)+4(x+y)\ge\log_2\left(x^2+y^2+2\right)+\left(x^2+y^2+2\right)(*)$.

Xét hàm số $y=f(t)=\log_2 t+t$ trên $(0;+\infty)$.

+ $y'=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0$ với $t>0$.

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

+ $(*)\Leftrightarrow f\left(4(x+y)\right)\ge f\left(x^2+y^2+2\right)\Leftrightarrow 4(x+y)\ge x^2+y^2+2$.

$\Leftrightarrow 4(x+y)\ge x^2+y^2+2\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-2)^2\le 6\ (1)$.

$\Rightarrow 0\le(x-2)^2\le 6\Rightarrow 0\le|x-2|\le\sqrt{6}$.

Vì $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow|x-2|\in\mathbb{Z}\Rightarrow|x-2|\in\{0;1;2\}\Rightarrow x\in\{1;2;3;4\}$ (Vì $x>0;x\in\mathbb{Z}$).

* Với $x=1$: $(1)\Leftrightarrow(1-2)^2+(y-2)^2\le 6\Leftrightarrow-\sqrt{5}\le y-2\le\sqrt{5}\Leftrightarrow-\sqrt{5}+2\le y\le\sqrt{5}+2$.

Vì $y>0;y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2;3;4\}$.

* Với $x=2$: $(1)\Leftrightarrow(2-2)^2+(y-2)^2\le 6\Leftrightarrow-\sqrt{6}\le y-2\le\sqrt{6}\Leftrightarrow-\sqrt{6}+2\le y\le\sqrt{6}+2$.

Vì $y>0;y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2;3;4\}$.

* Với $x=3$: $(1)\Leftrightarrow(3-2)^2+(y-2)^2\le 6\Leftrightarrow-\sqrt{5}\le y-2\le\sqrt{5}\Leftrightarrow-\sqrt{5}+2\le y\le\sqrt{5}+2$.

Vì $y>0;y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2;3;4\}$.

* Với $x=4$: $(1)\Leftrightarrow(4-2)^2+(y-2)^2\le 6\Leftrightarrow-\sqrt{2}\le y-2\le\sqrt{2}\Leftrightarrow-\sqrt{2}+2\le y\le\sqrt{2}+2$.

Vì $y>0;y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 15 cặp số $(x;y)$ thỏa mãn.

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO BẮC NINH
CÁC TRƯỜNG THPT, TRUNG TÂM GDTX HUYỆN THUẬN THÀNH

Mã đề thi: 301
(50 câu hỏi trắc nghiệm)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
Bài thi: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề
Ngày thi 26 tháng 2 năm 2023

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh: .....

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=e^x+2x-1+\dfrac{2}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x^2-x+\ln|2x|+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x^2-x+\ln|x|+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x^2-x+2\ln|x|+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+x^2+\ln|x|+C$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

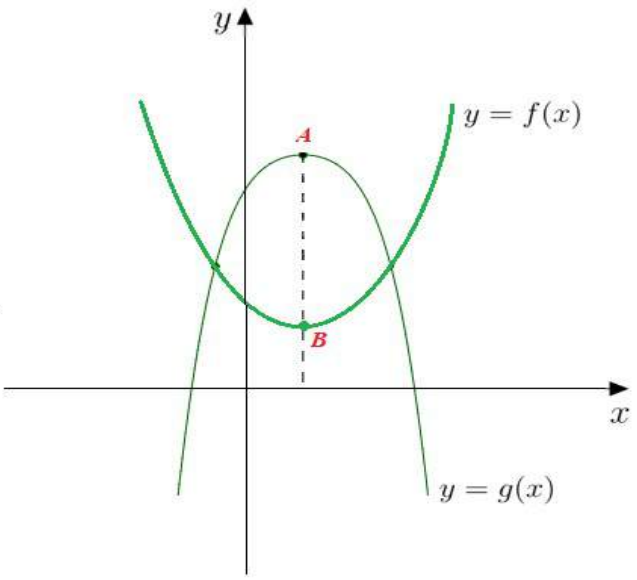
Câu 3. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $D=[2;+\infty)$ **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho hai số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $x_A=x_B$, $AB=5$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 6. Từ một hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{27}{34}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

Câu 7. Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế hộp sữa có dạng một hình trụ có thể tích bằng $1\,dm^3$. Để diện tích toàn phần (nguyên liệu làm vỏ hộp) nhỏ nhất thì chiều cao của hộp sữa là bao nhiêu?

A. $h=\sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}\,dm$ **B.** $h=\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}\,dm$ **C.** $h=\sqrt{\frac{4}{\pi}}\,dm$ **D.** $h=\sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}\,dm$

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA=\frac{a}{2}$ vuông góc với mặt đáy. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 10. Gọi S là tập tất cả các số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn $\frac{1}{2}a^{\log_3 8}+2^{\log_3 a}=\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\left(3+b\sqrt{4-b^2}\right)$. Tổng số phần tử của S bằng

A. 10. **B.** 15. **C.** 28. **D.** 21.

Câu 11. Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4}=4^{2x-3}$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 5.

Câu 12. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x+1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100;100]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

A. 195. **B.** 197. **C.** 97. **D.** 196.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(1-f\left(2^x\right)\right)=3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4 **D.** 3.

Câu 14. Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình: $\log_2\frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}<x^2-5x+2-m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-3y+z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;-3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;-3;1)$.

Câu 16. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng $30°$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\sqrt{5}\pi$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+1} < 32$ là

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{6}\right)\cup\left(\sqrt{6};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 18. Nếu $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-3\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -8.

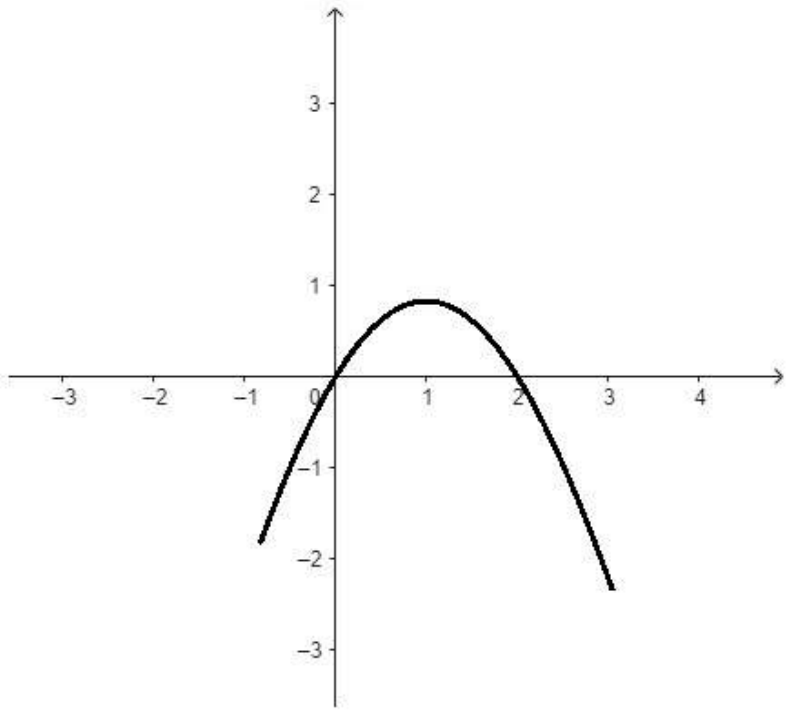
Câu 19. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $f(3x+1)+9x^2-6x+1\le m$ đúng với mọi $x\in[0;1]$.

A. $m\ge 18$. **B.** $m\ge 9$. **C.** $m\ge 10$. **D.** $m\ge 19$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1)$; $B(-4;3;-1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(3;-2;1)$. **B.** $(-1;1;1)$. **C.** $(-1;1;0)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng $0;2$ như hình vẽ.



Biết rằng $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. $f(1)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(0)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)-3f(x)=\left(2x^2+1\right)e^{x^2+3x-1}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(2)=2e^9$. Biết $f(1)=ae^b$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a+b=5$ **B.** $a-2b=-4$ **C.** $a+3b=10$ **D.** $a-b=-3$

Câu 23. Một lớp học có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

A. 2^{35}. **B.** A_{35}^2. **C.** C_{35}^2. **D.** 35^2.

Câu 24. Cho a, b là các số thực dương và $a\ne 1$. Biết $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a\left(a^3\sqrt{b}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 25. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=1$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 27. Hàm số $f(x)=3^{x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=(1-2x).3^{x-x^2-1}.\ln 3$. **B.** $f'(x)=(1-2x).3^{x-x^2}.\ln 3$.

C. $f'(x)=\dfrac{(1-2x).3^{x-x^2}}{\ln 3}$. **D.** $f'(x)=3^{x-x^2}.\ln 3$.

Câu 28. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x,y), với $x\le 2023$ thoả mãn bất phương trình $4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}\ge x+3.2^y$.

A. 30. **B.** 23. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(5)>f(4)>f(3)$. **B.** $f(-1)>f(0)>f(1)$.

C. $f(-3)<f(-2)<f(-1)$. **D.** $f(0)<f(1)<f(2)$.

Câu 30. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(-x^2+2023x-2022)$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2). Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD).

A. $\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(1)=2$. Tính $F(3)$.

A. 5. **B.** 7. **C.** 11. **D.** -7.

Câu 34. Một khối nón có bán kính đường tròn đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Tính thể tích của khối nón đó.

A. 15π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 30π.

Câu 35. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+10$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** -40. **D.** 14.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ luôn nhận giá trị dương và có đạo hàm đến cấp 2 trên $(1;+\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $[f'(x)]^2+f(x)\left[f''(x)-\dfrac{f'(x)}{x}\right]=x(2x+1)$ và $f(1)=f'(1)=2$. Tính giá trị của $f(2)$.

A. $f(2)=\dfrac{\sqrt{82}}{2}$. **B.** $f(2)=\dfrac{133}{6}$. **C.** $f(2)=\dfrac{\sqrt{123}}{4}$. **D.** $f(2)=\dfrac{\sqrt{798}}{6}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+13=0$ và $(S_2):(x+3)^2+(y-2)^2+z^2=9$. Hai điểm A,B di động và lần lượt thuộc $(S_1),(S_2)$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB bằng

A. 9. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 38. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{99}=4,u_{100}=-8$. Công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. $q=-32$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=\dfrac{-1}{2}$. **D.** $q=-12$.

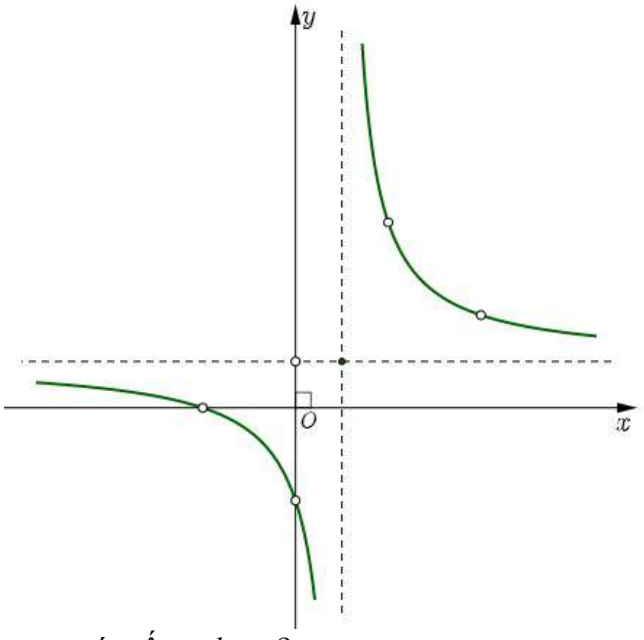
Câu 39. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=2x^3-5x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-2$. **C.** $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-x+2$.

Câu 40. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $r=6\,cm$ và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $96\pi\,cm^2$. **B.** $260\pi\,cm^2$. **C.** $216\pi\,cm^2$. **D.** $120\pi\,cm^2$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{5}$ và vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp là:

A. $V=\dfrac{5a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{3}$.

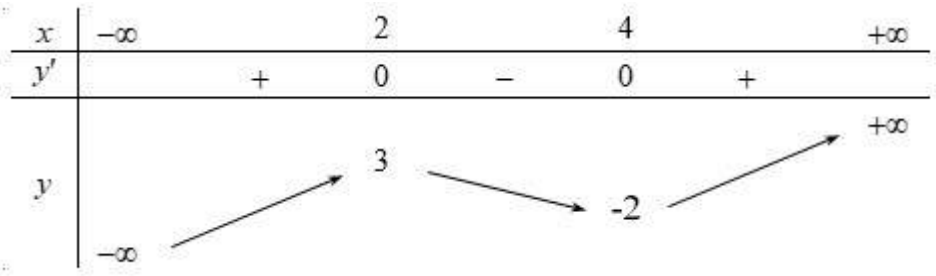
Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi E là trung điểm các cạnh AA' và F thuộc cạnh BB' thỏa mãn $BF=2FB'$; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E', đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\dfrac{19a^3\sqrt{3}}{72}$. **B.** $\dfrac{17a^3\sqrt{3}}{72}$. **C.** $\dfrac{7a^3\sqrt{3}}{72}$. **D.** $\dfrac{25a^3\sqrt{3}}{72}$.

Câu 44. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2023$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2022$ thì $\int\limits_0^1\left[2022f(x)+2021g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** -4045. **C.** -2022. **D.** -4044.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $y=3$. **D.** $x=2$.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Gọi các điểm M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, CC', A'C'$. Mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần có thể tích V_1, V_2 (V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm A). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 47. Trong không gian *Oxyz,* cho các điểm $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Hai điểm M, N lần lượt trên đoạn BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM}+3\frac{BD}{BN}=10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}}=\frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax+by+cz+32=0$. Tính $S=a-b+c$?

A. $S=98$. **B.** $S=26$. **C.** $S=97$. **D.** $S=27$.

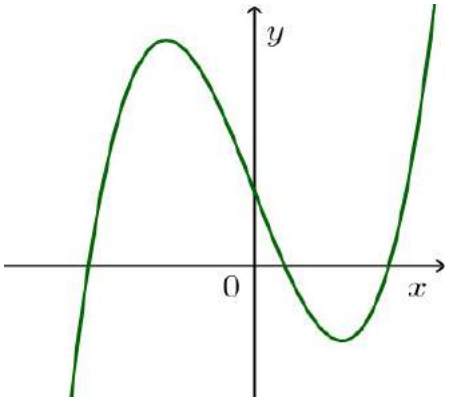
Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;1)$, $B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-5=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (α), tìm giá trị nhỏ nhất của $P=3MA^2+2MB^2$

A. $\frac{802}{15}$. **B.** $\frac{728}{15}$. **C.** $\frac{821}{15}$. **D.** $\frac{119}{5}$.

Câu 49. Gọi V_1 thể tích khối cầu có bán kính R_1, V_2 là thể tích khối cầu có bán kính $R_2=2R_1$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 50. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x-1$ **B.** $y=x^3-3x^2+1$ **C.** $y=-x^3+3x+1$ **D.** $y=x^3-3x+1$

---------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN TOÁN

Câu	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324
1	C	A	C	C	D	A	C	C	C	A	C	C	D	A	C	C	C	A	C	C	D	A	C	C
2	D	A	B	B	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	B	B
3	A	A	D	A	C	C	D	B	A	A	D	A	C	C	D	B	A	A	D	A	C	C	D	B
4	D	B	A	A	A	C	C	A	D	B	A	A	A	C	C	A	D	B	A	A	A	C	C	A
5	A	B	A	B	B	C	B	D	A	B	A	B	B	C	B	D	A	B	A	B	B	C	B	D
6	D	C	C	C	C	C	D	B	D	C	C	C	C	C	D	B	D	C	C	C	C	C	D	B
7	A	C	C	B	B	B	D	A	A	C	C	B	B	B	D	A	A	C	C	B	B	B	D	A
8	A	A	A	A	D	A	A	C	A	A	A	A	D	A	A	C	A	A	A	A	D	A	A	C
9	C	B	C	B	D	B	D	B	C	B	C	B	D	B	D	B	C	B	C	B	D	B	D	B
10	B	D	B	B	B	D	C	A	B	D	B	B	B	D	C	A	B	D	B	B	B	D	C	A
11	B	D	B	C	D	B	A	C	B	D	B	C	D	B	A	C	B	D	B	C	D	B	A	C
12	D	B	B	B	C	D	C	D	D	B	B	B	C	D	C	D	D	B	B	B	C	D	C	D
13	A	C	B	A	A	B	A	A	A	C	B	A	A	B	A	A	A	C	B	A	A	B	A	A
14	B	A	A	B	C	D	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A
15	B	D	C	D	A	A	D	C	B	D	C	D	A	A	D	C	B	D	C	D	A	A	D	C
16	A	A	C	C	C	D	D	A	A	A	C	C	C	D	D	A	A	A	C	C	C	D	D	A
17	C	C	D	B	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	A	B
18	A	A	D	D	A	C	C	A	A	A	D	D	A	C	C	A	A	A	D	D	A	C	C	A
19	C	D	A	C	A	D	A	D	C	D	A	C	A	D	A	D	C	D	A	C	A	D	A	D
20	C	A	A	D	A	B	B	D	C	A	A	D	A	B	B	D	C	A	A	D	A	B	B	D
21	B	C	D	A	B	B	B	C	B	C	D	A	B	B	B	C	B	C	D	A	B	B	B	C
22	C	B	B	A	B	D	A	C	C	B	B	A	B	D	A	C	C	B	B	A	B	D	A	C
23	B	D	B	A	D	B	A	A	B	D	B	A	D	B	A	A	B	D	B	A	D	B	A	A
24	B	B	C	A	C	A	B	A	B	B	C	A	C	A	B	A	B	B	C	A	C	A	B	A
25	C	C	A	D	C	B	C	B	C	C	A	D	C	B	C	B	C	C	A	D	C	B	C	B
26	A	C	A	C	B	D	D	C	A	C	A	C	B	D	D	C	A	C	A	C	B	D	D	C
27	B	A	B	C	C	C	A	A	B	A	B	C	C	C	A	A	B	A	B	C	C	C	A	A
28	D	A	A	B	B	A	B	D	D	A	A	B	B	A	B	D	D	A	A	B	B	A	B	D
29	D	B	C	D	C	A	B	B	D	B	C	D	C	A	B	B	D	B	C	D	C	A	B	B
30	D	D	C	A	B	C	C	D	D	D	C	A	B	C	C	D	D	D	C	A	B	C	C	D
31	B	B	A	C	B	D	A	D	B	B	A	C	B	D	A	D	B	B	A	C	B	D	A	D
32	A	B	D	D	C	A	D	B	A	B	D	D	C	A	D	B	A	B	D	D	C	A	D	B
33	C	D	C	B	D	A	D	C	C	D	C	B	D	A	D	C	C	D	C	B	D	A	D	C
34	C	B	C	A	A	D	D	C	C	B	C	A	A	D	D	C	C	B	C	A	A	D	D	C
35	D	C	B	D	D	D	A	C	D	C	B	D	D	D	A	C	D	C	B	D	D	D	A	C
36	D	A	D	D	A	A	B	C	D	A	D	D	A	A	B	C	D	A	D	D	A	A	B	C
37	A	D	B	D	A	A	A	D	A	D	B	D	A	A	A	D	A	D	B	D	A	A	A	D
38	B	C	D	D	A	D	B	B	B	C	D	D	A	D	B	B	B	C	D	D	A	D	B	B
39	C	A	B	D	C	B	D	C	C	A	B	D	C	B	D	C	C	A	B	D	C	B	D	C
40	C	C	C	A	D	C	B	D	C	C	C	A	D	C	B	D	C	C	C	A	D	C	B	D
41	A	D	B	D	B	D	C	A	A	D	B	D	B	D	C	A	A	D	B	D	B	D	C	A
42	B	A	D	D	D	C	C	C	B	A	D	D	D	C	C	C	B	A	D	D	D	C	C	C
43	C	D	A	C	A	D	B	B	C	D	A	C	A	D	B	B	C	D	A	C	A	D	B	B
44	D	C	D	C	B	B	D	D	D	C	D	C	B	B	D	D	D	C	D	C	B	B	D	D
45	D	B	D	D	D	C	A	A	D	B	D	D	D	C	A	A	D	B	D	D	D	C	A	A
46	A	D	A	C	A	C	C	B	A	D	A	C	A	C	C	B	A	D	A	C	A	C	C	B
47	A	C	B	C	D	B	A	D	A	C	B	C	D	B	A	D	A	C	B	C	D	B	A	D
48	B	A	D	B	D	A	C	B	B	A	D	B	D	A	C	B	B	A	D	B	D	A	C	B
49	A	D	B	A	C	A	B	D	A	D	B	A	C	A	B	D	A	D	B	A	C	A	B	D
50	D	B	D	B	A	C	C	B	D	B	D	B	A	C	C	B	D	B	D	B	A	C	C	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.D	5.A	6.D	7.A	8.A	9.C	10.B
11.B	12.D	13.A	14.B	15.B	16.A	17.C	18.A	19.C	20.C
21.B	22.C	23.B	24.B	25.C	26.A	27.B	28.D	29.D	30.D
31.B	32.A	33.C	34.C	35.D	36.D	37.A	38.B	39.C	40.C
41.A	42.B	43.C	44.D	45.D	46.A	47.A	48.E	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=e^x+2x-1+\dfrac{2}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x+x^2-x+\ln|2x|+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+x^2-x+\ln|x|+C$.

C. $\int f(x)dx=e^x+x^2-x+2\ln|x|+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x+x^2+\ln|x|+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx=e^x+x^2-x+2\ln|x|+C$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)>0\ \forall x\in(1;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V=S_d.h=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}.a=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{\frac{1}{3}}$ là

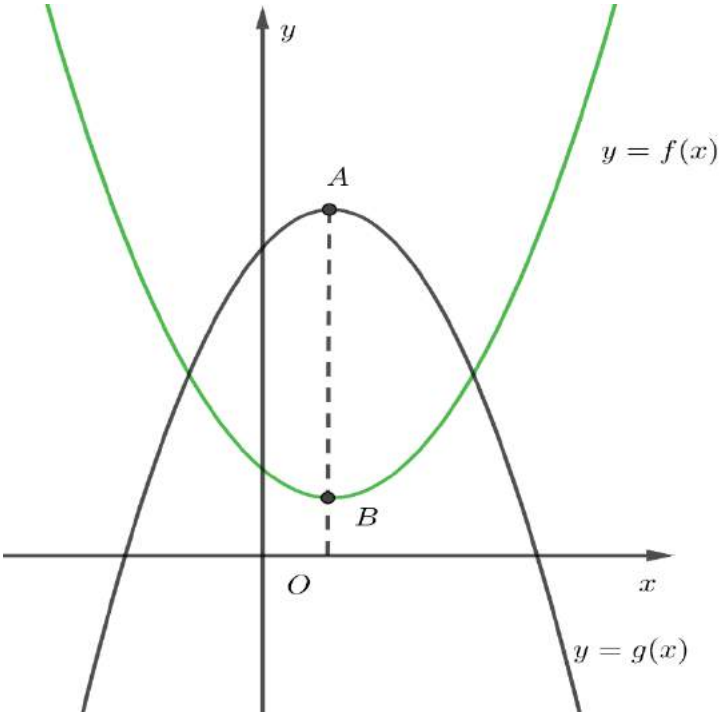
A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $D=[2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-2>0\Leftrightarrow x>2$ (vì $\dfrac{1}{3}\notin\mathbb{Z}$).

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(2;+\infty)$.

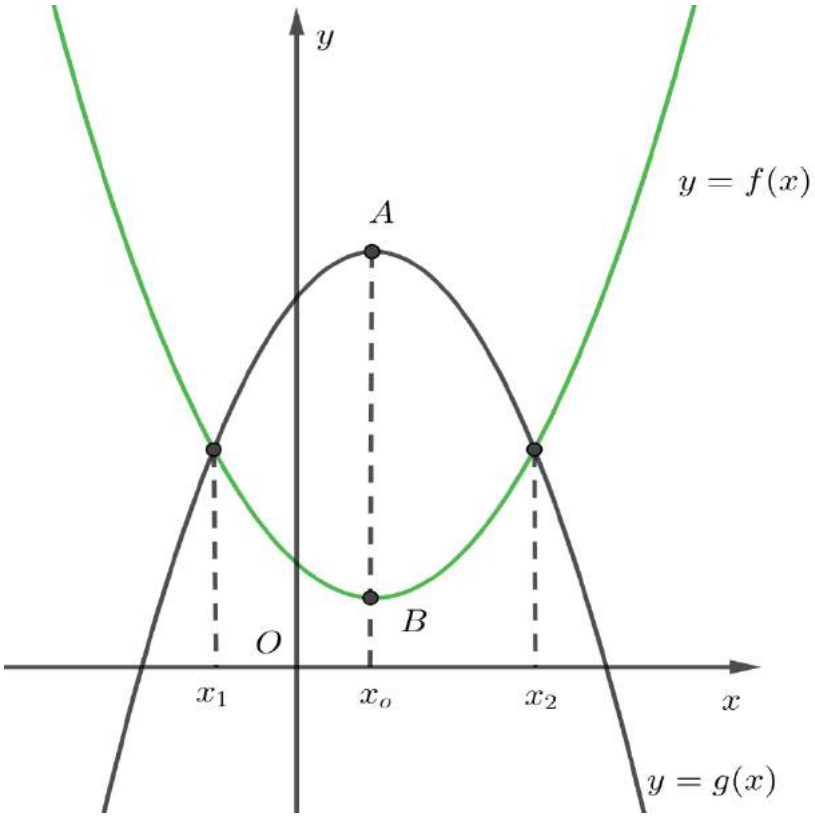
Câu 5: Cho $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $x_A=x_B, AB=5$.



Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5;5)$ để hàm số $y=\left|f(x)-g(x)\right|+m$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải



Ta có hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị $x=x_o$ và $y=g(x)$ có 1 điểm cực trị $x=x_o$ nên suy ra $f'(x_o)=0, g'(x_o)=0$.

Xét hàm số $h(x)=f(x)-g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)-g'(x)$, khi đó

$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-g'(x)=0\Leftrightarrow x=x_o$.

Lại có $h(x_o)=0\Leftrightarrow f(x_o)-g(x_o)=-5$ (theo giả thiết $x_A=x_B, AB=5$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f(x_1)=g(x_1); f(x_2)=g(x_2)$.

Nên $h(x)=0\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow f(x)=g(x)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ là

x	$-\infty$		x_o		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x)=\left|f(x)-g(x)\right|$ là

x	$-\infty$		x_1		x_o		x_2		$+\infty$
$k'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$k(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=k(x)$ có ba điểm cực trị nên hàm số $y=k(x)+m$ cũng có 3 điểm cực trị.

Nhận thấy số điểm cực trị của hàm số $y=\left|k(x)+m\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y=k(x)+m$ và số nghiệm đơn (hay nghiệm bội lẻ) của phương trình $k(x)+m=0$.

Suy ra để hàm số $y=\left|k(x)+m\right|$ có đúng 7 cực trị thì phương trình $k(x)+m=0\Leftrightarrow k(x)=-m$ có 4 nghiệm đơn (hay bội lẻ).

Từ bảng biến thiên ta có $-m\in(0;5)\Leftrightarrow m\in(-\infty;0)\cup(5;+\infty)$.

Mà $m\in(-5;5)$, kết hợp với $m\in(-\infty;0)\cup(5;+\infty)\Rightarrow m\in(-5;0)$.

Với $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 6: Từ một hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ vả 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng.

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{27}{34}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ vả 5 quả cầu màu xanh là: $C_{11}^3=165$ (cách).

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=165$.

Gọi A là biến cố " để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu ''.

Th1. Lấy được 2 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu xanh: $C_6^2.C_5^1 = 75$ (cách).

Th2. Lấy được 1 quả cầu màu đỏ và 2 quả cầu màu xanh: $C_6^1.C_5^2 = 60$ (cách).

$\Rightarrow n(A) = 75 + 60 = 135$ (cách).

Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{135}{165} = \dfrac{9}{11}$.

Câu 7: Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế hộp sữa có dạng một hình trụ có thể tích bằng 1 dm^3. Để diện tích toàn phần (nguyên liệu làm vỏ hộp) nhỏ nhất thì chiều cao của hộp sữa là bao nhiêu?

A. $h = \sqrt[3]{\dfrac{4}{\pi}}\ (\text{dm})$. **B.** $h = \sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}\ (\text{dm})$. **C.** $h = \sqrt{\dfrac{4}{\pi}}\ (\text{dm})$. **D.** $h = \sqrt[3]{\dfrac{3}{\pi}}\ (\text{dm})$.

Lời giải

▪ Gọi h là chiều cao hình trụ. Khi đó bán kính đáy trụ là: $V = \pi r^2.h \Rightarrow r^2 = \dfrac{1}{\pi.h} \Rightarrow r = \sqrt{\dfrac{1}{\pi.h}}$.

▪ Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi\left(\sqrt{\frac{1}{\pi h}}.h + \frac{1}{\pi h}\right) = 2\pi\left(\sqrt{\frac{h}{\pi}} + \frac{1}{\pi h}\right) = 2\left(\sqrt{\pi h} + \frac{1}{h}\right)$$

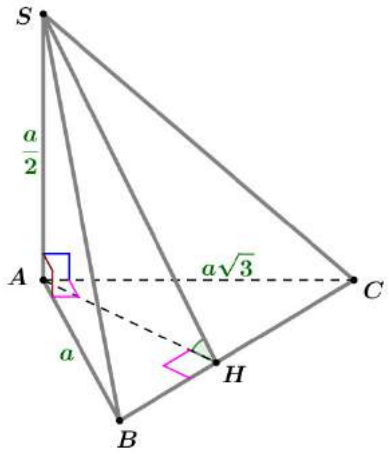
$$= \sqrt{\pi}\sqrt{h} + \sqrt{\pi}\sqrt{h} + \frac{2}{h} \overset{\text{Cauchy}}{\geq} 3\sqrt[3]{2\pi}.$$

▪ Suy ra $S_{Min} = 3\sqrt[3]{2\pi}$ đẳng thức xảy ra khi $\sqrt{\pi}.\sqrt{h} = \dfrac{2}{h} \Leftrightarrow h\sqrt{h} = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \Leftrightarrow h^3 = \dfrac{4}{\pi} \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{\dfrac{4}{\pi}}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \dfrac{a}{2}$ vuông góc với mặt đáy. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



▪ Trong tam giác ABC kẻ đường cao AH.

▪ $\Delta ABC\ \left(\widehat{A} = 90°\right), AH \perp BC \Rightarrow AH = \dfrac{AB.AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} \Rightarrow AH = \dfrac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

▪ Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BC=(SBC)\cap(ABC) \\ BC\perp AH \\ BC\perp SH\ \ (\text{do BC}\perp(SAH)) \end{array}\right\}\Rightarrow\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SHA}.$$

▪ $\Delta SAH\ \left(\widehat{A}=90^\circ\right)\Rightarrow\tan\widehat{SHA}=\dfrac{SA}{AH}=\dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Suy ra: $\widehat{SHA}=30^\circ$.

Câu 9: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x+2}=1$ do đó, đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 10: Gọi S là tập tất cả các số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn $\dfrac{1}{2}a^{\log_3 8}+2^{\log_3 a}=\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\left(3+b\sqrt{4-b^2}\right)$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. 10. **B.** 15. **C.** 28. **D.** 21.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} a>0 \\ -2\le b\le 2 \end{cases}$.

Đặt $t(b)=b+\sqrt{4-b^2}\Rightarrow t'(b)=1-\dfrac{b}{\sqrt{4-b^2}}$

$t'(b)=0\Leftrightarrow b=\sqrt{2}$

Ta có $t(-2)=-2;\ t(2)=2;\ t\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$. Do đó $t\in\left[-2;2\sqrt{2}\right]$.

Lại có: $t^2=\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)^2=4+2b\sqrt{4-b^2}\Rightarrow b\sqrt{4-b^2}=\dfrac{t^2-4}{2}$

Do đó phương trình ban đầu trở thành: $\dfrac{1}{2}\left[2^{\log_3 a}\right]^3+2^{\log_3 a}=t\left(3+\dfrac{t^2-4}{2}\right)=\dfrac{1}{2}t^3+t\quad(*)$

Mà $f(t)=\dfrac{1}{2}t^3+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $(*)\Leftrightarrow 2^{\log_3 a}=t$

Hay $2^{\log_3 a}=b+\sqrt{4-b^2}\Leftrightarrow\log_3 a=\log_2\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\Leftrightarrow a=3^{\log_2\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)}$

Ta có: $2^{\log_3 a}>0$ nên $b+\sqrt{4-b^2}\in\left(0;2\sqrt{2}\right]\Rightarrow\log_2\left(b+\sqrt{4-b^2}\right)\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\Rightarrow a\in\left(0;3^{\frac{3}{2}}\right]$

Vậy $S=\{1;2;3;4;5\}$

Tổng các phần tử của tập hợp S bằng 15.

Câu 11: Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4}=4^{2x-3}$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** -7. **D.** 5.

Lời giải

$2^{x^2-3x+4}=4^{2x-3}\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4}=2^{2(2x-3)}\Leftrightarrow x^2-3x+4=4x-6$

$\Leftrightarrow x^2-7x+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=2 \end{array}\right.$

Tổng các nghiệm của phương trình là 7.

Câu 12: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x+1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100;100]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

A. 195. **B.** 197. **C.** 97. **D.** 196.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2-2(m+1)x+m^2+2m$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
y		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 5 \\ m+2\leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 5 \\ m\leq -1 \end{array}\right.$

Vậy có tất cả 196 giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100;100]$ thoả mãn.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(1-f\left(2^x\right)\right)=3$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f\left(1-f\left(2^x\right)\right)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-f\left(2^x\right)=-2 \\ 1-f\left(2^x\right)=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(2^x\right)=3 \\ f\left(2^x\right)=-1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=-2(VN) \\ 2^x=2 \\ 2^x=0(VN) \\ 2^x=a(a<-2)(VN) \\ 2^x=b(b>2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=2 \\ 2^x=b \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\log_2 b \end{array}\right.$$

Vậy số nghiệm của phương trình $f\left(1-f\left(2^x\right)\right)=3$ là 2.

Câu 14: Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\log_2 \frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}<x^2-5x+2-m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Điều kiện xác định $\frac{3x^2+3x+m+1}{2x^2-x+1}>0$.

Để tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$ thì điều kiện xác định được thỏa mãn với mọi giá trị thực x.

Do $2x^2-x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $3x^2+3x+m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta<0\Leftrightarrow m>\frac{-1}{4}$ (1).

Với điều kiện bất phương trình đã cho tương đương

$\Leftrightarrow \log_2\left(3x^2+3x+m+1\right)-\log_2\left(2x^2-x+1\right)<x^2-5x+2-m$

$\Leftrightarrow \log_2\left(3x^2+3x+m+1\right)+\left(3x^2+3x+m+1\right)<\log_2\left(2x^2-x+1\right)+1+4x^2-2x+2$

$\Leftrightarrow \log_2\left(3x^2+3x+m+1\right)+\left(3x^2+3x+m+1\right)<\log_2\left(4x^2-2x+2\right)+4x^2-2x+2$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0,\forall t>0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Như vậy $f\left(3x^2+3x+m+1\right)<f\left(4x^2-2x+2\right)$

$\Leftrightarrow 3x^2+3x+m+1<4x^2-2x+2$

$\Leftrightarrow m<x^2-5x+1$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=x^2-5x+1$

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-21}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để bất phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị x thì $m<\frac{-21}{4}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-3y+z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-3;-4)$ **B.** $\vec{n}=(1;-3;1)$ **C.** $\vec{n}=(1;3;1)$ **D.** $\vec{n}=(-1;-3;1)$

Lời giải

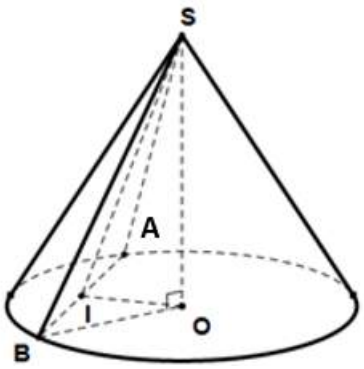
Theo định nghĩa, $(P):ax+by+cz+d=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$

Do đó $(P):x-3y+z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-3;1)$

Câu 16: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30^0. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$ **B.** $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ **C.** $\sqrt{5}\pi$ **D.** $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$

Lời giải



Giả sử mặt phẳng qua đỉnh cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân SAB

Ta có $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA^2=4\Rightarrow SA=2\sqrt{2}\Rightarrow AB=SA\sqrt{2}=4$

Gọi I là trung điểm của AB, ta có

$$\begin{cases} SI=AI=2 \\ \widehat{ISO}=30^0\Rightarrow OI=\frac{1}{2}SI=1 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} R=\sqrt{OI^2+AI^2}=\sqrt{1^1+2^2}=\sqrt{5} \\ h=SO=OI.\tan 60^0=\sqrt{3} \end{cases}$$

Gọi V là thể tích của khối nón cần tính, theo công thức $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{5}\right)^2\sqrt{3}=\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$

Vậy thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+1}<32$ là

A. $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{6}\right)\cup\left(\sqrt{6};+\infty\right)$.

C. $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2^{x^2-1}<2^5\Leftrightarrow x^2-1<5\Leftrightarrow x^2<6\Leftrightarrow -\sqrt{6}<x<\sqrt{6}.$

Câu 18: Nếu $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-3\right]dx=5$ thì $\int_{-1}^{4}f(x)dx$ bằng

A. 20. **B.** 8. **C.** 2. **D.** –8.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-3\right]dx=5\Leftrightarrow\int_{-1}^{4}f(x)dx-\int_{-1}^{4}3dx=5\Leftrightarrow\int_{-1}^{4}f(x)dx-15=5\Leftrightarrow\int_{-1}^{4}f(x)dx=20.$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x+2$. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $f(3x+1)+9x^2-6x+1\le m$ đúng với mọi $x\in[0;1]$.

A. $m\ge 18$. **B.** $m\ge 9$. **C.** $m\ge 10$. **D.** $m\ge 19$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2-12x+9$.

Xét hàm số $g(x)=f(3x+1)+9x^2-6x+1$ ta có $g'(x)=3f'(3x+1)+18x-6$ khi đó $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(3x+1)=-2(3x+1)+4.\ (1)$

Đặt $t=3x+1$ khi đó mọi $x\in[0;1]\Rightarrow t\in[1;4]$ khi đó (1) trở thành $f'(t)=-2t+4\Leftrightarrow 3t^2-10t+5=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\dfrac{5-\sqrt{10}}{3}\notin[1;4] \\ t=\dfrac{5+\sqrt{10}}{3}\in[1;4] \end{array}\right.$. Ta có $g(1)=3;\ g(4)=10;g\left(\dfrac{3+\sqrt{10}}{3}\right)\approx 0.3\Rightarrow \max\limits_{[1;4]} g(t)=10$.

Do đó để $f(3x+1)+9x^2-6x+1\le m\Rightarrow m\ge 10$.

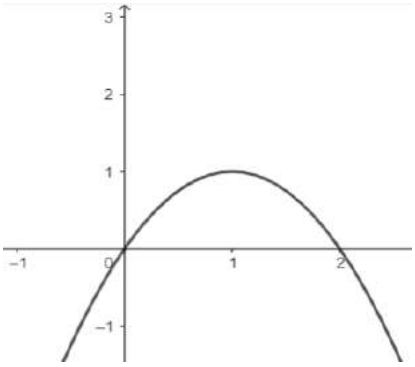
Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;1);B(-4;3;-1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(3;-2;1)$. **B.** $(-1;1;1)$. **C.** $(-1;1;0)$ **D.** $(-3;2;-1)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $(-1;1;0)$

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng $0,2$ như hình vẽ.



Biết $f(2)+f(4)=f(3)+f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;4]$ là

A. $f(1)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$	$f(2)$	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $[0;2]$, hàm số nghịch biến trên $[2;4]$ do vậy

$\begin{cases} f(0)<f(2) \\ f(2)>f(3)>f(4) \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} f(3)-f(2)<0 \\ f(4)-f(0)=f(3)-f(2)<0 \end{cases}\Rightarrow f(4)<f(0)$

$\Rightarrow\begin{cases} f(2)>f(3)>f(4) \\ f(2)>f(0)>f(4) \end{cases}$. Vậy $\min\limits_{[0;4]} f(x)=f(4)$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)-3f(x)=(2x^2+1)e^{x^2+3x-1}$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(2)=2e^9$. Biết $f(1)=ae^b$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a+b=5$. **B.** $a-2b=-4$. **C.** $a+3b=10$. **D.** $a-b=-3$.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x)-3f(x)=(2x^2+1)e^{x^2+3x-1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)-3f(x)}{e^{3x}}=(2x^2+1)e^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}}\right)'=(2x^2+1)e^{x^2-1} \Leftrightarrow \int_1^2\left(\frac{f(x)}{e^{3x}}\right)'\mathrm{dx}=\int_1^2(2x^2+1)e^{x^2-1}\mathrm{dx}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}}\right)\Bigg|_1^2=\int_1^2 2x^2e^{x^2-1}\mathrm{dx}+\int_1^2 e^{x^2-1}\mathrm{dx}.$$

Đặt $I_1=\int_1^2 e^{x^2-1}\mathrm{dx}; I_2=\int_1^2 2x^2e^{x^2-1}\mathrm{dx} \Rightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}}\right)\Bigg|_1^2=I_1+I_2.$

Xét $I_1=\int_1^2 e^{x^2-1}\mathrm{dx}$ đặt $\begin{cases}u=e^{x^2-1}\\dv=dx\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}du=2xe^{x^2-1}dx\\v=x\end{cases}$.

$$I_1=\int_1^2 e^{x^2-1}\mathrm{dx}=xe^{x^2-1}\Big|_1^2-\int_1^2 2x^2e^{x^2-1}\mathrm{dx} \Leftrightarrow I_1=xe^{x^2-1}\Big|_1^2-I_2 \Leftrightarrow I_1+I_2=xe^{x^2-1}\Big|_1^2=2e^3-1.$$

Do đó:

$$\left(\frac{f(x)}{e^{3x}}\right)\Bigg|_1^2=\int_1^2 2x^2e^{x^2-1}\mathrm{dx}+\int_1^2 e^{x^2-1}\mathrm{dx} \Leftrightarrow \frac{f(2)}{e^6}-\frac{f(1)}{e^3}=2e^3-1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2e^9}{e^6}-\frac{ae^b}{e^3}=2e^3-1 \Leftrightarrow ae^b=e^3 \Rightarrow \begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}.$$

Vậy $a+3b=10$.

Câu 23: Một lớp có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

A. 2^{35}. **B.** A_{35}^2. **C.** C_{35}^2. **D.** 35^2.

Lời giải

Mỗi cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là một chỉnh hợp chập 2 của 35 phần tử. Do đó số cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là A_{35}^2.

Câu 24: Cho a, b là các số thực dương và $a\neq 1$. biết $\log_a b=2$, giá trị của $\log_a\left(a^3.\sqrt{b}\right)$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $\log_a\left(a^3.\sqrt{b}\right)=\log_a a^3+\log_a\sqrt{b}=3\log_a a+\frac{1}{2}\log_a b=3+\frac{1}{2}.2=4.$

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-3)=2$?

A. 0. **B.** 3 **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\x-3>0\end{cases} \Leftrightarrow x>3$

Ta có: $\log_2 x+\log_2(x-3)=2\Leftrightarrow \log_2\left[x(x-3)\right]=2\Leftrightarrow x^2-3x=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1(l)\\x=4(tm)\end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=1$ là

A. $x=3$. **B.** $x=-1$ **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-1)=1\Leftrightarrow x-1=2\Leftrightarrow x=3$.

Câu 27: Hàm số $f(x)=3^{x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=(1-2x)3^{x-x^2-1}\ln 3$. **B.** $f'(x)=(1-2x)3^{x-x^2}\ln 3$.

C. $f'(x)=\dfrac{(1-2x)3^{x-x^2}}{\ln 3}$. **D.** $f'(x)=3^{x-x^2}\ln 3$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$ ta có $f(x)=3^{x-x^2}$ suy ra $f'(x)=(1-2x)3^{x-x^2}\ln 3$.

Câu 28: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$, với $x\le 2023$ thỏa mãn bất phương trình $4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}\ge x+3.2^y$

A. 30. **B.** 23. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Với mọi cặp số nguyên dương $(x;y)$ ta có: $4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}=4.\sqrt[4]{2^{\log_2 x+3y}}=4.\sqrt[4]{x.2^{3y}}$.

Áp dụng Bất đẳng thức AM-GM cho 4 số dương $x;2^y;2^y;2^y$ ta có: $x+3.2^y\ge 4.\sqrt[4]{x.2^{3y}}=4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}\ (1)$

Mà theo giả thiết $4.2^{\frac{\log_2 x+3y}{4}}\ge x+3.2^y$ suy ra dấu "=" tại (1) xảy ra $\Leftrightarrow x=2^y$.

$(x;y)$ nguyên dương, $x\le 2023$ suy ra $1\le y\le 10, y\in\mathbb{Z}$.

Vậy có 10 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(5)>f(4)>f(3)$. **B.** $f(-1)>f(0)>f(1)$.

C. $f(-3)<f(-2)<f(-1)$. **D.** $f(0)<f(1)<f(2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)>0\Leftrightarrow x\in(-1;2)$, vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(-x^2+2023x-2022\right)$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải

Hàm số các định khi và chỉ khi $-x^2+2023x-2022>0\Leftrightarrow x\in(1;2022)$. Vậy có tất cả 2020 số nguyên trong tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 31: Cho không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 8. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là tiếp điểm của (P) với mặt cầu $(S_1),(S_2)$.

Gọi $M = IJ \cap (P)$. Ta có $\frac{IA}{JB} = \frac{MI}{MJ} = 2$, nên J là trung điểm của IM, suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n} = (a;b;c)\ (a^2+b^2+c^2 \neq 0)$, suy ra $(P): a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0$.

Ta có $\begin{cases} d(I,(P)) = R_1 = 4 \\ d(J,(P)) = R_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2+b^2 = 3c^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 3$ (1)

Ta có $d(O,(P)) = \frac{|2a+b+9c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2a+b+9c|}{2|c|} = \frac{1}{2}\left|\frac{2a}{c}+\frac{b}{c}+9\right|$.

Đặt $t = \frac{2a}{c}+\frac{b}{c} \Rightarrow \frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c}$, ta được $d(O,(P)) = \frac{1}{2}|t+9|$.

Thay $\frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c}$ vào (1) ta được $\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(t-\frac{2a}{c}\right)^2 = 3 \Leftrightarrow 5\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 4t\left(\frac{a}{c}\right) + t^2 - 3 = 0$.

Để phương trình có nghiệm thì $-t^2+15 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} \leq t \leq \sqrt{15} \Leftrightarrow 9-\sqrt{15} \leq t+9 \leq 9+\sqrt{15}$.

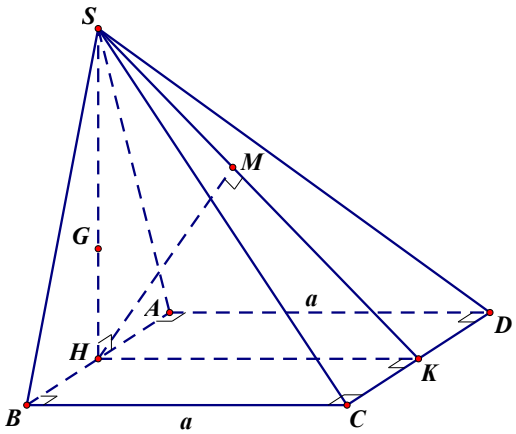
Do đó $\frac{9-\sqrt{15}}{2} \leq d(O,(P)) \leq \frac{9+\sqrt{15}}{2}$, suy ra $M = \frac{9+\sqrt{15}}{2}$, $m = \frac{9-\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M+m = 9$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB. Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Ta có $d(G,(SCD)) = \frac{GS}{HS} d(H,(SCD)) = \frac{2}{3} d(H,(SCD))$.

Trong $(ABCD)$, dựng $HK \perp CD$. Do đó $CD \perp (SHK)$.

Trong (SHK), dựng $HM \perp SK$, suy ra $CD \perp HM$.

Do đó $HM \perp (SCD)$, nên $d(G,(SCD)) = \frac{2}{3}HM$.

Ta có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = BC = a$.

Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(G,(SCD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_1^3 f(x)dx = 9$ và $F(1) = 2$. Tính $F(3)$.

A. 5. **B.** 7. **C.** 11. **D.** -7.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = 9 \Leftrightarrow F(3) - F(1) = 9 \Leftrightarrow F(3) = 9 + 2 = 11$.

Câu 34: Một khối nón có bán kính đường tròn đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Tính thể tích của khối nón đó.

A. 15π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 30π.

Lời giải

Ta có chiều cao của khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25-9} = 4$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** -40. **D.** 14.

Lời giải

Trên đoạn $[-5;-1]$ ta có hàm số đã cho liên tục và có

$y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right. \Rightarrow x = -2$

$y(-5) = -40; y(-2) = 14; y(-1) = 12$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5;-1]$ bằng 14.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương và có đạo hàm đến cấp hai trên khoảng $(1;+\infty)$ đồng thời thỏa mãn các điều kiện $f(1) = f'(1) = 2$ và $[f'(x)]^2 + f(x)\left[f''(x) - \frac{f'(x)}{x}\right] = x(2x+1)$. Tính giá trị $f(2)$.

A. $f(2) = \frac{\sqrt{82}}{2}$. **B.** $f(2) = \frac{133}{6}$. **C.** $f(2) = \frac{\sqrt{123}}{4}$. **D.** $f(2) = \frac{\sqrt{798}}{6}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$\left[f'(x)\right]^2+f(x)\left[f''(x)-\frac{f'(x)}{x}\right]=x(2x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\left[f'(x)\right]^2+f(x).f''(x)\right).x-f(x).f'(x)}{x}=x(2x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{\left[f(x).f'(x)\right]'x-f(x).f'(x)}{x^2}=2x+1$$

$$\Rightarrow \frac{f(x)f'(x)}{x}=x^2+x+C.$$

Do $f(1)=f'(1)=2\Rightarrow C=2\Rightarrow f(x).f'(x)=x^3+x^2+2x$.

Suy ra $\int_1^2 f(x).f'(x)dx=\int_1^2\left(x^3+x^2+2x\right)dx \Rightarrow \frac{f^2(x)}{2}\Big|_1^2=\frac{109}{12}$

$f^2(2)-f^2(1)=\frac{109}{6}\Rightarrow f^2(2)=\frac{133}{6}\Rightarrow f(2)=\frac{\sqrt{798}}{6}$ (Do $f(x)$ luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+13=0$ và $(S_2):(x+3)^2+(y-2)^2+z^2=9$. Hai điểm A,B di động và lần lượt thuộc $(S_1),(S_2)$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB bằng

A. 9. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải

Ta có:

$$(S_1):\begin{cases}I_1(1;2;3)\\R_1=\sqrt{1+2^2+3^2-13}=1\end{cases}$$

$$(S_2):\begin{cases}I_2(-3;2;0)\\R_2=3\end{cases}$$

$I_1I_2=5;R_1+R_2=4$ nên hai mặt cầu không có điểm chung. Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn $AB=R_1+I_1I_2+R_2=1+5+3=9$.

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{99}=4;u_{100}=-8$. Công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. $q=-32$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=-\frac{1}{2}$. **D.** $q=-12$.

Lời giải

Ta có $q=\frac{u_{100}}{u_{99}}=\frac{-8}{4}=-2$.

Câu 39: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=2x^3-5x+1$. **B.** $y=-x^3+3x-2$.

C. $y=3x^3+3x-2$. **D.** $y=x^3+3x^2-x+2$.

Lời giải

$y = 2x^3 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 5$

$y = -x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$

$y = 3x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 9x^2 + 3 > 0 \, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

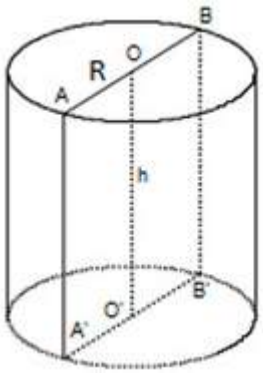
$y = x^3 + 3x^2 - x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - 1$

Do đó **chọn C**

Câu 40: Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $r = 6cm$ và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó

A. $96\pi cm^2$. **B.** $260\pi cm^2$ **C.** $216\pi cm^2$. **D.** $120\pi cm^2$

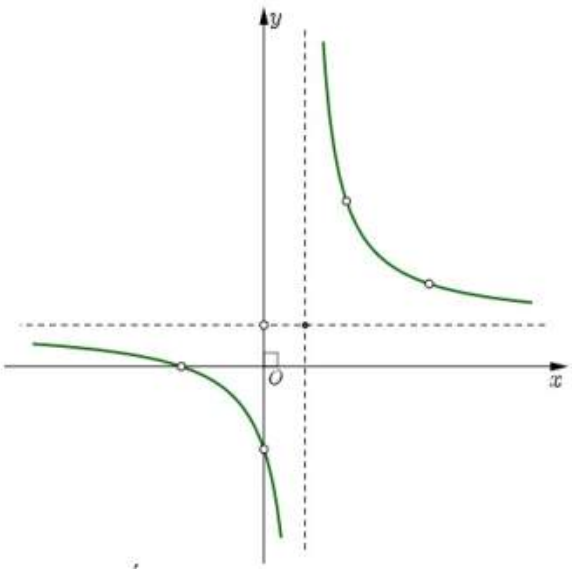
Lời giải



Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên suy ra $h = 2r = 12cm$

$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_D = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi.6.12 + 2.\pi.6^2 = 216\pi(cm^2)$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \dfrac{ax - b}{x - c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có: Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng: $x = c > 0$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng: $y = a > 0$.

Đồ thị giao với trục tung tại điểm có tung độ $y = \dfrac{b}{c} < 0$ mà $c > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy có hai số dương a và c.

Câu 42: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{5}$ và vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$.

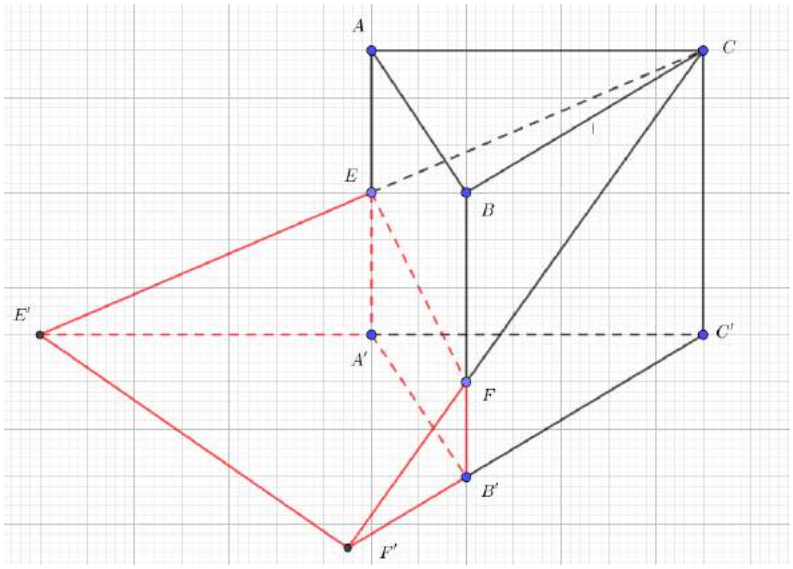
Lời giải

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}\left(a\sqrt{2}\right)^2 a\sqrt{5}=\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 43: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Gọi E là trung điểm AA' và F thuộc cạnh BB' sao cho $BF=2FB'$; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' và đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{19a^3\sqrt{3}}{72}$ **B.** $\frac{17a^3\sqrt{3}}{72}$ **C.** $\frac{7a^3\sqrt{3}}{72}$ **D.** $\frac{25a^3\sqrt{3}}{72}$

Lời giải



Ta có $C'E'=2A'C'=2a$ và $F'C'=\frac{3}{2}B'C'=\frac{3}{2}a$

$\Rightarrow S_{\Delta C'E'F'}=\frac{1}{2}.C'E'.C'F'.\sin A'C'B'=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot\frac{3}{2}a\cdot\sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

$\Rightarrow V_{C.C'E'F'}=\frac{1}{3}\cdot S_{\Delta C'E'F'}\cdot CC'=\frac{1}{3}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2\cdot a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

$S_{ABFE}=\frac{(AE+BF).AB}{2}=\frac{7}{12}a^2=\frac{7}{12}.S_{ABB'A'}\Rightarrow V_{C.ABFE}=\frac{7}{12}V_{C.ABB'A'}=\frac{7}{12}\cdot\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{7\sqrt{3}}{72}a^3$

$V_{CC'EFB'A'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{C.ABFE}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3-\frac{7\sqrt{3}}{72}a^3=\frac{11\sqrt{3}}{72}a^3$.

$V_{EFA'B'E'F'}=V_{C.C'E'F'}-V_{CC'EFB'A'}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3-\frac{11\sqrt{3}}{72}a^3=\frac{7\sqrt{3}}{72}a^3$.

Câu 44: Nếu $\int_0^1 f(x)\,dx=-2023$ và $\int_0^1 g(x)\,dx=2022$ thì $\int_0^1\left[2022f(x)+2021g(x)\right]dx$ bằng

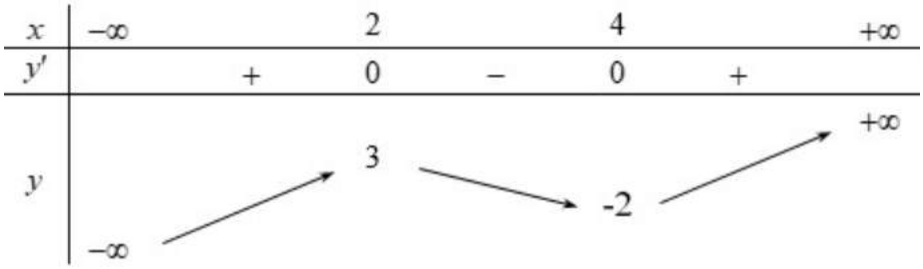
A. –2. **B.** –4045. **C.** –2022. **D.** –4044.

Lời giải

$$\int_0^1 \left[2022f(x)+2021g(x)\right]\mathrm{d}x = 2022\cdot\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x + 2021\cdot\int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$$

$$= 2022\cdot(-2023)+2021\cdot 2022 = -4044$$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $y=3$. **D.** $x=2$.

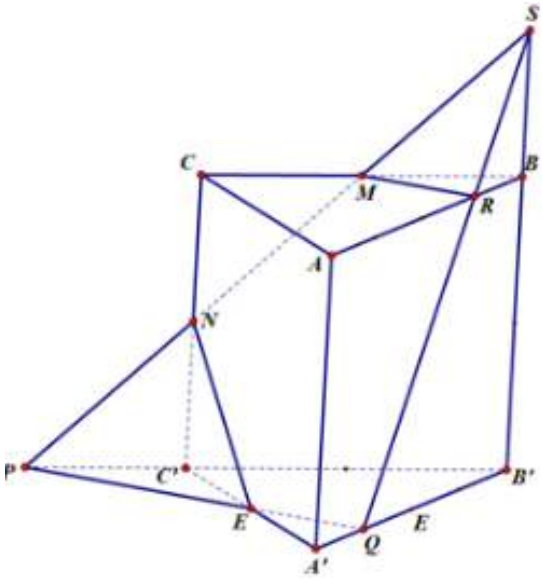
Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=2$

Câu 46: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a. Gọi các điểm M,N,E lần lượt là trung điểm các cạnh $BC,CC',A'C'$. Mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần có thể tích V_1,V_2 (V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm A). Tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải



Theo định lý Menelaus ta và định lý Talet ta có

$$\frac{SB}{SB'}=\frac{SM}{SP}=\frac{SR}{SQ}\Rightarrow\frac{MP}{B'P}=\frac{1}{3};\ \frac{A'Q}{A'B'}=\frac{1}{4};\ \frac{PC'}{PB'}=\frac{1}{3};\ \frac{PE}{EQ}=2$$

$$\frac{V_{SBMR}}{V_{SB'PQ}}=\left(\frac{SM}{SP}\right)^3=\frac{1}{27}\Rightarrow V_{SB'PQ}=\frac{1}{3}d\left(CS,(A'B'C')\right).S_{B'PQ}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}d\left(B,(A'B'C')\right).\frac{9}{8}S_{A'B'C'}=\frac{9}{16}V$$

Khi đó $V_{SBMR}=\dfrac{1}{48}V$, dẫn đến

$\frac{V_{P.C'NE}}{V_{P.BSQ}}=\frac{PC'}{PB'}.\frac{PN}{PS}.\frac{PE}{PQ}=\frac{2}{27}\Rightarrow V_{P.C'NE}=\frac{V}{24}\Rightarrow V_2=V_{S.B'PQ}-V_{S.BMR}-V_{P.C'NE}=\frac{1}{2}V\Rightarrow V_1=V_2$

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=1$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Hai điểm M, N lần lượt trên BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM}+3\frac{BD}{BN}=10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}}=\frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng: $ax+by+cz+32=0$. Tính $S=a-b+c$.

A. $S=98$. **B.** $S=26$. **C.** $S=97$. **D.** $S=27$.

Lời giải

Đặt $x=\frac{BM}{BC}$, $y=\frac{BN}{BD}\Rightarrow\frac{2}{x}+\frac{3}{y}=10$.

$\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}}=\frac{6}{25}\Rightarrow\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}=\frac{6}{25}\Rightarrow\frac{6}{xy}=25$.

Suy ra $\frac{2}{x}$ và $\frac{3}{y}$ là nghiệm của phương trình $t^2-10t+25=0\Leftrightarrow t=5\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{2}{5}\\y=\frac{3}{5}\end{cases}$.

Khi đó:

$\overrightarrow{BM}=\frac{2}{5}\overrightarrow{BC}\Rightarrow M\left(\frac{2}{5};0;-\frac{4}{5}\right)$; $\overrightarrow{BN}=\frac{3}{5}\overrightarrow{BD}\Rightarrow N\left(\frac{6}{5};\frac{3}{5};\frac{-7}{5}\right)$.

$\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}=\left(\frac{7}{5};-2;\frac{-4}{5}\right)\\\overrightarrow{AN}=\left(\frac{11}{5};\frac{-7}{5};\frac{-7}{5}\right)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}\right]=\left(\frac{42}{25};\frac{5}{25};\frac{61}{25}\right)$.

Do đó mặt phẳng (AMN) nhận vectơ $\vec{n}=(42;5;61)$ làm vectơ pháp tuyến;

$\Rightarrow(AMN):42x+5y+61z+32=0$.

Vậy $S=42-5+61=98$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;1)$, $B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y+2z-5=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (α), tìm giá trị nhỏ nhất của $P=3MA^2+2MB^2$.

A. $\frac{440}{9}$. **B.** $\frac{728}{15}$. **C.** $\frac{821}{15}$. **D.** $\frac{119}{5}$.

Lời giải

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=0\Rightarrow I\left(\frac{3}{5};\frac{-2}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Khi đó: $P=3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=5MI^2+3IA^2+2IB^2=5MI^2+\frac{216}{5}$.

P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI=d\left(I,(\alpha)\right)=\frac{\left|\frac{3}{5}-2.\left(\frac{-2}{5}\right)+2.\frac{1}{5}-5\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{16}{15}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $5.\left(\frac{16}{15}\right)^2+\frac{216}{5}=\frac{440}{9}$.

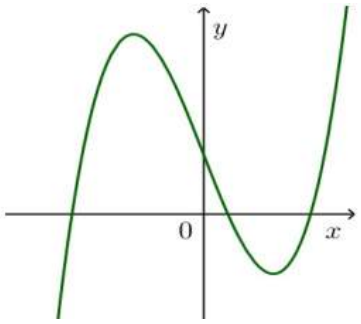
Câu 49: Gọi V_1 là thể tích khối cầu có bán kính R_1, Gọi V_2 là thể tích khối cầu có bán kính $R_2=2R_1$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3}=\frac{R_1^3}{(2R_1)^3}=\frac{1}{8}$.

Câu 50: Đường cong tronh hình bên là đồ thị của một hàm số ttong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Từ dáng điệu đồ thị suy ra hệ số $a>0$ nên loại câu **C.**

Giao điểm của đồ thị với trục Oy có tung độ dương nên loại câu **A.**

Từ đồ thị ta thấy, hoành độ hai điểm cực trị trái dấu nên đáp án đúng là câu **D.** (Ở phương án B có 1 điểm cực trị có hoành độ bằng 0.)

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NAM

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trong không gian cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(4;-2;2)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2e}$ là

A. $y'=2x^{2e-1}$. **B.** $y'=2e.x^{2e}$. **C.** $y'=2e.x^{2e-1}$. **D.** $y'=2e.x^{e-1}$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-2;3;-4)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Câu 5: Nếu $\int\limits_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=-1$ và $\int\limits_{-2}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** 3.

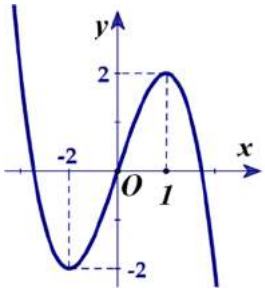
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc (d)?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $P(-3;1;0)$. **C.** $Q(0;-1;3)$. **D.** $N(2;-1;4)$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-3$ và công sai $d=-2$. Giá trị u_4 bằng

A. -9. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(1;0)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+3=0$?

A. $D(2;2;-1)$. **B.** $A(2;-2;-1)$. **C.** $B(-2;-2;1)$. **D.** $C(2;-2;1)$.

Câu 10: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+4i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(-3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;-3)$.

Câu 11: Số phức $z=5-12i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 7. **C.** 17. **D.** 13.

Câu 12: Trên khoảng $(3;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_5(x-3)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x-3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x-3}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{(x-3)\ln 5}$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Câu 14: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $I(\neq O)$, bán kính r. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OI^2=r^2+R^2$. **B.** $r^2=R^2+OI^2$. **C.** $R^2=r^2+OI^2$. **D.** $R^2=r^2-OI^2$.

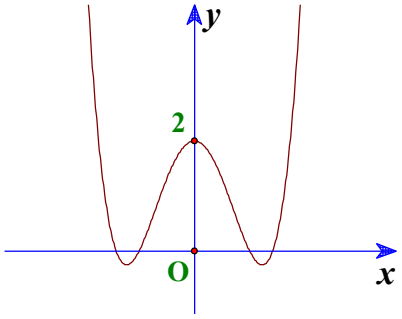
Câu 15: Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng 6, diện tích đáy bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 22. **D.** 30.

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=2-3i$, $z_2=1+i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=3\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 12. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. πrh. **B.** $2\pi r(r+h)$. **C.** $2\pi rh$. **D.** πr^2h.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1}>9$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(e^{2x}-5e^x+7\right)=1$ bằng

A. $e+4$. **B.** $4e$. **C.** $\ln 4$. **D.** 4.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+3i|=|z|\sqrt{2}$ là một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 18.

Câu 23: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 24. **B.** 360. **C.** 68. **D.** 120.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+3)(x-1)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x)>0,\forall x\geq 0$ và $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2},\forall x\geq 0$. Tính $\sqrt{f(2)}-\sqrt{f(1)}$.

A. $\ln\dfrac{9}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{9}{8}$. **C.** $\ln\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{4}{3}$.

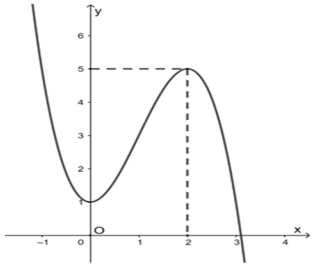
Câu 26: Gọi x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) là các nghiệm của phương trình $\log_5\dfrac{4x^2-4x+1}{2x}+4x^2=6x-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $a\leq 4x_1+x_2$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=1-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{9\pi}{15}$. **D.** $\frac{9}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và $\int f(x)dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{2}F(2x-3)+C$. **B.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}F(2x-3)+C$.

C. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}F(2x-3)+C$. **D.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=2F(2x-3)+C$

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)<3$ là

A. $(-\infty;6)$ **B.** $(3;9)$ **C.** $(-\infty;11)$ **D.** $(3;11)$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $F(0;1;2)$. **D.** $H(1;2;0)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $(2;-3;-3)$. **B.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(-2;3;3)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Câu 33: Với x, y là các số thực dương và $0<a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a x^n=n\log_a x\ (n\in\mathbb{R})$.

Câu 34: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+2x^2$ là

A. $3x^2+4x+C$. **B.** $\frac{x^4}{3}+\frac{x^3}{4}+C$. **C.** $\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+C$. **D.** x^4+x^3+C.

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

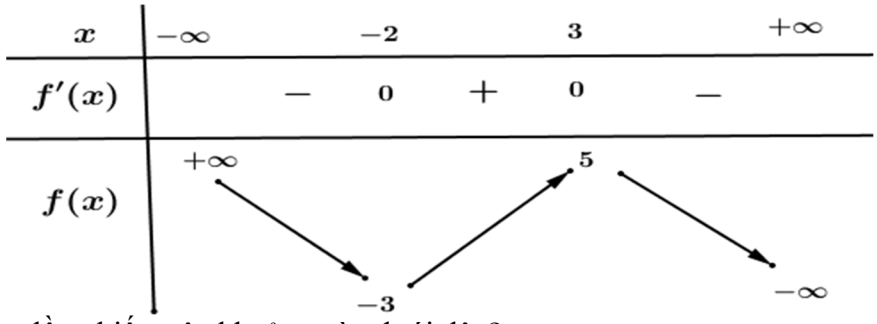
A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}-\cos x+C$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;5)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;-5)$ và $N(5;4;1)$. Mặt phẳng trung trực của MN là

A. $3x+y+3z-3=0$. **B.** $2x+3y-3z-3=0$.

C. $x+3y+3z-3=0$. **D.** $3x+y+3z-6=0$.

Câu 39: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_1^2\left[\frac{1}{3}f(x)-2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** −1. **D.** −2.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;3;-1)$ và $Q(4;-1;7)$. Đường thẳng PQ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3+2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=2-3t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3-2t\\z=-1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-3-2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, gọi T là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m+2)x-2(m-1)z+4m^2-15=0$ là phương trình của một mặt cầu. Số phần tử của T là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=4x^3+k$ với $k=\int_0^1 x^2 f(x^2)\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+1=2z+m$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z thỏa mãn $|z|=3$. Tổng các phần tử của T bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $4\left(z-\bar{z}\right)-15i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2$ và $|2z-1+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.Tính $|8z-5i|$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{29}$. **C.** 12. **D.** $4\sqrt{13}$.

Câu 45: Biết phương trình $\log_2\frac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có một nghiệm có dạng $x=a+b\sqrt{2}$ với a,b là hai số nguyên. Tính a^2-b^2.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_4}(1;0;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(2;2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;1;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(5;-2;3)$.

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=2a$, $BC=\dfrac{3a}{2}$. Biết tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và $(SAB)\perp(ABCD)$. Gọi I là trung điểm của AB. Tính thể tích khối chóp $S.ICD$.

A. $\dfrac{7a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{7a^3}{12}$.

Câu 48: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 5. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 6π. Xét tứ diện $ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn (C) còn D di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng.

A. $21\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{81\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{41\sqrt{3}}{2}$. **D.** $20\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0), B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho $|MA-MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ của điểm M bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-x^3-2x^2+12x+m-1\right|$ trên đoạn [0; 2] không vượt quá 15?

A. 19. **B.** 27. **C.** 17. **D.** 24.

--------- HẾT ---------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.B	6.A	7.**A.D**	8.D	9.D	10.A
11.D	12.A	13.C	14.C	15.D	16.C	17.B	18.C	19.B	20.D
21.**C.**	22.**C.**	23.D	24.D	25.**B.**	26.B	27.A	28.A	29.B	30.D
31.C	32.B	33.B	34.C	35.A	36.A	37.B	38.A	39.D	40.C
41.A	42.B	43.D	44.B	45.C	46.A	47.D	48.B	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(2;-1;1)$. **B.** $(4;-2;2)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-1;1)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{2e}$ là

A. $y'=2x^{2e-1}$. **B.** $y'=2e.x^{2e}$. **C.** $y'=2e.x^{2e-1}$. **D.** $y'=2e.x^{e-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^{2e}\right)'=2e.x^{2e-1}$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=3$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=3$.

Vậy $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-2;3;-4)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(P):x-2y+3z-4=0$ có một véc tơ pháp tuyến có tọa độ là $(1;-2;3)$.

Câu 5: Nếu $\int\limits_{-2}^{3}f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int\limits_{-2}^{3}g(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_{-2}^{3}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{-2}^{3}g(x)\mathrm{d}x=-1+5=4$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{4}$. Điểm nào dưới đây thuộc (d)?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $P(-3;1;0)$. **C.** $Q(0;-1;3)$. **D.** $N(2;-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = -3$ và công sai $d = -2$. Giá trị u_4 bằng

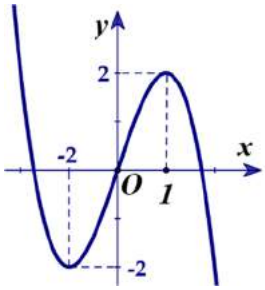
A. -9. **B.** -5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 = -3$ và công sai $d = -2$. Suy ra $u_4 = u_1 + 3d = -3 + 3.(-2) = -9$.

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số hàm số đã cho có toạ độ là



A. $(1;0)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z + 3 = 0$?

A. $D(2;2;-1)$. **B.** $A(2;-2;-1)$. **C.** $B(-2;-2;1)$. **D.** $C(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay $D(2;2;-1)$ vào (P), ta có $VT = 2.2 + 3.2 - (-1) + 3 = 14 \neq 0$, suy ra $D \notin (P)$.

Thay $A(2;-2;-1)$ vào (P), ta có $VT = 2.2 + 3.(-2) - (-1) + 3 = 2 \neq 0$, suy ra $A \notin (P)$.

Thay $B(-2;-2;1)$ vào (P), ta có $VT = 2.(-2) + 3.(-2) - 1 + 3 = -8 \neq 0$, suy ra $B \notin (P)$.

Thay $C(2;-2;1)$ vào (P), ta có $VT = 2.2 + 3.(-2) - 1 + 3 = 0$, suy ra $C \in (P)$.

Vậy điểm $C(2;-2;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 10: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 4i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(-3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Số phức $z = 5 - 12i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** 7. **C.** 17. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z| = |5 - 12i| = \sqrt{5^2 + (-12)^2} = 13$.

Câu 12: Trên khoảng $(3;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x-3)$ là

A. $y' = \dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln 5}{x-3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x-3}$. **D.** $y' = \dfrac{3}{(x-3)\ln 5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{1}{(x-3)\ln 5}$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

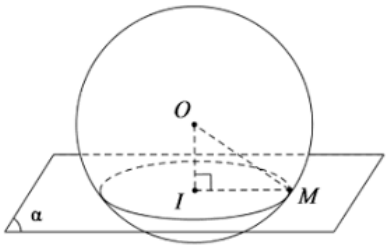
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình $x=-3$.

Câu 14: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn tâm $I(\neq O)$, bán kính r. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $OI^2=r^2+R^2$. **B.** $r^2=R^2+OI^2$. **C.** $R^2=r^2+OI^2$. **D.** $R^2=r^2-OI^2$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác OIM vuông tại I. Khi đó, $OM^2=IM^2+OI^2\Leftrightarrow R^2=r^2+OI^2$.

Câu 15: Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng 6, diện tích đáy bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 22. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V=S.h=30$

Câu 16: Cho hai số phức $z_1=2-3i$, $z_2=1+i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

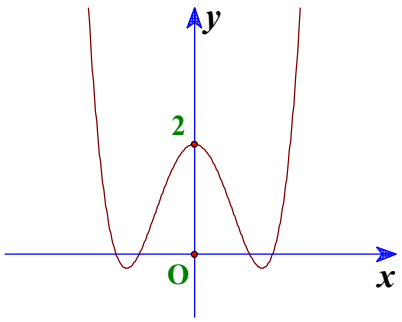
A. -5. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1.z_2=(2-3i).(1+i)=5-i$ nên số phức $z_1.z_2$ có phần thực bằng 5.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có dạng của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$, nhánh cuối đi lên hệ số $a>0$ và có ba cực trị nên chọn đáp án **B.**

Câu 18: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=3\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 12. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AB=AC=\dfrac{BC}{\sqrt{2}}=3$ nên thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{2}AB^2\right).SA=\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{2}.3^2\right).4=6$.

Câu 19: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. πrh. **B.** $2\pi r(r+h)$. **C.** $2\pi rh$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = S_{day} + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r(r+h)$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 9$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x-1} > 9 \Leftrightarrow x-1 > \log_3 9 \Leftrightarrow x > 3$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3;+\infty)$.

Câu 21: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3\left(e^{2x} - 5e^x + 7\right) = 1$ bằng

A. $e+4$. **B.** $4e$. **C.** $\ln 4$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3\left(e^{2x} - 5e^x + 7\right) = 1 \Rightarrow e^{2x} - 5e^x + 7 = 3 \Rightarrow e^{2x} - 5e^x + 4 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} e^x = 1 \\ e^x = 4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \ln 4 \end{array}\right.$.

Thay lần lượt vào phương trình ta nhận cả 2 nghiệm.

Khi đó $0 + \ln 4 = \ln 4$.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+3i| = |z|\sqrt{2}$ là một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó.

A. 6. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z+3i| = |z|\sqrt{2} \Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 2\left(x^2 + y^2\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y - 9 = 0.$

Khi đó tâm $I(0;3) \Rightarrow R = \sqrt{0^2 + 3^2 - (-9)} = 3\sqrt{2}.$

Câu 23: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

A. 24. **B.** 360. **C.** 68. **D.** 120.

Lời giải

Chọn D

Số cách lập được số có ba chữ số khác nhau đôi một là $\mathrm{A}_6^3 = 120$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+3)(x-1)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+3)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Khi đó $f''(-3) = -48 < 0$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;+\infty)$ thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \geq 0$ và $(x+1)f'(x) = \dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}, \forall x \geq 0$. Tính $\sqrt{f(2)} - \sqrt{f(1)}$.

A. $\ln\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}\ln\frac{9}{8}$. **C.** $\ln\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}\Rightarrow\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}=\frac{1}{(x+1)(x+2)}\Rightarrow\left(\sqrt{f(x)}\right)'=\frac{1}{2(x+1)(x+2)}$.

Suy ra

$\int_1^2\left(\sqrt{f(x)}\right)'\mathrm{d}x=\int_1^2\frac{1}{2(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x\Rightarrow\sqrt{f(2)}-\sqrt{f(1)}=\frac{1}{2}\ln\frac{9}{8}$.

Câu 26: Gọi x_1,x_2 (với $x_1<x_2$) là các nghiệm của phương trình $\log_5\frac{4x^2-4x+1}{2x}+4x^2=6x-1$. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $a\le 4x_1+x_2$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq\frac{1}{2}\\x>0\end{cases}$

$\log_5\frac{4x^2-4x+1}{2x}+4x^2=6x-1\Leftrightarrow\log_5(4x^2-4x+1)+(4x^2-4x+1)=\log_5(2x)+(2x)$ (1)

Xét hàm số đặc trưng: $f(t)=\log_5 t+t\ (t>0)$

Có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 5}+1>0\ \forall t>0$. Hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Phương trình $(1)\Rightarrow f(4x^2-4x+1)=f(2x)\Leftrightarrow 4x^2-4x+1=2x\Leftrightarrow 4x^2-6x+1=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{3-\sqrt{5}}{4}\\x_2=\frac{3+\sqrt{5}}{4}\end{array}\right.$

Khi đó: $a\le 4x_1+x_2\Leftrightarrow a\le\frac{15-3\sqrt{5}}{4}$

Lại có a nguyên dương nên $a\in\{1;2\}$

Câu 27: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=1-x^2$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{16}{15}$. **C.** $\frac{9\pi}{15}$. **D.** $\frac{9}{15}$.

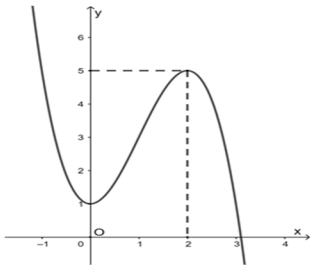
Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $1-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Ta có $V=\pi\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^1\left(x^4-2x^2+1\right)\mathrm{d}x=\pi.\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2x^3}{3}+x\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{16\pi}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $f(x)=m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện để phương trình có ba nghiệm phân biệt là:

$1<m<5$. $m\in\mathbb{Z}$; $m\in\{2;3;4\}$

Có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và $\int f(x)dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{2}F(2x-3)+C$. **B.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}F(2x-3)+C$.

C. $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{3}F(2x-3)+C$. **D.** $\int f(2x-3)\,\mathrm{d}x=2F(2x-3)+C$

Lời giải

Chọn B

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-3)<3$ là

A. $(-\infty;6)$ **B.** $(3;9)$ **C.** $(-\infty;11)$ **D.** $(3;11)$

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x>3$

$\log_2(x-3)<3\Leftrightarrow x-3<8\Leftrightarrow x<11$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $3<x<11$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $(3;11)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm

A. $K(1;-1;1)$. **B.** $E(1;1;2)$. **C.** $F(0;1;2)$. **D.** $H(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1)$, $B(0;1;2)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn AB là

A. $(2;-3;-3)$. **B.** $\left(1;-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(-2;3;3)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 33: Với x, y là các số thực dương và $0<a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a\left(\frac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a x^n=n\log_a x\ (n\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn B

Câu 34: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+2x^2$ là

A. $3x^2+4x+C$. **B.** $\frac{x^4}{3}+\frac{x^3}{4}+C$. **C.** $\frac{x^4}{4}+\frac{2x^3}{3}+C$. **D.** x^4+x^3+C.

Lời giải

Chọn C

Câu 35: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3+(-2)=1$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x}-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(e^x-\sin x)\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;5)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số trên đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;-5)$ và $N(5;4;1)$. Mặt phẳng trung trực của MN là

A. $3x+y+3z-3=0$. **B.** $2x+3y-3z-3=0$.

C. $x+3y+3z-3=0$. **D.** $3x+y+3z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của MN

Suy ra $\overrightarrow{MN}=(6;2;6)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) và (P) đi qua trung điểm $I(2;3;-2)$ của MN.

$\Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $3x+y+3z-3=0$.

Câu 39: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_1^2 \left[\frac{1}{3}f(x) - 2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** −1. **D.** −2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 \left[\frac{1}{3}f(x) - 2x\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 2x\mathrm{d}x = \frac{1}{3}.3 - 3 = -2.$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2;3;-1)$ và $Q(4;-1;7)$. Đường thẳng PQ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - 2t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Một véctơ chỉ phương của đường thẳng PQ là $\vec{u} = \frac{1}{2}.\overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2}.(6;-4;8) = (3;-2;4).$

Mà đường thẳng PQ đi qua $P(-2;3;-1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, gọi T là tập tất cả các số nguyên m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 4m^2 - 15 = 0$ là phương trình của một mặt cầu. Số phần tử của T là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 4m^2 - 15 = 0$ là phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow (m+2)^2 + (m-1)^2 - (4m^2 - 15) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 2m + 20 > 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{41}}{2} < m < \frac{1+\sqrt{41}}{2}$

$\Rightarrow T = \{-2;-1;...;3\}$. Tập T có 6 phần tử.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x) = 4x^3 + k$ với $k = \int_0^1 x^2 f(x^2)\mathrm{d}x$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $k = \int_0^1 x^2 f(x^2)\mathrm{d}x = \int_0^1 x^2(4x^6 + k)\mathrm{d}x = \left(\frac{4x^9}{9} + \frac{kx^3}{3}\right)\Big|_0^1 = \frac{4}{9} + \frac{k}{3} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$

Do đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(4x^3 + \frac{2}{3}\right)\mathrm{d}x = \frac{5}{3}.$

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + 1 = 2z + m$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z thỏa mãn $|z| = 3$. Tổng các phần tử của T bằng

A. 15. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

$z^2+1=2z+m \Leftrightarrow z^2-2z-m+1=0$

$\Delta' = m$.

TH1: $m>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số thực.

$|z|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3 \\ z=-3 \end{array}\right.$

$z=3 \Rightarrow m=4$ (t/m)

$z=-3 \Rightarrow m=16$ (t/m)

TH2: $m<0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số phức liên hợp và $|z_1|=|z_2|=3$.

Ta có $z_1.z_2=-m+1 \Rightarrow |z_1.z_2|=|z_1|.|z_2|=9=|-m+1| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-8 \\ m=10 \end{array}\right.$

Vậy $4+16+(-8)=12$

TH3: $m=0$

Phương trình có nghiệm kép $z_1=z_2=1$ (loại)

Vậy $4+16+(-8)=12$

Câu 44: Xét các số phức z thỏa mãn $4\left(z-\bar{z}\right)-15i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2$ và $|2z-1+i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.Tính $|8z-5i|$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{29}$. **C.** 12. **D.** $4\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

$4\left(z-\bar{z}\right)-15i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2 \Leftrightarrow 8yi-15i=i(2x-1)^2 \Leftrightarrow 8y-15=(2x-1)^2$.

Suy ra $y\geq\dfrac{15}{8}$

$T=|2z-1+i|=\sqrt{(2x-1)^2+(2y+1)^2}=\sqrt{(8y-15)+(2y+1)^2}=\sqrt{4y^2+12y-14}$.

Xét hàm số $f(y)=4y^2+12y-14$.

Lập bảng biến thiên

T min khi $y=\dfrac{15}{8} \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

$|8z-5i|=|4+10i|=2\sqrt{29}$

Câu 45: Biết phương trình $\log_2\dfrac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ có một nghiệm có dạng $x=a+b\sqrt{2}$ với a,b là hai số nguyên. Tính a^2-b^2.

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $\log_2\dfrac{2\sqrt{x}+1}{x}=2\log_3\left(\dfrac{\sqrt{x}}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$ (1)

Điều kiện: $x>1$

$(1) \Leftrightarrow \log_2\left(2\sqrt{x}+1\right)+2\log_3\left(2\sqrt{x}\right)=\log_2\left[(x-1)+1\right]+2\log_3(x-1)$

$\Leftrightarrow f\left(2\sqrt{x}\right)=f\left(x-1\right)$, với $f\left(t\right)=\log_2\left(t+1\right)+2\log_3 t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

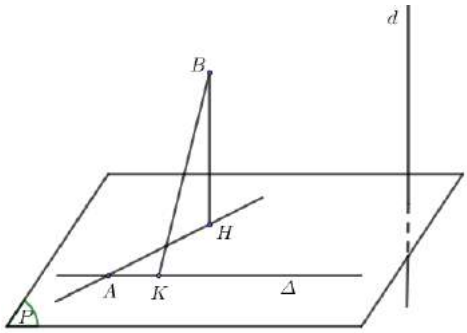
Suy ra, $\left(1\right)\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=x-1\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}-1=0\overset{x>1}{\Leftrightarrow}x=3+2\sqrt{2}\Rightarrow a=3,b=2$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;-2;1\right)$, $B\left(1;2;-3\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\overrightarrow{u_4}\left(1;0;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}\left(2;2;-1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}\left(2;1;6\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}\left(5;-2;3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua A, vuông góc với d. Suy ra, $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến là vectơ chỉ phương của $d:\vec{u}\left(2;2;-1\right)\Rightarrow\left(P\right):2x+2y-z+9=0$.

Δ là đi qua A, vuông góc với d, suy ra Δ thuộc $\left(P\right)$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của B trên $\left(P\right)$ và Δ.

Ta có: $d\left(B,\Delta\right)=BK\geq d\left(B,\left(P\right)\right)=BH=const$, đẳng thức xảy ra khi $H\equiv K$.

Vậy khoảng cách từ B đến Δ ngắn nhất khi Δ đi qua A và H.

Đường thẳng BH đi qua $B\left(1;2;-3\right)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}\left(2;2;-1\right)$. Suy ra:

$$BH:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}\Rightarrow H\left(1+2t;2+2t;-3-t\right).$$

$H\in\left(P\right)\Leftrightarrow 2\left(1+2t\right)+2\left(2+2t\right)-\left(-3-t\right)+9=0\Leftrightarrow t=-2\Rightarrow H\left(-3;-2;-1\right)$.

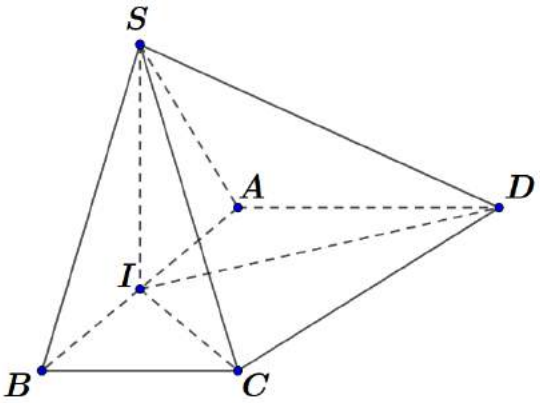
Vậy đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AH}\left(-1;0;-2\right)$.

Câu 47: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=2a$, $BC=\dfrac{3a}{2}$. Biết tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S và $\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)$. Gọi I là trung điểm của AB. Tính thể tích khối chóp $S.ICD$.

A. $\dfrac{7a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{7a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{7a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Do I là trung điểm của AB nên $SI \perp AB$, mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Do tam giác SAB là tam giác vuông cân tại S nên $SI = \dfrac{AB}{2} = a$.

$S_{ICD} = S_{ABCD} - S_{IAD} - S_{IBC} = \dfrac{1}{2}AB(AD+BC) - \dfrac{1}{2}IA.AD - \dfrac{1}{2}IB.BC = \dfrac{7}{4}a^2 \Rightarrow V_{S.ICD} = \dfrac{7a^3}{12}$.

Câu 48: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng 5. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 6π. Xét tứ diện $ABCD$ có đáy ABC là tam giác đều nội tiếp đường tròn (C) còn D di chuyển trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng.

A. $21\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{81\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{41\sqrt{3}}{2}$. **D.** $20\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường tròn (C) có chu vi bằng 6π nên bán kính đường tròn (C) là $r = 3$ nên khoảng cách từ tâm mặt cầu đến (P) là $d\left(I,(ABC)\right) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$.

Do tam giác ABC đều nên $3 = r = \dfrac{AB.AC.BC}{4S_{ABC}} = \dfrac{AB^3}{4\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}} \Leftrightarrow AB = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $d\left(D,(ABC)\right) \le d\left(I,(ABC)\right) + R = 9$.

Khi đó giá trị lớn nhất của V_{ABCD} là $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}d\left(D,(ABC)\right)S_{ABC} = \dfrac{1}{3}9.\dfrac{27\sqrt{3}}{4} = \dfrac{81\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0), B(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): x - y + z + 1 = 0$. Gọi M là điểm nằm trên (P) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn nhất. Hoành độ của điểm M bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

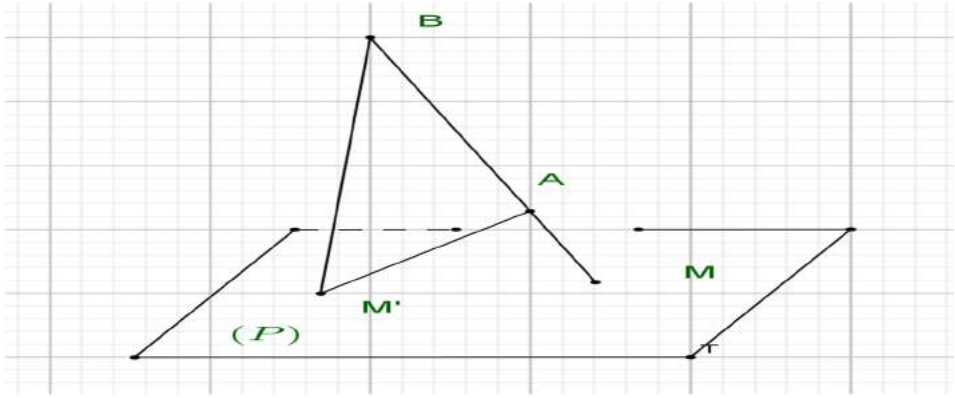
Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x;y) = x - y + z + 1$.

Ta có $\begin{cases} f(A) = 1 \\ f(B) = 9 \end{cases} \Rightarrow f(A)f(B) = 9 > 0 \Rightarrow A, B$ cùng phía so với (P).

Ta có $|MA - MB| = MB - MA \le BA$. (Do $\begin{cases} f(A) = 1 \\ f(B) = 9 \end{cases} \Rightarrow f(A) < f(B)$).



$|MA-MB|$ lớn nhất khi $M=AB\cap(P)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;4)\Rightarrow\vec{u}=(1;-1;2)$ là véc tơ chỉ phương của $AB\Rightarrow$ phương trình tham số của $AB:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=2t\end{cases}$.

Xét phương trình $1+t-1+t+2t+1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{-1}{4}\Rightarrow M\left(\dfrac{3}{4};\dfrac{-5}{4};\dfrac{-1}{2}\right)\Rightarrow x=\dfrac{3}{4}$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-x^3-2x^2+12x+m-1\right|$ trên đoạn [0; 2] không vượt quá 15?

A. 19. **B.** 27. **C.** 17. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4-x^3-2x^2+12x+m-1\Rightarrow \mathrm{f}'(x)=x^3-3x^2-4x+12.$

$\mathrm{f}'(x)=0\Leftrightarrow x^3-3x^2-4x+12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\notin[0;2]\\x=2\in[0;2]\\x=-2\notin[0;2]\end{array}\right.$.

x	0		2
$f'(x)$	0	+	0
$f(x)$	$m-1$	↗	$m+11$

Ta có $m+11-(m-1)=12$.

+ Trường hợp 1: $\begin{cases}m-1\ge 0\\m+11\le 15\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le m\le 4\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m=1,m=2,m=3,m=4.$

,+ Trường hợp 2: $\begin{cases}m+11\le 0\\-m+1\le 15\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-14\le m\le -11\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow m=-14,m=-13,m=-12,m=-11.$

+ Trường hợp 3: $\begin{cases} m+11\ge 0 \\ m+11\ge 1-m \\ m+11\le 15 \\ m\in\mathbb{Z}, m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5\le m<1 \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-5,-4,-3,-2,-1,0\}.$

+ Trường hợp 4: $\begin{cases} m+11> 0 \\ m+11< 1-m \\ 1-m\le 15 \\ m\in\mathbb{Z}, m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -11<m<-5 \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m\in\{-10,-9,-8,-7,-6\}.$

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LÀO CAI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác ABC vuông, $AB = AC = a$ và chiều cao $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 2: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$, khi quay xung quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{5}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{5\pi}{6}$. **D.** $\frac{4\pi}{5}$.

Câu 3: Cho ba số dương $a, b, c\left(a \neq 1, b \neq 1\right)$ và các số thực α khác 0. Đẳng thức nào sai?

A. $\log_a b^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\log_a b$ **B.** $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

C. $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$ **D.** $\log_a c = \log_a b \log_b c$

Câu 4: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. 5^{10}. **B.** 10^5. **C.** A_{10}^5. **D.** C_{10}^5.

Câu 5: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \frac{1}{5x+4}$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{4}{5}\right\}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx = \frac{1}{5}\ln\left|5x+4\right| + C.$ **B.** $\int f\left(x\right)dx = \ln\left|5x+4\right| + C.$

C. $\int f\left(x\right)dx = \frac{1}{\ln 5}\ln\left|5x+4\right| + C.$ **D.** $\int f\left(x\right)dx = \frac{1}{5}\ln\left(5x+4\right) + C.$

Câu 7: Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x+2} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^{x^2}$.

A. $\left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 1 \end{array}\right.$. **B.** $1 \leq x \leq 2.$ **C.** $-2 \leq x \leq 1.$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x \geq -1 \\ x \leq -2 \end{array}\right.$.

Câu 8: Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\pi+1}$ là

A. $y' = \frac{1}{\pi}x^{\pi-1}.$ **B.** $y' = x^{\pi-1}.$ **C.** $y' = \left(\pi+1\right)x^{\pi}.$ **D.** $y' = \pi x^{\pi-1}.$

Câu 9: Nếu $\int_0^1 f\left(x\right)dx = -2$ và $\int_0^1 g\left(x\right)dx = 7$ thì $\int_0^1 \left[2f\left(x\right) - 3g\left(x\right)\right]dx$ bằng

A. -12. **B.** 25. **C.** 17. **D.** -25.

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

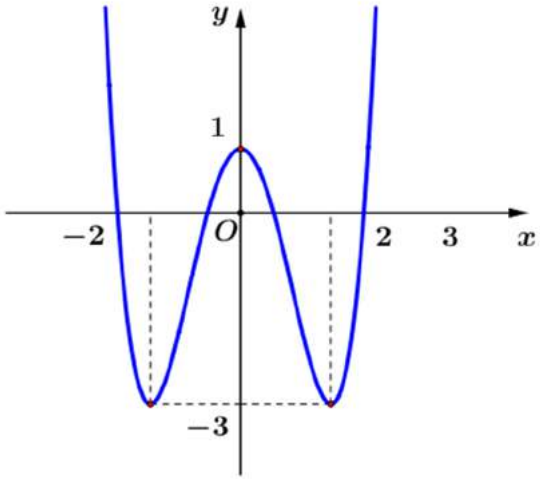
Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y+z-3=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;1;-3)$. **B.** $E(1;1;3)$. **C.** $N(-2;1;-3)$. **D.** $F(2;-2;1)$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<3$ là

A. $S=(-\infty;8)$. **B.** $S=(-1;8)$. **C.** $S=(-1;7)$. **D.** $S=(-\infty;7)$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$, công sai $d=2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 11. **C.** 40. **D.** 13.

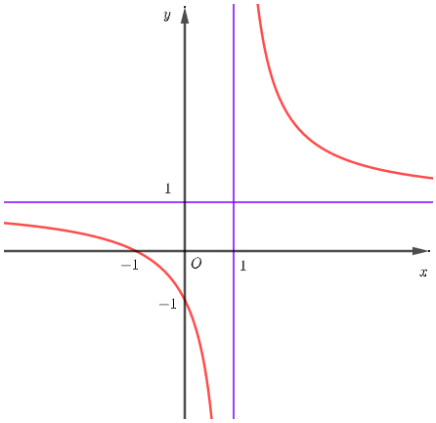
Câu 15: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là

A. $2x^2-\cos x+C$. **B.** $x^2+\cos x+C$. **C.** $2x^2+\cos x+C$. **D.** $x^2-\cos x+C$.

Câu 16: Biết $\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Giá trị của $\int_1^2\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 18: Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$ là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=9$. **B.** $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z+5=0$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

A. $A(-3;-4;-5)$. **B.** $A(3;4;5)$. **C.** $A(3;4;-5)$. **D.** $A(-3;4;5)$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(x^2+x)$ là

A. $\dfrac{2x+1}{(x^2+x).\ln 3}$. **B.** $\dfrac{\ln 3}{x^2+x}$. **C.** $\dfrac{1}{(x^2+x).\ln 3}$. **D.** $\dfrac{(2x+1).\ln 3}{x^2+x}$.

Câu 21: Số phức $(2+4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

A. $-4-2i$. **B.** $4+2i$. **C.** $-4+2i$. **D.** $4-2i$.

Câu 22: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π, tính bán kính đáy R hình tròn của hình nón đó:

A. $R=1$. **B.** $R=2$. **C.** $R=4$. **D.** $R=8$.

Câu 23: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a,\ 2a,\ 3a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đó bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$

A. 75^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

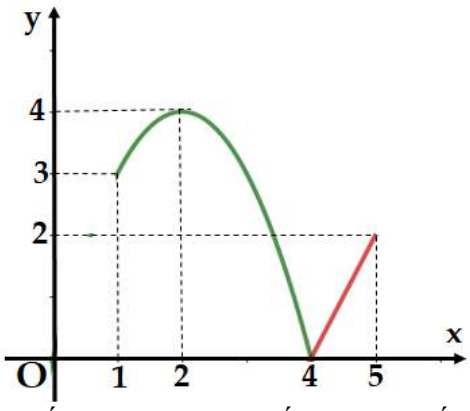
Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):-x+2y+z-7=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-7)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;2;-7)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;-7)$.

Câu 26: Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<0$. **B.** $d<R$. **C.** $d=R$. **D.** $d>R$.

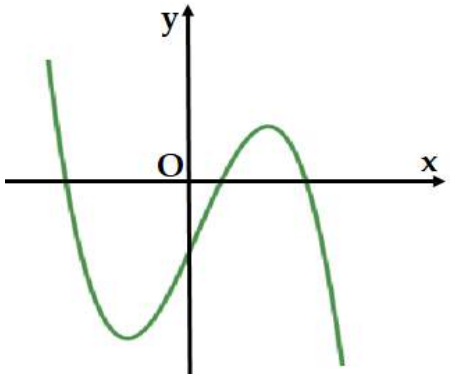
Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;5]$. Giá trị $M-m$ bằng

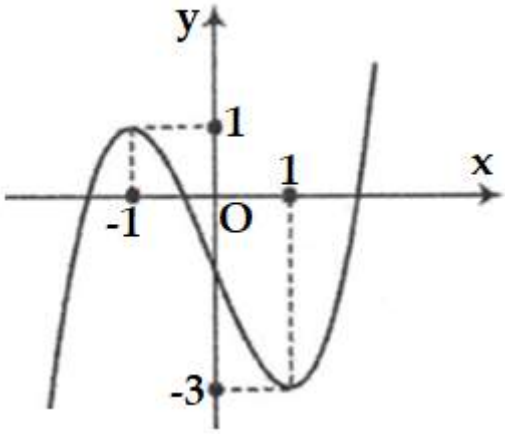
A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

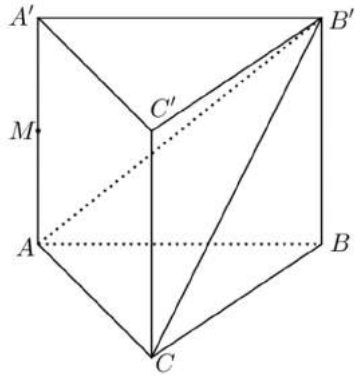
Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 31: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn cho số phức $z=-3+2i$ có toạ độ là

A. $M(3;2)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $Q(-3;2)$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 33: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** -7.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x+5y+z+2=0$. **B.** $3x+4y-z-1=0$.

C. $2x+4y+z+1=0$. **D.** $3x+2y+5z-1=0$.

Câu 35: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1,2,3,4,5\}$. Chon ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chon là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2022}(x-1)^{2023}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(1;2)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-\infty;-1)$

Câu 37: Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tâm và bán kính của đường tròn đó là

A. $I(-3;\sqrt{3}), R=4$ **B.** $I(\sqrt{3};\sqrt{3}), R=4$ **C.** $I(3;-\sqrt{3}), R=2$ **D.** $I(3;\sqrt{3}), R=4$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;1), B(0;1;3), C(1;2;3), D(2;-1;2)$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-4}$.

Câu 39: Cho số phức z có phần ảo dương thoả mãn $|z|=1$ và biểu thức $P=|1+z|+2|1-z|$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $Q=\left|z+\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i\right|$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thoả mãn hàm số $y=\left|\dfrac{x-1}{x-a}\right|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P):3x+y-z-1=0$ và mặt phẳng $(Q):x+3y+z-3=0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q). Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{55}}{55}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{-3\sqrt{55}}{11}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{55}}{55}$.

Câu 42: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)>2\log_2 x$

A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 5

Câu 43: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)=F(4)-G(0)+2m(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=5x^4+6x^2-4, \forall x\in\mathbb{R}.$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các được $y=f(x)$ và $y=\dfrac{1}{4}xf'(x)$ bằng

A. $\dfrac{272}{15}$ **B.** $\dfrac{112}{15}$ **C.** $\dfrac{32}{3}$ **D.** $\dfrac{1088}{15}$

Câu 45: Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\dfrac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$ và $x_1+2x_2=\dfrac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a,b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=14$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=16$. **D.** $a+b=13$.

Câu 46: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{4}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{3}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-2;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I là trung điểm của AB, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua điểm $C\left(2;\sqrt{3};3\right)$ và có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

A. $-5+\sqrt{3}$. **B.** $-2+\sqrt{3}$. **C.** $5+\sqrt{3}$. **D.** $-2+\sqrt{3}$.

Câu 48: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 sao cho biểu thức $T=|z_1|^2+|z_2|^2-10|z_1z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **B.** $[1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị thực không âm của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+1)x^2+mx$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d: y=-x+\frac{5}{12}$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính $R=5$. Mặt phẳng (α) qua S, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) tạo với đáy hình nón góc 45°; tam giác OAB nhọn. Thể tích V của khối nón tạo nên từ hình nón đã cho bằng

A. $V=25\pi$. **B.** $V=75\pi$. **C.** $V=100\pi$. **D.** $V=\frac{100\pi}{3}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.A	4.C	5.C	6.A	7.D	8.C	9.D	10.A
11.B	12.C	13.C	14.B	15.D	16.D	17.B	18.C	19.C	20.A
21.C	22.B	23.B	24.C	25.B	26.B	27.A	28.B	29.C	30.C
31.D	32.B	33.C	34.D	35.B	36.B	37.D	38.C	39.B	40.A
41.D	42.B	43.B	44.C	45.A	46.D	47.A	48.A	49.D	50.D

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác ABC vuông, $AB = AC = a$ và chiều cao $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{a^3}{6}$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn C

$V = \frac{1}{3}hB = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 2: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$, khi quay xung quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{5}$. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{5\pi}{6}$. **D.** $\frac{4\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$V = \pi\int_0^2 \left(x^2\right)^2 dx = \pi\left(\frac{1}{5}x^5\right)\Big|_0^2 = \frac{32\pi}{5}.$

Câu 3: Cho ba số dương $a, b, c\left(a \neq 1, b \neq 1\right)$ và các số thực α khác 0. Đẳng thức nào sai?

A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha}\log_a b$ **B.** $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

C. $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$ **D.** $\log_a c = \log_a b \log_b c$

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. 5^{10}. **B.** 10^5. **C.** A_{10}^5. **D.** C_{10}^5.

Lời giải

Chọn C

Câu 5: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x+4}$ trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{4}{5}\right\}$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C.$ **B.** $\int f(x)dx=\ln|5x+4|+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{\ln 5}\ln|5x+4|+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{1}{5}\ln(5x+4)+C.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx=\dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C.$

Câu 7: Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{3x+2}\le\left(\dfrac{5}{2}\right)^{x^2}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le 1\end{array}\right.$. **B.** $1\le x\le 2.$ **C.** $-2\le x\le 1.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}x\ge -1\\x\le -2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{3x+2}\le\left(\dfrac{5}{2}\right)^{x^2}\Leftrightarrow\left(\dfrac{5}{2}\right)^{-3x-2}\le\left(\dfrac{5}{2}\right)^{x^2}\Leftrightarrow -3x-2\le x^2\Leftrightarrow x^2+3x+2\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge -1\\x\le -2\end{array}\right.$.

Câu 8: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\pi+1}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\pi}x^{\pi-1}.$ **B.** $y'=x^{\pi-1}.$ **C.** $y'=(\pi+1)x^{\pi}.$ **D.** $y'=\pi x^{\pi-1}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=x^{\pi+1}$, suy ra $y'=(\pi+1)x^{\pi}$.

Câu 9: Nếu $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=7$ thì $\int_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. $-12.$ **B.** $25.$ **C.** $17.$ **D.** $-25.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=2\int_0^1 f(x)dx-3\int_0^1 g(x)dx=2.(-2)-3.7=-4-21=-25.$

Vậy $\int_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=-25.$

Câu 10: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

A. $x=-1.$ **B.** $x=-\dfrac{1}{2}.$ **C.** $x=\dfrac{1}{2}.$ **D.** $x=1.$

Lời giải

Chọn A

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-3=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;1;-3)$. **B.** $E(1;1;3)$. **C.** $N(-2;1;-3)$. **D.** $F(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<3$ là

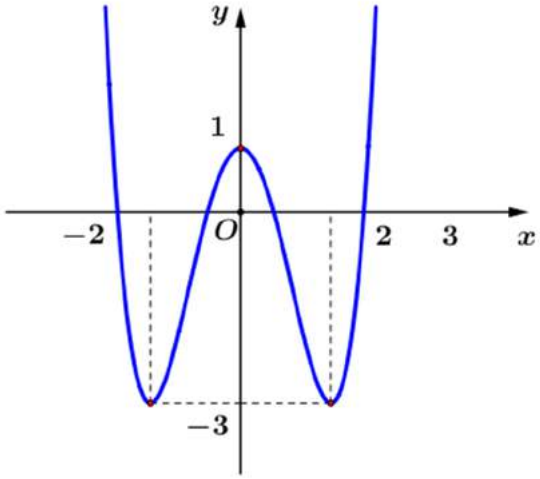
A. $S=(-\infty;8)$. **B.** $S=(-1;8)$. **C.** $S=(-1;7)$. **D.** $S=(-\infty;7)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x+1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1>0 \\ x+1<2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x<7 \end{cases} \Leftrightarrow S=(-1;7)$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



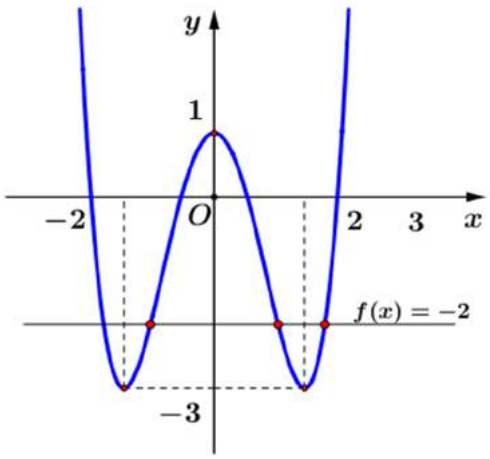
Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2$



Dựa vào đồ thị ta thấy có 4 nghiệm.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$, công sai $d = 2$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 11. **C.** 40. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 5 + 3.2 = 11$.

Câu 15: Họ tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ là

A. $2x^2 - \cos x + C$. **B.** $x^2 + \cos x + C$. **C.** $2x^2 + \cos x + C$. **D.** $x^2 - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Giá trị của $\int_1^2 [f(x) + 2x]\mathrm{d}x$ bằng

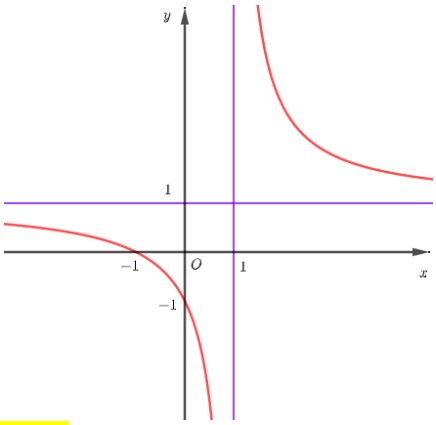
A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2 [f(x) + 2x]\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 2x\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + x^2\Big|_1^2 = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + 3 = 5$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là



A. $(0;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là $(-1;0)$.

Câu 18: Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3$ là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 5 = 0$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3$ là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$

.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

A. $A(-3;-4;-5)$. **B.** $A(3;4;5)$. **C.** $A(3;4;-5)$. **D.** $A(-3;4;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}+4\vec{j}-5\vec{k}\Leftrightarrow A(3;4;-5)$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y=\log_3\left(x^2+x\right)$ là

A. $\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 3}$. **B.** $\dfrac{\ln 3}{x^2+x}$. **C.** $\dfrac{1}{\left(x^2+x\right).\ln 3}$. **D.** $\dfrac{(2x+1).\ln 3}{x^2+x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\left[\log_3\left(x^2+x\right)\right]'=\dfrac{\left(x^2+x\right)'}{\left(x^2+x\right).\ln 3}=\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 3}$.

Câu 21: Số phức $(2+4i)i$ bằng số phức nào dưới đây?

A. $-4-2i$. **B.** $4+2i$. **C.** $-4+2i$. **D.** $4-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(2+4i)i=2i+4i^2=-4+2i$

Câu 22: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π, tính bán kính đáy R hình tròn của hình nón đó:

A. $R=1$. **B.** $R=2$. **C.** $R=4$. **D.** $R=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq}=\pi.R.l\Rightarrow R=\dfrac{S_{xq}}{\pi.l}=\dfrac{8\pi}{4\pi}=2.$

Câu 23: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước $a,\ 2a,\ 3a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đó bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

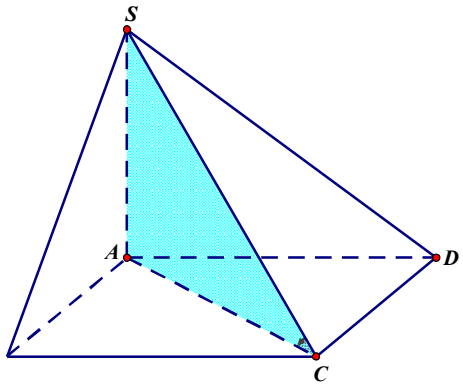
Ta có $V=a.2a.3a=6a^3$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$

A. 75^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\left(SA,\left(ABCD\right)\right)=\left(SA,AC\right)=\widehat{SCA}$

Xét tam giác SCA vuông tại A: $\tan C=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a.\sqrt{6}}{a.3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=30^0.$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right):-x+2y+z-7=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(\alpha\right)$

A. $\overrightarrow{n_1}=\left(2;1;-7\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(-1;2;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(-1;2;-7\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-1;1;-7\right)$.

Lời giải

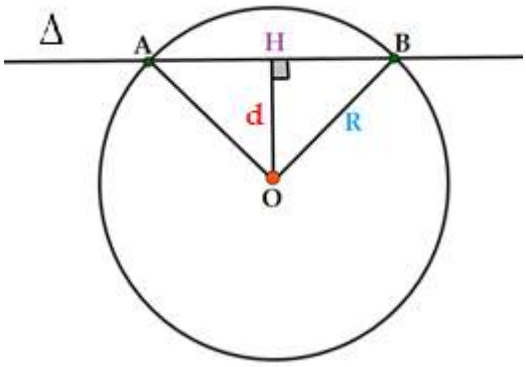
Chọn B

Câu 26: Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$. Gọi d là khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<0$. **B.** $d<R$. **C.** $d=R$. **D.** $d>R$.

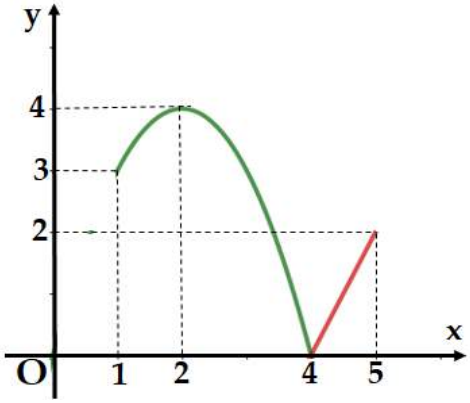
Lời giải

Chọn B



Từ hình vẽ, trong tam giác OBH vuông tại H dễ thấy: $d<R$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;5\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[1;5\right]$. Giá trị $M-m$ bằng

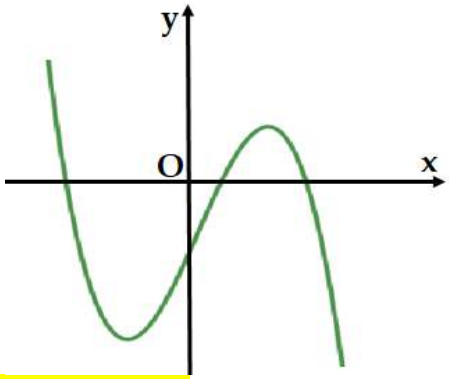
A. 4. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có: $M=4,\ m=0\Rightarrow M-m=4.$

Câu 28: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



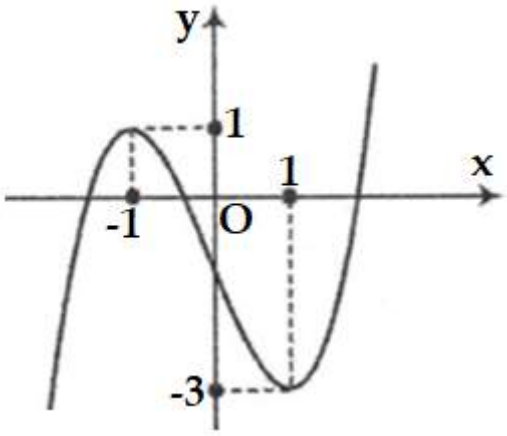
A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\quad (a<0).$

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc ba và có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đáp án C vi phạm cách viết khoảng đồng biến, nghịch biến.

Câu 30: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $(1+2i)z=3-4i\Leftrightarrow z=\dfrac{3-4i}{1+2i}\Leftrightarrow z=-1-2i.$ Phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 31: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn cho số phức $z=-3+2i$ có toạ độ là

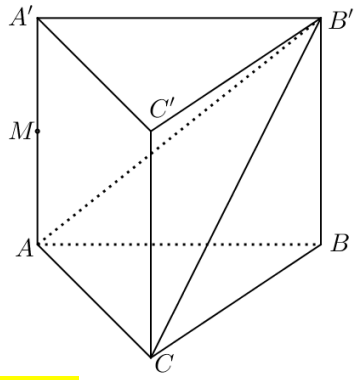
A. $M(3;2)$. **B.** $P(2;-3)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $Q(-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=-3+2i$ có điểm biểu diễn là $Q(-3;2)$.

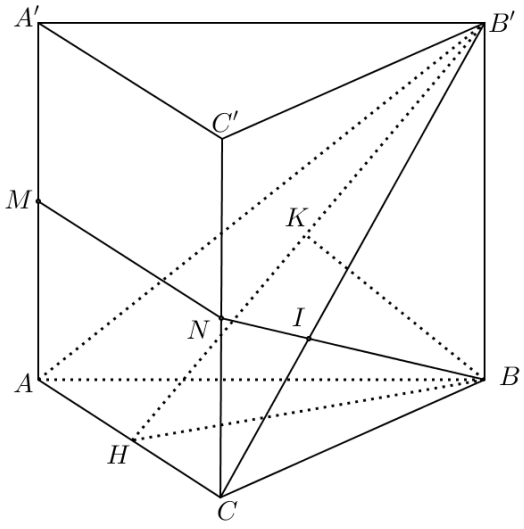
Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm CC' và $I=NB\cap B'C$.

Khi đó $d\left(M,(AB'C)\right)=d\left(N,(AB'C)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,(AB'C)\right)$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC và $B'H$.

Ta có $AC\perp BH, AC\perp BB'\Rightarrow AC\perp(B'BH)\Rightarrow AC\perp BK$, khi đó $BK\perp(AB'C)$ hay $d\left(M,(AB'C)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,(AB'C)\right)=\frac{1}{2}BK$.

Ta có $BH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BK=\frac{BH.BB'}{\sqrt{BH^2+BB'^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.a}{\sqrt{\frac{3a^2}{4}+a^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d\left(M,(AB'C)\right)=\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 33: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 9. **D.** -7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_3 x=1+2\sqrt{2}\\ \log_3 x=1-2\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3^{1+2\sqrt{2}}\\ x=3^{1-2\sqrt{2}}\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm 9.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x+5y+z+2=0$. **B.** $3x+4y-z-1=0$. **C.** $2x+4y+z+1=0$. **D.** $3x+2y+5z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A'(-2;1;1)$ thuộc mặt phẳng: $3x+2y+5z-1=0$.

Câu 35: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1,2,3,4,5\}$. Chon ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chon là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=A_5^4$.

Gọi A là biến cố: "số được chon là một số chẵn", khi đó $n(A)=2.A_4^3$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2.A_4^3}{A_5^4}=\frac{2}{5}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^{2022}(x-1)^{2023}(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(1;2)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-\infty;-1)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)>0\Leftrightarrow(x-1)(2-x)>0\Leftrightarrow 1<x<2.$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 37: Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tâm và bán kính của đường tròn đó là

A. $I(-3;\sqrt{3}),R=4$ **B.** $I(\sqrt{3};\sqrt{3}),R=4$

C. $I(3;-\sqrt{3}),R=2$ **D.** $I(3;\sqrt{3}),R=4$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $w=(1+\sqrt{3}i)z+2\Leftrightarrow w=(1+\sqrt{3}i)(z-1)+3+i\sqrt{3}\Leftrightarrow|w-3-i\sqrt{3}|=|1+\sqrt{3}i||z-1|=4$

Vậy tập hợp biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(3;\sqrt{3})$ bán kính $R=4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;1),B(0;1;3),C(1;2;3),D(2;-1;2)$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$ **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{4}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-4}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(1;1;0),\overrightarrow{BD}=(2;-2;-1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right]=(1;-1;4)$ là một vectơ chỉ phương của mặt phẳng (BCD)

Nên đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{4}$

Vì điểm $(2;-3;5)$ thuộc đường thẳng Δ nên: $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{4}$

Câu 39: Cho số phức z có phần ảo dương thoả mãn $|z|=1$ và biểu thức $P=|1+z|+2|1-z|$ đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $Q=\left|z+\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i\right|$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R},b>0)$.

Ta có $|z|=1\Rightarrow\sqrt{a^2+b^2}=1\Leftrightarrow a^2+b^2=1$.

Do đó $P=|1+z|+2|1-z|=\sqrt{(a+1)^2+b^2}+2\sqrt{(1-a)^2+(-b)^2}=\sqrt{2a+2}+2\sqrt{2-2a}$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiaxkopki ta có

$P=\sqrt{2a+2}+2\sqrt{2-2a}\le\sqrt{\left(1^2+2^2\right)(2a+2+2-2a)}=2\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{2a+2}=\frac{1}{2}\sqrt{2-2a}\Leftrightarrow 4(2a+2)=2-2a\Leftrightarrow a=-\frac{3}{5}$.

Mà $a^2+b^2=1\Rightarrow b^2=\frac{16}{25}\Rightarrow b=\frac{4}{5}$ (do $b>0$).

Suy ra $z=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$. Vậy $Q=\left|z+\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i\right|=\left|-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i+\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i\right|=|2i|=2$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thoả mãn hàm số $y=\left|\frac{x-1}{x-a}\right|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x\ne a$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{x-1}{x-a}$ có $g'(x)=\frac{1-a}{(x-a)^2},\forall x\ne a$.

+) Với $a=1$ thì hàm số $g(x)=1,\forall x\ne 1$ (không thoả mãn).

+) Với $a\ne 1$ thì hàm số $g(x)$ là hàm bậc nhất/bậc nhất nên hàm số sẽ đồng biến hoặc nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;a)$ và $(a;+\infty)$.

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=1$ nên hàm số $y=\left|\frac{x-1}{x-a}\right|=|g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ khi và chỉ

khi hàm số $g(x)=\dfrac{x-1}{x-a}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;a)$; $(a;+\infty)$ và $(2;+\infty)\subset(a;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1-a<0\\a\le 2\end{cases}\Leftrightarrow 1<a\le 2$.

Do $a\in\mathbb{Z}$ nên $a=2$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P):3x+y-z-1=0$ và mặt phẳng $(Q):x+3y+z-3=0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q). Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{55}}{55}$. **B.** 0. **C.** $\dfrac{-3\sqrt{55}}{11}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{55}}{55}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng $(P):3x+y-z-1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}=(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(Q):x+3y+z-3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2}=(1;3;1)$.

Gọi $d=(P)\cap(Q)$ thì d nên có một vectơ chỉ phương là $\left[\vec{n_1},\vec{n_2}\right]=(4;-4;8)=4(1;-1;2)$.

Suy ra d cũng nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một vectơ chỉ phương.

Lấy điểm $M\in d=(P)\cap(Q)\Rightarrow$ toạ độ điểm M thoả mãn hệ $\begin{cases}3x+y-z-1=0\\x+3y+z-3=0\end{cases}$.

Chọn $y=1\Rightarrow x=z=0\Rightarrow M(0;1;0)$.

Phương trình tham số đường thẳng d là $\begin{cases}x=t\\y=1-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Giả sử $\Delta\cap d=B\Rightarrow B(t;1-t;2t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(t-1;-t-1;2t+3)$.

Vì $AB\perp d\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;0;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Gọi φ là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P), ta có

$$\sin\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{AB},\vec{n_1}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{AB}.\vec{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\vec{n_1}\right|}=\frac{7}{\sqrt{55}}=\frac{7\sqrt{55}}{55}.$$

Câu 42: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)>2\log_2 x$

A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}x^3+3x^2+25>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$

$\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)>2\log_2 x\Leftrightarrow\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)-2\log_2 x>0$.

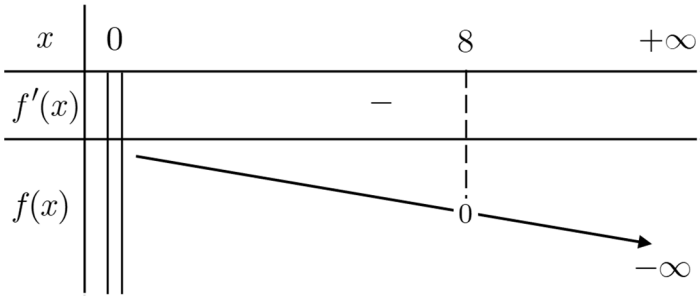
Xét $f(x)=\log_3\left(x^3+3x^2+25\right)-2\log_2 x$ với $x>0$

$$f'(x)=\frac{3x^2+6x}{\left(x^3+3x^2+25\right)\ln 3}-\frac{2}{x\ln 2}=\frac{3x^3\ln 2+6x^2\ln 2-2x^3\ln 3-6x^2\ln 3-50\ln 3}{\left(x^3+3x^2+25\right)\ln 3\cdot x\ln 2}$$

$$=\frac{\left(3\ln 2-2\ln 3\right)x^3+6\left(\ln 2-\ln 3\right)x^2-50\ln 3}{\left(x^3+3x^2+25\right)\ln 3\cdot x\ln 2}<0,\forall x>0.$$

Suy ra $f'(x)<0,\forall x>0.$

Ta có:



Từ bảng biến thiên $f(x)>0$ khi $0<x<8$, vậy bất phương trình có 7 số nguyên.

Câu 43: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)=F(4)-G(0)+2m(m>0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x),y=G(x),x=0$ và $x=4$. Khi $S=8$ thì m bằng:

A. 4 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Vì $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên giả sử trên $\mathbb{R}$, ta có:

$G(x)=F(x)+C$ suy ra $G(0)=F(0)+C$

$\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=F(4)-G(0)+2m\Leftrightarrow F(4)-F(0)=F(4)-F(0)-C+2m\Leftrightarrow C=2m$

Vậy $G(x)=F(x)+2m$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $S=\int_0^4\left|F(x)-G(x)\right|\mathrm{d}x=\int_0^4 2m\mathrm{d}x=2mx\big|_0^4=8m$,

Mà $S=8$ nên $m=1$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=5x^4+6x^2-4,\forall x\in\mathbb{R}.$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các được $y=f(x)$ và $y=\frac{1}{4}xf'(x)$ bằng

A. $\frac{272}{15}$ **B.** $\frac{112}{15}$ **C.** $\frac{32}{3}$ **D.** $\frac{1088}{15}$

Lời giải

Chọn C

$f(x)+xf'(x)=5x^4+6x^2-4,\forall x\in\mathbb{R}\ (1)$

$\Leftrightarrow\left[x.f(x)\right]'=5x^4+6x^2-4,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow x.f(x)=\int\left(5x^4+6x^2-4\right)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow x.f(x)=x^5+2x^3-4x+C$

Cho $x=0$, suy ra $C=0$. Suy ra $x.f(x)=x^5+2x^3-4x$.

Với $x\neq 0$ thì $f(x)=x^4+2x^2-4$. Trong (1), cho $x=0$ suy ra $f(0)=-4$.

$\Rightarrow f(x)=x^4+2x^2-4,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow f'(x)=4x^3+4x$.

Khi đó $f(x)=\frac{1}{4}xf'(x)\Leftrightarrow x^4+2x^2-4=(x^3+x)x\Leftrightarrow x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Vậy $S=\int\limits_{-2}^{2}\left|f(x)-\frac{1}{4}x\cdot f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{2}\left|x^2-4\right|\mathrm{d}x=\frac{32}{3}$.

Câu 45: Cho x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x$ và $x_1+2x_2=\frac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a,b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=14$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=16$. **D.** $a+b=13$.

Lời giải

Chọn A

$\log_7\left(\frac{4x^2-4x+1}{2x}\right)+4x^2+1=6x\ (1)$

$\Leftrightarrow\log_7\left(4x^2-4x+1\right)+\left(4x^2-4x+1\right)=\log_7(2x)+2x$

$\Leftrightarrow f\left(4x^2-4x+1\right)=f(2x)$ với $f(t)=\log_7 t+t$ xét trên khoảng $(0;+\infty)$.

$f'(t)=\frac{1}{t\ln 7}+1>0,\forall t>0$. Suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-4x+1=2x\\2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-4x+1=2x\\2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2-6x+1=0\\2x>0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{4}$.

Mà $x_1+2x_2=\frac{1}{4}\left(a+\sqrt{b}\right)$ với a,b là hai số nguyên dương, suy ra: $x_1=\frac{3-\sqrt{5}}{4}$, $x_2=\frac{3+\sqrt{5}}{4}$.

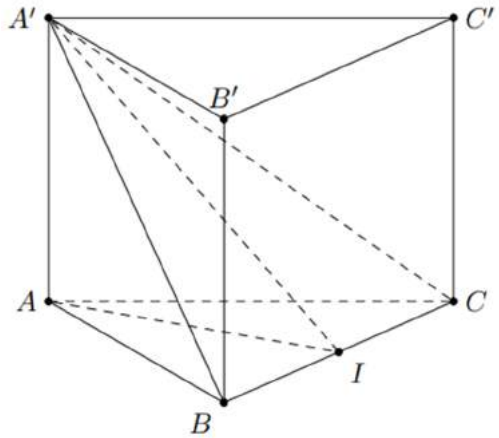
Do đó: $x_1+2x_2=\frac{1}{4}\left(9+\sqrt{5}\right)$. Suy ra: $(a;b)=(9;5)$.

Câu 46: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **C.** $\frac{3}{4}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của BC suy ra $AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\left(\widehat{(A'BC),(ABC)}\right)=\widehat{A'IA}=60°$.

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A có $A'A=AI\tan\widehat{A'IA}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot\tan 60°=\frac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

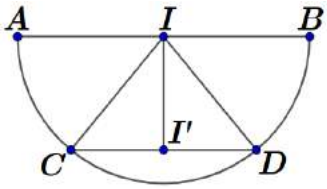
Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho bằng $V=S_{ABC}\cdot A'A=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;5)$ và $B(3;-2;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh I là trung điểm của AB, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) đi qua điểm $C\left(2;\sqrt{3};3\right)$ và có phương trình dạng $x+by+cz+d=0$. Tính giá trị biểu thức $T=b+c+d$.

A. $-5+\sqrt{3}$. **B.** $-2+\sqrt{3}$. **C.** $5+\sqrt{3}$. **D.** $-2+\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-4)\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$.

Gọi (C) là mặt cầu tâm I, đường kính AB nên $(C):\begin{cases}I(1;0;3)\\R=2\sqrt{3}\end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đáy hình nón.

Gọi CD là đường kính đường tròn giao tuyến của (P) và (C) nên $r=\dfrac{CD}{2}$.

Gọi I' là hình chiếu của I trên (P) nên $h=II'$ và $h^2+r^2=R^2=12$.

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$V^2=\frac{\pi^2}{9}h^2r^4=\frac{\pi^2}{18}2h^2r^2r^2\le\frac{\pi^2}{18}\frac{\left(2h^2+r^2+r^2\right)^3}{3}=256\pi^2\Rightarrow V\le 16\pi.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2h^2=r^2\Rightarrow h=2\Rightarrow d\left(I,(P)\right)=2$.

Mặt khác $\overrightarrow{IC}=\left(1;\sqrt{3};0\right)\Rightarrow IC=d\left(I,(P)\right)$ nên $IC\perp(P)$ và $C\in(P)\Rightarrow\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{IC}=\left(1;\sqrt{3};0\right)$

$\Rightarrow(P):x+\sqrt{3}y-5=0\Rightarrow b+c+d=-5+\sqrt{3}$.

Câu 48: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$ (m là số thực). Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 sao cho biểu thức $T=|z_1|^2+|z_2|^2-10|z_1z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{3}{2};3\right)$. **B.** $[1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $z^2-2(2m-1)z+m^2=0$

Ta có $\Delta'=(2m-1)^2-m^2$.

TH1: Phương trình có hai nghiệm phức có phần ảo bằng không $\Delta'=(2m-1)^2-m^2>0$.

Ta có $\begin{cases} z_1+z_2=4m-2 \\ z_1z_2=m^2 \end{cases}$ nên phương trình có hai nghiệm cùng dấu, khi đó:

$T=(z_1+z_2)^2-12z_1z_2=(4m-2)^2-12m^2=4m^2-16m+4\ge 4(m-2)^2-12\ge -12$.

Đẳng thức xảy ra khi $m=2$ (nhận).

TH2: Phương trình có hai nghiệm phức có phần ảo khác không $\Delta'=(2m-1)^2-m^2<0$

$\Leftrightarrow (m-1)(3m-1)<0\Leftrightarrow \frac{1}{3}<m<1$.

Ta có $\begin{cases} z_1+z_2=4m-2 \\ z_1z_2=|z_1|^2=|z_2|^2=m^2 \end{cases}$, khi đó:

$T=|z_1|^2+|z_2|^2-10|z_1z_2|=-8|z_1|^2=-8m^2\Rightarrow -8<T<\frac{-8}{3}$ (loại).

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T=|z_1|^2+|z_2|^2-10|z_1z_2|$ là -12 khi $m=2$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị thực không âm của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+1)x^2+mx$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=-x+\frac{5}{12}$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+1)x^2+mx\Rightarrow y'=x^2-(m+1)x+m.$

Để hàm số có 2 điểm cực trị điều kiện là $\Delta_{y'}>0\Leftrightarrow m^2-2m+1>0\Leftrightarrow m\ne 1(a).$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=m \end{array}\right.$.

Với điều kiện $m\ne 1\Rightarrow y'=0$ có 2 nghiệm Khi đó $A\left(1;\frac{3m-1}{6}\right),B\left(m;\frac{-m^3+3m^2}{6}\right).$

Để A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=-x+\frac{5}{12}$ điều kiện là

$\begin{cases} (6m+5)(-2m^3+6m^2+12m-5)<0 \\ |6m+5|=|-2m^3+6m^2+12m-5| \end{cases}\Rightarrow 2m^3-6m^2-12m+5=6m+5\Leftrightarrow 2m^3-6m^2-18m=0$

$$\begin{cases}(6m+5)\left(-2m^3+6m^2+12m-5\right)<0\\ |6m+5|=\left|-2m^3+6m^2+12m-5\right|\end{cases}\Rightarrow 2m^3-6m^2-12m+5=6m+5\Leftrightarrow 2m^3-6m^2-18m=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}\\ m=\dfrac{3-3\sqrt{5}}{2}<0\end{array}\right.$$

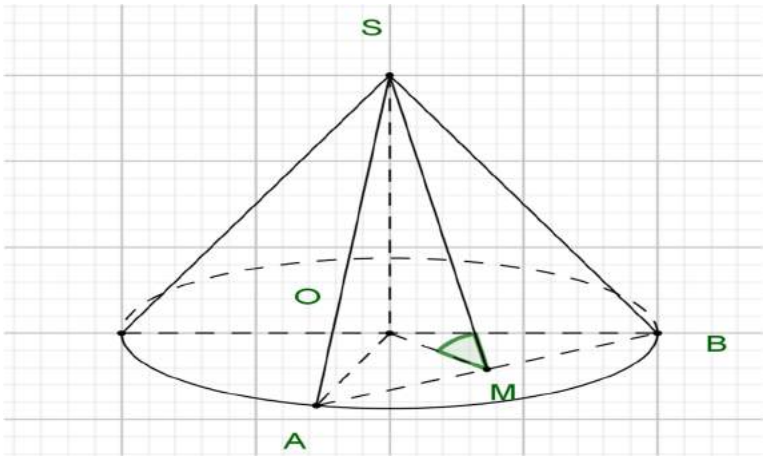
Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 50: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính $R=5$. Mặt phẳng (α) qua S, cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB có diện tích bằng $12\sqrt{2}$. Mặt phẳng (α) tạo với đáy hình nón góc 45°; tam giác OAB nhọn. Thể tích V của khối nón tạo nên từ hình nón đã cho bằng

A. $V=25\pi.$ **B.** $V=75\pi.$ **C.** $V=100\pi.$ **D.** $V=\dfrac{100\pi}{3}.$

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của $AB\Rightarrow OM\perp AB.$ Do đó góc giữa (α) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMO}=45^0\Rightarrow OM=SO.$ Hình chiếu của tam giác SAB đến mặt đáy là tam giác $OAB\Rightarrow S_{\Delta OAB}=S_{\Delta SAB}.\cos 45^0=12\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=12.$

$$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OM.AB=12\Leftrightarrow OM.\sqrt{25-OM^2}=12\Leftrightarrow OM^4-25OM^2+144=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}OM=4\\ OM=3\\ OM=-3\\ OM=-4\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}OM=4\\ OM=3\end{array}\right..$$

Với $\left[\begin{array}{l}OM=4\\ OM=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}BM=3\\ MB=4\end{array}\right..$

Do tam giác OAB nhọn $OM>MB\Rightarrow OM=4.$

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}\pi 25.4=\dfrac{100\pi}{3}.$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI NGUYÊN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y=-x^4+2x^2+1$ **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x+1}$ **C.** $y=x^4-2x^2+1$ **D.** $y=-x^3+3x+1$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 3: Biết $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $-\sin 2x$. **B.** $\dfrac{1}{4}\sin 2x$. **C.** $\sin 2x$. **D.** $-\dfrac{1}{4}\sin 2x$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x-2x$ là

A. e^x-2x+C. **B.** e^x+2x+C. **C.** e^x-2x^2+C. **D.** e^x-x^2+C.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;-3)$ và mặt phẳng $(\mathrm{P}):x-2y+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-2t\\z=-3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=-3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=-3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\z=0\end{cases}$.

Câu 7: Trên R, hàm số $y=3^{3x}$ có đạo hàm là

A. $y'=3x.3^{3x-1}$. **B.** $y'=3^{3x-1}$. **C.** $y'=3^{3x}.\ln 3$. **D.** $y'=3^{3x+1}.\ln 3$.

Câu 8: Tọa độ của điểm biểu diễn số phức $z=1-4i$ trong mặt phẳng $Oxyz$ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy là $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$ bằng

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{8}{3}a^3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+4y-z-1=0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<4$ là

A. $(17;+\infty)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(1;17)$. **D.** $(-\infty;17)$.

Câu 12: Diện tích của mặt cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** 8π.

Câu 13: Cho $\log_3 a = 4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2z-6=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(4;-2;-6)$. **B.** $(-2;0;1)$. **C.** $(-2;1;-3)$. **D.** $(4;0;-2)$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

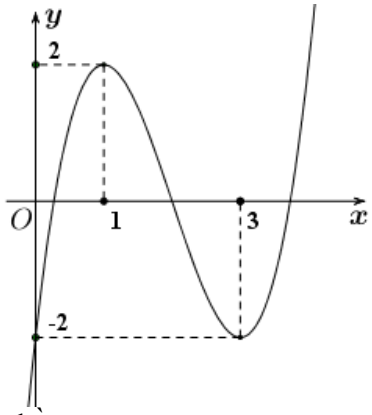
Câu 16: Khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$ có thể tích bằng

A. 75π. **B.** 45π. **C.** 25π. **D.** 15π.

Câu 17: Số cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh bằng

A. A_7^4. **B.** C_7^4. **C.** $\frac{7!}{4!}$. **D.** $4!$.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 20: $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin x dx$ bằng

A. $1-\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z}+2-i|=\sqrt{5}$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(1;-2)$.

Câu 22: Tổng các nghiệm của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23: Cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 4. Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** 64π.

Câu 24: Mô đun của số phức z thỏa mãn $z-2\bar{z}=1-3i$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 25: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$ thì $\int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) + 3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{17}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3, u_3 = -1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2 **B.** 2 **C.** -3 **D.** 4

Câu 27: Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI = 6$ và $OM = 10$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón có diện tích toàn phần bằng

A. 128π **B.** 96π **C.** 204π **D.** 144π

Câu 28: Cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Phần ảo của số phức $w = 2 - \frac{z_2}{z_1}$ bằng

A. 1 **B.** 4. **C.** 2 **D.** -1

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là khoảng $(a;b)$. Giá trị $a.b$ bằng

A. 1 **B.** **C.** -2 **D.** 2

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) là

A. $(-2;-5;4)$ **B.** $(2;5;-4)$ **C.** $(2;-5;-4)$ **D.** $(2;5;4)$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đường thẳng d đi qua điểm $\mathrm{A}(2;-1;5)$, song song với mặt phẳng $(\mathrm{P}): 2\mathrm{x} + \mathrm{y} - 9 = 0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{\mathrm{x}-1}{2} = \frac{\mathrm{y}+2}{3} = \frac{\mathrm{z}+1}{-5}$ có phương trình là

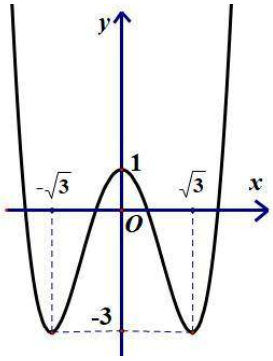
A. $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{10} = \frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x+5}{2} = \frac{y-10}{-1} = \frac{z-4}{5}$.

C. $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{10} = \frac{z+5}{4}$. **D.** $\frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{10} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 32: Thể tích của khối tròn xoay thu được khi xoay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $\mathrm{y} = \mathrm{x}^2 - 1$ và $\mathrm{y} = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $\mathrm{y} = \mathrm{f}(\mathrm{x})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $\mathrm{f}(\mathrm{x}) = \mathrm{m}$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $\mathrm{A}(2;0;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OA có phương trình là

A. $x - 2y - 5z = 0$. **B.** $x - 2y - 5 = 0$. **C.** $x - 2z - 5 = 0$. **D.** $x - 2z - 10 = 0$.

Câu 35: Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 2a$. Thể tích V của khối chóp S.ABC là

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2022]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - (m+2)x + 2022$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên trái của trục tung?

A. 4046. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2022.

Câu 38: Biết $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^5 f(x)\,dx = F(5) - G(0) + a,\ (a > 0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x),\ y = G(x),\ x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 25. **D.** 15.

Câu 39: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 5 = 0$ (với m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1} = z_2.\overline{z_2}$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 40: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $|z^2 - 2iz| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |iz + 1|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC bằng

A. $\frac{\sqrt{42}a}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{42}a}{14}$. **C.** $\frac{2\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 43: Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r = 15cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\frac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong giá đỡ bằng



A. $\frac{15\sqrt{2}}{2}cm.$ **B.** $12cm.$ **C.** $10cm.$ **D.** $\frac{15\sqrt{3}}{2}cm.$

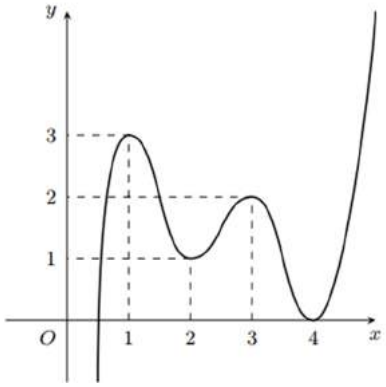
Câu 44: Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ được ghi số lẻ, 5 tấm được ghi số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ được ghi số chia hết cho 10 bằng

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{99}{167}$. **D.** $\frac{8}{11}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x)\neq 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f'(x)=\mathrm{e}^x\cdot\left[f(x)\right]^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=-1$, khi đó $f(-1)$ bằng

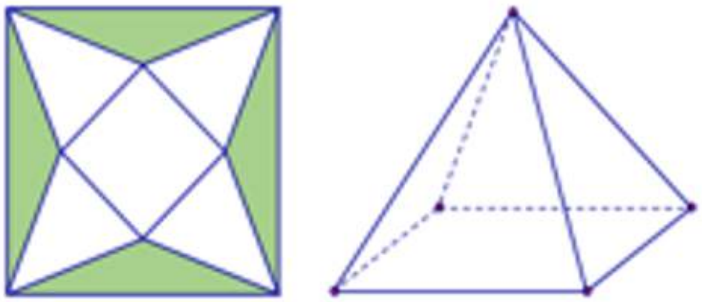
A. e. **B.** -1. **C.** $-\mathrm{e}$. **D.** $-\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $h(x)=2\left[f(x)\right]^3-9\left[f(x)\right]^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 47: Cho một tấm tôn hình vuông cạnh $\sqrt{2}$ như hình vẽ dưới đây. người ta trách phần tô đậm của tấm tôn rồi gặp lại thành một hình chóp tứ giác đều và có cạnh đáy bằng x sao cho 4 đỉnh của hình vuông ghép lại thành đỉnh của hình chóp. Khối chấp nhận được có thể tích lớn nhất bằng

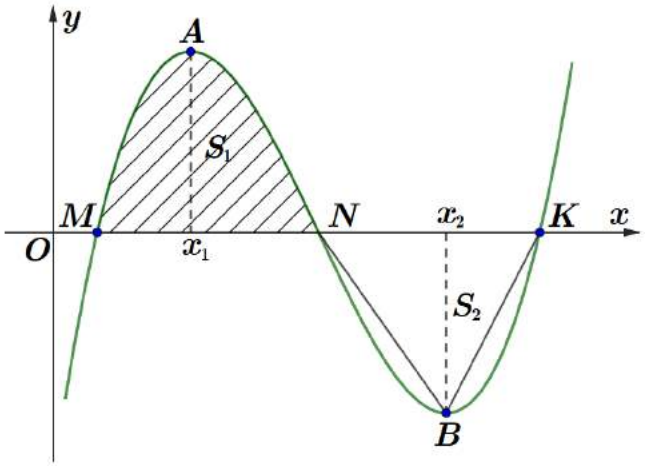


A. $\frac{16\sqrt{5}}{375}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{81}$. **D.** $\frac{9\sqrt{2}}{128}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z}{2}$ và đường thẳng $\triangle:\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt $\triangle$ tại M,N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{2\sqrt{10}}{21}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{42}}{21}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình vẽ.



Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S_1 là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để phương trình $(x^2-1)\log^2(x^2+1)-m\sqrt{2(x^2-1)}\log(x^2+1)+m+4=0$ có đúng hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $1\le|x_1|\le|x_2|\le 3$?

A. 4035. **B.** 4040. **C.** 2025. **D.** 2023.

---------- HẾT ----------

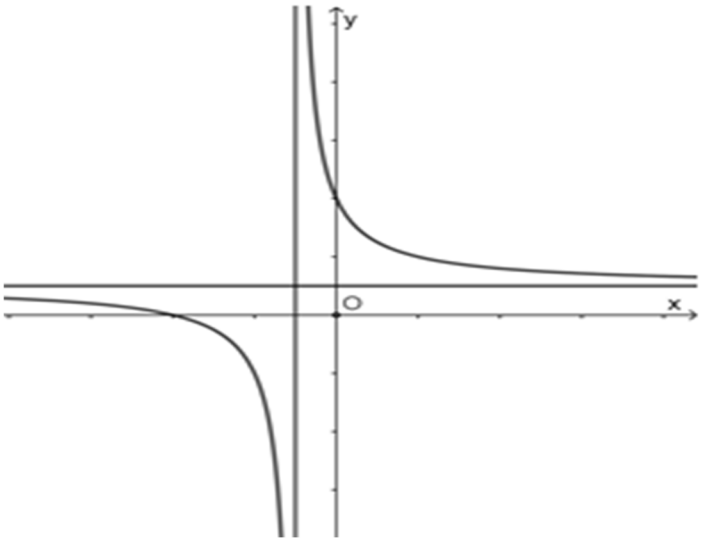
BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.D	5.D	6.A	7.D	8.B	9.D	10.B
11.C	12.B	13.C	14.B	15.B	16.C	17.B	18.A	19.B	20.A
21.C	22.D	23.B	24.D	25.C	26.A	27.D	28.A	29	30.D
31.A	32.D	33.D	34.D	35.D	36.B	37.C	38.B	39.B	40.D
41.C	42.A	43.B	44.A	45.C	46.B	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

A. $y=-x^4+2x^2+1$ **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x+1}$ **C.** $y=x^4-2x^2+1$ **D.** $y=-x^3+3x+1$



Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Biết $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$, khi đó $f(x)$ bằng

A. $-\sin 2x$. **B.** $\dfrac{1}{4}\sin 2x$. **C.** $\sin 2x$. **D.** $-\dfrac{1}{4}\sin 2x$.

Lời giải

Chọn C

$$f(x)=\left(-\frac{1}{2}\cos 2x\right)'=-\frac{1}{2}(-2\sin 2x)=\sin 2x$$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Tập xác định của hàm số: $D=(1;+\infty)$

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x-2x$ là

A. e^x-2x+C. **B.** e^x+2x+C. **C.** e^x-2x^2+C. **D.** e^x-x^2+C.

Lời giải

Chọn D

$\int(e^x-2x)dx=e^x-x^2+C$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;-3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-2t\\z=-3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=-3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=-3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3t\\z=0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;0;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có véc tơ chỉ phương:

$\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}=(1;-2;0)$, nên có phương trình: $\begin{cases}x=2+t\\y=-2t\\z=-3\end{cases}$.

Câu 7: Trên R, hàm số $y=3^{3x}$ có đạo hàm là

A. $y'=3x.3^{3x-1}$. **B.** $y'=3^{3x-1}$. **C.** $y'=3^{3x}.\ln 3$. **D.** $y'=3^{3x+1}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(3^{3x})'=3.3^{3x}.\ln 3=3^{3x+1}.\ln 3$.

Câu 8: Tọa độ của điểm biểu diễn số phức $z=1-4i$ trong mặt phẳng $Oxyz$ là

A. $(1;-3)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ của điểm biểu diễn số phức $z=1-4i$ trong mặt phẳng $Oxyz$ là $(1;-4)$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy là $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$ bằng

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích của khối chóp $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.8a^2.a=\frac{8}{3}a^3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+4y-z-1=0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;4;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;4;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P):2x+4y-z-1=0$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;4;-1)$.

Câu 11: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<4$ là

A. $(17;+\infty)$. **B.** $(1;9)$. **C.** $(1;17)$. **D.** $(-\infty;17)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x-1)<4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2^4 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<17$.

Câu 12: Diện tích của mặt cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của mặt cầu đã cho là $S=4\pi r^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 13: Cho $\log_3 a=4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3(9a)=\log_3 9+\log_3 a=2+4=6$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2z-6=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(4;-2;-6)$. **B.** $(-2;0;1)$. **C.** $(-2;1;-3)$. **D.** $(4;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(-2;0;1)$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. -1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 16: Khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$ có thể tích bằng

A. 75π. **B.** 45π. **C.** 25π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho bằng: $\frac{1}{3}\pi r^2 h=25\pi$.

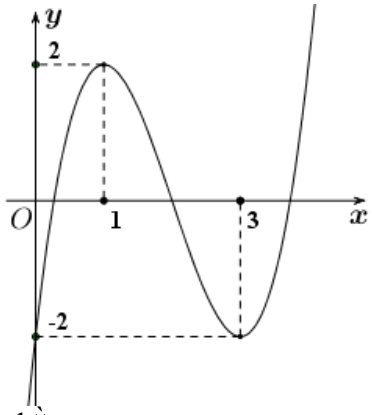
Câu 17: Số cách chọn 4 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh bằng

A. A_7^4. **B.** C_7^4. **C.** $\frac{7!}{4!}$. **D.** $4!$.

Lời giải

Chọn B

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin x dx$ bằng

A. $1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sin x dx=-\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=\sqrt{5}$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có $\left|\overline{z}+2-i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\left|x-yi+2-i\right|=\sqrt{5}\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow(x+2)^2+(y+1)^2=5$.

Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=\sqrt{5}$ là một đường tròn có tâm $I(-2;-1)$.

Câu 22: Tổng các nghiệm của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0\Leftrightarrow 4.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}-13\left(\dfrac{3}{2}\right)^x+9=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^x=1\\ \left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{9}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$$

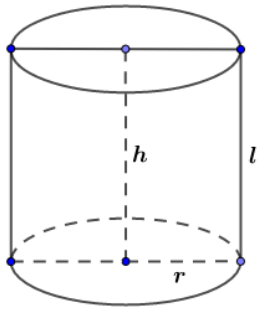
Tổng các nghiệm của phương trình $4.9^x-13.6^x+9.4^x=0$ bằng $0+2=2$.

Câu 23: Cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh bằng 4. Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 32π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn B



Khối trụ (T) có $h=4, r=2$.

Ta có $V=\pi r^2 h=\pi 2^2.4=16\pi$.

Câu 24: Mô đun của số phức z thỏa mãn $z-2\bar{z}=1-3i$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $z-2\bar{z}=1-3i \Leftrightarrow a+bi-2(a-bi)=1-3i$

$$\Leftrightarrow -a+3bi=1-3i \Leftrightarrow \begin{cases}-a=1\\ 3b=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=-1\\ b=-1\end{cases}.$$

Vậy $z=-1-i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

Câu 25: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\,dx=2$ và $\int_{-1}^{2} g(x)\,dx=-1$ thì $\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)+3g(x)\right]dx$ bằng

A. $\frac{17}{2}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)+3g(x)\right]dx=\int_{-1}^{2} x\,dx+2\int_{-1}^{2} f(x)\,dx+3\int_{-1}^{2} g(x)\,dx=\frac{3}{2}+2.2+3(-1)=\frac{5}{2}$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3, u_3=-1$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2 **B.** 2 **C.** -3 **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát u_n là $u_n=u_1+(n-1)d$

Suy ra $u_3=u_1+2d \Leftrightarrow -1=3+2d \Rightarrow d=-2$

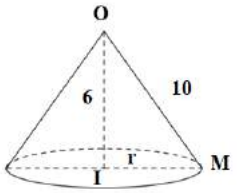
Vậy công sai của cấp số cộng là $d=-2$

Câu 27: Cho tam giác OIM vuông tại I có $OI=6$ và $OM=10$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón có diện tích toàn phần bằng

A. 128π **B.** 96π **C.** 204π **D.** 144π

Lời giải

Chọn D



Bán kính của hình nón là $r=\sqrt{OM^2-OI^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$S_{tp}=S_{xq}+S_d=\pi rl+\pi r^2=80\pi+64\pi=144\pi$

Câu 28: Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=2-4i$. Phần ảo của số phức $w=2-\dfrac{z_2}{z_1}$ bằng

A. 1 **B.** 4. **C.** 2 **D.** -1

Lời giải

Chọn A

Ta có $w=2-\dfrac{z_2}{z_1}=1+i$

Vậy phần ảo của số phức w là 1

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)$ là khoảng $\left(a;b\right)$. Giá trị $a.b$ bằng

A. 1 **B.** **C.** -2 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x+1>0\\2x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$

Ta có

$\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)$

$\Leftrightarrow \quad x+1>2x-1$

$\Leftrightarrow \quad x<2$

Suy ra $x\in\left(\dfrac{1}{2};2\right)\Rightarrow a.b=1$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-5;4\right)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ là

A. $\left(-2;-5;4\right)$ **B.** $\left(2;5;-4\right)$ **C.** $\left(2;-5;-4\right)$ **D.** $\left(2;5;4\right)$

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ là $\left(2;5;4\right)$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1;5)$, song song với mặt phẳng $(P):2x+y-9=0$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-5}$ có phương trình là

A. $\frac{x-2}{-5}=\frac{y+1}{10}=\frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x+5}{2}=\frac{y-10}{-1}=\frac{z-4}{5}$.

C. $\frac{x+2}{-5}=\frac{y-1}{10}=\frac{z+5}{4}$. **D.** $\frac{x+2}{5}=\frac{y+1}{10}=\frac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):2x+y-9=0$ có VTPT $\vec{n}(2;1;0)$.

Đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-5}$ có VTCP $\vec{u}(2;3;-5)$.

Đường thẳng d có VTCP là $\left[\vec{n};\vec{u}\right]=(-5;10;4)$.

Câu 32: Thể tích của khối tròn xoay thu được khi xoay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-1$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

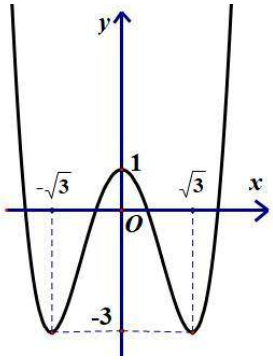
Lời giải

Chọn D

$x^2-1=0\Leftrightarrow x=\pm 1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi xoay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-1$ và $y=0$ quanh trục Ox là $\pi\int_{-1}^{1}(x^2-1)^2\,dx=\frac{16\pi}{15}$.

Câu 33: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-3<m<1$. Vậy, có 2 giá trị nguyên âm của tham số m là $-2;-1$ để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;0;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OA có phương trình là

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5=0$. **C.** $x-2z-5=0$. **D.** $x-2z-10=0$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng OA là $(1;0;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OA đi qua điểm I có VTPT $\overrightarrow{OA}=(2;0;-4)$ có phương trình là $2x-4z-10=0\Leftrightarrow x-2z-10=0$.

Câu 35: Cho hình chóp S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SA = a. Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A và AB = 2a. Thể tích V của khối chóp S.ABC là

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.2a.2a.a=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $Q(0;1;2)$. **C.** $P(-1;1;-1)$. **D.** $N(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(-1;0;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$.

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 suy ra (P) đi qua điểm $M_1(1;-1;1)$, có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(4;0;4)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $4(x-1)+0(y+1)+4(z-1)=0\Leftrightarrow x+z-2=0$.

Dễ thấy điểm $Q(0;1;2)\in(P)$.

Câu 37: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2022]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-(m+2)x+2022$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên trái của trục tung?

A. 4046. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-(m+2)x+2022$ có hai điểm cực trị nằm về phía bên trái của trục tung $\Rightarrow y'=x^2-2mx-m-2=0$ có 2 nghiệm âm phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S<0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m+2>0,\forall m\in\mathbb{R}\\2m<0\\-m-2>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\m<-2\end{cases}\Leftrightarrow m<-2\xrightarrow[m\in\mathbb{Z}]{m\in[-2023;2022]}m\in\{-2023;-2022;...;-1\}\Rightarrow \text{có } 2023 \text{ giá trị } m \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 38: Biết $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^5 f(x)\,dx=F(5)-G(0)+a,\ (a>0)$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x)$, $y=G(x)$, $x=0$ và $x=5$. Khi $S=20$ thì a bằng

A. 20. **B.** 4. **C.** 25. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Do $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên

$G(x)=F(x)+C, \forall x\in\mathbb{R}$, với C là hằng số.

Mặt khác $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=F(5)-F(0)$. Lại có $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=F(5)-G(0)+a$, suy ra

$G(0)=F(0)+a$.

Do đó $a=C\Rightarrow G(x)=F(x)+a, \forall x\in\mathbb{R}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=F(x), y=G(x), x=0, x=5$ là

$$S=\int_0^5 |G(x)-F(x)|\mathrm{d}x \Leftrightarrow 20=\int_0^5 |a|\mathrm{d}x \overset{a>0}{\Leftrightarrow} 20=5a \Leftrightarrow a=4.$$

Câu 39: Trên tập hợp số phức, cho phương trình $z^2-2mz+6m-5=0$ (với m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: phương trình có

$\Delta'>0\Leftrightarrow(-m)^2-(6m-5)>0\Leftrightarrow m^2-6m+5>0\Leftrightarrow m<1\vee m>5$.

Khi đó: $z_1\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}\Leftrightarrow z_1^2=z_2^2\Leftrightarrow(z_1-z_2).(z_1+z_2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_1-z_2=0\ (l)\\ z_1+z_2=0\ (n)\end{array}\right.$.

Với $z_1+z_2=0\Leftrightarrow 2m=0\Leftrightarrow m=0$ (loại).

Trường hợp 2: phương trình có

$\Delta'<0\Leftrightarrow(-m)^2-(6m-5)<0\Leftrightarrow m^2-6m+5<0\Leftrightarrow 1<m<5$.

Khi đó: $z_1\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}\Leftrightarrow |z_1|^2=|z_2|^2$ (luôn đúng).

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{2;3;4\}$ do vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

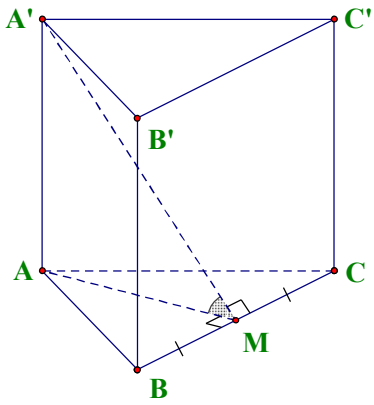
Câu 40: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm cạnh BC suy ra $AM\perp BC$ (vì ΔABC đều).



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$ khi đó $\left((A'BC),(ABC)\right) = \left(A'M, AM\right) = \widehat{A'MA}$.

Với $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AA' = \dfrac{a}{2}$ ta có: $\tan \widehat{A'MA} = \dfrac{AA'}{AM} = \dfrac{a}{2} : \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{A'MA} = 30°$.

Do vậy $\left((A'BC),(ABC)\right) = 30°$.

Câu 41: Cho số phức z thỏa mãn $\left|z^2 - 2iz\right| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left|iz + 1\right|$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left|z^2 - 2iz\right| = 2 \Leftrightarrow \left|-(iz)^2 - 2iz - 1 + 1\right| = 2 \Leftrightarrow \left|(iz+1)^2 - 1\right| = 2$.

Đặt $w = iz + 1$ khi đó $\left|w^2 - 1\right| = 2$ nên tập hợp các điểm biểu diễn của số phức w^2 là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R = 2$.

Xét $P = \left|iz + 1\right| = \left|w\right| \Rightarrow P^2 = \left|w\right|^2 = \left|w^2\right|$

Do đó $P^2 \le OI + R = 1 + 2 = 3$ hay $\max P^2 = 3 \Rightarrow \max P = \sqrt{3}$.

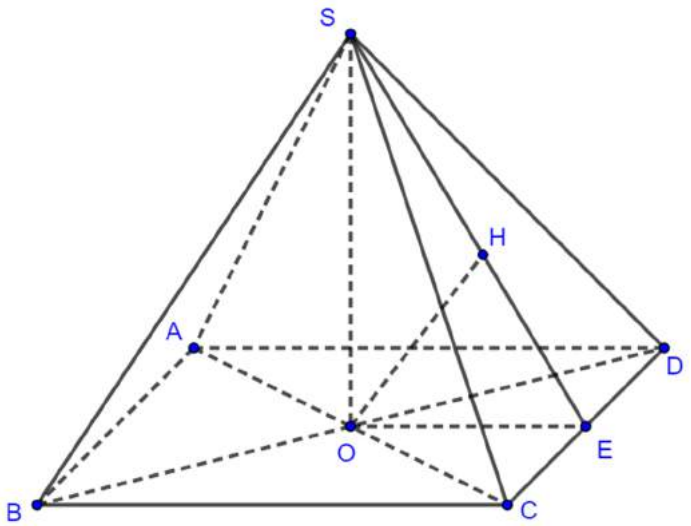
Vậy $P = \left|iz + 1\right|$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = \sqrt{2}a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và SC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{42}a}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{42}a}{14}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{21}a}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và BD thì $SO \perp (ABCD)$

Ta có: $d(AB,SC) = d(AB,(SCD)) = d(A,(SCD)) = 2d(O,(SCD))$

Hạ $OE \perp CD$, vì $\begin{cases} OH \perp SE \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O,(SCD)) = OH$

Hạ $OH \perp SE$ thì: $\begin{cases} OH \perp SE \\ OH \perp CD \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD)$

Áp dụng định lí py – ta – go: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Xét tam giác SOE vuông tại O ta có: $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OE^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{42}}{14}$

$\Rightarrow d(AB,SC) = 2OH = \dfrac{a\sqrt{42}}{7}.$

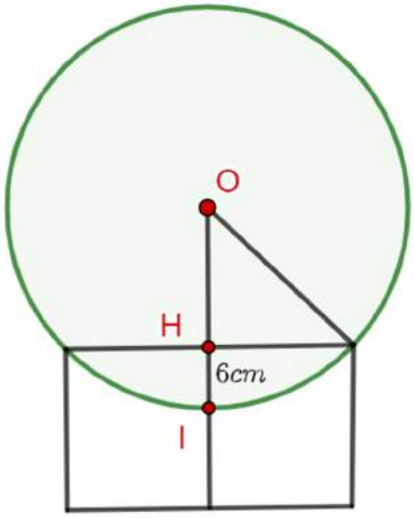
Câu 43: Người ta muốn làm giá đỡ cho quả cầu bằng ngọc có bán kính $r = 15cm$ sao cho phần quả cầu bị khuất chiếm $\dfrac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó. Biết giá đỡ hình trụ và rỗng phía trong, bán kính đường tròn đáy của hình trụ bên trong giá đỡ bằng



A. $\dfrac{15\sqrt{2}}{2}cm.$ **B.** $12cm.$ **C.** $10cm.$ **D.** $\dfrac{15\sqrt{3}}{2}cm.$

Lời giải

Chọn B



Do quả cầu bị khuất chiếm $\dfrac{1}{5}$ quả cầu theo chiều cao của nó nên chiều cao phần bị khuất là

$\Rightarrow HI = 6cm \Rightarrow OH = 15 - 6 = 9cm \Rightarrow r_{tru} = \sqrt{r^2_{cau} - 9^2} = 12cm$

Câu 44: Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ được ghi số lẻ, 5 tấm được ghi số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ được ghi số chia hết cho 10 bằng

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{99}{167}$. **D.** $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Trong 30 số thì có: 15 số lẻ; 3 số chia hết cho 10 (là 10, 20 và 30) và 12 số chẵn còn lại nên:

- Có C_{30}^{10} cách chọn ra 10 tấm trong 30 tấm.
- Có C_{15}^{5} cách chọn ra 5 thẻ mang số lẻ trong số 15 tấm.
- Có $C_3^1.C_{12}^4$ cách chọn ra 5 thẻ số chẵn mà có 1 thẻ mang số chia hết cho 10.

Vậy nên xác suất tìm được là: $\frac{C_{15}^5.C_3^1.C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(x) \neq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, đồng thời thỏa mãn $f'(x) = \mathrm{e}^x \cdot [f(x)]^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = -1$, khi đó $f(-1)$ bằng

A. e. **B.** -1. **C.** $-\mathrm{e}$. **D.** $-\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Lời giải

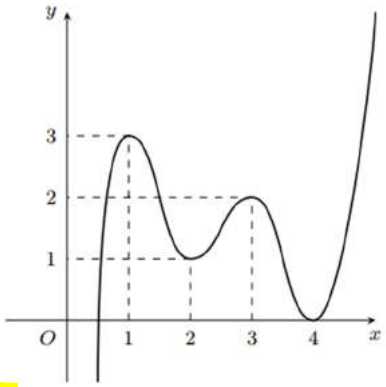
Chọn C

Ta có $f'(x) = \mathrm{e}^x \cdot [f(x)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \mathrm{e}^x \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = \mathrm{e}^x + C$.

Mặt khác $f(0) = -1$ suy ra $C = 0$.

Do đó $f(x) = -\mathrm{e}^{-x}$ nên $f(-1) = -\mathrm{e}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $h(x) = 2[f(x)]^3 - 9[f(x)]^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(3;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h'(x) = 6f(x) \cdot f'(x)[f(x) - 3]$

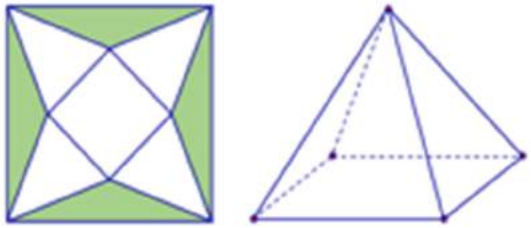
$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = 3 \\ f'(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = a, x = 4 & (0 < a < 1) \\ x = 1, x = b & (b > 4) \\ x = 1, x = 2, x = 3, x = 4. & \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		1		2		3		4		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$		$+$	‖	$+$		$+$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)-3$		$-$	‖	$-$	0	$-$	‖	$-$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

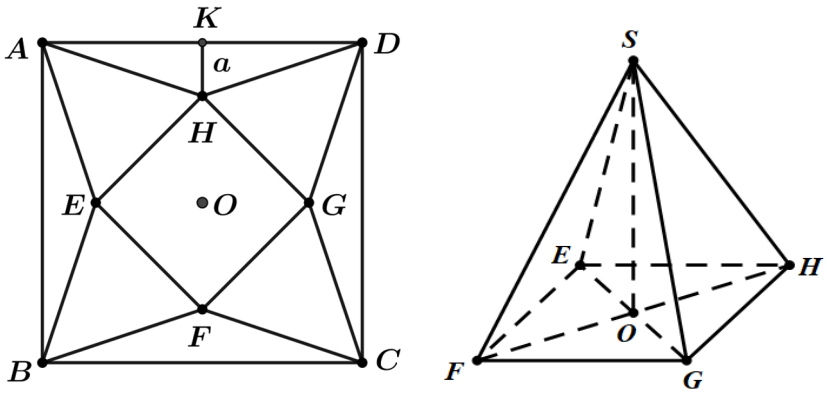
Câu 47: Cho một tấm tôn hình vuông cạnh $\sqrt{2}$ như hình vẽ dưới đây. người ta trách phần tô đậm của tấm tôn rồi gặp lại thành một hình chóp tứ giác đều và có cạnh đáy bằng x sao cho 4 đỉnh của hình vuông ghép lại thành đỉnh của hình chóp. Khối chấp nhận được có thể tích lớn nhất bằng



A. $\dfrac{16\sqrt{5}}{375}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{81}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{128}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm AD, đặt $HK=a, 0<a<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $EF=FG=GH=HE=OH\sqrt{2}=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-a\right)\sqrt{2}=1-a\sqrt{2}, HD=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+a^2}$.

Suy ra $SO=\sqrt{SH^2-OH^2}=\sqrt{HD^2-OH^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+a^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-a\right)^2}=\sqrt{2a}.$

Ta có $V=\dfrac{1}{3}.S_{EFGH}.SO=\dfrac{1}{3}\left(1-a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{2a}$.

Đặt $t=1-a\sqrt{2}\Rightarrow a\sqrt{2}=1-t$ và $0<t<1$, ta có

$$V=\frac{1}{3}t^2\sqrt{1-t}=\frac{1}{3}\sqrt{t^4(1-t)}=\frac{1}{3}\sqrt{4^4.\frac{t}{4}.\frac{t}{4}.\frac{t}{4}.\frac{t}{4}.(1-t)}\le\frac{16}{3}\sqrt{\left(\frac{\frac{t}{4}+\frac{t}{4}+\frac{t}{4}+\frac{t}{4}+(1-t)}{5}\right)^5}.$$

(Áp dụng bất đẳng thức AM – GM cho 5 số dương)

Suy ra $V \le \frac{16}{3}\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^5} = \frac{16}{3}\left(\frac{1}{5}\right)^2\sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{16}{75}.\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{16\sqrt{5}}{375}$.

Ta có $\max V = \frac{16\sqrt{5}}{375}$ khi $\frac{t}{4} = 1-t \Leftrightarrow t = \frac{4}{5}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ vuông góc với nhau, cùng chứa d và cắt Δ tại M, N. Độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{2\sqrt{10}}{21}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{42}}{21}$.

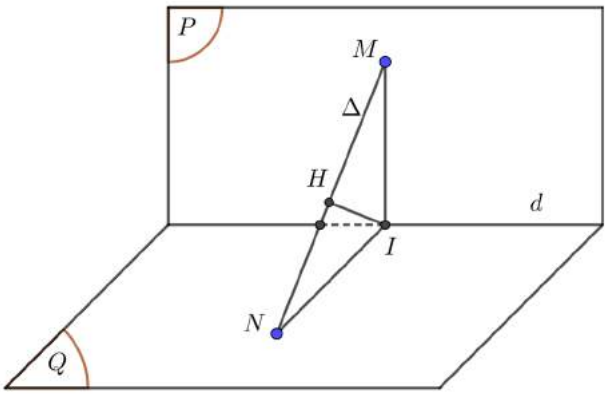
Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;1;0)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (1;3;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(2,1,1)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-1;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Rightarrow d \perp \Delta$.



Gọi I là hình chiếu của N lên d. Do $(P) \perp (Q)$ theo giao tuyến d nên $NI \perp (P)$.

Suy ra $NI \perp MI$ hay ΔMIN vuông tại I.

Gọi H là trung điểm của MN, ta có $MN = 2IH$.

Do vậy, MN ngắn nhất khi và chỉ khi IH ngắn nhất. Điều đó xảy ra khi và chỉ khi $IH \perp \Delta$.

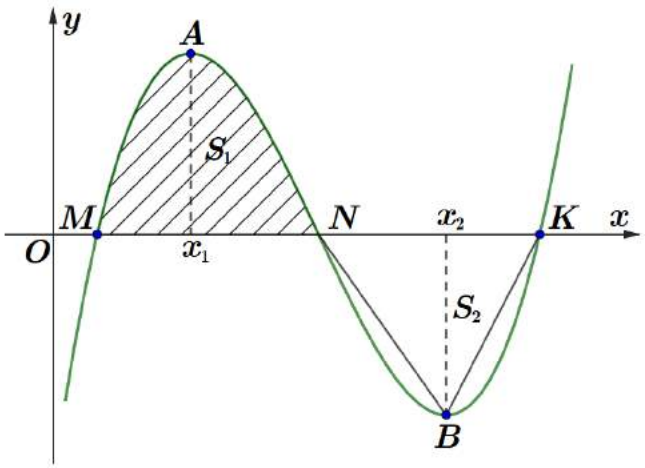
Ta có $\overrightarrow{AB}(1;0;1)$ và $\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = (5;1;-4)$ nên

$\overrightarrow{AB}.\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right] = 1.5 + 0.1 - 1.4 = 1$ và $\left|\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right| = \sqrt{5^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{42}$.

Khi đó, $\min IH = d(d,\Delta) = \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_d}, \overrightarrow{u_\Delta}\right]\right|} = \frac{\sqrt{42}}{42}$.

Vậy $\min MN = \frac{\sqrt{42}}{21}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) trong hình vẽ.



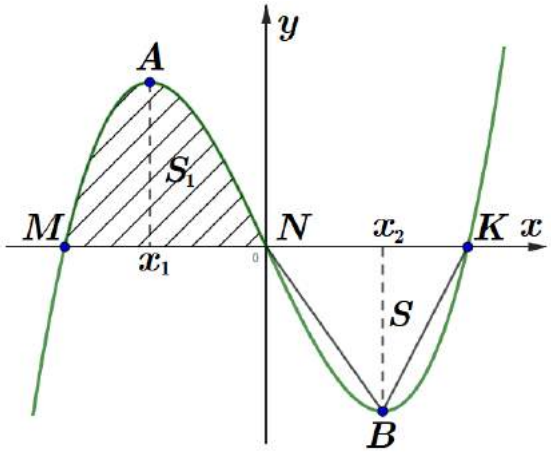
Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $f(x_1)+f(x_2)=0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị (C); M, N, K là giao điểm của (C) với trục hoành; S_1 là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK. Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}=0$ nên điểm uốn của đồ thị (C) thuộc trục hoành, khi đó N là điểm uốn của đồ thị (C). Ta tịnh tiến đồ thị để N trùng với gốc tọa độ O ta được hàm số $h(x)$.



Đặt $h(x)=ax(x-b)(x+b)=ax^3-ab^2x,(a>0,b>0)$.

Ta có $h'(x)=3ax^2-ab^2;h'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pm b}{\sqrt{3}}\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{-b}{\sqrt{3}}\\ x_2=\dfrac{b}{\sqrt{3}}\end{cases}\Rightarrow d(A,Ox)=h\left(\dfrac{-b}{\sqrt{3}}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}ab^3}{9}$

Do tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn nên $MN^2=AN^2=x_1^2+d^2(A,Ox)$

$\Leftrightarrow b^2=\dfrac{b^2}{3}+\dfrac{4}{27}a^2b^6\Leftrightarrow 27=9+4a^2b^4\Leftrightarrow a=\dfrac{3\sqrt{2}}{2b^2}$

$\Rightarrow h(x)=\dfrac{3\sqrt{2}}{2b^2}\left(x^3-b^2x\right)$ và $d(B,Ox)=d(A,Ox)=\dfrac{2\sqrt{3}ab^3}{9}=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}.\dfrac{3\sqrt{2}}{2b^2}.b^3=\dfrac{b\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\dfrac{3\sqrt{2}}{2b^2}\displaystyle\int_{-b}^{0}\left(x^3-b^2x\right)\mathrm{d}x}{\dfrac{1}{2}d\left(B,Ox\right).NK}=\dfrac{\dfrac{3\sqrt{2}}{2b^2}\left(\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{b^2}{2}x^2\right)\Big|_{-b}^{0}}{\dfrac{1}{2}.\dfrac{b\sqrt{6}}{3}.b}=\dfrac{\dfrac{3b^2\sqrt{2}}{8}}{\dfrac{b^2\sqrt{6}}{6}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2023;2023]$ để phương trình $\left(x^2-1\right)\log^2\left(x^2+1\right)-m\sqrt{2\left(x^2-1\right)}\log\left(x^2+1\right)+m+4=0$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $1\le|x_1|\le|x_2|\le 3$?

A. 4035. **B.** 4040. **C.** 2025. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $\left(x^2-1\right)\log^2\left(x^2+1\right)-m\sqrt{2\left(x^2-1\right)}\log\left(x^2+1\right)+m+4=0\quad(*)$.

Dễ thấy rằng nếu phương trình có nghiệm là x_0 thì phương trình cũng có nghiệm là $-x_0$.

Đặt $t=x^2$, ta được phương trình $\left(t-1\right)\log^2\left(t+1\right)-m\sqrt{2\left(t-1\right)}\log\left(t+1\right)+m+4=0\quad(1)$.

Để $(*)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $1\le|x_1|\le|x_2|\le 3$ thì (1) có đúng một nghiệm t thỏa mãn $1\le t\le 9$.

Đặt $u=\sqrt{2\left(t-1\right)}\log\left(t+1\right)$.

Ta có $u'=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(t-1\right)}}\log\left(t+1\right)+\sqrt{2\left(t-1\right)}.\dfrac{1}{t+1}>0,\forall t\in(1;9]$.

Nên u đồng biến trên $(1;9]\Rightarrow 0\le u\le 4$.

Để (1) có đúng một nghiệm t thỏa mãn $1\le t\le 9$ thì phương trình $u^2-2mu+2m+8=0\quad(2)$ có đúng một nghiệm u thỏa mãn $0\le u\le 4$.

Ta có $u^2-2mu+2m+8=0\Leftrightarrow 2m=\dfrac{u^2+8}{u-1}=u+1+\dfrac{9}{u-1}$ (do $u=1$ không thỏa mãn (2))

Xét hàm số $f\left(u\right)=u+1+\dfrac{9}{u-1}$, ta có $f'\left(u\right)=1-\dfrac{9}{\left(u-1\right)^2}=\dfrac{\left(u+2\right)\left(u-4\right)}{\left(u-1\right)^2}\le 0,\forall u\in[0;4]\setminus\{1\}$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		4
y'		$-$		$-$	
y	-8	↘	$+\infty$	↘	8
		$-\infty$			

Phương trình $u^2-2mu+2m+8=0$ có đúng một nghiệm u thỏa mãn $0\le u\le 4$ khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}2m\ge 8\\2m\le -8\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 4\\m\le -4\end{array}\right.$.

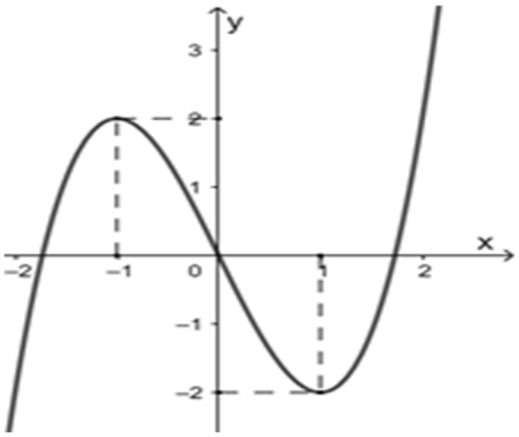
Do $m\in[-2023;2023]\cap\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2023;-2022;...;-4;4;5;...;2023\}$.

Vậy có tất cả 4040 giá trị m.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HOÁ

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

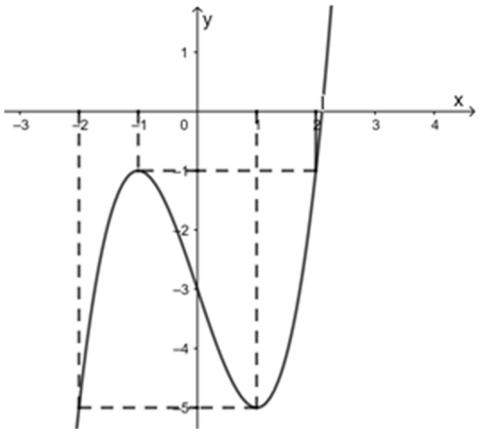


A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-1)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$

A. R **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m của đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-3$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 4: Biết $\int_2^4 [3f(x)+x]dx=12$ thì $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):2x+y-2z-4=0$ và $(Q):x-2y+2z+6=0$. Tính khoảng cách h từ điểm $M(1;0;1)$ đến đường thẳng d.

A. $h=3$. **B.** $h=6$. **C.** $h=9$. **D.** $h=1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-1}{4}$. **C.** $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-1}{7}$.

Câu 7: Cho số phức $z=2+i$, phần ảo của số phức z^2 là

A. 4. **B.** $4i$. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8: Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(10a^2\right)$ bằng

A. $2\log a$. **B.** $1-2\log a$. **C.** $2+2\log a$. **D.** $1+2\log a$.

Câu 9: Tổng tất các các nghiệm của phương trình $9^x-5.6^x+6.4^x=0$ bằng

A. $\log_{\frac{3}{2}}2$. **B.** $\log_{\frac{3}{2}}6$. **C.** $\log_{\frac{3}{2}}3$. **D.** $\log_{\frac{2}{3}}6$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Tính u_5.

A. 14. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;3;2),R=3$. **B.** $I(1;3;2),R=3$. **C.** $I(-1;3;2),R=9$. **D.** $I(1;-3;-2),R=9$.

Câu 12: Cho số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\overline{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=-1$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=-2+3i$ có tọa độ là

A. $(-2;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $4^{x-2}=16$ là

A. $x=8$. **B.** $x=6$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-y+3z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;3;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

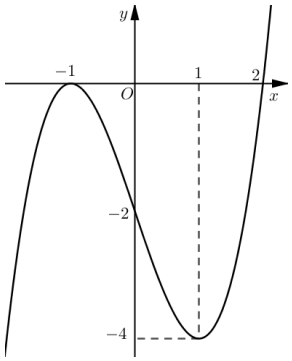
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-3x+2)(3x-x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+2+i|=|\overline{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=-x-1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

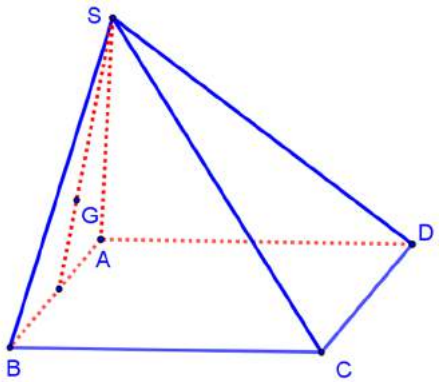
Câu 21: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x\ln x$.

Câu 22: Một mặt cầu có diện tích là π thì có bán kính bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a=2\ cm$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC).



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\ cm$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\ cm$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ cm$. **D.** $\sqrt{3}\ cm$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;4;-2), C(0;1;-1)$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}(-1;1;-1)$. **C.** $\vec{n}(-1;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(-1;1;0)$.

Câu 25: Cho $\int \sin x dx = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = -\sin x$. **B.** $f'(x) = \sin x$. **C.** $f'(x) = -\cos x$. **D.** $f'(x) = \cos x$.

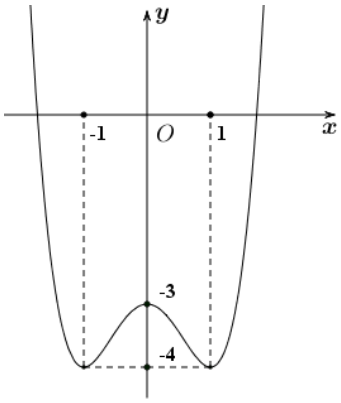
Câu 26: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 4x$ là

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **B.** $\frac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$. **C.** $2^x \ln 2 + 2x^2 + C$. **D.** $2^x \ln 2 + C$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(3;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

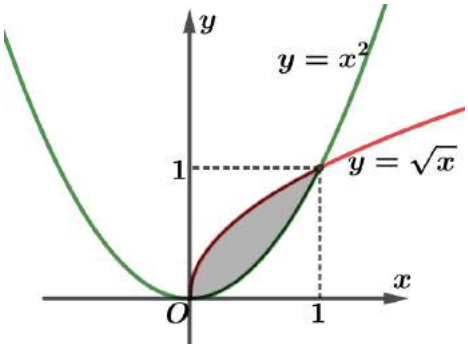
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 28: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^2 - 4x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 5$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 29: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2$ và đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox bằng



A. $V = \frac{9\pi}{10}$. **B.** $V = \frac{3\pi}{10}$. **C.** $V = \frac{\pi}{10}$. **D.** $V = \frac{7\pi}{10}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;1;-3)$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $A'(-2;1;-3)$. **B.** $A'(2;-1;-3)$. **C.** $A'(2;1;-3)$. **D.** $A'(-2;1;3)$.

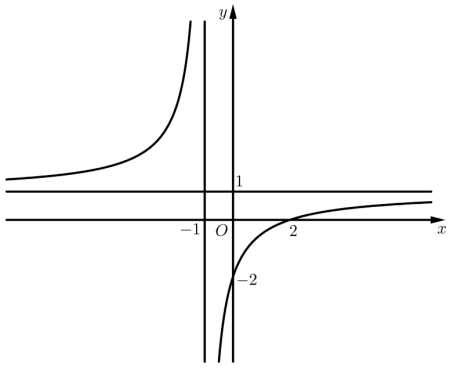
Câu 31: Một hộp đựng 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9. Bạn Hòa bốc ngẫu nhiên 6 viên bi và xếp thành số có 6 chữ số. Xác suất để bạn Hòa xếp được có chữ số 4 và 5 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{5}{72}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $\frac{1}{252}$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) \geq 3$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;10]$. **C.** $[9;+\infty)$. **D.** $[10;+\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;1)$.

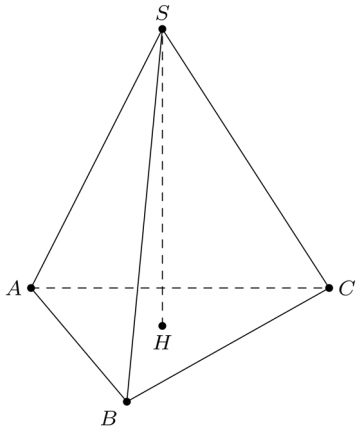
Câu 35: Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh là

A. A_{10}^{7}. **B.** A_{10}^{3}. **C.** C_{10}^{3}. **D.** P_3.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1)=-2$ và $f(3)=2$. Tính $I=\int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x$

A. $I=3$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=0$.

Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, đường cao $SH=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa đường thẳng chứa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp



A. $75°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $4a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$

A. $2\pi a^2$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** πa^2.

Câu 40: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thoả mãn

$\log_2\left(y^{2\log_3 x}-2^{2+\log_3 x\log_2 y}+8\right)=\log_3\left[7-\left(x^2+y^3-2025\right)\sqrt{x^2+y^3-2022}\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0

Câu 41: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h=2$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. $\frac{52\pi}{9}$. **B.** $\frac{104\pi}{3}$. **C.** $\frac{52\pi}{3}$. **D.** $\frac{104\pi}{9}$

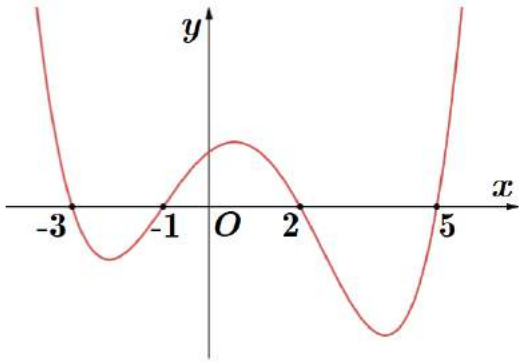
Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Tính $6a+8b$

A. 9. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** 8

Câu 43: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3-3i|=2$ và $|z_2-4-2i|=|z_2+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_2-3-2i|+|z_2+3+i|$ bằng

A. $3\sqrt{5}+2\sqrt{2}+2$. **B.** $3\sqrt{5}+2\sqrt{2}-2$. **C.** $3\sqrt{5}+\sqrt{2}-2$. **D.** $3\sqrt{5}-\sqrt{2}+2$.

Câu 44: Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+m-2m^2\right)$ có đúng ba điểm cực đại?

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 45: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+3m+10=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2+20=0$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-15;15)$ để hàm số $y=x^4-6x^2-mx+2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 6.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;4), B(2;5;4), C\left(-\frac{5}{2};5;-1\right), D(-3;1;-4)$. Các điểm M, N thỏa mãn $MA^2+3MB^2=48$ và $ND^2=\left(\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND}$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN.

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, I là hình chiếu của điểm S trên $mp(ABCD)$. Biết $AIBC$ là hình vuông cạnh a và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)+G(2)=4$ và $F(1)+G(1)=1$. Khi đó $\int_0^{\pi} \sin\frac{x}{2} f\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)dx$ bằng

A. 6. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{4}$.

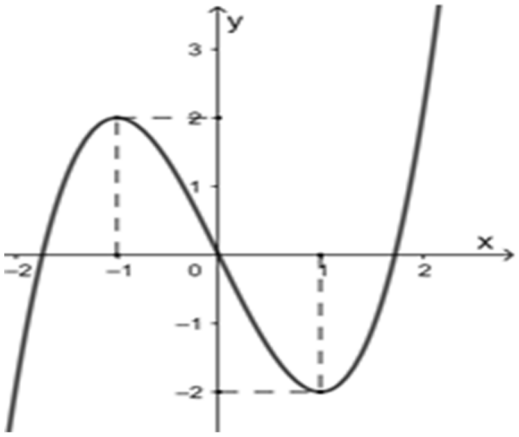
Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e(b,c,d,e\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x_1, x_2, x_3 (x_1<x_2<x_3)$ và có $f(x_1)=1, f(x_2)=16, f(x_3)=9$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	C	A	A	A	D	B	D	A	D	A	D	C	D	A	C	B	C	D	C	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	C	B	A	B	C	C	B	C	B	C	D	C	A	D	D	B	A	D	B	B	A	A	C

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$

A. R **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(2;+\infty)$

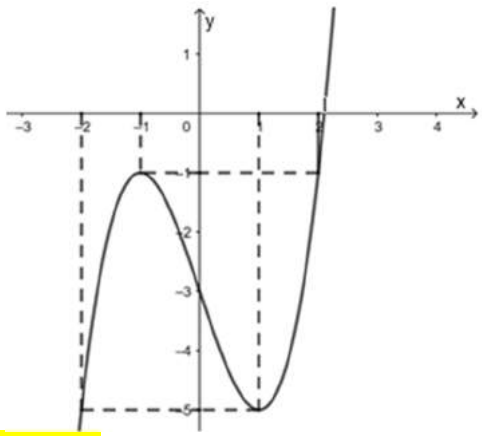
Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$

Tập xác định của hàm số: $D=(-\infty;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên R, có đồ thị như hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m của đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $m=-3$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Biết $\int_2^4 \left[3f(x)+x\right]dx=12$ thì $\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_2^4 \left[3f(x)+x\right]dx=12 \Leftrightarrow 3\int_2^4 f(x)dx+\int_2^4 xdx=12 \Leftrightarrow 3\int_2^4 f(x)dx+\frac{x^2}{2}\Big|_2^4=12$.

Suy ra $3\int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x=12-6=6 \Leftrightarrow \int_2^4 f(x)\,\mathrm{d}x=2$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P):2x+y-2z-4=0$ và $(Q):x-2y+2z+6=0$.Tính khoảng cách h từ điểm $M(1;0;1)$ đến đường thẳng d.

A. $h=3$. **B.** $h=6$. **C.** $h=9$. **D.** $h=1$.

Lời giải

Chọn A

Hai mặt phẳng $(P):2x+y-2z-4=0$ và $(Q):x-2y+2z-6=0$ có vectơ pháp tuyến lần lượt là: $\overrightarrow{n_P}=(2;1;-2)$; $\overrightarrow{n_Q}=(1;-2;2)$.

Giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q) có vectơ chỉ phương: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(-2;-6;-5)=-1(2;6;5)$.

Đường thẳng d đi qua $N(0;2;-1)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;6;5)$

$\overrightarrow{MN}=(-1;2;-2)$; $\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]=(22;1;-10)$.

$d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MN},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=\dfrac{\sqrt{22^2+1^2+(-10)^2}}{\sqrt{2^2+6^2+5^2}}=3$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;1)$, $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-1}{4}$. **C.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{u}=(-2;1;3)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng d; $\overrightarrow{AB}=(-2;3;2)$.

Suy ra $\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=(7;2;4)$, khi đó đường thẳng $d:\begin{cases}\text{qua } A(1;-1;1)\\ \text{có VTCP } \overrightarrow{u_d}=(7;2;4)\end{cases}$ nên phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Câu 7: Cho số phức $z=2+i$, phần ảo của số phức z^2 là

A. 4. **B.** $4i$. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2=(2+i)^2=3+4i$ nên có phần ảo bằng 4.

Câu 8: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(10a^2)$ bằng

A. $2\log a$. **B.** $1-2\log a$. **C.** $2+2\log a$. **D.** $1+2\log a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log(10a^2)=\log 10+\log a^2=1+2\log a$.

Câu 9: Tổng tất các các nghiệm của phương trình $9^x-5.6^x+6.4^x=0$ bằng

A. $\log_{\frac{3}{2}}2$. **B.** $\log_{\frac{3}{2}}6$. **C.** $\log_{\frac{3}{2}}3$. **D.** $\log_{\frac{2}{3}}6$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình: $9^x-5.6^x+6.4^x=0\Leftrightarrow\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-5.\left(\frac{3}{2}\right)^x+6=0$.

Đặt $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x$, $t>0$; khi đó phương trình trở thành: $t^2-5t+6=0\Leftrightarrow t=2\vee t=3$.

Ta có: $\left[\begin{array}{l}t=2\\t=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{2}\right)^x=2\\\left(\frac{3}{2}\right)^x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\log_{\frac{3}{2}}2\\t=\log_{\frac{3}{2}}3\end{array}\right.$

Do đó tổng các nghiệm: $\log_{\frac{3}{2}}2+\log_{\frac{3}{2}}3=\log_{\frac{3}{2}}(2.3)=\log_{\frac{3}{2}}6$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Tính u_5.

A. 14. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_5=u_1+4d=3+4.2=11$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;3;2),R=3$. **B.** $I(1;3;2),R=3$. **C.** $I(-1;3;2),R=9$. **D.** $I(1;-3;-2),R=9$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9\Rightarrow I(-1;3;2),R=3$

Câu 12: Cho số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z+2\bar{z}=3+2i$. Tính $P=a+b$

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=1$. **C.** $P=-\frac{1}{2}$. **D.** $P=-1$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thì $\bar{z}=a-bi$ thay vào giả thiết ta được:

$$(1+i)(a+bi)+2(a-bi)=3+2i\Leftrightarrow(3a-b)+(a-b)i=3+2i\Leftrightarrow\begin{cases}3a-b=3\\a-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{3}{2}\end{cases}$$

Vậy $P=a+b=-1$.

Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=-2+3i$ có tọa độ là

A. $(-2;-3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $z=-2+3i$ nên điểm M biểu diễn số phức z có tọa độ là $(-2;3)$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $4^{x-2}=16$ là

A. $x=8$. **B.** $x=6$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4^{x-2}=16\Leftrightarrow4^{x-2}=4^2\Leftrightarrow x-2=2\Leftrightarrow x=4$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;3;-2)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là -5.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-3x+2)(3x-x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x^3-3x+2)(3x-x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta có hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+2+i|=|\overline{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=-x-1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$|z+2+i|=|\overline{z}-3i|$

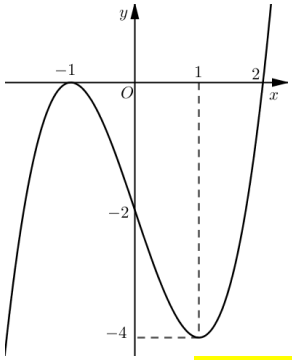
$\Leftrightarrow|x+yi+2+i|=|x-yi-3i|$

$\Leftrightarrow|(x+2)+(y+1)i|=|x+(-y-3)i|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(-y-3)^2}$

$\Leftrightarrow y=x-1$

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 21: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x\ln x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=3^x \Rightarrow y'=3^x\ln 3$.

Câu 22: Một mặt cầu có diện tích là π thì có bán kính bằng

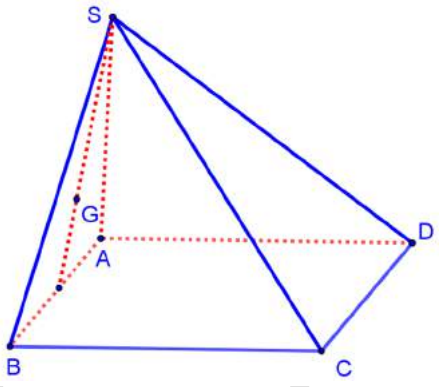
A. 1. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S=4\pi R^2=\pi \Rightarrow R^2=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow R=\dfrac{1}{2}$.

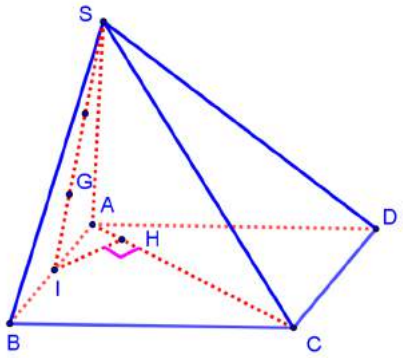
Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a=2\ cm$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách từ trọng tâm G của tam giác SAB đến mặt phẳng (SAC).



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\ cm$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\ cm$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\ cm$. **D.** $\sqrt{3}\ cm$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB. Gọi H là hình chiếu của điểm I trên AC.

Ta có $\begin{cases} IH \perp AC \\ IH \perp SA \left(SA \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SAC) \Rightarrow d\left(I;(SAC)\right) = IH$.

Xét tam giác vuông AIH có $IH = IA.\sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $\dfrac{d\left(G;(SAC)\right)}{d\left(I;(SAC)\right)} = \dfrac{SG}{SI} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow d\left(G;(SAC)\right) = \dfrac{2}{3} IH = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\,(\text{cm})$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(3;4;-2), C(0;1;-1)$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $\vec{n}(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}(-1;1;-1)$. **C.** $\vec{n}(-1;-1;1)$. **D.** $\vec{n}(-1;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;-1)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;-1;0)\,\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-1;1;0)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC).

Câu 25: Cho $\int \sin x dx = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = -\sin x$. **B.** $f'(x) = \sin x$. **C.** $f'(x) = -\cos x$. **D.** $f'(x) = \cos x$.

Lời giải

Chọn B

$\int \sin x dx = f(x) + C \Rightarrow f'(x) = \sin x$.

Câu 26: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + 4x$ là

A. $\dfrac{2^x}{\ln 2} + C$. **B.** $\dfrac{2^x}{\ln 2} + 2x^2 + C$. **C.** $2^x \ln 2 + 2x^2 + C$. **D.** $2^x \ln 2 + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(3;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

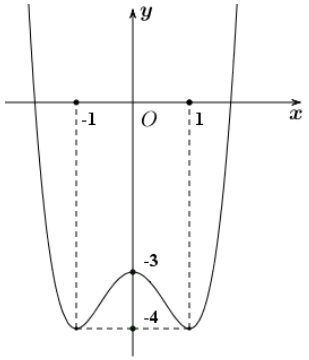
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu bằng: $d\left(A,\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|2.3-2.2+1+3\right|}{\sqrt{2^2+\left(-2\right)^2+1^1}}=2$.

Câu 28: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên dưới?



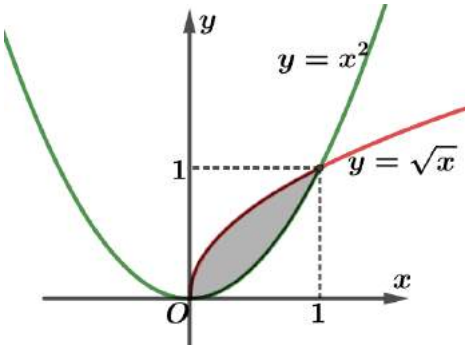
A. $y=x^2-4x+1$. **B.** $y=x^3-3x-5$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho không thể là đồ thị của hàm số bậc hai, bậc ba, hay hàm số phân thức hữu tỉ dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Do đó loại các phương án A, B, **D.**

Câu 29: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=x^2$ và đồ thị của hàm số $y=\sqrt{x}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $\left(H\right)$ quanh trục Ox bằng



A. $V=\dfrac{9\pi}{10}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi}{10}$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{10}$. **D.** $V=\dfrac{7\pi}{10}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay thu được là $V=\pi\int\limits_0^1\left|x^4-x\right|dx=\dfrac{3\pi}{10}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(2;1;-3\right)$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là

A. $A'\left(-2;1;-3\right)$. **B.** $A'\left(2;-1;-3\right)$. **C.** $A'\left(2;1;-3\right)$. **D.** $A'\left(-2;1;3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là hình chiếu của A lên $\left(Oyz\right)\Rightarrow H\left(0;1;-3\right)$.

Vì A' đối xứng với A qua $\left(Oyz\right),H$ là hình chiếu của A lên $\left(Oyz\right)$ nên H là trung điểm AA'

$\Rightarrow A'(-2;1;-3)$.

Câu 31: Một hộp đựng 9 viên bi được đánh số từ 1 đến 9. Bạn Hòa bốc ngẫu nhiên 6 viên bi và xếp thành số có 6 chữ số. Xác suất để bạn Hòa xếp được có chữ số 4 và 5 đứng cạnh nhau là

A. $\frac{5}{72}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $\frac{1}{252}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách bạn Hòa bốc ngẫu nhiên 6 viên bi và xếp thành số có 6 chữ số là số chỉnh hợp chập 6 của 9 phần tử.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=A_9^6=60480$.

Gọi A là biến cố " 6 viên bi được bạn Hòa chọn xếp thành số có 6 chữ số trong đó chữ số 4 và 5 đứng cạnh nhau".

Chọn vị trí để chữ số 4 và 5 đứng cạnh nhau là 5 vị trí.

Đổi chỗ chữ số 4 và 5 có 2 cách.

Các số còn lại có A_7^4 cách sắp xếp.

Suy ra $n(A)=5.2.A_7^4=8400$

Xác suất để bạn Hòa xếp được có chữ số 4 và 5 đứng cạnh nhau là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{8400}{60480}=\frac{5}{36}$

.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)\geq 3$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;10]$. **C.** $[9;+\infty)$. **D.** $[10;+\infty)$.

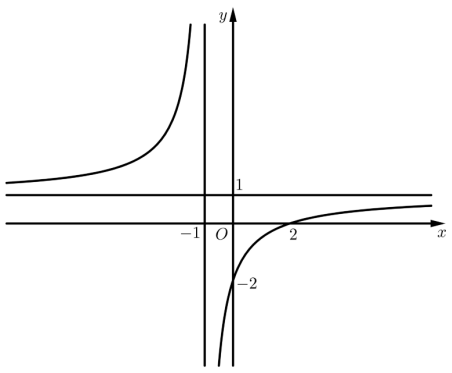
Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(x-1)\geq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1\geq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x\geq 9 \end{cases} \Leftrightarrow x\geq 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[9;+\infty)$.

Câu 33: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{n}=(-1;-2;1)$. **B.** $\vec{n}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua $M(1;-2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n}=(-1;2;1)$.

Câu 35: Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh là

A. A_{10}^{7}. **B.** A_{10}^{3}. **C.** C_{10}^{3}. **D.** P_3.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh từ 10 học sinh là C_{10}^{3}.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1)=-2$ và $f(3)=2$. Tính $I=\int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x$

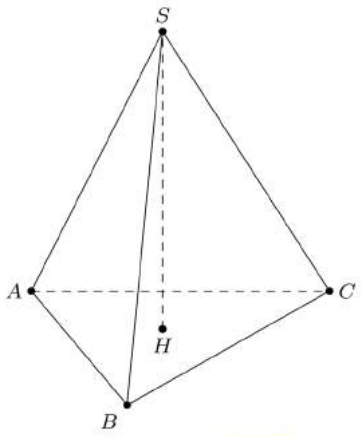
A. $I=3$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I=\int_{-1}^{3} f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\big|_{-1}^{3}=f(3)-f(-1)=2-(-2)=4$.

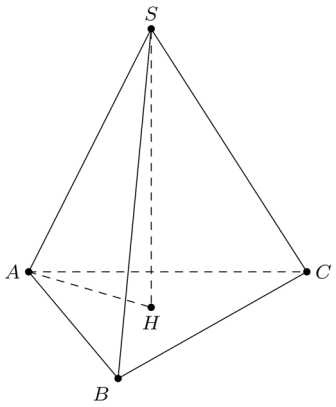
Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $3a$, đường cao $SH=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa đường thẳng chứa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp



A. $75°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SH \perp (ABC)$ suy ra HA là hình chiếu của SA lên (ABC)

Suy ra $(SA;(ABC)) = (SA;AH) = \widehat{SHA}$.

Xét ΔABC đều ta có $AB = 3a \Rightarrow AH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3a\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}$

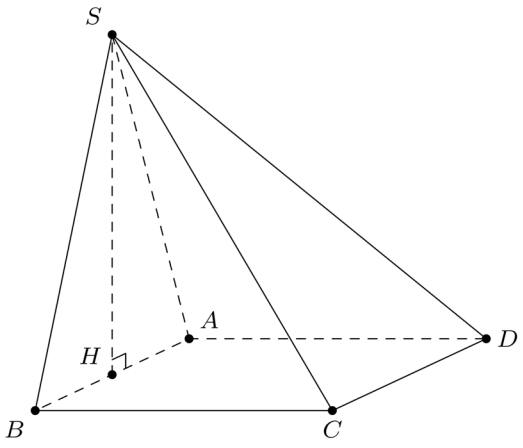
Xét ΔSAH vuông tại H ta có $\tan\widehat{SAH} = \dfrac{SH}{AH} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a\sqrt{3}} = 1 \Rightarrow \widehat{SAH} = 45°$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $4a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH \perp AB$

Theo đề ta có $SH \perp (ABCD)$

Xét ΔSAB đều có đường cao SH suy ra $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.(2a)^2 = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 39: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$

A. $2\pi a^2$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** πa^2.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi .a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 40: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ thoả mãn

$\log_2\left(y^{2\log_3 x} - 2^{2+\log_3 x \log_2 y} + 8\right) = \log_3\left[7 - \left(x^2 + y^3 - 2025\right)\sqrt{x^2 + y^3 - 2022}\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$\log_2\left(y^{2\log_3 x} - 2^{2+\log_3 x \log_2 y} + 8\right) = \log_2\left(y^{2\log_3 x} - 4.\left(2^{\log_2 y}\right)^{\log_3 x} + 8\right)$

$= \log_2\left(y^{2\log_3 x} - 4.y^{\log_3 x} + 4 + 4\right) = \log_2\left(\left(y^{2\log_3 x} - 2\right)^2 + 4\right) \geq \log_2 4 = 2$

$\log_3\left[7 - \left(x^2 + y^3 - 2025\right)\sqrt{x^2 + y^3 - 2022}\right] = \log_3\left[7 - \left(x^2 + y^3 - 2022\right)\sqrt{x^2 + y^3 - 2022} + 3\sqrt{x^2 + y^3 - 2022}\right]$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + y^3 - 2022}, t \geq 0$

Xét hàm $-t^3 + 3t + 7$ trên $[0;+\infty)$ thì hàm này có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	5	↗	9	↘	$-\infty$

Vậy $\max\limits_{t\geq 0}\left(-t^3 + 3t + 7\right) = y(1) = 9$

$\Rightarrow VP \leq \log_3 9 = 2$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^3 - 2022} = 1 \\ y^{2\log_3 x} - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^3 = 2023 \\ y^{2\log_3 x} = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \underbrace{x^2 + 8^{\frac{\ln 8}{\ln x}}}_{g(x)} = 2023$

$g'(x) = 2x - 8^{\frac{\ln 3}{\ln 8}}.\dfrac{\ln 3}{x.\ln^2 x}.\ln 8$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx 0,34 \\ x \approx 2,91 \end{array}\right.$

x	0		$\frac{17}{50}$		1		$\frac{291}{100}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{6}{25}$	↗	1	$+\infty$ ↘	$\frac{424}{25}$	↗	$+\infty$

$\Rightarrow g(x)=2023$ có 2 nghiệm.

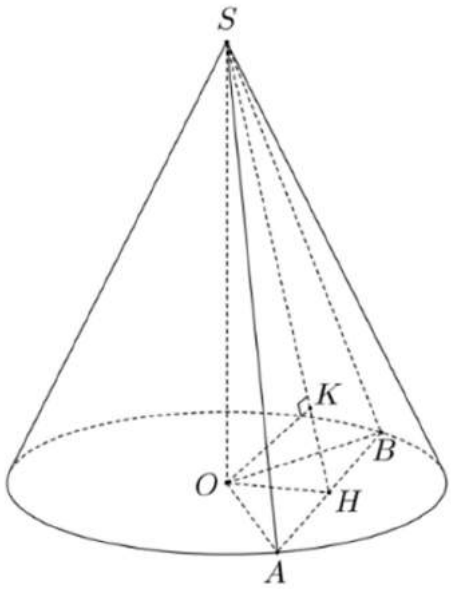
Vậy có 2 cặp (x,y) thoả mãn.

Câu 41: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h=2$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. $\frac{52\pi}{9}$. **B.** $\frac{104\pi}{3}$. **C.** $\frac{52\pi}{3}$. **D.** $\frac{104\pi}{9}$

Lời giải

Chọn D



Kẻ $mp(SAB)$, $OH\perp AB, OK\perp SH$

$OH\perp AB, SO\perp AB$ $(SO\perp(OAB))$

$\Rightarrow AB\perp(SOH)$

$\Rightarrow AB\perp OK$

Mà $OK\perp SH$

$\Rightarrow OK\perp(SAB)$

$\Rightarrow OK=\sqrt{3}=\frac{SO.OH}{\sqrt{SO^2+OH^2}}$

$\Rightarrow \sqrt{3}=\frac{2.OH}{\sqrt{4+OH^2}}\Leftrightarrow OH=\sqrt{12}$

$$\Rightarrow SH=\sqrt{SO^2+OH^2}=4=\frac{AB\sqrt{3}}{2}\rightarrow AB=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow BH=\frac{1}{2}AB=\frac{8\sqrt{3}}{6}6$$

$$\Rightarrow OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=\sqrt{12+\frac{16}{3}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{(S)}=\frac{1}{3}h.\pi.OB^2=\frac{1}{3}.2.\pi.\left(\frac{2\sqrt{39}}{3}\right)^2=\frac{104\pi}{9}.$$

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\sqrt{x^2-x+4}+1\right)+2\log_5\left(x^2-x+5\right)<3$ là $(a;b)$. Tính $6a+8b$

A. 9. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** 8

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x^2-x+4}, t>0$

$$\Rightarrow \log_3(t+1)+2\log_5\left(t^2+1\right)<3$$

$$VT=f(t)=\log_3(t+1)+2\log_5\left(t^2+1\right)$$

$$\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{(t+1)\ln 3}+\frac{4t}{\left(t^2+1\right)\ln 5}>0,\ \forall t$$

Nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Mà $f(2)=3$

$$\Rightarrow f(t)<f(2)\Leftrightarrow t<2\rightarrow\sqrt{x^2-x+4}<2\Leftrightarrow x^2-x+4<4$$

$$\Leftrightarrow x^2-x<0\Leftrightarrow 0<x<1$$
$$\rightarrow a=0, b=1$$
$$\rightarrow 6a+8b=8$$

Câu 43: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3-3i|=2$ và $|z_2-4-2i|=|z_2+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_2-3-2i|+|z_2+3+i|$ bằng

A. $3\sqrt{5}+2\sqrt{2}+2$. **B.** $3\sqrt{5}+2\sqrt{2}-2$. **C.** $3\sqrt{5}+\sqrt{2}-2$. **D.** $3\sqrt{5}-\sqrt{2}+2$.

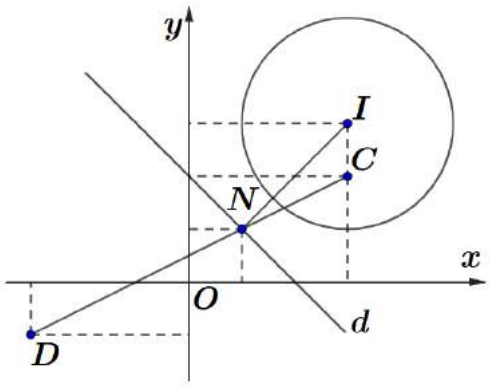
Lời giải

Chọn B

Đặt M là điểm biểu diễn số phức z_1, khi đó M thuộc $(C):\begin{cases}I(3;3)\\R=2\end{cases}$.

Đặt N là điểm biểu diễn số phức z_2, khi đó N thuộc đường trung trực d của đoạn thẳng AB với $A(4;2)$, $B(0;-2)$ $\Rightarrow d: x+y-2=0$.

Khi đó $P=|z_1-z_2|+|z_2-3-2i|+|z_2+3+i|=NM+NC+ND$ với $C(3;2)$, $D(-3;-1)$.



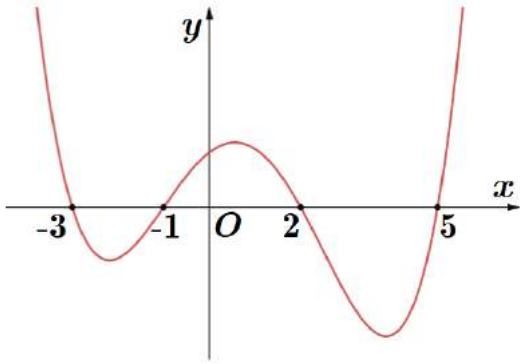
Ta có $CD: x-2y+1=0$. Gọi $E=CD\cap d\Rightarrow E(1;1)$.

Ta có $\overrightarrow{EI}\perp\overrightarrow{u_d}\Rightarrow E$ là hình chiếu của I trên d.

Vậy $P=NM+NC+ND=NI+NC+ND-R$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $N\equiv E$.

$\Rightarrow P_{\min}=CD+NI-R=3\sqrt{5}+2\sqrt{2}-2$.

Câu 44: Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|x^3+3x|+m-2m^2\right)$ có đúng ba điểm cực đại?

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

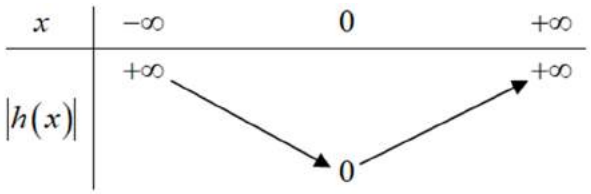
Ta có $g'(x)=f'\left(|x^3+3x|+m-2m^2\right)\dfrac{(3x^2+3)(x^3+3x)}{|x^3+3x|}$

Ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x^3+3x|+m-2m^2=-3\\|x^3+3x|+m-2m^2=-1\\|x^3+3x|+m-2m^2=2\\|x^3+3x|+m-2m^2=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x^3+3x|=2m^2-m-3\\|x^3+3x|=2m^2-m-1\\|x^3+3x|=2m^2-m+2\\|x^3+3x|=2m^2-m+5\end{array}\right.(*)$ và $g'(x)$ không xác định tại $x=0$.

Do $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ nên để hàm số $g(x)$ có ba điểm cực đại khi và chỉ khi hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị.

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x$, ta có $h'(x)=3x^2+3>0,\forall x$ nên $h(x)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Khi đó, ta có được bảng biến của hàm số $y=|h(x)|=|x^3+3x|$ như sau:



Để hàm số $g(x)$ có bảy điểm cực trị thì $(*)$ phải có 6 nghiệm phân biệt:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-m-1>0\\2m^2-m-3\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>1\\m<\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.\\-1\le m\le 3\end{cases}$$, mà m là số nguyên nên $m\in\{-1;2;3\}$.

Câu 45: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+3m+10=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2+20=0$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta'=m^2-3m-10$.

Với $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 5\\m\le -2\end{array}\right.$. Phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 là số thực, do đó $\overline{z_1}=z_1$, $\overline{z_2}=z_2$.

Suy ra $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2+20=0\Leftrightarrow z_1z_2=-10\Leftrightarrow 3m+10=-10\Leftrightarrow m=-\dfrac{20}{3}$ (nhận).

Với $\Delta'<0\Leftrightarrow -2<m<5$. Phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 là số phức không thực, do đó $\overline{z_2}=z_1$, $\overline{z_1}=z_2$.

Suy ra

$$z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2+20=0\Leftrightarrow z_1^2+z_2^2=-20$$
$$\Leftrightarrow(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=-20\Leftrightarrow 4m^2-2(3m+10)=-20$$
$$\Leftrightarrow 4m^2-6m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{3}{2}\\m=0.\end{array}\right.$$

So với điều kiện nhận $m=0$, $m=\dfrac{3}{2}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-15;15)$ để hàm số $y=x^4-6x^2-mx+2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 4x^3 - 12x - m$.

Hàm số $y = x^4 - 6x^2 - mx + 2526$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y' \le 0,\ \forall x \in (-1;1)$

$\Leftrightarrow 4x^3 - 12x - m \le 0, \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \ge 4x^3 - 12x, \forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \ge 8$.

Vì m nguyên thuộc khoảng $(-15;15)$ nên có 7 giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;1;4), B(2;5;4), C\left(-\frac{5}{2};5;-1\right), D(-3;1;-4)$. Các điểm M, N thỏa mãn $MA^2 + 3MB^2 = 48$ và $ND^2 = \left(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND}$. Tìm độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN.

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

+ Gọi $M(x;y;z)$

Ta có: $MA^2 = (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2$ và $3MB^2 = 3\left[(x-2)^2 + (y-5)^2 + (z-4)^2\right]$.

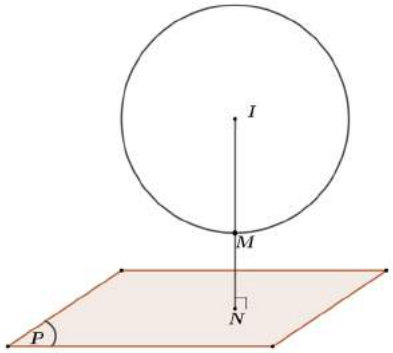
$MA^2 + 3MB^2 = 48 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 9$. Suy ra tập hợp điểm M là mặt cầu (S) có tâm $I(2;4;4)$, bán kính $R = 3$.

+ Gọi $N(a;b;c)$

$ND^2 = \left(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{ND}^2 = \left(\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{ND} \Leftrightarrow \overrightarrow{ND}.\left(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}\right) = 0$

$\Leftrightarrow 4(a+3) - 4(b-1) + 2(c+4) = 0 \Leftrightarrow 2a - 2b + c + 12 = 0$. Suy ra tập hợp điểm N là mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 12 = 0$.

Suy ra $d(I,(P)) = 4 > R$.



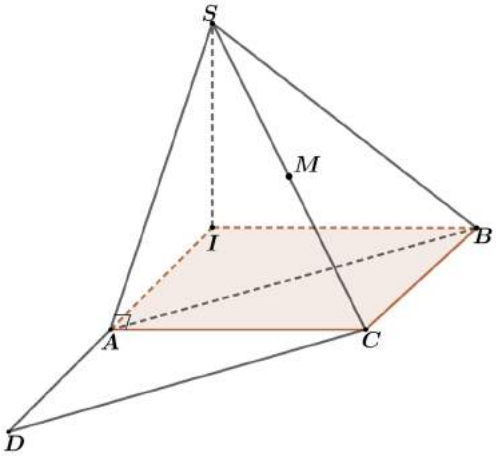
Vậy $MN_{\min} = d_{(I;(P))} - R = 4 - 3 = 1$ khi $IN \perp (P)$ và $M = IN \cap (S)$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, I là hình chiếu của điểm S trên $mp(ABCD)$. Biết $AIBC$ là hình vuông cạnh a và $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{ABCD}=2S_{ABC}=a^2$, $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SC=a\sqrt{3}$ vì $\Delta SAC\perp$ tại A và $SI=a$.

Vậy thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)+G(2)=4$ và $F(1)+G(1)=1$. Khi đó $\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}f\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)dx$ bằng

A. 6. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\cos\frac{x}{2}+1\Rightarrow dt=-\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}dx$. Khi $x=0\Rightarrow t=2; x=\pi\Rightarrow t=1$ nên:

$I=\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}f\left(\cos\frac{x}{2}+1\right)dx=2\int_1^2 f(t)\,dt$

Vậy $I=2\left(F(2)-F(1)\right)$ hoặc $I=2\left(G(2)-G(1)\right)$ nên:

$2I=2\left(F(2)+G(2)-F(1)-G(1)\right)=2(4-1)=6$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e\left(b,c,d,e\in\mathbb{R}\right)$ đạt cực trị tại $x_1,x_2,x_3\left(x_1<x_2<x_3\right)$ và có $f(x_1)=1, f(x_2)=16, f(x_3)=9$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)=x^4+bx^3+cx^2+dx+e(b,c,d,e\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x_1,x_2,x_3\,(x_1<x_2<x_3)$ nên $f'(x)=4x^3+3bx^2+2cx+d$ có 3 nghiệm $x_1,x_2,x_3\,(x_1<x_2<x_3)$.

Vì vậy $g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\\x=x_3\end{array}\right.;(x_1<x_2<x_3)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành được tính bởi:

$$S=\int_{x_1}^{x_3}\left|\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx\right|+\left|\int_{x_2}^{x_2}\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx\right|=\left|2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_1}^{x_2}\right|+\left|2\sqrt{f(x)}\Big|_{x_2}^{x_3}\right|=6+2=8.$$

TRƯỜNG THPT CHUYÊN BIÊN HOÀ - HÀ NAM

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x-1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{2x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{(2x-1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Câu 2: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a\sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}a$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $2a$.

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V=3$. Thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{4}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$. **D.** Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\dfrac{4}{3}\right)$.

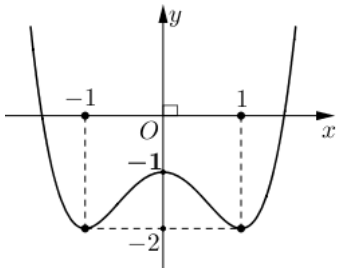
Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là

A. $2x^2+\cos x+C$. **B.** $x^2+\cos x+C$. **C.** $2x^2-\cos x+C$. **D.** $x^2-\cos x+C$.

Câu 6: Cho $\int\left(x^2+1\right)\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=x^2+1$. **B.** $F'(x)=x^2$. **C.** $F'(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x$. **D.** $F'(x)=\dfrac{2}{3}x^2+1$.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số là

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\overline{z}=5-2i$. **B.** $\overline{z}=2+5i$. **C.** $\overline{z}=-5i$. **D.** $\overline{z}=5i$.

Câu 9: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<2$.

A. $(2;6)$. **B.** $[2;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ là

A. $N(-3;2)$. **B.** $Q(-3;-2)$. **C.** $P(2;3)$. **D.** $M(2;-3)$.

Câu 11: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3cm$ và thể tích bằng $\frac{81}{4}cm^3$. Khi đó độ dài cạnh bên của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3cm$. **B.** $3\sqrt{3}cm$. **C.** $4cm$. **D.** $3\sqrt{2}cm$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;-2;3)$, $N(3;0;-1)$ và I là trung điểm của MN. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OI}=4\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$. **B.** $\overrightarrow{OI}=2\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$. **C.** $\overrightarrow{OI}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OI}=4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$.

Câu 13: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là

A. $x<7$. **B.** $x\le 7$. **C.** $2\le x\le 7$. **D.** $x\ge 7$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây **không** phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$?

A. $\vec{u}_4=(2;3;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(-2;-3;1)$. **C.** $\vec{u}_2=(-4;-6;2)$. **D.** $\vec{u}_1=(2;3;-1)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. Đường thẳng $y=1$. **B.** Đường thẳng $x=2$. **C.** Đường thẳng $x=1$. **D.** Đường thẳng $y=2$.

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-3}$

A. $f'(x)=2e^{2x-3}$. **B.** $f'(x)=-2e^{2x-3}$. **C.** $f'(x)=2e^{x-3}$. **D.** $f'(x)=e^{2x-3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, với $P(1;0;1)$ và $Q(-1;2;3)$.

A. $x-y-z+3=0$. **B.** $x-y+z+2=0$. **C.** $x-y-z-2=0$. **D.** $x-2y-z+4=0$.

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 20: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 21: Mô đun của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a. Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a.

A. $R=3a$. **B.** $R=9a$. **C.** $R=6\text{a}$. **D.** $R=18a$.

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)\text{d}x=-2$ và $\int_0^1 g(x)\text{d}x=1$ thì $\int_0^1\left[2022f(x)+2023g(x)\right]\text{d}x$ bằng

A. -2021. **B.** -2023. **C.** -2022. **D.** 4045.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. d nằm trong (P). **B.** d song song với (P).

C. d vuông góc với (P). **D.** d cắt và không vuông góc với (P).

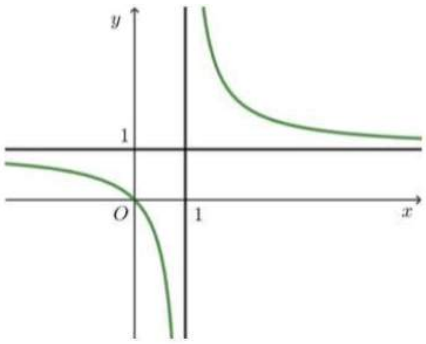
Câu 25: Trong một chiếc hộp có 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 quả. Xác suất để lấy được 2 quả bóng màu khác nhau là

A. $\dfrac{5}{7}$. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Câu 26: Số giao điểm của hai đường cong $y=x^3-x^2-2x+3$ và $y=x^2-x+1$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 27: Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x}{1-x}$.

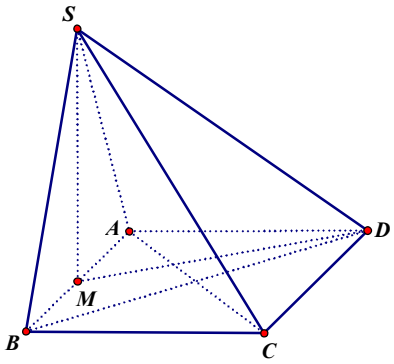
Câu 28: Nếu $\int_{-1}^4 f(x)dx=3$ và $\int_{-1}^0 f(x)dx=2$ thì $\int_0^4\left[4e^{2x}+3f(x)\right]dx$ bằng

A. $2e^8+2$. **B.** $2e^8$. **C.** $2e^8+1$. **D.** $4e^8-1$.

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-5x+4$ và trục *Ox*. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục *Ox*.

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{81}{10}$. **C.** $\dfrac{81\pi}{10}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{2}$.

Câu 30: Cho hình chóp *S.ABCD*. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Biết đáy là hình vuông cạnh a, $SM\perp(ABCD)$, tam giác SAB đều



Ký hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $4a$, $SA\perp(ABCD)$.Gọi I là trung điểm của DO. Khi đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $2a$. **B.** $4a$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;1)$ và $\vec{b}=(x;1-x;2)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để $|\vec{a}+\vec{b}|=5$.

A. $\{1;3\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{-1;3\}$. **D.** $\{-1\}$.

Câu 34: Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $7a+4+2bi=-10+(6-5a)i$. Tính $P=(a+b)|z|$

A. $P=12\sqrt{17}$. **B.** $P=\frac{72\sqrt{2}}{49}$. **C.** $P=24\sqrt{17}$. **D.** $P=\frac{-4\sqrt{29}}{7}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(5;-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(5;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-5;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(5;2;-1)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+8=0$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

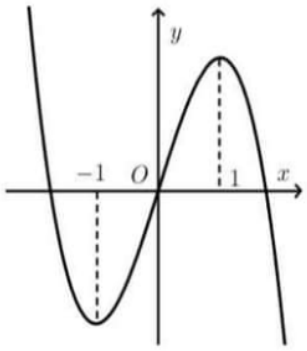
Câu 38: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 3204. **B.** 5880. **C.** 2942. **D.** 7440.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+1 & \text{khi } x>2\\ ax-2a+b & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Biết $\int\limits_0^2 f\left(x^2+1\right)x\mathrm{d}x=5$. Tính giá trị của biểu thức $T=2a-b^2+1$

A. 77. **B.** 79. **C.** 78. **D.** 80.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|2f(\sin x)-3\cos 2x-a+9\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 9. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song với CD, $CD=7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=k$, $(0<k<1)$. Tìm giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $k=\frac{-7+\sqrt{53}}{2}$. **B.** $k=\frac{-7+\sqrt{65}}{2}$. **C.** $k=\frac{-7+\sqrt{71}}{4}$. **D.** $k=\frac{-7+\sqrt{53}}{2}$.

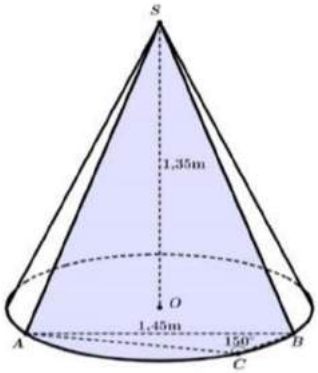
Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|(z+1-2i)(1+i)\right|\le 4\sqrt{2}$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $\mathrm{w}=z-iz$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) là hình phẳng (H) có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 32. **B.** 32π. **C.** 16. **D.** 16π.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$.Xét các điểm M thuộc (S)sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $6x+8y-11=0$. **C.** $6x+8y+11=0$. **D.** $3x+4y+2=0$.

Câu 44: Cửa hàng A có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao $1,35m$ và sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ AB như hình vẽ. Biết $AB=1,34m$, $\widehat{ACB}=150°$ và giá tiền trang trí là $2.000.000$ đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền mà cửa hàng A cần dùng để trang trí là bao nhiêu?



A. 4.215.000 đồng. **B.** 4.510.000 đồng. **C.** 3.021.000 đồng. **D.** 3.008.000 đồng.

Câu 45: Có tât cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(\log_{2023}\left(x^2+2\right)-\log_{2023}\left(x+14\right)\right)\left(729-3^{x-1}\right)\geq 0$

A. Vô số **B.** 16. **C.** 17. **D.** 15.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;2), B(2;-2;0)$. Gọi $I_1(1;1;-1)$ và $I_2(3;1;1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB. Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S).

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=2\sqrt{6}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{219}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=x^2+(a+x)\sqrt{x^2+1}+ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-20;20)$ sao cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có cùng một điểm cực trị $A(x_0;y_0)$ và $y_0<-5$?

A. 15. **B.** 19. **C.** 16. **D.** 39.

Câu 48: Goi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức $|z-m|=4$ và $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 6. **C.** 14. **D.** 12.

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $(x+2y).\left[\log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_2(x+2y)-2y+x\right]<6x+y(12-5y)$?

A. 61. **B.** 62. **C.** 64. **D.** 65.

Câu 50: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=2$ và $(2x+1).f'(x)-3x^2=8x\left(x^2+1\right)+2(3-f(x))$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$.

A. $S=\dfrac{1}{4}$. **B.** $S=\dfrac{3}{4}$. **C.** $S=\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{1}{2}$.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	B	D	A	B	B	A	D	B	C	B	A	C	A	D	A	D	C	C	B	A	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	C	A	D	D	C	C	B	C	D	D	C	D	D	B	A	D	D	D	B	D	A	D

Câu 1: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x-1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{2x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{(2x-1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{2}{(2x-1)\ln 2}$.

Câu 2: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a\sqrt{a}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}a$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn C

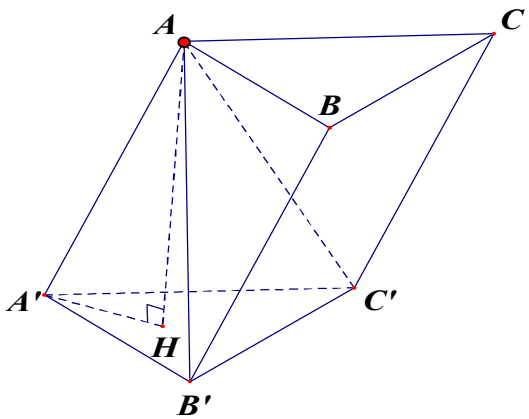
Ta có $\log_a\sqrt{a}=\log_a a^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V=3$. Thể tích khối chóp $A'.AB'C'$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{A'.AB'C'}=V_{A.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(A,(A'B'C')\right)=\dfrac{1}{3}V=1$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$\dfrac{4}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

D. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là

A. $2x^2+\cos x+C$.

B. $x^2+\cos x+C$.

C. $2x^2-\cos x+C$.

D. $x^2-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\int(2x+\sin x)dx=x^2-\cos x+C$.

Câu 6: Cho $\int\left(x^2+1\right)\,\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=x^2+1$.

B. $F'(x)=x^2$.

C. $F'(x)=\frac{1}{3}x^3+x$.

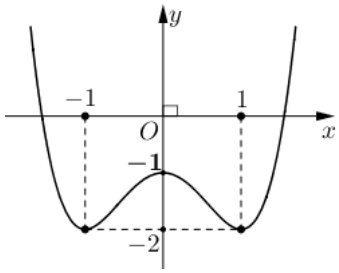
D. $F'(x)=\frac{2}{3}x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\left(x^2+1\right)\,\mathrm{d}x=F(x)+C\Rightarrow F'(x)=x^2+1$.

Câu 7: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Giá trị cực đại của hàm số là

A. 1.

B. -1.

C. 0.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số là -1.

Câu 8: Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\overline{z}=5-2i$.

B. $\overline{z}=2+5i$.

C. $\overline{z}=-5i$.

D. $\overline{z}=5i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là $\overline{z}=2+5i$.

Câu 9: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<2$.

A. $(2;6)$.

B. $[2;6)$.

C. $(6;+\infty)$.

D. $(-\infty;6)$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2(x-2)<2\Leftrightarrow 0<x-2<4\Leftrightarrow 2<x<6$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ là

A. $N(-3;2)$.

B. $Q(-3;-2)$.

C. $P(2;3)$.

D. $M(2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $3cm$ và thể tích bằng $\frac{81}{4}cm^3$. Khi đó độ dài cạnh bên của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3cm$. **B.** $3\sqrt{3}cm$. **C.** $4cm$. **D.** $3\sqrt{2}cm$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích đáy $S=\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Vậy cạnh bên $h=\frac{V}{S}=\frac{\frac{81}{4}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}}=3\sqrt{3}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M\left(1;-2;3\right)$, $N\left(3;0;-1\right)$ và I là trung điểm của MN. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OI}=4\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$. **B.** $\overrightarrow{OI}=2\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$.
C. $\overrightarrow{OI}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\overrightarrow{OI}=4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I\left(2;-1;1\right)$. Vậy $\overrightarrow{OI}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$.

Câu 13: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}\le 243$ là

A. $x<7$. **B.** $x\le 7$. **C.** $2\le x\le 7$. **D.** $x\ge 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x-2}\le 243\Leftrightarrow 3^{x-2}\le 3^5\Leftrightarrow x-2\le 5\Leftrightarrow x\le 7$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, véc-tơ nào sau đây **không** phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-1}$?

A. $\vec{u}_4=\left(2;3;1\right)$. **B.** $\vec{u}_2=\left(-2;-3;1\right)$. **C.** $\vec{u}_2=\left(-4;-6;2\right)$. **D.** $\vec{u}_1=\left(2;3;-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có véc-tơ không phải là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u}_4=\left(2;3;1\right)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là:

A. Đường thẳng $y=1$. **B.** Đường thẳng $x=2$.
C. Đường thẳng $x=1$. **D.** Đường thẳng $y=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-}y=-\infty$. Vậy $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 16: Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^{2x-3}$

A. $f'\left(x\right)=2e^{2x-3}$. **B.** $f'\left(x\right)=-2e^{2x-3}$. **C.** $f'\left(x\right)=2e^{x-3}$. **D.** $f'\left(x\right)=e^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right)=\left(e^{2x-3}\right)'=\left(2x-3\right)'.e^{2x-3}=2.e^{2x-3}$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ, với $P(1;0;1)$ và $Q(-1;2;3)$.

A. $x-y-z+3=0$. **B.** $x-y+z+2=0$. **C.** $x-y-z-2=0$. **D.** $x-2y-z+4=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng PQ đi qua trung điểm $I(0;1;2)$ của đoạn PQ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{PQ}=(-2;2;2)=-2(1;-1;-1)$ có phương trình tổng quát:

$1(x-0)-1(y-1)-1(z-2)=0 \Leftrightarrow x-y-z+3=0$.

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) với số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số hạng 1024 là số hạng thứ n.Ta có, $u_n=1024$ mà $u_n=u_1.q^{n-1}=2^{n-1}$ suy ra $2^{n-1}=1024 \Leftrightarrow n=11$.

Câu 20: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 21: Mô đun của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Mô đun của số phức $z=3-4i$ bằng $|z|=\sqrt{(3)^2+(-4)^2}=5$.

Câu 22: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $18\pi a^2$ và độ dài đường cao bằng a. Tính bán kính R của đường tròn đáy của hình trụ đã cho theo a.

A. $R=3a$. **B.** $R=9a$. **C.** $R=6a$. **D.** $R=18a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi Rh \Rightarrow R=\frac{S_{xq}}{2\pi h}=9a$.

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_0^1\left[2022f(x)+2023g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -2021. **B.** -2023. **C.** -2022. **D.** 4045.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1\left[2022f(x)+2023g(x)\right]\mathrm{d}x=2022\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+2023\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-2021$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-5}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x-3y+2z+6=0$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. d nằm trong (P). **B.** d song song với (P).

C. d vuông góc với (P). **D.** d cắt và không vuông góc với (P).

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;-3;-1);\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-3;2):\overrightarrow{u_d}\neq k\overrightarrow{n_{(P)}}$ nên d không vuông góc với (P) (Loại C).

Mặt khác $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_{(P)}}=10\neq 0$ nên d không nằm trong hay song song góc với (P) (Loại A, B).

Vậy **Chọn D**

Câu 25: Trong một chiếc hộp có 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng xanh. Lấy ngẫu nhiên 2 quả. Xác suất để lấy được 2 quả bóng màu khác nhau là

A. $\dfrac{5}{7}$. **B.** $\dfrac{4}{7}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu $n(\Omega)=C_7^2$.

Gọi biến cố A: "Lấy được hai quả bóng khác màu": $n(A)=C_4^1.C_3^1$.

Xác suất lấy được hai quả bóng khác màu là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{7}$.

Câu 26: Số giao điểm của hai đường cong $y=x^3-x^2-2x+3$ và $y=x^2-x+1$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

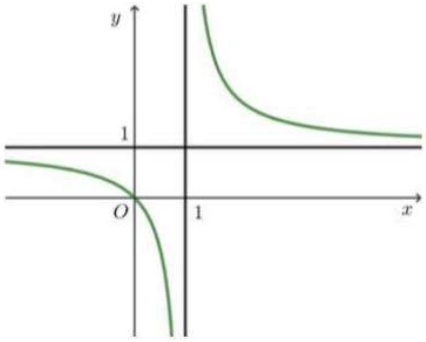
Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đường cong là nghiệm của phương trình:

$$x^3-x^2-2x+3=x^2-x+1\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=1\end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của hai đường cong là 3

Câu 27: Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{x}{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận ngang là $y=1$ nên loại C,D

Giao điểm của đồ thị tại gốc tọa độ $O(0;0)$ nên loại A

Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ là B

Câu 28: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)dx=3$ và $\int_{-1}^{0} f(x)dx=2$ thì $\int_{0}^{4}\left[4e^{2x}+3f(x)\right]dx$ bằng

A. $2e^8+2$. **B.** $2e^8$. **C.** $2e^8+1$. **D.** $4e^8-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{-1}^{4} f(x)dx=3\Leftrightarrow\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{4} f(x)dx=3\Leftrightarrow\int_{0}^{4} f(x)dx=3-\int_{-1}^{0} f(x)dx=3-2=1$

Suy ra: $\int_{0}^{4}\left[4e^{2x}+3f(x)\right]dx=4\int_{0}^{4}e^{2x}dx+3\int_{0}^{4} f(x)dx=2e^{2x}\Big|_{0}^{4}+3.1=2e^8+1$

Câu 29: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-5x+4$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{81}{10}$. **C.** $\dfrac{81\pi}{10}$. **D.** $\dfrac{9\pi}{2}$.

Lời giải

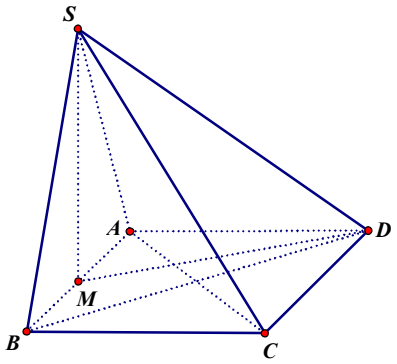
Chọn C

Ta có: $x^2-5x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox là

$V=\pi\int_{1}^{4}\left(x^2-5x+4\right)^2dx=\dfrac{81\pi}{10}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm cạnh AB. Biết đáy là hình vuông cạnh a, $SM\perp(ABCD)$, tam giác SAB đều



Ký hiệu φ là góc giữa SD và mặt phẳng $(ABCD)$, khi đó $\tan\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Vì tam giác SAB đều nên M là trung điểm của AB và $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\varphi = \left(\widehat{SD,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SD,DM}\right) = \widehat{SDM}$, $MD = \sqrt{AM^2 + AD^2} = a\frac{\sqrt{5}}{2}$

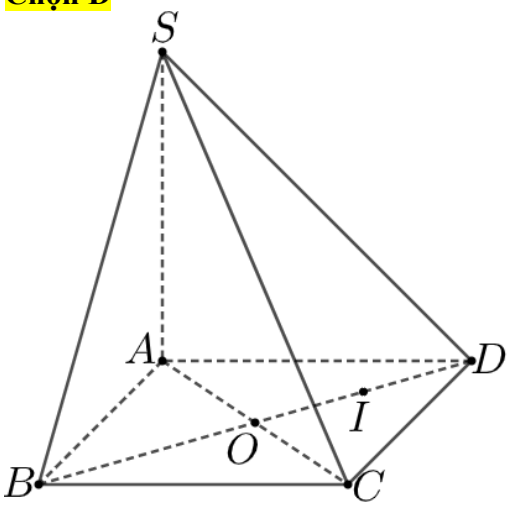
Mặt khác, $\tan\widehat{SDM} = \frac{SM}{MD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $4a$, $SA \perp (ABCD)$.Gọi I là trung điểm của DO. Khi đó khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $2a$. **B.** $4a$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

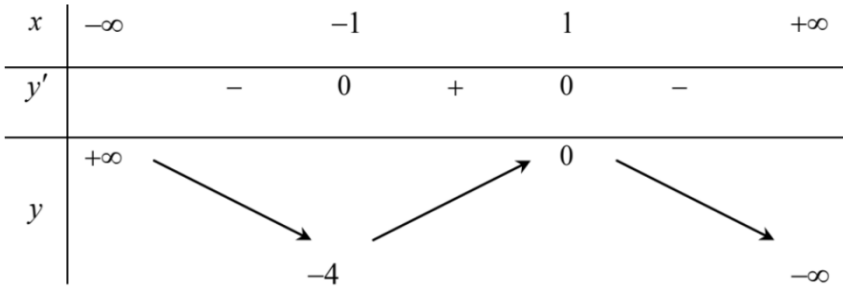
Lời giải

Chọn D



Ta có: $IO \perp AC \Rightarrow IO \perp (SAC) \Rightarrow d\left(I;(SAC)\right) = IO = \frac{BD}{4} = \frac{4a\sqrt{2}}{4} = a\sqrt{2}$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt, suy ra: $-4<-m<0 \Leftrightarrow 0<m<4$.

Vậy $m \in \{1;2;3\}$

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;1)$ và $\vec{b}=(x;1-x;2)$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của x để $|\vec{a}+\vec{b}|=5$.

A. $\{1;3\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{-1;3\}$. **D.** $\{-1\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a}+\vec{b}=(1+x;3-x;3)$. Suy ra:

$$|\vec{a}+\vec{b}|=5 \Leftrightarrow \sqrt{(1+x)^2+(3-x)^2+3^2}=5 \Leftrightarrow 2x^2-4x-6=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Câu 34: Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $7a+4+2bi=-10+(6-5a)i$. Tính $P=(a+b)|z|$

A. $P=12\sqrt{17}$. **B.** $P=\dfrac{72\sqrt{2}}{49}$. **C.** $P=24\sqrt{17}$. **D.** $P=\dfrac{-4\sqrt{29}}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $7a+4+2bi=-10+(6-5a)i \Leftrightarrow \begin{cases} 7a+4=-10 \\ 2b=6-5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=8 \end{cases}$

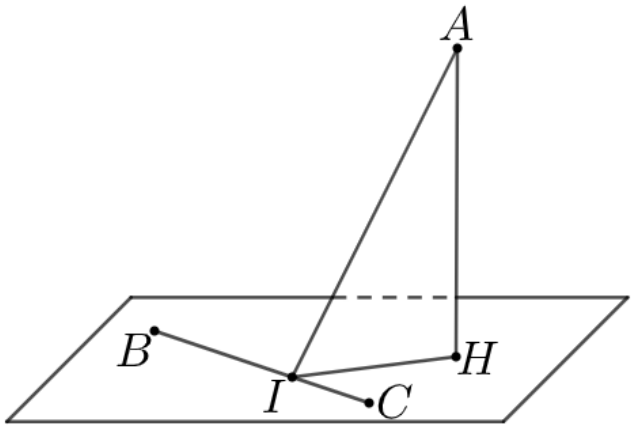
Suy ra: $P=(-2+8)\sqrt{(-2)^2+8^2}=6\sqrt{68}=24\sqrt{17}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(5;-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(5;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-5;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(5;2;-1)$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AH \perp (P), AI \perp BC$, Ta có: $d\left(A;(P)\right) = AH = d\left(A;(P)\right) \le AI$

Suy ra: $AI \perp (P)$. Gọi $BC: \begin{cases} B(2;1;0) \\ \vec{u} = \overrightarrow{BC} = (0;-1;2) \end{cases}$. Suy ra: $BC: \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - t \left(t \in \mathbb{R}\right). \\ z = 2t \end{cases}$

Gọi $I(2;1-t;2t)$. Ta có: $\overrightarrow{AI} = (-1;-t;2t-1)$, $AI \perp BC$

$\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{BC} = t + 2(2t-1) = 0 \Leftrightarrow 5t = 2 \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$. Suy ra: $\overrightarrow{AI} = \left(-1;-\frac{2}{5};-\frac{1}{5}\right)$. Chọn $\vec{n} = (5;2;1)$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ycbt $\Leftrightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) > 0 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 37: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x - 3.2^{x+1} + 8 = 0$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng?

A. 6. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^x - 3.2^{x+1} + 8 = 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2 - 6.2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 2 \\ 2^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow S = 3$.

Câu 38: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 3204. **B.** 5880. **C.** 2942. **D.** 7440.

Lời giải

Chọn D

Gọi số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$

TH1: $a_1 = 0$

Có 4 cách chọn vị trí cho bộ số $\{1;2;3\}$

Hoán vị hai số 1 và 3 là 2!

Chọn ba chữ số khác nhau vào ba vị trí còn lại có A_6^3 cách

$\Rightarrow 4.2!.A_6^3$ số

TH2: Sắp xếp bất kì số có 7 chữ số khác nhau bao gồm cả số 0 đứng đầu

Có 5 cách chọn vị trí cho bộ số $\{1;2;3\}$

Hoán vị hai số 1 và 3 là 2!

Chọn bốn chữ số khác nhau vào bốn vị trí còn lại có A_7^4 cách

$\Rightarrow 5.2!.A_7^4$ số

Vậy $5.2!.A_7^4 - 4.2!.A_6^3 = 7440$ số.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x+1 & \text{khi } x>2\\ ax-2a+b & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Biết $\int_0^2 f\left(x^2+1\right)x\mathrm{d}x=5$. Tính giá trị của biểu thức $T=2a-b^2+1$

A. 77. **B.** 79. **C.** 78. **D.** 80.

Lời giải

Chọn C

Hàm số liên tục tại $x=2\Rightarrow 3.2+1=2a-2a+b\Leftrightarrow b=7$

Đặt $t=x^2+1\Rightarrow \mathrm{d}t=2x\mathrm{d}x$

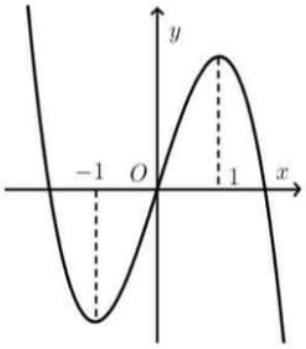
Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\ x=2\Rightarrow t=5\end{cases}$

Suy ra $\frac{1}{2}\int_1^5 f(t)\mathrm{d}t=5\Leftrightarrow \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow \int_1^2 (ax-2a+7)\mathrm{d}x+\int_2^5 (3x+1)\mathrm{d}x=10$

$\Leftrightarrow a\frac{x^2}{2}-2ax+7x\Big|_1^2=-\frac{49}{2}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}a+7=-\frac{49}{2}\Leftrightarrow a=63$

Vậy $T=2.63-7^2+1$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|2f(\sin x)-3\cos 2x-a+9\right|$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 9. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\left|2f(\sin x)-3\left(1-2\sin^2 x\right)-a+9\right|=\left|2f(\sin x)+6\sin^2 x+6-a\right|$

Đặt $t=\sin x$, $t\in(0;1)$. Khi đó, ta có: $y=\left|2f(t)+6t^2+6-a\right|=\sqrt{\left[2f(t)+6t^2+6-a\right]^2}$

Ta có: $y'=\dfrac{\left(2f(t)+6t^2+6-a\right)\left(2f'(t)+12t\right)}{\sqrt{\left[2f(t)+6t^2+6-a\right]^2}}$.

Để hàm số đồng biến trên $(0;1)$ thì

$y'>0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow \left(2f(t)+6t^2+6-a\right)\left(2f'(t)+12t\right)>0,\forall t\in(0;1)$.(1)

Dựa vào đồ thị $f'(t)$ ta thấy $2f'(t)+12t>0,\forall t\in(0;1)$.

Do đó, $(1) \Leftrightarrow 2f(t)+6t^2+6-a>0, \forall t \in (0;1)$

$\Leftrightarrow a<2f(t)+6t^2+6, \forall t \in (0;1) \Rightarrow a \le \min\limits_{[0;1]} \{2f(t)+6t^2+6\}$.

Xét hàm số $g(t)=2f(t)+6t^2+6$ trên $[0;1]$.

Ta có: $g'(t)=2f'(t)+12t>0, \forall t \in (0;1)$ suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0;1)$

Do đó, $\min\limits_{[0;1]} g(t)=g(0)=2f(0)+6.0^2+6=6$.

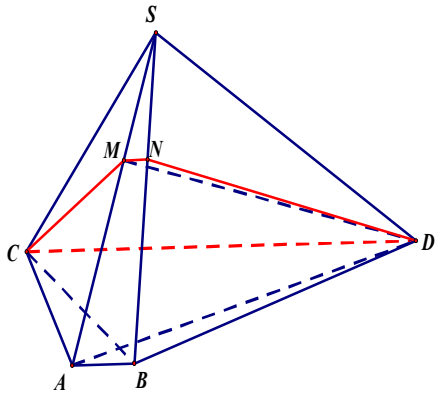
Vậy $a \le 6$. Mà $a \in \mathbb{N}^*$ suy ra $a \in \{1,2,3,4,5,6\}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với AB song song với CD, $CD=7AB$. Gọi M trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=k$, $(0<k<1)$. Tìm giá trị của k để (CDM) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

A. $k=\frac{-7+\sqrt{53}}{2}$. **B.** $k=\frac{-7+\sqrt{65}}{2}$. **C.** $k=\frac{-7+\sqrt{71}}{4}$. **D.** $k=\frac{-7+\sqrt{53}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(CMD) \cap (SAB)=\Delta \begin{cases} qua\ M \\ //CD \end{cases}$

Gọi $N=\Delta \cap SB \Rightarrow N=(CDM) \cap SB$. Khi đó, ta có: $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=k$

Đồng thời $mp(CDM)$ chia khối chóp thành hai phần: $S.CMND$ và $ABCDMN$.

Ta có: $V_{S.CDMN}=V_{S.DMC}+V_{S.MNC}$.

Lại có: $\frac{V_{S.DMC}}{V_{S.DAC}}=\frac{SM}{SA}=k$, $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}=k^2$

Suy ra $V_{S.CDMN}=V_{S.DMC}+V_{S.MNC}=kV_{S.DAC}+k^2V_{S.ABC}$.

Mà $CD=7AB \Rightarrow S_{ACD}=7.S_{ABC} \Rightarrow V_{S.ACD}=7V_{S.ABC}$. Do đó, ta có:

$V_{S.CDMN}=7kV_{S.ABC}+k^2V_{S.ABC}=(k^2+7k)V_{S.ABC}=\frac{1}{2}(k^2+7k)V_{S.ABCD}$.

Lại có $V_{S.CDMN}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}$ (do $mp(CDM)$ chia thành hai phần có thể tích bằng nhau)

Suy ra $\frac{1}{2}(k^2+7k)V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD} \Leftrightarrow k^2+7k=1 \Leftrightarrow k=\frac{-7+\sqrt{53}}{2}$.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|(z+1-2i)(1+i)| \le 4\sqrt{2}$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=z-iz$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) là hình phẳng (H) có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 32. **B.** 32π. **C.** 16. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left|(z+1-2i)(1+i)\right| \le 4\sqrt{2} \Leftrightarrow |z+1-2i| \le 4$

Ta có $w = z(1-i) \Leftrightarrow \frac{w}{1-i} = z \Leftrightarrow \frac{w}{1-i} + 1 - 2i = z + 1 - 2i \Leftrightarrow \left|\frac{w-1-3i}{1-i}\right| = |z+1-2i|$

$\Rightarrow |w-1-3| = |1-i|.|z+1-2i| \le 4\sqrt{2}$.

Do đó tập hợp các số phức w là hình tròn tâm $I(1;3)$ với bán kính $R = 4\sqrt{2}$.

Vậy diện tích hình phẳng (H) là: $S = \pi R^2 = 32\pi$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$.Xét các điểm M thuộc (S)sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $6x+8y-11=0$. **C.** $6x+8y+11=0$. **D.** $3x+4y+2=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1), R=3$.

Gọi $M(x;y;x) \in (S) \Rightarrow (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ (1)

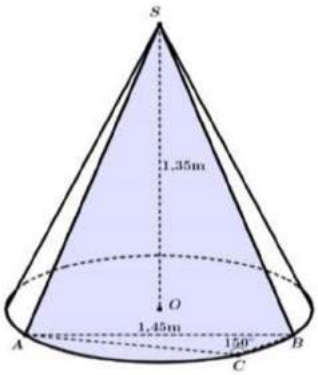
Do AM tiếp xúc với (S) nên $AM^2 = IA^2 - R^2 = 25-9=16$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ (2)

Từ phương trình (1),(2) ta được: $3x+4y-2=0$

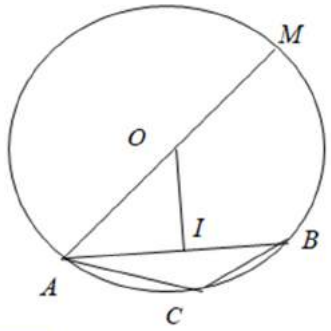
M luôn thuộc mặt phẳng có phươn trình là: $3x+4y-2=0$

Câu 44: Cửa hàng A có đặt trước sảnh một cái nón lớn với chiều cao $1,35m$ và sơn cách điệu hoa văn trang trí một phần mặt ngoài của hình nón ứng với cung nhỏ AB như hình vẽ. Biết $AB = 1,34m$, $\overset{\frown}{ACB} = 150°$ và giá tiền trang trí là $2.000.000$ đồng mỗi mét vuông. Hỏi số tiền mà cửa hàng A cần dùng để trang trí là bao nhiêu?



A. 4.215.000 đồng. **B.** 4.510.000 đồng.
C. 3.021.000 đồng. **D.** 3.008.000 đồng.

Lời giải



Chọn D

Dựng đường kính AM, I là hình chiếu vuông góc của O lên AB.

Do $\overset{\frown}{ACB}=150^\circ \Rightarrow$ Số đo cung lớn: $sđ\overset{\frown}{AB}=300^\circ$

Ta có $sđ\overset{\frown}{AB}=sđ\overset{\frown}{AM}+sđ\overset{\frown}{MB}\Rightarrow sđ\overset{\frown}{MB}=120^\circ\Rightarrow\overset{\frown}{OAI}=60^\circ$

Xét $\triangle OAI$ có $R=0A=\dfrac{AI}{\cos\overset{\frown}{OAI}}=\dfrac{0,725}{\cos 60^\circ}=1,45m$

Khi đó $SA=\sqrt{SO^2+OA^2}\approx 1,981m$

Diện tích xung quanh của khối nón: $S_{xq}=2\pi.SA.OA=\pi.1,981.1,45=9,024\,m$

Diện tích phần trang trí: $S=\left(1-\dfrac{300}{360}\right).S_{xq}=1,504\ (m^2)$

Số tiền cửa hàng cần phải trả: $1,504.2000000=3.008.000$ đồng.

Câu 45: Có tât cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(\log_{2023}\left(x^2+2\right)-\log_{2023}\left(x+14\right)\right)\left(729-3^{x-1}\right)\ge 0$

A. Vô số **B.** 16. **C.** 17. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x+14>0\Leftrightarrow x>-14$

Xét phương trình:

$\log_{2023}\left(x^2+2\right)-\log_{2023}\left(x+14\right)=0\Leftrightarrow\log_{2023}\left(x^2+2\right)=\log_{2023}\left(x+14\right)$

$\Leftrightarrow x^2+2=x+14\Leftrightarrow x^2-x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-3\end{array}\right.$

$729-3^{x-1}=0\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^6\Leftrightarrow x-1=6\Leftrightarrow x=7$

Lập trục xét dấu vế trái của bất phương trình:

x	-14		-3		4		7		$+\infty$
VT		+	0	-	0	+	0	-	

Nghiệm của bất phương trình: $x\in(-14;-3]\cup[4;7]$

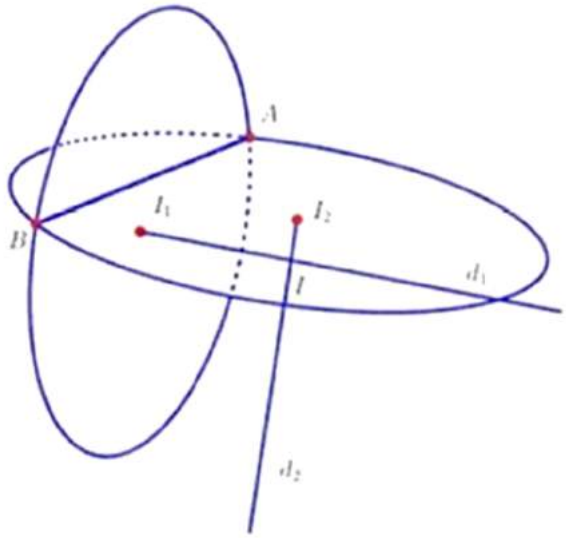
Do $x\in Z$ nên $x\in\{-13,...,-3,4,...,7\}$. Có 15 giá trị nguyên thỏa mãn

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;2),B(2;-2;0)$. Gọi $I_1(1;1;-1)$ và $I_2(3;1;1)$ là tâm của hai đường tròn nằm trên hai mặt phẳng khác nhau và có chung một dây cung AB. Biết rằng luôn có một mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn ấy. Tính bán kính R của (S).

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=2\sqrt{6}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{219}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{129}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi d_1 là đường thẳng đi qua I_1 và vuông góc với mặt phẳng (I_1AB), khi đó d_1 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_1 : d_2 là đường thẳng đi qua I_2 và vuông góc với mặt phẳng (I_2AB), khi đó d_2 chứa tâm các mặt cầu đi qua đường tròn tâm I_2. Do đó, mặt cầu (S) đi qua cả hai đường tròn tâm (I_1) và (I_2) có tâm I là giao điểm của d_1, d_2 và bán kính $R = IA$.

Ta có $\overrightarrow{I_1A} = (-1;1;3); \overrightarrow{I_1B} = (1;-3;1)$. Đường thẳng d_1 có vectơ pháp tuyến là :

$\left[\overrightarrow{I_1A}; \overrightarrow{I_1B}\right] = (10;4;2) = 2(5;2;1)$.

Phương trình đường thẳng d_1 là $d_1 : \begin{cases} x = 1+5t \\ y = 1+2t \\ z = -1+t \end{cases}$.

Ta có $\overrightarrow{I_2A} = (-3;1;1), \overrightarrow{I_2B} = (-1;3;-1)$. Đường thẳng d_2 có vectơ pháp tuyến là :

$\left[\overrightarrow{I_2A}; \overrightarrow{I_2B}\right] = (2;-4;10) = 2(1;-2;5)$.

Phương trình đường thẳng d_2 là $d_2 : \begin{cases} x = 3+s \\ y = 1-2s \\ z = 1+5s \end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases} 1+5t = 3+s \\ 1+2t = 1-2s \\ -1+t = 1+5s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{1}{3} \\ s = -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. Suy ra $I\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{\left(-\dfrac{8}{3}\right)^2 + \left(2-\dfrac{5}{3}\right)^2 + \left(2+\dfrac{2}{3}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{129}}{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = x^2 + (a+x)\sqrt{x^2+1} + ax$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-20;20)$ sao cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có cùng một điểm cực trị $A(x_0;y_0)$ và $y_0 < -5$?

A. 15. **B.** 19. **C.** 16. **D.** 39.

Lời giải

Chọn B

$f(x) = (a+x)\left(x+\sqrt{x^2+1}\right), g > 0 \ \forall x$

$f'(x) = g(x) + \dfrac{(a+x)g(x)}{\sqrt{x^2+1}}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -a=x+\sqrt{x^2+1}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow a<0$.

x	$-\infty$		$+\infty$
y			$+\infty$
	0		

$y_0<-5 \Leftrightarrow f(x)<-5$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow a<\dfrac{6x-5\sqrt{x^2+1}}{h}$ có nghiệm (Luôn đúng)

x	$-\infty$		$+\infty$
h			$+\infty$
	$-\infty$		

Vậy $a\in\{-19;...;-1\} \Rightarrow$ **Chọn B**

Câu 48: Goi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m\in S$ có đúng một số phức $|z-m|=4$ và $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 6. **C.** 14. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $z\neq 6$

Giả sử $z=x+yi(x,y\in\mathbb{Z})$

Ta có $|z-m|=4 \Leftrightarrow |x-m+yi|=4 \Leftrightarrow (x-m)^2+y^2=16(C)$.

Lại có $\dfrac{z}{z-6}=1+\dfrac{6}{z-6}=1+\dfrac{6}{x-6+yi}=1+\dfrac{6(x-6-yi)}{(x-6)^2+y^2}=\dfrac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}-\dfrac{6i}{(x-6)^2+y^2}i$.

Khi đó $\dfrac{z}{z-6}$ là số thuần ảo khi $1+\dfrac{6(x-6)}{(x-6)^2+y^2}=0$

$\Leftrightarrow (x-6)^2+y^2+6(x-6)=0 \Leftrightarrow (x-3)^2+y^2=9\ (C')$.

Như vậy (C) có tâm $I(m;0)$, bán kính $R=4$ và (C') có tâm $I'(3;0)$, bán kính $R'=3$.

Do đó $\overrightarrow{II'}=(3-m;0) \Rightarrow II'=|m-3|$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (C)$ và (C') tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} II'=|R-R'|=1 \\ II'=R+R'=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} |m-3|=1 \\ |m-3|=7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=2 \\ m=10 \\ m=-4 \end{array}\right. \Rightarrow S=12.$$

Câu 49: Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình $(x+2y).\left[\log_2(x^2+y^2)-\log_2(x+2y)-2y+x\right]<6x+y(12-5y)$?

A. 61. **B.** 62. **C.** 64. **D.** 65.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2+y^2>0 \\ x+2y>0 \end{cases}$.

Ta có:

$$(x+2y).\left[\log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_2(x+2y)-2y+x\right]<6x+y(12-5y)$$

$$\Leftrightarrow (x+2y).\log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right)+(x+2y).(x-2y)<6x+y(12-5y)$$

$$\Leftrightarrow (x+2y).\log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right)+\left(x^2-4y^2\right)-6x-12y+5y^2<0$$

$$\Leftrightarrow (x+2y).\log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right)+\left(x^2+y^2\right)-6(x+2y)<0 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right)+\left(\frac{x^2+y^2}{x+2y}\right)-6<0$$

Đặt $t=\frac{x^2+y^2}{x+2y}>0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $\log_2 t+t-6<0$ với mọi $t>0$.

Xét hàm $f(t)=\log_2 t+t-6,$ với $t>0$. Ta có: $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0,\ \forall t>0$ nên hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Mặt khác ta có: $f(4)=\log_2 4+4-6=0$ nên bất phương trình tương đương:

$$f(t)<f(4)\Leftrightarrow t<4\Leftrightarrow \frac{x^2+y^2}{x+2y}<4\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-8y<0\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-4)^2<20$$

Suy ra: $(x-2)^2<20\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<x<2+\sqrt{2}$. Mà x nguyên nên $x\in\{-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$.

Lần lượt thay x vào hệ điều kiện $\begin{cases} x^2+y^2>0 \\ x+2y>0 \\ (x-2)^2+(y-4)^2<20 \end{cases}$ để tìm y và kết hợp lại ta thu được 61 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(0)=2$ và $(2x+1).f'(x)-3x^2=8x\left(x^2+1\right)+2(3-f(x))$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x),\ y=f'(x)$.

A. $S=\frac{1}{4}$. **B.** $S=\frac{3}{4}$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $S=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$(2x+1).f'(x)-3x^2=8x\left(x^2+1\right)+2(3-f(x))\Leftrightarrow (2x+1).f'(x)+2f(x)=8x^3+3x^2+8x+6$$

$$\Leftrightarrow \left[(2x+1).f(x)\right]'=8x^3+3x^2+8x+6$$

$$\Rightarrow (2x+1).f(x)=\int\left(8x^3+3x^2+8x+6\right)dx=2x^4+x^3+4x^2+6x+C$$

Mà $f(0)=2$ nên suy ra $C=2$. Khi đó:

$$(2x+1).f(x)=2x^4+x^3+4x^2+6x+2=(2x+1)\left(x^3+2x+2\right)\Rightarrow f(x)=x^3+2x+2$$

Suy ra: $f'(x)=3x^2+2$

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường cong $y=f(x),\ y=f'(x)$ là:

$$x^3+2x+2=3x^2+2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right. .$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f\left(x\right),\ y=f'\left(x\right)$ bằng:

$$S=\int_0^2\left|\left(x^3+2x+2\right)-\left(3x^2+2\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
VĨNH PHÚC

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)+2\log_4(3x+7)=5$ là

A. $S=\left\{3;-\frac{13}{3}\right\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-3\}$. **D.** $S=\left\{\frac{13}{3}\right\}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-2y-z+1=0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(2m^2-3m+1\right)x-2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để trên (C) luôn tồn tại hai điểm A,B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường thẳng $x+5y+10=0$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=7$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

Câu 5: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

A. $\frac{7\pi\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\frac{9\pi}{2}$. **C.** 36π. **D.** $\frac{9\pi}{8}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_4(x+1)$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 7: Hàm số $F(x)=2x+\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $2+2\cos 2x$. **C.** $x^2-\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $2-2\cos 2x$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$ có phương trình là

A. $3x-y+4z+12=0$. **B.** $x-y+2z+12=0$. **C.** $3x-y+4z-12=0$. **D.** $x-y+2z-12=0$.

Câu 9: Giải phương trình $\sin x=0$ ta được nghiệm là

A. $x=k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 10: Cho số thực dương x. Rút gọn biểu thức $P=x^2\sqrt{x^{-3}}$ ta được

A. $P=x^{-\frac{1}{2}}$. **B.** $P=x^{-1}$. **C.** $P=x^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P=x$.

Câu 11: Tìm giới hạn $\lim\frac{x^2-4x+3}{x-1}$.

A. -2. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x+1$ bằng

A. $5^x\ln x+x+C$. **B.** $\frac{5^{x+1}}{x+1}+x+C$. **C.** $\frac{5^x}{\ln 5}+x+C$. **D.** 5^x+x+C.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 14: Với a là một số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4\left(2a^3\right)$ bằng

A. $1+\frac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\log_2 a$. **D.** $2+6\log_2 a$.

Câu 15: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất rút được hai thẻ mà tích của hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 16: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 56. **B.** 16. **C.** 26. **D.** 20.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	1	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $g(x)=\left|3f(x)-2m\right|$ có đúng 5 cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z+\bar{z}=8+6i$. Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

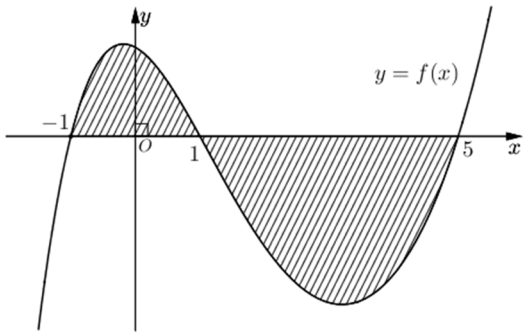
Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-1-4i$. Phần thực của số phức $2z_1+z_2$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Câu 20: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$, tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[3\cos x f(\sin x)-2\right]\mathrm{d}x$

A. $I=9-\pi$. **B.** $I=3-2\pi$. **C.** $I=9-2\pi$. **D.** $I=3+2\pi$.

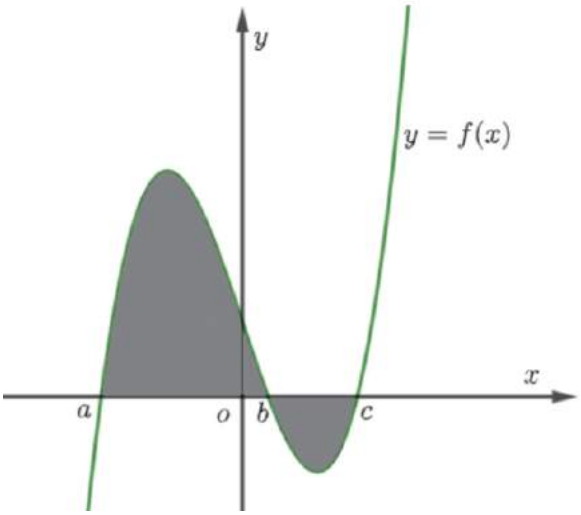
Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_2=2S_1=3$. Tính tích phân $\int_{-1}^{5} f(x)dx$



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 3.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ a,b,c (như hình vẽ)



Diện tích phần đô đậm trong hình vẽ là

A. $S(x)=\int_a^b f(x)dx-\int_b^c f(x)dx$ **B.** $S(x)=\int_a^b f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$

C. $S(x)=-\int_a^b f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ **D.** $S(x)=-\int_a^b f(x)dx-\int_c^b f(x)dx$

Câu 23: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh $l=3$, bán kính đáy $r=2$ bằng

A. 12. **B.** 12π. **C.** 6. **D.** 6π.

Câu 24: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r=5$ **B.** $r=\frac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **C.** $r=5\sqrt{\pi}$ **D.** $r=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>2$ là

A. $(-5;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$.

C. $(1;-2;-3)$. **D.** $(-1;-2;-3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3)$, $B(-2;1;1)$, $C(0;2;3)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+\frac{3}{2}t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗ $+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 13.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

x	-1		0		2	3
y'		$+$	0	$-$	0	
y	0	↗	5	↘	1	↗ 4

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$.

Câu 30: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh là

A. 20. **B.** 10. **C.** 30. **D.** 12.

Câu 31: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\,\mathrm{d}t=-4$. Tính $\int_{2}^{4} f(y)\,\mathrm{d}y$.

A. $I=3$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-5$.

Câu 32: Điểm cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+1$

A. $x=0$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-3)$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3	$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$
y	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗ 3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 34: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và bán kính đáy bằng 3 thì có đường sinh bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 35: Khối chóp có diện tích đáy bằng 12, chiều cao bằng 6 thì thể tích bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 72. **D.** 36.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $(x+2)f(x)=xf'(x)-x^3, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=e$. Giá trị của $f(2)$ là

A. $4e^2+4e-2$. **B.** $4e^2+4e-4$. **C.** $4e^2+2e-2$. **D.** $4e^2+2e-4$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1), B(1;2;-3)$ và đường thẳng d có phương

trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-2\\z=-1+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2+t\\z=1+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-2\\y=-2+t\\z=1+2t\end{cases}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\frac{2a^3}{3}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

Câu 39: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(P)\,3x-4y-20=0$ và hai mặt cầu $(S_1):(x-7)^2+(y+7)^2+(z-5)^2=24;\ (S_2):(x-3)^2+(y+5)^2+(z-1)^2=\frac{3}{2}$. Gọi A,M,N lần lượt là các điểm thuộc $(P);(S_1);(S_2)$. Giá trị nhỏ nhất của $d=AM+AN$ là

A. $\frac{4\sqrt{6}}{5}$. **B.** $\frac{11\sqrt{6}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{5}$.. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Câu 40: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1;1;2), B(2;1;2), C(1;1;4)$. Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt mặt phẳng Oxy tại $M(a;b;0)$. Tính tổng $a+b$

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 41: Cho hình trụ xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;3);\ (O';3)$. Biết rằng tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60^0. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh O', đáy là hình tròn $(O;3)$

A. $S_{xq}=\frac{27\pi\sqrt{7}}{7}$. **B.** $S_{xq}=\frac{81\pi\sqrt{7}}{7}$. **C.** $S_{xq}=\frac{54\pi\sqrt{7}}{7}$. **D.** $S_{xq}=\frac{36\pi\sqrt{7}}{7}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{-2}$, đồng thời cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 9π

A. $2x+y-2z+2=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$. **C.** $x-2y-2z-9=0$. **D.** $2x+y-2z-2=0$.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b\in(-10;10)$ thỏa mãn $5^{a^2+b}\le 4^{b-a}+26$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44: Cho phương trình bậc hai $z^2-2(m+1)z+2m^2-7=0, m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=22$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a.
Khoảng cách từ tâm O của tam giác (ABC) đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$.

Câu 46: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 + i| = |\overline{z_1} + 1 - 2i|$ và $\dfrac{1 - z_2}{1 + i}$ là số thuần ảo. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 5 + 5i| + |z_2 - 5 + 5i|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{58}.$ **B.** $P_{\min} = 8.$ **C.** $P_{\min} = 2\sqrt{14}.$ **D.** $P_{\min} = \sqrt{57}.$

Câu 47: Tìm phần ảo của số phức z biết $(\overline{z} - 1 + 2i)(3 + i) - 2 + 3i = 0$

A. $\dfrac{31}{10}$. **B.** $-\dfrac{13}{10}$. **C.** $\dfrac{13}{10}$. **D.** $-\dfrac{31}{10}$.

Câu 48: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M là trung điểm BC. Biết rằng góc giữa đường thẳng DM với mặt bên (SAB) là góc α thỏa mãn $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{26}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{4a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 9)(x^2 - 16),\ \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 7x| + m)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022; 2023]$ để phương trình $x\log_2(x + 1) = \log_4\left[16(x + 1)^{2m}\right]$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2024.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.B	5.A	6.A	7.B	8.D	9.C	10.C
11.A	12.C	13.B	14.C	15.D	16.B	17.B	18.B	19.D	20.A
21.A	22.A	23.D	24.D	25.D	26.C	27.D	28.C	29.B	30.A
31.D	32.A	33.D	34.A	35.B	36.B	37.A	38.A	39.B	40.C
41.D	42.D	43.D	44.A	45.C	46.A	47.A	48.A	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)+2\log_4(3x+7)=5$ là

A. $S=\left\{3;-\frac{13}{3}\right\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-3\}$. **D.** $S=\left\{\frac{13}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x>1$.

Với ĐK trên, phương trình $\log_2(x-1)+2\log_4(3x+7)=5$ tương đương với:

$\log_2(x-1)+\log_2(3x+7)=5\Leftrightarrow\log_2(x-1)(3x+7)=5\Leftrightarrow(x-1)(3x+7)=2^5$

$\Leftrightarrow 3x^2+4x-39=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\quad(tm)\\x=-\frac{13}{3}\ (loai)\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{3\}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x-2y-z+1=0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;1)$, có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-2;-1)$.

Ta có: $\vec{u}.\vec{n}=2.2-2.1-1.2=0\Rightarrow\vec{u}\perp\vec{n}$.

Mà $M\notin(P)\Rightarrow d\,//\,(P)\Rightarrow d(\Delta,(P))=d(M,(P))=\frac{|2.1-2.(-2)-1.1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{6}{3}=2.$

Câu 3: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m^2-3m+1)x-2$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để trên (C) luôn tồn tại hai điểm A,B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường thẳng $x+5y+10=0$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m^2-3m+1)x-2\Rightarrow y'=x^2-2mx+2m^2-3m+1$.

Tiếp tuyến của (C) tại điểm x_0 vuông góc với đường thẳng

$x+5y+10=0\Rightarrow y'(x_0).\left(-\frac{1}{5}\right)=-1$

$\Leftrightarrow {x_0}^2-2mx_0+2m^2-3m+1=5\Leftrightarrow {x_0}^2-2mx_0+2m^2-3m-4=0\ \ (*)$.

Để luôn tồn tại hai điểm A, B sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B vuông góc với đường thẳng $x+5y+10=0$ thì (*) phải có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2-(2m^2-3m-4)>0 \Leftrightarrow -m^2+3m+4>0 \Leftrightarrow -1<m<4 \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{0;1;2;3\} \Rightarrow$ *có* 4 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=7$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x+1}=16 \Leftrightarrow 2^{x+1}=2^4 \Leftrightarrow x+1=4 \Leftrightarrow x=3$.

Vậy, phương trình đã cho có nghiệm $x=3$.

Câu 5: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

A. $\dfrac{7\pi\sqrt{14}}{3}$. **B.** $\dfrac{9\pi}{2}$. **C.** 36π. **D.** $\dfrac{9\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là: $R=\dfrac{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$.

Thể tích khối cầu trên là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{14}}{2}\right)^3=\dfrac{7\pi\sqrt{14}}{3}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_4(x+1)$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Tập xác định: $(-1;+\infty)$.

Câu 7: Hàm số $F(x)=2x+\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $x^2+\dfrac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $2+2\cos 2x$. **C.** $x^2-\dfrac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $2-2\cos 2x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F(x)=2x+\sin 2x \Rightarrow F'(x)=2+2\cos 2x$.

Vậy hàm số $F(x)=2x+\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $2+2\cos 2x$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;4)$ đồng thời vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$ có phương trình là

A. $3x-y+4z+12=0$. **B.** $x-y+2z+12=0$. **C.** $3x-y+4z-12=0$. **D.** $x-y+2z-12=0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Ta có $(P)\perp d \Rightarrow (P)$ nhận $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-3)-1(y+1)+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-12=0$.

Câu 9: Giải phương trình $\sin x=0$ ta được nghiệm là

A. $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10: Cho số thực dương x. Rút gọn biểu thức $P = x^2\sqrt{x^{-3}}$ ta được

A. $P = x^{-\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{-1}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{2}}$. **D.** $P = x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P = x^2\sqrt{x^{-3}} = x^2.x^{-\frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 11: Tìm giới hạn $\lim\dfrac{x^2-4x+3}{x-1}$.

A. -2. **B.** 2. **C.** $+\infty$. **D.** $-\infty$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x-3) = 1-3 = -2.$$

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$ bằng

A. $5^x \ln x + x + C$. **B.** $\dfrac{5^{x+1}}{x+1} + x + C$. **C.** $\dfrac{5^x}{\ln 5} + x + C$. **D.** $5^x + x + C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Với a là một số thực dương tùy ý, khi đó $\log_4(2a^3)$ bằng

A. $1+\dfrac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\log_2 a$. **D.** $2+6\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_4(2a^3) = \log_4 2 + \log_{2^2} a^3 = \frac{1}{2}+\frac{3}{2}\log_2 a.$$

Câu 15: Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất rút được hai thẻ mà tích của hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2$

Gọi A là biến cố "Xác suất rút được hai thẻ mà tích của hai số được đánh trên thẻ là số chẵn."
Từ 1 đến 9 có các số chẵn là 2, 4, 6, 8.

TH1: Cả hai số được đánh trên thẻ đều là số chẵn. Số kết quả thuận lợi là: C_4^2

TH2: Trong 2 số được đánh trên thẻ có 1 số chẵn và 1 số lẻ. Số kết quả thuận lợi là: $C_4^1.C_5^1$

Suy ra, số kết quả thuận lợi của biến cố A là: $C_4^2+C_4^1.C_5^1 \Rightarrow \mathrm{P}(\mathrm{A})=\dfrac{\mathrm{n}(\mathrm{A})}{\mathrm{n}(\Omega)}=\dfrac{C_4^2+C_4^1.C_5^1}{C_9^2}=\dfrac{13}{18}$.

Câu 16: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 56. **B.** 16. **C.** 26. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=6^2-2.10=16$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $g(x)=\left|3f(x)-2m\right|$ có đúng 5 cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $h(x)=3f(x)-2m \Rightarrow h'(x)=3f'(x)$. Do đó số điểm cực trị của hàm số $y=h(x)$ cũng là số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=h(x)$ có 2 cực trị.

Để hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ có 5 cực trị thì phương trình $h(x)=3f(x)-2m=0$ có 3 nghiệm. Ta có $f(x)=\dfrac{2m}{3}$. Từ bảng biến thiên suy ra

$-4\le\dfrac{2m}{3}\le 1\Leftrightarrow -6\le m\le\dfrac{3}{2}\xrightarrow{m\in[-10;10],m\in\mathbb{Z}} m\in\{-6;-5;...;0;1\}$. **Chọn B**

Câu 18: Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z+\bar{z}=8+6i$. Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 5. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó:

$(1+2i)(x+yi)+x-yi=8+6i$

$\Leftrightarrow(2x-2y)+2xi=8+6i\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2y=8\\2x=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=-1\end{cases}$.

Suy ra $z=3-i\Rightarrow|z|=\sqrt{10}$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-1-4i$. Phần thực của số phức $2z_1+z_2$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2z_1+z_2=2(2+3i)-1-4i=3+2i$.

Vậy phần thực của số phức $2z_1+z_2$ là 3.

Câu 20: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$, tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3\cos x f(\sin x) - 2\right]\mathrm{d}x$

A. $I = 9 - \pi$. **B.** $I = 3 - 2\pi$. **C.** $I = 9 - 2\pi$. **D.** $I = 3 + 2\pi$.

Lời giải

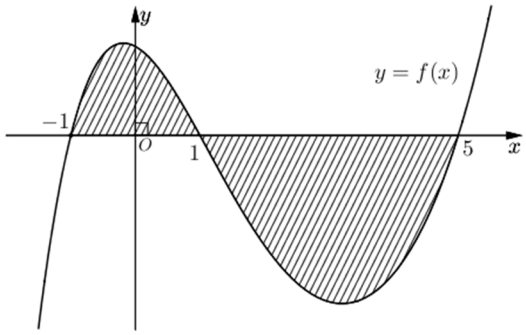
Chọn A

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3\cos x f(\sin x) - 2\right]\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\cos x f(\sin x)\mathrm{d}x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\mathrm{d}x = I_1 - I_2$.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow \mathrm{d}t = \cos x\mathrm{d}x, x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$ suy ra $\mathrm{I}_1 = 3\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t = 9$;

$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\mathrm{d}x = 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi$. Vậy $I = 9 - \pi$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_2 = 2S_1 = 3$. Tính tích phân $\int_{-1}^{5} f(x)dx$



Mệnh đề nào sau đây đúng?

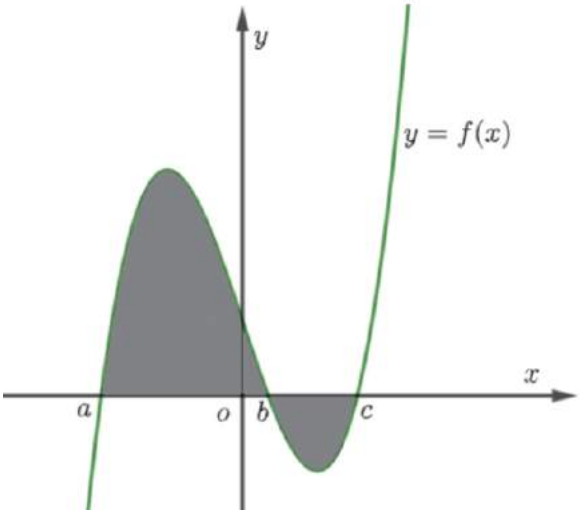
A. $\frac{-3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$\int_{-1}^{5} f(x)dx = \int_{-1}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{5} f(x)dx = S_1 - S_2 = \frac{3}{2} - 3 = \frac{-3}{2}$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ a, b, c (như hình vẽ)



Diện tích phần đô đậm trong hình vẽ là

A. $S(x) = \int_a^b f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$ **B.** $S(x) = \int_a^b f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$

C. $S(x)=-\int_a^b f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$ **D.** $S(x)=-\int_a^b f(x)dx-\int_c^b f(x)dx$

Lời giải

Chọn A

Câu 23: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh $l=3$, bán kính đáy $r=2$ bằng

A. 12. **B.** 12π. **C.** 6. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn D

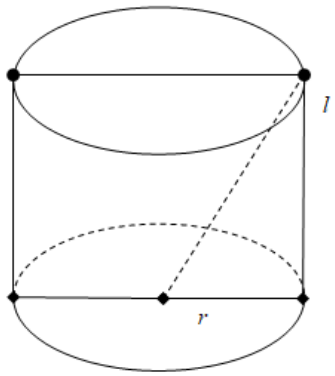
Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.3=6\pi$

Câu 24: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy.

A. $r=5$ **B.** $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$ **C.** $r=5\sqrt{\pi}$ **D.** $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Diện tích xung quanh của hình trụ: $2\pi rl$ (l: độ dài đường sinh) Có $l=2r$

$S_{xq}=2\pi rl\Leftrightarrow 2\pi rl=50\pi\Leftrightarrow 2\pi r2r=50\pi\Leftrightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>2$ là

A. $(-5;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x>1$

$\log_2(x-1)>2\Leftrightarrow x-1>4\Leftrightarrow x>5$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của bất phương trình là $x>5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $(5;+\infty)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(-1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1;-2;-3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3)$, $B(-2;1;1)$, $C(0;2;3)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t. \\ z=2+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+\dfrac{3}{2}t. \\ z=3+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t. \\ z=3+2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d song song với đường thẳng BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=(2;1;2)$ làm VTCP.

Phương trình đường thẳng d có dạng $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t. \\ z=3+2t \end{cases}$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-m}{2}$.

Yêu cầu bài toán trở thành $-4<\dfrac{-m}{2}<2 \Leftrightarrow -4<m<8$.

Vậy có 7 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0		
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào biến thiên thì $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$.

Câu 30: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh là

A. 20. **B.** 10. **C.** 30. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Câu 31: Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int\limits_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $\int\limits_{2}^{4} f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=3$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int\limits_{2}^{4}f(y)\mathrm{d}y=\int\limits_{2}^{4}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{4}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-4-1=-5$.

Câu 32: Điểm cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+1$

A. $x=0$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $x=2$. **D.** $N(2;-3)$.

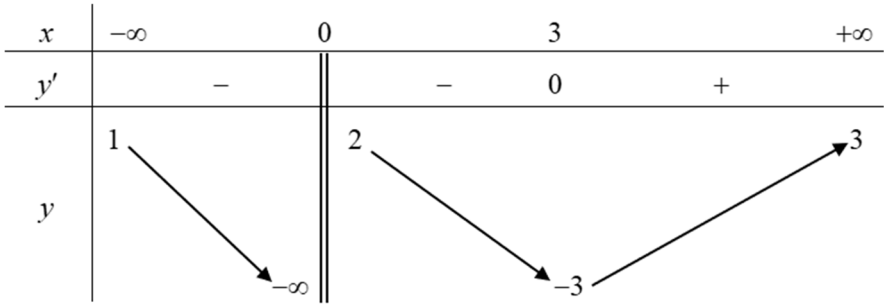
Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Hàm số có $a=1>0$ nên nó đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to-\infty}y=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=3$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=3$.

+) $\lim\limits_{x\to0^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

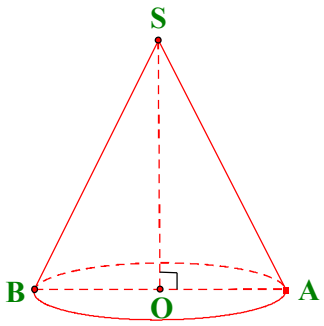
Do vậy đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 3.

Câu 34: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và bán kính đáy bằng 3 thì có đường sinh bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\widehat{ASO}=\dfrac{\widehat{ASB}}{2}=\dfrac{120°}{2}=60°$ và $R=OA=3$.

Đường sinh của hình nón là: $l=SA=\dfrac{OA}{\sin 60°}=3:\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Câu 35: Khối chóp có diện tích đáy bằng 12, chiều cao bằng 6 thì thể tích bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 72. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là: $\frac{1}{3}.12.6=24$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $(x+2)f(x)=xf'(x)-x^3, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=e$. Giá trị của $f(2)$ là

A. $4e^2+4e-2$. **B.** $4e^2+4e-4$. **C.** $4e^2+2e-2$. **D.** $4e^2+2e-4$.

Lời giải

Chọn B

$(x+2)f(x)=xf'(x)-x^3,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2f'(x)-2xf(x)-x^2f(x)=x^4,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2f'(x)-2xf(x)}{x^4}-\frac{f(x)}{x^2}=1,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x^2}\right)'-\frac{f(x)}{x^2}=1,\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x^2}\right)'e^{-x}-\frac{f(x)}{x^2}e^{-x}=e^{-x},\ \forall x\in(0;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x^2}e^{-x}\right)'=e^{-x},\ \forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow \frac{f(x)}{x^2}e^{-x}=-e^{-x}+C,\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Do $f(1)=e$, suy ra $C=1+e^{-1}$.

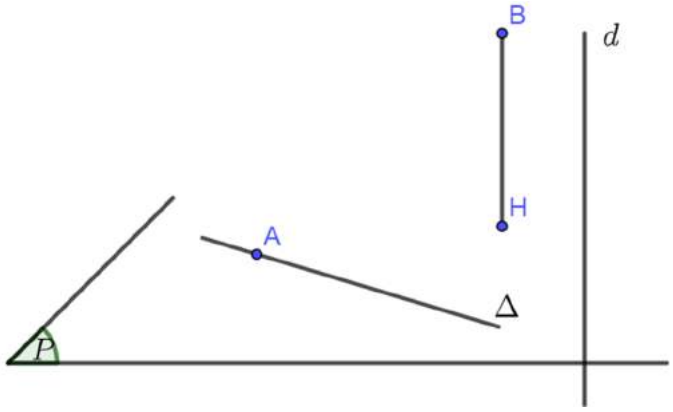
Vậy $f(x)=x^2\left(-1+e^x+e^{x-1}\right),\ \forall x\in(0;+\infty)$. Suy ra: $f(2)=4e^2+4e-4$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;-2;1), B(1;2;-3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-2\\z=-1+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2+t\\z=1+4t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-2\\y=-2+t\\z=1+2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $(d)\Rightarrow \Delta\subset(P)$.

$\Rightarrow (P): 2(x+2)+2(y+2)-1(z-1)=0$

$\Leftrightarrow (P): 2x+2y-z+9=0$

Gọi H là hình chiếu của B lên (P). Khi đó $d(B,\Delta)\geq BH \Rightarrow d(B,\Delta)_{\min}=BH$

Suy ra Δ là đường thẳng đi qua điểm A,H.

Gỉa sử $H(1+2t;2+2t;-3-t)$ mà $H\in(P)\Rightarrow 2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0\Rightarrow t=-2$

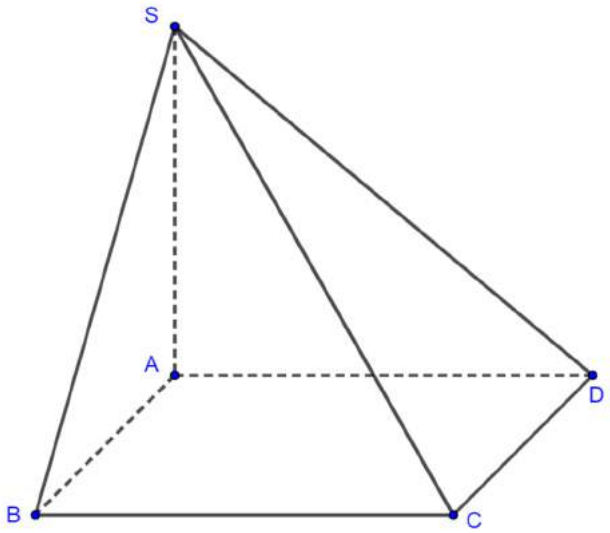
$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-1;0;-2)\Rightarrow$ Chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;0;2)\Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ **B.** $\frac{2a^3}{3}$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases}CB\perp SA\\CB\perp AB\end{cases}\Rightarrow CB\perp(SAB)\Rightarrow \widehat{(CB,(SAB))}=\widehat{CSB}=30°$

Xét tam giác CSB: $SB=\frac{CB}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$

Áp dụng định lí py – ta – go: $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

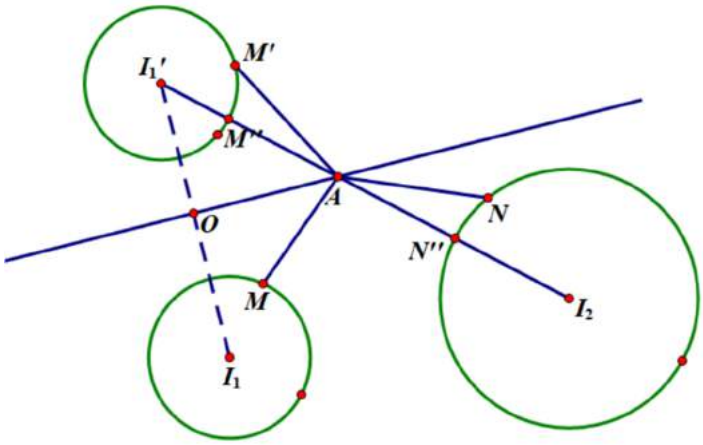
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $(P)\,3x-4y-20=0$ và hai mặt cầu $(S_1):(x-7)^2+(y+7)^2+(z-5)^2=24;\ (S_2):(x-3)^2+(y+5)^2+(z-1)^2=\frac{3}{2}$. Gọi A,M,N lần lượt là các điểm thuộc $(P);(S_1);(S_2)$. Giá trị nhỏ nhất của $d=AM+AN$ là

A. $\frac{4\sqrt{6}}{5}$. **B.** $\frac{11\sqrt{6}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{5}$.. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I_1' là đường tròn đối xứng với I_1 qua (P)

$\Rightarrow M'$ đối xứng với M qua $(P) \Rightarrow AM = AM'$

$I_1(7;-7;5); R_1 = \sqrt{24}; I_2(3;-5;1); R_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}$

Gọi $\{M''\} = I_1'I_2 \cap (I_1'); \{N''\} =_1 'I_2 \cap (I_2)$

Ta có: $AM + AN = AM' + AN \geq M'N$

Dấu " = " xảy ra khi M', A, N thẳng hàng

Ta có: $d = AM + AN$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M'N = M''N'' = I'_1 I_2 - R_1 - R_2$

Gọi O là hình chiếu của I_1 xuống (P)

Phương trình đường thẳng OI_1 có dạng: $\begin{cases} x = 7 + 3t \\ y = -7 - 4t \\ z = 5 \end{cases}$

Gọi O là giao điểm của đường thẳng OI_1 và (P)

$\Rightarrow 3(7+3t) - (-7-4t) - 20 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-29}{25}$

$\Rightarrow O\left(\frac{88}{25}; \frac{-59}{25}; 5\right) \Rightarrow I_1'\left(\frac{1}{25}; \frac{57}{25}; 5\right)$

$\Rightarrow I_1'I_2 = \frac{18\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow d = \frac{11\sqrt{6}}{10}$

Câu 40: Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1;1;2), B(2;1;2), C(1;1;4)$. Đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$ cắt mặt phẳng Oxy tại $M(a;b;0)$. Tính tổng $a+b$

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB} = (1;0;0); \overrightarrow{AC} = (0;0;2); Cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = 0 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^0$

$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = (1;0;0); \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|} = (0;0;1)$

Suy ra: Có hai tia phân giác là d_1, d_2

$\overrightarrow{u_{d_1}} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} + \dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|} = (1;0;1)$

$\overrightarrow{u_{d_2}} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} - \dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|} = (1;0;-1)$

$\Rightarrow (d_1): \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 2+t \end{cases}$

$(d_2): \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 2-t \end{cases}$

$(P): \mathrm{x} + \mathrm{y} = 0$

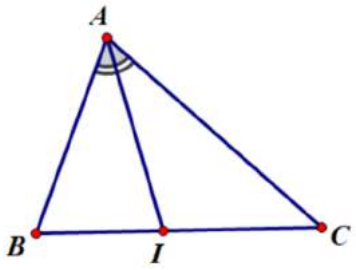
$\Rightarrow 1 + \mathrm{t} + 1 = 0$

$\Rightarrow \mathrm{t} = -2$

$\Rightarrow M(-1;1;0)$

$\Rightarrow a + b = 0$

Cách 2:



Gọi I là chân đường phân giác

$\Rightarrow \dfrac{IC}{IB} = \dfrac{AC}{AB} = 2 \Rightarrow IC = 2IB$

$\overrightarrow{IC} = -2\overrightarrow{IB}$ (*) $\Rightarrow \mathrm{I}\left(\dfrac{5}{3};1;\dfrac{8}{3}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AI} = (1;0;1) \Rightarrow (AI): \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1 \\ z = 2+t \end{cases}$

$(\mathrm{Oxy}): \mathrm{z} = 0$

$\Rightarrow \{M\} = AI \cap (\mathrm{O}xy)$

$\Rightarrow \mathrm{t} = -2$

$\Rightarrow M(-1;1;0)$

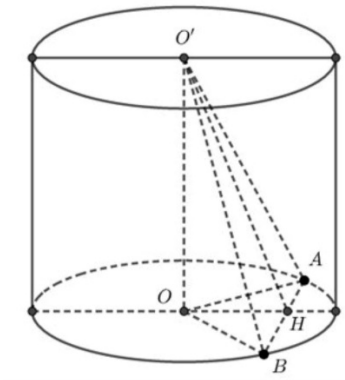
$\Rightarrow a + b = 0$

Câu 41: Cho hình trụ xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;3)$; $(O';3)$. Biết rằng tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60^0. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh O', đáy là hình tròn $(O;3)$

A. $S_{xq}=\dfrac{27\pi\sqrt{7}}{7}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{7}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{54\pi\sqrt{7}}{7}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{36\pi\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có:

$O'A=\sqrt{R^2+h^2}=\sqrt{h^2+9}$

Gọi H là trung điểm của AB

Mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60^0

$\Rightarrow \widehat{O'HO}=60^0$

$O'H=\sqrt{h^2+9}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$Sin\widehat{O'HO}=\dfrac{OO'}{O'H}=\dfrac{h}{\sqrt{h^2+9}}.\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{h}{\sqrt{h^2+9}}.\dfrac{2}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow h=\dfrac{9}{\sqrt{7}}$

$\Rightarrow O'A=\dfrac{12}{\sqrt{7}}\Rightarrow S_{xq}=\dfrac{36\pi}{\sqrt{7}}$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$, đồng thời cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là 9π

A. $2x+y-2z+2=0$. **B.** $x-2y-2z-4=0$. **C.** $x-2y-2z-9=0$. **D.** $2x+y-2z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì $(P)\perp d$ nên $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến $\Rightarrow \pi r^2=9\pi\Leftrightarrow r=3$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1), R=3$

Ta có: $r=R(=3)$ nên (P) đi qua tâm $I(1;-2;-1)$

$(P):2(x-1)+(y+2)-2(z+1)=0\Leftrightarrow 2x+y-2z-2=0$

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất bốn số nguyên $b\in(-10;10)$ thỏa mãn $5^{a^2+b}\le 4^{b-a}+26$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$5^{a^2+b} \le 4^{b-a}+26 \Leftrightarrow 5^{a^2+b}-4^{b-a}-26 \le 0 \Leftrightarrow 5^{a^2}-\frac{1}{4^a}.\left(\frac{4}{5}\right)^b-26.\left(\frac{1}{5}\right)^b \le 0$

Xét $f(b)=5^{a^2}-\frac{1}{4^a}.\left(\frac{4}{5}\right)^b-26.\left(\frac{1}{5}\right)^b$, $b\in(-10;10)$

$\Rightarrow f'(b)=-\frac{1}{4^a}.\left(\frac{4}{5}\right)^b.\ln\frac{4}{5}-26.\left(\frac{1}{5}\right)^b.\ln\frac{1}{5}>0$

Suy ra, $f(b)$ đồng biến với $b\in(-10;10)$

Để $f(b)\le 0$ có ít nhất bốn nghiệm nguyên thì $f(-6)\le 0 \Leftrightarrow 5^{a^2-6}-4^{-a-6}-26\le 0$

$\Rightarrow 5^{a^2-6}\le 26 \Leftrightarrow -2,83...\le a\le 2,83...$

Vì $a\in\mathbb{Z}\Rightarrow a\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 44: Cho phương trình bậc hai $z^2-2(m+1)z+2m^2-7=0, m$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m sao cho phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=22$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2-2(m+1)z+2m^2-7=0$

$\Delta'=(m+1)^2-2m^2+7=-m^2+2m+8$

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow -m^2+2m+8>0\Leftrightarrow -2<m<4$

Phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt $\Rightarrow \overline{z_1}=z_1;\overline{z_2}=z_2$

$z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=22\Leftrightarrow z_1.z_2+z_1.z_2=22\Leftrightarrow 2z_1z_2=22$

$\Leftrightarrow 2(2m^2-7)=22\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3\ (L)\\ m=3\quad (TM)\end{array}\right.$

TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow -m^2+2m+8<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2\\ m>4\end{array}\right.$

Phương trình có hai nghiệm ảo phân biệt $\Rightarrow \overline{z_1}=z_2;\overline{z_2}=z_1$

$z_1.\overline{z_2}+\overline{z_1}.z_2=22\Leftrightarrow {z_1}^2+{z_2}^2=22\Leftrightarrow (z_1+z_2)^2-2z_1z_2=22$

$\Leftrightarrow 4(m+1)^2-2(2m^2-7)=22\Leftrightarrow 8m+18=22\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}\ (L)$

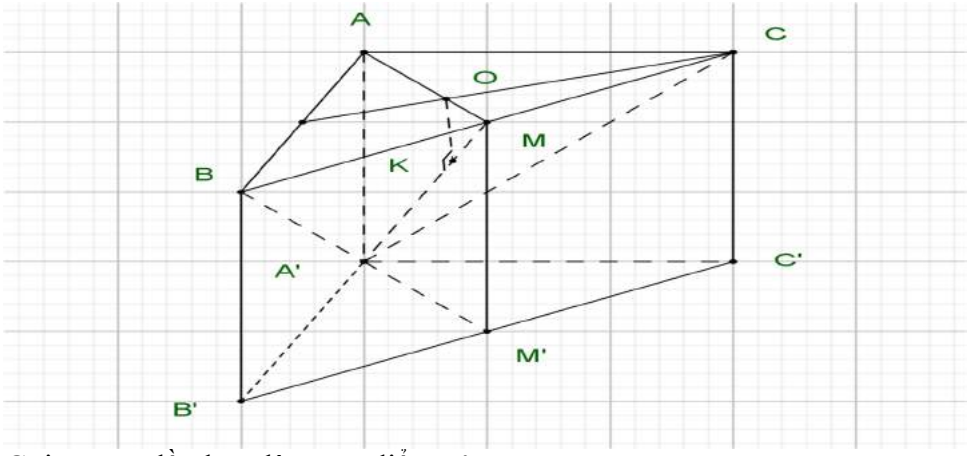
Vậy với $m=3$ thì phương trình có hai nghiệm thỏa mãn YCBT.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác (ABC) đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp MM' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMM').$

Trong (AMM') kẻ $OK \perp A'M.$

Ta có $\begin{cases} (A'BC) \perp (AMM') \\ (A'BC) \cap (AMM') = AM \Rightarrow OK \perp (A'BC) \Rightarrow d(O,(A'BC)) = OK. \\ OK \perp AM \end{cases}$

Ta có $\Delta OKM \sim \Delta A'AM \Rightarrow \dfrac{OK}{A'A} = \dfrac{OM}{A'M} \Rightarrow A'A = \dfrac{A'M}{OM}.OK = \dfrac{\frac{a}{6}.}{\frac{a\sqrt{3}}{6}} \Rightarrow 3A'A^2 = A'M^2$

$3A'A^2 = A'A^2 + A'M'^2 \Rightarrow A'A^2 = \dfrac{A'M'^2}{2} \Rightarrow A'A = \dfrac{\sqrt{2}}{2} A'M' = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}.$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = A'A.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$

Câu 46: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2 + i| = |\overline{z_1} + 1 - 2i|$ và $\dfrac{1 - z_2}{1 + i}$ là số thuần ảo. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z_1 - z_2| + |z_1 - 5 + 5i| + |z_2 - 5 + 5i|$.

A. $P_{\min} = \sqrt{58}.$ **B.** $P_{\min} = 8.$ **C.** $P_{\min} = 2\sqrt{14}.$ **D.** $P_{\min} = \sqrt{57}.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $z_1 = x_1 + y_1 i, (x_1, y_1 \in \mathbb{R}) \Rightarrow M_1 = (x_1; y_1).$

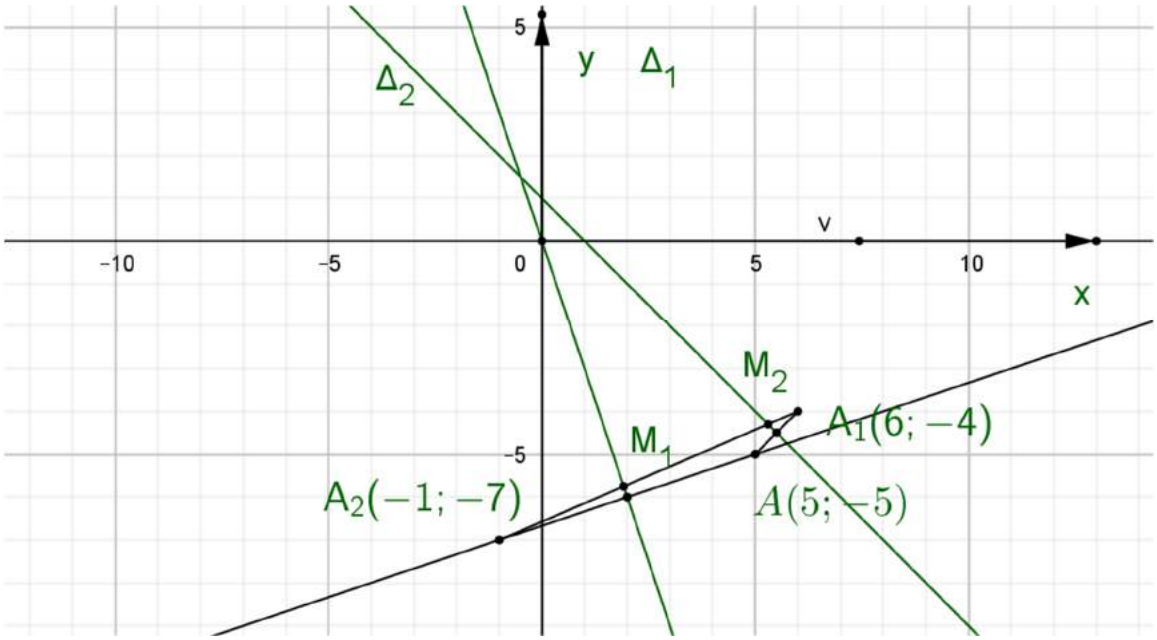
Ta có $\begin{cases} z_1 - 2 + i = x_1 - 2 + (y_1 + 1)i \\ \overline{z_1} + 1 - 2i = x_1 + 1 - (y_1 + 2)i \end{cases} \Rightarrow |z_1 - 2 + i| = |\overline{z_1} + 1 - 2i| \Rightarrow |z_1 - 2 + i|^2 = |\overline{z_1} + 1 - 2i|^2$

$\Rightarrow (x_1 - 2)^2 + (y_1 + 1)^2 = (x_1 + 1)^2 + (y_1 + 2)^2 \Leftrightarrow 3x_1 + y_1 = 0, (\Delta_1).$

Đặt $z_2 = x_2 + y_2 i, (x_2, y_2 \in \mathbb{R}) \Rightarrow M_2(x_2; y_2).$

Ta có $\dfrac{1 - z_2}{1 + i} = \dfrac{(1 - x_2 - y_2 i)(1 - i)}{2} = \dfrac{1 - x_2 - y_2}{2} + mi, (m \in \mathbb{R}).$

Do $\dfrac{1 - z_2}{1 + i}$ là số thuần ảo $x_2 + y_1 - 1 = 0, (\Delta_2).$



Gọi A_1 là điểm đối xứng với $A(5;-5)$ qua $\Delta_2 \Rightarrow A_1(6;-4)$.

Gọi A_2 là điểm đối xứng với $A(5;-5)$ qua $\Delta_1 \Rightarrow A_2(-1;-7)$.

$P=|z_1-z_2|+|z_1-5+5i|+|z_2-5+5i|=M_1M_2+AM_1+AM_2=M_1M_2+A_1M+A_2N\geq A_1A_2=\sqrt{58}.$

Câu 47: Tìm phần ảo của số phức z biết $(\overline{z}-1+2i)(3+i)-2+3i=0$

A. $\frac{31}{10}$. **B.** $-\frac{13}{10}$. **C.** $\frac{13}{10}$. **D.** $-\frac{31}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(\overline{z}-1+2i)(3+i)-2+3i=0\Leftrightarrow \overline{z}=\frac{2-3i}{3+i}+1-2i\Leftrightarrow z=\frac{13}{10}-\frac{31}{10}i$.

Suy ra $z=\frac{13}{10}+\frac{31}{10}i$.

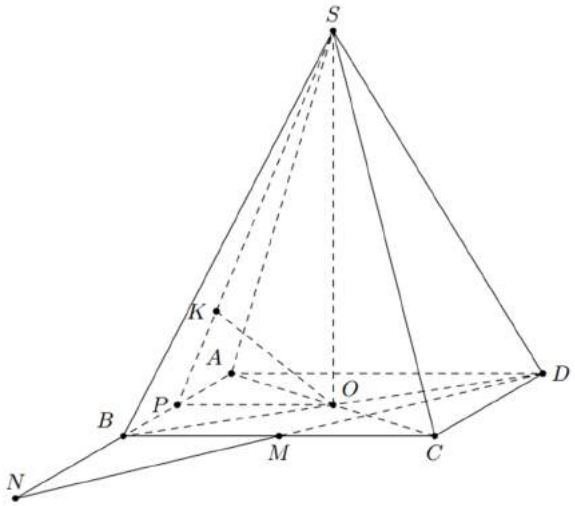
Phần ảo của số phức z là $\frac{31}{10}$.

Câu 48: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M là trung điểm BC. Biết rằng góc giữa đường thẳng DM với mặt bên (SAB) là góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{\sqrt{26}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{4a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là điểm đối xứng với A qua B; P là trung điểm của AB; K là hình chiếu của O lên cạnh SP.

Khi đó $DN=a\sqrt{5};OP=\dfrac{a}{2}$.

Ta có $\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{26}}{13}$ nên $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{30}}{15}$.

Do đó $\mathrm{d}\left(D,\left(SAB\right)\right)=DN\cdot\sin\alpha=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ nên $OK=\mathrm{d}\left(O,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}\left(D,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Mặt khác $\dfrac{1}{OK^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OP^2}$ suy ra $SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}\cdot AB^2\cdot SO=\dfrac{1}{3}\cdot a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 49: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-9\right)\left(x^2-16\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=9;\ \pm4$ và các nghiệm này là các nghiệm đơn của phương trình.

Ta có $g'\left(x\right)=\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)'.f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)=\dfrac{x^3+7x}{\left|x^3+7x\right|}.\left(3x^2+7\right).f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$.

Ta thấy: $g'\left(x\right)$ không xác định $\Leftrightarrow x^3+7x=0\Leftrightarrow x=0$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)=0\quad(1)$.

Xét $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|+m=-4\\\left|x^3+7x\right|+m=9\\\left|x^3+7x\right|+m=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|x^3+7x\right|=-4-m\\\left|x^3+7x\right|=9-m\\\left|x^3+7x\right|=4-m\end{array}\right.$.

Gọi $h\left(x\right)=x^3+7x$; có $h'\left(x\right)=3x^2+7>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$		$+$	
$y=h(x)$		0 ↗	
$y=\lvert h(x)\rvert$	$-\infty$ ↘	0 ↗	$+\infty$

Hàm số có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ pt (1) có 4 nghiệm đơn phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-m>0 \\ -4-m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4\le m<4.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$. Vậy có 8 số nguyên m.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2023]$ để phương trình $x\log_2(x+1)=\log_4\left[16(x+1)^{2m}\right]$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>-1$.

Phương trình $\Leftrightarrow x\log_2(x+1)=\log_4 16+\log_4\left[(x+1)^{2m}\right] \Leftrightarrow x\log_2(x+1)=2+m\log_2(x+1)$.

Đặt $t=\log_2(x+1)$, $t\in\mathbb{R}\Rightarrow x=2^t-1$. Khi đó ta có phương trình $\Leftrightarrow (2^t-1)t=2+mt$ (1)

+ Nếu $t=0$ thì không thoả mãn phương trình (1)

+ Nếu $t\neq 0$ thì $(1)\Leftrightarrow m=2^t-1-\dfrac{2}{t}$ (2).

Đặt $f(t)=2^t-1-\dfrac{2}{t}$; $t\neq 0$. $\Rightarrow f'(t)=2^t.\ln 2+\dfrac{2}{t^2}>0$, $\forall t\neq 0$. Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(t)$	$+$		$+$
$f(t)$	-1 ↗ $+\infty$		$-\infty$ ↗ $+\infty$

Với $\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=+\infty$, $\lim\limits_{t\to-\infty}f(t)=-1$, $\lim\limits_{t\to0^+}f(t)=-\infty$, $\lim\limits_{t\to0^-}f(t)=+\infty$.

Phương trình đã cho có 2 nghiệm $\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt $t\neq 0\Leftrightarrow m>-1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-2022;2023]$ nên $m\in\{0;1;2;...;2023\}$. Vậy có 2024 số nguyên m.

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH PHÚ YÊN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}(1;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}(2;1;-1)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5$ là

A. $(\log_3 5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_5 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 5]$. **D.** $[\log_3 5;+\infty)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{7}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{10}{3}}$. **B.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{-4}{3}}$. **C.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(0;2;0)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-4t\\z=5t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(8;9;10)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $M(3;-4;5)$. **D.** $M(5;5;5)$.

Câu 7: Trong mặt mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;-3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 9: Với $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[7]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2)=0$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{4}{3}$. **D.** $x=\frac{5}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12: Tính thể tích của khối lập phương $ABCDA'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 13: Một nhóm học sinh gồm 8 học sinh nữ và 12 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 8 học sinh từ nhóm đó tham gia đội tình nguyện?

A. $C_8^8+C_{12}^8$. **B.** C_{20}^8. **C.** A_{20}^8. **D.** $8!$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=2\sin 2x+C$.

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y=\log(3x+1)$ là

A. $\frac{3\ln 3}{3x+1}$. **B.** $\frac{3}{(3x+1)\ln 10}$. **C.** $\frac{3}{(3x+1)}$. **D.** $\frac{1}{(3x+1)}$.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=9^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy $r=4cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $48\pi\ cm^2$. **B.** $36\pi\ cm^2$. **C.** $12\pi\ cm^2$. **D.** $24\pi\ cm^2$.

Câu 18: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=3(x-1)(x^2-5)$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 19: Số nghiệm thực của phương trình $5^{x^2-1}=25$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

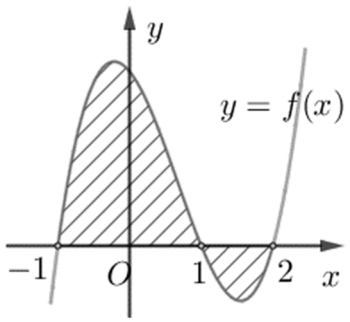
Câu 20: Cấp số cộng (u_n) có $u_1=2;d=3$. Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) là

A. 40. **B.** 44. **C.** 38. **D.** 57.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $3x+2y-z-14=0$. **B.** $2x-y-z+5=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

Câu 22: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ dưới đây. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$. **B.** $S=-\int_{-1}^{2} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{2} f(x)dx$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz). Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R=\sqrt{13}$. **B.** $R=1$. **C.** $R=2$. **D.** $R=3$.

Câu 24: Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 25: Nếu $\int_{2}^{4} f(x)dx=3$ và $\int_{5}^{4} f(z)dz=5$ thì $\int_{2}^{5} f(t)dt$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 2.

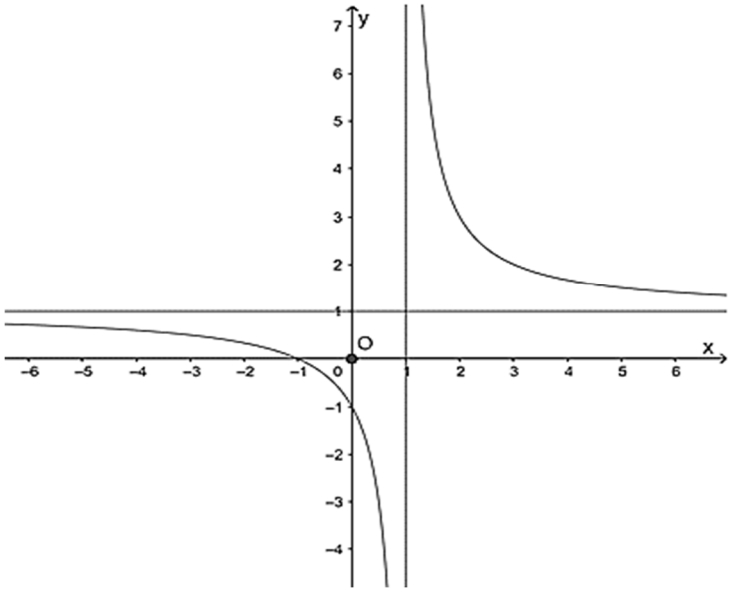
Câu 26: Nếu $\int_{1}^{3} f(x)dx=3$ thì $\int_{1}^{3}\left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng:

A. 70^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ dưới đây của hàm số là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=x^2-x-3$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4-x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;2)$. Đường thẳng (Δ) đi qua M, vuông góc và cắt trục Ox có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=3\\y=t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=1+2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3\\y=-1+t\\z=2+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3\\y=2+t\\z=4+4t\end{cases}$.

Câu 30: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-2$, $y=2x-2$.

A. 1. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** π.

Câu 31: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=x^3+4x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;-2), R=\sqrt{34}$. **B.** $I(1;-2;2), R=4$.

C. $I(2;-4;4), R=\sqrt{35}$. **D.** $I(1;-2;2), R=\sqrt{34}$.

Câu 33: Phần ảo của số phức $z=(4-i).(1+3i)$ bằng

A. 11. **B.** 7. **C.** -11. **D.** -7.

Câu 34: Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=3+2i$. số phức liên hợp của $z=-2z_1+z_2$ là

A. $\bar{z}=8-i$. **B.** $\bar{z}=-1-8i$. **C.** $\bar{z}=-1+8i$. **D.** $\bar{z}=1-8i$.

Câu 35: Cho $a=5^{\sqrt{5}}$, $b=5^2$ và $c=5^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $c<a<b$. **B.** $a<c<b$. **C.** $a<b<c$. **D.** $b<a<c$.

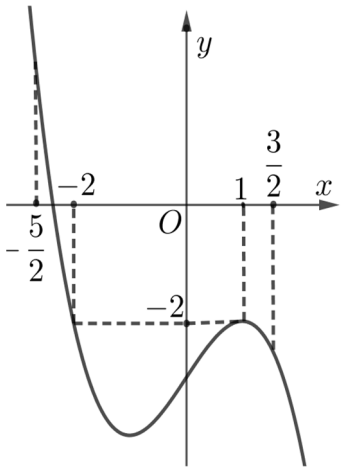
Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(2m^2+m+1\right)x+\left(2m^2-m+1\right)\sin x$ luôn đồng biến trên $\left(0;2\pi\right)$.

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\leq 0$.

Câu 37: Cho hàm số $y=mx^4+\left(3m-1\right)x^2+5$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(f\left(3x+1\right)\right)^2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 5.

Câu 38: Cho hàm số $f\left(x\right)$, đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\frac{x}{4}\right)+\frac{x}{2}$ trên đoạn $\left[-10;6\right]$ bằng



A. $f\left(1\right)+2$. **B.** $f\left(1\right)$. **C.** $f\left(-2\right)-4$. **D.** $f\left(-2\right)-1$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-1}^{1}\frac{f\left(3x\right)}{1+2^x}\mathrm{d}x=8$. Tính $\int\limits_{0}^{3}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 16. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 41: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau có tích các chữ số của số đó chia hết cho 6.

A. 471. **B.** 472. **C.** 473. **D.** 474.

Câu 42: Xét các số phức z, w thỏa mãn $\left|z\right|=3$, $\left|iw+1-5i\right|=4$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z^2+wz-9\right|$ bằng

A. $3\left(5-\sqrt{15}\right)$. **B.** $2\left(\sqrt{5}-2\right)$. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P):2x-z+1=0$. Mặt phẳng $(\alpha):ax+5y+bz+c=0$ chứa Δ và tạo với mặt phẳng (P) một góc $45°$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=4$. **B.** $a+b+c=13$. **C.** $a+b+c=12$. **D.** $a+b+c=9$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\frac{x-4}{x^3-2mx^2+\left(m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

A. 4041. **B.** 4046. **C.** 4042. **D.** 4040.

Câu 45: Cho hình nón (N) có đỉnh S và đáy là đường tròn tâm (O), bán kính R, chiều cao $2R$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và cắt đường tròn đáy theo dây cung AB có độ dài bằng bán kính. Tính sin của góc tạo bởi OA và mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{2\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{57}}{19}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;-1;1),C(1;-1;2),D(3;5;-6)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $P=6MA^2+4MB^2-8MC^2+MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 47: Cho hình nón (N) có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi M là điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x\ (0<x<h)$. Gọi (C) là thiết diện của hình nón (N) cắt bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M. Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{h}{2}$. **C.** $\frac{h}{3}$. **D.** $\frac{h\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48: Xét số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=5$. Khi $|z-7-9i|+2|z-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-1|$ bằng

A. 1 **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** 7

Câu 49: Có bao nhiêu m nguyên $m\in[-2023;2023]$ để phương trình $5^x-2m=\log_{\sqrt[4]{5}}(20(x+1)+10m)$ có nghiệm?

A. 2026. **B.** 2023. **C.** 2025. **D.** 2024.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $f(1)+f(2)=0$. Biết $\int_1^2(f(x))^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2},\int_1^2 f'(x)\cos(\pi x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. π. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{-2}{\pi}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	**2D**	**3B**	**4C**	**5B**	**6B**	**7B**	**8B**	**9D**	**10A**	**11D**	**12D**	**13B**	**14A**	**15B**
16D	**17D**	**18A**	**19B**	**20D**	**21C**	**22A**	**23B**	**24A**	**25C**	**26A**	**27C**	**28B**	**29A**	**30C**
31A	**32D**	**33A**	**34B**	**35D**	**36C**	**37A**	**38C**	**39C**	**40B**	**41D**	**42C**	**43D**	**44A**	**45B**
46C	**47C**	**48C**	**49C**	**50D**										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_3}(1;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}(2;1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến của là $\overrightarrow{n_2}(2;1;-1)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 5$ là

A. $(\log_3 5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_5 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 5]$. **D.** $[\log_3 5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$3^x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \log_3 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[\log_3 5;+\infty)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn B

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SC=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 4: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{7}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{10}{3}}$. **B.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{-4}{3}}$. **C.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **D.** $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn C

$y'=\left(x^{\frac{7}{3}}\right)'=\frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;0;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (Oxz) là: $y=0$.

Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (Oxz) nên có VTCP $\vec{u}=(0;1;0)$, suy ra đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (Oxz), suy ra $H=d\cap(Oxz)$

Thế phương trình đường thẳng d vào phương trình mặt phẳng (Oxz): $2+t=0\Leftrightarrow t=-2$.

$\Rightarrow H(1;0;3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-4t\\z=5t\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(8;9;10)$. **B.** $M(2;-1;0)$. **C.** $M(3;-4;5)$. **D.** $M(5;5;5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-4t\\z=5t\end{cases}$ đi qua điểm $M(2;-1;0)$.

Câu 7: Trong mặt mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(-2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 9: Với $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[7]{a}$ bằng

A. $-\frac{1}{7}$. **B.** 7. **C.** -7. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a\sqrt[7]{a}=\frac{1}{7}$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2)=0$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{4}{3}$. **D.** $x=\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(3x-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2=1 \Leftrightarrow x=1$.

Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2)=0$ là $x=1$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Tính thể tích của khối lập phương $ABCDA'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn D

Vì $AC'=a\sqrt{3} \Rightarrow$ cạnh hình lập phương bằng $a \Rightarrow V=a^3$

Câu 13: Một nhóm học sinh gồm 8 học sinh nữ và 12 học sinh nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 8 học sinh từ nhóm đó tham gia đội tình nguyện?

A. $C_8^8+C_{12}^8$. **B.** C_{20}^8. **C.** A_{20}^8. **D.** $8!$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=\cos 2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=2\sin 2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Đạo hàm của hàm số $y=\log(3x+1)$ là

A. $\frac{3\ln 3}{3x+1}$. **B.** $\frac{3}{(3x+1)\ln 10}$. **C.** $\frac{3}{(3x+1)}$. **D.** $\frac{1}{(3x+1)}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=9^x$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 17: Một hình trụ có bán kính đáy $r=4cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

A. $48\pi\ cm^2$. **B.** $36\pi\ cm^2$. **C.** $12\pi\ cm^2$. **D.** $24\pi\ cm^2$.

Lời giải

Chọn D

$S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.4=24\pi\ cm^2$.

Câu 18: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=3(x-1)(x^2-5)$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=3(x-1)(x^2-5)$ và trục hoành là:

$3(x-1)(x^2-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\sqrt{5}\\x=-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Câu 19: Số nghiệm thực của phương trình $5^{x^2-1}=25$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$5^{x^2-1}=25\Leftrightarrow x^2-1=2\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Câu 20: Cấp số cộng (u_n) có $u_1=2;d=3$. Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) là

A. 40. **B.** 44. **C.** 38. **D.** 57.

Lời giải

Chọn D

$S_n=nu_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d\Rightarrow S_6=6.2+\dfrac{6.5}{2}.3=57$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình

A. $3x+2y-z-14=0$. **B.** $2x-y-z+5=0$. **C.** $2x-y-z-5=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

Lời giải

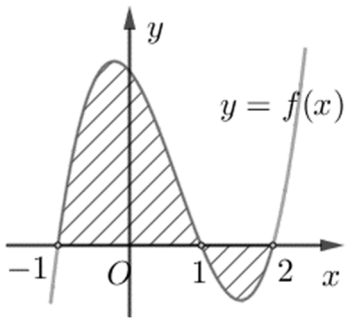
Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}(4;-2;-2)$

Suzy ra, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB nhận $\vec{n}(2;-1;-1)$ làm một véc-tơ pháp tuyến và đi qua trung điểm $I(3;2;-1)$ của đoạn AB nên có phương trình

$2(x-3)-(y-2)-(z+1)=0\Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$

Câu 22: Gọi S là diện tích miền hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ dưới đây. Công thức tính S là



A. $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$. **B.** $S=-\int_{-1}^{2} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{2} f(x)dx$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ ta có $S=\int_{-1}^{1} f(x)dx-\int_{1}^{2} f(x)dx$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz). Tính bán kính R của mặt cầu (S)

A. $R=\sqrt{13}$. **B.** $R=1$. **C.** $R=2$. **D.** $R=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(Oyz): x=0$

Do đó, $R=d\left(I;(Oyz)\right)=\dfrac{|-1|}{\sqrt{1}}=1$

Câu 24: Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{1}{22}$. **B.** $\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{7}{44}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^{3}$. Gọi A là biến cố lấy được 3 quả cầu màu đỏ, khi đó: $n(A)=C_{5}^{3}$. Vậy xác xuất để lấy được 3 quả cầu màu đỏ bằng: $p(A)=\dfrac{C_{5}^{3}}{C_{12}^{3}}=\dfrac{1}{22}$.

Câu 25: Nếu $\int_{2}^{4} f(x)dx=3$ và $\int_{5}^{4} f(z)dz=5$ thì $\int_{2}^{5} f(t)dt$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{2}^{4} f(x)dx=3\Rightarrow\int_{2}^{4} f(t)dt=3$

$\int_5^4 f(z)dz = 5 \Rightarrow \int_4^5 f(t)dt = -5$

Khi đó, $\int_2^5 f(t)dt = 3-5 = -2$

Câu 26: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_1^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

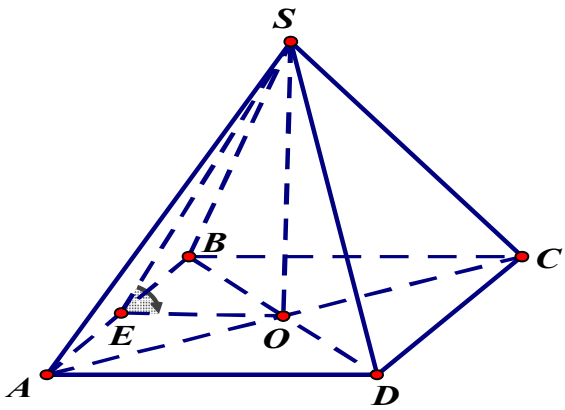
Ta có: $I = \int_1^3 \left[\frac{1}{3}f(x)+2\right]dx = \frac{1}{3}\int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 2dx = \frac{1}{3}.3 + 2x\Big|_1^3 = 5$.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng:

A. 70^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn C



Gọi O giao điểm của AC và BD, $SO \perp (ABCD)$

Gọi E là trung điểm của AB

Ta có: $(SAB) \cap (ABCD) = AB$, $SE \perp BC$, $OE \perp BC$, suy ra góc giữa (SAB) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SEO}$

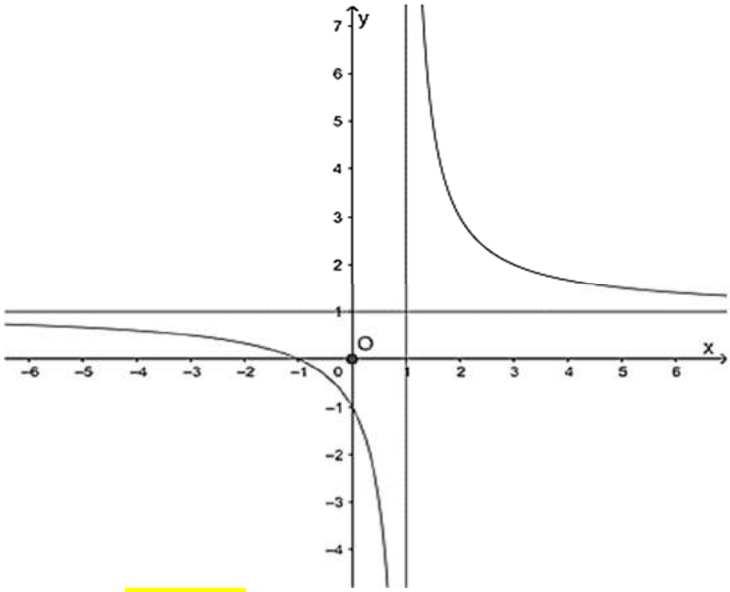
Xét tam giác SEA vuông tại E ta có: $SE = \sqrt{SA^2 - EA^2} = \sqrt{5a^2 - a} = 2a$.

Xét tam giác SOE vuông tại O, $OE = \frac{1}{2}AD = a$

$\cos\widehat{SEO} = \frac{OE}{SE} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \widehat{SEO} = 60^0$.

Vậy góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0.

Câu 28: Đường cong trong hình vẽ dưới đây của hàm số là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=x^2-x-3$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4-x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;2)$. Đường thẳng (Δ) đi qua M, vuông góc và cắt trục Ox có phương trình là.

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3 \\ y=1+2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3 \\ y=2+t \\ z=4+4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Trục Ox có VTCP $\vec{u}=(1;0;0)$.

Gọi $A(a;0;0)\in Ox$, ta có $\overrightarrow{AM}=(3-a;1;2)$

Do $\Delta\perp Ox \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 3-a=0 \Leftrightarrow a=3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(0;1;2)$ và đi qua điểm $M(3;0;0)$ có phương trình là: $\begin{cases} x=3 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$

Câu 30: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-2$, $y=2x-2$.

A. 1. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình: $x^2-2=2x-2 \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là:

$$S=\int_0^2 \left|x^2-2x\right|dx=\left|\int_0^2 \left(x^2-2x\right)dx\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_0^2\right|=\left|\frac{8}{3}-4\right|=\frac{4}{3}.$$

Câu 31: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=x^3+4x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=x^3+4x^2+1;\ y'=3x^2+8x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-2;2]\\x=-\dfrac{8}{3}\notin[-2;2]\end{array}\right.$.

$y(-2)=9;\ y(2)=25;\ y(0)=1$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=0$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;2;-2), R=\sqrt{34}$. **B.** $I(1;-2;2), R=4$.

C. $I(2;-4;4), R=\sqrt{35}$. **D.** $I(1;-2;2), R=\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-25=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=34$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;2)$, bán kính $R=\sqrt{34}$.

Câu 33: Phần ảo của số phức $z=(4-i).(1+3i)$ bằng

A. 11. **B.** 7. **C.** -11. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z=(4-i).(1+3i)=4-i+12i-3i^2=7+11i$.

Phần ảo của z là: 11.

Câu 34: Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=3+2i$. số phức liên hợp của $z=-2z_1+z_2$ là

A. $\bar{z}=8-i$. **B.** $\bar{z}=-1-8i$. **C.** $\bar{z}=-1+8i$. **D.** $\bar{z}=1-8i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=-2z_1+z_2=-2(2-3i)+3+2i=-1+8i$.

Vậy $\bar{z}=-1-8i$.

Câu 35: Cho $a=5^{\sqrt{5}}$, $b=5^2$ và $c=5^{\sqrt{6}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $c<a<b$. **B.** $a<c<b$. **C.** $a<b<c$. **D.** $b<a<c$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2<\sqrt{5}<\sqrt{6}$ và hàm số $y=5^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $5^2<5^{\sqrt{5}}<5^{\sqrt{6}}$ hay $b<a<c$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=(2m^2+m+1)x+(2m^2-m+1)\sin x$ luôn đồng biến trên $(0;2\pi)$.

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $y'(x)=2m^2+m+1+(2m^2-m+1)\cos x$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2\pi)$ khi và chỉ khi $y'(x)\geq 0,\ \forall x\in(0;2\pi)$

$\Leftrightarrow 2m^2+m+1+(2m^2-m+1)\cos x\geq 0\ \ \forall x\in(0;2\pi)$

$\Leftrightarrow \dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq \cos x\ \ \forall x\in(0;2\pi)$ vì $2m^2-m+1>0$ với mọi m.

Hàm số $g(x)=\cos x\in[-1;1]$ khi $x\in(0;2\pi)$.

Do đó $\dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq \cos x\ \ \forall x\in(0;2\pi)\Leftrightarrow \dfrac{-2m^2-m-1}{2m^2-m+1}\leq -1\Leftrightarrow m\geq 0$

Câu 37: Cho hàm số $y=mx^4+(3m-1)x^2+5$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(f(3x+1)\right)^2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Số phần tử của S là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2023. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $g(x)=\left(f(3x+1)\right)^2\Rightarrow g'(x)=2f(3x+1).3.f'(3x+1)=6f(3x+1).f'(3x+1)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow f(3x+1).f'(3x+1)=0\ (1)$. Đặt $t=3x+1$ thì (1) trở thành

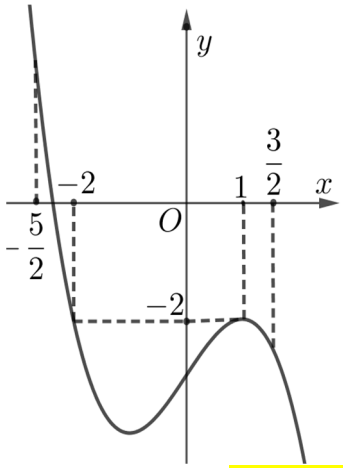
$\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[4mt^3+2(3m-1)t\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[2mt^2+(3m-1)\right].t=0$

Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì điều kiện cần là phương trình $h(t)=\left[mt^4+(3m-1)t^2+5\right].\left[2mt^2+(3m-1)\right]=0$ có nghiệm $t=0\Rightarrow m=\dfrac{1}{3}$.

Thử lại với $m=\dfrac{1}{3}$ ta có, $h(t).t=\left(\dfrac{1}{3}t^4+5\right)\left(\dfrac{2}{3}t^2\right).t$ đổi dấu khi qua $t=0$. Do đó hàm số $g(x)$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy không tồn tại tham số m để hàm số $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\dfrac{x}{4}\right)+\dfrac{x}{2}$ trên đoạn $[-10;6]$ bằng



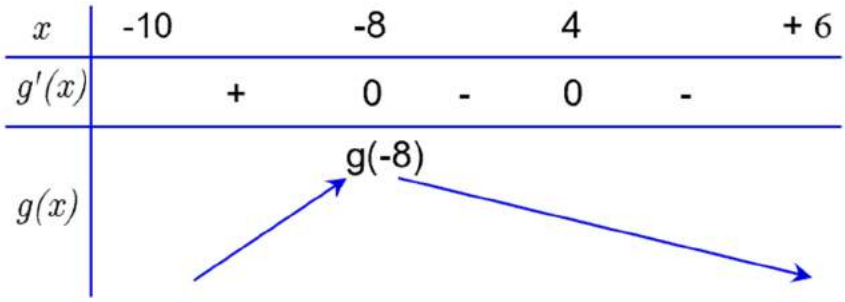
A. $f(1)+2$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(-2)-4$. **D.** $f(-2)-1$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $g(x)=f\left(\frac{x}{4}\right)+\frac{x}{2}$.

Ta có, $g'(x)=\frac{1}{4}f'\left(\frac{x}{4}\right)+\frac{1}{2}=0\Leftrightarrow f'\left(\frac{x}{4}\right)=-2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{x}{4}=-2\\ \frac{x}{4}=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-8\\ x=4\end{array}\right.$ trong đó $x=4$ là nghiệm bội chẵn.



Dựa vào BBT ta có giá trị lớn nhất của hàm $g(x)$ trên đoạn $[-10;6]$ bằng $g(-8)=f(-2)-4$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}d\left(S,(ABC)\right).S_{ABC}\Leftrightarrow d\left(S,(ABC)\right)=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\frac{3a^3}{2}:\frac{a^2\sqrt{2}}{2}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^{1}\frac{f(3x)}{1+2^x}\mathrm{d}x=8$. Tính $\int_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x$.

A. 16. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét $\int_{-1}^{1}\frac{f(3x)}{1+2^x}\mathrm{d}x=8\Leftrightarrow\int_{-3}^{3}\frac{f(x)}{1+\sqrt[3]{2}^x}\mathrm{d}x=24$.

Đặt $u=-x\Rightarrow du=-dx$, do đó: $24=I=\int_{-3}^{3}\frac{f(x)}{1+\sqrt[3]{2}^x}\mathrm{d}x=-\int_{3}^{-3}\frac{f(-u)}{1+\sqrt[3]{2}^{-u}}\mathrm{d}u=\int_{-3}^{3}\frac{\sqrt[3]{2}^u f(u)}{1+\sqrt[3]{2}^u}\mathrm{d}u$.

Khi đó: $2I=\int_{-3}^{3}\frac{f(x)}{1+\sqrt[3]{2}^x}\mathrm{d}x+\int_{-3}^{3}\frac{\sqrt[3]{2}^x f(x)}{1+\sqrt[3]{2}^x}\mathrm{d}x=\int_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x=2\int_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x$ nên $\int_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x=24$.

Câu 41: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau có tích các chữ số của số đó chia hết cho 6.

A. 471. **B.** 472. **C.** 473. **D.** 474.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và tích các chữ số của nó chia hết cho 6.

Ta có: $9.9.8=648$ số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau.

Xét trường hợp số tạo thành có tích các chữ số không chia hết cho 6.

TH1: Cả ba chữ số đều lẻ: Có $A_5^3=90$ (số).

TH2: Trong ba chữ số có một số lẻ không chia hết cho 3 và hai số chẵn khác 0 và 6: Có $C_3^1.C_3^2.3!=54$ (số)

TH3: Trong ba chữ số có hai số lẻ không chia hết cho 3 và một số chẵn khác 0 và 6: Có $C_3^2.C_3^1.3!=54$ (số).

TH4: Cả ba chữ số đều chẵn và không có hai chữ số $0;6$: Có $3!=6$ (số).

Do đó, có: $648-\left(60+54+54+6\right)=474$ số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và tích các chữ số của số đó chia hết cho 6.

Câu 42: Xét các số phức z, w thỏa mãn $\left|z\right|=3$, $\left|iw+1-5i\right|=4$. Giá trị nhỏ nhất của $\left|z^2+wz-9\right|$ bằng

A. $3\left(5-\sqrt{15}\right)$. **B.** $2\left(\sqrt{5}-2\right)$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

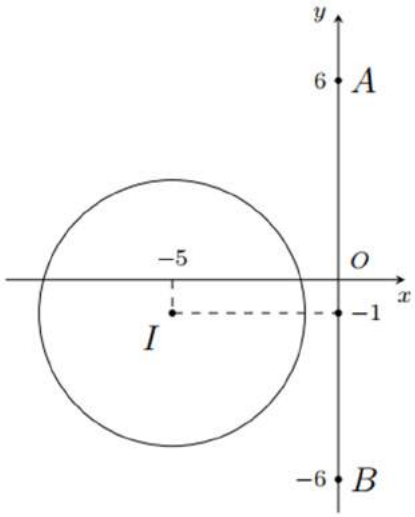
Ta có $\left|iw+1-5i\right|=4\Leftrightarrow\left|-w+5+i\right|=4$.

Đặt $u=-w$ suy ra $\left|u+5+i\right|=4$. Do đó u thuộc đường tròn tâm $I\left(-5;-1\right)$ bán kính bằng $R=4$.

Giả sử $z=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$.

Vì $\left|z\right|=3$ nên $a^2+b^2=9\Rightarrow b^2\le 9\Rightarrow -3\le b\le 3$.

Khi đó $T=\left|z^2+wz-9\right|=\left|z^2+wz-z\overline{z}\right|=\left|z\right|\left|z-\overline{z}+w\right|=3\left|u-2bi\right|$.



Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $2bi$ là đoạn AB.

Do đó $T_{\min}=3\left(\mathrm{d}\left(I,AB\right)-R\right)=3$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-3}$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-z+1=0$. Mặt phẳng $\left(\alpha\right):ax+5y+bz+c=0$ chứa Δ và tạo với mặt phẳng $\left(P\right)$ một góc $45°$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=4$. **B.** $a+b+c=13$. **C.** $a+b+c=12$. **D.** $a+b+c=9$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy Δ chứa O và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-3)$.

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_P=(2;0;-1)$.

Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=(a;5;b)$.

Mặt phẳng (α) chứa Δ suy ra $c=0$ và $\vec{u}\cdot\vec{n}_\alpha=0\Leftrightarrow a=5+3b$.(1)

Mặt phẳng (α) tạo với mặt phẳng (P) một góc $45°$ suy ra

$$\cos 45°=\frac{\left|\vec{n}_\alpha\cdot\vec{n}_P\right|}{\left|\vec{n}_\alpha\right|\cdot\left|\vec{n}_P\right|}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{|2a-b|}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{a^2+b^2+25}}\Leftrightarrow 5\left(a^2+b^2+25\right)=2(2a-b)^2.(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $b=1\Rightarrow a=8$.

Vậy $a+b+c=9$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^3-2mx^2+\left(m^2+1\right)x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận?

A. 4041. **B.** 4046. **C.** 4042. **D.** 4040.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$ suy ra $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 4 đường tiệm cận khi và chỉ khi $g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác 4.

Mặt khác $g(x)=(x-m)\left(x^2-mx+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\h(x)=x^2-mx+1=0.\end{array}\right.$

Suy ra $\left\{\begin{array}{l}h(4)\neq 0\\m\neq 4\\h(m)\neq 0\\\Delta_h=m^2-4>0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\neq\dfrac{17}{4}\\m\neq 4\\\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2.\end{array}\right.\end{array}\right.$

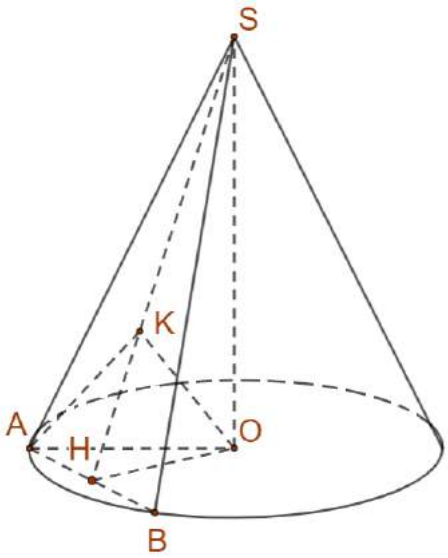
Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2023;2023]$ nên có 4041 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Cho hình nón (N) có đỉnh S và đáy là đường tròn tâm (O), bán kính R, chiều cao $2R$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh và cắt đường tròn đáy theo dây cung AB có độ dài bằng bán kính. Tính sin của góc tạo bởi OA và mặt phẳng (SAB).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SO \perp AB$, kẻ $OH \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOH) \Rightarrow (SAB) \perp (SOH), (SAB) \cap (SOH) = SH$.

Kẻ $OK \perp SH \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow (OA, (SAB)) = (OA, AK) = \widehat{OAK}$.

Ta có $OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}R \Rightarrow OK = \dfrac{SO.OH}{\sqrt{SO^2 + OH^2}} = 2\sqrt{\dfrac{3}{19}}R$.

$\sin \widehat{OAK} = \dfrac{OK}{OA} = \dfrac{2\sqrt{57}}{19}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-1;2)$, $B(2;-1;1), C(1;-1;2), D(3;5;-6)$. Điểm $M(a;b;c)$ di động trên mặt phẳng (Oxy). Khi biểu thức $P = 6MA^2 + 4MB^2 - 8MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét điểm $I: 6\overrightarrow{IA} + 4\overrightarrow{IB} - 8\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0} \Rightarrow I = \dfrac{6A + 4B - 8C + D}{6 + 4 - 8 + 1} \Rightarrow I(3;5;-2)$.

Khi đó

$P = 6MA^2 + 4MB^2 - 8MC^2 + MD^2 = 6\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + 4\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 - 8\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID}\right)^2$.

$= 3MI^2 + 6IA^2 + 4IB^2 - 8IC^2 + ID^2$

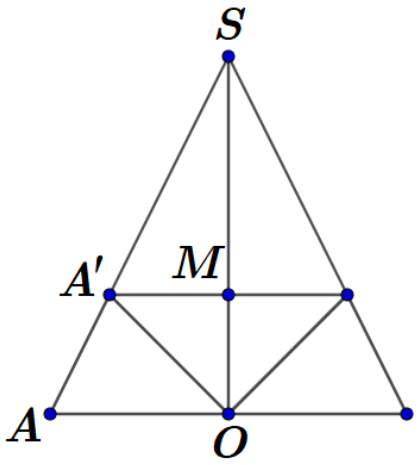
Khi $P_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$. Khi đó M là hình chiếu của I trên $Oxy: M(3;5;0)$. Do đó $a+b+c = 8$.

Câu 47: Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R, gọi M là điểm trên đoạn SO, đặt $OM = x\ (0 < x < h)$. Gọi (C) là thiết diện của hình nón (N) cắt bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M. Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\dfrac{h\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{h}{2}$. **C.** $\dfrac{h}{3}$. **D.** $\dfrac{h\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác SMA' đồng dạng với tam giác SOA nên $\frac{A'M}{AO}=\frac{SM}{SO}=\frac{SO-MO}{SO}=1-\frac{x}{h}$.

Gọi V là thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C), khi đó:

$$V=\frac{1}{3}MO\pi A'M^2=\frac{1}{3}x\pi R^2\left(1-\frac{x}{h}\right)^2=\frac{h\pi R^2}{6}\frac{2x}{h}\left(1-\frac{x}{h}\right)\left(1-\frac{x}{h}\right)$$

Áp dụng bất đẳng thức Am – gm:

$$V=\frac{h\pi R^2}{6}\frac{2x}{h}\left(1-\frac{x}{h}\right)\left(1-\frac{x}{h}\right)\le\frac{h\pi R^2}{6}\left(\frac{\frac{2x}{h}+1-\frac{x}{h}+1-\frac{x}{h}}{3}\right)^3=\frac{4h\pi R^2}{81}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{2x}{h}=1-\frac{x}{h}\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Câu 48: Xét số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=5$. Khi $|z-7-9i|+2|z-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-1|$ bằng

A. 1 **B.** $6\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

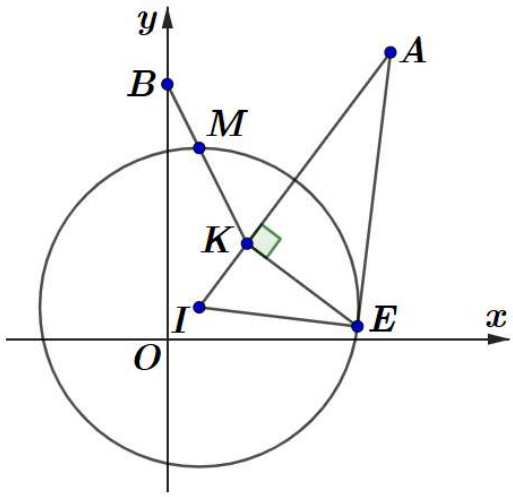
Chọn C

Đặt $z=x+yi$ và gọi M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức.

Khi đó bài toán trở thành tìm M thuộc đường tròn $(C):\begin{cases}I(1;1)\\R=5\end{cases}$ sao cho $MA+2MB$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(7;9)$, $B(0;8)$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(6;8)\Rightarrow IA=10=2R$. Ta cần tìm điểm K sao cho $MA=2MK$.

Ta có $IA=2R$



Kẻ tiếp tuyến EA của (C), khi đó tam giác AEI vuông tại E, kẻ đường cao EK của tam giác AEI. Khi đó tam giác AEI đồng dạng với tam giác EKI $\Rightarrow \dfrac{EI}{KI}=\dfrac{AI}{EI}=2 \Leftrightarrow KI=\dfrac{EI}{2}$

$\Rightarrow KI=\dfrac{1}{4}AI \Rightarrow K\left(\dfrac{5}{2};3\right)$.

Khi đó $MA+2MB=2MK+2MB\geq 2KB$.

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của BK với (C).

Ta có $BK:\begin{cases}x=t\\ y=8-2t\end{cases}\Rightarrow M(t;8-2t)$.

Ta có $M\in(C)\Rightarrow (t-1)^2+(7-2t)^2=5\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=1\Rightarrow x=1(n)\\ t=5\Rightarrow x=5(l)\end{array}\right.$

$\Rightarrow M(1;6)\Rightarrow z=1+6i\Rightarrow |z-1|=6$.

Câu 49: Có bao nhiêu m nguyên $m\in[-2023;2023]$ để phương trình $5^x-2m=\log_{\sqrt[4]{5}}(20(x+1)+10m)$ có nghiệm?

A. 2026. **B.** 2023. **C.** 2025. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn C

$5^x-2m=\log_{\sqrt[4]{5}}(20(x+1)+10m)\Leftrightarrow 5^x-2m-4=4\log_5(4(x+1)+2m)$.

Đặt $t=\log_5(4(x+1)+2m)\Rightarrow 5^t-2m-4=4x$.

Ta được hệ $\begin{cases}5^x-2m-4=4t\\ 5^t-2m-4=4x\end{cases}\Rightarrow 5^x-5^t=4t-4x\Rightarrow 5^x+4x=5^t+4t$.

Đặt $f(u)=5^u+4u\Rightarrow f'(u)=5^u.\ln 5+4>0,\forall u\in\mathbb{R}$.

Ta có $\begin{cases}f'(u)>0,\forall u\in\mathbb{R}\\ f(x)=f(t)\end{cases}\Rightarrow t=x$. Ta có $5^x-2m-4=4x.\Leftrightarrow 2m=5^x-4x-4$.

Đặt $h(x)=5^x-4x-4\Rightarrow h'(x)=5^x\ln 5-4$.

$h'(x)=0\Leftrightarrow 5^x\ln 5-4=0\Leftrightarrow 5^x=\dfrac{4}{\ln 5}\Leftrightarrow x=x_1=\log_5\dfrac{4}{\ln 5}\approx 0.566$.

Ta có bảng biến thiên của $y=h(x)$.

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	A=-3,7733	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên để phương trình có nghiệm $2m\geq -3,7733\Rightarrow m\geq -1,886$.

Do $\begin{cases}m\in[-2023;2023]\\ m\in\mathbb{Z}\\ m\geq -1,886\end{cases}\Rightarrow$ Số giá trị của m là $[2023+1]+1=2025$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và $f(1)+f(2)=0$. Biết $\int_1^2 (f(x))^2\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}, \int_1^2 f'(x)\cos(\pi x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. π. **B.** $\frac{1}{\pi}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{-2}{\pi}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $I=\int_1^2 f'(x)\cos(\pi x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}$.

Đặt $\begin{cases}u=\cos(\pi x)\\ dv=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=-\pi\sin\pi x.\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}\Rightarrow I=f(x)\cos(\pi x)\Big|_1^2+\pi\int_1^2 f(x)\sin\pi x.\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I=f(2)\cos 2\pi-f(1)\cos\pi+\pi\int_1^2 f(x)\sin\pi x.\mathrm{d}x\Rightarrow\int_1^2 f(x)\sin\pi x.\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.$

Ta có $\int_1^2\sin^2\pi x.\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_1^2(1-\cos 2\pi x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(x-\frac{\sin 2\pi x}{2\pi}\right)\Big|_1^2=\frac{1}{2}.$

Do đó $\int_1^2 (f(x))^2\,\mathrm{d}x-2\int_1^2 f(x)\sin(\pi x)\mathrm{d}x+\int_1^2(\sin\pi x)^2\,\mathrm{d}x=0$

$\int_1^2\left[f^2(x)-2f(x)\sin\pi x+(\sin\pi x)^2\right]=0\Leftrightarrow\int_1^2\left[f(x)-\sin\pi x\right]^2\mathrm{d}x=0\Rightarrow f(x)=\sin\pi x$.

Do đó $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\sin\pi x.\mathrm{d}x=\frac{-1}{\pi}\cos\pi x\Big|_1^2=\frac{-2}{\pi}.$

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
LẠNG SƠN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2 ?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 36π. **D.** 45π.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;-2;-3)$. **B.** $M(-1;2;-3)$. **C.** $N(2;-1;-2)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

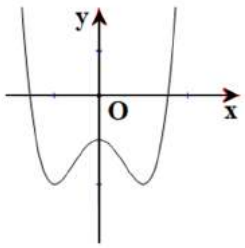
Câu 4. Số tập con có hai phần tử của tập gồm 10 phần tử là

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** 2^{10} **D.** 10^2.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $\sin x+C$. **C.** $-\cos x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c \quad (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7. Biết hàm số $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3y-z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng:

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

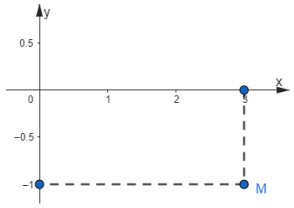
Câu 10. Với các số dương a,b biểu thức $\log_2\left(2^{3a}4^b\right)$ bằng

A. $a+2b$ **B.** $3a+2b$ **C.** $3a+4b$ **D.** $3a+b$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;0)$ và $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;1)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $z=-1+3i.$ **B.** $z=3-i.$ **C.** $z=-3+i.$ **D.** $z=1-3i.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

.**A.** $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

A. $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(0;4)$.

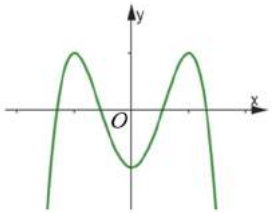
Câu 15. Trên tập số phức, $(3-4i)+(6+7i)$ bằng

A. $9-3i$. **B.** $-9-3i$. **C.** $-3+11i$. **D.** $9+3i$.

Câu 16. Biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-12$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** -14. **D.** -10.

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=2x^4-4x^2-1$

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2$ là

A. $6x+C$. **B.** x^3+C. **C.** $\frac{x^3}{3}+C$. **D.** $3x^3+C$.

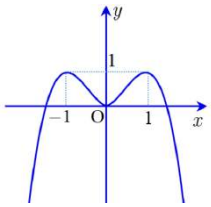
Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 22. Hàm số lũy thừa $y=x^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 24. Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 25. Thể tích của khối cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Câu 26. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{16}{3}a^3$. **B.** $4a^3$ **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $(-\infty,1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Số hạng u_3 là

A. 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\frac{x}{2}}$; $y=0$ và $x=0;x=2$ bằng

A. $2e-2$. **B.** $\frac{e-1}{2}$. **C.** $2e$. **D.** $e-1$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=SA=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** a. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	↘	1	↗	3	↘	-1
			$-\infty$				

Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;4;-3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ điểm C đối xứng với B qua A là

A. $(1;2;1)$ **B.** $(-1;-6;7)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{-1}{2}\right)$ **D.** $(2;9;-8)$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 35. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+8=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 36. Trọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp 17 số nguyên dương đầu tiên. Sác xuất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{7}{34}$.

Câu 37. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i|=4$ là một đường tròn. Tâm I và bán kính R của đường tròn đó là

A. $I(-2;3);R=2$. **B.** $I(2;-3);R=4$. **C.** $I(-2;3);R=4$. **D.** $I(2;-3);R=2$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2-3x$. Xét các số thực $a<b$, giá trị nhỏ nhất của $f(b)-f(a)$ bằng

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{500}{81}$. **C.** -16. **D.** $-\frac{500}{27}$.

Câu 40. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{(\sin x+2\cos x)^2}$ với mọi $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và $f(0)=0$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3\pi+2\ln 2}{10}$ **B.** $\frac{\pi-\ln 2}{5}$ **C.** $\frac{-\pi+\ln 2}{5}$ **D.** $\frac{\pi+4\ln 2}{20}$

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $|z+1-i|=4$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=6$, giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

#A. $(10;11)$ **B.** $(12;13)$ **C.** $(11;12)$ **D.** $(13;14)$

Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn với hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Câu 44. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(x+31)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0$

A. 26. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 27.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $x>3y$, $0<x<2023$ và

$\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1)$?

A. 673. **B.** 674. **C.** 676. **D.** 675.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình là

A. $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 48. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^3$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng đó bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;4;0)$ và $B(3;6;0)$. Xét điểm S thay đổi thuộc trục Oz. Gọi G là trọng tâm tam giác SOB, H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng AG. Biết rằng khi S thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.D	4.A	5.B	6.D	7.B	8.D	9.A	10.B
11.D	12.B	13.B	14.A	15.D	16.D	17.C	18.C	19.B	20.D
21.D	22.A	23.B	24.B	25.A	26.C	27.C	28.C	29.B	30.A
31.C	32.D	33.D	34.B	35.A	36.C	37.B	38.D	39.D	40.D
41.D	42.B	43.D	44.D	45.D	46	47.B	48.B	49.C	50.B

Giải chi tiết

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2 ?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Với khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy và chiều cao cùng bằng 2 có diện tích đáy là $B=\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$; chiều cao $h=2$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ tam giác đều là $V=h.B=2\sqrt{3}$.

Chọn **C**.

Câu 2. Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng

A. 15π . **B.** 12π . **C.** 36π . **D.** 45π .

Lời giải

Thể tích khối nón có chiều cao $h=4$, bán kính đáy $r=3$ bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.9.4=12\pi$

Chọn **B**.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\text{d}:\frac{\text{x-1}}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;-2;-3)$. **B.** $M(-1;2;-3)$. **C.** $N(2;-1;-2)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

Lời giải

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\text{d}:\frac{\text{x-1}}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm $P(1;-2;3)$.

Chọn **D**.

Câu 4. Số tập con có hai phần tử của tập gồm 10 phần tử là

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** 2^{10} **D.** 10^2.

Lời giải

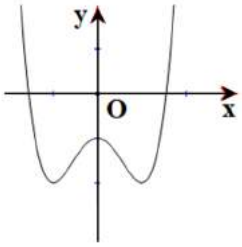
Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $\sin x+C$. **C.** $-\cos x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 6. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\quad(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 7. Biết hàm số $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B.

$\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = F(2)-F(1)=2^2-1^2=3$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z-3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Một vectơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng:

A. 3. **B.** 18. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A.

Bán kính của mặt cầu là $\sqrt{9}=3$.

Câu 10. Với các số dương a,b biểu thức $\log_2\left(2^{3a}4^b\right)$ bằng

A. $a+2b$ **B.** $3a+2b$ **C.** $3a+4b$ **D.** $3a+b$

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(2^{3a}4^b\right)=\log_2 2^{3a}+\log_2 4^b=3a+2b$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;0)$ và $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;1)$. Tích vô hướng $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}$ bằng

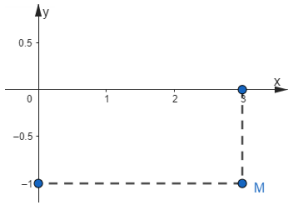
A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 2.1+(-1).(-2)+0.1 = 4.$

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $z=-1+3i.$ **B.** $z=3-i.$ **C.** $z=-3+i.$ **D.** $z=1-3i.$

Lời giải

Chọn B

Điểm $M(3;-1)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=3-i.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

.A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-1}=27 \Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 14 . Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x)>2$ là

A. $\left(\frac{9}{2};+\infty\right)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $\left(0;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x>0$.

$\log_3(2x)>2 \Leftrightarrow 2x>3^2 \Leftrightarrow x>\frac{9}{2}$.

Câu 15 . Trên tập số phức, $(3-4i)+(6+7i)$ bằng

A. $9-3i$. **B.** $-9-3i$. **C.** $-3+11i$. **D.** $9+3i$.

Lời giải

Ta có: $(3-4i)+(6+7i)=(3+6)+(-4+7)i=9+3i$.

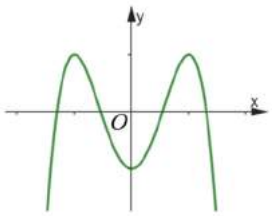
Câu 16. Biết $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-12$. Tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 14. **C.** -14. **D.** -10.

Lời giải

$\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=2-12=-10$.

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=2x^4-4x^2-1$

Lời giải

Dựa vào đồ thị, chọn đáp án C.

Câu 18. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-1}{x-1}=-\infty$

$\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2$ là

A. $6x+C$. **B.** x^3+C. **C.** $\dfrac{x^3}{3}+C$. **D.** $3x^3+C$.

Lời giải

Ta có $\int 3x^2\mathrm{d}x=x^3+C$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

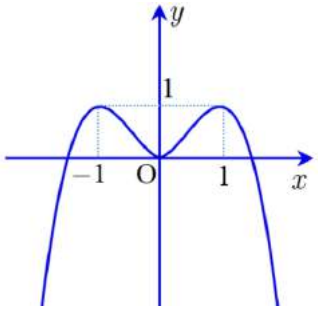
Phương trình: $2f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-3}{2}$.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\dfrac{-3}{2}$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là 4 nghiệm.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. B. $(0;1)$.

C. $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, chọn câu D.

Câu 22. Hàm số lũy thừa $y=x^{\frac{3}{2}}$ có tập xác định là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số luỹ thừa $y=x^a$ với số mũ a không nguyên sẽ có tập xác định $(0;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Câu 24. Phần thực của số phức $z=3-2i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Số phức $z=a+bi$ có phần thực bằng a và phần ảo bằng b.

Câu 25. Thể tích của khối cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Lời giải

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 26. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{16}{3}a^3$. **B.** $4a^3$ **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $16a^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.a^2.4a=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y=\log_3(x-1)$ là

A. $(-\infty,1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.
Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(1;+\infty)$.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Số hạng u_3 là

A. 9. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=2$; $u_3=u_1.q^2=3.2^2=12$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+1,\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

Vì $f'(x)=x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\frac{x}{2}}$; $y=0$ và $x=0;x=2$ bằng

A. $2e-2$. **B.** $\frac{e-1}{2}$. **C.** $2e$. **D.** $e-1$.

Lời giải

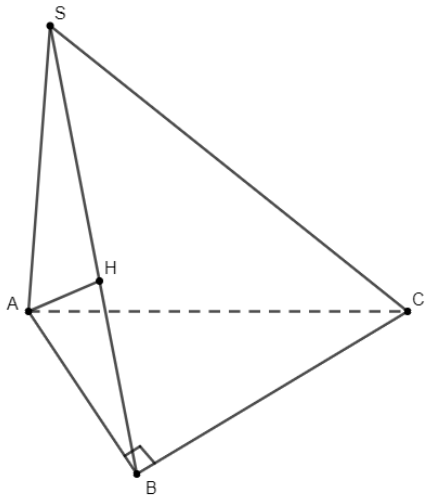
Ta có $S=\int_0^2\left|e^{\frac{x}{2}}\right|dx=\int_0^2 e^{\frac{x}{2}}dx=2e^{\frac{x}{2}}\Big|_0^2=2e-2$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=SA=2a$ và $SA\perp(ABC)$. Khoảng cách từ A tới mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** a. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH \perp SB$, ta có: $\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC,\ (BC \perp (SAB)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Khi đó: $d(A,(SBC)) = AH$

Xét tam giác ABC vuông cân ở B với $AC = 2a \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Mặt khác trong tam giác vuông SAB, ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\sqrt{2}a\right)^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$$

Vậy: $d(A,(SBC)) = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$-\infty$	$\nearrow$ 3	$\searrow$	-1

Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm khi: $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;4;-3)$ và $B(0;-1;2)$. Tọa độ điểm C đối xứng với B qua A là

A. $(1;2;1)$ **B.** $(-1;-6;7)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3};\frac{-1}{2}\right)$ **D.** $(2;9;-8)$

Lời giải

Chọn D

Ta có A là trung điểm của đoạn BC

Nên ta có $\begin{cases} x_C = 2x_A - x_B \\ y_C = 2y_A - y_B \\ z_C = 2z_A - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2-0=2 \\ y_C = 8+1=9 \\ z_C = -6-2=-8 \end{cases}$

Vậy $C(2;9;-8)$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đường thẳng qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có VTCP $\vec{a}=(2;1;-3)$ có PT là

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$

Câu 35: Gọi S là tập nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+8=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$4^x-3.2^{x+1}+8=0$, Đặt $t=2^x\,(t>0) \Rightarrow t^2-6t+8=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t_1=2 \\ t_2=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1+x_2=3$

Câu 36. Trọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp 17 số nguyên dương đầu tiên. Sác xuất để chọn được hai số lẻ bằng:

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{9}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{7}{34}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 2 số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên nên $|\Omega| = C_{17}^2$.

Gọi A là biến cố: " hai số được chọn là số lẻ".

- Chọn 2 số đều lẻ trong tổng số 9 số lẻ: C_9^2 cách chọn

Xác suất $P_A = \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \dfrac{C_9^2}{C_{17}^2} = \dfrac{36}{136} = \dfrac{9}{34}$.

Câu 37. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-2+3i| = 4$ là một đường tròn. Tâm I và bán kính R của đường tròn đó là

A. $I(-2;3); R = 2$. **B.** $I(2;-3); R = 4$. **C.** $I(-2;3); R = 4$. **D.** $I(2;-3); R = 2$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$, ta có:

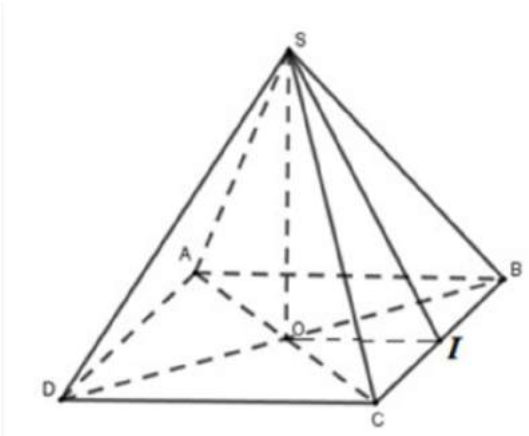
$$|z-2+3i| = 4 \Rightarrow |x+yi-2+3i| = 4$$
$$\Leftrightarrow |(x-2)+(y+3)i| = 4$$
$$\Rightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y+3)^2} = 4$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2 = 16$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là một đường tròn có tâm $I(2;-3)$, bán kính $R = 4$

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm giữa BD và AC.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow OI \perp BC, OI = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Ta có: $V=\frac{1}{3}S.h\Leftrightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có: $\begin{cases}SO\perp BC\\OI\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SOI)\Rightarrow BC\perp SI$.

Ta có: $\begin{cases}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\OI\perp BC\left(OI\subset(ABCD)\right)\\SI\perp BC\left(SI\subset(SBC)\right)\end{cases}\Rightarrow\left((SBC);(ABCD)\right)=(SI;OI)=\widehat{SIO}$.

Xét tam giác SIO vuông tại O có:

$\tan\widehat{SIO}=\frac{SO}{OI}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SIO}=60°$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=x^3-4x^2-3x$. Xét các số thực $a<b$, giá trị nhỏ nhất của $f(b)-f(a)$ bằng

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $-\frac{500}{81}$. **C.** -16. **D.** $-\frac{500}{27}$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{14}{27}$	↘	-18	↗	$+\infty$

Trường hợp 1:

a; b thuộc tập $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(3;+\infty)$, do $b>a\Rightarrow f(b)>f(a)\Rightarrow f(b)-f(a)>0$.

Trường hợp 2:

$a\in(-\infty;3]$ và $b\in\left[-\frac{1}{3};+\infty\right)$, suy ra $\begin{cases}f(a)\le\frac{14}{27}\\f(b)\ge-18\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\max f(a)=\frac{14}{27}\\\min f(b)=-18\end{cases}$

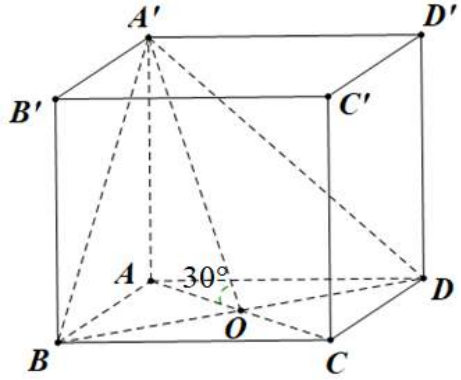
$\Rightarrow\min\left(f(b)-f(a)\right)=-18-\frac{14}{27}=-\frac{500}{27}$ xãy ra khi $\begin{cases}a=-\frac{1}{3}\\b=3\end{cases}$.

Vậy chọn đáp án D.

Câu 40. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, khi đó $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a$.

Ta có $\left((A'BD);(ABCD)\right) = \widehat{A'OA} = 30°$.

Xét tam giác $A'AO$ vuông tại A có $\tan O = \frac{A'A}{AO} \Leftrightarrow \tan 30° = \frac{A'A}{a} \Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A.S_{ABCD} = A'A.\frac{BD^2}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{(2a)^2}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{(\sin x + 2\cos x)^2}$ với mọi $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ và $f(0) = 0$.

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{3\pi + 2\ln 2}{10}$ **B.** $\frac{\pi - \ln 2}{5}$ **C.** $\frac{-\pi + \ln 2}{5}$ **D.** $\frac{\pi + 4\ln 2}{20}$

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \frac{1}{(\sin x + 2\cos x)^2} \Rightarrow f(x) = \int \frac{1}{(\sin x + 2\cos x)^2}dx = \int \frac{\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x + 2)^2}dx = -\frac{1}{\tan x + 2} + C$$

Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{\tan x + 2} + \frac{1}{2}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{\tan x+2}+\frac{1}{2}\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{\cos x}{\sin x+2\cos x}+\frac{1}{2}\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{5}.\frac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(-\frac{1}{5}.\frac{\cos x-2\sin x}{\sin x+2\cos x}-\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\right)dx=\left(\frac{x}{10}-\frac{1}{5}.\ln\left|\sin x+2\cos x\right|\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{20}+\frac{\ln 2}{5}=\frac{\pi+4\ln 2}{20}$$

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức thỏa mãn $|z+1-i|=4$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=6$, giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(10;11)$ **B.** $(12;13)$ **C.** $(11;12)$ **D.** $(13;14)$

Lời giải

Chọn B

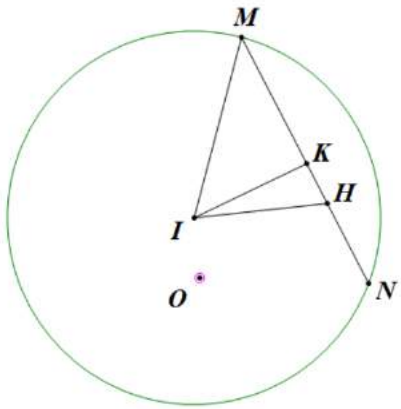
Gọi M,N là 2 điểm biểu diễn số phức z_1,z_2 suy ra M,N thuộc đường tròn tâm $I(-1;1)$ bán kính $R=4$ và $MN=6$.

Gọi H là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{HM}+2\overrightarrow{HN}=\vec{0}\Rightarrow|z_1+2z_2|=\left|\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{ON}\right|=3OH$.

Gọi K là trung điểm của MN. Ta có $KH=1$, $IK=\sqrt{7}\Rightarrow IH=2\sqrt{2}$

$3OH\le 3(OI+IH)=3.\left(\sqrt{2}+2\sqrt{2}\right)=9\sqrt{2}$

Vậy giá trị lớn nhất của $|z_1+2z_2|$ bằng $9\sqrt{2}\in(12;13)$.



Câu 43. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn với hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{71}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Xét $y=f(x)-g(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x-\left(mx^3+nx^2-x\right)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+4x$.

Nên $f'(x)-g'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4$.

Vì hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1, 2 và 3 nên :

$4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4=4a(x+1)(x-2)(x-3)$ (1)

Thay $x=-1;x=2;x=3$ lần lượt vào hai vế của phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases}-4a+3(b-m)-2(c-n)+4=0\\32a+12(b-m)+4(c-n)+4=0\\108a+27(b-m)+6(c-n)+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{6}\\b-m=-\dfrac{8}{9}\\c-n=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Vậy $f'(x)-g'(x)=\dfrac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là:

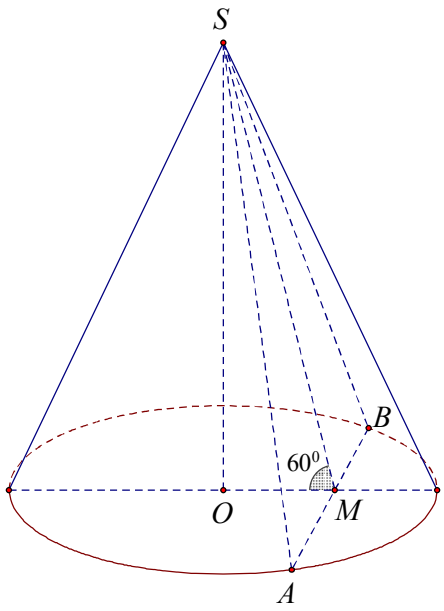
$$S=\frac{2}{3}.\int_{-1}^{3}\left|(x+1)(x-2)(x-3)\right|\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\left[\int_{-1}^{2}(x+1)(x-2)(x-3)\mathrm{d}x-\int_{2}^{3}(x+1)(x-2)(x-3)\mathrm{d}x\right]=\frac{71}{9}.$$

Câu 44. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta thu được thiết diện là một tam giác đều cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{7}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử thiết diện là ΔSAB như hình vẽ.

Gọi M là trung điểm $AB\Rightarrow\begin{cases}OM\perp AB\\SM\perp AB\end{cases}\Rightarrow$ góc tạo bởi (SAB) với mặt phẳng đáy là $\widehat{SMO}$.

Vì ΔSAB đều nên $\begin{cases}l=SA=4a\\SM=\dfrac{4a.\sqrt{3}}{2}=2a\sqrt{3}.\\AM=2a\end{cases}$

$OM=SM.\cos 60°=2a\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}=a\sqrt{3}\Rightarrow R=OA=\sqrt{OM^2+AM^2}=a\sqrt{7}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.a\sqrt{7}.4a=4\sqrt{7}.\pi a^2$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\ge 0$

A. 26. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x+31>0 \Leftrightarrow x>-31$.

Ta có $\left[\log_2\left(x^2+1\right)-\log_2\left(x+31\right)\right]\left(32-2^{x-1}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x^2+1}{x+31}\right)\left(32-\frac{2^x}{2}\right)\geq 0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{x^2+1}{x+31}\right)\left(64-2^x\right)\geq 0$

Xét $\log_2\left(\frac{x^2+1}{x+31}\right)\geq 0 \Leftrightarrow x^2+1\geq x+31 \Leftrightarrow x^2-x-30\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 6 \\ x\leq -5 \end{array}\right.$

$64-2^x\geq 0 \Leftrightarrow x\leq 6$

Bảng xét dấu

x	-31		5		6		$+\infty$
$\log_2\left(\frac{x^2+1}{x+31}\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$64-2^x$		$+$	|	$+$	0	$-$	
VT		$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa bảng dấu suy ra miền nghiệm của BPT là $T=(-31;-5]\cup\{6\}$

Do đó có $\frac{-5+30}{1}+1+1=27$ giá trị cần tìm.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $x>3y$, $0<x<2023$ và $\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1)$?

A. 673. **B.** 674. **C.** 676. **D.** 675.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x>3y>y$ do y nguyên dương, suy ra $x-y>0$. Khi đó ta có:

$\ln\left(x-3y\right)+x^2+3y^2+y=x\left(4y+1\right) \Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)=-\left(x^2-4xy+3y^2\right)+x-y$

$\Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)=-\left(x-y\right)\left(x-3y\right)+x-y \Leftrightarrow \ln\left(x-3y\right)+\left(x-y\right)\left(x-3y\right)=\ln 1+\left(x-y\right).1 \ (*)$

Xét hàm đặc trưng không hoàn toàn: $f\left(t\right)=\ln t+\left(x-y\right)t,\ \forall t\in\left(0;+\infty\right)$.

Ta có: $f'\left(t\right)=\frac{1}{t}+\left(x-y\right)>0,\ \forall t\in\left(0;+\infty\right)$ nên hàm $f\left(t\right)=\ln t+\left(x-y\right)t$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Khi đó phương trình $(*)$ tương đương $f\left(x-3y\right)=f\left(1\right) \Leftrightarrow x-3y=1 \Leftrightarrow x=3y+1$.

Mà $0 < x \le 2022$ nên $0 < 3y+1 \le 2022 \Leftrightarrow y \in \left(-\frac{1}{3};\frac{2021}{3}\right] \xrightarrow{y\in\mathbb{Z}} y \in \{1;...;672;673\}$.

Vậy có 673 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Nhận xét <Nguyễn Viết Hòa> Có thể giải như sau:

$\ln(x-3y)+x^2+3y^2+y=x(4y+1) \Leftrightarrow \ln(x-3y)+(x-y)(x-3y-1)=0\ (*)$

Từ giả thiết suy ra $\begin{cases} x-3y \ge 1 \\ x-y>0 \end{cases} \Rightarrow \ln(x-3y)+(x-y)(x-3y-1) \ge 0$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow x-3y=1$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình là

A. $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 2-t \end{cases}$.

Gọi $M = d \cap (P)$.

$M \in d \Rightarrow M(t;1+t;2-t)$, $M \in (P) \Rightarrow t+2(1+t)+2-t-4=0 \Leftrightarrow t=0$.

Với $t=0 \Rightarrow M(0;1;2)$.

$N(1;2;1) \in d$, đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (P) có phương trình là: $\begin{cases} x = 1+t' \\ y = 2+2t' \\ z = 1+t' \end{cases}$.

Gọi N' là hình chiếu của N trên (P) nên $N' = \Delta \cap (P)$ nên:

$(1+t')+2(2+2t')+(1+t')-4=0 \Leftrightarrow t'=-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow N'\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Hình chiếu vuông góc của (d) trên (P) là đường thẳng MN'.

$\overrightarrow{MN'}=\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};-\frac{4}{3}\right)$ Chọn VTCP của MN' là: $\vec{u}=(1;2;-4)$.

Phương trình đường thẳng MN' là: $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$.

Câu 48. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$ luôn nằm trên một đường thẳng cố định. Hệ số góc của đường thẳng đó bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -3. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

$y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$;

$\Delta_{y'}=9m^2-9m^2+9=9$;

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.\ (m-1<m+1)$;

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $M\left(m-1;-3m+2\right)$;

$M\left(m-1;-3m+2\right)\in d:y=kx+b\Rightarrow d:y=k\left(x-m+1\right)-3m+2$

$\Leftrightarrow d:kx-y-km+k-3m+2=0\Leftrightarrow d:\left(-k-3\right)m+kx-y+k+2=0$; d cố định khi:

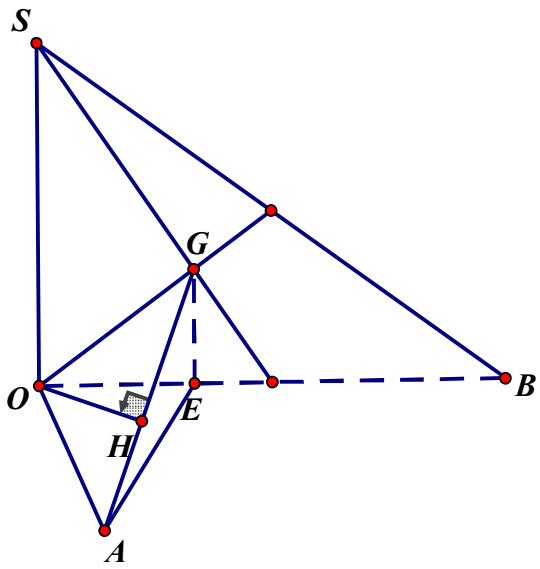
$\left\{\begin{array}{l}-k-3=0\\kx-y+k+2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}k=-3\\-3x-y-1=0\end{array}\right.\Rightarrow k=-3;\ d:-3x-y-1=0$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;4;0)$ và $B(3;6;0)$. Xét điểm S thay đổi thuộc trục Oz. Gọi G là trọng tâm tam giác SOB, H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng AG. Biết rằng khi S thay đổi thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};3\right)$. **D.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là hình chiếu của G lên OB, do G là trọng tâm tam giác SOB nên $\overrightarrow{OE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}\Rightarrow E(1;2;0)$.

Gọi (α) là mặt phẳng qua A,E,G, suy ra (α) qua $A(4;4;0),E(1;2;0)$ và song song với Oz nên (α) có phương trình $2x-3y+4=0$.

Do $H\in AG$ nên $H\in(\alpha)$. Mặt khác H thuộc mặt cầu (S) có đường kính OA nên H luôn thuộc đường tròn $(C)=(S)\cap(\alpha)$ cố định.

Ta có (S) có tâm $I(2;2;0)$, bán kính $R=OI=2\sqrt{2}$; $h=d(I,(\alpha))=\frac{2}{\sqrt{13}}$ nên bán kính của (C) là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{8-\frac{4}{13}}=\frac{10}{\sqrt{13}}\approx 2,77$.

Câu 50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có : $\Delta'=(m+1)^2-m^2=2m+1$.

Ta xét các trường hợp sau.

Nếu $\Delta'\geq 0\Leftrightarrow m\geq -\frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm là các số thực.

Khi đó $|z_0|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_0=6\\z_0=-6\end{array}\right.$ là nghiệm của phương trình nên

$$\left[\begin{array}{l}36-2(m+1).6+m^2=0\\36+2(m+1).6+m^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\pm 2\sqrt{3}(tm)\\vn\end{array}\right.$$

Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt

$z_1=m+1-i\sqrt{-2m-1}$, $z_2=m+1+i\sqrt{-2m-1}\Rightarrow|z_1|=|z_2|=|m|$.

Khi đó $|z_0|=6\Leftrightarrow|m|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6(l)\\m=-6\end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị của m.

TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN QUANG DIỆU - ĐỒNG THÁP

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I\left(1;0;-2\right)$, bán kính $R=4$?

A. $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z+2\right)^2=16$.
B. $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=16$.
C. $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z+2\right)^2=4$.
D. $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=4$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ là

A. $\vec{u}=\left(2;1;1\right)$.
B. $\vec{m}=\left(2;-1;1\right)$.
C. $\vec{n}=\left(-2;-1;0\right)$.
D. $\vec{v}=\left(2;-1;0\right)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tâm của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là:

A. $\left(4;-1;0\right)$.
B. $\left(8;-2;0\right)$.
C. $\left(-8;2;0\right)$.
D. $\left(-4;1;0\right)$.

Câu 4. Biết tích phân $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^1 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int\limits_0^1\left[f\left(x\right)+g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7.
B. 7.
C. -1.
D. 1.

Câu 5. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A. 7.
B. $7i$.
C. -7.
D. -3.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là

A. $\overline{z}=2-3i$.
B. $\overline{z}=-2-3i$.
C. $\overline{z}=2+3i$.
D. $\overline{z}=3-2i$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. $\int 0dx=C$ (C là hằng số).
B. $\int dx=x+C$ (C là hằng số).
C. $\int\frac{1}{x}dx=\ln\left|x\right|+C$ (C là hằng số).
D. $\int x^{\alpha}dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$ (C là hằng số).

Câu 8. Trong không gian Oxyz, một vectơ pháp tuyến của mặt $\left(\alpha\right):x-2y+3z+1=0$ là:

A. $\vec{m}=\left(1;2;-3\right)$.
B. $\vec{v}=\left(1;-2;-3\right)$.
C. $\vec{u}=\left(3;-2;1\right)$.
D. $\vec{u}=\left(1;-2;3\right)$.

Câu 9. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x$ là

A. $\sin 2x+C$.
B. $\frac{1}{2}\sin 2x+C$.
C. $-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.
D. $2\sin 2x+C$.

Câu 10. Trong không gian Oxyz cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Hình chiếu của điểm M lên trục Oy là điểm?

A. $R\left(1;0;0\right)$.
B. $P\left(1;0;3\right)$.
C. $S\left(0;0;3\right)$.
D. $Q\left(0;2;0\right)$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz cho điểm $A\left(-4;3;12\right)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng

A. 6.
B. 13.
C. 11.
D. 17.

Câu 12. Trong hình vẽ dưới đây điểm M biểu diễn cho số phức nào?

A. $2+i$.
B. $1-2i$.
C. $1+2i$.
D. $2-i$.

Câu 13. Cho số phức $z=2+i$ và $\mathrm{w}=3-2i$. Số phức $\mathrm{w}-z$ là

A. $1-3i$.
B. $5-i$.
C. $-1+3i$.
D. $5-3i$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;4;-2\right)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $\left(P\right):z-2=0$.
B. $\left(R\right):x+y-7=0$.

C. $(S): x+y+z+5=0$. **D.** $(Q): x-1=0$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $P(1;2;3)$. **C.** $M(-1;-2;-3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Khoảng cách từ điểm M đến Oxy là c.

B. Tọa độ hình chiếu của M lên Ox là $(a;0;0)$.

C. Điểm M thuộc Oz khi và chỉ khi $a=b=0$.

D. Tọa độ vecto $\overrightarrow{OM}$ là $(a;b;c)$.

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=-x^2+2x+1$, $y=2x^2-4x+1$ là:

A. 10 **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 18. Cho tích phân $I=\int\limits_1^e (x\ln^2 x)\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=\left(\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int\limits_1^e (x\ln x)\mathrm{d}x$. **B.** $I=\left(\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e+\int\limits_1^e (x\ln x)\mathrm{d}x$.

C. $I=\left(x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int\limits_1^e (x\ln x)\mathrm{d}x$. **D.** $I=\left(x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-2\int\limits_1^e (x\ln x)\mathrm{d}x$.

Câu 19. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x}$ thoả mãn $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{2}{3}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+1$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}$. **D.** $F(x)=-\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{4}{3}$.

Câu 20. Biết $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_0^5 f(x)\mathrm{d}x=3$, khi đó $\int\limits_1^5 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $2x+y+3z+13=0$. **B.** $x+2y+3z-1=0$.

C. $2x+y+3z-30=0$. **D.** $2x+y+3z-13=0$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tìm số đo của $\widehat{ABC}$.

A. $45°$. **B.** $135°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Câu 23. Cho các số phức $z=1+2i, w=2+i$. Số phức $u=z.\overline{w}$ có

A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

A. $(1;8;-2)$. **B.** $(7;4;-4)$. **C.** $(-7;-4;4)$. **D.** $(-1;-8;2)$.

Câu 26. Cho z là một số ảo khác 0. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\bar{z}$ là số thực. **B.** Phần ảo của z bằng 0. **C.** $z+\bar{z}=0$. **D.** $z=\bar{z}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $d':\dfrac{x}{6}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $d\equiv d'$. **B.** $d\,//\,d'$.

C. d và d' cắt nhau. **D.** d và d' chéo nhau.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5$. Tính giá trị của m ?

A. $m=-4$ **B.** $m=-16$ **C.** $m=4$ **D.** $m=16$

Câu 29. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7)$; $B(-3;8;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là :

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$ **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$ **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$

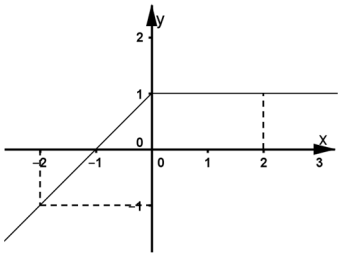
Câu 30. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$

A. $V=32+2\sqrt{15}$ **B.** $V=\dfrac{124}{3}$ **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$ **D.** $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ và $F(1)=1$. Tính $F(3)$.

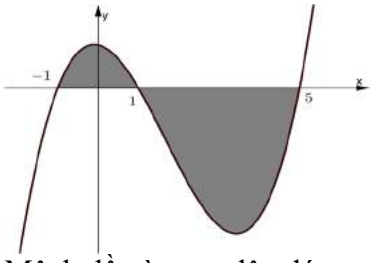
A. $F(3)=\ln 3+3$. **B.** $F(3)=\ln 3+C$. **C.** $F(3)=\ln 3+1$. **D.** $F(3)=\ln 3$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$ bằng



A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);y=0;x=-1;x=5$ (như hình vẽ bên dưới)



Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,dx-\int_{1}^{5} f(x)\,dx$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx+\int_{1}^{5} f(x)\,dx$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,dx+\int_{1}^{5} f(x)\,dx$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx-\int_{1}^{5} f(x)\,dx$.

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Giá trị biểu thức $P=\left|z_1{}^2\right|+\left|z_2{}^2\right|$ là

A. $P=10$. **B.** $P=2\sqrt{34}$. **C.** $P=4\sqrt{5}$. **D.** $P=5$.

Câu 35. Cho số phức z thoả mãn $2z=i(\bar{z}+3)$. Modun của z là

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$. **C.** $|z|=\dfrac{3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Toạ độ điểm M' là điểm đối xứng của M qua d là

A. $M'(0;-3;3)$. **B.** $M'(1;-3;2)$. **C.** $M'(3;-3;0)$. **D.** $M'(-1;-2;0)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{2}$. Biết mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của điểm I.

A. $I(1;-2;2), I(5;2;10)$. **B.** $I(1;-2;2), I(-1;2;-2)$

C. $I(5;2;10), I(0;-3;0)$ **D.** $I(1;-2;2), I(0;-3;0)$

Câu 38. Cho hàm bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và Ox quanh Ox

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{12\pi}{15}$ **C.** $\dfrac{16\pi}{5}$ **D.** $\dfrac{16\pi}{15}$

Câu 39. Biết phương trình $z^2+bz+c=0\ (b,c\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức $z_1=1+2i$ khi đó

A. $b+c=0$. **B.** $b+c=2$ **C.** $b+c=3$ **D.** $b+c=7$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z+6=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Oz sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(0;0;21)$. **B.** $M(0;0;3)$.

C. $M(0;0;3), M(0;0;-15)$. **D.** $M(0;0;-15)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(3;4;-4)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;6)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Câu 42. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $3|z+i|=|2\bar{z}-z+3i|$. Tập hợp tất cả những điểm M như vậy là

A. một đường tròn. **B.** một đường thẳng. **C.** một parabol. **D.** một elip.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^e \dfrac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=e$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int_0^e f(x)\mathrm{d}x=1$. **B.** $\int_0^e f(x)\mathrm{d}x=e$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=e$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Câu 44. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z+2-2i|=|z-4i|, \mathrm{w}=\mathrm{i}z+1$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2 **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

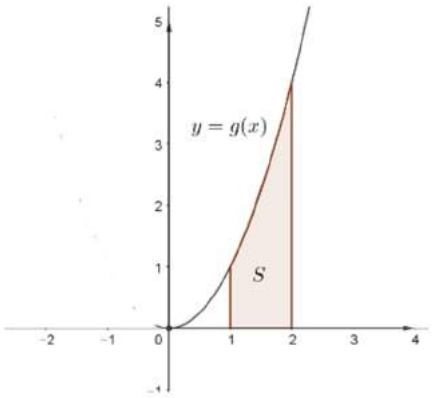
Câu 45. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$. Biết $F(0)=1$, giá trị $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** $1+\dfrac{\pi}{2}$ **D.** 2.

Câu 46. Trong không gian, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+25}{-2}$ và điểm $M(2;3;-1)$. Mặt phẳng $(P):2x+by+cz+d=0$ chứa đường thẳng Δ.Khi khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất, giá trị của $b+c+d$ bằng

A. 145. **B.** 151. **C.** 149. **D.** 148.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=g(x)=xf\left(x^2\right)$ có đồ thị trên đoạn $[0;2]$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích miền tô màu là $S=\dfrac{5}{2}$, tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^4 f(x)dx$.

A. $I=5$. **B.** $I=\dfrac{5}{4}$. **C.** $I=\dfrac{5}{2}$. **D.** $I=10$.

Câu 48. Cho $\displaystyle\int_0^4\frac{dx}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\frac{2}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a-b=3$.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2-4-i|=\sqrt{5}$ .Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1-z_2|$ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90^0. Khi độ dài đoạn thẳng MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $I(-1;-2;3)$. **B.** $H(-2;-1;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	C	A	B	D	D	B	D	B	A	A	B	B	A	D	A	A	D	D	D	B	B	A
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
C	B	D	C	B	C	B	D	A	D	A	A	D	C	B	C	C	C	D	D	C	A	B	B	A

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R=4$?

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=16$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=4$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=4$ có phương trình chính tắc là: $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=16$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ là

A. $\vec{u}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{m}=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-1;0)$. **D.** $\vec{v}=(2;-1;0)$.

Lời giải

Từ phương trình tham số của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=-1+t\\z=1\end{cases}$ suy ra Δ có một véc tơ chỉ phương là: $\vec{n}=(-2;-1;0)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(4;-1;0)$. **B.** $(8;-2;0)$. **C.** $(-8;2;0)$. **D.** $(-4;1;0)$.

Lời giải

Từ phương trình tổng quát của mặt cầu (S) ta suy ra tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là: $(4;-1;0)$.

Câu 4. Biết tích phân $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-4$. Khi đó $\int_0^1\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=3-4=-1$

Câu 5. Số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng

A. 7. **B.** $7i$. **C.** -7. **D.** -3.

Lời giải

Theo định nghĩa, số phức $z=a+bi$ có phần ảo là b. Do đó, số phức $-3+7i$ có phần ảo bằng 7.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là

A. $\bar{z}=2-3i$. **B.** $\bar{z}=-2-3i$. **C.** $\bar{z}=2+3i$. **D.** $\bar{z}=3-2i$.

Lời giải

Theo định nghĩa, số phức liên hợp của số phức $z=a+bi$ là $\bar{z}=a-bi$.

Do đó, Số phức liên hợp của số phức $z=-2+3i$ là $\bar{z}=-2-3i$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai?**

A. $\int 0dx=C$ (C là hằng số). **B.** $\int dx=x+C$ (C là hằng số).

C. $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ (C là hằng số). **D.** $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số).

Lời giải

Trường hợp $\alpha = -1$ thì $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ (C là hằng số) là sai.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ là:

A. $\vec{m} = (1;2;-3)$. **B.** $\vec{v} = (1;-2;-3)$. **C.** $\vec{u} = (3;-2;1)$. **D.** $\vec{u} = (1;-2;3)$.

Lời giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt $(\alpha): x-2y+3z+1=0$ là $\vec{u} = (1;-2;3)$

Câu 9. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

A. $\sin 2x + C$. **B.** $\frac{1}{2}\sin 2x + C$. **C.** $-\frac{1}{2}\sin 2x + C$. **D.** $2\sin 2x + C$.

Lời giải

$\int \cos 2x dx = \frac{1}{2}\int \cos 2x \mathrm{d}(2x) = \frac{1}{2}\sin 2x + C$

Câu 10. . Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Hình chiếu của điểm M lên trục Oy là điểm?

A. $R(1;0;0)$. **B.** $P(1;0;3)$. **C.** $S(0;0;3)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Hình chiếu của điểm $M(1;2;3)$ lên trục Oy là điểm $Q(0;2;0)$.

Câu 11. . Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-4;3;12)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng

A. 6. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 17.

Lời giải

Độ dài đoạn $OA = \sqrt{(-4)^2 + 3^2 + 12^2} = 13$.

Câu 12. . Trong hình vẽ dưới đây điểm M biểu diễn cho số phức nào?

A. $2+i$. **B.** $1-2i$. **C.** $1+2i$. **D.** $2-i$.

Lời giải

Điểm $M(2;1)$ biểu diễn cho số phức $z = 2+i$

Câu 13. **[Mức độ 1]** Cho số phức $z = 2+i$ và $w = 3-2i$. Số phức $w - z$ là

A. $1-3i$. **B.** $5-i$. **C.** $-1+3i$. **D.** $5-3i$.

Lời giải

Ta có $w - z = 3-2i-(2+i) = 1-3i$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(P): z-2=0$. **B.** $(R): x+y-7=0$.

C. $(S): x+y+z+5=0$. **D.** $(Q): x-1=0$.

Lời giải

Thay $x=3, y=4, z=-2$ vào phương trình mặt phẳng $(R): x+y-7=0$ ta được $3+4-7=0$ (thỏa mãn) nên $M \in (R)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2;-1;2)$. **B.** $P(1;2;3)$. **C.** $M(-1;-2;-3)$. **D.** $N(-2;1;-2)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $P(1;2;3)$ vào phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$, ta được $\dfrac{1-1}{2}=\dfrac{2-2}{-1}=\dfrac{3-3}{2}$ (thỏa mãn). Vậy điểm $P\in d$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Khoảng cách từ điểm M đến Oxy là c.

B. Tọa độ hình chiếu của M lên Ox là $(a;0;0)$.

C. Điểm M thuộc Oz khi và chỉ khi $a=b=0$.

D. Tọa độ vecto $\overrightarrow{OM}$ là $(a;b;c)$.

Lời giải

Ta có $d\left(M,(Oxy)\right)=|c|$.

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=-x^2+2x+1$, $y=2x^2-4x+1$ là:

A. 10 **B.** 8. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y=-x^2+2x+1$, $y=2x^2-4x+1$:

$2x^2-4x+1=-x^2+2x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2-6x=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=-x^2+2x+1$, $y=2x^2-4x+1$ là:

$\int\limits_0^2\left|\left(2x^2-4x+1\right)-\left(-x^2+2x+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^2\left|3x^2-6x\right|\mathrm{d}x=4$.

Câu 18. Cho tích phân $I=\int\limits_1^e(x\ln^2 x)\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $I=\left(\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int\limits_1^e(x\ln x)\mathrm{d}x$.

B. $I=\left(\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e+\int\limits_1^e(x\ln x)\mathrm{d}x$.

C. $I=\left(x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int\limits_1^e(x\ln x)\mathrm{d}x$.

D. $I=\left(x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-2\int\limits_1^e(x\ln x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=\ln^2 x\\\mathrm{d}v=x\mathrm{d}x\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\mathrm{d}u=2\dfrac{1}{x}\ln x\mathrm{d}x\\dv=\dfrac{1}{2}x^2\end{array}\right.$

$I=\int\limits_1^e(x\ln^2 x)\mathrm{d}x=I=\left(\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\right)\Big|_1^e-\int\limits_1^e(x\ln x)\mathrm{d}x$.

Câu 19. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x}$ thoả mãn $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{2}{3}$.

B. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+1$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}$.

D. $F(x)=-\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có: $F(x)=\int e^{3x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$.

Mặt khác: $F(0)=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}e^{3.0}+C=1\Leftrightarrow C=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{2}{3}$.

Câu 20. Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=3$, khi đó $\int_1^5 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3+2=5$.

Vậy $\int_1^5 2f(x)\mathrm{d}x=10$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;1;0)$ và $N(3;3;6)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $2x+y+3z+13=0$. **B.** $x+2y+3z-1=0$.

C. $2x+y+3z-30=0$. **D.** $2x+y+3z-13=0$.

Lời giải

Ta có toạ độ trung điểm của đoạn MN là: $I(1;2;3)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn MN đi qua $I(1;2;3)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{MN}(4;2;6)$ làm vectơ pháp tuyến. Vậy mặt phẳng có phương trình là:

$4(x-1)+2(y-2)+6(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y+3z-13=0$.

Câu 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;4)$, $B(-1;1;4)$, $C(0;0;4)$. Tìm số đo của $\widehat{ABC}$.

A. $45°$. **B.** $135°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Lời giải

$\overrightarrow{BA}=(0;1;0)$, $\overrightarrow{BC}=(1;-1;0)$.

$\cos\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=120°$.

Vậy $\widehat{ABC}=\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)=120°$.

Câu 23. Cho các số phức $z=1+2i, w=2+i$. Số phức $u=z.\overline{w}$ có

A. Phần thực là 0 và phần ảo là 3. **B.** Phần thực là 4 và phần ảo là 3.

C. Phần thực là 0 và phần ảo là $3i$. **D.** Phần thực là 4 và phần ảo là $3i$.

Lời giải

$u=(1+2i)(2-i)=4+3i$.

Vậy số phức u có phần thực là 4 và phần ảo là 3.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+3}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{u}=(2;-1;3)$ làm một vectơ chỉ phương.

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B sao cho $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$.

A. $(1;8;-2)$. **B.** $(7;4;-4)$. **C.** $(-7;-4;4)$. **D.** $(-1;-8;2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=\vec{a}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B-4=-3\\y_B-6=2\\z_B-(-3)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=1\\y_B=8\\z_B=-2\end{cases}$. Vậy $B(1;8;-2)$.

Câu 26. Cho z là một số ảo khác 0. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\bar{z}$ là số thực. **B.** Phần ảo của z bằng 0. **C.** $z+\bar{z}=0$. **D.** $z=\bar{z}$.

Lời giải

Theo đề bài, ta có $z=bi(b\neq 0)\Rightarrow\bar{z}=-bi\Rightarrow z+\bar{z}=0$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $d':\dfrac{x}{6}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $d\equiv d'$. **B.** $d\,//\,d'$.

C. d và d' cắt nhau. **D.** d và d' chéo nhau.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M_1(2;-2;-1)$ và có VTCP $\vec{u_1}=(-3;1;-2)$.

Đường thẳng d' đi qua điểm $M_2(0;4;2)$ và có VTCP $\vec{u_2}=(6;-2;4)$.

Ta thấy $\vec{u_2}=-2.\vec{u_1}$ và điểm $M_2\notin d$ nên $d\,//\,d'$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-m=0$ có bán kính $R=5$. Tính giá trị của m ?

A. $m=-4$ **B.** $m=-16$ **C.** $m=4$ **D.** $m=16$

Lời giải

Từ phương trình mặt cầu ta có

$R=\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2+m}=5\Rightarrow 9+m=25\Leftrightarrow m=16$

Vậy $m=16$.

Câu 29. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;7)$; $B(-3;8;-1)$. Phương trình của mặt cầu đường kính AB là :

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+(z+3)^2=45$ **B.** $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=\sqrt{45}$

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$ **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z+3)^2=\sqrt{45}$

Lời giải

Tâm I mặt cầu là trung điểm của AB

Có $I(-1;3;3)$ bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\sqrt{16+100+64}=\dfrac{1}{2}\sqrt{180}=\sqrt{45}$

Phương trình mặt cầu đường kính AB: $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=45$.

Câu 30. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$

A. $V=32+2\sqrt{15}$ **B.** $V=\dfrac{124}{3}$ **C.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$ **D.** $V=(32+2\sqrt{15})\pi$

Lời giải

Diện tích thiết diện là $S(x)=3x\sqrt{3x^2-2}$

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là: $V=\int_1^3 S(x)dx=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}dx=\frac{124}{3}$.

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ và $F(1)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 3+3$. **B.** $F(3)=\ln 3+C$. **C.** $F(3)=\ln 3+1$. **D.** $F(3)=\ln 3$.

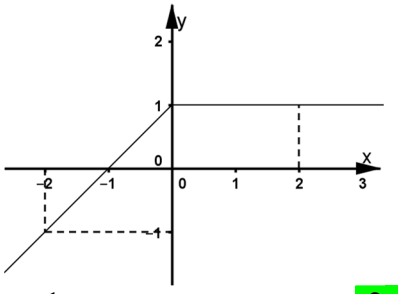
Lời giải

Ta có: $F(x)=\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$.

Mà $F(1)=1$ nên có $\ln 1+C=1\Rightarrow C=1$.

$\Rightarrow F(x)=\ln x+1\Rightarrow F(3)=\ln 3+1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$

$\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=-\int_{-2}^{-1} -f(x)\mathrm{d}x$

$\int_{-2}^{-1} -f(x)\mathrm{d}x$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, $x=-2;x=-1$

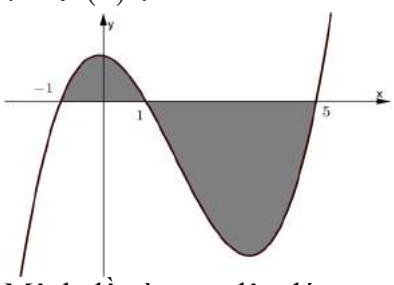
$\Rightarrow\int_{-2}^{-1} -f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.1.1=\frac{1}{2}$.

$\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, $x=-1;x=2$

$\Rightarrow\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\frac{(2+3)1}{2}=\frac{5}{2}$.

Vậy $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=2$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);y=0;x=-1;x=5$ (như hình vẽ bên dưới)



Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);y=0;x=-1;x=5$ là

$$S=\int_{-1}^{5}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}|f(x)|\,\mathrm{d}x+\int_{1}^{5}|f(x)|\,\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_{1}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x.$$

Câu 34. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+5=0$. Giá trị biểu thức $P=|z_1^{\,2}|+|z_2^{\,2}|$ là

A. $P=10$. **B.** $P=2\sqrt{34}$. **C.** $P=4\sqrt{5}$. **D.** $P=5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2+2z+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1-2i\\z_2=1+2i\end{array}\right.$

$(z_1)^2=(1-2i)^2=-3-4i\Rightarrow|z_1^{\,2}|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$

$(z_2)^2=(1+2i)^2-3+4i\Rightarrow|z_1^{\,2}|=\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$

Vậy $P=|z_1^{\,2}|+|z_2^{\,2}|=5+5=10$

Câu 35. Cho số phức z thoả mãn $2z=i(\bar{z}+3)$. Modun của z là

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=\frac{3\sqrt{5}}{4}$. **C.** $|z|=\frac{3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=a+bi$

Khi đó

$$2z=i(\bar{z}+3)\Leftrightarrow 2(a+bi)=i(a-bi+3)$$
$$\Leftrightarrow 2a+2bi=b+(a+3)i$$
$$\Leftrightarrow\begin{cases}2a=b\\2b=a+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$$

Vậy $z=1+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $M(2;-3;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$. Toạ độ điểm M' là điểm đối xứng của M qua d là

A. $M'(0;-3;3)$. **B.** $M'(1;-3;2)$. **C.** $M'(3;-3;0)$. **D.** $M'(-1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

$d:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}\Rightarrow\vec{u}=(2;-1;2)$ là 1 véc tơ chỉ phương của đường thẳng d.

d có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=2t\end{cases}$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;-3;1)$ và vuông góc với d nhận véc tơ chỉ phương của đường thẳng d làm véc tơ pháp tuyến, phương trình mặt phẳng (P) là:

$2(x-2)-(y+3)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x-y+2z-9=0$

Gọi là I giao điểm của d và (P) toạ độ điểm I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x-2t=-1 \\ y+t=-2 \\ z-2t=0 \\ 2x-y+2z-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \\ z=2 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow I(1;-3;2)$$

M' là điểm đối xứng của M qua d khi đó điểm I là trung điểm của M và M'

Toạ độ M' bằng $\begin{cases} x_{M'}=2x_I-x_M \\ y_{M'}=2y_I-y_M \\ z_{M'}=2z_I-z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'}=2.1-2 \\ y_{M'}=2.(-3)-(-3) \\ z_{M'}=2.2-1 \end{cases} \Rightarrow M'(0;-3;3)$

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z}{2}$. Biết mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của điểm I.

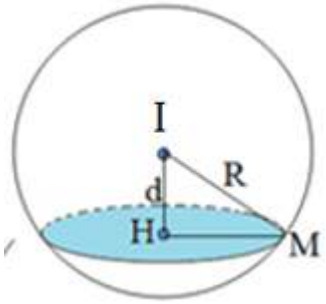
A. $I(1;-2;2), I(5;2;10)$.

B. $I(1;-2;2), I(-1;2;-2)$

C. $I(5;2;10), I(0;-3;0)$

D. $I(1;-2;2), I(0;-3;0)$

Lời giải



Do $I \in \Delta \Rightarrow I(t;-3+t;2t)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxz).

Ta có $IH^2=IM^2-HM^2=8-4=4 \Rightarrow IH=2$.

$$\Rightarrow d(I,(Oxz))=2 \Leftrightarrow |-3+t|=2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow I(1;-2;2) \\ t=5 \Rightarrow I(5;2;10) \end{cases}$$

Câu 38. Cho hàm bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và Ox quanh Ox

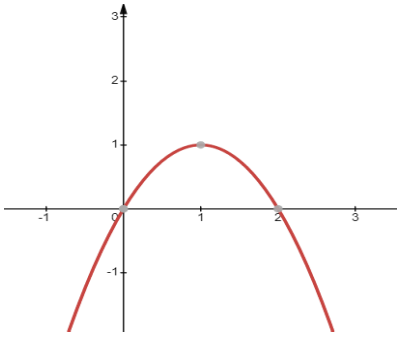
A. $\frac{4\pi}{3}$.

B. $\frac{12\pi}{15}$

C. $\frac{16\pi}{5}$

D. $\frac{16\pi}{15}$

Lời giải



Gọi hàm số $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$.

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0;0)\Rightarrow c=0$.

Vì hàm số có đỉnh $I(1;1)\Rightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ \dfrac{-b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=1 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$.

Khi đó ta có $f(x)=-x^2+2x$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số với trục Ox là $-x^2+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và Ox quanh Ox là:

$V=\pi\int_0^2\left(-x^2+2x\right)^2dx=\dfrac{16\pi}{15}$

Câu 39. Biết phương trình $z^2+bz+c=0\ (b,c\in\mathbb{R})$ có một nghiệm phức $z_1=1+2i$ khi đó

A. $b+c=0$. **B.** $b+c=2$ **C.** $b+c=3$ **D.** $b+c=7$

Lời giải

Thay $z_1=1+2i$ vào phương trình ta có:

$(1+2i)^2+b(1+2i)+c=0$

$\Leftrightarrow -3+4i+b+2bi+c=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3+b+c=0 \\ 4+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow b+c=3.$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z+6=0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc tia Oz sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 3.

A. $M(0;0;21)$. **B.** $M(0;0;3)$.

C. $M(0;0;3), M(0;0;-15)$. **D.** $M(0;0;-15)$.

Lời giải

Điểm M thuộc tia Oz nên $M(0;0;t)$ với $t\geq 0$.

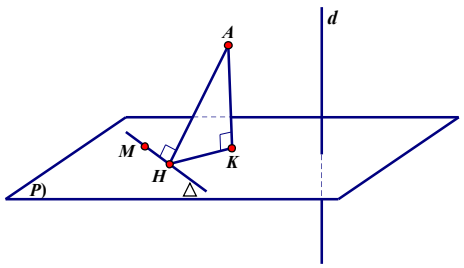
Ta có $d(M,(P))=3\Leftrightarrow \dfrac{|2.0+2.0+t+6|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3\Leftrightarrow |t+6|=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=-15 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện $t\geq 0$ suy ra $M(0;0;3)$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(3;4;-4)$. **B.** $\vec{u}=(2;1;6)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(2;2;-1)$.

Lời giải



Gọi (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với đường thẳng d. Suy ra đường thẳng $\Delta\subset(P)$.

Mặt phẳng (P) qua $M(-2;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$ nên có phương trình $2x+2y-z+9=0$.

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên Δ và (P).

Khi đó, $d(A,\Delta)=AH\geq AK$. Suy ra $d(A,\Delta)_{\min}=AK\Leftrightarrow \Delta\equiv MK$.

Ta có $AK:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$, $K=AK\cap(P)\Rightarrow K(-3;-2;-1)$. Suy ra $\vec{u}=\overrightarrow{KM}=(1;0;2)$.

Câu 42. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $3|z+i|=|2\bar{z}-z+3i|$. Tập hợp tất cả những điểm M như vậy là

A. một đường tròn. **B.** một đường thẳng. **C.** một parabol. **D.** một elip.

Lời giải

Giả sử $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=x+yi;\ \ x;y\in\mathbb{R}$.

Theo đề ta có: $3|z+i|=|2\bar{z}-z+3i|\Leftrightarrow 3|x+(y+1)i|=|x+(3-3y)i|$

$\Leftrightarrow 9x^2+9(y+1)^2=x^2+(3-3y)^2$

$\Leftrightarrow y=-\frac{2}{9}x^2$.

Vậy tập hợp tất cả những điểm M như vậy là một parabol.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=e$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $\int_0^e f(x)\mathrm{d}x=1$. **B.** $\int_0^e f(x)\mathrm{d}x=e$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=e$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Lời giải

Đặt $t=\ln(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=0; x=e\Rightarrow t=1$

Suy ra $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=e\Leftrightarrow \int_0^1 f(t)\mathrm{d}t=e$ hay $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=e$.

Câu 44. Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z+2-2i|=|z-4i|, \mathrm{w}=\mathrm{i}z+1$. Giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2 **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$

Ta có $|(a+bi)+2-2i|=|a+bi-4i|\Leftrightarrow (a+2)^2+(b-2)^2=a^2+(b-4)^2\Leftrightarrow b=2-a$

Khi đó $|w|=|i(a+bi)+1|=|i(a+(2-a)i)+1|=\sqrt{(1-(2-a))^2+a^2}=\sqrt{2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|w|$ là $\frac{\sqrt{2}}{2}$ khi $z=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$.

Câu 45. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$. Biết $F(0)=1$, giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** $1+\frac{\pi}{2}$ **D.** 2.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int x\sin x\mathrm{d}x$

$\begin{cases} u = x \\ v' = sinx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = 1 \\ v = -cosx \end{cases} \Rightarrow F(x) = -xcosx + \int cosxdx = -xcosx + sinx + C$.

$\Rightarrow F(0) = C = 1 \Rightarrow F(x) = -xcosx + sinx + 1$

Vậy $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}cos\frac{\pi}{2} + sin\frac{\pi}{2} + 1 = 2$.

Câu 46. Trong không gian, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ và điểm $M(2;3;-1)$. Mặt phẳng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ chứa đường thẳng Δ.Khi khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất, giá trị của $b + c + d$ bằng

A. 145. **B.** 151. **C.** 149. **D.** 148.

Lời giải

Đường thẳng Δ có pt tham số là $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 2t \\ z = -25 - 2t \end{cases}$. VTCP $\vec{u}(3;2;-2)$

Khi khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất bằng khoảng cách từ M đến Δ

Gọi $H(5+3t; 2t; -25-2t)$ có $\overrightarrow{MH}(3+3t; -3+2t; -24-2t)$

$\overrightarrow{MH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 17t + 51 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow \overrightarrow{MH}(-6;-9;-18)$

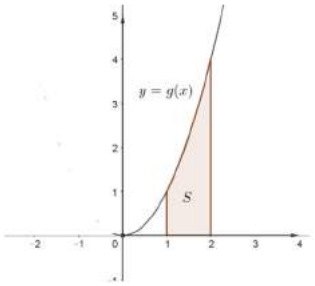
$\Rightarrow \vec{n}(2;3;6)$

Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng Δ có pt là

$(P): 2(x-5) + 3(y-0) + 6(z+25) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y + 6z + 140 = 0$

Vậy $b + c + d = 149$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x) = xf\left(x^2\right)$ có đồ thị trên đoạn $[0;2]$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tính tích phân $I = \int_1^4 f(x)dx$.

A. $I = 5$. **B.** $I = \frac{5}{4}$. **C.** $I = \frac{5}{2}$. **D.** $I = 10$.

Lời giải

Diện tích miền tô màu là :

$S = \int_1^2 g(x)dx = \int_1^2 xf\left(x^2\right)dx$.

Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

$x = 1 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 4$

Vậy $S=\int_1^4 f(t)\frac{dt}{2}=\frac{1}{2}\int_1^4 f(t)dt.$

Theo giả thiết $S=\frac{5}{2}$ nên $I=\int_1^4 f(x)dx=5.$

Câu 48. Cho $\int_0^4 \frac{dx}{3+\sqrt{2x+1}}=a+b\ln\frac{2}{3}$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a-b=3$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{2x+1}\Rightarrow t^2=2x+1\Rightarrow x=\frac{t^2-1}{2}\Rightarrow dx=tdt$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=4\Rightarrow t=3$. Khi đó:

$$\int_0^4 \frac{dx}{3+\sqrt{2x+1}}=\int_1^3 \frac{tdt}{3+t}=\int_1^3\left(1-\frac{3}{t+3}\right)\mathrm{d}t=\left(t-3\ln|t+3|\right)\Big|_1^3=2+3\ln\frac{2}{3}$$

Suy ra $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}\Rightarrow a+b=5.$

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2-4-i|=\sqrt{5}$ .Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1-z_2|$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z_1=x_1+y_1i$.

N là điểm biểu diễn của số phức $z_2=x_2+y_2i$.

Ta có: $+\ |z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1\Leftrightarrow|x_1+y_1i-2|^2-|x_1+y_1i+i|^2=1$

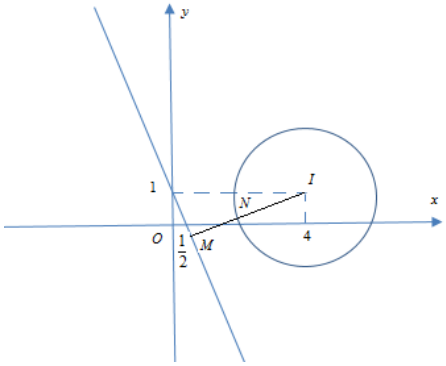
$\Leftrightarrow\left[(x_1-2)^2+y_1^2\right]-\left[x_1^2+(y_1+1)^2\right]=1$

$\Leftrightarrow 2x_1+y_1-1=0.$

Suy ra điểm M thuộc đường thẳng $2x+y-1=0\,(\Delta)$.

$+\ |z_2-4-i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x_2-4)^2+(y_2-1)^2=5$.

Suy ra điểm N thuộc đường tròn có tâm $I(4,1), R=\sqrt{5}$.



Ta có: $P=|z_1-z_2|=NM$.

$P=|z_1-z_2|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow NM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow P=d(I,\Delta)-R=\frac{8\sqrt{5}}{5}-\sqrt{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}(3;4;-4)$ cắt (P)

tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90^0. Khi độ dài đoạn thẳng MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $I(-1;-2;3)$. **B.** $H(-2;-1;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}2x+2y-z+9=0\\x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\\z=1\\t=-1\end{cases}\Rightarrow B(-2;-2;1)$

Trung điểm đoạn thẳng AB là $N\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$, $NA=\frac{\sqrt{41}}{2}$

Điểm M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90^0\Rightarrow M$ thuộc mặt cầu tâm N, bán kính $R=NA$.

Do đó điểm M thuộc đường tròn tâm D bán kính r là giao tuyến của (P) với mặt cầu $S(N;R)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua N và vuông góc với (P) là $\begin{cases}x=-\frac{1}{2}+2t\\y=2t\\z=-1-t\end{cases}$.

Xét hệ phương trình $\begin{cases}2x+2y-z+9=0\\x=-\frac{1}{2}+2t\\y=2t\\z=-1-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{5}{2}\\y=-2\\z=0\\t=-1\end{cases}\Rightarrow D\left(-\frac{5}{2};-2;0\right)$.

Ta có $MB\le 2r$, dấu "=" xảy ra khi MB là đường kính của đường tròn $(D;r)$ hay MB đi qua D.

Ta có $\overrightarrow{BD}\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$

Khi đó $\vec{v}(1;0;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng MB

Phương trình đường thẳng $MB:\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}$.

Vậy đường thẳng MB đi qua điểm $I(-1;-2;3)$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=3-8i$ có tọa độ là
A. $(-3;-8)$. **B.** $(3;-8)$. **C.** $(3;8)$. **D.** $(-3;8)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-y+2z+5=0$ có một vectơ pháp tuyến là
A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;2)$.

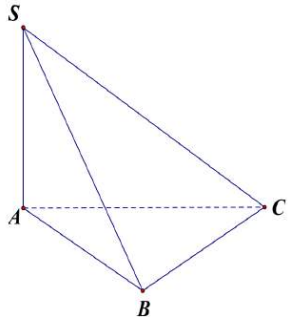
Câu 3: Cho hình nón có bán kính đáy là r và độ dài đường sinh là $2l$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là
A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** $4\pi rl$. **D.** $\frac{2}{3}\pi r^2 l$.

Câu 4: Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$
A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z=7+2i$ là
A. 7. **B.** -7. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình
A. $y=-\frac{3}{2}$. **B.** $y=-\frac{1}{3}$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB=3; SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 18.

Câu 8: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d\le R$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1-2t\\ y=5+3t\\ z=1+t\end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?
A. $P(-1;-5;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $N(-2;3;1)$. **D.** $Q(-3;8;1)$.

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_7 x$ là
A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=-\frac{1}{x\ln 7}$. **C.** $y'=\frac{\ln 7}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{x\ln 7}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng
A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 12: Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng
A. 64. **B.** 16. **C.** $\frac{64}{3}$. **D.** 4.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{4}$. Giá trị của u_4 bằng

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{64}$. **D.** $\frac{3}{256}$.

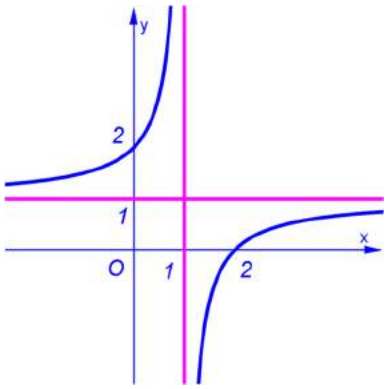
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

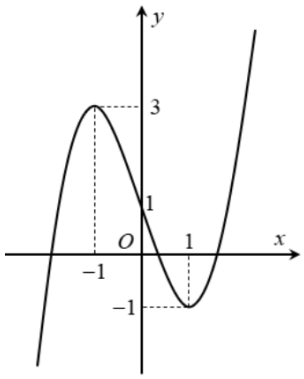


A. $(0;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = \frac{x-3}{x-1}$. **C.** $y = x^2 - 4x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $y' = e.x^e$. **B.** $y' = x^{e-1}$. **C.** $y' = \frac{1}{e}.x^{e-1}$. **D.** $y' = e.x^{e-1}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 8z + 3 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;-4)$. **C.** $(4;-2;-8)$. **D.** $(-2;-1;4)$.

Câu 20: Cho số phức $z=5-2i$, phần ảo của số phức z^2-2z bằng

A. 13. **B.** -6. **C.** -16. **D.** 11.

Câu 21: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{5}{42}$. **B.** $\frac{5}{14}$. **C.** $\frac{10}{21}$. **D.** $\frac{25}{42}$.

Câu 22: Cho tứ diện đều $ABCD$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diện của số phức z thỏa mãn $|z-1+3i|=2$ là một đường tròn. Tâm đường tròn có tọa độ là

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(1;-3)$.

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)-\log_2(a^2)$ bằng

A. $-\log_2 a$. **B.** $\log_2(a^5)$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\log_2 a$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=4x+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2-\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^2-\cos x+C$.

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$. Nếu $F(0)=2,F(1)=9$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-7$. **B.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-11$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=11$.

Câu 27: Cho $\int\frac{1}{2x+1}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $F'(x)=-\frac{2}{(2x+1)^2}$.

C. $F'(x)=\frac{2}{(2x+1)^2}$. **D.** $F'(x)=\frac{1}{2}\ln(2x+1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt mặt $(P):2x-y-2z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;3)$ và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{3}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;2;-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oyz có tọa độ là

A. $(4;2;3)$. **B.** $(4;2;-3)$. **C.** $(-4;2;3)$. **D.** $(-4;-2;3)$.

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $V=\frac{\pi}{30}$. **B.** $V=\frac{31\pi}{30}$. **C.** $V=\frac{1}{30}$. **D.** $V=\frac{\pi}{6}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a, AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 32: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\frac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 8x-\log 4x$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3 | $-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

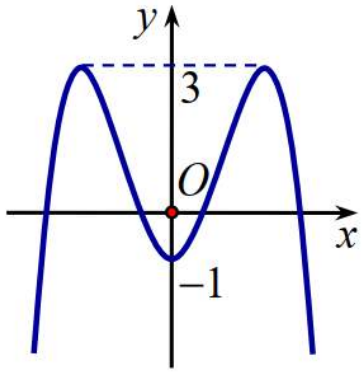
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;7)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2)<1$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong nhưu hình bên.



Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)}=4$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. A_9^3. **B.** C_9^3. **C.** 9^3. **D.** $3!$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	24	$\searrow$	-101	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng?

A. 2. **B.** -2. **C.** -101. **D.** 24.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình thỏa mãn $\left[1-\log_2(x+8)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\geq 0$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 40: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+3+2i|=1$ và $|z_2+2-i|=1$. Xét các số phức $z=a+bi,(a,b\in R)$ thỏa mãn $2a-b=0$ Khi biểu thức $T=|z-z_1|+|z-2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=3a^2-b^3$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 11. **D.** -5.

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a.Tam giác $A'AB$ cân tại A'và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC)một góc 60^0.Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{32}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{16}$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3)-f(2)=0$ và $f(0)=1$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+2f(-1)-f(3)$ bằng

A. $3\ln\frac{5}{2}+2$. **B.** $3\ln\frac{2}{5}+2$. **C.** $2\ln\frac{2}{5}+2$. **D.** $3\ln\frac{2}{5}+3$.

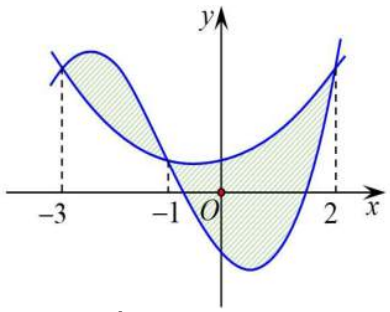
Câu 43: Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2-4z+\frac{c}{d}=0$ (với $c\in\mathbb{Z};d\in\mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1,z_2. Gọi A,B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1,z_2 trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều, giá trị của biểu thức $P=2c-5d$ bằng

A. $P=16$. **B.** $P=19$. **C.** $P=17$. **D.** $P=22$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x+4m-5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $(d):x-1=0$.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4043. **D.** 4042.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ (a, b, c, d, $e\in\mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt -3; -1; 2 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{125}{12}$. **B.** $\frac{253}{48}$. **C.** $\frac{253}{24}$. **D.** $\frac{253}{12}$.

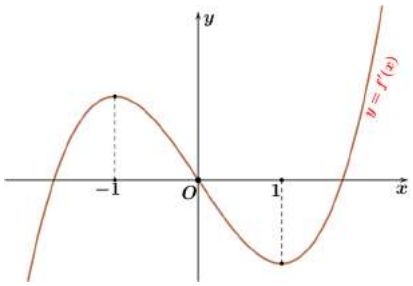
Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(-1;0;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A,B và song song với d. Khoảng cách từ điểm $M(2;1;2)$ đến (P) bằng?

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-2;-7)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=729$. Biết điểm B thuộc giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-107=0$. Khi điểm M di động trên đường thẳng d thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+MB$ bằng

A. $5\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{742}$. **C.** $5\sqrt{30}$. **D.** 27.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=2$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-m\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 5.

Câu 49: Cho hình nón đỉnh S, tâm của đáy là O và bán kính đường tròn đáy bằng 5. Mặt phẳng (P) qua đỉnh hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 6. Biết rằng thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón trên bằng $\dfrac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_3(x+y^2+3y)+\log_2(x+y^2)\le\log_3 y+\log_2(x+y^2+6y)$?

A. 69. **B.** 34. **C.** 35. **D.** 70.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	A	D	C	B	A	B	D	C	A	C	D	D	B	D	D	A	C	D	C	D	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	B	A	B	A	C	D	B	A	C	A	B	C	D	B	C	B	B	B	C	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=3-8i$ có tọa độ là

A. $(-3;-8)$. **B.** $(3;-8)$. **C.** $(3;8)$. **D.** $(-3;8)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x-y+2z+5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-1;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Cho hình nón có bán kính đáy là r và độ dài đường sinh là $2l$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** $4\pi rl$. **D.** $\frac{2}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$\int_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]dx=\int_{-2}^{5} f(x)dx+\int_{-2}^{5} g(x)dx=-1+6=5$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z=7+2i$ là

A. 7. **B.** -7. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

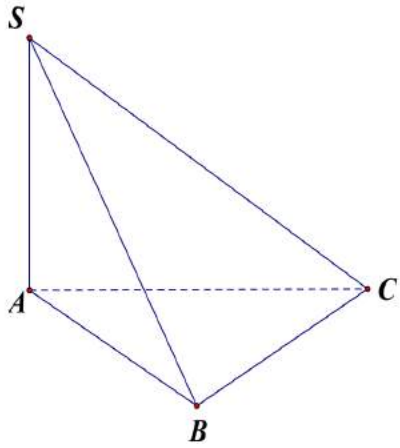
Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-\frac{3}{2}$. **B.** $y=-\frac{1}{3}$. **C.** $y=\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB=3; SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

$V = \frac{1}{3}.SA.\frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{6}.4.3.3 = 6$.

Câu 8: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d < R$. **B.** $d > R$. **C.** $d = R$. **D.** $d \le R$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $P(-1;-5;1)$. **B.** $M(1;2;0)$. **C.** $N(-2;3;1)$. **D.** $Q(-3;8;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_7 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = -\frac{1}{x\ln 7}$. **C.** $y' = \frac{\ln 7}{x}$. **D.** $y' = \frac{1}{x\ln 7}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 64. **B.** 16. **C.** $\frac{64}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 4 là $V = 4^3 = 64$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{4}$. Giá trị của u_4 bằng

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{64}$. **D.** $\frac{3}{256}$.

Lời giải

Chọn C

$u_4 = u_1.q^3 = \dfrac{3}{64}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

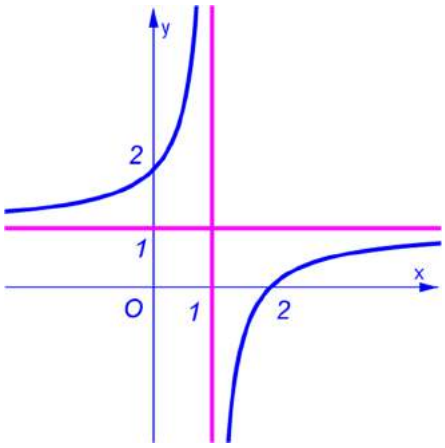
A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $(0;2)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;1)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0;2)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

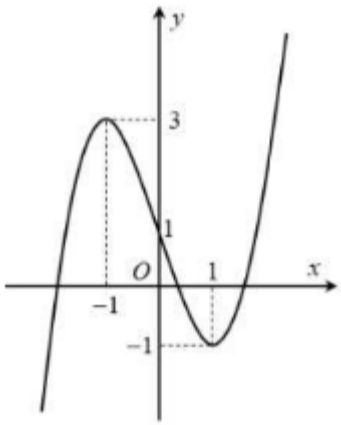
Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-2} > 9 \Leftrightarrow 3^{x-2} > 3^2 \Leftrightarrow x-2 > 2 \Leftrightarrow x > 4$

Vậy tập nghiệm là $(4;+\infty)$.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Do dáng diệu của hàm số nên đây sẽ là hàm số hàm bậc 3.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=e.x^e$. **B.** $y'=x^{e-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{e}.x^{e-1}$. **D.** $y'=e.x^{e-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

$y'=n.x^{n-1}$, trong trường hợp này ta thay $n=e$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y-8z+3=0$. Tâm của mặt cầu (S) có toạ độ là

A. $(-2;1;4)$. **B.** $(2;-1;-4)$. **C.** $(4;-2;-8)$. **D.** $(-2;-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Tâm của mặt cầu (S) sẽ lấy các hệ số của x,y,z chia -2.

Như vậy tâm mặt cầu là $I(-2;1;4)$.

Câu 20: Cho số phức $z=5-2i$, phần ảo của số phức z^2-2z bằng

A. 13. **B.** -6. **C.** -16. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$z^2-2z=(5-2i)^2-2(5-2i)=25-20i+4i^2-10+4i$

$=25-20i-4-10+4i$

$=11-16i$

Vậy phần ảo của số phức là -16.

Câu 21: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng

A. $\dfrac{5}{42}$. **B.** $\dfrac{5}{14}$. **C.** $\dfrac{10}{21}$. **D.** $\dfrac{25}{42}$.

Lời giải

Chọn D

Ω: "Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi" $n(\Omega)=C_9^3=84$

A: "Chọn được 3 viên bi mà có ít nhất 2 viên màu xanh"

✓ TH1: 2 viên xanh và 1 viên bi đỏ: $C_5^2.C_4^1=40$.

✓ TH2: 3 viên xanh: $C_5^3=10$.

Suy ra: $n(A)=40+10=50$.

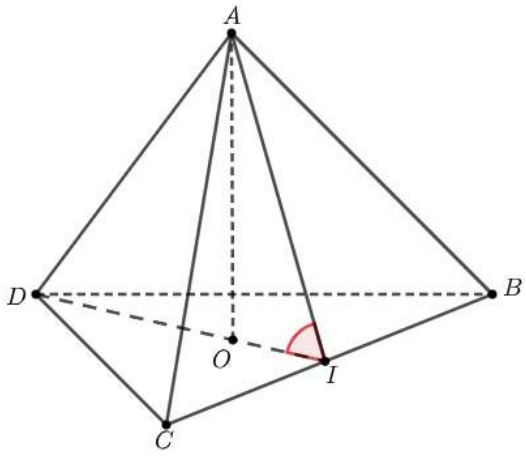
$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{25}{42}$..

Câu 22: Cho tứ diện đều $ABCD$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Hạ $OI\perp BC$ suy ra: $\widehat{((ABC);(BCD))}=\widehat{SIO}$

Ta có: $IA=ID=\dfrac{a\sqrt{3}}{2};OI=\dfrac{1}{3}ID=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow\cos\widehat{SIO}=\dfrac{OI}{SI}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z-1+3i|=2$ là một đường tròn. Tâm đường tròn có tọa độ là

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có: $|z-1+3i|=2\Leftrightarrow|x+yi-1+3i|=2\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+3)^2=4$

Suy ra tâm đường tròn $(1;-3)$..

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)-\log_2(a^2)$ bằng

A. $-\log_2 a$. **B.** $\log_2(a^5)$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(a^3)-\log_2(a^2)=3\log_2 a-2\log_2 a=\log_2 a$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=4x+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^2-\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^2-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x+\sin x)\mathrm{d}x=2x^2-\cos x+C$.

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}$. Nếu $F(0)=2, F(1)=9$ thì $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. $\int_0^1 f(x)\,dx=-7$. **B.** $\int_0^1 f(x)\,dx=7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\,dx=-11$. **D.** $\int_0^1 f(x)\,dx=11$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x)=f(x),\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Ta có $\int_0^1 f(x)\,dx=F(x)\big|_0^1=F(1)-F(0)=9-2=7$.

Câu 27: Cho $\int\frac{1}{2x+1}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $F'(x)=-\frac{2}{(2x+1)^2}$.

C. $F'(x)=\frac{2}{(2x+1)^2}$. **D.** $F'(x)=\frac{1}{2}\ln(2x+1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\frac{1}{2x+1}dx=F(x)+C\Rightarrow F'(x)=\frac{1}{2x+1}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt mặt $(P):2x-y-2z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;3)$ và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;3)$ và vuông góc với (P) nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;-2)$ là vectơ chỉ phương nên có phương trình $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;2;-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oyz có tọa độ là

A. $(4;2;3)$. **B.** $(4;2;-3)$. **C.** $(-4;2;3)$. **D.** $(-4;-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oyz có tọa độ là $(4;2;-3)$.

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $V=\frac{\pi}{30}$. **B.** $V=\frac{31\pi}{30}$. **C.** $V=\frac{1}{30}$. **D.** $V=\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\end{array}\right.$.

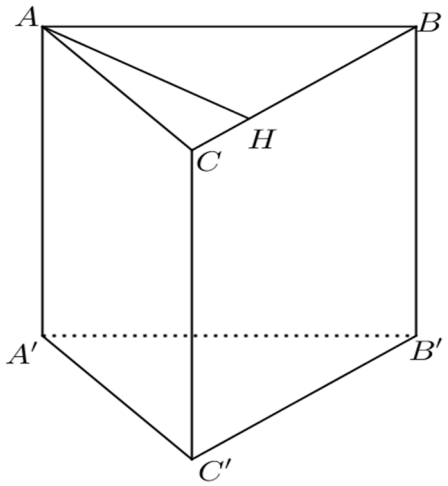
Ta có $V=\pi\int\limits_0^1\left(x^2-x\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{30}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a, AB=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC.

Ta có $AH\perp BC, AH\perp BB'\Rightarrow AH\perp\left(BCC'B'\right)$ hay $d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)=AH$

Mặt khác: $AA'//\left(BCC'B'\right)$, suy ra $d\left(AA',\left(BCC'B'\right)\right)=d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)=AH$

Do $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a$. Ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AC^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{3a^2}=\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d\left(AA',\left(BCC'B'\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\dfrac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 8x-\log 4x$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x>2+\sqrt{5}$.

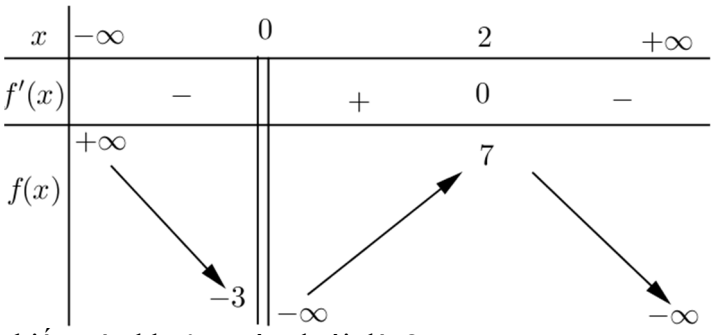
Ta có $\dfrac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 8x-\log 4x\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 2$

$\Leftrightarrow\log\left(x^2-4x-1\right)=\log 4\Leftrightarrow x^2-4x-1=4\Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$.

Do $x>2+\sqrt{5}$ nên $x=5$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình bằng 5.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;7)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2)<1$ là

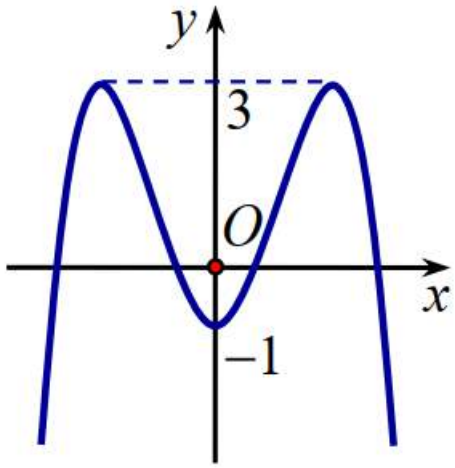
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(x+2)<1 \Leftrightarrow 0<x+2<2 \Leftrightarrow -2<x<0$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong nhưu hình bên.



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=4$ là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $1+f(x)\neq 0 \Leftrightarrow f(x)\neq -1$.

Ta có: $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=4 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{5}$ (thỏa mãn điều kiện).

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{5}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. A_9^3. **B.** C_9^3. **C.** 9^3. **D.** $3!$.

Lời giải

Chọn A

Xét tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số cần tìm là một chỉnh hợp chập 3 của 9 phần tử trong tập **A.**

Vậy có A_9^3 số tự nhiên có 3 chữ số cần tìm.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	24	↘	-101	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng?

A. 2. **B.** -2. **C.** -101. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng: -101

.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^3(x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên: $(-3;1)$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình thỏa mãn $\left[1-\log_2(x+8)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\ge 0$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l}x+8>0\\2.4^{x+1}-17.2^x+2\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>-8\\\left[\begin{array}{l}2^x\ge 2\\2^x\le\frac{1}{8}\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x>-8\\\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\x\le -3\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\-8<x\le -3\end{array}\right.$.

Khi đó

$\left[1-\log_2(x+8)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\ge 0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}2.4^{x+1}-17.2^x+2=0\\x>-8\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}2.4^{x+1}-17.2^x+2>0\\1-\log_2(x+8)\ge 0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.\\x>-8\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\-8<x<-3\end{array}\right.\\\log_2(x+8)\le 1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\-8<x<-3\end{array}\right.\\x\le -6\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\\-8<x\le -6\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện $x \in \mathbb{Z}$ ta có trường hợp này các giá trị x thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x \in \{-7;-6;-1;3\}$.

Câu 40: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+3+2i|=1$ và $|z_2+2-i|=1$. Xét các số phức $z=a+bi,(a,b\in R)$ thỏa mãn $2a-b=0$ Khi biểu thức $T=|z-z_1|+|z-2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=3a^2-b^3$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 11. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} w_1 = z_1 \\ w_2 = 2z_2 \end{cases}$

Ta có: $|z_1+3+2i|=1 \Leftrightarrow |w_1+3+2i|=1$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức w_1, khi đó M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-3;-2), R=1$.

Ta có: $|z_2+2-i|=1 \Leftrightarrow |2z_2+4-2i|=2$. Gọi N là điểm biểu diễn số phức w_2, khi đó N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_1(-4;2), R=2$.

Xét số phức $z=x+yi$ có điểm biểu diễn là $A(x;y)$, $A\in(\Delta): 2x-y=0$

Tìm $A\in(\Delta)$ sao cho $T=AM+AN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi $A=I_2I_3\cap(\Delta)$ với I_3 đối xứng với I_1 qua (Δ).

Khi đó $I_1I_3 \begin{cases} qua\, I_1(-3;-2) \\ \perp(\Delta) \end{cases} \Rightarrow x+2y+7=0$

Gọi $H=I_1I_3\cap(\Delta)\Rightarrow H\left(\frac{-7}{5};\frac{-14}{5}\right)$. Khi đó H là trung điểm của $I_1I_3 \Rightarrow I_3\left(\frac{1}{5};\frac{-18}{5}\right)$

Ta có $\overrightarrow{I_1I_3}=\left(\frac{21}{5};\frac{-28}{5}\right)=\frac{3}{5}(3;-4)\Rightarrow (I_1I_3): 4x+3y+10=0$

Khi đó $A=I_1I_3\cap(\Delta)\Rightarrow A(-1;-2)\Rightarrow z=-1-2i$

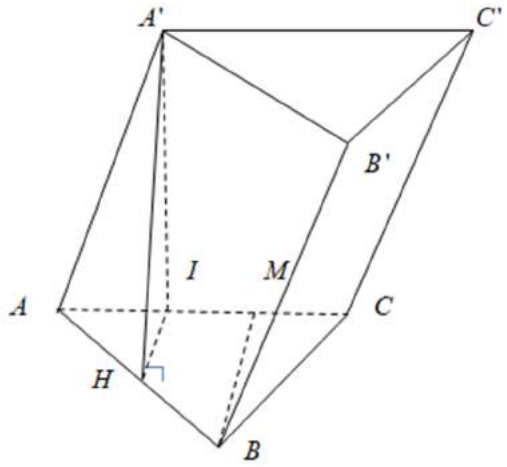
Suy ra $\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$ nên $P=3a^2-b^3=11$.

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{32}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{16}$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow A'H \perp AB$

Ta có $\begin{cases}(A'BC) \perp (ABC)\\(A'BC) \cap (ABC) = AB \Rightarrow A'H \perp (ABC)\\A'H \perp AB\end{cases}$

Dựng $HI \perp AC \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow A'I \perp AC$

Suy ra $\left((ACC'A');(ABC)\right) = \left(A'I;HI\right) = \widehat{A'IH} = 60^0$

Dựng $BM \perp AC \Rightarrow HI = \frac{1}{2}BM = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Trong tam giác $A'IH$ có $A'H = HI.\tan\widehat{A'IH} = \frac{a\sqrt{3}}{4}\tan 60^0 = \frac{3a}{4}$

Vậy thể tích lăng trụ: $V = S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{3a}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3)-f(2)=0$ và $f(0)=1$. Giá trị của biểu thức $f(-4)+2f(-1)-f(3)$ bằng

A. $3\ln\frac{5}{2}+2$. **B.** $3\ln\frac{2}{5}+2$. **C.** $2\ln\frac{2}{5}+2$. **D.** $3\ln\frac{2}{5}+3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = \frac{x-4}{x^2+x-2} = \frac{x-4}{(x+2)(x-1)} = \frac{2(x+1)-1(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2}{x+2}+\frac{-1}{x-1}$

Suy ra: $f(x) = \int f'(x)dx = \begin{cases}2\ln|x+2|-\ln|x-1|+C_1 & x<-2\\2\ln|x+2|-\ln|x-1|+C_2 & -2<x<1\\2\ln|x+2|-\ln|x-1|+C_3 & x>1\end{cases}$

$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases}\ln\frac{(x+2)^2}{1-x}+C_1, & x<-2\\\ln\frac{(x+2)^2}{1-x}+C_2, & -2<x<1.\\\ln\frac{(x+2)^2}{x-1}+C_3, & x>1\end{cases}$

Lại có: $\begin{cases} f(-3)-f(2)=0 \\ f(0)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln\frac{1}{4}+C_1-C_3-\ln 16=0 \\ \ln 4+C_2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1-C_3=6\ln 2 \\ C_2=1-2\ln 2 \end{cases}$

Suy ra: $f(-4)+2f(-1)-f(3)=\ln\frac{4}{5}+C_1+2\left(\ln\frac{1}{2}+C_2\right)-\left(\ln\frac{25}{2}+C_3\right)$

$=\left[\ln\frac{4}{5}+2\ln\frac{1}{2}-\ln\frac{25}{2}\right]+\left[C_1+2C_2-C_3\right]=\ln\frac{2}{125}+6\ln 2+2(1-2\ln 2)=\ln\frac{8}{125}+2=3\ln\frac{2}{5}+2.$

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2-4z+\frac{c}{d}=0$ (với $c\in\mathbb{Z};d\in\mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1,z_2. Gọi A,B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1,z_2 trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều, giá trị của biểu thức $P=2c-5d$ bằng

A. $P=16$. **B.** $P=19$. **C.** $P=17$. **D.** $P=22$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $z^2-4z+\frac{c}{d}=0 \quad (1)$ có 2 nghiệm z_1,z_2

$\Rightarrow \begin{cases} z_1=a+bi \\ z_2=a-bi \end{cases}(a,b\in\mathbb{R}); \begin{cases} z_1+z_2=2a=4\Rightarrow a=2 \\ z_1.z_2=a^2+b^2=\frac{c}{d} \end{cases}$ và $A(a;b),B(a;-b)$

ΔOAB đều $\Rightarrow OA^2=OB^2=AB^2\Rightarrow a^2+b^2=(-2b)^2\Rightarrow b^2=\frac{a^2}{3}=\frac{4}{3}$

$\Rightarrow \frac{c}{d}=a^2+b^2=\frac{16}{3}$. Vậy $2c-5d=17$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023;2023]$ để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x+4m-5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $(d):x-1=0$.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4043. **D.** 4042.

Lời giải

Chọn B

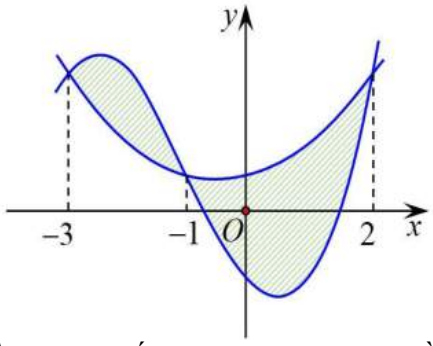
Ta có: $y'=x^2-2mx+m+2,\forall x\in\mathbb{R}$.

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1.(m+2)>0 \\ (x_1-1)(x_2-1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1\vee x>2 \\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1\vee x>2 \\ m+2-2m+1<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m<-1\vee x>2 \\ m>3 \end{cases} \Leftrightarrow m>3$.

Vì $m\in[-2023;2023]$ nên có $2023-3=2020$ giá trị nguyên của m thoả đề.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx-1$ và $g(x)=dx^2+ex+\frac{1}{2}$ (a, b, c, d, $e\in\mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt -3; -1; 2 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{125}{12}$. **B.** $\frac{253}{48}$. **C.** $\frac{253}{24}$. **D.** $\frac{253}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng -3, -1, 2 nên phương trình $f(x)-g(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt là -3, -1, 2.

Do đó, $f(x)-g(x)=a(x+3)(x+1)(x-2)$.

$\Rightarrow -6a=f(0)-g(0)=-1-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a=\frac{1}{4}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là

$$S=\int_{-3}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-3}^{2}\left|\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{253}{48}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(-1;0;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A,B và song song với d. Khoảng cách từ điểm $M(2;1;2)$ đến (P) bằng?

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;1;1)$, vecto chỉ phương của của đường thẳng $d:\overrightarrow{u_d}=(1;2;-3)$, suy ra vecto pháp tuyến của mặt phẳng $(P):\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_d}\right]=(-5;-5;-5)=-5(1;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P):(x-1)+(y+1)+(z-2)=0\Leftrightarrow x+y+z-2=0$.

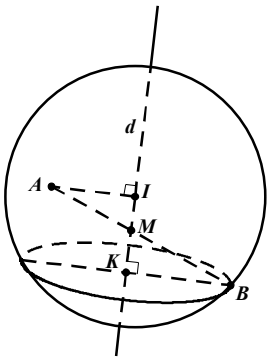
Khoảng cách từ điểm $M(2;1;2)$ đến (P) bằng $d(M;(P))=\sqrt{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-2;-7)$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+4)^2+(z+5)^2=729$. Biết điểm B thuộc giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P):2x+3y+4z-107=0$. Khi điểm M di động trên đường thẳng d thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+MB$ bằng

A. $5\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{742}$. **C.** $5\sqrt{30}$. **D.** 27.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;-4;-5)$ và bán kính $R=27$.

Đường thẳng d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;4)\Rightarrow d\perp(P)$.

Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng d. Vì $I\in d$ nên K là tâm của đường tròn giao tuyến và $KB\perp d$.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(1;2;-2)\Rightarrow IA=3$ và $\overrightarrow{IA}.\vec{u}=0\Rightarrow IA\perp d$.

Ta tính được $IK=\mathrm{d}(I,(P))=\dfrac{|2.(-3)+3.(-4)+4(-5)-107|}{\sqrt{2^2+3^2+4^2}}=5\sqrt{29}$ và $KB=\sqrt{R^2-IK^2}=2$.

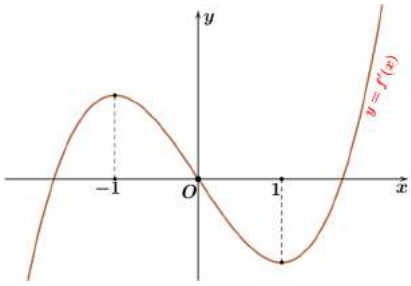
Do M di động trên đường thẳng d (trục của đường tròn giao tuyến) và B thuộc đường tròn giao tuyến nên biểu thức $MA+MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $M=AB\cap d$.

Khi đó, ta có $\dfrac{MI}{MK}=\dfrac{IA}{KB}=\dfrac{3}{2}$ và $MI+MK=IK=5\sqrt{29}$. Suy ra $MI=3\sqrt{29}$, $MK=2\sqrt{29}$.

Ta có: $AM=\sqrt{IA^2+MI^2}=3\sqrt{30}\Rightarrow BM=\dfrac{2}{3}AM=2\sqrt{30}$.

Vậy $(AM+BM)_{\min}=3\sqrt{30}+2\sqrt{30}=5\sqrt{30}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=2$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y=|4f(\sin x)+\cos 2x-m|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

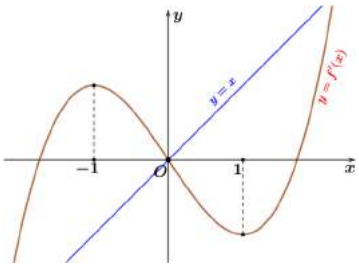
A. 6. **B.** 7. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sin x, x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$ và ta có hàm số $y=\sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Xét hàm số $g(t)=4f(t)-2t^2+1-m$ trên khoảng $(0;1)$.



Ta có: $g(1)=4f(1)-1-m=7-m$ và từ đồ thị ta suy ra $f'(x)>x,\forall x\in(0;1)$ (đúng).

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}g'(t)<0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\geq 0\end{cases}\Rightarrow m\leq 7\\ \begin{cases}g'(t)>0,\forall t\in(0;1)\\ g(1)\leq 0\end{cases}(loai)\end{array}\right.$.

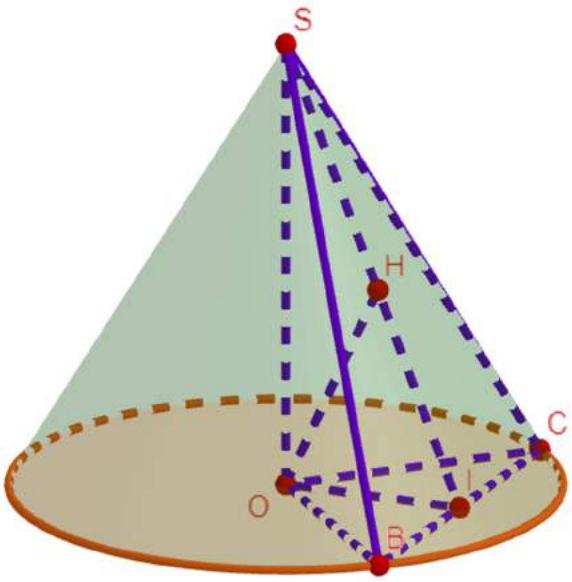
Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2;.....;7\}$.

Câu 49: Cho hình nón đỉnh S, tâm của đáy là O và bán kính đường tròn đáy bằng 5. Mặt phẳng (P) qua đỉnh hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 6. Biết rằng thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón trên bằng $\frac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo cây cung $BC\Rightarrow BC=6$, gọi I là trung điểm BC suy ra $OI\perp BC$ và $BI=CI=3$.

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}.\pi.5^2.h=\frac{100\pi\sqrt{3}}{3}\Rightarrow h=4\sqrt{3}\Rightarrow SO=4\sqrt{3}$

Theo định lý py – ta – go: $OI=\sqrt{OB^2-BI^2}=4$.

Hạ $OH\perp SI$ (1), ta có: $\begin{cases}BC\perp OI\\ BC\perp SO\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SOI)\Rightarrow BC\perp OH$ (2)

Từ $(1),(2)\Rightarrow OH\perp(SBC)\Rightarrow d(O,(SBC))=OH$

Xét tam giác SOI có: $OH=\frac{SO.OI}{\sqrt{SO^2+OI^2}}=2\sqrt{3}$..

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_3\left(x+y^2+3y\right)+\log_2\left(x+y^2\right)\le\log_3 y+\log_2\left(x+y^2+6y\right)$?

A. 69 . **B.** 34 . **C.** 35 . **D.** 70 .

Lời giải

Chọn C

Đầu tiên ta có bất phương trình tương đương với:

$\log_3\left(x+y^2+3y\right)+\log_2\left(x+y^2\right)\le\log_3 y+\log_2\left(x+y^2+6y\right)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x+y^2+3y\right)-\log_3\left(9y\right)+2\left(\log_2\left(x+y^2+6y\right)-\log_2\left(2x+2y^2\right)\right)\le 0$

$\Leftrightarrow\log_3\left(\frac{x+y^2+3y}{y}\right)-2\log_2\left(\frac{x+y^2+6y}{x+y^2}\right)\le 0$

$\Leftrightarrow\log_3\left(\frac{x+y^2}{y}+3\right)-2\log_2\left(1+6\frac{y}{x+y^2}\right)\le 0$ (*)

Đặt $t=\frac{x+y^2}{y}=\frac{x}{y}+y>0$ thì bất phương trình (*) trở thành: $\log_3\left(t+3\right)-2\log_2\left(1+\frac{6}{t}\right)\le 0$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\log_3\left(t+3\right)-2\log_2\left(1+\frac{6}{t}\right)$ có $f'\left(t\right)=\frac{1}{\left(t+3\right)\ln 3}+\frac{12}{t^2\left(1+\frac{6}{t}\right)\ln 2}>0,\ \forall t>0$

và $f\left(6\right)=0$.

Suy ra hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ và với $f\left(t\right)\le 0$ ta suy ra $t\le 6\Leftrightarrow\frac{x+y^2}{y}\le 6$

$\Leftrightarrow -y^2+6y\ge x>0\Leftrightarrow 0<y<6\xrightarrow{y\in\mathbb{Z}}y\in\left\{1;2;3;4;5\right\}$.

Thế $y=1\to x\le 5\to x\in\left\{1;2;3;4;5\right\}$ có 5 cặp, $y=2\to x\le 8\to x\in\left\{1;2;..;8\right\}$ có 8 cặp,

$y=3\to x\le 9\to x\in\left\{1;2;...;9\right\}$ có 9 cặp, $y=4\to x\le 8\to x\in\left\{1;2;..;8\right\}$ có 8 cặp và cuối cùng thế

$y=5\to x\le 5\to x\in\left\{1;2;3;4;5\right\}$ có 5 cặp.

Tổng cộng có 35 cặp thỏa mãn. Chọn đáp án **C.**

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÁI BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 4
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-8+9i$ có tọa độ là
A. $(-8;9)$. **B.** $(9;-8)$. **C.** $(-9;8)$. **D.** $(8;-9)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$ là
A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2023}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 2023}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 2023}$.

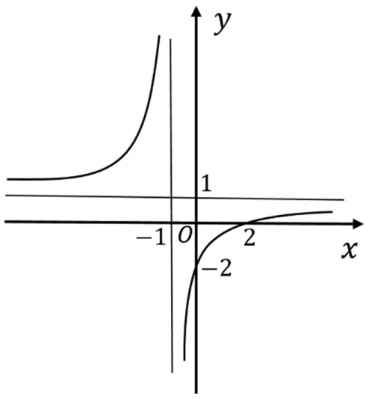
Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là,
A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=x^{e-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^e$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}>27$ là
A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của u_4 bằng.
A. 3. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{1}{81}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là
A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;2)$.

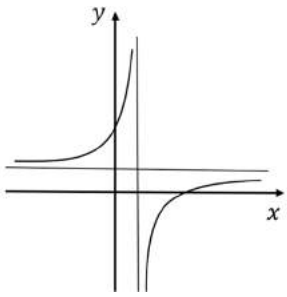
Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 8. Nếu $\int\limits_{-2}^{5}f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_{-2}^{5}g(x)\mathrm{d}x=7$ thì $\int\limits_{-2}^{5}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng
A. 4. **B.** 10. **C.** -4. **D.** -10.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y=x^2-4x+1$. **D.** $y=x^3-3x-5$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-6y-8z+5=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-4;-6;-8)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(-2;-3;-4)$. **D.** $(4;6;8)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 12. Cho số phức $z=6+8i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. 96. **B.** 100. **C.** -96. **D.** -28.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 64. **B.** 16. **C.** $\dfrac{64}{3}$. **D.** 8.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=2, \widehat{BAC}=120^0$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$.Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(I;R)$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=2R$.

Câu 16. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ là

A. -3. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 4.

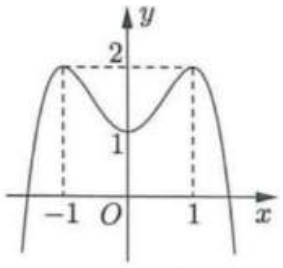
Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $\pi r(2l+r)$. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi r(l+r)$. **C.** $\pi r(l+r)$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $P(1;2;5)$. **B.** $Q(2;1;-5)$. **C.** $N(2;1;5)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{5x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\frac{1}{5}$. **B.** $y=\frac{-3}{5}$. **C.** $y=-\frac{1}{5}$. **D.** $y=\frac{3}{5}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3)<1$ là

A. $(3;4)$. **B.** $(-\infty;13)$. **C.** $(3;13)$. **D.** $(13;+\infty)$.

Câu 22. Cho tập hợp A có 20 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. 190. **B.** 380. **C.** 381. **D.** 191.

Câu 23. Cho Cho $\int\frac{1}{x-1}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $F'(x)=\ln(x-1)$. **C.** $F'(x)=\frac{1}{x-1}$. **D.** $F'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}$.

Câu 24. Nếu $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int_0^4\left[\frac{1}{2}f(x)-4\right]\mathrm{d}x$ bằng

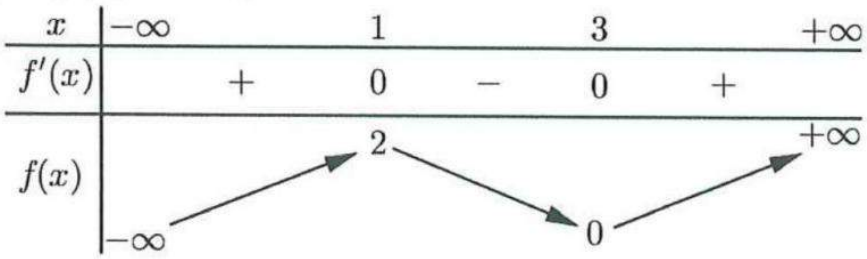
A. 4. **B.** -6. **C.** 8. **D.** -12.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sin x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=-\cos x+x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=\cos x+x^2+C$.

C. $\int f(x)dx=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

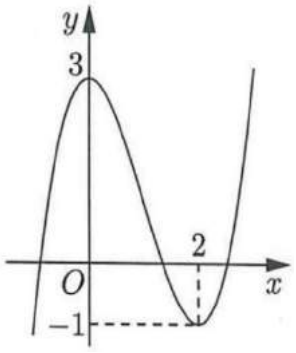
Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(4a)-\ln(3a)$ bằng

A. $\ln a$. **B.** $\ln\frac{3}{4}$. **C.** $\ln(12a^2)$. **D.** $\ln\frac{4}{3}$.

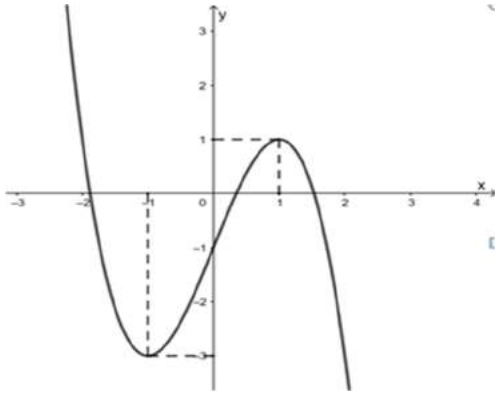
Câu 29. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $V=\frac{16}{15}$. **B.** $V=\frac{8\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{8}{3}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{15}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}AB$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x-2)+3=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2024}(1-x)^{2023}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 33. Một hộp chứa 25 quả cầu gồm 10 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{13}{15}$. **C.** $\frac{53}{60}$. **D.** $\frac{7}{60}$.

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x+4\ln x-5=0$

A. $\frac{1}{e^5}$. **B.** -4. **C.** -5. **D.** $\frac{1}{e^4}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;1)$.

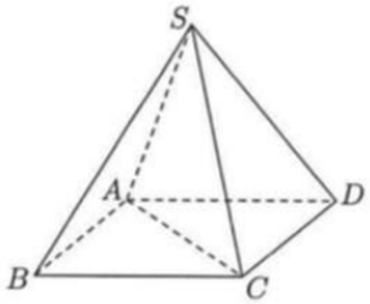
Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng MN trên mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{10}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{10}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-10}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-10}=\frac{z}{1}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng $(P):x+2y+2z-2=0$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;-1)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $M(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_4\frac{x^2-25}{1331}\le\log_{11}\frac{x^2-25}{64}$?

A. 570. **B.** 286. **C.** 573. **D.** 572.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(9)+\mathrm{G}(9)=5$ và $F(0)+\mathrm{G}(0)=2$. Khi đó $\int_0^3 f(3x)dx$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 7. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-18x^2-mx+5$ có ba điểm cực trị?

A. 47. **B.** 45. **C.** 49. **D.** 48.

Câu 42. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=5$ và $|z-w|=10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1-i|+|w-4+6i|$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** $5+\sqrt{52}$. **D.** $5-\sqrt{52}$.

Câu 43. Cho Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 44. Cho Cho các hàm số $y=f(x),y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn các điều kiện $f(x)=x.g'(x),g(x)=x.f'(x),\forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)-g(1)=4$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=1,x=2$ $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $4\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $16\ln 2$. **D.** $8\ln 2$.

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|^2+|z_2|^2=2$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A. $\frac{3\sqrt{17}}{17}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{17}$. **C.** $\frac{5\sqrt{17}}{17}$. **D.** $\frac{9\sqrt{17}}{17}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_3\left(x^2+y^2+3x+4y+6\right)+\log_2\left(x^2+y^2+2x+4y+5\right)\le\log_3(x+1)+\log_2\left(x^2+y^2+26x+4y+29\right)$?

A. 89. **B.** 48. **C.** 90. **D.** 49.

Câu 48. Cho khối nón có đỉnh S đáy là hình tròn (O,R), chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=12$. Gọi C, D lần lượt là các điểm đối xứng với A, B qua O. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SA bằng

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\frac{5}{24}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;10)$, $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho MB luôn vuông góc OA và tam giác OAM có diện tích bằng 15. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(7;9)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(6;7)$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-\infty;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-(m+3)x+25-m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 14.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	B	B	A	A	B	B	B	D	D	A	A	A	B	C	B	A	D	C	A	C	D	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	D	A	C	D	B	D	C	A	A	C	A	A	A	B	B	A	C	A	B	A	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=-8+9i$ có tọa độ là.

A. $(-8;9)$. **B.** $(9;-8)$. **C.** $(-9;8)$. **D.** $(8;-9)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z=-8+9i$ có tọa độ là $(-8;9)$.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2023}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 2023}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 2023}$.

Lời giải

Chọn B

$y=\log_{2023}x\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln 2023}$.

Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là,

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=x^{e-1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{e}x^{e-1}$. **D.** $y'=ex^e$.

Lời giải

Chọn A

$y'=e.x^{e-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+1}>27$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn B

$3^{x+1}>27\Leftrightarrow x+1>3\Leftrightarrow x>2\Leftrightarrow x\in(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của u_4 bằng.

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{1}{81}$.

Lời giải

Chọn B

$u_4=u_1.q^3=3.\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=3.\dfrac{1}{27}=\dfrac{1}{9}$.

.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là

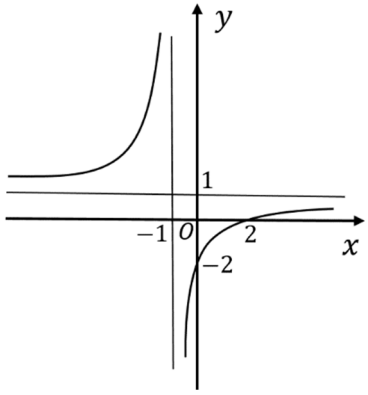
A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-2)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy giao điểm cần tìm có tọa độ $(0;-2)$.

Câu 8. Nếu $\int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x = 7$ thì $\int_{-2}^{5} \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

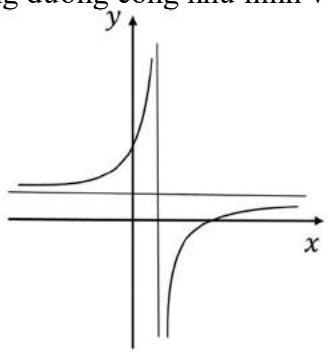
A. 4. **B.** 10. **C.** -4. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-2}^{5} \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-2}^{5} g(x)\mathrm{d}x = 3+7 = 10$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **B.** $y = \dfrac{x-3}{x-1}$. **C.** $y = x^2 - 4x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x - 5$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-4;-6;-8)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(-2;-3;-4)$. **D.** $(4;6;8)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) đã cho có tâm là $I(2;3;4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) lần lượt là $\vec{k}$ và $\vec{j}$.

Vì $\vec{k} \perp \vec{j}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng 90°.

Câu 12. Cho số phức $z=6+8i$, phần thực của số phức z^2 bằng

A. 96. **B.** 100. **C.** -96. **D.** -28.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2=(6+8i)^2=-28+96i$.

Khi đó phần thực của số phức z^2 bằng -28.

Câu 13. Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 64. **B.** 16. **C.** $\frac{64}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=2, \widehat{BAC}=120^0$; SA vuông góc với đáy và $SA=3$.Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}.AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{1}{6}.3.2.2.\sin 120^o=\sqrt{3}$.

Câu 15. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(I;R)$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (P). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=2R$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16. Phần ảo của số phức $z=3-4i$ là

A. -3. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 17. Cho hình nón có đường kính đáy $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $\pi r(2l+r)$. **B.** $\frac{2}{3}\pi r(l+r)$. **C.** $\pi r(l+r)$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn C

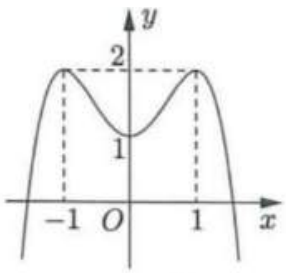
Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+5}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $P(1;2;5)$. **B.** $Q(2;1;-5)$. **C.** $N(2;1;5)$. **D.** $M(2;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị $A(-1;2), B(0;1), C(1;2)$

ΔABC cân tại B có $AC=2, d(B,AC)=1 \Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}.1.2=1$.

Câu 20. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{5x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\frac{1}{5}$. **B.** $y=\frac{-3}{5}$. **C.** $y=-\frac{1}{5}$. **D.** $y=\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x+1}{5x-1}=\frac{3}{5}$

Vậy đồ thị hàm số có TCN $y=\frac{3}{5}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3)<1$ là

A. $(3;4)$. **B.** $(-\infty;13)$. **C.** $(3;13)$. **D.** $(13;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(x-3)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3>0 \\ x-3<10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x<13 \end{cases} \Leftrightarrow 3<x<13$.

Vậy tập nghiệm là $S=(3;13)$.

Câu 22. Cho tập hợp A có 20 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. 190. **B.** 380. **C.** 381. **D.** 191.

Lời giải

Chọn A

Số tập con gồm hai phần tử của A bằng $C_{20}^2=190$.

Câu 23. Cho Cho $\int\frac{1}{x-1}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{2}{(x-1)^2}$. **B.** $F'(x)=\ln(x-1)$. **C.** $F'(x)=\frac{1}{x-1}$. **D.** $F'(x)=-\frac{1}{(x-1)^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F'(x)=\frac{1}{x-1}$.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int\limits_0^4\left[\frac{1}{2}f(x)-4\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -6. **C.** 8. **D.** -12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^4\left[\frac{1}{2}f(x)-4\right]\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^4 4\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}.8-16=-12$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\sin x+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=-\cos x+x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=\cos x+x^2+C$.

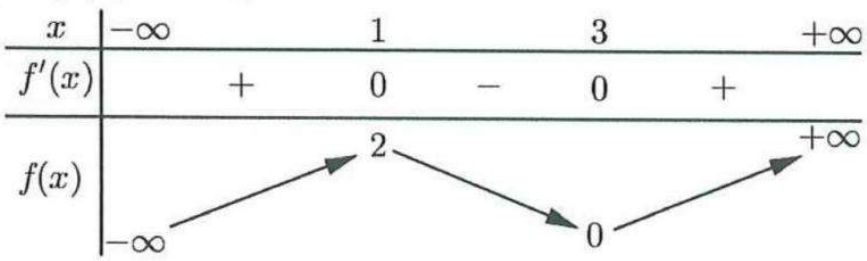
C. $\int f(x)dx=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (\sin x + 2x)dx = -\cos x + x^2 + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



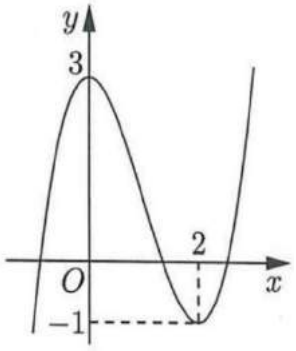
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. -1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(4a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\ln a$. **B.** $\ln\dfrac{3}{4}$. **C.** $\ln(12a^2)$. **D.** $\ln\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(4a) - \ln(3a) = \ln\dfrac{4a}{3a} = \ln\dfrac{4}{3}$.

Câu 29. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = -x^2 + 2x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $V = \dfrac{16}{15}$. **B.** $V = \dfrac{8\pi}{3}$. **C.** $V = \dfrac{8}{3}$. **D.** $V = \dfrac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

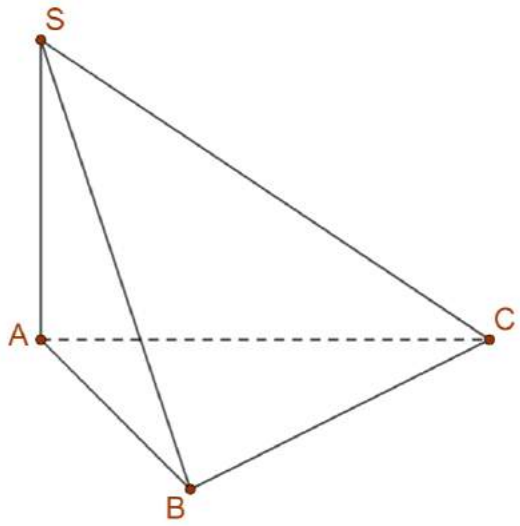
Vậy $V = \pi\int_0^2 \left(-x^2 + 2x\right)^2 dx = \dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{3}AB$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

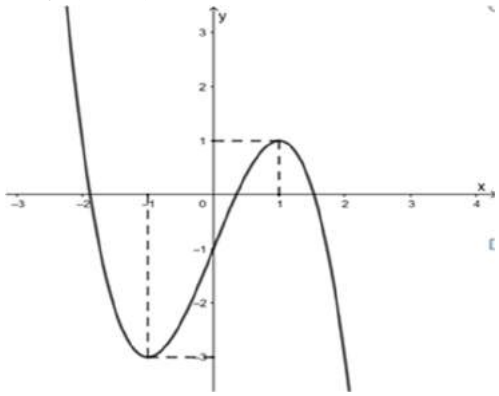


Ta có $(SBC)\cap(ABC)=BC$.

Lại có $BC\perp SA, BC\perp AB\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow((SBC),(ABC))=\widehat{SBA}$.

Ta có: $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SBA}=60°$.

Câu 31. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x-2)+3=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=x-2$

Phương trình $f(x-2)+3=m\Rightarrow f(t)+3=m\Leftrightarrow f(t)=m-3$

Từ đồ thị hàm số để phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt khi: $-3<m-3<1\Leftrightarrow 0<m<4$

Lại có: $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2024}(1-x)^{2023}$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đồng biến khi $f'(x)\ge 0\Leftrightarrow(x-2)^{2024}(1-x)^{2023}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 1\\x=2\end{array}\right.$

Chứng tỏ hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 33. Một hộp chứa 25 quả cầu gồm 10 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{13}{15}$. **C.** $\frac{53}{60}$. **D.** $\frac{7}{60}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{25}^2$.

Gọi A là biến cố "lấy được hai quả khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số chẵn"

Biến cố $\overline{A}$: "lấy được hai quả khác màu đồng thời tích hai số ghi trên chúng là số lẻ"

Lấy 1 quả cầu màu đỏ ghi số lẻ, 1 quả cầu màu xanh ghi số lẻ. Số cách chọn: $C_5^1.C_8^1$

Số phần tử của biến cố A là $n(\overline{A})=C_5^1.C_8^1=40 \Rightarrow P(\overline{A})=\frac{40}{C_{25}^2}=\frac{2}{15}$.

Xác suất biến cố A bằng $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$.

Câu 34. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\ln^2 x+4\ln x-5=0$

A. $\frac{1}{e^5}$. **B.** -4. **C.** -5. **D.** $\frac{1}{e^4}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: x>0

$\ln^2 x+4\ln x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\ln x=1\\ \ln x=-5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=e\\ x=e^{-5}\end{array}\right.$

Khi đó tích hai nghiệm của phương trình: $e.\frac{1}{e^5}=\frac{1}{e^4}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$

Ta có $|z-1+2i|=1 \Leftrightarrow |x+yi-1+2i|=1 \Leftrightarrow |(x-1)+(y+2)i|=1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}=1$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y+2)^2=1$.

Vậy tâm của đường tròn đó có tọa độ là $(1;-2)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-1;-1)$ và $N(5;5;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x-y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d là hình chiếu vuông góc của đường thẳng MN trên mặt phẳng (P) là

A. $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{10}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{10}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{-10}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-10}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(4;6;2)$. Suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\vec{u}=(2;3;1)$.

Phương trình đường thẳng $MN:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1+3t\\ z=-1+t\end{cases}$.

Gọi $I(1+2t;-1+3t;-1+t)=MN\cap(P)$. Do $I\in(P)$ nên

$2(1+2t)-(-1+3t)+2(-1+t)-4=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(3;2;0)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=\frac{1}{3}\left[\left[\overrightarrow{n_P},\vec{u}\right],\overrightarrow{n_P}\right]=(4;10;1)$.

Đường thẳng d đi qua trung điểm $I(3;2;0)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}=(4;10;1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\frac{x-3}{4}=\frac{y-2}{10}=\frac{z}{1}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng $(P):x+2y+2z-2=0$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;-1)$. **B.** $(1;2;-3)$. **C.** $M(-1;-2;-3)$. **D.** $(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng $(P):x+2y+2z-2=0$

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;2;2)$

Đường thẳng Δ qua $A(1;2;3)$ vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{n_P}=(1;2;2)$ là vectơ chỉ phương có phương trình tham số là $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$

Gọi $H(1+t;2+2t;3+2t)$ là hình chiếu của $A(1;2;3)$ lên mặt phẳng (P)

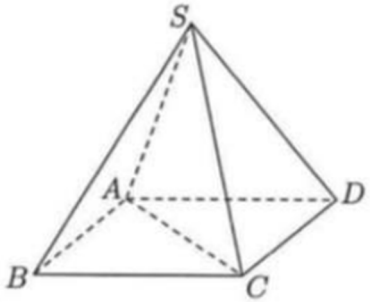
Ta có $H(1+t;2+2t;3+2t)\in(P) \Leftrightarrow 1+t+2(2+2t)+2(3+2t)-2=0$

$\Leftrightarrow 9+9t=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(0;0;1)$

Ta có $H(0;0;1)$ là trung điểm AA'

Suy ra $A'(-1;-2;-1)$.

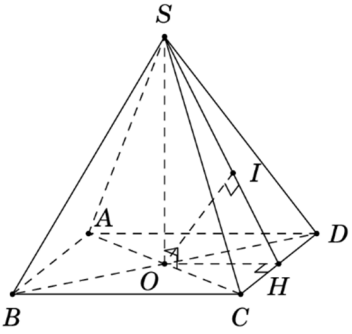
Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$ (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $d\left(AB,SC\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(B,\left(SCD\right)\right)$

Gọi O là giao điểm của AC và BD, O là trung điểm của BD nên $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=2d\left(O,\left(SCD\right)\right)$

Vẽ $OH\perp CD$ (H là trung điểm của CD)

Trong $\left(SOH\right)$ vẽ $OI\perp SH$

Ta có $\begin{cases}CD\perp SO\\CD\perp OH\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SOH\right)\Rightarrow CD\perp OI$

Mà $OI\perp SH$ nên $OI\perp\left(SCD\right)$

Vậy $d\left(O,\left(SCD\right)\right)=OI$

Ta lại có: $AD=AC.\sin 45^\circ=2a.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$, $OH=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{1}{OI^2}=\frac{1}{OH^2}+\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{a^2}\Rightarrow OI=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=2d\left(O,\left(SCD\right)\right)=2OI=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_4\dfrac{x^2-25}{1331}\le\log_{11}\dfrac{x^2-25}{64}$?

A. 570. **B.** 286. **C.** 573. **D.** 572.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\left(-\infty;-5\right)\cup\left(5;+\infty\right)$.

Ta có: $\log_4\dfrac{x^2-25}{1331}\le\log_{11}\dfrac{x^2-25}{64}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\ln 4}\left(\ln\left(x^2-25\right)-\ln 1331\right)\le\dfrac{1}{\ln 11}\left(\ln\left(x^2-25\right)-\ln 64\right)$

$\Leftrightarrow\dfrac{1}{\ln 4}\left(\ln\left(x^2-25\right)-3\ln 11\right)\le\dfrac{1}{\ln 11}\left(\ln\left(x^2-25\right)-3\ln 4\right)$

$\Leftrightarrow\left(\ln 11-\ln 4\right)\ln\left(x^2-25\right)\le 3\left(\ln^2 11-\ln^2 4\right)$

$\Leftrightarrow\ln\left(x^2-25\right)\le 3\left(\ln 11+\ln 4\right)$

$\Leftrightarrow x^2-25\le 44^3\Leftrightarrow-\sqrt{85209}\le x\le\sqrt{85209}$

Kết hợp điều kiện ta có $x\in\left\{-291;-292;...;-6;6;...;290;291\right\}$. Vậy có 572 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 40. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(9)+\mathrm{G}(9)=5$ và $F(0)+\mathrm{G}(0)=2$. Khi đó $\int_0^3 f(3x)dx$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 7. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ nên $\mathrm{G}(x)=F(x)+\mathrm{C}$

Từ giả thiết ta có: $\begin{cases}F(9)+\mathrm{G}(9)=5\\F(0)+\mathrm{G}(0)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2F(9)+C=5\\2F(0)+C=2\end{cases}\Rightarrow F(9)-F(0)=\dfrac{3}{2}$

$\int_0^3 f(3x)dx=\dfrac{1}{3}\int_0^9 f(x)dx=\dfrac{1}{3}(F(9)-F(0))=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-18x^2-mx+5$ có ba điểm cực trị?

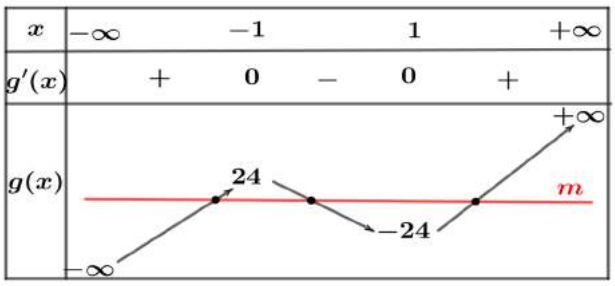
A. 47. **B.** 45. **C.** 49. **D.** 48.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow y'=12x^3-36x-m=0\Leftrightarrow m=\underbrace{12x^3-36x}_{g(x)}$ có 3 nghiệm phân biệt.

BBT của hàm số $g(x)=12x^3-36x\to g'(x)=36x^2-36$ trên $\mathbb{R}$.



Từ BBT, ta có: $-24<m<24$ thỏa điều kiện.

Kết hợp $m\in\mathbb{Z}$, ta suy ra $m\in\{-23;-22;....;0;1;.....;22;23\}\to$ có 47 giá trị.

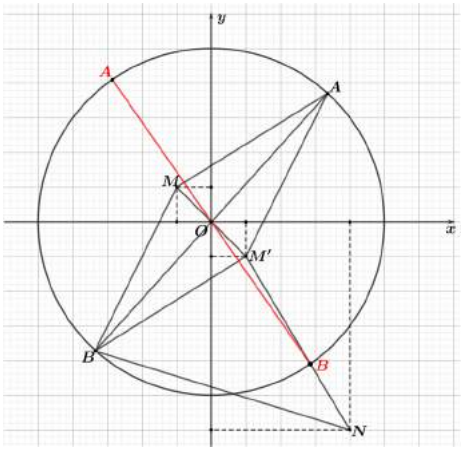
Câu 42. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=5$ và $|z-w|=10$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1-i|+|w-4+6i|$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** $5+\sqrt{52}$. **D.** $5-\sqrt{52}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(z),B(w),M(-1;1)$ và $N(4;-6)$ lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của số phức $z,w,z_1=-1+i$ và $z_2=4-6i$ (tham khảo hình vẽ)



Ta có: $OA=OB=5, AB=10$ và $T=AM+BN$.

Dễ thấy A đối xứng với B qua O.

Gọi M' đối xứng với M qua $O\Rightarrow M'(1;-1)$. Ta có $\triangle AOM=\triangle BOM'(cgc)\Rightarrow AM=BM'$.

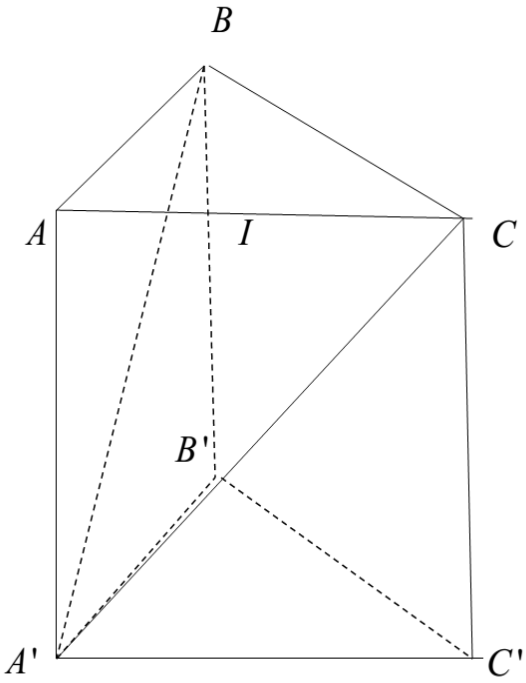
$T=AM+BN=BM'+BN\geq M'N\ \Rightarrow T_{\min}=M'N=\sqrt{34}$.

Câu 43. Cho Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Biết khoảng cách từ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{\sqrt{6}}{6}a$, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Do I là trung điểm của AC nên $d\left(I;\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(A;\left(A'BC\right)\right)$.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(ABB'A'\right)\Rightarrow\left(A'BC\right)\perp\left(ABB'A'\right)$.

Kẻ $AH\perp A'B\Rightarrow AH\perp\left(A'BC\right)\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác $A'AB$ vuông ở A nên $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AA'^2}\Rightarrow AA'=a\sqrt{2}$.

$V=a\sqrt{2}.\frac{1}{2}a.a=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44. Cho Cho các hàm số $y=f(x),y=g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\left(0;+\infty\right)$ và thỏa mãn các điều kiện $f(x)=x.g'\left(x\right),g(x)=x.f'\left(x\right),\forall x\in\left(0;+\infty\right)$ và $f\left(1\right)-g\left(1\right)=4$ Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=1,x=2$ $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $4\ln 2$. **B.** $2\ln 2$. **C.** $16\ln 2$. **D.** $8\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)-g(x)=x.g'(x)-x.f'(x)\Leftrightarrow f(x)+x.f'(x)=g(x)+x.g'(x)\Leftrightarrow\left(x.f(x)\right)'=\left(x.g(x)\right)'$

$\Rightarrow x.f(x)=x.g(x)+C\Rightarrow 1.f(1)=1.g(1)+C\Leftrightarrow f(1)-g(1)=C\Rightarrow C=4$.

Vậy $x.f(x)=x.g(x)+4\Leftrightarrow f(x)-g(x)=\frac{4}{x}$.

$S=\int_1^2\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_1^2\left|\frac{4}{x}\right|dx=4.\ln x\Big|_1^2=4\ln 2$

Câu 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2=2$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2-2\left(m+1\right)z+m^2=0$ thì $\Delta'=2m+1$.

Trường hợp 1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m+1>0 \Leftrightarrow m > \dfrac{-1}{2}$.

Với $m > \dfrac{-1}{2}$ phương trình có hai nghiệm thực $z_1 \neq z_2$.

Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 = 2 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2 - 2z_1z_2 = 2 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2m^2 - 2 = 0$.

$\Leftrightarrow m = -2+\sqrt{3}$

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{-1}{2}$.

Phương trình $(*)$ khi đó có 2 nghiệm phức.

Do đó $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 2 \Leftrightarrow 2|z_1|^2 = 2 \Leftrightarrow |z_1|^2 = 1 \Leftrightarrow z_1z_2 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và tạo với đường thẳng d một góc lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến (P) bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{17}}{17}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{17}}{17}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{17}}{17}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có góc giữa mặt phẳng (P) và đường thẳng d lớn nhất bằng 90^0 khi $d \perp (P)$. Do đó (P) đi qua $A(0;1;2)$ và có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;2;-3)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x+2y-3z+4=0$

Suy ra $d(M,(P)) = \dfrac{3\sqrt{17}}{17}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_3(x^2+y^2+3x+4y+6) + \log_2(x^2+y^2+2x+4y+5) \le \log_3(x+1) + \log_2(x^2+y^2+26x+4y+29)$?

A. 89. **B.** 48. **C.** 90. **D.** 49.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > -1$.

$\log_3(x^2+y^2+x+y+) + \log_2(x^2+y^2+2x+4y+5) \le \log_3(x+1) + \log_2(x^2+y^2+26x+4y+29)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{(x+1)^2+(y+2)^2+x+1}{x+1}\right) - \log_2\left(\dfrac{(x+1)^2+(y+2)^2+24(x+1)}{(x+1)^2+(y+2)^2}\right) \le 0$

$\Leftrightarrow \log_3\left(\dfrac{(x+1)^2+(y+2)^2}{x+1}+1\right) - \log_2\left(1+\dfrac{24(x+1)}{(x+1)^2+(y+2)^2}\right) \le 0.$

Đặt $t = \dfrac{(x+1)^2+(y+2)^2}{x+1}, (t>0)$ ta được bất phương trình $\Leftrightarrow \log_3(t+1) - \log_2\left(1+\dfrac{24}{t}\right) \le 0.$

Đặt $f(t) = \log_3(t+1) - \log_2\left(1+\dfrac{2}{t}\right) \Rightarrow f'(t) = \dfrac{1}{(t+1)\ln 3} + \dfrac{2}{t^2\left(1+\dfrac{2}{t}\right)\ln 2} > 0, \forall t > 0.$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f(8) = 0 \Rightarrow t \le 8.$

Ta được $\dfrac{(x+1)^2+(y+2)^2}{x+1} \le 8 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2 \le 4^2.$

$\Rightarrow (x-3)^2 \le 4^2 \Rightarrow -4 \le x-3 \le 4 \Leftrightarrow -1 < x \le 7$. (Do $x > -1$)

+ Với $x=0 \Rightarrow y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0$. Có 5 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=1 \Rightarrow y=-5, y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0, y=1$. Có 7 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=2 \Rightarrow y=-5, y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0, y=1$. Có 7 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=3 \Rightarrow y=-6, y=-5, y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0, y=1, y=2$. Có 9 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=4 \Rightarrow y=-5, y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0, y=1$. có 7 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=5 \Rightarrow y=-5, y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0, y=1$. Có 7 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=6 \Rightarrow y=-4, y=-3, y=-2, y=-1, y=0$. Có 5 cặp $(x;y)$ nguyên.

+ Với $x=7 \Rightarrow y=-2$. Có 1 cặp $(x;y)$ nguyên.

Vậy có 48 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

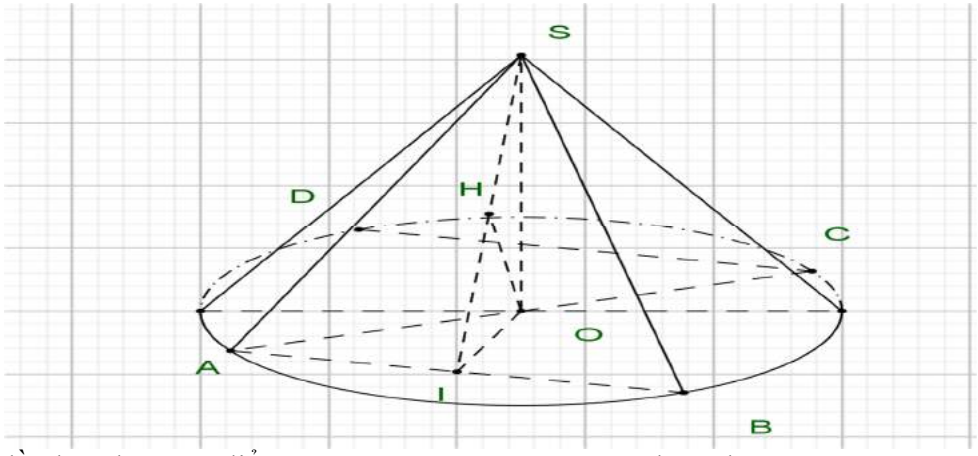
Câu 48. Cho khối nón có đỉnh S đáy là hình tròn (O,R), chiều cao bằng 8 và thể tích bằng $\frac{800\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=12$. Gọi C, D lần lượt là các điểm đối xứng với A, B qua O. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD và SA bằng

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\frac{5}{24}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h \Rightarrow R^2=\frac{3V}{\pi h}=\frac{800\pi}{8\pi}=100 \Rightarrow R=10.$



Gọi I,H lần lượt là trung điểm của AB,SI. Ta có CD,SA chéo nhau.

Tam giác OAI vuông tại $I \Rightarrow OI^2=OA^2-IA^2=100-36=64 \Rightarrow OI=OS=8.$

Ta có $\begin{cases} AB//CD \\ CA=2OA \end{cases} \Rightarrow d(SA,CD)=d(CD,(SAB))=d(C,(SAB))=2d(O,(SAB))$

Do tam giác SOI cân tại $O \Rightarrow OH \perp SI\,(1).$

Do $\begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO, (Do\ SO \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp SH\,(2), (Do\ SH \subset (SAB)).$

Từ $(1),(2) \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(SA,CD)=2OH.$

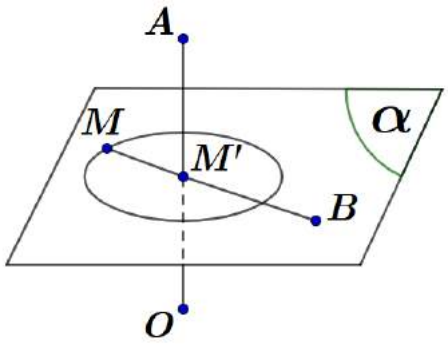
Do tam giác OSI vuông cân tại $O \Rightarrow 2OH=SI=8\sqrt{2} \Rightarrow d(SA,CD)=8\sqrt{2}..$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;0;10)$, $B(3;4;6)$. Xét các điểm M thay đổi sao cho MB luôn vuông góc OA và tam giác OAM có diện tích bằng 15. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(4;5)$. **B.** $(7;9)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(6;7)$.

Lời giải

Chọn B



Do $MB \perp OA$ nên MB luôn chứa trong mặt phẳng (α) với (α) là mặt phẳng điểm $B(3;4;6)$ và nhận $\overrightarrow{OA} = (0;0;10)$ là vectơ pháp tuyến $\Rightarrow (\alpha): z-6=0$.

Do $MB \perp OA$ nên gọi $B'(0;0;6)$ là hình chiếu của M, B trên OA.

Ta có $MB' = d(M, OA) = \dfrac{2S_{OAM}}{OA} = \dfrac{30}{10} = 3$.

Khi đó M thuộc đường tròn giao tuyến của mặt cầu tâm B', bán kính $R=3$ và mặt phẳng $(\alpha): z-6=0$.

Khi đó $MB \le BB' + B'M = 5+3 = 8$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-\infty;20)$ để hàm số $y = \left|x^3 - (m+3)x + 25 - m^2\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 12. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 - (m+3)x + 25 - m^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - m - 3$.

Để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(0;2)$:

TH1: $f(x)$ đồng biến và không nhận giá trị âm trên $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \ge 0 \\ f'(x) \ge 0 \end{cases}, \forall x \in (0;2)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \ge 0 \\ 3x^2 - m - 3 \ge 0 \end{cases}, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - m^2 \ge 0 \\ m \le -3 \end{cases} \Leftrightarrow -5 \le m \le -3$.

TH2: $f(x)$ nghịch biến và không nhận giá trị dương trên $(0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \le 0 \\ f'(x) \le 0 \end{cases}, \forall x \in (0;2)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \le 0 \\ 3x^2 - m - 3 \le 0 \end{cases}, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 5 \\ m \le -5 \Leftrightarrow m \ge 9 \\ m \ge 9 \end{cases} \Rightarrow 9 \le m \le 19$.

Vậy có tất cả 14 giá trị m thỏa mãn.

HẾT

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG QUẢNG NAM

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin\alpha$ là

A. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và công sai $d = -\frac{1}{2}$. Số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó bằng

A. $u_5 = 0$. **B.** $u_5 = -\frac{1}{2}$. **C.** $u_5 = \frac{1}{8}$. **D.** $u_5 = -\frac{1}{4}$.

Câu 3. Hình nón có độ dài đường sinh bằng 4 và có góc ở đỉnh bằng 90^0. Tính bán kính đáy R của hình nón.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x-4)^{-2023}$.

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D = (2;+\infty)$.

Câu 5. Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[2;3]$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 243$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 2$.

Câu 7. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{a} = (2;-1;-2)$ vuông góc với véc-tơ nào sau đây?

A. $\vec{q} = (1;-1;2)$. **B.** $\vec{m} = (2;1;1)$. **C.** $\vec{p} = (1;-2;2)$. **D.** $\vec{n} = (-2;3;2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB có tọa độ là

A. $(3;5;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;4;1)$. **D.** $(2;4;6)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ là

A. $\vec{n} = (-3;-6;-2)$. **B.** $\vec{n} = (-4;-1;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;-4;2)$. **D.** $\vec{n} = (4;-1;2)$.

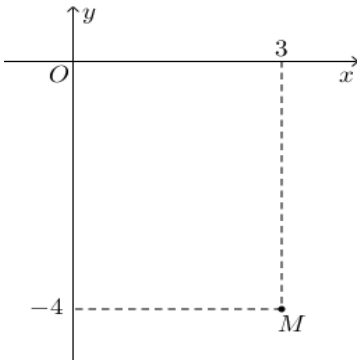
Câu 11. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Câu 12. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Khi đó môđun của số phức z bằng

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 3\sqrt{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{29}$. **D.** $|z| = \sqrt{34}$.

Câu 13. Số phức $z = a + bi\ (a,b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là điểm M như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b.



A. $a=-4, b=3$. **B.** $a=3, b=4$. **C.** $a=3, b=-4$. **D.** $a=-4, b=-3$.

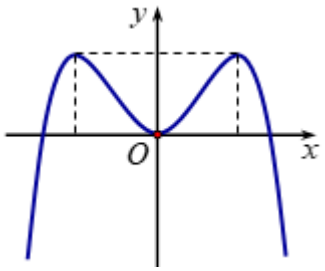
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực đại của hàm số là

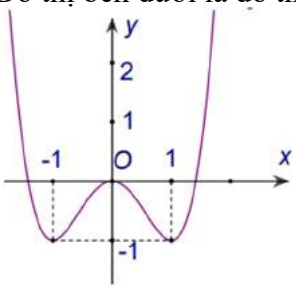


A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Câu 17. Đồ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là

A. $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $3^x\ln 3+C$. **C.** $3^{x+1}+C$. **D.** 3^x+C.

Câu 19. Biết $\int_0^2 f(x)\,dx=4$ và $\int_0^2 g(x)\,dx=3$. Tính $I=\int_0^2\left[3f(x)-2g(x)\right]dx$.

A. $I=17$. **B.** $I=8$. **C.** $I=6$. **D.** $I=-1$.

Câu 20. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=\pi$ là

A. $S=\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_0^{\pi}|\sin x|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 21. Cho chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại B và $AB=2BC=2a$. Biết $SA\perp(ABC)$.Tính $d\left(B;(SAC)\right)$.

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 22. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người để tham gia lao động. Tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Câu 23. Trong các số a thoả mãn điều kiện dưới đây, số nào nhỏ hơn 1?

A. $\log_{\frac{1}{3}} a=-2$. **B.** $\log_a 5=2$. **C.** $\log_3 5=a$. **D.** $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} a=2$.

Câu 24. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x}=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=5$. **D.** $T=4$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

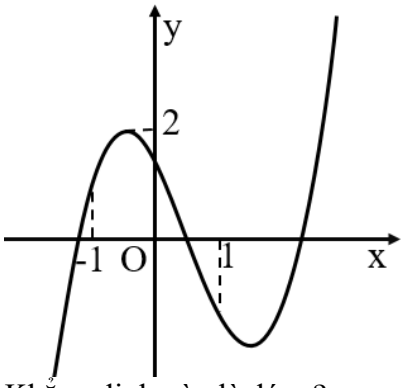
A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$.

C. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m>2$. **C.** $-1<m\le 2$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 27. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a<0, b<0, c<0, d<0$. **B.** $a>0, b<0, c<0, d>0$.

C. $a>0, b>0, c<0, d>0$. **D.** $a>0, b>0, c>0, d<0$.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x-z-1=0$. Điểm $H(a;b;c)$ là
hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P). Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=-3$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 30. Cho $M(3;3;3), N(3;-1;-1), E(-1;3;3), F(-1;3;-1)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNEF$.

A. $R=\dfrac{3}{2}$. **B.** $R=2\sqrt{2}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=\sqrt{3}$.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=3-i$. Số phức $2z_1-\overline{z}_2$ có phần ảo bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 32. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2-4z+13=0$. Tính $|z_1+i|^2+|z_2+i|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Câu 33. Cho $I=\int\dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=-\int t\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int t\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int t^2\mathrm{d}t$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^1(x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-12$. **C.** $I=8$. **D.** $I=-8$.

Câu 35. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, trục hoành và đường thẳng $x=9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng

A. $V=\dfrac{5\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{7\pi}{6}$. **C.** $V=\dfrac{11\pi}{6}$. **D.** $V=\dfrac{13\pi}{6}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(x^3+5x+1)=5x+2;\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_1^7 xf'(x)dx$.

A. 25. **B.** 18,75. **C.** 18,25. **D.** 18,5.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp mp(ABCD)$, $SA=a$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SBD).

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A và AB= a, $\widehat{BAC}=120^0$,
Tam giác SBC là đều và mặt phẳng (SBC) vuông góc mặt phẳng đáy. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC.

A. $S_{mc}=5\pi a^2$. **B.** $S_{mc}=6\pi a^2$. **C.** $S_{mc}=3\pi a^2$. **D.** $S_{mc}=4\pi a^2$.

Câu 39. (VD) Số nghiệm nguyên trên đoạn $[-2023;2023]$ của bất phương trình $\log_2(3^x+1)\geq 2x+1$ là

A. 2023. **B.** 4047. **C.** 2024. **D.** 4046.

Câu 40. Trong không gian *Oxyz* cho đường thẳng (d): $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và điểm $A(-3,4,3)$. Viết phương trình đường thẳng (d') song song (d) và (d') cách (d) một khoảng bằng 3 đồng thời (d') cách A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2+t\\ z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+t\\ z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=2+t\\ z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+t\\ z=2+2t\end{cases}$.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm của đáy là O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết đường thẳng MN tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α sao cho $\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{50}}{6}$.

Câu 42. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2+mx-8}{x-m}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt sao cho các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

A. $4\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị nằm trên trục hoành và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ Bảng xét dấu của biểu thức $f'(x)$ như bảng dưới đây:

x	$-\infty$		-3		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = g(x) = \frac{f(x^2+2x)}{f(x^2+2x)+2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A,B,C lần lượt nằm trên các tia Ox,Oy,Oz. Gọi M,N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên các cạnh AC và BC. Mặt cầu đi qua các điểm O, A, B, M có tâm $I(1;2;0)$. Khi đó mặt cầu đi qua 5 điểm O, A, B, C, E với $E(4;4;4)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 14$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2 = 56$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = \frac{7}{2}$.

Câu 45. Cho $z \in \mathbb{C}$, thỏa mãn $|\bar{z}+2i| \le |z-4i|$ và $(z-3-3i)(\bar{z}-3+3i) = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|z-2|$ là

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{13}+1$. **D.** $\sqrt{10}+1$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$, biết hàm số $g(x) = \sqrt{f(x)}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
g(x)	$+\infty$	$\frac{\sqrt{21}}{2}$	$\sqrt{\frac{17}{3}}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác đều *ABC.A'B'C'* có độ dài cạnh đáy bằng 1 và độ dài đường chéo mặt bên bằng 3. Xét hình nón đỉnh *A*, có hai điểm *B, C* nằm trên mặt xung quanh hình nón và hai điểm *B', C'* nằm trên đường tròn đáy hình nón. Thể tích hình nón gần nhất với giá trị nào dưới đây ?

A. 10,5. **B.** 10,6. **C.** 10,7. **D.** 10,8.

Câu 48. Cho các số thực x, y, a, b thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} \log_2\left(3x^2+3y^2+2\right)=1+\log_2\left(9y-3x-8\right) \\ 2^{a^2+b^2+2-2ab}=\log_2\left[16-\left(a-b\right)^2\right] \end{cases}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2}$.

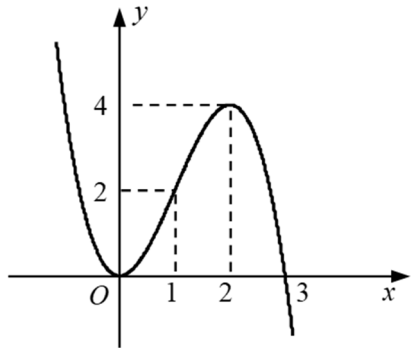
A. $2-\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}-2$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 49. Trong không gian *Oxyz* cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=2$ và đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu điểm *M* nguyên thuộc Δ mà từ điểm *M* đó ta vẽ ba tiếp tuyến bất kỳ tới *(S)* với *A,B, C* là ba tiếp điểm và thỏa mãn mặt phẳng *(ABC)* tạo với mặt phẳng *Oxy* một góc không nhỏ hơn 30^0?

(điểm M nguyên là điểm có các thành phần tọa độ đều là các số nguyên).

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $f\left(2\cos x\right)-4\cos^2 x>m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m<f\left(0\right)-2$. **B.** $m\le f\left(0\right)-2$. **C.** $m\le f\left(1\right)-2$. **D.** $m<f\left(1\right)-2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.C	5.B	6.D	7.A	8.C	9.D	10.C
11.D	12.A	13.C	14.B	15.B	16.A	17.D	18.A	19.C	20.C
21.D	22.A	23.D	24.B	25.A	26.D	27.B	28.C	29.B	30.C
31.B	32.A	33.C	34.D	35.C	36.B	37.B	38.A	39.C	40.D
41.A	42.D	43.C	44.A	45.B	46.A	47.D	48.C	49.A	50.D

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\sin x = \sin\alpha$ là

A. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $\begin{bmatrix} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\begin{bmatrix} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $\begin{bmatrix} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{bmatrix} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 2. Một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và công sai $d = -\frac{1}{2}$. Số hạng thứ 5 của cấp số cộng đó bằng

A. $u_5 = 0$. **B.** $u_5 = -\frac{1}{2}$. **C.** $u_5 = \frac{1}{8}$. **D.** $u_5 = -\frac{1}{4}$.

Câu 3. Hình nón có độ dài đường sinh bằng 4 và có góc ở đỉnh bằng 90^0. Tính bán kính đáy R của hình nón.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x-4)^{-2023}$.

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D = (2;+\infty)$.

Câu 5. Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[2;3]$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 243$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 7$. **D.** $x = 2$.

Câu 7. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ $\vec{a} = (2;-1;-2)$ vuông góc với véc-tơ nào sau đây?

A. $\vec{q} = (1;-1;2)$. **B.** $\vec{m} = (2;1;1)$. **C.** $\vec{p} = (1;-2;2)$. **D.** $\vec{n} = (-2;3;2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;2)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB có tọa độ là

A. $(3;5;1)$. **B.** $(-1;-2;3)$. **C.** $(3;4;1)$. **D.** $(2;4;6)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$ là

A. $\vec{n} = (-3;-6;-2)$. **B.** $\vec{n} = (-4;-1;2)$. **C.** $\vec{n} = (1;-4;2)$. **D.** $\vec{n} = (4;-1;2)$.

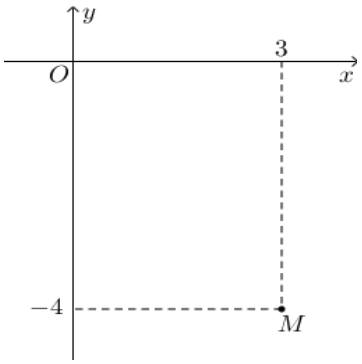
Câu 11. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Câu 12. Cho số phức $z = 4 - 3i$. Khi đó môđun của số phức z bằng

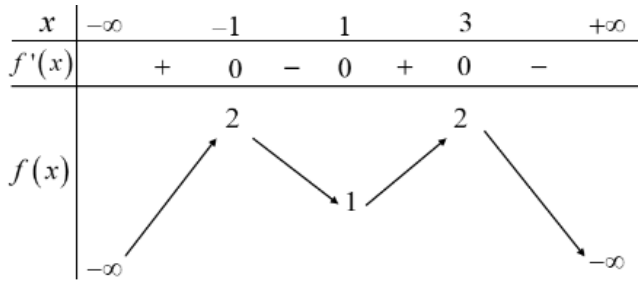
A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 3\sqrt{5}$. **C.** $|z| = \sqrt{29}$. **D.** $|z| = \sqrt{34}$.

Câu 13. Số phức $z = a + bi\ (a,b \in \mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là điểm M như hình vẽ bên dưới. Tìm a và b.



A. $a=-4, b=3$. **B.** $a=3, b=4$. **C.** $a=3, b=-4$. **D.** $a=-4, b=-3$.

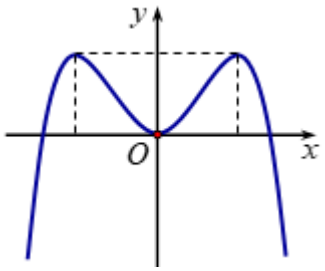
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-3;-2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực đại của hàm số là

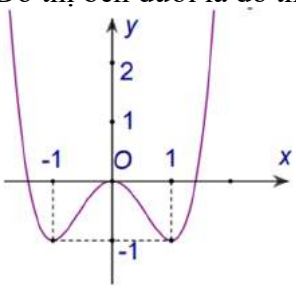


A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Câu 17. Đồ thị bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 18. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là

A. $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **B.** $3^x\ln 3+C$. **C.** $3^{x+1}+C$. **D.** 3^x+C.

Câu 19. Biết $\int_0^2 f(x)\,dx=4$ và $\int_0^2 g(x)\,dx=3$. Tính $I=\int_0^2\left[3f(x)-2g(x)\right]dx$.

A. $I=17$. **B.** $I=8$. **C.** $I=6$. **D.** $I=-1$.

Câu 20. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=\pi$ là

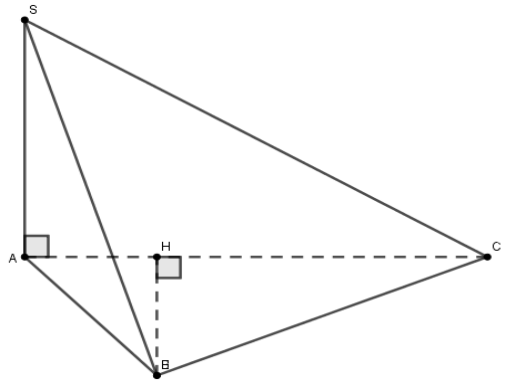
A. $S=\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_0^{\pi}|\sin x|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

THÔNG HIỂU

Câu 21. Cho chóp $S.ABC$ đáy là tam giác vuông tại B và $AB=2BC=2a$. Biết $SA\perp(ABC)$. Tính $d\left(B;(SAC)\right)$.

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



-Dựng $BH\perp AC\Rightarrow BH\perp SA;(SA\perp(ABC))$.

Vậy $BH\perp(SAC)\Rightarrow$ BH là khoảng cách từ B đến (SAC)

theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$BH=\frac{BA.BC}{\sqrt{BA^2+BC^2}}=\frac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\frac{2a}{\sqrt{5}}=d(B;(SAC))$$

Câu 22. Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người để tham gia lao động. Tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải. Không gian mẫu là chọn tùy ý 4 người từ 13 người.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=C_{13}^4=715$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có ít nhất 3 nữ". Ta có hai trường hợp thuận lợi cho biến cố A như sau:

- **TH1:** Chọn 3 nữ và 1 nam, có $C_8^3C_5^1$ cách.
- **TH2:** Chọn cả 4 nữ, có C_8^4 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A|=C_8^3C_5^1+C_8^4=350$.

Vậy xác suất cần tính $P(A)=\frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\frac{350}{715}=\frac{70}{143}$. **Chọn A**

Câu 23. Trong các số a thoả mãn điều kiện dưới đây, số nào nhỏ hơn 1?

A. $\log_{\frac{1}{3}}a=-2$. **B.** $\log_a 5=2$. **C.** $\log_3 5=a$. **D.** $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}a=2$.

Câu 24. Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x}=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=5$. **D.** $T=4$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây ***đúng***?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

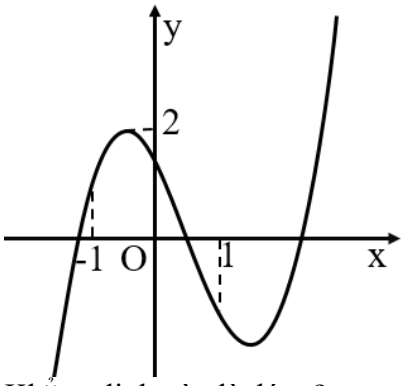
A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

C. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = (m+1)x^4 + 2(m-2)x^2 + 1$ có ba cực trị.

A. $m < -1$. **B.** $m > 2$. **C.** $-1 < m \le 2$. **D.** $-1 < m < 2$.

Câu 27. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào là đúng?

A. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.

Câu 28. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = 3a^3$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$. Điểm $H(a;b;c)$ là

hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P). Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=-3$. **B.** $a+b+c=4$. **C.** $a+b+c=6$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 30. Cho $M(3;3;3), N(3;-1;-1), E(-1;3;3), F(-1;3;-1)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNEF$.

A. $R = \dfrac{3}{2}$. **B.** $R = 2\sqrt{2}$. **C.** $R = 2\sqrt{3}$. **D.** $R = \sqrt{3}$.

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $2z_1 - \overline{z}_2$ có phần ảo bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 32. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính $|z_1 + i|^2 + |z_2 + i|^2$.

A. 28. **B.** $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$. **C.** 36. **D.** $6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$ có hai nghiệm $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

Khi đó $|z_1 + i|^2 + |z_2 + i|^2 = |2 + 4i|^2 + |2 - 2i|^2 = 28$.

Câu 33. Cho $I=\int \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=-\int t\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int \frac{1}{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int t\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int t^2\mathrm{d}t$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-12$. **C.** $I=8$. **D.** $I=-8$.

Câu 35. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-2$, trục hoành và đường thẳng $x=9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng

A. $V=\frac{5\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{7\pi}{6}$. **C.** $V=\frac{11\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{13\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x}-2=0\Leftrightarrow x=4$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành là

$$V=\pi\int_4^9\left(\sqrt{x}-2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_4^9\left(x-4\sqrt{x}+4\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^2}{2}-\frac{8}{3}x\sqrt{x}+4x\right)\Big|_4^9=\frac{11\pi}{6}.$$

VẬN DỤNG

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f\left(x^3+5x+1\right)=5x+2;\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_1^7 xf'(x)dx$.

A. 25. **B.** 18,75. **C.**18,25. **D.** 18,5.

Giải.

Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=f(x)\end{cases}\Rightarrow I=xf(x)\Big|_1^7-\int_1^7 f(x)dx$

Từ $f\left(x^3+5x+1\right)=5x+2\Rightarrow\begin{cases}f(7)=7\ (x=1)\\f(1)=2\ (x=0)\end{cases}$

Suy ra $I=47-\int_1^7 f(x)dx$

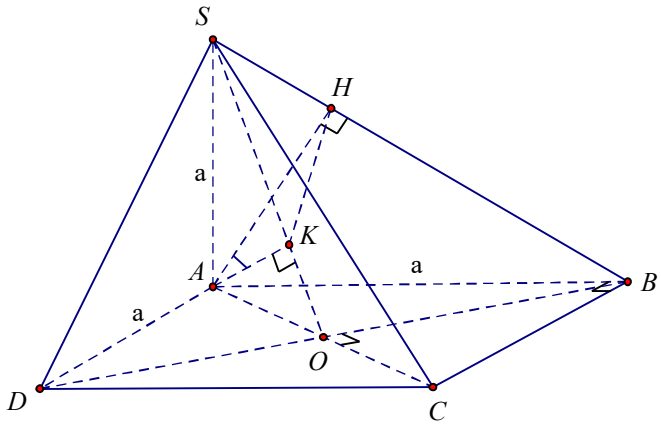
Đặt $t=x^3+5x+1\Rightarrow\begin{cases}dt=(3x^2+5)dx\\f(t)=5x+2\end{cases}$

Đổi cận $\begin{array}{l}t=1\Rightarrow x=0\\t=7\Rightarrow x=1\end{array}$

Khi đó $I=47-\int_1^7 f(x)dx=47-\int_0^1(5x+2)\left(3x^2+5\right)dx=18,75$. Chọn B

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp mp(ABCD)$, $SA=a$. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SBD).

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$.



Trong tam giác SAB dựng đường cao AH . Chứng minh được $AH \perp (SBC)$.

Dựng AK⊥AO tại O. Chứng minh được AK ⊥ (SBD).

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) *và* (SBD) là góc giữa AH và AK là góc $\widehat{HAK}$

Để ý tam giác AHK vuông tại K.

Tính được cos $\widehat{HAK} = \dfrac{AK}{AH} = \dfrac{a}{\sqrt{3}} : \dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 38. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A và AB= a, $\widehat{BAC} = 120^0$,
Tam giác SBC là đều và mặt phẳng (SBC) vuông góc mặt phẳng đáy. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện S.ABC.

A. $S_{mc} = 5\pi a^2$. **B.** $S_{mc} = 6\pi a^2$. **C.** $S_{mc} = 3\pi a^2$. **D.** $S_{mc} = 4\pi a^2$.

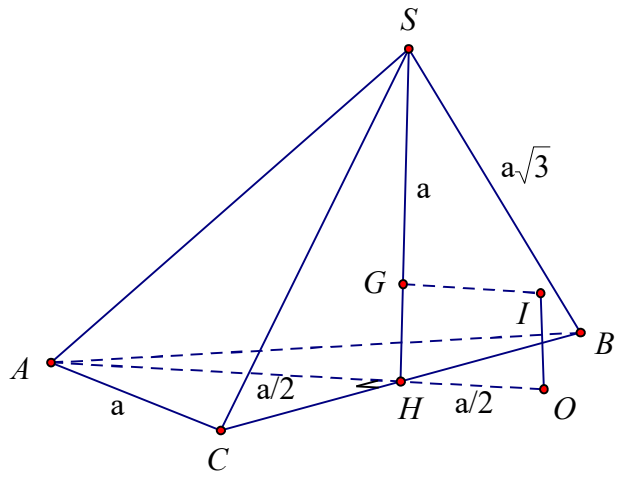
Giải: Gọi O, R lần lượt là tâm, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có: AC= 2RsinB $\Rightarrow$ a= 2R.$\dfrac{1}{2}$ suy ra R =a.

Tam giác ABC tù do vậy tâm O nằm trên đoạn AH nối dài (H là trung điểm BC)
AH =a/2 suy ra OH=a/2.
Các đường trục của 2 tam giác ABC và SBC cắt nhau tại I – I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp SABC. Mặt cầu có một bán kính là IS

$SI^2 = SG^2 + GI^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{5a^2}{4}$

Diện tích mặt cầu là $4\pi.\dfrac{5}{4}a^2 = 5\pi a^2$



Câu 39. (VD) Số nghiệm nguyên trên đoạn $[-2023; 2023]$ của bất phương trình $\log_2(3^x + 1) \geq 2x + 1$ là

A. 2023. **B.** 4047. **C.** 2024. **D.** 4046.

Lời giải

$\log_2\left(3^x+1\right)\ge 2x+1 \Leftrightarrow 3^x+1\ge 2^{2x+1} \Leftrightarrow 3^x+1\ge 2.4^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^x+\left(\frac{1}{4}\right)^x\ge 2$ (1)

Hàm số $f(t)=\left(\frac{3}{4}\right)^t+\left(\frac{1}{4}\right)^t$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=2$

Do đó $(1)\Leftrightarrow f(x)\ge f(0)\Leftrightarrow x\le 0$.

Vì $\begin{cases}x\in[-2023;2023]\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}$ nên bất phương trình có 2024 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 40. Trong không gian *Oxyz* cho đường thẳng (d): $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-3,4,3)$. Viết phương trình đường thẳng (d') song song (d) và (d') cách (d) một khoảng bằng 3 đồng thời (d') cách A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2+t\\ z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+t\\ z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=2+t\\ z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2+t\\ z=2+2t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng (d') cần tìm là một đường sinh của mặt trụ (T) và (T) có trục là (d) và có bán kính là 3

Véc tơ chỉ phương của (d') là $\vec{u}=(2,1,2)$ (d' // d)

Bây giờ ta tìm một điểm E thuộc măt trụ mà nó gần A nhất mà thôi

Gọi $H(1+2t,t,1+2t)$ là điểm thuộc (d) và $\overrightarrow{AH}=(4+2t,t-4,-2+2t)$

H là hình chiếu của A xuống (d) khi chỉ khi $\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t=0\Leftrightarrow H(1,0,1$

Ta có $AH=6>3$

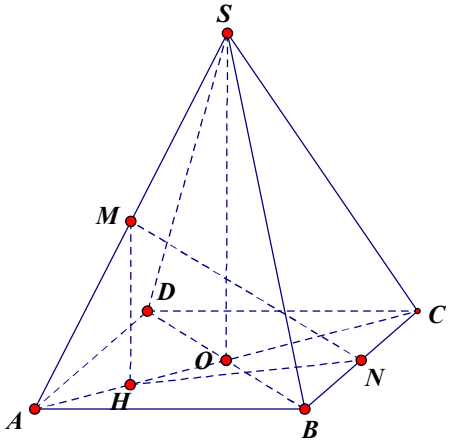
Vậy AE nhỏ nhất khi chỉ khi: $\overrightarrow{AH}=2\overrightarrow{AE}\Leftrightarrow E(-1,2,2)$

Chọn đáp án D

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm của đáy là O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết đường thẳng MN tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α sao cho $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{50}}{6}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $(ABCD)$. Khi đó H là trung điểm AO.

Suy ra góc giữa MN và $(ABCD)$ là $\widehat{MNH}$.

Ta có $HN=\sqrt{CN^2+CH^2-2CN.CH.\cos 45^0}=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}$.

Suy ra $MH=HN.\tan\alpha=\dfrac{a\sqrt{10}}{4}.\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Do đó $SO=2MH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\dfrac{\sqrt{2}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 42. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-8}{x-m}$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt sao cho các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại hai điểm đó vuông góc với nhau.

A. $4\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là: $\dfrac{x^2+mx-8}{x-m}=0$.

Điều kiện: $x\neq m$.

Ta có: $\dfrac{x^2+mx-8}{x-m}=0\Leftrightarrow x^2+mx-8=0\,(1)$.

Để đồ thị (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác m

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\2m^2-8\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+32>0\\m\neq\pm 2\end{cases}\Leftrightarrow m\neq\pm 2$.

Ta có $y=\dfrac{x^2+mx-8}{x-m}=\dfrac{u}{v}\Rightarrow y'=\dfrac{u'v-v'u}{v^2}=\dfrac{u'}{v}-\dfrac{u}{v}.\dfrac{v'}{v}$.

Nếu đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là x_0 thì $y(x_0)=0\Rightarrow\dfrac{u(x_0)}{v(x_0)}=0\Rightarrow y'(x_0)=\dfrac{u'(x_0)}{v(x_0)}=\dfrac{2x_0+m}{x_0-m}$.

Giả sử đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là x_1,x_2.

Hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại 2 điểm có hoành độ lần lượt là x_1,x_2 là $k_1=y'(x_1)=\dfrac{2x_1+m}{x_1-m};\ k_2=y'(x_2)=\dfrac{2x_2+m}{x_2-m}$.

Các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại hai điểm đó vuông góc với nhau

$\Leftrightarrow k_1k_2=-1\Leftrightarrow\dfrac{2x_1+m}{x_1-m}.\dfrac{2x_2+m}{x_2-m}=-1\Leftrightarrow\dfrac{4x_1x_2+2m(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2-m(x_1+x_2)+m^2}=-1$

$\Leftrightarrow 4.(-8)+2m.(-m)+m^2=8+m(-m)-m^2\Leftrightarrow m^2=40\Leftrightarrow m=\pm 2\sqrt{10}\,(th)$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số m là 0.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị nằm trên trục hoành và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ Bảng xét dấu của biểu thức $f'(x)$ như bảng dưới đây:

x	$-\infty$		-3		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	0	+	

Hàm số $y=g(x)=\dfrac{f(x^2+2x)}{f(x^2+2x)+2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$g'(x)=\frac{2\left(x^2+2x\right)'.f'\left(x^2+2x\right)}{\left(f\left(x^2+2x\right)+2\right)^2}=\frac{2(2x+2).f'\left(x^2+2x\right)}{\left(f\left(x^2+2x\right)+2\right)^2}.$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2=0\\f'\left(x^2+2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x^2+2x=-3\\x^2+2x=-1\\x^2+2x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-3\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A,B,C lần lượt nằm trên các tia Ox,Oy,Oz. Gọi M,N theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O trên các cạnh AC và BC. Mặt cầu đi qua các điểm O, A, B, M có tâm $I(1;2;0)$. Khi đó mặt cầu đi qua 5 điểm O, A, B, C, E với $E(4;4;4)$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=56$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{7}{2}$.

HDG

Gọi J là trung điểm của AB và D là điểm đối xứng với điểm O qua J.

Khi đó OADB là hình chữ nhật.

Do $\begin{cases}DA\perp OA\\DA\perp OC\end{cases}\Rightarrow DA\perp(OAC)\Rightarrow DA\perp OM$.

Mà $OM\perp AC$, do đó $OM\perp(DAC)\Rightarrow OM\perp DM$ hay tam giác ODM vuông tại M.

Suy ra M nhìn OD dưới 1 góc vuông.

Suy ra J là tâm mặt cầu đi qua 5 điểm O,A,B,D,M,N. Do đó $J\equiv I(1;2;0)$.

Mà J là trung điểm của AB nên ta có $\begin{cases}\frac{a}{2}=1\\\frac{b}{2}=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}$.

Dựng đường thẳng Δ qua J vuông góc với (OAB) và dựng đường thẳng d trong mặt phẳng (COD) là đường trung trực của đoạn thẳng OC. Khi đó giao điểm của Δ và d là tâm Q của mặt cầu đi qua 4 điểm O,A,B,C.

Suy ra $Q=\left(1;2;\frac{c}{2}\right)$, bán kính mặt cầu là $R=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}=\frac{\sqrt{20+c^2}}{2}$

Mặt khác điểm $E(4;4;4)$ thuộc mặt cầu nên ta có:.

$$QM=R\Leftrightarrow\sqrt{1^2+3^2+\left(5-\frac{c}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{20+c^2}}{2}\Leftrightarrow 140-20c+c^2=20+c^2\Leftrightarrow c=6.$$

Do đó $Q=(1;2;3)$, bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{14}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$.

Câu 45. Cho $z\in\mathbb{C}$, thỏa mãn $\left|\overline{z}+2i\right|\le\left|z-4i\right|$ và $(z-3-3i)\left(\overline{z}-3+3i\right)=1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|z-2\right|$ là

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{13}+1$. **D.** $\sqrt{10}+1$.

Lời giải

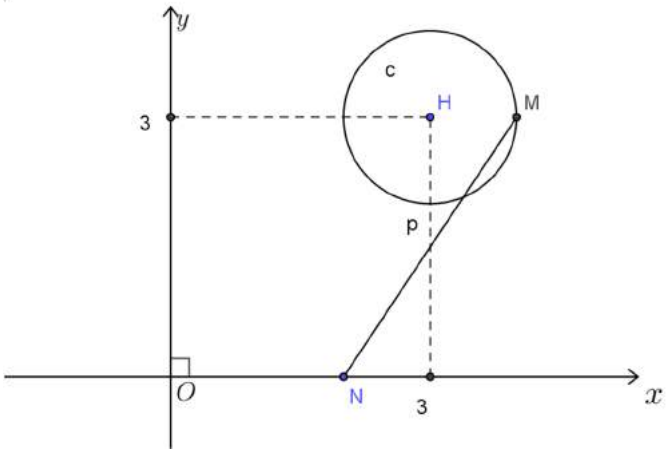
Đặt $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó $\left|\overline{z}+2i\right|\le\left|z-4i\right|\Leftrightarrow(y-2)^2\le(y-4)^2\Leftrightarrow y\le 3$

Lại có $(z-3-3i)\left(\overline{z}-3+3i\right)=1\Leftrightarrow(x+yi-3-3i)\left(x-yi-3+3i\right)=1$

$\Leftrightarrow(x-3+(y-3)i)(x-3-(y-3)i)=1\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-3)^2=1$

Từ đó suy ra tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z là nửa dưới của đường tròn tâm $H(3;3)$ bán kính $R=1$ đối với đường thẳng $y=3$.



Gọi $N(2;0)$ khi đó ta có $|z-2|=MN$ từ hình vẽ ta thấy MN lớn nhất khi điểm $M(4;3)$.

khi đó $MN=\sqrt{13}$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $\left|z-2\right|$ là $\sqrt{13}$.

VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$, biết hàm số $g(x)=\sqrt{f(x)}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
g(x)	$+\infty$ ↘	$\frac{\sqrt{21}}{2}$ ↗	$\sqrt{\frac{17}{3}}$ ↘	$\sqrt{3}$ ↗	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Giải: Từ bảng biến thiên ta có $\sqrt{f(x)}\ge\sqrt{3}\Leftrightarrow f(x)\ge 3;\forall x\in\mathbb{R}$

Ta có $g'(x)=\dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$, ta xét phương trình

$$f'(x)=g'(x)\Leftrightarrow f'(x)=\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ \sqrt{f(x)}=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Qua BBT ta thấy phương trình $\sqrt{f(x)}=\frac{1}{2}$ vô nghiệm,

Do đó $f'(x)=0\Leftrightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\\x=x_3\end{array}\right.$

Ta lại có $f'(x)-g'(x)=f'(x)\left[1-\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}\right]$ mà $1-\frac{1}{2\sqrt{f(x)}}>0;\forall x\in\mathbb{R}$ nên dấu của $f'(x)-g'(x)$ là dấu của $f'(x)$, ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$ x_1 x_2 x_3 $+\infty$
$f'(x)-g'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$

Ta có diện tích cần tính là

$$S=\int_{x_1}^{x_3}|f'(x)-g'(x)|dx=\int_{x_1}^{x_2}(f'(x)-g'(x))dx-\int_{x_2}^{x_3}(f'(x)-g'(x))dx$$

$$=(f(x)-g(x)\big|_{x_1}^{x_2}-(f(x)-g(x)\big|_{x_2}^{x_3}$$

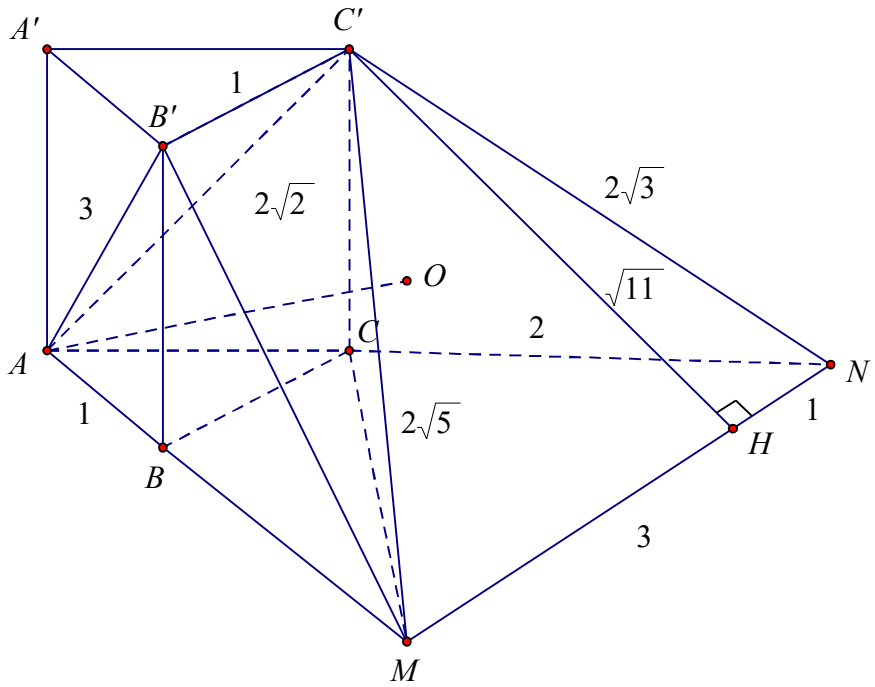
$$=2f(x_2)-f(x_1)-f(x_3)-2g(x_2)+g(x_1)+g(x_3)$$

$$=2.\frac{17}{3}-\frac{21}{4}-3-2\sqrt{\frac{17}{3}}+\frac{\sqrt{21}}{2}+\sqrt{3}\simeq 2,346$$

Chọn A

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác đều *ABC.A'B'C'* có độ dài cạnh đáy bằng 1 và độ dài đường chéo mặt bên bằng 3. Xét hình nón đỉnh *A*, có hai điểm *B, C* nằm trên mặt xung quanh hình nón và hai điểm *B', C'* nằm trên đường tròn đáy hình nón. Thể tích hình nón gần nhất với giá trị nào dưới đây ?

A.10,5. **B.** 10,6. **C.**10,7. **D.** 10,8.



Giải: Trên các tia AB,AC lần lượt lấy các điểm M,N sao cho AM=AN=3.
Hình nón có đãy là đường tròn ngoại tiếp hình thang cân B'C'NM.
Gọi O là tâm đường tròn đáy hình nón.
R là bán kính đường tròn đáy hình nón. AO là chiều cao hình nón.
Ta có thể xác lập ngay được $CC'=2\sqrt{2},\ C'N=2\sqrt{3},\ C'H=\sqrt{11}$

C'M = 2R sinN $\Rightarrow 2\sqrt{5} = 2R.\dfrac{\sqrt{11}}{2\sqrt{3}} \Rightarrow R = \dfrac{2\sqrt{15}}{\sqrt{11}}$

Chiều cao hình nón là $AO = h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{9 - \dfrac{60}{11}} = \sqrt{\dfrac{39}{11}}$

Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{60}{11}\sqrt{\dfrac{39}{11}} \approx 10{,}76$.

Câu 48. Cho các số thực x, y, a, b thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} \log_2\left(3x^2+3y^2+2\right) = 1 + \log_2\left(9y - 3x - 8\right) \\ 2^{a^2+b^2+2-2ab} = \log_2\left[16 - (a-b)^2\right] \end{cases}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$.

A. $2 - \sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2} - 2$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

+/ Ta có

$\log_2\left(3x^2+3y^2+2\right) = 1 + \log_2\left(9y - 3x - 8\right)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 2 = 18y - 6x - 16$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0 \quad (1)$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn (1) là đường tròn tâm $I(-1;3)$, bán kính $R = 2$.

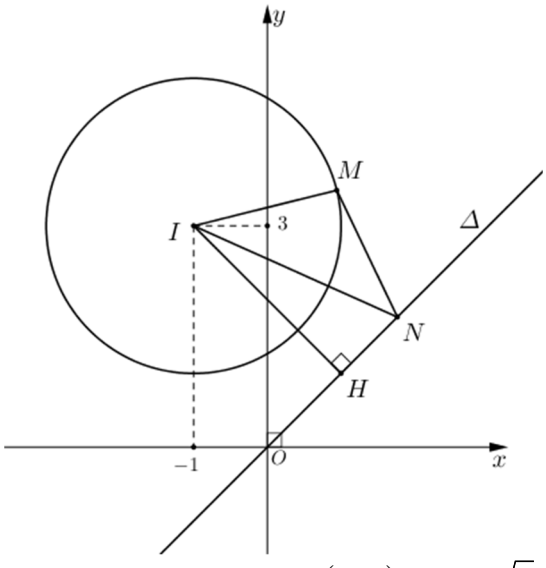
+/ Xét phương trình: $2^{a^2+b^2+2-2ab} = \log_2\left[16 - (a-b)^2\right] \qquad (2)$

Ta có $\begin{cases} 2^{a^2+b^2+2-2ab} = 2^{(a-b)^2+2} \geq 4 \\ \log_2\left[16 - (a-b)^2\right] \leq 4 \end{cases}$

Nên $(2) \Leftrightarrow a - b = 0$.

Suy ra tập hợp các điểm $N(a;b)$ thỏa mãn (2) là đường thẳng $\Delta : x - y = 0$.

+/ Ta có $P = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = MN \geq IN - IM \geq IH - R$ với H là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.



Vậy $\min P = IH - R = d(I, \Delta) - R = 2\sqrt{2} - 2$.

Câu 49. Trong không gian *Oxyz* cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2=2$ và đường thẳng Δ: $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Có bao nhiêu điểm *M* nguyên thuộc Δ mà từ điểm *M* đó ta vẽ ba tiếp tuyến bất kỳ tới *(S)* với *A,B, C* là ba tiếp điểm và thỏa mãn mặt phẳng (*ABC)* tạo với mặt phẳng *Oxy* một góc không nhỏ hơn 30^0?

(điểm M nguyên là điểm có các thành phần tọa độ đều là các số nguyên).

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(0,0,0)$ $R=\sqrt{2}$, $M\in\Delta\Rightarrow M(1,1,t)$.

Điều kiện M nằm bên ngoài (S) là $IM>\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{2+t^2}>\sqrt{2}\Leftrightarrow t\neq 0$ (1)và $t\in\mathbb{Z}$

Ta gọi $A(x_A,y_A,z_A)$ là tiếp điểm.

Tiếp diện (P) chứa tiếp tuyến MA của (S) tại A nhận $\overrightarrow{IA}=(x_A,y_A,z_A)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Phương trình (P) là $x_A(x-x_A)+y_A(y-y_A)+z_A(z-z_A)=0$

$\Leftrightarrow x_A.x+y_A.y+z_A.z-x_A^2+y_A^2-z_A{}^2=0\Leftrightarrow x_A.x+y_A.y+z_Az=2$ (Do A thuộc mặt cầu).

Mặt khác (P) đi qua $M\Rightarrow x_A+y_A+t.z_A=2$.

Điều ấy nói lên rằng điểm A thuộc mặt phẳng (ABC): $x+y+t.z-2=0$.

Các véc tơ pháp tuyến của Oxy và (ABC) lần lượt là $\overrightarrow{n_1}(0,0,1)$, $\overrightarrow{n_2}=(1,1,t)$.

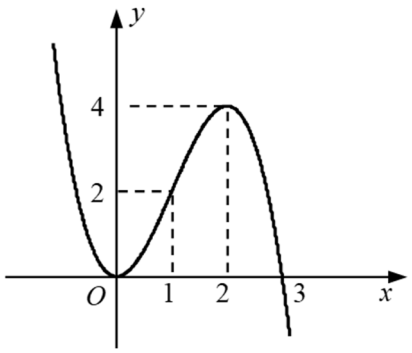
Yêu cầu góc hai mặt đó không nhỏ hơn 30^0 trở thành $\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{|t|}{\sqrt{t^2+2}}\le\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow 2|t|\le\sqrt{3}\sqrt{t^2+2}\Leftrightarrow t^2\le 6\Leftrightarrow\sqrt{6}\le t\le\sqrt{6}$.

Kết hợp với điều kiện $t\in\mathbb{Z}$ và $t\neq 0$ ta được $t\in\{-2;-1;1;2\}$.

Vậy có 4 điểm nguyên.

Nhận xét: mặt phẳng chứa các tiếp điểm kẻ từ M đến (S) luôn vuông góc với đường thẳng IM. Do đó mp(ABC) nhận $\overrightarrow{IM}=(1;1;t)$ làm VTPT.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $f(2\cos x)-4\cos^2 x>m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m<f(0)-2$. **B.** $m\le f(0)-2$. **C.** $m\le f(1)-2$. **D.** $m<f(1)-2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2\cos x$. Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $t\in(0;2)$.

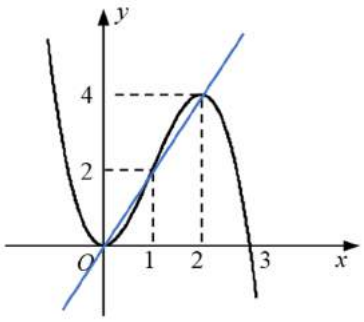
Bất phương trình trở thành $f(t)-t^2>m+1\ (1)$. Đặt $g(t)=f(t)-t^2$ với $t\in(0;2)$.

Bất phương trình $f(2\cos x)-4\cos^2 x>m+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow$Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $t\in(0;2)$ khi và chỉ khi $\min\limits_{(0;2)} g(t)>m+1$

Ta có $g'(t)=f'(t)-2t$.

$g'(t)=0\Leftrightarrow f'(t)=2t$. Nghiệm phương trình này trên khoảng $(0;2)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị $y=f'(t)$ và đường thẳng $y=2t$ với $t\in(0;2)$.



Dựa vào đồ thị ta được nghiệm $t=1\in(0;2)$.

Cũng dựa vào đồ thị ta thấy khi $t\in(0;1)$ thì $f'(t)<2t\Rightarrow g'(t)<0$, khi $t\in(1;2)$ thì $f'(t)>2t$ $\Rightarrow g'(t)>0$.

Bảng biến thiên:

t	0		1		2
$g'(t)$		−	0	+	
$g(t)$		↘	f(1)-1	↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(0;2)} g(t)=g(1)=f(1)-1$.

Vậy bất phương trình đã cho đúng với mọi $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $\min\limits_{(0;2)} g(t)>m+1$ $\Leftrightarrow f(1)-1>m+1\Leftrightarrow m<f(1)-2$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $\frac{1}{(1-x)\ln 2}$. **B.** $\frac{\ln 2}{1-x}$. **C.** $\frac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $\frac{\ln 2}{x-1}$.

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=8-3i$ có tọa độ là

A. $P(-3;8)$. **B.** $N(8;3)$. **C.** $Q(3;-8)$. **D.** $M(8;-3)$.

Câu 3: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=b^2$. **B.** $a^2=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a^3=b$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 5: Nếu $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_2^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 6: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+5=0$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\log_2 5$. **D.** $\frac{1}{\log_2 5}$.

Câu 7: Cho $\int\left(\frac{1}{x}+2x\right)\mathrm{d}x=f(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)=\ln x+x^2$. **B.** $f'(x)=\frac{1}{x}+2x$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{x^2}+2$. **D.** $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+2$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=\sin x+x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x^2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 9: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 15π. **D.** 45π.

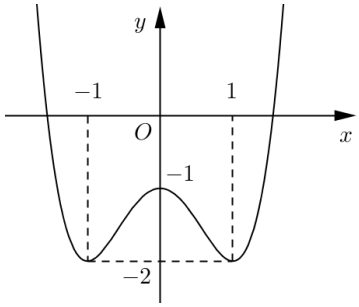
Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là

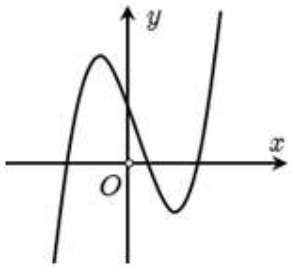
A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $-1+2i$.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong hình dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 13: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^2 + x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 14: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

A. 288. **B.** 364. **C.** 168. **D.** 120.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z} + 2 - i\right| = \left|z + 3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = x + 1$. **B.** $y = x - 1$. **C.** $y = 4x - 4$. **D.** $y = -4x + 4$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 8z - 4 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $I(1;-2;4)$. **B.** $I(-1;2;-4)$. **C.** $I(2;-4;8)$. **D.** $I(-2;4;-8)$.

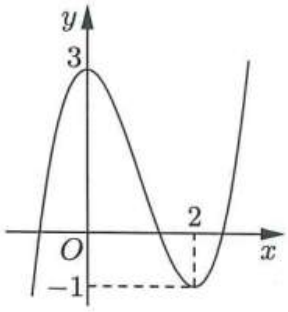
Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;2;5)$. **B.** $(-1;-2;-5)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(1;-2;-5)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(2x + x^2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3)<1$ là

A. $(3;10)$. **B.** $(-\infty;13)$. **C.** $(-\infty;10)$. **D.** $(3;13)$.

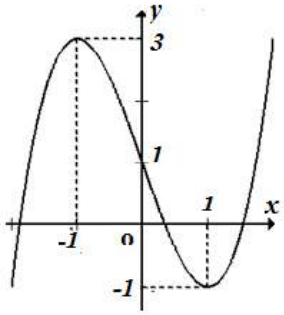
Câu 21: .Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. **B.** $\frac{a\sqrt{165}}{20}$. **C.** $\frac{a\sqrt{165}}{30}$. **D.** $\frac{a\sqrt{165}}{45}$.

Câu 22: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 36.

Câu 23: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d$ bằng



A. $T=4$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}<9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=2^{x+1}$ là

A. $y'=2^{x+1}.\ln 2$. **B.** $y'=\frac{2^{x+1}}{\ln 2}$. **C.** $y'=-2^{x+1}.\ln 2$. **D.** $y'=\frac{-2^{x+1}}{\ln 2}$.

Câu 26: Nếu $\int_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_{-2}^{0}\left[x-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -2. **C.** -6. **D.** 2.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(2;1;-2)$. **B.** $M(-2;-4;1)$. **C.** $Q(-1;1;-3)$. **D.** $P(1;-1;3)$.

Câu 28: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=5$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 160.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

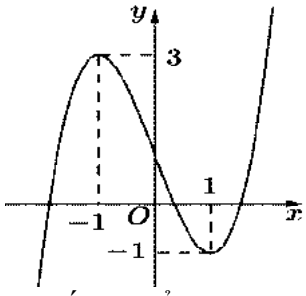
Câu 32: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được bốn quả có đủ ba loại màu bằng

A. $\frac{48}{91}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Câu 33: Cho số phức $z=-2+5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $21i$. **B.** 21. **C.** $-20i$. **D.** -20.

Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1);B(-1;3;1);C(3;4;3)$ có phương trình là

A. $x+2y-3z+2=0$. **B.** $x+2y-3z-2=0$. **C.** $x-2y-3z+6=0$. **D.** $x-2y-3z+10=0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(0;3;3)$. **B.** $(1;1;3)$. **C.** $(2;5;2)$. **D.** $(0;0;-3)$.

Câu 37: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đương thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2^2(4x)-3\log_{\sqrt{2}}x-7\right]\sqrt{x-\ .\ ^{x-1}}\leq 3$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 41: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)?

A. $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=28\sqrt{3}\pi$.

Câu 42:Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-4,+\infty)$ để hàm số $y=-x^4+54x^2-2mx$ có 3 cực trị?

A. 112. **B.** 113. **C.** 111. **D.** 110.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$, (với a,b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44:Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $|x^3-3x^2+m|\le 4$ với mọi $x\in[1;3]$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của biểu thức $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 46: Biết số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $T=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=\sqrt{10}$. **D.** $|z|=\sqrt{33}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy bằng $45°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1),B(1;2;2),I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn $2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$ và $x;y\le 2023$?

A. 12. **B.** 45. **C.** 2020. **D.** 44.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2,\forall x\in[1;3]$, $f(2)=2$. Tính $I=\int_1^3 f(x)\,dx$.

A. $\frac{117}{15}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{23}{3}$. **D.** $\frac{233}{30}$.

---------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH PHƯỚC

HDG ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $\dfrac{1}{(1-x)\ln 2}$. **B.** $\dfrac{\ln 2}{1-x}$. **C.** $\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $\dfrac{\ln 2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$.

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=8-3i$ có tọa độ là

A. $P(-3;8)$. **B.** $N(8;3)$. **C.** $Q(3;-8)$. **D.** $M(8;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điểm biểu diễn số phức $z=8-3i$ là điểm $M(8;-3)$.

Câu 3: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

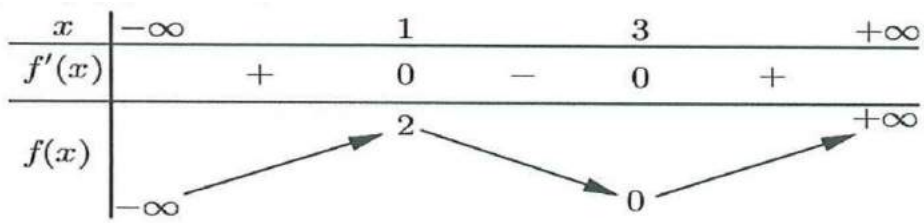
A. $a=b^2$. **B.** $a^2=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a^3=b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a=\log_8(ab)\Leftrightarrow \log_2 a=\log_2(ab)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a=(ab)^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow a^2=b.$

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 5: Nếu $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=1$ và $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_2^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\int_2^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=2.1-4=-2$.

Câu 6: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3.2^{x+1} + 5 = 0$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\log_2 5$. **D.** $\frac{1}{\log_2 5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$4^x - 3.2^{x+1} + 5 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6.2^x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x = 1 \\ 2^x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_2 5 \end{array}\right.$

Vậy $x_1 + x_2 = \log_2 5$.

Câu 7: Cho $\int\left(\frac{1}{x} + 2x\right)dx = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = \ln x + x^2$. **B.** $f'(x) = \frac{1}{x} + 2x$. **C.** $f'(x) = \frac{1}{x^2} + 2$. **D.** $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\int\left(\frac{1}{x} + 2x\right)dx = f(x) + C \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{x} + 2x$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,dx = \cos x + x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\,dx = -\cos x + x^2 + C$.

C. $\int f(x)\,dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int f(x)\,dx = \cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\int(\sin x + x)\,dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 9: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có độ dài đường sinh của khối trụ $l = 5$ suy ra chiều cao của khối trụ là $h = l = 5$.

Vậy thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.5 = 45\pi$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có diện tích tam giác đều ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là:

A. $-1-2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $1-2i$. **D.** $-1+2i$

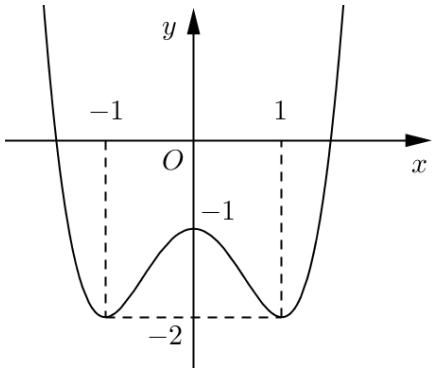
.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là $\overline{z}=-1-2i$.

Câu 12: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong hình dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

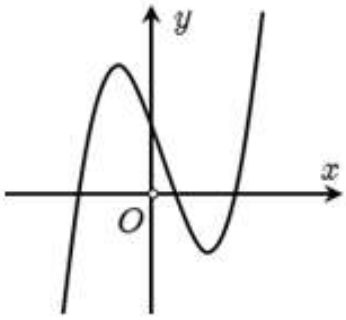


A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 13: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^2+x-1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 14: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

A. 288. **B.** 364. **C.** 168. **D.** 120.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương án 1: Chọn 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ, có $C_6^2.C_8^1=120$ cách thực hiện.

Phương án 2: Chọn 1 học sinh nam và 2 học sinh nữ, có $C_6^1.C_8^2=168$ cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng, ta có: $120+168=288$ cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=\left|z+3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=4x-4$. **D.** $y=-4x+4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $(x+2)^2+(y+1)^2=x^2+(y+3)^2 \Leftrightarrow 4x-4y-4=0 \Leftrightarrow y=x-1$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z-4=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $I(1;-2;4)$. **B.** $I(-1;2;-4)$. **C.** $I(2;-4;8)$. **D.** $I(-2;4;-8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z=0$ có tâm $I(-1;2;-4)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(0;2;5)$. **A.** $(-1;-2;-5)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(1;-2;-5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $(1;2;5)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-4x+3)(2x+x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

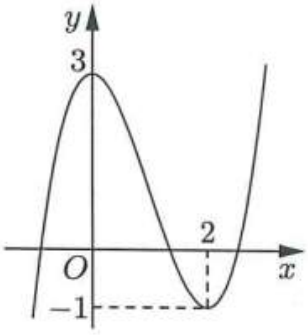
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right. .$$

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CĐ}=3$

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3)<1$ là

A. $(3;10)$. **B.** $(-\infty;13)$. **C.** $(-\infty;10)$. **D.** $(3;13)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

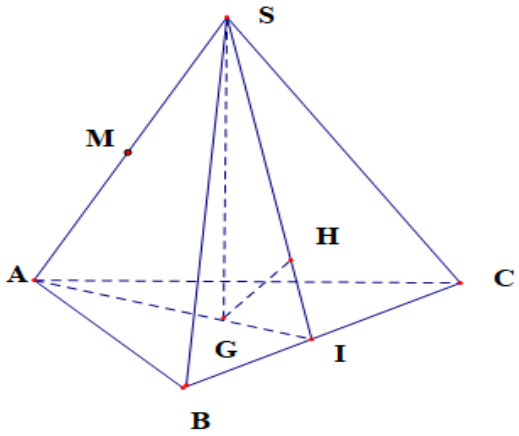
Bất phương trình tương đương $\begin{cases} x-3>0 \\ x-3<10 \end{cases} \Leftrightarrow 3<x<13$

Câu 21: .Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. **B.** $\frac{a\sqrt{165}}{20}$. **C.** $\frac{a\sqrt{165}}{30}$. **D.** $\frac{a\sqrt{165}}{45}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC, G là trọng tâm tam giác ABC, H là hình chiếu vuông góc của

G trên SI, khi đó dễ dàng chứng minh được $GH \perp (SBC)$.

Ta có $d(G,(SBC)) = GH$.

$IG = \frac{1}{3}AI = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a.$

$SI = \sqrt{SC^2 - CI^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2} \Rightarrow SG = \sqrt{SI^2 - IG^2} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$

$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GI^2} + \frac{1}{SG^2} = \frac{12}{a^2} + \frac{3}{11a^2} = \frac{135}{11a^2} \Rightarrow GH = \frac{a\sqrt{165}}{45}.$

$d(M,(SBC)) = \frac{1}{2}d(A,(SBC)) = \frac{3}{2}d(G,(SBC)) = \frac{3}{2}HG = \frac{a\sqrt{165}}{30}.$

Câu 22: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

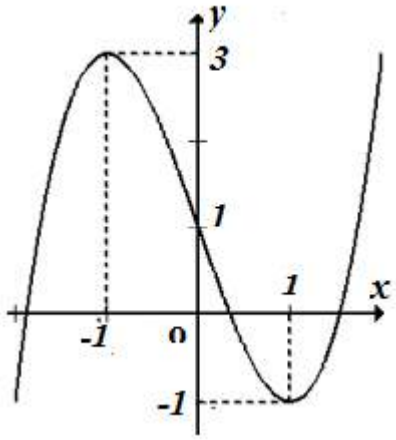
A. 6. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 36.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}.2.6 = 4.$

Câu 23: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$ bằng



A. $T=4$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=1$. **D.** $T=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f(1)=a+b+c+d=-1$

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}<9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $3^{x+2}<9\Leftrightarrow x+2<2\Leftrightarrow x<0$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $T=(-\infty;0)$.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $y=2^{x+1}$ là

A. $y'=2^{x+1}.\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{2^{x+1}}{\ln 2}$. **C.** $y'=-2^{x+1}.\ln 2$. **D.** $y'=\dfrac{-2^{x+1}}{\ln 2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=2^{x+1}\Rightarrow y'=2^{x+1}.\ln 2$.

Câu 26: Nếu $\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_{-2}^{0}\left[x-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** –2. **C.** –6. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\int\limits_{-2}^{0}\left[x-2f(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}x\mathrm{d}x-2\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x=\left.\frac{x^2}{2}\right|_{-2}^{0}-2(-2)=-2+4=2.$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $N(2;1;-2)$. **B.** $M(-2;-4;1)$. **C.** $Q(-1;1;-3)$. **D.** $P(1;-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Với $t=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow P(1;-1;3)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 28: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{\pi}{30}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và Ox là nghiệm phương trình :

$$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng :

$$\pi\int_1^2 \left(x^2-3x+2\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{\pi}{30}.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}a^2$.

$SA=AB\tan 60^0=a\sqrt{3} \Rightarrow V_{SABC}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=5$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 160.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_6=u_1q^5=5\times 2^5=160$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

phương trình mặt phẳng $(P): x-2y+3z-1=0$ suy ra một véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 32: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được bốn quả có đủ ba loại màu bằng

A. $\frac{48}{91}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời 4 quả cầu từ 15 quả cầu trong hộp là:
$n(\Omega)=C_{15}^{4}=1365$.

Gọi A là biến cố lấy được bốn quả có đủ ba loại màu.

+ Trường hợp 1: Lấy được 2 quả màu xanh, 1 quả màu đỏ, 1 quả màu vàng.
Số cách chọn $C_4^2.C_5^1.C_6^1$.

+ Trường hợp 2: Lấy được 1 quả màu xanh, 2 quả màu đỏ, 1 quả màu vàng.
Số cách chọn $C_4^1.C_5^2.C_6^1$.

+ Trường hợp 3: Lấy được 1 quả màu xanh, 1 quả màu đỏ, 2 quả màu vàng.
Số cách chọn $C_4^1.C_5^1.C_6^2$.

Khi đó số cách lấy được bốn quả có đủ ba loại màu là:
$$n(A)=C_4^2.C_5^1.C_6^1+C_4^1.C_5^2.C_6^1+C_4^1.C_5^1.C_6^2=720.$$

Xác suất để lấy được bốn quả có đủ ba loại màu là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{48}{91}$.

Câu 33: Cho số phức $z=-2+5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

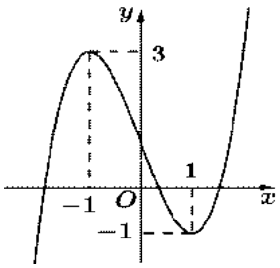
A. $21i$. **B.** 21. **C.** $-20i$. **D.** -20.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $z^2=(-2+5i)^2=-21-20i$ nên phần ảo bằng -20.

Câu 34: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt thì $-1<m<3$. Do m là số nguyên nên có 3 giá trị m cần tìm là $0,1,2$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1);B(-1;3;1);C(3;4;3)$ có phương trình là

A. $x+2y-3z+2=0.$ **B.** $x+2y-3z-2=0.$ **C.** $x-2y-3z+6=0.$ **D.** $x-2y-3z+10=0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;1;0);\overrightarrow{BC}(4;1;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{BC}\right]=(2;4;-6)=2(1;2;-3)$

Mặt phẳng cần tìm đi qua ba điểm $A(1;2;1)$ nhận $\vec{n}=(1;2;-3)$ làm vtpt nên có phương trình $(x-1)+2(y-2)-3(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y-3z-2=0.$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(0;3;3).$ **B.** $(1;1;3).$ **C.** $(2;5;2).$ **D.** $(0;0;-3).$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;2;-1)$. Gọi d là đường thẳng qua M và vuông góc với (P), khi đó d nhận $\vec{n}$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình là: $\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+2t\\z=4-t\end{cases}.$

Gọi H là hình chiếu của M, khi đó H là giao điểm của d và (P) nên tọa độ H là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+2t\\z=4-t\\2x+2y-z-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\x=0\\y=3\\z=3\end{cases}\Leftrightarrow H(0;3;3).$

Câu 37: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2.$ **B.** $y=-1.$ **C.** $x=2.$ **D.** $x=-1.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do đó, tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y=2$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$ bằng

A. $1.$ **B.** $4.$ **C.** $2.$ **D.** $3.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$R=d\left(A;(P)\right)=\dfrac{|2-2+3+3|}{\sqrt{4+4+1}}=2$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho đương thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=1+t\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$(P):x+2y+2z-6=0$ nhận $\vec{a}=(1;2;2)$ làm vector pháp tuyến

$\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ có phương trình tham số $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$ nhận $\vec{b}=(1;1;-1)$ là vector chỉ phương

Ta có $1+t+2(2+t)-2t-6=0\Leftrightarrow t=1$

Giao điểm của Δ và (P) là $M(2;3;-1)$

Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ nên đi qua điểm M và giá vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với d.

Vector chỉ phương của d: $\vec{u}=\left[\vec{a};\vec{b}\right]=(-4;3;-1)$ ta chọn $\vec{u}(4-3;1)$

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=-1+t\end{cases}$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2^2(4x)-3\log_{\sqrt{2}}x-7\right]\sqrt{3^x-3.2^{x-1}}\le 0$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\3^x-3.2^{x-1}\ge 0\end{cases}\Rightarrow x\ge 1$.

TH1: $\begin{bmatrix}\log_2^2(4x)-3\log_{\sqrt{2}}x-7=0\\\left(\dfrac{3}{2}\right)^x-\dfrac{3}{2}=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x=8\end{bmatrix}$

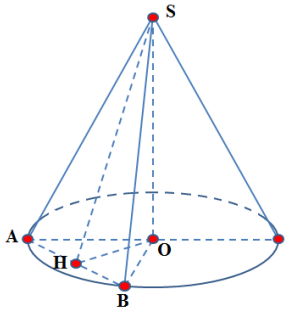
TH2: $\begin{cases}\log_2^2(4x)-3\log_{\sqrt{2}}x-7<0\\\left(\dfrac{3}{2}\right)^x-\dfrac{3}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left(\dfrac{1}{2};8\right)\\x\in(1;+\infty)\end{cases}\Rightarrow x=\{2;3;4;5;6;7\}$

Câu 41: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)?

A. $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=28\sqrt{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do góc ở đỉnh bằng $120°$ nên ta có $\widehat{ASO}=60°$.

Gọi H là trung điểm của AB, ta có OH là đường vuông góc chung của hai đường thẳng SO và $AB \Rightarrow d(SO,AB)=OH=3$.

Xét tam giác SOA vuông tại O có $l=SA=\dfrac{AO}{\sin 60°}=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Xét tam giác OHB vuông tại H có $HB=\sqrt{OB^2-OH^2}=\sqrt{R^2-9} \Rightarrow AB=2HB=2\sqrt{R^2-9}$.

Tam giác SAB vuông cân tại S nên ta có:

$SA^2+SB^2=AB^2$.

$\Leftrightarrow 2.\left(\dfrac{2R}{\sqrt{3}}\right)^2=4\left(R^2-9\right)\Leftrightarrow 8R^2=12\left(R^2-9\right)\Leftrightarrow R^2=\dfrac{108}{4}\Rightarrow R=\dfrac{6\sqrt{3}}{2}\Rightarrow l=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}=6$.

Vậy diện tích xung quanh $S_{xq}=\pi rl=\pi\dfrac{6\sqrt{3}}{2}.6=18\sqrt{3}\pi$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-4,+\infty)$ để hàm số $y=-x^4+54x^2-2mx$ có 3 cực trị?

A. 112. **B.** 113. **C.** 111. **D.** 110.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=-x^4+54x^2-2mx \Rightarrow y'=-4x^3+108x-2m$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y'=-4x^3+108x-2m=0\Leftrightarrow -2m=4x^3-108x$ có 3 nghiệm phân biệt

Xét hàm $h(x)=4x^3-108x$

$\Rightarrow h'(x)=12x^2-108=0\Rightarrow x=\pm 3$

BBT

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	216	↗	-216	↗	

Từ bảng biến thiên, suy ra phương trình $-2m=4x^3-108x$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -216<-2m<216\Leftrightarrow -216<2m<216\Leftrightarrow -108<m<108$

Điều kiện đề bài $\Rightarrow -4<m<108 \Rightarrow m\in\{-3,-2,-1,...,106,107\} \Rightarrow$ có 111 số m thỏa mãn.

Câu 43: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$, (với a,b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i$.

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Th1: $\Delta>0$ khi đó: $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1-|z_2|=-10 \\ 2z_1=10 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} z_1=5 \\ z_2=-15 \end{cases} \\ \begin{cases} z_1=5 \\ z_2=15 \end{cases} \end{array}\right.$ vậy có 2 cặp số trong trường hợp này.

Th2: $\Delta<0$ khi đó: $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i$

$\Leftrightarrow (x+yi)(1+2i)-\sqrt{x^2+y^2}=-10+10i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y=10 \\ x-2y-\sqrt{x^2+y^2}=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow z_1=3+4i$

Vậy trong trường hợp này có 1 cặp

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $|x^3-3x^2+m|\le 4$ với mọi $x\in[1;3]$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $f(x)=x^3-3x^2+m \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	1		2		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$m-2$	↘	$m-4$	↗	m

Ta thấy $\max\limits_{[1;3]} f(x)=f(3)=m$ và $\min\limits_{[1;3]} f(x)=f(2)=m-4$.

Ta có $\max\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|=\max\{|m|;|m-4|\}$.

Áp dụng công thức $\max\{|a|;|b|\}=\dfrac{|a+b|+|a-b|}{2}$.

Ta có $\max\{|m|;|m-4|\}=\dfrac{|m+m-4|+|m-m+4|}{2}=\dfrac{|2m-4|+4}{2}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \max\limits_{[1;3]}|x^3-3x^2+m|\le 4 \Leftrightarrow \dfrac{|2m-4|+4}{2}\le 4 \Leftrightarrow 0\le m\le 4$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4\}$.

Vậy có 5 giá trị m cần tìm.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của biểu thức $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $f(x)=2|x-1|=\begin{cases}2x-2 & khi\ x\geq 1\\ -2x+2 & khi\ x<1\end{cases}$ nên có: $F(x)=\int f(x)dx=\begin{cases}x^2-2x+C_1 & khi\ x\geq 1\\ -x^2+2x+C_2 & khi\ x<1\end{cases}$.

Khi đó: $F(2)+F(0)=5\Leftrightarrow C_1+C_2=5$.

Vậy $P=F(3)+F(-2)=(9-6+C_1)+(-4-4+C_2)=C_1+C_2-5=0$.

Câu 46: Biết số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $T=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=\sqrt{10}$. **D.** $|z|=\sqrt{33}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1.

Đặt $z=x+yi$ ta được:

$$\begin{cases}|z-3-4i|=\sqrt{5}\\ T=|z+2|^2-|z-i|^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(x-3)^2+(y-4)^2=5 & (1)\\ T=4x+2y+3 & (2)\end{cases}$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z trên hệ trục tọa độ Oxy là đường tròn tâm $I(3;4), R=\sqrt{5}$ và đường thẳng $(d): 4x+2y+3-T=0\Rightarrow$ Để tồn tại z thì đường tròn và đường thẳng phải có điểm chung

$$\Rightarrow d_{(I;(d))}=\frac{|23-T|}{2\sqrt{5}}\leq R\Rightarrow\frac{|23-T|}{2\sqrt{5}}\leq\sqrt{5}\Leftrightarrow|23-T|\leq 10\Leftrightarrow 13\leq T\leq 33$$

Vậy $\max T=33\Rightarrow 4x+2y-30=0\Leftrightarrow y=15-2x$

Thay $y=15-2x$ vào (1) ta được:

$$(x-3)^2+(11-2x)^2=5\Leftrightarrow 5x^2-50x+125=0\Leftrightarrow x=5\Rightarrow y=5$$

Vậy $|z|=\sqrt{x^2+y^2}=5\sqrt{2}$.

Cách 2.

+ Đặt $z=a+bi$.

+ Ta có: $|z-3-4i|=\sqrt{5}\Rightarrow(a-3)^2+(b-4)^2=5$.

$$T=|z+2|^2-|z-i|^2=\left[(a+2)^2+b^2\right]-\left[a^2+(b-1)^2\right]=4a+2b+3.$$

+ Áp dụng bất đẳng thức Bunyakovski ta được:

$$T=4(a-3)+2(b-4)+23\leq\sqrt{(4^2+2^2)\left[(a-3)^2+(b-4)^2\right]}+23=33.$$

+ Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\frac{a-3}{4}=\frac{b-4}{2}\\ 4a+2b+3=33\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=5\\ b=5\end{cases}$.

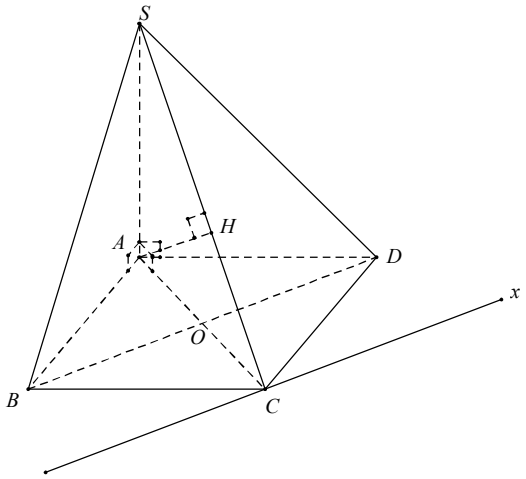
+ Vậy $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=5\sqrt{2}$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy bằng 45°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



+) Từ C dựng $Cx \parallel BD$, suy ra $BD \parallel (SC, Cx)$ nên

$d(BD, SC) = d(BD, (SC, Cx)) = d(O; (SC, Cx)) = \frac{1}{2} d(A; (SC, Cx))$.

+) Từ A dựng $AH \perp SC, (H \in SC)$. Suy ra $AH \perp (SC, Cx)$, do đó

$d(BD, SC) = \frac{1}{2} d(A; (SC, Cx)) = \frac{1}{2}.AH$.

+) Theo giả thiết, $\widehat{SCA} = 45°$ nên $SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AH = a$.

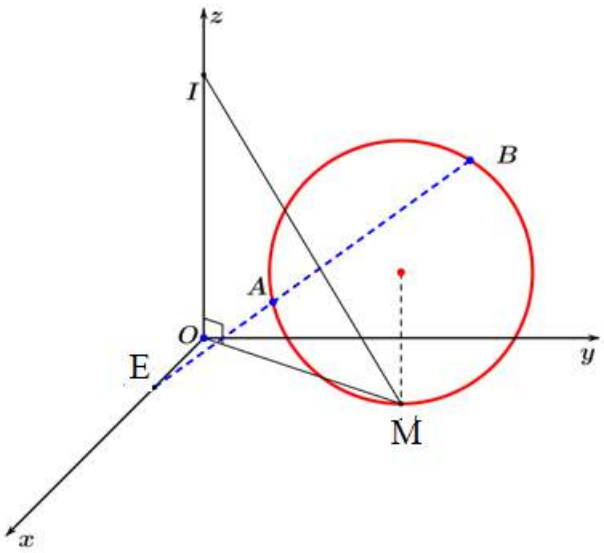
Vậy $d(BD, SC) = \frac{1}{2}.AH = \frac{a}{2}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đường thẳng $AB:\begin{cases} qua\ A(1;1;1) \\ VTCP\ \overrightarrow{AB}=(0;1;1) \end{cases}$ dạng $\begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi $E=AB\cap(Oxy)\Rightarrow E(1;0;0)$

Ta có: $IM=\sqrt{OI^2+OM^2}=\sqrt{16+OM^2}\Rightarrow IM_{\max}\Leftrightarrow OM_{\max}$

Ta lại có: $OE+EM\geq OM\Rightarrow OM_{\max}=OE+ME$ khi O,M,E thẳng hàng.

$EM^2=EA.EB=\sqrt{2}.\sqrt{8}=4\Rightarrow ME=2$. Khi đó M thuộc đường tròn nằm trong mặt phẳng (Oxy) và có bán kính bằng 2.

$OE=1,\ ME=2\Rightarrow OM_{\max}=OE+ME=3$.

Vậy $IM_{\max}=\sqrt{16+OM^2{}_{\max}}=5.$

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn $2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$ và $x;y\leq 2023$?

A. 12. **B.** 45. **C.** 2020. **D.** 44.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}.\frac{1}{2}\ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-4}\ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{x+y-1-2x-3}\ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-1}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=\frac{2^{x+y-1}}{2^{2x+3}}\ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-1+2x+3}\ln\left(x^2+2x+2\right)=2^{x+y-1}\ln(x+y-1)$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+2x+2}\ln\left(x^2+2x+2\right)=2^{x+y-1}\ln(x+y-1)$$

Đặt $f(t)=2^t\ln t$ với $t>1$

Ta có $f'(t)=2^t\ln 2\ln t+2^t.\frac{1}{t}>0,\forall t>1$

Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.Khi đó

$x^2+2x+2=x+y-1\Leftrightarrow x^2+x+3=y\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}=y$.

Với $y\in\mathbb{Z}^+,1\leq y\leq 2023,x\in\mathbb{Z}$ thì $1\leq\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}\leq 2023\Leftrightarrow 1\leq x\leq 44$.

Vậy có 44 cặp $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2,\forall x\in[1;3]$, $f(2)=2$. Tính $I=\int_1^3 f(x)\,dx$.

A. $\frac{117}{15}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{23}{3}$. **D.** $\frac{233}{30}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

• Ta có: $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2,\forall x\in[1;3]$

$\Leftrightarrow x^2\left(1+f(x)\right)=\left[f'(x)\right]^2,\forall x\in[1;3]$

Suy ra: $x.\sqrt{1+4f(x)}=f'(x),\forall x\in[1;3]$

(do hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$ nên $f'(x)\ge 0,\forall x\in[1;3]$)

$\Leftrightarrow \dfrac{2f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}}=2x,\forall x\in[1;3].$

• Lấy nguyên hàm 2 vế ta được:

$$\int\frac{2f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}}\mathrm{d}x=\int 2x\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\left(\sqrt{1+4f(x)}\right)'\mathrm{d}x=\int 2x\,\mathrm{d}x\Leftrightarrow\sqrt{1+4f(x)}=x^2+C.$$

Mà $f(2)=2$ nên $\sqrt{1+4f(2)}=2^2+C\Rightarrow C=-1.$

Vậy $\sqrt{1+4f(x)}=x^2-1\Rightarrow f(x)=\dfrac{x^4-2x^2}{4}=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2$

Suy ra: $I=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^3\left(\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{2}x^2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{233}{30}.$

---------- HẾT ----------

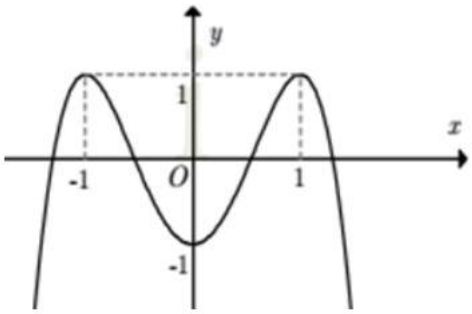
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
PHÚ THỌ

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là
A. A_{12}^3. **B.** 3^{12}. **C.** C_{12}^3. **D.** 12^3.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đó bằng
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c(a;b;c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại
A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là
A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **B.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **D.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 5$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$
A. 2. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** -2.

Câu 6: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là
A. $(-2;-3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là
A. $y' = 5^{x-1}$. **B.** $y' = 5^x \ln 5$. **C.** $y' = \frac{5^x}{\ln 5}$. **D.** $y' = 5^x$.

Câu 8: Cho bất phương trình $9^x + 3^{x+1} - 6 \le 0$. Nếu đặt $t = 3^x\ (t > 0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây?
A. $t^2 + t - 6 \le 0$. **B.** $t^2 + t - 3 \le 0$. **C.** $t^2 + 3t - 6 \le 0$. **D.** $t^2 - 3t - 6 \le 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một véctơ pháp tuyến là
A. $\overrightarrow{n_1} = (4;3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;6)$. **C.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_3} = \left(2;\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = -4 + 5i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Khi đó $z_1 - z_2$ bằng
A. $-6 + 8i$. **B.** $-2 + 2i$. **C.** $6 - 8i$. **D.** $2 - 2i$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1;-2;-2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng
A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 12: Giá trị $\ln(4e)$ bằng
A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $3\ln 2 + 1$. **D.** $2\ln 2 + 1$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{13}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 14: Cho khối nón có diện tích đáy bằng 2 và chiều cao bằng h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi h$. **C.** $\frac{2}{3}\pi h$. **D.** $4\pi h$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \cot x + C$. **B.** $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\tan x + C$.

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = \tan x + C$. **D.** $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\cot x + C$.

Câu 16: Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{\frac{2}{5}}$ là

A. $D=(-\infty;3]$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

Câu 17: Số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có bán kính $R=3$ bằng

A. 36π. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 12π.

Câu 19: Cho $\int_0^1 f(x)\,dx=-3$. Khi đó $\int_0^1 2f(x)\,dx$ bằng

A. -6. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 6.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-4}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 23: Cho các số thực $a,b(a<b)$. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\,dx=F(a)-F(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\,dx=F(b)-F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\,dx=F'(a)-F'(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)\,dx=F'(b)-F'(a)$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)>1$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $[1;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 27: Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi cùng màu bằng

A. $\frac{35}{44}$. **B.** $\frac{9}{44}$. **C.** $\frac{35}{22}$. **D.** $\frac{9}{22}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}(2m-4)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

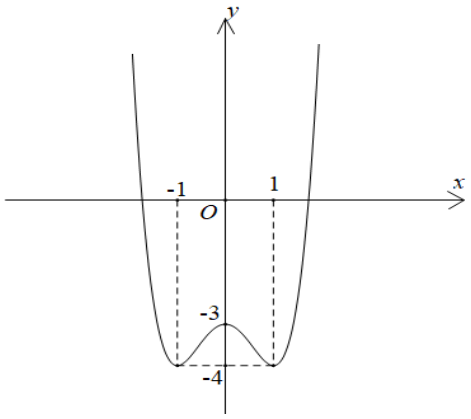
Câu 29: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 30: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{512\pi}{15}$. **C.** $\frac{32}{3}$. **D.** $\frac{512}{15}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2|f(x)|-3=0$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x^2+2)^5$ là

A. $\frac{1}{12}(x^2+2)^6+C$. **B.** $\frac{1}{2}(x^2+2)^6+C$. **C.** $\frac{1}{6}(x^2+2)^6+C$. **D.** $(x^2+2)^6+C$.

Câu 33: Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f(x)=ax^3+4x^2+bx+1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** -21. **D.** -3.

Câu 34: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Câu 35: Ch o số phức z thỏa mãn $2z+1-i=(5-2i)(1+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

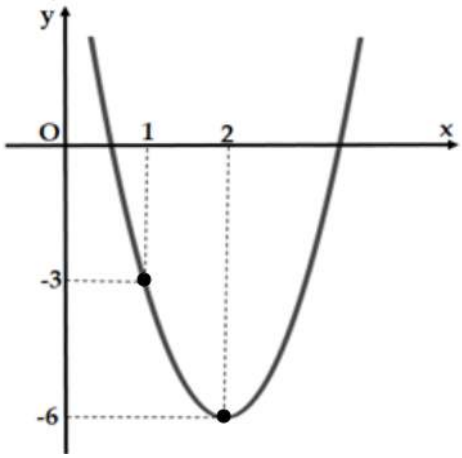
Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0$?

A. 24. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 23.

Câu 37: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một Parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 39: Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\|(P)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng

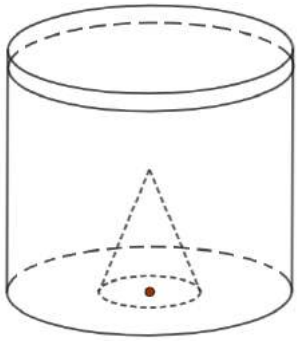
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Trong không gian Oxy, cho hai vecto $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(-1;3;2)$. Giá trị $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng.

A. $\dfrac{-1}{14}$. **B.** $\dfrac{1}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{14}}{28}$.

Câu 42: Một khối nón (N) có bán kính bằng R và chiều cao bằng 18, được làm bằng chất liệu không thấm nước có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $6R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc (tham

khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao bằng 18 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng



A. $\frac{52}{3}$. **B.** $\frac{214}{3}$. **C.** $\frac{74}{3}$. **D.** $\frac{70}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f(x)+x\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x, \forall x\in\left[\frac{1}{3};3\right]$. Tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 44: Cho phương trình $z^2-2mz+7m-10=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phuong trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn: $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 45: Cho phương trình $4^x-(m+3)2^x+8=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3)=8$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(29;30)$. **B.** $(27;28)$. **C.** $(30;31)$. **D.** $(28;29)$.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương a $(a\le 2024)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x.\left(\ln a^3+e^x\right)\le e^x.\left[1+\ln(3x\ln a)\right]$?

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2018.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-8=0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B,C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;1;-1)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;2;0)$.

Câu 48: Cho số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5$ và $\left|\frac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+7$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $S(2;-1;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{27}{8}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<250$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	D	B	D	B	B	C	C	A	C	D	D	B	D	B	D	A	A	C	A	C	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	B	A	B	D	A	A	D	B	B	A	D	D	A	A	A	C	B	A	A	C	C	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho tập hợp A gồm 12 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_{12}^3. **B.** 3^{12}. **C.** C_{12}^3. **D.** 12^3.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là một tổ hợp chập 3 của 12. Vậy số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là C_{12}^3.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3$ và $u_3 = 6$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

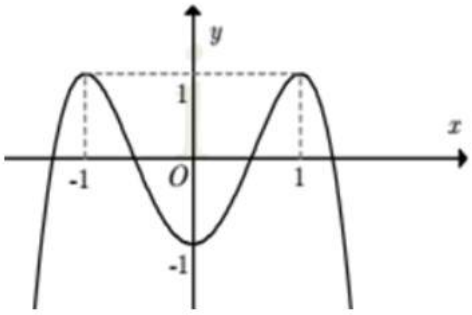
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: công bội của cấp số nhân $q = \frac{u_3}{u_2} = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c(a;b;c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$..

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **B.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.

C. $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 25$. **D.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu $I(-2;4;-5)$ và bán kính bằng 5 có phương trình là

$(x+2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 25$.

Câu 5: Phần ảo của số phức $z = 5 - 2i$

A. 2. **B.** $-2i$. **C.** $2i$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là

A. $(-2;-3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Có số phức $z=2-3i$ nên $\overline{z}=2+3i$.

Số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $(2;3)$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=5^{x-1}$. **B.** $y'=5^x\ln 5$. **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **D.** $y'=5^x$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là $y'=5^x\ln 5$.

Câu 8: Cho bất phương trình $9^x+3^{x+1}-6\le 0$. Nếu đặt $t=3^x\ (t>0)$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào dưới đây?

A. $t^2+t-6\le 0$. **B.** $t^2+t-3\le 0$. **C.** $t^2+3t-6\le 0$. **D.** $t^2-3t-6\le 0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=3^x\ (t>0)$ thì bất phương trình $9^x+3^{x+1}-6\le 0$ trở thành $t^2+3t-6\le 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;6)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;\dfrac{3}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB nhận $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AB}=(2;-1;6)$ làm véctơ pháp tuyến.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1=-4+5i$ và $z_2=2-3i$. Khi đó z_1-z_2 bằng

A. $-6+8i$. **B.** $-2+2i$. **C.** $6-8i$. **D.** $2-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1-z_2=-4+5i-(2-3i)=-6+8i$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(1;-2;-2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}=3$.

Câu 12: Giá trị $\ln(4e)$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** $3\ln 2+1$. **D.** $2\ln 2+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\ln(4e)=\ln 4+\ln e=2\ln 2+1$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, chiều cao bằng $\sqrt{2}a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{13}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=S.h=a^3\sqrt{6}$.

Câu 14: Cho khối nón có diện tích đáy bằng 2 và chiều cao bằng h. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi h$. **C.** $\frac{2}{3}\pi h$. **D.** $4\pi h$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{4}{3}\pi h$.

Câu 15: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=\cot x+C$. **B.** $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\tan x+C$.

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=\tan x+C$. **D.** $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x}dx=-\cot x+C$.

Câu 16: Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{\frac{2}{5}}$ là

A. $D=(-\infty;3]$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-3>0\Leftrightarrow x>3$.

Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{\frac{2}{5}}$ là $D=(3;+\infty)$.

Câu 17: Số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương rình hoành độ giao điểm $x^3+3=x+3\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Suy ra, số giao điểm của đường thẳng $y=x+3$ và đường cong $y=x^3+3$ là 3.

Câu 18: Diện tích mặt cầu có bán kính $R=3$ bằng

A. 36π. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S=4\pi R^2=4\pi 3^2=36\pi$.

Câu 19: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-3$. Khi đó $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

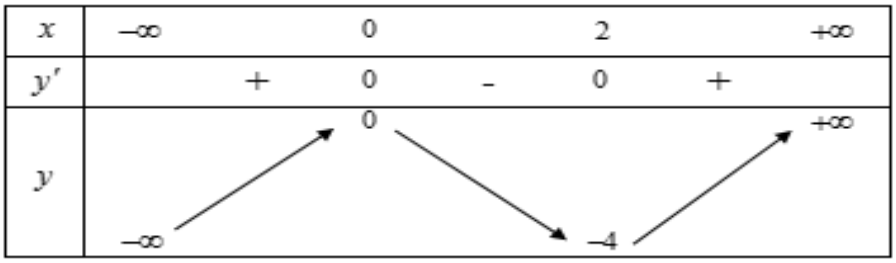
A. -6. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x=2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2(-3)=-6$.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 21: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=-1$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình tham số của đường thẳng là $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 23: Cho các số thực $a,b(a<b)$. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(a)-F'(b)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F'(b)-F'(a)$.

Lời giải

Chọn B

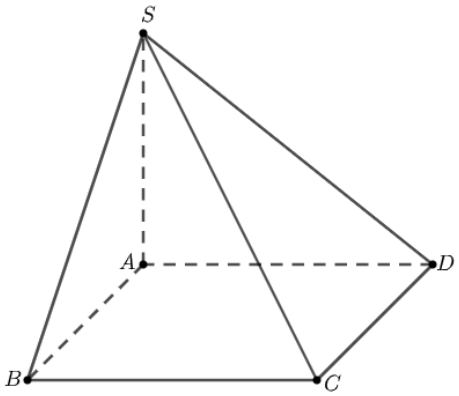
Ta có: $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$..

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$..

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)>1$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $[1;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn A

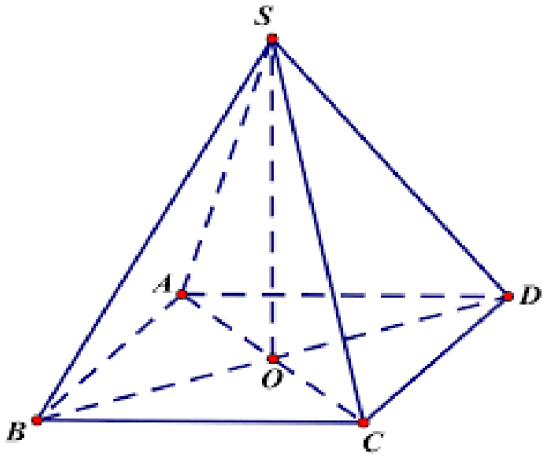
$\log_3(x-1)>1\Leftrightarrow x-1>3\Leftrightarrow x>4$.

Câu 26: Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $BC//(SAD)\Rightarrow d(BC,SA)=d(BC,(SAD))=d(B,(SAD))=2d(O,(SAD))=2h$.

Do chóp $SABCD$ là chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)$ nên tứ diện $OSAD$ là khối tứ diện vuông tại $O\Rightarrow\frac{1}{h^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{OD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2a^2}=\frac{2}{a^2}\Rightarrow h=\frac{a}{\sqrt{2}}$

Ta có $AC=2a\sqrt{2}\Rightarrow OA=OC=OD=a\sqrt{2}$.

$SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=a$.

Vậy $d(BC,SA)=a\sqrt{2}$.

Câu 27: Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đựng 5 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Xác suất để lấy được 3 viên bi cùng màu bằng

A. $\frac{35}{44}$. **B.** $\frac{9}{44}$. **C.** $\frac{35}{22}$. **D.** $\frac{9}{22}$.

Lời giải

Chọn B

+) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^3$.

+) Gọi A là biến cố "lấy được 3 viên bi cùng màu".

$n(A)=C_5^3+C_7^3=45$.

Vậy $P(A)=\dfrac{45}{C_{12}^3}=\dfrac{9}{44}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2;3]$ để hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{2}(2m-4)x^2+m+2$ có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-3(2m-4)x=3x(x-2m+4)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m-4\end{array}\right.$

Để hàm số có cực đại và cực tiểu đồng thời hoành độ điểm cực tiểu nhỏ hơn 3 thì $\begin{cases}2m-4\neq 0\\2m-4<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\m<\dfrac{7}{2}\end{cases}$.

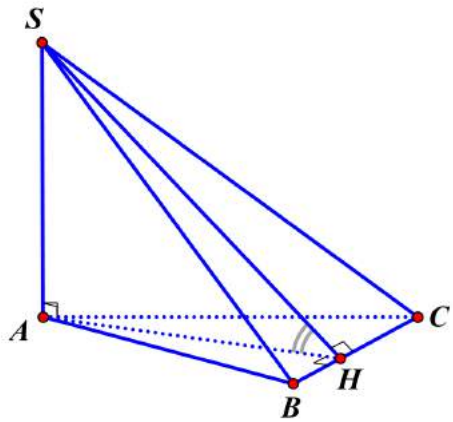
Vì m nguyên thuộc đoạn $[-2;3]$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;3\}$.

Câu 29: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $AH\perp BC$ mà $SA\perp BC\Rightarrow SH\perp BC$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{AHS}$

Tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$ nên $AH=a\sqrt{3}$.

Suy ra tam giác SAH vuông cân tại $A\Rightarrow\widehat{AHS}=45^0$.

Câu 30: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4-x^2$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{32}{3}$. **D.** $\dfrac{512}{15}$.

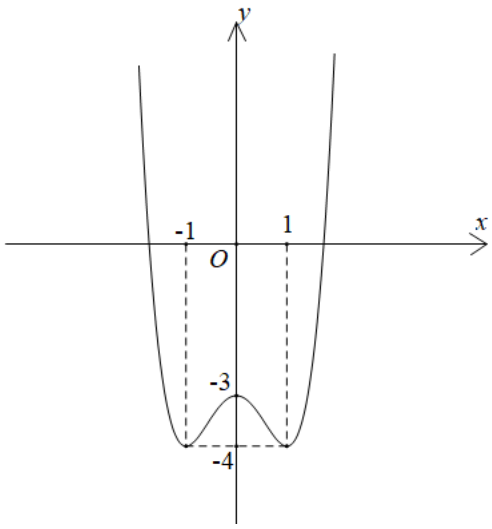
Lời giải

Chọn B

$4-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 2$

$V=\pi\int\limits_{-2}^{2}\left(4-x^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{-2}^{2}\left(16-8x^2+x^4\right)\mathrm{d}x=\pi\left(16x-\frac{8}{3}x^3+\frac{x^5}{5}\right)\Big|_{-2}^{2}=\frac{512}{15}\pi$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



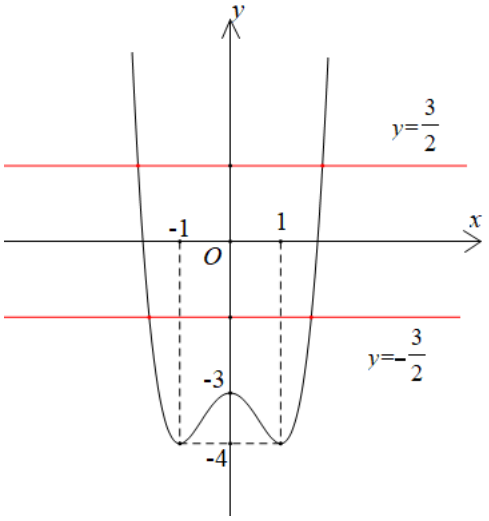
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$2\left|f\left(x\right)\right|-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\frac{3}{2}\\f\left(x\right)=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$



Từ đồ thị, ta thấy hai đường thẳng $y=\frac{3}{2}$, $y=-\frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 4 điểm phân biệt. Vậy phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 32: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x\left(x^2+2\right)^5$ là

A. $\frac{1}{12}\left(x^2+2\right)^6+C$. **B.** $\frac{1}{2}\left(x^2+2\right)^6+C$. **C.** $\frac{1}{6}\left(x^2+2\right)^6+C$. **D.** $\left(x^2+2\right)^6+C$.

Lời giải

Chọn A

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int x\left(x^2+2\right)^5\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(x^2+2\right)^5\mathrm{d}\left(x^2+2\right)=\frac{1}{12}\left(x^2+2\right)^6+C.$$

Câu 33: Biết $M(1;-5)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f(x)=ax^3+4x^2+bx+1$. Giá trị $f(2)$ bằng

A. 3. **B.** 15. **C.** -21. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

$M(1;-5)$ là một điểm cực trị của hàm số $y=f(x)=ax^3+4x^2+bx+1$ nên

$$\begin{cases}a.1^3+4.1^2+b.1+1=-5\\3.a.1^2+8.1+b=0\end{cases}\text{ hay }\begin{cases}a+b=-10\\3a+b=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-11\end{cases}$$

$\Rightarrow f(x)=x^3+4x^2-11x+1\Rightarrow f(2)=3$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4)$.

Lời giải

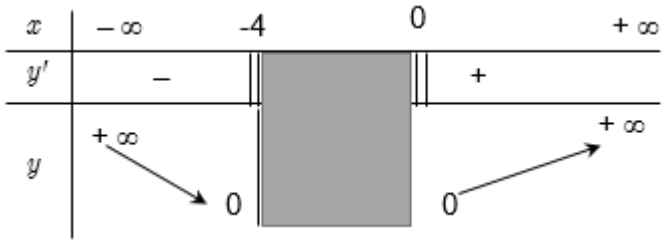
Chọn D

Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ có

+) TXĐ: $D=(-\infty;-4)\cup(0;+\infty)$.

+) $y'=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+4x}}$; $y'=0\Leftrightarrow x=-2$

+) BBT



Hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-4)$. .

Câu 35: Ch o số phức z thỏa mãn $2z+1-i=(5-2i)(1+i)$. Môđun của z bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z+1-i=(5-2i)(1+i)\Leftrightarrow z=\dfrac{(5-2i)(1+i)-1+i}{2}\Leftrightarrow z=3+2i$

$|z|=|3+2i|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0$?

A. 24. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

$\left[\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1\right]\left(2^{x+7}-32\right)<0\ (1)$

+) Điều kiện xác định: $\begin{cases}x^2-3x+29>0\\x+15>0\end{cases}\Leftrightarrow x>-15$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1<0\\ 2^{x+7}-32>0\end{cases}\\ \begin{cases}\log_3(x^2-3x+29)-\log_3(x+15)-1>0\\ 2^{x+7}-32<0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\log_3\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}<1\\ 2^{x+7}>2^5\end{cases}\\ \begin{cases}\log_3\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}>1\\ 2^{x+7}<2^5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}<3\\ x+7>5\end{cases}\\ \begin{cases}\dfrac{x^2-3x+29}{x+15}>3\\ x+7<5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-3x+29<3x+45\\ x>-2\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-3x+29>3x+45\\ x<-2\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-6x-16<0\\ x>-2\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-6x-16>0\\ x<-2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-2<x<8\\ x>-2\end{cases}\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>8\\ x<-2\end{array}\right.\\ x<-2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x<8\\ x<-2\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình (1) là: $T=(-15;8)\setminus\{-2\}$

Vậy có 22 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 37: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương là

A. -6. **B.** -5. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m \Leftrightarrow 2x-3=(x+m)(x-1)$

$\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m+3=0$ (1)

Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương

$\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}(m-3)^2-4(-m+3)>0\\ 3-m>0\\ 3-m>0\\ 1+m-3-m+3\neq 0\end{cases}$

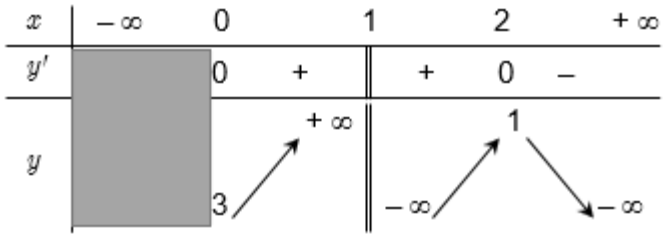
$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>3\\ m<1\end{array}\right.\Leftrightarrow m<1\\ m<3\end{cases}$

Vậy các giá trị nguyên của m trên đoạn $[-3;3]$ thỏa mãn bài toán là: $-3;-2;-1;0$

Cách 2

Xét phương trình: $\dfrac{2x-3}{x-1}=x+m \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{x-1}-x=m$ (2)

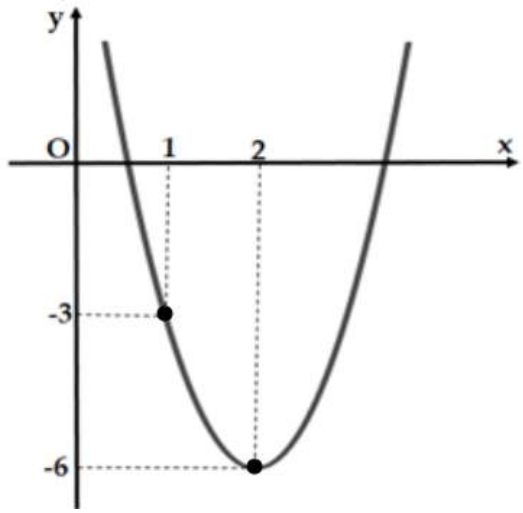
Xét hàm số $h(x)=\dfrac{2x-3}{x-1}-x$, $h'(x)=\dfrac{1}{(x-1)^2}-1$, $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$



Đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương thì (2) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1 Khi đó đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại hai điểm phân biệt trên khoảng $(0;+\infty)$. Dựa vào BBT của hàm số $h(x)$ ta có: $m<1$

.

Câu 38: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(5-2x)$ có đồ thị là một Parabol (P) như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta xác định được $y=f'(5-2x)=3x^2-12x+6.$

Đặt $5-2x=t\Rightarrow x=\dfrac{5-t}{2}$.

Khi đó: $3x^2-12x+6=\dfrac{3}{4}(5-t)^2-6(5-t)+6=\dfrac{3}{4}t^2-\dfrac{3}{2}t-\dfrac{21}{4}=f'(t).$

$f'(t)<0\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<t<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 1-2\sqrt{2}<5-2x<1+2\sqrt{2}\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<x<2+\sqrt{2}$.

Hàm số $y=g(x)=f\left(2x^2+2x+m\right)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

$\Rightarrow g'(x)=(4x+2)f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow f'\left(2x^2+2x+m\right)<0,\forall x\in(0;1)$

$(do\ \ 4x+2>0,\forall x\in(0;1))$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{2}<2x^2+2x+m<2+\sqrt{2},\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<2x^2+2x-2<-m+\sqrt{2},\forall x\in(0;1).$

Đặt $h(x)=2x^2+2x-2\Rightarrow h'(x)=4x+2>0,\forall x\in(0;1)$.

BBT:

Điều kiện bài toán $\Leftrightarrow -m-\sqrt{2}<0<1<-m+\sqrt{2}\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<\sqrt{2}-1\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{-1;\,0\}$.

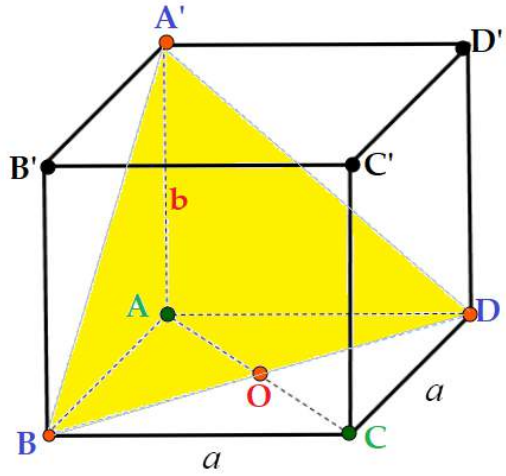
Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 39: Cho khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA'=b$, $d\left(A;(A'BD)\right)=h.$. Gọi $O=AC\cap BD$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều suy ra O là trung điểm của AC. Suy ra: $d\left(C;(A'BD)\right)=d\left(A;(A'BD)\right)=h$.

Ta có: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{AA'^2}\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Leftrightarrow\frac{4}{a^2}=\frac{2}{a^2}+\frac{1}{b^2}\Leftrightarrow\frac{2}{a^2}=\frac{1}{b^2}\Rightarrow b=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AC.AA'=a.a.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y+4z-3=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Mặt phẳng $(Q)\|(P)$ và cắt các tia Ox,Oy lần lượt tại các điểm B và C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $2\sqrt{22}$. Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(Q)\|(P)\Rightarrow(Q)$ có dạng: $x+y+4z+d=0\ (d\neq-3)$.

$(Q)\cap Ox=B(-d;0;0)$, $(Q)\cap Oy=C(0;-d;0)$. Do B, C lần lượt thuộc các tia $Ox,Oy\Rightarrow d<0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-d-1;-1;-3)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;-d-1;-3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-3d;-3d;d^2+2d\right)$.

$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{22}\Leftrightarrow\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=2\sqrt{22}\Leftrightarrow9d^2+9d^2+\left(d^2+2d\right)^2=352\Leftrightarrow d^4+4d^3+22d^2-352=0\ (*)$

Giải $(*)$ chỉ có $d=-4$ thỏa mãn. Khi đó ta có phương trình mặt phẳng $(Q):x+y+4z+4=0$.

Khoảng cách từ điểm $M(2;2;1)$ đến (Q) bằng: $\frac{|2+2+4.1+4|}{\sqrt{1^2+1^2+4^2}}=2\sqrt{2}.$.

Câu 41: Trong không gian Oxy, cho hai vecto $\vec{a}=(1;-2;3)$ và $\vec{b}=(-1;3;2)$. Giá trị $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$ bằng.

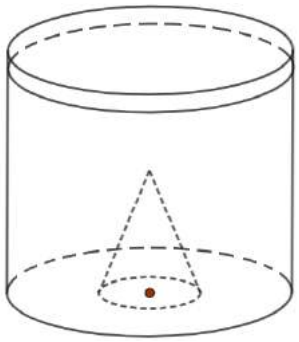
A. $\frac{-1}{14}$. **B.** $\frac{1}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}}{28}$. **D.** $-\frac{\sqrt{14}}{28}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\frac{-1}{14}$.

Câu 42: Một khối nón (N) có bán kính bằng R và chiều cao bằng 18, được làm bằng chất liệu không thấm nước có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước. Khối (N) được đặt trong một cái cốc hình trụ đường kính bằng $6R$, sao cho đáy của (N) tiếp xúc với đáy của cốc (tham khảo hình vẽ). Đổ nước vào cốc đến khi mức nước đạt độ cao bằng 18 thì lấy khối (N) ra. Độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối (N) ra bằng



A. $\frac{52}{3}$. **B.** $\frac{214}{3}$. **C.** $\frac{74}{3}$. **D.** $\frac{70}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của nước trong khối trụ là: $V=\pi\left(3R\right)^2.18-\frac{1}{3}\pi R^2.18=156\pi R^2$.

Vậy chiều cao của nước trong cốc khi đã lấy khối nón ra là: $h=\frac{V}{\pi\left(3R\right)^2}=\frac{156}{9}=\frac{52}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3};3\right]$ thỏa mãn $f\left(x\right)+x\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x,\forall x\in\left[\frac{1}{3};3\right]$. Tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{16}{9}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)+x\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x^3-x\Leftrightarrow\frac{f\left(x\right)}{x^2+x}+\frac{1}{x+1}\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=x-1.$

Suy ra $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f(x)}{x^2+x}\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{1}{x+1}\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(x-1\right)\mathrm{d}x.\quad(*)$

Đặt $t=\frac{1}{x}$ suy ra $\mathrm{d}x=-\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t$ và $x=\frac{1}{t}\Leftrightarrow\frac{1}{x+1}=\frac{t}{t+1}$.

Đổi cận $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}\Rightarrow t=3 \\ x=3\Rightarrow t=\dfrac{1}{3} \end{cases}$. Khi đó

$$\int_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{1}{x+1}\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=-\int_{3}^{\frac{1}{3}}\frac{t}{t+1}\cdot f\left(t\right)\cdot\frac{1}{t^2}\mathrm{d}t=\int_{\frac{1}{3}}^{3}\frac{f\left(t\right)}{t^2+t}\mathrm{d}t=I.$$

Do đó $(*)\Leftrightarrow 2I=\dfrac{16}{9}\Leftrightarrow I=\dfrac{8}{9}$.

Câu 44: Cho phương trình $z^2-2mz+7m-10=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phuong trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn: $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Để phương trình có hai nghiệm phức

$\Leftrightarrow \Delta'<0\Leftrightarrow m^2-7m+10<0\Leftrightarrow 2<m<5$

$z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}\Leftrightarrow |z_1|^2=|z_2|^2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z_1|=|z_2| \\ |z_1|=-|z_2|\end{array}\right.$,

TH1: $|z_1|=|z_2|$, suy ra $m\in\{3;4\}$,

TH2: $|z_1|=-|z_2|\Leftrightarrow |z_1|+|z_2|=0\Leftrightarrow |z_1|=|z_2|=0\Leftrightarrow z=0\Rightarrow m=\dfrac{10}{7}(ko\ tm)$

Vậy $m\in\{3;4\}$.

Câu 45: Cho phương trình $4^x-(m+3)2^x+8=0$ (m là tham số). Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3)=8$ thì giá trị của tham số m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(29;30)$. **B.** $(27;28)$. **C.** $(30;31)$. **D.** $(28;29)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $t=2^x$.

Phương trình có dạng: $t^2-(m+3)\mathrm{t}+8=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m^2+6m-23>0\\ m+3>0\\ 8>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ \left[\begin{array}{l}m>4\sqrt{2}-3\\ m<-4\sqrt{2}-3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>4\sqrt{2}-3.$$

$2^{x_1}=t_1\Rightarrow x_1=\log_2 t_1$; $2^{x_2}=t_2\Rightarrow x_2=\log_2 t_2$.

Suy ra $x_1+x_2=\log_2 t_1+\log_2 t_2=\log_2(t_1t_2)=\log_2 8=3.$

Ta có: $(x_1+3)(x_2+3)=8\Leftrightarrow x_1.x_2+3(x_1+x_2)+9=8\Leftrightarrow x_1.x_2=-10.$

Suy ra $\left[\begin{array}{l}x_1=-2\\ x_2=5\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t_1=\dfrac{1}{4}\\ t_2=32\end{array}\right.$.

$t_1+t_2=m+3\Rightarrow m+3=32,25\Leftrightarrow m=29,25$.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương a $(a\le 2024)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $x.\left(\ln a^3+e^x\right)\le e^x.\left[1+\ln\left(3x\ln a\right)\right]$?

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: Vì a nguyên dương nên $3x\ln a>0\Rightarrow x>0$. ta có

$x.\left(\ln a^3+e^x\right)\le e^x\left[1+\ln\left(3x\ln a\right)\right]\Leftrightarrow 3x\ln a\le e^x\left(1+\ln\left(3x\ln a\right)-x\right)\Leftrightarrow \frac{3x.\ln a}{e^x}\le 1+\ln\frac{3x\ln a}{e^x}$

Đặt: $t=\frac{3x.\ln a}{e^x}>0.$

Bất phương trình có dạng: $t\le 1+\ln t\Leftrightarrow t-\ln t-1\le 0$.

Đặt: $f(t)=t-\ln t-1\le 0$ với $t\in\left(0;+\infty\right)$

$f'(t)=1-\frac{1}{t}=0\Rightarrow t=1$

Bảng biến thiên

t	0		1		$+\infty$
$f(t)$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, suy ra $t=1\Leftrightarrow 3x\ln a=e^x$

Do: $a\ge 1\Rightarrow$ phương trình có nghiệm thì $x>0$

$\Leftrightarrow 3.\ln a=\frac{e^x}{x}$. Xét hàm số $g(x)=\frac{e^x}{x}\Rightarrow g'(x)=\frac{e^x x-e^x}{x^2}, g'(x)=0\Leftrightarrow x=1.$

Bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$		$\searrow$	e	$\nearrow$	

Phương trình có nghiệm

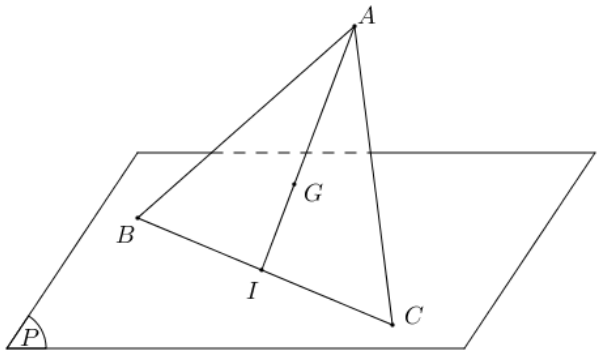
$\Leftrightarrow 3\ln a\ge e\Leftrightarrow \ln a\ge\frac{e}{3}\Leftrightarrow a\ge e^{\frac{e}{3}}\Leftrightarrow a\ge 2,47\Rightarrow a\in\left\{3;4;5;.....;2024\right\}$ vì a $(a\le 2024)$ nguyên dương. Vậy có 2022 giá trị.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-8=0$. Tam giác ABC có $A(-1;2;2)$ và trọng tâm G nằm trên d. Khi các đỉnh B,C di động trên (P) sao cho khoảng cách từ A tới đường thẳng BC đạt giá trị lớn nhất, một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;1;-1)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC.

$G \in d \Rightarrow G(2a-1;a+2;-a-2)$.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AI}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}=\left(3a;\frac{3}{2}a;-\frac{3}{2}(a+4)\right)$.

Suy ra: $I\left(3a-1;\frac{3}{2}a+2;-\frac{3}{2}a-4\right)$.

$A \in (P) \Rightarrow 2(3a-1)+\frac{3}{2}a+2-\frac{3}{2}a-12=0 \Leftrightarrow a=2 \Rightarrow I(5;5;-7)$.

Vậy đường thẳng BC luôn đi qua điểm I cố định. Do đó $d(A,BC)$ lớn nhất khi $AI \perp BC$.

Khi đó $BC \perp AI, BC \subset (P)$ nên BC có vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(12;-24;0)$.

Câu 48: Cho số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5$ và $\left|\frac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+8x+4y+7$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 32. **B.** 36. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$\left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5 \ \left|\overline{z}-3-2i\right|\le 5 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2\le 25$.

$\left|\frac{z+4+3i}{z-3+2i}\right|\le 1 \quad \Leftrightarrow |z+4+3i|\le|z-3+2i| \quad \Leftrightarrow (x+4)^2+(y+3)^2\le(x-3)^2+(y+2)^2$

$\Leftrightarrow 7x+y+6\le 0$.

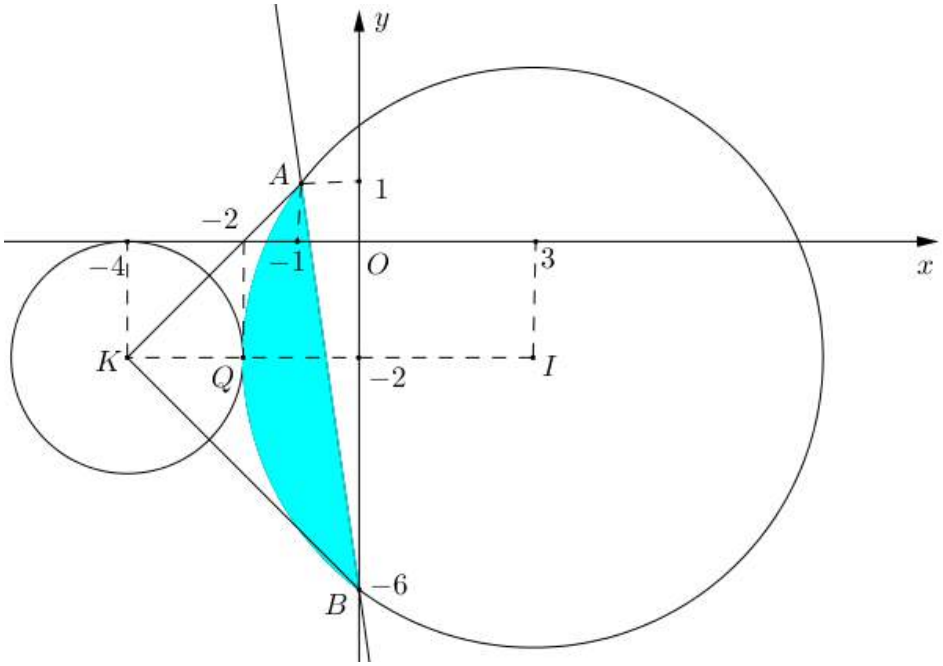
Vậy trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là miền nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}(x-3)^2+(y+2)^2\le 25\\ 7x+y+6\le 0\end{cases}\ (I)$$

Gọi: $(C):(x-3)^2+(y+2)^2=25$, $d:7x+y+6=0$.

d cắt (C) tại hai điểm $A(-1;1), B(0;-6)$.

Miền nghiệm của hệ (I) là miền tô màu xanh trên hình vẽ.



Ta có: $P=(x+4)^2+(y+2)^2-13 \Leftrightarrow (x+4)^2+(y+2)^2=13+P \ (P\geq -13)\ (1)$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) tâm $K(-4;-2)$, bán kính $R_1=\sqrt{13+P}$ (đường tròn (C_1) suy biến thành điểm $K(-4;-2)$ khi $P=-13$).

Vậy tập các giá trị của P phải thỏa mãn (C_1) và miền nghiệm của hệ (I) có điểm chung. Khi đó ta có: $2=KQ<R_1=\sqrt{13+P}\leq \max\{KA;KB\}=4\sqrt{2} \Leftrightarrow -9\leq P\leq 19$.

Vậy $M=19, m=-9$.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;-2;2)$ và $S(2;-1;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{27}{8}$. **C.** $\frac{81}{4}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ mà $M\in(P)\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{-2}{b}+\frac{2}{c}=1$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-a;-2;2), \overrightarrow{BM}=(1;-2-b;2)$ và $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c), \overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Mà M là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow \begin{cases}\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-c\\ a=2c\end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra $a=9; b=\frac{-9}{2}; c=\frac{9}{2}\Rightarrow (P): x-2y+2z-9=0$.

Ta có $A(9;0;0), B(0;\frac{-9}{2};0), C(0;0;\frac{9}{2})$.

Chiều cao của khối chóp $S.ABC$ là $h=d\left(S,(P)\right)=\frac{|2-2(-1)+2.3-9|}{3}=\frac{1}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $k=\frac{243}{8}$.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}k.h=\frac{1}{3}.\frac{243}{8}.\frac{1}{3}=\frac{27}{8}$..

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy, gọi (H) là tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $x^2+y^2=k(|x|+|y|)$ với k là số nguyên dương, S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H). Giá trị lớn nhất của k để $S<250$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

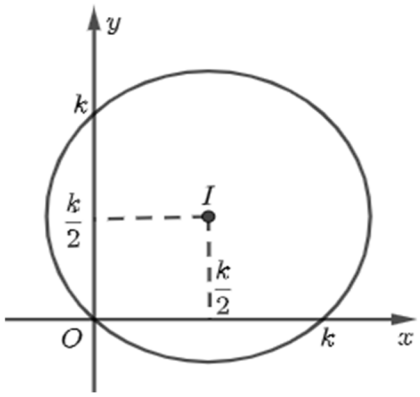
Lời giải

Chọn D

Do tính đối xứng qua Ox,Oy của $\left(H\right)$ nên ta chỉ cần xét khi $x>0;y>0$. Khi đó

$x^2+y^2=k\left(|x|+|y|\right)$ thành $x^2+y^2=k\left(x+y\right)\Leftrightarrow\left(x-\frac{k}{2}\right)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{2}$ $\left(H_1\right)$.

Do k là số nguyên dương nên $\left(H_1\right)$ là đường tròn tâm $I\left(\frac{k}{2};\frac{k}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{k}{\sqrt{2}}$.



Diện tích của $\left(H_1\right)$ ứng với $x>0;y>0$ là $S_1=\pi\frac{k^2}{2}-2\int_0^k\left(\frac{k}{2}-\sqrt{\frac{k^2}{2}-\left(x-\frac{k}{2}\right)^2}\right)dx$.

Do tính đối xứng của $\left(H\right)$ nên $S=4S_1$.

$S<250\Leftrightarrow S_1<\frac{125}{2}\Leftrightarrow\pi\frac{k^2}{2}-2\int_0^k\left(\frac{k}{2}-\sqrt{\frac{k^2}{2}-\left(x-\frac{k}{2}\right)^2}\right)dx<\frac{125}{2}$.

Dùng máy tính cầm tay, có thể thay trực tiếp các giá trị của k, thấy $k=6$ thỏa yêu cầu bài toán.

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CẦN THƠ
Mã 101

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;0;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;0;2)$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$ có phương trình là

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng

A. -8. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

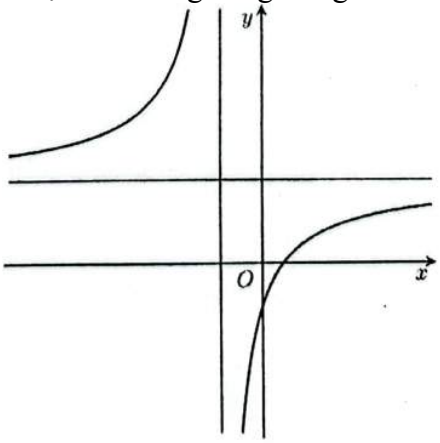
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x-1)=3$ là

A. $x=\dfrac{7}{3}$. **B.** $x=42$. **C.** $x=\dfrac{16}{3}$. **D.** $x=2$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^2+2x+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	9	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 8. Cho $I=\displaystyle\int_0^1 x(x^2+1)^3\,\mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=x^2+1$ thì I bằng

A. $\int_0^1 u^3\mathrm{d}u$. **B.** $\frac{1}{2}\int_0^1 u^3\mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int_1^2 u^3\mathrm{d}u$. **D.** $\int_1^2 u^3\mathrm{d}u$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(2;4;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+z+3=0$. Mặt phẳng đi qua M, N và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $4x+5y+7z-35=0.$ **B.** $2x-3y+z+1=0.$

C. $x+2y-2z-1=0.$ **D.** $3x+4y-z-8=0.$

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $1+\log_5 a.$ **B.** $5\log_5 a.$ **C.** $1-\log_5 a.$ **D.** $5+\log_5 a.$

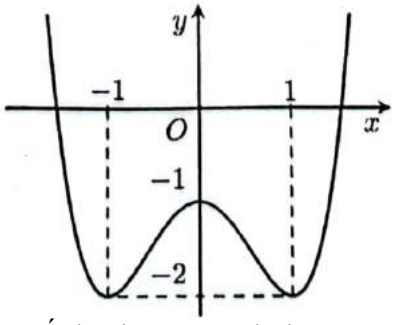
Câu 11. Nếu $\int_1^4 f(x)=-3$ và $\int_1^4 g(x)dx=4$ thì $\int_1^4 [g(x)-f(x)]dx$ bằng

A. 7. **B.** 21. **C.** 1. **D.** -7.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{17}{11}\right)^{3x} \le \left(\frac{11}{17}\right)^{x^2}$ là

A. $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $[-3;0]$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[0;+\infty)$.

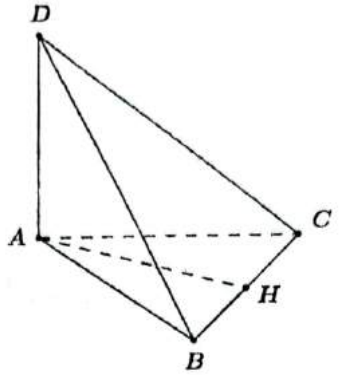
Câu 13. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB=AC=AD=a$. Gọi H là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng AH và DC bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 15. Môđun của số phức $z=2-3i$ bằng

A. 5. **B.** 13. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=3x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0.$ Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2.$ Giá trị $F(2)$ bằng

A. 16. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 17. Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và đường kính đáy $2r=4.$ Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\dfrac{x}{1-x}$ là

A. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 19. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 1. **B.** 8. **C.** 64. **D.** 40320.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(2;-4;0)$, bán kính $R=4$ là

A. $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=16$.

Câu 21. Cho $\log_2 5=a$ và $\log_3 5=b,\log_6 5$ bằng

A. $\dfrac{ab}{a+b}$. **B.** a^2+b^2. **C.** $a+b$. **D.** $\dfrac{1}{a+b}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

Câu 23. Trong không gian *Oxyz,* điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $P(2;3;4)$. **B.** $N(1;-2;5)$. **C.** $M(1;2;5)$. **D.** $Q(-1;2;-5)$.

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy,* số phức $z=3-2i$ có điểm biểu diễn là

A. $P(3;2)$. **B.** $Q(-3;-2)$. **C.** $M(-2;3)$. **D.** $N(3;-2)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=x^2-\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=2x-\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}-\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=2x+\sin x+C$.

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-x}$?

A. $\mathrm{N}(-2;1)$. **B.** $M(-1;-1)$. **C.** $P(2;-5)$. **D.** $Q(5;2)$.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$. **B.** $\int f(x)dx=2x.e^{2x}+C$.

C. $\int f(x)dx=e^{2x}+C$. **D.** $\int f(x)dx=2e^{2x}+C$.

Câu 29. Thể tích của khối cầu bán kính $r=3$ bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 30. Trong không gian *Oxyz,* cho hai vectơ $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ có toạ độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(3;4;1)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(3;5;1)$.

Câu 31. Trên đoạn$[-1;3]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -50. **D.** -48.

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=-5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 17. **B.** 22. **C.** -22. **D.** -17.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-7z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+3t \\ z=3-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+4t \\ y=-2+3t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+8t \\ y=-2+6t \\ z=-3-14t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-4t \\ z=3-7t \end{cases}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z=1-7i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{-\frac{5}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 37. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=2$ thì $\int_1^2 [f(x)+2x]dx$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** a. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d và (P) lần lượt tại M,N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biết Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b;4)$, giá trị của $a+b$ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 40. Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình $\log^2 x-m\log x+m+3\le 0$ có nghiệm trong khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $m\in(-3;6]$. **B.** $m\in(-\infty;-3)\cup[6;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-3)$. **D.** $m\in[6;+\infty)$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=\sqrt{2}$. Biết biểu thức $P=|z+1-2i|^2-|z-2+i|^2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt tại $z=z_1$ và $z=z_2$. Giá trị của $|2z_1+z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có ba điểm cực trị A,B,C thỏa mãn diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 2023?

A. 21. **B.** 2023. **C.** 44. **D.** 15.

Câu 43. Một hộp đựng 19 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 19. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 8 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng

A. $\frac{1760}{4199}$. **B.** $\frac{2036}{4199}$ **C.** $\frac{2096}{4199}$ **D.** $\frac{2086}{4199}$

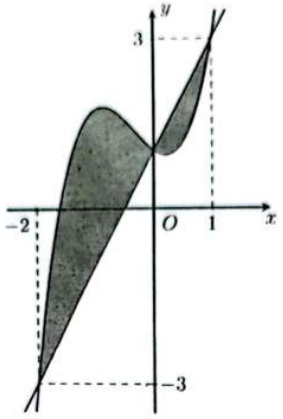
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AB=AC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{8}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 45. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn (O) sao cho tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{5}{3}\pi a^3$. **B.** $4\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ và hàm số bậc nhất $y=g(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{19}{12}$. Giá trị $\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{20}{3}$. **C.** $-\frac{607}{348}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $\ln\left(7x^2+7\right)\geq\ln\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 14. **D.** 35.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4),B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax+by-z+c=0,(a,b,c\in R)$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

A. –4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 49. Trên tập hợp số phức, gọi z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+m^2+2m+4=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn $|z_1-z_2|\leq 3$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-\infty;2023]$ sao cho hàm số $y=\left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2020.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.B	5.B	6.C	7.C	8.C	9.A	10.A
11.A	12.C	13.D	14.D	15.D	16.D	17.D	18.C	19.D	20.A
21.D	22.A	23.B	24.D	25.C	26.C	27.A	28.A	29.B	30.A
31.D	32.D	33.D	34.A	35.C	36.C	37.C	38.D	39.C	40.B
41.D	42.A	43.C	44.C	45.C	46.A	47.A	48.A	49.D	50.D

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;0;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;0;2)$.

Lời giải:

Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$.

Chọn đáp án C

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$ có phương trình là

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải:

Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ad-bc\neq 0, c\neq 0)$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$

Hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$ có một đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{(-3)}{1}=3$.

Chọn đáp án D

Câu 3. Cho hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=2+3i$. Phần thực của số phức z_1z_2 bằng

A. -8. **B.** -2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải:

Cho hai số phức $z_1=a_1+b_1i$ và $z_2=a_2+b_2i$, ta có $z_1z_2=(a_1a_2-b_1b_2)+(a_1b_2+a_2b_1)i$.

Hai số phức $z_1=-1+2i$ và $z_2=2+3i$, ta có $z_1z_2=-8+i$.

Chọn đáp án A

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Lời giải:

Điều kiện xác định $-2\le x\le 2$

Ta có $y'=\dfrac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}}$

Cho $y'=0\Rightarrow x=0$

Ta có bảng xét dấu

x	-2		0		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

Chọn đáp án B

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_5(3x-1)=3$ là

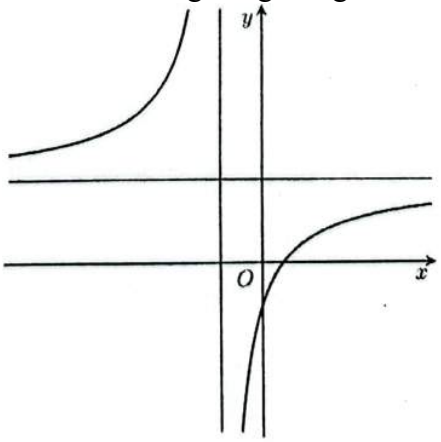
A. $x=\frac{7}{3}$. **B.** $x=42$. **C.** $x=\frac{16}{3}$. **D.** $x=2$.

Lời giải:

Ta có $\log_5(3x-1)=3 \Rightarrow 3x-1=5^3 \Rightarrow 3x-1=125 \Rightarrow x=42$

Chọn đáp án B

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^2+2x+3$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải:

Dựa vào hình dáng đường cong là đồ thị của hàm số có dạng $y=\frac{ax+b}{cx+d}$

Chọn đáp án C

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	9	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải:

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án C

Câu 8. Cho $I=\int\limits_0^1 x\left(x^2+1\right)^3 \mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=x^2+1$ thì I bằng

A. $\int\limits_0^1 u^3 \mathrm{d}u$. **B.** $\frac{1}{2}\int\limits_0^1 u^3 \mathrm{d}u$. **C.** $\frac{1}{2}\int\limits_1^2 u^3 \mathrm{d}u$. **D.** $\int\limits_1^2 u^3 \mathrm{d}u$.

Lời giải:

Đặt $u=x^2+1$, $\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x \Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}u$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=1$; $x=1 \Rightarrow u=2$. Thay vào tích phân $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 u^3 \mathrm{d}u$.

Chọn đáp án C

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(2;4;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+z+3=0$. Mặt phẳng đi qua M, N và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $4x+5y+7z-35=0.$ **B.** $2x-3y+z+1=0.$

C. $x+2y-2z-1=0.$ **D.** $3x+4y-z-8=0.$

Lời giải:

$\overrightarrow{MN}=(1;2;-2)$; $\overrightarrow{n_\alpha}=(2;-3;1)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng qua M, N và vuông góc với (α) là

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(-4;-5;-7)$. Chọn $\vec{n}=(4;5;7)$.

Chọn đáp án A

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng

A. $1+\log_5 a.$ **B.** $5\log_5 a.$ **C.** $1-\log_5 a.$ **D.** $5+\log_5 a.$

Lời giải:

$\log_5(5a)=\log_5 5+\log_5 a=1+\log_5 a.$

Chọn đáp án A

Câu 11. Nếu $\int\limits_1^4 f(x)=-3$ và $\int\limits_1^4 g(x)dx=4$ thì $\int\limits_1^4\left[g(x)-f(x)\right]dx$ bằng

A. 7. **B.** 21. **C.** 1. **D.** -7.

Lời giải:

$\int_1^4\left[g(x)-f(x)\right]dx=\int_1^4 g(x)dx-\int_1^4 f(x)dx=4-(-3)=7.$

Chọn đáp án A

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{17}{11}\right)^{3x}\le\left(\frac{11}{17}\right)^{x^2}$ là

A. $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $[-3;0]$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[0;+\infty)$.

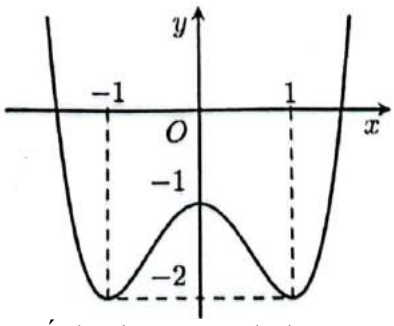
Lời giải:

$\left(\frac{17}{11}\right)^{3x}\le\left(\frac{11}{17}\right)^{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{17}{11}\right)^{3x}\le\left(\frac{17}{11}\right)^{-x^2}\Leftrightarrow 3x\le -x^2$

$\Leftrightarrow x^2+3x\le 0\Leftrightarrow -3\le x\le 0.$

Chọn đáp án C

Câu 13. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

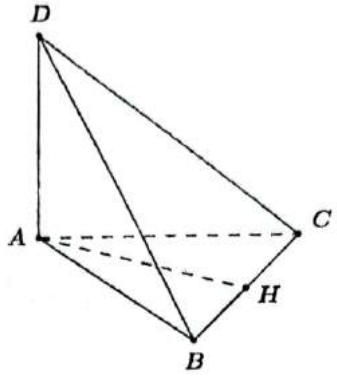
A. $(1;-2)$. **B.** $(-1;-2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải:

Điểm cực đại của đồ thị hàm số có tọa độ là $(0;-1)$.

Chọn đáp án D

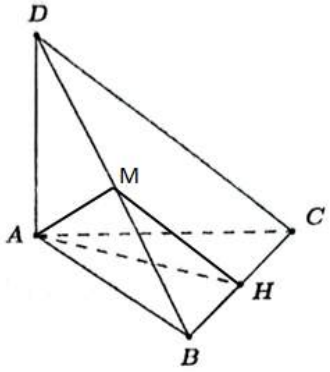
Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB = AC = AD = a$. Gọi H là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Góc giữa hai đường thẳng AH và DC bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải:



Gọi M là trung điểm của BD.

Ta có: $MH // CD \Rightarrow$ Góc giữa AH và DC bằng góc giữa AH và MH.

Theo đề bài ta có: $AM = AH = MH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra tam giác AMH đều. $\Rightarrow \widehat{MHA} = 60^o$.

Chọn đáp án D

Câu 15. Môđun của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. 5. **B.** 13. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải:

Ta có: $|z| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án D

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=3x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị $F(2)$ bằng

A. 16. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải:

Ta có $f(x)=\int f'(x)dx=\int(3x^2-2)dx=x^3-2x+C$.

$f(1)=0\Rightarrow 1^3-2.1+C=0\Rightarrow C=1$. Suy ra $f(x)=x^3-2x+1$.

Ta có $F(x)=\int f(x)dx=\int(x^3-2x+1)dx=\frac{x^4}{4}-x^2+x+C$.

$F(0)=2\Rightarrow C=2$. Nên $F(x)=\frac{x^4}{4}-x^2+x+2$.

Vậy $F(2)=4$.

Chọn đáp án D

Câu 17. Cho hình trụ có chiều cao $h=3$ và đường kính đáy $2r=4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Lời giải:

Đường kính đáy $2r=4\Rightarrow r=2$

Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Chọn đáp án D

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\frac{x}{1-x}$ là

A. $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải:

Điều kiện xác định: $\frac{x}{1-x}>0\Leftrightarrow 0<x<1$.

Tập xác định của hàm số $y=\log_2\frac{x}{1-x}$ là $D=(0;1)$.

Chọn đáp án C

Câu 19. Có bao nhiêu cách xếp 8 học sinh thành một hàng dọc?

A. 1. **B.** 8. **C.** 64. **D.** 40320.

Lời giải:

Có $8!=40320$ cách

Chọn đáp án D

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu tâm $I(2;-4;0)$, bán kính $R=4$ là

A. $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=16$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-4)^2+z^2=16$.

Lời giải:

Phương trình của mặt cầu tâm $I(2;-4;0)$, bán kính $R=4$ là: $(x-2)^2+(y+4)^2+z^2=16$

Chọn đáp án A

Câu 21. Cho $\log_2 5=a$ và $\log_3 5=b, \log_6 5$ bằng

A. $\frac{ab}{a+b}$. **B.** a^2+b^2. **C.** $a+b$. **D.** $\frac{1}{a+b}$.

Lời giải:

$$\log_6 5=\frac{1}{\log_5 6}=\frac{1}{\log_5 3+\log_5 2}=\frac{1}{a+b}$$

Chọn đáp án D

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-1)$. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-1.$ **B.** $x=1.$ **C.** $x=-2.$ **D.** $x=2.$

Lời giải:

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$-\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$

Chọn đáp án A

Câu 23. Trong không gian *Oxyz,* điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $P(2;3;4).$ **B.** $N(1;-2;5).$ **C.** $M(1;2;5).$ **D.** $Q(-1;2;-5).$

Lời giải:

Thay $N(1;-2;5)$ vào $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$ ta được $\dfrac{0}{2}=\dfrac{0}{3}=\dfrac{0}{4}=0$

Suy ra $N(1;-2;5)$ thuộc *d.*

Chọn đáp án B

Câu 24. Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy,* số phức $z=3-2i$ có điểm biểu diễn là

A. $P(3;2).$ **B.** $Q(-3;-2).$ **C.** $M(-2;3).$ **D.** $N(3;-2).$

Lời giải:

Chọn đáp án D

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=x^2-\cos x.$ Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=2x-\sin x+C.$ **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}+\sin x+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{x^3}{3}-\sin x+C.$ **D.** $\int f(x)dx=2x+\sin x+C.$

Lời giải:

$\int f(x)dx=\int\left(x^2-\cos x\right)dx=\dfrac{x^3}{3}-\sin x+C.$

Chọn đáp án C

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{1-x}$?

A. $\mathrm{N}(-2;1).$ **B.** $M(-1;-1).$ **C.** $P(2;-5).$ **D.** $Q(5;2).$

Lời giải:

Chọn đáp án C

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao $h=2a.$ Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3.$ **B.** $3a^3.$ **C.** $6a^3.$ **D.** $a^3.$

Lời giải:

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}.3\mathrm{a}^2.2\mathrm{a}=2a^3.$

Chọn đáp án A

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}.$ Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C.$ **B.** $\int f(x)dx=2x.e^{2x}+C.$

C. $\int f(x)dx=e^{2x}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=2e^{2x}+C.$

Lời giải:

Ta có $\int f(x)dx=\int e^{2x}dx=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C.$

Chọn đáp án A

Câu 29. Thể tích của khối cầu bán kính $r=3$ bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Lời giải:

Thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}.\pi.3^3=36\pi.$

Chọn đáp án B

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ có toạ độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(3;4;1)$. **C.** $(1;2;5)$. **D.** $(3;5;1)$.

Lời giải:

Ta có: $\vec{a}-\vec{b}=(2-1;3-1;2+1)=(1;2;3)$

Chọn đáp án A

Câu 31. Trên đoạn$[-1;3]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -50. **D.** -48.

Lời giải:

Hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ xác định và liên tục trên $[-1;3]$.

$+\ y'=-4x^3+8x,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\,(nh)\\x=\sqrt{2}\,(nh)\\x=-\sqrt{2}\,(l)\end{array}\right.$

Ta có:

$y(0)=-3;\ y\left(\sqrt{2}\right)=1$

$y(-1)=0;\ y(3)=-48.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là -48.

Chọn đáp án D

Câu 32. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=-5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 17. **B.** 22. **C.** -22. **D.** -17.

Lời giải:

(u_n) là cấp số cộng, ta có: $u_5=u_1+4d=3+4.(-5)=-17.$

Chọn đáp án D

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải:

Hình lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng, có đáy là tam giác đều.

$V=B.h$, trong đó $B=S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4};\ h=AA'=2a\Rightarrow V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}.$

Chọn đáp án D

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y-7z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với (α) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+3t.\\z=3-7t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+4t\\y=-2+3t.\\z=-3-7t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+8t\\y=-2+6t\ .\\z=-3-14t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t.\\z=3-7t\end{cases}$

Lời giải:

Đường thẳng vuông góc với (α) nên đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{n_\alpha}=(4;3;-7)$

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \overrightarrow{n_\alpha} = (4;3;-7)$ là: $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = 2+3t \\ z = 3-7t \end{cases}$.

Chọn đáp án A

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z = 1-7i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải:

Ta có: $(1-2i)z = 1-7i \Leftrightarrow z = \dfrac{1-7i}{1-2i} = 3-i \Rightarrow \bar{z} = 3+i$

Chọn đáp án C

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-\frac{5}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải:

Hàm số $y = (x-1)^{-\frac{5}{2}}$ là hàm số lũy thừa có $\alpha = -\dfrac{5}{2}$ không nguyên, nên hàm số $y = (x-1)^{-\frac{5}{2}}$ có nghĩa khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Chọn đáp án C

Câu 37. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^2 [f(x)+2x]dx$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải:

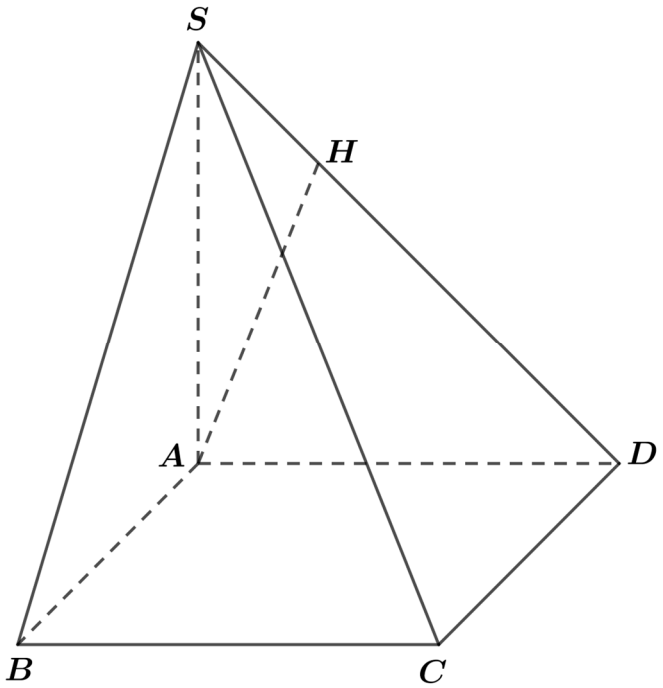
$\int_1^2 [f(x)+2x]dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_1^2 2xdx = 2+3 = 5$

Chọn đáp án C

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** a. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải:



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $SD \Rightarrow AH \perp SD$ (1)

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$ mà $AH \subset (SAD) \Rightarrow AH \perp CD$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (SCD)$ tại $H \Rightarrow d(A,(SCD)) = AH$.

Vì $\begin{cases} AB \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(B,(SCD)) = d(A,(SCD)) = AH$

Xét tam giác SAD vuông tại A, đường cao $AH \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a.$

Chọn đáp án D

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Biết Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a;b;4)$, giá trị của $a+b$ bằng

A. -5. **B.** 0. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải:

Vì $M \in d$ nên $M(-1+t;2t;2+t), t \in \mathbb{R}$.

Vì A là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $N(3-t;-2-2t;2-t)$.

Vì $N \in (P)$ nên $(3-t)+(-2-2t)-2(2-t)+5=0 \Leftrightarrow t=2 \Rightarrow M(1;4;4)$

Vì Δ đi qua điểm A, M nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{v} = \overrightarrow{AM} = (0;5;2)$

Vì $\vec{u}, \vec{v}$ là hai vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nên $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương

$\Rightarrow$ Tồn tại số thực k sao cho $\begin{cases} a = k.0 \\ b = k.5 \\ 4 = k.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ a = 0 \\ b = 10 \end{cases}$

Vậy $a+b=10$.

Chọn đáp án D

Câu 40. Tất cả giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình $\log^2 x - m\log x + m + 3 \le 0$ có nghiệm trong khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $m \in (-3;6]$. **B.** $m \in (-\infty;-3) \cup [6;+\infty)$.

C. $m \in (-\infty;-3)$. **D.** $m \in [6;+\infty)$.

Lời giải:

$\log^2 x - m\log x + m + 3 \le 0$ (1)

Đk: $x > 0$.

Đặt $t = \log x$ với $x \in (1;+\infty) \Rightarrow t \in (0;+\infty)$.

Khi đó ta có bất phương trình $(1) \Leftrightarrow t^2 - mt + m + 3 \le 0$ có nghiệm thuộc $(0;+\infty)$.

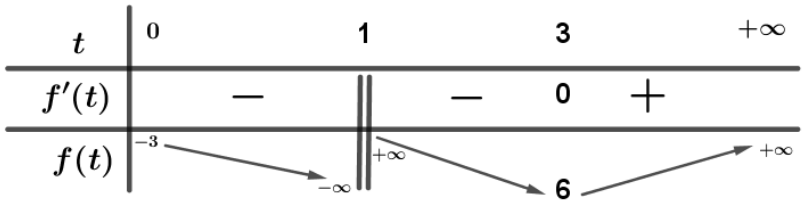
$\Leftrightarrow t^2 + 3 \le mt - m$ có nghiệm thuộc $(0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow t^2 + 3 \le m(t-1)$ có nghiệm thuộc $(0;+\infty)$.

Trường hợp 1: $t > 1$

$t^2 + 3 \le m(t-1) \Leftrightarrow m \ge \dfrac{t^2+3}{t-1}$

Đặt $f(t) = \dfrac{t^2+3}{t-1}$. Ta có bảng biến thiên:

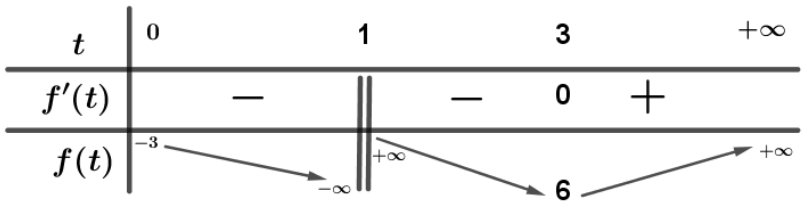


Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $m \ge 6$ thì yêu cầu bài toán thỏa.

Trường hợp 2: $0 < t < 1$

$t^2 + 3 \le m(t-1) \Leftrightarrow m \le \dfrac{t^2+3}{t-1}$

Đặt $f(t) = \dfrac{t^2+3}{t-1}$. Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $m < -3$ thì yêu cầu bài toán thỏa.

Vậy $m \in (-\infty;-3) \cup [6;+\infty)$.

Chọn đáp án B

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1+i| = \sqrt{2}$. Biết biểu thức $P = |z+1-2i|^2 - |z-2+i|^2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt tại $z = z_1$ và $z = z_2$. Giá trị của $|2z_1 + z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải:

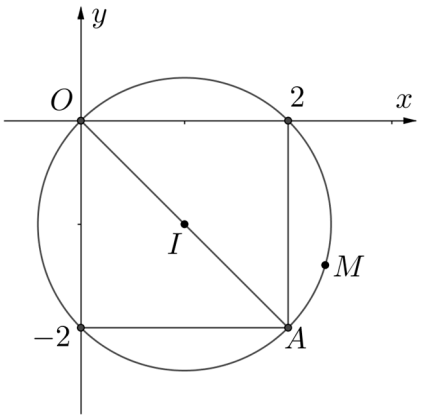
Gọi $z = x + yi; \quad x, y \in \mathbb{R}$, có điểm biểu diễn là $M(x;y)$.

Ta có: $|z-1+i| = \sqrt{2} \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 \Leftrightarrow 2(x-y) = x^2 + y^2$

Suy ra tập hợp các điểm $M(x;y)$ là đường tròn tâm $I(1;-1)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

$P = |z+1-2i|^2 - |z-2+i|^2 = (x+1)^2 + (y-2)^2 - (x-2)^2 - (y+1)^2$

$= 6x - 6y = 6(x-y) = 3(x^2+y^2) = 3OM$



P đạt giá trị nhỏ nhất tương ứng với $M \equiv O$, suy ra $z_2 = 0$

P đạt giá trị lớn nhất tương ứng với $M \equiv A$, suy ra $z_1 = 2 - 2i$

Suy ra $|2z_1 + z_2| = |4 - 4i| = 4\sqrt{2}$.

Chọn đáp án D

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có ba điểm cực trị A, B, C thỏa mãn diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 2023?

A. 21. **B.** 2023. **C.** 44. **D.** 15.

Lời giải:

Ta có: $y = x^4 - 2mx^2 + 2$

$\Rightarrow y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$ (1)

Để hàm số có ba điểm cực trị thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > 0$.

Khi đó gọi 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là A, B, C với

$A(0;2)$, $B\left(-\sqrt{m}; -m^2 + 2\right)$, $C\left(\sqrt{m}; -m^2 + 2\right)$.

Gọi H là trung điểm BC $\Rightarrow H\left(0; -m^2 + 2\right)$

$\overrightarrow{AH} = \left(0; -m^2\right) \Rightarrow AH = m^2$

$BC = 2\sqrt{m}$

$$S_{\triangle ABC} < 2023 \Leftrightarrow \frac{1}{2} BC.AH < 2023$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} 2\sqrt{m}.m^2 < 2023$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m}.m^2 < 2023$$

$$\Leftrightarrow m < \sqrt[5]{2023^2}$$

Kết hợp điều kiện ta có $0 < m < \sqrt[5]{2023^2}$

Vậy có 21 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Chọn đáp án A

Câu 43. Một hộp đựng 19 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 19. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 8 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng

A. $\frac{1760}{4199}$. **B.** $\frac{2036}{4199}$ **C.** $\frac{2096}{4199}$ **D.** $\frac{2086}{4199}$

Lời giải:

Gọi A là biến cố " tổng các số ghi trên 8 tấm thẻ được chọn là một số lẻ"

Ta có: $n(\Omega) = C_{19}^8 = 75582$

$n(A) = C_{10}^1.C_9^7 + C_{10}^3.C_9^5 + C_{10}^5.C_9^3 + C_{10}^7.C_9^1 = 37729$

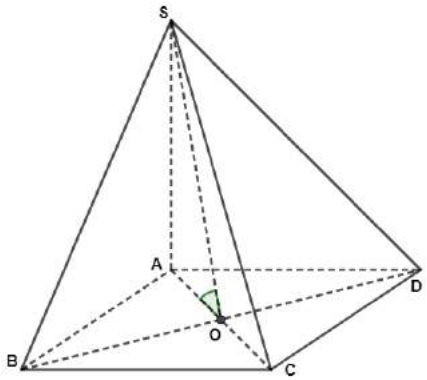
Vậy xác suất là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{37728}{75582} = \frac{2096}{4199}$

Chọn đáp án C

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AB = AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{8}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Lời giải:



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có: $((SBD),(ABCD)) = \widehat{SOA} = 60^0$

+ $\tan 60^0 = \dfrac{SA}{AO} \Rightarrow SA = \dfrac{3}{2}a$; $S_{\Delta ABC} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$

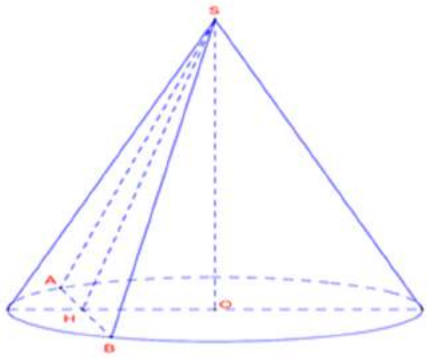
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2.\dfrac{3}{2}a = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

Chọn đáp án C

Câu 45. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn (O) sao cho tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng 30^0. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{3}\pi a^3$. **B.** $4\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

Lời giải:



Tam giác SAB vuông cân tại S.

Theo giả thiết ta có $S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2}SA.SB = 4a^2 \Rightarrow SA = SB = 2\sqrt{2}a \Rightarrow AB = 4a$.

Gọi H là trung điểm AB. Theo giả thiết $\widehat{OSH} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông SAB ta có $SH = \dfrac{AB}{2} = 2a$.

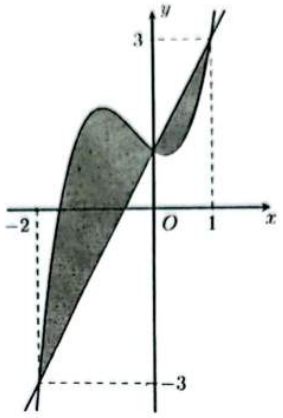
Trong tam giác vuông HOS, ta có $SO = SH.\cos\widehat{OSH} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SOA ta có $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = a\sqrt{5}$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi(a\sqrt{5})^2.a\sqrt{3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

Chọn đáp án C

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và hàm số bậc nhất $y = g(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết diện tích phần tô đậm bằng $\frac{37}{12}$ và $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{19}{12}$. Giá trị $\int_{-1}^0 x.f'(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{20}{3}$. **C.** $-\frac{607}{348}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Lời giải:

Ta có $g(x) = ax + b$

Mà $g(x)$ đi qua $(1,3)$ và $(-2;-3)$

Nên $\begin{cases} a+b=3 \\ -2a+b=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 2x+1$

Diện tích phần tô đậm

$S = \int_{-2}^0 [f(x) - g(x)]dx + \int_0^1 [g(x) - f(x)]dx$

$\Rightarrow S = \int_{-2}^0 f(x) - \int_{-2}^0 g(x)dx + \int_0^1 g(x) - \int_0^1 f(x)dx$

$= \int_{-2}^0 f(x) - (-2) + 2 - \frac{19}{2} = \frac{37}{12}$

$\Rightarrow \int_{-2}^0 f(x) = \frac{2}{3}$

Ta có $\int_{-1}^0 xf'(2x)dx = \int_{-1}^0 \frac{1}{2} xd[f(2x)]$

$= \frac{1}{2} xf(2x)\Big|_{-1}^{0} - \frac{1}{2}\int_{-1}^0 f(2x)dx$

$= \frac{1}{2} f(-2) - \frac{1}{4}\int_{-2}^0 f(t)dt$

$= \frac{1}{2} f(-2) - \frac{1}{4}\frac{2}{3} = \frac{1}{2}(-3) - \frac{1}{6}$

$= \frac{-3}{2} - \frac{1}{6} = \frac{-5}{3}$

Chọn đáp án A

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $\ln\left(7x^2+7\right) \geq \ln\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

A. 12. **B.** 0. **C.** 14. **D.** 35.

Lời giải:

Đk: $mx^2+4x+m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2 \ (*)$

$\ln\left(7x^2+7\right) \geq \ln\left(mx^2+4x+m\right)$

$\Rightarrow mx^2+4x+m \leq 7x^2+7$

$\Rightarrow \left(m-7\right)x^2+4x+m-7 \leq 0$

$\Rightarrow \begin{cases} m-7<0 \\ -m^2+14m-45 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m \leq 5 \ (**)$

Kết hợp $(*),(**)$ suy ra $2 < m \leq 5$. Mặt khác $m \in \mathbb{Z}$ nên $S=\{3;4;5\}$

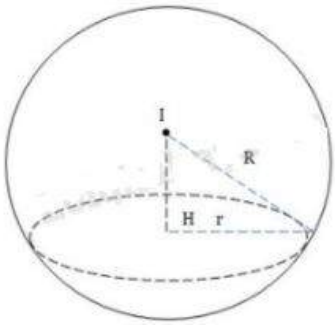
Vậy: Tổng các phần tử của S bằng 12

Chọn đáp án A

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4), B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là (C) có thể tích lớn nhất. Biết phương trình của (α) có dạng $ax+by-z+c=0,(a,b,c \in R)$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

A. −4. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải:



(S) có tâm $I(1;-2;3), R=3\sqrt{3}$

Ta có $A,B \in (\alpha) \Rightarrow \begin{cases} 4+c=0 \\ 2a+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-4 \\ a=2 \end{cases} \Rightarrow (\alpha): 2x+by-z-4=0$

$V_{nón}=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{27-r^2}$

Đặt $T=r^2\sqrt{27-r^2} \Rightarrow T^2=r^4\left(27-r^2\right)=4.\frac{r^2}{2}.\frac{r^2}{2}\left(27-r^2\right)$

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM: $4.\frac{r^2}{2}.\frac{r^2}{2}\left(27-r^2\right) \leq 4\left(\frac{\frac{r^2}{2}+\frac{r^2}{2}+27-r^2}{3}\right)^3=2916$

Dấu "=" xảy ra: $27-r^2=\frac{r^2}{2} \Rightarrow r=3\sqrt{2}$

Suy ra $h=\sqrt{27-r^2}=3 \Leftrightarrow d\left(I;(\alpha)\right)=3 \Rightarrow b=2$

Vậy $\begin{cases} a=2 \\ b=2 \\ c=-4 \end{cases}$ Ta có $a-b+c=2-2-4=-4.$

Chọn đáp án A

Câu 49. Trên tập hợp số phức, gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+m^2+2m+4=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thỏa mãn $|z_1-z_2| \leq 3$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải:

Ta có $\Delta' = 1-\left(m^2+2m+4\right) = -\left(m^2+2m+3\right) < 0 \ \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra phương trình $z^2+2z+m^2+2m+4=0$ luôn có hai nghiệm phức

$z_1 = -1+\sqrt{m^2+2m+3}i, z_2 = -1-\sqrt{m^2+2m+3}i$

Mà $|z_1-z_2| \le 3 \Rightarrow \left|-1+\sqrt{m^2+2m+3}i-(-1-\sqrt{m^2+2m+3}i)\right| \le 3$

$\Rightarrow \left|2\sqrt{m^2+2m+3}i\right| \le 3 \Rightarrow 4\left(m^2+2m+3\right) \le 9 \Rightarrow 4m^2+8m+3 \le 0$

$\Rightarrow -\frac{3}{2} \le m \le -\frac{1}{2}$

Có duy nhất giá trị nguyên $m=-1$ thỏa điều kiện đề bài.

Chọn đáp án D

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a \in (-\infty;2023]$ sao cho hàm số $y = \left|x^3+(a+2)x+9-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2019. **B.** 2022. **C.** 2023. **D.** 2020.

Lời giải:

+ Đặt: $f(x) = x^3+(a+2)x+9-a^2$

Ta có: $f'(x) = 3x^2+a+2$

+ Trường hợp 1: $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow -3(a+2) \le 0 \Leftrightarrow a \ge -2$

Suy ra $f'(x) \ge 0, \forall x \in (0;1)$

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -2 \\ f(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -2 \\ -a^2+a+12 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge -2 \\ \left[\begin{array}{l} a \le -3 \\ a \ge 4 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow a \ge 4$

+ Vì $a \in (-\infty;2023], a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{4;...;2023\}$. Vậy có $2023-4+1=2020$ số nguyên a.

+ Trường hợp 2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow a < -2$

$f'(x)=0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 trái dấu nhau

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2	
y'		+	0	−	0	+
y	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗

Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \\ x_1 \le 0 < 1 \le x_2 \\ f(1) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \\ a < -5 \\ -a^2+a+12 \ge 0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy có 2020 số nguyên a thỏa yêu cầu bài toán

Chọn đáp án D

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là
A. $\overline{z}=2-i$. **B.** $\overline{z}=-1+2i$. **C.** $\overline{z}=-1-2i$. **D.** $\overline{z}=1+2i$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\log_5(x-2)$ là
A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y=x^x$. **B.** $y=x^3$. **C.** $y=x^2$. **D.** $y=x^{\frac{3}{2}}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x\geq 3$ là
A. $(10;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1000;+\infty)$. **D.** $(-\infty;10)$.

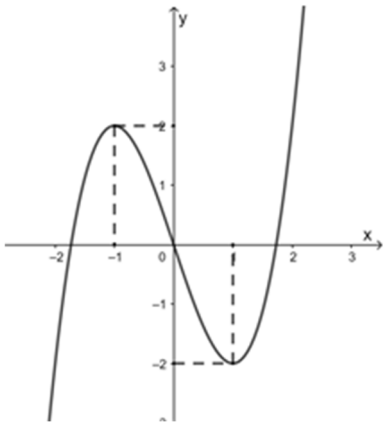
Câu 5. Công bội q của cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$ là
A. $q=3$. **B.** $q=4$. **C.** $q=\frac{1}{4}$. **D.** $q=\pm 2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+3z+1=0$ và $(\beta):2x-4y+6z+1=0$, khi đó:
A. $(\alpha)//(\beta)$. **B.** $(\alpha)\equiv(\beta)$. **C.** $(\alpha)\perp(\beta)$. **D.** (α) cắt (β).

Câu 7. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là
A. $\left(-\frac{3}{2};0\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Giá trị của tích phân $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=3x-x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 10. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;0;0)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là
A. $(x+2)^2+y^2+z^2=3$. **B.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.
C. $(x-2)^2+y^2+z^2=9$. **D.** $(x-2)^2+y^2+z^2=3$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+1=0$. Khoảng cách điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 12. Số phức z thỏa mãn $z(1+2i)-8+3i=2i$ là

A. $6-17i$. **B.** $\frac{6}{5}-\frac{17}{5}i$. **C.** $\frac{2}{5}+\frac{21}{5}i$. **D.** $-12+5i$.

Câu 13. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA=4, AB=6, BC=10$ và $CA=8$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 192.

Câu 15. Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{100\pi}{3}$. **B.** 25π. **C.** $\frac{500\pi}{3}$. **D.** 100π.

Câu 16. Môđun của số phức $z=-1+2i$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

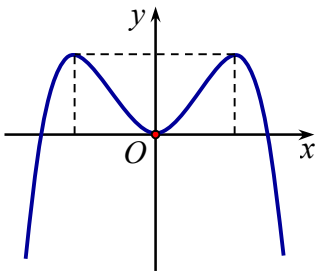
Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 75π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 5π.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Một véctơ chỉ phương của d là

A. $\vec{u}=(4;-6;3)$. **B.** $\vec{u}=(8;-6;3)$. **C.** $\vec{u}=(8;11;2)$. **D.** $\vec{u}=(8;-6;2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 20. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-4}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+3}\geq\frac{1}{8}$ là

A. $S=[-8;+\infty)$. **B.** $S=(-6;+\infty)$. **C.** $S=[0;+\infty)$. **D.** $S=[-6;+\infty)$.

Câu 22. Số cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là

A. 25. **B.** 120. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{5x+9}{x+2}$

A. $5x-\ln|x+2|+C$. **B.** $5x+\ln|x+2|+C$. **C.** $5x-4\ln|x+2|+C$. **D.** $5x+4\ln|x+2|+C$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-6;11]$ và thỏa mãn $\int_{-6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=8$, $\int_{2}^{6}f(x)\mathrm{d}x=3$.

Giá trị của biểu thức $P=\int_{-6}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{6}^{11}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $P=4$. **B.** $P=11$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x-\cos 2x$. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$ là

A. $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+2$. **B.** $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+3$.

C. $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x-3$. **D.** $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x-2$.

Câu 26. Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 27. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=3$. **D.** $y_{CT}=\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho $\log_a b=2;\log_a c=3$, giá trị của $Q=\log_a\left(b^2c\right)$ bằng

A. $Q=7$. **B.** $Q=4$. **C.** $Q=10$. **D.** $Q=12$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3+11x-6, y=6x^2$ và hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ là

A. $S=2$. **B.** $S=\frac{2}{5}$. **C.** $S=5$. **D.** $S=\frac{5}{2}$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O,O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ là

A. $\widehat{AOA'}$. **B.** $\widehat{OA'A}$. **C.** $\widehat{A'DA}$. **D.** $\widehat{A'OC}$.

Câu 31. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên hai số tự nhiên bé hơn 10. Xác suất để hai số được chọn có tổng không chia hết cho 2 là

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{45}$. **C.** $\frac{11}{45}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 34. Phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Giá trị của $P=x_1+x_2+x_1.x_2$ bằng

A. 11. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z-i|=|z+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=(1-2i)z-1$ là đường thẳng có phương trình

A. $2x+y+7=0$. **B.** $2x+y-7=0$. **C.** $x+2y-7=0$. **D.** $x+2y+7=0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2;4;2), B(1;0;2), C(3;-4;-2)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

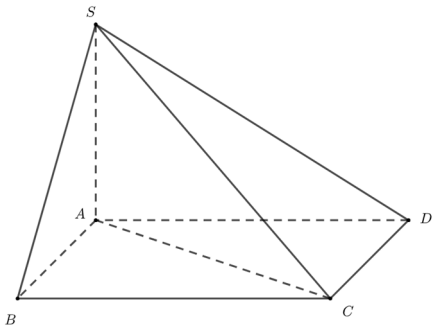
A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y+4}{-6}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-4}{6}=\frac{z-3}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z}{1}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-3)$. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;-2;0)$. **B.** $(0;2;-3)$. **C.** $(-1;0;-3)$. **D.** $(1;0;3)$.

Câu 38. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC).



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\log_6\left(\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\right) > \log_3 \sqrt[3]{a}$?

A. 6^3. **B.** 3^6. **C.** 3^6-1. **D.** 6^3-1.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(10)+G(1)=-11$ và $F(0)+G(10)=1$. Khi đó, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x.f(\sin 2x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** -12. **D.** -6.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}x^5-\frac{8}{3}x^3-mx+2023$ có bốn điểm cực trị?

A. 17. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 15.

Câu 42. Cho số thực $a>0$ và các số phức z thỏa mãn $|z+6-8i|=a$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Có bao nhiêu số nguyên a để $M<3m$?

A. 4. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác cân tại $A, BC=a$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 60^0 và tam giác $A'BC$ có diện tích $6a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $64\sqrt{3}a^3$.. **B.** $2\sqrt{3}a^3$.. **C.** $9a^3$.. **D.** $18\sqrt{3}a^3$..

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ và $f(x)\neq 0, \forall x>0$. Biết rằng $f'(x)=(2x+1)f^2(x)$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), x=1, x=\mathrm{e}^2$ bằng

A. $2+\ln\frac{2}{e^2+1}$. **B.** $-2+\ln\frac{2}{e^2+1}$. **C.** $1-\ln\frac{1}{e^2+1}$. **D.** $1-\ln\frac{e+1}{2}$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+2mz+m^2+2m=0$ (m là tham số thực). Tích của tất cả các giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2|z_2|$ là

A. 0. **B.** -18. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;-1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{24\sqrt{3}}{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x,y) sao cho ứng với mỗi giá trị nguyên dương của y có không quá 15 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn
$\log_5\left(3x^2+xy+36y^2\right)+\log_3\left(x^2+12y^2\right)<\log_5(xy)+\log_3\left(x^2+16xy+12y^2\right)+1$?

A. 40. **B.** 36. **C.** 21. **D.** 33.

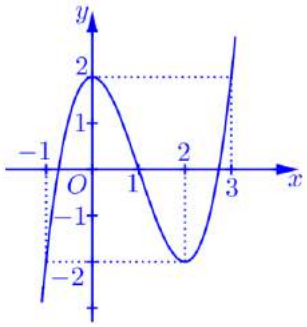
Câu 48. Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h=20$ cm, bán kính đáy $r=25$cm. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của khối nón và cách tâm O của đáy khối nón một khoảng bằng 12cm. Khi đó diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng (P) bằng:

A. 500cm^2. **B.** 475cm^2. **C.** 450cm^2. **D.** 550cm^2.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ và điểm $M(0;-2;1)$. Gọi d_1,d_2,d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua điểm $M(0;-2;1)$ và lần lượt cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A,B,C. Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{50\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{1000\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{500\sqrt{3}}{27}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f\left(\frac{-3}{2}\right)<2$ và $f(1)=0$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=\left|f\left(1-\frac{x}{2}\right)-\frac{x^2}{8}\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-3;-1)$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	C	B	A	A	C	D	C	D	B	B	B	D	D	A	C	B	C	D	B	A	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	D	A	C	A	A	D	A	A	B	C	C	D	D	B	D	A	D	A	B	A	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $\overline{z}=2-i$. **B.** $\overline{z}=-1+2i$. **C.** $\overline{z}=-1-2i$. **D.** $\overline{z}=1+2i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là $\overline{z}=1+2i$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=\log_5(x-2)$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

Tập xác định của hàm số $y=\log_5(x-2)$ là $(2;+\infty)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^x$. **B.** $y=x^3$. **C.** $y=x^2$. **D.** $y=x^{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3$, ta có $y'=3x^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x\geq 3$ là

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1000;+\infty)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log x\geq 3\Leftrightarrow x\geq 1000$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log x\geq 3$ là $[1000;+\infty)$.

Câu 5. Công bội q của cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$ là

A. $q=3$. **B.** $q=4$. **C.** $q=\frac{1}{4}$. **D.** $q=\pm 2$.

Lời giải

Chọn B

Công bội q của cấp số nhân (u_n) là $q=\frac{u_2}{u_1}=4$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):x-2y+3z+1=0$ và $(\beta):2x-4y+6z+1=0$, khi đó:

A. $(\alpha)//(\beta)$. **B.** $(\alpha)\equiv(\beta)$. **C.** $(\alpha)\perp(\beta)$. **D.** (α) cắt (β).

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;-2;3)$; $\overrightarrow{n_\beta}=(2;-4;6)$

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{n_\beta}=2\overrightarrow{n_\alpha}\\ M(-1;0;0)\in(\alpha)\Rightarrow M\notin(\beta)\end{cases}$

Chứng tỏ $(\alpha)//(\beta)$.

Câu 7. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Cho $y=0\Leftrightarrow\dfrac{2x+3}{x+2}=0\Leftrightarrow 2x+3=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$

Tọa độ giao điểm của thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)-f(0)=2$. Giá trị của tích phân $I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

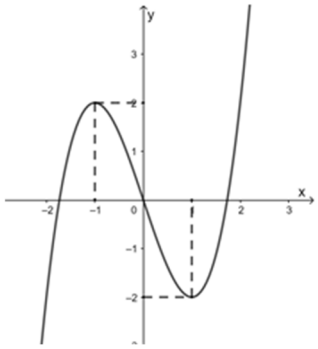
A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Lời giải

Chọn C

$I=\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_0^1=f(1)-f(0)=2$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=3x-x^3$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 10. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;0;0)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là

A. $(x+2)^2+y^2+z^2=3$. **B.** $(x+2)^2+y^2+z^2=9$.

C. $(x-2)^2+y^2+z^2=9$. **D.** $(x-2)^2+y^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu tâm $I(2;0;0)$ và bán kính bằng 3 có phương trình là:

$(x-2)^2+y^2+z^2=9$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z+1=0$. Khoảng cách điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$d\left[M,(P)\right]=\frac{\left|2.2-2.(-1)+3+1\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{10}{3}$.

Câu 12. Số phức z thỏa mãn $z(1+2i)-8+3i=2i$ là

A. $6-17i$. **B.** $\frac{6}{5}-\frac{17}{5}i$. **C.** $\frac{2}{5}+\frac{21}{5}i$. **D.** $-12+5i$.

Lời giải

Chọn B

$z(1+2i)-8+3i=2i \Leftrightarrow z=\frac{2i+8-3i}{1+2i} \Leftrightarrow z=\frac{6}{5}-\frac{17}{5}i$.

Câu 13. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

A. 12. **B.** 4. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.3.4=4$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, $SA=4, AB=6, BC=10$ và $CA=8$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 24. **B.** 32. **C.** 40. **D.** 192.

Lời giải

Chọn B

Vì ΔABC thỏa $BC^2=AB^2+AC^2$ nên vuông tại A.

Khi đó, thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.6.8.4=32$.

Câu 15. Cho mặt cầu có bán kính $r=5$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. $\frac{100\pi}{3}$. **B.** 25π. **C.** $\frac{500\pi}{3}$. **D.** 100π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu đã cho bằng $S=4\pi r^2=100\pi$.

Câu 16. Môđun của số phức $z=-1+2i$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 75π. **B.** 30π. **C.** 25π. **D.** 5π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi r^2h=\pi.5^2.3=75\pi$.

Câu 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=4+8t\\y=-6+11t\\z=3+2t\end{cases}$, $t\in\mathbb{R}$. Một véctơ chỉ phương của d là

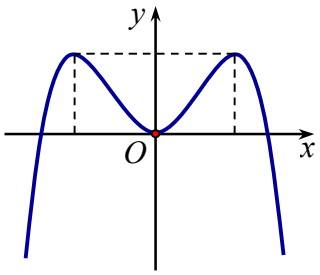
A. $\vec{u}=(4;-6;3)$. **B.** $\vec{u}=(8;-6;3)$. **C.** $\vec{u}=(8;11;2)$. **D.** $\vec{u}=(8;-6;2)$.

Lời giải

Chọn C

Một véctơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(8;11;2)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị đã cho ta suy ra hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

Câu 20. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-4}{x-1}=3$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có một đường tiệm cận ngang là $y=3$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+3}\ge\dfrac{1}{8}$ là

A. $S=[-8;+\infty)$. **B.** $S=(-6;+\infty)$. **C.** $S=[0;+\infty)$. **D.** $S=[-6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x+3}\ge\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow 2^{x+3}\ge 2^{-3}\Leftrightarrow x+3\ge -3\Leftrightarrow x\ge -6\Rightarrow x\in[-6;+\infty)$..

Câu 22. Số cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là

A. 25. **B.** 120. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số cách xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là: $5!=120$..

Câu 23. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{5x+9}{x+2}$

A. $5x-\ln|x+2|+C$. **B.** $5x+\ln|x+2|+C$. **C.** $5x-4\ln|x+2|+C$. **D.** $5x+4\ln|x+2|+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{5x+9}{x+2}\mathrm{d}x=\int\frac{5(x+2)-1}{x+2}\mathrm{d}x=\int\left(5-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=5x-\ln|x+2|+C$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-6;11]$ và thỏa mãn $\int_{-6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=8$, $\int_{2}^{6}f(x)\mathrm{d}x=3$.

Giá trị của biểu thức $P=\int_{-6}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{6}^{11}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $P=4$. **B.** $P=11$. **C.** $P=5$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_{-6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=8\Leftrightarrow\int_{-6}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{2}^{6}f(x)\mathrm{d}x+\int_{6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=8\Leftrightarrow\int_{-6}^{2}f(x)\mathrm{d}x+3+\int_{6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=8$

$\Leftrightarrow\int_{-6}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{6}^{11}f(x)\mathrm{d}x=5\Leftrightarrow P=5$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x-\cos 2x$. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$ là

A. $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+2$. **B.** $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+3$.

C. $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x-3$. **D.** $F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $F(x)=\int(3x^2+\sin x-\cos 2x)\mathrm{d}x=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

$F(0)=2\Leftrightarrow 0^3-1-\frac{1}{2}.0+C=2\Leftrightarrow C=3\Rightarrow F(x)=x^3-\cos x-\frac{1}{2}\sin 2x+3$..

Câu 26. Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;5)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-12x$. Giải $y'<0\Leftrightarrow 3x^2-12x<0\Leftrightarrow x\in(0;4)$.

Hàm số $y=x^3-6x^2+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$.

Câu 27. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=-1$. **C.** $y_{CT}=3$. **D.** $y_{CT}=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-8x$. Giải $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ là $y_{CT}=-1$.

Câu 28. Cho $\log_a b=2;\log_a c=3$, giá trị của $Q=\log_a\left(b^2c\right)$ bằng

A. $Q=7$. **B.** $Q=4$. **C.** $Q=10$. **D.** $Q=12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $Q=\log_a\left(b^2c\right)=\log_a b^2+\log_a c=2\log_a b+\log_a c=2.2+3=7$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3+11x-6, y=6x^2$ và hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ là

A. $S=2$. **B.** $S=\dfrac{2}{5}$. **C.** $S=5$. **D.** $S=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Giải phương trình: $x^3+11x-6=6x^2\Leftrightarrow x^3-6x^2+11x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.$.

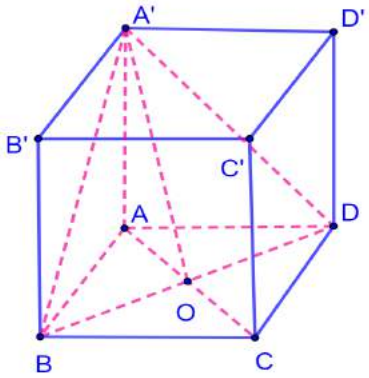
Ta có $S=\int\limits_0^2\left|x^3-6x^2+11x-6\right|\mathrm{d}x=\left|\int\limits_0^1\left(x^3-6x^2+11x-6\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_1^2\left(x^3-6x^2+11x-6\right)\mathrm{d}x\right|=\dfrac{5}{2}$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O,O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ là

A. $\widehat{AOA'}$. **B.** $\widehat{OA'A}$. **C.** $\widehat{A'DA}$. **D.** $\widehat{A'OC}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases}BD\perp AO\\BD\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BD\perp\left(A'AO\right)\Rightarrow BD\perp A'O$.

Ta có $\begin{cases}\left(A'BD\right)\cap\left(ABCD\right)=BD\\A'O\perp BD, A'O\subset\left(A'BD\right)\\AO\perp BD,\ AO\subset\left(ABCD\right)\end{cases}\Rightarrow\widehat{\left(\left(A'BD\right),\left(ABCD\right)\right)}=\widehat{\left(A'O,AO\right)}=\widehat{AOA'}$.

Câu 31. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+3=x \Leftrightarrow x^3-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là 3.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

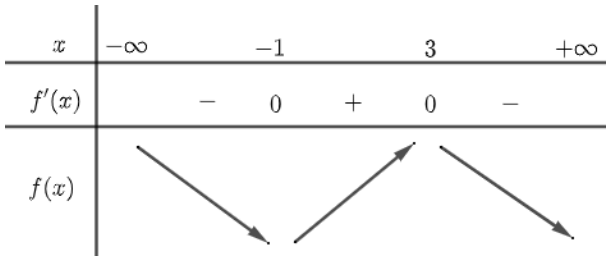
A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 33. Chọn ngẫu nhiên hai số tự nhiên bé hơn 10. Xác suất để hai số được chọn có tổng không chia hết cho 2 là

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{45}$. **C.** $\dfrac{11}{45}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Có tất cả 10 số tự nhiên bé hơn 10.

Chọn ngẫu nhiên 2 số tự nhiên từ 10 số, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^2=45$.

Để hai số được chọn có tổng không chia hết cho 2 thì hai số đó phải gồm một số lẻ và một số chẵn.

Số cách chọn là $5.5=25$.

Vậy xác suất cần tìm là $P=\dfrac{25}{45}=\dfrac{5}{9}$.

Câu 34. Phương trình $\log_2(5-2^x)=2-x$ có hai nghiệm thực x_1, x_2. Giá trị của $P=x_1+x_2+x_1.x_2$ bằng

A. 11. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $5-2^x>0 \Leftrightarrow 2^x<5 \Leftrightarrow x<\log_2 5$.

Ta có $\log_2(5-2^x)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\dfrac{4}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x}-5.2^x+4=0$.

Đặt $t=2^x\,(t>0)$, phương trình trở thành $t^2-5t+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=4 \end{array}\right.(tm)$.

Với $t=1 \Rightarrow 2^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

Với $t=4 \Rightarrow 2^x=4 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy $P = x_1 + x_2 + x_1.x_2 = 0 + 2 + 0.2 = 2$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = |z+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (1-2i)z - 1$ là đường thẳng có phương trình

A. $2x + y + 7 = 0$. **B.** $2x + y - 7 = 0$. **C.** $x + 2y - 7 = 0$. **D.** $x + 2y + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $w = (1-2i)z - 1 \Leftrightarrow z = \dfrac{w+1}{1-2i}$.

Từ đó $|z-i| = |z+3i| \Leftrightarrow \left|\dfrac{w+1}{1-2i} - i\right| = \left|\dfrac{w+1}{1-2i} + 3i\right| \Leftrightarrow |w+1-(1-2i)i| = |w+1+(1-2i)3i|$

$\Leftrightarrow |w-1-i| = |w+7+3i|$.

Đặt $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}; i^2 = -1$. Suy ra

$|w-1-i| = |w+7+3i| \Leftrightarrow |(x-1)+(y-1)i| = |(x+7)+(y+3)i|$

$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = (x+7)^2 + (y+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + 14x + 49 + y^2 + 6y + 9$

$\Leftrightarrow 16x + 8y + 56 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 7 = 0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2;4;2)$, $B(1;0;2)$, $C(3;-4;-2)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{y+4}{-6} = \dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-4}{6} = \dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Trung điểm của BC là $M(2;-2;0)$.

VTCP của đường thẳng AM là $\overrightarrow{AM} = (4;-6;-2)$.

Phương trình chính tắc của AM có dạng: $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-3} = \dfrac{z}{-1}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;-3)$. Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

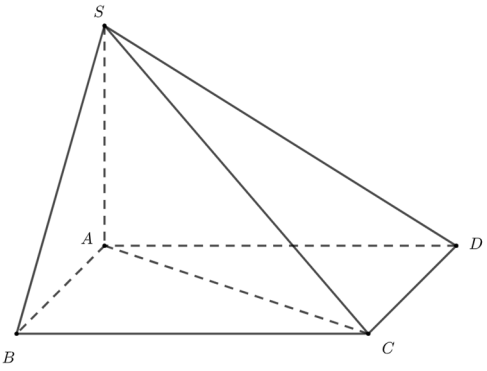
A. $(1;-2;0)$. **B.** $(0;2;-3)$. **C.** $(-1;0;-3)$. **D.** $(1;0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;2;-3)$.

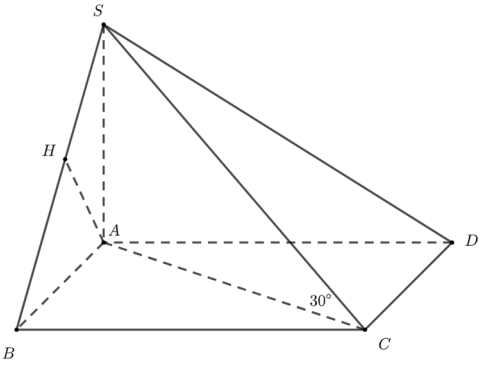
Câu 38. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC).



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left(SC,\left(ABCD\right)\right)=\widehat{SCA}=30^{\circ}$.

Vì $AD//BC\Rightarrow AD//\left(SBC\right)\Rightarrow d\left(AD,\left(SBC\right)\right)=d\left(A,\left(SBC\right)\right)$.

Dựng $AH\perp SB$. Dễ dàng chứng minh $AH\perp\left(SBC\right)$.

Suy ra $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=\frac{SA\cdot AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}$.

Ta có $AC=a\sqrt{3}\Rightarrow AB=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra $AH=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\log_6\left(\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\right)>\log_3\sqrt[3]{a}$?

A. 6^3. **B.** 3^6. **C.** 3^6-1. **D.** 6^3-1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt[6]{a}$, do $a>0\Rightarrow t>0$.

Bất phương trình trở thành: $\log_6\left(t^3+t^2\right)>\log_3 t^2\Leftrightarrow\log_6\left(t^3+t^2\right)-\log_3 t^2>0$.

Xét hàm số: $f\left(t\right)=\log_6\left(t^3+t^2\right)-\log_3 t^2,\ t>0$.

Khi đó, $f'\left(t\right)=\frac{3t^2+2t}{\left(t^3+t^2\right)\ln 6}-\frac{2t}{t^2\ln 3}<0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $f\left(t\right)$ luôn nghịch biến với mọi $t>0$

Suy ra $t=3$ là nghiệm duy nhất của phương trình $f(t)=0$.

Yêu cầu bài toán

$f(t)>0 \Leftrightarrow f(t)>f(3) \Leftrightarrow 0<t<3$ (do hàm số $f(t)$ luôn nghịch biến với mọi $t>0$).

Suy ra $\sqrt[6]{a}<3 \Leftrightarrow a<3^6$. Vì a nguyên dương nên có 3^6-1 số nguyên dương a thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(10)+G(1)=-11$ và $F(0)+G(10)=1$. Khi đó, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x.f(\sin 2x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** -12. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Vì $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có $F(x)=G(x)+C$

Theo đề $\begin{cases} F(10)+G(1)=-11 \\ F(0)+G(10)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} G(10)+C+G(1)=-11 \\ G(0)+C+G(10)=1 \end{cases} \Rightarrow G(1)-G(0)=-12$

Xét $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x.f(\sin 2x)dx$.

Đặt $t=\sin 2x \Rightarrow \frac{1}{2}\mathrm{d}t=\cos 2x\mathrm{d}x$, đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=\frac{\pi}{4} \Rightarrow t=1 \end{cases}$.

Khi đó $I=\frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt=\frac{1}{2}\left[G(t)\right]\Big|_0^1=\frac{1}{2}\left[G(1)-G(0)\right]=-6..$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{5}x^5-\frac{8}{3}x^3-mx+2023$ có bốn điểm cực trị?

A. 17. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 15.

Lời giải

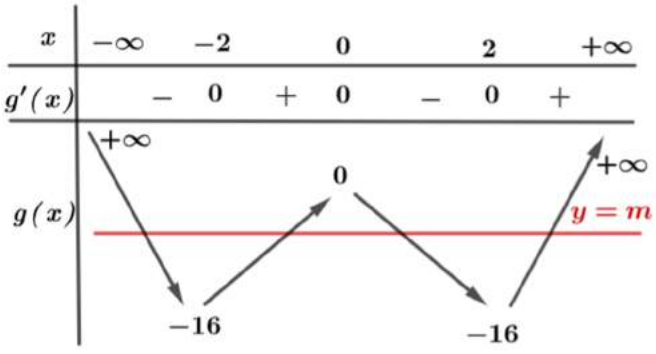
Chọn D

Ta có $y'=x^4-8x^2-m$; $y'=0 \Leftrightarrow x^4-8x^2=m$ (1).

Ycbt $\Leftrightarrow (1)$ có bốn nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $g(x)=x^4-8x^2$, có $g'(x)=4x^3-16x$. $g'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-16x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.



Từ đây ta có $-16<m<0$, vậy có 15 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 42. Cho số thực $a>0$ và các số phức z thỏa mãn $|z+6-8i|=a$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Có bao nhiêu số nguyên a để $M<3m$?

A. 4. **B.** Vô số. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z+6-8i|=a$, khi đó tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm $I(-6;8)$, bán kính $R=a$, với $OI=10$.

Giá trị lớn nhất của $|z|$ là $M=OI+a=10+a$.

TH1: $a\le 10$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là $m=OI-a=10-a$.

Để $M<3m\Leftrightarrow 10+a<3(10-a)\Leftrightarrow a<5$.

TH này có 4 giá trị của a thỏa mãn, $a\in\{1,2,3,4\}$.

TH2: $a>10$.

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z|$ là $m=a-OI=a-10$.

Để $M<3m\Leftrightarrow 10+a<3(a-10)\Leftrightarrow a>20$.

TH này có vô số giá trị của a thỏa mãn, $a\in\{\mathbb{N}/a>20\}$.

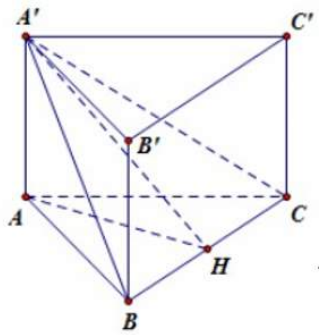
KL: Vậy có vô số giá trị nguyên của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy là tam giác cân tại $A, BC=a$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 60^0 và tam giác $A'BC$ có diện tích $6a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $64\sqrt{3}a^3$.. **B.** $2\sqrt{3}a^3$.. **C.** $9a^3$.. **D.** $18\sqrt{3}a^3$..

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $BC\Rightarrow AH\perp BC\Rightarrow A'H\perp BC$

Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc 60^0 nên $\widehat{AHA'}=60^0$

$S_{\Delta A'BC}=\frac{1}{2}A'H.BC\Rightarrow A'H=12a$

$\Rightarrow AA'=A'H.\sin 60^0=6a\sqrt{3}; AH=A'H.\cos 60^0=6a.$

Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{1}{2}AH.BC.AA'=18\sqrt{3}a^3$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ và $f(x)\neq 0,\forall x>0$. Biết rằng $f'(x)=(2x+1)f^2(x)$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), x=1, x=\mathrm{e}^2$ bằng

A. $2+\ln\frac{2}{e^2+1}$. **B.** $-2+\ln\frac{2}{e^2+1}$. **C.** $1-\ln\frac{1}{e^2+1}$. **D.** $1-\ln\frac{e+1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết: $f'(x)=(2x+1)f^2(x)\Leftrightarrow -\frac{f'(x)}{f^2(x)}=-2x-1\Leftrightarrow\left(\frac{1}{f(x)}\right)'=-2x-1$

Do đó: $\frac{1}{f(x)}=\int(-2x-1)dx=-x^2-x+C$

Mà $f(1)=-\frac{1}{2}$ nên $C=0$. Vậy $f(x)=\frac{1}{x^2+x}$.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x), x=1, x=\mathrm{e}^2$ là

$S=\int_1^{e^2}\left|\frac{1}{x^2+x}\right|\mathrm{d}x=2+\ln\frac{2}{1+e^2}$.

Câu 45. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+2mz+m^2+2m=0$ (m là tham số thực). Tích của tất cả các giá trị thực của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=2|z_2|$ là

A. 0. **B.** -18. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta'=-2m$.

TH1: $\Delta'>0\Leftrightarrow m<0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là hai số thực.

$|z_1|=2|z_2|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-2z_2\\ z_1=2z_2\end{array}\right.$

Theo viet có $z_1+z_2=-2m;\ z_1.z_2=m^2+2m$.

Nếu $z_1=-2z_2\Rightarrow z_2=2m; z_1=-4m\Rightarrow z_1.z_2=-8m^2=m^2+2m\Leftrightarrow 9m^2+2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=\frac{-2}{9}\end{array}\right.$

Do $m<0\Rightarrow m=-\frac{2}{9}$.

Nếu $z_1=2z_2\Rightarrow z_2=\frac{-2m}{3}; z_1=\frac{-4m}{3}\Rightarrow z_1.z_2=\frac{8}{9}m^2=m^2+2m\Leftrightarrow\frac{1}{9}m^2+2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-18\end{array}\right.$

Do $m<0\Rightarrow m=-18$.

TH2: $\Delta'<0\Leftrightarrow m>0$

Phương trình có hai nghiệm là hai số phức liên hợp nên $|z_1|=|z_2|$.

$|z_1|=2|z_2|\Leftrightarrow|z_1|=0\Leftrightarrow z_1=0$.

Thay vào phương trình ta được $m^2+2m=0\Leftrightarrow m=0; m=-2$ (loại).

Vậy $\frac{-2}{9}.(-18)=4$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$. Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;-1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{24\sqrt{3}}{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{n_P}(1;3;-2)$, $\overrightarrow{u_d}(2;-1;1) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}};\overrightarrow{u_d}\right]=(1;-5;-7)$.

Điểm $M(1;-1;4)\in d \Rightarrow M\in(\alpha)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $1(x-1)-5(y+1)-7(z-4)=0 \Leftrightarrow x-5y-7z+22=0$.

$d\left(A;(\alpha)\right)=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x,y) sao cho ứng với mỗi giá trị nguyên dương của y có không quá 15 giá trị nguyên dương của x thỏa mãn
$\log_5\left(3x^2+xy+36y^2\right)+\log_3\left(x^2+12y^2\right)<\log_5(xy)+\log_3\left(x^2+16xy+12y^2\right)+1$?

A. 40. **B.** 36. **C.** 21. **D.** 33.

Lời giải

Chọn B

$\log_5\left(3x^2+xy+36y^2\right)+\log_3\left(x^2+12y^2\right)<\log_5(xy)+\log_3\left(x^2+16xy+12y^2\right)+1$

$\Leftrightarrow \log_5\dfrac{3x^2+xy+36y^2}{xy}<\log_3\dfrac{3x^2+48xy+36y^2}{x^2+12y^2}$

$\Leftrightarrow \log_5\left(3\left(\dfrac{x}{y}+\dfrac{12y}{x}\right)+1\right)<\log_3\left(3+\dfrac{48}{\dfrac{x}{y}+12\dfrac{y}{x}}\right)$

Đặt $a=\dfrac{x}{y}+\dfrac{12y}{x}>0$. Ta được $\log_5(3a+1)-\log_3\left(3+\dfrac{48}{a}\right)<0$.

Xét $f(a)=\log_5(3a+1)-\log_3\left(3+\dfrac{48}{a}\right)$, $a\in(0,+\infty)$.

$\Rightarrow f'(a)=\dfrac{3}{(3a+1)\ln 5}+\dfrac{\dfrac{48}{a^2}}{\left(3+\dfrac{48}{a}\right)\ln 3}>0, \forall a>0.$

$\Rightarrow f(a)$ đồng biến trên $(0+\infty)$

Mà $f(8)=0 \Rightarrow f(a)<0 \Leftrightarrow a<8$. Khi đó ta có

$\dfrac{x}{y}+12\dfrac{y}{x}<8 \Leftrightarrow x^2+12y^2<8xy \Leftrightarrow x^2-8xy+12y^2<0 \Leftrightarrow (x-2y)(x-6y)<0 \Leftrightarrow 2y<x<6y.$

Để mỗi giá trị của y có không quá 15 giá trị nguyên dương của x thì điều kiện là $(6y-1)-(2y+1)+1\le 15 \Leftrightarrow y\le 4, y\in N^* \Rightarrow 1\le y\le 4.$

Với $y=1\Rightarrow x\in(2;6)\Rightarrow$ có 3 cặp $(x;y)$.

Với $y=2\Rightarrow x\in(4;12)\Rightarrow$ có 7 cặp $(x;y)$.

Với $y=3\Rightarrow x\in(6;18)\Rightarrow$ có 11 cặp $(x;y)$.

Với $y=4\Rightarrow x\in(8;24)\Rightarrow$ có 15 cặp $(x;y)$.

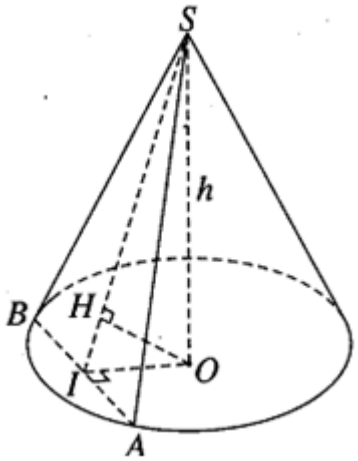
Vậy có 36 cặp $(x;y)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h=20$ cm, bán kính đáy $r=25$cm. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của khối nón và cách tâm O của đáy khối nón một khoảng bằng 12cm. Khi đó diện tích thiết điện của khối nón cắt bởi mặt phẳng (P) bằng:

A. 500cm^2. **B.** 475cm^2. **C.** 450cm^2. **D.** 550cm^2.

Lời giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh của khối nón. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S cắt khối nón theo hai đường sinh bằng nhau là $SA=SB$ nên ta có thiết diện là tam giác cân SAB.

Gọi I là trung điêm của đoạn AB, ta có $OI\perp AB$. Từ tâm O của đáy ta kẻ $OH\perp SI$ tại H, ta có $OH\perp(SAB)$ và do đó theo giả thiết ta có $OH=12$cm. Xét tam giác vuông SOI

ta có: $\dfrac{1}{OI^2}=\dfrac{1}{OH^2}-\dfrac{1}{OS^2}=\dfrac{1}{12^2}-\dfrac{1}{20^2}\Rightarrow OI=15(\text{cm}).$

Mặt khác, xét tam giác vuông SOI ta còn có: $OS.OI=SI.OH\Rightarrow SI=\dfrac{OS.OI}{OH}=\dfrac{20.15}{12}=25(\text{cm}).$

Gọi S_t là diện tích của thiết diện tam giác SAB. Ta có: $S_t=\dfrac{1}{2}AB.SI$, trong đó

$AB=2AI$. Vì $AI^2=OA^2-OI^2=25^2-15^2=20^2$ nên $AI=20$cm và $AB=40$cm.

Vậy thiết diện SAB có diện tích là: $S_t=\dfrac{1}{2}\cdot 40\cdot 25=500\left(\text{cm}^2\right).$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ và điểm $M(0;-2;1)$. Gọi d_1,d_2,d_3 là ba đường thẳng thay đổi không đồng phẳng cùng đi qua điểm $M(0;-2;1)$ và lần lượt cắt mặt cầu (S) tại điểm thứ hai là A,B,C. Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{50\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{1000\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\dfrac{100\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{500\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y-2z-11=0$ có tâm $(3;2;1)$ bán kính $R=5$

Mặt phẳng chứa ba điểm A,B,C cắt mặt cầu (S) ta được một hình tròn tâm I.

Thể tích của tứ diện $MABC$ đạt giá trị lớn nhất khi thể tích hình nón đỉnh M có đáy là hình tròn tâm I lớn nhất.

Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy hình nón

Ta có: $R=\dfrac{l^2}{2h}\Rightarrow S=\dfrac{r^2+h^2}{2h}\Rightarrow 10h=r^2+h^2\Rightarrow r=\sqrt{10h-h^2}$

Thể tích hình nón là:

$V=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi.(10\text{h}-h^2).h$

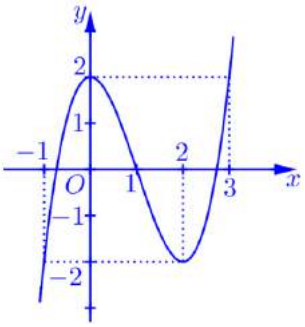
$V'=\dfrac{1}{3}\pi.(20\text{h}-3h^2)=0\Rightarrow h=\dfrac{20}{3}\Rightarrow r=\dfrac{10\sqrt{2}}{3}$

Xét đường tròn đi qua 3 điểm A,B,C:

Diện tích tam giác ABC lớn nhất khi tam giác ABC đều

$S_{ABC}=\dfrac{50}{\sqrt{3}}\Rightarrow MaxV_{MABC}=\dfrac{1}{3}.h.S_{ABC}=\dfrac{1000\sqrt{3}}{27}.$

Câu 50. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có $f\left(\dfrac{-3}{2}\right)<2$ và $f(1)=0$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $g(x)=\left|f\left(1-\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{x^2}{8}\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

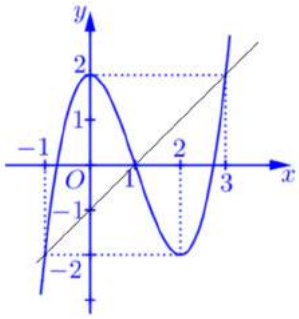
Ta đặt $h(x)=f\left(1-\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{x^2}{8}\Rightarrow h'(x)=\dfrac{-1}{2}f'\left(1-\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{x}{4}$

$h'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{-1}{2}f'\left(1-\dfrac{x}{2}\right)-\dfrac{x}{4}=0\Leftrightarrow f'\left(1-\dfrac{x}{2}\right)=\dfrac{-x}{2},(1)$

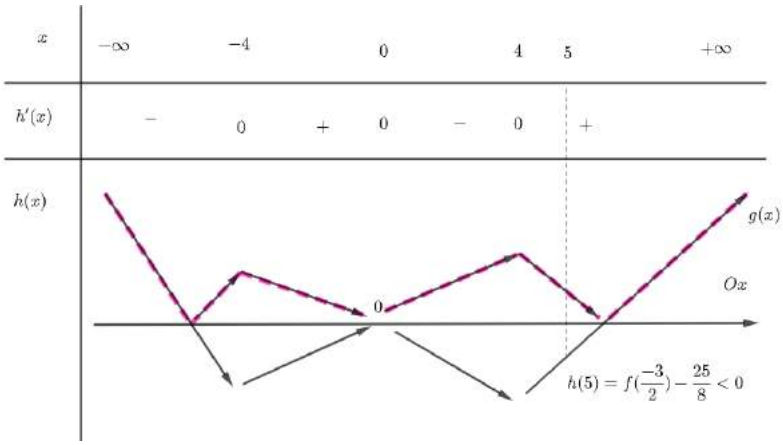
Đặt

$t=1-\dfrac{x}{2}\Rightarrow x=2-2t$

$(1)\Rightarrow f'(t)=t-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3\\t=1\\t=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-4\\x=4\end{array}\right.$



Ta có BBT



Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

ᔕ HẾT ᔓ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HOÀ BÌNH

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 4
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-4;0;2)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(2;0;1)$. **D.** $(4;0;-2)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^x$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây **không** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}_1=(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(4;2;-2)$. **C.** $\vec{n}_3=(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;-1)$.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. -1. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

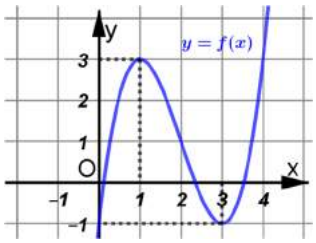
A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Câu 9. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $c\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$. **D.** $\log_a b^n=n\log_a b$.

Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là

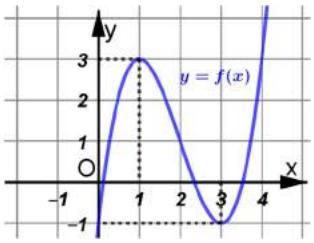


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_3=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{u}_4=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;1)$.

Câu 12. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $2a^2$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 14.] Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. $V=9\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x)=x$. **C.** $F'(x)=x^2$. **D.** $F'(x)=2x$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=1-2i$ và $z_1=2+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x)>2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_{-3}^{2}\left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 22. Phương trình $5^x=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{2}{5}$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\log_5 2$. **D.** $x=\log_2 5$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y'=-\frac{1}{x\ln 4}$. **C.** $y'=\frac{1}{x}$. **D.** $y'=\frac{\ln 4}{x}$.

Câu 24. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=3$, $z_2+z_3=0$ và $z_1.z_2.z_3=9(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18.

Câu 25. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$, $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 26. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. 3!. **B.** A_{10}^3. **C.** A_{10}^7. **D.** C_{10}^3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(-2;-5;4)$. **B.** $(2;5;-4)$. **C.** $(2;5;4)$. **D.** $(2;-5;-4)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$.

C. $x-2y-3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$. Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{45}{4}$. **C.** $\frac{89}{4}$. **D.** 16.

Câu 31. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\frac{x-1}{x-2}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 35. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a>1$ và $b>1$. Đặt $\ln a=x^2$ và $\ln b=y^2$. Giá trị biểu thức $P=\ln(ab)$ là

A. $\frac{x^2}{y^2}$. **B.** x^2-y^2. **C.** x^2+y^2. **D.** x^2y^2.

Câu 36. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{512\pi}{15}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{15}$.

Câu 37. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\frac{1}{14}$. **B.** $\frac{15}{56}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

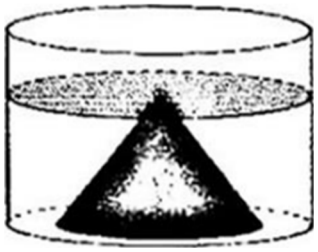
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^2 \left(2f(x)-3\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 40. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2=3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng nằm trên cùng một mặt phẳng) thì mực nước dâng lên cao bằng đỉnh nón. Chiều cao của khối nón đồ chơi là



A. 26. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 9.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-2y-z+1=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-2+t\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=2t'\\y=3+t'\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

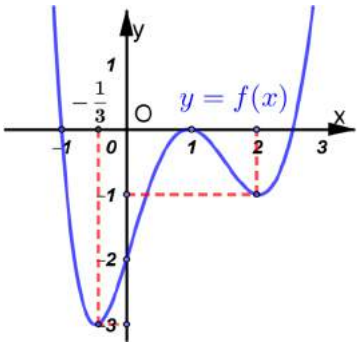
A. $\frac{x-7}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-9}{8}$. **B.** $\frac{x-3}{1}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z+1}{8}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-5}{8}$. **D.** $\frac{x-6}{1}=\frac{y-6}{3}=\frac{z-1}{8}$.

Câu 42. Cho $x>0$, $y>1$ thỏa mãn $\frac{1}{2}y^2\log_2\left(\frac{xy-x}{2y}\right)=-2(y-1)^2+8\left(\frac{y}{x}\right)^2$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\sqrt[4]{\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2y+1}}.\mathrm{e}^{\frac{y^2}{x+1}}}$ có dạng $\mathrm{e}^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m, n là các số nguyên dương, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 13.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong theo hình vẽ. Đặt $g(x)=f(f(x)-1)$. Gọi S là tập nghiệm phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là



A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$. Biết $AB=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt đáy, cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E, F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE$, $SD=3SF$. Thể tích của khối tứ diện $AFEC$ là

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với a, b, c, m, n là các số thực. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 1 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

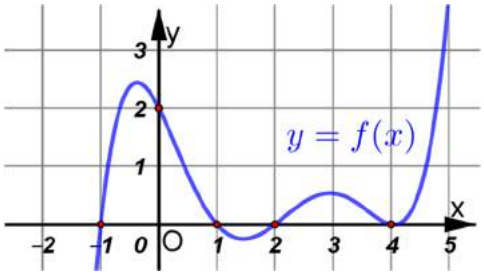
Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5(x^2+1)>\log_5(x^2+6x+m)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Câu 47. Cho phương trình $z^2+az+b=0$ $(a,b\in\mathbb{R})$ có hai nghiệm z_1, z_2 không là số thực, thỏa mãn hệ thức $i.|z_1|=z_2+i-3$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|^3-3|x|+m+2023)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì qua M cắt (S) tại A và B. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn $f(1)=4$, $f(0)=1$ và $\int_0^1 \left(f'(x)\right)^2 \mathrm{d}x = 9$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 x.f^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	A	C	D	B	D	C	B	D	C	A	B	D	C	A	B	D	B	A	C	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	A	D	C	A	A	B	B	C	B	C	D	C	B	A	D	C	C	C	C	C	B	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu của đạo hàm, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+2z+4=0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-4;0;2)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(2;0;1)$. **D.** $(4;0;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm I của mặt cầu đã cho có toạ độ là $(2;0;-1)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy hàm số đã cho trong các phương án đều là hàm số mũ.

Với cơ số $\frac{\mathrm{e}}{2}>1$ thì hàm số $y=\left(\frac{\mathrm{e}}{2}\right)^x$ trong phương án D đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+y-z+1=0$. Vectơ nào sau đây **không** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}_1=(2;1;1)$. **B.** $\vec{n}_2=(4;2;-2)$. **C.** $\vec{n}_3=(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_\alpha=(2;1;-1)$ cùng phương với các vectơ $\vec{n}_2$, $\vec{n}_3$, $\vec{n}_4$ tương ứng trong các phương án B, C và D. Ngoại trừ vectơ $\vec{n}_1=(2;1;1)$ trong phương án A.

Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. -1. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2=u_1+d=3+4=7$.

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=5-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;5)$. **B.** $(5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(5;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Biểu diễn số phức $z=5-3i$ trên mặt phẳng toạ độ là điểm có toạ độ $(5;-3)$.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 81π. **D.** 32π.

Lời giải

Chọn B

Với bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=3$, diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.3=24\pi$.

Câu 8. Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là

A. 1. **B.** $2i$. **C.** i. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Phần ảo của số phức $z=1+2i$ là 2.

Câu 9. Cho a, b, c là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $c\neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

B. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a b=\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$.

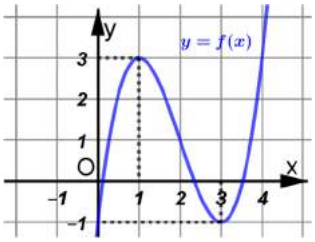
D. $\log_a b^n=n\log_a b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}\neq\dfrac{\log_c a}{\log_c b}$ nên mệnh đề trong phương án C sai.

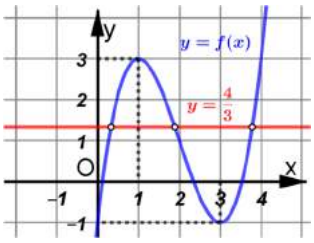
Câu 10. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)-4=0$ là



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $3f(x)-4=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{4}{3}$ là phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}$ với đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Từ hình ảnh đồ thị, ta thấy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d ?

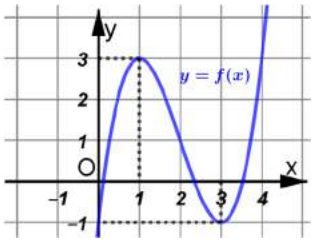
A. $\vec{u}_3=(1;2;-3)$. **B.** $\vec{u}_2=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{u}_4=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u}_1=(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đã cho có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-1;2;1)$.

Câu 12. Cho hàm đa thức $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số đã cho trên đoạn $[1;3]$ là



A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình ảnh đã cho, ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;3]$ là $m=-1$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=3a$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6a^3$. **B.** $2a^2$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=6a^3$.

Câu 14.] Cho hàm số $f(x)=\sin x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$.

Câu 15. Cho khối cầu (S) có bán kính bằng 3. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. $V=9\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=27\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu đã cho là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 16. Cho $\int x^2\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F'(x)=\frac{x^3}{3}$. **B.** $F'(x)=x$. **C.** $F'(x)=x^2$. **D.** $F'(x)=2x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int x^2\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C\Rightarrow F(x)=\frac{x^3}{3}\Rightarrow F'(x)=\left(\frac{x^3}{3}\right)'=x^2$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi x đi qua các giá trị -3; 3 và 4. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_1 = 2+3i$. Phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng

A. -1. **B.** 8. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2 = (1-2i).(2+3i) = 8-i$. Vậy phần thực của số phức $z_1.z_2$ bằng 8.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(4-x) > 2$ là

A. $(-5;4)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;-5]$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Với điều kiện $4-x>0 \Leftrightarrow x<4$, ta có

$\log_3(4-x) > 2 \Leftrightarrow 4-x > 3^2 \Leftrightarrow x < -5$. Thoả mãn điều kiện.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-\infty;-5)$.

Câu 20. Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -5$ thì $\int_{-3}^{2} \left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_{-3}^{2} \left(f(x)+g(x)\right)\mathrm{d}x = \int_{-3}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-3}^{2} g(x)\mathrm{d}x = 2-5 = -3$.

Câu 21. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{2+x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x+1}{2+x} = -\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x=-2$.

Câu 22. Phương trình $5^x = 2$ có nghiệm là

A. $x = \dfrac{2}{5}$. **B.** $x = \dfrac{5}{2}$. **C.** $x = \log_5 2$. **D.** $x = \log_2 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $5^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_5 2$.

Câu 23. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_4 x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y' = -\dfrac{1}{x\ln 4}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x}$. **D.** $y' = \dfrac{\ln 4}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (\log_4 x)' = \dfrac{1}{x\ln 4}$.

Câu 24. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 3$, $z_2+z_3 = 0$ và $z_1.z_2.z_3 = 9(z_1+z_2)$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** 18.

Lời giải

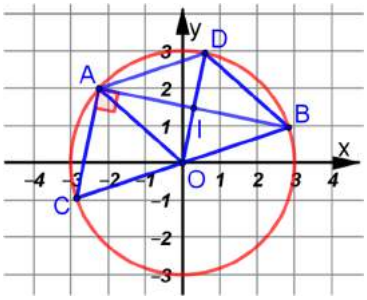
Chọn A

➢ Ta có $z_2+z_3=0\Rightarrow z_3=-z_2\Rightarrow |z_3|=|-z_2|=|z_2|=3\Rightarrow |z_1|=|z_2|=|z_3|=3$.

Suy ra các điểm A, B, C cùng nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=3$. Trong đó hai điểm B, C đối xứng nhau qua O. Từ đó suy ra ΔABC vuông tại A có đường kính $BC=2R=6$.

➢ Mặt khác, $z_1.z_2.z_3=9(z_1+z_2)\Rightarrow |z_1.z_2.z_3|=|9(z_1+z_2)|$

$\Leftrightarrow |z_1|.|z_2|.|z_3|=9|z_1+z_2|\Leftrightarrow 27=9|z_1+z_2|\Leftrightarrow |z_1+z_2|=3$.



➢ Gọi D là điểm thứ tư của hình bình hành $AOBD$, ta có

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OD}\Rightarrow OD=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=|z_1+z_2|=3$. Suy ra $OA=OB=OD=3$.

Vậy $AOBD$ là hình thoi và OAD là tam giác đều.

➢ Gọi I là tâm hình bình hành thì $AI=\frac{3\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=2AI=3\sqrt{3}$.

Trong ΔABC vuông tại A, ta có $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{6^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2}=3$.

Kết quả: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}.3\sqrt{3}.3=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 25. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	3	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-1$, $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=1$.

Câu 26. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của X là

A. $3!$. **B.** A_{10}^3. **C.** A_{10}^7. **D.** C_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Tập hợp X chứa 10 phần tử thì có C_{10}^3 tập con gồm 3 phần tử.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-3)$ và $B(0;3;-1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=24$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Lời giải

Chọn D

Tâm của mặt cầu là trung điểm AB : $I(1;1;-2)$.

Suy ra $IA=\sqrt{(2-1)^2+(-1-1)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{6}=R$.

Ta thu được phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=6$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, điểm M' đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(-2;-5;4)$. **B.** $(2;5;-4)$. **C.** $(2;5;4)$. **D.** $(2;-5;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Đối xứng với $M(2;-5;4)$ qua mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(-2;-5;4)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $x+2y-3z-9=0$.

C. $x-2y-3z+9=0$. **D.** $2x-y+3z+9=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì song song với (Q) nên ta có $(P):2x-y+3z+m=0\ \ (m\neq 2)$.

Trong đó $A(1;2;-3)\in(P)\Leftrightarrow 2.1-2+3.(-3)+m=0\Leftrightarrow m=9$.

Kết quả: $(P):2x-y+3z+9=0$.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$.

Giá trị của M^2+m^2 bằng

A. $\dfrac{25}{4}$. **B.** $\dfrac{45}{4}$. **C.** $\dfrac{89}{4}$. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$, trong đó $[2;3]\subset(1;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$, $\forall x\in D$. Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ nên cũng nghịch biến trên $[2;3]$.

Vậy $M=\max\limits_{[2;3]}y=f(2)=4$ và $m=\min\limits_{[2;3]}y=f(3)=\dfrac{5}{2}$.

Kết quả: $M^2+m^2=4^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=16+\dfrac{25}{4}=\dfrac{89}{4}$.

Câu 31. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

Loại luôn các phương án B và D vì chứa hàm phân thức.

Trong phương án C, ta có $y'=-3x^2-3<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=-x^3-3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}=(-\infty;+\infty)$. Loại.

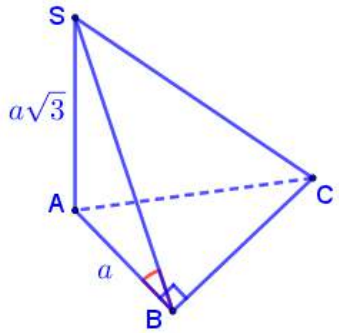
Còn lại hàm số $y=x^3+3x$ trong phương án A là đáp án được chọn.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(SBC)\cap(ABC)=BC$, trong đó $AB\perp BC$ và $SB\perp BC$.

Suy ra $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}$.

Trong ΔSAB vuông tại B, ta có $\tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}$.

Vậy $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}=60°$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích đáy $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và đường cao $h=AA'=a$.

Khi đó thể tích $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 34. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-3+4i|=2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$, ta thu được $|x+yi-3+4i|=2\Leftrightarrow|(x-3)+(y+4)i|=2$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+(y+4)^2}=2\Leftrightarrow(x-3)^2+(y+4)^2=4$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(3;-4)$ và bán kính $R=2$.

Câu 35. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a>1$ và $b>1$. Đặt $\ln a=x^2$ và $\ln b=y^2$. Giá trị biểu thức $P=\ln(ab)$ là

A. $\dfrac{x^2}{y^2}$. **B.** x^2-y^2. **C.** x^2+y^2. **D.** x^2y^2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $P=\ln(ab)=\ln a+\ln b=x^2+y^2$.

Câu 36. Thể tích khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=0$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{512\pi}{15}$. **C.** $\frac{16\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B

Xác định cận qua phương trình hoành độ giao điểm: $4-x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Khi đó $V=\pi\int\limits_{-2}^{2}\left(4-x^2\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{-2}^{2}\left(x^4-8x^2+16\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{8x^3}{3}+16x\right)\Big|_{-2}^{2}=\frac{512\pi}{15}$.

Câu 37. Từ 8 lá bài màu đỏ và 7 lá bài màu đen, lấy ngẫu nhiên hai lá bài trong 15 lá bài đó. Xác suất để lấy được hai lá bài có màu khác nhau là

A. $\frac{1}{14}$. **B.** $\frac{15}{56}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Số các phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^2$.

Biến cố A: "lấy được hai lá bài có màu khác nhau". Ta có $n(A)=C_7^1C_8^1$.

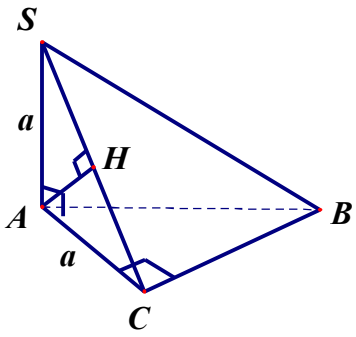
Kết quả: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_7^1C_8^1}{C_{15}^2}=\frac{8}{15}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có BC vuông góc với SA và AC nên $BC\perp(SAC)$.

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $AH\perp SC$ tại H (1). Ta có $AH\perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AH\perp(SBC)$.

Kết quả: khoảng cách $d(A,(SBC))=AH=\sqrt{\frac{AC^2.SA^2}{AC^2+SA^2}}=\sqrt{\frac{a^2.a^2}{2a^2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_0^2\left(2f(x)-3\right)\mathrm{d}x$ bằng

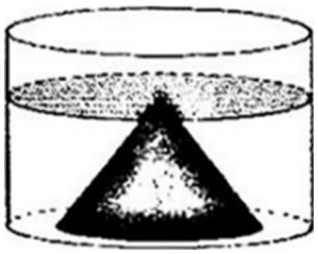
A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^2\left(2f(x)-3\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x-3\int\limits_0^2\mathrm{d}x=2.2-3.(2-0)=-2$.

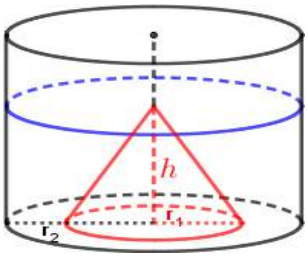
Câu 40. Một đồ chơi (N) hình khối nón đặc có bán kính r_1 và chiều cao h. Một hình trụ có bán kính $r_2 = 3r_1$ đang chứa nước có chiều cao mực nước là 26. Khi đặt khối nón (N) lên đáy của hình trụ (các đáy của chúng nằm trên cùng một mặt phẳng) thì mực nước dâng lên cao bằng đỉnh nón. Chiều cao của khối nón đồ chơi là



A. 26. **B.** 27. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B



Kí hiệu các đại lượng:

Thể tích khối đồ chơi: V_N.

Thể tích nước ban đầu: V_{n1}.

Thể tích nước sau khi thả đồ chơi vào: V_{n2}.

Chiều cao khối đồ chơi hình nón: h.

Chiều cao mực nước ban đầu: $h_{n1} = 26$.

Chiều cao mực nước sau khi thả đồ chơi vào: h_{n2}.

Ta có $V_N = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h$ và $V_{n1} = \pi r_2^2 h_{n1} = 9\pi r_1^2.26 = 234\pi r_1^2$.

Khi đó $V_{n2} = V_{n1} + V_N \Leftrightarrow \pi r_2^2 h_2 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h + 234\pi r_1^2$

$\Leftrightarrow 9\pi r_1^2 h = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h + 234\pi r_1^2 \Leftrightarrow 9h = \frac{1}{3}h + 234 \Leftrightarrow h = 27$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2. Đường thẳng Δ có phương trình là

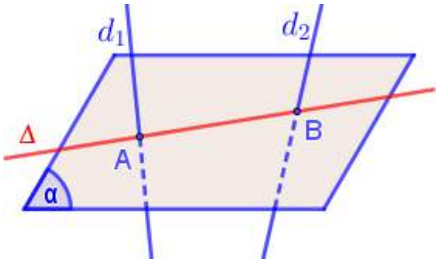
A. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-9}{8}$. **B.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+1}{8}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{8}$. **D.** $\frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết, ta thấy đường thẳng Δ đi qua $d_1 \cap (\alpha)$ và $d_2 \cap (\alpha)$.



Ta có $d_1 \cap (\alpha) = A(-2+t;2+t;-t)$ và $d_2 \cap (\alpha) = B(2t';3+t';1)$.

Trong đó $2(-2+t)-2(2+t)+t+1=0$ và $2.2t'-2(3+t')-1+1=0$. Suy ra $t=7$ và $t'=3$.

Khi đó $A(5;9;-7)$ và $B(6;6;1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1;-3;8) = \vec{u}_\Delta$. Ta thu được $\Delta: \begin{cases} x = 6+t \\ y = 6-3t \\ z = 1+8t \end{cases}$.

Với $t=1$ ta có điểm $M(7;3;9) \in \Delta$ ứng với phương trình $\dfrac{x-7}{1} = \dfrac{y-3}{-3} = \dfrac{z-9}{8}$.

Câu 42. Cho $x>0$, $y>1$ thỏa mãn $\dfrac{1}{2}y^2 \log_2\left(\dfrac{xy-x}{2y}\right) = -2(y-1)^2 + 8\left(\dfrac{y}{x}\right)^2$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{2y+1}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}}$ có dạng $e^{\frac{m}{n}}$ (trong đó m, n là các số nguyên dương, $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản). Giá trị $m+n$ bằng

A. 12. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Với điều kiện $x>0$ và $y>1$, ta có $\dfrac{1}{2}y^2 \log_2\left(\dfrac{xy-x}{2y}\right) = -2(y-1)^2 + 8\left(\dfrac{y}{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{x(y-1)}{2y} = -4\dfrac{(y-1)^2}{y^2} + 16\left(\dfrac{1}{x}\right)^2 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{x}{2} + \log_2 \dfrac{y-1}{y} = -4\left(\dfrac{y-1}{y}\right)^2 + 4\left(\dfrac{2}{x}\right)^2$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{y-1}{y} + 4\left(\dfrac{y-1}{y}\right)^2 = -\log_2 \dfrac{x}{2} + 4\left(\dfrac{2}{x}\right)^2 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{y-1}{y} + 4\left(\dfrac{y-1}{y}\right)^2 = \log_2 \dfrac{2}{x} + 4\left(\dfrac{2}{x}\right)^2$.

Với $t>0$, xét hàm số $f(t) = \log_2 t + 4t^2$.

Ta có $f\left(\dfrac{2}{x}\right) = \log_2 \dfrac{2}{x} + 4\left(\dfrac{2}{x}\right)^2$ và $f\left(\dfrac{y-1}{y}\right) = \log_2 \dfrac{y-1}{y} + 4\left(\dfrac{y-1}{y}\right)^2$.

Xét $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 2} + 8t > 0$, $\forall t>0$. Vậy hàm số $f(t) = \log_2 t + 4t^2$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $\log_2 \dfrac{y-1}{y} + 4\left(\dfrac{y-1}{y}\right)^2 = \log_2 \dfrac{2}{x} + 4\left(\dfrac{2}{x}\right)^2 \Leftrightarrow f\left(\dfrac{y-1}{y}\right) = f\left(\dfrac{2}{x}\right) \Leftrightarrow \dfrac{y-1}{y} = \dfrac{2}{x}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{2y}{y-1} \Leftrightarrow x = 2 + \dfrac{2}{y-1} \Leftrightarrow x+2y = 2y+2+\dfrac{2}{y-1} \Leftrightarrow x+2y = 2(y-1) + \dfrac{2}{y-1} + 4$.

Trong đó $2(y-1) + \dfrac{2}{y-1} \ge 2\sqrt{2(y-1).\dfrac{2}{y-1}} = 2.2 = 4$ nên $2(y-1) + \dfrac{2}{y-1} + 4 \ge 4+4 = 8$.

Vậy $x+2y \ge 8$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2(y-1) = \dfrac{2}{y-1} \Leftrightarrow y = 2$.

Ta có $P = \sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{2y+1}}}.e^{\frac{y^2}{x+1}} = e^{\frac{x^2}{4(2y+1)} + \frac{4y^2}{4(x+1)}} = e^{\frac{x^2}{4(2y+1)} + \frac{(2y)^2}{4(x+1)}} \ge e^{\frac{(x+2y)^2}{4(x+2y+2)}}$.

(Sử dụng công thức $\frac{u^2}{a}+\frac{v^2}{b}\ge\frac{(u+v)^2}{a+b}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{u}{a}=\frac{v}{b}$).

Xét biểu thức

$$\frac{(x+2y)^2}{4(x+2y+2)}-\frac{8}{5}=\frac{5(x+2y)^2-32(x+2y)-64}{20(x+2y+2)}=\frac{\left[5(x+2y)+8\right]\left[(x+2y)-8\right]}{20(x+2y+2)}.$$

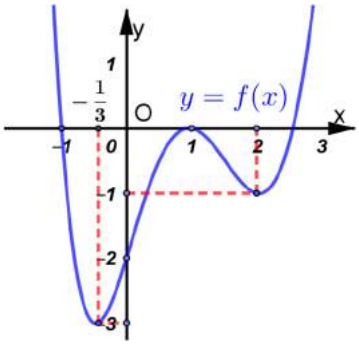
Với $x+2y\ge 8$ thì $\frac{\left[5(x+2y)+8\right]\left[(x+2y)-8\right]}{20(x+2y+2)}\ge 0$.

Vậy $\frac{(x+2y)^2}{4(x+2y+2)}\ge\frac{8}{5}\Rightarrow e^{\frac{(x+2y)^2}{4(x+2y+2)}}\ge e^{\frac{8}{5}}$. Suy ra $P\ge e^{\frac{8}{5}}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\frac{x}{4(2y+1)}=\frac{2y}{4(x+1)}\\ x+2y=8\\ y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=2\end{cases}$.

Từ đó thu được $m=8$ và $n=5$. Kết quả: $m+n=8+5=13$.

Câu 43. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong theo hình vẽ. Đặt $g(x)=f\left(f(x)-1\right)$. Gọi S là tập nghiệm phương trình $g(x)=0$. Số phần tử của tập S là

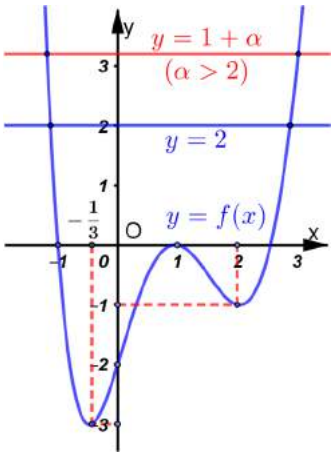


A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g(x)=0\Leftrightarrow f\left(f(x)-1\right)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f(x)-1=-1\\ f(x)-1=1\\ f(x)-1=\alpha\quad(\alpha>2)\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}f(x)=0\\ f(x)=2\\ f(x)=1+\alpha\end{bmatrix}$.



Từ hình ảnh đồ thị ta có:

Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm: $x=x_1=-1$, $x=x_2=1$ và $x=x_3>2$.

Phương trình $f(x)=2$ có 2 nghiệm: $x=x_4<-1$, $x=x_5>x_3$.

Phương trình $f(x)=1+\alpha$ $(\alpha>2)$ có 2 nghiệm: $x=x_6<x_4$, $x=x_7>x_5$.

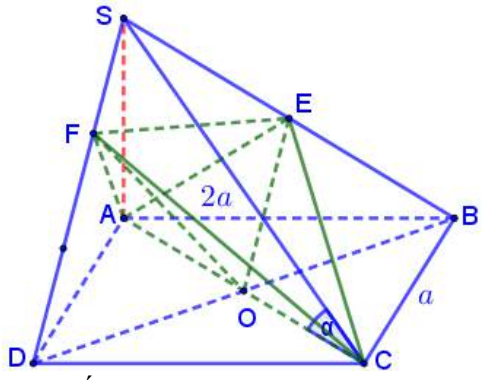
Suy ra phương trình $g(x)=0$ có tất cả 7 nghiệm phân biệt. Vậy tập S có 7 phần tử.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$. Biết $AB=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt đáy, cạnh SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α có $\tan\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$. Gọi E, F lần lượt là các điểm nằm trên cạnh SB, SD sao cho $SB=2SE$, $SD=3SF$. Thể tích của khối tứ diện $AFEC$ là

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết ta thấy AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Vậy $\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{SCA}=\alpha$. Khi đó $SA=AC.\tan\alpha=a\sqrt{5}.\frac{\sqrt{5}}{5}=a$.

Ta thu được $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a.2a.a=\frac{2a^3}{3}$.

Trong ΔSBD ta có OE là đường trung bình nên OE // DS.

Suy ra DS // (OEC). Khi đó $d(F,(OEC))=d(D,(OEC))$.

Ta có $V=V_{A.FEC}=\frac{1}{3}d(A,(FEC)).S_{\Delta FEC}=\frac{1}{3}.2d(O,(FEC)).S_{\Delta FEC}=2V_{O.FEC}$

$=2V_{F.OEC}=2.\frac{1}{3}.d(F,(OEC)).S_{\Delta OEC}=2.\frac{1}{3}.d(D,(OEC)).S_{\Delta OEC}=2V_{D.EOC}$

$=2V_{E.OCD}=2.\frac{1}{2}V_{S.OCD}=V_{S.OCD}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{1}{4}.\frac{2a^3}{3}=\frac{a^3}{6}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$ với a, b, c, m, n là các số thực. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 1 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{37}{6}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=f(x)-g(x)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+4x$, ta có

$y'=f'(x)-g'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4$.

Do hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 1 và 2 nên ta có

$$\begin{cases} f'(-1)-g'(-1)=0 \\ f'(1)-g'(1)=0 \\ f'(2)-g'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a+3(b-m)-2(c-n)+4=0 \\ 4a+3(b-m)+2(c-n)+4=0 \\ 32a+12(b-m)+4(c-n)+4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4a+3(b-m)-2(c-n)=-4 \\ 4a+3(b-m)+2(c-n)=-4 \\ 32a+12(b-m)+4(c-n)=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b-m=-\dfrac{4}{3} \\ c-n=-1 \end{cases}.$$

Từ đó thu được $y'=f'(x)-g'(x)=2x^3-4x^2-2x+4=2\left(x^3-2x^2-x+2\right)$.

Khi đó $f'(x)-g'(x)=0 \Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ là

$$S=\int_{-1}^{1}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-1}^{1}\left|2x^3-4x^2-2x+4\right|\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left|2x^3-4x^2-2x+4\right|\mathrm{d}x=\frac{16}{3}+\frac{5}{6}=\frac{37}{6}.$$

Câu 46. Cho bất phương trình $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có tập nghiệm chứa khoảng $(2;3)$?

A. 27. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_5\left(x^2+1\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right)-1 \Leftrightarrow \log_5\left(x^2+1\right)+1>\log_5\left(x^2+6x+m\right)$

$$\Leftrightarrow \log_5\left(5x^2+5\right)>\log_5\left(x^2+6x+m\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+5>x^2+6x+m \\ x^2+6x+m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<4x^2-6x+5 \\ m>-x^2-6x \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán được thoả mãn khi và chỉ khi $\begin{cases} m<4x^2-6x+5 \\ m>-x^2-6x \end{cases}$, $\forall x\in(2;3)$.

Xét $f(x)=4x^2-6x+5$ và $g(x)=-x^2-6x$ theo bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-3	$\dfrac{3}{4}$	2	3	$+\infty$
$f(x)=4x^2-6x+5$	$+\infty$	$\searrow$ 59	$\searrow$ $\dfrac{11}{4}$	$\nearrow$ 9	$\nearrow$ 23	$\nearrow$ $+\infty$
$g(x)=-x^2-6x$	$-\infty$	$\nearrow$ 9	$\searrow$ $-\dfrac{81}{16}$	$\searrow$ -16	$\searrow$ -27	$\searrow$ $-\infty$

Từ bảng biến thiên đã thiết lập, với mọi $x\in(2;3)$, ta phải có

$\begin{cases} m < 4x^2 - 6x + 5 \\ m > -x^2 - 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 9 \\ m \ge -16 \end{cases} \Leftrightarrow -16 \le m \le 9 \Leftrightarrow m \in [-16;9]$.

Trên đoạn $[-16;9]$ có 26 giá trị nguyên của $m \in \{-16;-15;-14;...7;8;9\}$.

Câu 47. Cho phương trình $z^2 + az + b = 0 \ (a,b \in \mathbb{R})$ có hai nghiệm z_1, z_2 không là số thực, thỏa mãn hệ thức $i.|z_1| = z_2 + i - 3$. Giá trị của $2a + b$ bằng

A. 10. **B.** 37. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 + az + b = 0$ có 2 nghiệm không thuộc $\mathbb{R}$ nên z_1, z_2 là 2 số phức liên hợp của nhau. Suy ra $|z_1| = |z_2|$.

Ta có $i.|z_1| = z_2 + i - 3 \Leftrightarrow z_2 = 3 + (|z_1| - 1)i \Leftrightarrow |z_2| = \sqrt{3^2 + (|z_1| - 1)^2}$

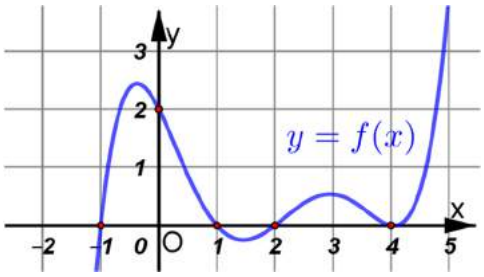
$\Rightarrow |z_2|^2 = 9 + (|z_2| - 1)^2 \Leftrightarrow |z_2|^2 = 9 + |z_2|^2 - 2|z_2| + 1 \Leftrightarrow 2|z_2| = 10 \Leftrightarrow |z_2| = 5 = |z_1|$.

Suy ra $5i = z_2 + i - 3 \Rightarrow z_2 = 3 + 4i \Rightarrow z_1 = 3 - 4i$.

Vậy z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $(z - 3 - 4i)(z - 3 + 4i) = 0 \Leftrightarrow z^2 - 6z + 25 = 0$.

Ta thu được $a = -6$ và $b = 25$. Kết quả: $2a + b = 2.(-6) + 25 = 13$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right)$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét $g(x) = f\left(x^3 - 3x + m + 2023\right)$ thì $g(|x|) = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right)$.

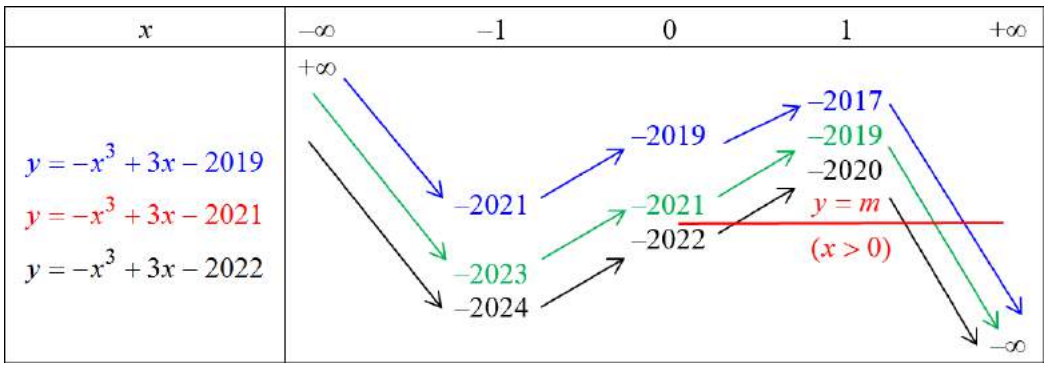
Ta có $g'(x) = (3x^2 - 3).f'\left(x^3 - 3x + m + 2023\right) = 3(x^2 - 1).f'\left(x^3 - 3x + m + 2023\right)$.

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 1 = 0 \\ f'\left(x^3 - 3x + m + 2023\right) = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 1 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 2 \\ x^3 - 3x + m + 2023 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = \pm 1 & \\ m = -x^3 + 3x - 2022 & (1) \\ m = -x^3 + 3x - 2021 & (2) \\ m = -x^3 + 3x - 2019 & (3) \end{array}\right.$.

Hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2023\right) = g(|x|)$ có đúng 11 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $g'(x) = 0$ có 5 nghiệm dương bội lẻ phân biệt. Điều đó xảy ra khi và chỉ khi các phương trình (1), (2), (3) có tổng số đúng 4 nghiệm bội lẻ dương khác 1 $(*)$.

Lập bảng biến thiên đối với các hàm số $y=-x^3+3x-2022$, $y=-x^3+3x-2021$ và $y=-x^3+3x-2019$.



Từ bảng biến thiên ta thấy yêu cầu $(*)$ được thoả mãn khi và chỉ khi $-2022<m<-2020$ $\Leftrightarrow m\in(-2022;-2020)$. Trên khoảng $(-2022;-2020)$ chỉ có 1 giá trị nguyên là $m=-2021$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;3)$. Một đường thẳng bất kì qua M cắt (S) tại A và B. Khi đó giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 bằng

A. 64. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) đã cho có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R=3$.

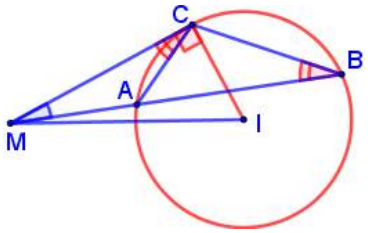
Khi đó $IM=\sqrt{(4-1)^2+(2-2)^2+(3+1)^2}=\sqrt{25}=5>R=3$ nên M nằm ngoài (S).

Kẻ MC tiếp xúc (S) tại tiếp điểm C, ta có $IC=R=3$.

Từ đó suy ra $MC=\sqrt{IM^2-IC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$.

Kẻ cát tuyến MAB, ta có $\widehat{MCA}=\widehat{ABC}=\widehat{MBC}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{AC}$).

Với $\widehat{M}$ chung thì $\Delta MCA\sim\Delta MBC$. Từ đó suy ra $\dfrac{MC}{MA}=\dfrac{MB}{MC}\Rightarrow MA.MB=MC^2$.



Ta có $MA^2+4MB^2=MA^2+(2MB)^2\ge 2.MA.2MB=4MC^2=4.4^2=64$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của MA^2+4MB^2 là 64.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thoả mãn $f(1)=4$, $f(0)=1$ và $\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x=9$. Giá trị của tích phân $\int\limits_0^1 x.f^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{19}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\limits_0^1\left(f'(x)-3\right)^2\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(f'(x)\right)^2\mathrm{d}x-2\int\limits_0^1 f'(x).3\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 9\mathrm{d}x=9-6\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x+9\int\limits_0^1\mathrm{d}x$

$=9-6\left(f(1)-f(0)\right)+9(1-0)=9-6(4-1)+9=9-18+9=0$.

Khi đó $\int_0^1 \left(f'(x) - 3 \right)^2 \mathrm{d}x = 0 \Rightarrow f'(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 3 \Leftrightarrow f(x) = 3x + C$.

Trong đó $f(0) = 1 \Rightarrow f(0) = 3.0 + C \Rightarrow C = 1$. Suy ra $f(x) = 3x + 1$.

Từ đó thu được $\int_0^1 x.f^2(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 x(3x+1)^2 \mathrm{d}x = \int_0^1 \left(9x^3 + 6x^2 + x\right)\mathrm{d}x = \frac{19}{4}$.

HẾT

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH THUẬN

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=7+6i$ có tọa độ là

A. $(7;6)$. **B.** $(6;7)$. **C.** $(7;-6)$. **D.** $(-6;7)$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **C.** $y'=ex^e$. **D.** $y'=x^{e-1}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 11. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -1.

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $2-3i$ là

A. $-2+3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $2-3i$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-2)$, $N(4;-5;1)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 49. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Câu 6: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\frac{1}{3}$.

Câu 7: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(2a)-\log(3a)$ bằng

A. $\log a$. **B.** $\log(6a^2)$. **C.** $\log\frac{2}{3}$. **D.** $\log\frac{3}{2}$.

Câu 8: Cho số phức $z=2+9i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. -77. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 4.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(e;+\infty)$. **D.** $(10;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\sin x-x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\cos x-x^2+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x-x^2+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=\frac{1}{3}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;1;-2)$ lên mặt phẳng (Oxy) có toạ độ là

A. $(0;0;-2)$. **B.** $(4;0;0)$. **C.** $(4;1;0)$. **D.** $(0;1;-2)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y-4z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;-4)$.

Câu 14: Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là

A. $\begin{cases}x=4+3t\\y=5-t\\z=-7+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+3t\\y=-5-t\\z=7+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3+4t\\y=1+5t\\z=-2-7t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+4t\\y=-1+5t\\z=2-7t\end{cases}$.

Câu 16: Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. A_{15}^2. **B.** 15^2. **C.** 30. **D.** C_{15}^2

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 18: Cho $\int \ln x\,dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\ln x$. **B.** $F'(x)=\dfrac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=\dfrac{1}{x}$.

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx=2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\,dx=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 20: Công thức tính thể tích V khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=2\pi rh$. **C.** $V=\pi rh$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Câu 21: Nếu $\int_0^2\left[\dfrac{1}{2}f(x)-2\right]dx=-2$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. $0\cdot$ **B.** $2\cdot$ **C.** $-4\cdot$ **D.** $4\cdot$

Câu 22: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. $0\cdot$ **B.** $2\cdot$ **C.** $-4\cdot$ **D.** $4\cdot$

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}\ge 4$ là

A. $(-\infty;1]\cdot$ **B.** $[1;+\infty)\cdot$ **C.** $(-\infty;1)\cdot$ **D.** $(1;+\infty)\cdot$

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$ bằng

A. $5\cdot$ **B.** $2\cdot$ **C.** $3\cdot$ **D.** $4\cdot$

Câu 25: Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm có thể tích bằng

A. $124\pi\,cm^3\cdot$ **B.** $140\pi\,cm^3\cdot$ **C.** $288\pi\,cm^3\cdot$ **D.** $96\pi\,cm^3\cdot$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) là:

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Câu 27: Parabal $(P):y=x^2$ và đường cong $(C):y=x^3-x^2-x+2$ có bao nhiêu giao điểm

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 28: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x+2022)>\log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$ là

A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 29: Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao là $2a$ bằng

A. $12a^2$. **B.** $\frac{2}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 30: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$ là

A. -2. **B.** -3. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** $\frac{1}{1000}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;-2;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+2y-3z-5=0$. **B.** $2x-2y-3z-5=0$.

C. $2x-2y+3z+1=0$. **D.** $2x-2y-3z=0$.

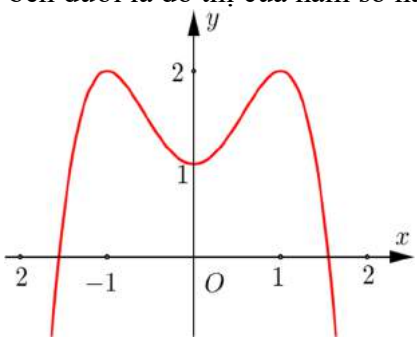
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d là

A. $x-2y-2=0$. **B.** $x+y+2z=0$. **C.** $x-y-2z=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SC \perp AC$. **B.** $SC \perp BD$. **C.** $SC \perp AB$. **D.** $SC \perp BC$.

Câu 34: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$ và $y=x$ là

A. $\int_{-2}^{2} |x^3-4x|\,dx$. **B.** $\int_{-2}^{2} |x^3+4x|\,dx$. **C.** $\int_{0}^{2} |x^3-4x|\,dx$. **D.** $\int_{-2}^{0} |x^3-4x|\,dx$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2-16}{54} < \log_3 \frac{x^2-16}{24}$?

A. 10. **B.** 11. **C.** 22. **D.** 20.

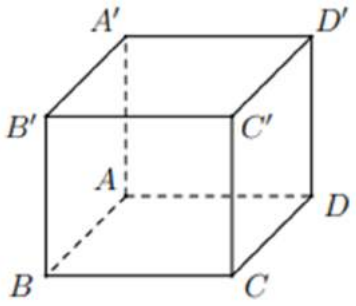
Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $Q(0;4;2)$. **B.** $M(0;4;-2)$. **C.** $N(2;2;-4)$. **D.** $P(-2;2;4)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **B.** $\frac{a^3}{16}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng



A. 30^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết e^x là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(2)=\dfrac{1}{\ln 2}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx$ bằng

A. $1+e^2+e$ **B.** $1-e^2-e$ **C.** $1+e^2-e$. **D.** $1-e^2+e$

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết $A'A=A'B=A'C=a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 42: Cho hàm số thỏa mãn $f(1)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)-\dfrac{f(x)}{x^2+x}=\dfrac{x}{x+1}$, $\forall x(0;+\infty)$. Giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_1):x+2y-2z+8=0$. **B.** $(P_4):x+2y-2z-4=0$.

C. $(P_2):x+2y-2z-8=0$. **D.** $(P_3):x+2y-2z-2=0$.

Câu 44: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu vàng. Các quả cầu đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 8 quả từ hộp đó, xác suất để số quả cầu còn lại có đủ ba màu bằng

A. $\dfrac{661}{715}$. **B.** $\dfrac{8}{15}$. **C.** $\dfrac{6}{7}$. **D.** $\dfrac{54}{715}$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+bz+c=0$ với b,c là các số thực. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w+1$ và $2w+4-3i$ với w là một số phức. Giá trị của $b+c$ bằng.

A. 1. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) dùng hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d?

A. 18. **B.** 22. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_2(16x^2+25y^2+400)+\log_3(16x^2+25y^2)\le\log_2 400+\log_3(16x^2+25y^2+800)$?

A. 54. **B.** 63. **C.** 62. **D.** 44.

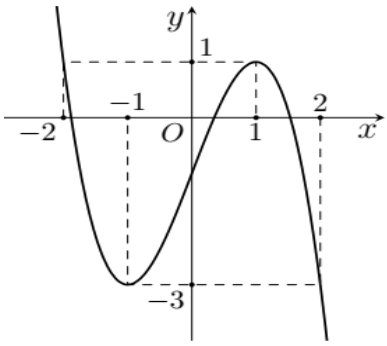
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f\left(x+2\right)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0$ có đúng ba nghiệm $x\in\left[0;+\infty\right)$

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 50: Gọi z_1,z_2 là hai số phức thỏa mãn $\left|z-3-4i\right|=5$ và $\left|z_1-z_2\right|=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\left|z_1+3z_2\right|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $2\sqrt{22}$. **B.** $8\sqrt{22}$. **C.** 20. **D.** 40.

---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.B	5.D	6.C	7.C	8.C	9.A	10.D
11.A	12.C	13.D	14.B	15.D	16.D	17.D	18.A	19.D	20.D
21.D	22.D	23.B	24.D	25.D	26.B	27.C	28.D	29.B	30.C
31.B	32.D	33.B	34.C	35.A	36.C	37.C	38.A	39.D	40.D
41.C	42.A	43.A	44.A	45.C	46.C	47.C	48.D	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=7+6i$ có tọa độ là

A. $(7;6)$. **B.** $(6;7)$. **C.** $(7;-6)$. **D.** $(-6;7)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $y'=ex^{e-1}$. **B.** $y'=\frac{1}{e}x^{e-1}$. **C.** $y'=ex^e$. **D.** $y'=x^{e-1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 11. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Số phức liên hợp của số phức $2-3i$ là

A. $-2+3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $2-3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-2)$, $N(4;-5;1)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. 49. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(2;-6;3)\Rightarrow MN=\sqrt{2^2+(-6)^2+3^2}=7$.

Câu 6: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3x-1}{x-2}=3$

Vậy đường tiệm cận ngang của hàm số là $y=3$.

Câu 7: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(2a)-\log(3a)$ bằng

A. $\log a$. **B.** $\log(6a^2)$. **C.** $\log\frac{2}{3}$. **D.** $\log\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\log(2a)-\log(3a)=\log\dfrac{2a}{3a}=\log\dfrac{2}{3}$.

Câu 8: Cho số phức $z=2+9i$. Phần ảo của số phức z^2 bằng

A. -77. **B.** 81. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$z=2+9i\Rightarrow z^2=-77+36i$.

Vậy phần ảo của số phức z^2 bằng 36.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(e;+\infty)$. **D.** $(10;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\log x$ có điều kiện xác định là $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log x$ là $(0;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\sin x-x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\cos x-x^2+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x-x^2+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=-\cos x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn D

$\int(\sin x-x)\,\mathrm{d}x=-\cos x-\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=\dfrac{1}{3}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{11}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$u_3=u_1.q^2=3.\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;1;-2)$ lên mặt phẳng (Oxy) có toạ độ là

A. $(0;0;-2)$. **B.** $(4;0;0)$. **C.** $(4;1;0)$. **D.** $(0;1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(4;1;-2)$ lên mặt phẳng (Oxy) có toạ độ là $(4;1;0)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y-4z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-4;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y-4z-1=0\Rightarrow$ mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4}=(2;3;-4)$.

Câu 14: Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6x>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<0 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là

A. $\begin{cases} x=4+3t \\ y=5-t \\ z=-7+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-4+3t \\ y=-5-t \\ z=7+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=1+5t \\ z=-2-7t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1+5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3;-1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;5;-7)$ là $\begin{cases} x=3+4t \\ y=-1+5t \\ z=2-7t \end{cases}$.

Câu 16: Cho tập hợp A có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của A bằng

A. A_{15}^2. **B.** 15^2. **C.** 30. **D.** C_{15}^2

Lời giải

Chọn D

Số tập hợp con của A là C_{15}^2.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$ có bán kính bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2-(-3)}=3$.

Câu 18: Cho $\int \ln x\,dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=\ln x$. **B.** $F'(x)=\dfrac{2}{x^2}$. **C.** $F'(x)=-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $F'(x)=\dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\,dx=2$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\,dx=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 6. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^{4}\left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_{-1}^{4} f(x)\,dx-\int_{-1}^{4} g(x)\,dx=2-3=-1$.

Câu 20: Công thức tính thể tích V khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V=2\pi rh$. **C.** $V=\pi rh$. **D.** $V=\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 21: Nếu $\int_0^2\left[\frac{1}{2}f(x)-2\right]dx=-2$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^2\left[\frac{1}{2}f(x)-2\right]dx=-2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)-\int_0^2 2dx=-2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)-4=-2\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)=4.$

Câu 22: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-i|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Theo giả thiết ta có:

$|a+bi-i|=5\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2=25\quad(1)$

$z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$ là số thuần ảo nên

$a^2-b^2=0\Leftrightarrow(a+b)(a-b)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-b\\a=b\end{array}\right.(2)$. Từ (1) và (2) suy ra:

$a=b=4$; $a=b=-3$; $a=3,b=-3$; $a=-4,b=4$

Vậy, có 4 số phức z thỏa mãn yêu cầu.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1}\geq 4$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$2^{x+1}\geq 2^2\Leftrightarrow x+1\geq 2\Leftrightarrow x\geq 1$

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;18]$

$y=-x^4+4x^2\Rightarrow y'=-4x^3+8x=-4x(x^2-2)$

$y'=0\Leftrightarrow x=0,x=\sqrt{2}$

$y(-1)=3,y(0)=0,\ y(\sqrt{2})=-4+8=4,\ y(18)=-103680$

$\Rightarrow \underset{[-1;18]}{Max}\, y=4$

Câu 25: Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm có thể tích bằng

A. $124\pi\,cm^3$. **B.** $140\pi\,cm^3$. **C.** $288\pi\,cm^3$. **D.** $96\pi\,cm^3$.

Lời giải

Chọn D

Khối nón đã cho có bán kính $r=\sqrt{10^2-8^2}=6\,cm$.

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.6^2.8=96\pi\,cm^3$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-12}{4}=\frac{y-9}{3}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;0;-2)$. **C.** $(1;1;6)$. **D.** $(12;9;1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{x-12}{4}=\dfrac{y-9}{3}=\dfrac{z-1}{1}\\ 3x+5y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-4y=0\\ x-4z-8=0\\ 3x+5y-z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=-2\end{cases}$$

Câu 27: Parabal $(P):y=x^2$ và đường cong $(C):y=x^3-x^2-x+2$ có bao nhiêu giao điểm

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x^2-x+2=x^2$

$\Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$

$\Leftrightarrow x^2(x-2)-(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right.$

Vậy Parabal $(P):y=x^2$ và đường cong $(C):y=x^3-x^2-x+2$ có 3 giao điểm.

Câu 28: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x+2022)>\log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$ là

A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $-2022<x<2023$

$\log_{\frac{2}{3}}(x+2022)>\log_{\frac{2}{3}}(2023-x)$

$\Leftrightarrow (x+2022)<(2023-x)$

$\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{2}$

Do x là số nguyên nên: $x\in\{0;-1;-2;-3;\ldots;-2021\}$. Vậy có 2022 giá trị

Câu 29: Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao là $2a$ bằng

A. $12a^2$. **B.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao là $2a$ bằng

$V=\dfrac{1}{3}.a^2.2a=\dfrac{2}{3}a^3$

Câu 30: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x+2\log x-3=0$ là

A. -2. **B.** -3. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** $\dfrac{1}{1000}$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>0$

$\log^2 x+2\log x-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log\ x=1\\ \log\ x=-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=10\\ x=10^{-3}\end{array}\right.$

Vậy tích hai nghiệm là: $\frac{1}{1000}.10=\frac{1}{100}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;2)$ và $B(3;-2;-4)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+2y-3z-5=0$. **B.** $2x-2y-3z-5=0$.

C. $2x-2y+3z+1=0$. **D.** $2x-2y-3z=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có trung điểm của AB là $I(1;0;-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;-4;-6)=2(2;-2;-3)$.

Vậy Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là:

$2(x-1)-2y-3(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-2y-3z-5=0$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d là

A. $x-2y-2=0$. **B.** $x+y+2z=0$. **C.** $x-y-2z=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có VTCP của d là $\vec{u}=(1;-1;2)$.

Do $(P)\perp d \Rightarrow (P)$ có VTPT là $\vec{u}=(1;-1;2)$.

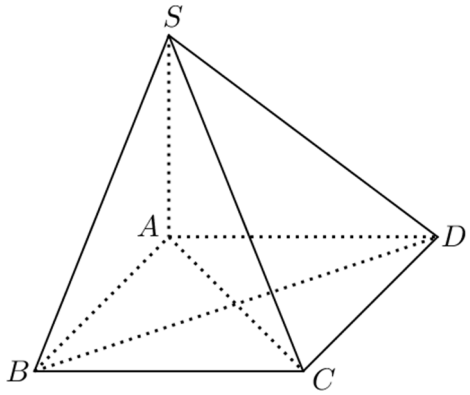
Vậy $(P): x-2-y+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SC\perp AC$. **B.** $SC\perp BD$. **C.** $SC\perp AB$. **D.** $SC\perp BC$.

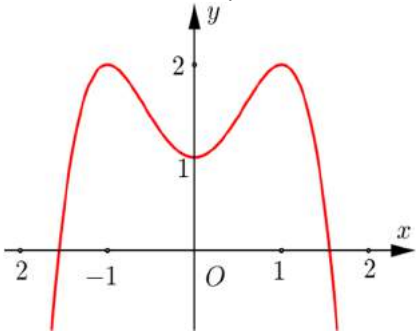
Lời giải

Chọn B



Ta có $BD\perp AC, BD\perp SA \Rightarrow BD\perp (SAC) \Rightarrow SC\perp BD$.

Câu 34: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=-x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đồ thị hàm số dạng $y=ax^4+bx^2+c$ có $a<0$ và $a.b<0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x$ và $y=x$ là

A. $\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-2}^{2}\left|x^3+4x\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\int_{0}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-2}^{0}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^3-3x=x\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$.

Vậy $S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\frac{x^2-16}{54}<\log_3\frac{x^2-16}{24}$?

A. 10. **B.** 11. **C.** 22. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

Ta có: $\log_2\frac{x^2-16}{54}<\log_3\frac{x^2-16}{24}\Leftrightarrow\log_2\left(x^2-16\right)-\log_2 54<\log_3\left(x^2-16\right)-\log_3 24$

$\Leftrightarrow\log_2 3.\log_3\left(x^2-16\right)-\log_3\left(x^2-16\right)<3\log_2 3-3\log_3 2$

$\Leftrightarrow\left(\log_2 3-1\right).\log_3\left(x^2-16\right)<3\left(\log_2 3-\log_3 2\right)$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-16\right)<\frac{3\left(\log_3 2-\log_2 3\right)}{1-\log_2 3}\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-16\right)<\frac{3\left(\log_3 2-\frac{1}{\log_3 2}\right)}{1-\frac{1}{\log_3 2}}$

$\Leftrightarrow\log_3\left(x^2-16\right)<\log_3 216\Leftrightarrow x^2-232<0\Leftrightarrow-\sqrt{232}<x<\sqrt{232}$

Kết hợp với điều kiện ta có các số nguyên x thuộc tập hợp $[-15;-5]\cup[5;15]$

Suy ra có 22 số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(1;-1;2)$ và chứa trục Ox. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $Q(0;4;2)$. **B.** $M(0;4;-2)$. **C.** $N(2;2;-4)$. **D.** $P(-2;2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;-1;2)$ và chứa trục Ox nên nhận $\vec{i}=(1;0;0)$, $\overrightarrow{OA}=(1;-1;2)$ là cặp vectơ chỉ phương.

Suy ra $\vec{n}=\left[\vec{i};\overrightarrow{OA}\right]=(0;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của (α).

Phương trình mặt phẳng (α) là

$$0.(x-0)-2.(y-0)-1.(z-0)=0\Leftrightarrow 2y+z=0$$

Dễ dàng kiểm tra $N(2;2;-4)\in(\alpha)$.

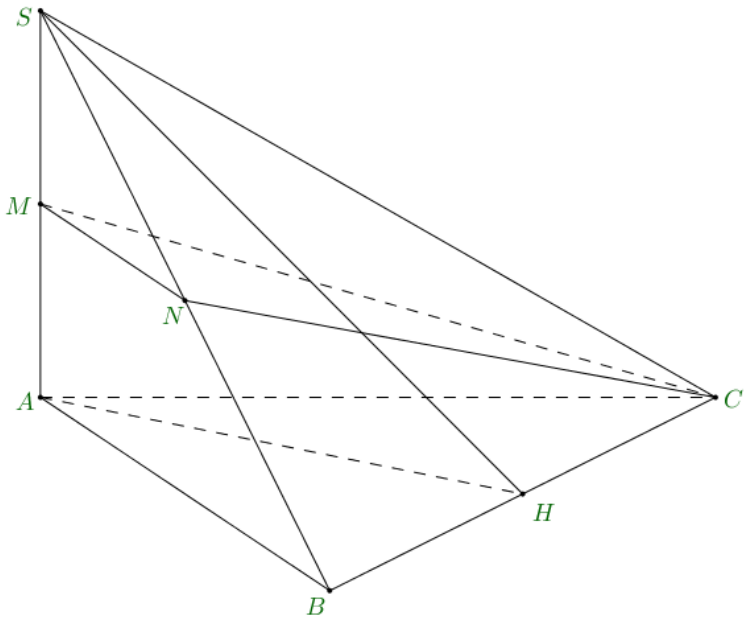
Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và góc giữa

mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **B.** $\frac{a^3}{16}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của BC. Ta có:

$(SBC)\cap(ABC)=BC$; $BC\perp AH, SA\Rightarrow BC\perp(SAH)$;

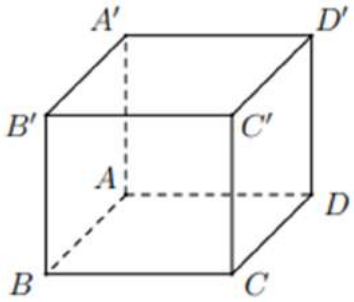
$(SAH)\cap(SBC)=SH$, $(SAH)\cap(ABC)=AH$. Suy ra, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SHA}$. Vậy $\widehat{SHA}=60°$.

Xét tam giác SHA vuông tại A, có: $AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SA=AH.\tan 60^o=\frac{3a}{2}$.

Ta có: $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}=\frac{1}{4}$.

Suy ra: $V_{S.MNC}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{1}{12}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{12}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 39: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng



A. 30^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $B'C//A'D$ nên $(A'B;B'C)=(A'B;A'D)=\widehat{BA'D}=60^0$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết e^x là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và $f(2)=\dfrac{1}{\ln 2}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx$ bằng

A. $1+e^2+e$ **B.** $1-e^2-e$ **C.** $1+e^2-e.$ **D.** $1-e^2+e$

Lời giải

Chọn D

Đặt: $\begin{cases} u=f(x) \\ dv=\dfrac{1}{x}dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du=f'(x)dx \\ v=\ln x \end{cases}$

Ta có:

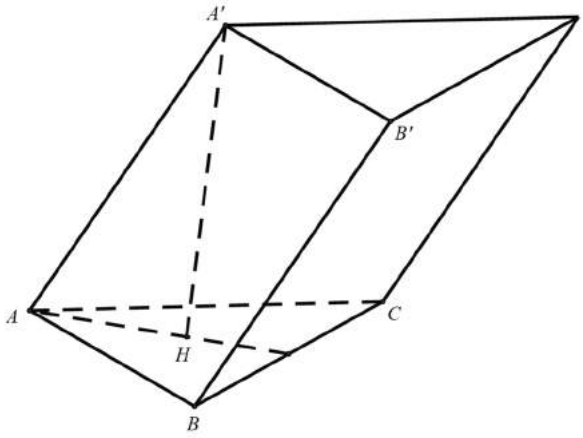
$$\int_1^2 \frac{f(x)}{x}dx = f(x)\ln x\Big|_1^2 - \int_1^2 f'(x)\ln x dx = f(2)\ln 2 - e^x\Big|_1^2 = \frac{1}{\ln 2}.\ln 2-\left(e^2-e\right)=1-e^2+e$$

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết $A'A=A'B=A'C=a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A=A'B=A'C=a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow A'H\perp(ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H=\sqrt{A'A^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}a.a.\sin 60°=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 42: Cho hàm số thỏa mãn $f(1)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)-\dfrac{f(x)}{x^2+x}=\dfrac{x}{x+1}$, $\forall x(0;+\infty)$. Giá trị của $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f'(x)-\frac{f(x)}{x^2+x}=\frac{x}{x+1}\Leftrightarrow\frac{x+1}{x}f'(x)-\frac{f(x)}{x^2}=1\Leftrightarrow\left[\frac{x+1}{x}f(x)\right]'=1\Rightarrow\frac{x+1}{x}f(x)=x+C$$

Cho $x=1\Rightarrow C+1=1\Rightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\frac{x^2}{x+1}\Rightarrow f(2)=\frac{4}{3}$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

A. $(P_1):x+2y-2z+8=0.$ **B.** $(P_4):x+2y-2z-4=0.$

C. $(P_2):x+2y-2z-8=0.$ **D.** $(P_3):x+2y-2z-2=0.$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;1)$ và $R=\sqrt{10}$.

Mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3 khi:

$d(I;(P))=\sqrt{R^2-3^2}=1$ mà trong các mặt phẳng trên thì chỉ có mặt phẳng (P_1) cách I một khoảng bằng 1.

Câu 44: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu vàng. Các quả cầu đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 8 quả từ hộp đó, xác suất để số quả cầu còn lại có đủ ba màu bằng

A. $\frac{661}{715}.$ **B.** $\frac{8}{15}.$ **C.** $\frac{6}{7}.$ **D.** $\frac{54}{715}.$

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố: "Số quả còn lại đủ ba màu" thì $\overline{A}$ là biến cố: "Số quả cầu còn lại không đủ ba màu".

Để số quả cầu còn lại không đủ ba màu ta có các TH sau: Còn lại 7 quả cầu xanh vàng, 7 quả cầu đỏ vàng, 7 quả cầu đỏ xanh.

Khi đó tổng số các kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là: $C_{11}^7+C_{10}^7+C_9^7=486.$

$$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{486}{C_{15}^8}=\frac{661}{715}$$

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+bz+c=0$ với b,c là các số thực. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $w+1$ và $2w+4-3i$ với w là một số phức. Giá trị của $b+c$ bằng.

A. 1. **B.** -9. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $w=x+yi$, ta có:

$z_1=w+1=x+yi+1=(x+1)+yi.$

$z_2=2w+4-3i=2x+2yi+4-3i=2x+4+(2y-3)i.$

Vì $w+1$ và $2w+4-3i$ là nghiệm của phương trình

$\Rightarrow w+1$ và $2w+4-3i$ là 2 số phức liên hợp của nhau.

$$\begin{cases}x+1=2x+4\\y=-2y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=1\end{cases}.$$

$\Rightarrow z_1=-2+i,\ z_2=-2-i.$

Theo Vi-ét ta có:

$$\begin{cases}z_1+z_2=-b\\z_1.z_2=c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-b=-2+i-2-i\\c=(-2+i).(-2-i)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4\\c=5\end{cases}.$$

$\Rightarrow b+c=9$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) dùng hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

A. 18. **B.** 22. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;3), R=5$.

Ta có $M\in Oy\Rightarrow M(0;a;0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến kẻ tử M đến (S).

$\Rightarrow (P)$ đi qua điểm $M(0;a;0)$ và vuông góc với đường thẳng d có $\overrightarrow{u_d}=(4;-2;1)$.

$\Rightarrow (P):4x-2(y-a)+z=0\Leftrightarrow 4x-2y+z+2a=0$.

Ta có: Từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến

$\Rightarrow$ M nằm bên ngoài đường tròn.

$(-2)^2+(a+3)^2+(-3)^2>25\Rightarrow (a+3)^2>12$ **(1)**

Ta có: (P) là mặt phẳng chứa hai tiếp tuyến kẻ từ M đến (S).

$\Rightarrow (P)$ cắt $(S)\Rightarrow d(I;(P))<R\Leftrightarrow \dfrac{|8+6+3+2a|}{\sqrt{21}}<5$.

$\Leftrightarrow |17+2a|<5\sqrt{21}$. **(2)**

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases}(a+3)^2>12\\ |17+2a|<5\sqrt{21}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a^2+6a+9>12\\ 4a^2+68a+289<525\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}a<-3-2\sqrt{3}\approx -6,46\\ a>-3+2\sqrt{3}\approx 0,46\end{array}\right.\\ \dfrac{-17-5\sqrt{21}}{2}<a<\dfrac{-17+5\sqrt{21}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}a<-3-2\sqrt{3}\approx -6,46\\ a>-3+2\sqrt{3}\approx 0,46\end{array}\right.\\ -19,95<a<2,95\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-19,95<a<-6,46\\ 0,46<a<2,95\end{array}\right.$.

Có 15 giá trị thỏa mãn điều kiện.

Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_2(16x^2+25y^2+400)+\log_3(16x^2+25y^2)\le \log_2 400+\log_3(16x^2+25y^2+800)$?

A. 54. **B.** 63. **C.** 62. **D.** 44.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x^2+y^2>0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với:

$$\log_2\left(\frac{16x^2+25y^2+400}{400}\right)+\log_3\left(\frac{16x^2+25y^2}{16x^2+25y^2+800}\right)\le 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{16x^2+25y^2}{400}+1\right)+\log_3\left(\frac{1}{1+\dfrac{800}{16x^2+25y^2}}\right)\le 0\ (1)$$

Đặt $t=\dfrac{16x^2+25y^2}{400}$ khi đó $t>0$

$(1) \Leftrightarrow \log_2(t+1)+\log_3\left(\frac{t}{t+2}\right)\le 0 \quad (2)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2(t+1)+\log_3\left(\frac{t}{t+2}\right),\ t>0$

Ta có $f'(t)=\frac{1}{(t+1)\ln 2}+\frac{2}{t(t+2)\ln 3}>0$ với mọi $t>0$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó:

$\log_2(t+1)+\log_3\left(\frac{t}{t+2}\right)\le 0 \Leftrightarrow f(t)\le f(1)\Leftrightarrow t\le 1\Rightarrow \frac{16x^2+25y^2}{400}\le 1\Leftrightarrow 16x^2+25y^2\le 400$.

Suy ra $25y^2\le 400\Rightarrow -4\le y\le 4$

Xét $y=0\Rightarrow 16x^2\le 400\Leftrightarrow -5\le x\le 5$ vì x,y không đồng thời bằng không nên có 10 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Xét $y=\pm 1\Rightarrow 16x^2+25\le 400\Rightarrow -4,8\approx -\frac{5\sqrt{15}}{4}\le x\le \frac{5\sqrt{15}}{4}\approx 4,8$: có 18 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Xét $y=\pm 2\Rightarrow 16x^2+25.4\le 400\Rightarrow -4,3\approx -\frac{5\sqrt{3}}{2}\le x\le \frac{5\sqrt{3}}{2}\approx 4,3$: có 18 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Xét $y=\pm 3\Rightarrow 16x^2+25.9\le 400\Rightarrow -3,3\approx -\frac{5\sqrt{7}}{4}\le x\le \frac{5\sqrt{7}}{4}\approx 3,3$: có 14 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Xét $y=\pm 4\Rightarrow 16x^2+25.16\le 400\Rightarrow x=0$: có 2 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có $10+18+18+14+2=62$ cặp $(x;y)$ thỏa mãn đề bài.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=3f(x+2)-x^3+3x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

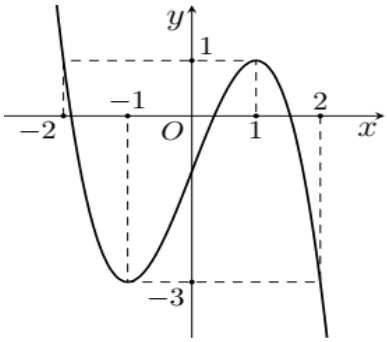
Chọn D

Ta có $y'=3f'(x+2)-3x^2+3=3\left(f'(x+2)-x^2+1\right)$

Xét hệ phương trình $\begin{cases} f'(x+2)>0 \\ -x^2+1>0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1<x+2<2 \\ 2<x+2<3 \\ x+2>4 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \\ -1<x<1 \end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<x<0 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$.

Suy ra với $x\in(-1;0)$ thì $y'>0$ vậy nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0$ có đúng ba nghiệm $x\in[0;+\infty)$

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $f\left(-x^2+4x+m\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(-x^2+4x+m\right)=-3$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-x^2+4x+m=-1\\-x^2+4x+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2-4x=m+1 & (1)\\x^2-4x=m-2 & (2)\end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=x^2-4x$ với $x\in[0;+\infty)$.

$\Rightarrow g'(x)=2x-4=0\Leftrightarrow x=2$

Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (2) có 2 ngiệm và phương trình (1) có 1 nghiệm hoặc phương trình (2) có 1 nghiệm và phương trình (1) có 2 ngiệm.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-4<m-2\le 0\\m+1>0\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-4<m+1\le 2\\m-2=-4\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}-2\le m\le 2\\m>-1\end{array}\right.\\\left\{\begin{array}{l}-5<m\le 1\\m=-2\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<m\le 2\\m=-2\end{array}\right.$. Suy ra có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 50: Gọi z_1,z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z-3-4i|=5$ và $|z_1-z_2|=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $2\sqrt{22}$. **B.** $8\sqrt{22}$. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w=z-3-4i\Rightarrow|w|=5$ và $|w_1-w_2|=4$.

Gọi A là điểm biểu diễn của số phức w_1, B là điểm biểu diễn của số phức w_2.

$OA=OB=5$ và $AB=4$.

Theo giả thuyết $|w_1-w_2|=4\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|=4\Leftrightarrow OA^2+OB^2-2\overrightarrow{OA}\overrightarrow{OB}=16\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=17$.

$\Rightarrow\left(w_1+3w_2\right)^2=\left(\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right)^2=OA^2+9OB^2+6\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=352\Rightarrow|w_1+3w_2|=4\sqrt{22}$.

$\Rightarrow P = |z_1 + 3z_2| = |w_1 + 3 + 4i + 3w_2 + 9 + 12i| = |\mathrm{w}_1 + 3w_2 + 12 + 16i|$.

$\leq |\mathrm{w}_1 + 3w_2| + |12 + 16i| = 4\sqrt{22} + 20 \Rightarrow M = 4\sqrt{22} + 20$.

$\Rightarrow P = |z_1 + 3z_2| = |w_1 + 3 + 4i + 3w_2 + 9 + 12i| = |\mathrm{w}_1 + 3w_2 + 12 + 16i|$.

$\geq \big||\mathrm{w}_1 + 3w_2| - |12 + 16i|\big| = 4\sqrt{22} - 20 \Rightarrow m = 4\sqrt{22} - 20$. $\Rightarrow M + m = 8\sqrt{22}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
YÊN BÁI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

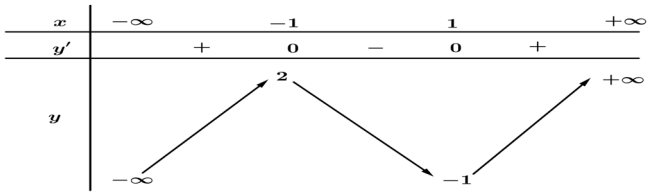
Câu 1. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$ thì thể tích khối nón bằng

A. $\pi a^3\sqrt{3}$ **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{6}$.

Câu 2. Cho a là một số thực dương khác 1. Giá trị $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}$ là

A. $\frac{1}{2023}$. **B.** -2023. **C.** $-\frac{1}{2023}$. **D.** 2023.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 4. Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x-2\log_2 x-1=0$ có hai nghiệm là a,b. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $ab=\sqrt[3]{4}$. **B.** $a+b=\frac{-1}{3}$. **C.** $a+b=\sqrt[3]{2}$. **D.** $ab=\frac{2}{3}$.

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=15$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 20.

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ với O là tâm đáy có $SO=BC=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{21}}{7}$ **B.** $\frac{3a\sqrt{13}}{13}$ **C.** $\frac{3a\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$

Câu 7. Cho $\int_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $\int_{-2}^1 \left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$:

A. 5. **B.** -3. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\sin x.\cos x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos^2 x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin^2 x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

Câu 9. Khối lập phương có độ dài đường chéo là $5\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $\frac{125}{3}$. **B.** 125. **C.** 27. **D.** $25\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=-3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -6. **B.** -7. **C.** -4. **D.** -1.

Câu 11. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ (các viên bi cùng màu là khác nhau). Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Khi tính xác suất của biến cố "Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh", ta được kết quả

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 12. Số cách xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một dãy ghế hàng ngang có 6 chỗ ngồi là

A. 12. **B.** 720. **C.** 36. **D.** 6.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right)\le 2$ là

A. $[-4;-3)\cup(0;1]$. **B.** $(0;1]$. **C.** $[-4;-3]\cup[0;1]$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 14. Số phức liên hợp của $z=(1-2i)^3$ là

A. $(1+2i)^3$. **B.** $-3-4i$. **C.** $-3+4i$. **D.** $1+2i$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;-3)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $(-3;0)$.

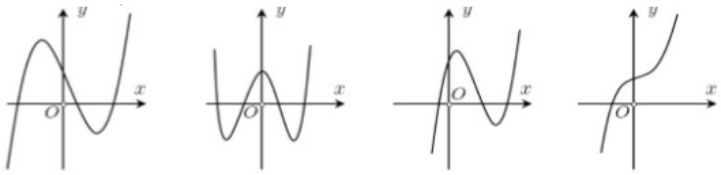
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng:

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 120°.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

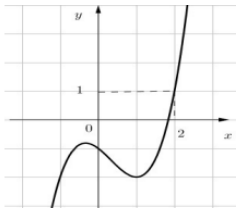
Câu 18. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình dưới đây ?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Câu 19. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x+1}<e$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

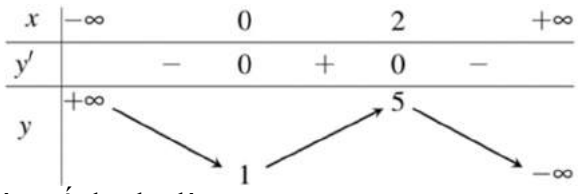
Câu 21. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{6}{x-5}$ là:

A. $y=0$. **B.** $y=-6$. **C.** $x=5$. **D.** $y=6$.

Câu 22. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $\frac{e^{e+1}}{e+1}$. **B.** ex^{e-1}. **C.** x^{e-1}. **D.** $(e-1)x^{e-1}$.

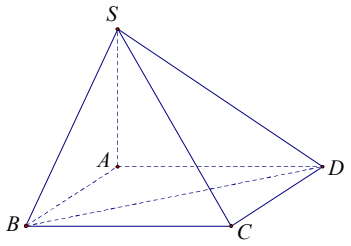
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng



A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 25. Tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\overline{z}+1+2i\right|=2$ là

A. đường tròn $I(1;2)$, bán kính $R=2$. **B.** đường tròn $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.

C. đường tròn $I(-1;-2)$, bán kính $R=2$. **D.** đường tròn $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x}+x$ là

A. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+\dfrac{x^2}{2}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2x+1}\mathrm{e}^{2x+1}+\dfrac{x^2}{2}+C$.

C. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $2\mathrm{e}^{2x}+1+C$.

Câu 27: Trên khoảng $(1,+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $\dfrac{1}{x-1}$. **B.** $\dfrac{e}{\ln(x-1)}$. **C.** $\dfrac{1}{\ln x}$. **D.** $x-1$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-1;-2)$ là

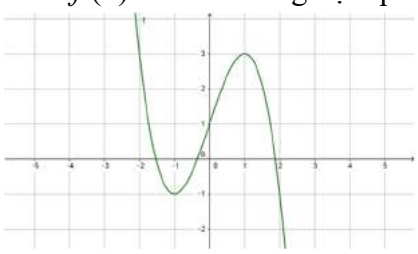
A. $x-2y+2z-1=0$. **B.** $x-2y+2z+1=0$.

C. $3x-y-2z+1=0$. **D.** $3x-y-2z-1=0$.

Câu 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=2x-x^2, y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\dfrac{a}{b}+1\right)$ với $a,b\in\mathbb{N};\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó

A. $ab=12$. **B.** $ab=15$. **C.** $ab=18$. **D.** $ab=16$.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 31. Cho số phức $z=2-3i$. Số phức $\mathrm{w}=\dfrac{z-2}{\overline{z}+2i}$ có phần thực bằng:

A. $\dfrac{-15}{29}$. **B.** 15. **C.** -15. **D.** $\dfrac{15}{29}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

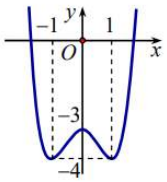
A. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(4;-2;1)$ và $N(5;2;3)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\begin{cases}x=4-t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-5+t\\y=2+4t\\z=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5-t\\y=2-4t\\z=3-2t\end{cases}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;-4)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(0;-3)$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc. Biết $SA=3a$, $AB=4a$, $AC=2a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 36. Cho mặt phẳng (α) cắt mặt cầu $S(I;R)$ theo một thiết diện là đường tròn có bán kính $r=R$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (α). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+3=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $OM=\sqrt{3}$.

A. $(1;-1;-1);\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;-1;-1);\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

C. $(1;-1;1);\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $(1;-1;-1);\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc Δ?

A. $F(3;-4;5)$. **B.** $E(2;-2;3)$. **C.** $N(1;0;1)$. **D.** $M(0;2;1)$.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120^o$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60°. Đỉnh A' cách đều các điểm A,B,D. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 40. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+2m^2-2m=0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-2|=|z_2-2|$

A. 4043. **B.** 4046. **C.** 4045. **D.** 4042.

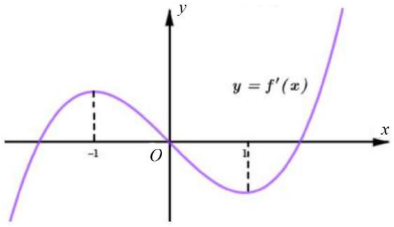
Câu 41. Cho hình nón đỉnh S có đường tròn đáy tâm O và góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua S cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $18\pi\sqrt{3}$.Tính diện tích tam giác SAB.

A. 27. **B.** 18. **C.** 21. **D.** 12.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x);G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $F(2)+2023.G(0)=5$ và $F(0)+2023\cdot G(2)=2$. Khi đó $\int_3^5 f(5-x)dx$ bằng

A. $-\dfrac{3}{2022}$. **B.** 2023. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2022}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $g(x)=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 44. Giả sử z_1,z_2 là hai trong số các số phức thỏa mãn $(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $5-\sqrt{21}$. **B.** $20-4\sqrt{21}$. **C.** $20-4\sqrt{22}$. **D.** $5-\sqrt{22}$.

Câu 45. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T các phần tử thuộc tập S.

A. $T=12$. **B.** $T=-12$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=10$.

Câu 46. Tìm số các giá trị nguyên của x sao cho với mỗi x tồn tại đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|}\le \log_{y^2+3}(|x-2y|+3)$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2. Khoảng cách từ điểm $M(-1;3;2)$ đến (P) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{14\sqrt{10}}{15}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{10}}{15}$. **D.** $\dfrac{14}{\sqrt{10}}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thoả mãn đồng thời các điều kiện $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x)=(2x^3+x^2)f^2(x)$, $\forall x\in[1;2]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=1,x=2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < S < \frac{1}{2}$. **B.** $2 < S < 3$. **C.** $1 < S < \frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2} < S < 1$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và hai điểm $A(4;2;4), B(1;4;2)$. MN là dây cung của mặt cầu thỏa mãn $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u} = (0;1;1)$ và $MN = 4\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 7. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 50. Cho bất phương trình $\log_3(x+1) + \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq \log_4(x+1)^2 - \log_3\left(\frac{x-2}{4}\right) - 2$. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

PHẦN II: BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.A	5.B	6.B	7Đ	8.C	9.B	10.C
11.A	12.B	13.A	14.A	15.C	16.C	17.A	18.D	19.B	20.D
21.A	22.B	23.A	24.C	25.D	26.A	27.A	28.D	29.B	30.D
31.A	32.D	33.D	34.D	35.B	36.B	37.C	38.D	39.A	40.D
41.B	42.A	43.C	44.C	45.B	46.D	47.C	48.A	49.C	50.A

PHẦN III: LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối nón tròn xoay có chiều cao bằng a và bán kính đáy bằng $a\sqrt{2}$ thì thể tích khối nón bằng

A. $\pi a^3\sqrt{3}$ **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.a=\frac{2}{3}\pi a^3$.

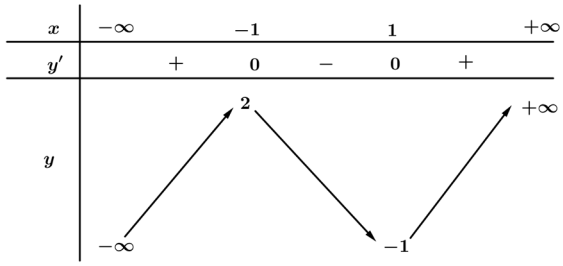
Câu 2. Cho a là một số thực dương khác 1. Giá trị $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}$ là

A. $\frac{1}{2023}$. **B.** -2023. **C.** $-\frac{1}{2023}$. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{a}} a^{2023}=\log_{a^{-1}} a^{2023}=-\log_a a^{2023}=-2023$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 4. Biết rằng phương trình $3\log_2^2 x-2\log_2 x-1=0$ có hai nghiệm là a,b. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $ab=\sqrt[3]{4}$. **B.** $a+b=\frac{-1}{3}$. **C.** $a+b=\sqrt[3]{2}$. **D.** $ab=\frac{2}{3}$.

Lời giải

Xét phương trình $3\log_2^2 x-2\log_2 x-1=0\ \ (x>0)$

Đặt $\log_2 x=t$, phương trình trở thành: $3t^2-2t-1=0\Leftrightarrow(3t+1)(t-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{-1}{3}\\t=1\end{array}\right.$.

Với $t=\frac{-1}{3}$ thì $\log_2 x=\frac{-1}{3}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

Với $t=1$ thì $\log_2 x=1\Leftrightarrow x=2$.

Vậy $ab=\sqrt[3]{4}$

Câu 5. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=15$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 20.

Lời giải

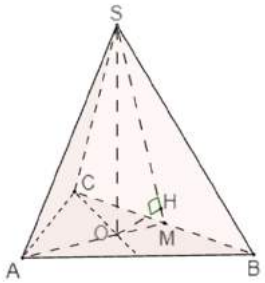
Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=15-5=10$.

Câu 6. Cho hình chóp đều $S.ABC$ với O là tâm đáy có $SO=BC=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{21}}{7}$ **B.** $\dfrac{3a\sqrt{13}}{13}$ **C.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$ **D.** $\dfrac{3a\sqrt{10}}{10}$

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AM\perp BC$

$d\left(A;(SBC)\right)=3d\left(O;(SBC)\right)$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}BC\perp OM\\BC\perp SO\\OM\cap SO=O\\OM,SO\subset(SOM)\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SOM)$

Kẻ $OH\perp SM$. Vì $\left.\begin{array}{l}BC\perp(SOM)\\OH\subset(SOM)\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp OH$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}OH\perp SM\\OH\perp BC\\SM\cap BC=M\\SM,BC\subset(SBC)\end{array}\right\}\Rightarrow OH\perp(SBC)$ tại H

Do đó $d\left(O;(SBC)\right)=OH$

Ta có $SO=a;\ OM=\dfrac{1}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

Xét tam giác vuông SOM ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{13}{a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{13}}{13}$$

$$d\left(A;(SBC)\right)=3d\left(O;(SBC)\right)=\frac{3a\sqrt{13}}{13}$$

Câu 7. Cho $\int_{-2}^1 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $\int_{-2}^1\left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$:

A. 5. **B.** -3. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

$$\int_{-2}^{1}\left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x=2.\int_{-2}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{1}1\mathrm{d}x=3$$

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\sin x.\cos x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos^2 x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin^2 x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

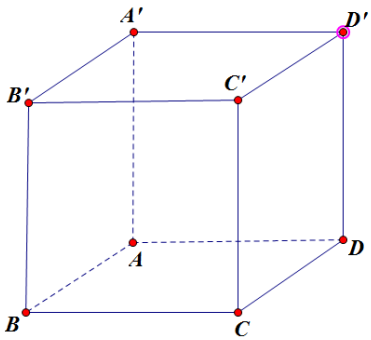
Lời giải

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sin x.\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int \sin 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin^2 x+C$$

Câu 9. Khối lập phương có độ dài đường chéo là $5\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. $\frac{125}{3}$. **B.** 125. **C.** 27. **D.** $25\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh là $x,(x>0)$; theo giả thiết có $A'C=5\sqrt{3}$.

$\Rightarrow AC=\sqrt{x^2+x^2}=x\sqrt{2}$

Xét tam giác $A'AC$ là tam giác vuông tại A có:

$A'C=\sqrt{AC^2+A'A^2}=\sqrt{2x^2+x^2}=x\sqrt{3}=5\sqrt{3}\Rightarrow x=5$

Vậy thể tích khối lập phương đã cho bằng: $V=5^3=125$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=-3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -6. **B.** -7. **C.** -4. **D.** -1.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có: $u_{n+1}=u_1+(n-1)d$

$\Rightarrow u_3=2+(3-1).(-3)=-4$.

Câu 11. Một bình đựng 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ (các viên bi cùng màu là khác nhau). Lấy ngẫu nhiên một viên bi, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi nữa. Khi tính xác suất của biến cố "Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh", ta được kết quả

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lấy lần thứ hai được một viên bi xanh". Có hai trường hợp xảy ra

Biến cố B: "Lấy lần thứ nhất được bi xanh, lấy lần thứ hai cũng được một bi xanh".

Xác suất trong trường hợp này là $P_B=\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$

Biến cố C: "Lấy lần thứ nhất được bi đỏ, lấy lần thứ hai được bi xanh".

Xác suất trong trường hợp này là $P_c=\frac{3}{8}\cdot\frac{5}{7}=\frac{15}{56}$

Ta thấy 2 biến cố B và C là xung khắc nên

$P_A = P_B + P_C = \frac{5}{14} + \frac{15}{56} = \frac{5}{8}$.

Câu 12. Số cách xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một dãy ghế hàng ngang có 6 chỗ ngồi là

A. 12. **B.** 720. **C.** 36. **D.** 6.

Lời giải

Số cách xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một dãy ghế hàng ngang có 6 chỗ ngồi là $6! = 720$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right) \le 2$ là

A. $[-4;-3)\cup(0;1]$. **B.** $(0;1]$. **C.** $[-4;-3]\cup[0;1]$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Ta có $\log_2\left(x^2+3x\right) \le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3x>0 \\ x^2+3x \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>0 \end{array}\right. \\ [-4;1] \end{cases} \Leftrightarrow [-4;-3)\cup(0;1]$.

Câu 14. Số phức liên hợp của $z=(1-2i)^3$ là

A. $(1+2i)^3$. **B.** $-3-4i$. **C.** $-3+4i$. **D.** $1+2i$.

Lời giải

Ta có $\overline{z} = \overline{(1-2i)^3} = \left(\overline{1-2i}\right)^3 = (1+2i)^3$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=-3i$ có tọa độ là

A. $(-3;1)$. **B.** $(1;-3)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $(-3;0)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn của $z=-3i$ có tọa độ là $(0;-3)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng:

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 120°.

Lời giải

Vì $Oy \perp (Oxz) \Rightarrow$ góc giữa trục Oy và mặt phẳng (Oxz) bằng 90°.

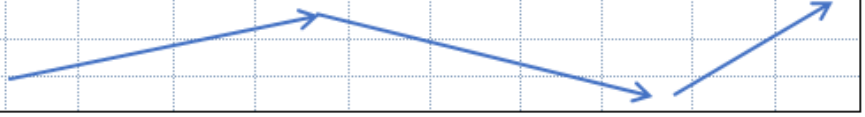
Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

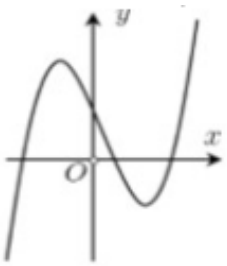
Ta có: $y'=0 \Leftrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=-5 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

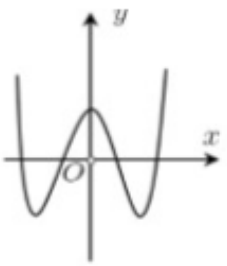
x	$-\infty$		-5		-1		2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y											

Dựa vào bảng xét dấu y' ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu.

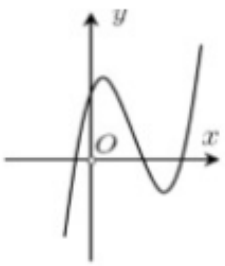
Câu 18. Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình dưới đây ?



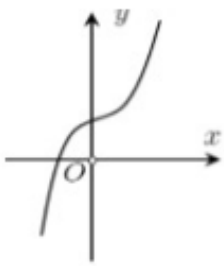
Hình 1



Hình 2



Hình 3



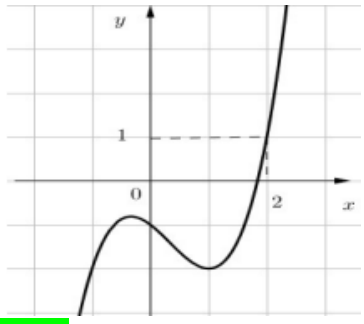
Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Lời giải

Hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$ có đồ thị là hình 2.

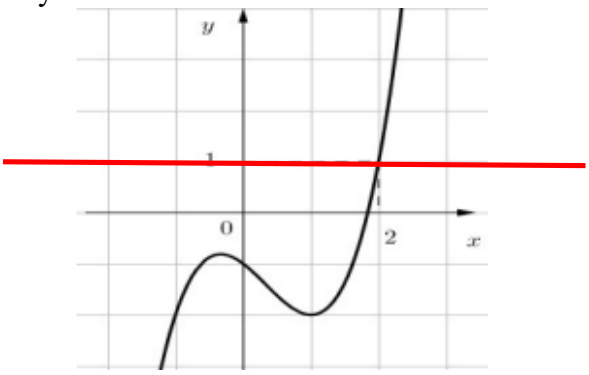
Câu 19. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là



A. $(0;2)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Ta thấy:



y=1

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y=1$ là $(2;1)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x+1}<e$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có $e^{x^2-x+1}<e \Leftrightarrow x^2-x+1<1 \Leftrightarrow x^2-x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$

Câu 21. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6}{x-5}$ là:

A. $y=0$. **B.** $y=-6$. **C.** $x=5$. **D.** $y=6$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{6}{x-5}=0$

Suy ra, đồ thị hàm số $y=\dfrac{6}{x-5}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Câu 22. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^e$ là

A. $\dfrac{e^{e+1}}{e+1}$. **B.** ex^{e-1}. **C.** x^{e-1}. **D.** $(e-1)x^{e-1}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left(x^{e}\right)'=ex^{e-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

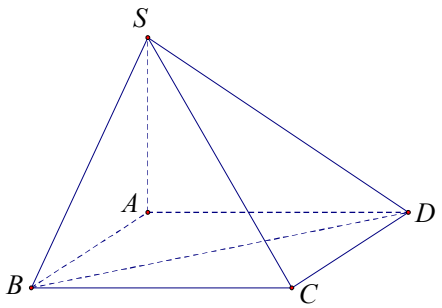
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

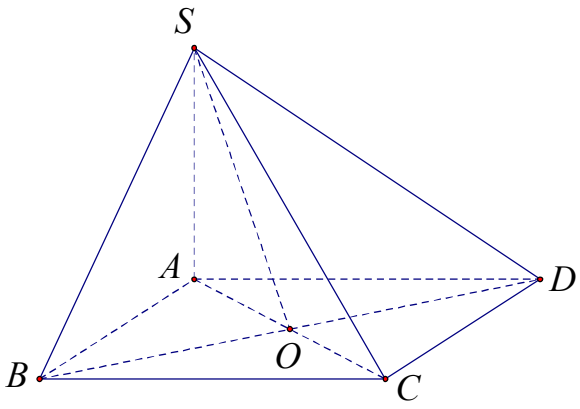
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là 5.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng



A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC, BD. Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có

$BD\perp SA$ (vì $SA\perp(ABCD)$)

$BD\perp AC$ (vì $ABCD$ là hình vuông)

$\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp SO$.

Vì $(SBD)\cap(ABCD)=BD$, $SO\subset(SBD), SO\perp BD$ tại O, $AO\subset(ABCD), AO\perp BD$ tại O nên góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng SO, AO, và là góc $\widehat{SOA}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O, ta có $\tan\widehat{SOA}=\dfrac{SA}{AO}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}:\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}$.

Suy ra $\widehat{SOA}=60°$. Vậy Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$.

Câu 25. Tập hợp biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\overline{z}+1+2i\right|=2$ là

A. đường tròn $I(1;2)$, bán kính $R=2$.
B. đường tròn $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.
C. đường tròn $I(-1;-2)$, bán kính $R=2$.
D. đường tròn $I(-1;2)$, bán kính $R=2$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi\Rightarrow\overline{z}=a-bi$

$\left|\overline{z}+1+2i\right|=2\Rightarrow\left|a-bi+1+2i\right|=2\Rightarrow\left|(a+1)+(2-b)i\right|=2$

$\Rightarrow\sqrt{(a+1)^2+(2-b)^2}=2\Rightarrow(a+1)^2+(2-b)^2=4$

Suy ra: $I(-1;2)$, $R=2$.

Câu 26. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x}+x$ là

A. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+\dfrac{x^2}{2}+C$.
B. $\dfrac{1}{2x+1}\mathrm{e}^{2x+1}+\dfrac{x^2}{2}+C$.
C. $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x}+\dfrac{x^2}{2}+C$.
D. $2\mathrm{e}^{2x}+1+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(e^{2x}+x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{2x}+\dfrac{1}{2}x^2+C$.

Câu 27: Trên khoảng $(1,+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $\dfrac{1}{x-1}$.
B. $\dfrac{e}{\ln(x-1)}$.
C. $\dfrac{1}{\ln x}$.
D. $x-1$.

Lời giải

Ta có: $y=\ln(x-1)\Rightarrow y'=\dfrac{(x-1)'}{x-1}=\dfrac{1}{x-1}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-1;-2)$ là

A. $x-2y+2z-1=0$.
B. $x-2y+2z+1=0$.
C. $3x-y-2z+1=0$.
D. $3x-y-2z-1=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-1;-2)$ là:

$3(x-1)-1(y+2)-2(z-2)=0\Leftrightarrow 3x-y-2z-1=0$.

Câu 29. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=2x-x^2, y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\dfrac{a}{b}+1\right)$ với $a,b\in\mathbb{N};\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó

A. $ab=12$.
B. $ab=15$.
C. $ab=18$.
D. $ab=16$.

Lời giải

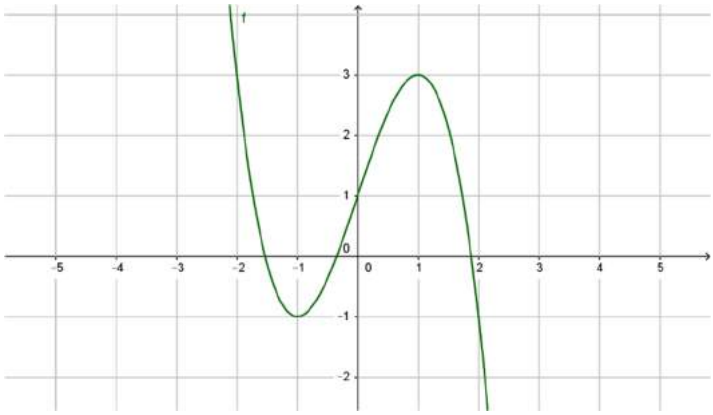
Ta có phương trình hoành độ giao điểm là: $2x-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$V=\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)^2dx=\pi\left(\frac{1}{15}+1\right)$.

Vì $V=\pi\left(\frac{a}{b}+1\right)$, suy ra $\frac{a}{b}=\frac{1}{15}\Rightarrow ab=15$.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

+ Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

+ Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt khi $-1<m<3$.

Do m nhận giá trị nguyên dương nên $m=1;m=2$.

Câu 31. **[Mức độ 2]**: Cho số phức $z=2-3i$. Số phức $\mathrm{w}=\frac{z-2}{\overline{z}+2i}$ có phần thực bằng:

A. $\frac{-15}{29}$. **B.** 15. **C.** -15. **D.** $\frac{15}{29}$.

Lời giải

Ta có $\mathrm{w}=\frac{z-2}{\overline{z}+2i}=\frac{2-3i-2}{2+3i+2i}=\frac{-3i}{2+5i}=\frac{-3i(2-5i)}{(2+5i)(2-5i)}=-\frac{15}{29}-\frac{6}{29}i$

Vậy phần thực của số phức w là $-\frac{15}{29}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Lời giải

Ta có bán kính mặt cầu là $R=IM=5$

Phương trình mặt cầu là $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(4;-2;1)$ và $N(5;2;3)$. Đường thẳng MN có phương trình là

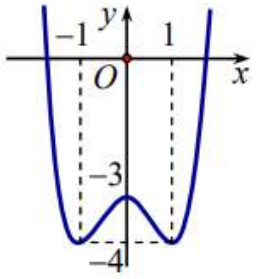
A. $\begin{cases}x=4-t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-2-4t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-5+t\\y=2+4t\\z=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5-t\\y=2-4t\\z=3-2t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng MN qua $N(5;2;3)$ và có 1 VTCP $\overrightarrow{NM}=(-1;-4;-2)$ là

$$\begin{cases} x=5-t \\ y=2-4t \\ z=3-2t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$

Câu 34. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-1;-4)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(0;-3)$.

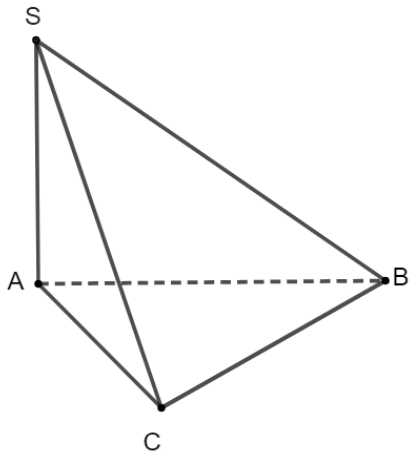
Lời giải

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-3)$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc. Biết $SA=3a$, $AB=4a$, $AC=2a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

A. $V=6a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải



Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{1}{2}.4a.2a=4a^2$.

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.4a^2.3a=4a^3$.

Câu 36. Cho mặt phẳng (α) cắt mặt cầu $S(I;R)$ theo một thiết diện là đường tròn có bán kính $r=R$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (α). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Lời giải.

Khi mặt phẳng (α) cắt mặt cầu $S(I;R)$ theo một thiết diện là đường tròn có bán kính $r=R$ thì thiết diện chính là một đường tròn lớn. Nghĩa là mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu, do đó khoảng cách từ tâm I đến mp(α): $d=0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$ và mặt phẳng (P): $x+2y-2z+3=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P). Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $OM=\sqrt{3}$.

A. $(1;-1;-1);\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

B. $(1;-1;-1);\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

C. $(1;-1;1);\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

D. $(1;-1;-1);\left(\frac{5}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Vì $d\perp(P)$ nên d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(2;1;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-2)$ là $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-1-2t\end{cases}$.

Vì M thuộc d nên $M(2+t;1+2t;-1-2t)$.

Theo đề $OM=\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{(2+t)^2+(1+2t)^2+(-1-2t)^2}=\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow\sqrt{9t^2+12t+6}=\sqrt{3}\Leftrightarrow 9t^2+12t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$

Với $t=-1$ thì $M(1;-1;1)$.

Với $t=-\frac{1}{3}$ thì $M\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc Δ?

A. $F(3;-4;5)$.

B. $E(2;-2;3)$.

C. $N(1;0;1)$.

D. $M(0;2;1)$.

Lời giải

Thế tọa độ các điểm vào phương trình chính tắc của Δ thì điểm $M(0;2;1)$ không thỏa mãn.

Vậy M không thuộc Δ.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120^o$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60°. Đỉnh A' cách đều các điểm A,B,D. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đã cho.

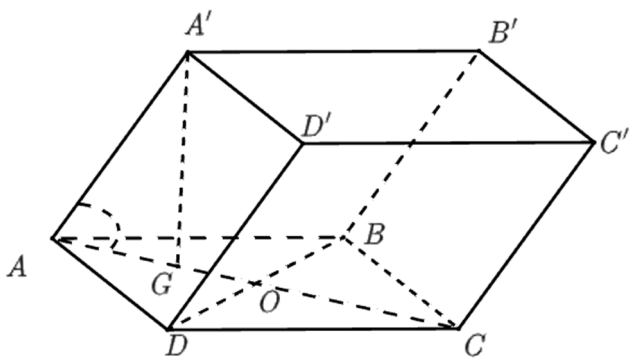
A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V=a^3\sqrt{3}$.

D. $V=\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải.



Do $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120^o$ nên tam giác ABD là tam giác đều cạnh a.

Ta có $S_{ABCD}=2.S_{ABD}=2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABD khi đó G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD

$\Rightarrow AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do A' cách đều các điểm A,B,D nên $A'G\perp(ABD)$, khi đó góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy là góc $\widehat{A'AG}\Rightarrow\widehat{A'AG}=60^o\Rightarrow A'G=AG.\tan 60^o=a$.

Khi đó ta có: $V=A'G.S_{ABCD}=a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+2m^2-2m=0$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-2023;2023)$ để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-2|=|z_2-2|$

A. 4043. **B.** 4046. **C.** 4045. **D.** 4042.

Lời giải

Đặt $t=z-2$, phương trình trở thành:

$(t+2)^2-2m(t+2)+2m^2-2m=0\Leftrightarrow t^2+2(2-m)t+2m^2-6m+4=0$ (1)

YCBT $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $|t_1|=|t_2|$

$\Delta'=-m^2+2m$

Trường hợp 1: $\Delta'>0\Leftrightarrow 0<m<2$

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt thỏa

$|t_1|=|t_2|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1=-t_2\\t_1=t_2\ (l)\end{array}\right.\Leftrightarrow t_1+t_2=0\Leftrightarrow m-2=0\Leftrightarrow m=2$ (loại)

Trường hợp 2: $\Delta'<0\Leftrightarrow m<0\vee m>2$

Phương trình có hai nghiệm phức t_1, t_2

Ta có phương trình (1) là phương trình bậc hai có các hệ số là số thực và có nghiệm phức thì hai nghiệm phức là liên hợp của nhau, khi đó modun 2 nghiệm luôn bằng nhau.

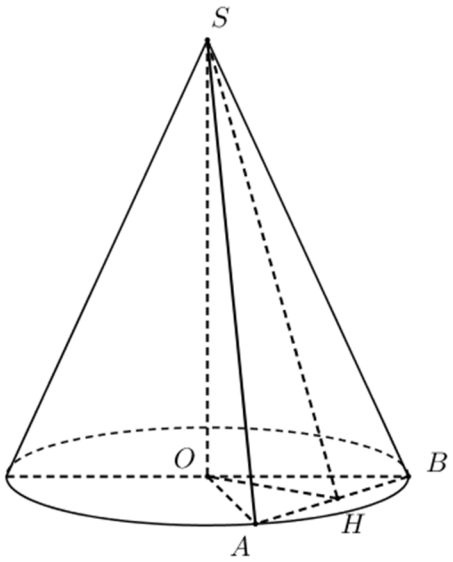
Do đó $|t_1|=|t_2|\ \forall m,\ m<0\vee m>2$

Kết hợp $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m\in(-2023;2023)\end{cases}$ ta được $-2022\le m\le -1\vee 3\le m\le 2022$: suy ra m có 2022+2020=4042 giá trị.

Câu 41. Cho hình nón đỉnh S có đường tròn đáy tâm O và góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua S cắt hình nón theo thiết diện là tam giác SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3, diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $18\pi\sqrt{3}$.Tính diện tích tam giác SAB.

A. 27. **B.** 18. **C.** 21. **D.** 12.

Lời giải



Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow d\left(AB,SO\right)=OH=3$

Gọi r,l lần lượt là bán kính và đường sinh của hình nón.

Theo bài ra ta có:

$$\begin{cases} l=\dfrac{r}{\sin 60^0} \\ \pi.r.l=18\pi\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l=\dfrac{2r\sqrt{3}}{3} \\ \pi.r.\dfrac{2r\sqrt{3}}{3}=18\pi\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l=6 \\ r=3\sqrt{3} \end{cases}$$

Trong $\triangle OHB: BH^2=OB^2-OH^2 \Rightarrow BH=3\sqrt{2} \Rightarrow AB=6\sqrt{2}$

Vậy $\triangle SAB$ vuông cân tại S. (vì $SA^2+SB^2=AB^2$)

Diện tích $\triangle SAB$ là: $S=\dfrac{1}{2}.SA.SB=\dfrac{1}{2}.6.6=18$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x);G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $F\left(2\right)+2023.G\left(0\right)=5$ và $F\left(0\right)+2023\cdot G\left(2\right)=2$. Khi đó $\int_3^5 f(5-x)dx$ bằng

A. $-\dfrac{3}{2022}$. **B.** 2023. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2022}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\begin{cases} F\left(2\right)+2023.G\left(0\right)=5 \\ F\left(0\right)+2023\cdot G\left(2\right)=2 \end{cases} \Leftrightarrow F(\ )-F(\ )+\quad \left(G(\ )-G(\ )\right)=3.$ 2

Do $\int_0^2 f\left(x\right)dx=F\left(2\right)-F\left(0\right)=G\left(2\right)-G\left(0\right)$ nên

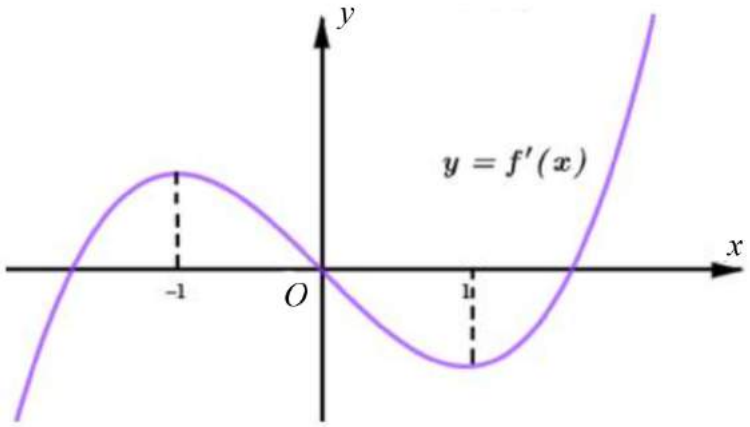
$F\left(2\right)-F\left(0\right)+2023\left(G\left(0\right)-G\left(2\right)\right)=3$

$\Leftrightarrow -2022\left[F\left(2\right)-F\left(0\right)\right]=3$

$\Leftrightarrow F\left(2\right)-F\left(0\right)=\dfrac{-3}{2022}$

Đặt $5-x=t$. Khi đó $\int_3^5 f(5-x)dx=\int_0^2 f(t)dt=F\left(2\right)-F\left(0\right)=\dfrac{-3}{2022}$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f\left(1\right)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ



Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Xét hàm số $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|=\left|4f(\sin x)+1-2\sin^2 x-a\right|$.

Đặt $t=\sin x$, với $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì $t\in(0;1)$. Hàm số $g(x)$ trở thành

$k(t)=\left|4f(t)+1-2t^2-a\right|=\sqrt{\left(4f(t)+1-2t^2-a\right)^2}$.

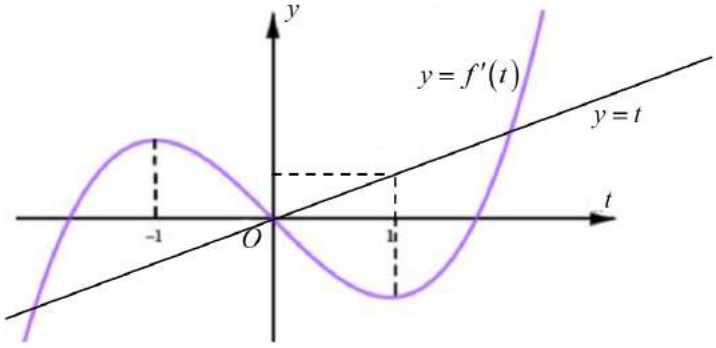
$k'(t)=\dfrac{\left[4f(t)+1-2t^2-a\right].\left[4f'(t)-4t\right]}{\sqrt{\left(4f(t)+1-2t^2-a\right)^2}}$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $k(t)=\sqrt{\left(4f(t)+1-2t^2-a\right)^2}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

$\Leftrightarrow k'(t)\le 0,\forall t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow\left[f'(t)-t\right].\left[4f(t)+1-2t^2-a\right]\le 0,\forall t\in(0;1)$ (*)

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đường thẳng $y=t$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình dưới đây



Ta thấy trên khoảng $(0;1)$, đường thẳng $y=t$ nằm trên đồ thị hàm số $y=f'(t)$ $\Rightarrow f'(t)-t<0,\forall t\in(0;1)$.

Do đó, (*) $\Leftrightarrow 4f(t)+1-2t^2-a\ge 0,\forall t\in(0;1)\Leftrightarrow a-1\le 4f(t)-2t^2,\forall t\in(0;1)$ (1)

Đặt $h(t)=4f(t)-2t^2$.

$h'(t)=4f'(t)-4t=4\left[f'(t)-t\right]<0,\forall t\in(0;1)\Rightarrow h(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

$h(1)=4f(1)-2.1^2=2$.

Khi đó, $(1)\Leftrightarrow a-1\le h(1)\Leftrightarrow a-1\le 2\Leftrightarrow a\le 3$, mà a nguyên dương nên $a\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

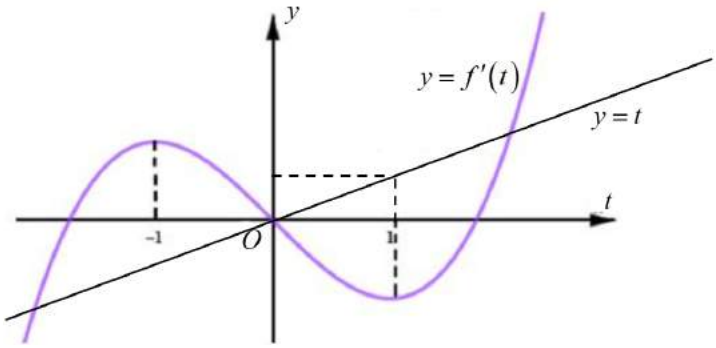
Cách 2 (Jonson Do):

Ta có $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|=\left|4f(\sin x)+1-2\sin^2 x-a\right|$.

Đặt $t=\sin x$, với $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì $t\in(0;1)$. Hàm số $g(x)$ trở thành $h(t)=\left|4f(t)+1-2t^2-a\right|$.

Xét $k(t)=4f(t)+1-2t^2-a$, $t\in(0;1)\Rightarrow k'(t)=4f'(t)-4t$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đường thẳng $y=t$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình dưới đây



Ta thấy trên khoảng $(0;1)$, đường thẳng $y=t$ nằm trên đồ thị hàm số $y=f'(t)$ $\Rightarrow f'(t)-t<0,\forall t\in(0;1)\Rightarrow k'(t)<0,\forall t\in(0;1)$. Suy ra $k(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ hàm số $h(t)=\left|4f(t)+1-2t^2-a\right|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ $\Leftrightarrow k(1)\ge 0\Leftrightarrow 4f(1)-1-a\ge 0\Leftrightarrow 4.1-1-a\ge 0\Leftrightarrow a\le 3$.

Mà a nguyên dương nên $a\in\{1;2;3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Giả sử z_1,z_2 là hai trong số các số phức thỏa mãn $(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $5-\sqrt{21}$. **B.** $20-4\sqrt{21}$. **C.** $20-4\sqrt{22}$. **D.** $5-\sqrt{22}$.

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có: $(z-6)(8+\overline{zi})=(x+yi-6)(8+\overline{(x+yi)i})$

$=(x-6+yi)(8-y-xi)$

$=8x+6y-48+(-x^2-y^2+6x+8y)i$.

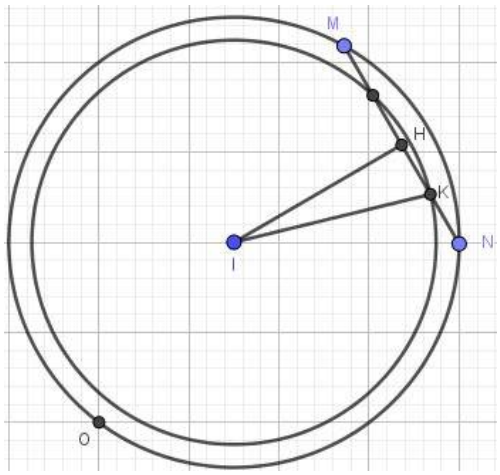
$(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực $\Leftrightarrow -x^2-y^2+6x+8y=0\Leftrightarrow x^2+y^2-6x-8y=0$.

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$.

Gọi $M(z_1),N(z_2)\Rightarrow M,N\in(C)$ và $|z_1-z_2|=MN=4$.

Khi đó: $T=|z_1+3z_2|=\left|\overrightarrow{OM}+3\overrightarrow{ON}\right|=\left|4\overrightarrow{OK}\right|=4OK$.

Với K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KM}+3\overrightarrow{KN}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MK}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{MN}$.



Gọi H là trung điểm $MN \Rightarrow IK^2 = IH^2 + HK^2 = IM^2 - MH^2 + HK^2 = 25 - 4 + 1 = 22$

$\Rightarrow IK = \sqrt{22} \Rightarrow K$ thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I(3;4)$, bán kính $R_1 = \sqrt{22}$.

Do đó: $T_{\min} \Leftrightarrow OK_{\min} \Leftrightarrow O, I, K$ thẳng hàng $\Leftrightarrow OK_{\min} = OI - IK = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $T_{\min} = 4OK_{\min} = 20 - 4\sqrt{22}$.

Câu 45. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T các phần tử thuộc tập S.

A. $T = 12$. **B.** $T = -12$. **C.** $T = -10$. **D.** $T = 10$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox là

$$x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 1 = -2m \quad (1).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	28	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2m = 28 \\ -2m = -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -14 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Vậy $T = -14 + 2 = -12$.

Câu 46. Tìm số các giá trị nguyên của x sao cho với mỗi x tồn tại đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2 - |x-2y|} \le \log_{y^2+3}(|x-2y|+3)$.

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Đặt $y^2 + 3 = a$; $|x - 2y| + 3 = b \Rightarrow a, b \ge 3$. Khi đó

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3^{a-b} \le \log_a b \Leftrightarrow \dfrac{3^a}{3^b} \le \dfrac{\ln b}{\ln a} \Leftrightarrow 3^a \ln a \le 3^b \ln b \quad (2)$

Xét hàm số $f(t) = 3^t \ln t$ trên $[3; +\infty)$.

$f'(t)=3^t.\ln 3.\ln t+\dfrac{3^t}{t}>0,\forall t\ge 3\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $[3;+\infty)$.

Do đó $(2)\Leftrightarrow a\le b\Leftrightarrow y^2\le|x-2y|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x\ge y^2+2y & (3)\\ x\le -y^2+2y & (4)\end{array}\right.$

+ Xét (3), vì $x;y$ nguyên ta có :

Với mỗi giá trị nguyên $x\ge 8$ thì (3) có ít nhất 7 giá trị y nguyên thỏa mãn (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $3\le x<8$ thì $y\in\{-3;-2;-1;0;1\}$ (thỏa mãn).

Với $x=0$ thì $y\in\{-2;-1;0\}$.

Với mỗi giá trị nguyên $0<x<3$ thì $y\in\{-2;-1;0\}$ (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $-1\le x<0$ thì $y=-1$ (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $x<-1$ thì $y\in\varnothing$ (loại).

+ Xét (4), vì $x;y$ nguyên ta có :

Với mỗi giá trị nguyên $x\le -8$ thì (4) có ít nhất 7 giá trị y nguyên thỏa mãn (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $-8<x\le -3$ thì $y\in\{-1;0;1;2;3\}$ (thỏa mãn).

Với $x=0$ thì $y\in\{0;1;2\}$

Với mỗi giá trị nguyên $-3<x<0$ thì $y\in\{0;1;2\}$ (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $0<x\le 1$ thì $y=1$ (loại).

Với mỗi giá trị nguyên $x>1$ thì $y\in\varnothing$ (loại).

Khi $x=0$ thì $y\in\{-2;-1;0;1;2\}$

Do đó $x\in\{-7;-6;-5;-4;-3;0;3;4;5;6;7\}$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có tất cả 11 giá trị x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d_1 và (P) song song với đường thẳng d_2. Khoảng cách từ điểm $M(-1;3;2)$ đến (P) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{14\sqrt{10}}{15}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{10}}{15}$. **D.** $\dfrac{14}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

d_1 có một véctơ chỉ phương $\vec{u}_1=(2;-2;1)$ và đi qua điểm $A(2;6;-2)$.

d_2 có một véctơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;3;-2)$.

(P) chứa d_1 và (P) song song với d_2 nên (P) chứa điểm A và (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(1;5;8)$.

Phương trình mặt phẳng $(P):1(x-2)+5(y-6)+8(z+2)=0\Leftrightarrow x+5y+8z-16=0$.

Vậy khoảng cách từ điểm $M(-1;3;2)$ đến (P) bằng $\dfrac{|-1+5.3+8.2-16|}{\sqrt{1^2+5^2+8^2}}=\dfrac{7\sqrt{10}}{15}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thoả mãn đồng thời các điều kiện $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x)=(2x^3+x^2)f^2(x),\ \forall x\in[1;2]$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục Ox, $x=1,x=2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<S<\dfrac{1}{2}$. **B.** $2<S<3$. **C.** $1<S<\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}<S<1$.

Lời giải

Ta có $f(x)+xf'(x)=\left(2x^3+x^2\right)f^2(x)\Leftrightarrow\left(xf(x)\right)'=\left(xf(x)\right)^2.(2x+1)$

$\Rightarrow\dfrac{\left(xf(x)\right)'}{\left(xf(x)\right)^2}=(2x+1),\forall x\in[1;2].$

$\Rightarrow\int\dfrac{\left(xf(x)\right)'}{\left(xf(x)\right)^2}\mathrm{d}x=\int(2x+1)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\dfrac{\mathrm{d}\left(xf(x)\right)}{\left(xf(x)\right)^2}=\int(2x+1)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\dfrac{-1}{xf(x)}=x^2+x+C\ (1)$

Thay $x=1$ vào (1) ta được: $\dfrac{-1}{1.f(1)}=1^2+1+C\Leftrightarrow 2=2+C\Leftrightarrow C=0$.

$\Rightarrow\dfrac{-1}{xf(x)}=x^2+x\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-1}{x^3+x^2}$ (với mọi $x\in[1;2]$).

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)=\dfrac{-1}{x^3+x^2}$, trục Ox, $x=1,x=2$ là:

$S=\displaystyle\int_1^2\left|\frac{-1}{x^3+x^2}\right|\mathrm{d}x\approx 0,2123.$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và hai điểm $A(4;2;4),B(1;4;2)$. MN là dây cung của mặt cầu thỏa mãn $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u}=(0;1;1)$ và $MN=4\sqrt{2}$. Tính giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** 7. **D.** $\sqrt{17}$.

Lời giải

Mặt cầu (S), có tâm $I(1;2;0)$, bán kính $R=3$.

Ta có $IA=5\Rightarrow$ điểm A nằm ngoài mặt cầu (S).

$IB=2\sqrt{2}\Rightarrow$ điểm B nằm trong mặt cầu (S).

Do $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{u}=(0;1;1)$, nên $\overrightarrow{MN}=k\vec{u},k>0\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(0;k;k)\Rightarrow MN=k\sqrt{2}$.

Lại có $MN=4\sqrt{2}$, suy ra $k=4$. Vậy $\overrightarrow{MN}=(0;4;4)$.

Dựng hình bình hành $AA'NM$, ta có: $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}\Rightarrow A'(4;6;8)$.

Khi đó $|AM-BN|=|A'N-BN|\le A'B$.

Dấu "=" xảy ra khi A',B,N thẳng hàng $\Leftrightarrow N=A'B\cap(S)$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM-BN|=A'B=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2+(-6)^2}=7$.

Câu 50. Cho bất phương trình $\log_3(x+1)+\log_{\frac{1}{2}}(x-2)\ge\log_4(x+1)^2-\log_3\left(\dfrac{x-2}{4}\right)-2$. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x+1>0\\x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x>2\end{cases}\Leftrightarrow x>2\quad(1)$

Bất phương trình đã cho tương đương:

$\log_3(x+1)+\log_3\left(\dfrac{x-2}{4}\right)\ge\log_4(x+1)^2-\log_{\frac{1}{2}}(x-2)-2$

$\Leftrightarrow\log_3\dfrac{(x+1)(x-2)}{4}\ge\log_2\dfrac{(x+1)(x-2)}{4}$

$\Leftrightarrow \log_3 2.\log_2 \frac{(x+1)(x-2)}{4} \geq \log_2 \frac{(x+1)(x-2)}{4}$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x+1)(x-2)}{4}.[\log_3 2-1] \geq 0$

$\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x+1)(x-2)}{4} \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{4} \leq 1$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0$

$\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

So với điều kiện (1) ta có : $x \in (2;3]$, mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 3$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho bằng 3.

ଓ HẾT ଌ

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KIÊN GIANG

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Biết $f(x)=x^2+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-x^2+C$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$.
B. $(2;+\infty)$.
C. $(-\infty;2)$.
D. $(-\infty;-2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+1=0$.
B. $x^2+y^2-z^2-1=0$.
C. $x^2+y^2+z^2-1=0$.
D. $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=3, u_2=9$. Giá trị của u_3 bằng

A. 27.
B. 18.
C. 15.
D. 12.

Câu 5. Gieo đồng thời một con súc sắc 6 mặt và một đồng xu 2 mặt khác nhau. Số phần tử của không gian mẫu bằng

A. 72.
B. 12.
C. 36.
D. 8.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x)=23^x$ là

A. $f'(x)=23^x.\ln 23$.
B. $f'(x)=\frac{23^x}{\ln 23}$.
C. $f'(x)=x.23^{x-1}$.
D. $f'(x)=23^x.\log 23$.

Câu 7. Trong các số phức dưới đây, số phức nào có phần thực âm?

A. $4-5i$.
B. $5-4i$.
C. $5+4i$.
D. $-4+5i$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là

A. $(3;2;-1)$.
B. $(-3;-2;0)$.
C. $(3;2;0)$.
D. $(0;2;1)$.

Câu 9. Nếu $\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8.
B. 8.
C. 2.
D. -2.

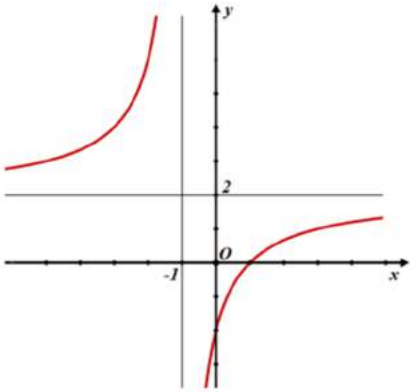
Câu 10. Cho số phức $z=3-4i$. Phần ảo của số phức iz bằng

A. 4.
B. -3.
C. -4.
D. 3.

Câu 11. Với m,n là hai số thực bất kỳ, a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^{m-n}=\frac{a^m}{a^n}$.
B. $a^{m.n}=\left(a^n\right)^m$.
C. $a^{m.n}=\left(a^m\right)^n$.
D. $a^{m+n}=a^m+a^n$.

Câu 12. Hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

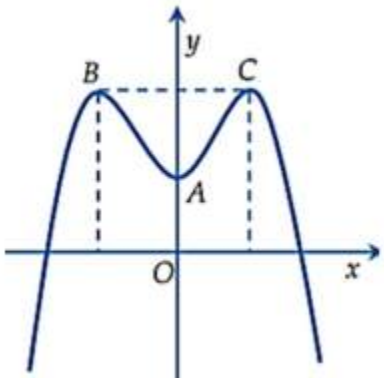
Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-5;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-5-3i$. **B.** $-5+3i$. **C.** $5-3i$. **D.** $5+3i$.

Câu 14. Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=\sin x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=\tan x+C$. **B.** $f(x)=\cos x+C$. **C.** $f(x)=\cot x+C$. **D.** $f(x)=-\cos x+C$.

Câu 15. Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

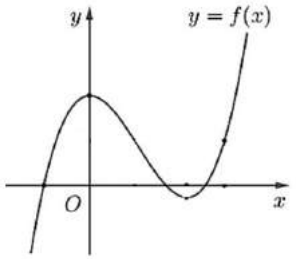
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(-3;2;1)$.

Câu 17. Biết hàm số $y=2x^4+x^2-6$ có duy nhất một điểm cực trị. Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;6)$. **B.** $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$. **C.** $(0;-6)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$.

Câu 18. Hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

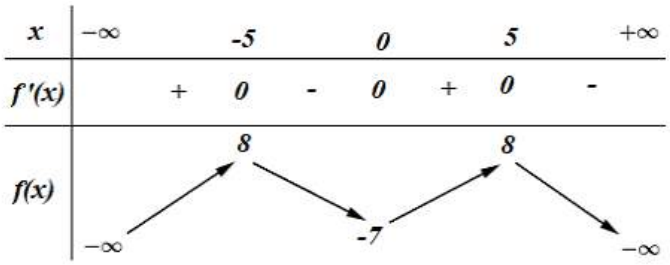


A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 19. Cho khối trụ có đường cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-5;5)$. **C.** $(-7;8)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)\geq 1$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(9;+\infty)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $-x+2y+3z=0$. **B.** $x+2y-3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=0$.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Biết $SA=4$ và $AB=6$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 48. **B.** 144. **C.** 8. **D.** 32.

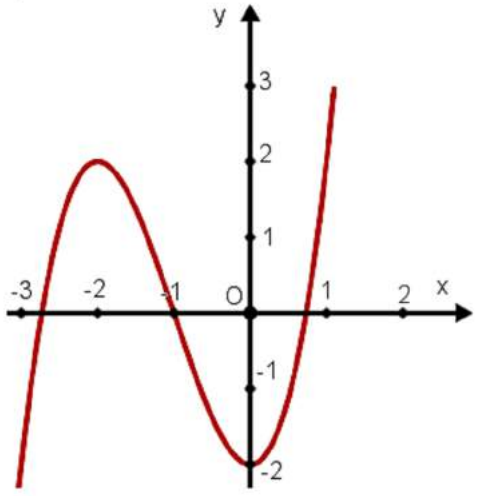
Câu 25. Mặt phẳng (Q) không đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính bằng r. Gọi d là khoảng cách từ O đến (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R^2=d^2-r^2$. **B.** $R^2=d^2+r^2$. **C.** $R^2<d^2+r^2$. **D.** $R^2>d^2+r^2$.

Câu 26. Cho mặt cầu có đường kính $2R$. Diện tích của mặt cầu này bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $\dfrac{32\pi R^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi R^3}{3}$. **D.** $16\pi R^2$.

Câu 27. Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



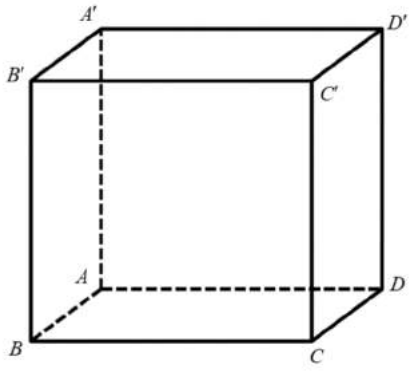
A. $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3+3x^2-2$. **C.** $y=x^4+3x^2-2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 28. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int_1^2 \left[1-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.



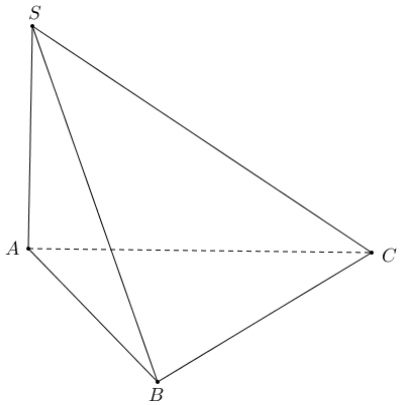
Câu 30. Hỏi phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;0;-1)$, $B(1;1;2)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC đều, $SA = AB = \sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2$ và đường thẳng $y = 6$ bằng

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{40}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{32}{3}$.

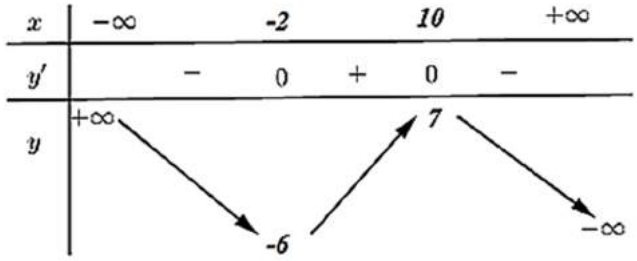
Câu 34. Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng (các bông hoa đều khác nhau). Một người chọn ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\dfrac{11}{612}$. **B.** $\dfrac{35}{68}$. **C.** $\dfrac{35}{1632}$. **D.** $\dfrac{11}{14688}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z-2i| = |z|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $y+1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $y-1=0$.

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(9-x^2)(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

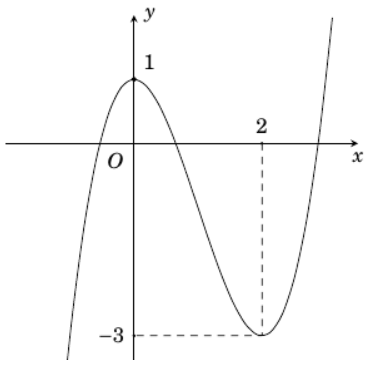
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tọa độ của điểm N là

A. $(-2;3;-4)$. **B.** $(-2;3;4)$. . **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(2;-3;4)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{4}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1. Khoảng cách giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{12}{7}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-x|$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

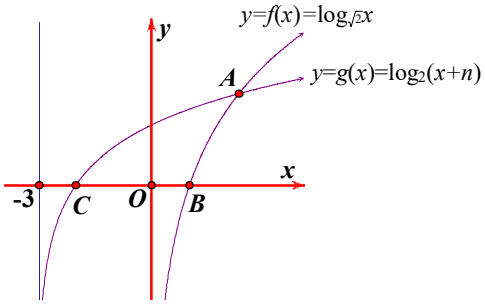
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;6;0)$, $B(6;0;6)$, $C(0;6;6)$. Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng (ABC) sao cho (P) cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N thỏa mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $H(1;-3;4)$. **B.** $E(1;5;-3)$. **C.** $D(1;3;2)$. **D.** $F(1;-1;3)$.

Câu 42. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-m+1=0$ với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m làm cho phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2=3$. Giá trị của tổng m_1+m_2 bằng

A. $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 43. Đồ thị các hàm số $y=f(x), y=g(x)$ được cho như hình dưới.



Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $3,6$. **B.** $3,8$. **C.** $3,7$. **D.** $3,4$.

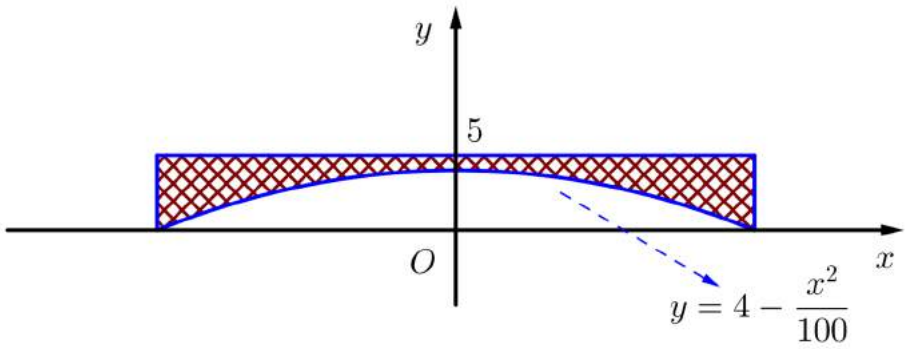
Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i|=3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{145}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 145.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x^3+x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 6.

Câu 46. Hình bên dưới là mặt cắt dọc của một chiếc cầu bê tông (phần tô đậm, các đơn vị đều đo bằng mét).



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m. Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là

A. $760\ \text{m}^3$. **B.** $960\ \text{m}^3$. **C.** $780\ \text{m}^3$. **D.** $840\ \text{m}^3$.

Câu 47. Biết rằng $\int_1^4 \frac{1}{x^4+x}\mathrm{d}x = a\ln 2+b\ln 5+c\ln 13$ với a,b,c là các số hữu tỷ (phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $P=a^2-4bc$ bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\sqrt{17}a$, $AB=3a, BC=5a$ và $CA=7a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{15\sqrt{17}}{4}a^3$. **B.** $\frac{15\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\frac{5\sqrt{17}}{4}a^3$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 49. Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính $R=4$ và điểm A thuộc mặt cầu (S). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A sao cho góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) bằng 60°. Thiết diện của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+(a-9)x^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1=2; x_2=3$ và $x_3=6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 31. **B.** $\frac{-32}{27}$. **C.** $\frac{-31}{27}$. **D.** 32.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.C	4.C	5.B	6.A	7.D	8.C	9.B	10.D
11.D	12.D	13.B	14.D	15.A	16.C	17.C	18.A	19.B	20.D
21.D	22.A	23.D	24.A	25.B	26.A	27.B	28.C	29.D	30.D
31.B	32.C	33.D	34.B	35.D	36.B	37.B	38.A	39.C	40.C
41.C	42.B	43.A	44.C	45.A	46.D	47.B	48.D	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Biết $f(x)=x^2+2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+x+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-x^2+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+2x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+x^2+C$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ là

A. $(-2;+\infty)$.

B. $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;2)$.

D. $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}\Leftrightarrow 2x>x-2\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-2;+\infty)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu?

A. $x^2+y^2+z^2+1=0$. **B.** $x^2+y^2-z^2-1=0$. **C.** $x^2+y^2+z^2-1=0$. **D.** $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ có dạng:

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0 \text{ với } a^2+b^2+c^2-d>0.$$

Do đó loại phương án $x^2+y^2-z^2-1=0$ và $x^2+y^2-z^2+1=0$.

Xét phương án $x^2+y^2+z^2-1=0$, ta có $a=b=c=0;\ d=-1$, suy ra $a^2+b^2+c^2-d=1>0$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_1=3,\ u_2=9$. Giá trị của u_3 bằng

A. 27. **B.** 18. **C.** 15. **D.** 12.

Lời giải

Ta có $u_2=u_1+d\Rightarrow d=9-3=6\Rightarrow u_3=u_2+6=15$.

Câu 5. Gieo đồng thời một con súc sắc 6 mặt và một đồng xu 2 mặt khác nhau. Số phần tử của không gian mẫu bằng

A. 72. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 8.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=6.2=12$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $f(x)=23^x$ là

A. $f'(x)=23^x.\ln 23$. **B.** $f'(x)=\frac{23^x}{\ln 23}$. **C.** $f'(x)=x.23^{x-1}$. **D.** $f'(x)=23^x.\log 23$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=23^x.\ln 23$.

Câu 7. Trong các số phức dưới đây, số phức nào có phần thực âm?

A. $4-5i$. **B.** $5-4i$. **C.** $5+4i$. **D.** $-4+5i$.

Lời giải

Số phức $-4+5i$ có phần thực bằng $-4<0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là

A. $(3;2;-1)$. **B.** $(-3;-2;0)$. **C.** $(3;2;0)$. **D.** $(0;2;1)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;2;1)$ lên (Oxy) có tọa độ là $(3;2;0)$.

Câu 9. Nếu $\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $\int_{-3}^{5}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{5} f(x)\mathrm{d}x-\int_{-3}^{5} g(x)\mathrm{d}x=5-(-3)=8.$

Câu 10. Cho số phức $z=3-4i$. Phần ảo của số phức iz bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 3.

Lời giải

Có $iz=i(3-4i)=4+3i.$

Vậy phần ảo của số phức iz là: 3.

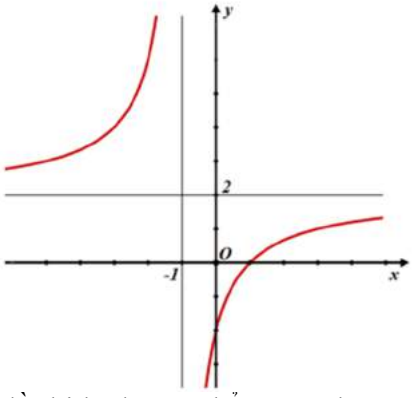
Câu 11. Với m,n là hai số thực bất kỳ, a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $a^{m-n}=\dfrac{a^m}{a^n}$. **B.** $a^{m.n}=\left(a^n\right)^m$. **C.** $a^{m.n}=\left(a^m\right)^n$. **D.** $a^{m+n}=a^m+a^n$.

Lời giải

Vì $a^{m+n}=a^m.a^n$ nên khẳng định $a^{m+n}=a^m+a^n$ là sai.

Câu 12. Hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta có đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình là $x=-1.$

Câu 13. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-5;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $-5-3i$. **B.** $-5+3i$. **C.** $5-3i$. **D.** $5+3i$.

Lời giải

Điểm $M(-5;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $-5+3i$.

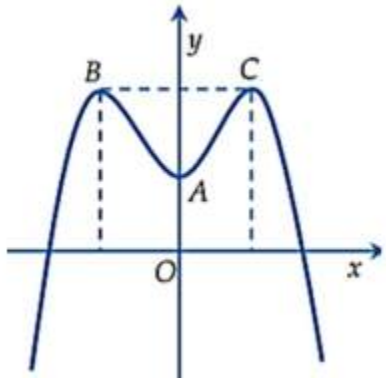
Câu 14. Biết hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=\sin x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=\tan x+C$. **B.** $f(x)=\cos x+C$. **C.** $f(x)=\cot x+C$. **D.** $f(x)=-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $f(x)=-\cos x+C \Rightarrow f'(x)=(-\cos x+C)'=\sin x$.

Câu 15. Hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(3;2;1)$. **D.** $(-3;2;1)$.

Lời giải

Vì đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ nên tọa độ một vectơ chỉ phương của d là $(3;2;1)$.

Câu 17. Biết hàm số $y=2x^4+x^2-6$ có duy nhất một điểm cực trị. Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $(0;6)$. **B.** $\left(\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$. **C.** $(0;-6)$. **D.** $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2};0\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y=2x^4+x^2-6 \Rightarrow y'=8x^3+2x$.

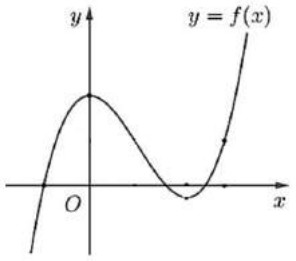
$y'=0 \Leftrightarrow 8x^3+2x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu thì $x=0$ là một điểm cực trị của hàm số $y=2x^4+x^2-6$ nên tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $(0;-6)$.

Câu 18. Hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 19. Cho khối trụ có đường cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 18π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.3^2.2=18\pi$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	8	↘	-7	↗	8	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;8)$. **B.** $(-5;5)$. **C.** $(-7;8)$. **D.** $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)\geq 1$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;9]$. **D.** $(9;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log(x+1)\geq 1\Leftrightarrow x+1\geq 10\Leftrightarrow x\geq 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=[9;+\infty)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $-x+2y+3z=0$. **B.** $x+2y-3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+3z=0$.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Biết $SA=4$ và $AB=6$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 48. **B.** 144. **C.** 8. **D.** 32.

Lời giải

Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 36.$

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.4.36 = 48.$

Câu 25. Mặt phẳng (Q) không đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính bằng r. Gọi d là khoảng cách từ O đến (Q). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R^2 = d^2 - r^2$. **B.** $R^2 = d^2 + r^2$. **C.** $R^2 < d^2 + r^2$. **D.** $R^2 > d^2 + r^2$.

Lời giải

Ta có $R^2 = d^2 + r^2$.

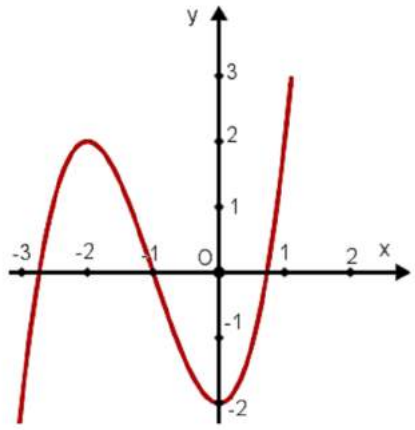
Câu 26. Cho mặt cầu có đường kính $2R$. Diện tích của mặt cầu này bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $\frac{32\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi R^3}{3}$. **D.** $16\pi R^2$.

Lời giải

Mặt cầu đã cho có bán kính là R nên diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2$.

Câu 27. Hàm số nào liệt kê dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 2$. **C.** $y = x^4 + 3x^2 - 2$. **D.** $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trùng phương $y = x^4 + 3x^2 - 2$ có một điểm cực trị nên loại $y = x^4 + 3x^2 - 2$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ không có điểm cực trị nên loại $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(-x^3 + 3x^2 - 2\right) = -\infty$ nên loại $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 28. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ thì $\int\limits_1^2 \left[1 - 2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

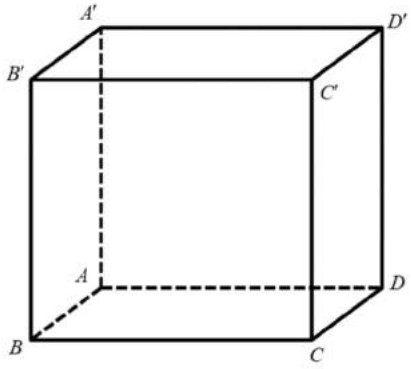
A. 3. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Lời giải

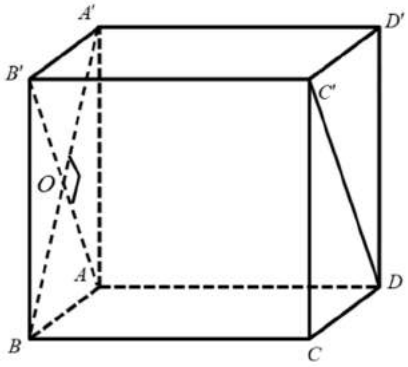
Ta có $\int\limits_1^2 \left[1 - 2f(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \mathrm{d}x - 2\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1 - 4 = -3$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'D'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.



Lời giải



Gọi O là giao điểm của AB' và $A'B$.

Ta có: $\begin{cases} A'D' \perp A'B' \\ A'D' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow A'D' \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow A'D' \perp A'O$ tại A'.

$A'O \perp AB'$ tại O.

Suy ra $A'O$ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB' và $A'D'$.

Do đó, $A'O = d\left(AB', A'D'\right) = \dfrac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Câu 30. Hỏi phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình $49^x - 2.7^{x+3} + 685 = 0 \Leftrightarrow 49^x - 686.7^x + 685 = 0 \quad (1)$.

Đặt $7^x = t\left(t > 0\right)$ thì phương trình (1) trở thành: $t^2 - 686t + 685 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = 1 & (t.m) \\ t = 685 & (t.m) \end{array}\right.$.

Với $t = 1 \Rightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in \mathbb{Z}$.

Với $t = 685 \Rightarrow 7^x = 685 \Leftrightarrow x = \log_7 685 \notin \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có 1 nghiệm nguyên.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;0;-1\right)$, $B\left(1;1;2\right)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-3}$. **C.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

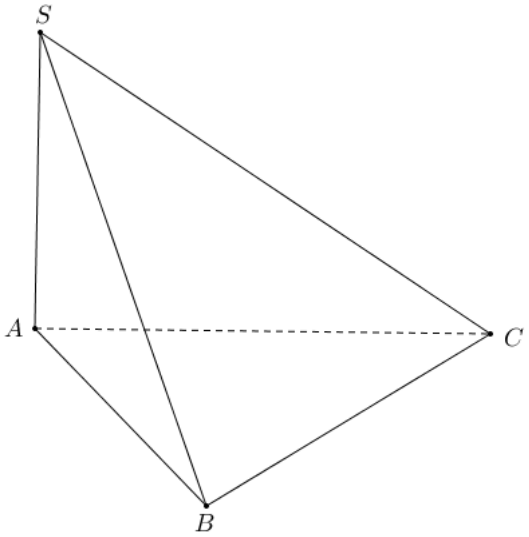
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA} = \left(1;-1;-3\right)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A\left(2;0;-1\right)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC đều, $SA=AB=\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải.

Ta có SA vuông góc với mặt đáy, suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

Do đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{SCA}$.

Xét ΔSAC có $SA=AB=AC=\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC}=90°\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A\Rightarrow \widehat{SCA}=45°$.

Câu 33. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ bằng

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{40}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{32}{3}$.

Lời giải.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ là nghiệm của phương trình: $x^2+2=6\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2$ và đường thẳng $y=6$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^2-4\right|\mathrm{d}x=\frac{32}{3}.$$

Câu 34. Có 5 bông hoa màu đỏ, 6 bông hoa màu xanh và 7 bông hoa màu vàng (các bông hoa đều khác nhau). Một người chọn ngẫu nhiên ra 4 bông hoa từ các bông trên. Xác suất để người đó chọn được bốn bông hoa có cả ba màu là

A. $\frac{11}{612}$. **B.** $\frac{35}{68}$. **C.** $\frac{35}{1632}$. **D.** $\frac{11}{14688}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{18}^{4}=3060$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được bốn bông hoa có cả ba màu".

$\Rightarrow n(A)=C_5^2C_6^1C_7^1+C_5^1C_6^2C_7^1+C_5^1C_6^1C_7^2=1575$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1575}{3060}=\frac{35}{68}$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thoả mãn $|z-2i|=|z|$ là một đường thẳng có phương trình

A. $y+1=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $y-1=0$.

Lời giải

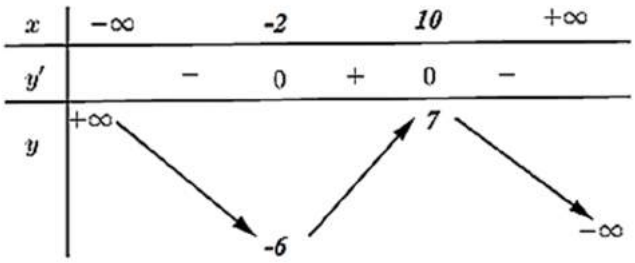
Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó:

$|z-2i|=|z|\Leftrightarrow|x+yi-2i|=|x+yi|\Leftrightarrow|x+(y-2)i|=|x+yi|\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y-2)^2}=\sqrt{x^2+y^2}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4=x^2+y^2\Leftrightarrow -4y+4=0\Leftrightarrow y-1=0$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là một đường thẳng có phương trình $y-1=0$.

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $-6<m<7$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(9-x^2)(x+3)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

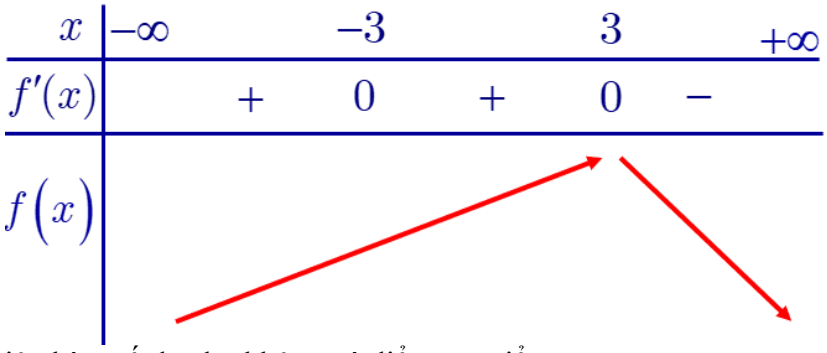
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(9-x^2)(x+3)=(3-x)(x+3)^2$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-x=0\\(x+3)^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên hàm số đã cho không có điểm cực tiểu.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;4)$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Tọa độ của điểm N là

A. $(-2;3;-4)$. **B.** $(-2;3;4)$. . **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(2;-3;4)$.

Lời giải

Vì N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên

$\overrightarrow{ON}=-\overrightarrow{OM}=(-2;3;-4)\Rightarrow N(-2;3;-4)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{6}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{4}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1. Khoảng cách giữa đường thẳng d_1 và mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{12}{7}$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 đi qua $M(2;1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(6;-1;2)$.

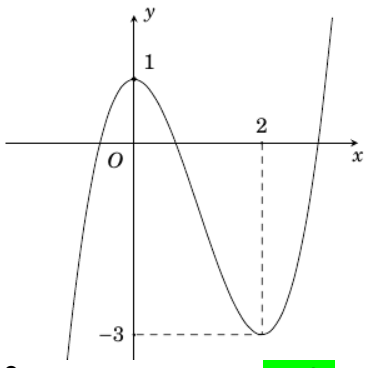
Đường thẳng d_2 đi qua $N(1;-1;-1)$ và có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(3;1;4)$.

Vì mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_2 và song song với đường thẳng d_1 nên (P) đi qua $N(1;-1;-1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-6;-18;9)$ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{n_1}=(-2;-6;3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-2(x-1)-6(y+1)+3(z+1)=0\Leftrightarrow -2x-6y+3z-1=0$.

Do d_1 song song với (P) nên $\mathrm{d}(d_1,(P))=\mathrm{d}(M,(P))=\dfrac{|-4-6-3-1|}{\sqrt{4+36+9}}=2$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx-1$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-x|$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

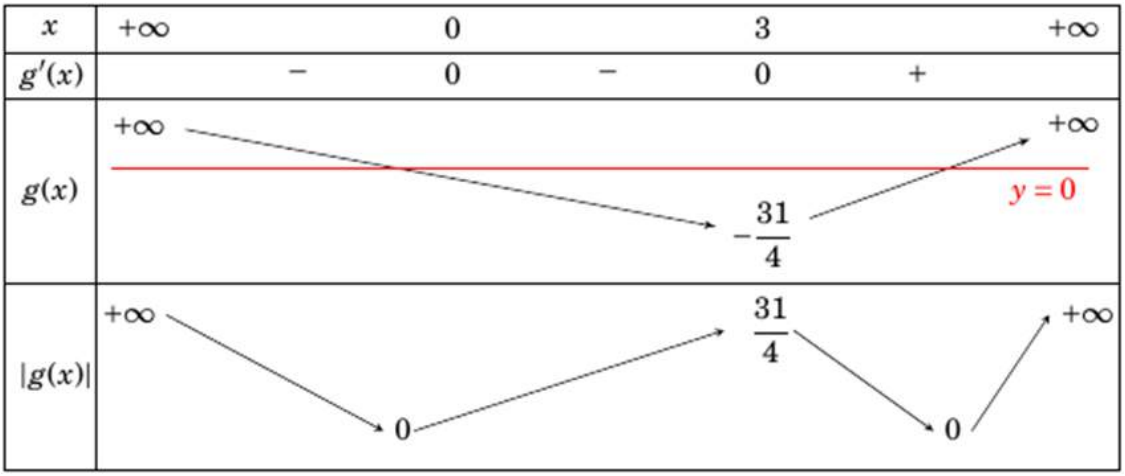
Ta có $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d\Rightarrow f''(x)=12ax^2+6bx+2c$.

Từ đồ thị ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có hai điểm cực trị là $(0;1)$ và $(2;-3)$ suy ra

$$\begin{cases}f'(0)=1\\f''(0)=0\\f'(2)=-3\\f''(2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=1\\c=0\\32a+12b=-4\\48a+12b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{4}\\b=-1\\c=0\\d=1\end{cases}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+x-1.$$

Xét $g(x)=f(x)-x=\dfrac{1}{4}x^4-x^3-1\Rightarrow g'(x)=x^3-3x^2$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|=\left|f\left(x\right)-x\right|$ có 3 điểm cực trị.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(6;6;0\right)$, $B\left(6;0;6\right)$, $C\left(0;6;6\right)$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua gốc tọa độ O, vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ sao cho $\left(P\right)$ cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N thỏa mãn thể tích tứ diện $OAMN$ nhỏ nhất. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $H\left(1;-3;4\right)$. **B.** $E\left(1;5;-3\right)$. **C.** $D\left(1;3;2\right)$. **D.** $F\left(1;-1;3\right)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(0;-6;6\right)$; $\overrightarrow{AC}=\left(-6;0;6\right)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-36;-36;-36\right)$.

$\Rightarrow$ Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\left(1;1;1\right)$.

+ Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=6\\y=6-t\\z=t\end{cases}$.

+ Phương trình đường thẳng $AC:\begin{cases}x=6-s\\y=6\\z=s\end{cases}$.

Do $\left(P\right)$ cắt các đoạn AB, AC tại các điểm M, N nên $M\left(6;6-t;t\right), N\left(6-s;6;s\right)$ với $s,t\in\left[0;6\right]$.

Ta có $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right]=\left(6s-6t-ts;6t-6s-ts;6t+6s-ts\right)$.

Do $\left(OMN\right)\perp\left(ABC\right)$ nên $\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\vec{n}=0\Leftrightarrow 6s+6t-3st=0\Leftrightarrow st=2t+2s$.

Ta có $\left[\overrightarrow{OM},ON\right]=\left(4s-8t;4t-8s;4s+4t\right)$, $\overrightarrow{OA}=\left(6;6;0\right)$.

Suy ra $V_{OAMN}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{OM},\overrightarrow{ON}\right].\overrightarrow{OA}\right|=4\left(s+t\right)$.

Ta có $s+t\ge 2\sqrt{st}=2\sqrt{2\left(t+s\right)}\Leftrightarrow s+t\ge 8$.

Do đó V_{OAMN} min $=32$. Dấu bằng xảy ra khi $s=t=4$.

Khi đó, $\left[\overrightarrow{OM},ON\right]=\left(4s-8t;4t-8s;4s+4t\right)=\left(-16;-16;32\right)$.

Mà $\left(P\right)\equiv\left(OMN\right)\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ là $x+y-2z=0$.

Kiểm tra các phương án ta thấy điểm $D\left(1;3;2\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$.

Câu 42. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2mz+m^2-m+1=0$ với m là tham số thực. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m làm cho phương trình trên có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z}_2+\overline{z}_1z_2=3$. Giá trị của tổng m_1+m_2 bằng

A. $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\Delta' = m-1$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$. Khi đó giả sử phương trình có hai nghiệm phân biệt là $z_1,\ z_2$.

Áp dụng định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} z_1+z_2 = 2m \\ z_1 z_2 = m^2-m+1 \end{cases}$.

Trường hợp 1. Nếu $m>1$ thì $\Delta' > 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \overline{z}_1 \\ z_2 = \overline{z}_2 \end{cases}$.

Khi đó $z_1\overline{z}_2 + \overline{z}_1 z_2 = 3 \Leftrightarrow 2z_1 z_2 = 3 \Leftrightarrow z_1 z_2 = \dfrac{3}{2}$.

Suy ra $m^2-m+1 = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow m^2-m-\dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}(TM) \\ m = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}(L) \end{array}\right. \Rightarrow m_1 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Trường hợp 2. Nếu $m<1$ thì $\Delta' < 0 \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1, z_2 \notin \mathbb{R}$.

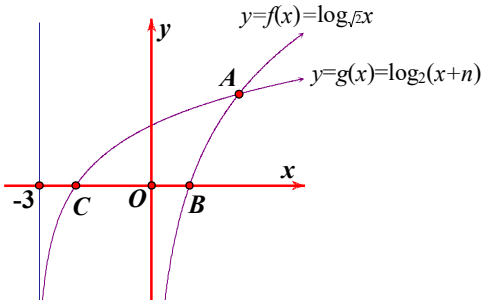
$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \overline{z}_2 \\ z_2 = \overline{z}_1 \end{cases}$.

Khi đó $z_1\overline{z}_2 + \overline{z}_1 z_2 = 3 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 = 3 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2 - 2z_1 z_2 = 3$.

Suy ra $4m^2 - 2m^2 + 2m - 2 = 3 \Leftrightarrow 2m^2+2m-5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-1+\sqrt{11}}{2}(L) \\ m = \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2}(TM) \end{array}\right. \Rightarrow m_2 = \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2}$.

Vậy $m_1 + m_2 = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} + \dfrac{-1-\sqrt{11}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}$.

Câu 43. Đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ được cho như hình dưới.



Diện tích tam giác ABC gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $3,6$. **B.** $3,8$. **C.** $3,7$. **D.** $3,4$.

Lời giải

Xét đồ thị hàm số $g(x) = \log_2(x+n)$ có tiệm cận đứng là $x=-3 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -3^+} \log_2(x+n) = -\infty$

$\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to -3^+}(x+n) = 0 \Leftrightarrow -3+n = 0 \Leftrightarrow n = 3$.

Vậy $g(x) = \log_2(x+3)$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là: $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2(x+3)$.

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow x>0$.

Khi đó $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2 (x+3) \Leftrightarrow 2\log_2 x = \log_2 (x+3) \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2 (x+3)$

$\Leftrightarrow x^2 = x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{1+\sqrt{13}}{2} > 0 \ (tm) \\ x = \dfrac{1-\sqrt{13}}{2} < 0 \ (l) \end{array} \right. \Rightarrow x_A = \dfrac{1+\sqrt{13}}{2}$.

Mặt khác $\begin{cases} \log_2 (x+3) = 0 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow x_C = -2 \\ \log_{\sqrt{2}} (x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow x_B = 1 \end{cases}$.

Suy ra $C(-2;0)$, $B(1;0)$.

Vậy diện tích tam giác ABC là: $S = \dfrac{1}{2}.3.\log_2 \dfrac{7+\sqrt{13}}{2} \approx 3,6$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z+6-13i|+|z-3-7i| = 3\sqrt{13}$ và $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm. Giá trị của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{145}$. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 145.

Lời giải

Đặt $z = x+yi$ với $(x, y \in \mathbb{R})$; M, A, B là lượt là điểm biểu diễn số phức $z, -6+13i$ và $3+7i$.

Khi đó:

$|z+6-13i|+|z-3-7i| = 3\sqrt{13} \Leftrightarrow MA+MB = 3\sqrt{13} = AB \Leftrightarrow M$ thuộc đoạn thẳng AB.

Ta có: $(12-5i)(z-2+i)^2 = (12-5i)\left[x-2+(y+1)i\right]^2$

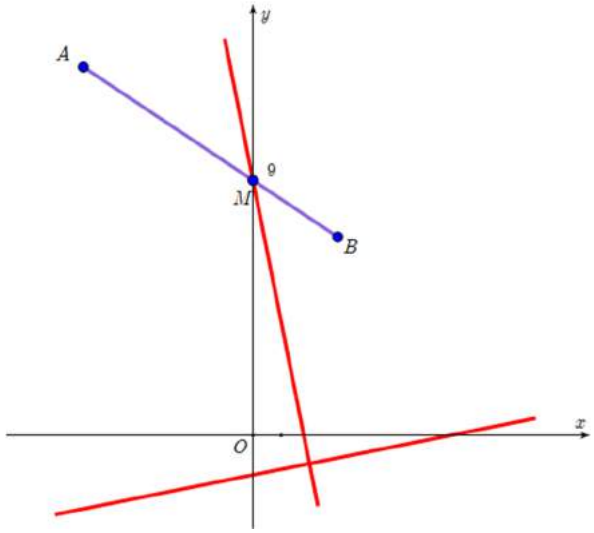
$= (12-5i)\left[(x-2)^2-(y+1)^2+2(x-2)(y+1)i\right]$

$= 12\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)+5.2(x-2)(y+1)+\left[24(x-2)(y+1)-5\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)\right]i$

Theo đề $(12-5i)(z-2+i)^2$ là số thực âm nên:

$\begin{cases} 12\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)+5.2(x-2)(y+1)<0 \ (1) \\ 24(x-2)(y+1)-5\left((x-2)^2-(y+1)^2\right)=0 \ (2) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x-2)-5(y+1)=0 \\ 5(x-2)+y+1=0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-5y-7=0 \\ 5x+y-9=0 \end{array} \right.$



Dựa vào đồ thị, do M thuộc đoạn thẳng AB và thỏa $\left[\begin{array}{l} x-5y-7=0 \\ 5x+y-9=0 \end{array}\right. \Rightarrow M(0;9)$

Kiểm tra với $x=0, y=9$ thỏa điều kiện (1).

Vậy số phức $z=9 \Rightarrow |z|=9$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+x^3+x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

A. 7. **B.** 8. **C.** Vô số. **D.** 6.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)'}{x+\sqrt{x^2+1}}+3x^2+1=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}+3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác $f(-x)=\ln\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)-x^3-x=\ln\left(\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\right)-x^3-x$

$=-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)-\left(x^3+x\right)=-f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

Từ đó ta có

$f\left(me^{-x}\right)+f(3-x)=0 \Leftrightarrow f\left(me^{-x}\right)=-f(3-x) \Leftrightarrow f\left(me^{-x}\right)=f(x-3) \Leftrightarrow me^{-x}=x-3$

$\Leftrightarrow m=(x-3)e^{x}$.

Đặt $h(x)=(x-3)e^{x} \Rightarrow h'(x)=(x-2)e^{x}$.

Ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

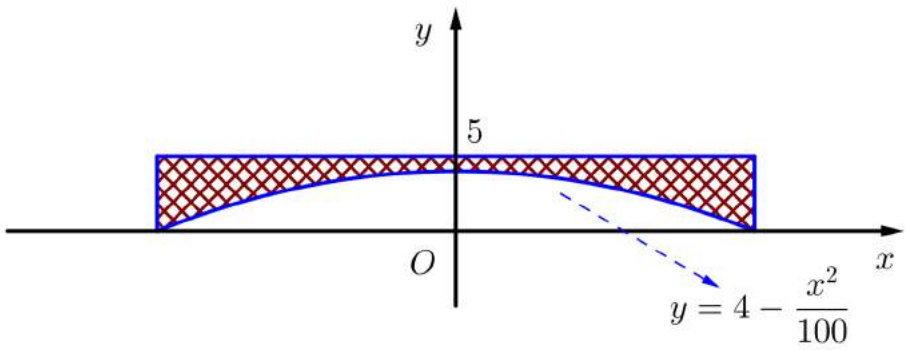
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	0	↘	$-e^2$	↗	$+\infty$

Do vậy để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì $-e^2 \le m \le 0$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

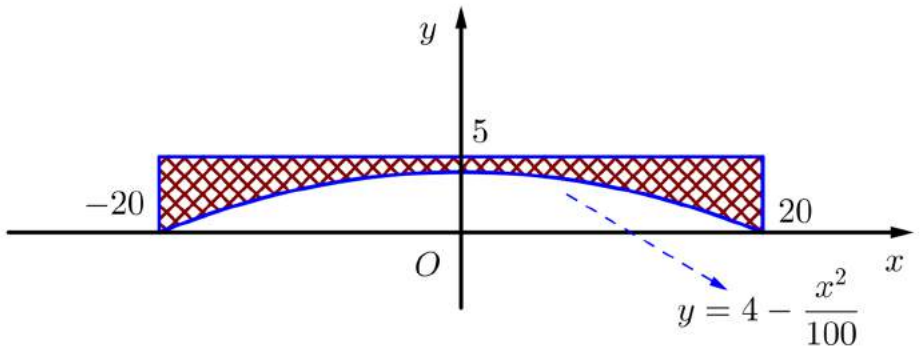
Câu 46. Hình bên dưới là mặt cắt dọc của một chiếc cầu bê tông (phần tô đậm, các đơn vị đều đo bằng mét).



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m . Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là

A. 760 m^3. **B.** 960 m^3. **C.** 780 m^3. **D.** 840 m^3.

Lời giải



Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=4-\frac{x^2}{100}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình

$4-\frac{x^2}{100}=0 \Leftrightarrow x^2=400 \Leftrightarrow x=\pm 20$.

Diện tích phần mặt cắt dọc của chiếc cầu bê tông là $S=\int\limits_{-20}^{20}\left|5-\left(4-\frac{x^2}{100}\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-20}^{20}\left(1+\frac{x^2}{100}\right)\mathrm{d}x$

$=\left(x+\frac{x^3}{300}\right)\Big|_{-20}^{20}=\left(20+\frac{20^3}{300}\right)-\left(-20+\frac{(-20)^3}{300}\right)=\frac{280}{3}$.

Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là $S.9=\frac{280}{3}.9=840\ \mathrm{m}^3$.

Câu 47. Biết rằng $\int\limits_1^4\frac{1}{x^4+x}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 13$ với a,b,c là các số hữu tỷ (phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $P=a^2-4bc$ bằng

A. 6 . **B.** 5. **C.** 4 . **D.** 0 .

Lời giải

Ta có: $\frac{3}{x^4+x}=\frac{3}{x(x+1)(x^2-x+1)}=\frac{3}{x}-\frac{1}{x+1}-\frac{2x-1}{x^2-x+1}$. Khi đó:

$\int\limits_1^4\frac{3}{x^4+x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^4\frac{3}{x}\mathrm{d}x-\int\limits_1^4\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x-\int\limits_1^4\frac{2x-1}{x^2-x+1}\mathrm{d}x$. Đặt:

+ $I=\int\limits_1^4\frac{1}{x^4+x}\mathrm{d}x$.

+ $I_1=\int\limits_1^4\frac{3}{x}\mathrm{d}x=3\ln|x|\Big|_1^4=3\ln 4=6\ln 2$.

+ $I_2=\int\limits_1^4\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x=\ln|x+1|\Big|_1^4=\ln 5-\ln 2$.

+ $I_3=\int\limits_1^4\frac{2x-1}{x^2-x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_1^4\frac{1}{x^2-x+1}\mathrm{d}\left(x^2-x+1\right)=\ln|x^2-x+1|\Big|_1^4=\ln 13$.

$\Rightarrow 3I=I_1-I_2-I_3$

$\Leftrightarrow I=\frac{I_1-I_2-I_3}{3}=\frac{6\ln 2-\ln 5+\ln 2-\ln 13}{3}=\frac{7}{3}.\ln 2-\frac{1}{3}.\ln 5-\frac{1}{3}.\ln 13$.

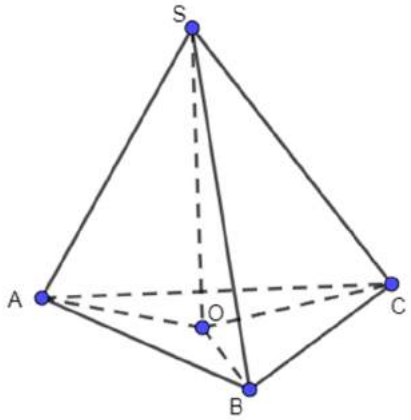
Vì $I = a\ln 2 + b\ln 5 + c\ln 13 \Rightarrow a = \frac{7}{3}, b = \frac{-1}{3}, c = \frac{-1}{3}$. Khi đó:

$P = a^2 - 4bc = \left(\frac{7}{3}\right)^2 - 4\left(\frac{-1}{3}\right)\left(\frac{-1}{3}\right) = 5$.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \sqrt{17}a$, $AB = 3a, BC = 5a$ và $CA = 7a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{15\sqrt{17}}{4}a^3$. **B.** $\frac{15\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\frac{5\sqrt{17}}{4}a^3$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Lời giải



Nửa chu vi của tam giác ABC là $p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{15}{2}a$.

Suy ra $S_{ABC} = \sqrt{p(p-3a)(p-5a)(p-7a)} = \sqrt{\frac{15}{2}a.\frac{9}{2}a.\frac{5}{2}a.\frac{1}{2}a} = \frac{15\sqrt{3}}{4}a^2$.

Khối chóp có $SA = SB = SC = \sqrt{17}a$ nên hình chiếu của S trên mặt phẳng ABC sẽ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp O của tam giác ABC.

Có $OA = R = \frac{AB.BC.CA}{4S_{ABC}} = \frac{3a.5a.7a}{4.\frac{15\sqrt{3}}{4}a^2} = \frac{7\sqrt{3}}{3}a$.

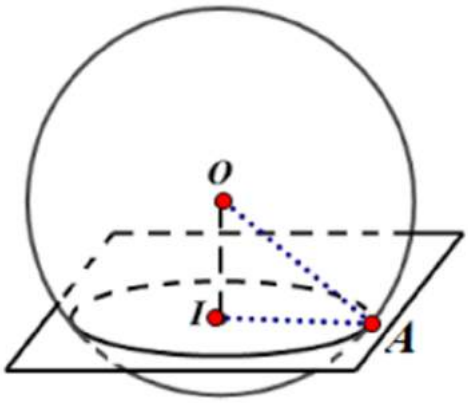
Xét tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{17a^2 - \frac{49}{3}a^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{3}a.\frac{15\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{5\sqrt{2}}{4}a^3$.

Câu 49. Cho khối cầu (S) có tâm O, bán kính $R = 4$ và điểm A thuộc mặt cầu (S). Gọi (α) là mặt phẳng đi qua A sao cho góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) bằng 60°. Thiết diện của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có diện tích bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Lời giải



Giả sử thiết diện của của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là hình tròn có tâm I, bán kính r.

Khi đó, $OI \perp (\alpha)$. Suy ra góc giữa đường thẳng OA và mặt phẳng (α) là $\widehat{OAI} = 60^o$.

Suy ra $r = IA = OA.\cos 60^o = R.\cos 60^o = 4.\dfrac{1}{2} = 2$.

Diện tích thiết diện của của mặt phẳng (α) và khối cầu (S) là:

$$S = \pi r^2 = \pi.2^2 = 4\pi .$$

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d\,(a \neq 0)$ có đồ thị (C). Gọi (C') là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Biết rằng (C) và (C') cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $x_1 = 2; x_2 = 3$ và $x_3 = 6$. Tổng các giá trị cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 31. **B.** $\dfrac{-32}{27}$. **C.** $\dfrac{-31}{27}$. **D.** 32.

Lời giải

Ta có $y = f(x) = ax^3 + (a-9)x^2 + cx + d\,(a \neq 0) \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2(a-9)x + c$.

Xét hiệu: $f(x) - f'(x) = ax^3 - (2a+9)x^2 - (2a-c-18)x + d - c$.

Theo đề ra ta có: $f(x) - f'(x) = a(x-2)(x-3)(x-6) = ax^3 - 11ax^2 + 36ax - 36a$.

Do đó $ax^3 - (2a+9)x^2 - (2a-c-18)x + d - c = ax^3 - 11ax^2 + 36ax - 36a$.

Suy ra $\begin{cases} -(2a+9) = -11a \\ -(2a-c-18) = 36a \\ d - c = -36a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = 20 \\ d = -16 \end{cases}$.

Vậy $y = f(x) = x^3 - 8x^2 + 20x - 16 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 16x + 20$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 20 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \dfrac{10}{3} \end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm $x = 2$ và $x = \dfrac{10}{3}$.

Vậy tổng các giá trị cực trị của hàm số $y = f(x)$ bằng $f(2) + f\left(\dfrac{10}{3}\right) = \dfrac{-32}{27}$.

----- Hết -----

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
KOM TUM

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Hình nón có bán kính đáy $R=3$, chiều cao $h=4$ thì có diện tích xung quanh bằng
A. 24π. **B.** 12π. **C.** 30π. **D.** 15π.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=e^{2x}$ là
A. $y'=\dfrac{e^{2x}}{2}$. **B.** $y'=2e^{2x}$. **C.** $y'=2xe^{2x-1}$. **D.** $y'=e^{2x}$.

Câu 3. Khối cầu có thể tích $V=\dfrac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_6=-7$. Giá trị của u_4 bằng
A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 10.

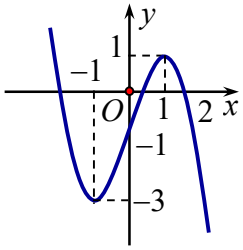
Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?
A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-x+2$. **C.** $y=x^2+2x$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?
A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=2x^4-4x^2-5$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-1;4;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(-2;2;4)$. **B.** $(0;3;-1)$. **C.** $(0;6;-2)$. **D.** $(1;3;-1)$.

Câu 8. Số phức $z=-4+3i$ có phần thực bằng
A. -3. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+2x$.

Câu 10. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B=2a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng
A. $12a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}-1}$ là
A. $(-\infty;\sqrt{2})$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao $h=a\sqrt{2}$ và có diện tích đáy tương ứng là $S=a^2$ thì có thể tích bằng
A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là
A. $\vec{n}_1=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$.
C. $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $2x+y+z=0$. **B.** $x+2y-1=0$. **C.** $y-2z+5=0$. **D.** $x-3z+1=0$.

Câu 15. Số phức liên hợp của $z=3+i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 f(x)dx=-5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 2.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;4;2)$. **B.** $(-1;4;2)$. **C.** $(1;-4;-2)$. **D.** $(1;4;2)$.

Câu 18. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;0)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $N(0;1)$. **D.** $P(3;3)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(3;2)$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int(3^x+2x)dx=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+x^2+C$. **B.** $\int(3^x+2x)dx=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

C. $\int(3^x+2x)dx=3^x+x^2+C$. **D.** $\int(3^x+2x)dx=3^x\ln 3+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 22. Phương trình $2^{x-1}=8$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{1}{9}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=9$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P):2x-y+2z+12=0$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 25. Giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có tọa độ là

A. $(3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 26. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=0$ có diện tích bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 8. **C.** 2. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^4+x^2+1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$ và $B(2;4;-2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** $2\sqrt{35}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** 8.

Câu 30. Cho biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị $\int_1^3 [1-f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;2]$. Biết $F(-1)=2, F(2)=5$. Giá trị $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)<1$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Câu 33. Cho các số thực $a>0, b>0, a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 34. Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+9=0$. Giá trị của biểu thức $M=3|z_1|+2|z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 15. **D.** 11.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên tập hợp $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, $BC=a\sqrt{3}$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB=a$, $SC=a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $2a$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Khối nón có đỉnh là A, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔBCD thì có thể tích bằng:

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, (P) có phương trình là

A. $6x-4y-z-31=0$. **B.** $x+2y-2z-3=0$.

C. $5x-6y-z-1=0$. **D.** $2x-5y+z+1=0$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_3\frac{2x^2-7}{625}\le\log_5\frac{2x^2-7}{81}$. Số tập con của S là

A. 2^{316}. **B.** 2^{318}. **C.** 319. **D.** 2^{319}.

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[20;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

A. $\frac{28}{31}$. **B.** $\frac{10}{31}$. **C.** $\frac{23}{31}$. **D.** $\frac{9}{31}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, cho phương trình: $z^2+2(m+1)z+m+7=0$ (m là số thực) có hai nghiệm phân biệt là z_1, z_2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $|z_1+5|=|z_2+5|$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{2}x^4-x^3+6x^2-mx$ có ba điểm cực trị?

A. 26. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 30.

Câu 45. cho hàm số f(x) có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty;0)$. Hàm số và $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty;0)$

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12$ và điểm $A(0;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A, cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là $ax+by+cz+14=0$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $M=a-b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 47. Xét các số phức $z;w$ thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Khi $|z-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính $|z|$.

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|\frac{1}{3}x^3-2x^2+(m-2)x-4m+\frac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$\log_2\left(\dfrac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}\right)+4(x+y)=(x+y-1)^2+(x-2)^2+(y-1)^2$

A. 4 **B.** 3 **C.** 8 **D.** 6

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=0$ và $f(x)+f'(x)=x-2,\ \forall x\in[0;1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\dfrac{-5e-3}{2e}$. **B.** $\dfrac{3-2e}{5}$. **C.** $\dfrac{e-6}{2e}$. **D.** $\dfrac{-5}{2}$.

>>>Hết<<<

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3A	4C	5B	6B	7B	8D	9A	10B	11D	12B	13A	14A	15D
16C	17C	18A	19A	20B	21B	22A	23D	24D	25C	26D	27C	28B	29C	30C
31D	32B	33A	34C	35C	36D	37D	38B	39D	40A	41A	42B	43A	44A	45B
46C	47D	48D	49D	50C										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Hình nón có bán kính đáy $R=3$, chiều cao $h=4$ thì có diện tích xung quanh bằng

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 30π. **D.** 15π.

Lời giải

Ta có: Đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{R^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5 \Rightarrow S_{xq}=\pi Rl=15\pi$

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=e^{2x}$ là

A. $y'=\dfrac{e^{2x}}{2}$. **B.** $y'=2e^{2x}$. **C.** $y'=2xe^{2x-1}$. **D.** $y'=e^{2x}$.

Lời giải

Ta có: $y'=2e^{2x}$

Câu 3. Khối cầu có thể tích $V=\dfrac{4}{3}\pi$ thì có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có: $V=\dfrac{4}{3}\pi \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi \Leftrightarrow R^3=1 \Leftrightarrow R=1.$

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và $u_6=-7$. Giá trị của u_4 bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 10.

Lời giải

Áp dụng công thức $u_n=u_1+(n-1)d$ ta có:

$$\begin{cases}u_2=u_1+d\\u_6=u_1+5d\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+d=3\\u_1+5d=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=\dfrac{11}{2}\\d=\dfrac{-5}{2}\end{cases}$$

Vậy giá trị của $u_4=u_1+3d=\dfrac{11}{2}+3.\left(\dfrac{-5}{2}\right)=-2$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-x+2$.

C. $y=x^2+2x$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và $y=\dfrac{1}{x+2}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định, $y=x^2+2x$ là hàm số bậc hai có đồ thị là parabol nên không nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Hàm số $y=-x^3-x+2$ có $y'=-3x^2-1<0, \forall x\in(-\infty;+\infty)$ nên hàm số $y=-x^3-x+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây có đúng một điểm cực trị?

A. $y=x^3+3x^2$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=2x^4-4x^2-5$. **D.** $y=\dfrac{1}{x+2}$.

Lời giải

Hàm số $y=x^3+3x^2$ có $y'=3x^2+6x$. Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Hàm số $y=x^4+2x^2$ có $y'=4x^3+4x$. Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm $x=0$ nên hàm số $y=x^4+2x^2$ có đúng một điểm cực trị.

Hàm số $y=2x^4-4x^2-5$ là hàm trùng phương có $a.b<0$ nên hàm số có ba điểm cực trị.

Hàm số $y=\dfrac{1}{x+2}$ không có cực trị.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-1;4;1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(-2;2;4)$. **B.** $(0;3;-1)$. **C.** $(0;6;-2)$. **D.** $(1;3;-1)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có tọa độ của I là: $\begin{cases} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+(-1)}{2}=0 \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{2+4}{2}=3 \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{-3+1}{2}=-1 \end{cases}$. Vậy $I(0;3;-1)$.

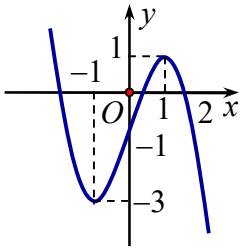
Câu 8. Số phức $z=-4+3i$ có phần thực bằng

A. -3. **B.** 4. **C.** 3. **D.** -4.

Lời giải

Số phức $z=-4+3i$ có phần thực bằng -4.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3+2x$.

Lời giải

Với $x=0$ thì $y<0$ nên ta loại B và **D**

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên ta loại **C**

Câu 10. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B=2a\sqrt{2}$ thì có thể tích bằng

A. $12a^3\sqrt{2}$. **B.** $8a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Vì $A'B=2a\sqrt{2}$ là đường chéo của một mặt, nên cạnh của lập phương bằng $2a$.

Thể tích lập phương là $(2a)^3=8a^3$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{2}-1}$ là

A. $\left(-\infty;\sqrt{2}\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Vì $\sqrt{2}-1$ không phải là số nguyên nên điều kiện xác định là $x>0$.

Tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)$.

Câu 12. Khối chóp có chiều cao $h=a\sqrt{2}$ và có diện tích đáy tương ứng là $S=a^2$ thì có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Công thức thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;0)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây đi qua gốc tọa độ?

A. $2x+y+z=0$. **B.** $x+2y-1=0$.

C. $y-2z+5=0$. **D.** $x-3z+1=0$.

Lời giải

Với $O(0;0;0)$, thay vào $2x+y+z=0$ ta được: $0=0$. Vậy mặt phẳng $2x+y+z=0$ đi qua gốc tọa độ

Câu 15. Số phức liên hợp của $z=3+i$ có môđun bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có $\left|\overline{z}\right|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 f(x)dx=-5$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 8. **C.** -8. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx-\int_1^2 f(x)dx=-5-3=-8.$$

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;4;2)$. **B.** $(-1;4;2)$. **C.** $(1;-4;-2)$. **D.** $(1;4;2)$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu là $I(1;-4;-2)$

Câu 18. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(1;0)$. **B.** $M(-1;1)$. **C.** $N(0;1)$. **D.** $P(3;3)$.

Lời giải

Hàm số xác định: $(0;+\infty)$.

Ta có: $\log_3(1)=0$. Do đó, đồ thị hàm số $y=\log_3 x$ đi qua điểm $Q(1;0)$.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(2;-3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(3;2)$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn hình học của số phức $z=2-3i$ có tọa độ là $(2;-3)$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int\left(3^x+2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+x^2+C$. **B.** $\int\left(3^x+2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

C. $\int\left(3^x+2x\right)\mathrm{d}x=3^x+x^2+C$. **D.** $\int\left(3^x+2x\right)\mathrm{d}x=3^x\ln 3+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int\left(3^x+2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+x^2+C$.

Câu 22. Phương trình $2^{x-1}=8$ có nghiệm là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{1}{9}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Ta có $2^{x-1}=8\Leftrightarrow 2^{x-1}=2^3\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Phương trình $f(x)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f(x)+3=0\Leftrightarrow f(x)=-3$.

Dựa vào bàng biến thiên ta suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P):2x-y+2z+12=0$ bằng

A. 12. **B.** 1. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $d\left(O,(P)\right)=\dfrac{|2.0-0+2.0+12|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4$.

Câu 25. Giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có tọa độ là

A. $(3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+}y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{1-x}{x-3}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-x}{x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-1}{1-\frac{3}{x}}=-1$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng $x=3$ và đường tiệm cận ngang $y=-1$.

Vậy giao điểm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $(3;-1)$.

Câu 26. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=0$ có diện tích bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 8. **C.** 2. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường đã cho là $S=\int\limits_0^2 \left|x^2-2x\right| \mathrm{d}x=\left|\int\limits_0^2 \left(x^2-2x\right) dx\right|=\frac{4}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Cách 1: Giả sử mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $OABC$ có phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$ (*)

Vì mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $O(0;0;0)$, $A(4;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-4)$ nên ta có hệ phương trình $\left\{\begin{array}{l} d=0 \\ 16+8a+d=0 \\ 4-4b+d=0 \\ 16-8c+d=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} d=0 \\ a=-2 \\ b=1 \\ c=2 \end{array}\right.$ thỏa mãn điều kiện (*)

Bán kính của mặt cầu (S) là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2}=3$.

Cách 2: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là $R=\frac{1}{2}\sqrt{OA^2+OB^2+OC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(-2)^2+(-4)^2}=3$.

Câu 28. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-2x^4+x^2+1$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $y'=-8x^3+2x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$y''=-24x^2+2$.

$y''(0)=2>0$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=1$.

$y''\left(\pm\frac{1}{2}\right)=-4<0$, hàm số đạt cực đại tại $x=\pm\frac{1}{2}$ và $y_{CD}=\frac{9}{8}$.

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;0)$ và $B(2;4;-2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

A. 12. **B.** $2\sqrt{35}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OA}=(3;1;0)$, $\overrightarrow{OB}=(2;4;-2)$, $\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(-2;6;10)$.

Diện tích tam giác OAB tính theo công thức: $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]\right|$.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2+6^2+10^2}=\sqrt{35}$.

Câu 30. Cho biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Giá trị $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^3\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=(3-1)-5=-3$.

Vậy $\int_1^3\left[1-f(x)\right]\mathrm{d}x=-3$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;2]$. Biết $F(-1)=2, F(2)=5$. Giá trị $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(-1)=5-2=3$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)<1$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Lời giải,

Ta có: $\log_3(x-2)<1 \Leftrightarrow 0<x-2<3 \Leftrightarrow 2<x<5$.

Câu 33. Cho các số thực $a>0, b>0, a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Giá trị của $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\log_{a^2}\sqrt[3]{b}=\frac{1}{2}\log_a b^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{6}\log_a b=\frac{1}{6}.2=\frac{1}{3}$.

Câu 34. Hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$\|$	↘	1	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy, trên khoảng $(0;+\infty)$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ bằng 1, đạt được tại $x=2$.

Câu 35. Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+9=0$. Giá trị của biểu thức $M=3|z_1|+2|z_2|$ bằng

A. $5\sqrt{10}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 15. **D.** 11.

Lời giải

Ta có: $z^2-2z+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+2\sqrt{2}i \\ z_2=1-2\sqrt{2}i \end{array}\right. \longrightarrow |z_1|=|z_2|=3$

Suy ra: $M=3|z_1|+2|z_2|=3.3+2.3=15$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)-x$, $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)+x$ trên tập hợp $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(1)+G(1)=-1$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đặt $I=\int\limits_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$

Đổi biến: $t=3x+1\Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{d}t$, $x\big|_0^1 \Rightarrow t\big|_1^4$

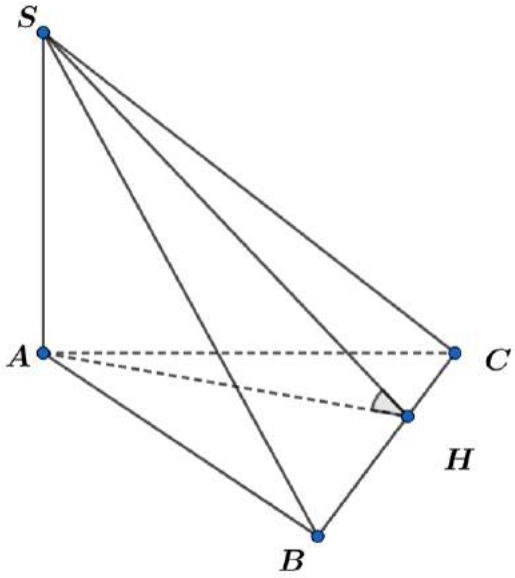
$\Rightarrow I=\frac{1}{3}\int\limits_1^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{6}\int\limits_1^4 \left[f(t)-t+f(t)+t\right]\mathrm{d}t=\frac{1}{6}\left[F(t)+G(t)\right]\Big|_1^4$

$=\frac{1}{6}\left\{\left[F(4)+G(4)\right]-\left[F(1)+G(1)\right]\right\}=1$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2\mathrm{a}$, $BC=a\sqrt{3}$ và góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp BC$ trong (ABC), ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp SH,\ SH \subset (SBC) \\ BC \perp AH,\ AH \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow ((SBC),(ABC)) = (SH, AH) = \widehat{SHA} = 60°$.

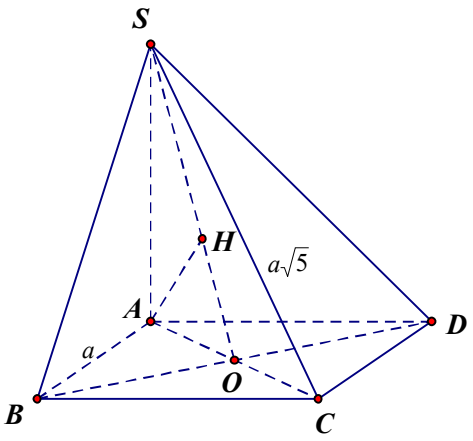
Xét tam giác SAH vuông tại A có: $\tan \widehat{SHA} = \dfrac{SA}{AH} \Rightarrow AH = \dfrac{SA}{\tan \widehat{SHA}} = \dfrac{2\text{a}}{\tan 60°} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.AH.BC = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3}{3}\ (dvtt)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB = a$, $SC = a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD.

Ta có O là trung điểm của AC, $AC \cap (SBD) = O$, suy ra $d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$.

Gọi H là hình chiếu của A trên SO, ta suy ra được $AH \perp (SBD)$, hay $d(A,(SBD)) = AH$.

Xét tam giác vuông SAO, vuông tại A, AH là đường cao, ta có:

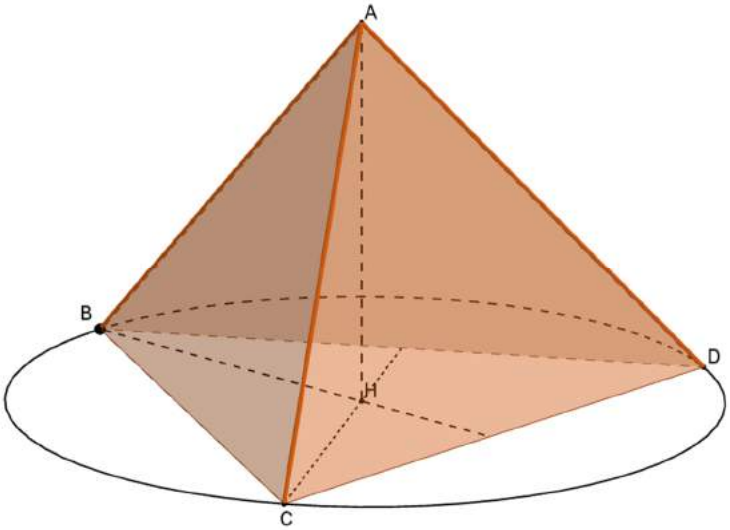
$AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng, $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AO^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d\left(C,\left(SBD\right)\right)=\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Khối nón có đỉnh là A, đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔBCD thì có thể tích bằng:

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $\left(BCD\right)$, H là tâm của ΔBCD. Ta có:

$$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Bán kính đáy hình nón bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔBCD nên $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

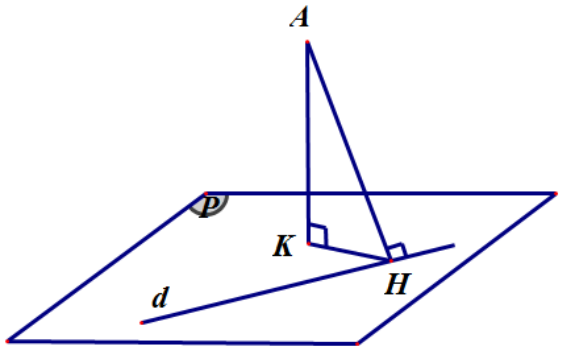
Vậy thể tích khối nón bằng: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\pi\sqrt{6}}{27}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(-3;1;0\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến $\left(P\right)$ lớn nhất, $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $6x-4y-z-31=0$. **B.** $x+2y-2z-3=0$.

C. $5x-6y-z-1=0$. **D.** $2x-5y+z+1=0$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d ; K là hình chiếu vuông góc của A trên $\left(P\right)$.

Có $d\left(A;\left(P\right)\right)=AK\le AH$ (không đổi). Suy ra khoảng cách từ A đến $\left(P\right)$ lớn nhất là AH khi $K\equiv H$. Khi đó $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AH.

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-2)$; $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-5+2t\\z=1-2t\end{cases}$.

Do $H\in d\Rightarrow H(2+t;-5+2t;1-2t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(5+t;-6+2t;1-2t)$.

Ta có $AH\perp d\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 1(5+t)+2(-6+2t)-2(1-2t)=0\Leftrightarrow 9t-9=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy (P) đi qua $H(3;-3;-1)$ và có VTPT $\overrightarrow{AH}=(6;-4;-1)$ có phương trình là $6(x-3)-4(y+3)-1(z+1)=0\Leftrightarrow 6x-4y-z-31=0$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_3\frac{2x^2-7}{625}\le\log_5\frac{2x^2-7}{81}$. Số tập con của S là

A. 2^{316}. **B.** 2^{318}. **C.** 319. **D.** 2^{319}.

Lời giải

Điều kiện: $2x^2-7>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\frac{\sqrt{14}}{2}\\x>\frac{\sqrt{14}}{2}\end{array}\right.$.

Ta có:

$\log_3\frac{2x^2-7}{625}\le\log_5\frac{2x^2-7}{81}$

$\Leftrightarrow\log_3 5.\left[\log_5(2x^2-7)-4\right]\le\log_5(2x^2-7)-4\log_5 3$

$\Leftrightarrow(\log_3 5-1).\log_5(2x^2-7)\le 4\log_3 5-4\log_5 3$

$\Leftrightarrow\log_5(2x^2-7)\le\frac{4(\log_3 5-\log_5 3)}{\log_3 5-1}$

$\Leftrightarrow\log_5(2x^2-7)\le 4(1+\log_5 3)$

$\Leftrightarrow\log_5(2x^2-7)\le\log_5 15^4$

$\Leftrightarrow 2x^2-7\le 15^4$

$\Leftrightarrow-\sqrt{25316}\le x\le\sqrt{25316}$

Kết hợp điều kiện ta có $S=\{-159;-158;...;-2;2;...;158;159\}$.

Vậy S có 316 số nguyên x. Số tập con của S là 2^{316}.

Câu 42. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc đoạn $[20;50]$. Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

A. $\frac{28}{31}$. **B.** $\frac{10}{31}$. **C.** $\frac{23}{31}$. **D.** $\frac{9}{31}$.

Lời giải

Không gian mẫu là chọn một số tự nhiên thuộc đoạn $[20;50]\Rightarrow n(\Omega)=31$.

Gọi A là biến cố chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục

$A=\{20,21,30,31,32,40,41,42,43,50\}$ nên $n(A)=10$

Xác suất để chọn được số có chữ số hàng đơn vị nhỏ hơn chữ số hàng chục là

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10}{31}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức, cho phương trình: $z^2+2(m+1)z+m+7=0$ (m là số thực) có hai nghiệm phân biệt là z_1, z_2. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $|z_1+5|=|z_2+5|$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\Delta' = m^2 + m - 6$.

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right.$

Phương trình có hai nghiệm thực và z_1, z_2 nên

$$|z_1 + 5| = |z_2 + 5| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 + 5 = z_2 + 5 \\ z_1 + 5 = -(z_2 + 5) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = z_2 \,(Loai) \\ z_1 + z_2 = -10 \end{array}\right. \Leftrightarrow -2(m+1) = -10 \Leftrightarrow m = 4\,(tm)$$

Suy ra có 1 giá trị m.

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 2$

Phương trình có hai nghiệm phức liên hợp $z_1, z_2 = \overline{z_1} \Rightarrow z_1 + 5, z_2 + 5 = \overline{z_1} + 5$ cũng là hai số phức liên hợp do đó

$|z_1 + 5| = |z_2 + 5| \ \forall m \in (-3; 2)$

nên có 4 giá trị m.

Vậy có 5 giá trị m.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 - x^3 + 6x^2 - mx$ có ba điểm cực trị?

A. 26. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 30.

Lời giải

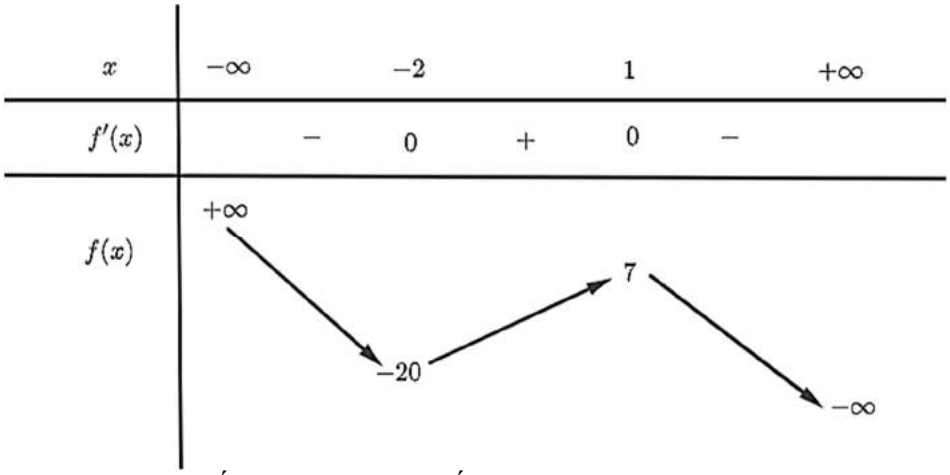
+) Ta có $y' = -2x^3 - 3x^2 + 12x - m, \forall x \in \mathbb{R}$.

+) $y' = 0 \Leftrightarrow -2x^3 - 3x^2 + 12x - m = 0 \Leftrightarrow m = -2x^3 - 3x^2 + 12x$, (1)

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x) = -2x^3 - 3x^2 + 12x$. $f'(x) = -6x^2 - 6x + 12, f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.



Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, ta có phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-20 < m < 7$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-19; -34; ...; -1; 0; 1; ...6\}$. Vậy có 26 giá trị nguyên của m thoả mãn đề bài.

Câu 45. cho hàm số f(x) có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị dương trên khoảng $(-\infty; 0)$. Hàm số và $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\infty; 0)$

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Nhận thấy: $f(x)$ có đạo hàm và đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

$\Rightarrow f'(x) > 0$ với $\forall x \in (-\infty; 0)$

Theo giả thiết: $f(x)>0$ với $\forall x\in(-\infty;0)$

Ta có: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{f'(x).x-f(x)}{x^2}$

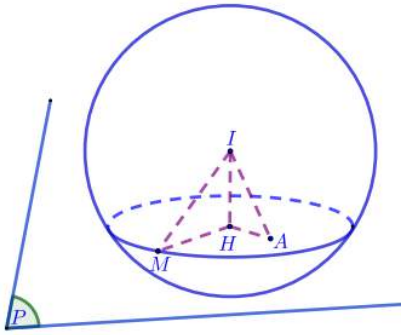
Với $\forall x\in(-\infty;0)$ ta có $\begin{cases}f'(x)>0\\ f(x)>0\\ x<0\end{cases}$ Suy ra: $g'(x)<0$ với $\forall x\in(-\infty;0)$

Vậy $g(x)$ nghịch biến trong khoảng $(-\infty;0)$ nên hàm số không có cực trị trên khoảng đó.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=12$ và điểm $A(0;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A, cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất có phương trình là $ax+by+cz+14=0$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $M=a-b+c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải



Mặt phẳng (S) có tâm $I(-1;2;-5)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), khi đó H là tâm đường tròn thiết diện và $IH\le IA$.

Gọi r là tâm đường tròn thiết diện, ta có $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.

Suy ra, đường tròn có bán kính r nhỏ nhất khi và chỉ khi IH lớn nhất.

Ta có $IH\le IA\Rightarrow IH$ lớn nhất khi và chỉ khi $H\equiv A$ hay hình chiếu của I lên (P) là điểm A.

Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;-3)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(1;-1;2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trinh mặt phẳng (P) là

$(x-0)-(y-1)+2(z+3)=0\Leftrightarrow x-y+2z+7=0$

Hay $(P):2x-2y+4z+14=0$. Suy ra $a=2,b=-2,c=4$.

Vậy $M=a-b+c=8$

Câu 47. Xét các số phức $z;w$ thỏa mãn $|z-2|^2+|z-2i|^2=6$ và $|w-3-2i|=|w+3+6i|$. Khi $|z-w|$ đạt giá trị nhỏ nhất, hãy tính $|z|$.

A. $1+\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}-1$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

+) Gọi $z=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$ và M là điểm biểu diễn số phức z.

Ta có $|z-2|^2+|z-2i|^2=6\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2+x^2+(y-2)^2=6\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;1)$ bán kính $R=1$.

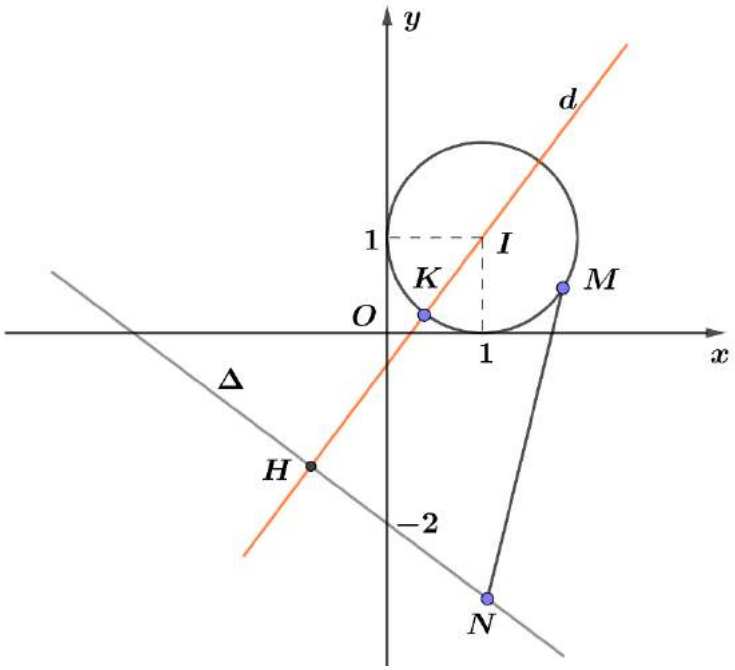
+) Gọi $w=a+bi$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và N là điểm biểu diễn số phức w.

Ta có $|w-3-2i|=|w+3+6i|\Leftrightarrow\sqrt{(a-3)^2+(b-2)^2}=\sqrt{(a+3)^2+(b+6)^2}\Leftrightarrow 3a+4b+8=0$.

Suy ra N thuộc đường thẳng $\Delta:3x+4y+8=0$.

+) Gọi d đi qua I và vuông góc với đường thẳng $\Delta:3x+4y+8=0$, suy ra $d:4x-3y-1=0$.

Gọi $H = d \cap \Delta \Rightarrow H\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5}\right) \Rightarrow IH = 3$.



Gọi K là giao điểm của đoạn IH và (C). Ta có $IH = 3; IK = 1 \Rightarrow \overrightarrow{IK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IH} \Rightarrow K\left(\frac{2}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Mặt khác, ta có $|z-w| = MN$.

Vì M thay đổi thuộc đường tròn (C) và N thay đổi thuộc đường thẳng Δ nên suy ra $MN \geq KH$.

Do đó $|z-w|_{\min} = HK = 2$ khi $M \equiv K, N \equiv H$, suy ra $M\left(\frac{2}{5};\frac{1}{5}\right)$.

Vậy $|z| = OM = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m-2)x - 4m + \frac{2}{3}\right|$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Đặt $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (m-2)x - 4m + \frac{2}{3}$, ta có $f'(x) = x^2 - 4x + m - 2$.

Xét hàm số $h(x) = -x^2 + 4x + 2$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$h(x)$	$-\infty$	5	6	5	$-\infty$

Yêu cầu bài toán tương đương

$\begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (1;3) \\ f(1) \geq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in (1;3) \\ f(1) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq h(x), \forall x \in (1;3) \\ f(1) \geq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m \leq h(x), \forall x \in (1;3) \\ f(1) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ -3m-3 \ge 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} m \le 5 \\ -3m-3 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 6 \\ -3m-3 \ge 0 \end{cases}$ (vô nghiệm) hoặc $-1 \le m \le 5$

Vậy $m \in \{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(\frac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}\right)+4(x+y)=(x+y-1)^2+(x-2)^2+(y-1)^2$$

A. 4 **B.** 3 **C.** 8 **D.** 6

Lời giải

Điều kiện xác định: $\frac{5x+4y}{x^2+y^2+xy+3}>0 \Leftrightarrow 5x+4y>0$.

Phương trình trở thành: $\log_2(5x+4y)+2(5x+4y)=\log_2\left(x^2+y^2+xy+3\right)+2\left(x^2+y^2+xy+3\right)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+2t, t>0$, vì $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+2>0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow 5x+4y=x^2+y^2+xy+3 \Leftrightarrow (x+y)^2+(x-5)^2+(y-4)^2=35$ (2)

Vì x,y nguyên nên từ (2) suy ra $\begin{cases} (x-5)^2 \le 25 \\ (y-4)^2 \le 25 \\ (x+y)^2 \le 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ -1 \le y \le 9 \\ -5 \le x+y \le 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 5 \\ -1 \le y \le 5 \\ x+y \le 5 \end{cases}$.

Thử lại ta thấy có 6 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn là $(0;1),(0;3),(2;-1);(2;3),(4;-1),(4;1)$.

Cách khác: (1) $\Leftrightarrow 5x+4y=x^2+y^2+xy+3 \Leftrightarrow x^2+(y-5)x+y^2-4y+3=0$

Phương trình (2) có nghiệm x khi $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow (y-5)^2-4\left(y^2-4y+3\right) \ge 0$

$\Leftrightarrow -3y^2+6y+13 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{3-4\sqrt{3}}{3} \le y \le \frac{3+4\sqrt{3}}{3}$. Do y nguyên nên $y \in \{-1;0;1;2;3\}$. Lần lượt thay mỗi giá trị của $y \in \{-1;0;1;2;3\}$ vào phương trình (2) ta tìm nghiệm x nguyên tương ứng.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(0)=0$ và

$f(x)+f'(x)=x-2, \forall x \in [0;1]$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. $\frac{-5e-3}{2e}$. **B.** $\frac{3-2e}{5}$. **C.** $\frac{e-6}{2e}$. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Lời giải

Ta có $f(x)+f'(x)=x-2 \Leftrightarrow e^x f(x)+e^x f'(x)=(x-2)e^x \Leftrightarrow \left[e^x f(x)\right]'=(x-2)e^x$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được: $\int\left[e^x f(x)\right]'dx=\int(x-2)e^x dx \Leftrightarrow e^x f(x)=\int(x-2)e^x dx$

Đặt $\begin{cases} u=x-2 \\ dv=e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=e^x \end{cases} \Rightarrow e^x f(x)=(x-2)e^x-\int e^x dx \Leftrightarrow e^x f(x)=(x-2)e^x-e^x+C$

$\Rightarrow e^x f(x)=(x-3)e^x+C$. Do $f(0)=0 \Rightarrow C=3$

Khi đó $e^x f(x)=(x-3)e^x+3 \Rightarrow f(x)=x-3+3e^{-x}$

$$\Rightarrow \int_0^1 f(x)\,dx=\int_0^1\left(x-3+3e^{-x}\right)dx=\left(\frac{x^2}{2}-3x-3e^{-x}\right)\Big|_0^1=\frac{e-6}{2e}.$$

CỤM LIÊN TRƯỜNG
HÀ NỘI

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của véc-tơ đơn vị trên trục Oy là
A. $(0;0;1)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Câu 2. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là
A. $5^x\ln 5+C$. **B.** $\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **C.** $\dfrac{1}{5}.5^x+C$. **D.** 5^x+C.

Câu 3. Cho $z=a+bi; z'=c+di$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Phần thực của số phức $z.z'$ là
A. $-bd$. **B.** $ac-bd$. **C.** ac. **D.** $ac+bd$.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x$, trục Ox và đường thẳng $x=2$ bằng
A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

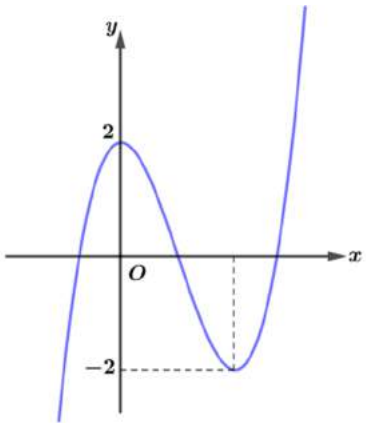
Câu 5. Ba số a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $a+b+c=12$ thì giá trị b bằng
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 6. Hàm số $y=x^3-3x^2+3x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?
A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-2=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng
A. 7. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 8. Hình nón có chiều cao bằng đường kính đáy bằng $10cm$ thì độ dài đường sinh của hình nón bằng
A. $5\sqrt{5}cm$. **B.** $15cm$. **C.** $5\sqrt{6}cm$. **D.** $5cm$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu đường kính AB với $A(1;2;-3)$, $B(-5;0;1)$ có tọa độ tâm là
A. $(-3;-1;2)$. **B.** $(-2;1;-1)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(-6;-2;4)$.

Câu 11. Số các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau là
A. 19. **B.** 90. **C.** 18. **D.** 81.

Câu 12. Hàm số $y=x^4$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?
A. $(-2;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 13. Mô đun của số phức $z=3-4i$ bằng
A. -4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Câu 14. Biết $\int_0^1 \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=3;\int_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 15. Biết $\log_a 15+\log_a 5-\log_a 3=\log_a b$, giá trị của b bằng

A. 30. **B.** 17. **C.** 10. **D.** 25.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=1$.

Câu 17. Chia khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ bằng mặt phẳng $(AB'C')$ được hai khối nào sau đây

A. Hai khối chóp tam giác.
B. Một khối chóp, một khối lăng trụ.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối chóp tam giác, một khối chóp tứ giác.

Câu 18. Biết một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $\sin x$ thì họ các nguyên hàm của hàm số $f(2x)$ là

A. $\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $\sin 2x+C$. **D.** $\cos 2x+C$.

Câu 19. Biết $\left(\sqrt{x}\right)^3.x^2=x^a$ với mọi $x>0$, giá trị của a bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** 5.

Câu 20. Phương trình $3^x=4$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 21. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-4x^2+4$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

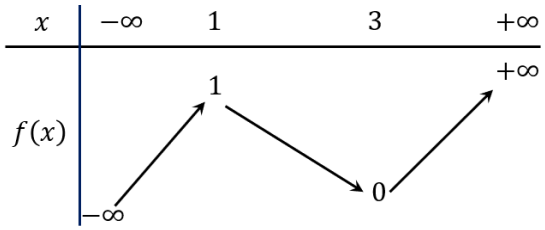
Câu 22. Bất phương trình $\log_{0.5} x>-4$ có bao nhiêu nghiệm x nguyên?

A. 15. **B.** Vô số. **C.** 17. **D.** Không có.

Câu 23. Biểu diễn hình học của số phức $z=-3i$ là điểm

A. $P(3;0)$. **B.** $N(0;-3)$. **C.** $Q(-3;0)$. **D.** $M(0;3)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 25. Đường kính của một khối cầu là $2(m)$ thì diện tích bề mặt khối cầu đó bằng

A. $4\pi(m^2)$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi(m^2)$. **C.** $\pi(m^2)$. **D.** $2\pi(m^2)$.

Câu 26. Khối chóp có chiều cao bằng $3cm$, diện tích đáy bằng $4cm^2$ có thể tích bằng

A. $12cm^3$. **B.** $3cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $6cm^3$.

Câu 27. Với số thực a dương tùy ý, đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;1)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $N(1;0)$. **D.** $P(1;1)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;1)$ có phương trình là

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y+z-1=0$. **C.** $x-y+z+1=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Câu 29. Phương trình $z^2-2z+c=0(1)$ có biệt số $\Delta=-100$. Gọi z_1,z_2 là 2 nghiệm của phương trình (1), giá trị $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 26. **B.** 104. **C.** 52. **D.** 101.

Câu 30. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$, $C(-1;0;5)$. Đường thẳng chứa trung tuyến AM của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}(3;3;1)$ **B.** $\vec{k}(0;0;1)$ **C.** $\vec{i}(1;1;0)$. **D.** $\vec{j}(0;1;0)$.

Câu 31. Một lớp có 44 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 44, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh lên bảng kiểm tra bài cũ. Xác suất để hai học sinh có số thứ tự chia hết cho 4 được gọi lên bảng là

A. $\frac{5}{86}$. **B.** $\frac{5}{43}$. **C.** $\frac{45}{946}$. **D.** $\frac{45}{473}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm A, B, C thỏa mãn $OA=OB=OC$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y+z-1=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$. **D.** $3x+2y+z-10=0$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x+5 & \text{khi } x\le 4\\ x-7 & \text{khi } x>4\end{cases}$. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;12]$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 7.

Câu 34. Biết $f(x).g(x)=x.\ln x$; $\int_1^e f'(x).g(x)\mathrm{d}x=e-1$, giá trị $\int_1^e f(x).g'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. e. **B.** 2. **C.** $e+1$. **D.** 1.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị tang của góc giữa đường chéo AC' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** 1. **D.** 2.

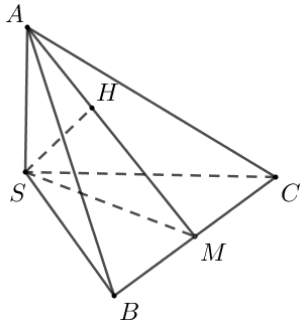
Câu 36. Hàm số $y=\sin x$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $[-2\pi;2\pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 37. Nếu $a_1=\log_2 3$; $a_2=\log_3 4$; $a_3=\log_4 5$; ..., $a_{30}=\log_{31}32$ thì $a_1.a_2.a_3...a_{30}$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 16.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=1$, $SB=SC=2$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng



A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$. **B.** $\sqrt{\frac{3}{2}}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn $\log_5(10x+5)=25^y-2(x-y)$, với $1\le x\le 2023$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 2023.

Câu 40. Có bao nhiêu số thực m để có duy nhất số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z-i|=1 \\ |z+2i|=|z-2m| \end{cases}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 41. Trong không gian cho hai điểm I_1, I_2, với $I_1I_2=6$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm I_1, có bán kính bằng 13, (S_2) là mặt cầu tâm I_2, có bán kính bằng 17. Hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. $4\sqrt{10}$. **B.** 11. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{30}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+3mx+2$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $|x_1-x_2|=4$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 43. Xét các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 12. Quay hình chữ nhật đó xung quanh một cạnh ta thu được khối tròn xoay có thể tích lớn nhất bằng

A. 16π. **B.** 27π. **C.** 32π. **D.** 24π.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(0)+G(0)=7$. Khi đó $\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** 2. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 45. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có hai mặt kề nhau có diện tích bằng 20 và 15 mét vuông. Độ dài AC' có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu mét?

A. 5 mét. **B.** 50 mét. **C.** $2\sqrt{5}$ mét. **D.** $5\sqrt{2}$ mét.

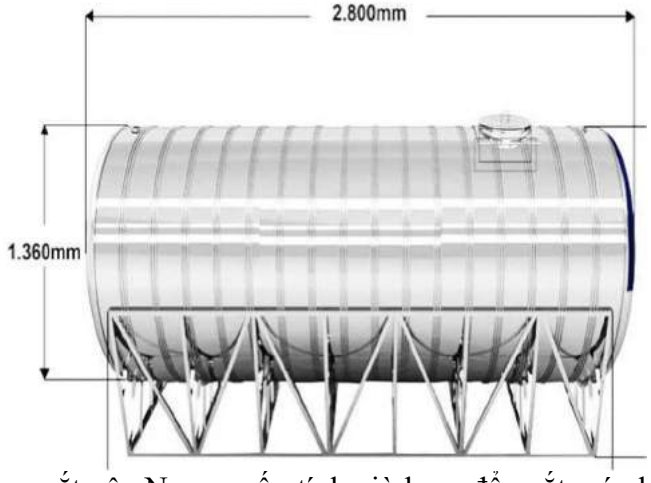
Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m.2^{x+1}+m^2=16^x-6.8^x+2.4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=36$, $(S_2):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=100$ và điểm $A(-1;3;2)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với mặt cầu (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C phân biệt. Diện tích tam giác ABC lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 96. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 32.

Câu 48. Nhà Nam có một bồn inox đựng nước (coi bồn có dạng hình trụ) dung tích xấp xỉ 4000 lít đặt nằm ngang kích thước như trong hình sau:

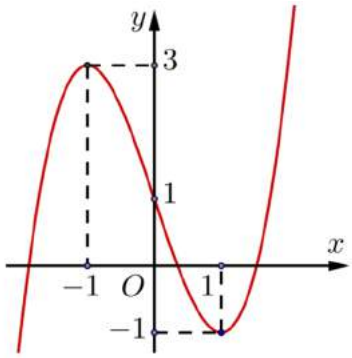


Do bị hỏng phao điện tự ngắt nên Nam muốn tính giờ bơm để ngắt máy bơm sao cho nước đầy bồn và không bị tràn. Ban đầu bồn hết nước, Nam bắt đầu cắm máy bơm, lúc được 15 phút Nam

đo được mực nước từ đáy cao 15cm. Hỏi sau khoảng bao nhiêu phút nữa thì Nam ngắt máy bơm biết rằng lượng nước máy bơm bơm được là không đổi trong suốt quá trình bơm?

A. 190 phút. **B.** 280 phút. **C.** 120 phút. **D.** 230 phút.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-5;5)$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(f(x)\right)-f(x)+m\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 50. Biết z là các số phức thỏa mãn $\left|z+\overline{z}\right|+2\left|z-\overline{z}\right|\le 8$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\left|z-3-3i\right|$. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 25. **B.** 63. **C.** 39. **D.** 61.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.C	5.A	6.B	7.D	8.A	9.D	10.B
11.D	12.D	13.C	14.A	15.D	16.C	17.D	18.A	19.C	20.C
21.A	22.A	23.B	24.C	25.A	26.C	27.B	28.B	29.C	30.D
31.A	32.A	33.A	34.D	35.B	36.C	37.A	38.A	39.B	40.B
41.D	42.B	43.C	44.D	45.D	46.B	47.A	48.D	49.C	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của véc-tơ đơn vị trên trục Oy là

A. $(0;0;1)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(0;1;0)$.

Lời giải

Véc-tơ đơn vị trên trục Oy là véc-tơ $\vec{j}=(0;1;0)$.

Câu 2. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

A. $5^x\ln 5+C$. **B.** $\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$. **C.** $\dfrac{1}{5}.5^x+C$. **D.** 5^x+C.

Lời giải

Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là $\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 3. Cho $z=a+bi; z'=c+di$ với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Phần thực của số phức $z.z'$ là

A. $-bd$. **B.** $ac-bd$. **C.** ac. **D.** $ac+bd$.

Lời giải

Ta có $z.z'=(a+bi).(c+di)=ac-bd+(ad+bc)i$.

Vậy phần thực của số phức $z.z'$ là $ac-bd$.

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x$, trục Ox và đường thẳng $x=2$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y=x$ cắt trục Ox tại điểm $O(0;0)$. Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x$, trục Ox và đường thẳng $x=2$ là $S=\int_0^2|x|dx=\int_0^2 xdx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right|_0^2=2$.

Câu 5. Ba số a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Biết $a+b+c=12$ thì giá trị b bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Ba số a,b,c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên $a+c=2b$.

Mà $a+b+c=12$ nên $3b=12\Rightarrow b=4$.

Câu 6. Hàm số $y=x^3-3x^2+3x$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2>0,\forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2y+4z-2=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 7. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Từ phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2y+4z-2=0$ ta có :

$$\begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=-2 \\ d=-2 \end{cases} \Rightarrow R=\sqrt{1+4+2} \Rightarrow R=\sqrt{7}.$$

Câu 8. Hình nón có chiều cao bằng đường kính đáy bằng $10cm$ thì độ dài đường sinh của hình nón bằng

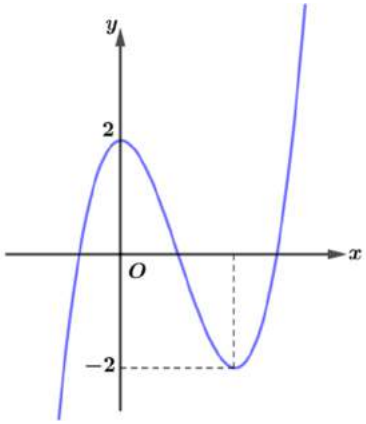
A. $5\sqrt{5}cm$. **B.** $15cm$. **C.** $5\sqrt{6}cm$. **D.** $5cm$.

Lời giải

Gọi $d;h;r$ lần lượt là đường kính, chiều cao, bán kính của hình nón.

Ta có: $h=d=10cm \Rightarrow r=5cm \Rightarrow$ Độ dài đường sinh là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}cm.$

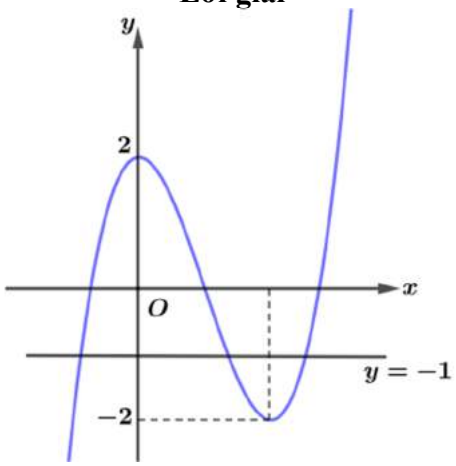
Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải



Đồ thị hàm số $f(x)$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại 3 điểm.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu đường kính AB với $A(1;2;-3)$, $B(-5;0;1)$ có tọa độ tâm là

A. $(-3;-1;2)$. **B.** $(-2;1;-1)$. **C.** $(-4;2;-2)$. **D.** $(-6;-2;4)$.

Lời giải

Gọi $I(-2;1;-1)$ là trung điểm AB.

I chính là tâm của mặt cầu đường kính AB.

Câu 11. Số các số tự nhiên có hai chữ số khác nhau là

A. 19. **B.** 90. **C.** 18. **D.** 81.

Lời giải

Số có hai chữ số khác nhau có dạng $\overline{ab}$ với $a\neq 0; a\neq b$.

$a\in\{1;2;3;...;9\}$ nên a có 9 cách chọn.

$b \in \{0;1;2;3;...;9\} \setminus \{a\}$ nên b có 9 cách chọn.

Vậy có $9.9 = 81$ số thoả mãn.

Câu 12. Hàm số $y = x^4$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$

$y' > 0 \Leftrightarrow 4x^3 > 0 \Leftrightarrow x > 0$ nên hàm số đồng biên trên khoảng $(0;+\infty)$ cũng đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 13. Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. -4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 25.

Lời giải

Mô đun của số phức $z = 3 - 4i$ là $|z| = |3 - 4i| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 14. Biết $\int_0^1 [f(x) + g(x)]\,dx = 3; \int_0^1 [f(x) - g(x)]\,dx = 5$ thì $\int_0^1 f(x)\,dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \int_0^1 [f(x) + g(x)]\,dx = 3 \\ \int_0^1 [f(x) - g(x)]\,dx = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_0^1 f(x)\,dx + \int_0^1 g(x)\,dx = 3 \\ \int_0^1 f(x)\,dx - \int_0^1 g(x)\,dx = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_0^1 f(x)\,dx = 4 \\ \int_0^1 g(x)\,dx = -1 \end{cases}$.

Vậy $\int_0^1 f(x)\,dx = 4$.

Câu 15. Biết $\log_a 15 + \log_a 5 - \log_a 3 = \log_a b$, giá trị của b bằng

A. 30. **B.** 17. **C.** 10. **D.** 25.

Lời giải

Ta có: $\log_a \frac{15.5}{3} = \log_a b \Leftrightarrow \log_a 25 = \log_a b \Leftrightarrow 25 = b$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 0$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2}{x-1} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x}\left(\frac{2}{1 - \frac{1}{x}}\right) = 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 0$.

Câu 17. Chia khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ bằng mặt phẳng $(AB'C')$ được hai khối nào sau đây

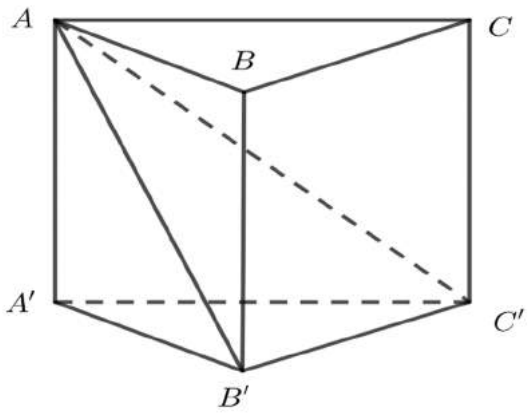
A. Hai khối chóp tam giác.

B. Một khối chóp, một khối lăng trụ.

C. Hai khối chóp tứ giác.

D. Một khối chóp tam giác, một khối chóp tứ giác.

Lời giải



Dựa vào hình vẽ chia khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ bằng mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ được : một khối chóp tam giác, một khối chóp tứ giác.

Câu 18. Biết một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ là $\sin x$ thì họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(2x\right)$ là

A. $\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $\sin 2x+C$. **D.** $\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\sin x\Rightarrow \int f\left(2x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int f\left(2x\right)\mathrm{d}\left(2x\right)=\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

Câu 19. Biết $\left(\sqrt{x}\right)^3.x^2=x^a$ với mọi $x>0$, giá trị của a bằng

A. 6. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\left(\sqrt{x}\right)^3.x^2=\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^3.x^2=x^{\frac{3}{2}+2}=x^{\frac{7}{2}}\Rightarrow a=\frac{7}{2}$.

Câu 20. Phương trình $3^x=4$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Ta có: $3^x=4\Leftrightarrow x=\log_3 4\approx 1,26\in\left(1;2\right)$.

Câu 21. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-4x^2+4$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

$y=x^4-4x^2+4$ là hàm trùng phương có $\begin{cases}a.b=1.\left(-4\right)<0\\a=1>0\end{cases}$ nên hàm số có 3 điểm cực trị trong đó 2 điểm cực tiểu, 1 điểm cực đại.

Giá trị cực đại là $y_{CĐ}=y\left(0\right)=4$.

Câu 22. Bất phương trình $\log_{0.5}x>-4$ có bao nhiêu nghiệm x nguyên?

A. 15. **B.** Vô số. **C.** 17. **D.** Không có.

Lời giải

$\log_{0.5}x>-4\Leftrightarrow 0<x<0.5^{-4}\Leftrightarrow 0<x<16$

Mà x nguyên nên $x\in\left\{1;2;3;4;...;15\right\}$. Có tất cả 15 nghiệm nguyên.

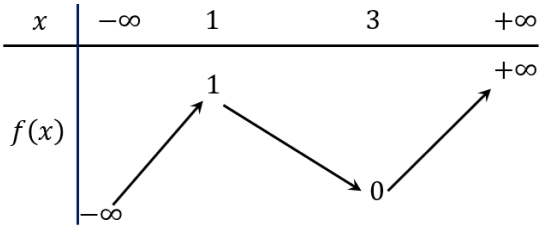
Câu 23. Biểu diễn hình học của số phức $z=-3i$ là điểm

A. $P\left(3;0\right)$. **B.** $N\left(0;-3\right)$. **C.** $Q\left(-3;0\right)$. **D.** $M\left(0;3\right)$.

Lời giải

Biểu diễn hình học của số phức $z=-3i$ là điểm $N\left(0;-3\right)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 25. Đường kính của một khối cầu là $2(m)$ thì diện tích bề mặt khối cầu đó bằng

A. $4\pi(m^2)$. **B.** $\frac{4}{3}\pi(m^2)$. **C.** $\pi(m^2)$. **D.** $2\pi(m^2)$.

Lời giải

Bán kính của khối cầu là $R=\frac{2}{2}=1m$.

Diện tích bề mặt khối cầu: $S=4\pi R^2=4\pi.1^2=4\pi m^2$.

Câu 26. Khối chóp có chiều cao bằng $3cm$, diện tích đáy bằng $4cm^2$ có thể tích bằng

A. $12cm^3$. **B.** $3cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $6cm^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.4.3=4cm^3$.

Câu 27. Với số thực a dương tùy ý, đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;1)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $N(1;0)$. **D.** $P(1;1)$.

Lời giải

Khi $x=0$ thì $a^0=1$ với mọi số thực dương a.

Do đó đồ thị hàm số $y=a^x$ luôn đi qua điểm $M(0;1)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;1)$ có phương trình là

A. $x+y+z+1=0$. **B.** $x-y+z-1=0$. **C.** $x-y+z+1=0$. **D.** $x+y+z-1=0$.

Lời giải

Vì $A(1;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;1)$ lần lượt nằm trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz nên mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có phương trình là: $\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow x-y+z-1=0$.

Câu 29. Phương trình $z^2-2z+c=0(1)$ có biệt số $\Delta=-100$. Gọi z_1,z_2 là 2 nghiệm của phương trình (1), giá trị $|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. 26. **B.** 104. **C.** 52. **D.** 101.

Lời giải

$\Delta=-100=(-2)^2-4.1.c\Rightarrow c=26$

Phương trình (1) trở thành $z^2-2z+26=0\Leftrightarrow z=1\pm 5i$

Khi đó $|z_1|^2+|z_2|^2=52$.

Câu 30. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(3;2;1)$, $C(-1;0;5)$. Đường thẳng chứa trung tuyến AM của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}(3;3;1)$ **B.** $\vec{k}(0;0;1)$ **C.** $\vec{i}(1;1;0)$. **D.** $\vec{j}(0;1;0)$.

Lời giải

M là trung điểm $BC \Rightarrow M(1;1;3)$

Vectơ chỉ phương AM là $\overrightarrow{AM}(0;-1;0)$ hay $\vec{j}(0;1;0)$.

Câu 31. Một lớp có 44 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 44, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh lên bảng kiểm tra bài cũ. Xác suất để hai học sinh có số thứ tự chia hết cho 4 được gọi lên bảng là

A. $\frac{5}{86}$. **B.** $\frac{5}{43}$. **C.** $\frac{45}{946}$. **D.** $\frac{45}{473}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Hai học sinh được chọn có số thứ tự chia hết cho 4".

Chọn hai học sinh từ 44 học sinh có: $C_{44}^2 = 946$ cách

Số phần tử của gian mẫu là: $n(\Omega) = 946$.

Chọn hai học sinh có số thứ tự chia hết cho 4 có: $C_{11}^2 = 55$ cách.

Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 55$.

Xác suất của biến cố A: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{55}{946} = \frac{5}{86}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C thỏa mãn $OA = OB = OC$, phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+y+z-6=0$. **B.** $x+y+z-1=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$. **D.** $3x+2y+z-10=0$.

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (P) cắt tia Ox, Oy, Oz tại ba điểm phân biệt $A(a;0;0)$, $B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a>0$, $b>0$, $c>0$.

$\Rightarrow (P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$

Theo giả thiết ta có: $OA = OB = OC \Rightarrow a = b = c$.

$\Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=1 \Rightarrow a=6 \Rightarrow b=c=6$

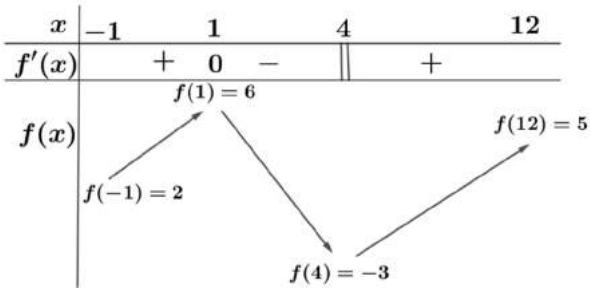
$\Rightarrow (P): \frac{x}{6}+\frac{y}{6}+\frac{z}{6}=1 \Leftrightarrow (P): x+y+z-6=0$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} -x^2+2x+5 & \text{khi } x \le 4 \\ x-7 & \text{khi } x>4 \end{cases}$. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;12]$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 7.

Lời giải

- Xét trên khoảng $(-\infty;4)$, ta có: $f'(x)=-2x+2$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.
- Xét trên khoảng $(4;+\infty)$, ta có: $f'(x)=1>0$.
- BBT



▪ Suy ra: $\underset{[-1;12]}{\text{Min}}\, f(x) = f(4) = -3$, $\underset{[-1;12]}{\text{Max}}\, f(x) = f(1) = 6$.

▪ Vậy: $\underset{[-1;12]}{\text{Min}}\, f(x) + \underset{[-1;12]}{\text{Max}}\, f(x) = -3 + 6 = 3$.

Câu 34. Biết $f(x).g(x) = x.\ln x$; $\int_1^e f'(x).g(x)\mathrm{d}x = e - 1$, giá trị $\int_1^e f(x).g'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. e. **B.** 2. **C.** $e+1$. **D.** 1.

Lời giải

▪Ta có:

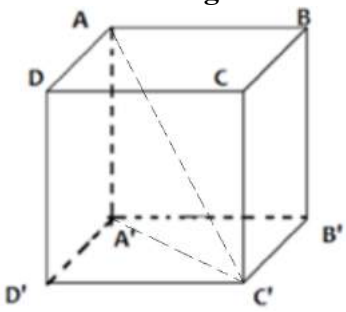
$\int_1^e f'(x).g(x)\mathrm{d}x + \int_1^e f(x).g'(x)\mathrm{d}x = \int_1^e \left(f(x).g(x)\right)' \mathrm{d}x = f(x).g(x)\Big|_1^e = x.\ln x\Big|_1^e = e$

$\Leftrightarrow e - 1 + \int_1^e f(x).g'(x)\mathrm{d}x = e \Leftrightarrow \int_1^e f(x).g'(x)\mathrm{d}x = 1$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị tang của góc giữa đường chéo AC' và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải



+/ $AC' \cap (A'B'C'D') = C'$

+/ $AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow A'$ là hình chiếu của $A \Rightarrow A'C'$ là hình chiếu của AC' lên $(A'B'C'D')$.

+/ $\left(AC', (A'B'C'D')\right) = \left(AC', A'C'\right) = \widehat{AC'A'} = \alpha$

+/ $\tan\alpha = \frac{AA'}{A'C'} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 36. Hàm số $y = \sin x$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $[-2\pi; 2\pi]$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

+/ $y' = \cos x$

+/ $\begin{cases} y' = 0 \\ -2\pi \le x \le 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ -2\pi \le x \le 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ -2\pi \le x \le 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right\}$

+/ $y'' = -\sin x$

$y''\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = -\sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = -1 < 0$

$y''\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1>0$

$y''\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1<0$

$y''\left(-\frac{3\pi}{2}\right)=-\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)=1>0$

+ Kết luận: Có 4 cực trị.

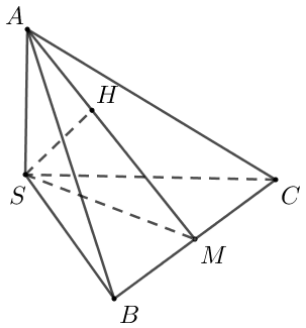
Câu 37. Nếu $a_1=\log_2 3;\ a_2=\log_3 4; a_3=\log_4 5;\ ...,\ a_{30}=\log_{31}32$ thì $a_1.a_2.a_3...a_{30}$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 16.

Lời giải

Ta có $a_1.a_2.a_3...a_{30}=\log_2 3.\log_3 4.\log_4 5...\log_{31}32=\log_2 32=5$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=1, SB=SC=2$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng



A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$. **B.** $\sqrt{\frac{3}{2}}$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Gọi M là trung điểm BC suy ra $BC\perp(SAM)$.

Trong mặt phẳng (SAM), kẻ $SH\perp AM$ tại H.

Suy ra $SH\perp(ABC)\Rightarrow d(S,(ABC))=SH$.

Có $\frac{1}{SH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{SB^2}+\frac{1}{SC^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{3}{2}\Rightarrow SH=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 39. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn $\log_5(10x+5)=25^y-2(x-y)$, với $1\le x\le 2023$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có :

$\log_5(10x+5)=25^y-2(x-y)\Leftrightarrow 1+\log_5(2x+1)=5^{2y}-2x+2y$

$\Leftrightarrow 2x+1+\log_5(2x+1)=5^{2y}+2y\Leftrightarrow 5^{\log_5(2x+1)}+\log_5(2x+1)=5^{2y}+2y\ (1)$.

Xét hàm số: $f(t)=5^t+t$ với $\forall t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(t)=5^t\ln 5+1>0$ với $\forall t\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà phương trình (1) có dạng:

$f(\log_5(2x+1))=f(2y)\Leftrightarrow\log_5(2x+1)=2y\Leftrightarrow x=\frac{5^{2y}-1}{2}$.

Theo bài ra ta có:

$1 \le x \le 2023 \Rightarrow 1 \le \dfrac{5^{2y}-1}{2} \le 2023 \Leftrightarrow 3 \le 5^{2y} \le 4047$

$\Leftrightarrow \log_5 3 \le 2y \le \log_5 4047 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\log_5 3 \le y \le \dfrac{1}{2}\log_5 4047.$

Do $y \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{1}{2}\log_5 3 \le y \le \dfrac{1}{2}\log_5 4047$ nên $y \in \{1;2\}$.

Với $y = 1 \Rightarrow x = 12$

Với $y = 2 \Rightarrow x = 312.$

Vậy có 2 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện bài ra.

Câu 40. Có bao nhiêu số thực m để có duy nhất số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z-i|=1 \\ |z+2i|=|z-2m| \end{cases}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ và $M(z)$

Do $|z-i|=1 \Rightarrow M \in (C): \begin{cases} \text{Tâm } I(0;1) \\ Bk\ R = 1 \end{cases}$

Mặt khác: $|z+2i| = |z-2m| \Leftrightarrow x^2 + (y+2)^2 = (x-2m)^2 + y^2 \Leftrightarrow d: mx + y + 1 - m^2 = 0$

Ycbt $\Leftrightarrow d(I,(d)) = R \Leftrightarrow \dfrac{|m.0+1+1-m^2|}{\sqrt{m^2+1}} = 1 \Leftrightarrow |2-m^2| = \sqrt{m^2+1}$

$\Leftrightarrow m^4 - 5m^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 = \dfrac{5+\sqrt{13}}{2} \\ m^2 = \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \pm\sqrt{\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}} \\ m = \pm\sqrt{\dfrac{5-\sqrt{13}}{2}} \end{array}\right.$

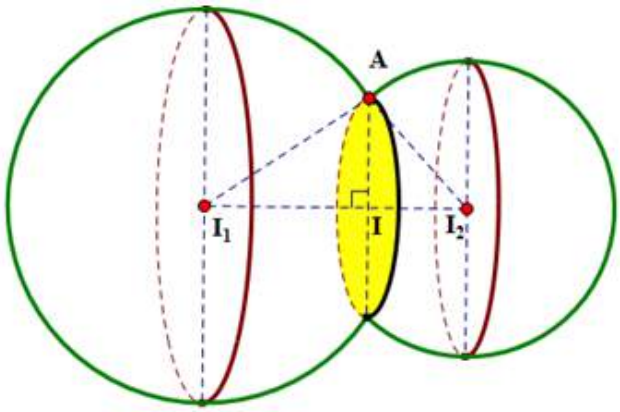
Vậy có 4 giá trị m thỏa mãn.

Câu 41. Trong không gian cho hai điểm I_1, I_2, với $I_1I_2 = 6$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm I_1, có bán kính bằng 13, (S_2) là mặt cầu tâm I_2, có bán kính bằng 17. Hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. $4\sqrt{10}$. **B.** 11. **C.** 4. **D.** $2\sqrt{30}$.

Lời giải

Hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ cắt nhau theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính IA như hình sau.



Nửa chu vi tam giác AI_1I_2: $p = \dfrac{6+13+17}{2} = 18.$

Diện tích tam giác AI_1I_2: $S = \sqrt{18.(18-6).(18-13).(18-17)} = 6\sqrt{30}$.

Bán kính cần tìm là: $IA=\dfrac{2S}{I_1I_2}=\dfrac{12\sqrt{30}}{6}=2\sqrt{30}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2+3mx+2$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|=4$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=x^2+2mx+3m$

$y'=0\Leftrightarrow x^2+2mx+3m=0$ (*)

$\Delta'=m^2-3m$

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1,x_2\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2

$\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m^2-3m>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\m>3\end{array}\right.$ (1)

Ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-2m\\x_1.x_2=3m\end{cases}$

$|x_1-x_2|=4\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16$

$\Leftrightarrow(-2m)^2-4.3m=16\Leftrightarrow 4m^2-12m-16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-1\end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện (1))

Vậy $S=\{-1;4\}$. Tổng các phần tử của S: $-1+4=3$.

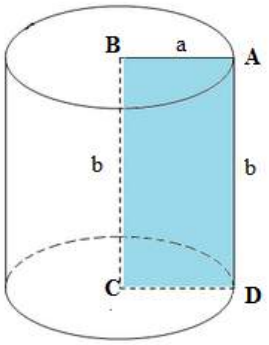
Câu 43. Xét các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 12. Quay hình chữ nhật đó xung quanh một cạnh ta thu được khối tròn xoay có thể tích lớn nhất bằng

A. 16π. **B.** 27π. **C.** 32π. **D.** 24π.

Lời giải

Xét hình chữ nhật $ABCD$ có hai cạnh lần lượt là a và b, theo đề ta có: $a+b=6$.

Giả sử quay quanh hình chữ nhật $ABCD$ này quanh một cạnh là BC, ta được một khối trụ tròn xoay như hình vẽ sau:



Thể tích khối trụ: $V=\pi.a^2.b=\dfrac{\pi}{2}.a.a.2b\le\dfrac{\pi}{2}.\left(\dfrac{a+a+2b}{3}\right)^3=\dfrac{8\pi.(a+b)^3}{54}=32\pi$.

Vậy khối trụ tròn xoay có thể tích lớn nhất bằng 32π, đạt được khi $a=2b\Rightarrow a=4,b=2$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4)+G(4)=5$ và $F(0)+G(0)=7$. Khi đó $\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Đặt $t=2x\Rightarrow dt=2dx$

$x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$

$$\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$$

$F(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}\Rightarrow G(x)=F(x)+C\Rightarrow\begin{cases}G(4)=F(4)+C\\G(0)=F(0)+C\end{cases}$

$$\begin{cases}F(4)+G(4)=5\\F(0)+G(0)=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2F(4)+C=5\\2F(0)+C=7\end{cases}\Leftrightarrow F(4)-F(0)=-1.$$

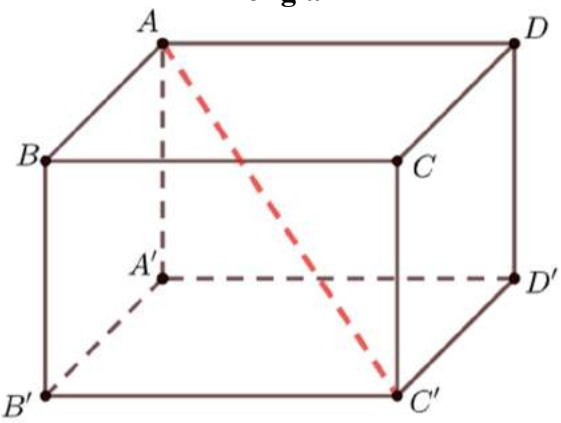
Vậy:

$$\int_0^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(F(x)\big|_0^4\right)=\frac{1}{2}\left(F(4)-F(0)\right)=\frac{-1}{2}$$

Câu 45. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có hai mặt kề nhau có diện tích bằng 20 và 15 mét vuông. Độ dài AC' có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu mét?

A. 5 mét. **B.** 50 mét. **C.** $2\sqrt{5}$ mét. **D.** $5\sqrt{2}$ mét.

Lời giải



Giả sử hai mặt $BCC'B', CDD'C'$ có diện tích lần lượt là $15\,m^2, 20\,m^2$. Đặt $x=CC'\left(x>0\right)$.

Khi đó, ta có: $BC=\frac{15}{x}$ và $CD=\frac{20}{x}$.

Ta có: $AC'=\sqrt{CC'^2+BC^2+CD^2}=\sqrt{x^2+\frac{225}{x^2}+\frac{400}{x^2}}=\sqrt{x^2+\frac{625}{x^2}}\ge\sqrt{2\sqrt{625}}=5\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $x^2=\frac{625}{x^2}\Leftrightarrow x=5\,m$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m.2^{x+1}+m^2=16^x-6.8^x+2.4^{x+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

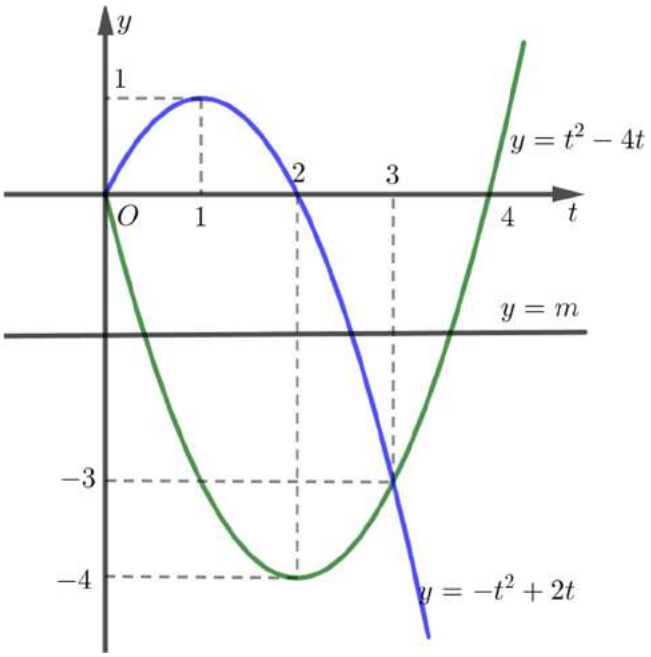
Đặt $t=2^x$, điều kiện $\left(t>0\right)$; ta có phương trình

$$t^2+2mt+m^2=t^2\left(t^2-6t+9\right)\Leftrightarrow\left(t+m\right)^2=t^2\left(t-3\right)^2$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t+m=t\left(t-3\right)\\t+m=-t\left(t-3\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=t^2-4t\\m=-t^2+2t\end{array}\right.\left(1\right).$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi hệ phương trình $\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 0.

Ta có đồ thị các hàm số $y=t^2-4t; y=-t^2+2t$ trên $\left(0;+\infty\right)$

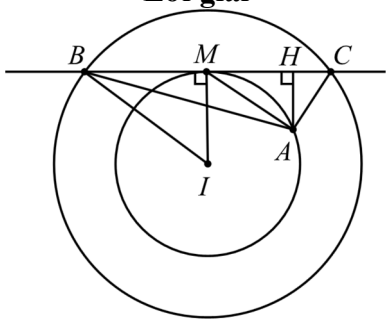


Hệ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi số giao điểm của đường thẳng $y=m$ với đồ thị các hàm số $y=t^2-4t; y=-t^2+2t$ trên $(0;+\infty)$ bằng 2. Điều này tương đương khi $m\in\{-4;-3;0;1\}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=36$, $(S_2):(x-3)^2+(y+1)^2+z^2=100$ và điểm $A(-1;3;2)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với mặt cầu (S_1) đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C phân biệt. Diện tích tam giác ABC lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 96. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 32.

Lời giải



Ta có (S_1) có tâm $I(3;-1;0)$ và có bán kính $R_1=6$.

(S_2) có tâm $I(3;-1;0)$ và có bán kính $R_2=10$.

Do $IA=6=R_1$ nên A nằm trên (S_1).

Gọi M là tiếp điểm của Δ và (S_1).

Gọi H là chân đường cao kẻ từ A tới Δ.

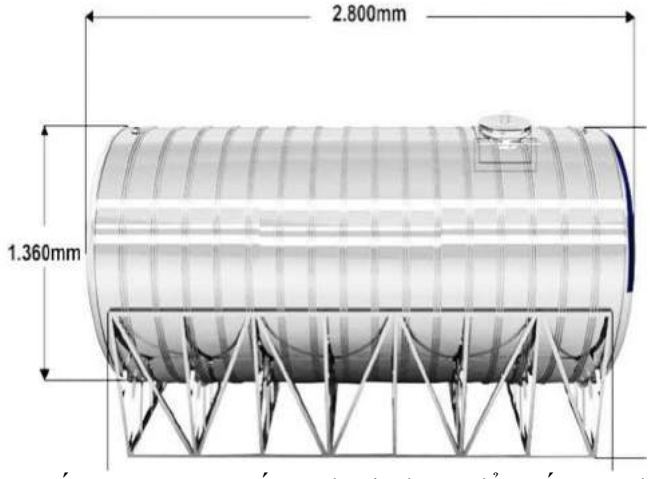
Ta có: $BC=2BM=2\sqrt{IB^2-IM^2}=2\sqrt{10^2-6^2}=16$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}.BC.AH=\frac{1}{2}.16.AH=8AH$

Mà $AH\le AM\le 2R_1=12$.

Vậy $S_{ABC}=8AH\le 8.12=96$. Dấu "=" xảy ra khi AM là đường kính của mặt cầu (S_1).

Câu 48. Nhà Nam có một bồn inox đựng nước (coi bồn có dạng hình trụ) dung tích xấp xỉ 4000 lít đặt nằm ngang kích thước như trong hình sau:



Do bị hỏng phao điện tự ngắt nên Nam muốn tính giờ bơm để ngắt máy bơm sao cho nước đầy bồn và không bị tràn. Ban đầu bồn hết nước, Nam bắt đầu cắm máy bơm, lúc được 15 phút Nam đo được mực nước từ đáy cao 15cm. Hỏi sau khoảng bao nhiêu phút nữa thì Nam ngắt máy bơm biết rằng lượng nước máy bơm bơm được là không đổi trong suốt quá trình bơm?

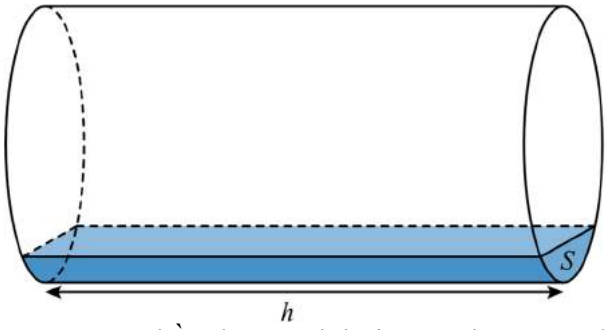
A. 190 phút. **B.** 280 phút. **C.** 120 phút. **D.** 230 phút.

Lời giải

Thể tích bồn xấp xỉ $4m^3$.

Bán kính đáy hình trụ là $R = 0,68m$.

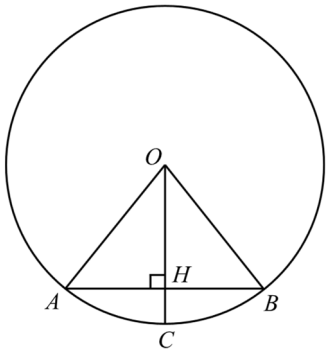
Chiều cao hình trụ là $h = 2,8m$.



Sau 15 phút thể tích nước trong bồn được tính bởi công thức: $V = S.h$.

Trong đó S là diện tích phần chứa nước trong đáy và h là chiều cao hình trụ.

Vẽ riêng đáy hình trụ và kí hiệu như hình vẽ.



Ta có: $OA = OB = OC = 0,68m$; $HC = 0,15m \Rightarrow OH = OC - HC = 0,53m$

$\Rightarrow \cos\widehat{HOB} = \dfrac{OH}{OB} = \dfrac{53}{68} \Rightarrow \widehat{HOB} \approx 38,793^o \Rightarrow \widehat{AOB} \approx 77,586^o$.

$\Rightarrow S_{OAB} = \dfrac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB} \approx 0,226\ m^2$.

Diện tích hình quạt OAB là: $\dfrac{77,586}{360}.\pi.0,68^2 \approx 0,313\ m^2$.

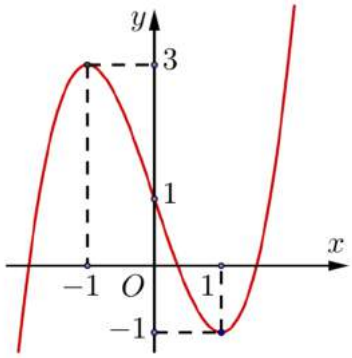
$\Rightarrow$ Diện tích phần đáy hình trụ chứa nước là $S = 0,313 - 0,226 = 0,087$.

$\Rightarrow$ Thể tích nước sau 15 phút là $V = S.h = 0,087.2,8 = 0,2436\ m^3$.

Thời gian bơm đầy bể là: $\frac{4}{0,224}.15 \approx 246$ phút.

Vậy cần khoảng 230 phút nữa thì Nam ngắt máy bơm.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-5;5)$ để hàm số $g(x)=\left|f\left(f(x)\right)-f(x)+m\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$?

A. 3. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Xét $h(x)=f\left(f(x)\right)-f(x)+m$ ta có:

$h'(x)=f'(x).f'\left(f(x)\right)-f'(x)=f'(x)\left[f'\left(f(x)\right)-1\right]$.

Với $x\in(0;1)$ ta có $\begin{cases} f'(x)<0 \\ f(x)\in(-1;1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(x)<0 \\ f'\left(f(x)\right)<0. \end{cases}$

Do đó $h'(x)>0$ với $x\in(0;1)$. Suy ra $h(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Khi đó, hàm số $g(x)=\left|h(x)\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi

$h(1)\le 0 \Leftrightarrow f\left(f(1)\right)-f(1)+m\le 0$

$\Leftrightarrow f(-1)-(-1)+m\le 0$

$\Leftrightarrow m\le -4$.

Vậy có 1 giá trị cần tìm là $m=-4$.

Câu 50. Biết z là các số phức thỏa mãn $\left|z+\overline{z}\right|+2\left|z-\overline{z}\right|\le 8$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $\left|z-3-3i\right|$. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 25. **B.** 63. **C.** 39. **D.** 61.

Lời giải

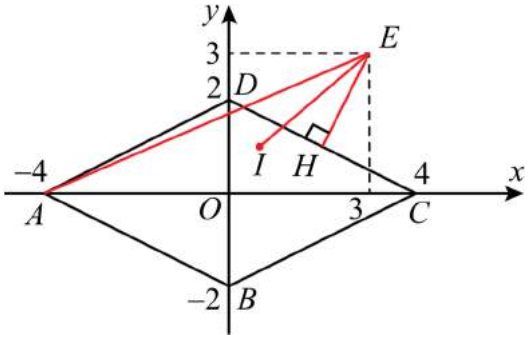
Gọi $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$.

Ta có:

$\left|z+\overline{z}\right|+2\left|z-\overline{z}\right|\le 8 \Leftrightarrow \left|(x+yi)+(x-yi)\right|+2\left|(x+yi)-(x-yi)\right|\le 8 \Leftrightarrow |x|+2|y|\le 4$

Gọi $I(x;y)$ là điểm biểu diễn của z.

Khi đó I nằm trong hình thoi $ABCD$ như hình vẽ.



Ta có: $|z-3-3i|=EI$ với $E(3;3)$.

Từ đồ thị ta có: $EH \le EI \le AE$.

Ta có phương trình $CD: x+2y=4 \Rightarrow EH = d(E,CD) = \dfrac{|3+2.3-4|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \sqrt{5}$.

$AE = \sqrt{58}$.

Vậy $M = \sqrt{58}; m = \sqrt{5} \Rightarrow M^2 + m^2 = 63$.

HẾT

CỤM LIÊN TRƯỜNG
ĐAK LAK

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2x-e^x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x)dx=2-\dfrac{e^x}{\ln x}+C$.
B. $\int f(x)dx=x^2-e^x+C$.
C. $\int f(x)dx=2-e^x+C$.
D. $\int f(x)dx=x^2+e^x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=-3-3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;2;3)$.
B. $(2;2;3)$.
C. $(1;2;-3)$.
D. $(2;-2;-3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng:

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 0.

Câu 4: Phần thực của số phức $z=4-6i$ là

A. -4.
B. 4.
C. -6.
D. 6.

Câu 5: Cho tập hợp A có 7 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_7^3.
B. 3^7.
C. C_7^3.
D. 7^3.

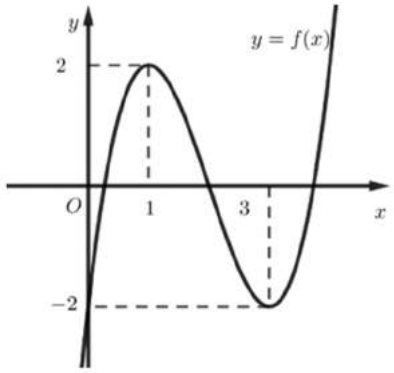
Câu 6: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=2$ thì $\int_1^3\left[f(x)+4\right]dx$ bằng

A. 8.
B. 10.
C. 24.
D. -2.

Câu 7: Nếu $\int_0^3 f(x)dx=5$ và $\int_0^1 f(x)dx=2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -3.
B. 3.
C. 10.
D. 7.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$.
B. $x=-2$.
C. $x=2$.
D. $x=3$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=25$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

A. $I(-1;3;2), R=25$. **B.** $I(-1;3;-2), R=5$.

C. $I(-1;3;2), R=5$. **D.** $I(1;-3;-2), R=25$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=2+3i$ có tọa độ là

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $M(2;-3)$. **D.** $M(2;3)$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AC=4a$ và mặt bên $(AA'B'B)$ là hình vuông. Thể tích của khối trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $64a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $32a^3$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1}=8$ là

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z-11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z+11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P):x-\sqrt{3}y+2z+1=0$ và mặt phẳng (Oxy). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\alpha=45°$. **B.** $\alpha=30°$. **C.** $\alpha=60°$. **D.** $\alpha=90°$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;3)$.

Câu 17: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng.

A. $9a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại $B, AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

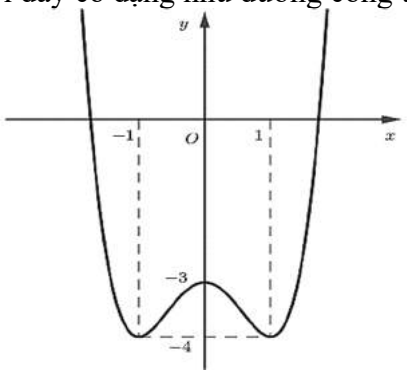
Câu 19: Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-1;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\ln(2-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;2)$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x-3$.

Câu 22: Một hình trụ có bán kính đáy a, chu vi thiết diện qua trục là $10a$. Chiều cao khối trụ đã cho bằng

A. $3a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $9a$.

Câu 23: Cho $\int \sin x.\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=-\sin x$. **B.** $F'(x)=\sin x$. **C.** $F'(x)=-\cos x$. **D.** $F'(x)=-\cos x$.

Câu 24: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính r là?

A. $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** πr^2h. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 25: Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{2}{5}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y=\frac{x-4}{2x+2}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 27: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=x^5$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1;x=1$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 50. **B.** -4. **C.** -45. **D.** -2.

Câu 30: Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 31: Với a là số thực dương bất kỳ, $\ln(2023a)-\ln(2022a)$ bằng

A. $\frac{2023}{2022}$. **B.** $\ln\frac{2023}{2022}$. **C.** $\frac{\ln 2023}{\ln 2022}$. **D.** $\ln a$.

Câu 32: Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-2+5i$. Khi đó mô đun của số phức $z=z_1+z_2$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $2\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{39}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 33: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 250. **B.** 12. **C.** 22. **D.** 17.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 5 = 0$ bằng:

A. $d(M,(P)) = 2$. **B.** $d(M,(P)) = 4$. **C.** $d(M,(P)) = 1$. **D.** $d(M,(P)) = 3$.

Câu 35: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{5}{6}$ đồng biến trên khoảng

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) \le 2$ là

A. $S = (-\infty;11]$. **B.** $S = (2;11]$. **C.** $S = (2;8]$. **D.** $S = (-\infty;8]$.

Câu 37: Liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

A. $\bar{z} = 1 - 2i$. **B.** $\bar{z} = 2 - i$. **C.** $\bar{z} = 1 + 2i$. **D.** $\bar{z} = -1 - 2i$.

Câu 38: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 5$ và $\int_0^1 g(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 54. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh trên cạnh AC sao cho $AH = \frac{2}{3}AC$; Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 40: Trong tập hợp số phức, xét phương trình $z^3 - (2m+1)z^2 + 3mz - m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có ba nghiệm phân biệt z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| + |z_3| = 3$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2(x-1)^5(x^2 - 2(m-6)x + m)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $2F(3) + G(3) = 9 + 2F(-1) + G(-1)$ Khi đó $\int_0^2 (x^2 + f(3-2x))dx$ bằng

A. $\frac{25}{6}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{43}{6}$. **D.** 3.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x + 3y + z - 3 = 0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q). Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{\sqrt{55}}{55}$. **B.** $\frac{-3\sqrt{55}}{11}$. **C.** 0. **D.** $\frac{7\sqrt{55}}{55}$.

Câu 45: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2023^{2x^2-4x+9}-2023^{x^2+5x+1}-(x-1)(8-x)<0.$$

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn:

$$(xy^2+x-2y-1)\log y=\log\frac{2y-x+3}{x}.$$

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 47: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1$.Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z|$. Tính $S=2023-3M+2m$.

A. $S=2021$. **B.** $S=2017$. **C.** $S=2019$. **D.** $S=2023$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;3)$, $B(5;0;3)$. Một hình trụ (T) nội tiếp trong mặt cầu đường kính AB đồng thời nhận AB làm trục của hình trụ. Gọi M và N lần lượt là tâm các đường tròn đáy của (T) (M nằm giữa A, N). Khi thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) có dạng $ax+by+cz+d=0$ $(a=-1)$. Giá trị của $b-d$ bằng

A. $4+\sqrt{2}$. **B.** $2+2\sqrt{2}$. **C.** $-2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3(a+1)x^2-3a(a+2)x+a^2(a+3)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2. **B.** 21. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{45}{4}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.B	5.C	6.B	7.B	8.D	9.C	10.D
11.D	12.C	13.C	14.A	15.A	16.A	17.B	18.C	19.C	20.B
21.C	22.A	23.B	24.D	25.C	26.C	27.B	28.B	29.B	30.C
31.B	32.A	33.D	34.A	35.A	36.B	37.D	38.D	39.C	40.D
41.C	42.D	43.A	44.D	45.C	46.D	47.B	48.D	49.D	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2x-e^x$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $\int f(x)dx=2-\dfrac{e^x}{\ln x}+C$.

B. $\int f(x)dx=x^2-e^x+C$.

C. $\int f(x)dx=2-e^x+C$.

D. $\int f(x)dx=x^2+e^x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx=\int\left(2x-e^x\right)dx=x^2-e^x+C$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=-3-3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;2;3)$.

B. $(2;2;3)$.

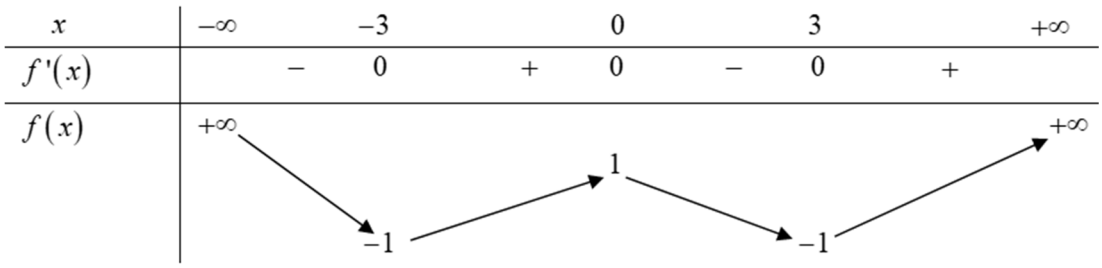
C. $(1;2;-3)$.

D. $(2;-2;-3)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=-3-3t\end{cases}$ đi qua điểm $M(1;2;-3)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 4: Phần thực của số phức $z=4-6i$ là

A. -4.

B. 4.

C. -6.

D. 6.

Lời giải

Phần thực của số phức $z=4-6i$ là 4.

Câu 5: Cho tập hợp A có 7 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là

A. A_7^3.

B. 3^7.

C. C_7^3.

D. 7^3.

Lời giải

Số tập con gồm 3 phần tử của tập hợp A là C_7^3.

Câu 6: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=2$ thì $\int_1^3\left[f(x)+4\right]dx$ bằng

A. 8.

B. 10.

C. 24.

D. -2.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 \left[f(x)+4 \right] dx = \int_1^3 f(x)dx + \int_1^3 4dx = 2 + 4x\big|_1^3 = 2 + 4(3-1) = 10$.

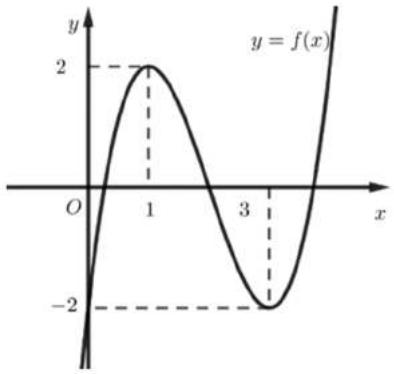
Câu 7: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 5$ và $\int_0^1 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $\int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 5 - 2 = 3$.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số ta nhận thấy, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$. Tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

A. $I(-1;3;2), R = 25$. **B.** $I(-1;3;-2), R = 5$.

C. $I(-1;3;2), R = 5$. **D.** $I(1;-3;-2), R = 25$.

Lời giải

Ta có, mặt cầu $(S):(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$ có tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính $R = 5$.

Câu 10: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 3i$ có tọa độ là

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $M(2;-3)$. **D.** $M(2;3)$.

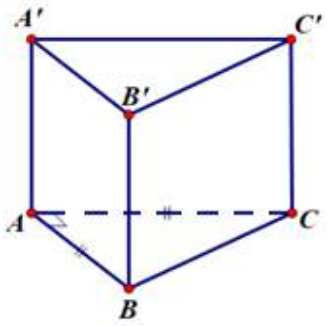
Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 3i$ có tọa độ là $M(2;3)$.

Câu 11: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A với $AC = 4a$ và mặt bên $(AA'B'B)$ là hình vuông. Thể tích của khối trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $64a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $32a^3$.

Lời giải



Ta có tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.4a.4a = 8a^2$.

Lại có $AA'B'B$ là hình vuông $\Rightarrow AB = AA' = 4a$.

Thể tích của khối trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = 4a.8a^2 = 32a^3$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-1;3)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x - 2y + z - 11 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 14 = 0$.

C. $3x - 2y + z + 11 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 14 = 0$.

Lời giải

Ta có $(\alpha) // (P) \Rightarrow (\alpha): 3x - 2y + z + d = 0$.

Do $M(2;-1;3) \in (\alpha) \Rightarrow 3.2 - 2.(-1) + 3 + d = 0 \Leftrightarrow d = -11$

$\Rightarrow (\alpha): 3x - 2y + z - 11 = 0$

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(P): x - \sqrt{3}y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng (Oxy). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\alpha = 45°$. **B.** $\alpha = 30°$. **C.** $\alpha = 60°$. **D.** $\alpha = 90°$.

Lời giải

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-\sqrt{3};2)$ và (Oxy) có vectơ pháp tuyến $\vec{k}(0;0;1)$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{k}|} = \frac{|1.0 - \sqrt{3}.0 + 2.1|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2 + 2^2}.\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45°$$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;3)$.

Lời giải

$(P): 2x+y-z+3=0$ nên vectơ pháp tuyến của (P): $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$.

Câu 17: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng.

A. $9a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

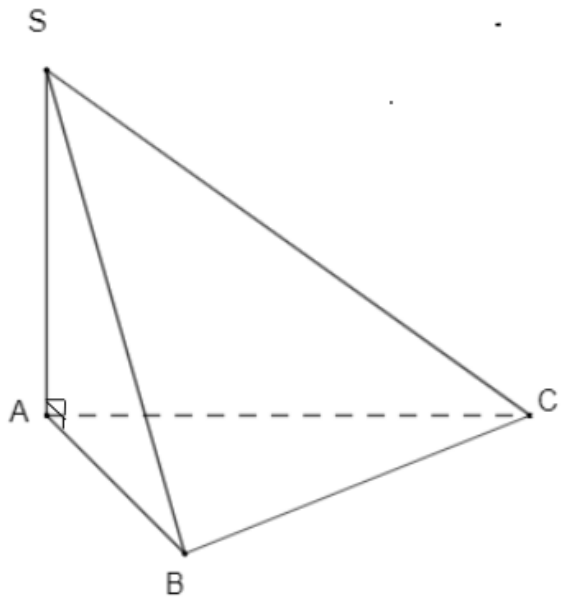
Lời giải

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.2a^2.9a=6a^3$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại $B, AB=a\sqrt{3}$ và $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải



SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC)

$\Rightarrow (SC,(ABC))=\widehat{(AC,SC)}=\widehat{SCA}$.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2a\Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A\Rightarrow \widehat{SCA}=45°$.

Câu 19: Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x}<16$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-1;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-3x}<16\Leftrightarrow x^2-3x<4\Leftrightarrow -1<x<4$.

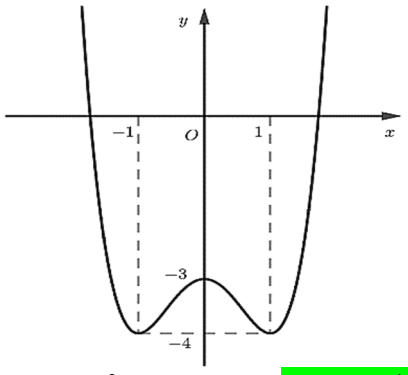
Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\ln(2-x)$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(-\infty;2)$. **C.** $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định $2-x>0\Leftrightarrow x<2$. Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;2)$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x-3$.

Lời giải

Quan sát đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên $a>0$. Do đó chọn đáp án **C**

Câu 22: Một hình trụ có bán kính đáy a, chu vi thiết diện qua trục là $10a$. Chiều cao khối trụ đã cho bằng

A. $3a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $9a$.

Lời giải

Chiều cao của khối trụ đã cho là: $h=\dfrac{10a}{2}-2a=3a$.

Câu 23: Cho $\int \sin x.\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $F'(x)=-\sin x$. **B.** $F'(x)=\sin x$. **C.** $F'(x)=-\cos x$. **D.** $F'(x)=-\cos x$.

Lời giải

Theo định nghĩa $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\sin x$ nên $F'(x)=\sin x$.

Câu 24: Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính r là?

A. $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** πr^2h. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Theo công thức thể tích khối nón ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 25: Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{2}{5}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Trong (ABC) kẻ $AH\perp BC$

Ta có : $\begin{cases} AH\perp BC \\ AH\perp A'I \end{cases}\Rightarrow AH\perp(A'BC)$

$\Rightarrow d(A;(A'BC))=AH$

Ta có : $AH=\dfrac{AB.AC}{\sqrt{AB^2+AC^2}}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+4a^2}}=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Thay $x=0$ vào y ta được

$y=\dfrac{0-4}{2.0+2}=\dfrac{-4}{2}=-2$.

Câu 27: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$

$\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=x^5$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1;x=1$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

$S=\int_{-1}^{1}\left|x^5\right|.dx=-\int_{-1}^{0}x^5.dx+\int_{0}^{1}x^5.dx=-\dfrac{x^6}{6}\Big|_{-1}^{0}+\dfrac{x^6}{6}\Big|_{0}^{1}=\dfrac{1}{3}$

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 50. **B.** -4. **C.** -45. **D.** -2.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ hàm số liên tục trên đoạn $[1;5]$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;5]\\x=2\in[1;5]\end{array}\right.$

$y(1)=-2;y(2)=-4;y(5)=50$

Vậy $\underset{[1;5]}{Min}\,y=y(2)=-4$

Câu 30: Có 30 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên một chiếc thẻ. Tính xác suất để chiếc thẻ được chọn mang số chia hết cho 3.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

$n(\Omega)=C_{30}^{1}=30$

Gọi biến cố A:"Chọn một chiếc thẻ mang số chia hết cho 3"

$A=\{3;6;9;12;.....;30\}\Rightarrow n(A)=\dfrac{30-3}{3}+1=10$

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{30}=\dfrac{1}{3}$

Câu 31: Với a là số thực dương bất kỳ, $\ln(2023a)-\ln(2022a)$ bằng

A. $\dfrac{2023}{2022}$. **B.** $\ln\dfrac{2023}{2022}$. **C.** $\dfrac{\ln 2023}{\ln 2022}$. **D.** $\ln a$.

Lời giải

Ta có $\ln(2023a)-\ln(2022a)=\ln\left(\dfrac{2023a}{2022a}\right)=\ln\dfrac{2023}{2022}$.

Câu 32: Cho hai số phức $z_1=3-i$ và $z_2=-2+5i$. Khi đó mô đun của số phức $z=z_1+z_2$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $2\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{39}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có $z=z_1+z_2=1+4i\Rightarrow|z|=\sqrt{17}$.

Câu 33: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$, công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 250. **B.** 12. **C.** 22. **D.** 17.

Lời giải

Ta có: $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-5=0$ bằng:

A. $d(M,(P))=2$. **B.** $d(M,(P))=4$. **C.** $d(M,(P))=1$. **D.** $d(M,(P))=3$.

Lời giải

Ta có: $d(M,(P))=\dfrac{|1+2.2+2.3-5|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$. Vậy $d(M,(P))=2$.

Câu 35: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2-6x+\dfrac{5}{6}$ đồng biến trên khoảng

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\dfrac{49}{6}$	↘	$\dfrac{-38}{3}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 36: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)\le 2$ là

A. $S=(-\infty;11]$. **B.** $S=(2;11]$. **C.** $S=(2;8]$. **D.** $S=(-\infty;8]$.

Lời giải

Điều kiện xác định của bất phương trình là: $x>2$.

Khi đó, $\log_3(x-2)\le 2\Leftrightarrow x-2\le 9\Leftrightarrow x\le 11$.

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;11]$.

Câu 37: Liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là

A. $\overline{z}=1-2i$. **B.** $\overline{z}=2-i$. **C.** $\overline{z}=1+2i$. **D.** $\overline{z}=-1-2i$.

Lời giải

Liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là $\overline{z}=-1-2i$.

Câu 38: Nếu $\int_0^1 f(x)dx=5$ và $\int_0^1 g(x)dx=4$ thì $\int_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 54. **B.** 20. **C.** 9. **D.** 1.

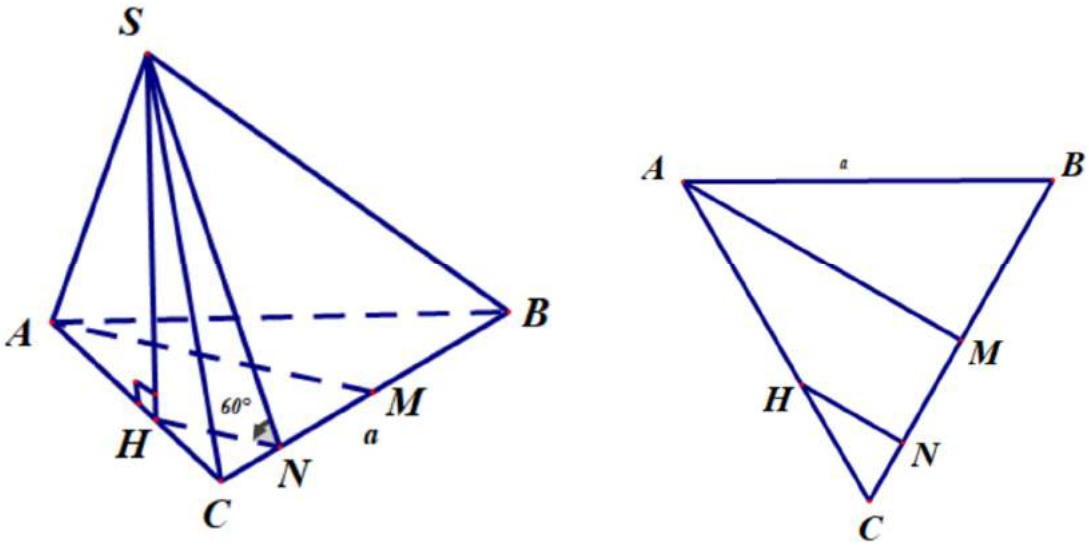
Lời giải

$\int_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 g(x)dx=5-4=1$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H trên cạnh trên cạnh AC sao cho $AH=\frac{2}{3}AC$; Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải



Ta có $(SBC)\cap(ABC)=BC$.

Gọi M là trung điểm của BC, kẻ $HN//AM\Rightarrow HN\perp BC$, mà $SH\perp BC\Rightarrow SN\perp BC$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc $\widehat{SNH}=60^\circ$.

Lại có $\frac{HN}{AM}=\frac{CH}{CA}=\frac{1}{3}\Rightarrow HN=\frac{1}{3}AM=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác SHN vuông tại H, $SH=\tan 60^\circ.HN=\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{6}=\frac{a}{2}$.

Tam giác ABC đều nên diện tích đáy $B=S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow$ Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 40: Trong tập hợp số phức, xét phương trình $z^3-(2m+1)z^2+3mz-m=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có ba nghiệm phân biệt z_1,z_2,z_3 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|+|z_3|=3$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Xét phương trình: $z^3-(2m+1)z^2+3mz-m=0\ \ (1)$

$\Leftrightarrow (z-1)\left(z^2-2mz+m\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z^2-2mz+m=0 \\ z=1=z_3 \end{array}\right.$

Xét phương trình $f(z)=z^2-2mz+m=0 \quad (2)$

Ta có: $\Delta'=m^2-m$

Trong tập hợp số phức, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt z_1,z_2,z_3

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiêm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2-m\neq 0 \\ f(1)=1-m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.

Trường hợp 1: $0<m<1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'<0 \\ f(1)\neq 0 \end{cases}$

Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 là các số phức có phần ảo khác 0 và $|z_1|=|z_2|=\sqrt{m}$. Khi đó phương trình có 3 nghiệm phân biệt z_1,z_2 và $z_3=1$.

Theo đề bài ta có: $|z_1|+|z_2|+|z_3|=3 \Leftrightarrow 2\sqrt{m}+1=3 \Leftrightarrow m=1$ (Loại).

Trường hợp 2: $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ f(1)\neq 0 \end{cases}$

Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 là các số thực.

Theo viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=2m \\ z_1.z_2=m \end{cases}$

Khi đó phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt z_1,z_2 và $z_3=1$.

Theo đề bài ta có: $|z_1|+|z_2|+|z_3|=3 \Leftrightarrow |z_1|+|z_2|+|1|=3$

$\Leftrightarrow |z_1|+|z_2|=2 \Leftrightarrow z_1^2+z_2^2+2|z_1.z_2|=4 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2-2z_1.z_2+2|z_1.z_2|=4$

$\Leftrightarrow 4m^2-2m+|2m|=4 (*)$

Khi $m>1$ phương trình $(*) \Leftrightarrow 4m^2-2m+2m=4 \Leftrightarrow m=\pm 1$ (Loại).

Khi $m<0$ phương trình $(*) \Leftrightarrow 4m^2-2m-2m=4 \Leftrightarrow m^2-m-1=0$

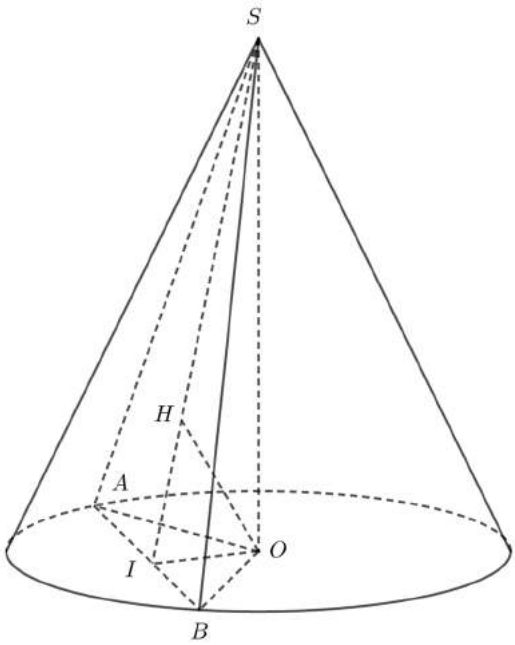
$\Leftrightarrow m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ (Chọn) và $m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Loại).

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 41: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO, A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO}=30^\circ, \widehat{SAB}=60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm cạnh AB

$\Rightarrow OI \perp AB$ và có $AB \perp SO \Rightarrow AB \perp (SOI)$

Trong $\triangle SOI$ dựng $OH \perp SI$ mà $OH \perp AB$

$\Rightarrow OH \perp (SAB)$

$\Rightarrow d_{(O,(SAB))} = OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Đặt bán kính: $OA = R$

Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông SOA có $\widehat{SAO} = 30^\circ$ ta có:

$\tan\widehat{SAO} = \dfrac{SO}{OA} \Rightarrow SO = OA \cdot \tan\widehat{SAO} = R \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$

$\cos\widehat{SAO} = \dfrac{OA}{SA} \Rightarrow SA = \dfrac{OA}{\cos\widehat{SAO}} = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$

Do $\triangle SAB$ cân đỉnh S có $\widehat{SAB} = 60^\circ \Rightarrow \Delta SAB$ đều

$\Rightarrow AB = SA = \dfrac{2R}{\sqrt{3}} \Rightarrow IB = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$

Δ vuông IOB có: $OI^2 = OB^2 - IB^2 = R^2 - \left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2 = \dfrac{2R^2}{3}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong Δ vuông SOI, đường cao OH ta có:

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{SO^2} = \dfrac{1}{\dfrac{2R^2}{3}} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{R}{\sqrt{3}}\right)^2} = \dfrac{9}{2R^2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{3}{a^2}$

$\Rightarrow R^2 = \dfrac{3a^2}{2} \Rightarrow R = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow l = SA = AB = \dfrac{2R}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2}$

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm

$f'(x) = (x+2)^2 (x-1)^5 \left(x^2 - 2(m-6)x + m\right)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^5\left(x^2-2(m-6)x+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x^2-2(m-6)x+m=0\quad(1)\end{array}\right.$

Với $x=-2$ là nghiệm bội chẵn, $x=1$ là nghiệm bội lẻ.

TH1: Phương trình (1) có $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m^2-13m+36\le 0\Leftrightarrow 4\le m\le 9$

Suy ra $m\in\{4,5...,9\}$.

Khi đó (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm bội chẵn nên hàm số đã cho có một điểm cực trị duy nhất là $x=1$.

TH2: Phương trình (1) có nghiệm $x=1$. Thay $x=1$ vào ta suy ra $m=13$ thay vào phương trình (1) ta được

$x^2-14x+13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=13\end{array}\right.$ thoả mãn có đúng một điểm cực trị $x=13$. Vậy $m=13$ thoả mãn.

TH3: Phương trình (1) có nghiệm $x=-2$ khi đó $(-2)^2-2(m-6)(-2)+m=0\Leftrightarrow m=4$

Với $m=4$ phương trình (1) trở thành $x^2+4x+4=0\Leftrightarrow x=-2$ (nghiệm bội chẵn).

Vậy $m\in\{4,5,6,7,8,9,13\}$ có 7 giá trị nguyên dương của m thoả mãn.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $2F(3)+G(3)=9+2F(-1)+G(-1)$ Khi đó $\int_0^2\left(x^2+f\left(3-2x\right)\right)dx$ bằng

A. $\frac{25}{6}$. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{43}{6}$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $I=\int_0^2 x^2dx+\int_0^2 f\left(3-2x\right)\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}+\int_0^2 f\left(3-2x\right)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $t=3-2x\Rightarrow dt=-2dx$.

Khi đó $\int_0^2 f\left(3-2x\right)\,\mathrm{d}x=\int_3^{-1} f(t)\left(-\frac{1}{2}\right)\,\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{-1}^3 f\left(x\right)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left(F\left(3\right)-F\left(-1\right)\right)$.

Mặt khác $\int_{-1}^3 f\left(x\right)\,\mathrm{d}x=F\left(3\right)-F\left(-1\right)=G\left(3\right)-G\left(-1\right)$.

$2F\left(3\right)+G\left(3\right)=9+2F\left(-1\right)+G\left(-1\right)\Leftrightarrow 2\left(F\left(3\right)-F\left(-1\right)\right)+\left(G\left(3\right)-G\left(-1\right)\right)=9$

$\Leftrightarrow 3\left(F\left(3\right)-F\left(-1\right)\right)=9\Leftrightarrow F\left(3\right)-F\left(-1\right)=3$.

Suy ra $I=\frac{8}{3}+\int_0^2 f\left(3-2x\right)\,\mathrm{d}x=\frac{8}{3}+\frac{1}{2}\left(F\left(3\right)-F\left(-1\right)\right)=\frac{8}{3}+\frac{3}{2}=\frac{25}{6}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, mặt phẳng $(P):3x+y-z-1=0$ và mặt phẳng $(Q):x+3y+z-3=0$. Gọi (Δ) là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với giao tuyến của (P) và (Q). Sin của góc tạo bởi đường thẳng (Δ) và mặt phẳng (P) bằng:

A. $\frac{\sqrt{55}}{55}$. **B.** $\frac{-3\sqrt{55}}{11}$. **C.** 0. **D.** $\frac{7\sqrt{55}}{55}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(P)}=(3;1;-1)$, $\vec{n}_{(Q)}=(1;3;1)$ và $M(0;1;0)\in(P)\cap(Q)$.

Gọi d giao tuyến của (P) và (Q)

$\Rightarrow d$ qua $M(0;1;0)$ và có VTCP $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(1;-1;2)\Rightarrow d:\begin{cases}x=t\\y=1-t.\\z=2t\end{cases}$

Gọi $B=\Delta\cap d\Rightarrow B\in d\Rightarrow B(b;1-b;2b)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(b-1;-b-1;2b+3).$

Ta có: $\Delta\perp d\Rightarrow \vec{u}.\overrightarrow{AB}=0\Leftrightarrow 1(b-1)-(-b-1)+2(2b+3)=0\Leftrightarrow b=-1.$

$\Rightarrow \vec{u}_{\Delta}=\overrightarrow{AB}=(-2;0;1).$

$\sin(\Delta;(P))=\dfrac{\left|\vec{u}_{\Delta}.\vec{u}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_{\Delta}\right|.\left|\vec{u}_{(P)}\right|}=\dfrac{|-2.3-1.1|}{\sqrt{5}.\sqrt{11}}=\dfrac{7\sqrt{55}}{55}.$

Câu 45: Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình

$$2023^{2x^2-4x+9}-2023^{x^2+5x+1}-(x-1)(8-x)<0.$$

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2023^{2x^2-4x+9}-2023^{x^2+5x+1}+x^2-9x+8<0$

$\Leftrightarrow 2023^{2x^2-4x+9}+(2x^2-4x+9)<2023^{x^2+5x+1}+(x^2+5x+1)\ (1)$

Xét hàm số $f(t)=2023^t+t$ trên $\mathbb{R}$. Có $f'(t)=2023^t.\ln 2023+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow f(2x^2-4x+9)<f(x^2+5x+1)\Leftrightarrow 2x^2-4x+9<x^2+5x+1\Leftrightarrow x^2-9x+8<0$

$\Leftrightarrow 1<x<8$. Do $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có 6 nghiệm nguyên.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho tồn tại số thực y lớn hơn 1 thỏa mãn:

$$(xy^2+x-2y-1)\log y=\log\frac{2y-x+3}{x}.$$

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$(xy^2+x-2y-1)\log y=\log\dfrac{2y-x+3}{x}$

$\Leftrightarrow (xy^2+x-2y-1)\log y=\log(2y-x+3)-\log x$

$\Leftrightarrow xy^2\log y+(x-2y-3)\log y+2\log y+\log x=\log(2y-x+3)$

$\Leftrightarrow xy^2\log y+\log x+2\log y=\log(2y-x+3)+(-x+2y+3)\log y$

$\Leftrightarrow xy^2\log y+\log xy^2=\log(2y-x+3)+(2y-x+3)\log y,(*).$

- Nếu $xy^2>2y-x+3$ thì $xy^2\log y>(2y-x+3)\log y;\log xy^2>\log(2y-x+3)\Rightarrow VT>VP.$

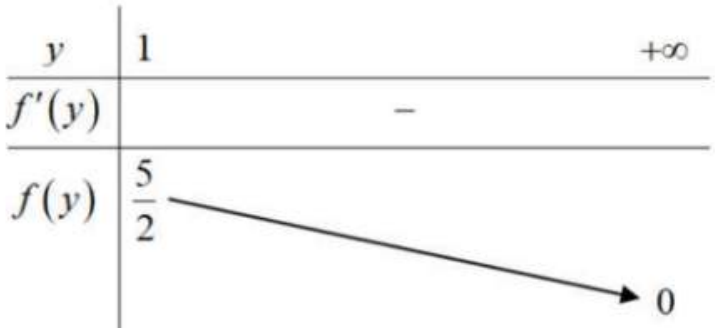
- Nếu $xy^2<2y-x+3$ thì $xy^2\log y<(2y-x+3)\log y;\log xy^2<\log(2y-x+3)\Rightarrow VT<VP.$

Vậy

$(*)\Leftrightarrow xy^2=2y-x+3\Leftrightarrow xy^2-2y+x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2y+3}{y^2+1}.$

Xét hàm số $f(y)=\dfrac{2y+3}{y^2+1},y\in(1;+\infty)$ có $f'(y)=\dfrac{-2y^2-6y+2}{(y^2+1)^2}<0,\forall y\in(1;+\infty)$

Bảng biến thiên



Để tồn tại số thực lớn hơn 1 thì $0<x<\frac{5}{2}$.

Vậy có hai số nguyên dương x thỏa mãn.

Câu 47: Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $\left|\frac{-2-3i}{3-2i}z+1\right|=1$.Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z|$. Tính $S=2023-3M+2m$.

A. $S=2021$. **B.** $S=2017$. **C.** $S=2019$. **D.** $S=2023$.

Lời giải

Ta có: $\frac{-2-3i}{3-2i}=-i\Rightarrow\left|\frac{-2-3i}{3-2i}+1\right|=1\Leftrightarrow|-iz+1|=1\Leftrightarrow|-i|\left|z+\frac{1}{-i}\right|=1\Leftrightarrow|z-(-i)|=1$

Suy ra tập hợp các số phức z là đường tròn tâm $I(0;-1)$ bán kính $R=1$.

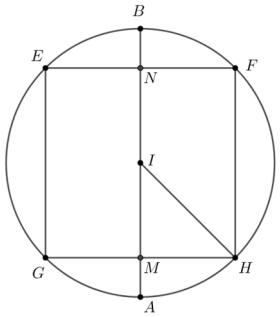
Khi đó

$$\begin{cases}P_{Min}=|OI-R|=|1-1|=0\\P_{Max}=OI+R=1+1=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=0\\M=2\end{cases}\Rightarrow S=2017$$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;3)$, $B(5;0;3)$. Một hình trụ (T) nội tiếp trong mặt cầu đường kính AB đồng thời nhận AB làm trục của hình trụ. Gọi M và N lần lượt là tâm các đường tròn đáy của (T) (M nằm giữa A, N). Khi thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) có dạng $ax+by+cz+d=0$ $(a=-1)$. Giá trị của $b-d$ bằng

A. $4+\sqrt{2}$. **B.** $2+2\sqrt{2}$. **C.** $-2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-4;0)$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(3;2;3)$ và bán kính $R=\frac{AB}{2}=2\sqrt{2}$.

Gọi x là bán kính của hình trụ $(0<x<2\sqrt{2})$. Diện tích thiết diện là

$S_{TD}=GH.GE=2x.2\sqrt{8-x^2}\le 2.(x^2+8-x^2)$.

Do đó $S_{TD}\le 16$. Suy ra $S_{TD}=16$ khi $x^2=8-x^2\Leftrightarrow x=2$.

Khi đó $IM=\sqrt{IH^2-MH^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2-2^2}=2, IA=2\sqrt{2}$ nên

$\overrightarrow{IA}=\sqrt{2}\overrightarrow{IM}\Leftrightarrow M\left(3-\sqrt{2};2+\sqrt{2};3\right)$.

Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm M của (T) và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}=(1;-1;0)$ là: $\left(x-3+\sqrt{2}\right)-\left(y-2-\sqrt{2}\right)=0\Leftrightarrow x-y+2\sqrt{2}-1=0$

$\Leftrightarrow -x+y-2\sqrt{2}+1=0$

Ta có $b=1; d=-2\sqrt{2}+1$.

Vậy $b-d=2\sqrt{2}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\left|-x^3+3(a+1)x^2-3a(a+2)x+a^2(a+3)\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

A. 2. **B.** 21. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Đặt $f(x)=-x^3+3(a+1)x^2-3a(a+2)x+a^2(a+3)=(x-a)^2(a+3-x)$

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=a+3\end{array}\right.$

$f'(x)=-3x^2+6(a+1)x-3a(a+2)$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=a+2\end{array}\right.$

Khi đó $y=|f(x)|=\sqrt{f^2(x)}\Rightarrow y'=\frac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}}$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		a		$a+2$		$a+3$		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

YCBT $\Leftrightarrow y'\geq 0, \forall x\in(0;1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(0;1)\subset(a;a+2)\\(0;1)\subset(a+3;+\infty)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}a+2\geq 1\\a\leq 0\end{array}\right.\\a+3\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\leq a\leq 0\\a\leq -3\end{array}\right.$.

Mà a nguyên, $a\in[-10;10]$ nên $a\in\{-10;-9;...;-3;-1;0\}$.

Vậy có 10 số nguyên a.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=f'(x)$ bằng

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{45}{4}$. **D.** $\frac{71}{6}$.

Lời giải

Ta có $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x^2$

$\Leftrightarrow\left[xf(x)\right]'=4x^3-6x^2$

$\Rightarrow xf(x)=x^4-2x^3+C$

Với $x=0$, ta có $C=0$.

Suy ra $f(x)=x^3-2x^2$, $f'(x)=3x^2-4x$.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-2x^2=3x^2-4x \Leftrightarrow x^3-5x^2+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

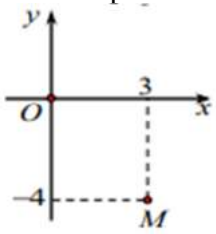
Vậy diện tích cần tìm là $S=\int_0^4 \left|f(x)-f'(x)\right| \mathrm{d}x=\int_0^4 \left|\left(x^3-2x^2\right)-\left(3x^2-4x\right)\right| \mathrm{d}x$

$=\int_0^4 \left|x^3-5x^2+4x\right| \mathrm{d}x=\frac{71}{6}$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI PHÒNG

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?



A. $z_2 = 3-4i$. **B.** $z_4 = 4-3i$. **C.** $z_1 = -4+3i$. **D.** $z_3 = 3+4i$.

Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật có kích thước lần lượt bằng $2;3;4$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 8.

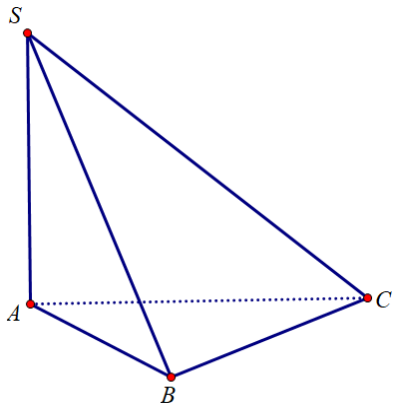
Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-2;1\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-2;-1\}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -7.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $AB = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi d và khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $d = 0$. **B.** $d = R$. **C.** $d > R$. **D.** $d < R$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 8. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = -3$ thì $\int_{-1}^{2} \left[1-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -5. **C.** 9. **D.** -3.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x = \dfrac{3}{2}$. **B.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $x = \dfrac{1}{2}$. **D.** $x = \dfrac{5}{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = e^x - 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - 2 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x - 2x^2 + C$.

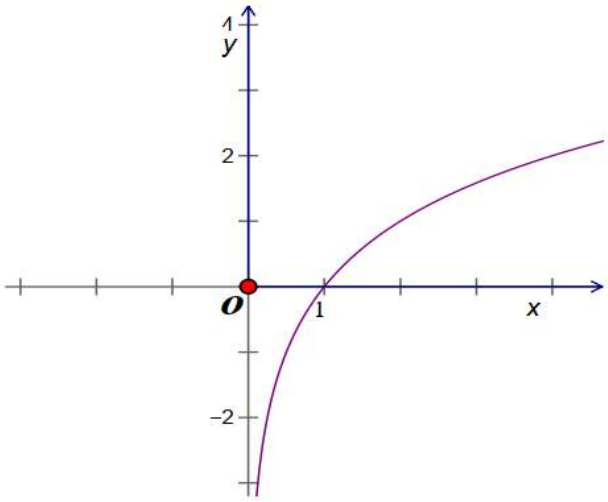
Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)<2$ là

A. $(-\infty;10)$. **B.** $(1;10)$. **C.** $(10;+\infty)$. **D.** $(1;9)$.

Câu 12. Cho tập hợp A có 9 phần tử. Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng

A. 162. **B.** 3204. **C.** 126. **D.** 3024.

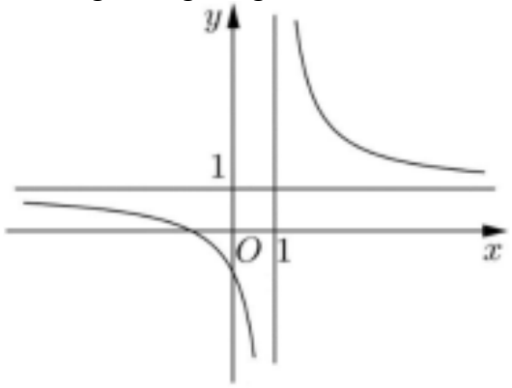
Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y=2^x$.

Câu 14. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?

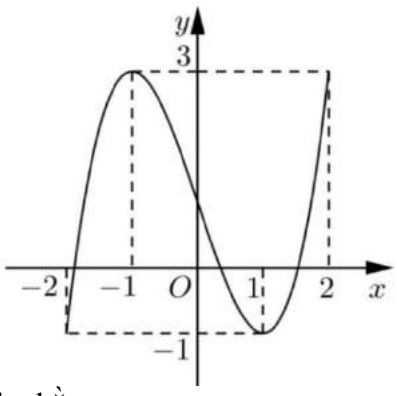


A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 15. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **B.** $y'=x.4^{x-1}$. **C.** $y'=4^x\ln 4$. **D.** $y'=x.4^x\ln 4$.

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+2=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

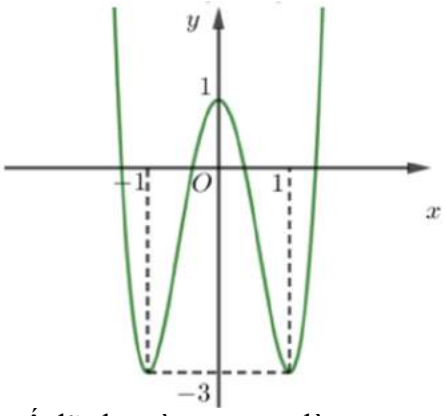
Câu 18. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=7; \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** -4. **D.** -10.

Câu 19. Cho số phức $z=5-7i$, số phức liên hợp của z bằng

A. $-5+7i$. **B.** $7-5i$. **C.** $-5-7i$. **D.** $5+7i$.

Câu 20. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



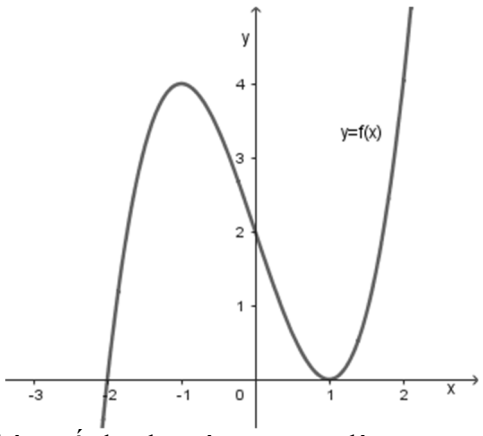
Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(1;-3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;-3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;1;0)$. **B.** $P(0;1;0)$. **C.** $M(1;0;-3)$. **D.** $N(0;0;-1)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;1;-1)$.

Câu 24. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a^2-\ln\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}\ln a$. **C.** $\dfrac{4}{3}\ln a$. **D.** $\ln\dfrac{5}{3}$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z=9-4i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** -9. **D.** 9.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 27. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

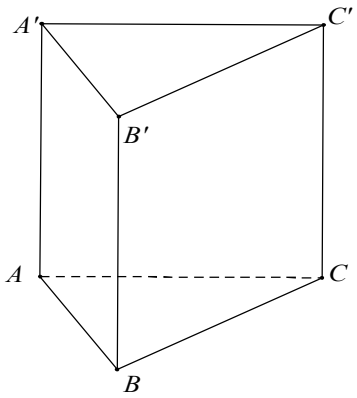
A. $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x = x-F(x)+C$. **B.** $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x = F(x)+x+C$.

C. $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x = F(x)+1+C$. **D.** $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x = F(x)-x+C$.

Câu 28. Cho hình trụ có bán kính đáy là $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $4\pi r^2 l$. **C.** $4\pi rl$. **D.** πrl.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$, $BB'=2a$ (tham khảo hình bên).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (BCA') bằng

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

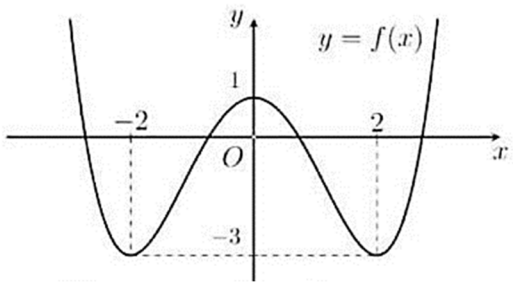
Câu 30. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5 bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{5}{36}$.

Câu 31. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{1}{30}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{30}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{30}$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)-m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?



A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

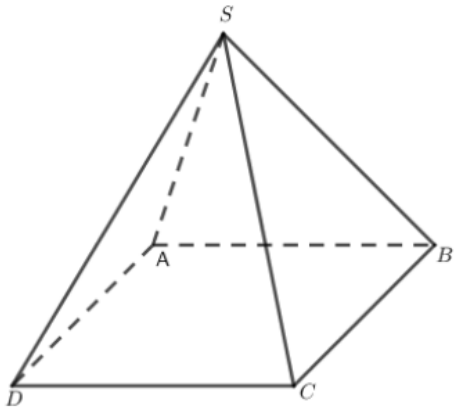
Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 4.3^{x+1} + 27 = 0$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{\overline{z}+i}{2-i}\right| = 1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

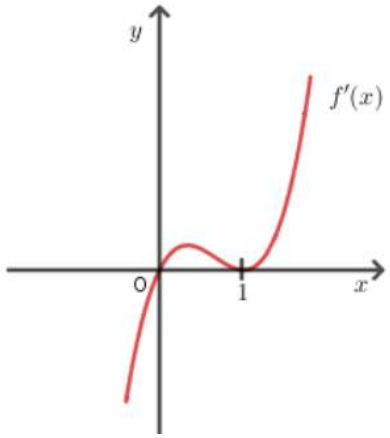
A. $(0;-1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng đi qua E và vuông góc với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}$.

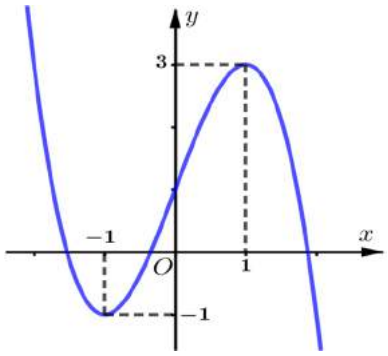
Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 2 + t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = -2t' \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d, d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-4}$.
C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{2}$.

Câu 40. Biết $\int_2^5 (2x+1)\ln\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x = a\ln 3 + b\ln 2 - c$ với a,b,c là các số nguyên. Khi đó a^2+2b-c^2 bằng

A. 8. **B.** 19. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(2x-1)+mx+3$ có ba điểm cực trị?



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-10;60)$ để bất phương trình $\log_3\left(x^2+1\right)+(2m-1)\log_{(x^2+1)}3+4\geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x\neq 0$?

A. 59. **B.** 57 **C.** 55. **D.** 61.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2-1=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+3iz_2=4+3i$?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 44. Cho x,y là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị của y thoả mãn: Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thoả mãn

$$\left(2^{x+y^2}-2^{y^2-x}\right)\log_x y > 4^{\frac{2y^2-1}{2}}-\frac{1}{2}$$

đồng thời các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048. Số phần tử của tập S là

A. 32. **B.** 1921. **C.** 1912. **D.** 33.

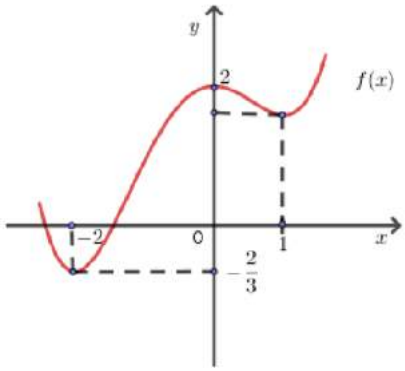
Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)-f'(x)=x^3-6x^2+7x-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$ và $y=xf'(x)$ bằng

A. $\dfrac{69}{32}$. **B.** $\dfrac{21}{32}$. **C.** $\dfrac{135}{64}$. **D.** $\dfrac{27}{32}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD. Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{36}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{15}}{24}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-25;20)$ để hàm số $g(x)=\frac{1}{3}f^3(x)+\frac{1}{2}m.f^2(x)+(3m-5)f(x)-7$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r=\sqrt{15}$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc $30°$ đồng thời cắt hai đường tròn đáy theo hai dây cung AB và CD. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ bằng

A. $24\sqrt{2}$. **B.** 36. **C.** 48. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ $(Oxyz)$, từ điểm $A(1;1;0)$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a+c-1|$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 11. **D.** $\frac{11}{5}$.

Câu 50. Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=2$, $|(i+1)w+3+7i|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2+wz-4|$

A. 8. **B.** $2(\sqrt{29}-3)$. **C.** $2(\sqrt{29}-1)$. **D.** 4.

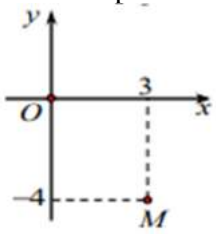
---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN

1.A	**2.C**	**3.B**	**4.A**	**5.C**	**6.D**	**7.C**	**8.C**	**9.C**	**10.A**
11.B	**12.D**	**13.A**	**14.D**	**15.C**	**16.B**	**17.C**	**18.C**	**19.D**	**20.B**
21.C	**22.A**	**23.A**	**24.B**	**25.D**	**26.C**	**27.B**	**28.C**	**29.A**	**30.B**
31.D	**32.B**	**33.B**	**34.D**	**35.D**	**36.A**	**37.A**	**38.C**	**39.C**	**40.B**
41.C	**42.A**	**43.D**	**44.A**	**45.D**	**46.D**	**47.A**	**48.C**	**49.A**	**50.A**

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?



A. $z_2 = 3-4i$. **B.** $z_4 = 4-3i$. **C.** $z_1 = -4+3i$. **D.** $z_3 = 3+4i$.

Lời giải

Theo hình vẽ $M(3;-4) \Rightarrow z = 3-4i$.

Câu 2. Cho khối hộp chữ nhật có kích thước lần lượt bằng $2;3;4$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 8.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật $V = 2.3.4 = 24$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{-2;1\}$. **C.** $\{-1;2\}$. **D.** $\{-2;-1\}$.

Lời giải

Ta có: $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2+x = 2 \Leftrightarrow x^2+x-2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{-2;1\}$.

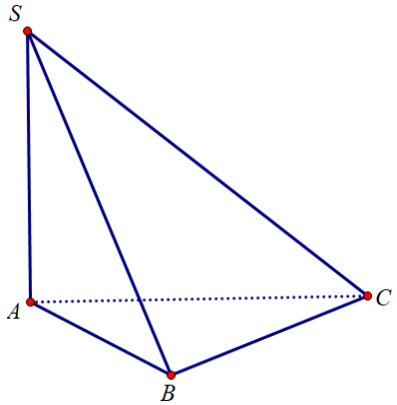
Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Giá trị của u_3 bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -7.

Lời giải

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có $u_3 = u_1 + 2d = 2-6 = -4$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $AB = 4$; SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** $12\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}4^2.\frac{\sqrt{3}}{4}3 = 4\sqrt{3}$.

Câu 6. Cho đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm phân biệt. Gọi d và khoảng cách từ O đến Δ. Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

A. $d=0$. **B.** $d=R$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Lời giải

Đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm phân biệt nên khoảng cách từ O đến Δ nhỏ hơn
bán kính của mặt cầu $S(O;R)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Vì $Ox\perp(Oyz)$ nên góc giữa trục Ox và mặt phẳng (Oyz) bằng $90°$.

Câu 8. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_{-1}^{2}\left[1-2f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -5. **C.** 9. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^{2}\left[1-2f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\mathrm{d}x-2\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=3-2.(-3)=9$.

Vậy $\int_{-1}^{2}\left[1-2f(x)\right]\mathrm{d}x=9$.

Câu 9. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^{+}}\left(\dfrac{3x-5}{2x-1}\right)=-\infty$.

Nên đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{2x-1}$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=e^{x}-2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x}-x^{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x}-2+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x}+x^{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x}-2x^{2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(e^{x}-2x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-x^{2}+C$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{3}(x-1)<2$ là

A. $(-\infty;10)$. **B.** $(1;10)$. **C.** $(10;+\infty)$. **D.** $(1;9)$.

Lời giải

Điều kiện $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Với điều kiện trên, bất phương trình $\log_{3}(x-1)<2$ tương đương $x-1<9\Leftrightarrow x<10$.

Kết hợp với điều kiện trên ta được $S=(1;10)$.

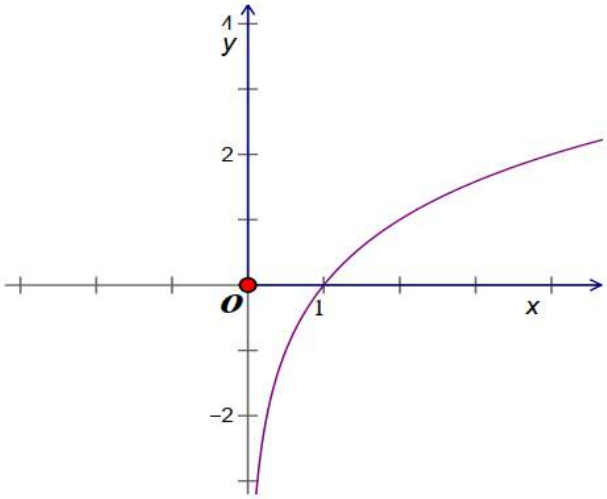
Câu 12. Cho tập hợp A có 9 phần tử. Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử của A bằng

A. 162. **B.** 3204. **C.** 126. **D.** 3024.

Lời giải

Số chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử là $A_{9}^{4}=3024$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào dưới đây?

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y=2^x$.

Lời giải

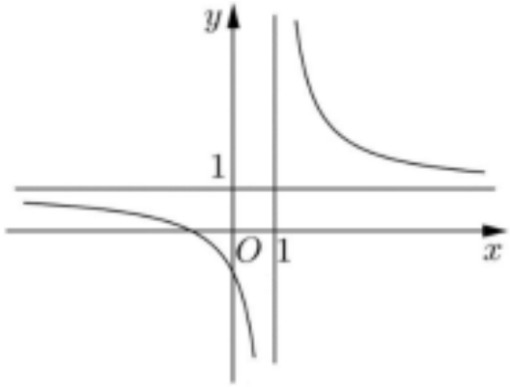
Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta thấy hàm số đã cho có đặc điểm sau:

+) Tập xác định $D=(0;+\infty)$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;0) \Rightarrow$ Loại đáp án B và D.

+) Đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Rightarrow$ Loại đáp án C.

Chọn đáp án **A.**

Câu 14. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ bên?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Theo hình vẽ bên, đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=1$ nên ta chọn đáp án D.

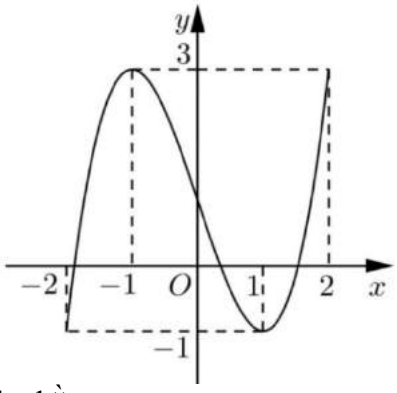
Câu 15. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **B.** $y'=x.4^{x-1}$. **C.** $y'=4^x\ln 4$. **D.** $y'=x.4^x\ln 4$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$, ta có $y=4^x \Rightarrow y'=\left(4^x\right)'=4^x\ln 4$.

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+2=0$. Mặt cầu (S) có bán kính bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có tâm của mặt cầu là $I(-1;2;1) \Rightarrow R=\sqrt{(-1)^2+2^2+1^2-2}=2$.

Câu 18. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=7; \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** -4. **D.** -10.

Lời giải

Ta có $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3-7=-4$.

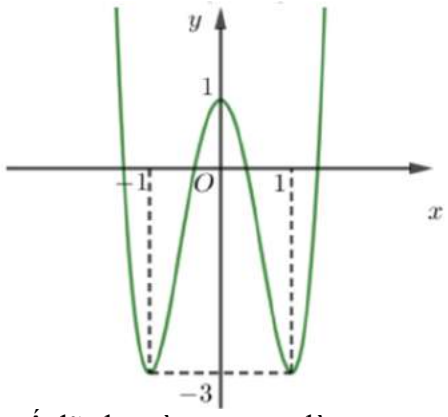
Câu 19. Cho số phức $z=5-7i$, số phức liên hợp của z bằng

A. $-5+7i$. **B.** $7-5i$. **C.** $-5-7i$. **D.** $5+7i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=5-7i$ là $5+7i$.

Câu 20. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(1;-3)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;-3)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra, đồ thị của hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$.

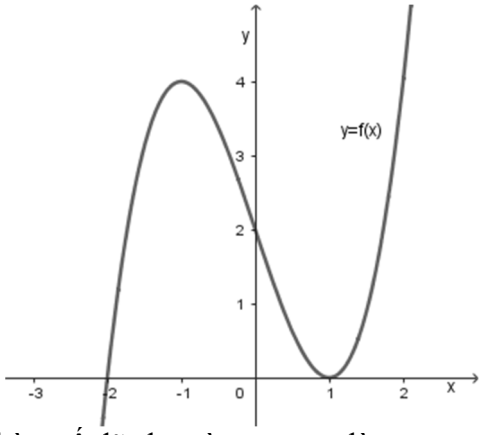
Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+2=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;1;0)$. **B.** $P(0;1;0)$. **C.** $M(1;0;-3)$. **D.** $N(0;0;-1)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm Q, P, M, N ta thấy điểm $M(1;0;-3)$ thuộc mặt phẳng (P) vì: $1-0-3+2=0$ đúng.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Nhìn hình vẽ ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục tung là điểm $M(0;2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;1;-1)$.

Lời giải

Nhìn vào phương trình đường thẳng d ta thấy vecto $\overrightarrow{u_1}=(-2;-1;1)$ là một véctơ chỉ phương của d.

Câu 24. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln a^2-\ln\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}\ln a$. **C.** $\dfrac{4}{3}\ln a$. **D.** $\ln\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có $\ln a^2-\ln\sqrt[3]{a}=2\ln a-\ln a^{\frac{1}{3}}=2\ln a-\dfrac{1}{3}\ln a=\dfrac{5}{3}\ln a$.

Câu 25. Phần thực của số phức $z=9-4i$ là

A. -4. **B.** 4. **C.** -9. **D.** 9.

Lời giải

Phần thực của số phức $z=9-4i$ là 9.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 27. Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x=x-F(x)+C$. **B.** $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x=F(x)+x+C$.

C. $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x=F(x)+1+C$. **D.** $\int\big(f(x)+1\big)\mathrm{d}x=F(x)-x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int\left(f\left(x\right)+1\right)\mathrm{d}x=F\left(x\right)+x+C.$

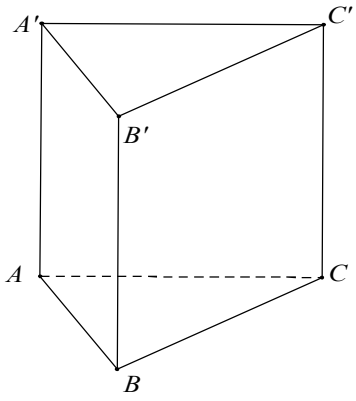
Câu 28. Cho hình trụ có bán kính đáy là $2r$ và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $2\pi rl$. **B.** $4\pi r^2l$. **C.** $4\pi rl$. **D.** πrl.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq}=2\pi.\left(2r\right).l=4\pi rl$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$, $BB'=2a$ (tham khảo hình bên).

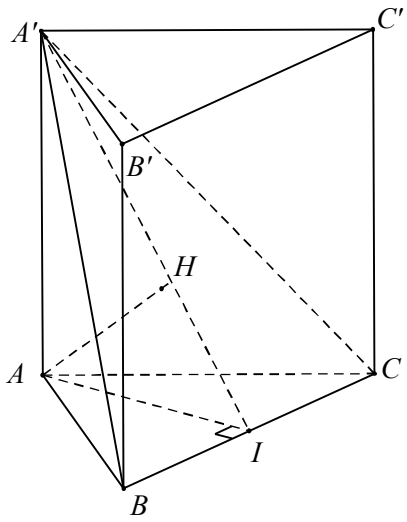


Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(BCA'\right)$ bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Gọi $AH=d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$



Áp dụng công thức khoảng cách trong tam diện vuông ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{\left(2a\right)^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{9}{4a^2}\Rightarrow AH=\frac{2a}{3}$.

Câu 30. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{7}{36}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

$n\left(\Omega\right)=6^2=36$.

Gọi A: "Tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là số chia hết cho 5"

$\Rightarrow A=\left\{\left(1;4\right);\left(4;1\right);\left(2;3\right);\left(3;2\right);\left(4;6\right);\left(6;4\right);\left(5;5\right)\right\}\Rightarrow n\left(A\right)=7$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{7}{36}$.

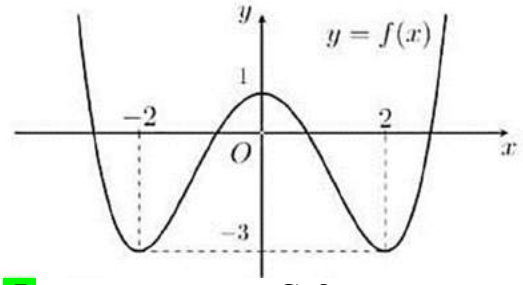
Câu 31. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+x$ và $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{1}{30}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{30}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{30}$.

Lời giải

Ta có $-x^2+x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow V=\pi\int\limits_0^1\left(-x^2+x\right)^2dx=\dfrac{\pi}{30}$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f(x)-m=0$ có bốn nghiệm thực phân biệt?

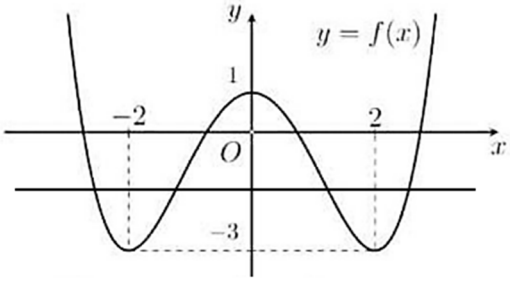


A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $2f(x)-m=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$

$\Rightarrow$Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$



Để phương trình có bốn nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -3<\dfrac{m}{2}<1\Leftrightarrow -6<m<2$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của *m* thỏa mãn yêu cầu bài toán là $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

A. $(1;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(-1;-2;3)$.

Lời giải

Điểm đối xứng với $M(1;-2;3)$ qua trục Oy có tọa độ là $(-1;-2;-3)$. Chọn B

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x-4.3^{x+1}+27=0$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình $9^x-4.3^{x+1}+27=0\Leftrightarrow 9^x-12.3^x+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=3\\3^x=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

vậy tổng các nghiệm của phương trình là 3.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{\overline{z}+i}{2-i}\right|=1$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(0;-1)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

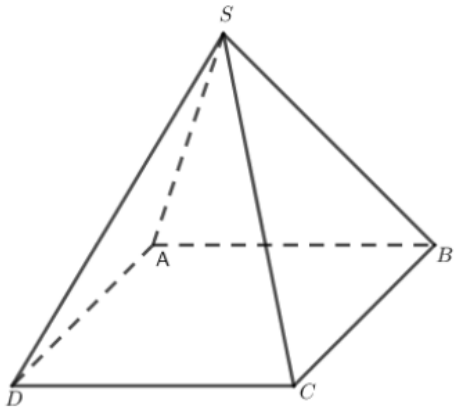
Lời giải

Ta có $\left|\dfrac{\overline{z}+i}{2-i}\right|=1\Leftrightarrow\left|\overline{z}-(0-1i)\right|=\left|2-i\right|\Leftrightarrow\left|z-(0+1i)\right|=\sqrt{5}\,(1)$.

Gọi điểm $M(z), I(0;1)$, từ (1) suy ra $IM=\sqrt{5}$.

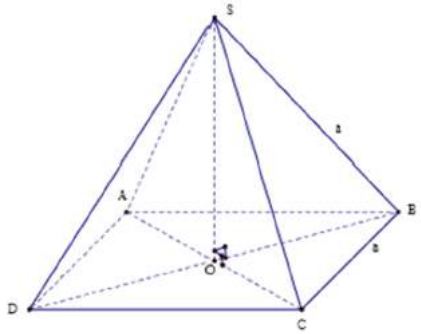
Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0;1)$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Góc giữa SB và $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

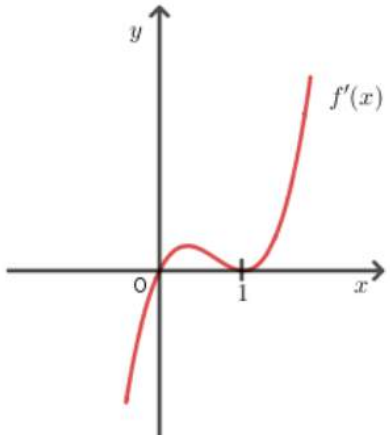


Gọi hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và $O=AC\cap BD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{SB,(ABCD)}\right)=\widehat{SBD}$.

Xét ΔSBD có: $SB=SD=a$; $BD=a\sqrt{2}$ nên ΔSBD là tam giác vuông cân. Vậy $\widehat{SBD}=45°$.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số, ta có $f'(x)\geq 0$ với $\forall x\in(0;+\infty)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$. Phương trình đường thẳng đi qua E và vuông góc với mặt phẳng (P) là:

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=1-t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=-2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=1-t\\z=-3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;1)$. Vì đường thẳng cần tìm vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;1)$

Do đó phương trình đường thẳng cần tìm là: $\begin{cases}x=1+2t\\y=-t\\z=-2+t\end{cases}$

Với $t=-1\Rightarrow E_1(-1;1;-3)$ nên chọn đáp án C.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3-2t\\y=1+t\\z=2+3t\end{cases}$; $d':\begin{cases}x=2+t'\\y=-1+2t'\\z=-2t'\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng d,d' có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-4}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{2}$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $A=\Delta\cap d, B=\Delta\cap d'$

$A\in d\Rightarrow A(-3-2t;\ 1+t;\ 2+3t)$

$B\in d'\Rightarrow B(2+t';\ -1+2t';\ -2t')$

$\overrightarrow{AB}=(2t+t'+5;\ -t+2t'-2;\ -3t-2t'-2)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$

$\Delta\perp(P)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(P)}$ cùng phương

$\Leftrightarrow$ có một số k thỏa $\overrightarrow{AB}=k\vec{n}_{(P)}\Leftrightarrow 2t+t'+5=-t+2t'-2=-3t-2t'-2\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t'=1\end{cases}$

$\Rightarrow B(3;1;-2)$

Δ đi qua điểm $B(3;1;-2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_{(\Delta)}=(1;1;1)$

Vậy phương trình của Δ cần tìm là $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 40. Biết $\int_2^5(2x+1)\ln(x^2-1)\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2-c$ với a,b,c là các số nguyên. Khi đó a^2+2b-c^2 bằng

A. 8. **B.** 19. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Đặt $\begin{cases} u=\ln\left(x^2-1\right) \\ dv=(2x+1)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{2x}{x^2-1}dx \\ v=x^2+x \end{cases}$

$\Rightarrow \int\limits_2^5 (2x+1)\ln\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x=\left(x^2+x\right)\ln\left(x^2-1\right)\Big|_2^5-\int\limits_2^5 \dfrac{2x\left(x^2+x\right)}{x^2-1}\mathrm{d}x$

$=30\ln 24-6\ln 3-\int\limits_2^5 \dfrac{2x^2}{x-1}\mathrm{d}x$

$=30\ln(2^3.3)-6\ln 3-\int\limits_2^5\left(2x+2+\dfrac{2}{x-1}\right)\mathrm{d}x$

$=90\ln 2+30\ln 3-6\ln 3-\left(x^2+2x+2\ln(x-1)\right)\Big|_2^5$

$=90\ln 2+24\ln 3-(25+10+2\ln 4)+(4+4+2\ln 1)$

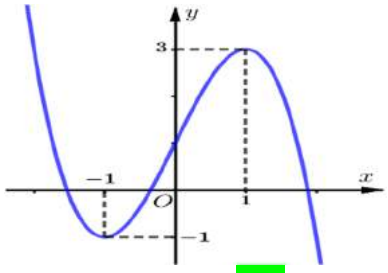
$=90\ln 2+24\ln 3-(35+4\ln 2)+8$

$=24\ln 3+86\ln 2-27$

Khi đó $a=24;b=86;c=27\Rightarrow a^2+2b-c^2=19$.

Vậy $a^2+2b-c^2=19$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f(2x-1)+mx+3$ có ba điểm cực trị?



A. 5. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Xét $g(x)=f(2x-1)+mx+3\Rightarrow g'(x)=2f'(2x-1)+m$

Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow g'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2f'(2x-1)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Bảng biến thiên của $y=2f'(2x-1)$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$2x-1$	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$2f'(2x-1)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $2f'(2x-1)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<-m<6$.

Khi đó các giá trị nguyên thoả mãn là $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 7 số nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-10;60)$ để bất phương trình $\log_3\left(x^2+1\right)+(2m-1)\log_{\left(x^2+1\right)}3+4\geq 0$ nghiệm đúng với $\forall x\neq 0$?

A. 59. **B.** 57 **C.** 55. **D.** 61.

Lời giải

Đặt $t=\log_3\left(x^2+1\right)$, điều kiện $t>0\,\forall x\neq 0$

Ta có bất phương trình

$t+\dfrac{2m-1}{t}+4\ge 0;\forall t>0$

$\Leftrightarrow t^2+4t+2m-1\ge 0;\forall t>0\Leftrightarrow t^2+4t-1\ge -2m;\forall t>0$

Bảng biến thiên của $f(t)=t^2+4t-1, t>0$

t	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f(t)$			-1	$+\infty$

Khi đó: $f(t)\ge -2m \quad \forall t>0\Leftrightarrow -2m\le -1\Leftrightarrow m\ge \dfrac{1}{2}$. Vậy có 59 giá trị nguyên của tham số m thuộc $(-10;60)$ thoả mãn.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2-1=0$ (a, b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+3iz_2=4+3i$?

A. 6 . **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4 .

Lời giải

Xét phương trình $z^2+2az+b^2-1=0$ $(*)$.

Ta có $\Delta'=a^2-b^2+1$.

Trường hợp 1: $\Delta'\ge 0\Leftrightarrow a^2-b^2+1\ge 0$ (1)

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+3iz_2=4+3i$ nên $z_1=4;\ z_2=1$.

Mặt khác, theo định lí Vi ét $\begin{cases} z_1+z_2=-2a \\ z_1.z_2=b^2-1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} 5=-2a \\ 4=b^2-1 \end{cases}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} (a;b)=\left(-\dfrac{5}{2};\sqrt{5}\right) \\ (a;b)=\left(-\dfrac{5}{2};-\sqrt{5}\right) \end{array}\right.$

(thỏa mãn (1)).

Trường hợp 2: $\Delta'<0\Leftrightarrow a^2-b^2+1<0$ (2)

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm z_1, z_2, gọi $z_1=p+qi,\ z_2=p-qi$.

Do $z_1+3iz_2=4+3i\Leftrightarrow p+qi+3i(p-qi)=4+3i\Leftrightarrow \begin{cases} p+3q=4 \\ 3p+q=3 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} p=\dfrac{5}{8} \\ q=\dfrac{9}{8} \end{cases}$.

Khi đó $z_1=\dfrac{5}{8}+\dfrac{9}{8}i,\ z_2=\dfrac{5}{8}-\dfrac{9}{8}i$.

Mặt khác, theo định lí Vi ét $\begin{cases} z_1+z_2=-2a \\ z_1.z_2=b^2-1 \end{cases}\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{5}{4}=-2a \\ \dfrac{53}{32}=b^2-1 \end{cases}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} (a;b)=\left(-\dfrac{5}{8};\sqrt{\dfrac{85}{32}}\right) \\ (a;b)=\left(-\dfrac{5}{8};-\sqrt{\dfrac{85}{32}}\right) \end{array}\right.$.

(thỏa mãn (2)).

Vậy có 4 cặp số thực (a,b) thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 44. Cho x,y là các số nguyên dương nhỏ hơn 2023. Gọi S là tập hợp các giá trị của y thoả mãn: Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x thoả mãn

$$\left(2^{x+y^2}-2^{y^2-x}\right)\log_x y>4^{\frac{2y^2-1}{2}}-\frac{1}{2}$$

đồng thời các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048 . Số phần tử của tập S là

A. 32. **B.** 1921. **C.** 1912. **D.** 33.

Lời giải

Vì các tập hợp có y phần tử có số tập con lớn hơn 2048 nên $2^y > 2048 \Leftrightarrow y > 11$.

Ta có

$$\left(2^{x+y^2} - 2^{y^2-x}\right)\log_x y > 4^{\frac{2y^2-1}{2}} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{y^2}\left(2^x - 2^{-x}\right)\log_x y > 2^{2y^2-1} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{y^2}\left(2^x - 2^{-x}\right).2\log_x y > 2^{2y^2} - 1$$

$$\Leftrightarrow \left(2^x - 2^{-x}\right).\log_x y^2 > \frac{2^{2y^2}-1}{2^{y^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2^x - 2^{-x}}{\ln x} > \frac{2^{y^2} - 2^{-y^2}}{\ln y^2}.$$

Xét hàm số $f(u) = \dfrac{2^u - 2^{-u}}{\ln u}$ với $u > 3$.

Ta có $f'(u) = \dfrac{\left(2^u + 2^{-u}\right).\ln 2.\ln u - \left(2^u - 2^{-u}\right)\dfrac{1}{u}}{\left(\ln u\right)^2}$.

Với $u > 3$ thì $2^u + 2^{-u} > 2^u - 2^{-u}$ và $\ln 2.\ln u > \ln 2.\ln 3 > \dfrac{1}{3} > \dfrac{1}{u}$.

Suy ra $f'(u) = \dfrac{\left(2^u + 2^{-u}\right).\ln 2.\ln u - \left(2^u - 2^{-u}\right)\dfrac{1}{u}}{\left(\ln u\right)^2} > 0 \Rightarrow f(u)$ là hàm đồng biến trên $(3;+\infty)$.

Suy ra $\dfrac{2^x - 2^{-x}}{\ln x} > \dfrac{2^{y^2} - 2^{-y^2}}{\ln y^2} \Leftrightarrow x > y^2$.

Với mỗi giá trị của y luôn có ít nhất 100 giá trị không nhỏ hơn 3 của x và $x < 2023$ nên $y^2 < 1923 \Leftrightarrow y < \sqrt{1923} \approx 43{,}85$.

Vì y là số nguyên dương nên $y \le 43$, do đó tập các giá trị của y là $\{12;13;14;.....;43\}$.

Vậy có tất cả $43 - 12 + 1 = 32$ giá trị của y thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) - f'(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$ và $y = xf'(x)$ bằng

A. $\dfrac{69}{32}$. **B.** $\dfrac{21}{32}$. **C.** $\dfrac{135}{64}$. **D.** $\dfrac{27}{32}$.

Lời giải

Giả sử $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$\Rightarrow f(x) - f'(x) = ax^3 + (b - 3a)x^2 + (c - 2b)x + (d - c)$

Theo giả thiết $f(x) - f'(x) = x^3 - 6x^2 + 7x - 2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 1; b = -3; c = 1; d - 1$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 1; f'(x) = 3x^2 - 6x + 1$

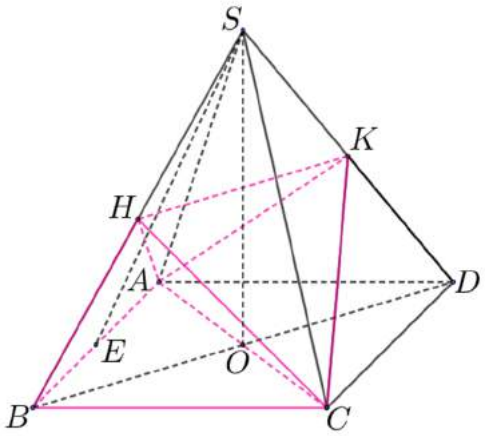
Xét phương trình $f(x) - xf'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^3 + 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$

Diện tích cần tìm là $S = \int\limits_{-\frac{1}{2}}^{1} \left|2x^3 - 3x^2 + 1\right| dx = \dfrac{27}{32}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$ và diện tích tam giác SAB bằng a^2. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của SB, SD. Thể tích khối đa diện $ABCKH$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{36}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{24}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB và $O=AC\cap BD$.

Ta có: $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều và O là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy $\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Tam giác SAB cân tại S và SE là trung tuyến của tam giác SAB nên SE cũng là đường cao.

$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}.AB.SE\Leftrightarrow a^2=\frac{1}{2}.a.SE\Leftrightarrow SE=2a$.

$EO=\frac{AD}{2}=\frac{a}{2}$, $SO=\sqrt{SE^2-EO^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}a$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{\sqrt{15}}{2}a=\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$.

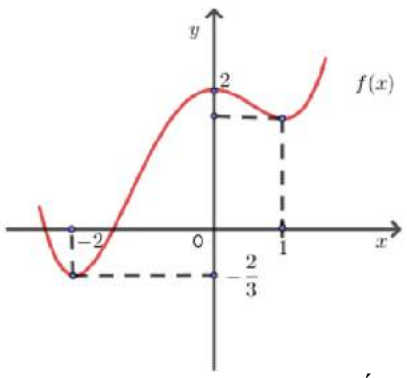
$V_{S.CHK}=\frac{SH}{SB}.\frac{SK}{SD}.V_{S.BCD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{15}}{48}a^3$.

$V_{S.AHK}=\frac{SH}{SB}.\frac{SK}{SD}.V_{S.ABD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{15}}{48}a^3$.

$V_{K.ACD}=V_{S.ACD}-V_{S.ACK}=V_{S.ACD}-\frac{SK}{SD}.V_{S.ACD}=V_{S.ACD}-\frac{1}{2}.V_{S.ACD}=\frac{1}{2}.V_{S.ACD}=\frac{1}{4}.V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{15}}{24}a^3$.

Ta có: $V_{ABCKH}=V_{S.ABCD}-V_{S.CHK}-V_{S.AHK}-V_{K.ACD}=\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-25;20)$ để hàm số $g(x)=\frac{1}{3}f^3(x)+\frac{1}{2}m.f^2(x)+(3m-5)f(x)-7$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$?

A. 18. **B.** 17. **C.** 20. **D.** 19.

Lời giải

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$ khi $g'(x)\ge 0,\ \forall x\in(-2;0)$

$\Leftrightarrow g'=f^2(x).f'(x)+mf(x).f'(x)+(3m-5).f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(-2;0)$

$\Leftrightarrow f'(x).\left[f^2(x)+mf(x)+3m-5\right]\ge 0,\ \forall x\in(-2;0)$

$\Leftrightarrow f^2(x)+m.f(x)+3m-5\ge 0,\ \forall x\in(-2;0)$

$\Rightarrow m\ge\dfrac{5-f^2(x)}{f(x)+3},\ \forall x\in(-2;0)(1)$

Đặt $t=f(x),\ \forall x\in(-2;0)\Rightarrow t\in\left(\dfrac{-2}{3};2\right)$. (1) trở thành $m\ge\dfrac{5-t^2}{3+t},\ t\in\left(\dfrac{-2}{3};2\right)$.

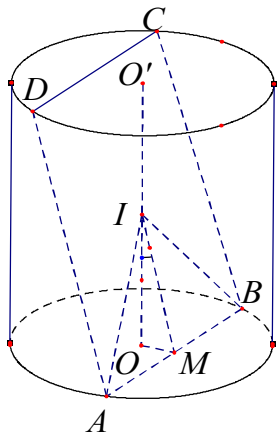
Xét $h(t)=\dfrac{5-t^2}{3+t}\Rightarrow h'(t)=\dfrac{-t^2-6t-5}{(t+3)^2}<0,\ t\in\left(\dfrac{-2}{3};2\right)$. Suy ra $m\ge h\left(\dfrac{-2}{3}\right)=\dfrac{41}{21}$

Từ đó ta có $m\ge\dfrac{41}{21}$. Kết hợp điều kiện ta có $\dfrac{41}{21}\le m<20$.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r=\sqrt{15}$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc 30° đồng thời cắt hai đường tròn đáy theo hai dây cung AB và CD. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ bằng

A. $24\sqrt{2}$. **B.** 36. **C.** 48. **D.** $24\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi $ABCD$ là thiết diện của mặt phẳng (α) với hình trụ; gọi I,M lần lượt là trung điểm OO' và AB; H là hình chiếu của O lên IM.

Ta có $OH\perp(ABCD)\Rightarrow\left(\widehat{OO',(ABCD)}\right)=\widehat{OIM}=30^\circ$

Xét ΔIOM vuông tại O, ta có $OM=OI.\tan 30^\circ=\sqrt{3}$

Xét ΔAOM vuông tại M, ta có $AM=\sqrt{OA^2-OM^2}=2\sqrt{3}\Rightarrow AB=4\sqrt{3}$

Xét ΔAOI vuông tại O, ta có $AI=\sqrt{OA^2+OI^2}=2\sqrt{6}\Rightarrow AC=4\sqrt{6}$

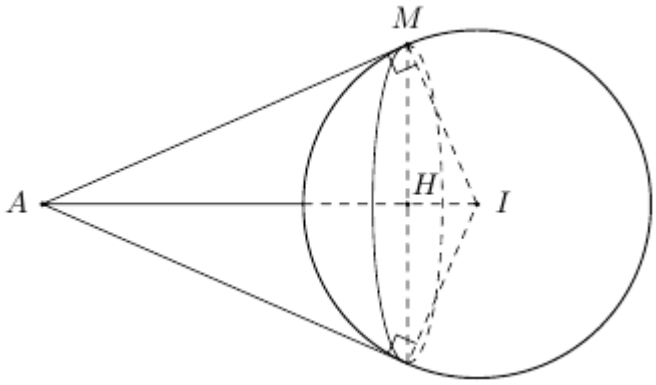
$\Rightarrow AD=\sqrt{AC^2-AB^2}=4\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{ABCD}=AB.AD=48$

Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ $(Oxyz)$, từ điểm $A(1;1;0)$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$ và bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T=|2a+c-1|$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** 11. **D.** $\dfrac{11}{5}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AM}=(a-1;b-1;c)$ và $\overrightarrow{IM}=(a+1;b-1;c-1)$.

Vì AM là tiếp tuyến kẻ từ A đến mặt cầu (S) nên

$$\overrightarrow{IM}\perp\overrightarrow{AM}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}.\overrightarrow{AM}=0$$

$$\Leftrightarrow(a-1)(a+1)+(b-1)^2+c(c-1)=0$$

$$\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}.$$

Kẻ $MH\perp IA$. Ta có $IA=\sqrt{(1+1)^2+(1-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{5}$.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác vuông AIM (vuông tại M) ta có

$$IM^2=IH.IA\Leftrightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{R^2}{IA}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1}{5}IA\Rightarrow\overrightarrow{IH}=\frac{1}{5}\overrightarrow{IA}\Rightarrow H\left(-\frac{3}{5};1;\frac{4}{5}\right).$$

Điểm M nằm trên mặt phẳng (α) đi qua $H\left(-\frac{3}{5};1;\frac{4}{5}\right)$ và vuông góc với IA nên nhận $\overrightarrow{IA}=(2;0;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (α) là

$$(\alpha):2\left(x+\frac{3}{5}\right)-\left(z-\frac{4}{5}\right)=0\Leftrightarrow 2x-z+2=0.$$

Vì $M\in(\alpha)$ nên $2a-c+2=0\Leftrightarrow a=\frac{c-2}{2}$.

Từ $\frac{5}{4}=a^2+(b-1)^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2\Rightarrow a^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{5}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{c-2}{2}\right)^2+\left(c-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{5}{4}\Leftrightarrow 0\le c\le\frac{8}{5}$.

Ta có $T=|2a+c-1|=|c-2+c-1|=|2c-3|$.

Xét hàm $g(c)=2c-3$ trên $\left[0;\frac{8}{5}\right]$ có $g(0)=-3$; $g\left(\frac{8}{5}\right)=\frac{1}{5}$.

Do đó $\max\limits_{c\in\left[0;\frac{8}{5}\right]}|g(c)|=\max\{|g(0)|,|g(3)|\}=3.$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}c=0\\b=1\\a=\frac{c-2}{2}=-1.\end{cases}$

Vậy giá trị lớn nhất của T là 3.

Câu 50. Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=2$, $|(i+1)w+3+7i|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2+wz-4|$

A. 8. **B.** $2\left(\sqrt{29}-3\right)$. **C.** $2\left(\sqrt{29}-1\right)$. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\left|(i+1)w+3+7i\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|1+i\right|\left|w+5+2i\right|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left|w+5+2i\right|=1.$

Ta có: $\left|z\right|=2\Rightarrow z.\overline{z}=4.$

Đặt $P=\left|z^2+wz-4\right|=\left|z^2+wz-z.\overline{z}\right|=2\left|z+w-\overline{z}\right|=2\left|w-\left(\overline{z}-z\right)\right|.$

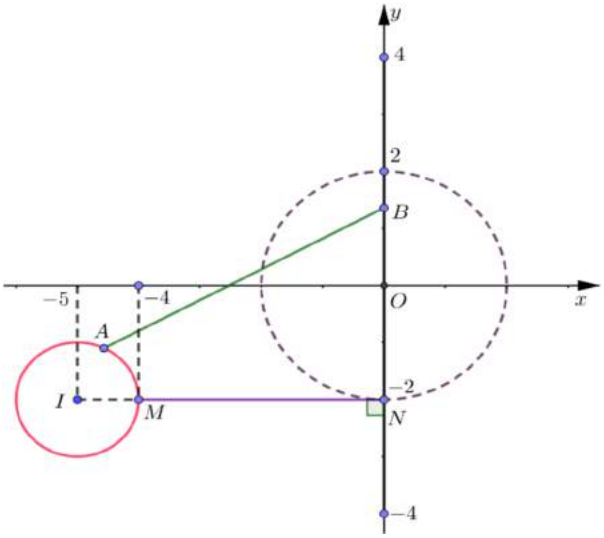
Đặt $z=a+bi$, suy ra $\begin{cases}\overline{z}=a-bi\\ \overline{z}-z=-2bi\end{cases}$. Do $\left|z\right|=2\Rightarrow a^2+b^2=4\Rightarrow -2\le b\le 2$.

Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn cho số phức $w=x+yi$ và $\overline{z}-z=-2bi$.

Ta được:

$A\left(x;y\right)$ thuộc đường tròn $\left(C\right)$ có tâm $I\left(-5;-2\right)$ và bán kính $R=1$.

$B\left(0;-2b\right)$ thuộc trục tung và có $-4\le -2b\le 4$.



Ta có $P=2\left|w-\left(\overline{z}-z\right)\right|\Rightarrow P=2AB$.

Gọi: N là hình chiếu của $I\left(-5;-2\right)$ lên trục Oy, suy ra $N\left(0;-2\right)$.

M là giao điểm của đoạn thẳng IN với $\left(C\right)$, suy ra $MN=4$ và $M\left(-4;-2\right)$.

Ta được $P=2AB\ge 2MN=8$. Dấu "=" xảy ra khi $A\equiv M\left(-4;-2\right)$ và $B\equiv N\left(0;-2\right)$.

Khi đó $w=-4-2i$ và $z=\pm\sqrt{3}+i$

Vậy biểu thức $\left|z^2+wz-4\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất là 8.