ĐỀ 25

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN LÊ KHIẾT – QUẢNG NGÃI

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_6. **B.** C_6^4. **C.** A_6^4. **D.** 6^4.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;6)$ và $B(0;5;-2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $I(-2;8;4)$. **B.** $I(1;1;-4)$. **C.** $I(-1;4;2)$. **D.** $I(2;2;-4)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;3)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\int f(x)dx=12x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=3x^4-2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}x^4-2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^4-2x+C$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{2-x}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2}\geq\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2]$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 7. Thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng $3cm$ và chiều cao bằng $4cm$ là

A. $V=12\pi(cm^3)$. **B.** $V=36\pi(cm^3)$ **C.** $V=36\pi(cm^2)$. **D.** $V=12\pi(cm^2)$

Câu 8. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lập phương đó là

A. $4a^3$. **B.** a^3 **C.** $8a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)dx=3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos 3x+C$.

Câu 10. Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao cảu khối chóp đó bằng

A. 3. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=16$ có bán kính bằng

A. 32. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 4.

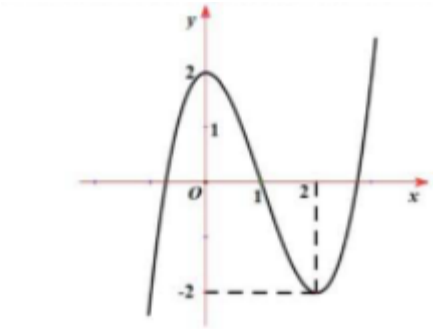
Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z=4-2i$ là

A. $\bar{z}=4-2i$. **B.** $\bar{z}=4+2i$. **C.** $\bar{z}=-2+4i$. **D.** $\bar{z}=2+4i$.

Câu 13. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_5^4 g(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -12. **B.** -4. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào sau đây



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2=4$ và $u_4=2$. Giá trị của u_6 bằng.

A. $u_6=6$. **B.** $u_6=0$. **C.** $u_6=-1$. **D.** $u_6=1$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_3 x=2$ là

A. $x=6$. **B.** $x=8$. **C.** $x=5$. **D.** $x=9$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. **B.** $y_{CD}=15$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$. **D.** $y_{CT}=4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây không đi qua điểm $M(0;1;-1)$?

A. $(P_4):x+2y+15z+13=0$. **B.** $(P_2):4x-2y-12z-10=0$.

C. $(P_3):2x-3y+12z+15=0$ **D.** $(P_1):4x+2y-12z-17=0$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

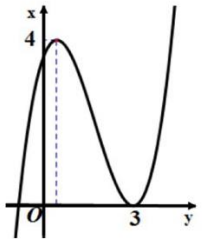
Câu 20. Tích phân $\int_1^e \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $e-1$. **B.** $\ln 2e$. **C.** 1 **D.** $\ln e-1$.

Câu 21. Cho hai số phức $z=-3+2i$ và $w=4-i$. Số phức $\bar{z}+w$ bằng

A. $1+i$. **B.** $-7+i$. **C.** $1-3i$. **D.** $-7+3i$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có 3 nghiệm phân biệt.



A. $-1<m<3$. **B.** $1<m<4$. **C.** $-2<m<5$. **D.** $0<m<4$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$ là

A. $\frac{3}{3x+1}$. **B.** $\frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. **C.** $\frac{3}{(3x+1)\ln x}$. **D.** $\frac{3}{(x+1)\ln 3}$.

Câu 24. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a \frac{a^2.\sqrt[3]{a}.\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}$

A. $T=8$. **B.** $T=11$. **C.** $T=\frac{8}{3}$. **D.** $T=\frac{17}{15}$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 [2x-3f(x)]\mathrm{d}x=4$ thì $\int_3^6 f\left(\frac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -1.

Câu 26. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-1}{1-2x}$ trên đoạn $[2;5]$. Tính $A=M-3m$.

A. $A=-\frac{10}{3}$. **B.** $A=-1$. **C.** $A=1$. **D.** $A=-\frac{5}{3}$.

Câu 27. Số phức z_1 là nghiệm có phần ảo dương của phương trình bậc hai $z^2-2z+2=0$. Môđun của số phức $(2-i)z_1$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 18.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AC=a\sqrt{5}, SA=2a$. Biết $SB\perp BC$ và $SD\perp CD$. Thể tích của khối chóp $S.BCD$ là

A. $V_{S.BCD}=4a^3$. **B.** $V_{S.BCD}=2a^3$. **C.** $V_{S.BCD}=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V_{S.BCD}=\frac{4a^3}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=a$, các cạnh bên $SA=SB=SC=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt phẳng đáy (ABC).

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\arctan\sqrt{2}$. **D.** $\arctan 2$.

Câu 30. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(2x+3)^2$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(2x^2-x\right)\le\log_{\sqrt{2}}x$ là

A. $\left[\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $[0;1]$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm của tam giác ABC với $A(0;2;1), B(4;-2;1), C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2}(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(4;-2;1)$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=x^3-x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=\ln x$.

Câu 35. Cho hai số dương a,b với $a\ne 1$. Đặt $M=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{b}$. Tính M theo $N=\log_a b$.

A. $M=\frac{1}{6}N$. **B.** $M=\frac{3}{2}N$. **C.** $M=\frac{2}{3}N$. **D.** $M=\sqrt{N}$.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\bar{z}=z^3$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;1)$, $B(0;1;3)$, $C(1;2;3)$, $D(2;-1;2)$. Phương trình đường thẳng qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-4}$.

C. $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-3}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}$. Mặt phẳng (P) đi qua M, song song với BC và AD chia khối tứ diện đã cho thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối tứ diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối tứ diện chứa đỉnh A. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{5}{27}$. **B.** $\frac{5}{37}$. **C.** $\frac{5}{32}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\int_0^m\left(4x^3+2x\right)\mathrm{d}x=3-m^2$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

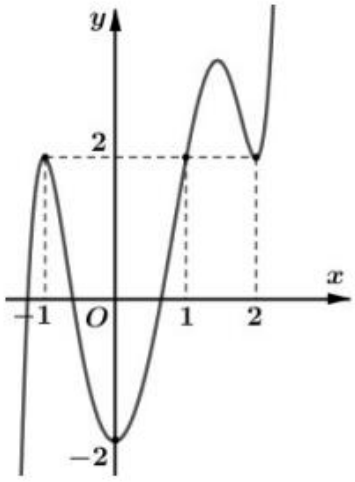
Câu 40. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên x và y sao cho đẳng thức sau thỏa mãn $\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101}=20y+1$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 41. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, AC cắt BD tại O. Khoảng cách giữa SA và CD bằng độ dài đoạn SO. Tính sin của góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy.

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x+1)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f(2)-5$. **B.** $f(-1)+1$. **C.** $f(1)-3$. **D.** $f(0)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(3;4;0)$, $B(2;5;4)$, $C(-1;1;1)$, $D(3;5;3)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=9$.

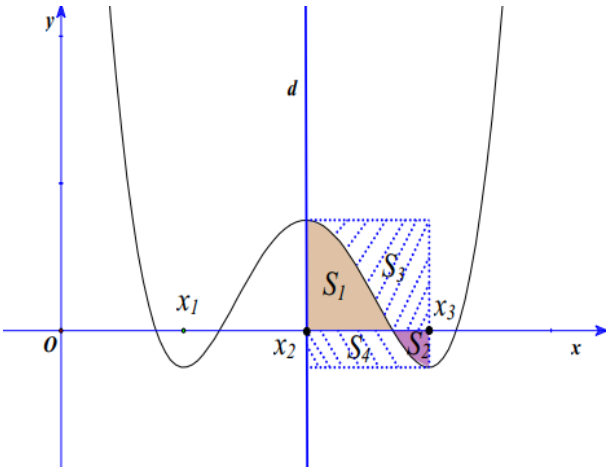
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{7\pi a^2}{3}$ **C.** $\frac{7\pi a^2}{9}$ **D.** $4\pi a^2$

Câu 45. Gọi A là tập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, lấy ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để lấy được một số luôn có mặt 3 chữ số 0, 1, 2 và giữa hai chữ số 0 và 1 có đúng 2 chữ số.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{162}$. **C.** $\frac{5}{162}$. **D.** $\frac{7}{405}$.

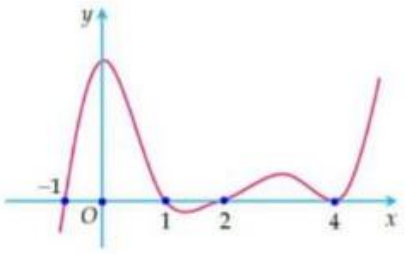
Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3=x_1+2$, $f(x_1)+f(x_3)+\frac{2}{3}f(x_2)=0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x=x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên.



Tỉ số $\frac{S_3+S_4}{S_1+S_2}$ gần kết quả nào nhất?

A. 1.62. **B.** 1.64. **C.** 1.68. **D.** 1.66.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trung hoành như hình vẽ dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ có 11 điểm cực trị.

A. 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{2-z}{1}$ và hai điểm $B\left(\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{3}{2}\right), C(1;-1;1)$. Gọi A là giao điểm của (d) và (P), (S) là điểm di động trên $(d), (S \neq A)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC, (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và $(P), M \in (\Delta)$. Giá trị nhỏ nhất của $MB+MC$ là

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $e^x-1=m\ln(mx+1)$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[-10;10]$?

A. 2201. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2202.

Câu 50. Cho số các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-1-i|=1$ và $|z_2-2+i|=2$. Số phức z thay đổi sao cho $(\overline{z-z_1})(1+i-z_1)$ và $(z-z_2)(\overline{z_2}-2-i)$ là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của $|z-3+2i|$ bằng

A. $\dfrac{11}{5}$. **B.** 2. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{13}-1$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	D	B	A	A	C	B	C	D	B	B	D	B	D	D	D	C	C	C	B	B	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	C	D	D	D	C	C	C	C	A	A	A	A	A	B	C	B	B	C	D	D	A	A	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$?

A. P_6. **B.** C_6^4. **C.** A_6^4. **D.** 6^4.

Lời giải

Chọn C

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4}$.

Chọn 4 chữ số từ 6 chữ số đã cho và sắp xếp vào 4 vị trí từ a_1 đến a_4 có A_6^4 cách.

Vậy có A_6^4 số.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;6)$ và $B(0;5;-2)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $I(-2;8;4)$. **B.** $I(1;1;-4)$. **C.** $I(-1;4;2)$. **D.** $I(2;2;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có trung điểm đoạn thẳng AB có toạ độ là $I(-1;4;2)$.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ có toạ độ là

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;3)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ có toạ độ là $(4;-3)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^4-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^4-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3-2)\mathrm{d}x=x^4-2x+C$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{2-x}$ là đường thẳng

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{2-x}=-2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{2-x}=-2$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=-2$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2}\ge\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2]$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=[2;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{x+2}\ge\left(\dfrac{1}{25}\right)^{-x}\Leftrightarrow 5^{x+2}\ge 5^{2x}\Leftrightarrow x+2\ge 2x\Leftrightarrow x\le 2$.

Vậy tập nghiệm $S=(-\infty;2]$.

Câu 7. Thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng $3cm$ và chiều cao bằng $4cm$ là

A. $V=12\pi(cm^3)$. **B.** $V=36\pi(cm^3)$ **C.** $V=36\pi(cm^2)$. **D.** $V=12\pi(cm^2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi(cm^3)$.

Câu 8. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lập phương đó là

A. $4a^3$. **B.** a^3 **C.** $8a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)dx=3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int f(x)dx=\int\sin 3xdx=-\dfrac{1}{3}\cos 3x+C$

Câu 10. Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao cảu khối chóp đó bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** 9. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{36}{4}=9$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=16$ có bán kính bằng

A. 32. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $R=\sqrt{16}=4$

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z=4-2i$ là

A. $\bar{z}=4-2i$. **B.** $\bar{z}=4+2i$. **C.** $\bar{z}=-2+4i$. **D.** $\bar{z}=2+4i$.

Lời giải

Chọn B

$z=4-2i\Rightarrow\bar{z}=4+2i$

Câu 13. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_5^4 g(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. -12. **B.** -4. **C.** -8. **D.** 8.

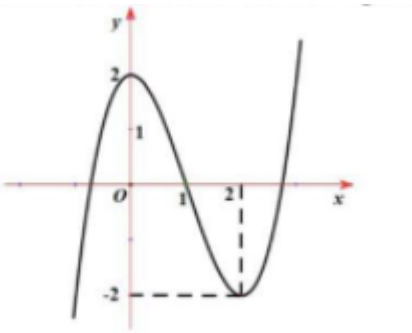
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x+\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x$

$\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x+\int_4^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_5^4 f(x)\mathrm{d}x=2-6=-4$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào sau đây



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

GVSB: Hồng Hà Nguyễn; GVPB: Thanh Giang Đoàn

Chọn D

Từ đồ thị suy ra hàm số là bậc ba và hệ số $a>0$.

Xét $y=x^3-3x^2+2\Rightarrow y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là hình vẽ trên.

Câu 15. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 4$ và $u_4 = 2$. Giá trị của u_6 bằng.

A. $u_6 = 6$. **B.** $u_6 = 0$. **C.** $u_6 = -1$. **D.** $u_6 = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_4 = 2 \Leftrightarrow u_1 + 3d = 2 \Leftrightarrow u_2 + 2d = 2 \Leftrightarrow d = \dfrac{2 - u_2}{2} = -1$.

Mà $u_2 = u_1 + d \Rightarrow u_1 = u_2 - d = 4 + 1 = 5$, Suy ra $u_6 = u_1 + 5d = 5 - 5 = 0$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2$ là

A. $x = 6$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	↘	4	↗	5	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **B.** $y_{CD} = 15$. **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$. **D.** $y_{CT} = 4$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

- Hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- Hàm số có $y_{CT} = 4$ và $y_{CD} = 5$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây không đi qua điểm $M(0;1;-1)$?

A. $(P_4): x + 2y + 15z + 13 = 0$. **B.** $(P_2): 4x - 2y - 12z - 10 = 0$.

C. $(P_3): 2x - 3y + 12z + 15 = 0$ **D.** $(P_1): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

Lời giải

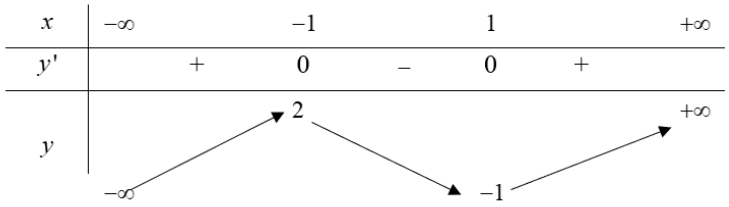
Chọn D

Thay toạ độ điểm $M(0;1;-1)$ vào phương trình $(P_1): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$, ta có:

$4.0 + 2.1 - 12.(-1) - 17 = -3 \neq 0$.

Vậy điểm $M(0;1;-1)$ không nằm trong mặt phẳng $(P_1): 4x + 2y - 12z - 17 = 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;+\infty)$.

- Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Vậy mệnh đề sai là: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 20. Tích phân $\int_1^e \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $e-1$. **B.** $\ln 2e$. **C.** 1 **D.** $\ln e-1$.

Lời giải

Chọn C

$\int_1^e \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x|\Big|_1^e = \ln|e| - \ln|1| = 1-0 = 1$.

Câu 21. Cho hai số phức $z=-3+2i$ và $w=4-i$. Số phức $\bar{z}+w$ bằng

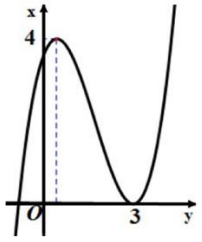
A. $1+i$. **B.** $-7+i$. **C.** $1-3i$. **D.** $-7+3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\bar{z}+w=-3-2i+4-i=1-3i$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có 3 nghiệm phân biệt.



A. $-1<m<3$. **B.** $1<m<4$. **C.** $-2<m<5$. **D.** $0<m<4$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đưa về $f(x)=m+1$

Sử dụng tương giao giữa đường thẳng $y=m+1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$, điều kiện để phương trình $f(x)=m+1$ có 3 nghiệm phân biệt là $0<m+1<4\Leftrightarrow -1<m<3$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{3};+\infty\right)$ là

A. $\frac{3}{3x+1}$. **B.** $\frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. **C.** $\frac{3}{(3x+1)\ln x}$. **D.** $\frac{3}{(x+1)\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=\log_3(3x+1)\Rightarrow y'=\frac{3}{(3x+1)\ln 3}$.

Câu 24. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a\frac{a^2.\sqrt[3]{a}.\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}$

A. $T=8$. **B.** $T=11$. **C.** $T=\frac{8}{3}$. **D.** $T=\frac{17}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $T=\log_a\frac{a^2.\sqrt[3]{a}.\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[15]{a^4}}=\log_a\frac{a^{2+\frac{1}{3}+\frac{3}{5}}}{a^{\frac{4}{15}}}=\log_a a^{\frac{8}{3}}=\frac{8}{3}$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2\left[2x-3f(x)\right]dx=4$ thì $\int_3^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Từ $\int_1^2\left[2x-3f(x)\right]dx=4\Rightarrow\int_1^2 2xdx-3\int_1^2 f(x)dx=4\Rightarrow 3-3\int_1^2 f(x)dx=4\Rightarrow\int_1^2 f(x)dx=-\frac{1}{3}$.

Đặt $t=\frac{x}{3}\Rightarrow dt=\frac{1}{3}dx\Rightarrow dx=3dt$.

Đổi cận:

$x=3\Rightarrow t=1$

$x=6\Rightarrow t=2$

Do đó $\int_3^6 f\left(\frac{x}{3}\right)dx=3\int_1^2 f(t)dt=3\int_1^2 f(x)dx=-1$.

Câu 26. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-1}{1-2x}$ trên đoạn $[2;5]$. Tính $A=M-3m$.

A. $A=-\dfrac{10}{3}$. **B.** $A=-1$. **C.** $A=1$. **D.** $A=-\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[2;5]$.

Ta có $f'(x)=-\dfrac{1}{(-2x+1)^2}<0,\ \forall x\in[2;5]\Rightarrow f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[2;5]$

Suy ra $M=\max\limits_{[2;5]} f(x)=f(2)=-\dfrac{1}{3}$ và $m=\min\limits_{[2;5]} f(x)=f(5)=-\dfrac{4}{9}$.

Do đó $A=M-3m=1$.

Câu 27. Số phức z_1 là nghiệm có phần ảo dương của phương trình bậc hai $z^2-2z+2=0$. Môđun của số phức $(2-i)z_1$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** 10. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

$z^2-2z+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_1=1+i \\ z_2=1-i \end{array}\right.$

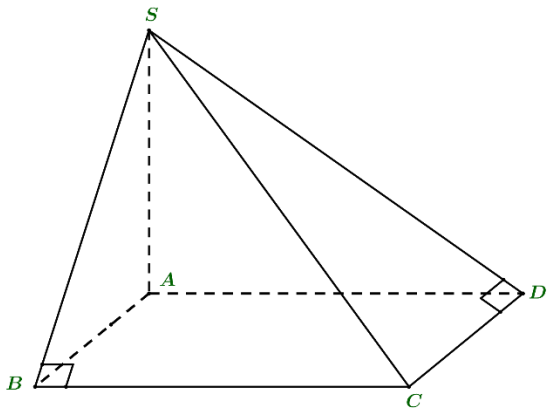
Với $z_1=1+i\Rightarrow(2-i)z_1=3+i\Rightarrow\left|(2-i)z_1\right|=\sqrt{10}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AC=a\sqrt{5}, SA=2a$. Biết $SB\perp BC$ và $SD\perp CD$. Thể tích của khối chóp $S.BCD$ là

A. $V_{S.BCD}=4a^3$. **B.** $V_{S.BCD}=2a^3$. **C.** $V_{S.BCD}=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V_{S.BCD}=\dfrac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có

$\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SB \end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SA$ (1)

$\begin{cases} CD\perp AD \\ CD\perp SD \end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SA$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SA \perp (ABCD)$.

Mặt khác $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

$\Rightarrow S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{1}{2}.a.2a = a^2$.

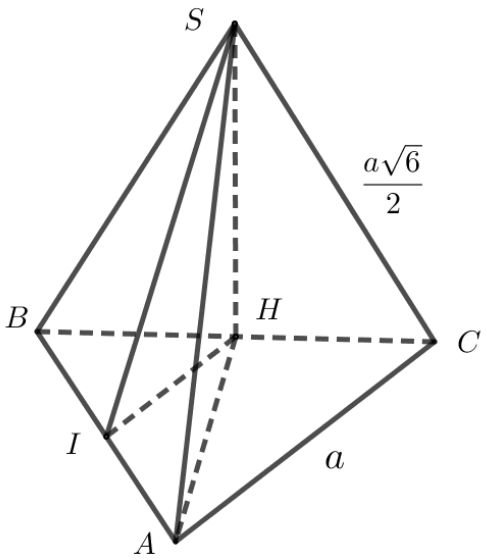
Vậy $V_{S.BCD} = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3}.2a.a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt phẳng đáy (ABC).

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\arctan\sqrt{2}$. **D.** $\arctan 2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow HA = HB = HC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} a\sqrt{2}$.

mà $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ nên $SH \perp BC$, $\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$

suy ra $SH \perp (ABC)$.

Kẻ $HI \perp AB \Rightarrow \left((SAB),(ABC)\right) = \left(SI, HI\right) = SIH$.

Ta có $HI = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} a$ (do tam giác ABH vuông cân tại H)

$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a$.

Xét tam giác SIH vuông tại H, ta có

$\tan SIH = \dfrac{SH}{IH} = \dfrac{a}{\frac{1}{2}a} = 2 \Rightarrow SIH = \arctan 2$.

Câu 30. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Do thiết diện qua trục là một hình vuông nên $l = 2r = 2a$.

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(2x+3)^2$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$f'(x) = x(x-1)^3(2x+3)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$ ($x = -\dfrac{3}{2}$ là nghiệm kép).

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		$-3/2$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(2x^2 - x\right) \le \log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $\left[\dfrac{1}{2};1\right]$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $[0;1]$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} 2x^2 - x > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow x > \dfrac{1}{2}. \\ x > 0 \end{cases}$

$\log_2\left(2x^2 - x\right) \le \log_{\sqrt{2}} x \Rightarrow 2x^2 - x \le x^2 \Leftrightarrow x^2 - x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$.

So với điều kiện ta được tập nghiệm $S = \left(\dfrac{1}{2};1\right]$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm của tam giác ABC với $A(0;2;1), B(4;-2;1), C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2}(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}(1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(4;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Trọng tâm của tam giác ABC là: $G=\left(\frac{0+4+2}{3};\frac{2-2+3}{3};\frac{1+1+4}{3}\right)=(2;1;2)$.

Vecto chỉ phương của đường thẳng OG là: $\overrightarrow{OG}=(2;1;2)$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=x^3-x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=\ln x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=3^x$ có cơ số $a=3>1$ nên hàm số $y=3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 35. Cho hai số dương a,b với $a\neq 1$. Đặt $M=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{b}$. Tính M theo $N=\log_a b$.

A. $M=\frac{1}{6}N$. **B.** $M=\frac{3}{2}N$. **C.** $M=\frac{2}{3}N$. **D.** $M=\sqrt{N}$.

Lời giải

Chọn C

$M=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{b}=\log_{a^{\frac{1}{2}}}b^{\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}\log_a b=\frac{2}{3}N$.

Câu 36. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\bar{z}=z^3$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Gọi số phức z có dạng $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$.

$\bar{z}=z^3\Leftrightarrow a-bi=(a+bi)^3=a^3-3ab^2+\left(3a^2b-b^3\right)i$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a^3-3ab^2=a\\3a^2b-b^3=-b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a=0\\a^2-3b^2=1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}b=0\\b^2-3a^2=1.\end{array}\right.\end{cases}$$

TH1: $a=b=0\Rightarrow z=0$.

TH2: $\begin{cases}a=0\\b^2-3a^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=\pm1\end{cases}\Rightarrow$ có hai số phức $z=i$ và $z=-i$.

TH3: $\begin{cases}b=0\\a^2-3b^2=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\pm1\\b=0\end{cases}\Rightarrow$ có hai số phức $z=1$ và $z=-1$.

TH4: $\begin{cases}a^2-3b^2=1\\b^2-3a^2=1\end{cases}\Rightarrow 4\left(a^2-b^2\right)=0\Leftrightarrow a^2=b^2$.

$\begin{cases} a^2 = b^2 \\ b^2 - 3a^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow -2a^2 = 1$ (vô lý).

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1;-2;1)$, $B(0;1;3)$, $C(1;2;3)$, $D(2;-1;2)$. Phương trình đường thẳng qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{4}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{-4}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Do $\Delta \perp (BCD)$ nên vecto chỉ phương của đường thẳng Δ trùng với vecto pháp tuyến của mặt phẳng (BCD), tức là: $\overrightarrow{a_\Delta} = \overrightarrow{n_{(BCD)}} = \left[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}\right] = (-1;1;-4) = -(1;-1;4)$.

Khi đó: Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{4}$.

Xét điểm $M(2;-3;5)$, ta thấy $M \in \Delta$.

Suy ra: Một phương trình chính tắc khác của đường thẳng Δ là $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{4}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Mặt phẳng (P) đi qua M, song song với BC và AD chia khối tứ diện đã cho thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối tứ diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối tứ diện chứa đỉnh A. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{5}{27}$.

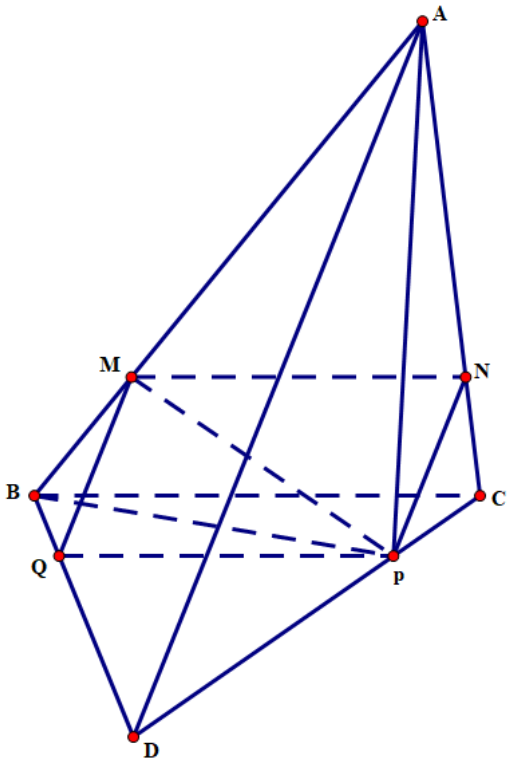
B. $\frac{5}{37}$.

C. $\frac{5}{32}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi V là thể tích khối chóp $ABCD$.

Trong mặt phẳng (ABC), vẽ $MN//BC$.

Trong mặt phẳng (ACD), vẽ $NP//AD$.

Trong mặt phẳng (BCD), vẽ $PQ//BC$.

Khi đó: $(P)\equiv(MNPQ)$.

Ta có: $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Rightarrow\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{DP}{DC}=\dfrac{DQ}{DB}=\dfrac{3}{4}$.

Ta có: $CP=\dfrac{1}{4}CD\Rightarrow V_{ABPC}=\dfrac{1}{4}V\Rightarrow V_{ABDP}=\dfrac{3}{4}V$.

Xét: $\dfrac{V_{AMNP}}{V_{ABCP}}=\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AN}{AC}.\dfrac{AP}{AP}=\dfrac{9}{16}\Rightarrow\begin{cases}V_{AMNP}=\dfrac{9}{64}V\\ V_{BMNCP}=\dfrac{7}{16}V_{ABCP}=\dfrac{7}{64}V\end{cases}(1)$.

Xét: $\dfrac{V_{BMQP}}{V_{BADP}}=\dfrac{BM}{BA}.\dfrac{BQ}{BD}.\dfrac{BP}{BP}=\dfrac{1}{16}\Rightarrow\begin{cases}V_{MBQP}=\dfrac{3}{64}V\\ V_{AMQDP}=\dfrac{15}{16}V_{ABDP}=\dfrac{45}{64}V\end{cases}(2)$.

Từ (1) và (2), ta suy ra: $\begin{cases}V_1=\dfrac{5}{32}V\\ V_2=\dfrac{27}{32}V\end{cases}\Rightarrow\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{5}{27}$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\int_0^m\left(4x^3+2x\right)\mathrm{d}x=3-m^2$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét: $\int_0^m \left(4x^3+2x\right)\mathrm{d}x = 3-m^2 \Leftrightarrow \left(x^4+x^2\right)\Big|_0^m = 3-m^2 \Leftrightarrow m^4+m^2 = 3-m^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Suy ra: Có 2 giá trị m thỏa đề bài.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên x và y sao cho đẳng thức sau thỏa mãn $\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101} = 20y+1$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

+) $\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101} = 20y+1 \Leftrightarrow \left(y^2+101\right)\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right) = 20y+1$

$\Leftrightarrow \log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right) = \dfrac{20y+1}{y^2+101}$.

+) Xét hàm số $f(y) = \dfrac{20y+1}{y^2+101}$,

Do $\forall y$: $y-10^{\,2} \ge 0 \Leftrightarrow y^2-20y+100 \ge 0 \Leftrightarrow y^2+101 \ge 20y+1$ nên $f\ y\ \le 1\ \forall y$.

Suy ra

$\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right) \le 1 \Leftrightarrow 4^x-2^{x+1}+2022 \le 2021 \Leftrightarrow 4^x-2.2^x+1 \le 0 \Leftrightarrow \left(2^x-1\right)^2 \le 0$

$\Leftrightarrow 2^x-1=0 \Leftrightarrow x=0$

Với $x=0 \Rightarrow \dfrac{20y+1}{y^2+101} = 1 \Leftrightarrow y^2-20y+100=0 \Leftrightarrow y=10$.

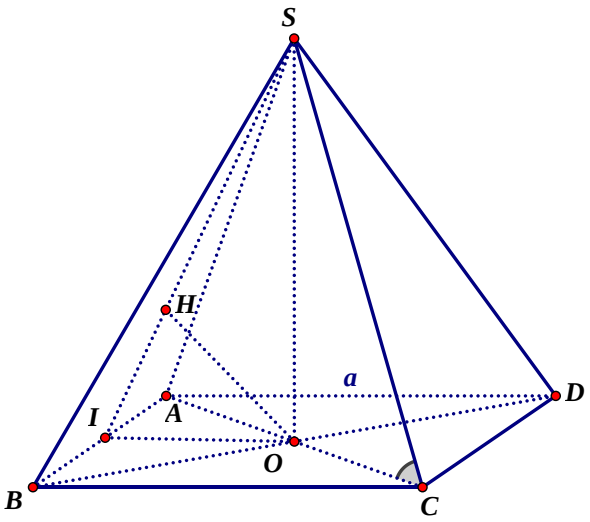
Vậy có 1 cặp số nguyên x, y thỏa mãn yêu cầu.

Câu 41. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, AC cắt BD tại O. Khoảng cách giữa SA và CD bằng độ dài đoạn SO. Tính sin của góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy.

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B



+) Ta có $\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CD//(SAB)$.

+) $\begin{cases} CD//(SAB) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow d(CD;SA) = d(CD;(SAB)) = d(D;(SAB)) = 2d(O;(SAB))$.

+) Gọi I là trung điểm AB, khi đó $SI \perp AB$. Kẻ $OH \perp SI$, khi đó $OH = d(O;(SAB))$.

Suy ra $OH = \frac{1}{2}d(CD;SA) = \frac{1}{2}SO$.

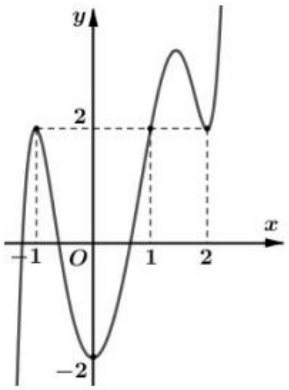
+) Tam giác SOI vuông tại O, có OH là đường cao nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{SO^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow \frac{3}{SO^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng góc SCO.

$$\Rightarrow \sin SCO = \frac{SO}{SC} = \frac{SO}{\sqrt{OC^2 + SO^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x+1)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f(2)-5$. **B.** $f(-1)+1$. **C.** $f(1)-3$. **D.** $f(0)$.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $g'(x)=2f(2x+1)-4$.

+) $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x+1)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+1=-1\\2x+1=1\\2x+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

+) $g(-1)=f(-1)+1$, $g(0)=f(1)-3$; $g\left(\frac{1}{2}\right)=f(2)-5$

BBT:

x	-1		0		$\frac{1}{2}$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$f(-1)+1$	↘	$f(1)-3$	↗	$f(2)-5$

Dựa vào BBT, hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(1)-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(3;4;0)$, $B(2;5;4)$, $C(-1;1;1)$, $D(3;5;3)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Gọi phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$.

Vì mặt cầu đi qua 4 điểm nên:

$$\left\{\begin{array}{l}25+6a+8b+d=0\\45+4a+10b+8c+d=0\\3-2a+2b+2c+d=0\\43+6a+10b+6c+d\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}6a+8b+d=-25\\4a+10b+8c+d=-45\\-2a+2b+2c+d=-3\\6a+10b+6c+d=-43\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-1\\b=-3\\c=-2\\d=5\end{array}\right.$$

Suy ra tâm $I(1;3;2)$ bán kính $R=\sqrt{1^2+3^2+2^2-5}=3$.

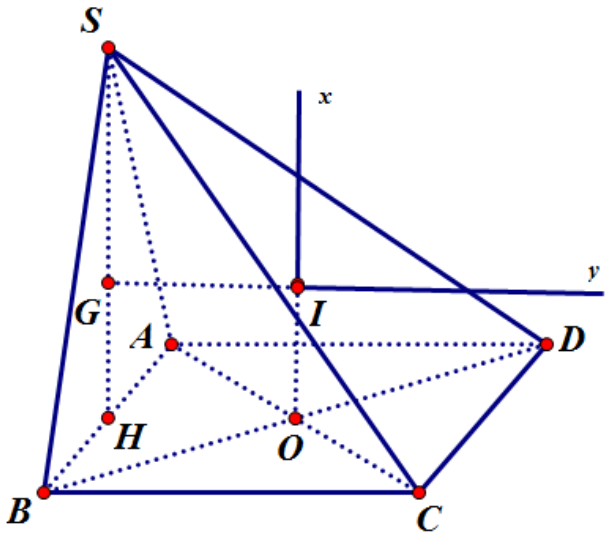
Vậy phương trình mặt cầu $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{7\pi a^2}{3}$ **C.** $\frac{7\pi a^2}{9}$ **D.** $4\pi a^2$

Lời giải

Chọn B



Gọi SH là đường cao của tam giác SAB. Vì SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, từ O dựng $Ox \perp (ABCD)$.

Từ trọng tâm G của tam giác SAB dựng $Gy \perp (SAB)$.

Gọi $I = Ox \cap Gy$.

Vì $I \in Ox$, mà $Ox \perp (ABCD)$, O là tâm hình vuông $ABCD$ nên I cách đều A, B, C, D (1).

Mặt khác G là trọng tâm của tam giác đều SAB, $I \in Gy$, mà $Gy \perp (SAB)$ nên I cách đều S, A, B (2).

Từ (1) và (2) suy ra I cách đều S, A, B, C, D. Nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, bán kính $R=IB$.

Vì $OI \perp (ABCD)$, $SH \perp (ABCD)$ nên $OI // GH$ vì $G \in SH$ (3)

Mặt khác $Gy \perp (SAB)$, $I \in Gy$ mà $OH \perp (SAB)$ (vì $OH \perp AB, OH \perp SH$) nên $GI // OH$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $GHOI$ là hình bình hành $OI = GH = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vì $OI \perp (ABCD) \Rightarrow OI \perp OB \Rightarrow \Delta BOI$ vuông tại B

Xét ΔBOI vuông tại B ta có

$$IB^2 = IO^2 + OB^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}a^2 \Rightarrow IB = \frac{\sqrt{21}}{6}a = R.$$

$\Rightarrow$ Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \frac{7}{3}\pi a^2$.

Câu 45. Gọi A là tập tất cả các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, lấy ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để lấy được một số luôn có mặt 3 chữ số 0, 1, 2 và giữa hai chữ số 0 và 1 có đúng 2 chữ số.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{162}$. **C.** $\frac{5}{162}$. **D.** $\frac{7}{405}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9.9.8.7.6.5=136080$.

◆ Gọi số có 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{abcdef}$ trong đó luôn có mặt 3 chữ số 0, 1, 2.

Vì giữa hai chữ số 0 và 1 có đúng 2 chữ số nên khi đó cặp số 0 và 1 có các vị trí $(1,4)$, $(2,5)$, $(3,6)$.

Trường hợp 1: 0 và 1 đứng vị trí $(1,4)$.

Khi đó chọn 3 số trong 7 số còn lại: C_7^4.

Xếp số 3 và 3 số được chọn vào 4 vị trí còn lại có $4!$ cách.

Suy ra có $C_7^4.4!$ số.

Trường hợp 2: 0 và 1 đứng vị trí $(2,5)$.

Khi đó chọn 3 số trong 7 số còn lại: C_7^3.

Xếp số 3 và 3 số được chọn vào 4 vị trí còn lại có $4!$ cách.

Suy ra có $2!.C_7^3.4!$ số.

Trường hợp 3: 0 và 1 đứng vị trí $(3,6)$.

Khi đó chọn 3 số trong 7 số còn lại: C_7^3.

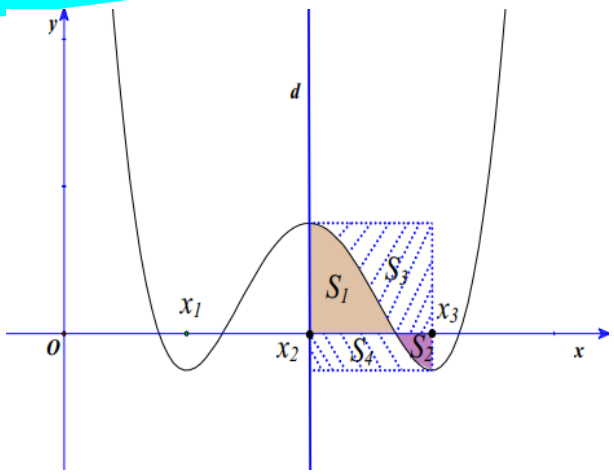
Xếp số 3 và 3 số được chọn vào 4 vị trí còn lại có $4!$ cách.

Suy ra có $C_7^3.4!$ số.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu là $n(A)=C_7^4.4!+2.2!.C_7^3.4!$.

Vậy xác suất để lấy được số thỏa mãn là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_7^4.4!+2.2!.C_7^3.4!}{136080}=\frac{5}{162}$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_3=x_1+2$, $f(x_1)+f(x_3)+\frac{2}{3}f(x_2)=0$ và (C) nhận đường thẳng $d:x=x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên.



Tỉ số $\frac{S_3+S_4}{S_1+S_2}$ gần kết quả nào nhất?

A. 1.62. **B.** 1.64. **C.** 1.68. **D.** 1.66.

Lời giải

Chọn D

◆ Kết quả bài toán không đổi khi ta tịnh tiến đồ thị hàm số sang bên trái sao cho đường thẳng $d: x = x_2$ trùng với trục tung, khi đó đồ thị (C) là đồ thị của hàm số trùng phương $y = g(x)$ có ba điểm cực trị $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$.

Suy ra $y = g(x) = k\left(x^4 - 2x^2\right) + c$ với $k > 0$.

Mặt khác $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3} f(x_2) = 0 \Rightarrow -2k + 2c + \frac{2}{3}c = 0 \Leftrightarrow c = \frac{3}{4}k$.

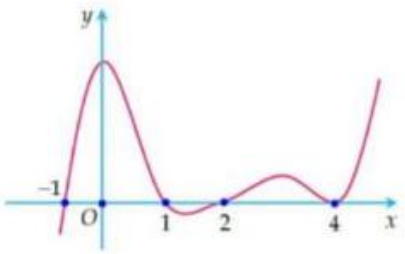
Suy ra $y = g(x) = k\left(x^4 - 2x^2\right) + \frac{3}{4}k$.

Khi đó $S_1 + S_2 = k\int_0^1 \left|x^4 - 2x^2 + \frac{3}{4}\right| dx = \frac{28\sqrt{2} - 17}{60}k$.

Ta lại có $g(0) - g(1) = k \Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = k.1 = k$.

Suy ra $S_3 + S_4 = k - \frac{28\sqrt{2} - 17}{60}k = \frac{77 - 28\sqrt{2}}{60}k \Rightarrow \frac{S_3 + S_4}{S_1 + S_2} = \frac{77 - 28\sqrt{2}}{28\sqrt{2} - 17} \approx 1.66$

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trung hoành như hình vẽ dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ có 11 điểm cực trị.

A. 0. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

+ Vì hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ là hàm số chẵn nên để hàm số có 11 điểm cực trị thì hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m+2021\right), x>0$ có đúng 5 điểm cực trị.

+ Ta có :

+ Sử dụng phương pháp ghép trục ta có bảng biến thiên của $y=f\left(x^3-3x\right), x>0$

x	0	a	1	b	c	d	e	$+\infty$
$u=x^3-3x$	0	-1	-2	-1	1	2	4	
$f(u)$	↘	↗	↘	↗	↘		↗	

+ Vì đồ thị hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$ thu được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x^3+x)$ theo vector $\vec{v}=(-m-2021;0)$ nên để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m+2021\right), x>0$ có đúng 5 điểm cực trị thì điều kiện là

$$\begin{cases} a-m-2021>0 \\ -a-m-2021\le 0 \end{cases} \Rightarrow -a-2021\le m<a-2021, a\in(0;1) \Rightarrow m=-2021$$

Vậy có một giá trị của m.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$, đường thẳng $(d): \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{2-z}{1}$ và hai điểm $B\left(\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{3}{2}\right), C(1;-1;1)$. Gọi A là giao điểm của (d) và (P), (S) là điểm di động trên $(d), (S\neq A)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC, (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và $(P), M\in(\Delta)$. Giá trị nhỏ nhất của $MB+MC$ là

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

+ Toạ độ của A là: $A(1;-1;2)$; Vector pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}_{(P)}=(1;1;-1)$; vector chỉ phương của (d) là: $\vec{u}_{(d)}=(1;1;-1)$ nên $(d)\perp(P)$ và $B, C\in(P)\Rightarrow SA\perp(ABC)$

+ Ta có: $AB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}, AC=\sqrt{2}$ và $\dfrac{HS}{HB}=\dfrac{SA^2}{AB^2}=2SA^2, \dfrac{KS}{KC}=\dfrac{SA^2}{AC^2}=\dfrac{SA^2}{2}$

+ Gọi $\{D\}=HK\cap BC$. Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác SBC với K, H, D thẳng hàng, ta có: $\frac{HS}{HB}.\frac{KC}{KS}.\frac{DB}{DC}=1\Leftrightarrow\frac{DB}{DC}=\frac{1}{4}\Rightarrow 4\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DC}$ (vì D nằm ngoài BC)

$\Rightarrow D\left(\frac{1}{3};\frac{-2}{3};\frac{5}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\left(\frac{-2}{3};\frac{1}{3};\frac{-1}{3}\right)=\frac{1}{3}(2;-1;1)$. Do đó giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và (P) là đường thẳng AD có phương trình $(AD):\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=2+t\end{cases}$

+ Ta thấy B, C nằm cùng một phía so với AD. Gọi C' là điểm đối xứng của C qua AD thì $C'(1;0;3)$

Vậy $\min(MB+MC)=BC'=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $e^x-1=m\ln(mx+1)$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[-10;10]$?

A. 2201. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2202.

Lời giải

Chọn A

◆ Điều kiện $mx+1>0$.

◆ Ta có $e^x-1=m\ln(mx+1)$

$\Leftrightarrow e^x+mx=mx+1+m\ln(mx+1)$

$\Leftrightarrow e^x+mx=e^{\ln(mx+1)}+m\ln(mx+1)$ (1).

Xét hàm số $f(t)=e^t+mt, t\in\mathbb{R}$.

Có $f'(t)=e^t+m>0,\forall t\in\mathbb{R}, m>0$. Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ (1) ta được $f(x)=f(\ln(mx+1))\Leftrightarrow x=\ln(mx+1)\Leftrightarrow e^x=mx+1$ (2).

◆ Ta thấy (2) luôn có một nghiệm $x=0\in[-10;10]$. Do đó ta cần tìm các giá trị của m để (2) có đúng một nghiệm $x\neq 0, x\in[-10;10]$.

Với $x\neq 0$ thì (2) $\Leftrightarrow\frac{e^x-1}{x}=m$.

Xét hàm $g(x)=\frac{e^x-1}{x}, x\in[-10;10]\setminus\{0\}$.

Ta có $g'(x)=\frac{xe^x-e^x+1}{x^2}$.

Đặt $h(x)=xe^x-e^x+1, x\in\mathbb{R}$.

Có $h'(x)=xe^x, h'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to-\infty}h(x)=1, h(0)=0$.

Bảng biến thiên của hàm $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	1	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $h(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow g(x)>0,\forall x\ne 0$.

◆ Ta có $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=1, \lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=1$.

Bảng biến thiên của hàm $y=g(x)$ với $x\in[-10;10]\setminus\{0\}$ như sau

x	-10		0		10
y'		$+$	‖	$+$	
y	$\frac{1-e^{-10}}{10}$	↗	1 ‖ 1	↗	$\frac{e^{10}-1}{10}$

Từ bảng biến thiên suy ra (2) có đúng một nghiệm $x\ne 0, x\in[-10;10]$

$\Leftrightarrow m\in\left[\frac{1-e^{-10}}{10},\frac{e^{10}-1}{10}\right]\setminus\{1\}$.

◆ Do m nguyên dương nên $m\in\{2,3,4,...,2202\}$. Vậy có 2201 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho số các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-1-i|=1$ và $|z_2-2+i|=2$. Số phức z thay đổi sao cho $\left(\overline{z-z_1}\right)(1+i-z_1)$ và $(z-z_2)\left(\overline{z_2}-2-i\right)$ là số thuần ảo. Giá trị nhỏ nhất của $|z-3+2i|$ bằng

A. $\frac{11}{5}$. **B.** 2. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{13}-1$.

Lời giải

Chọn C

◆ Đặt $w=z_2-2+i\Rightarrow|w|=2$.

Ta có $(z-z_2)\left(\overline{z_2}-2-i\right)=(z-z_2)\left(\overline{z_2-2+i}\right)=(z-z_2)\overline{w}$ là số thuần ảo

nên $(z-z_2)\overline{w}=ki,(k\in\mathbb{R})$.

◆ Mặt khác $w.\overline{w}=|w|^2=4\Rightarrow\overline{w}=\frac{4}{w}\Rightarrow z=z_2+\frac{kw}{4}i$ mà $z_2=w+2-i$

$\Rightarrow z=w+2-i+\frac{kw}{4}i=w+2+\left(\frac{kw}{4}-1\right)i$.

◆ Khi đó $P=|z-3+2i|=\left|w-1+\left(\frac{kw}{4}+1\right)i\right|$

$= \left|\left(\frac{ki}{4}+1\right)w-(1-i)\right| \geq \left|\left(\frac{ki}{4}+1\right)w\right| - |1-i| = |w|\left|\frac{ki}{4}+1\right| - \sqrt{2} = 2\sqrt{\frac{k^2}{16}+1} - \sqrt{2} \geq 2-\sqrt{2}$.

◆ Dấu bằng có chẳng hạn khi $z = z_2 = \left(2+\sqrt{2}\right) - \left(\sqrt{2}+1\right)i$ và z_1 là số phức thỏa mãn $|z_1 - 1 - i| = 1$ và $\left(\overline{z - z_1}\right)(1 + i - z_1)$ là số thuần ảo.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z - 3 + 2i|$ bằng $2-\sqrt{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 26

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ TIỀN GIANG

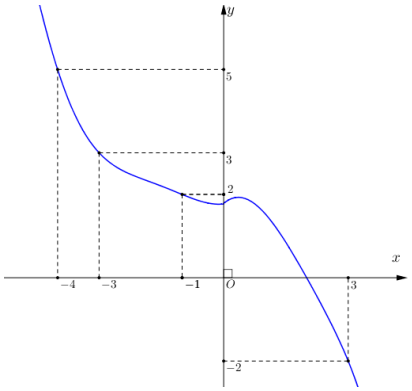
Câu 1. Với mọi $x\in[1;+\infty)$, hàm số $f(x)$ xác định, liên tục, nhận giá trị dương đồng thời thỏa mãn $3x^4f(x)+f^3(x)=2x^5f'(x)$ và $f(1)=1$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác đều ABC có điểm $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=8-5t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3+5t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=-7+5t\\z=7+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+5t\\z=5-2t\end{cases}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ trên đoạn $[-4;3]$ bằng

A. $2f(3)+4$. **B.** $2f(-1)+4$. **C.** $2f(-3)+16$. **D.** $2f(-4)+25$.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 4 cuốn sách từ một giá sách có 7 cuốn sách?

A. C_7^4. **B.** 7^4. **C.** A_7^4. **D.** $7!$.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-2$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=2$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^4 - x^2 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - 2x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^4 - \frac{1}{2}x^2 + C$.

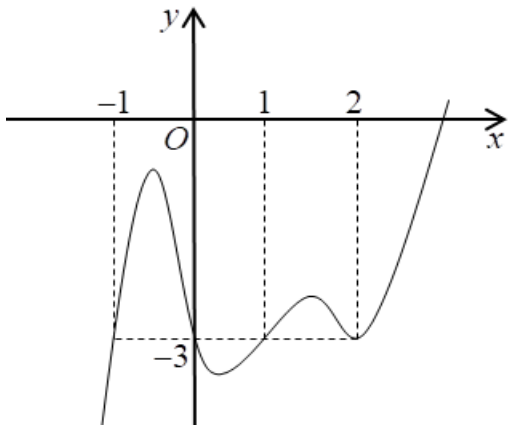
Câu 8. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^2 - 2x - 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = \frac{x+1}{2x-1}$. **D.** $y = -x^4 - 4x^2$.

Câu 9. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 < y < 2021$ và $\log_2\left(\frac{3^x - 1}{2y}\right) = y - 3^x$?

A. 7 . **B.** 8 . **C.** 6 . **D.** 2021 .

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) < 0$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây



Hàm số $g(x) = \left| f\left(|x|\right) + 3|x| \right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{3} + \log_2 a$. **C.** $(\log_2 a)^3$. **D.** $3 + \log_2 a$.

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + x + 1$ trên đoạn $[1;3]$. Giá trị của biểu thức $M - m$ bằng

A. 4 . **B.** 1 . **C.** 9 . **D.** 5 .

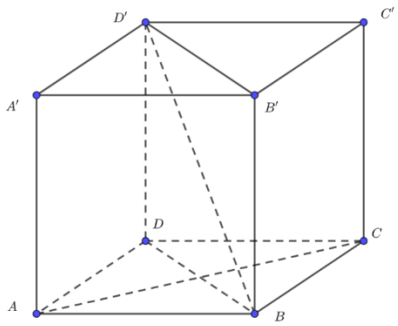
Câu 13. Có bao nhiêu giá trị thực của m để có đúng một số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = m$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

A. 0 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 3 .

Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(5;-3)$ biểu diễn số phức nào dưới đây

A. $z_3 = -5 - 3i$. **B.** $z_1 = 5 + 3i$. **C.** $z_4 = -5 + 3i$. **D.** $z_2 = 5 - 3i$.

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và BD' bằng



A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & khi\ x\ge 0\\ 3x^2-2x+1 & khi\ x<0\end{cases}$. Tích phân $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{f(2\ln x-1)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 41. **B.** $\frac{245}{12}$. **C.** $\frac{41}{2}$. **D.** $\frac{245}{6}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(5;4;6)$?

A. $\overrightarrow{u_2}=(8;6;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;3;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(2;2;5)$.

Câu 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3+2i|z|^2=0$

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(-1;-2;-3)$.

Câu 21. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^4}$ bằng

A. a^{12}. **B.** $a^{\frac{4}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{12}}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **B.** $y'=\frac{x}{5}$. **C.** $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **D.** $y'=\frac{1}{5x}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-2;5)$ và điểm $B(a;b;c)$. Gọi C,D,E lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng AB với các mặt phẳng $(P):x=2,(Q):y=2,(R):z=2$ sao cho $AC=4CD=4DE=EB$. Độ dài của đoạn AB bằng

A. $\sqrt{114}$. **B.** $\sqrt{111}$. **C.** $\sqrt{38}$. **D.** $\sqrt{37}$.

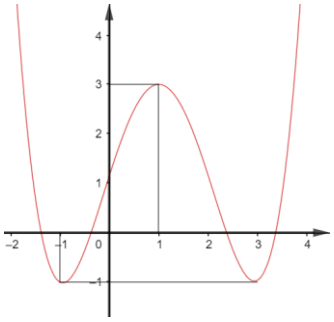
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;4;5)$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 25: Một khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối nón đó bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 8π. **D.** 48π.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-1;3)$ và $B(-2;1;4)$ có phương trình chính tắc là:

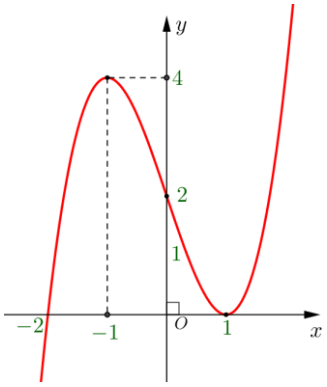
A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-1+2t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 28. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=4$ và $\int_2^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. -7. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 7.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $M(1;-1;2)$?

A. $(P_2): x+y+z-1=0$. **B.** $(P_3): x+2y+z+1=0$.
C. $(P_4): x+y-2z-1=0$. **D.** $(P_1): 2x+y-z+1=0$.

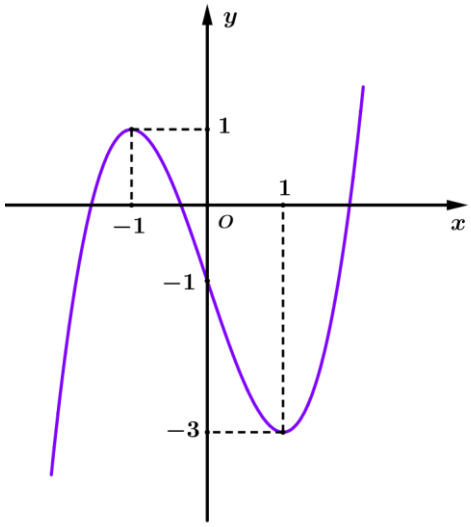
Câu 31. Số phức liên hợp của số phức $z=2+5i$ có phần ảo là
A. $5i$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $-5i$.

Câu 32. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để 4 người được chọn đều là nam bằng
A. $\frac{7}{1716}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{143}$. **D.** $\frac{14}{143}$.

Câu 33. Một hình trụ có bán kính đáy $r=1cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng
A. $2\pi\, cm^2$. **B.** $6\pi\, cm^2$. **C.** $8\pi\, cm^2$. **D.** $4\pi\, cm^2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(0;1;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$ có phương trình là:
A. $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.
C. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=1$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 36. Cho hai số phức $z=1+i$ và $w=3-2i$. Phần thực của số phức $z+w$ là:
A. 3. **B.** -2. **C.** 4. **D.** $-i$.

Câu 37. Cho x, y là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $e^{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}<\frac{x^2}{y^2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2+y^2-xy}{xy-x^2}$ bằng
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

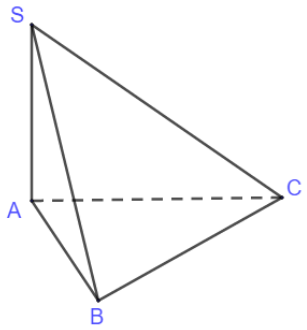
Câu 38. Nếu $\int_2^4 \left[3f(x)+x\right]dx=12$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{10}{3}$. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 39. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x<-1$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $30°$.



Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{4a^3}{9}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8a^3}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 41. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 42. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 4.

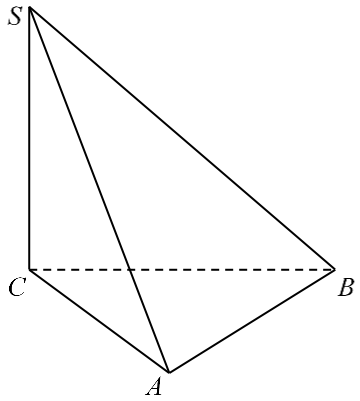
Câu 43. Cho số phức $z=1+i$. Môđun của số phức $\frac{1-2i}{z}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** 1.

Câu 44. Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5cm$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình dưới). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4cm$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5cm$. Bán kính của viên billiards đó bằng:

A. $4,2cm$. **B.** $2,6cm$. **C.** $2,7cm$. **D.** $3,6cm$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh A, $AC=a$, SC vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC=a$ (tham khảo hình dưới). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng:



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Thể tích của khối hộp có ba kích thước $5,6,7$ bằng

A. 42. **B.** 35. **C.** 36. **D.** 210.

Câu 47. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>81$ là

A. $(-4;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 48. Tích phân $\int_1^2 x\,dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 49. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^2-1\right)\le 1$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có bảng biến thiên như hình sau?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^2+2x+3$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	B	A	B	B	A	B	C	C	D	B	B	D	D	B	B	D	D	C	B	A	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	C	D	D	B	C	C	A	A	C	A	D	B	C	B	D	B	C	D	D	B	A	A	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Với mọi $x\in[1;+\infty)$, hàm số $f(x)$ xác định, liên tục, nhận giá trị dương đồng thời thỏa mãn $3x^4f(x)+f^3(x)=2x^5f'(x)$ và $f(1)=1$. Giá trị của $f(3)$ bằng

A. 2. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3x^4f(x)+f^3(x)=2x^5f'(x)\Leftrightarrow 3x^4f(x)-2x^5f'(x)=-f^3(x)$

$$\Leftrightarrow\frac{3x^2f(x)-2x^3f'(x)}{f^3(x)}=-\frac{1}{x^2}\Leftrightarrow\frac{3x^2f^2(x)-2x^3f'(x)f(x)}{f^4(x)}=-\frac{1}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{\left(x^3\right)'f^2(x)-x^3\left(f^2(x)\right)'}{f^4(x)}=-\frac{1}{x^2}\Leftrightarrow\left(\frac{x^3}{f^2(x)}\right)'=-\frac{1}{x^2}$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\int\left(\frac{x^3}{f^2(x)}\right)'\mathrm{d}x=-\int\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{x^3}{f^2(x)}=\frac{1}{x}+C$

Do $f(1)=1\Leftrightarrow C=0$ thay $x=3$ ta được $\frac{27}{f^2(3)}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow f^2(3)=81\Rightarrow f(3)=9$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác đều ABC có điểm $A(6;3;5)$ và đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=8-5t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3+5t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=-7+5t\\z=7+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+5t\\z=5-2t\end{cases}$.

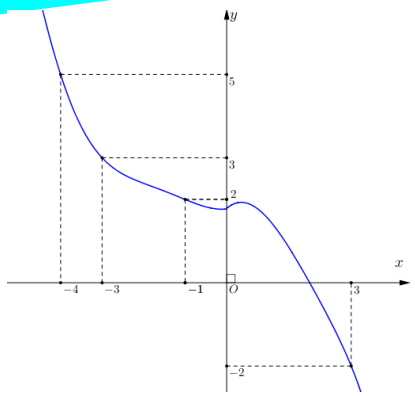
Lời giải

Chọn D

Ta có BC đi qua $M(1;2;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;2)$ và $\overrightarrow{AM}=(-5;-1;-5)$

Nên mặt phẳng (ABC) có véc tơ pháp tuyến là $\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=(3;15;-6)$. Hay véc tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;5;-2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ trên đoạn $[-4;3]$ bằng

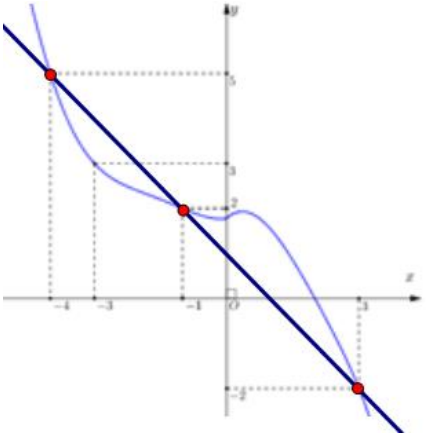
A. $2f(3)+4$. **B.** $2f(-1)+4$. **C.** $2f(-3)+16$. **D.** $2f(-4)+25$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=2f'(x)-2(1-x)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=1-x$



Từ đồ thị ta có $f'(x)=1-x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	-4		-1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$2f(-4)+25$	$\searrow$	$2f(-1)+4$	$\nearrow$	$2f(3)+4$

Vậy giá trị nhỏ nhất là $2f(-1)+4$.

Câu 4. Có bao nhiêu cách chọn 4 cuốn sách từ một giá sách có 7 cuốn sách?

A. C_7^4. **B.** 7^4. **C.** A_7^4. **D.** $7!$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Số cách chọn 4 cuốn sách từ một giá sách có 7 cuốn sách là C_7^4 .

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0 . **B.** 3 . **C.** 1. **D.** 2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: Đồ thị hàm số cắt trục tung $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 3$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -2$. **B.** $y = 3$. **C.** $y = -3$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - x^2 + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}x^4 - x^2 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^4 - 2x^2 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^4 - \dfrac{1}{2}x^2 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (4x^3 - 2x)\mathrm{d}x = 4.\dfrac{x^4}{4} - 2.\dfrac{x^2}{2} + C = x^4 - x^2 + C$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^2 - 2x - 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$. **D.** $y = -x^4 - 4x^2$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A: Hàm số là hàm bậc hai có đồ thị dạng Parabol nên luôn có khoảng đồng đồng biến và nghịch biến. Do đó hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét đáp án B: Ta có $y' = -3x^3 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét đáp án C: Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. Do đó hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Xét đáp án D: Hàm số là hàm trùng phương nên luôn có khoảng đồng đồng biến và nghịch biến. Do đó hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0 < y < 2021$ và $\log_2\left(\dfrac{3^x - 1}{2y}\right) = y - 3^x$?

A. 7 . **B.** 8 . **C.** 6 . **D.** 2021 .

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\frac{3^x-1}{2y}>0$.

Do $0<y<2021$ nên $3^x-1>0$.

Ta có $\log_2\left(\frac{3^x-1}{2y}\right)=y-3^x \Leftrightarrow \log_2\left(3^x-1\right)-\log_2(2y)=y-3^x$

$\Leftrightarrow \log_2\left(3^x-1\right)-1-\log_2 y=y-3^x$

$\Leftrightarrow \log_2\left(3^x-1\right)+\left(3^x-1\right)=\log_2 y+y$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ với $t>0$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t.\ln 2}+1>0, \forall t\in(0;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

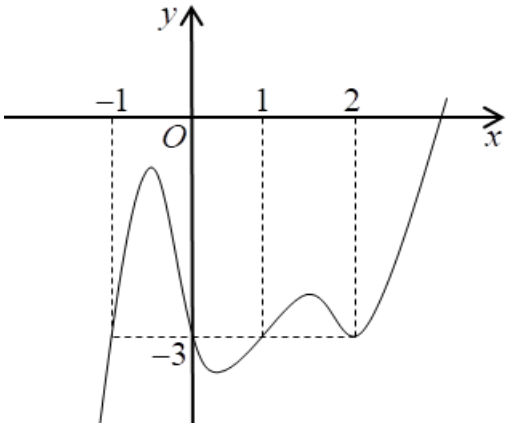
Khi đó $f\left(3^x-1\right)=f(y)\Leftrightarrow 3^x-1=y$.

Mà $0<y<2021$ nên $0<3^x-1<2021\Leftrightarrow 1<3^x<2022\Leftrightarrow 0<x<\log_3 2022\approx 6,93$.

Do x nguyên nên $x\in\{1;2;3;4;5;6\}$ và tương ứng với mỗi giá trị nguyên của x thì có một giá trị nguyên của y.

Vậy có 6 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)<0$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây



Hàm số $g(x)=\left|f\left(|x|\right)+3|x|\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

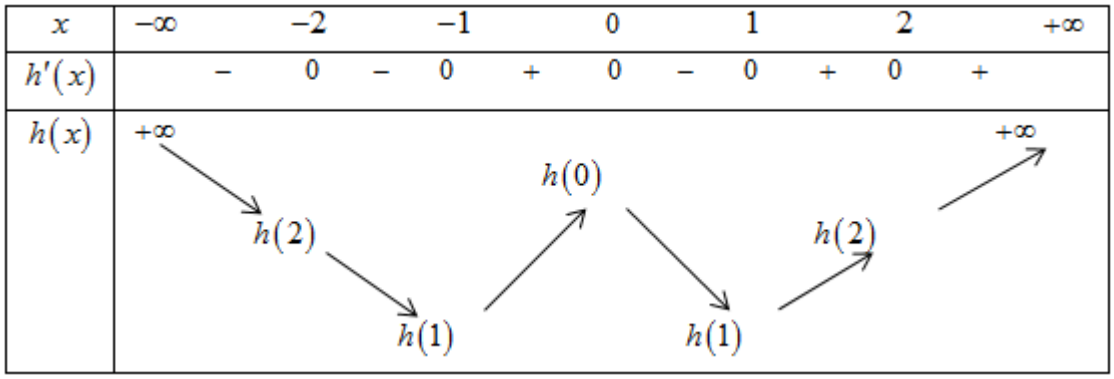
Đặt $h(x)=f\left(|x|\right)+3|x|$ là hàm số chẵn.

Với $x\ge 0$, ta có: $h(x)=f(x)+3x$; $h'(x)=f'(x)+3$

$$h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)+3=0\Leftrightarrow f'(x)=-3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right. .$$

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} h(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(f\left(|x|\right)+3|x|\right)=+\infty$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f\left(|x|\right)+3|x|$



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $h(x)$ có một cực đại $y=h(0)=f(0)<0$ và cắt trục hoành tại hai điểm, suy ra hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 3 điểm cực tiểu.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **C.** $(\log_2 a)^3$. **D.** $3+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 12. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{4}{x}+x+1$ trên đoạn $[1;3]$. Giá trị của biểu thức $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 1-\frac{4}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Trên đoạn $[1;3]$ ta lấy $x=2$.

Với $f(1)=6; f(2)=5; f(3)=\frac{16}{3}$ suy ra: $M=f(1)=6;\ m=f(2)=5$.

Vậy $M-m=1$.

Câu 13. Có bao nhiêu giá trị thực của m để có đúng một số phức z thỏa mãn $|z+1-3i|=m$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi;\ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta thấy

$$\frac{z}{z-4}=\frac{a+bi}{a+bi-4}=\frac{(a+bi)(a-4-bi)}{(a-4)^2+b^2}=\frac{a^2-4a-4bi+b^2}{(a-4)^2+b^2}=\frac{a^2-4a+b^2}{(a-4)^2+b^2}-\frac{4bi}{(a-4)^2+b^2}.$$

Do $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo nên $\frac{a^2-4a+b^2}{(a-4)^2+b^2}=0; b\neq 0 \Leftrightarrow a^2-4a+b^2=0$.

Ta có $|z+1-3i|=m \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq 0 \\ (a+1)^2+(b-3)^2=m^2 \end{cases}$

Để tồn tại duy nhất số phức z thì hệ $\begin{cases} (a-2)^2+b^2=4 \\ (a+1)^2+(b-3)^2=m^2 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Khi đó hai đường tròn sau tiếp xúc trong hoặc tiếp xúc ngoài:
$(C_1): I_1(2;0), R_1=2;\ (C_2): I_2(-1;3), R_2=m$.

Ta có $\left[\begin{array}{l} I_1I_2=R_1+R_2 \\ I_1I_2=|R_2-R_1| \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3\sqrt{2}=2+m \\ 3\sqrt{2}=|m-2| \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\sqrt{2}-2 \\ m=3\sqrt{2}+2 \\ m=-3\sqrt{2}+2<0;(KTM) \end{array}\right.$

Như vậy tồn tại hai giá trị m.

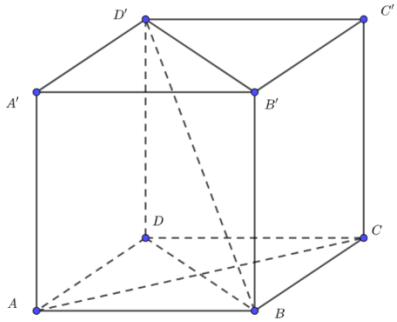
Câu 14. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(5;-3)$ biểu diễn số phức nào dưới đây

A. $z_3=-5-3i$. **B.** $z_1=5+3i$. **C.** $z_4=-5+3i$. **D.** $z_2=5-3i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và BD' bằng



A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D

Ta có $AC\perp BD, AC\perp D'D \Rightarrow AC\perp (BDD') \Rightarrow AC\perp BD' \Rightarrow (AC, BD')=90^\circ$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng ?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 3\cos 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \sin 3x\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & khi\ x \ge 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 & khi\ x < 0 \end{cases}$. Tích phân $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{f(2\ln x - 1)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 41. **B.** $\frac{245}{12}$. **C.** $\frac{41}{2}$. **D.** $\frac{245}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & khi\ x \ge 0 \\ 3x^2 - 2x + 1 & khi\ x < 0 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Đặt $t = 2\ln x - 1 \Rightarrow \mathrm{d}t = \frac{2}{x}\mathrm{d}x$. Đổi cận $x = \frac{1}{e} \Rightarrow t = -3; x = e \Rightarrow t = 1$.

Khi đó $\int\limits_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{f(2\ln x - 1)}{x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{1} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1} f(x)\mathrm{d}x$

$= \frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{0}(3x^2 - 2x + 1)\mathrm{d}x + \frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1}(x^2 + x + 1)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(x^3 - x^2 + x\right)\Big|_{-3}^{0} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x\right)\Big|_{0}^{1} = \frac{245}{12}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(5;4;6)$?

A. $\overrightarrow{u_2} = (8;6;7)$. **B.** $\overrightarrow{u_4} = (4;3;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (1;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (2;2;5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;5)$ là vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(5;4;6)$.

Câu 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3 + 2i|z|^2 = 0$

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Gọi: $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$.

Khi đó: $(a+bi)^3 + 2i.\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i + 2a^2i + 2b^2i = 0$.

$\Leftrightarrow \left(a^3 - 3ab^2\right) + \left(3a^2b - b^3 + 2a^2 + 2b^2\right)i = 0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 0 \\ 3a^2b - b^3 + 2a^2 + 2b^2 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a^2 = 3b^2 \end{array}\right. \\ 3a^2b - b^3 + 2a^2 + 2b^2 = 0 \end{cases}$

Với $a = 0$ suy ra $-b^3 + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow b^2(-b+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = 2 \end{array}\right.$. Có 2 số phức z thỏa ycbt

Với $a^2 = 3b^2$ suy ra $8b^3 + 8b^2 = 0 \Leftrightarrow 8b^2(b+1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ b = -1 \end{array}\right.$,

Với $b = 0 \Rightarrow a = 0$ (Trùng với trường hợp 1 nên loại).

Với $b = -1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} \end{array}\right.$. Có 2 số phức z thỏa ycbt.

Vậy có tổng cộng 4 số phức thỏa ycbt.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(-1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm mặt cầu (S) là $I(-1;2;-3)$.

Câu 21. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^4}$ bằng

A. a^{12}. **B.** $a^{\frac{4}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** $a^{\frac{1}{12}}$.

Lời giải

Chọn B

Với a là số thực dương thì $\sqrt[3]{a^4} = \left(a^4\right)^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $y' = \dfrac{1}{x \ln 5}$. **B.** $y' = \dfrac{x}{5}$. **C.** $y' = \dfrac{x}{\ln 5}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{5x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \left(\log_5 x\right)' = \dfrac{1}{x \ln 5}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-2;5)$ và điểm $B(a;b;c)$. Gọi C, D, E lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng AB với các mặt phẳng $(P): x = 2, (Q): y = 2, (R): z = 2$ sao cho $AC = 4CD = 4DE = EB$. Độ dài của đoạn AB bằng

A. $\sqrt{114}$. **B.** $\sqrt{111}$. **C.** $\sqrt{38}$. **D.** $\sqrt{37}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có C,D,E lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng AB với các mặt phẳng $(P):x=2,(Q):y=2,(R):z=2$ nên $C(2;y_C;z_C),D(x_D;2;z_D),E(x_E;y_E;2)$.

Mà $AC=4CD=4DE=EB$ nên D là trung điểm của CE suy ra $D\left(\frac{2+x_E}{2};\frac{y_C+y_E}{2};\frac{z_C+2}{2}\right)$,

vì $y_D=2\Rightarrow\frac{y_C+y_E}{2}=2\Leftrightarrow y_C+y_E=4$.

Lại có $\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{CD}\Rightarrow\begin{cases}2-4=4(x_D-x_C)\\y_C+2=4(2-y_C)\\z_C-5=4(z_D-z_C)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C-x_D=\frac{1}{2}\\y_C=\frac{6}{5}\\5z_C-4z_D=5\end{cases}$.

Mặt khác $5z_C-4z_D=5$ và $z_D=\frac{z_C+2}{2}$, suy ra $5z_C-4\frac{z_C+2}{2}=5\Leftrightarrow z_C=3$.

Do đó $C\left(2;\frac{6}{5};3\right)$, mà $\overrightarrow{AC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}\Rightarrow\begin{cases}2-4=\frac{2}{5}(a-4)\\\frac{6}{5}+2=\frac{2}{5}(b+2)\\3-5=\frac{2}{5}(c-5)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=6\\c=0\end{cases}\Rightarrow B(-1;6;0)$.

Vậy $AB=\sqrt{(-1-4)^2+(6+2)^2+(0-5)^2}=\sqrt{114}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(1;4;5)$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB=\sqrt{(1-1)^2+(4-1)^2+(5-1)^2}=5$.

Câu 25: Một khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích khối nón đó bằng

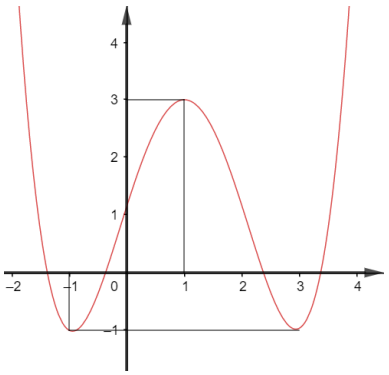
A. 12π. **B.** 24π. **C.** 8π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi hr^2=\frac{1}{3}\pi.6.2^2=8\pi$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Theo đồ thị trên, hàm số có giá trị cực đại $y=3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-1;3)$ và $B(-2;1;4)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-1+2t \\ z=3+t \end{cases}$.

B. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-4}{-3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

D. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-1;3)$ và $B(-2;1;4)$ có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(-3;2;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng qua $A(1;-1;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(-3;2;1)$ là:

$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=-1+2t \\ z=3+t \end{cases}$$

Thay $t=-1$ ta có điểm $C(4;-3;2)$ thuộc đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua $C(4;-3;2)$ và có VTCP $\vec{u}=(-3;2;1)$ có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-4}{-3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-2}{1}$$

Câu 28. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=4$ và $\int_2^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

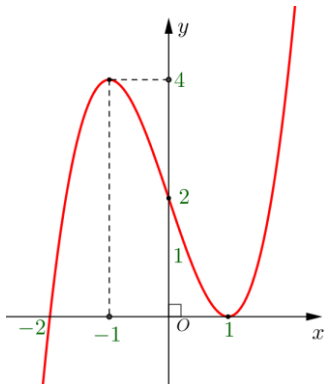
A. −7. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^2 f(x)dx=\int_0^3 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx=4-3=1.$$

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$ ($x=1$ là nghiệm kép)

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực trị là $x=-2$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua $M(1;-1;2)$?

A. $(P_2): x+y+z-1=0$. **B.** $(P_3): x+2y+z+1=0$.

C. $(P_4): x+y-2z-1=0$. **D.** $(P_1): 2x+y-z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ $M(1;-1;2)$ vào phương trình $(P_1): 2x+y-z+1=0$ ta được

$$2.1+(-1)-2+1=0.$$

Vậy $M \in (P_1)$.

Câu 31. Số phức liên hợp của số phức $z=2+5i$ có phần ảo là

A. $5i$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $-5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=2+5i \Rightarrow \bar{z}=2-5i$.

Vậy phần ảo cần tìm là -5.

Câu 32. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{7}{1716}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{1}{143}$. **D.** $\frac{14}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{13}^4=715$.

Gọi biến cố A: "4 người được chọn đều là nam".

Số phần tử biến cố A: $n(\mathrm{A})=C_5^4=5$.

Xác suất của biến cố A: $P(\mathrm{A})=\dfrac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{143}$.

Câu 33. Một hình trụ có bán kính đáy $r=1cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng

A. $2\pi\,cm^2$. **B.** $6\pi\,cm^2$. **C.** $8\pi\,cm^2$. **D.** $4\pi\,cm^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $r=1cm$ và $l=3cm$.

Diện tích toàn phần: $S_{tp}=2\pi r(l+r)=2\pi.1(1+3)=8\pi\,cm^2$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(0;1;2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y+z-1=0$ có phương trình là:

A. $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$. **B.** $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=9$.

C. $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=9$. **D.** $x^2+(y+1)^2+(z+2)^2=1$.

Lời giải

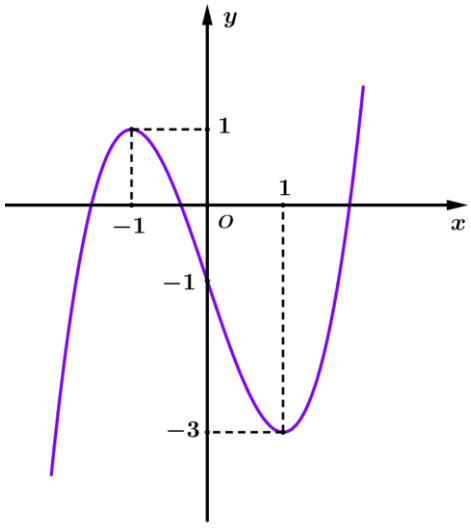
Chọn A

Gọi (S) là mặt cầu cần tìm.

Vì (S) tiếp xúc với (P) nên $R=d(I,(P))=\dfrac{|2\cdot0+2\cdot1+1\cdot2-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=1$

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm $I(0;1;2)$, bán kính $R=1$ là $x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 36. Cho hai số phức $z=1+i$ và $w=3-2i$. Phần thực của số phức $z+w$ là:

A. 3. **B.** -2. **C.** 4. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z+w=1+i+3-2i=4-i$

Vậy số phức $z+w$ có phần thực bằng 4.

Câu 37. Cho x, y là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $e^{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}<\frac{x^2}{y^2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2+y^2-xy}{xy-x^2}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét: $e^{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}<\frac{x^2}{y^2}\Rightarrow\frac{x}{y}-\frac{y}{x}<2\ln\frac{x}{y}\Leftrightarrow\frac{x}{y}-\frac{1}{\frac{x}{y}}-2\ln\frac{x}{y}<0\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=t-\frac{1}{t}-2\ln t$ trên $(0;+\infty)$, ta có: $f'(t)=1+\frac{1}{t^2}-\frac{2}{t}=0\Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$	‖	$+$	0	$+$	
$f(t)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

Suy ra: $f(t)<0\Leftrightarrow 0<t<1$ hay $(1)\Leftrightarrow 0<\frac{x}{y}<1$.

Xét: $P=\frac{x^2+y^2-xy}{xy-x^2}=\frac{y^2}{xy-x^2}-1=\frac{1}{\frac{x}{y}-\frac{x^2}{y^2}}-1$.

Đặt $t=\frac{x}{y}$, khi đó: $0<t<1$ và $P(t)=\frac{1}{t-t^2}-1$, $P'(t)=\frac{2t-1}{(t-t^2)^2}=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên của hàm số $P(t)$:

t	0		$\frac{1}{2}$		1
$P'(t)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$
$P(t)$	$\|\|$ ↘		$P\left(\frac{1}{2}\right)$	↗	$\|\|$

Dựa vào bảng biến thiên, ta được: $\min P = \min\limits_{(0;1)} P(t) = P\left(\frac{1}{2}\right) = 3$.

Câu 38. Nếu $\int_2^4 \left[3f(x)+x\right]dx = 12$ thì $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{10}{3}$. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét: $\int_2^4 \left[3f(x)+x\right]dx = 12 \Leftrightarrow 3\int_2^4 f(x)dx + \int_2^4 xdx = 12 \Leftrightarrow \int_2^4 f(x)dx = 2$.

Câu 39. Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x < -1$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

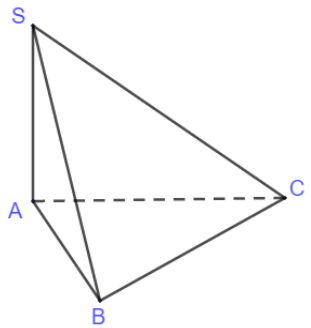
Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Xét: $\log_{\frac{1}{2}} x < -1 \Leftrightarrow x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \Leftrightarrow x > 2$.

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(2;+\infty)$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng a. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $30°$.

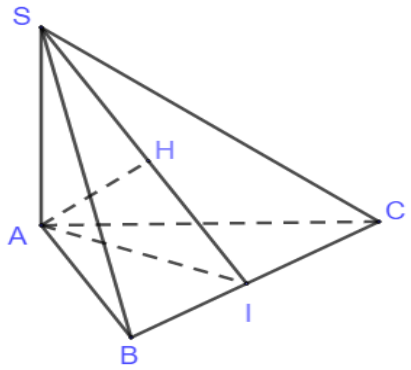


Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{4a^3}{9}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8a^3}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$.

kẻ $AH \perp SI \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A;(SBC)) = AH = a$.

Mặt khác ta lại có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SI \perp BC \\ AI \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $SIA = 30°$.

Giả sử cạnh đáy là x, ta có: $AI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

$\tan SIA = \frac{SA}{AI} \Rightarrow SA = \frac{x\sqrt{3}}{2}.\tan 30° = \frac{x}{2}$

Ta có: $AH = \frac{SA.AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} \Leftrightarrow a = \frac{\frac{x}{2}.x\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2}} \Leftrightarrow x = \frac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{4\sqrt{3}a}{3}\right)^2.\frac{2\sqrt{3}a}{3} = \frac{8}{9}a^3$.

Câu 41. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}.3.4=4$.

Câu 42. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Công bội của cấp số nhân (u_n) là $q=\frac{u_2}{u_1}=2$.

Vậy $u_3=u_2.q=2.2=4$.

Câu 43. Cho số phức $z=1+i$. Môđun của số phức $\frac{1-2i}{z}$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** 1.

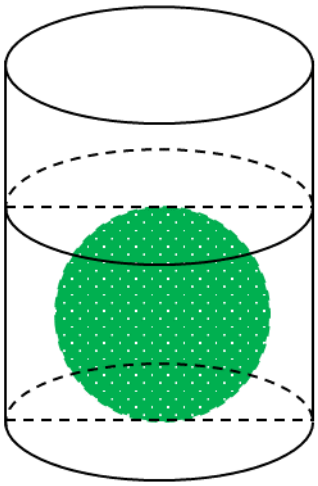
Lời giải

Chọn B

$\left|\frac{1-2i}{z}\right|=\left|\frac{1-2i}{1+i}\right|=\frac{|1-2i|}{|1+i|}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 44. Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5cm$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình dưới). Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4cm$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5cm$. Bán kính của viên billiards đó bằng:

A. $4,2cm$. **B.** $2,6cm$. **C.** $2,7cm$. **D.** $3,6cm$.



Lời giải

Chọn C

- Gọi bán kính của viên billiards hình cầu là: x; $0<x<4,5$.
- Chiều cao phần mực nước dâng lên khi thả viên billiards vào chiếc cốc: $2x-4,5$.

Thể tích mực nước dâng lên là: $V_1 = \pi R_1^2 h = \pi.(5,4)^2.(2x-4,5)$

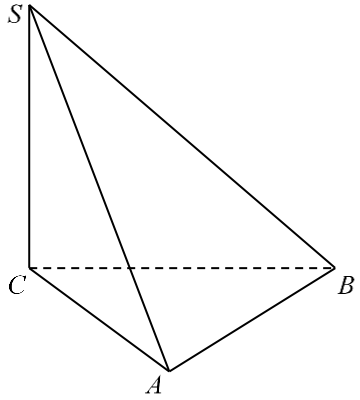
Thể tích của viên billiards hình cầu là: $V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 = \frac{4}{3}\pi x^3$

Thể tích mực nước dâng lên là do thể tích của viên billiards hình cầu chiếm chỗ. Do đó, ta có:

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi(5,4)^2(2x-4,5) = \frac{4}{3}\pi x^3 \Leftrightarrow 4x^3 - 6.(5,4)^2 x + 13,5.(5,4)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx -7,53 \text{ (loại)} \\ x \approx 4,83 \text{ (loại)} \\ x = 2,7 \end{array}\right. .$$

Vậy bán kính của viên billiards hình cầu bằng $2,7cm$.

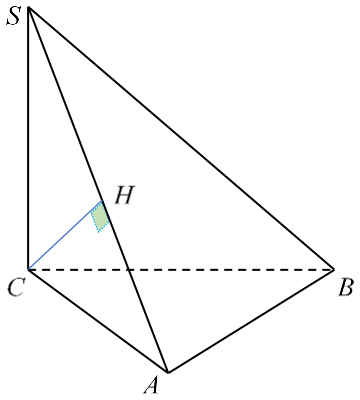
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh A, $AC = a$, SC vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC = a$ (tham khảo hình dưới). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng:



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



◆ $SC \perp (ABC) \Rightarrow SC \perp AB$. Mặt khác: $AC \perp AB$ (do $\triangle ABC$ vuông tại A).

Do đó: $AB \perp (SAC) \Rightarrow (SAB) \perp (SAC)$.

Trong $\triangle SAC$: kẻ $CH \perp SA$; $CH \cap SA \equiv H$. Suy ra: $CH \perp (SAB)$.

$AC = SC = a \Rightarrow \triangle SAC$ vuông cân tại C; $CH = \dfrac{AC\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

◆ $\mathrm{d}\left(C,\left(SAB\right)\right) = CH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Thể tích của khối hộp có ba kích thước $5, 6, 7$ bằng

A. 42. **B.** 35. **C.** 36. **D.** 210.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp có ba kích thước $5, 6, 7$ là $V = 5.6.7 = 210$.

Câu 47. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 81$ là

A. $(-4;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^x > 81 \Leftrightarrow 3^x > 3^4 \Leftrightarrow x > 4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 81$ là $S = (4;+\infty)$.

Câu 48. Tích phân $\displaystyle\int_1^2 x\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\displaystyle\int_1^2 x\mathrm{d}x = \left.\frac{x^2}{2}\right|_1^2 = \frac{3}{2}$.

Câu 49. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3\left(x^2-1\right) \le 1$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

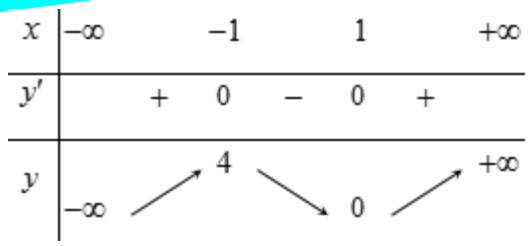
ĐK: $\left[\begin{array}{l} x < -1 \\ x > 1 \end{array}\right.$

Ta có: $\log_3\left(x^2-1\right) \le 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 \le 3 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$

Kết hợp điều kiện nên bất phương trình có tập nghiệm là: $T = [-2;-1) \cup (1;2]$

Vậy bất phương trình có hai nghiệm nguyên.

Câu 50. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có bảng biến thiên như hình sau?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^3+3x+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+3$. **D.** $y=-x^2+2x+3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên đây là hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$. Nên chọn A.

----------HẾT----------

ĐỀ 27

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ CẦN THƠ – MÃ 101

Câu 1. Nghiệm của phương trình $5^{x+1}=125$ là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

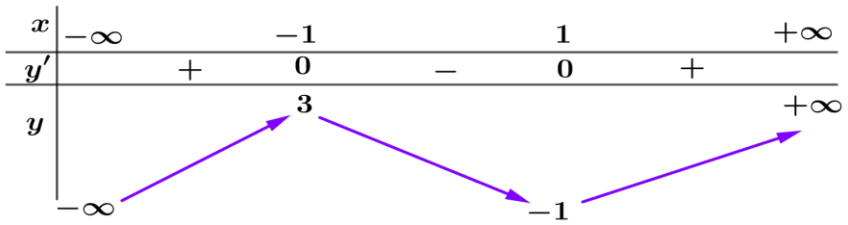
A. $3\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $1-\log_3 a$. **D.** $3+\log_3 a$.

Câu 3. Hàm số $y=\left(x^2+4x+3\right)^{-2021}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-3;-1\}$. **B.** $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-3;-1)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 5. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(n,k\in\mathbb{N},\ 1\le k\le n)$ là

A. A_k^n. **B.** C_n^k. **C.** A_n^k. **D.** P_k.

Câu 6. Cho hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 18π. **C.** 15π. **D.** 9π.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là

A. $-5-7i$. **B.** $-5+7i$. **C.** $5+7i$. **D.** $5-7i$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x\le 1$ là

A. $(0;1]$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(0;3]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng 4 và diện tích đáy bằng $3\sqrt{3}$ là

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(4;1;0)$ là

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$.
B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{2}$.
C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-2}{2}$.
D. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=5$.
B. $x=-1$.
C. $x=3$.
D. $x=-2$.

Câu 12. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì

A. $f'(x)=F(x)$.
B. $F(x)=f(x)$.
C. $F'(x)=f(x)$.
D. $F'(x)=f'(x)$.

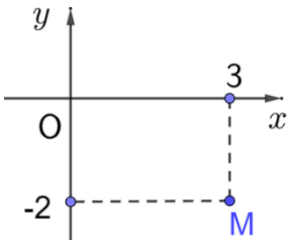
Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=6$ và $u_4=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6.
B. 6.
C. $\frac{1}{2}$.
D. 2.

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4-3x}{4x+5}$ là đường thẳng

A. $y=1$.
B. $y=-\frac{3}{4}$.
C. $y=-1$.
D. $y=-\frac{5}{4}$.

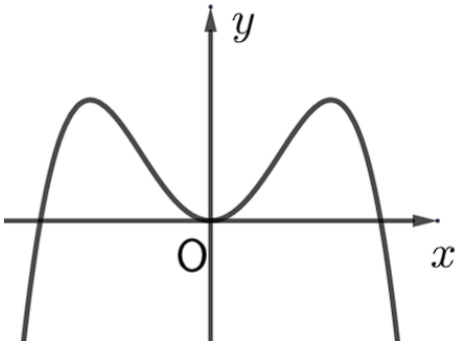
Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, số phức $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn M như sau:



Giá trị của a,b lần lượt là

A. -2 và 3.
B. 3 và 2.
C. 3 và -2.
D. -2 và -3.

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-4x^4+2x^2$. **B.** $y=4x^4+2x^2$. **C.** $y=4x^4-2x^2$. **D.** $y=-4x^4-2x^2$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;0;1)$ và bán kính $R=2$ là

A. $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ là

A. $3x-y-2z-1=0$. **B.** $x-2y+2z+1=0$. **C.** $3x-y-2z+1=0$. **D.** $x-2y+2z-1=0$.

Câu 19. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao bằng h là

A. $B.h$. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $\frac{1}{6}Bh$. **D.** $\frac{1}{2}Bh$.

Câu 20. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** –2. **C.** 2. **D.** –3.

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(16+x)>\log_3(9x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

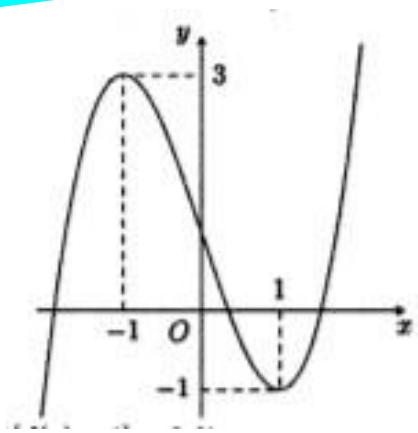
Câu 22. Biết z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+4=0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)(-x^2+2x)$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)\left[f(x)+1\right]=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=6$. Giá trị $\int_{0}^{1} f(3x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 55π. **B.** 100π. **C.** 75π. **D.** 50π.

Câu 27. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-18x+6$ trên đoạn $[-3;5]$. Giá trị $m+M$ bằng

A. $47-12\sqrt{6}$. **B.** $\frac{141}{8}$. **C.** $39-12\sqrt{6}$. **D.** $\frac{77}{8}$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\sqrt{3}a$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Giá trị $\tan\varphi$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^2=64$. Giá trị của $2\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 32. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 30. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 33π.

Câu 31. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối nón (N) bằng

A. 6π. **B.** 12π. **C.** 15π. **D.** 36π.

Câu 32. Cho hai số phức $z=4+3i$ và $w=1-i$. Modun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-1;1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là.

A. $(3;1;-2)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{-3}{2};2\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-2\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Câu 34. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, trục hoành và đường thẳng $x=0, x=\pi$ quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi^2}{2}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng

A. $60\pi a^2$. **B.** $15\pi a^2$. **C.** $75\pi a^2$. **D.** $80\pi a^2$.

Câu 37. Một tổ có 12 học sinh gồm 4 nam trong đó có Vinh và 8 nữ trong đó có Hoa. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất một học sinh nam. Xác suất để Vinh và Hoa cùng một nhóm là

A. $\frac{7}{32}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{3}{32}$. **D.** $\frac{5}{16}$.

Câu 38. Biết $\int_2^3 \frac{-2x^2+14x}{x^2-1}dx = a\ln 2+b\ln 3+c, (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của a^2+b+c bằng

A. 494. **B.** 484. **C.** 474. **D.** 464.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t_1\\y=-4+t_1\\z=3-t_1\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=1-2t_2\\y=-3+t_2\\z=4-t_2\end{cases}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Oxz), cắt hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\y=-\frac{7}{3}+t\\z=\frac{10}{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-\frac{1}{7}t\\y=1-\frac{7}{3}t\\z=\frac{10}{3}t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=\frac{3}{7}t\\y=1-\frac{25}{7}t\\z=\frac{18}{7}t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=\frac{3}{7}\\y=-\frac{25}{7}+t\\z=\frac{18}{7}\end{cases}$.

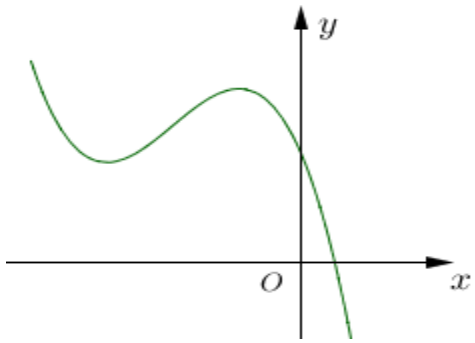
Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y=x^3+x^2+(1-m)x+2$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 41. Cho số phức $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2+i|=|\overline{z}+3-4i|$ và $z(2+3i)+2y+1-(y+1)i$ là số thuần ảo. Giá trị của $11x+11y$ bằng

A. -16. **B.** 28. **C.** 16. **D.** -28.

Câu 42. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{7}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\frac{\sqrt{14}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}a}{6}$. **C.** $\sqrt{14}a$. **D.** $\frac{\sqrt{14}a}{12}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$, $B(7;-2;2)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-2t\\z=2+2t\end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ, khoảng cách từ A đến (P) gấp đôi khoảng cách từ B đến (P) và A,B nằm khác phía với (P). Biết rằng phương trình (P) có dạng $ax+by+cz-28=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. -26. **B.** 26. **C.** -34. **D.** 34.

Câu 45. Bạn An được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 0,5% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng An rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng An rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm?

A. 4687000. **B.** 4697000. **C.** 4690000. **D.** 4700000.

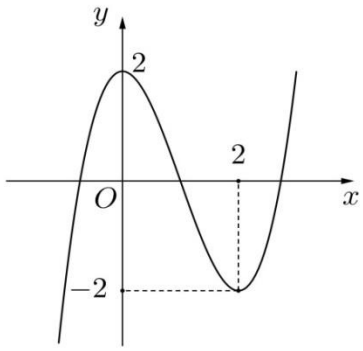
Câu 46. Cho hai số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1-1+i|=1,|z_2+1-i|=2$ và $|z_1-z_2-2+2i|=\sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1+2z_2-1-5i|$ bằng

A. $6+\sqrt{37}$. **B.** $5+\sqrt{23}$. **C.** $6+\sqrt{11}$. **D.** $6+\sqrt{13}$.

Câu 47. Cho phương trình $\log_2(2x-m)=4^x+m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-27;27)$ sao cho phương trình trên có nghiệm?

A. 10. **B.** 26. **C.** 1. **D.** 53.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $\sqrt{f(f(x))+4}=f(x)+1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 49. Cho hai số thực dương x,y thoả mãn $\log_3\left[(x^2+2)(y+1)\right]^{y+1}=9-x^2(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+2y$ bằng:

A. $-5+6\sqrt{3}$. **B.** $\frac{11}{2}$. **C.** $-4+6\sqrt{2}$. **D.** $\frac{27}{5}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M,N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB,AD (M,N không trùng A) sao cho $\frac{AB}{AM}=x,\frac{AD}{AN}=y$, thoả mãn $x+2y=4$ và $\frac{V_{SAMN}}{V_{SABCD}}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $x^2+y^2+\frac{V_{SABD}}{V_{SAMN}}$ bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	C	C	B	C	C	C	A	C	C	D	B	C	A	B	A	B	C	B	A	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	C	A	B	B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	C	B	B	B	A	B	B	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $5^{x+1}=125$ là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$5^{x+1}=125 \Leftrightarrow x+1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=2$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $1-\log_3 a$. **D.** $3+\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$.

Câu 3. Hàm số $y=\left(x^2+4x+3\right)^{-2021}$ có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-3;-1\}$. **B.** $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}$. **D.** $(-3;-1)$.

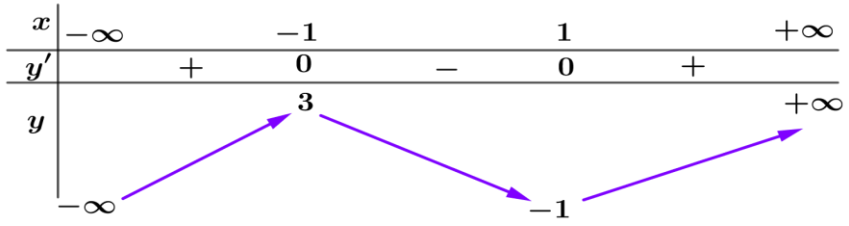
Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x^2+4x+3\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -3 \\ x\neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;-1\}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 5. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(n,k\in\mathbb{N},\ 1\le k\le n)$ là

A. A_k^n. **B.** C_n^k. **C.** A_n^k. **D.** P_k.

Lời giải

Chọn C

Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(n,k\in\mathbb{N},\ 1\le k\le n)$ là A_n^k.

Câu 6. Cho hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 18π. **C.** 15π. **D.** 9π.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi r^2h=\pi.3^2.2=18\pi$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là

A. $-5-7i$. **B.** $-5+7i$. **C.** $5+7i$. **D.** $5-7i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là $5+7i$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x\le 1$ là

A. $(0;1]$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(0;3]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3 x\le 1\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x\le 3^1\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;3]$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(0;3]$.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng 4 và diện tích đáy bằng $3\sqrt{3}$ là

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=Bh=4.3\sqrt{3}=12\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1;2)$ và $B(4;1;0)$ là

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{2}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+3}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng AB nhận véc-tơ $\overrightarrow{AB}(1;2;-2)$ làm véc-tơ chỉ phương và đi qua điểm $A(3;-1;2)$ nên có phương trình: $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x=5$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 12. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì

A. $f'(x)=F(x)$. **B.** $F(x)=f(x)$. **C.** $F'(x)=f(x)$. **D.** $F'(x)=f'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa nguyên hàm ta có: $F'(x)=f(x)$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=6$ và $u_4=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $q=\frac{u_4}{u_3}=\frac{12}{6}=2$.

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4-3x}{4x+5}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-\frac{3}{4}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-\frac{5}{4}$.

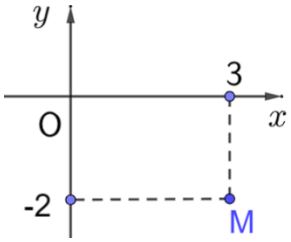
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4-3x}{4x+5}=-\frac{3}{4}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4-3x}{4x+5}=-\frac{3}{4}$

Suy ra đồ thị có một đường tiệm cận ngang là $y=-\frac{3}{4}$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy, số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ có điểm biểu diễn M như sau:



Giá trị của a,b lần lượt là

A. -2 và 3. **B.** 3 và 2. **C.** 3 và -2. **D.** -2 và -3.

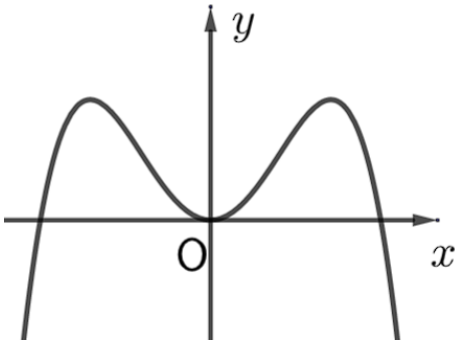
Lời giải

Chọn C

Ta có: $M=\left(3;-2\right)$ là điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$.

Do đó: $a=3,b=-2$.

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-4x^4+2x^2$. **B.** $y=4x^4+2x^2$. **C.** $y=4x^4-2x^2$. **D.** $y=-4x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Dựa vào dáng của đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên $a<0$

Và đồ thị có ba điểm cực trị nên $ab<0$ kết hợp $a<0$ suy ra $b>0$

Đồng thời đồ thị đi qua gốc tọa độ $O\left(0;0\right)$ nên $c=0$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2;0;1)$ và bán kính $R=2$ là

A. $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=2$.
B. $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=4$.
C. $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=2$.
D. $(x+2)^2+y^2+(z+1)^2=4$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu có tâm $I(2;0;1)$ và bán kính $R=2$ là $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=4$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ là

A. $3x-y-2z-1=0$.
B. $x-2y+2z+1=0$.
C. $3x-y-2z+1=0$.
D. $x-2y+2z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-1;-2)$ là

$3(x-1)-(y+2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-y-2z-1=0$.

Câu 19. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao bằng h là

A. $B.h$.
B. $\frac{1}{3}Bh$.
C. $\frac{1}{6}Bh$.
D. $\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Thểtích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao bằng h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 20. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4.
B. –2.
C. 2.
D. –3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3+(-1)=2$.

Câu 25. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3(16+x)>\log_3(9x)$ là

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_3(16+x)>\log_3(9x) \Leftrightarrow \begin{cases}16+x>9x\\9x>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2>x\\x>0\end{cases} \Rightarrow 0<x<2$.

Vì x nguyên nên $x=1$.

Câu 26. Biết z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+4=0$. Giá trị của $\frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2-2z+4=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+\sqrt{3}i \\ z_2=1-\sqrt{3}i \end{array}\right. \Rightarrow \frac{1}{|z_1|}+\frac{1}{|z_2|}=1.$

Câu 27. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-1)\left(-x^2+2x\right)$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

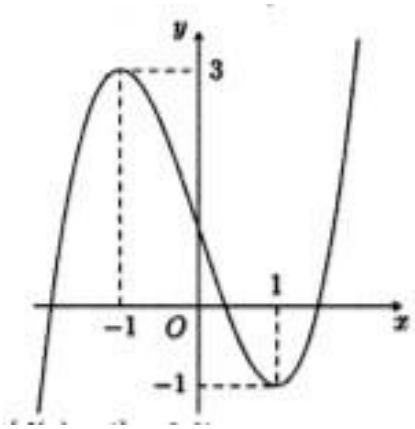
Lời giải

Chọn A

Ta có: phương trình hoành độ giao điểm là $(x-1)\left(-x^2+2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy có 3 giao điểm.

Câu 28. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)\left[f(x)+1\right]=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)\left[f(x)+1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=-1 \end{array}\right.$.

Căn cứ vào số giao điểm của đồ thị hàm số và hai đường thẳng $y=0, y=1$ ta thấy phương trình có 5 nghiệm.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị $\int_{0}^{1} f(3x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = \int_{0}^{1} f(3x-1)\mathrm{d}x$

Đặt $t = 3x-1 \Rightarrow \mathrm{d}t = 3\mathrm{d}x \Rightarrow \mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{d}t$.

Cận

x	0	1
t	-1	2

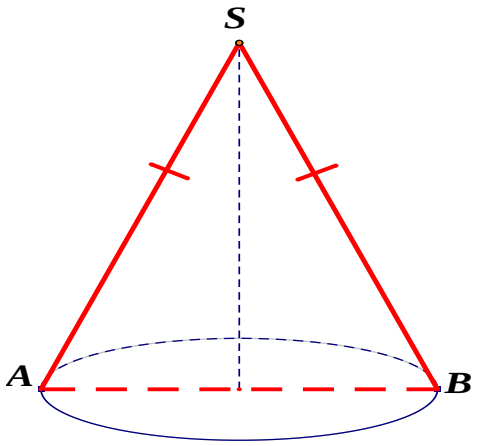
Suy ra $I = \int_{-1}^{2} f(t)\frac{1}{3}\mathrm{d}t = \frac{1}{3}\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}.6 = 2$.

Câu 26. Cho hình nón có bán kính bằng 5 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 55π. **B.** 100π. **C.** 75π. **D.** 50π.

Lời giải

Chọn D



Do góc ở đỉnh bằng 60^0 nên tam giác SAB đều $\Rightarrow SA = AB = 2R = 10$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $S_{xq} = \pi Rl = \pi.5.10 = 50\pi$.

Câu 27. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 18x + 6$ trên đoạn $[-3;5]$. Giá trị $m+M$ bằng

A. $47 - 12\sqrt{6}$. **B.** $\frac{141}{8}$. **C.** $39 - 12\sqrt{6}$. **D.** $\frac{77}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2-18=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6}(TM)$

$f(-3)=33, f\left(\sqrt{6}\right)=6-12\sqrt{6}, f\left(-\sqrt{6}\right)=6+12\sqrt{6}, f(5)=41$

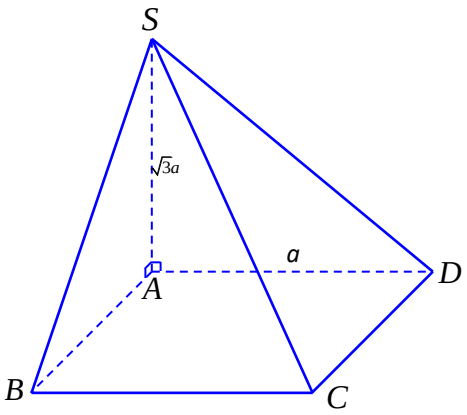
Suy ra $M=\max\limits_{[-3;5]} f(x)=41, m=\min\limits_{[-3;5]} f(x)=6-12\sqrt{6}\Rightarrow M+m=47-12\sqrt{6}$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\sqrt{3}a$. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$. Giá trị $\tan\varphi$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có

$$\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\ SB\subset(SBC), SB\perp BC\\ AB\subset(ABCD), AB\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow (SBC),(ABCD)=SB,AB=SBA$$

$$\tan\varphi=\tan SBA=\frac{SA}{AB}=\frac{\sqrt{3}a}{a}=\sqrt{3}$$

Câu 29. Cho a,b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2b^2=64$. Giá trị của $2\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 8. **B.** 32. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\log_2 a+2\log_2 b=\log_2 a^2b^2=\log_2 64=6.$

Câu 30. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Diện tích toàn phần của hình trụ đã cho bằng

A. 48π. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 33π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần hình trụ là: $S = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi.3.5 + 2\pi.3^2 = 48\pi.$

Câu 31. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối nón (N) bằng

A. 6π. **B.** 12π. **C.** 15π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón (N) là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi.$

Câu 32. Cho hai số phức $z = 4+3i$ và $w = 1-i$. Modun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $z.\overline{w} = 1+7i$
- Suy ra modun của số phức $z.\overline{w}$ bằng: $\sqrt{1^2+7^2} = 5\sqrt{2}$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;-1;1)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là.

A. $(3;1;-2)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{-3}{2};2\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-2\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};-1\right)$.

Câu 34. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quanh trục Ox.

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quanh trục Ox là:

$$V = \pi\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx = \pi\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2x}{2}\,dx = \pi\int_0^{\pi}\frac{1}{2}\,dx - \pi\int_0^{\pi}\frac{\cos 2x}{2}\,dx = \frac{\pi}{2}x\Big|_0^{\pi} - \frac{\pi}{4}\sin 2x\Big|_0^{\pi} = \frac{\pi^2}{2}.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-3=0 \\ x^2-2x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

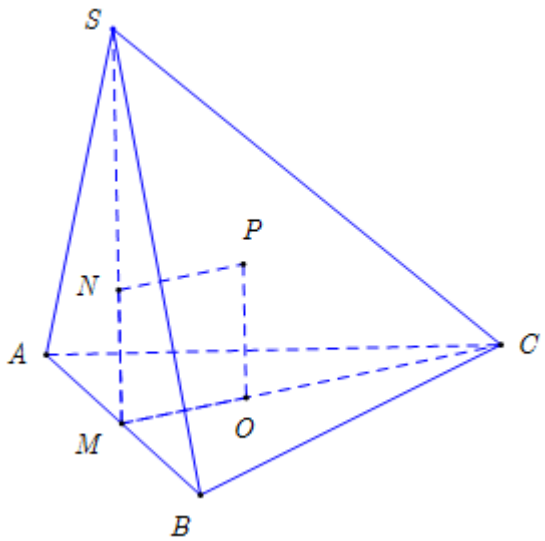
Vậy hàm số $f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng

A. $60\pi a^2$. **B.** $15\pi a^2$. **C.** $75\pi a^2$. **D.** $80\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm AB, tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB, tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow {}^{MNPQ}$ là hình vuông

Suy ra $PN = MQ = \frac{1}{3}.\frac{6a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$; $NB = \frac{2}{3}.\frac{6a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp là $R = PB = \sqrt{PN^2 + NB^2} = a\sqrt{15}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 60\pi a^2$.

Câu 37. Một tổ có 12 học sinh gồm 4 nam trong đó có Vinh và 8 nữ trong đó có Hoa. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất một học sinh nam. Xác suất để Vinh và Hoa cùng một nhóm là

A. $\frac{7}{32}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{3}{32}$. **D.** $\frac{5}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A là biến cố "Vinh và Hoa cùng một nhóm".

Có thể chia thành các nhóm như sau

Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3
2 nam + 2 nữ	1 nam + 3 nữ	1 nam + 3 nữ
$C_4^2C_8^2$	$C_2^1C_6^3$	1

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $n(\Omega) = C_4^2C_8^2C_2^1C_6^3 = 6720$.

Để Hoa và Vinh ở cùng 1 nhóm thì có thể xảy ra các trường hợp sau

Trường hợp 1			Trường hợp 2		
Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3	Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3
Hoa + Vinh + 1 nữ + 1 nam	1 nam + 3 nữ	1 nam + 3 nữ	Hoa + Vinh + 2 nữ	2 nam + 2 nữ	1 nam + 3 nữ
$C_3^1C_7^1$	$C_2^1C_6^3$	1	C_7^2	$C_3^2C_5^2$	1
$C_3^1C_7^1.C_2^1C_6^3.1 = 840$			$C_7^2.C_3^2C_5^2.1 = 630$		
$n(A) = 840 + 630 = 1470$					

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1470}{6720} = \frac{7}{32}$.

Câu 38. Biết $\int_2^3 \frac{-2x^2+14x}{x^2-1}dx = a\ln 2 + b\ln 3 + c, (a,b,c \in \mathbb{Z})$. Giá trị của a^2+b+c bằng

A. 494. **B.** 484. **C.** 474. **D.** 464.

Lời giải

Chọn C

Tacó $\int_2^3 \frac{-2x^2+14x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \int_2^3 \left(-2+\frac{6}{x-1}+\frac{8}{x+1}\right)\mathrm{d}x$

$= \left(-2+6\ln|x-1|+8\ln|x+1|\right)\Big|_2^3 = 22\ln 2-8\ln 3-2$

Suy ra, $a=22, b=-8, c=-2$.

Vậy $a^2+b+c=474$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t_1 \\ y=-4+t_1 \\ z=3-t_1 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-2t_2 \\ y=-3+t_2 \\ z=4-t_2 \end{cases}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Oxz), cắt hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=-\frac{7}{3}+t \\ z=\frac{10}{3} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-\frac{1}{7}t \\ y=1-\frac{7}{3}t \\ z=\frac{10}{3}t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=\frac{3}{7}t \\ y=1-\frac{25}{7}t \\ z=\frac{18}{7}t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=\frac{3}{7} \\ y=-\frac{25}{7}+t \\ z=\frac{18}{7} \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ, giao điểm của Δ và d_1, d_2 lần lượt là $A(t_1;-4+t_1;3-t_1)$, $B(1-2t_2;-3+t_2;4-t_2)$.

Vì Δ vuông góc với mặt phẳng (Oxz) nên $\overrightarrow{AB}=(1-t_1-2t_2;1-t_1+t_2;1+t_1-t_2)$ tỉ lệ với vécto $\vec{j}=(0;1;0)$.

Ta có $\begin{cases} 1-t_1-2t_2=0 \\ 1+t_1-t_2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=-\frac{1}{3} \\ t_2=\frac{2}{3} \end{cases}$. Suy ra $B\left(-\frac{1}{3};-\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

Phương trình đường thẳng đi qua B và nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ là vécto chỉ phương

$\Delta: \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=-\frac{7}{3}+t \\ z=\frac{10}{3} \end{cases}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y=x^3+x^2+(1-m)x+2$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+2x+1-m$.

Đề hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y'\ge 0$ với $\forall x\in(1;+\infty)$, hay

$3x^2+2x+1-m\ge 0\Leftrightarrow 3x^2+2x+1\ge m$ với $\forall x\in(1;+\infty)$.

Xét $g(x)=3x^2+2x+1$, có $g'(x)=6x+2=0\Rightarrow x=-\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0		$+$		
$g(x)$	$+\infty$				6		$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên suy ra $m\le 6$, mà m nguyên đương nên $m\in\{1,2,3,4,5,6\}$.

Câu 43. Cho số phức $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-2+i|=|\overline{z}+3-4i|$ và $z(2+3i)+2y+1-(y+1)i$ là số thuần ảo. Giá trị của $11x+11y$ bằng

A. -16. **B.** 28. **C.** 16. **D.** -28.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$|z-2+i|=|\overline{z}+3-4i|\Leftrightarrow|(x-2)+(y+1)i|=|(x+3)-(y+4)i|$

$\Leftrightarrow(x-2)^2+(y+1)^2=(x+3)^2+(y+4)^2\Leftrightarrow 5x+3y=-10\ (1)$.

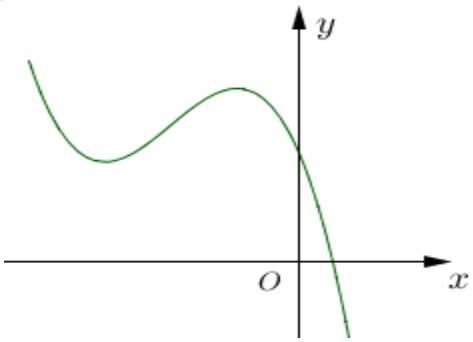
Mặt khác $z(2+3i)+2y+1-(y+1)i=2x-y+1+(3x+y-1)i$.

Theo đề bài $z(2+3i)+2y+1-(y+1)i$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow 2x-y+1=0\Leftrightarrow 2x-y=-1\ (2)$.

Từ (1), (2) ta có: $\begin{cases}5x+3y=-10\\2x-y=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{13}{11}\\y=-\frac{15}{11}\end{cases}$.

Vậy $11x+11y=-13-15=-28$.

Câu 44. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d>0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y<0\Rightarrow a<0$.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nằm về bên trái trục tung nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1<x_2<0$.

Khi đó theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases}$. Từ đó suy ra $b<0$ và $c<0$.

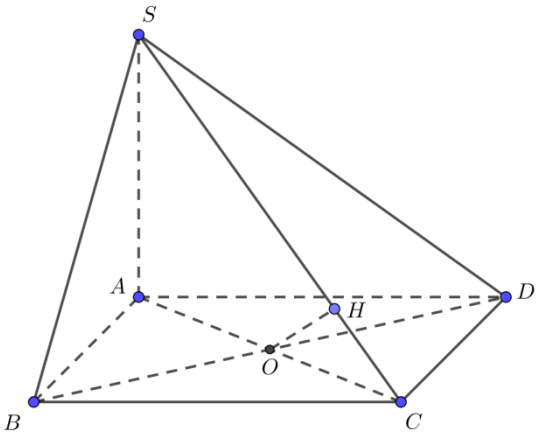
Vậy trong các số a,b,c,d chỉ có $d>0$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{7}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{14}a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{14}a}{6}$. **C.** $\sqrt{14}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}a}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là giao điểm của AC và BD, gọi H là hình chiếu của O trên SC.

Ta có $BD \perp AC$, $BD \perp SA$ suy ra $BD \perp (SAC)$ mà $OH \subset (SAC)$ nên $BD \perp OH$.

Vì $\begin{cases} BD \perp OH \\ SC \perp OH \end{cases}$ nên OH là đoạn vuông góc chung của BD và SC.

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng OH.

Ta có $OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = \sqrt{2a^2 + 7a^2} = 3a$.

Vì $\Delta OHC \sim \Delta SAC$ nên $\frac{OH}{SA} = \frac{OC}{SC} \Rightarrow OH = \frac{SA.OC}{SC} = \frac{a\sqrt{7}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{3a} = \frac{a\sqrt{14}}{6}$.

Vậy $d(BD, SC) = \frac{a\sqrt{14}}{6}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$, $B(7;-2;2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ, khoảng cách từ A đến (P) gấp đôi khoảng cách từ B đến (P) và A, B nằm khác phía với (P). Biết rằng phương trình (P) có dạng $ax + by + cz - 28 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. -26. **B.** 26. **C.** -34. **D.** 34.

Lời giải

Chọn B

Lấy điểm $M(-1;2;2) \in \Delta$, khi đó $M \in (P)$ suy ra $-a + 2b + 2c - 28 = 0$ (1)

Gọi $\vec{u}, \vec{n}$ lần lượt là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ và vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P). Ta có $\vec{u} = (3;-2;2)$ và $\vec{n} = (a;b;c)$.

Vì $d \subset (P)$ nên $\vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow 3a - 2b + 2c = 0$ (2)

Do khoảng cách từ A đến (P) bằng hai lần khoảng cách từ B đến (P) nên ta có

$$|a+b-c-28|=2|7a-2b+2c-28| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 13a-5b+5c=28 & (3) \\ 15a-3b+3c=84 & (4) \end{array}\right.$$

+ Từ $(1),(2)$ và (3) ta có hệ phương trình $\begin{cases} -a+2b+2c=28 \\ 3a-2b+2c=0 \\ 13a-5b+5c=28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{56}{11} \\ b=\dfrac{133}{11} \\ c=\dfrac{49}{11} \end{cases}$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là $56x+133y+49z-308=0$.

Vì A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (P) nên trường hợp này ta loại.

+ Từ $(1),(2)$ và (4) ta có hệ phương trình $\begin{cases} -a+2b+2c=28 \\ 3a-2b+2c=0 \\ 15a-3b+3c=84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=8 \\ b=15 \\ c=3 \end{cases}$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là: $8x+15y+3z-28=0$.

Thay hai điểm A, B vào ta thấy A, B nằm khác phía đối với mặt phẳng (P).

Vậy $a+b+c=26$.

Câu 45. Bạn An được gia đình gửi vào sổ tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 0,5% một tháng theo hình thức lãi kép. Nếu mỗi tháng An rút ra một số tiền như nhau vào ngày ngân hàng trả lãi thì hàng tháng An rút ra số tiền gần nhất với số nào sau đây để đúng 4 năm vừa hết số tiền trong sổ tiết kiệm ?

A. 4687000. **B.** 4697000. **C.** 4690000. **D.** 4700000.

Lời giải

Chọn B

Số tiền được bạn An rút ra là x (triệu đồng) $(x>0)$, số tiền ban đầu gửi vào là a (triệu đồng) với $a>0$, lãi suất là r với $r>0$.

+ Lãi suất nhận được sau tháng thứ 1 là: $r.a$ (triệu đồng).

Số tiền cuối tháng thứ 1 sau khi rút là: $a+r.a-x=a(1+r)-x$ (triệu đồng).

+ Lãi suất nhận được sau tháng thứ 2 là: $r.\left[a(1+r)-x\right]$

Số tiền cuối tháng thứ 2 sau khi rút ra là: $\left[a(1+r)-x\right]+r.\left[a(1+r)-x\right]-x$

$=\left[a(1+r)-x\right](1+r)-x=a(1+r)^2-x(1+r)-x$

+ Lãi suất nhận được sau tháng thứ 3 là: $r.\left[a(1+r)^2-x(1+r)-x\right]$

Số tiền cuối tháng thứ 3 sau khi rút ra là:

$\left[a(1+r)^2-x(1+r)-x\right]+r.\left[a(1+r)^2-x(1+r)-x\right]-x$

$=\left[a(1+r)^2-x(1+r)-x\right](1+r)-x$

$=a(1+r)^3-x(1+r)^2-x(1+r)-x.$

...

+ Số tiền cuối tháng thứ 48 là:

$a(1+r)^{48}-x\left[(1+r)^{47}+(1+r)^{46}+...+(1+r)^2+(1+r)+1\right]$

Vì cuối tháng thứ 48 là vừa lúc hết tiền nên:

$a(1+r)^{48}-x\left[(1+r)^{47}+(1+r)^{46}+...+(1+r)^2+(1+r)+1\right]=0$

Khi đó: $(1+r)^{47}+(1+r)^{46}+...+(1+r)^2+(1+r)+1$ là tổng các số hạng của 48 số hạng đầu của cấp số nhân với số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=(1+r)$.

Nên $S_{48}=\dfrac{u_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{1.\left(1-(1+r)^{48}\right)}{1-(1+r)}=\dfrac{1-(1+r)^{48}}{-r}.$

Suy ra: $a(1+r)^{48}+x.\dfrac{1-(1+r)^{48}}{r}=0$

Với $a=200$ (triệu đồng), $r=0,5\%$

$\Rightarrow 200.(1+0,5\%)^{48}+x.\left(\dfrac{1-(1+0,5\%)^{48}}{0,5\%}\right)=0$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{200.(1+0,5\%)^{48}}{\left(\dfrac{(1+0,5\%)^{48}-1}{0,5\%}\right)}\approx 4,697$ (triệu đồng).

Câu 46. Cho hai số phức $z_1;z_2$ thỏa mãn $|z_1-1+i|=1,|z_2+1-i|=2$ và $|z_1-z_2-2+2i|=\sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1+2z_2-1-5i|$ bằng

A. $6+\sqrt{37}$. **B.** $5+\sqrt{23}$. **C.** $6+\sqrt{11}$. **D.** $6+\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

+ Đặt $w_1=z_1-1+i$, $w_2=z_2+1-i$ nên $w_1-w_2=z_1-z_2-2+2i$.

Khi đó: $|w_1|=1$, $|w_2|=2$, $|w_1-w_2|=\sqrt{3}$.

Gọi: $T=|3z_1+2z_2-1-5i|=|3(w_1+1-i)+2(w_2-1+i)-1-5i|=|3w_1+2w_2-6i|$

Đặt $\eta=3w_1+2w_2$.

+ Gọi A là điểm biểu diễn cho số phức w_1, B là điểm biểu diễn cho số phức w_2, C là điểm biểu diễn cho số phức η và điểm $M(0;6)$

Khi đó: $OA=1;OB=2$ và vì $|w_1-w_2|=\sqrt{3}\Rightarrow AB=\sqrt{3}$ nên tam giác OAB vuông tại A.

+ Ta có: $\overrightarrow{OC}=3\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$

$\Rightarrow OC^2=9.OA^2+4.OB^2+12.\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$

$\Rightarrow OC^2=9.OA^2+4.OB^2+12.\left|\overrightarrow{OA}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right).$

$\Rightarrow OC^2=9.OA^2+4.OB^2+12.OA.OB.\cos AOB$

$\Rightarrow OC^2=9OA^2+4OB^2+12.OA.OB.\dfrac{OA}{OB}$

$\Rightarrow OC^2=9.1+4.4+12.1=37$.

Vậy $|\eta|=\sqrt{37}$.

+ Ta có $MC\le MO+OC$. Dấu "=" xảy ra khi O nằm giữa M và C.

$T=\left|3w_1+2w_2-6i\right|=\left|\overrightarrow{MC}\right|$

Khi đó $T_{\max}\Leftrightarrow MC_{\max}$

Suy ra $T_{\max}=\sqrt{0^2+6^2}+OC=6+|\eta|=6+\sqrt{37}$.

Câu 47. Cho phương trình $\log_2\left(2x-m\right)=4^x+m$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in\left(-27;27\right)$ sao cho phương trình trên có nghiệm?

A. 10. **B.** 26. **C.** 1. **D.** 53.

Lời giải

Chọn B

◆ Điều kiện: $2x-m>0$.

◆ Ta có $\log_2\left(2x-m\right)=4^x+m$

$\Leftrightarrow\log_2\left(2x-m\right)+2x-m=4^x+2x\Leftrightarrow 2^{\log_2(2x-m)}+\log_2\left(2x-m\right)=2^{2x}+2x$ (1).

Xét hàm số $f\left(t\right)=2^t+t,t\in\mathbb{R}$.

Có $f'\left(t\right)=2^t\ln 2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Từ (1) ta được $f\left(\log_2\left(2x-m\right)\right)=f\left(2x\right)\Leftrightarrow\log_2\left(2x-m\right)=2x$

$\Leftrightarrow 4^x=2x-m\Leftrightarrow 4^x-2x=-m$ (2).

Xét hàm $g\left(x\right)=4^x-2x$.

Ta có $g'\left(x\right)=4^x\ln 4-2=4^x.2\ln 2-2$.

Có $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=x_0=\log_4\dfrac{1}{\ln 2}$.

Bảng biến thiên của hàm $g\left(x\right)$ như sau

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

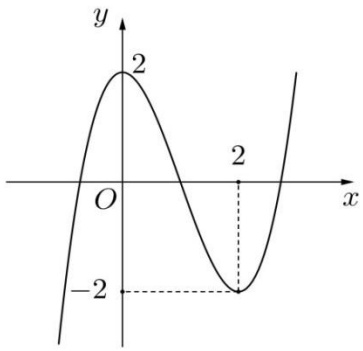
Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (2) có nghiệm

$\Leftrightarrow -m \ge g(x_0) \Leftrightarrow m \le -g(x_0) = -g\left(\log_4 \frac{1}{\ln 2}\right) \approx -0,914$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-27;27)$ nên ta được $m \in \{-26;-25;...;-1\}$.

Vậy có 26 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $\sqrt{f(f(x))+4} = f(x)+1$ là

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$.

$f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$.

Do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $M(0;2), N(2;-2)$ nên ta có hệ sau

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f(0) = 2 \\ f'(2) = 0 \\ f(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 2 \\ 12 + 4b + c = 0 \\ 8 + 4b + 2c + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 2 \\ b = -3 \end{cases}$$. Suy ra $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

◆ Đặt $t = f(x)$. Phương trình đã cho trở thành $\sqrt{f(t)+4} = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ f(t)+4 = t^2 + 2t + 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ \left(t^3 - 3t^2 + 2\right) + 4 = t^2 + 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ t^3 - 4t^2 - 2t + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \dfrac{3+\sqrt{29}}{2} \\ t = \dfrac{3-\sqrt{29}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = \dfrac{3+\sqrt{29}}{2} \end{array}\right. .$$

◆ Với $t = 1$ ta được $f(x) = 1 \in (-2;2)$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình này có 3 nghiệm phân biệt.

◆ Với $t = \dfrac{3+\sqrt{29}}{2}$ ta được $f(x) = \dfrac{3+\sqrt{29}}{2} \in (2;+\infty)$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình này có đúng 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 49. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn $\log_3\left[\left(x^2+2\right)(y+1)\right]^{y+1} = 9 - x^2(y+1)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 2y$ bằng:

A. $-5+6\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{11}{2}$. **C.** $-4+6\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{27}{5}$.

Lời giải

Chọn C

◆ $\log_3\left[\left(x^2+2\right)(y+1)\right]^{y+1} = 9 - x^2(y+1) \Leftrightarrow (y+1)\log_3\left[\left(x^2+2\right)(y+1)\right] = 9 - x^2(y+1)$

$$\Leftrightarrow \log_3\left[\left(x^2+2\right)(y+1)\right] = \frac{9}{y+1} - x^2 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2+2\right) - \log_3\left(\frac{1}{y+1}\right) = \frac{9}{y+1} - x^2$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(x^2+2\right) + \left(x^2+2\right) = \log_3\left(\frac{9}{y+1}\right) + \frac{9}{y+1} \quad (*)$$

◆ Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t,\ t > 0$ có $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 3} + 1 > 0,\ \forall t > 0$

$\Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

◆ Khi đó, (*) $f\left(x^2+2\right) = f\left(\dfrac{9}{y+1}\right) \Leftrightarrow x^2 + 2 = \dfrac{9}{y+1} \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{9}{y+1} - 2$

◆ Suy ra $P = x^2 + 2y = \dfrac{9}{y+1} - 2 + 2y = \dfrac{9}{y+1} + 2(y+1) - 4 \ge 2\sqrt{\dfrac{9}{y+1}.2(y+1)} - 4 = 6\sqrt{2} - 4.$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9}{y+1}=2(y+1) \\ x^2=\dfrac{9}{y+1}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2} \\ x=\sqrt{3\sqrt{2}-2} \end{cases}$.

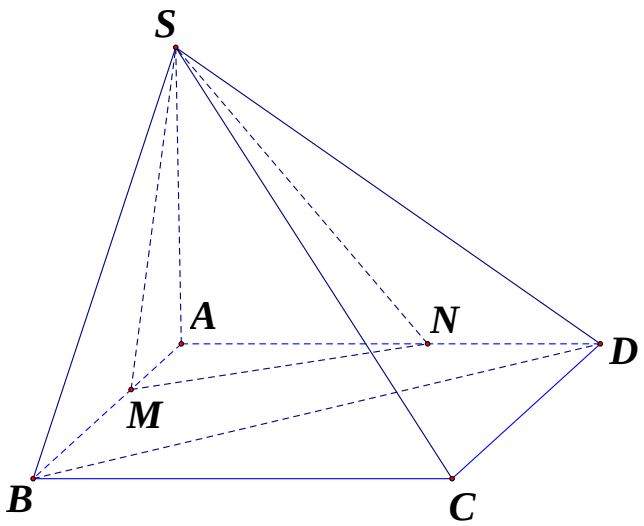
◆ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+2y$ bằng $-4+6\sqrt{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, AD (M, N không trùng A) sao cho $\dfrac{AB}{AM}=x, \dfrac{AD}{AN}=y$, thoả mãn $x+2y=4$ và $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABCD}}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $x^2+y^2+\dfrac{V_{SABD}}{V_{SAMN}}$ bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B



◆ Ta có $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABCD}}=\dfrac{1}{2}\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABD}}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{S_{AMN}}{S_{ABD}}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AN}{AD}=\dfrac{1}{2xy}$.

◆ $4=x+2y\geq 2\sqrt{x.2y}=2\sqrt{2}.\sqrt{xy}\Rightarrow xy\leq 2$. Suy ra $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABCD}}=\dfrac{1}{2xy}\geq\dfrac{1}{4}$

◆ Do đó giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABCD}}$ bằng $\dfrac{1}{4}$ xảy ra khi $\begin{cases} x=2y \\ x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

Suy ra M là trung điểm của AB và $N\equiv D$ và $\dfrac{V_{SABD}}{V_{SAMN}}=2.$

◆ Vậy $x^2+y^2+\dfrac{V_{SABD}}{V_{SAMN}}=4+1+2=7$.

----------HẾT----------

ĐỀ 28

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ CẦN THƠ MÃ 102

Câu 1. Trong không gian $oxyz$, tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{x-28}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-21}{2}$ là

A. $(2;1;2)$. **B.** $(2;-1;2)$. **C.** $(28;5;21)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 bằng

A. -18. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -6.

Câu 3. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2019$ là

A. $(1;2017)$. **B.** $(-1;2021)$. **C.** $(0;2019)$. **D.** $(3;2037)$.

Câu 4. Phần ảo của số phức $-2020+2021i$ là

A. 2021. **B.** -2021. **C.** -2020. **D.** 2020.

Câu 5. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\dfrac{4}{x}+5$ là

A. $x^3-\ln|x|+C$. **B.** $x^3-4\ln|x|+5x+C$.

C. $x^3-4\ln x+5x+C$. **D.** $x^3-\ln|x|+5x+C$.

Câu 6. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=2\sqrt{5}$ bằng

A. $6\sqrt{5}\pi$. **B.** $4\sqrt{5}\pi$. **C.** $8\sqrt{5}\pi$. **D.** $2\sqrt{5}\pi$.

Câu 7. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $4a^2$ và chiều cao $2a$ bằng

A. $\dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $6a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 8. Thể tích của khối cầu có bán kính $2a$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{16}{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

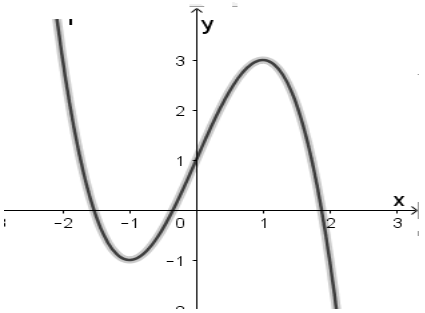
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3
		$-\infty$							

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4 **D.** 1.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(0;1)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\frac{a}{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$ **D.** πr^2h.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-4x+5}\le 9$ là

A. $(1;5)$. **B.** $[1;3]$. **C.** $[1;5]$. **D.** $(1;3)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tụctrên $\mathbb{R}$ .Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

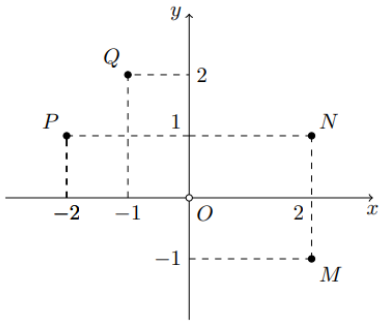
Câu 15 Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-6=0$ là

A. $(1;-1;3)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(-2;2;0)$. **D.** $(-2;2;-6)$.

Câu 16 Giá trị $\left(\frac{1}{32}\right)^{-0,2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$ bằng.

A. 6. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{33}{2}$. **D.** 18.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+i$?



A. Q. **B.** N. **C.** M. **D.** P.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-10)=3$ là

A. 19. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 18.

Câu 19. Số cách sắp xếp 5 quyển sách Toán khác nhau và 3 quyển sách Ngữ văn khác nhau thành một hàng trên kệ sách là

A. $A_8^5.A_8^3$. **B.** 5!.3!. **C.** $C_8^5.C_8^3$. **D.** 8!.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=(x-2021)^{\pi}$?

A. $(2021;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2021)$. **C.** $R\setminus\{2021\}$. **D.** $[2021;+\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=12$ và $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** -32. **C.** 32. **D.** -16.

Câu 22. Cho x,y là hai số thực thỏa mãn $(2x+y)+2xi=(x-3)+(y-x+2)i$. Giá trị của $16xy$ bằng

A. 11. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{11}{4}$. **D.** $\frac{11}{16}$.

Câu 23. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{2}$ và thiết diện qua trụ là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $6\pi\sqrt{2}$. **B.** $16\pi\sqrt{2}$. **C.** $8\pi\sqrt{2}$. **D.** $32\pi\sqrt{2}$.

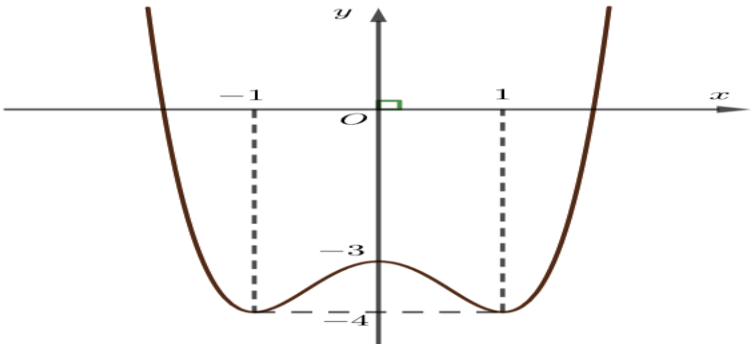
Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{16}{x}$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. 12. **B.** 17. **C.** 20. **D.** -4.

Câu 25. Với $a=\log_2 3$, giá trị của $\log_{\sqrt{2}}9+\log_2 6$ bằng

A. $5a-1$. **B.** $5a+2$. **C.** $5a$. **D.** $5a+1$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+2\ln 6=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

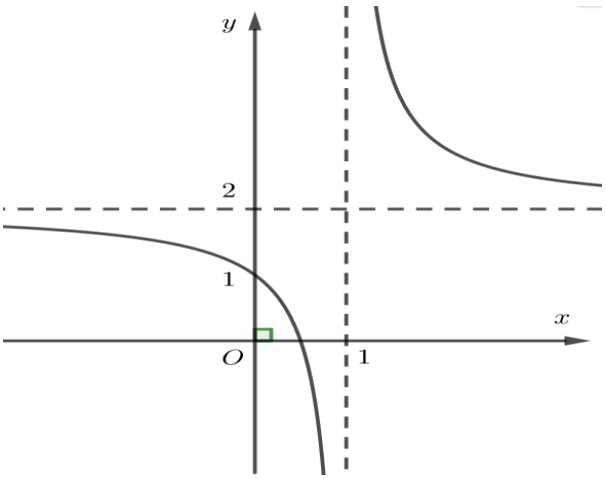
x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	$\frac{77}{4}$	↘	-1	↗	$\frac{77}{4}$	↘	$-\infty$

Bảng biến thiên đã cho là của hàm số nào ?

A. $y=-x^4+18x^2-1$. **B.** $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2-1$.

C. $y=-\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2-1$. **D.** $y=-\frac{1}{4}x^4+\frac{9}{2}x^2-1$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+2}{bx+c}$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



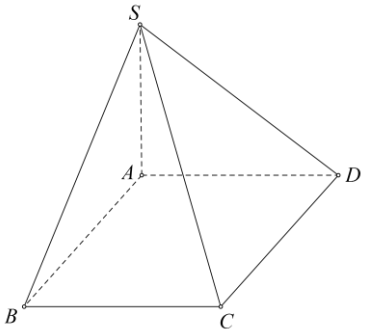
Khẳng định nào dưới đây **đúng** ?

A. $b<a<0<c$. **B.** $b<0<a<c$. **C.** $a<b<0<c$. **D.** $b<0<c<a$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-z-2021=0$ và $(\beta): -3x+4y+5z+2021=0$ .Góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

A. 150^0 **B.** 30^0 **C.** 120^0 **D.** 60^0

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. SDC. **B.** SCD. **C.** DSA. **D.** SDA.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$; $D(1;-1;1)$, $A'(1;1;-1)$ .Tọa độ của $\overrightarrow{AC'}$.

A. $(1;1;-1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $z(3-i)=2+i-(1-2i)^2 i$. Tính môđun của z

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 33. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ và $y=-x^3+x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+1$ và $y=x^2+1$ là

A. $\frac{189}{4}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 35. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+73=0$. Giá trị của biểu thức ${z_1}^2+{z_2}^2-|z_1|.|z_2|$ bằng

A. -213. **B.** -110. **C.** -37. **D.** -183.

Câu 36. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{2x^2+3x+1}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

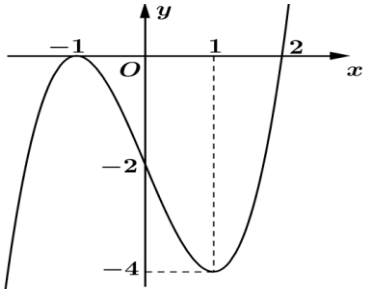
A. 4. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 38. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-1\right)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3). Tổng diện tích của ba hình tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3) bằng

A. 11π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 8π.

Câu 40. Ông An gửi 200000000 đồng vào một ngân hàng với lãi suất ban đầu là 6,8% / năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau 1 năm lãi suất tăng thêm 0,2%. Sau 5 năm ông An thu được tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) là

A. 283135000 đồng. **B.** 283137000 đồng. **C.** 283140000 đồng. **D.** 283130000 đồng.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $BC=a$, $AB=2a$ và $SA=3a$. Biết rằng mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{82}}{41}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{82}}{41}$. **C.** $\frac{a\sqrt{82}}{41}$. **D.** $\frac{a\sqrt{82}}{82}$.

Câu 42. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD=CD=a$, $AB=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Câu 43. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log^2_{\sqrt{2}}(x-4)-43\log_2(4x-16)+75\le 0$ là

A. 2047. **B.** 2048. **C.** 2049. **D.** 2052.

Câu 44. Số các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y=\frac{-mx-2025}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ là

A. 86. **B.** 88. **C.** 89. **D.** 84.

Câu 45. Có 4 học sinh nam và 8 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có An và Bình. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời An và Bình luôn đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{264}$. **B.** $\frac{1}{132}$. **C.** $\frac{1}{396}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm hình vuông $ABCD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua S, song song với đường thẳng BD, cắt đoạn OC và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{3\sqrt{10}a}{10}$. Biết rằng (P) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa điểm A có thể tích V_1 và khối đa diện còn lại có thể tích V_2. Giá trị của $\frac{V_2}{V_1}$ bằng

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $2\le x\le 2020$ và $2\le y\le 2021$ sao cho $\log_x y+6\log_y x=5$?

A. 54. **B.** 11. **C.** 43. **D.** 52.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d: y=m^2(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3+x_3^3\le 2057$. Số phần tử của tập S là

A. 19. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 37.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|\frac{z}{3-4i}+1-i\right|=1$ sao cho $|z-3-8i|$ đạt giá trị lớn nhất tại $z_1=x_1+y_1i$ và đạt giá trị nhỏ nhất tại $z_2=x_2+y_2i$. Giá trị của $x_1+x_2+y_1y_2$ bằng

A. 44. **B.** 55. **C.** 25. **D.** 46.

Câu 50. Cho x,y là các số thực dương thoả mãn $2^{x+y+2xy-3}=\frac{1-xy}{x+y}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2+y^2+2\sqrt{5}$ bằng

A. $3-2\sqrt{5}$. **B.** $3+2\sqrt{5}$. **C.** $3-\sqrt{5}$. **D.** $3+\sqrt{5}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	A	B	C	C	B	A	A	A	B	B	A	B	D	D	D	D	A	A	A	D	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	C	B	D	A	D	B	B	D	A	C	B	A	B	B	A	B	A	B	C	A	D	D	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $oxyz$, tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\dfrac{x-28}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-21}{2}$ là

A. $(2;1;2)$. **B.** $(2;-1;2)$. **C.** $(28;5;21)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;2)$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 bằng

A. -18. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_n=u_1q^{n-1}$ nên $u_2=u_1q=-6$

Câu 3. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2019$ là

A. $(1;2017)$. **B.** $(-1;2021)$. **C.** $(0;2019)$. **D.** $(3;2037)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-3; y''=6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$

$y''(1)=6; y''(-1)=-6.$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $y_{CĐ}=2021.$

Nên điểm cực đại của đồ thị hàm số là: $(-1;2021)$.

Câu 4. Phần ảo của số phức $-2020+2021i$ là

A. 2021. **B.** -2021. **C.** -2020. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z=a+bi$ có phần thức là: a và phần ảo là: b

Nên $z=-2020+2021i$ có phần ảo là: 2021

Câu 5. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\dfrac{4}{x}+5$ là

A. $x^3-\ln|x|+C$. **B.** $x^3-4\ln|x|+5x+C$.

C. $x^3-4\ln x+5x+C$. **D.** $x^3-\ln|x|+5x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int\left(3x^2 - \frac{4}{x} + 5\right)\mathrm{d}x = x^3 - 4\ln|x| + 5x + C$.

Câu 6. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 2\sqrt{5}$ bằng

A. $6\sqrt{5}\pi$. **B.** $4\sqrt{5}\pi$. **C.** $8\sqrt{5}\pi$. **D.** $2\sqrt{5}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi rl = \pi.2^2.2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}\pi$.

Câu 7. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $4a^2$ và chiều cao $2a$ bằng

A. $\frac{8a^3}{3}$. **B.** $6a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = 4a^2.2a = 8a^3$.

Câu 8. Thể tích của khối cầu có bán kính $2a$ bằng

A. $\frac{8}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{32}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{16}{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.(2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$		$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3
		$-\infty$							

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4 **D.** 1.

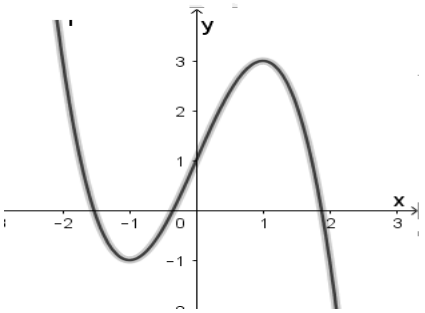
Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = +\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a,b,c,d \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\frac{a}{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp $S.ABCD$

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^3}{4}$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính r bằng

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$ **D.** πr^2h.

Lời giải

Chọn B

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-4x+5}\le 9$ là

A. $(1;5)$. **B.** $[1;3]$. **C.** $[1;5]$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

$3^{x^2-4x+5}\le 9\Leftrightarrow 3^{x^2-4x+5}\le 3^2\Leftrightarrow x^2-4x+5\le 2\Leftrightarrow x^2-4x+3\le 0\Leftrightarrow 1\le x\le 3$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tụctrên $\mathbb{R}$ .Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 15 Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6=0$ là

A. $(1;-1;3)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(-2;2;0)$. **D.** $(-2;2;-6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+2y-6=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=8$.

Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $(1;-1;0)$.

Câu 16 Giá trị $\left(\frac{1}{32}\right)^{-0,2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}$ bằng.

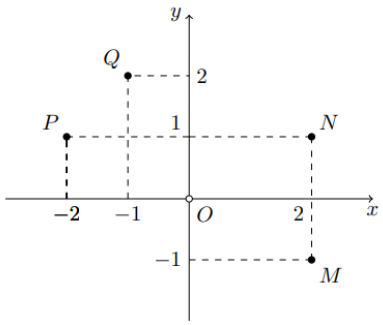
A. 6. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{33}{2}$. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\frac{1}{32}\right)^{-0,2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{4}{3}}=\left(\frac{1}{2^5}\right)^{-0,2}+\left(\frac{1}{2^3}\right)^{-\frac{4}{3}}=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}=2+16=18$.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy, điểm nào trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+i$?



A. Q. **B.** N. **C.** M. **D.** P.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=-2+i$ có điểm biểu diễn là $P(-2;1)$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-10)=3$ là

A. 19. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Tacó $\log_2(x-10)=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-10>0 \\ x-10=2^3 \end{cases} \Leftrightarrow x=18$.

Câu 19. Số cách sắp xếp 5 quyển sách Toán khác nhau và 3 quyển sách Ngữ văn khác nhau thành một hàng trên kệ sách là

A. $A_8^5.A_8^3$. **B.** $5!.3!$. **C.** $C_8^5.C_8^3$. **D.** $8!$.

Lời giải

Chọn D

Tổng số sách là $5+3=8$ (quyển).

Số cách sắp xếp 8 quyển sách khác nhau này thành một hàng ngang là $8!$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=(x-2021)^{\pi}$?

A. $(2021;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2021)$. **C.** $R\setminus\{2021\}$. **D.** $[2021;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x-2021>0\Leftrightarrow x>2021$. Do đó, tập xác định của hàm số là $(2021;+\infty)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $f(2)=12$ và $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=8$. Giá trị của $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** -32. **C.** 32. **D.** -16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=8$.

Đặt $\begin{cases}u=x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

$\Rightarrow I=xf(x)\big|_0^2-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=24-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=8\Rightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=16$.

Câu 22. Cho x,y là hai số thực thỏa mãn $(2x+y)+2xi=(x-3)+(y-x+2)i$. Giá trị của $16xy$ bằng

A. 11. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{11}{4}$. **D.** $\frac{11}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2x+y)+2xi=(x-3)+(y-x+2)i\Leftrightarrow\begin{cases}2x+y=x-3\\ 2x=y-x+2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=-3\\ 3x-y=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{1}{4}\\ y=-\frac{11}{4}\end{cases}\Rightarrow 16xy=11$.

Câu 23. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2\sqrt{2}$ và thiết diện qua trụ là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $6\pi\sqrt{2}$. **B.** $16\pi\sqrt{2}$. **C.** $8\pi\sqrt{2}$. **D.** $32\pi\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên chiều cao hình trụ là:

$\Rightarrow h = 2R = 4\sqrt{2} \Rightarrow V = \pi R^2 h = 32\pi\sqrt{2}$ (đvdt).

Câu 24. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. 12. **B.** 17. **C.** 20. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$.

Vì hàm số $y = x^2 + \dfrac{16}{x}$ liên tục trên $(0;+\infty)$ nên xác định và liên tục trên đoạn $[1;4]$.

Ta có: $y' = 2x - \dfrac{16}{x^2} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 2x - \dfrac{16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Suy ra: $y(1) = 17, y(2) = 12, y(4) = 20$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là : $\min\limits_{[1;4]} y = 12$ tại $x = 2$.

Câu 25. Với $a = \log_2 3$, giá trị của $\log_{\sqrt{2}} 9 + \log_2 6$ bằng

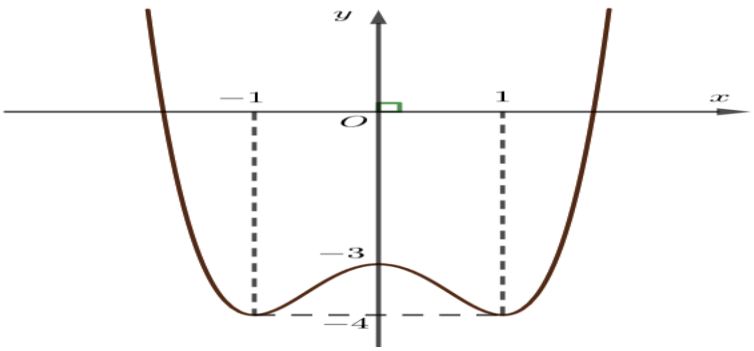
A. $5a - 1$. **B.** $5a + 2$. **C.** $5a$. **D.** $5a + 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{\sqrt{2}} 9 + \log_2 6 = \log_{\frac{1}{2^2}} 3^2 + \log_2 2 + \log_2 3 = 4\log_2 3 + 1 + \log_2 3 = 5\log_2 3 + 1 = 5a + 1$

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, $(a,b,c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ có đồ thị như sau:



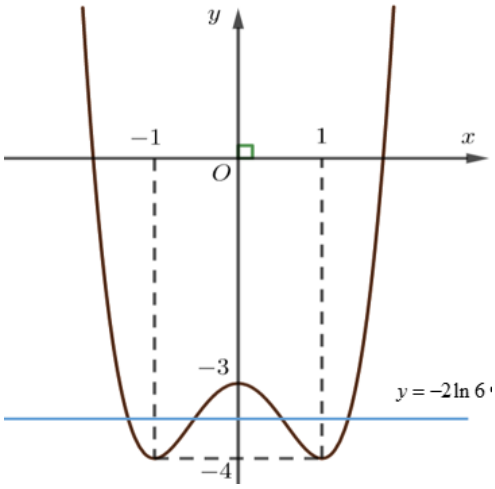
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) + 2\ln 6 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)+2\ln 6=0 \Leftrightarrow f(x)=-2\ln 6$



Câu 27. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	$\frac{77}{4}$	↘	-1	↗	$\frac{77}{4}$	↘	$-\infty$

Bảng biến thiên đã cho là của hàm số nào ?

A. $y=-x^4+18x^2-1$.

B. $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2-1$.

C. $y=-\frac{1}{4}x^4-\frac{9}{2}x^2-1$.

D. $y=-\frac{1}{4}x^4+\frac{9}{2}x^2-1$.

Lời giải

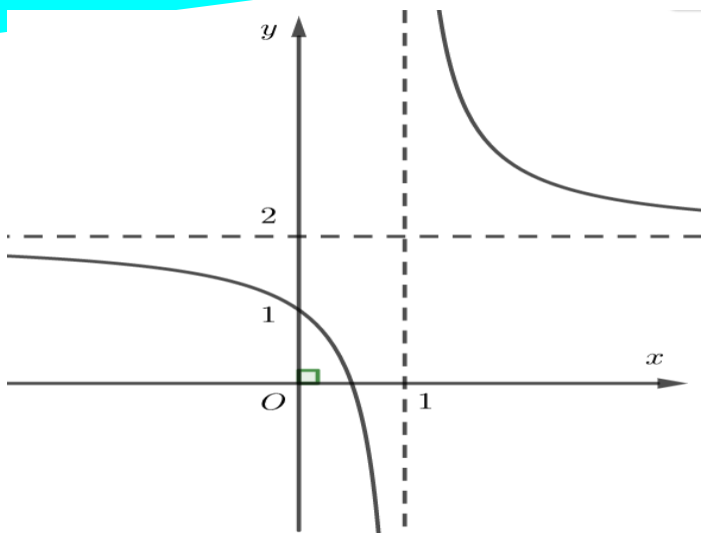
Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đây là hàm trùng phương có hệ số $a<0$ nên ta loại phương án **B**.

Hàm số có 3 điểm cực trị nên a,b trái dấu do đó ta loại phương án **C**.

Khi $x=-3\Rightarrow y=80$ nên ta loại phương án **A**.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+2}{bx+c}$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Khẳng định nào dưới đây **đúng** ?

A. $b<a<0<c$. **B.** $b<0<a<c$. **C.** $a<b<0<c$. **D.** $b<0<c<a$.

Lời giải

Chọn C

Khi $x=0\Rightarrow y=\frac{2}{c}=1\Rightarrow c=2$.

Tiệm cận đứng $x=-\frac{c}{b}=1\Rightarrow -\frac{2}{b}=1\Rightarrow b=-2$.

Tiệm cận ngang $y=\frac{a}{b}=2\Rightarrow \frac{a}{-2}=2\Rightarrow a=-4$.

Vậy $a<b<0<c$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):2x-y-z-2021=0$ và $(\beta):-3x+4y+5z+2021=0$ .Góc giữa hai mặt phẳng (α) và (β) là

A. 150^0 **B.** 30^0 **C.** 120^0 **D.** 60^0

Lời giải

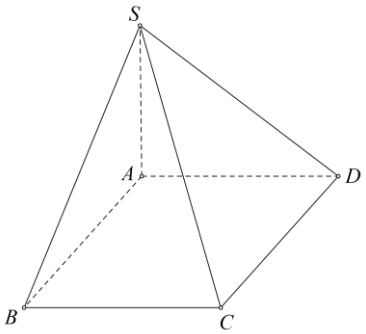
Chọn B

$$\cos((\alpha),(\beta))=\frac{|\vec{n}_\alpha.\vec{n}_\beta|}{|\vec{n}_\alpha|.|\vec{n}_\beta|}=\frac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$$

$$\cos((\alpha),(\beta))=\frac{|-6-4-5|}{\sqrt{4+1+1}\sqrt{9+16+25}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy góc giữa 2 mặt phẳng bằng 30^0.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. SDC. **B.** SCD. **C.** DSA. **D.** SDA.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(SCD)\cap(ABCD)=CD$

Mặt khác $CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$, lại có $AD\perp CD$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là SDA.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$; $D(1;-1;1)$, $A'(1;1;-1)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AC'}$.

A. $(1;1;-1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(0;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Rightarrow C(2;0;2)$

Mặt khác $\overrightarrow{AA'}=(0;1;-2)$ mà $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{CC'}\Rightarrow C'(2;1;0)$

Vậy $\overrightarrow{AC'}=(1;1;-1)$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $z(3-i)=2+i-(1-2i)^2 i$. Tính môđun của z

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=-1+i\Rightarrow|z|=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$.

Câu 33. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ và $y=-x^3+x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là

$$-x^4+2x^2-1=-x^3+x$$
$$\Leftrightarrow -x^4+x^3+2x^2-x-1=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)\left(-x^3+2x+1\right)=0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)\left(-x^2+x+1\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\cdot$$

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là 4.

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+1$ và $y=x^2+1$ là

A. $\dfrac{189}{4}$. **B.** $\dfrac{27}{4}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là

$$x^3-2x^2+1=x^2+1$$
$$\Leftrightarrow x^3-3x^2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2(x-3)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3\end{array}\right.\cdot$$

Ta có $S=\int\limits_0^3\left|\left(x^3-2x^2+1\right)-\left(x^2+1\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\left|x^3-3x^2\right|\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\left(-x^3+3x^2\right)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{x^4}{4}+x^3\right)\Big|_0^3=\dfrac{27}{4}$.

Câu 35. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-6z+73=0$. Giá trị của biểu thức $z_1^{\,2}+z_2^{\,2}-|z_1|.|z_2|$ bằng

A. -213. **B.** -110. **C.** -37. **D.** -183.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2-6z+73=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_1=3+8i \\ z_2=3-8i\end{array}\right.\cdot$

Do đó $z_1^{\,2}+z_2^{\,2}-|z_1|.|z_2|=(3+8i)^2+(3-8i)^2-\sqrt{3^2+8^2}.\sqrt{3^2+(-8)^2}$

$=9+24i-64+9-24i-64-73=-183$.

Câu 36. Biết $\int\limits_1^2\dfrac{\mathrm{d}x}{2x^2+3x+1}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5\ \ (a,b,c\in\mathbb{Z})$. Giá trị của $a-b+c$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{1}{2x^2+3x+1}=\frac{1}{(x+1)(2x+1)}=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{2x+1}$

$\Rightarrow 1=2Ax+A+Bx+B\Rightarrow 1=(2A+B)x+A+B\Rightarrow\begin{cases}2A+B=0\\A+B=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=-1\\B=2\end{cases}$.

Do đó $\int_1^2\frac{\mathrm{d}x}{2x^2+3x+1}=\int_1^2\left(\frac{-1}{x+1}+\frac{2}{2x+1}\right)\mathrm{d}x=\left(-\ln|x+1|+\ln|2x+1|\right)\Big|_1^2$

$=-\ln 3+\ln 5+\ln 2-\ln 3=\ln 2-2\ln 3+\ln 5$.

Vậy $a=1,b=-2,c=1\Rightarrow a-b+c=4$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{1}$.

D. $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Véctơ chỉ phương của Δ là: $\vec{u}_\Delta$.

Véctơ chỉ phương của d là: $\vec{u}_d=(1;-1;1)$.

Véctơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=(2;-1;-2)$.

Ta có: $[\vec{u}_d;\vec{n}]=(3;4;1)$.

$\left.\begin{array}{l}\Delta\subset(P)\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}\\\Delta\perp d\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\end{array}\right\}\Rightarrow\vec{u}_\Delta=[\vec{u}_d;\vec{n}]=(3;4;1)$, nên loại phương án D.

Giả sử $d\cap\Delta=M\Rightarrow M\in d\Rightarrow M(1+t;-t;2+t)$.

Mà $M\in(P)\Rightarrow 2(1+t)-(-t)-2(2+t)+1=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $M(2;-1;3)$.

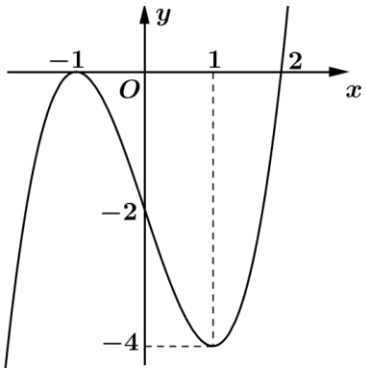
Thay $M(2;-1;3)$ lần lượt vào các phương án A, B, C ta thấy :

$\frac{2+2}{3}\neq\frac{-1-1}{4}$, loại A.

$\frac{2-1}{3}\neq\frac{-1-3}{4}$, loại B.

$\frac{2-5}{3}=\frac{-1-3}{4}=\frac{3-4}{1}$, chọn phương án C là đáp án đúng.

Câu 38. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-1\right)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=2x.f\left(x^2-1\right)$

$$g'(x)=0\Rightarrow 2x.f\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=-1\\x^2-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số có 3 cực trị.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3). Tổng diện tích của ba hình tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3) bằng

A. 11π. **B.** 9π. **C.** 12π. **D.** 8π.

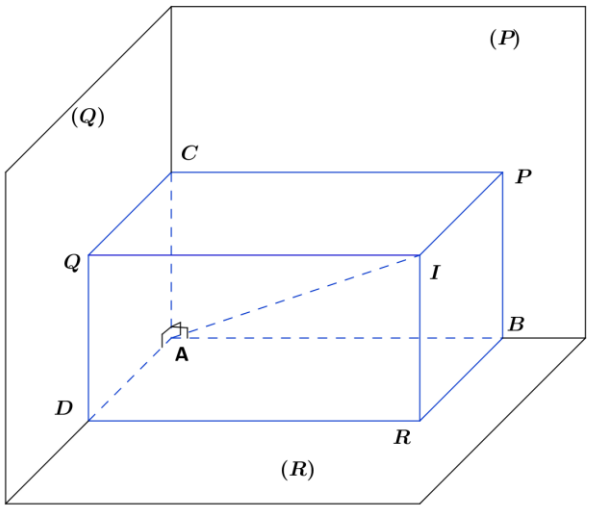
Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=2$.

Gọi ba mặt phẳng đi qua A và đôi một vuông góc với nhau là $(P),(Q)$ và (R). Gọi P, Q, R lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng $(P),(Q)$ và (R). Suy ra P, Q, R lần lượt là tâm của các đường tròn giao tuyến $(C_1),(C_2)$ và (C_3) là giao tuyến của các mặt phẳng $(P),(Q)$ và (R) với mặt cầu (S).

Dựng hình hộp chữ nhật $ABRD.CPIQ$ như hình vẽ.



Ta có $IA^2 = AC^2 + IC^2 = IR^2 + IQ^2 + IP^2$.

Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của $(C_1),(C_2)$ và (C_3). Khi đó:

$r_1^2 = R^2 - \left(\mathrm{d}\left[I,(P)\right]\right)^2 = R^2 - IP^2$.

$r_2^2 = R^2 - \left(\mathrm{d}\left[I,(Q)\right]\right)^2 = R^2 - IQ^2$.

$r_3^2 = R^2 - \left(\mathrm{d}\left[I,(R)\right]\right)^2 = R^2 - IR^2$.

Suy ra $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 3R^2 - \left(IP^2 + IQ^2 + IR^2\right) = 3R^2 - IA^2 = 3.2^2 - 1 = 11$.

Vậy tổng diện tích ba hình tròn (C_1), (C_2), (C_3) là: $\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi r_3^2 = \pi\left(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2\right) = 11\pi$

Câu 40. Ông An gửi $200\,000\,000$ đồng vào một ngân hàng với lãi suất ban đầu là $6,8\%$ / năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào vốn. Cứ sau 1 năm lãi suất tăng thêm $0,2\%$. Sau 5 năm ông An thu được tổng số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) là

A. $283\,135\,000$ đồng. **B.** $283\,137\,000$ đồng. **C.** $283\,140\,000$ đồng. **D.** $283\,130\,000$ đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là số tiền ban đầu gửi, A_n là số tiền lĩnh sau n năm, r là lãi suất ban đầu, L_n là tiền lãi trong năm thứ n.

Năm thứ nhất: $L_1 = A.r$.

$$A_1 = A + Ar = A(1+r).$$

Năm thứ hai: $L_2 = A_1(r + 0,002)$.

$$A_2 = A_1 + A_1(r + 0,002) = A(1+r)(1+r+0,002).$$

Năm thứ n: Số tiền được lĩnh là

$A_n = A(1+r)(1+r+0,002)(1+r+2.0,002)...(1+r+(n-1).0,002)$.

Vậy sau 5 năm ông An thu được tổng số tiền là:

$A_5 = A(1+r)(1+r+0,002)(1+r+2.0,002)(1+r+3.0,002)(1+r+4.0,002)$

$=200\,000\,000(1,068)(1,068+0,002)(1,068+2.0,002)(1,068+3.0,002)(1,068+4.0,002)$

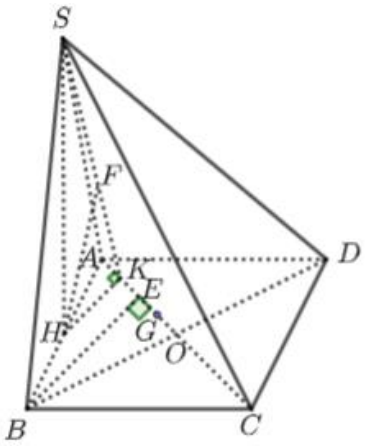
≈ 283137000 đồng.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $BC=a$, $AB=2a$ và $SA=3a$. Biết rằng mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{82}}{41}$. **B.** $\frac{4a\sqrt{82}}{41}$. **C.** $\frac{a\sqrt{82}}{41}$. **D.** $\frac{a\sqrt{82}}{82}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có AO và DH là hai đường trung tuyến trong ΔABD.

Khi đó G là giao điểm của AO và DH thì G là trọng tâm của $\Delta ABD \Rightarrow DG=2HG$.

Suy ra $\frac{d(D,(SAC))}{d(H,(SAC))}=\frac{DG}{HG}=2\Rightarrow d(D,(SAC))=2d(H,(SAC))$.

Trong ΔABC kẻ $BE\perp AC$ và $BE // HK \Rightarrow HK\perp AC$. (1)

$\begin{cases} SH\perp(ABCD) \\ AC\subset(ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH\perp AC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AC\perp(SHK)$.

Trong (SHK), kẻ $HF\perp SK\Rightarrow HF=d(H,(SAC))$.

Ta có $SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{9a^2-a^2}=2a\sqrt{2}$.

$$HK=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}.\frac{2S_{\Delta ABC}}{AC}=\frac{S_{\Delta ABC}}{AC}=\frac{\frac{1}{2}AB.BC}{\sqrt{AB^2+BC^2}}=\frac{1}{2}.\frac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\frac{1}{HF^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{8a^2}+\frac{5}{a^2}=\frac{41}{8a^2}\Rightarrow HF=\frac{2a\sqrt{82}}{41}.$$

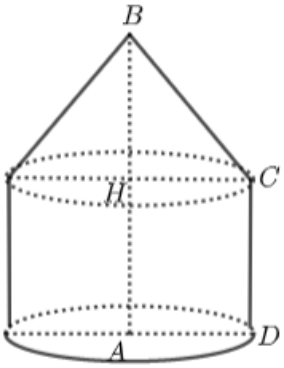
Vậy $d(D,(SAC))=2d(H,(SAC))=\frac{4a\sqrt{82}}{41}$.

Câu 42. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD=CD=a$, $AB=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB.

Gọi V_1 là thể tích của khối trụ có được bằng cách quay hình vuông $ADCH$ quanh trục $AH \Rightarrow V_1=\pi AD^2.CD=\pi a^3$.

Gọi V_2 là thể tích của khối nón có được bằng cách quay tam giác vuông HBC quanh trục $BH \Rightarrow V_2=\frac{1}{3}\pi CH^2.HB=\frac{\pi a^3}{3}$.

Thể tích cần tìm là $V=V_1+V_2=\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 43. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log^2_{\sqrt{2}}(x-4)-43\log_2(4x-16)+75\le 0$ là

A. 2047. **B.** 2048. **C.** 2049. **D.** 2052.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ: $x>4$.

Với ĐK trên, bất phương trình đã cho tương đương với

$\log^2_{\sqrt{2}}(x-4)-43\log_2(x-4)-11\le 0 \Leftrightarrow 2\log^2_{\sqrt{2}}(x-4)-43\log_{\sqrt{2}}(x-4)-22\le 0$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le \log_{\sqrt{2}}(x-4)\le 22 \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\right)^{-\frac{1}{2}}\le x-4\le \left(\sqrt{2}\right)^{22} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt[4]{2}}+4\le x\le 2052$.

Suy ra tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là $\{x\in\mathbb{Z}\,|\,5\le x\le 2052\}$, tập này có 2048 phần tử.

Câu 44. Số các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $y=\frac{-mx-2025}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ là

A. 86. **B.** 88. **C.** 89. **D.** 84.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{-mx-2025}{x+m}$.

ĐKXĐ: $x\neq -m$.

$y'=\dfrac{-m^2+2025}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}-m^2+2025>0\\ -m\notin(-2;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-45<m<45\\ \left[\begin{array}{l}-m\le -2\\ -m\ge 2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-45<m<45\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\le m<45\\ -45<m\le -2\end{array}\right.$$

Khi đó số các giá trị nguyên của m là 86.

Câu 45. Có 4 học sinh nam và 8 học sinh nữ, trong các học sinh nữ có An và Bình. Xếp những học sinh này thành một hàng ngang. Xác suất để mỗi bạn nam đều đứng giữa hai bạn nữ đồng thời An và Bình luôn đứng cạnh nhau bằng

A. $\dfrac{1}{264}$. **B.** $\dfrac{1}{132}$. **C.** $\dfrac{1}{396}$. **D.** $\dfrac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn An và Bình và xếp thành một cặp có $2!$ cách chọn.

Xếp cặp An, Bình và 6 bạn nữ còn lại thành 1 hàng có $7!$ cách chọn.

Xếp 4 nam vào các vị trí giữa 7 nữ (1 cặp và 6 nữ) có A_6^4.

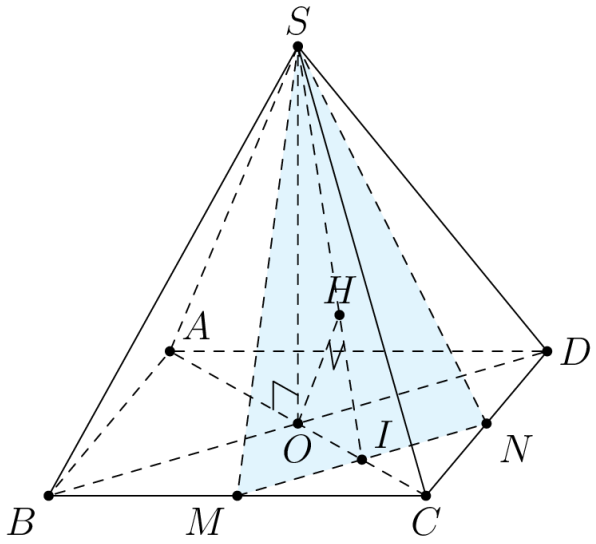
Vậy xác suất cần tính là $\dfrac{2!.7!.A_6^4}{12!}=\dfrac{1}{132}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a và O là tâm hình vuông $ABCD$. Gọi (P) là mặt phẳng qua S, song song với đường thẳng BD, cắt đoạn OC và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{3\sqrt{10}a}{10}$. Biết rằng (P) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa điểm A có thể tích V_1 và khối đa diện còn lại có thể tích V_2. Giá trị của $\dfrac{V_2}{V_1}$ bằng

A. $\dfrac{2}{7}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{7}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V = V_1 + V_2$ với V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Gọi $I = AO \cap (P)$.

Mặt phẳng (P) qua S lần lượt cắt BC, CD tại M, N.

Dựng $OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (P) \Rightarrow OH = d(O,(P))$.

Ta có $I = AO \cap (P)$ nên $\dfrac{d(O,(P))}{d(A,(P))} = \dfrac{IO}{IA} \Rightarrow d(O,(P)) = \dfrac{IO}{IA} \cdot d(A,(P)) = OH$.

Đặt $IO = x$. Ta có $\dfrac{IO}{IA} = \dfrac{IO}{IO + OA} = \dfrac{x}{x + \dfrac{a}{\sqrt{2}}}$.

Khi đó $OH = \dfrac{x}{x + \dfrac{a}{\sqrt{2}}} \cdot \dfrac{3a\sqrt{10}}{10}$.

Mặt khác, $\dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OI^2} = \dfrac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \dfrac{2}{a^2} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{1}{OH^2}$.

Suy ra $\dfrac{2}{a^2} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{10}{9a^2} \cdot \left(1 + \dfrac{a\sqrt{2}}{2x}\right)^2$.

Đặt $t = \dfrac{a}{x}$, ta có $\dfrac{2}{a^2} + \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{10}{9a^2} \cdot \left(1 + \dfrac{a\sqrt{2}}{2x}\right)^2 \Leftrightarrow 2 + t^2 = \dfrac{10}{9} \cdot \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2$

$\Leftrightarrow 4t^2 - 10\sqrt{2}t + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2\sqrt{2} \\ t = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{a}{x} = 2\sqrt{2} \\ \dfrac{a}{x} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \xrightarrow{a>x} \dfrac{a}{x} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $OI = x = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} = \dfrac{OC}{2} \Rightarrow I$ là trung điểm OC.

Khi đó MN là đường trung bình tam giác BCD.

$\Rightarrow S_{CMN}=\frac{1}{8}\cdot S_{ABCD}\Rightarrow V_2=\frac{V}{8}\Rightarrow V_1=V-V_2=\frac{7V}{8}$.

Vậy $\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{7}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $2\le x\le 2020$ và $2\le y\le 2021$ sao cho $\log_x y+6\log_y x=5$?

A. 54. **B.** 11. **C.** 43. **D.** 52.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $\log_x y+6\log_y x=5\Leftrightarrow \log_x y+\frac{6}{\log_x y}-5=0$

$\Leftrightarrow \log_x^2 y-5\log_x y+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_x y=2\\ \log_x y=3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=x^2\\ y=x^3\end{array}\right.$.

◆ Nếu $y=x^2$ ta có $2\le y\le 2021\Leftrightarrow 2\le x^2\le 2021\Leftrightarrow \sqrt{2}\le x\le \sqrt{2021}$. Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{2,3,4,..,44\}$. Trường hợp này có 43 cặp $(x;y)$ thỏa mãn ycbt.

◆ Nếu $y=x^3$ ta có $2\le y\le 2021\Leftrightarrow 2\le x^3\le 2021\Leftrightarrow \sqrt[3]{2}\le x\le \sqrt[3]{2021}$. Do $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{2,3,4,..,12\}$. Trường hợp này có 11 cặp $(x;y)$ thỏa mãn ycbt.

Vậy có tất cả 54 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d: y=m^2(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3+x_3^3\le 2057$. Số phần tử của tập S là

A. 19. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 37.

Lời giải

Chọn D

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị trên là

$x^3-3x^2+2=m^2(x-1)\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-2x-2-m^2\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ g(x)=x^2-2x-2-m^2=0\end{array}\right.$.

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ tại 3 điểm phân biệt khi $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\Delta'=m^2+3>0\\ g(1)=-m^2-3\ne 0\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

◆ Giả sử $x_3=1$. Khi đó x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

Theo định lí Viét ta có $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=2\\ x_1x_2=-m^2-2\end{array}\right.$ (1).

Mặt khác $x_1^3+x_2^3+x_3^3\le 2057\Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)+1\le 2057$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $8+6\left(m^2+2\right)+1\le 2057 \Leftrightarrow 6m^2\le 2036 \Leftrightarrow -\sqrt{\frac{1018}{3}}\le m\le \sqrt{\frac{1018}{3}}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-18,-17,...,-1,0,1,...,17,18\}$. Vậy số phần tử của tập S là 37.

Câu 49. Cho số phức z thoả mãn $\left|\frac{z}{3-4i}+1-i\right|=1$ sao cho $|z-3-8i|$ đạt giá trị lớn nhất tại $z_1=x_1+y_1i$ và đạt giá trị nhỏ nhất tại $z_2=x_2+y_2i$. Giá trị của $x_1+x_2+y_1y_2$ bằng

A. 44. **B.** 55. **C.** 25. **D.** 46.

Lời giải

Chọn D

$+\left|\frac{z}{3-4i}+1-i\right|=1\Leftrightarrow|z-1-7i|=5$. Gọi M là điểm biểu diễn của z thì M thuộc đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-7)^2=25$ có tâm $I(1;7)$. Gọi $A(3;8)$ thì $|z-3-8i|=MA$

+ Lúc đó: $|z-3-8i|$ nhỏ nhất và lớn nhất khi M là giao điểm của IA với (C). Đường thẳng $IA:\begin{cases}x=1+2t\\y=7+t\end{cases}$

+ Giải hệ: $\begin{cases}x=1+2t\\y=7+t\\(x-1)^2+(y-7)^2=25\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}M(1+2\sqrt{5};7+\sqrt{5})\\M(1-2\sqrt{5};7-\sqrt{5})\end{array}\right.$

Vậy $x_1+x_2+y_1y_2=2+44=46$.

Câu 50. Cho x,y là các số thực dương thoả mãn $2^{x+y+2xy-3}=\frac{1-xy}{x+y}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x^2+y^2+2\sqrt{5}$ bằng

A. $3-2\sqrt{5}$. **B.** $3+2\sqrt{5}$. **C.** $3-\sqrt{5}$. **D.** $3+\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

+ Điều kiện để tồn tại $x,y>0$ thỏa ycbt là: $\begin{cases}1-xy>0\\x,y>0\end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có: $2^{x+y+2xy-3}=\frac{1-xy}{x+y}\Leftrightarrow x+y+2xy-3=\log_2(1-xy)-\log_2(x+y)$

$\Leftrightarrow\log_2\left(\frac{x+y}{2}\right)+x+y=\log_2(1-xy)+2(1-xy)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2(t)+2t, t>0$, $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Mà

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right)=f(1-xy)\Leftrightarrow\frac{x+y}{2}=1-xy\Rightarrow\frac{x+y}{2}\ge 1-\left(\frac{x+y}{2}\right)^2\Rightarrow\frac{x+y}{2}\ge\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x+y\ge-1+\sqrt{5}$$

+ Ta có: $x^2+y^2+2\sqrt{5}\ge\frac{(x+y)^2}{2}+2\sqrt{5}\ge 3+\sqrt{5}$ dấu bằng xảy ra khi $x=y=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

hay $\min\left(x^2+y^2+2\sqrt{5}\right)=3+\sqrt{5}$ khi $x=y=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 29

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT NGUYỄN KHUYẾN – HCM – LẦN 2

Câu 1. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D** 1.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

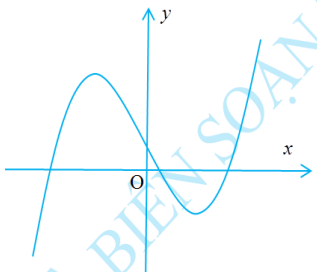
Câu 3. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-i|=4$ là đường cong có phương trình

A. $(x-1)^2+y^2=4$. **B.** $x^2+(y-1)^2=4$. **C.** $(x-1)^2+y^2=16$. **D.** $x^2+(y-1)^2=16$.

Câu 4. Biết đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$ bằng

A. 17. **B.** 15. **C.** 9. **D.** $\frac{33}{2}$.

Câu 5. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=-x^2+x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 2^{34}. **B.** A_{34}^2. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^2.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 11. Tổng diện tích các mặt của một khối bát diện đều có cạnh bằng $2a$ là

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $8a^3\sqrt{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{3}$.

Câu 12. Hàm số $f(x)=x^3+x$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $3x^2+1$. **B.** $3x^2+x$. **C.** x^4+x^2+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 13. Môđun của số phức $z=5-2i$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 7. **D.** 29.

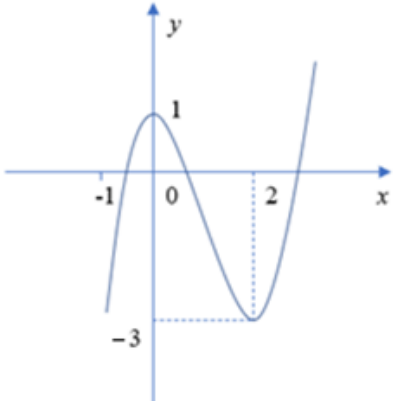
Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ **B.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=(0.5)^x$

Câu 15. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $y=3$ **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-1$

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Không tồn tại GTLN và GTNN của hàm số trên $\mathbb{R}$.

B. Điểm cực tiểu của hàm số là $y=-3$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

Câu 17. Hàm số $y=\left|x^4-4x^2-1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 18. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^4-2x^2-2$.

C. $y=-x^3+2x^2-4x+1$. **D.** $y=-x^3-2x^2+5x-2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=x^4-6x^2-3$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm A (có hoành độ $x_A=1$) cắt đồ thị hàm số (C) tại B (B khác A). Hoành độ điểm B là

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-z+7=0$. Tính $S=\left|z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}\right|$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y=\frac{1}{5}e^{4x}$ là

A. $y'=\frac{1}{5}e^{4x}$. **B.** $y'=\frac{1}{20}e^{4x}$. **C.** $y'=\frac{4}{5}e^{4x}$. **D.** $y'=\frac{1}{4}e^{4x}$.

Câu 22. Biết rằng tích phân $\int_0^1(2x+1)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x=a+b\mathrm{e}$, tích ab bằng

A. -15. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 20.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-3z+14=0$. **B.** $2x+y-3z-14=0$.

C. $3x-2y+z+1=0$. **D.** $3x-2y+z-1=0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y-z+12=0$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Câu 26. Cho hai vecto $\vec{a}=(0;\sqrt{2};\sqrt{2});\vec{b}=(-\sqrt{2};-\sqrt{2};0)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 27. Một hình lăng trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Thể tích của khối trụ?

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 48π.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích khối lập phương là

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\sqrt[4]{8^3}a^3$. **D.** a^3.

Câu 29. Cho $\int_0^1\frac{1}{(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=-2$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a-2b=0$.

Câu 30. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thỏa mãn $F(0)=1$. Hàm số $F(x)$ là

A. $\cos x-\sin x+1$. **B.** $-\cos x-\sin x+2$.
C. $-\cos x+\sin x-2$. **D.** $-\cos x+\sin x+2$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $z+2\bar{z}=6+2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(2;-2)$. **B.** $(-2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 32. Phương trình $z^2+2z+10=0$ có hai nghiệm là $z_1;z_2$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

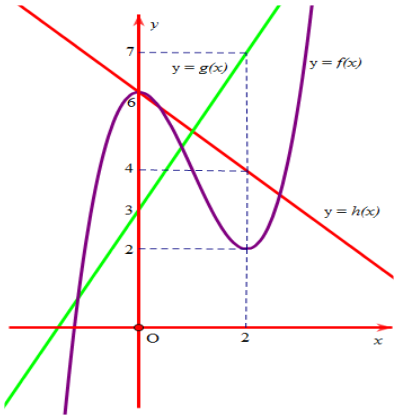
Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(4x+8)-\log_2 x\le 3$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 35. Một người gửi tiết kiệm số tiền $80\,000\,000$ đồng với lãi suất 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc. Hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?

A. 105370000 đồng. **B.** 111680000 đồng. **C.** 107667000 đồng. **D.** 116570000 đồng.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: y=h(x)$ và $\Delta_2: y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị $(C'): y=\dfrac{f(x).h(x)}{g(x)}$ tại điểm có hoành độ $x=2$ có dạng $k=\dfrac{a}{b}$ (với $a\in\mathbb{Z};b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a+b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15;25)$. **B.** $(-20;-10)$. **C.** $(60;80)$. **D.** $(-30;-21)$.

Câu 37. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $V(t)=\dfrac{1}{150}t^2+\dfrac{59}{75}t\ (m/s)$. Trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc

$a\left(m^2/s\right)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $20\left(m/s\right)$. **B.** $16\left(m/s\right)$. **C.** $13\left(m/s\right)$. **D.** $15\left(m/s\right)$.

Câu 38. Nghiệm dương của phương trình $\log_2\left(\sqrt{2x^2-3x}+1\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x^2+3x}=2$ có dạng $\frac{a+\sqrt{b}}{c}\left(a,b,c\in\mathbb{N}\right)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 20. **B.** 23. **C.** 24. **D.** 42.

Câu 39. Hai nhóm người thuộc hai công ty cần mua đất để xây nhà, nhóm thuộc công ty A có 3 người, nhóm thuộc công ty B có 2 người, họ vô tình cùng tìm đến một mảnh đất lớn đã phân lô thành 7 nền đang được rao bán (các mảnh đất có kích thước, hình dạng giống nhau, có địa thế như nhau và chưa có ai mua). Tính xác suất để những người cùng công ty mua được nền đất liền kề nhau (mỗi người mua một nền).

A. $\frac{4}{35}$. **B.** $\frac{5}{36}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{2}{35}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

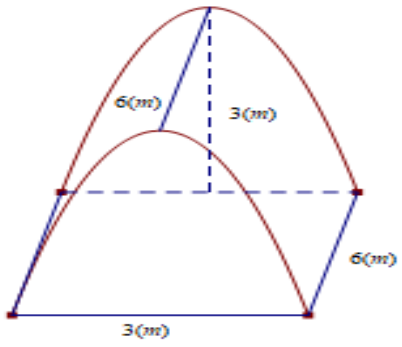
Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P), tính OA'

A. $OA'=3\sqrt{26}$. **B.** $OA'=5\sqrt{3}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$ **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm thỏa mãn $3f'(x).e^{f^3(x)-x^2-1}-\frac{2x}{f^2(x)}=0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int_0^{\sqrt{7}}xf(x)\,dx$.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{45}{8}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 43. Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12B dự định dựng một lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.



A. $12\left(m^3\right)$. **B.** $72\left(m^3\right)$. **C.** $18\left(m^3\right)$. **D.** $36\left(m^3\right)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1,2,-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$ đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Khi đó độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$ **D.** $J(-3;2;7)$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a; AC=a\sqrt{5}; DAB=CBD=90°; ABC=135°$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng $30°$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $\begin{cases}|z_1+1+i|=|z_2+1+i|=2\\|z_1|+|z_2|=|z_1-z_2|\end{cases}$. Biết z_1 là số phức có phần thực dương. Khi biểu thức $T=|z_1|+2|z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tích của phần thực và phần ảo của z_1 bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $3-2\sqrt{2}$. **D.** -2.

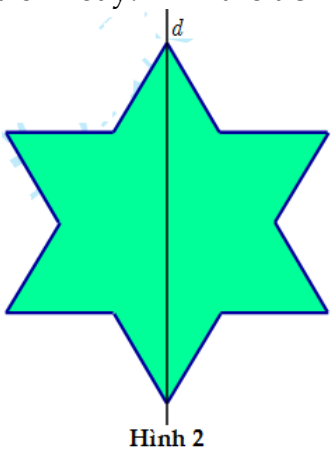
Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(x-m)f(x-m)+\frac{1+\sqrt{1-x^2}}{f\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)}\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]$. Biết $S=\left[a+\sqrt{b};+\infty\right)$ (với $a;b\in\mathbb{N}$). Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+3b\ge 10$. **B.** $a+2b=5$. **C.** $a.b=3$. **D.** $a+b=4$.

Câu 48. Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



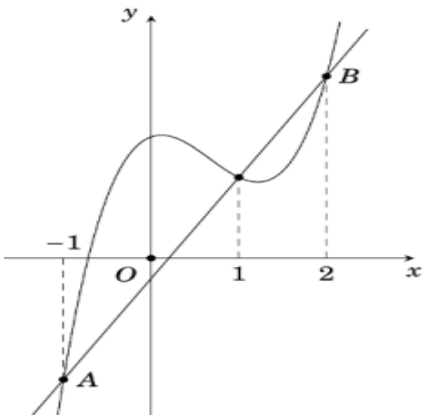
Hình 1



Hình 2

A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+\frac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên dưới và $AB=5$. Biết phương trình $f(x)=g(x)+x^2+2$ có nghiệm dương có dạng $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ (với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và b là số nguyên tố).



Khi đó giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 18.

Câu 50. Cho hai số thực x,y khác 0, biết $\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^{y-2}=\left(y^2+1\right)^x$. Tính giá trị biểu thức $P=2^x-2^{-x}-2x+2^y-2^{-y}-2y$.

A. 3. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -2.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.A	5.D	6.D	7.A	8.C	9.D	10.A
11.C	12.A	13.B	14.C	15.C	16.A	17.D	18.C	19.B	20.B
21.C	22.C	23.A	24.D	25.A	26.B	27.A	28.A	29.B	30.D
31.A	32.C	33.D	34.C	35.B	36.A	37.B	38.C	39.D	40.C
41.D	42.B	43.D	44.B	45.D	46.A	47.B	48.A	49.D	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-4x$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có: Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm1$. Giá trị cực tiểu bằng: $f(1)=f(-1)=2$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

+ Xét phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$.

Vì $x=-1$ là nghiệm kép và $x=0$ là một nghiệm đơn của phương trình trên và $1>0$ nên hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 3. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi$ $(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-i|=4$ là đường cong có phương trình

A. $(x-1)^2+y^2=4$. **B.** $x^2+(y-1)^2=4$. **C.** $(x-1)^2+y^2=16$. **D.** $x^2+(y-1)^2=16$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z-i|=4\Leftrightarrow|x+(y-1)i|=4$ nên $x^2+(y-1)^2=4$.

Câu 4. Biết đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $A\left(\frac{1}{2};2\right)$. Giá trị của biểu thức $T=a^2+2b^2$ bằng

A. 17. **B.** 15. **C.** 9. **D.** $\frac{33}{2}$.

Lời giải

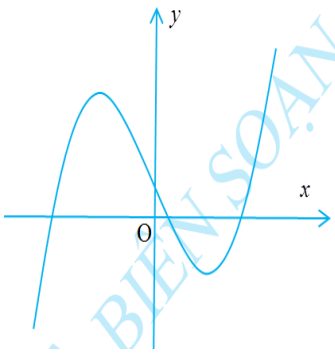
Chọn A

Đồ thị hàm số $y=a^x$ đi qua $A\left(\frac{1}{2};2\right) \Rightarrow a^{\frac{1}{2}}=2 \Rightarrow a=4$.

Đồ thị hàm số $y=\log_b x$ đi qua $A\left(\frac{1}{2};2\right) \Rightarrow \log_b \frac{1}{2}=2 \Rightarrow b=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$T=4^2+2.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=17$.

Câu 5. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=-x^2+x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào dạng đồ thị loại đáp án A và **B.**

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ suy ra loại **C.**

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh.

A. 2^{34}. **B.** A_{34}^2. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^2.

Lời giải

Chọn D

Chọn 2 học sinh từ 34 học sinh là tổ hợp chập 2 của 34 $\Rightarrow C_{34}^2$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

GVSB: Đặng hậu; GVPB: Lê Văn Kỳ

Chọn A

Ta có: $u_2=6 \Leftrightarrow u_1.q=6 \Leftrightarrow 2.q=6 \Leftrightarrow q=3$.

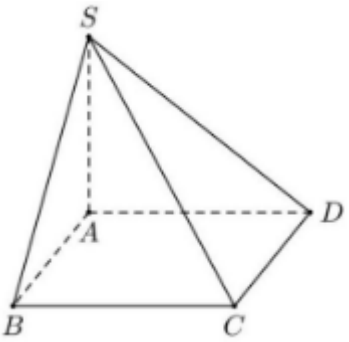
Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

GVSB: Đặng hậu; GVPB: Lê Văn Kỳ

Chọn C



Ta có: AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc giữa SB và AB là góc ABS.

Tam giác SAB vuông tại A, $\cos ABS = \dfrac{AB}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow ABS = 60^\circ$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Lời giải

GVSB: Đặng hậu; GVPB: Lê Văn Kỳ

Chọn D

Ta có phương trình của đường thẳng: $\begin{cases} \text{qua } M(1;2;-2) \\ \text{VTCP } \vec{u}=(2;1;-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=16$. Bán kính của (S) bằng

A. 4. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

GVSB: Thống Trần; GVPB: Lê Văn Kỳ

Chọn A

Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{16}=4$.

Câu 11. Tổng diện tích các mặt của một khối bát diện đều có cạnh bằng $2a$ là

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $8a^3\sqrt{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

GVSB: Thống Trần; GVPB: Lê Văn Kỳ

Chọn C

Diện tích một mặt của khối bát diện đều là $\dfrac{\sqrt{3}(2a)^2}{4}=\sqrt{3}a^2$.

Vậy tổng diện tích các mặt của khối bát diện đều là $8\sqrt{3}a^2$.

Câu 12. Hàm số $f(x)=x^3+x$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $3x^2+1$. **B.** $3x^2+x$. **C.** x^4+x^2+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3x^2+1$.

Câu 13. Môđun của số phức $z=5-2i$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 7. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $|z|=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

Câu 14. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ **B.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=(0.5)^x$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ vì $a=\sqrt{2}>1$

Câu 15. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $y=3$ **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-1$

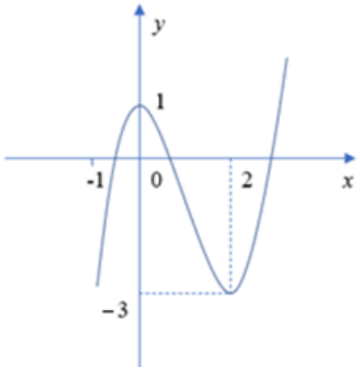
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{3-2x}{x+1}=-2$

Vậy $y=-2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Không tồn tại GTLN và GTNN của hàm số trên $\mathbb{R}$.

B. Điểm cực tiểu của hàm số là $y=-3$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số là 1.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

Do đó không tồn tại GTLN và GTNN của hàm số trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. Hàm số $y=\left|x^4-4x^2-1\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét $f(x)=x^4-4x^2-1\Rightarrow f'(x)=4x^3-8x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Ta có BBT:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$			0		0		0		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Vì $y=f(x)$ có 3 cực trị và cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt nên số cực trị của hàm $y=\left|f(x)\right|$ là $3+2=5$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=-x^4-2x^2-2$.

C. $y=-x^3+2x^2-4x+1$. **D.** $y=-x^3-2x^2+5x-2$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm $y=-x^3+2x^2-4x+1$ có $y'=-3x^2+4x-4$ luôn âm với mọi $x\in\mathbb{R}$ (do $a=-3<0$, $\Delta'=-8<0$).

Câu 19. Cho hàm số $y=x^4-6x^2-3$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm A (có hoành độ $x_A=1$) cắt đồ thị hàm số (C) tại B (B khác A). Hoành độ điểm B là

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x_A=1\Rightarrow y_A=-8\Rightarrow A(1;-8)$ và $y'(1)=-8$ nên tiếp tuyến d có phương trình $y=-8(x-1)-8\Leftrightarrow y=-8x$.

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình

$x^4-6x^2-3=-8x\Leftrightarrow x^4-6x^2+8x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Vậy hoành độ điểm B là $x_B=-3$.

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2-z+7=0$. Tính $S=\left|z_1.\overline{z_2}+z_2.\overline{z_1}\right|$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** 2. **D.** $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z^2 - z + 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{55}}{4}i \\ z_2 = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{55}}{4}i \end{array}\right.$.

Nên $S = \left|z_1.\overline{z_2} + z_2.\overline{z_1}\right| = \left|\left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{55}}{4}i\right)^2 + \left(\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{55}}{4}i\right)^2\right| = \frac{27}{4}$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{1}{5}e^{4x}$ là

A. $y' = \frac{1}{5}e^{4x}$. **B.** $y' = \frac{1}{20}e^{4x}$. **C.** $y' = \frac{4}{5}e^{4x}$. **D.** $y' = \frac{1}{4}e^{4x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{1}{5}.(4x)'.e^{4x} = \frac{4}{5}e^{4x}$.

Câu 22. Biết rằng tích phân $\int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = a + b\mathrm{e}$, tích ab bằng

A. -15. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = 2\mathrm{d}x \\ v = \mathrm{e}^x \end{cases}$.

Khi đó: $\int_0^1 (2x+1)\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = (2x+1)\mathrm{e}^x \Big|_0^1 - 2\int_0^1 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = (2x+1)\mathrm{e}^x \Big|_0^1 - 2\mathrm{e}^x \Big|_0^1 = 3\mathrm{e} - 1 - 2\mathrm{e} + 2 = 1 + \mathrm{e}$.

Suy ra: $a = 1$ và $b = 1$.

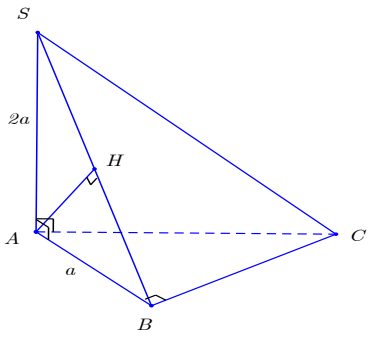
Vậy $ab = 1$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB, (H \in SB)$. Vì $(SBC) \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Xét ΔSAB vuông tại A có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2}$

$\Rightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Vậy $d(A,(SBC)) = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-3z+14=0$. **B.** $2x+y-3z-14=0$. **C.** $3x-2y+z+1=0$. **D.** $3x-2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (Q) song song với (P) nên $(Q): 3x-2y+z+d=0, (d \neq -5)$. Mặt khác (Q) đi qua điểm $M(2;1;-3)$ nên ta có phương trình sau:

$3.2-2.1-3+d=0 \Leftrightarrow d=-1$ (thỏa mãn điều kiện $d \neq -5$).

Vậy $(Q): 3x-2y+z-1=0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+12=0$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $R = d(I;(P)) = \frac{|2x_I - 2y_I - z_I + 12|}{\sqrt{2^2+2^2+1}} = 5$.

Khi đó, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+(z+3)^2=25$.

Câu 26. Cho hai vecto $\vec{a}=\left(0;\sqrt{2};\sqrt{2}\right);\vec{b}=\left(-\sqrt{2};-\sqrt{2};0\right)$. Góc giữa hai vectơ đã cho bằng

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn B

$\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{0.\left(-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}.\left(-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}.0}{\sqrt{2+2}.\sqrt{2+2}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ góc giữa hai vectơ đã cho bằng $120°$.

Câu 27. Một hình lăng trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Thể tích của khối trụ?

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\pi R=4\pi\Rightarrow R=2$ (với R là bán kính đáy).

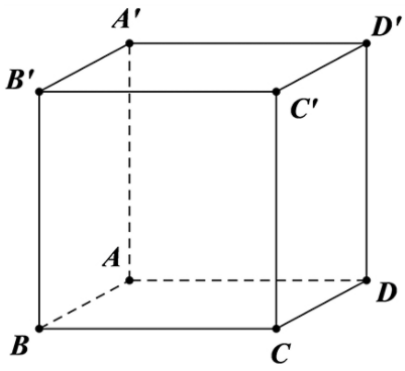
Khi đó: $V=\pi R^2.h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích khối lập phương là

A. $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\sqrt[4]{8^3}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi x là cạnh của hình lập phương $\Rightarrow ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AC=x\sqrt{2}$.

Do $ACC'A'$ là hình chữ nhật nên $S_{ABCD}=AC.AA'=x^2\sqrt{2}\Rightarrow x^2\sqrt{2}=2\sqrt{2}a^2\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lập phương là $x^3=2a^3\sqrt{2}$.

Câu 29. Cho $\int\limits_0^1\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=-2$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a-2b=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_0^1\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\ln\dfrac{x+1}{x+2}\Big|_0^1=\ln\dfrac{2}{3}-\ln\dfrac{1}{2}=2\ln 2-\ln 3$.

$\Rightarrow a=2,b=-1\Rightarrow a+2b=0$.

Câu 30. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thỏa mãn $F(0)=1$. Hàm số $F(x)$ là

A. $\cos x-\sin x+1$. **B.** $-\cos x-\sin x+2$. **C.** $-\cos x+\sin x-2$. **D.** $-\cos x+\sin x+2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $F(x)=\int(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x=-\cos x+\sin x+C$.

Mà $F(0)=1$ nên $-1+C=1\Rightarrow C=2$.

Vậy $F(x)=-\cos x+\sin x+2$.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn $z+2\bar{z}=6+2i$. Điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là

A. $(2;-2)$. **B.** $(-2;-2)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Theo đề bài $z+2\bar{z}=6+2i\Leftrightarrow a+bi+2(a-bi)=6+2i\Leftrightarrow 3a-bi=6+2i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3a=6\\-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}\Rightarrow z=2-2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(2;-2)$.

Câu 32. Phương trình $z^2+2z+10=0$ có hai nghiệm là $z_1;z_2$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2+2z+10=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=-1-3i\\z_2=-1+3i\end{array}\right.\Rightarrow|z_1-z_2|=|-6i|=6$.

Câu 33. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Theo đề bài $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i\Leftrightarrow(1+i)(a+bi)+(2-i)(a-bi)=13+2i$

$\Leftrightarrow 3a-2b-bi=13+2i\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2b=13\\-b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-2\end{cases}\Rightarrow z=3-2i$.

Vậy có 1 số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\bar{z}=13+2i$.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(4x+8)-\log_2 x\le 3$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Điều kiện của bất phương trình: $x>0$.

◆ Ta có $\log_2(4x+8)-\log_2 x\le 3\Leftrightarrow \log_2\dfrac{4x+8}{x}\le 3\Leftrightarrow \dfrac{4x+8}{x}\le 8$

$\Leftrightarrow 4x+8\le 8x\Leftrightarrow x\ge 2$ (thỏa mãn điều kiện).

◆ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=[2;+\infty)$.

Câu 35. Một người gửi tiết kiệm số tiền 80000000 đồng với lãi suất 6,9%/năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc. Hỏi sau đúng 5 năm người đó rút được cả tiền gốc lẫn tiền lãi gần với con số nào sau đây?

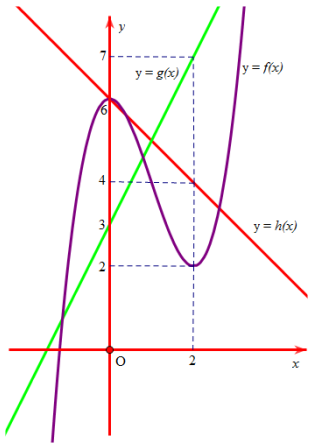
A. 105370000 đồng. **B.** 111680000 đồng. **C.** 107667000 đồng. **D.** 116570000 đồng.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có công thức tính tiền gửi sau 5 năm là $T=80000000(1+0,069)^5\approx 111680000$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hai đường thẳng $\Delta_1: y=h(x)$ và $\Delta_2: y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hệ số góc k của tiếp tuyến với đồ thị $(C'): y=\dfrac{f(x).h(x)}{g(x)}$ tại điểm có hoành độ $x=2$ có dạng $k=\dfrac{a}{b}$ (với $a\in\mathbb{Z}; b\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a+b$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15;25)$. **B.** $(-20;-10)$. **C.** $(60;80)$. **D.** $(-30;-21)$.

Lời giải

Chọn A

◆ Dựa vào đồ thị ta có phương trình của hai đường thẳng $\Delta_1: y=-x+6$ và $\Delta_2: y=g(x)=2x+3$; $f'(2)=0; f(2)=2$.

◆ Ta có $y=\dfrac{f(x).h(x)}{g(x)}\Rightarrow y'=\dfrac{\left[f'(x)h(x)+f(x)h'(x)\right]g(x)-f(x)h(x)g'(x)}{\left[g(x)\right]^2}$

$\Rightarrow k=\dfrac{\left[f'(2)h(2)+f(2)h'(2)\right]g(2)-f(2)h(2)g'(2)}{\left[g(2)\right]^2}=-\dfrac{30}{49}$

◆ $a=-30; b=49\Rightarrow a+b=19$.

Câu 37. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $V(t)=\frac{1}{150}t^2+\frac{59}{75}t\ (m/s)$. Trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc $a\ (m^2/s)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. $20\ (m/s)$. **B.** $16\ (m/s)$. **C.** $13\ (m/s)$. **D.** $15\ (m/s)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có B xuất phát chậm hơn 3 giây so với A và sau 12 giây thì đuổi kịp A, do đó A đã chuyển động được 15 giây.

Quãng đường A đi được trong 15 giây đó là: $S_A=\int_0^{15}|V(t)|\mathrm{d}t=96\ (\mathrm{m})$.

Vận tốc của B là $V_B(t)=at+C$ (C là hằng số), mà B từ trạng thái nghỉ (tức $v=0$) và xuất phát từ O nên $V_B(0)=0\Rightarrow C=0$, do đó $V_B=at$.

Quãng đường B đi được trong 12 giây là: $S_B=\int_0^{12}|V_B(t)|\mathrm{d}t=\int_0^{12}at\mathrm{d}t=72a\ (\mathrm{m})$.

Theo giả thiết, B đuổi kịp $A\Leftrightarrow S_B=S_A\Leftrightarrow 72a=96\Leftrightarrow a=\frac{4}{3}\ (m^2/s)$.

Vậy vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $V_B(12)=16\ (m/s)$.

Câu 38. Nghiệm dương của phương trình $\log_2\left(\sqrt{2x^2-3x}+1\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2x^2+3x}=2$ có dạng $\frac{a+\sqrt{b}}{c}\ (a,b,c\in\mathbb{N})$. Giá trị của $a+b+c$ bằng:

A. 20. **B.** 23. **C.** 24. **D.** 42.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}2x^2-3x\ge 0\\ \sqrt{2x^2-3x}+1>0\end{cases}$.

Đặt $t=\sqrt{2x^2-3x}$, phương trình trở thành $\log_2(t+1)+\left(\frac{1}{2}\right)^{1-t^2}=2$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2(t+1)+\left(\frac{1}{2}\right)^{1-t^2}\Rightarrow f'(t)=\frac{1}{(t+1)\ln 2}-2t.\left(\frac{1}{2}\right)^{1-t^2}\ln\left(\frac{1}{2}\right)>0,\ \forall t\ge 0$.

Do đó, hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Mà $f(1)=2$ nên phương trình $f(t)=2\Leftrightarrow t=1$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-3x}=1 \Leftrightarrow 2x^2-3x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4} \end{array}\right.$.

So với điều kiện và nhận nghiệm dương theo yêu cầu bài toán, ta có $x=\dfrac{3+\sqrt{17}}{4}$.

Suy ra $a=3,\ b=17,\ c=4$. Vậy giá trị $a+b+c$ bằng 24.

Câu 39. Hai nhóm người thuộc hai công ty cần mua đất để xây nhà, nhóm thuộc công ty A có 3 người, nhóm thuộc công ty B có 2 người, họ vô tình cùng tìm đến một mảnh đất lớn đã phân lô thành 7 nền đang được rao bán (các mảnh đất có kích thước, hình dạng giống nhau, có địa thể như nhau và chưa có ai mua). Tính xác suất để những người cùng công ty mua được nền đất liền kề nhau (mỗi người mua một nền).

A. $\dfrac{4}{35}$. **B.** $\dfrac{5}{36}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{2}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 5 trong 7 nền và xếp 5 cần mua vào 5 nền được chọn có: $C_7^5.5!$ (cách).

Suy ra $n(\Omega)=C_7^5.5!=2520$.

Gọi A là biến cố: "những người cùng công ty mua được nền đất liền kề nhau".

Trường hợp 1: nhóm thuộc công ty A mua được 3 nền ở đầu lô đất.

A	**A**	**A**				

Chọn ra 3 nền liền kề ở 2 đầu lô đất có: C_2^1 (cách).

Xếp 3 người thuộc công ty A vào 3 nền được chọn có: 3! (cách).

Chọn ra 2 nền liền kề trong 4 nền còn lại có: C_3^1 (cách).

Xếp 2 người thuộc công ty B vào 2 nền được chọn có: 2! (cách).

Suy ra có: $C_3^1.3!.C_2^1.2!=72$ cách.

Trường hợp 2: nhóm thuộc công ty A mua được 3 nền ở giữa lô đất.

	A	**A**	**A**			

Chọn ra 3 nền liền kề ở giữa lô đất có: C_3^1 (cách).

Xếp 3 người thuộc công ty A vào 3 nền được chọn có: 3! (cách).

Chọn ra 2 nền liền kề trong 4 nền còn lại có: C_2^1 (cách).

Xếp 2 người thuộc công ty B vào 2 nền được chọn có: 2! (cách).

Suy ra có: $C_3^1.3!.C_2^1.2!=72$ cách.

Suy ra $n(\mathrm{A})=72+72=144$. Vậy $P(\mathrm{A})=\dfrac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{35}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$. **C.** $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ có tâm $A(-1;-1;-1)$ và bán kính $R=3$.

Ta tính được $IA=5$, suy ra $AM=\sqrt{IA^2-R^2}=4$.

Nên M thuộc mặt cầu (S') có tâm $A(2;3;-1)$ và bán kính $R=4$.

Phương trình (S') là: $(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$

Vậy M luôn thuộc mặt phẳng $(P)=(S)\cap(S')=3x+4y-2=0$.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(P):6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P), tính OA'

A. $OA'=3\sqrt{26}$. **B.** $OA'=5\sqrt{3}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$ **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với (P).

Suy ra: $\vec{u}_d=\vec{n}_P=(6;-2;1)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $d:\begin{cases}x=-1+6t\\y=3-2t\\z=6+t\end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), suy ra $H(5;1;7)$.

Đồng thời, $H(5;1;7)$ là trung điểm của đoạn thẳng AA'.

Suy ra $A'(11;-1;8)$.

Vậy $OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm thỏa mãn $3f'(x).e^{f^3(x)-x^2-1}-\dfrac{2x}{f^2(x)}=0,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_0^{\sqrt{7}}xf(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{45}{8}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn C

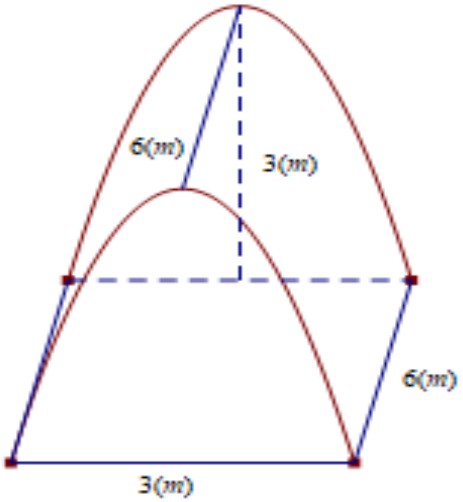
- Ta có $3f'(x).e^{f^3(x)-x^2-1}-\dfrac{2x}{f^2(x)}=0\Leftrightarrow 3f'(x)f^2(x)e^{f^3(x)}=e^{x^2+1}.2x$

$\Rightarrow\int 3f'(x)f^2(x)e^{f^3(x)}\mathrm{d}x=\int e^{x^2+1}.2x\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int e^{f^3(x)}\mathrm{d}\left(f^3(x)\right)=\int e^{x^2+1}\mathrm{d}\left(x^2+1\right)\Leftrightarrow e^{f^3(x)}=e^{x^2+1}+C$.

- Theo giả thiết ta có $f(0)=1\Rightarrow e=e+C\Rightarrow C=0$. Do đó $f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$.

- Vậy $I=\int\limits_0^{\sqrt{7}}x\sqrt[3]{x^2+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\sqrt{7}}\left(x^2+1\right)^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}\left(x^2+1\right)=\dfrac{3}{8}\left(x^2+1\right)^{\frac{4}{3}}\Big|_0^{\sqrt{7}}=\dfrac{45}{8}$.

Câu 43. Để chuẩn bị cho hội trại do Đoàn trường tổ chức, lớp 12B dự định dựng một lều trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 6 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.

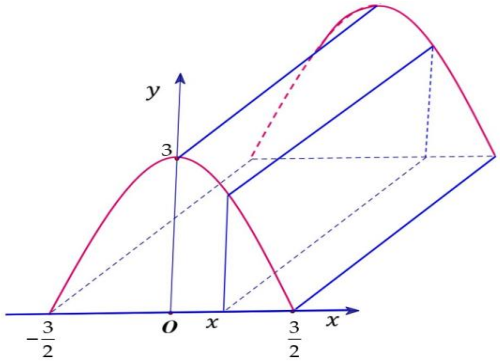


A. $12\left(m^3\right)$. **B.** $72\left(m^3\right)$. **C.** $18\left(m^3\right)$. **D.** $36\left(m^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.



◆ Giả sử phương trình của parabol là $(P): y = ax^2 + bx + c$.

Ta có parabol có đỉnh là $(0;3)$ và đi qua điểm $\left(\frac{3}{2};0\right)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} b = 0 \\ c = 3 \\ \frac{9}{4}a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-4}{3} \\ b = 0 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow (P): y = \frac{-4}{3}x^2 + 3.$$

◆ Cắt vật thể bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(\frac{-3}{2} \le x \le \frac{3}{2}\right)$, ta thấy thiết diện thu được là một hình chữ nhật có chiều rộng bằng

$\frac{-4}{3}x^2+3$ mét và chiều dài bằng 6 mét. Diện tích thiết diện thu được là $6\left(\frac{-4}{3}x^2+3\right)=-8x^2+18$.

◆ Vậy thể tích phần không gian bên trong trại là $\int\limits_{\frac{-3}{2}}^{\frac{3}{2}}\left(-8x^2+18\right)\mathrm{d}x=36\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1,2,-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$ đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Khi đó độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$ **D.** $J(-3;2;7)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1,2,-3)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ là $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+3}{-4}$. Vì $B\in d\Rightarrow B(3b+1;4b+2;-4b-3)$.

Mà $B=d\cap(P)$ suy ra: $(P):2(3b+1)+2(4b+2)+(4b+3)+9=0\Rightarrow b=-1$.

Suy ra: $B(-2;-2;1)$. Gọi A' là hình chiếu của A trên (P).

Khi đó, phương trình đường thẳng $AA':\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{-1}\Rightarrow A'(1+2t;2+2t;-3-t)$.

Và $A'(1+2t;2+2t;-3-t)\in(P)\Rightarrow t=-2$. Suy ra: $A'(-3;-2;-1)$;

Theo bài ra ta có: $MA^2+MB^2=AB^2\Leftrightarrow MB^2=AB^2-MA^2\le AB^2-AA'^2=A'B^2$.

Độ dài MB lớn nhất khi $M\equiv A'$. Do đó phương trình đường thẳng MB đi qua $B(-2;-2;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;0;2)$ là: $\begin{cases}x=-2+t\\ y=-2\\ z=1+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

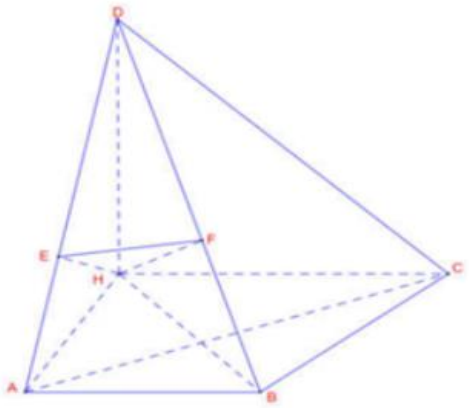
Nhận thấy $I(-1;-2;3)\in MB$.

Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a;AC=a\sqrt{5};DAB=CBD=90°;ABC=135°$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) bằng $30°$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $DH \perp (ABC)$,

ta có $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH$.

Tương tự: $\begin{cases} BC \perp DB \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH$.

Tam giác AHB có $AB = a; ABH = 45^\circ \Rightarrow \Delta AHB$ vuông cân tại $A \Rightarrow AH = AB = a$.

Áp dụng định lý cosin, ta có: $BC = a\sqrt{2}$.

Do đó $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA.BC.\sin CBA = \frac{a^2}{2}$.

Dựng $\begin{cases} HE \perp DA \\ HF \perp DB \end{cases} \Rightarrow HE \perp (DAB)$ và $HF \perp (DBC)$

suy ra $((DBA);(DBC)) = (HE;HF) = EHF$ và tam giác HFE vuông tại E.

Đặt $DH = x$, khi đó $HE = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}; HF = \frac{ax\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + x^2}}$.

Suy ra: $\cos EHF = \frac{HE}{HF} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\sqrt{2x^2 + 2a^2}} \Rightarrow x = a \Rightarrow DH = a$.

Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{1}{3} DH.S_{ABC} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 46. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |z_1 + 1 + i| = |z_2 + 1 + i| = 2 \\ |z_1| + |z_2| = |z_1 - z_2| \end{cases}$. Biết z_1 là số phức có phần thực dương. Khi biểu thức $T = |z_1| + 2|z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tích của phần thực và phần ảo của z_1 bằng

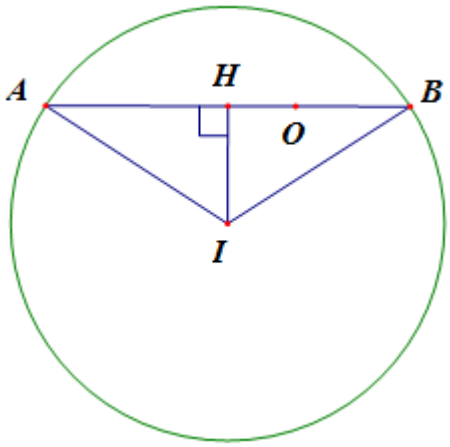
A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** $3 - 2\sqrt{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, theo giả thiết $OA + OB = AB \Leftrightarrow O$ thuộc đoạn AB.

Ta có $|z_1 + 1 + i| = |z_2 + 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |z_1 - (-1 - i)| = |z_2 - (-1 - i)| = 2 \Rightarrow A, B$ thuộc đường tròn tâm $I(-1;-1), R = 2$.



Ta có $T=|z_1|+2|z_2|=OA+2OB \Leftrightarrow T^2=OA^2+4OB^2+4OA.OB=OA^2+4OB^2-4\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$.

Gọi H là trung điểm đoạn AB, ta có $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\left(\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HA}\right)\left(\overrightarrow{OH}+\overrightarrow{HB}\right)=OH^2-HA^2$

$=OI^2-HI^2-HA^2=OI^2-AI^2=2-4=-2$.

Do đó $T^2=OA^2+4OB^2+8\geq 2\sqrt{OA^2.4OB^2}+8=16$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}OA^2=4OB^2\\OA.OB=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}OA=2\\OB=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|z_1|=2\\|z_2|=1\end{cases}$.

Đặt $z_1=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)\Rightarrow\begin{cases}|z_1+1+i|=2\\|z_1|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2=4\\x^2+y^2=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=-1\\x^2+y^2=4\end{cases}$. Suy ra $xy=\dfrac{(x+y)^2-\left(x^2+y^2\right)}{2}=\dfrac{(-1)^2-4}{2}=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(x-m)f(x-m)+\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{f\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)}\leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]$. Biết $S=\left[a+\sqrt{b};+\infty\right)$ (với $a;b\in\mathbb{N}$). Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+3b\geq 10$. **B.** $a+2b=5$. **C.** $a.b=3$. **D.** $a+b=4$.

Lời giải

Chọn B

- $y=f(x)=\sqrt{x^2+1}+x\Rightarrow f(-x)=\sqrt{x^2+1}-x=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=\dfrac{1}{f(x)}$.
- $(x-m)f(x-m)+\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{f\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)}\leq 0\Leftrightarrow(x-m)f(x-m)\leq-\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{f\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)}$

$\Leftrightarrow(x-m)f(x-m)\leq-\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)f\left(-\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)\right)$.(1)

◆ Xét hàm số $g(t)=tf(t)=t\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)\Rightarrow g'(t)=\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)+t\left(\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}+1\right)$

$=\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)+t.\dfrac{t+\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}=\dfrac{\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)^2}{\sqrt{t^2+1}}>0,\forall t$. Suy ra hàm số $g(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

nên $(1)\Leftrightarrow g(x-m)\le g\left(-\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)\right)\Leftrightarrow x-m\le-\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)$

$\Leftrightarrow x-m\le-\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)\Leftrightarrow x+1+\sqrt{1-x^2}\le m$ (2)

◆ Bất phương trình $(x-m)\,f(x-m)+\dfrac{1+\sqrt{1-x^2}}{f\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)}\le 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]\Leftrightarrow$

bất phương trình (2) nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;1]\Leftrightarrow \max\limits_{[-1;1]}\left(x+1+\sqrt{1-x^2}\right)\le m$.

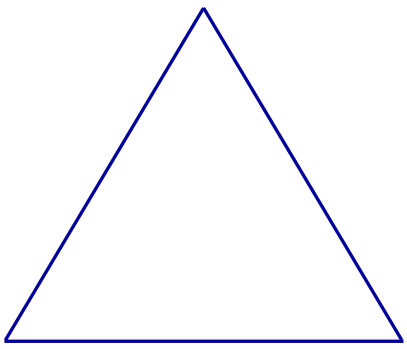
Xét hàm số $u(x)=x+1+\sqrt{1-x^2}$ $(x\in[-1;1])$

$u'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}};\ u'(x)=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

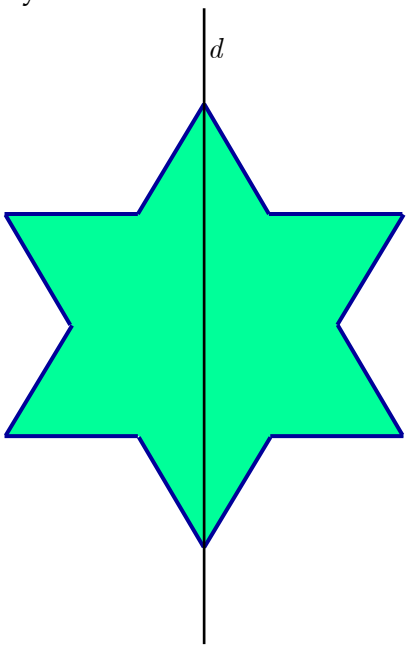
$u(-1)=0;\ u\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=1+\sqrt{2};u(1)=2\Rightarrow \max\limits_{[-1;1]}u(x)=1+\sqrt{2}=u\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Vậy $m\ge 1+\sqrt{2}$.

Câu 48. Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



Hình 1

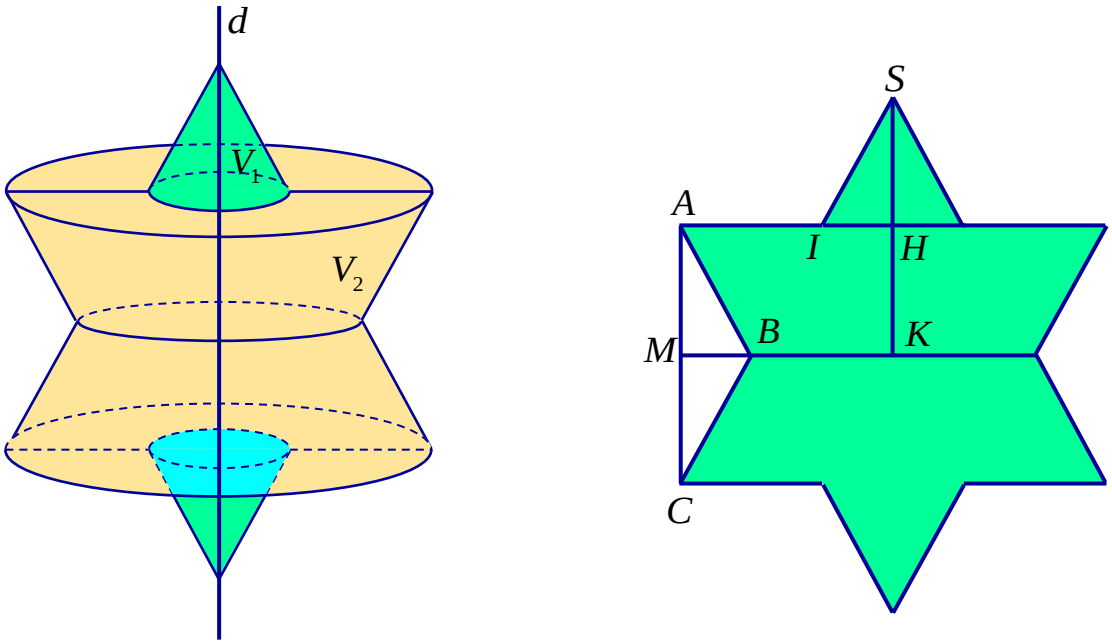


Hình 2

A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác đều có cạnh $a=3$, chiều cao $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Ta có thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng 2 lần thể tích nửa trên khi cho hình $SIABK$ quay quanh trục SK.

Tam giác SIH quay quanh trục SK tạo thành khối nón có $r_1=IH=\frac{a}{6}=\frac{1}{2}$;

$h_1=SH=\frac{h}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón này bằng $V_1=\frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1=\frac{1}{3}\pi.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}\pi}{24}$.

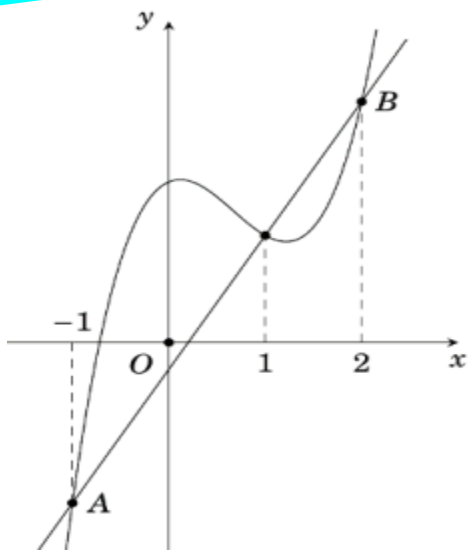
Hình thang vuông $HABK$ quay quanh trục HK tạo thành hình nón cụt có

$R=AH=\frac{a}{2}=\frac{3}{2}$; $r=BK=\frac{2}{3}AH=1$; $h=HK=SH=\frac{h}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón cụt này bằng $V_2=\frac{\pi h}{3}.\left(R^2+r^2+R.r\right)=\frac{\pi}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{9}{4}+1+\frac{3}{2}\right)=\frac{19\pi\sqrt{3}}{24}$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay đã cho bằng $V=2\left(V_1+V_2\right)=\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+\frac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ có đồ thị như trong hình vẽ bên dưới và $AB=5$. Biết phương trình $f(x)=g(x)+x^2+2$ có nghiệm dương có dạng $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$ (với $a,b,c\in\mathbb{N}$ và b là số nguyên tố).



Khi đó giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 18.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x)=mx+n$ (với $m>0$).

Ta có $A(-1;-m+n)$, $B(2;2m+n)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=(3;3m)$.

Ta lại có $AB=5\Leftrightarrow 9+9m^2=25\Leftrightarrow m^2=\dfrac{16}{9}\Rightarrow m=\dfrac{4}{3}$ (vì $m>0$).

Do đó $g(x)=\dfrac{4}{3}x+n$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy $f(x)-g(x)=a(x^2-1)(x-2)=a(x^3-2x^2-x+2)$.

Mặt khác, ta lại có $f(x)-g(x)=ax^3+bx^2-x+c-n$.

Đồng nhất hệ số, ta được $\begin{cases} b=-2a \\ -a=-1 \\ 2a=c-n \end{cases}\Rightarrow f(x)-g(x)=x^3-2x^2-x+2$.

Do đó ta có:

$f(x)=g(x)+x^2+2\Leftrightarrow f(x)-g(x)-x^2-2=0$.

$\Leftrightarrow (x^3-2x^2-x+2)-x^2-2=0\Leftrightarrow x^3-3x^2-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$

Phương trình có nghiệm dương là $x=\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\equiv\dfrac{a+\sqrt{b}}{c}\Rightarrow\begin{cases} a=3 \\ b=13 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy $a+b+c=18$.

Câu 50. Cho hai số thực x, y khác 0, biết $\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^{y-2}=\left(y^2+1\right)^x$. Tính giá trị biểu thức $P=2^x-2^{-x}-2x+2^y-2^{-y}-2y$.

A. 3. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

- $\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^{y-2}=\left(y^2+1\right)^x \Leftrightarrow \begin{cases}\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)^{y-2} & (1)\\ \left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(y^2+1\right)^x & (2)\end{cases}$
- $(1)\Leftrightarrow\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{\frac{1}{y}}=\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{2-y}\Leftrightarrow\frac{1}{y}=2-y\Leftrightarrow y^2-2y+1=0\Leftrightarrow y=1$
- Khi đó, $(2)\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}+x=2^x\Leftrightarrow\sqrt{x^2+1}-x=2^{-x}$
- Vậy $P=2^x-2^{-x}-2x+2^y-2^{-y}-2y=\sqrt{x^2+1}+x-\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)-2x+2-\frac{1}{2}-2=-\frac{1}{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 30

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT QUÁN NHO – THANH HÓA

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. 12. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 10 học sinh?

A. A_{10}^2. **B.** 10^2. **C.** 2^{10}. **D.** C_{10}^2.

Câu 3. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Trong các điểm M,N,E,F được cho dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ

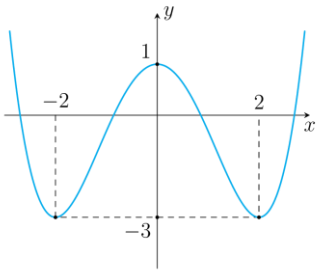
A. $F(4;1;-4)$. **B.** $E(-5;1;-7)$. **C.** $N(4;6;-3)$. **D.** $M(3;5;1)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(2;1;-3), R=5$. **B.** $I(-2;-1;3), R=3$.

C. $I(-2;1;-3), R=5$. **D.** $I(-2;1;3), R=3$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 6. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$.

A. $|z|=\sqrt{34}$. **B.** $|z|=34$. **C.** $|z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 7. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, cho hai vecto $\vec{a}=(1;2;3)$ và $\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}$. Tính tọa độ vecto $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(-1;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;6;3)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;7)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 10. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x+C$. **B.** $f(x)=-\sqrt{x}+\frac{1}{x}+\ln x+C$.

C. $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$. **D.** $f(x)=-\frac{1}{x^2}+\ln x+C$.

Câu 11. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3;\int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1=2+3i;z_2=1+i$. Giá trị của biểu thức $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $\sqrt{55}$. **B.** 5. **C.** 6. **D.** $\sqrt{61}$.

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{3}\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC).

A. 45^0. **B.** 120^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 17. Xét các số thực a và b thoả mãn $\log_3\left(3^a.9^b\right)=\log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+2b=2$. **B.** $4a+2b=1$. **C.** $4ab=1$ **D.** $2a+4b=1$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\frac{1-2x}{x}>0$ có dạng $(a;b)$. Tính $T=3a-2b$

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=\frac{-2}{3}$. **D.** $T=0$.

Câu 19. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-2z-2=0$. Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-3;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(-3;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Câu 20. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h=a$. **B.** $h=3a$. **C.** $h=9a$. **D.** $h=\dfrac{a}{3}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

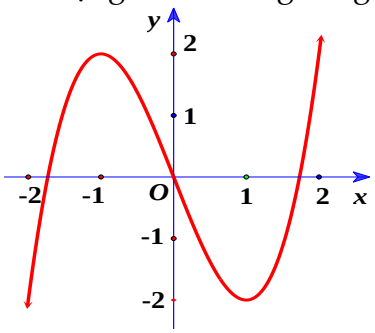
A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{2}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$.

Câu 22. Nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{4x^2-5x+5}\geq\left(\dfrac{1}{2}\right)^{7x-4}$ là?

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x>\dfrac{3}{2}$. **C.** $x\leq\dfrac{3}{2}$. **D.** $x\neq\dfrac{3}{2}$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=x^3-2x^2$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

A. $20\pi\,(\text{cm}^2)$. **B.** $22\pi\,(\text{cm}^2)$. **C.** $26\pi\,(\text{cm}^2)$. **D.** $24\pi\,(\text{cm}^2)$.

Câu 27. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. -3. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** $-3i$.

Câu 28. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham gia hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{125}{7854}$. **B.** $\frac{6}{119}$. **C.** $\frac{30}{119}$. **D.** $\frac{90}{119}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^{2020}(x-3)^{2021}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

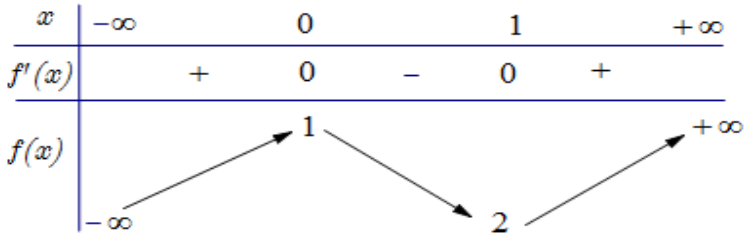
A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1;2)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=3$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 31. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{4-x^2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32. Cho $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$ và $\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}$. Tính $I=\int_{0}^{4}\left[4\mathrm{e}^{2x}+2f(x)\right]\mathrm{d}x$

A. e^6. **B.** $2\mathrm{e}^8$. **C.** e^8. **D.** $2\mathrm{e}^6$.

Câu 33. Nghiệm của phương trình $8^{2x-2}-16^{x-3}=0$ là

A. $x=-\frac{1}{3}$. **B.** $x=\frac{1}{8}$. **C.** $x=\frac{3}{4}$. **D.** $x=-3$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là:

A. $21;-\frac{136}{125}$. **B.** $21;\frac{-\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19;\frac{-\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21;\frac{-4\sqrt{6}}{9}$.

Câu 35. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a, BC=2a,\ ACB=120^0$. Gọi M là trung điểm của BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a

A. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0), B(0;1;2)$ là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 37. Phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z=1+i$ là:

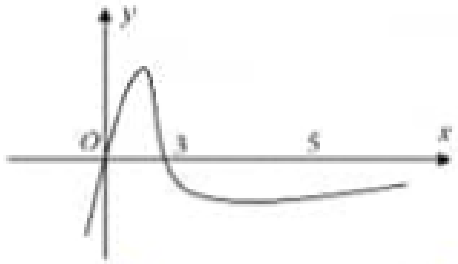
A. Phần thực là 1, phần ảo là 1. **B.** Phần thực là 1, phần ảo là $-i$.

C. Phần thực là 1, phần ảo là -1. **D.** Phần thực là 1, phần ảo là i.

Câu 38. Khi đổi biến $x=\sqrt{3}\tan t$, tích phân $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}t\mathrm{d}t$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)+f(1)-2f(3)=f(5)-f(4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$.



A. $m=f(5), M=f(3)$. **B.** $m=f(5), M=f(1)$.

C. $m=f(0), M=f(3)$. **D.** $m=f(1), M=f(3)$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y bất phương trình $(\log_2 x+x-3)\left(\log_2 x-\sqrt{y}\right)<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10.

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

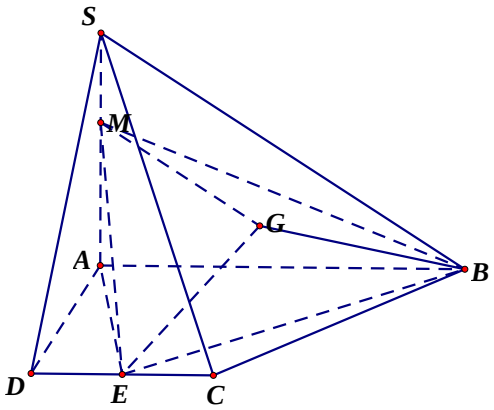
Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x+1} & khi\ 0\le x\le\frac{1}{2}\\ \frac{2}{3}x+1 & khi\ \frac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}$. Tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x f'(\sin x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{11}{6}-4\ln 3+4\ln 2$. **B.** $\frac{11}{6}+4\ln 3+4\ln 2$. **C.** $-\frac{11}{6}+4\ln 3+4\ln 2$. **D.** $\frac{11}{6}+4\ln 3-4\ln 2$.

Câu 42. Biết rằng có hai số phức thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ và $(2-z)(i+\bar{z})$ là số thực. Tính tổng các phần ảo của hai số phức đó

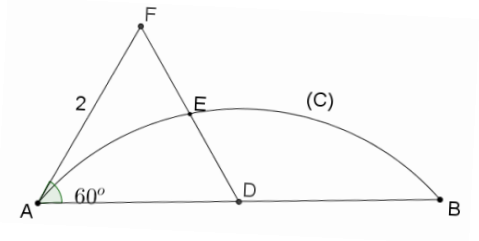
A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Biết $AB=4a$, $AD=CD=2a$. Cạnh bên $SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MS}$ và E là trung điểm của CD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối đa diện $MGABE$.



A. $\frac{27a^3}{8}$. **B.** $\frac{10a^3}{3}$. **C.** $\frac{13a^3}{4}$. **D.** $\frac{25a^3}{9}$.

Câu 44. Mặt tiền nhà ông An có chiều ngang $AB=4m$, ông An muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn (C)(hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí F nên để an toàn ông An cho xây đường cong cách $1m$ tính từ trung điểm D của AB. Biết $AF=2m$, $DAF=60°$ và lan can cao $1m$ làm bằng inox với giá $2,2$ triệu/m^2. Tính số tiền ông An phải trả(làm tròn đến hàng nghìn).



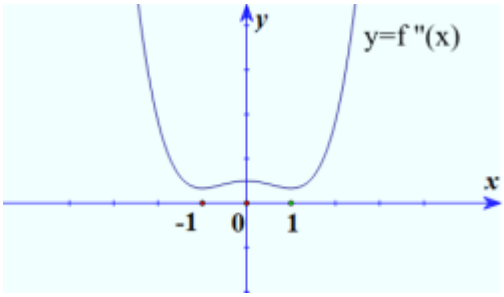
A. 7.568.000. **B.** 10.405.000. **C.** 9.977.000. **D.** 8.124.000.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+4}{2}$ và $d_2:\frac{x+8}{2}=\frac{y-6}{1}=\frac{z-10}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1;d_2$ và có bán kính nhỏ nhất. phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2+(y-10)^2+(z-6)^2=35$. **B.** $(x-2)^2+y^2+z^2=35$.

C. $(x-2)^2+(y-10)^2+(z-6)^2=35$. **D.** $(x-1)^2+(y-5)^2+(z-3)^2=35$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ biết hàm số $y=f''(x)$ là hàm bậc bốn có đồ thị như hình vẽ



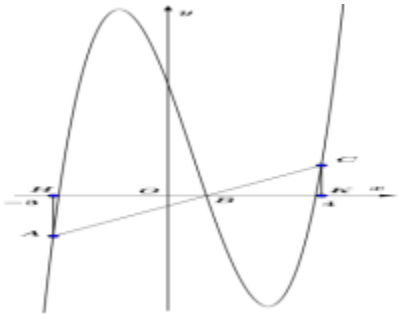
Đặt $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$, biết rằng $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|g(x)|$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a(a>3)$ để phương trình $\log\left[(\log_3 x)^{\log a}+3\right]=\log_a(\log_3 x-3)$ có nghiệm $x>81$.

A. 12. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 48. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(2x)=ax^3+bx^2-10x+d$ và đường thẳng $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm A,B,C. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A và C lên Ox như hình vẽ.



Biết diện tích tam giác ABH và BCK lần lượt là 8 và $\frac{9}{2}$. Giá trị của $\int_{-3}^{3} f(x)dx$ bằng

A. 21. **B.** 72. **C.** 57. **D.** 13.

Câu 49. Xét hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|=1,|z_2|=\sqrt{2},|z_1-z_2|=1$. giá trị nhỏ nhất của $|2z_1+z_2-(5+5i)|$ bằng

A. $5\sqrt{2}+\sqrt{10}$. **B.** $5\sqrt{2}-\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{10}-5\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}+5\sqrt{2}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$, và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=-1+4t\\z=-1-3t\end{cases}$. Gọi M là một điểm thay đổi trên d sao cho tồn tại ba mặt phẳng đôi một vuông góc đi qua M và cắt (S) theo ba đường tròn. Gọi T là tổng diện tích của ba đường tròn. Giá trị lớn nhất của $\frac{T}{\pi}$ là

A. 16. **B.** 23. **C.** 48. **D.** 26.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.C	5.C	6.A	7.D	8.D	9.A	10.C
11.B	12.D	13.B	14.B	15.C	16.A	17.D	18.B	19.C	20.B
21.A	22.A	23.B	24.A	25.B	26.D	27.A	28.D	29.D	30.D
31.B	32.B	33.D	34.D	35.D	36.D	37.C	38.C	39.A	40.D
41.A	42.D	43.B	44.C	45.D	46.C	47.B	48.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. 12. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d=u_2-u_1=6$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 10 học sinh?

A. A_{10}^2. **B.** 10^2. **C.** 2^{10}. **D.** C_{10}^2.

Lời giải

Chọn D

Câu 3. Trong không gian với tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. Trong các điểm M,N,E,F được cho dưới đây, điểm nào thuộc đường thẳng Δ

A. $F(4;1;-4)$. **B.** $E(-5;1;-7)$. **C.** $N(4;6;-3)$. **D.** $M(3;5;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $E(-5;1;-7)$ thỏa mãn nên điểm E thuộc đường thẳng Δ.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(2;1;-3), R=5$. **B.** $I(-2;-1;3), R=3$.

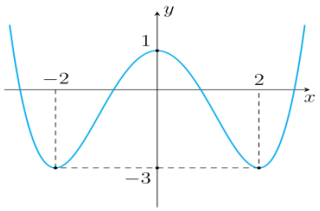
C. $I(-2;1;-3), R=5$. **D.** $I(-2;1;3), R=3$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-3)$ và bán kính $R=5$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-1$. Vậy phương trình $f(x)=-1$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 6. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$.

A. $|z|=\sqrt{34}$. **B.** $|z|=34$. **C.** $|z|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$. **D.** $|z|=\frac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=\frac{-13i+1}{2-i}=3-5i\Rightarrow|z|=\sqrt{34}$.

Câu 7. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;3)$ và $\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}$. Tính tọa độ vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(-1;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;6;3)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;7)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}\Rightarrow\vec{b}=(2;0;-4)$.

Vậy $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}=(1-2;2-0;3-(-4))=(-1;2;7)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 4-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\,dx$

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^2 f(x)\,dx=\int_0^1 f(x)\,dx+\int_1^2 f(x)\,dx=\int_0^1 3x^2\,dx+\int_1^2(4-x)\,dx=x^3\Big|_0^1+\left(4x-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2=\frac{7}{2}.$$

Câu 10. Nếu $\int f(x)\,dx=\frac{1}{x}+\ln x+C$ thì $f(x)$ là

A. $f(x)=\sqrt{x}+\ln x+C$. **B.** $f(x)=-\sqrt{x}+\frac{1}{x}+\ln x+C$.

C. $f(x)=\frac{x-1}{x^2}$. **D.** $f(x)=-\frac{1}{x^2}+\ln x+C$.

Lời giải

Chọn C

$\int f(x)\,dx = \frac{1}{x} + \ln x + C \Rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{x} + \ln x + C\right)' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x^2}$.

Câu 11. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3; \int_2^5 f(x)dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 3 - 1 = 2$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i; z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. $\sqrt{55}$. **B.** 5. **C.** 6. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z_1 + 3z_2| = |2 + 3i + 3 + 3i| = |5 + 6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$.

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{3}\log_2 a$. **D.** $3 + \log_2 a$.

Lời giải

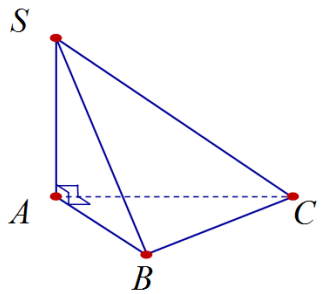
Chọn B

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



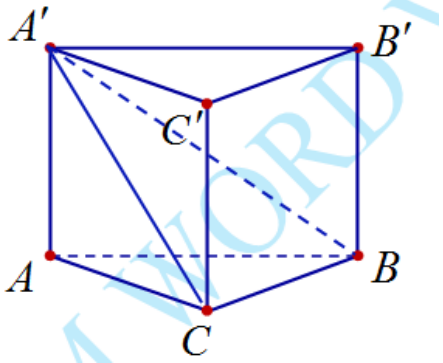
$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}a.a = \frac{a^3}{6}$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC).

A. 45^0. **B.** 120^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC là hình chiếu vuông góc của tam giác $A'BC$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC)

thì $\cos\alpha = \dfrac{S_{ABC}}{S_{A'BC}} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{2a^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = 30^0$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là $x > 0$ hay $x \in (0;+\infty)$.

Câu 17. Xét các số thực a và b thoả mãn $\log_3\left(3^a.9^b\right) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+2b=2$. **B.** $4a+2b=1$. **C.** $4ab=1$ **D.** $2a+4b=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left(3^a.9^b\right) = \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3\left(3^a.3^{2b}\right) = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 3^{a+2b} = \sqrt{3} \Leftrightarrow a+2b = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2a+4b=1$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1-2x}{x} > 0$ có dạng $(a;b)$. Tính $T = 3a-2b$

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T = \dfrac{-2}{3}$. **D.** $T=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow 0 < \dfrac{1-2x}{x} < 1$ do $\dfrac{1}{3} < 1$.

Xét bất phương trình $\dfrac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \dfrac{1}{2}$.

Xét bất phương trình $\dfrac{1-2x}{x} < 1 \Leftrightarrow \dfrac{1-2x}{x} - 1 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{1-3x}{x} < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x > \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp lại, nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1-2x}{x} > 0$ là $x \in \left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$.

Vậy $T=3a-2b=3.\frac{1}{3}-2.\frac{1}{2}=1$.

Câu 19. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-2z-2=0$. Véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-3;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(-3;0;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P):3x-2z-2=0$ có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(3;0=-2)=-(-3;0;2)$

Câu 20. Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h=a$. **B.** $h=3a$. **C.** $h=9a$. **D.** $h=\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $B=S_{ABCD}=a^2$.

Khi đó $V=B.h\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{3a^3}{a^2}=3a$.

Câu 21. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Do đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(2;-1;3)$ làm một véctơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 22. Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-5x+5}\geq\left(\frac{1}{2}\right)^{7x-4}$ là?

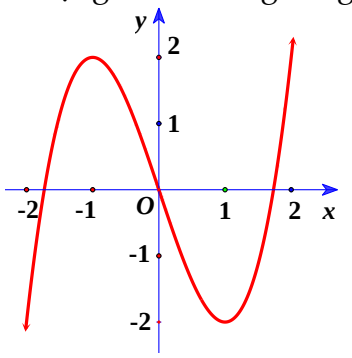
A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x>\frac{3}{2}$. **C.** $x\leq\frac{3}{2}$. **D.** $x\neq\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Có $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x^2-5x+5} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{7x-4} \Leftrightarrow 4x^2-5x+5 \leq 7x-4 \Leftrightarrow 4x^2-12x+9 \leq 0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}.$

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+2x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=x^3-2x^2$.

Lời giải

Chọn B

◆ Phương án A, C: Loại – vì $a=-1<0$

◆ Phương án D: Loại – vì $y'=3x^2-4x=0$ có hai nghiệm $x=0; x=\frac{4}{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

◆ Có $f'(x)$ đổi dấu 2 lần khi đi qua $x=-2; x=0$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Như vậy B là phương án đúng.

Câu 26. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

A. $20\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $22\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=3$ cm, chiều cao $h=4$ cm là:

$S_{xq}=2\pi Rh=24\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 27. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. -3. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** $-3i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức $z=2-3i$ có phần thực là 2, phần ảo là -3.

Câu 28. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham gia hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{125}{7854}$. **B.** $\frac{6}{119}$. **C.** $\frac{30}{119}$. **D.** $\frac{90}{119}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ra 3 đoàn viên trong lớp là $n(\Omega)=C_{35}^3=6545$ (cách).

Gọi A là biến cố "3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ".

Để chọn được 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ có các trường hợp sau

TH 1: 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ, khi đó số cách chọn là $C_{15}^2.C_{20}^1=2100$ (cách).

TH 2: 3 đoàn viên được chọn có 1 nam và 2 nữ, khi đó số cách chọn là $C_{15}^1.C_{20}^2=2850$ (cách).

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=2100+2850=4950$.

Vậy xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ là

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4950}{6545}=\frac{90}{119}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^{2020}(x-3)^{2021}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1;2)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=3$.

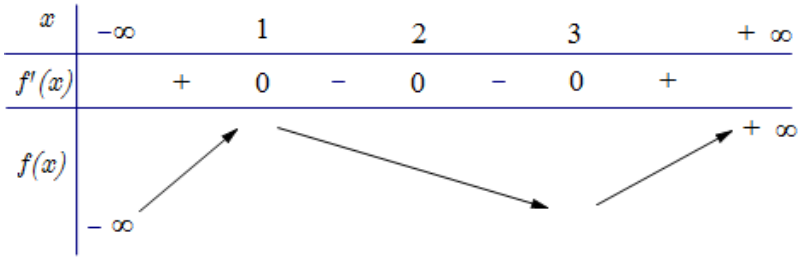
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

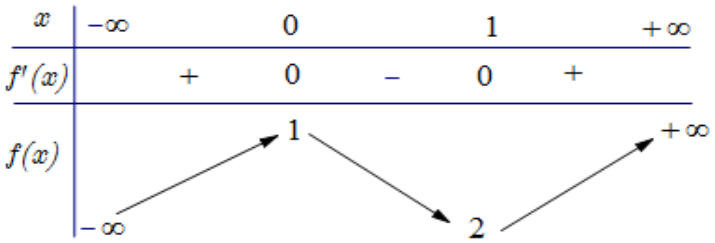
Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 31. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

- TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.
- Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1, \lim\limits_{x\to+\infty} y=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Ta có $\lim\limits_{x\to 2} y=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-1}{-2-x}=-\dfrac{1}{4}$, $\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{-2-x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -2^-} y=\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-1}{-2-x}=-\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 32. Cho $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}$ và $\int\limits_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}$. Tính $I=\int\limits_{0}^{4}\left[4\mathrm{e}^{2x}+2f(x)\right]\mathrm{d}x$

A. e^6. **B.** $2\mathrm{e}^8$. **C.** e^8. **D.** $2\mathrm{e}^6$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^{-1} f(x)\mathrm{d}x + \int_{-1}^4 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$

◆ $I = \int_0^4 \left[4\mathrm{e}^{2x} + 2f(x)\right]\mathrm{d}x = 4\int_0^4 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x + 2\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 2\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^4 + 2.1 = 2\mathrm{e}^8$

Câu 33. Nghiệm của phương trình $8^{2x-2} - 16^{x-3} = 0$ là

A. $x = -\frac{1}{3}$. **B.** $x = \frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{3}{4}$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Chọn D

◆ $8^{2x-2} - 16^{x-3} = 0 \Leftrightarrow 2^{6x-6} = 2^{4x-12} \Leftrightarrow 6x - 6 = 4x - 12 \Leftrightarrow x = -3$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là:

A. $21; -\frac{136}{125}$. **B.** $21; \frac{-\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19; \frac{-\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21; \frac{-4\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số liên tục trên $[-1;2]$

Có $y = x^3 + 3x^2 + x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x + 1$

Cho $y' = 3x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 - \frac{\sqrt{2}}{3} \notin [-1;2] \\ x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{3} \in [-1;2] \end{array}\right.$

+) $y\left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{3}\right) = \frac{-4\sqrt{6}}{9}$

+) $y(-1) = 0$

+) $y(2) = 21$

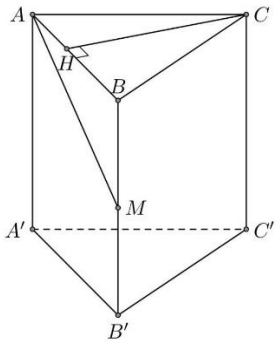
Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = 21$, $\min\limits_{[-1;2]} y = \frac{-4\sqrt{6}}{9}$

Câu 35. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a, BC = 2a,\ ACB = 120^0$. Gọi M là trung điểm của BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a

A. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $CC'//AA' \Rightarrow CC'//(ABB'C'); AM \subset (ABB'C')$

$\Rightarrow d(AM;CC') = d(CC';(ABB'A')) = d(C;(ABB'A'))$

Trong (ABC) kẻ $CH \perp AB$ $(H \in AB)$ ta có:

$\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CH \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C';(ABB'A')) = CH$

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}CA.CB.\sin ACB = \frac{1}{2}.2a.a.\sin 120 = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC ta có:

$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC.BC.\cos ACB} = \sqrt{4a^2 + a^2 - 2.2a.a.\frac{-1}{2}} = a\sqrt{7}$

Mà $S_{ABC} = \frac{1}{2}CH.AB \Rightarrow CH = \frac{2S_{ABC}}{AB} = a\sqrt{\frac{3}{7}}$

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0), B(0;1;2)$ là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn D

Tâm mặt cầu là trung điểm I của AB với $I(1;1;1)$.

Bán kính mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 37. Phần thực và phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z = 1+i$ là:

A. Phần thực là 1, phần ảo là 1.

B. Phần thực là 1, phần ảo là $-i$.

C. Phần thực là 1, phần ảo là -1.

D. Phần thực là 1, phần ảo là i.

Lời giải

Chọn C

Ta có số phức liên hợp của $z = 1+i$ là $\bar{z} = 1-i$ có phần thực là 1 và phần ảo là -1.

Câu 38. Khi đổi biến $x = \sqrt{3}\tan t$, tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2+3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}t\mathrm{d}t$.

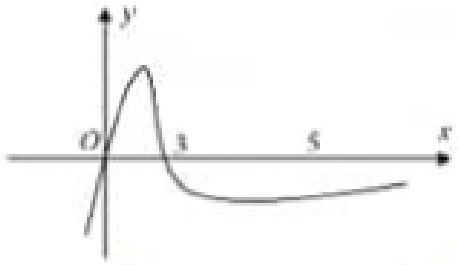
Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}x}{x^2+3}$. Đặt $x=\sqrt{3}\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=\sqrt{3}\left(\tan^2 x+1\right)\mathrm{d}t$. Đổi cận $\begin{cases}x=1\Rightarrow t=\frac{\pi}{6}\\ x=0\Rightarrow t=0\end{cases}$.

Suy ra $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}\left(\tan^2 x+1\right)\mathrm{d}t}{3\tan^2 t+3}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)+f(1)-2f(3)=f(5)-f(4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$.



A. $m=f(5), M=f(3)$. **B.** $m=f(5), M=f(1)$.

C. $m=f(0), M=f(3)$. **D.** $m=f(1), M=f(3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=3\end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	0		1		3		4		5
$f'(x)$	0		+		0		−		
$f(x)$	$f(0)$	↗	$f(1)$	↗	$f(3)$	↘	$f(4)$	↘	$f(5)$

Theo giả thiết, $f(0)+f(1)-2f(3)=f(5)-f(4)\Leftrightarrow f(0)-f(5)=2f(3)-f(1)-f(4)>0$

$\Leftrightarrow f(0)>f(5)$.

Vậy $m=f(5), M=f(3)$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y bất phương trình $\left(\log_2 x+x-3\right)\left(\log_2 x-\sqrt{y}\right)<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 10.

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta giải bất phương trình $\left(\log_2 x+x-3\right)\left(\log_2 x-\sqrt{y}\right)<0$ với điều kiện: $\begin{cases}x>0\\y>0\end{cases}$.

◆ Xét hàm số: $f\left(x\right)=\log_2 x+x-3$ với $x>0$; $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x\ln 2}+1>0$ với $\forall x>0$.

$\Rightarrow f\left(x\right)$ đồng biến với $\forall x>0$. Do đó, phương trình $f\left(x\right)=0$ có tối đa một nghiệm.

Mà $f\left(2\right)=0\Rightarrow x=2$ là nghiệm duy nhất của phương trình: $\log_2 x+x-3=0$.

+ Với $0<x<2$: để có nghiệm nguyên x thì $x=1$. Khi đó, ta có:

$\left(\log_2 1-2\right)\left(\log_2 1-\sqrt{y}\right)<0\Leftrightarrow 2\sqrt{y}<0$ (vô lý).

+ Vậy $x>2$. Suy ra: $\log_2 x+x-3>0$. Do đó:

$\left(\log_2 x+x-3\right)\left(\log_2 x-\sqrt{y}\right)<0\Leftrightarrow \log_2 x-\sqrt{y}<0\Leftrightarrow \log_2 x<\sqrt{y}\Leftrightarrow y>\left(\log_2 x\right)^2$ (1).

Xét hàm số: $g\left(x\right)=\left(\log_2 x\right)^2$ với $x>2$. Dễ thấy $g\left(x\right)$ là hàm đồng biến với $x>2$.

Do đó, để số nghiệm nguyên x không vượt quá 10 thì $x\in\left[3;12\right]$. Vì vậy, để thỏa mãn phương trình (1) thì: $\left(\log_2 3\right)^2\approx 2,52\le y<\left(\log_2 13\right)^2\approx 13,69$.

$y\in\mathbb{N}^*\Rightarrow y\in\left\{3;4;...;13\right\}$.

Vậy: có 11 số nguyên dương y thỏa mãn ycbt.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2}{x+1} & khi\ 0\le x\le\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{2}{3}x+1 & khi\ \dfrac{1}{2}\le x\le 1\end{cases}$. Tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xf'\left(\sin x\right)dx$ bằng

A. $\dfrac{11}{6}-4\ln 3+4\ln 2$. **B.** $\dfrac{11}{6}+4\ln 3+4\ln 2$. **C.** $-\dfrac{11}{6}+4\ln 3+4\ln 2$. **D.** $\dfrac{11}{6}+4\ln 3-4\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2xf'\left(\sin x\right)dx=2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x.\cos x.f'\left(\sin x\right)dx$

Đặt $t=\sin x\Rightarrow dt=\cos xdx$. Khi $x=0\Rightarrow t=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=1$.

Khi đó:

$I=\int\limits_0^1 2t.f'\left(t\right)dt=\int\limits_0^1 2xf'\left(x\right)dx=\int\limits_0^1 2xd\left(f\left(x\right)\right)$

$$=2x\left(\frac{2}{x+1}\right)\Big|_0^{\frac{1}{2}}+2x\left(\frac{2}{3}x+1\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}-2\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{2}{x+1}\mathrm{d}x-2\int_{\frac{1}{2}}^{1}\left(\frac{2}{3}x+1\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{4}{3}+\frac{10}{3}-\frac{4}{3}-4\ln\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=\frac{11}{6}-4\ln 3+4\ln 2.$$

Câu 42. Biết rằng có hai số phức thỏa mãn $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|$ và $(2-z)(i+\bar{z})$ là số thực. Tính tổng các phần ảo của hai số phức đó

A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi số phức thỏa mãn đề bài là $z=a+bi\Rightarrow\bar{z}=a-bi$.

Ta có: $2|z-i|=|z-\bar{z}+2i|\Leftrightarrow 4\left(a^2+(b-1)^2\right)=(2b+2)^2\Leftrightarrow 4a^2-16b=0\Leftrightarrow a^2=4b$.(*)

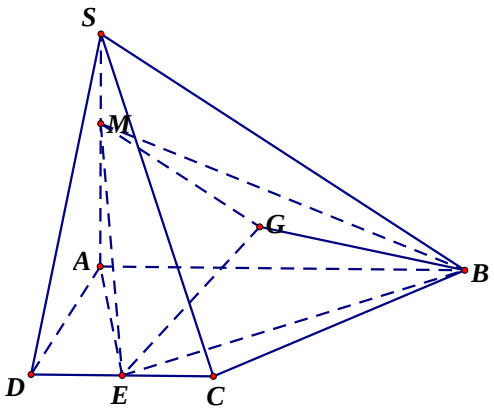
Lại có: $(2-z)(i+\bar{z})=\left(-a^2+2a-b^2+b\right)+(2-a-2b)i$ là số thực nên

$2-a-2b=0\Leftrightarrow a=2-2b$. Thế vào (*) ta được: '

$$(2-2b)^2=4b\Leftrightarrow 4b^2-12b+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\\ b=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Vậy tổng các phần ảo của hai số phức thỏa mãn đề bài là: $\frac{3+\sqrt{5}}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=3$.

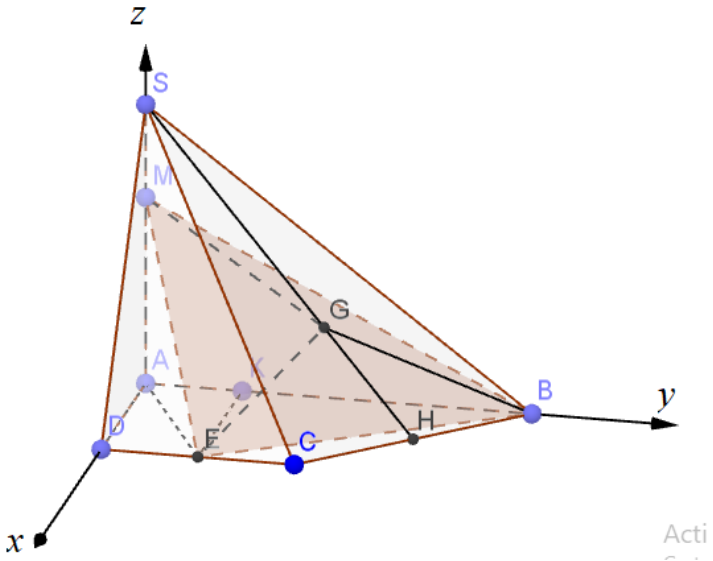
Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D. Biết $AB=4a$, $AD=CD=2a$. Cạnh bên $SA=3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, M là điểm sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MS}$ và E là trung điểm của CD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối đa diện $MGABE$.



A. $\frac{27a^3}{8}$. **B.** $\frac{10a^3}{3}$. **C.** $\frac{13a^3}{4}$. **D.** $\frac{25a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt hệ tọa độ $Axyz$ sao cho $B(0;4a;0)$; $D(2a;0;0)$; $S(0;0;3a)$.

Suy ra: $C(2a;2a;0); E(2a;a;0); G\left(\frac{2}{3}a;2a;a\right)$; $M(0;0;2a)$.

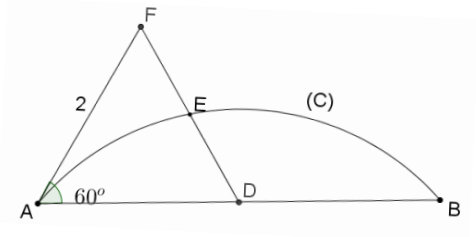
Gọi V là thể tích khối đa diện cần tính, $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích khối tứ diện $MABE$ và khối $MGBE$ ta có $V=V_1+V_2$.

Tính $V_1=\frac{1}{6}.AB.EI.MA=\frac{8a^3}{3}$

Tính $V_2=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{MG},\overrightarrow{MB}\right].\overrightarrow{ME}\right|=\frac{2a^3}{3}$

Vậy thể tích $V=\frac{10a^3}{3}$

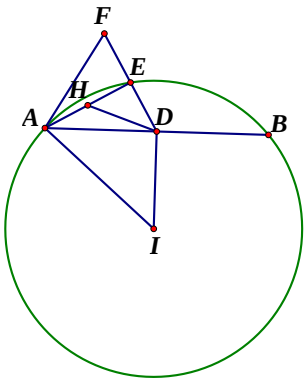
Câu 44. Mặt tiền nhà ông An có chiều ngang $AB=4m$, ông An muốn thiết kế lan can nhô ra có dạng là một phần của đường tròn (C)(hình vẽ). Vì phía trước vướng cây tại vị trí F nên để an toàn ông An cho xây đường cong cách $1m$ tính từ trung điểm D của AB. Biết $AF=2m$, $DAF=60°$ và lan can cao $1m$ làm bằng inox với giá $2,2$ triệu/m^2. Tính số tiền ông An phải trả(làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.568.000. **B.** 10.405.000. **C.** 9.977.000. **D.** 8.124.000.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là tâm của cung tròn với bán kính R, Do $AD = AF = 2$ và $DAF = 60°$ nên ta có ΔFDA là tam giác đều và $FE = 1$ nên E là trung điểm của FD.

Gọi H là trung điểm của AE vì E nằm trên đường tròn nên $IH \perp AE$ và $AD \perp DI$ nên $AHDI$ là tứ giác nội tiếp đường kính là AI

Xét tam giác AHD ta có $DAH = 30°$, $AE = \sqrt{3} \Rightarrow AH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$HD = \sqrt{AH^2 + AD^2 - 2AH.AD.\cos 30°} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$ suy ra $IA = \dfrac{HD}{\sin HAD} = \sqrt{7}$

Xét tam giác IAB ta có $\cos AIB = \dfrac{AI^2 + BI^2 - AB^2}{2IA.IB} = -\dfrac{1}{7} \Rightarrow AIB \simeq 98,21°$

Vậy độ dài cung AB là $l \approx \dfrac{98,21.2\pi.\sqrt{7}}{360} \approx 4,54m$

Vậy giá tiền ông An phải trả là $4,54.1.2200000 = 9977000$ đồng

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+4}{2}$ và $d_2 : \dfrac{x+8}{2} = \dfrac{y-6}{1} = \dfrac{z-10}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1; d_2$ và có bán kính nhỏ nhất. phương trình mặt cầu (S) là.

A. $x^2 + (y-10)^2 + (z-6)^2 = 35$.

B. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 35$.

C. $(x-2)^2 + (y-10)^2 + (z-6)^2 = 35$.

D. $(x-1)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 = 35$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là tâm của mặt cầu (S), $A; B$ lần lượt là tiếp điểm của mặt cầu (S) với 2 đường thẳng d_1 và d_2. Ta có $IA \perp d_1$ và $IB \perp d_2$

Dễ thấy $2R = IA + IB \geq AB$ vậy R bé nhất khi $I; A; B$ thẳng hàng hay AB là đường vuông góc chung của d_1 và d_2

Ta có $A \in d_1 \Rightarrow A(t; 2-t; -4+2t)$; $B \in d_2 \Rightarrow B(-8+2s; 6+s; 10-s)$

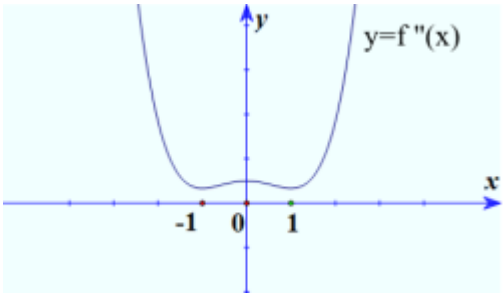
$\overrightarrow{AB} = (2s - t - 8; s + t + 4; -s - 2t + 14)$

$$\begin{cases} AB \perp d_1 \\ AB \perp d_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2s-t-8-1(s+t+4)+2(-s-2t+14)=0 \\ 2(2s-t-8)+(s+t+4)-(-s-2t+14)=0 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} -6t-s+16=0 \\ t+6s-26=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(2;0;0) \\ B(0;10;6) \end{cases}.$$

Vậy tâm $I(1;5;3)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{35}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ biết hàm số $y=f''(x)$ là hàm bậc bốn có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$, biết rằng $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|g(x)|$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

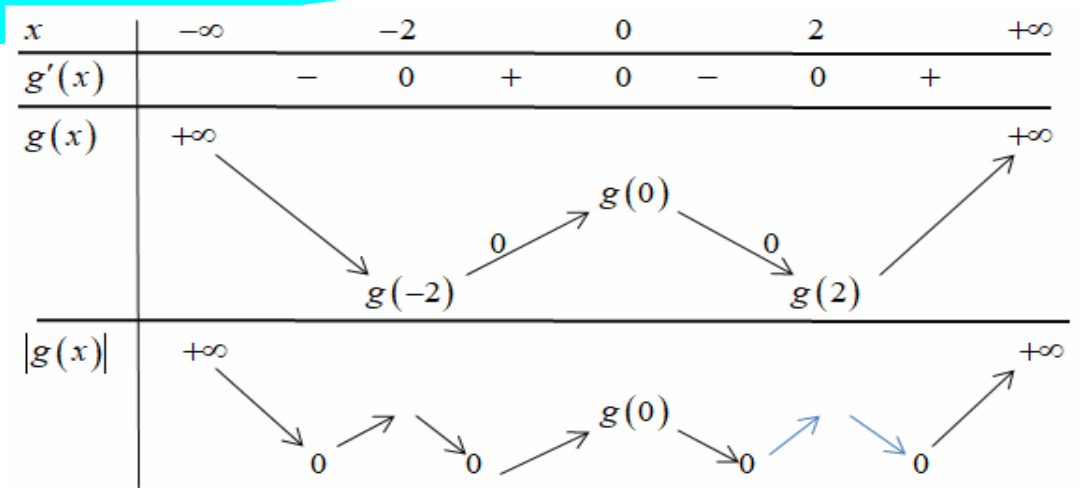
Chọn C

Do $f''(x)>0, x\in\mathbb{R}$ nên $f'(x)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x)=2xf'\left(\frac{1}{2}x^2\right)-2xf'\left(-x^2+6\right)=2x\left[f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)-f'\left(-x^2+6\right)\right]$.

Do đó $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)=f'\left(-x^2+6\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \frac{1}{2}x^2=-x^2+6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Do $f'(x)$ đồng biến và là hàm bậc 5 (do $f''(x)$ là hàm bậc bốn) nên $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất x_0. Từ đó suy ra $f(x)$ có duy nhất một điểm cực tiểu x_0 (không có cực đại) và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$ (do $f(x)$ là hàm bậc sáu). Như vậy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g(x)=+\infty$, mặt khác $g(-2)=g(2)<0$ nên ta có bảng biến thiên



Vậy hàm số $|g(x)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a(a>3)$ để phương trình $\log\left[(\log_3 x)^{\log a}+3\right]=\log_a(\log_3 x-3)$ có nghiệm $x>81$.

A. 12. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\log_3 x, t>4$.

Phương trình đã cho trở thành $\log\left(t^{\log a}+3\right)=\log_a(t-3)\Leftrightarrow\log\left(a^{\log t}+3\right)=\log_a(t-3)\,(1)$

Đặt $y=a^{\log t}+3\Leftrightarrow a^{\log t}=y-3\,(2)$.

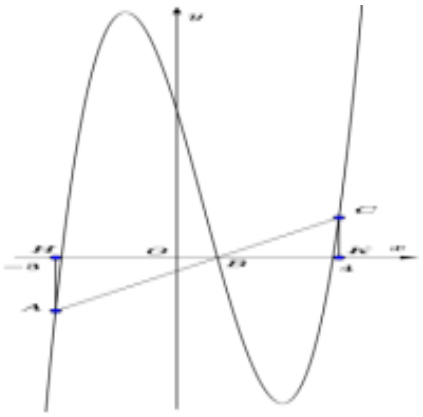
(1) trở thành $\log(y)=\log_a(t-3)\Leftrightarrow a^{\log y}=t-3\,(3)$.

Từ (2) và (3) suy ra $a^{\log y}+y=a^{\log t}+t\Leftrightarrow y=t$ (do hàm số $f(x)=a^{\log x}+x$ đồng biến trên $(4;+\infty)$ khi $a>3$).

Từ đó ta được $a^{\log t}=t-3\Leftrightarrow\log a.\log t=\log(t-3)\Leftrightarrow\log a=\dfrac{\log(t-3)}{\log t}$.

Với $t>4$ thì $0<\dfrac{\log(t-3)}{\log t}<1$ nên $0<\log a<1\Leftrightarrow 1<a<10$, kết hợp điều kiện ta được $3<a<10$, do đó có 6 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 48. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(2x)=ax^3+bx^2-10x+d$ và đường thẳng $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm A,B,C. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A và C lên Ox như hình vẽ.



Biết diện tích tam giác ABH và BCK lần lượt là 8 và $\frac{9}{2}$. Giá trị của $\int_{-3}^{3} f(x)dx$ bằng

A. 21. **B.** 72. **C.** 57. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $g(x)=mx+n,\ m>0$.

Từ đồ thị suy ra $A(-3;-3m+n), B\left(-\frac{n}{m};0\right), C(4;4m+n)$, với $-3m+n<0; -\frac{n}{m}>0; 4m+n>0$

Ta có $S_{ABH}=\frac{1}{2}AH.BH=\frac{1}{2}(3m-n)\left(3-\frac{n}{m}\right)=\frac{(3m-n)^2}{2m}=8\,(1)$

$S_{BCK}=\frac{1}{2}CK.BK=\frac{1}{2}\left(4+\frac{n}{m}\right)(4m+n)=\frac{(4m+n)^2}{2m}=\frac{9}{2}\,(2)$

Từ (1), và (2) ta được $\begin{cases}m=1\\n=-1\end{cases}$, suy ra $A(-3;-4), B(1;0), C(4;3)$.

Do đồ thị $y=f(2x)=ax^3+bx^2-10x+d$ đi qua các điểm $A(-3;-4), B(1;0), C(4;3)$ nên

$$\begin{cases}-27a+9b+30+d=-4\\a+b-10+d=0\\64a+16b-40+d=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-2\\d=11\end{cases}.$$

Suy ra $f(2x)=x^3-2x^2-10x+11=\frac{1}{8}(2x)^3-\frac{1}{2}(2x)^2-5.(2x)+11,$

hay $f(x)=\frac{1}{8}x^3-\frac{1}{2}x^2-5x+11$. Do đó $\int_{-3}^{3} f(x)dx=57$.

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=\sqrt{2}, |z_1-z_2|=1$. giá trị nhỏ nhất của $|2z_1+z_2-(5+5i)|$ bằng

A. $5\sqrt{2}+\sqrt{10}$. **B.** $5\sqrt{2}-\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{10}-5\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{10}+5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

+ Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2.

Ta có : $OM=1, ON=\sqrt{2}, MN=1\Rightarrow \Delta OMN$ vuông cân tại M

+ Gọi A là điểm biểu diễn của $2z_1$.

Ta có : $OA=2\Rightarrow AN^2=OA^2+ON^2-2OA.ON.\cos AON=2$.

Gọi I là trung điểm của AN ta có : $OI^2=\dfrac{OA^2+ON^2}{2}-\dfrac{AN^2}{4}=\dfrac{5}{2}\Rightarrow OI=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

+ Ta lại có : $|2z_1+z_2|=2OI=\sqrt{10}$

$\Rightarrow |2z_1+z_2-(5+5i)|\geq \big||2z_1+z_2|-|5+5i|\big|=\left|\sqrt{10}-5\sqrt{2}\right|=5\sqrt{2}-\sqrt{10}$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$, và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=1+t\\y=-1+4t\\z=-1-3t\end{cases}$. Gọi M là một điểm thay đổi trên d sao cho tồn tại ba mặt phẳng đôi một vuông góc đi qua M và cắt (S) theo ba đường tròn. Gọi T là tổng diện tích của ba đường tròn. Giá trị lớn nhất của $\dfrac{T}{\pi}$ là

A. 16. **B.** 23. **C.** 48. **D.** 26.

Lời giải

Chọn B

+ (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$; (d) đi qua điểm $A(1;-1;-1)$ và có VTCP là $\vec{u}=(1;4;-3)$.

+ Gọi $(P),(Q),(R)$ là ba mặt phẳng cắt (S) lần lượt theo ba đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1; (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2; (C_3) có tâm I_3, bán kính R_3. Gọi $\begin{cases}d_1=d(I,(P))\\d_2=d(I,(Q))\\d_3=d(I,(R))\end{cases}$

+ Ta có: $\dfrac{T}{\pi}=R_1^2+R_2^2+R_3^2=3R^2-\left(d_1^2+d_2^2+d_3^2\right)=3R^2-IM^2$. Do đó: $\dfrac{T}{\pi}$ lớn nhất khi IM nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I trên d. Ta có: $d(I,(d))=\dfrac{\left\|\left[\vec{u},\overrightarrow{IA}\right]\right\|}{\left|\vec{u}\right|}=5$.

Vậy $\dfrac{T}{\pi}\leq 3R^2-d^2(I,(d))=23$.

----------HẾT----------

ĐỀ 31

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ GIA LAI

Câu 1. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log(2x-3)=1$ là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{3}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{13}{2}$.

Câu 3. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 4. Một khối cầu có đường kính 6cm. Thể tích của khối cầu đó bằng

A. $9\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $36\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $288\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $108\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=-4$ và $u_3=8$. Giá trị của u_1 bằng

A. -16. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 16.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-4z-9=0$. **B.** $x+y+4z-15=0$.

C. $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y-4z+9=0$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2x$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=4x^4-2x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^4-x^2+C$.

C. $\int f(x)dx=x^2+C$. **D.** $\int f(x)dx=12x^2+C$.

Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+1}{x+2}$ là đường thẳng

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-3\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=3\cos 3x+C$.

Câu 10. Cho số phức $z=4-6i$. Phần thực của số phức $\frac{z}{1+i}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2;1;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy). Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=5$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=5$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5}>\frac{1}{16}$ là

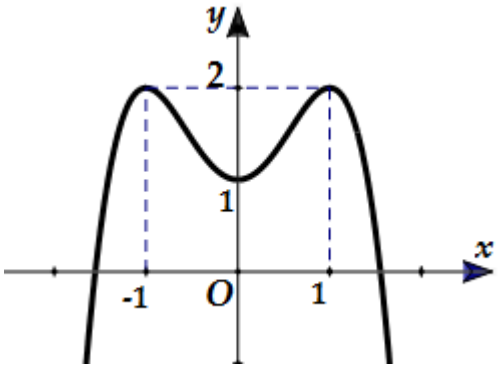
A. $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-3;3)$.

C. $(-\infty;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 13. Một hình nón có bán kính đáy $r=2a$ và độ dài đường sinh $l=\sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $8\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^4+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x+1$. **D.** $y=-x^4+1$.

Câu 15. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^1\left[2f(x)-5\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 11.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)=-3$, $f(b)=11$. Tích phân $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** –8. **C.** –14. **D.** 8.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;1)$. **B.** $(-1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 19. Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 6. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 20. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z=-3+5i$ có tọa độ là

A. $(-3;-5)$. **B.** $(-3;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;-3)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{n}_1=(1;-1;0)$. **B.** $\vec{n}_4=(0;1;0)$. **C.** $\vec{n}_3=(1;0;1)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;-1;1)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

A. 3. **B.** 2 **C.** 5. **D.** 4.

Câu 23. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\bar{z}=-2+5i$. **B.** $\bar{z}=-5+2i$. **C.** $\bar{z}=-2-5i$. **D.** $\bar{z}=2+5i$.

Câu 24. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 10. Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{x-2}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

Câu 26. Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ có thể tích đáy B có chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{3}.B.h$. **B.** $V=6.B.h$. **C.** $V=B.h$. **D.** $V=3.B.h$.

Câu 27. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4-1$. **B.** $y=-x^2+3x+2$.

C. $y=\frac{x+3}{3x-1}$. **D.** $y=-x^3+x^2-5x$.

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $y'=\frac{\ln 3}{x}$. **B.** $y'=\frac{x}{\ln 3}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=x\ln 3$.

Câu 29. Cho hai số phức $z=4+i$ và $w=-3+2i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $-7+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $1-2i$. **D.** $7-i$.

Câu 30. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^6. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** a^5.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 19. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;0;3)$, $B(4;1;1)$ và $C(0;5;2)$. Trọng tâm của tam giác đã cho có toạ độ là

A. $(2;2;2)$. **B.** $(3;3;3)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(6;6;6)$.

Câu 33: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_5 \dfrac{25}{a}$ bằng

A. $2-\log_5 a$. **B.** $\dfrac{5}{\log_5 a}$. **C.** $\dfrac{2}{\log_5 a}$. **D.** $5-\log_5 a$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):4x+y-3z-2=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=4 \\ y=-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4 \\ y=1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1 \\ z=2-3t \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

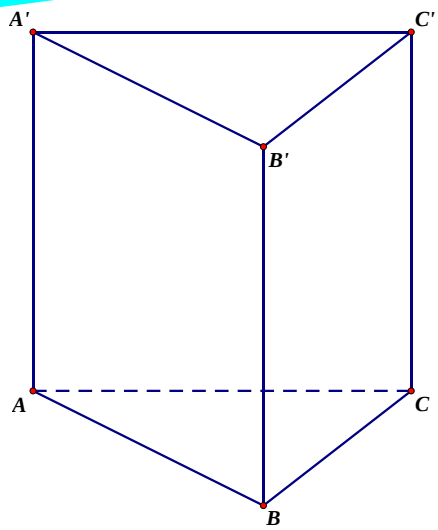
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 36. Cho $\displaystyle\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(1+4\sin^2 x)\sin 2x\mathrm{d}x=5$. Tích phân $\displaystyle\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

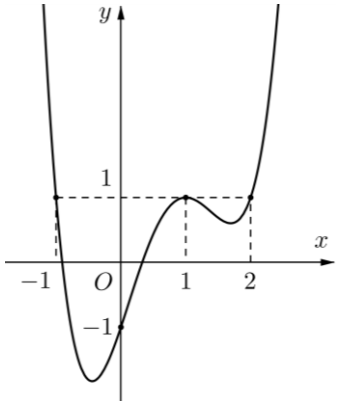
A. 18. **B.** 22. **C.** 12. **D.** 1.

Câu 37. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C)$ và $(A'B'C')$ bằng $30°$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

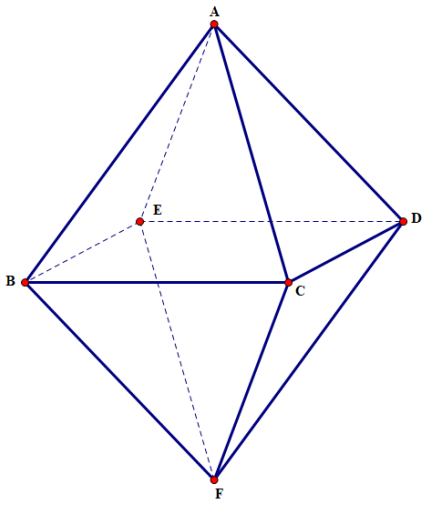


A. $f(2)+2019$. **B.** $f(-1)+2022$. **C.** $f(0)+2021$. **D.** $f(1)+2020$.

Câu 39. Có một khối gỗ hình lăng trụ đứng có chiều cao $200\,\text{cm}$ và đáy là hình tam giác có độ dài ba cạnh là $50\,\text{cm}$, $120\,\text{cm}$ và $130\,\text{cm}$. Người ta tiện khối gỗ này thành một khối trụ. Thể tích lớn nhất của khối trụ gần nhất với giá trị nào sau đây ?

A. $2654645,79\ \text{cm}^3$. **B.** $62831,85\ \text{cm}^3$. **C.** $251327,41\ \text{cm}^3$. **D.** $83775,81\ \text{cm}^3$.

Câu 40. Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ như hình bên. Biết độ dài cạnh của hình bát diện đều bằng 2. Khoảng cách giữa đường thẳng BF và mặt phẳng (ACD) bằng



A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+1, \text{ khi } x\ge 0 \\ 2x^2+1, \text{ khi } x<0 \end{cases}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{f'(\ln x)\ln x}{x}dx$ bằng

A. $\frac{14}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)\sqrt{2^{11}-2^x}<0$?

A. 992. **B.** 481. **C.** 961. **D.** 1921.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+5}{-2}, d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Gọi I,J lần lượt là giao điểm của d_1,d_2 và (P). Đường thẳng song song với mặt phẳng (P), cắt d_1,d_2, đồng thời tạo với IJ một góc lớn nhất có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{2}$.. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A,B; $AB=BC=a$; $AD=2a$; $SA\perp(ABCD)$; $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x+5)\left[(m-1)x^2+x+m^2-2019m-4042\right]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|x|\right)$ có đúng 3 cực trị?

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 47: Trong mặt phẳng Oxy xét tứ giác diện tích $\ln\frac{91}{90}$; các đỉnh có hoành độ là các số nguyên liên tiếp và nằm trên đồ thị hàm số $y=\ln x$. Hãy xác định tổng các chữ số của hoành độ đỉnh xa gốc tọa độ nhất.

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-5}{-1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-4}{2}$, $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=4+3t\\z=-2+t\end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\frac{51}{2}$. **B.** $P=\frac{298}{11}$. **C.** $P=\frac{67}{2}$. **D.** $P=\frac{378}{11}$.

Câu 49. Xét hai số phức z, w thỏa $|z-1-2i|=|z-2+i|$ và $|w-2+3i|=|w-4-i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+3-i|+|w+3-i|+|z-w|$ bằng $\frac{2}{5}\sqrt{abc}$ với a,b,c là các số nguyên tố. Tính giá trị của $a+b+c$.

A. 22. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Câu 50. Cho hàm số $y=\sqrt{x}$ có đồ thị (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ dương. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và đường thẳng đi qua M vuông góc với trục hoành; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng OM. Biết $\frac{S_2}{S_1}=\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị của $a+b$ bằng.

A. 6. **B.** 19. **C.** 5. **D.** 21.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	B	B	A	B	B	C	D	D	B	D	C	C	A	D	C	C	B	B	D	D	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	C	D	A	A	A	A	B	C	A	A	A	C	D	D	A	C	D	C	B	A	C	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = -1 (vn) \\ x^2 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log(2x-3) = 1$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = \dfrac{3}{2}$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = \dfrac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log(2x-3) = 1 \Leftrightarrow 2x - 3 = 10 \Leftrightarrow x = \dfrac{13}{2}$

Câu 3. Có bao nhiêu cách xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

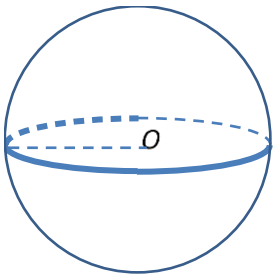
Mỗi cách xếp 5 học sinh vào ghế là 1 hoán vị của 5 phần tử nên số cách xếp là $5!$.

Câu 4. Một khối cầu có đường kính 6cm. Thể tích của khối cầu đó bằng

A. $9\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $36\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $288\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $108\pi\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.3^3 = 36\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -4$ và $u_3 = 8$. Giá trị của u_1 bằng

A. -16. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

Ta có $q=\frac{u_3}{u_2}=\frac{8}{-4}=-2$.

$u_2=u_1q\Rightarrow u_1=\frac{u_2}{q}=\frac{-4}{-2}=2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-4z-9=0$. **B.** $x+y+4z-15=0$.

C. $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y-4z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN.

Khi đó tọa độ điểm I là: $I(3;2;-1)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN đi qua I và có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{MN}=(2;2;-8)$ là $2(x-3)+2(y-2)-8(z+1)=0\Leftrightarrow 2x+2y-8z-18=0.$

$\Leftrightarrow x+y-4z-9=0$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=4x^3-2x$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=4x^4-2x^2+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^4-x^2+C$.

C. $\int f(x)dx=x^2+C$. **D.** $\int f(x)dx=12x^2+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx=\int(4x^3-2x)dx=x^4-x^2+C$

Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+1}{x+2}$ là đường thẳng

A. $x=-2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-3\cos 3x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$. **D.** $\int f(x)dx=3\cos 3x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)dx=\int \sin 3x.dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 10. Cho số phức $z=4-6i$. Phần thực của số phức $\frac{z}{1+i}$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{z}{1+i}=\frac{4-6i}{1+i}=-1-5i$. Vậy phần thực của số phức $\frac{z}{1+i}$ là -1.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $A(2;1;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy). Mặt cầu (S) có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=5$.
B. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=9$.
C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=5$.
D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) nên ta có: $d(A;(Oxy))=R$.

Phương trình mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$. Suy ra $R=d(A;(Oxy))=3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5}>\frac{1}{16}$ là

A. $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.
B. $(-3;3)$.
C. $(-\infty;3)$.
D. $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5}>\frac{1}{16}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5}>\left(\frac{1}{2}\right)^4\Leftrightarrow x^2-5<4\Leftrightarrow -3<x<3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-3;3)$.

Câu 13. Một hình nón có bán kính đáy $r=2a$ và độ dài đường sinh $l=\sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

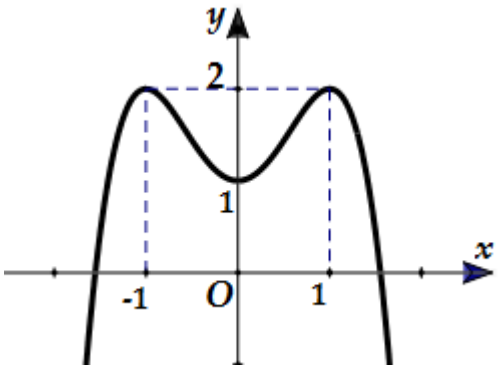
A. $\sqrt{3}\pi a^2$.
B. $4\sqrt{3}\pi a^2$.
C. $8\sqrt{3}\pi a^2$.
D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{xq}=\pi rl=\pi.2a.\sqrt{3}a=2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^4+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x+1$. **D.** $y=-x^4+1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên loại đáp án A,B.

Đồ thị đi qua điểm $M(1;2)$ nên loại đáp án D.

Câu 15. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^1\left[2f(x)-5\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^1\left[2f(x)-5\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^1 5\mathrm{d}x=2.3-5=1.$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f(a)=-3$, $f(b)=11$. Tích phân $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** -8. **C.** -14. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)=11-(-3)=14$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;1)$. **B.** $(-1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=16$ có tọa độ tâm là $(1;-2;0)$.

Câu 19. Một khối chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 6. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Gọi S, h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao tương ứng của khối chóp đã cho. Khi đó thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.2^2.6 = 8$.

Câu 20. Trên mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z = -3+5i$ có tọa độ là

A. $(-3;-5)$. **B.** $(-3;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(5;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn của số phức $z = -3+5i$ là $(-3;5)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\vec{n}_1 = (1;-1;0)$. **B.** $\vec{n}_4 = (0;1;0)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1;0;1)$. **D.** $\vec{n}_2 = (1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\vec{n}_4 = (0;1;0) = \vec{j}$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

A. 3. **B.** 2 **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Câu 23. Số phức liên hợp của số phức $z = 2-5i$ là

A. $\bar{z} = -2+5i$. **B.** $\bar{z} = -5+2i$. **C.** $\bar{z} = -2-5i$. **D.** $\bar{z} = 2+5i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = a+bi$ là $\bar{z} = a-bi$.

Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 2-5i$ là $\bar{z} = 2+5i$.

Câu 24. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên bé hơn 10. Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10$.

Gọi A là biến cố "chọn được số chia hết cho 3". Các số chia hết cho 3 là $\{0;3;6;9\}$.

$n(A)=4$.

$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

Câu 25. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{x-2}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x+1}=3^{x-2}\Leftrightarrow 2x+1=x-2\Leftrightarrow x=-3$.

Câu 26. Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ có thể tích đáy B có chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{3}.B.h$. **B.** $V=6.B.h$. **C.** $V=B.h$. **D.** $V=3.B.h$.

Lời giải

Chọn C

+ Theo lý thuyết, thể tích V có chiều h và diện tích đáy B được tính bởi công thức $V=B.h$

Câu 27. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^4-1$. **B.** $y=-x^2+3x+2$.

C. $y=\dfrac{x+3}{3x-1}$. **D.** $y=-x^3+x^2-5x$.

Lời giải

Chọn B

+ Xét phương án C: Loại do hàm phân thức.

+ Xét phương án A: $y'=-4x^3$ - loại do có 1 nghiệm đơn.

+ Xét phương án B: $y'=-2x+3$ - loại do có 1 nghiệm đơn.

+ Xét phương án D: tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+2x-5=-\left(3x^2-2x+5\right)=-\left[\left(\sqrt{3}x\right)^2-2.\sqrt{3}x.\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{14}{3}\right]$

$=-\left[\left(\sqrt{3}x-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\dfrac{14}{3}\right]<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 28. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=x\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đạo hàm ta có $y'=\left(\log_3 x\right)'=\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 29. Cho hai số phức $z=4+i$ và $w=-3+2i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $-7+i$. **B.** $1+3i$. **C.** $1-2i$. **D.** $7-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z-w=(4+i)-(-3+2i)=7-i$.

Câu 30. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^6. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** a^5.

Lời giải

Chọn A

Với a là số thực dương tùy ý ta có $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 31: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 19. **B.** 4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;3]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \ (n) \\ x = -1 \ (l) \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 1$, $f(1) = -1$, $f(3) = 19$.

Vậy $\max\limits_{x\in[0;3]} f(x) = f(3) = 19$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;0;3)$, $B(4;1;1)$ và $C(0;5;2)$. Trọng tâm của tam giác đã cho có toạ độ là

A. $(2;2;2)$. **B.** $(3;3;3)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(6;6;6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{2+4+0}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{0+1+5}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{3+1+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2;2;2)$.

Câu 33: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_5 \dfrac{25}{a}$ bằng

A. $2 - \log_5 a$. **B.** $\dfrac{5}{\log_5 a}$. **C.** $\dfrac{2}{\log_5 a}$. **D.** $5 - \log_5 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 \dfrac{25}{a} = \log_5 25 - \log_5 a = 2 - \log_5 a$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): 4x + y - 3z - 2 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=4 \\ y=-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4 \\ y=1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4t \\ y=-1 \\ z=2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Do $\Delta \perp (P)$ nên đường thẳng Δ nhận véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(4;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương và đi qua $M(0;-1;2)$.

Vậy Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x=4t \\ y=-1+t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

Câu 36. Cho $\int\limits_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(1+4\sin^2 x)\sin 2x\mathrm{d}x=5$. Tích phân $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 22. **C.** 12. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét $I_1=\int\limits_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$.

Đặt $t=\sqrt{x}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x\Rightarrow 2\mathrm{d}t=\frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1; x=4\Rightarrow t=2$.

Khi đó $I_1=\int\limits_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=2\int\limits_1^2 f(t)\mathrm{d}t=4\Rightarrow \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$.

Xét $I_2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(1+4\sin^2 x\right)\sin 2x\mathrm{d}x=5$.

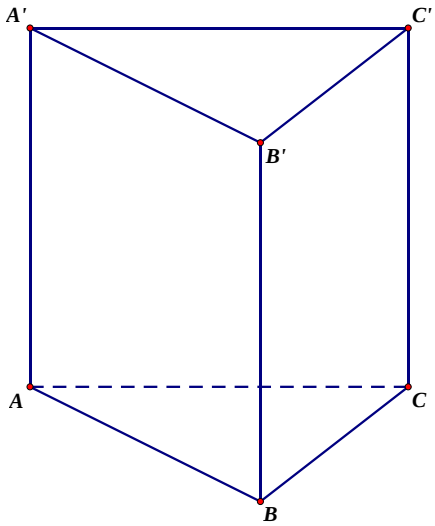
Đặt $t=1+4\sin^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=4\sin 2x\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{1}{4}\mathrm{d}t=\sin 2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1; x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow t=5$.

Khi đó $I_2=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(1+4\sin^2 x\right)\sin 2x\mathrm{d}x=\int\limits_1^5 f\left(t\right).\frac{1}{4}\mathrm{d}t=5\Rightarrow \int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=20$.

Vậy $\int\limits_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=18$.

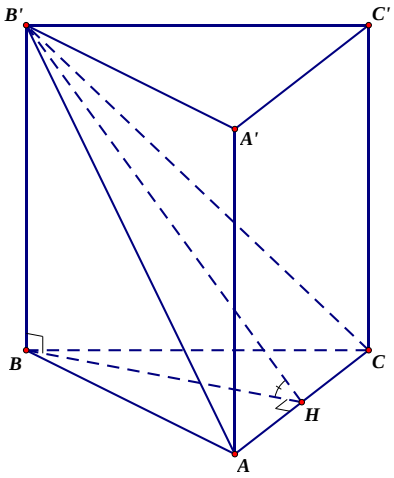
Câu 37. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ và $\left(A'B'C'\right)$ bằng $30°$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AC. Ta có $\begin{cases} BH \perp AC \\ BB' \perp AC \end{cases}, \Rightarrow AC \perp (BB'H) \Rightarrow AC \perp B'H$.

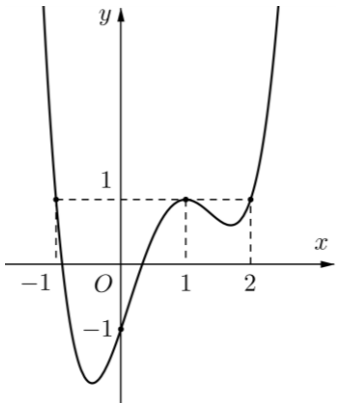
Theo giả thiết, ta có $((AB'C),(A'B'C')) = ((AB'C),(ABC)) = (BH, B'H) = BHB' = 30°$.

Trong tam giác ABC đều, ta có $BH = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác $BB'H$ vuông tại B, ta có $BB' = BH.\tan BHB' = \dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = BB'.\left(AB^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right) = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 2x + 2021$ trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$ bằng



A. $f(2) + 2019$. **B.** $f(-1) + 2022$. **C.** $f(0) + 2021$. **D.** $f(1) + 2020$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2x$, với $x \in \left[-\dfrac{1}{2};1\right] \Rightarrow t \in [-1;2]$. Hàm số trở thành $y = f(t) - t + 2021$.

Ta có: $y' = f'(t) - 1;\ y' = 0 \Leftrightarrow f'(t) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↘		↗	

Vậy $\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]} g(x) = \min\limits_{[-1;2]} y = y(2) = f(2) - 2 + 2021 = f(2) + 2019$.

Câu 39. Có một khối gỗ hình lăng trụ đứng có chiều cao $200\,\text{cm}$ và đáy là hình tam giác có độ dài ba cạnh là $50\,\text{cm}, 120\,\text{cm}$ và $130\,\text{cm}$. Người ta tiện khối gỗ này thành một khối trụ. Thể tích lớn nhất của khối trụ gần nhất với giá trị nào sau đây ?

A. $2654645,79\ \text{cm}^3$. **B.** $62831,85\ \text{cm}^3$. **C.** $251327,41\ \text{cm}^3$. **D.** $83775,81\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Khi ta tiện khối gỗ hình lăng trụ đứng thành một khối trụ, thì chiều cao của khối lăng trụ cũng chính là chiều cao của khối trụ $\Rightarrow h = 200(\text{cm})$.

Để thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất, thì khối trụ đó có hai đáy là đường tròn nội tiếp hai tam giác đáy của khối lăng trụ.

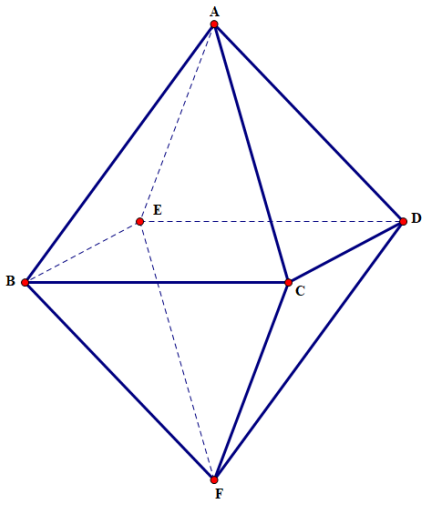
Gọi p, r lần lượt là nửa chu vi và bán kính đường tròn nội tiếp một tam giác đáy hình lăng trụ.

Suy ra $p = \dfrac{50 + 120 + 130}{2} = 150(\text{cm}), S = \sqrt{p(p-50)(p-120)(p-130)} = 3000(\text{cm}^2)$

$\Rightarrow r = \dfrac{S}{p} = 20(\text{cm})$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối trụ là $V = \pi r^2 h = 8000\pi \approx 251327,4123(\text{cm}^3)$.

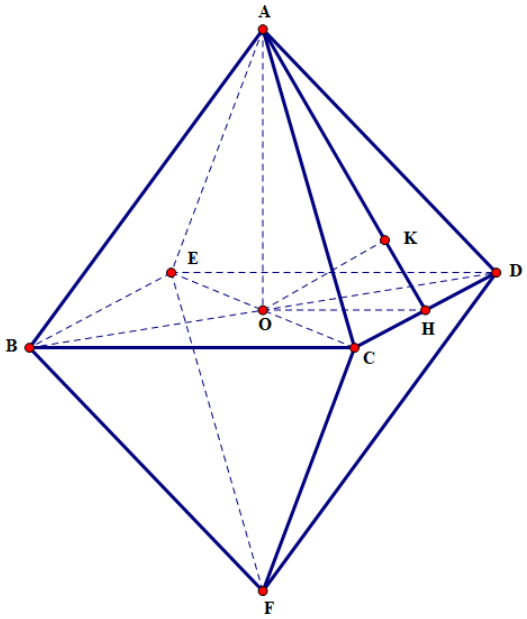
Câu 40. Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ như hình bên. Biết độ dài cạnh của hình bát diện đều bằng 2. Khoảng cách giữa đường thẳng BF và mặt phẳng (ACD) bằng



A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông $BCDE$.
Gọi H là trung điểm đoạn thẳng CD, khi đó $OH=1$.
Trong mặt phẳng (AOH), dựng $OK\perp AH$ tại K.

Mặt khác, $OD=\sqrt{2}, AD=2\Rightarrow AO=\sqrt{2}\Rightarrow \frac{1}{OK^2}=\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{OH^2}\Rightarrow OK=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Ta có: $BF//AD\Rightarrow BF//(ACD)$

$\Rightarrow d(BF,(ACD))=d(B,(ACD))=2d(O,(ACD))=2OK=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+1, \text{ khi } x\ge 0\\ 2x^2+1, \text{ khi } x<0\end{cases}$. Tích phân $\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{f'(\ln x)\ln x}{x}dx$ bằng

A. $\frac{14}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét: $I=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\frac{f'(\ln x)\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left(f'(\ln x)\ln x\right)\mathrm{d}(\ln x)=\int_{-1}^{1}t.f'(t)\mathrm{d}t$.

Đặt $\begin{cases}u=t\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}t\\ \mathrm{d}v=f'(t)\mathrm{d}t, v=f(t)\end{cases}$, khi đó:

$I=tf(t)\big|_{-1}^{1}-\int_{-1}^{1}f(t)\mathrm{d}t=f(1)+f(-1)-\int_{-1}^{0}(2t^2+1)\mathrm{d}t-\int_{0}^{1}(t^2+1)\mathrm{d}t=2+3-\frac{5}{3}-\frac{4}{3}=2$.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y đều có nhưng không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $\left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)\sqrt{2^{11}-2^x}<0$?

A. 992. **B.** 481. **C.** 961. **D.** 1921.

Lời giải

Chọn A

Xét: $(*)\ \left(2^x-y\right)\left(2^x-2^{10}y\right)\sqrt{2^{11}-2^x}<0\Leftrightarrow\left[\begin{cases}2^x-y>0\\2^x-2^{10}y<0\\2^{11}-2^x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\log_2 y\\x<10+\log_2 y\ (I)\\x<11\end{cases}\right.$

$\left[\begin{cases}2^x-y<0\\2^x-2^{10}y>0\\2^{11}-2^x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\log_2 y\\x>10+\log_2 y\ (II)\\x<11\end{cases}\right.$

Ta có: Hệ $\Leftrightarrow\begin{cases}10+\log_2 y<x<\log_2 y\\x<11\end{cases}$ (vô nghiệm)

Nên: $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 y<x<10+\log_2 y\\\log_2 y<x<11\end{cases}$

Do với mỗi y có và không quá 5 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình nên :

$5\le\log_2 y<10\Leftrightarrow\begin{cases}y<2^{10}\\y\ge 2^5\end{cases}\Leftrightarrow 32\le y<1024$.

Vậy: Có 992 số nguyên dương y thỏa mãn đề bài.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+5}{-2}, d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Gọi I,J lần lượt là giao điểm của d_1,d_2 và (P).

Đường thẳng song song với mặt phẳng (P), cắt d_1,d_2, đồng thời tạo với IJ một góc lớn nhất có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{2}$.. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I = d_1 \cap (P) \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-z-3=0 \\ \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+5}{-2} \end{cases} \Rightarrow I(1;-1;-3)$.

$J = d_2 \cap (P) \Rightarrow \begin{cases} 2x+2y-z-3=0 \\ \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-1} \end{cases} \Rightarrow J(0;1;-1)$.

$\overrightarrow{IJ} = (-1;2;2)$.

(P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2,2,-1)$. Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $A = d_1 \cap \Delta \Rightarrow A(2a+3;a;-2a-5)$.

Gọi $B = d_2 \cap \Delta \Rightarrow B(b;2b+1;-b-1)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (b-2a-3;2b-a+1;-b+2a+4)$.

Ta có $\Delta \parallel (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 7b-8a-8=0 \Leftrightarrow -8a+7b=8$

$\cos(\Delta;IJ) = \left|\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IJ}\right)\right| = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{IJ}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{IJ}\right|} = \dfrac{\left|-(b-2a-3)+2(2b-a+1)+2(-b+2a+4)\right|}{\sqrt{(b-2a-3)^2+(2b-a+1)^2+(-b+2a+4)^2}.3}$

$= \dfrac{|4a+b+13|}{\sqrt{(b-2a-3)^2+(2b-a+1)^2+(-b+2a+4)^2}.3}$.

Góc giữa $(\Delta;IJ)$ lớn nhất thỏa mãn $\cos(\Delta;IJ) = 0 \Leftrightarrow 4a+b+13=0$.

Từ đó ta có $\begin{cases} -8a+7b=8 \\ 4a+b+13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{11}{4} \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(-2;-3;1) \\ \overrightarrow{AB} = \dfrac{1}{4}(2;-1;2) \end{cases}$

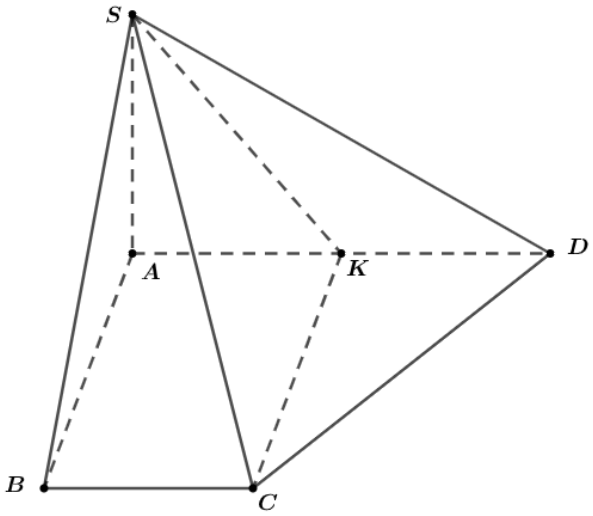
Vậy phương trình chính tắc của $\Delta: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B; $AB = BC = a$; $AD = 2a$; $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAD) bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm của AD. Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B, có $AB = AD = a$ nên $ABCK$ là hình vuông $\Rightarrow CK \perp AB$, mà $SA \perp CK \Rightarrow CK \perp (SAD) \Rightarrow CK \perp SK$.

Vậy góc giữa SC và (SAD) bằng CSK.

Xét tam giác vuông ΔSAK có $SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow \tan CSK = \dfrac{CK}{SK} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow CSK = 30°$.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có $|z| = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25$ (1).

Mặt khác $z^2 = (a+bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 = b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = -b \end{array}\right.$.

Từ (1) ta được: $2a^2 = 25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{5}{\sqrt{2}} \\ a = -\dfrac{5}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$.

Ta thấy ứng với mỗi giá trị của a cho ta hai giá trị của b. Vậy có bốn số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+2)^2 (x+5)\left[(m-1)x^2 + x + m^2 - 2019m - 4042\right]$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 3 cực trị?

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $g(x)=f(|x|)$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị nằm phía bên phải đường thẳng $x=0$.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-5\\(m-1)x^2+x+m^2-2019m-4042=0\ \ (*)\end{array}\right.$

TH1: $m-1=0\Leftrightarrow m=1$. Khi đó PT (*) $\Rightarrow x-6060=0\Leftrightarrow x=6060$. Vậy $m=1$ thỏa mãn.

TH2: $m-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow PT(*)$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1\le 0<x_2$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m-1)f(0)<0\\\left\{\begin{array}{l}S>0\\f(0)=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(m-1)(m+2)(m-2021)<0\\\left\{\begin{array}{l}\dfrac{-1}{(m-1)}>0\\(m+2)(m-2021)=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-2\vee 1<m<2021\\m=-2\end{array}\right.$$

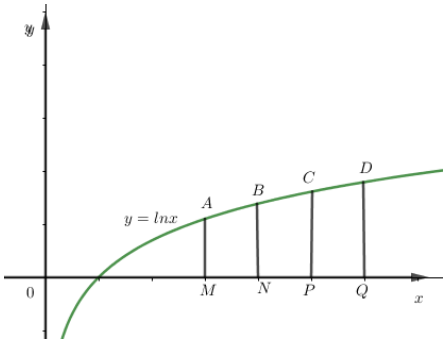
Vì m nguyên dương và kết hợp TH1 và TH2 nên có 2020 giá trị m cần tìm.

Câu 47: Trong mặt phẳng Oxy xét tứ giác diện tích $\ln\dfrac{91}{90}$; các đỉnh có hoành độ là các số nguyên liên tiếp và nằm trên đồ thị hàm số $y=\ln x$. Hãy xác định tổng các chữ số của hoành độ đỉnh xa gốc tọa độ nhất.

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A



ĐK: $a>0$

Giả sử $A(a;\ln a);B(a+1;\ln(a+1));C(a+2;\ln(a+2));D(a+3;\ln(a+3))$.

Khi đó $S_{ABCD}=S_{ABNM}+S_{BCPN}+S_{CDQP}-S_{ADQM}$.

Ta có: $S_{ABNM}=\dfrac{\ln a+\ln(a+1)}{2}=\dfrac{\ln(a(a+1))}{2};S_{BCPN}=\dfrac{\ln(a+1)+\ln(a+2)}{2}=\dfrac{\ln((a+1)(a+2))}{2}$

$S_{CDQP}=\dfrac{\ln(a+2)+\ln(a+3)}{2}=\dfrac{\ln((a+2)(a+3))}{2};S_{ADQM}=3.\dfrac{\ln a+\ln(a+3)}{2}=3.\dfrac{\ln(a(a+3))}{2}$

$\Rightarrow S_{ABCD}=\dfrac{\ln(a(a+1))}{2}+\dfrac{\ln((a+1)(a+2))}{2}+\dfrac{\ln((a+2)(a+3))}{2}-3.\dfrac{\ln(a(a+3))}{2}$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{91}{90}\right)=\ln\left(\sqrt{\frac{a.(a+1)^2(a+2)^2(a+3)}{a^3.(a+3)^3}}\right)=\ln\left(\frac{(a+1)(a+2)}{a.(a+3)}\right)$$

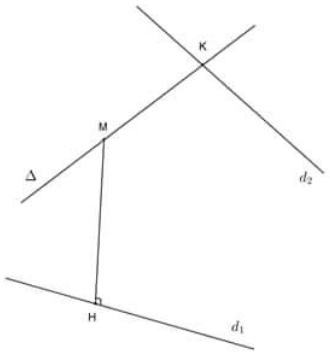
$$\Rightarrow \frac{91}{90}=\frac{(a+1)(a+2)}{a.(a+3)}\Rightarrow a=12\Rightarrow a+3=15.$$

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-5}{-1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-4}{2}$, $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=4+3t\\z=-2+t\end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\frac{51}{2}$. **B.** $P=\frac{298}{11}$. **C.** $P=\frac{67}{2}$. **D.** $P=\frac{378}{11}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên d_1.

Ta có $H\in d_1\Rightarrow H(-k+5;4k+1;2k+4)\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(-k+4;4k-2;2k+6)$.

VTCP của d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(-1;4;2)$. Vì $MH\perp d_1$ nên $\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_1}=0\Leftrightarrow k-4+16k-8+4k+12=0$

$\Leftrightarrow k=0\Rightarrow H(5;1;4)$.

Mặt khác, $d(\Delta,d_1)\le MH$. Do đó $d(\Delta,d_1)$ lớn nhất bằng MH.

Đạt được khi và chỉ khi $MH\perp\Delta$. Khi đó $MH\perp MK\Leftrightarrow \overrightarrow{MH}.\overrightarrow{MK}=0$ (*).

Ta có $\overrightarrow{MH}=(4;-2;6)=2(2;-1;3)$; $K\in d_2\Rightarrow K(2+t;4+3t;-2+t)\Rightarrow \overrightarrow{MK}=(t+1;3t+1;t)$.

(*) $\Leftrightarrow 2t+2-3t-1+3t=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}\Rightarrow K\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Vậy $P=a^2+2b^2+3c^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2+2\left(\frac{5}{2}\right)^2+3\left(-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{67}{2}$.

Cách khác

Ta có $d\ d_1,\Delta\ \le d\ M,d_1$ suy ra $d\ d_1,\Delta\ _{\max}=d\ M,d_1$

+) Gọi H là hình chiếu của M lên đường thẳng d_1

Suy ra Δ nằm trong mp P đi qua M nhận $\overrightarrow{MH}$ là VTPT

+) Ta có $H\ 5-h;1+4h;4+2h\ \in d_1$

+) $\overrightarrow{MH}=\ 4-h;-2+4h;6+2h\ ,\vec{u}=\ -1;4;2$

(Với $\vec{u}=\ -1;4;2$ là VTCP của d_1)

+) $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow -4+h-8+16h+12+4h=0\Leftrightarrow h=0$ suy ra $\overrightarrow{MH}=\ 4;-2;6$

Suy ra $P\ :2x-y+3z+7=0$

Từ giả thiết bài toán suy ra $K=d_2\cap\ P\ \Rightarrow K\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};\frac{-5}{2}\right)\Rightarrow P=\frac{67}{2}$

Câu 49. Xét hai số phức z, w thỏa $|z-1-2i|=|z-2+i|$ và $|w-2+3i|=|w-4-i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z+3-i|+|w+3-i|+|z-w|$ bằng $\frac{2}{5}\sqrt{abc}$ với a,b,c là các số nguyên tố. Tính giá trị của $a+b+c$.

A. 22. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$

$|z-1-2i|=|z-2+i|\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2=(x-2)^2+(y+1)^2$.

$\Rightarrow$ điểm M biểu diễn số phức z thuộc đường thẳng $\Delta: x-3y=0$.

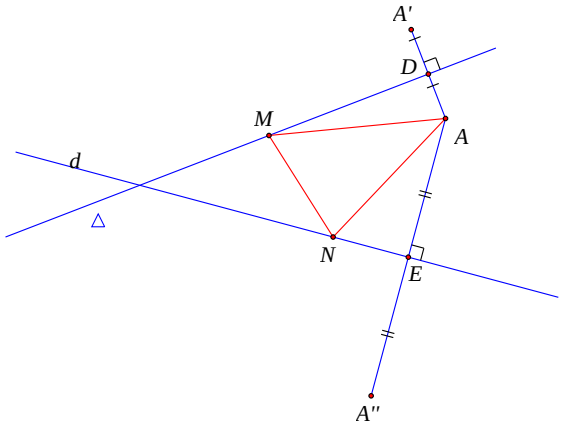
Gọi $w=a+bi,\ a,b\in\mathbb{R}$

$|w-2+3i|=|w-4-i|\Leftrightarrow(a-2)^2+(b+3)^2=(a-4)^2+(b-1)^2\Leftrightarrow a+2b-1=0$

$\Rightarrow$ điểm N biểu diễn số phức w thuộc đường thẳng $d: x+2y-1=0$.

Gọi $A(-3;1)$. Do đó $|z+3-i|+|w+3-i|+|z-w|=AM+AN+MN$.

Khi đó bài toán trở thành tìm $M\in\Delta, N\in d$ sao cho $AM+AN+MN$ đạt giá trị nhỏ nhất với $A(-3;1)$.



Gọi A', A'' lần lượt là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ, d.

$AA'\perp\Delta\Rightarrow AA': 3x+y+8=0$

Giao điểm $D=AA'\cap\Delta$ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-3y=0\\3x+y+8=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{12}{5}\\y=-\frac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow D\left(-\frac{12}{5};-\frac{4}{5}\right)$

Vì A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ nên D là trung điểm của AA'.

Do đó $A'\left(-\frac{9}{5};-\frac{13}{5}\right)$.

Tương tự ta tìm được $A''\left(-\frac{11}{5};\frac{13}{5}\right)$.

$AM+AN+MN=A'M+A''N+MN\geq A'A''$

Dấu bằng xảy ra khi A', A'', M, N thẳng hàng.

Mặt khác $A'A''=\frac{2}{5}\sqrt{170}=\frac{2}{5}\sqrt{2.5.17}$

Vậy $a+b+c=2+5+17=24$.

Câu 50. Cho hàm số $y=\sqrt{x}$ có đồ thị (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ dương. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và đường thẳng đi qua M vuông góc với trục hoành; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng OM. Biết $\frac{S_2}{S_1}=\frac{a}{b}$ (với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), giá trị của $a+b$ bằng.

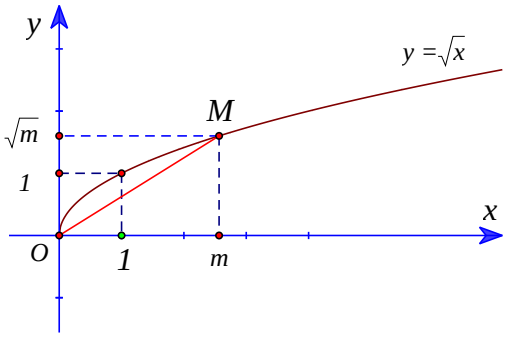
A. 6. **B.** 19. **C.** 5. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M\left(m;\sqrt{m}\right)\in(C),(m>0)$.

Phương trình đường thẳng $OM: y=\frac{1}{\sqrt{m}}x$.



Ta có $S_1=\int_0^m\left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\sqrt{m^3}$

$S_2=\int_0^m\left|\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{m}}x\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{6}\sqrt{m^3}$

$\Rightarrow\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{4}$

Vậy $a+b=5$

----------HẾT----------

ĐỀ 32

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ CÀ MAU

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5$ là

A. $\frac{x^4}{4}-x^3+5x+C$. **B.** x^4-x^2+5x+C. **C.** $x^4-\frac{1}{3}x^3+3x+C$. **D.** $3x^3-6x+C$.

Câu 2. Tích phân $\int_{\pi}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,dx$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 3. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a\left(a^3\right)$

A. $T=\frac{12}{5}$. **B.** $T=3$. **C.** $T=\frac{9}{5}$. **D.** $T=2$.

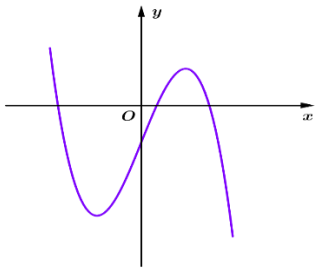
Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(2x-1)$ trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ bằng

A. $\frac{2\ln 2}{2x-1}$. **B.** $\frac{2}{(2x-1)\ln 3}$. **C.** $\frac{2}{(2x-1)\ln 2}$. **D.** $\frac{2}{(2x-1)\ln x}$.

Câu 5. Một khối chóp có thể tích bằng 21 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 7. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 21. **D.** 63.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=x^4-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(2;4;-6)$.

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy $r=3cm$ và độ dài đường sinh $l=5cm$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $30\pi\,cm^2$. **B.** $24\pi\,cm^2$. **C.** $12\pi\,cm^2$. **D.** $15\pi\,cm^2$.

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $2021^{x+2} < 2021^{2x}$ là

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

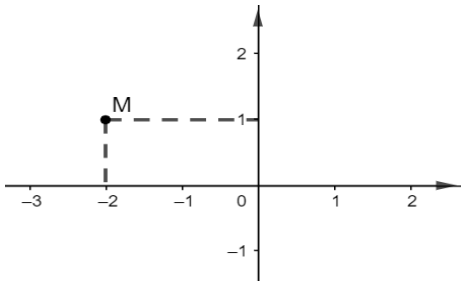
Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;1;4)$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a_1}=(4;-1;1)$. **B.** $\vec{a_2}=(4;-1;-1)$. **C.** $\vec{a_3}=(-4;-1;-1)$. **D.** $\vec{a_4}=(-4;1;1)$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=2-2i$, $z_2=-3+3i$. Số phức z_1-z_2 bằng:

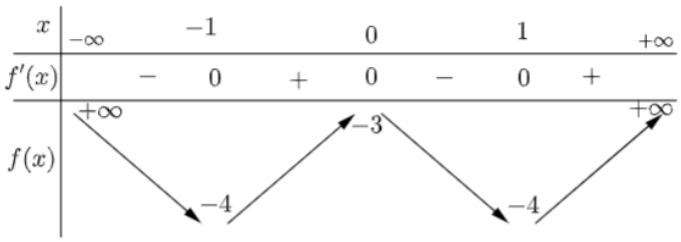
A. $5-5i$. **B.** $-5i$. **C.** $-1+i$. **D.** $-5+5i$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy điểm M trong hình vẽ dưới là điểm biểu diễn số phức z. Số phức z có phần thực bằng:



A. -2. **B.** $-2+i$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 14. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 3cm và chiều cao bằng 5cm có thể tích bằng

A. $30\pi\text{cm}^3$. **B.** $75\pi\text{cm}^3$. **C.** $45\pi\text{cm}^3$. **D.** $15\pi\text{cm}^3$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.

Câu 16. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$.

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh để làm lớp trưởng và lớp phó học tập?

A. $7!$. **B.** C_7^2. **C.** 7^2. **D.** A_7^2.

Câu 18. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lập phương đó bằng

A. $3\sqrt{3}a^3$ **B.** $a^3\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $3a^3$

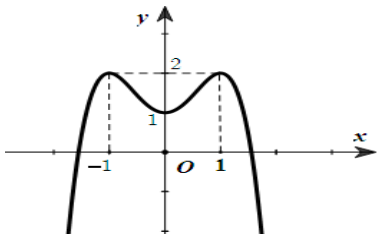
Câu 19. Cho số phức $z=-1-4i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5), B(2;0;1), C(0;9;0)$ Tìm trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(3;12;6)$. **B.** $G(1;5;2)$. **C.** $G(1;4;2)$. **D.** $G(1;4;5)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d đã cho?

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(-1;3;5)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 23. Nếu $\int_{-2}^{1}\left[2f(x)-1\right]dx=3$ thì $\int_{-2}^{1}f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** -9. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25. Gọi $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ và trục Ox. Tính tổng $P=x_A+x_B$

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=4$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình.

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=4-2t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-2t\\z=-3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=4-2t\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2), B(3;-1;4)$. Mặt cầuđường kính AB có phương trình

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=\sqrt{14}$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=14$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\sqrt{14}$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=14$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=\frac{6}{5}$. **D.** $x=2$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $7^{4-2x-x^2}\le\frac{1}{49^x}$ là

A. $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{2x-3}{x+1}$. **B.** $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2+9x-1$.

C. $y=\frac{1}{3}x^3-3x^2-9x+1$. **D.** $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+4$.

Câu 31. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Môđun của số phức $w=(i+1)z_1$ bằng

A. $|w|=4$. **B.** $|w|=\sqrt{37}$. **C.** $|w|=\sqrt{26}$. **D.** $|w|=5$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $y=e^{3x}$ là

A. $\frac{1}{3}e^x+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{3x}+C$. **C.** $3e^{3x}+C$. **D.** $\frac{1}{3}e^{3x+1}+C$.

Câu 33. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x$ trên đoạn $\left[-1;3\sqrt{2}\right]$. Gọi tổng $M+m=a\sqrt{2}$. $(a\in\mathbb{Z})$. Tìm a.

A. 40. **B.** -32. **C.** -40. **D.** 32.

Câu 34. Cho tập hợp $X=\{1,2,3,...20\}$. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.**.

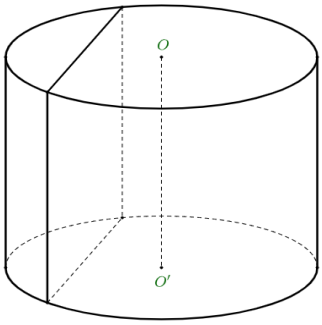
Câu 35. Rút gọn biểu thức $P=\frac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a>0$

A. $P=a^4$. **B.** $P=a^5$. **C.** $P=a^3$. **D.** $P=a^2$.

Câu 36. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3,\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

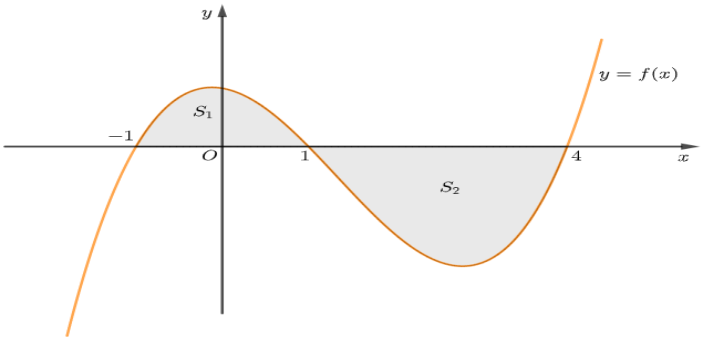
A. -2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 37. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\sqrt{3}$, ta được thiết diện là một hình vuông. Gọi S_1,S_2 $(S_1<S_2)$ lần lượt là diện tích xung quanh của hai phần hình trụ được cắt ra. Tính S_1.



A. $S_1 = \frac{4}{3}\pi$. **B.** $S_1 = \frac{5}{3}\pi$. **C.** $S_1 = \frac{3}{4}\pi$. **D.** $S_1 = \frac{20}{3}\pi$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng trong hình biết $S_1 = 3$ và $S_2 = 7$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x.f(5\sin x - 1)\mathrm{d}x$ bằng



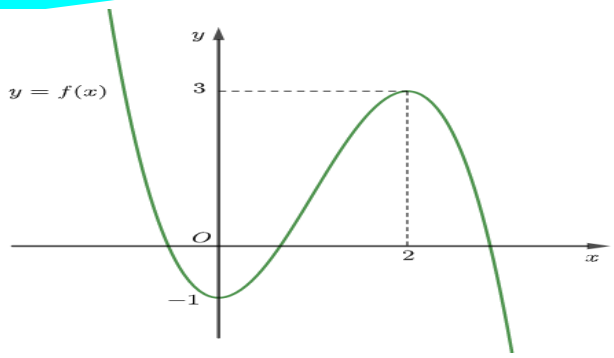
A. $-\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm đoạn thẳng MN. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x^2 - 3x + 2) + 2022$ trên đoạn $\left[-3; \frac{1}{2}\right]$ bằng



A. $f\left(\frac{21}{16}\right)+2022$. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** $f\left(\frac{3}{4}\right)+2022$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $1+\bar{z}=\left|\bar{z}-i\right|^2+\left(iz-1\right)^2$ và z có phần thực dương. Tính môđun của số phức z.

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}$, góc giữa (SBC) với đáy (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 43. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-m\right)<0$ có tập nghiệm chứa **không** quá 6 số nguyên là

A. 31. **B.** 32. **C.** 244. **D.** 243.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=3a$, $AC=a\sqrt{6}$, $SA=SB=SC=\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC).

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB=b, BC=b\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) tính theo b bằng

A. $\frac{2b\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2b\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\frac{2b\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{2b\sqrt{57}}{19}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn $x^2.f^2(x)+(2x-1)f(x)=xf'(x)-1$ với mọi $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(1)=-2$. Tính $\int_1^2 f(x)\,dx$

A. $-\frac{1}{2}-\ln 2$. **B.** $-\frac{1}{2}-\frac{\ln 2}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2}-\ln 2$. **D.** $-\frac{3}{2}-\frac{\ln 2}{2}$.

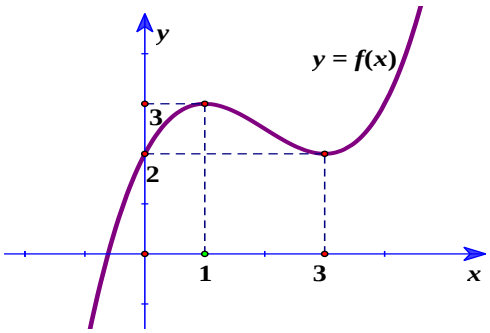
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):5x+by+cz+d=0$ đi qua hai điểm $A(-1;5;7), B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 6. **B.** 1. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}+\left(4+3\bar{z}\right)i=4+\left(1+i\right)|z|$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<|z|\le 1$. **B.** $1<|z|\le 3$. **C.** $4<|z|\le 5$. **D.** $5<|z|\le 10$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-200;200]$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+8f(x)-m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. 184. **B.** 187. **C.** 186. **D.** 185.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-2021;2021]$ sao cho tồn tại duy nhất một số thực x thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}(x+3)=\log_3(ax)$

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	B	A	D	C	D	D	A	A	A	D	C	A	C	D	A	C	C	B	A	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	D	B	C	B	B	A	B	D	A	A	B	C	D	C	D	A	D	A	B	B	C	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+5$ là

A. $\frac{x^4}{4}-x^3+5x+C$. **B.** x^4-x^2+5x+C. **C.** $x^4-\frac{1}{3}x^3+3x+C$. **D.** $3x^3-6x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\left(x^3-3x^2+5\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-x^3+5x+C$.

Câu 2. Tích phân $\int\limits_{\pi}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{\pi}^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x\Big|_{\pi}^{\frac{\pi}{2}}=\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)-\sin\pi=1.$

Câu 3. Cho số thực a thỏa mãn $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T=\log_a\left(a^3\right)$

A. $T=\frac{12}{5}$. **B.** $T=3$. **C.** $T=\frac{9}{5}$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn B

Với $0<a\neq 1$.

Ta có $T=\log_a\left(a^3\right)=3\cdot\log_a a=3$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(2x-1)$ trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ bằng

A. $\frac{2\ln 2}{2x-1}$. **B.** $\frac{2}{(2x-1)\ln 3}$. **C.** $\frac{2}{(2x-1)\ln 2}$. **D.** $\frac{2}{(2x-1)\ln x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left[\log_3(2x-1)\right]'=\frac{(2x-1)'}{(2x-1)\cdot\ln 3}=\frac{2}{(2x-1)\cdot\ln 3}$.

Câu 5. Một khối chóp có thể tích bằng 21 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối chóp đó bằng

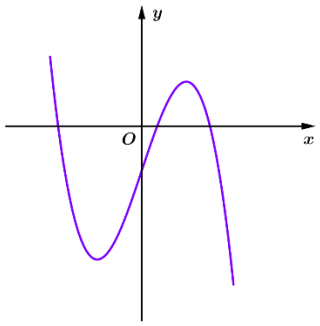
A. 7. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 21. **D.** 63.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}\cdot B\cdot h\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{63}{9}=7$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=x^4-x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x-1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba nên loại **A,C.**

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$ nên hàm số đã cho là hàm bậc ba có hệ số $a<0$. Vậy chọn **D.**

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-1=0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;-2;3)$

Câu 8. Một hình nón có bán kính đáy $r=3cm$ và độ dài đường sinh $l=5cm$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $30\pi\,cm^2$. **B.** $24\pi\,cm^2$. **C.** $12\pi\,cm^2$. **D.** $15\pi\,cm^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=15\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 9. Tập nghiệm S của bất phương trình $2021^{x+2}<2021^{2x}$ là

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2021^{x+2}<2021^{2x}\Leftrightarrow x+2<2x\Leftrightarrow 2<x$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $S=(2;+\infty)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(5;1;4)$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a_1}=(4;-1;1)$. **B.** $\vec{a_2}=(4;-1;-1)$. **C.** $\vec{a_3}=(-4;-1;-1)$. **D.** $\vec{a_4}=(-4;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(5-1;1-2;4-3)=(4;-1;1)$.

Vậy vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\vec{a_1}=(4;-1;1)$.

Câu 11. Cho hai số phức $z_1=2-2i$, $z_2=-3+3i$. Số phức z_1-z_2 bằng:

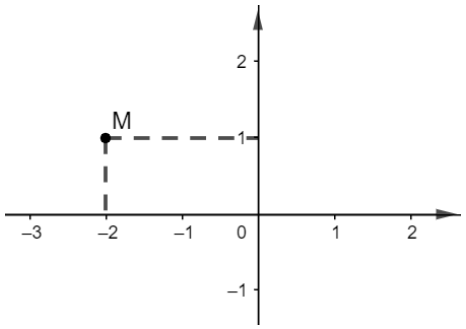
A. $5-5i$. **B.** $-5i$. **C.** $-1+i$. **D.** $-5+5i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_1-z_2=(2-2i)-(-3+3i)=2-2i+3-3i=5-5i$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy điểm M trong hình vẽ dưới là điểm biểu diễn số phức z. Số phức z có phần thực bằng:



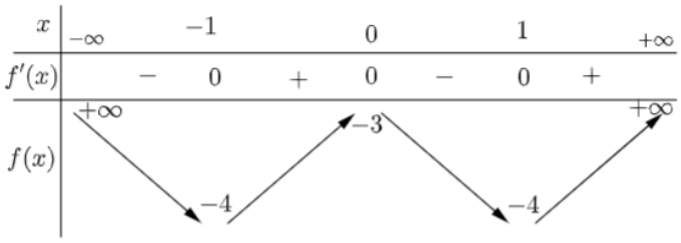
A. -2. **B.** $-2+i$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức z có toạ độ $M(-2;1)$ suy ra phần thực của số phức là -2.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Theo BBT, ta có giá trị cực tiểu của hàm số là: $y_{CT}=-4$

Câu 14. Một khối trụ có bán kính đáy bằng 3cm và chiều cao bằng 5cm có thể tích bằng

A. $30\pi\text{cm}^3$. **B.** $75\pi\text{cm}^3$. **C.** $45\pi\text{cm}^3$. **D.** $15\pi\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: bán kính đáy $r=3\text{cm}$, chiều cao $h=5\text{cm}$

Vậy thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.3^2.5=45\pi\text{cm}^3$

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 15. **C.** 18. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{6}{3}=2$. Vậy $u_3=u_1.q^2=3.2^2=12$

Câu 16. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-7}{x+2}$.

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=3$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-7}{x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-7}{x+2}=3\Rightarrow y=3$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh để làm lớp trưởng và lớp phó học tập?

A. $7!$. **B.** C_7^2. **C.** 7^2. **D.** A_7^2.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn là A_7^2.

Câu 18. Một hình lập phương có độ dài cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lập phương đó bằng

A. $3\sqrt{3}a^3$ **B.** $a^3\sqrt{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $3a^3$

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương đó bằng $\left(a\sqrt{3}\right)^3=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 19. Cho số phức $z=-1-4i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4. **B.** -1. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\bar{z}=-1+4i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng 4.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;5),B(2;0;1),C(0;9;0)$ Tìm trọng tâm G của tam giác ABC

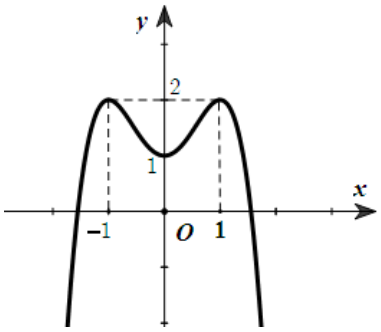
A. $G(3;12;6)$. **B.** $G(1;5;2)$. **C.** $G(1;4;2)$. **D.** $G(1;4;5)$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức trọng tâm tam giác: $G(1;4;2)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d đã cho?

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(-1;3;5)$. **D.** $(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Xét điểm $M(-1;3;1)$ ta có $\begin{cases}-1=1+t\\3=1-t\\1=3+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t=-2\\t=-2\end{cases}\Rightarrow M(-1;3;1)\in d$.

Câu 23. Nếu $\int\limits_{-2}^{1}\left[2f(x)-1\right]dx=3$ thì $\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** –9. **C.** 3. **D.** –3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_{-2}^{1}\left[2f(x)-1\right]dx=3\Leftrightarrow 2\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx-\int\limits_{-2}^{1}1.dx=3\Leftrightarrow 2\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx-x\Big|_{-2}^{1}=3$

$\Leftrightarrow 2\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx-\left(1-(-2)\right)=3\Leftrightarrow 2\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx=6\Leftrightarrow\int\limits_{-2}^{1}f(x)dx=3$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

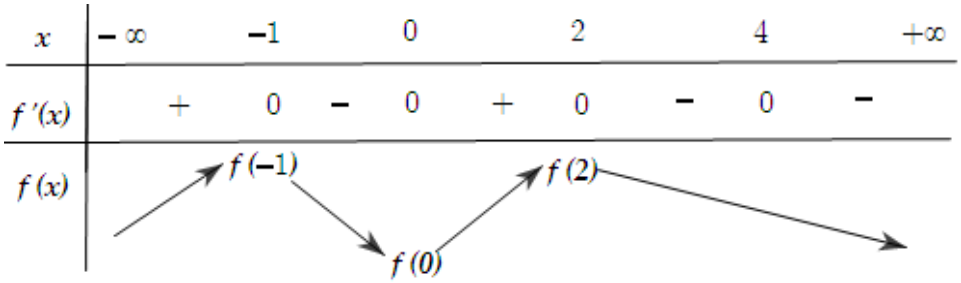
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 25. Gọi $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ và trục Ox.

Tính tổng $P=x_A+x_B$

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Suy ra $P=x_A+x_B=4$.

Câu 26. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình.

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-2t \\ z=-3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=4-2t \\ z=2-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$ và chọn đi qua điểm A nên có phương trìnhtham số . $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2), B(3;-1;4)$. Mặt cầuđường kính AB có phương trình

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=\sqrt{14}$. **B.** $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=14$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\sqrt{14}$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=14$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có đường kính AB suy ra tâm mặt cầu là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $I(2;1;1)$, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{4+16+36}}{2}=\sqrt{14}$.

Phương trình của (S) là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=14$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là

A. $x=\dfrac{8}{5}$. **B.** $x=\dfrac{9}{5}$. **C.** $x=\dfrac{6}{5}$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $x>0$.

Ta có $\log_3(5x)=2\Leftrightarrow 5x=3^2\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{5}$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $7^{4-2x-x^2}\le\dfrac{1}{49^x}$ là

A. $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $7^{4-2x-x^2}\le\dfrac{1}{49^x}\Leftrightarrow 7^{4-2x-x^2}\le 7^{-2x}\Leftrightarrow 4-2x-x^2\le -2x\Leftrightarrow 4-x^2\le 0\Leftrightarrow x\in[-2;2]$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+9x-1$.

C. $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2-9x+1$. **D.** $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+4$.

Lời giải

Chọn B

Ta loại đáp án A và D vì hàm số nhất biến và hàm trùng phương không có tính chất đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét đáp án B: $y'=x^2-6x+9$, $y'=0\Leftrightarrow x=3$. Vì $y'=0$ có nghiệm kép nên đạo hàm không đổi dấu khi qua $x=3$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Môđun của số phức $w=(i+1)z_1$ bằng

A. $|w|=4$. **B.** $|w|=\sqrt{37}$. **C.** $|w|=\sqrt{26}$. **D.** $|w|=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z^2+6z+13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=-3-2i \\ z=-3+2i \end{array}\right.$. Vì z_1 có phần ảo dưởng nên $z_1=-3+2i$.

$w=(i+1).z_1=(i+1)(-3+2i)=-5-i$.

$|w|=\sqrt{(-5)^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $y=e^{3x}$ là

A. $\frac{1}{3}e^x+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{3x}+C$. **C.** $3e^{3x}+C$. **D.** $\frac{1}{3}e^{3x+1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức: $\int e^{ax+b}dx=\frac{1}{a}e^{ax+b}+C$ ta chọn đáp án B

Câu 33. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x$ trên đoạn $\left[-1;3\sqrt{2}\right]$. Gọi tổng $M+m=a\sqrt{2}$. $(a\in\mathbb{Z})$. Tìm a.

A.40. **B.** -32. **C.** -40. **D.**32.

Lời giải

Chọn B

Hàm số liên tục trên $\left[-1;3\sqrt{2}\right]$

$f'(x)=-3x^2+6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2}\in\left[-1;3\sqrt{2}\right] \\ x=-\sqrt{2}\notin\left[-1;3\sqrt{2}\right] \end{array}\right.$

$f(-1)=-7$

$f\left(\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}$

$f\left(3\sqrt{2}\right)=-36\sqrt{2}$

Vậy $M+m=4\sqrt{2}-36\sqrt{2}=-32\sqrt{2}$, $a=-32$

Câu 34. Cho tập hợp $X=\{1,2,3,...20\}$. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập hợp X. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.**.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{20}^1=20$

Tập hợp các số chia hết cho 3 lấy ra từ tập hợp X là: $\{3;6;9;12;15;18\}$

Có số cách để chọn ngẫu nhiên 1 số trong tập hợp trên là: $C_6^1=6$

Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 là: $P(A)=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

Câu 35. Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}$ với $a>0$

A. $P=a^4$. **B.** $P=a^5$. **C.** $P=a^3$. **D.** $P=a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1}.a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}}=\dfrac{a^{\sqrt{3}+1+2-3}}{a^{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}}=\dfrac{a^3}{a^{-2}}=a^5$

Câu 36. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3, \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

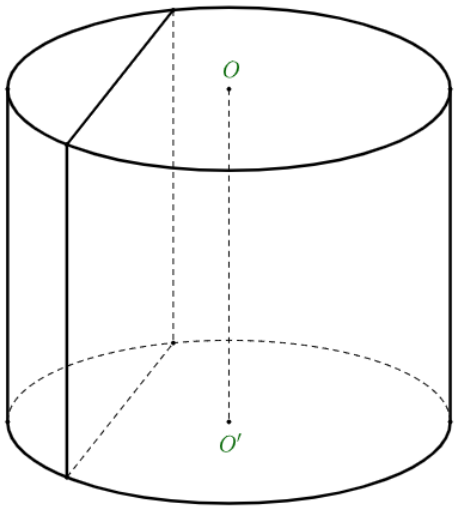
A. -2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3-1=2$.

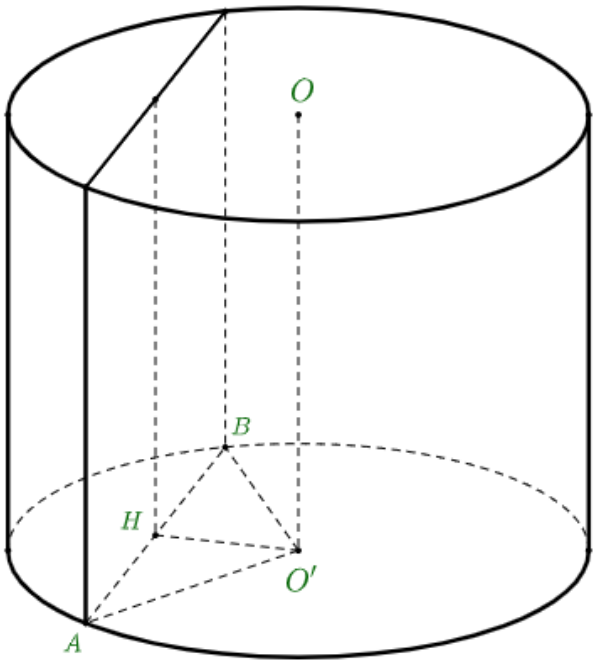
Câu 37. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $\sqrt{3}$, ta được thiết diện là một hình vuông. Gọi $S_1, S_2\ (S_1<S_2)$ lần lượt là diện tích xung quanh của hai phần hình trụ được cắt ra. Tính S_1.



A. $S_1=\dfrac{4}{3}\pi$. **B.** $S_1=\dfrac{5}{3}\pi$. **C.** $S_1=\dfrac{3}{4}\pi$. **D.** $S_1=\dfrac{20}{3}\pi$.

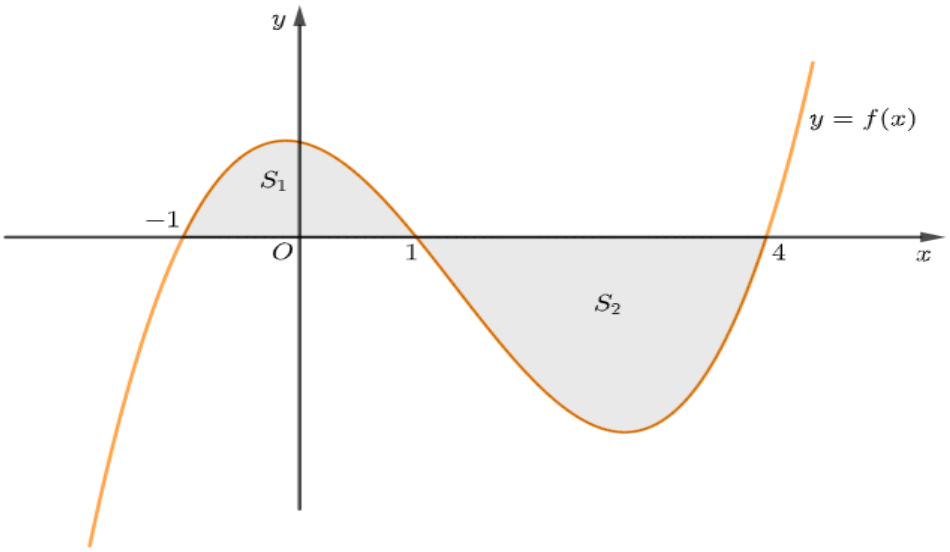
Lời giải

ChọnA



Gọi h là chiều cao hình trụ và cũng là độ dài cạnh thiết diện hình vuông.
Gọi R là bán kính đáy, khi đó $R=2$.
Gọi d là khoảng cách từ trục đến mặt phẳng thiết diện.
Theo đề: $R^2=d^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 2^2=\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2 \Leftrightarrow h=2$.
Mặt khác: $\Delta O'AB$ là tam giác đều nên $AO'B=60°$.
Suy ra: Diện tích xung quanh phần hình trụ được cắt ra nhỏ hơn là:
$S_1=2\pi R.\frac{60°}{360°}.h=\frac{1}{3}\pi.2.2=\frac{4\pi}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng trong hình biết $S_1=3$ và $S_2=7$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(5\sin x-1\right)\mathrm{d}x$ bằng



A. $-\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

ChọnA

Xét: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f\left(5\sin x-1\right)\mathrm{d}x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5}.f\left(5\sin x-1\right)\mathrm{d}\left(5\sin x-1\right)$

$=\frac{1}{5}\int_{-1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\left(\int_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x\right)=\frac{1}{5}\left(S_1-S_2\right)=-\frac{4}{5}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$, điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm đoạn thẳng MN. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z+2}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+2}{2}$.

Lời giải

ChọnB

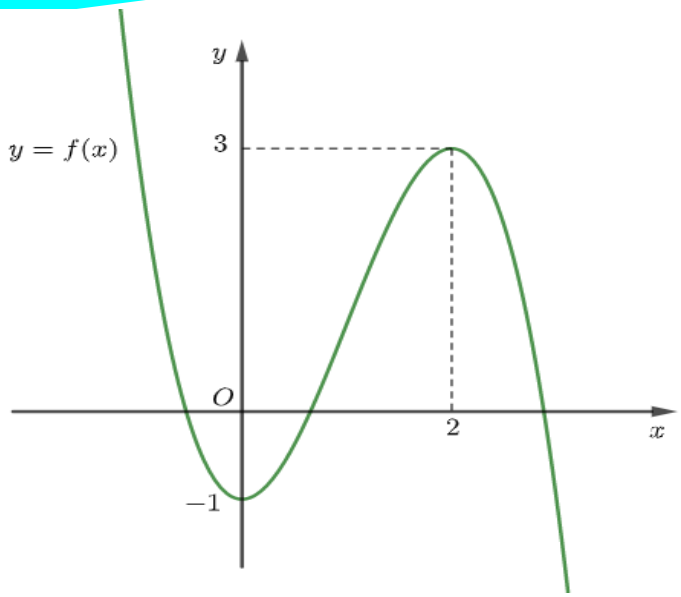
Do $M\in d$ nên $M\left(-1+2t;t;2+t\right)$.

Do A là trung điểm đoạn thẳng MN nên N có tọa độ $N\left(3-2t;-2-t;2-t\right)$.

Mặt khác: $N\in\left(P\right)$ nên $3-2t-2-t-2\left(2-t\right)+5=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow M\left(3;2;4\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(2;3;2\right)$.

Vậy: Phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-3x+2\right)+2022$ trên đoạn $\left[-3;\frac{1}{2}\right]$ bằng



A. $f\left(\frac{21}{16}\right)+2022$. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** $f\left(\frac{3}{4}\right)+2022$.

Lời giải

Chọn C

Xét: $g'(x)=(2x-3).f'\left(x^2-3x+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-3=0 \\ x^2-3x+2=0 \\ x^2-3x+2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3}{2}\notin\left[-3;\frac{1}{2}\right] \\ x=1\notin\left[-3;\frac{1}{2}\right] \\ x=2\notin\left[-3;\frac{1}{2}\right] \\ x=0\in\left[-3;\frac{1}{2}\right] \\ x=3\notin\left[-3;\frac{1}{2}\right] \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[-3;\frac{1}{2}\right]$:

x	-3		0		$\frac{1}{2}$
$2x-3$	|	$-$	|	$-$	|
$f'(x^2-3x+2)$	|	$-$	0	$+$	|
$g'(x)$	|	$+$	0	$-$	|
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Suy ra: $\max\limits_{\left[-3;\frac{1}{2}\right]} g(x)=g(0)=f(2)+2022=2025$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn $1+\bar{z}=\left|\bar{z}-i\right|^2+(iz-1)^2$ và z có phần thực dương. Tính môđun của số phức z.

A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R},x>0)$.

Ta có: $1+\bar{z}=\left|\bar{z}-i\right|^2+(iz-1)^2 \Leftrightarrow 1+x-yi=\left|x-(y+1)i\right|^2+(xi-y-1)^2$

$\Leftrightarrow 1+x-yi=2(y+1)^2-2x(y+1)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}1+x=2(y+1)^2\\ y=2x(y+1)\end{cases} \Rightarrow y=2\left(2(y+1)^2-1\right)(y+1)$

$\Leftrightarrow 4(y+1)^3-3(y+1)+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y+1=-1\\ y+1=\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}y=-2\\ y=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$

Với $y=-2$ thì $x=2(y+1)^2-1=1>0$ thỏa mãn.

Với $y=-\frac{1}{2}$ thì $x=2(y+1)^2-1=-\frac{1}{2}<0$ không thỏa mãn.

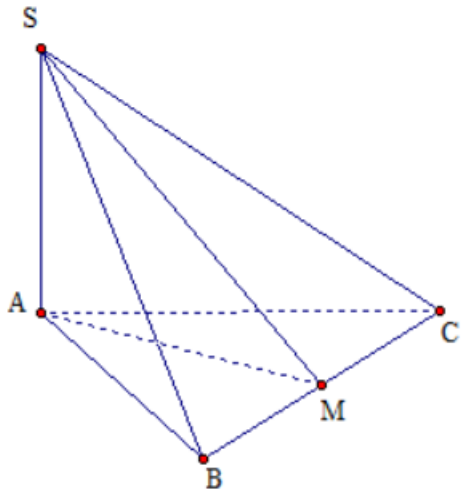
Vậy $z=1-2i\Rightarrow|z|=\sqrt{5}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{3}$, góc giữa (SBC) với đáy (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC, từ giả thiết suy ra: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp SM$.

Suy ra: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AM, AM \subset (ABC) \Rightarrow SMA = (MS;MA) = ((ABC);(SBC)) = 45^\circ \\ BC \perp SM, SM \subset (SBC) \end{cases}$.

Tam giác SAM vuông cân tại A, suy ra: $AM = SA = \sqrt{3}$.

Mặt khác: $AM = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{3} = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow BC = 2$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6} SA.AM.BC = \dfrac{1}{6}\sqrt{3}.\sqrt{3}.2 = 1$.

Câu 43. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - m\right) < 0$ có tập nghiệm chứa **không** quá 6 số nguyên là

A. 31. **B.** 32. **C.** 244. **D.** 243.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - m\right) < 0 \Leftrightarrow \left(3^2.3^x - \sqrt{3}\right)\left(3^x - m\right) < 0$

$\Leftrightarrow 3^{-\frac{3}{2}} < 3^x < m \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} < 3^x < \log_3 m$. (vì $m \geq 1$)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left(-\dfrac{3}{2}; \log_3 m\right)$

Bất phương trình này có không quá 6 số nguyên $\Leftrightarrow \log_3 m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 243$.

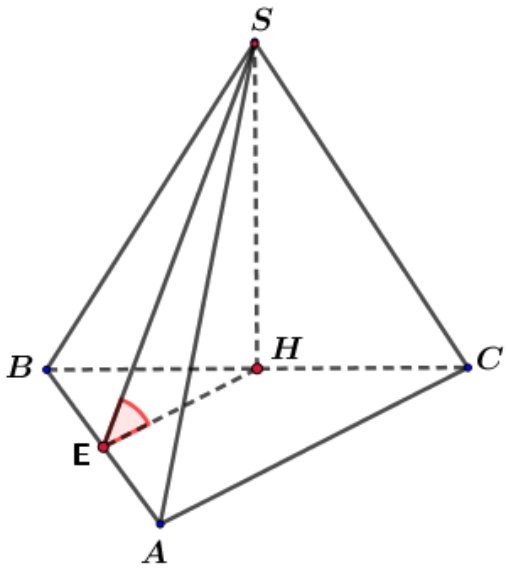
Mà m là số nguyên dương nên $m \in \{1;2;3;...;243\}$. Do đó có 243 giá trị m cần tìm.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC = 3a$, $AC = a\sqrt{6}$, $SA = SB = SC = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc tạo bởi mặt bên (SAB) và mặt đáy (ABC).

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, E lần lượt là trung điểm của BC và $AC \Rightarrow HE = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì $SA = SB = SC = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$ vàđáy ABC là tam giác vuông tại A nên $SH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi $\alpha = ((SAB),(ABC))$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \cap (ABC) = AB \\ HE \perp AB \\ SE \perp AB \end{cases} \Rightarrow \alpha = SEH$

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{SH}{EH} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60°$.

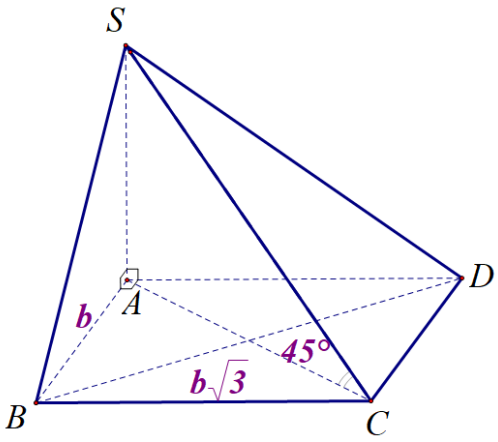
Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB = b, BC = b\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh bên SC và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) tính theo b bằng

A. $\frac{2b\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2b\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\frac{2b\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{2b\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải

GVSB: Hà Hoàng; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn D



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = SCA = 45°$ $SA = AC.\tan 45°$.

Khi đó $SA = AC.\tan 45° = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

Vì SA, SB, SD đôi một vuông góc nên với $h = d(A,(SBD))$ thì ta có

$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4b^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{3b^2} = \frac{19}{12b^2}$, suy ra $d(A,(SBD)) = h = \frac{2b\sqrt{57}}{19}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và thỏa mãn

$x^2.f^2(x) + (2x-1)f(x) = xf'(x) - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(1) = -2$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$

A. $-\frac{1}{2} - \ln 2$. **B.** $-\frac{1}{2} - \frac{\ln 2}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2} - \ln 2$. **D.** $-\frac{3}{2} - \frac{\ln 2}{2}$.

Lời giải.

GVSB: Hà Hoàng; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn A

Ta có $x^2.f^2(x) + (2x-1)f(x) = xf'(x) - 1 \Leftrightarrow [x.f(x)]^2 + 2x.f(x) + 1 = x.f'(x) + f(x)$

$\Leftrightarrow [x.f(x)+1]^2 = (x.f(x)+1)' \Leftrightarrow -\frac{(x.f(x)+1)'}{[x.f(x)+1]^2} = -1$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x.f(x)+1}\right)' = (-x)' \Leftrightarrow \frac{1}{x.f(x)+1} = -x + C$

Theo giả thiết $f(1) = -2$ nên thay $x = 1$ vào đẳng thức trên ta có $-1 = -1 + C \Leftrightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$.

Vậy $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \left(-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right)dx = \left(\frac{1}{x} - \ln|x|\right)\Big|_1^2 = -\frac{1}{2} - \ln 2$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):5x+by+cz+d=0$ đi qua hai điểm $A(-1;5;7), B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 6. **B.** 1. **C.** 9. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

GVSB: Anh Tuấn; GVPB:Hoàng Tiến Đông

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Đường thẳng AB đi qua điểm A, có một VTCP là $\overrightarrow{AB}=(5;-3;-4) \Rightarrow$

$$AB:\begin{cases} x=-1+5t \\ y=5-3t \\ z=7-4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$$

Ta có $IA=IB=5=R \Rightarrow A,B\in(S) \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).

Đường tròn (C) có chu vi là $2\pi r$ với $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}$.

Đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất khi (C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB, ta có:

$d(I,(P))=IH\le IK$

Do đó $d(I,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Vì $K\in AB \Rightarrow K(-1+5t;5-3t;7-4t) \Rightarrow \overrightarrow{IK}=(5t;3-3t;4-4t)$.

Ta có $IK\perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{IK}=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2};\frac{4}{2}\right)=\frac{1}{2}(5;3;4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $B(4;2;3)$, có một VTPT là $\vec{n}=(5;3;4) \Rightarrow (P):5x+3y+4z-38=0$.

Khi đó $b=3, c=4$. Vậy $T=3b-2c=1$.

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}+(4+3\bar{z})i=4+(1+i)|z|$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<|z|\le 1$. **B.** $1<|z|\le 3$. **C.** $4<|z|\le 5$. **D.** $5<|z|\le 10$.

Lời giải

GVSB: Anh Tuấn; GVPB:Hoàng Tiến Đông

Chọn B

Ta có $\bar{z}+(4+3\bar{z})i=4+(1+i)|z| \Leftrightarrow (1+3i)\bar{z}=(|z|+4)+(|z|-4)i$.

Suy ra $|(1+3i)\bar{z}|=|(|z|+4)+(|z|-4)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{10}|z|=\sqrt{(|z|+4)^2+(|z|-4)^2}$

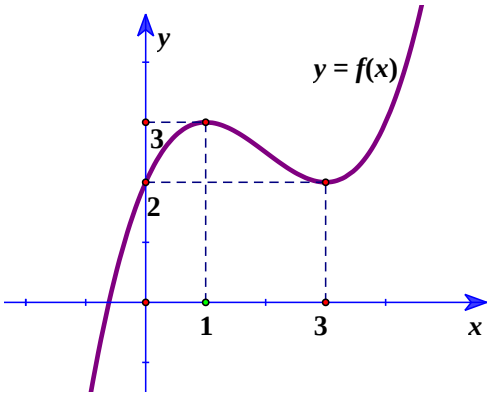
$\Leftrightarrow 10|z|^2=(|z|+4)^2+(|z|-4)^2$

$\Leftrightarrow 8|z|^2=32\Leftrightarrow |z|=2$.

Với $|z|=2$ thì $(1+3i)\bar{z}=6-2i\Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{6-2i}{1+3i}=-2i\Leftrightarrow z=2i$.

Vậy $|z|=2$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-200;200]$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+8f(x)-m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. 184. **B.** 187. **C.** 186. **D.** 185.

Lời giải

GVSB: Lê Duy; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn C

+Đặt $h(x)=f^2(x)+8f(x)-m$. Ta có :

$$h'(x)=2f(x).f'(x)+8f'(x)\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=x_1\in(-\infty;-1)\end{array}\right.$$ nên $h(x)$ có ba điểm cực trị.

+ Xét phương trình $h(x)=0\Leftrightarrow f^2(x)+8f(x)-m=0(*)$, ta có $\Delta'=16+m$

TH1 : Nếu $m<-16$ thì (*) VN (TM). Do đó : có 185 giá trị nguyên của m.

TH2 : Nếu $m=-16$ thì (*) trở thành $f(x)=-4$ nên (*) có nghiệm kép $x=x_1$ (TM). Do đó : có 1 giá trị nguyên của m.

TH3 : Nếu $m>-16$ thì để thỏa mãn bài toán thì (*) phải có đúng hai nghiệm trong ba nghiệm của $h'(x)=0$ mà tất cả các trường hợp đó đều không thỏa mãn (Ví dụ : (*) có đúng hai nghiệm $x=1,x=3$ thì $f_1=3,f_2=1\Rightarrow f_1+f_2=4\neq -8$).

Vậy có 186 giá trị nguyên của m.

Chú ý : Bài này có thể tìm ra hàm số $f(x)$ rồi thực hiện với những giá trị cụ thể.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $a\in[-2021;2021]$ sao cho tồn tại duy nhất một số thực x thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}(x+3)=\log_3(ax)$

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

GVSB: Lê Duy; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn C

+ Ta có: $\log_{\sqrt{3}}(x+3)=\log_3(ax)\Leftrightarrow 2.\log_3(x+3)=\log_3(ax)\Leftrightarrow\begin{cases}x>-3\\ax=(x+3)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-3\\a=\dfrac{(x+3)^2}{x}\end{cases}$ (vì $x=0$ không phải là nghiệm)

+ Xét hàm số $y=\dfrac{(x+3)^2}{x}$ có: $y'=\dfrac{x^2-9}{x^2}, y'=0\Leftrightarrow x=\pm 3$

Bảng biến thiên:

x	-3		0		3		$+\infty$
y'	0	-	‖	-		+	
y	0 ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘		12	↗	$+\infty$

Do đó: $\left[\begin{array}{l}a<0\\a=12\end{array}\right.\Rightarrow a\in\{-2021;\ldots;-1;12\}$ hay có 2022 giá trị của a.

----------HẾT----------

ĐỀ 33

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT NGUYỄN KHUYẾN – HCM – LẦN 1

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)\cdot f'(x)}{\sqrt{2f^2(x)+1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\int g(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

B. $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

C. $\int g(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

D. $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-1;+\infty)$.

Câu 3. Cho x, y, z là các số dương khác 1 thỏa mãn điều kiện $x^y=z$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

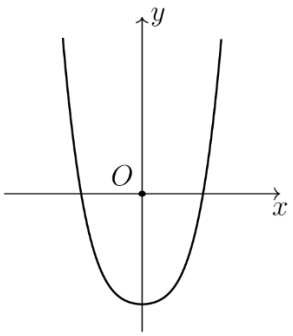
A. $z=\log_x y$.

B. $z=\log_y x$.

C. $z=\log_y z$.

D. $y=\log_x z$.

Câu 4. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



A. $y=-3x^4-x^2-1$.

B. $y=2x^4+x^2-2$.

C. $y=x^4+2x^2$.

D. $y=-x^4+x^2-1$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2\,\text{cm}$, $AC=1\,\text{cm}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính $d(SA;BC)$.

A. $\sqrt{5}\,\text{cm}$.

B. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\,\text{cm}$.

C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}$.

D. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}\,\text{cm}$.

Câu 6. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. $\int_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}-\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}x$.

B. $\int_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}+2\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}x$.

C. $\int_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}+\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}x$.

D. $\int_1^{\mathrm{e}}\ln^2 x\,\mathrm{d}x=\mathrm{e}-2\int_1^{\mathrm{e}}\ln x\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Đường thẳng (d) cắt mặt phẳng $(\alpha):x-2z-1=0$ tại điểm $M(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=27$. **B.** $a+b+c=28$. **C.** $a+b+c=17$. **D.** $a+b+c=18$.

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{u}(1;1;1)$ và $\vec{v}=(a;b;c)$ thì

A. $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(c-b;c-a;b-a)$. **B.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(c-b;a-c;b-a)$.

C. $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(b-c;a-c;a-b)$. **D.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(b-c;c-a;a-b)$.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) có $u_1=2$ và $u_{n+1}=u_n-1,\forall n\geq 1$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=-8$. **B.** $u_{10}=11$. **C.** $u_{10}=-7$. **D.** $u_{10}=12$.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích hình chóp đã cho theo a.

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 11. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^2\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+C$. **B.** $\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

C. $\int(x+2)^2\,\mathrm{d}x=\dfrac{(x+2)^3}{3}+C$. **D.** $\int\dfrac{x^3}{3}\mathrm{d}x=x^2+C$.

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $2x-y-3z+4=0$ vuông góc với mặt phẳng

A. $2x-y-3z-2=0$. **B.** $x+y+z+5=0$. **C.** $x-y+z-3=0$. **D.** $3x-2z-1=0$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4+m}{x-1}$ không có tiệm cận.

A. $m=-1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 14. $x_0=5$ là nghiệm của bất phương trình

A. $\log_2 x<2$. **B.** $\log_5(x+1)<1$. **C.** $\log_5(x+1)>1$. **D.** $\log_3 x>2$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và a,b,c là các số thực bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_c^a f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_c^a f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 16. Tính môđun của số phức z, biết rằng $z+(1-i)\bar{z}+2i=0$

A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 4. **D** $\sqrt{6}$.

Câu 17. Phương trình nào dưới đây **không** có nghiệm thực ?

A. $7^{x^2+1}=6$. **B.** $7^{x^2+1}=7$. **C.** $7^{x^2+1}=8$. **D.** $7^{x^2+1}=9$.

Câu 18. Cho x và y là các số thực thỏa mãn điều kiện $2^x.2^y=\sqrt{2}$. Tính tổng $x+y$

A. $x+y=-2$. **B.** $x+y=\frac{1}{2}$. **C.** $x+y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x+y=-1$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^4+mx^2-m^2+1$ có đúng một cực trị

A. $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<0$.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\mathrm{d}x=\int_1^{-1}t^2\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\mathrm{d}x=\int_{-1}^{1}t^2\mathrm{d}t$.

C. $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\mathrm{d}x=2\int_0^{1}t^2\mathrm{d}t$. **D.** $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\mathrm{d}x=2\int_{-1}^{0}t^2\mathrm{d}t$.

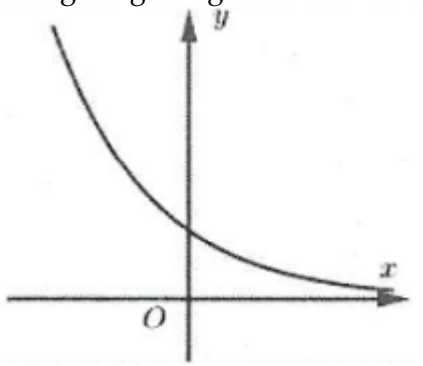
Câu 21. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a$; $AA'=a$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABC').

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Câu 22. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển biểu thức $(1+x^2)^{2021}$.

A. 2021. **B.** 4082420. **C.** 2041210. **D.** 1.

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số bên dưới, đó là hàm số nào?



A. $y=7^x$. **B.** $y=\log_7 x$. **C.** $y=\frac{1}{7^x}$. **D.** $y=-\log_7 x$.

Câu 24. Số phức z nào dưới đây là một căn bậc hai của số phức $w=-2i$?

A. $z=-4$. **B.** $z=-1-i$. **C.** $z=-1+i$. **D.** $z=4$.

Câu 25. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(1;-3)$ biểu diễn cho số phức

A. $z=1-3i$. **B.** $z=-1+3i$. **C.** $z=3-i$. **D.** $z=-3+i$.

Câu 26. Hàm số nào dưới đây giảm trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=2x^4+x^2$. **C.** $y=-x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-1$.

Câu 27. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ và thỏa mãn các điều kiện $F(0)-F(2)=4$, $F(5)-F(0)=7$. Tính tích phân $I=\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=-11$. **D.** $I=11$.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. $y=\dfrac{1}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{1-3x}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}$.

Câu 29. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng 5?

A. $z=2-5i$. **B.** $z=3+4i$. **C.** $z=5-2i$. **D.** $z=7+5i$.

Câu 30. Tập xác định của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\log_3(10-x^2)}$ có tất cả bao nhiêu phần tử là số nguyên

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=4a$; $BD=a$; $AA'=2a$, đường thẳng CC' hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích hình lăng trụ đã cho theo a.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $4\sqrt{2}a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O. $AB=4cm$; $OS=2\sqrt{2}cm$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $16\pi cm^2$. **B.** $8\sqrt{2}\pi cm^2$. **C.** $32\pi cm^2$. **D.** $24\pi cm^2$.

Câu 33. Cho a,b là các số thực; $z=1+2i$ là số phức thỏa mãn $az^2-bz+2a+1=0$. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=1$. **B.** $a+b=-1$. **C.** $a+b=3$. **D.** $a+b=-3$.

Câu 34. Thể tích của khối nón có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và chiều cao bằng $2cm$ là

A. $4cm^3$. **B.** $4\pi cm^3$. **C.** $12cm^3$. **D.** $12\pi cm^3$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2z+5=0$.

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=75$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=45$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=75$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$ đi qua điểm

A. $A(-3;-2;3)$. **B.** $B(5;-2;2)$. **C.** $C(2;-2;3)$. **D.** $D(-3;6;3)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)=mx^3-2x^2+2$ có điểm cực trị

A. $m\in R$. **B.** $m>0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m<0$.

Câu 38. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $A(1;2;-5)$, $B(-3;-2;3)$ $C(0;2;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}=(7;-5;1)$. **B.** $\vec{n}=(5;-5;1)$. **C.** $\vec{n}=(5;5;1)$. **D.** $\vec{n}=(7;-5;0)$.

Câu 39. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)=(x-1)(x-m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)$ có hai cực trị x_1,x_2 thoả mãn điều kiện $x_1+x_2>1$.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)$. **C.** $m\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Câu 40. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{x+1}{-3}$.

A. $2x+2y-3z-9=0$. **B.** $7x-5y+z+4=0$.
C. $2x+2y-3z+9=0$. **D.** $7x-5y+z-4=0$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2a$, $AB=a$, $ACB=30°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+5$ với a, b, c là các hằng số thức thoả mãn điều kiện $b^2<2ac$. Tính $f(2)$, biết rằng hàm số $g(x)=f\left(x^3+f(x)\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-16	↘	$-\infty$

A. $f(2)=-5$. **B.** $f(2)=-7$. **C.** $f(2)=-3$. **D.** $f(2)=-1$.

Câu 43. Cho phương trình $\log_3\left[x+m+1+\sqrt{2x^2-(m+1)x+m}\right]=0$. Biết nửa khoảng $(a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất. Tính $9a+5b$.

A. $9a+5b=5$. **B.** $9a+5b=7$. **C.** $9a+5b=-6$. **D.** $9a+5b=-8$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-2i|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=|z+4-i|+|\bar{z}-2+4i|$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3+2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2cm. Tứ diện $ABA'D'$ quay quanh trục AA' tạo nên vật thể (V), mặt phẳng (α) chứa trục AA' của (V) và cắt (V) theo thiết diện là hình phẳng (H). Tính diện tích hình phẳng (H).

A. $4+2\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ \left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $6+\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ \left(\text{cm}^2\right)$.
C. $1+6\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ \left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $2+4\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 46. Trong bốn hàm số sau, có tất cả bao nhiêu hàm số có tập giá trị là khoảng $(0;+\infty)$?

i) $y=5^{1-x}$ ii) $y=2^{x^3-1}$ iii) $y=3^{x^2-2}$ iv) $y=4^x$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 47. Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ tập hợp $\left\{2^1;2^2;2^3;...,2^{2021}\right\}$. Tính xác suất để phần tử được chọn là ước của $2021!$ (biết rằng $2021!=1\times2\times3\times...\times2021$).

A. $\frac{1767}{2021}$. **B.** $\frac{2013}{2021}$. **C.** $\frac{2005}{2021}$. **D.** $\frac{1986}{2021}$.

Câu 48. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2+at\\y=b+ct\\z=1+2t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$ với a,b,c là các hằng số, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=15$. Biết rằng đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M,N sao cho $A(-1;-1;2)$ là trung điểm của đoạn MN. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=-12$. **B.** $a+b+c=-15$. **C.** $a+b+c=-9$. **D.** $a+b+c=-4$.

Câu 49. Hàm số $f(x)=\left|x^2+2x\right|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD=3cm, BC=2cm$, đường thẳng AD hợp với đường thẳng BC một góc 30^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC, biết thể tích tứ diện $ABCD$ là $3cm^3$

A. $2\,cm$. **B.** $3cm$. **C.** $6\,cm$. **D.** $4\,cm$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	D	B	B	D	D	B	C	D	D	C	A	C	B	B	A	B	C	A	D	A	C	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	A	C	C	A	A	C	B	A	A	C	A	D	C	C	D	A	B	B	B	B	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)\cdot f'(x)}{\sqrt{2f^2(x)+1}}$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $\int g(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

B. $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

C. $\int g(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

D. $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int g(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{f(x)\cdot f'(x)}{\sqrt{2f^2(x)+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\int\dfrac{\mathrm{d}\left[2f^2(x)+1\right]}{\sqrt{2f^2(x)+1}}=\dfrac{1}{2}\sqrt{2f^2(x)+1}+C$.

Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(-1;+\infty)$.

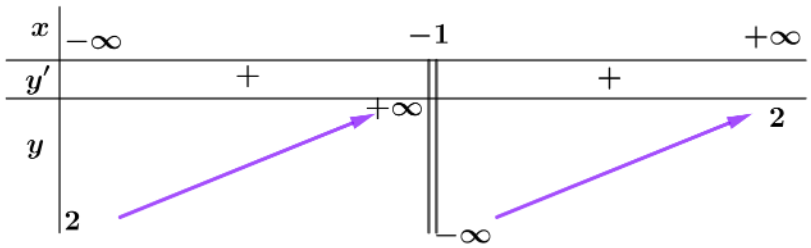
Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Có $f'(x)=\dfrac{5}{(x+1)^2}>0$ với $\forall x\in D$

Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ là:



Từ BBT của hàm số $f(x)$ suy ra tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 3. Cho x,y,z là các số dương khác 1 thỏa mãn điều kiện $x^y=z$. Khẳng định nào dưới đây **đúng?**

A. $z=\log_x y$.

B. $z=\log_y x$.

C. $z=\log_y z$.

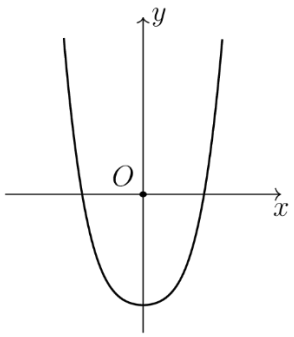
D. $y=\log_x z$.

Lời giải

Chọn D

$x^y=z\Rightarrow\log_x\left(x^y\right)=\log_x z\Rightarrow y=\log_x z$.

Câu 4. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



A. $y=-3x^4-x^2-1$. **B.** $y=2x^4+x^2-2$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đây là đồ thị hàm bậc 4 trùng phương với:

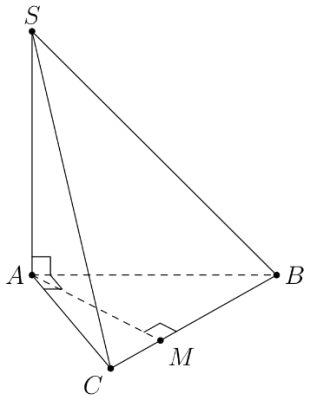
- Hệ số $a>0\Rightarrow$Loại đáp án A. và D.
- Cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow y=2x^4+x^2-2$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2\,\text{cm}$, $AC=1\text{cm}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính $d(SA;BC)$.

A. $\sqrt{5}\,\text{cm}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}\text{cm}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}\text{cm}$.

Lời giải

Chọn B



Trong (ABC), kẻ $AM\perp BC$ tại M.

Do $AM\perp SA\left(AM\subset(ABC)\right)$ nên AM là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SA và BC. Vậy $d(SA;BC)=AM$.

Xét tam giác ABC vuông tại A, ta có :

$$\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{5}{4}\Rightarrow AM=d(SA;BC)=\frac{2\sqrt{5}}{5}\text{cm}.$$

Câu 6. Khẳng định nào dưới đây là đúng ?

A. $\int_1^e \ln^2 x\,dx = e - \int_1^e \ln x\,dx$. **B.** $\int_1^e \ln^2 x\,dx = e + 2\int_1^e \ln x\,dx$.

C. $\int_1^e \ln^2 x\,dx = e + \int_1^e \ln x\,dx$. **D.** $\int_1^e \ln^2 x\,dx = e - 2\int_1^e \ln x\,dx$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2\dfrac{\ln x}{x}dx \\ v = x \end{cases}$.

Khi đó $\int_1^e \ln^2 x\,dx = x\ln^2 x\Big|_1^e - \int_1^e 2\ln x\,dx = e - 2\int_1^e \ln x\,dx$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+3}{-2} = \dfrac{z-1}{2}$. Đường thẳng (d) cắt mặt phẳng $(\alpha): x - 2z - 1 = 0$ tại điểm $M(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=27$. **B.** $a+b+c=28$. **C.** $a+b+c=17$. **D.** $a+b+c=18$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng (Δ) có véctơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-2;2)$

Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với đường thẳng (Δ) nên (d) nhận $\vec{u} = (3;-2;2)$ làm véctơ chỉ phương. Suy ra PTTS của $(d): \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-2t \\ z = -3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Ta có $M = d \cap (\alpha)$ nên ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-2t \\ z = -3+2t \end{cases} \\ x - 2z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-2t \\ z = -3+2t \end{cases} \\ 1+3t-2(-3+2t)-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 19 \\ y = -10 \\ z = 9 \end{cases} \\ t = 6 \end{cases}$$

Suy ra $M(19;-10;9) \Rightarrow \begin{cases} a = 19 \\ b = -10 \\ c = 9 \end{cases}$

Vậy $a+b+c = 19 + (-10) + 9 = 18$

Câu 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{u}(1;1;1)$ và $\vec{v} = (a;b;c)$ thì

A. $[\vec{u},\vec{v}] = (c-b;c-a;b-a)$. **B.** $[\vec{u},\vec{v}] = (c-b;a-c;b-a)$.

C. $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(b-c;a-c;a-b)$. **D.** $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=(b-c;c-a;a-b)$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức : nếu $\vec{u}(x;y;z)$ và $\vec{v}=(x';y';z')$

thì $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} y & z \\ y' & z' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} z & x \\ z' & x' \end{vmatrix};\begin{vmatrix} x & y \\ x' & y' \end{vmatrix}\right)=(yz'-y'z;zx'-z'x;xy'-x'y)$.

Ta có $\left[\vec{u},\vec{v}\right]=\left(\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ b & c \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ c & a \end{vmatrix};\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{vmatrix}\right)=(c-b;a-c;b-a)$

Câu 9. Cho dãy số (u_n) có $u_1=2$ và $u_{n+1}=u_n-1,\forall n\geq 1$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=-8$. **B.** $u_{10}=11$. **C.** $u_{10}=-7$. **D.** $u_{10}=12$.

Lời giải

Chọn C

Vì dãy số (u_n) có $u_{n+1}=u_n-1=u_n+(-1),\forall n\geq 1$ nên (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d=-1$

Áp dung công thức : $u_n=u_1+(n-1)d$.

Suy ra $u_{10}=u_1+9d=2+9(-1)=-7$.

Câu 10. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích hình chóp đã cho theo a.

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Chiều cao hình chóp đều $S.ABC$ là $h=6a$.

Lại có: Diện tích mặt đáy ABC của hình chóp đều $S.ABC$ là $B=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (ΔABC đều).

Vậy thể tích hình chóp đều $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot 6a=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 11. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. $\int x^2\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C$. **B.** $\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

C. $\int(x+2)^2\mathrm{d}x=\frac{(x+2)^3}{3}+C$. **D.** $\int\frac{x^3}{3}\mathrm{d}x=x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\frac{x^3}{3}\mathrm{d}x=\frac{x^4}{3.4}+C=\frac{x^4}{12}+C$.

Câu 12. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $2x-y-3z+4=0$ vuông góc với mặt phẳng

A. $2x-y-3z-2=0$. **B.** $x+y+z+5=0$. **C.** $x-y+z-3=0$. **D.** $3x-2z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2.1+(-1).(-1)+(-3).1=0$.

Suy ra mặt phẳng $2x-y-3z+4=0$ vuông góc với mặt phẳng $x-y+z-3=0$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4+m}{x-1}$ không có tiệm cận.

A. $m=-1$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^4+m}{x-1}=+\infty;\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^4+m}{x-1}=-\infty$. Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $x=1$ là nghiệm phương trình $x^4+m=0$

$\Leftrightarrow 1+m=0 \Leftrightarrow m=-1$

Câu 14. $x_0=5$ là nghiệm của bất phương trình

A. $\log_2 x<2$. **B.** $\log_5(x+1)<1$. **C.** $\log_5(x+1)>1$. **D.** $\log_3 x>2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_5(x+1)>1\Leftrightarrow x+1>5\Leftrightarrow x>4$

$\Rightarrow x_0=5$ là nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1)>1$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và a,b,c là các số thực bất kỳ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_c^a f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_c^a f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_b^c f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 16. Tính môđun của số phức z, biết rằng $z+(1-i)\bar{z}+2i=0$

A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 4. **D** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức cần tìm.

Ta có: $z+(1-i)\bar{z}+2i=0\Leftrightarrow a+bi+(1-i)(a-bi)+2i=0$

$\Leftrightarrow a+bi+a-bi-ai-b+2i=0$

$\Leftrightarrow 2a-b+i(2-a)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=0 \\ a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ a=2 \end{cases}$.

Vậy $z=2+4i \Rightarrow |z|=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Câu 17. Phương trình nào dưới đây **không** có nghiệm thực ?

A. $7^{x^2+1}=6$. **B.** $7^{x^2+1}=7$. **C.** $7^{x^2+1}=8$. **D.** $7^{x^2+1}=9$.

Lời giải

Chọn A

+ Xét phương trình $7^{x^2+1}=a$ với $a\in\{6;7;8;9\}$.

$\Leftrightarrow x^2+1=\log_7 a \Leftrightarrow x^2=\log_7 a-1$

Phương trình $7^{x^2+1}=a$ có nghiệm phức khi $\log_7 a-1<0$. Nên $a=6$

Câu 18. Cho x và y là các số thực thỏa mãn điều kiện $2^x.2^y=\sqrt{2}$. Tính tổng $x+y$

A. $x+y=-2$. **B.** $x+y=\frac{1}{2}$. **C.** $x+y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x+y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2^{x+y}=2^{\frac{1}{2}}$ nên $x+y=\frac{1}{2}$.

Câu 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^4+mx^2-m^2+1$ có đúng một cực trị

A. $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đúng một cực trị thì $a.b\ge 0$.

Hàm số $y=x^4+mx^2-m^2+1$ có đúng một cực trị thì $m\ge 0$.

Câu 20. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\,dx=\int_1^{-1}t^2dt$. **B.** $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\,dx=\int_{-1}^{1}t^2dt$.

C. $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\,dx=2\int_0^{1}t^2dt$. **D.** $\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\,dx=2\int_{-1}^{0}t^2dt$.

Lời giải

Chọn A

Xét tích phân $I=\int_0^{\pi}\cos^2 x.\sin x\,dx$

Đặt $t=\cos x \Leftrightarrow dt=-\sin x\,dx$

Đổi cận $\begin{matrix} x=0\to t=1 \\ x=\pi\to t=-1 \end{matrix}$

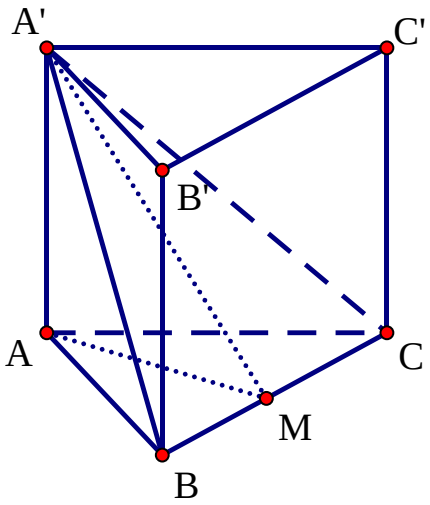
Vậy $I=-\int_{1}^{-1}t^2\mathrm{d}t=\int_{-1}^{1}t^2\mathrm{d}t$. Do đó A sai

Câu 21. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a;\ AA'=a$. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABC').

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC.

Ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\ BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp(A'AM)\Rightarrow BC\perp A'M$.

Suy ra $\left((A'BC);(ABC)\right)=\left(AM;A'M\right)=A'MA$

Ta có $AM=AB.\sin 60°=2a\dfrac{\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$

Tam giác $A'AM$ vuông tại A nên $\tan\left(A'AM\right)=\dfrac{AA'}{AM}=\dfrac{a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow\left((A'BC);(ABC)\right)=\left(AM;A'M\right)=A'MA=30°$.

Câu 22. Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển biểu thức $\left(1+x^2\right)^{2021}$.

A. 2021. **B.** 4082420. **C.** 2041210. **D.** 1.

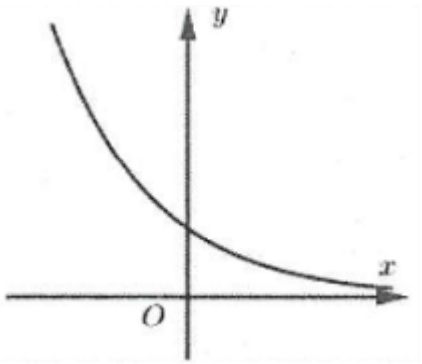
. **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $\left(1+x^2\right)^{2021}=C_{2021}^{0}+C_{2021}^{1}.x^2+C_{2021}^{2}.x^4+....$

Suy ra hệ số của số hạng x^2 chứa là $C_{2021}^{1}=2021$.

Câu 23. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số bên dưới, đó là hàm số nào?



A. $y=7^x$. **B.** $y=\log_7 x$. **C.** $y=\dfrac{1}{7^x}$. **D.** $y=-\log_7 x$.

Lời giải

Chọn C

Căn cứ đồ thị hàm số ta thấy TXĐ của hàm số là $\mathbb{R}$ nên loại $y=\log_7 x$; $y=-\log_7 x$.

Vì hàm số nghịch biến trên TXĐ nên loại $y=7^x$. Vậy hàm số đó là $y=\dfrac{1}{7^x}$.

Câu 24. Số phức z nào dưới đây là một căn bậc hai của số phức $w=-2i$?

A. $z=-4$. **B.** $z=-1-i$. **C.** $z=-1+i$. **D.** $z=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $w=-2i=1-2i+i^2=(1-i)^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=-1+i \\ z=1-i \end{array}\right.$

Vậy một căn bậc hai của số phức $w=-2i$ là $z=-1+i$.

Câu 25. Trong mặt phẳng phức, điểm $M(1;-3)$ biểu diễn cho số phức

A. $z=1-3i$. **B.** $z=-1+3i$. **C.** $z=3-i$. **D.** $z=-3+i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M(1;-3)$ biểu diễn cho số phức $z=1-3i$.

Câu 26. Hàm số nào dưới đây giảm trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=2x^4+x^2$. **C.** $y=-x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^4+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy cả 4 đáp án đều có dạng là hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$. Để hàm số giảm trên khoảng $(0;+\infty)$ thì hàm số phải có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab>0$. Do đó đáp án A và D loại vì hàm số có 3 điểm cực trị.

Hàm số giảm trên khoảng $(0;+\infty)$ tức là $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$. Do đó chọn đáp án C.

Câu 27. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ và thỏa mãn các điều kiện $F(0)-F(2)=4$, $F(5)-F(0)=7$. Tính tích phân $I=\int\limits_5^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=-11$. **D.** $I=11$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x=F(2)-F(5)=F(2)-F(0)+F(0)-F(5)$

$=-\left[F(0)-F(2)\right]-\left[F(5)-F(0)\right]=-4-7=-11$.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. $y=\dfrac{1}{1-x}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{1-3x}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D, ta có:

+) Hàm số xác định trên khoảng $(0;1)$

+) $y'=-\dfrac{1}{x^2}<0\ \forall x\in(0;1)$

Vậy hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

Câu 29. Số phức nào dưới đây có phần ảo bằng 5?

A. $z=2-5i$. **B.** $z=3+4i$. **C.** $z=5-2i$. **D.** $z=7+5i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 30. Tập xác định của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\log_3(10-x^2)}$ có tất cả bao nhiêu phần tử là số nguyên

A. 5. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $\begin{cases}10-x^2>0\\ \log_3(10-x^2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2<10\\ 10-x^2\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow 9\neq x^2<10\Rightarrow\begin{cases}-\sqrt{10}<x<\sqrt{10}\\ x\neq\pm 3\end{cases}$

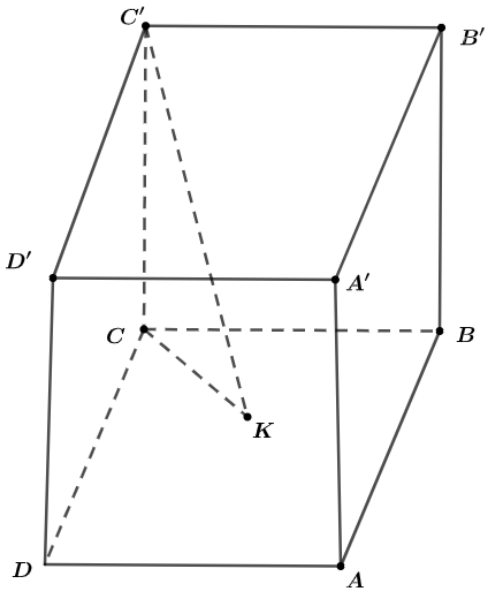
Do $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{-2;-1;0;1;2\}$, thu được 5 phần tử nguyên.

Câu 31. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=4a$; $BD=a$; $AA'=2a$, đường thẳng CC' hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích hình lăng trụ đã cho theo a.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $4\sqrt{2}a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi K là hình chiếu của C' lên mp $ABCD$, $C'K \perp (ABCD) \Rightarrow C'K \perp KC$.

Góc giữa CC' và mp$(ABCD)$ bằng góc $CC'K = 45° \Rightarrow \Delta C'KC$ vuông cân tại K

$\Rightarrow KC = KC' = a\sqrt{2}$ (vì $CC' = AA' = 2a$).

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{ABCD}.C'K = \frac{1}{2}AC.BD.a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O. $AB = 4cm$; $OS = 2\sqrt{2}cm$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $16\pi cm^2$. **B.** $8\sqrt{2}\pi cm^2$. **C.** $32\pi cm^2$. **D.** $24\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn C

Đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O nên $OA = OB = OC = OD = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

Vì $OS = 2\sqrt{2}$ suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, bán kính mặt cầu $R = 2\sqrt{2}cm$. Diện tích mặt cầu bằng: $4\pi\left(2\sqrt{2}\right)^2 cm^2 = 32\pi cm^2$.

Câu 33. Cho a, b là các số thực; $z = 1 + 2i$ là số phức thỏa mãn $az^2 - bz + 2a + 1 = 0$. Tính tổng $a + b$.

A. $a + b = 1$. **B.** $a + b = -1$. **C.** $a + b = 3$. **D.** $a + b = -3$.

Lời giải

Chọn A

$z = 1 + 2i$ thỏa mãn $az^2 - bz + 2a + 1 = 0$ nên $a(1+2i)^2 - b(1+2i) + 2a + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a(1 + 4i - 4) - b - 2bi + 2a + 1 = 0 \Leftrightarrow a + 4ai - 4a - b - 2bi + 2a + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (4a - 2b)i + (-a - b + 1) = 0 \Rightarrow -a - b + 1 = 0 \Leftrightarrow a + b = 1$.

Câu 34. Thể tích của khối nón có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và chiều cao bằng $2cm$ là

A. $4cm^3$. **B.** $4\pi cm^3$. **C.** $12cm^3$. **D.** $12\pi cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}.6.2=4cm^3$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu tâm $I(2;-3;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2z+5=0$.

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=75$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=45$.

C. $(x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=45$. **D.** $(x+2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=75$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(I,(P))=\frac{|2-2(-4)+5|}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$.

Mặt cầu (S) tâm $I(2;-3;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2z+5=0$ nên (S) có bán kính là $R=d(I,(P))=3\sqrt{5}$.

Vậy $(S):(x-2)^2+(y+3)^2+(z+4)^2=45$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{3}$ đi qua điểm

A. $A(-3;-2;3)$. **B.** $B(5;-2;2)$. **C.** $C(2;-2;3)$. **D.** $D(-3;6;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{3}$ đi qua điểm $B(5;-2;2)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)=mx^3-2x^2+2$ có điểm cực trị

A. $m\in R$. **B.** $m>0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=3mx^2-4x=x(3mx-4)$ và $f''(x)=6mx-4$.

Vì $f'(0)=0$ và $f''(0)=-4<0$ nên ta có $x=0$ là cực tiểu của hàm số với mọi giá trị của m

Câu 38. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $A(1;2;-5)$, $B(-3;-2;3)$ $C(0;2;2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}=(7;-5;1)$. **B.** $\vec{n}=(5;-5;1)$. **C.** $\vec{n}=(5;5;1)$. **D.** $\vec{n}=(7;-5;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3-1;-2-2;3+5)=(-4;-4;8)$

$\overrightarrow{AC}=(0-1;2-2;2-(-5))=(-1;0;7)$

Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $A(1;2;-5)$, $B(-3;-2;3)$ $C(0;2;2)$, có vecto pháp tuyến là:
$\vec{n}=k\left[\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right]=k(-28;20;-4)$ với $k\in\mathbb{R}$.

Chọn $k=\dfrac{-1}{4}$ ta có một VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(7;-5;1)$.

Câu 39. Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba và $f'(x)=(x-1)(x-m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x)$ có hai cực trị x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_1+x_2>1$.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)$. **C.** $m\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x)=(x-1)(x-m)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x-m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=m\end{array}\right.$.

Để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thì $m\neq 1$.

Giả sử $x_1=1$ và $x_2=m$, ta có: $x_1+x_2>1\Leftrightarrow 1+m>1\Leftrightarrow m>0$

Kết hợp điều kiện, để hàm số $f(x)$ có hai cực trị x_1, x_2 thoả mãn điều kiện $x_1+x_2>1$ thì điều kiện của tham số là $m\in(0;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 40. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x+7}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{x+1}{-3}$.

A. $2x+2y-3z-9=0$. **B.** $7x-5y+z+4=0$.
C. $2x+2y-3z+9=0$. **D.** $7x-5y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-3)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng Δ, suy ra mặt phẳng (α) nhận vecto $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-3)$ làm vecto pháp tuyến.

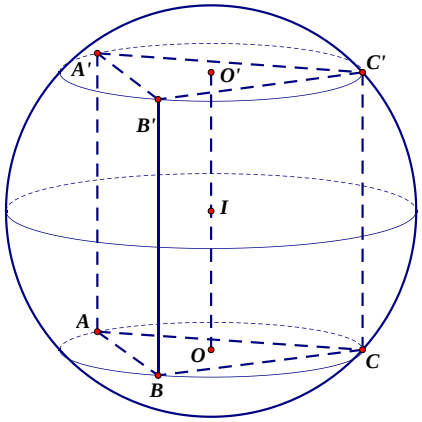
Phương trình mặt phẳng (α) là $2x+2y-3z-9=0$.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=2a$, $AB=a$, $ACB=30°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $a\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, O, O' lần lượt là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho, tâm đường tròn ngoại tiếp hai đáy ΔABC và $\Delta A'B'C'$.

Trong tam giác ABC, ta có $OA=\dfrac{AB}{2\sin ACB}=a$.

Trong tam giác IOA vuông tại O, ta có $IA=\sqrt{IO^2+OA^2}=\sqrt{\left(\dfrac{AA'}{2}\right)^2+OA^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho là $R=IA=a\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+5$ với a, b, c là các hằng số thức thoả mãn điều kiện $b^2<2ac$. Tính $f(2)$, biết rằng hàm số $g(x)=f\left(x^3+f(x)\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-16	↘	$-\infty$

A. $f(2)=-5$. **B.** $f(2)=-7$. **C.** $f(2)=-3$. **D.** $f(2)=-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=ax^3+bx^2+cx+5$, suy ra $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Vì điều kiện $b^2<2ac$, nên phương trình $f'(x)=0$ vô nghiệm.

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^3+f(x)\right)$, suy ra $g'(x)=\left(3x^2+f'(x)\right).\left[f'\left(x^3+f(x)\right)\right]$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $g'(x)=0$ có duy nhất một nghiệm bội lẻ là $x=1$

$\Leftrightarrow 3x^2+3ax^2+2bx+c=0$ có duy nhất một nghiệm bội lẻ là $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}3+3a=0\\2b+c=0\end{cases}$.

Khi đó, ta có $f(2)=8a+4b+2c+5=-8+5+2(2b+c)=-3$. Vậy $f(2)=-3$.

Câu 43. Cho phương trình $\log_3\left[x+m+1+\sqrt{2x^2-(m+1)x+m}\right]=0$. Biết nửa khoảng $(a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất. Tính $9a+5b$.

A. $9a+5b=5$. **B.** $9a+5b=7$. **C.** $9a+5b=-6$. **D.** $9a+5b=-8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left[x+m+1+\sqrt{2x^2-(m+1)x+m}\right]=0$

$\Leftrightarrow x+m+1+\sqrt{2x^2-(m+1)x+m}=1$

$\Leftrightarrow x+m+\sqrt{2x^2-(m+1)x+m}=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+m\le 0 \\ 2x^2-(m+1)x+m=x^2+m^2+2mx \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\le -m \\ g(x)=x^2-(3m+1)x+m-m^2=0 \quad (*) \end{cases}$

Để phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất thì phương trình $(*)$ phải có nghiệm duy nhất $x\le -m$.

Xét phương trình $(*)$ có $\Delta=(3m+1)^2-4(m-m^2)=13m^2+2m+1>0\ \forall m$.

Vậy phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $\begin{cases} x_1+x_2=3m+1 \\ x_1x_2=m-m^2 \end{cases}$.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì

$$x_1\le -m<x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-m<x_2 \\ x_1<-m<x_2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} g(-m)=0 \\ x_1+x_2>-m \end{cases} \\ (x_1+m)(x_2+m)<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m^2+m(3m+1)+m-m^2=0 \\ 3m+1>-m \end{cases} \\ x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2<0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3m^2+2m=0 \\ m>-\dfrac{1}{4} \end{cases} \\ m-m^2+m(3m+1)+m^2<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ 3m^2+2m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -\frac{2}{3}<m\le 0.$$

Suy ra $m\in\left(-\frac{2}{3};0\right]$.

Vậy $a=-\frac{2}{3}, b=0\Rightarrow 9a+5b=-6$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-2i|=2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=|z+4-i|+|\bar{z}-2+4i|$.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3+2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{17}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Suy ra: $|z+2-2i|=2\Leftrightarrow(x+2)^2+(y-2)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2+4x-4y+4=0$.

Khi đó: $P=|z+4-i|+|z-2-4i|$

$$= \sqrt{(x+4)^2+(y-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}$$
$$= \sqrt{x^2+y^2+8x-2y+17} + \sqrt{x^2+y^2-4x-8y+20}$$
$$= \sqrt{(x^2+y^2+4x-4y+4)+4x+2y+13} + \sqrt{(x^2+y^2+4x-4y+4)-8x-4y+16}$$
$$= \sqrt{4x+2y+13} + \sqrt{2(-4x-2y+8)}$$

Suy ra: $P \le \sqrt{\left(1^2+\sqrt{2}^2\right)\left[(4x+2y+13)+(-4x-2y+8)\right]} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} (x+2)^2+(y-2)^2 = 4 \\ \dfrac{4x+2y+13}{1} = \dfrac{-4x-2y+8}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2+(y-2)^2 = 4 \\ 4x+2y+34-21\sqrt{2} = 0 \end{cases}$ $(*)$

Xét đường thẳng $d: 4x+2y+34-21\sqrt{2} = 0$ và đường tròn $(C): (x+2)^2+(y-2)^2 = 4$ có tâm $I(-2;2)$ bán kính $R = 2$.

Ta có: $d(I;d) = \dfrac{\left|-8+4+34-21\sqrt{2}\right|}{\sqrt{16+4}} = \dfrac{\left|30-21\sqrt{2}\right|}{2\sqrt{5}} \approx 0,0764 < R$

Suy ra hệ $(*)$ luôn có nghiệm.

Vậy $P_{\max} = 3\sqrt{7} \Leftrightarrow z = x+yi$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ $(*)$.

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2cm. Tứ diện $ABA'D'$ quay quanh trục AA' tạo nên vật thể (V), mặt phẳng (α) chứa trục AA' của (V) và cắt (V) theo thiết diện là hình phẳng (H). Tính diện tích hình phẳng (H).

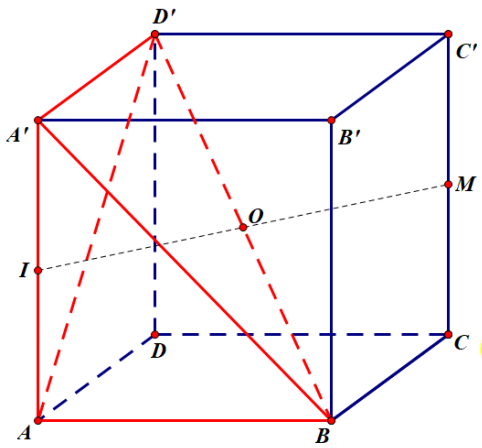
A. $4+2\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ (\text{cm}^2)$.

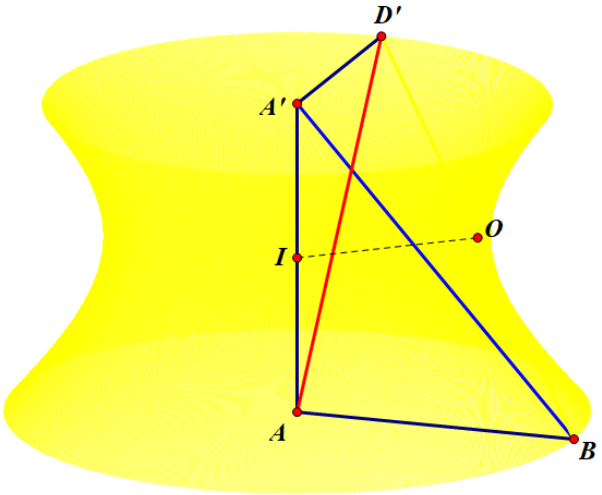
B. $6+\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ (\text{cm}^2)$.

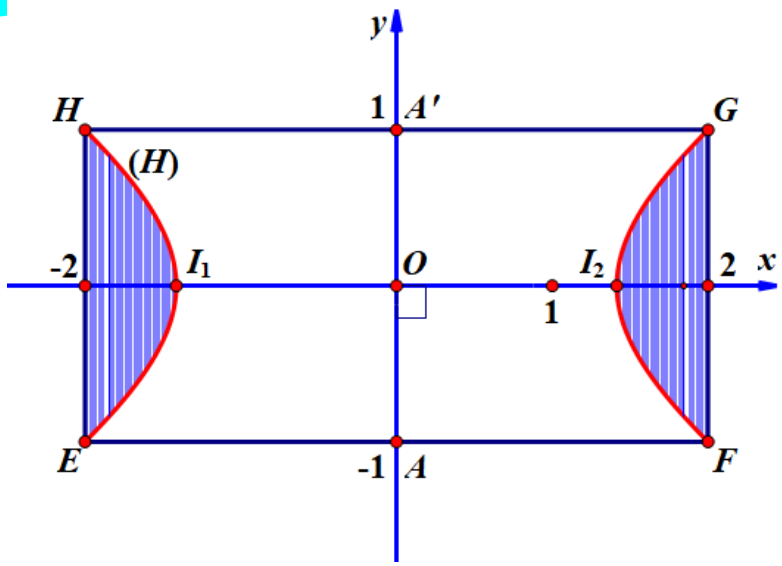
C. $1+6\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ (\text{cm}^2)$.

D. $2+4\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\ (\text{cm}^2)$.

Lời giải







Khi quay tứ diện $ABA'D'$ quay quanh trục AA' tạo nên vật thể (V) là một khối hypebolic, với mặt xung quanh được tạo ra bởi cạnh BD' khi quay quanh AA'.

Mặt phẳng (α) chứa trục AA' cắt khối (V) theo thiết diện là một hình phẳng nằm trong hình chữ nhật $EFGH$ bỏ đi hai phần được gạch sọc như trên hình có 2 biên hai bên là một phần của đường Hypebol (H).

Ta có $EF=4$, $EH=2$ và $OI_2=\sqrt{2}=\frac{1}{2}IM$. Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ cung hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{1}=1$.

Diện tích của thiết diện cần tìm được tính bởi công thức $S=S_{EFGH}-4\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}\mathrm{d}x$.

Ta có $S_{EFGH}=2\text{x}4=8$, xét tích phân $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{2}\sqrt{\frac{x^2}{2}-1}\mathrm{d}x$ đặt $x=\frac{\sqrt{2}}{\sin t}$ suy ra $\mathrm{d}x=\frac{-\sqrt{2}\cos t}{\sin^2 t}\mathrm{d}t$.

Với $x=\sqrt{2}\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$ và $x=2\Rightarrow t=\frac{\pi}{4}$, khi đó

$$I=\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\frac{1}{\sin^2 t}-1}.\frac{-\sqrt{2}\cos t}{\sin^2 t}\mathrm{d}t=\sqrt{2}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 t}{\sin^3 t}\mathrm{d}t=\sqrt{2}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 t.\sin t}{\left(1-\cos^2 t\right)^2}\mathrm{d}t$$

Đặt $u=\cos t\Rightarrow \mathrm{d}u=-\sin t\mathrm{d}t$ và $t=\frac{\pi}{4}\Rightarrow u=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $t=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=0$ lúc đó ta được

$$I=\sqrt{2}\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2 t.\sin t}{\left(1-\cos^2 t\right)^2}\mathrm{d}t=\sqrt{2}\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\frac{u^2}{\left(1-u^2\right)^2}\mathrm{d}u=\frac{\sqrt{2}}{4}\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\frac{1}{1-u}-\frac{1}{1+u}\right)^2\mathrm{d}u$$

$$I=\frac{\sqrt{2}}{4}\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\frac{1}{1-u}-\frac{1}{1+u}\right)^2\mathrm{d}u=\frac{\sqrt{2}}{4}\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\frac{1}{(1-u)^2}+\frac{1}{(1+u)^2}-\frac{1}{1-u}+\frac{1}{1+u}\right)\mathrm{d}u$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(-\frac{1}{1+u}+\frac{1}{1-u}-\ln\left|\frac{1+u}{1-u}\right|\right)\Bigg|_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{1}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}-\frac{1}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}-\ln\left(3+2\sqrt{2}\right)\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(2\sqrt{2}-2\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right)=1-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(1+\sqrt{2}\right).$$

Vậy $S=8-4\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right)=4+2\sqrt{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ (cm^2).

Câu 46. Trong bốn hàm số sau, có tất cả bao nhiêu hàm số có tập giá trị là khoảng $(0;+\infty)$?

i) $y=5^{1-x}$ ii) $y=2^{x^3-1}$ iii) $y=3^{x^2-2}$ iv) $y=4^x$

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Xét hàm số $y=5^{1-x}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$, $y'=-5^{1-x}\ln 5<0,\forall x\in\mathbb{R}$ do đó $y=5^{1-x}$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}5^{1-x}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}5^{1-x}=0$ nên hàm số $y=5^{1-x}$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Xét hàm số $y=2^{x^3-1}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2.2^{x^3-1}.\ln 2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ do đó $y=2^{x^3-1}$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}2^{x^3-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}2^{x^3-1}=0$ nên hàm số $y=2^{x^3-1}$ có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Xét hàm số $y=3^{x^2-2}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$, ta thấy $y=3^{x^2-2}\ge 3^{-2}=\frac{1}{9}>0,\forall\in\mathbb{R}$ do đó hàm số $y=3^{x^2-2}$ có tập giá trị là $\left[\frac{1}{9};+\infty\right)$ nghĩa là không có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Hàm số $y=4^x$ thì hiển nhiên có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Vậy có 3 hàm số có tập giá trị là $(0;+\infty)$.

Câu 47. Chọn ngẫu nhiên một phần tử từ tập hợp $\left\{2^1;2^2;2^3;...,2^{2021}\right\}$. Tính xác suất để phần tử được chọn là ước của 2021! (biết rằng $2021!=1\times2\times3\times...\times2021$).

A. $\frac{1767}{2021}$. **B.** $\frac{2013}{2021}$. **C.** $\frac{2005}{2021}$. **D.** $\frac{1986}{2021}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên một phần tử thuộc tập đã cho, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=2021$.

Ta thấy

$2021!=(1.3.5...2021)(2.4.6...2020)=(1.3.5...2021).2^{1010}.(1.2.3...1010)$

$=(1.3.5...2021).2^{1010}.(1.3.5...1009)(2.4.6...1010)$

$=(1.3.5...2021)(1.3.5...1009).2^{1010}.2^{505}.(1.2.3...505)$

$=...$

$=A.2^{1010}.2^{505}.2^{252}.2^{126}.2^{63}.2^{31}.2^{15}.2^7.2^3.2^1$

$= A.2^{2013}$, trong đó A là một số lẻ.

Gọi X là biến cố "Phần tử được chọn là ước của 2021!", ta có $n(X)=2013$.

Vậy $P(X)=\dfrac{n(X)}{n(\Omega)}=\dfrac{2013}{2021}$.

Câu 48. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2+at\\y=b+ct\\z=1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ với a,b,c là các hằng số, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=15$. Biết rằng đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M,N sao cho $A(-1;-1;2)$ là trung điểm của đoạn MN. Tính tổng $a+b+c$.

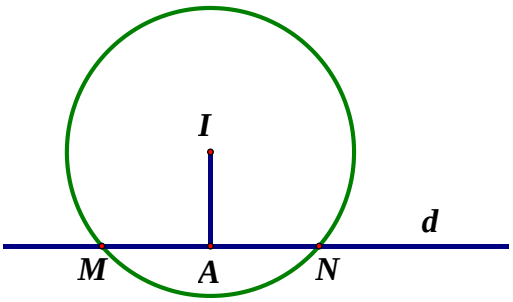
A. $a+b+c=-12$. **B.** $a+b+c=-15$. **C.** $a+b+c=-9$. **D.** $a+b+c=-4$.

Lời giải

Chọn B

Vì $A\in(d)$ nên $\begin{cases}-1=2+at\\-1=b+ct\\2=1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{1}{2}\\-3=a.\dfrac{1}{2}\\-1=b+c.\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-6\\2b+c=-2.\end{cases}$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-6;c;2)$.



Vì $\overrightarrow{IA}=(-2;1;2)$ vuông góc với $\vec{u}$ nên $12+c+4=0\Leftrightarrow c=-16$. Từ đó $2b-16=-2\Leftrightarrow b=7$.

Vậy $a+b+c=-15$.

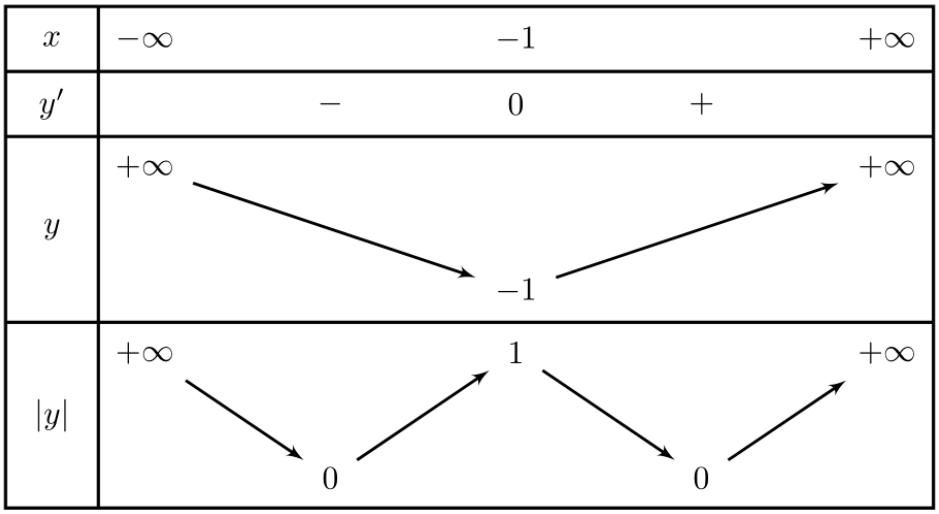
Câu 49. Hàm số $f(x)=\left|x^2+2x\right|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^2+2x$ có $y'=2x+2, y'=0\Leftrightarrow x=-1$.



Dựa theo BBT thì hàm số $f\left(x\right)=\left|x^2+2x\right|$ có ba điểm cực trị.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD=3cm, BC=2cm$, đường thẳng AD hợp với đường thẳng BC một góc 30^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC, biết thể tích tứ diện $ABCD$ là $3cm^3$

A. $2\,cm.$ **B.** $3cm.$ **C.** $6\,cm.$ **D.** $4\,cm.$

Lời giải

Chọn C

Thể tích tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{6}AD.BC.\sin\left(AD,BC\right).d_{(AD,BC)}$$

$$\Leftrightarrow d_{(AD,BC)}=\frac{6V}{AD.B.C.\sin\left(AD,BC\right)}=\frac{6.3}{3.2.\frac{1}{2}}=6\,cm.$$

----------HẾT----------

ĐỀ 34

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT MARIE CURIE – HCM

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(3;-2;1)$?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** $4\pi\sqrt{3}$. **C.** $2\pi\sqrt{3}$. **D.** $8\pi\sqrt{3}$.

Câu 3. Thể tích khối lập phương cạnh $3cm$ bằng

A. $27cm^3$. **B.** $9cm^3$. **C.** $6cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z_1-2z_2 có tọa độ là

A. $(0;-5)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(4;-1)$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức z_1-2z_2 có tọa độ là $(0;-5)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách chọn ra một tổ trưởng và một tổ phó từ một tổ có 10 người, biết khả năng được chọn của mỗi người trong tổ là như nhau?

A. 10^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^2. **D.** 2^{10}.

Câu 6. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b$. **B.** $\frac{1}{5}\log_a b$. **C.** $5\log_a b$. **D.** $5+\log_a b$.

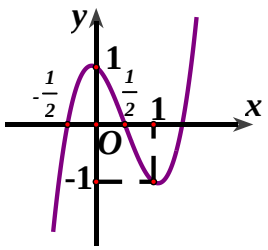
Câu 7. Nếu $\int_{-1}^{1} f(x)dx=-2$ và $\int_{1}^{3} f(x)dx=5$ thì $\int_{-1}^{3} 2f(x)dx$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** –14. **D.** 14.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $2^x=5$ là

A. $x=\log_2 5$. **B.** $x=\log_5 2$. **C.** $x=2^5$. **D.** $x=5^2$.

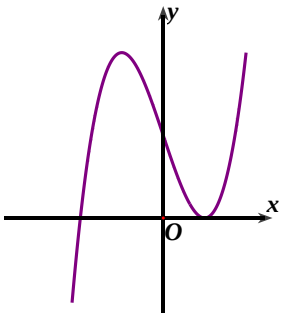
Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=x^4+x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 10.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và đồ thị hàm số $y=2x^2+3x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2 9-\log_2 3$ là

A. $x=12$. **B.** $x=6$. **C.** $x=27$. **D.** $x=3$.

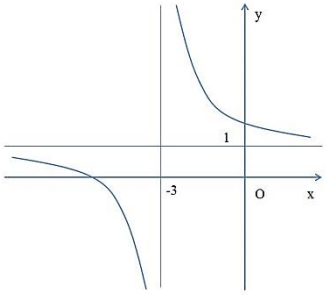
Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\frac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y'=x\ln 10$. **C.** $y'=\frac{\ln 10}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Câu 15. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$. Tích phân $\int_1^2\left[f(x)+x^3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{21}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

A. $x=-3$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=1$. **D.** $x=1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=a\sqrt{3}$ và chiều cao $h=2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $9a^3\sqrt{3}$. **C.** $4\pi a^3\sqrt{2}$. **D.** $6\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 19. Cho các số thực a và b thỏa mãn $(2a-1)+bi=1+2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$-$	
y	8	↘	1	↗	4	↘	2

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 21. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\sqrt{3}}.a^{1-\sqrt{3}}$ bằng

A. $a^{1-2\sqrt{3}}$. **B.** $a^{2\sqrt{3}}$. **C.** a. **D.** $a^{2\sqrt{3}-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\cos x-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;1;3)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(0;1;3)$.

Câu 25. Diện tích mặt cầu có bán kính $R=2$ bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

C. $\int f(x)dx = 2e^{2x} + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^{2x} + C$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a} = (2;-3;1)$ và $\vec{a} = (-1;4;-2)$. Giá trị của $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -16. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;1;2)$ và $B(1;-1;0)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(2;-1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có một véc tơ pháp tuyến là véc tơ nào dưới đây:

A. $\vec{n} = (3;1;4)$. **B.** $\vec{n} = \left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $\vec{n} = (1;-1;2)$. **D.** $\vec{n} = (1;1;2)$.

Câu 30. Cho các hàm số sau:

$(I)\, y = \frac{x+1}{x+2}$. $(II)\, y = x^2 + 2x$. $(III)\, y = x^3 - x^2 + x$. $(IV)\, y = x^4 - 3x^2 + 2$.

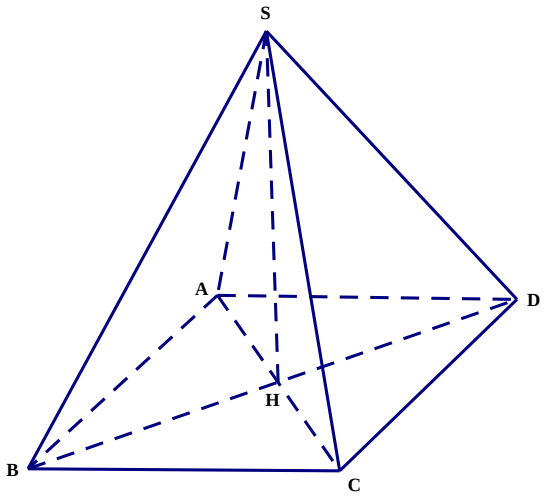
Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 31. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 [3f(x) - g(x)]dx = 10$ thì $\int_1^2 g(x)dx$ bằng:

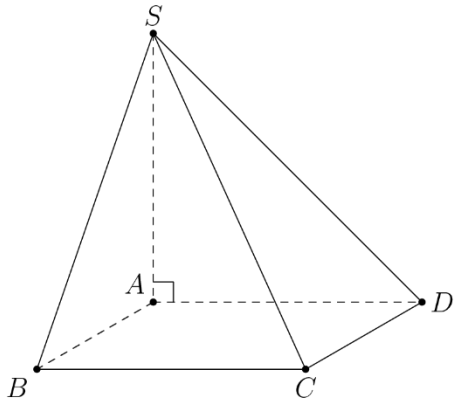
A. -4. **B.** -1. **C.** 17. **D.** 1.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC = a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 34. Một lớp có 38 học sinh gồm 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp đó, xác suất để chọn được một học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{38}$. **B.** $\frac{1}{19}$. **C.** $\frac{10}{19}$. **D.** $\frac{9}{19}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-4;6)$. Mặt cầu đường kính OA có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2=56$. **B.** $x^2+y^2+z^2=14$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=56$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$.

Câu 36. Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=-3+5i$. Mô-đun của số phức $z_1\overline{z_2}+z_2$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{112}$. **C.** $\sqrt{130}$. **D.** $\sqrt{34}$.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-8x^2+18$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 11. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 27.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x)\geq 3$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $\left(0;\frac{8}{3}\right]$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{8}{3};+\infty\right)$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x)\sin 2x dx=2$ và $\int\limits_1^4 [f(x)+1]dx=6$.

Giá trị của $\int\limits_0^4 f(x)dx$ bằng

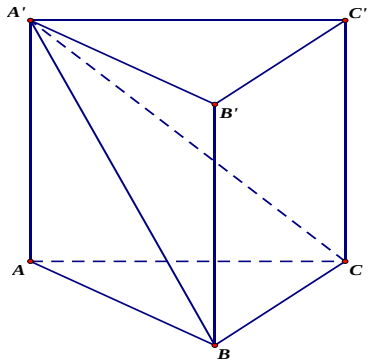
A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+3y+z=0$. Đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$, song song với (P), đồng thời cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$.

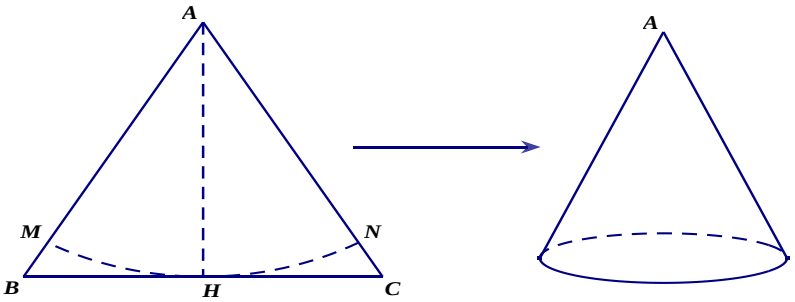
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 41. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc $45°$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



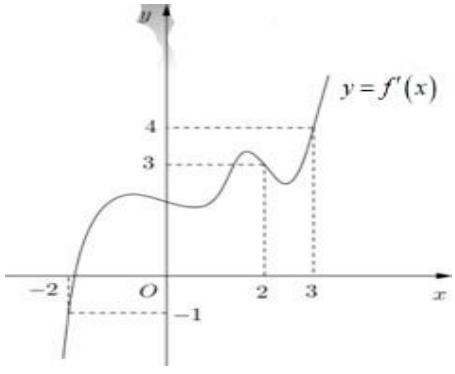
A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 42. Có một miếng tôn hình tam giác đều ABC cạnh 3dm (như hình vẽ). Gọi H là trung điểm của BC. Người ta dùng compa lấy A làm tâm và AH là bán kính để vạch cung tròn MN (M, N theo thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A. Thể tích cái phễu bằng.



A. $\frac{\sqrt{141}\pi}{64}$ lít. **B.** $\frac{3\pi}{32}$ lít. **C.** $\frac{\sqrt{105}\pi}{64}$ lít. **D.** $\frac{3\sqrt{3}\pi}{32}$ lít.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên và $f(-2)=f(3)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng



A. $g(-2)$. B. $g(2)$. C. $g(0)$. D. $g(3)$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $\left(2^{x^2-12x+37}-32\right)\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-10x+9}\right]<0$

A. Vô số . B. 3 . C. 2 . D. 7 .

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|=2$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2 . **B.** 0 . **C.** 4 . **D.** 1.

Câu 46. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1-2-i|=1$ và $|z_2-1+2i|=\frac{1}{2}$. Giá trị lớn nhất của $|iz_1-2z_2|$ bằng

A. $-2+\sqrt{5}$. **B.** $2+\sqrt{5}$. **C.** $-2+3\sqrt{5}$. **D.** $2+3\sqrt{5}$.

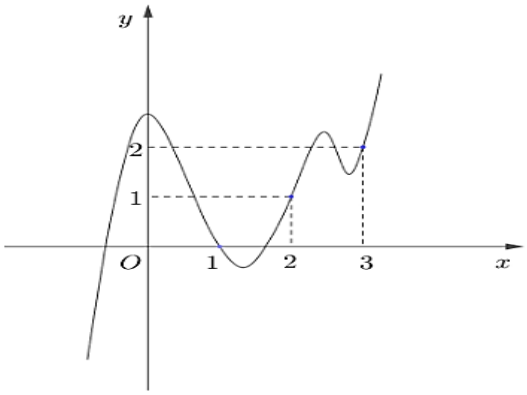
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x+2y-z+2=0$. **B.** $2x+2y-z+8=0$. **C.** $2x+2y-z+3=0$. **D.** $2x+2y-z+11=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_2(x+1)+x-3y+1=8^y$?

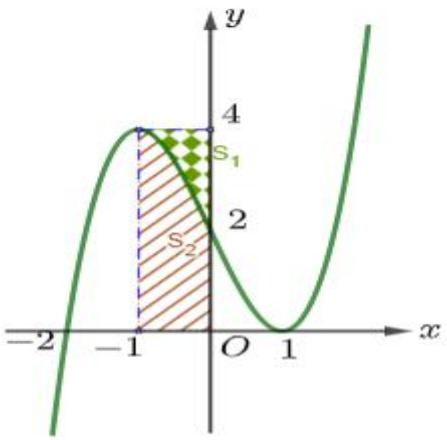
A. 2019. **B.** 4. **C.** 2018. **D.** 1.

Câu 49. Cho hàm số bậc sáu $y=f(x)$, có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số $g(x)=\left|2f(x)-(x-1)^2\right|$ có tối đa bao nhiêu cực trị?



A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 11.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{3}{13}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.A	4.A	5.C	6.B	7.A	8.A	9.D	10.B
11.B	12.C	13.D	14.A	15.D	16.C	17.A	18.D	19.B	20.A
21.B	22.C	23.C	24.B	25.C	26.B	27.A	28.B	29.C	30.A
31.B	32.A	33.D	34.D	35.D	36.C	37.C	38.D	39.A	40.C
41.D	42.C	43.D	44.B	45.C	46.D	47.D	48.B	49.D	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(3;-2;1)$?

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{4}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ điểm $A(3;-2;1)$ thỏa mãn phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh là $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 12π. **B.** $4\pi\sqrt{3}$. **C.** $2\pi\sqrt{3}$. **D.** $8\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.\sqrt{3}.4=4\pi\sqrt{3}$.

Câu 3. Thể tích khối lập phương cạnh $3cm$ bằng

A. $27cm^3$. **B.** $9cm^3$. **C.** $6cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương $V=a^3=3^3=27cm^3$.

Câu 4. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z_1-2z_2 có tọa độ là

A. $(0;-5)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(4;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1-2z_2=2-3i-2(1+i)=-5i$.

Suy ra điểm biểu diễn số phức z_1-2z_2 có tọa độ là $(0;-5)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách chọn ra một tổ trưởng và một tổ phó từ một tổ có 10 người, biết khả năng được chọn của mỗi người trong tổ là như nhau?

A. 10^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^2. **D.** 2^{10}.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn một tổ trưởng và một tổ phó từ một tổ có 10 người là A_{10}^2.

Câu 6. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng

A. $\frac{1}{5}+\log_a b.$ **B.** $\frac{1}{5}\log_a b.$ **C.** $5\log_a b.$ **D.** $5+\log_a b.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^5} b=\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 7. Nếu $\int_{-1}^{1} f(x)dx=-2$ và $\int_{1}^{3} f(x)dx=5$ thì $\int_{-1}^{3} 2f(x)dx$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** −14. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_{-1}^{3} 2f(x)dx=2\left(\int_{-1}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{3} f(x)dx\right)=2(5-2)=6$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $2^x=5$ là

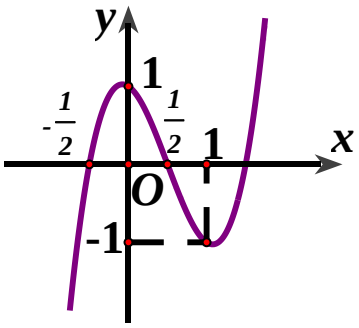
A. $x=\log_2 5.$ **B.** $x=\log_5 2.$ **C.** $x=2^5.$ **D.** $x=5^2.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $2^x=5\Leftrightarrow x=\log_2 5$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

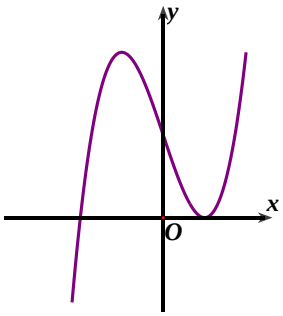
A. $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right).$ **B.** $(-\infty;1).$ **C.** $(0;1).$ **D.** $(1;+\infty).$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị có hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình



A. $y=x^4+x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^4+x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn B

Nhánh cuối cơ hướng đi lên nên hệ số cao nhất mang giá trị dương và đây không phải là đồ thị hàm trùng phương vì thế nên đồ thị trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Do (u_n) là cấp số nhân nên $u_2^2=u_1.u_3\Rightarrow u_3=18$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và đồ thị hàm số $y=2x^2+3x$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2$ và đồ thị hàm số $y=2x^2+3x$ là nghiệm của phương trình $x^3+2x^2=2x^2+3x\Leftrightarrow x^3-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\sqrt{3}\\x=\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2 9-\log_2 3$ là

A. $x=12$. **B.** $x=6$. **C.** $x=27$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x>0$.

Ta có $\log_2 x=\log_2 9-\log_2 3\Leftrightarrow\log_2 x=\log_2 3\Leftrightarrow x=3$ (thỏa mãn điều kiện xác định).

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. **B.** $y'=x\ln 10$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\log x\Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 17. Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$. Tích phân $\int_1^2 \left[f(x) + x^3 \right]\mathrm{d}x$ bằng

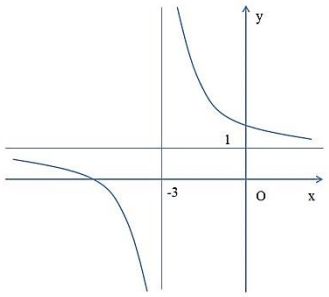
A. $\frac{21}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{19}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 \left[f(x) + x^3 \right]\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 x^3\mathrm{d}x = 1 + \frac{15}{4} = \frac{19}{4}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

A. $x = -3$. **B.** $y = -3$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn C

Căn cứ đồ thị hàm số ta thấy:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = 1$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2		1		3		5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

A. $x = 3$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra điểm cực đại của hàm số là $x = 3$.

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$ và chiều cao $h = 2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $9a^3\sqrt{3}$. **C.** $4\pi a^3\sqrt{2}$. **D.** $6\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.\left(a\sqrt{3}\right)^2.2a\sqrt{3} = 6\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 19. Cho các số thực a và b thỏa mãn $(2a-1)+bi = 1+2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a+b$

bằng

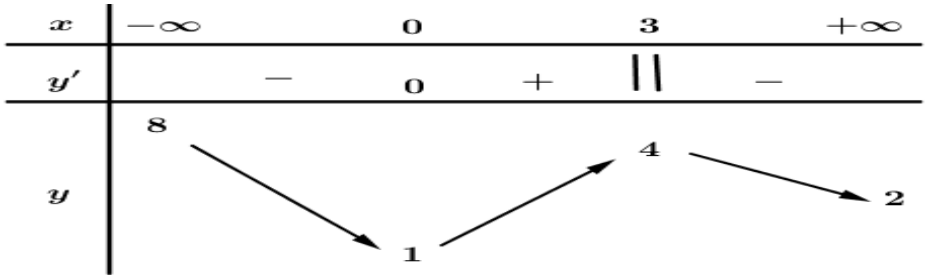
A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(2a-1)+bi=1+2i \Rightarrow \begin{cases} 2a-1=1 \\ b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$. Vậy $a+b=3$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số có 2 điểm cực trị là $x=0$ và $x=3$.

Câu 21. Cho số phức $z=1-2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $z=1-2i \Rightarrow \bar{z}=1+2i$. Phần thực của số phức $\bar{z}$ bằng 2.

Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\sqrt{3}}.a^{1-\sqrt{3}}$ bằng

A. $a^{1-2\sqrt{3}}$. **B.** $a^{2\sqrt{3}}$. **C.** a. **D.** $a^{2\sqrt{3}-1}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $a^{\sqrt{3}}.a^{1-\sqrt{3}}=a^{\sqrt{3}+1-\sqrt{3}}=a$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\cos x-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\cos x-1)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;1;3)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(-2;0;0)$. **C.** $(0;0;3)$. **D.** $(0;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;1;3)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2;0;0)$.

Câu 25. Diện tích mặt cầu có bán kính $R=2$ bằng

A. $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 32π. **C.** 16π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=4.\pi.2^2=16\pi$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{e^{2x+1}}{2x+1}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

C. $\int f(x)dx=2e^{2x}+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^{2x}+C$.

Lời giải

Chọn B

$\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{a}=(2;-3;1)$ và $\vec{a}=(-1;4;-2)$. Giá trị của $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -16. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

$\vec{a}.\vec{b}=2.(-1)+(-3).4+1.(-2)=-16$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;1;2)$ và $B(1;-1;0)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$.

C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}=(4;-2-2)$.

Đường thẳng đi qua điểm $B(1;-1;0)$ và có vecto chỉ phương là $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;-1-1)$ nên có phương trình tham số là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(2;-1;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có một véc tơ pháp tuyến là véc tơ nào dưới đây:

A. $\vec{n}=(3;1;4)$. **B.** $\vec{n}=\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $\vec{n}=(1;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có véc tơ $\overrightarrow{MN}=(1;-1;2)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực của MN.

Câu 30. Cho các hàm số sau:

$(I)\,y=\dfrac{x+1}{x+2}.$ $(II)\,y=x^2+2x.$ $(III)\,y=x^3-x^2+x.$ $(IV)\,y=x^4-3x^2+2.$

Có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Xét $(I)\,y=\dfrac{x+1}{x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ hàm số không liên tục nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại A

Xét $(II)\,y=x^2+2x$ Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. Loại B.

Xét $(III)\,y=x^3-x^2+x$ Ta có $y'=3x^2-2x+1=3\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2+\dfrac{2}{3}>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Chọn A.

Xét $(IV)\,y=x^4-3x^2+2$ ta có $y'=4x^3-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\\x=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}\end{array}\right.$

Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại D.

Câu 31. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)dx=3$ và $\int\limits_1^2\left[3f(x)-g(x)\right]dx=10$ thì $\int\limits_1^2 g(x)dx$ bằng:

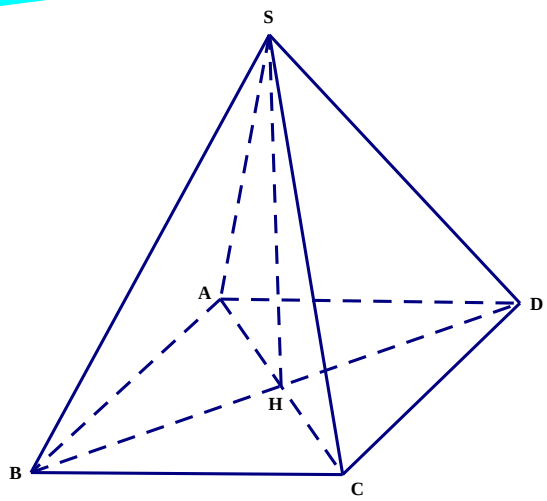
A. -4. **B.** -1. **C.** 17. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\limits_1^2 3f(x)dx-\int\limits_1^2 g(x)dx=10\Leftrightarrow\int\limits_1^2 g(x)dx=\int\limits_1^2 3f(x)dx-10=9-10=-1$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là giao của hai đường chéo AC và BD.

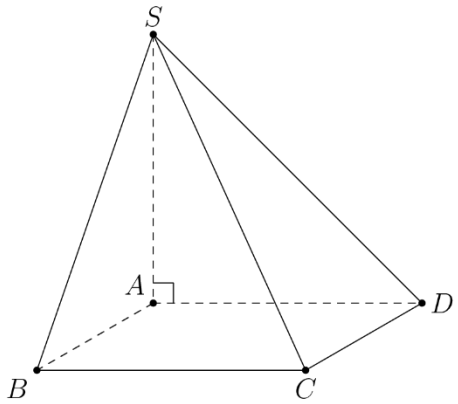
Vì khối chóp $S.ABCD$ là khối chóp đều có tất cả các cạnh đều bằng a nên SH là đường cao của khối chóp.

Khi đó $d\left(S,\left(ABCD\right)\right)=SH$.

Ta có $HC=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{AB^2+BC^2}}{2}=\frac{\sqrt{a^2+a^2}}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{a^2-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

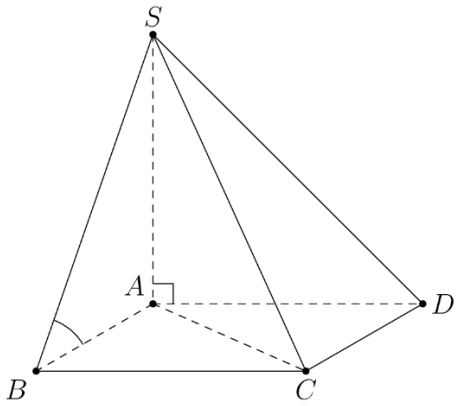
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SC=a\sqrt{5}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SB \cap (ABCD) = B$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên A là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$.

Suy ra AB là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$.

$\Rightarrow (SB;(ABCD)) = (SB;AB) = SBA$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC, ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{5a^2 - 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAB, ta có $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ \Rightarrow (SB;(ABCD)) = 60^\circ$.

Câu 34. Một lớp có 38 học sinh gồm 20 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ lớp đó, xác suất để chọn được một học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{1}{38}$. **B.** $\dfrac{1}{19}$. **C.** $\dfrac{10}{19}$. **D.** $\dfrac{9}{19}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega) = C_{38}^1$.

Gọi A là biến cố "chọn được một học sinh nữ".

Ta có $n(A) = C_{18}^1$. Khi đó $P(A) = \dfrac{C_{18}^1}{C_{38}^1} = \dfrac{9}{19}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-4;6)$. Mặt cầu đường kính OA có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 56$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 14$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 56$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OA} = (2;-4;6) \Rightarrow OA = 2\sqrt{14} \Rightarrow R = \dfrac{OA}{2} = \sqrt{14}$.

Mặt cầu đường kính OA nhận $I(1;-2;3)$ làm tâm.

Khi đó $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

Câu 36. Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = -3 + 5i$. Mô-đun của số phức $z_1\overline{z_2} + z_2$ bằng

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{112}$. **C.** $\sqrt{130}$. **D.** $\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $w = z_1\overline{z_2} + z_2$.

Ta có $\overline{z_2} = -3 - 5i$. Suy ra $w = z_1\overline{z_2} + z_2 = -11 + 3i$. Khi đó $|w| = \sqrt{130}$.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 18$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 11. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 27.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 18$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$

$f'(x) = 4x^3 - 16x$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;3] \\ x = 2 \in [-1;3] \\ x = -2 \notin [-1;3] \end{array}\right.$

Ta có $f(0) = 18; f(-1) = 11; f(2) = 2; f(3) = 27$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[-1;3]} f(x) = 2$ khi $x = 2$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) \ge 3$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $\left(0;\frac{8}{3}\right]$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{8}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(3x) \ge 3 \Leftrightarrow 3x \ge 8 \Leftrightarrow x \ge \frac{8}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x)\sin 2x dx = 2$ và $\int\limits_1^4 [f(x)+1]dx = 6$.

Giá trị của $\int\limits_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\cos^2 x = t \Rightarrow -\sin 2x dx = dt$

Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$.

Do đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x)\sin 2x dx = 2 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(t)dt = 2 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = 2$.

và $\int_1^4 \left[f(x)+1 \right] dx = 6 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x)dx = 6 - \int_1^4 dx \Leftrightarrow \int_1^4 f(x)dx = 3$.

Suy ra $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = 2+3 = 5$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+3y+z=0$. Đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$, song song với (P), đồng thời cắt d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ giao với đường thẳng d tại điểm $N(1+t;1-t;3t)$.

Vécto $\overrightarrow{MN} = (t;-t;3t-2)$ là vécto chỉ phương của đường thẳng Δ.

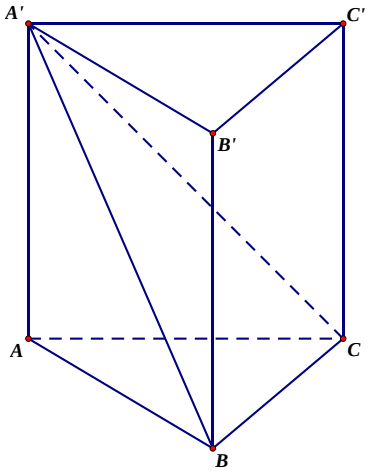
Vécto $\vec{n} = (1;3;1)$ là vécto pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do Δ song song với (P) nên

$\overrightarrow{MN}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2;-2;4)$ cùng phương với vécto $\vec{u} = (1;-1;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 41. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc $45°$ (tham khảo hình bên). Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $\frac{a^3}{4}$.

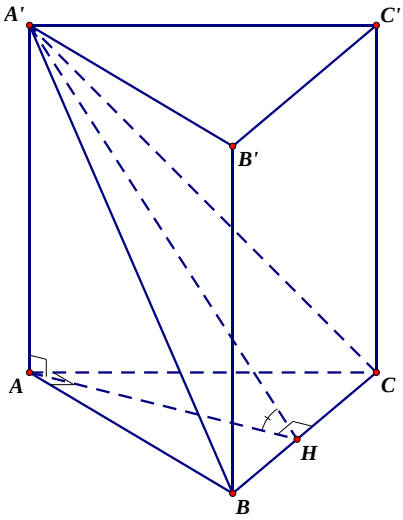
B. $\frac{3a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Trong tam giác ABC dựng $AH \perp BC$, nên ta có $\begin{cases} AH \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH) \Rightarrow A'H \perp BC$.

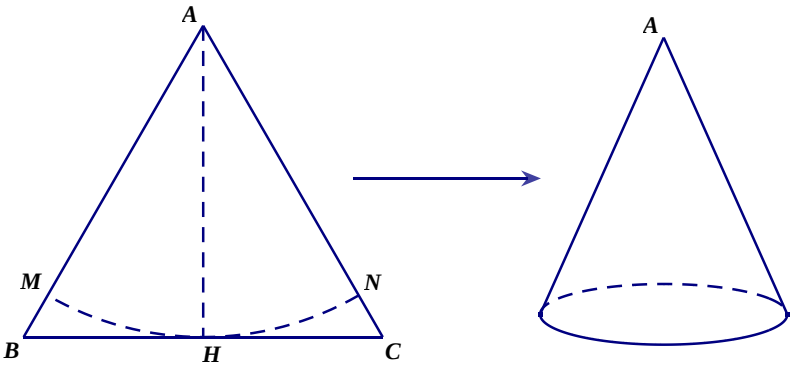
Theo giả thiết, ta có: $((A'BC),(ABC)) = (A'H, AH) = A'HA = 45°$.

Trong tam giác ABC vuông tại A, ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác $A'AH$ vuông tại A, ta có $AA' = AH.\tan A'HA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = AA'.\left(\frac{1}{2}AB.AC\right) = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 42. Có một miếng tôn hình tam giác đều ABC cạnh 3dm (như hình vẽ). Gọi H là trung điểm của BC. Người ta dùng compa lấy A làm tâm và AH là bán kính để vạch cung tròn MN (M, N theo thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A. Thể tích cái phễu bằng.



A. $\frac{\sqrt{141}\pi}{64}$ lít. **B.** $\frac{3\pi}{32}$ lít. **C.** $\frac{\sqrt{105}\pi}{64}$ lít. **D.** $\frac{3\sqrt{3}\pi}{32}$ lít.

Lời giải

Chọn C

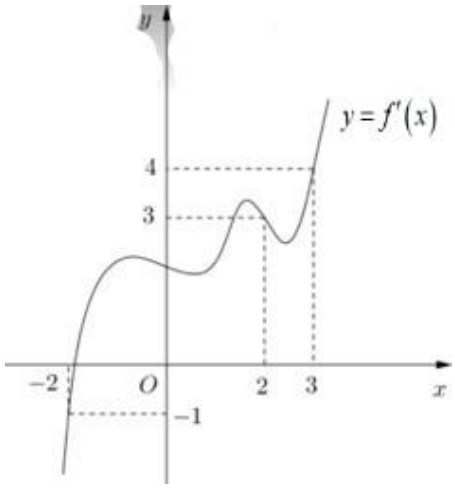
Độ dài cung tròn MN là $l = 2\pi.AH.\dfrac{MAN}{360^\circ} = 2\pi.\left(AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right).\dfrac{MAN}{360^\circ} = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Mà độ dài cung tròn MN cũng chính là chu vi đáy của cái phễu hình nón, suy ra bán kính của cái phễu là $r = \dfrac{l}{2\pi} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Độ dài đường sinh của cái phễu là $l_N = AH = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. Ta có $h = \sqrt{l_N^2 - r^2} = \dfrac{\sqrt{105}}{4}$.

Vậy thể tích của cái phễu đã cho là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{\sqrt{105}\pi}{64}$ (lít).

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên và $f(-2) = f(3)$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng



A. $g(-2)$. B. $g(2)$. C. $g(0)$. D. $g(3)$.

Lời giải

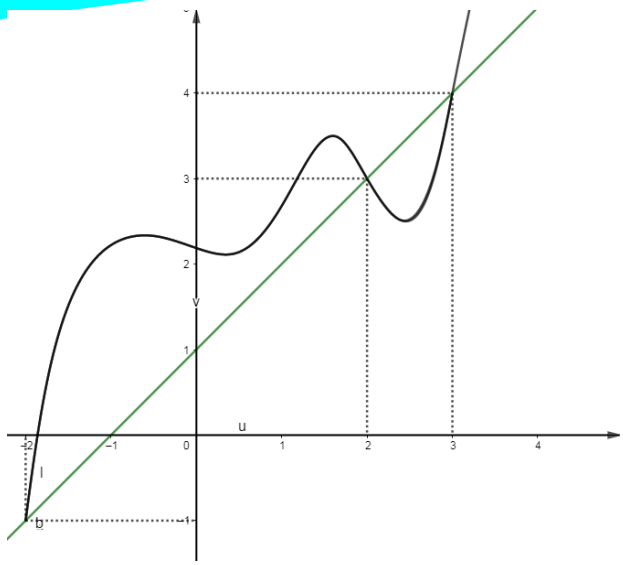
Chọn D

Ta có

$g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$ (1)

Trên cùng mặt phẳng tọa độ ta vẽ thêm đường thẳng $d: y = x+1$

Từ đồ thị ta có 2 đường cắt nhau tại các điểm có hoành độ $x = -2; x = 2; x = 3$ nên phương trình (1) có 3 nghiệm là $x = -2; x = 2; x = 3$ (3 nghiệm phân biệt)



Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên của $g(x)$ trên đoạn $[-2;3]$

x	-2		2		3
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-2)$	↗	$g(2)$	↘	$g(3)$

Ta có: $g(-2)=2f(-2)-1, g(3)=2f(3)-16$, theo giả thiết $f(-2)=f(3)$

$\Rightarrow 2f(-2)-1>2f(3)-16 \Rightarrow g(-2)>g(3)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ là $g(3)$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $\left(2^{x^2-12x+37}-32\right)\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-10x+9}\right]<0$

A. Vô số . B. 3 . C. 2 . D. 7 .

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có $2^{x^2-12x+37}-32=0 \Leftrightarrow x^2-12x+37=5 \Leftrightarrow x=4; x=8$

Và $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-10x+9}=0 \Leftrightarrow x-1=x^2-10x+9 \Leftrightarrow x=1; x=10$

Ta có bảng xét dấu vế trái của bất phương trình

x	$-\infty$		1		4		8		10		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Như vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên dương là 2, 3 và 9.

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|=2$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Khi đó $|z|=2\Leftrightarrow x^2+y^2=4(1)$.

Mặt khác $z^2=x^2-y^2+2xyi$ là số thuần ảo nên $x^2-y^2=0(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}x^2=2\\y^2=2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}\\\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=-\sqrt{2}\end{cases}\\\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}\\\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=-\sqrt{2}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\sqrt{2}+\sqrt{2}i\\z=\sqrt{2}-\sqrt{2}i\\z=-\sqrt{2}+\sqrt{2}i\\z=-\sqrt{2}-\sqrt{2}i\end{array}\right.$.

Vậy có 4 số phức thoả yêu cầu bài toán.

Câu 46. Xét hai số phức z_1,z_2 thoả mãn $|z_1-2-i|=1$ và $|z_2-1+2i|=\dfrac{1}{2}$. Giá trị lớn nhất của $|iz_1-2z_2|$ bằng

A. $-2+\sqrt{5}$. **B.** $2+\sqrt{5}$. **C.** $-2+3\sqrt{5}$. **D.** $2+3\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z_1-2-i|=1\Leftrightarrow|i(z_1-2-i)|=1\Leftrightarrow|iz_1+1-2i|=1$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức iz_1 suy ra M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;2)$ và bán kính $R_1=1$.

Mặt khác $|z_2-1+2i|=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow|2z_2-2+4i|=1$.

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $2z_2$ suy ra N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;-4)$ và bán kính $R_2=1$.

Khi đó $I_1I_2=3\sqrt{5}$.

Ta có với mọi điểm $M\in(C_1)$ và $N\in(C_2)$ thì $|iz_1-2z_2|=MN\le I_1I_2+R_1+R_2=2+3\sqrt{5}$.

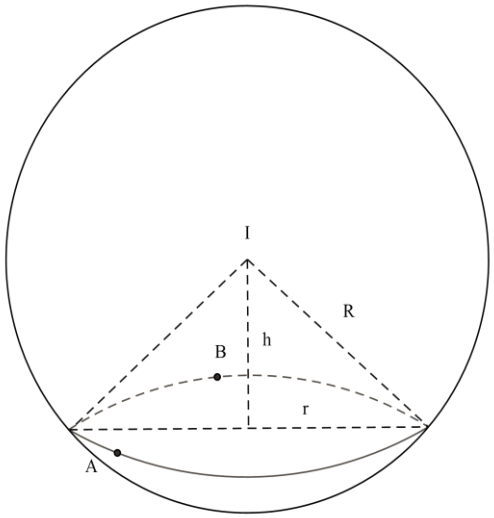
Vậy $\max|iz_1-2z_2|=2+3\sqrt{5}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là một đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $2x+2y-z+2=0$. **B.** $2x+2y-z+8=0$. **C.** $2x+2y-z+3=0$. **D.** $2x+2y-z+11=0$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Do (Q) song song với (P) nên $(Q):2x+2y-z+d=0$, $(d\neq -1)$.

Gọi r là bán kính của hình tròn (C). Khi đó khối nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy là hình tròn (C) có thể tích là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-h^2\right)h$ với h là chiều cao của khối nón trên.

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$V^2=\frac{1}{9}\pi^2\left(R^2-h^2\right)^2h^2=\frac{1}{18}\pi^2\left(R^2-h^2\right)\left(R^2-h^2\right)\left(2h^2\right)\le\frac{1}{18}\pi^2.\left(\frac{\left(R^2-h^2\right)+\left(R^2-h^2\right)+\left(2h^2\right)}{3}\right)^3$$

Suy ra $V\le\frac{2\pi R^3}{9\sqrt{3}}=\frac{48\pi}{9}$.

Vậy $\max V=\frac{48\pi}{9}\Leftrightarrow R^2-h^2=2h^2\Leftrightarrow h=\frac{R}{\sqrt{3}}=2$.

Khi đó $d\left(I,(Q)\right)=2\Leftrightarrow\frac{|2-4-3+d|}{3}=2\Leftrightarrow|d-5|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=11\\d=-1\end{array}\right.$. Đối chiếu điều kiện $d\neq -1$ ta được $d=11$.

Vậy $(Q):2x+2y-z+11=0$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2020$ và $\log_2(x+1)+x-3y+1=8^y$?

A. 2019. **B.** 4. **C.** 2018. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x>-1$.

Ta có $\log_2(x+1)+x-3y+1=8^y$

$\Leftrightarrow \log_2(x+1)+x+1=2^{3y}+3y$

$\Leftrightarrow 2^{\log_2(x+1)}+\log_2(x+1)=2^{3y}+3y \ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=2^t+t$, $t\in\mathbb{R}$.

Có $f'(t)=2^t\ln 2+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

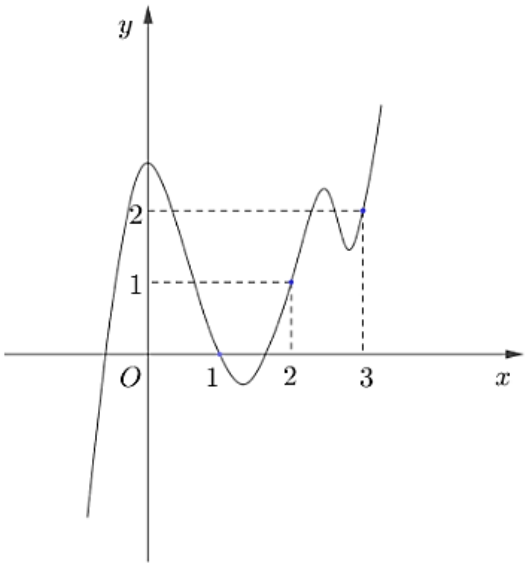
Từ (1) ta có $f(\log_2(x+1))=f(3y)\Leftrightarrow \log_2(x+1)=3y\Leftrightarrow x=8^y-1$.

Vì $0\le x\le 2020\Rightarrow 1\le 8^y\le 2021\Leftrightarrow 0\le y\le \log_8 2021(\approx 3,66)$.

Do $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow y\in\{0;1;2;3\}$. Ta thấy ứng với mỗi giá trị của y cho ta một giá trị của x.

Do đó có 4 cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hàm số bậc sáu $y=f(x)$, có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số $g(x)=\left|2f(x)-(x-1)^2\right|$ có tối đa bao nhiêu cực trị?



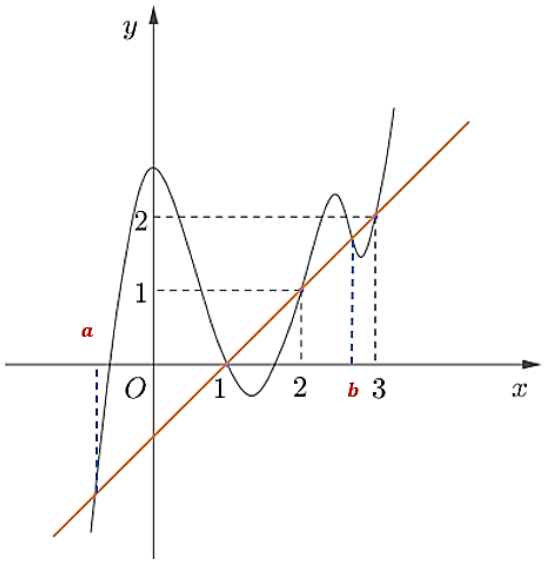
A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Đặt $h(x)=2f(x)-(x-1)^2$ và $h'(x)=2\left[f'(x)-(x-1)\right]$.

Vẽ đường thẳng $y=x-1$ và xét sự tương giao của đồ thị $y=f'(x)$ và $y=x-1$ ta có:



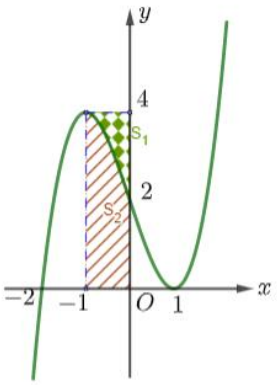
$h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=1 \\ x=2 \\ x=b \\ x=3 \end{array}\right.$ và BBT của $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		1		2		b		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘		↗		↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Như vậy, $h(x)$ có 5 điểm cực trị, nên phương trình $h(x)=0$ có tối đa 6 nghiệm phân biệt .

Vậy hàm $g(x)=|h(x)|$ có tối đa $5+6=11$ cực trị.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ ta có hàm số $f(x)=(x-1)^2(x+2)$ và $S_1=\int_{-1}^{0}\left[4-f(x)\right]\mathrm{d}x$ và $S_2=\int_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x$.

Do đó $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{13}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 35

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ SÓC TRĂNG

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$

A. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{2x}+C$.
B. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{x}+C$.
C. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=\sqrt{2x}+C$.
D $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{x}+C$.

Câu 2. Cho số phức $z=\dfrac{3-2i}{i}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=2+3i$.
B. $\bar{z}=2-3i$.
C. $\bar{z}=-2+3i$.
D. $\bar{z}=-2-3i$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{3x-1}=8$ là

A. $x=3$.
B. $x=\dfrac{4}{3}$.
C. $x=\dfrac{2}{3}$.
D. $x=1$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=8$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. 4.
B. 8.
C. $2\sqrt{2}$.
D. 2.

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành

A. $\dfrac{4}{3}$.
B. 0.
C. $\dfrac{2}{3}$.
D. $\dfrac{1}{3}$.

Câu 6. Môđun của số phức $z=8-6i$ bằng

A. 10.
B. $\sqrt{14}$.
C. 14.
D. 2.

Câu 7. Cho hàm $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$.
B. $(1;3)$.
C. $(-\infty;1)$.
D. $(-1;1)$.

Câu 8. Tính $I=\int\limits_0^{\ln 2} e^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I=1$.
B. $I=\dfrac{1}{2}$.
C. $I=\dfrac{3}{2}$.
D. $I=3$.

Câu 9. Bất phương trình $\log_{2021} x<1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Vô số.
B. 2020.
C. 0.
D. 2021.

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Quay hình vuông quanh cạnh AB được một hình trụ (T). Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. πa^2.
B. πa^3.
C. $4\pi a^2$.
D. $2\pi a^2$.

Câu 11. Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.**14.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA=AB=a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=a^3$.

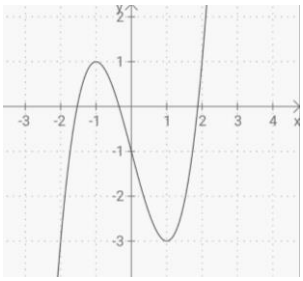
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Toạ độ điểm M là:

A. $(-2;-3;1)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(2;3;-1)$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$

A. $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\frac{\ln 5}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **D.** $y'=\frac{1}{x}$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 16. Cho $\int_0^{24} f(x)\mathrm{d}x=216$. Tính $I=\int_0^{8}\left[f(3x)-4x\right]\mathrm{d}x$

A. 72. **B.** –56. **C.** 48. **D.** 24.

Câu 17. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Tính $T=z_1^{\,2}+z_2^{\,2}-|z_1||z_2|$

A. $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=4$ **D.** $T=-6$.

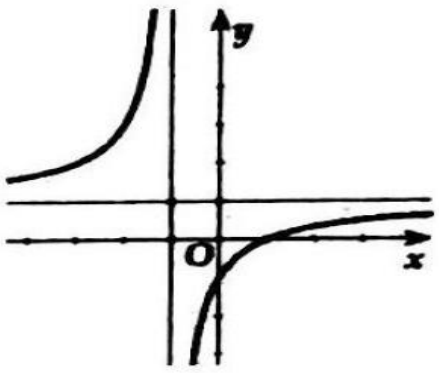
Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=4,u_2=-8$. Công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. $q=-32$. **B.** $q=\frac{-1}{2}$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=2$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\ln x=1$ là

A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{e}$. **C.** $x=e^2$ **D.** $x=e$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=2x^4+x^2+1$ **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$	↘	7	↗	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;5)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 22. Hàm số nào dưới đây có đúng một cực trị?

A. $y=\dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

Câu 23. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, $\log_a 3a$ bằng

A. $1+\log_a 3$. **B.** $-\log_a 3$. **C.** $\log_a 3$. **D.** $\log_a 3-1$.

Câu 24. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+1$.

A. $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$. **B.** $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=\cos x-x+C$.

C. $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x-x+C$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-1)$, $\vec{v}=(1;-1;2)$. Góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $120°$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2mx^2+4x+m-5$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 28. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-9\right)^{-2}$

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

C. $D=(-3;3)$. **D.** $D=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm O vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$ là:

A. $x+y-2z=0$. **B.** $x-2z=0$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Câu 30. Một mặt cầu (S) có bán kính bằng 6. Thể tích khối cầu (S) là

A. $V=72\pi$. **B.** $V=288\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=144\pi$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$ và điểm $M(3;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P). Tính $S=a+b+c$.

A. $S=8$. **B.** $S=0$. **C.** $S=1$. **D.** $S=-5$.

Câu 32. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1=3+5i$, $z_1=6-i$ và $z=z_1+z_2$. Điểm biểu diễn số phức z là

A. $K(-3;6)$. **B.** $N(9;4)$. **C.** $K(6;9)$. **D.** $M(3;-6)$.

Câu 34. Một tổ học sinh có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Số cách sắp xếp các thành viên trong một tổ theo một hàng dọc là

A. $6!+4!$. **B.** $6!4!$. **C.** $10!$. **D.** C_{10}^6.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	2020	↗	2021	↘	2020	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2021. **D.** 2020.

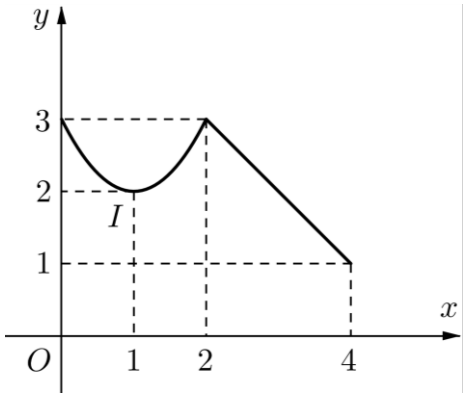
Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số trong 8 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số là nghiệm của phương trình $x^2-x-6=0$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các số thực x dương và không vượt quá 2021 thoả mãn $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2 x}+\frac{1}{2}=\cos 2x+\log_4(3\cos 2x-1)$. Tổng số phần tử của S bằng

A. 643. **B.** 1010. **C.** 505. **D.** 1286.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $I=\int_0^4 |f'(x)|\mathrm{d}x$.



A. $I=4$. **B.** $I=10$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-2$.

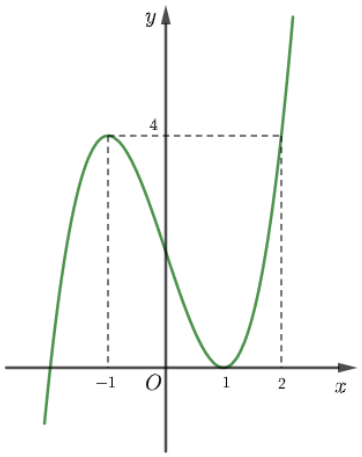
Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z+3+i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=|z-2+2i|+|z-3-4i|$.

A. $\sqrt{37}$. **B.** $\frac{9\sqrt{73}}{11}$. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $\frac{5\sqrt{37}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;-2;-5)$. Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại A,B,C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-10;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-5)$. **C.** $\vec{n}=(10;5;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;-5)$.

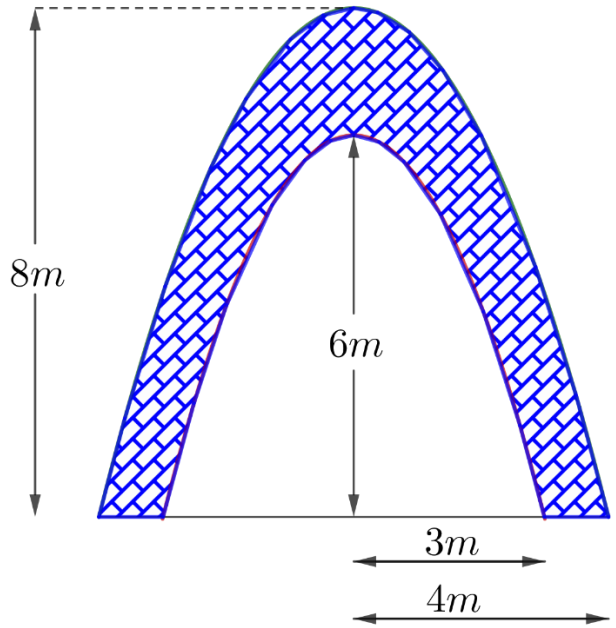
Câu 41. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ là đường cong như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x^2-2)-4x^2+2021$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng



A. $f(0)+2013$. **B.** $f(2)+2005$. **C.** $f(-1)+2017$. **D.** $f(-2)+2021$.

Câu 42. Để chào mừng xã đạt chuẩn nông thôn mới, Ủy ban nhân dân xã X tiến hành ốp gạch trang trí hai bên bề mặt cổng chào vào xã. Cổng chào được thiết kế như hình bên với các đường viền cổng là dạng đường parabol. Biết rằng tiền vật liệu cho một mét vuông bề

mặt cổng bằng 1.000.000 đồng và tiền công thợ cho một mét vuông là 200.000 đồng. Tổng kinh phí trang trí cổng chào bằng



A. 40.500.000 đồng. **B.** 81.000.000 đồng. **C.** 22.400.000 đồng. **D.** 44.800.000 đồng.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB)

A. $\frac{5a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 45. Cho hình nón (N) có đường cao $h = a\sqrt{3}$, bán kính đáy $r = 2a$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng (P) qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $45°$. Diện tích thiết diện tạo thành là

A. $S = a^2\sqrt{3}$. **B.** $S = a^2\sqrt{6}$. **C.** $S = 2a^2$. **D.** $S = 2a^2\sqrt{6}$.

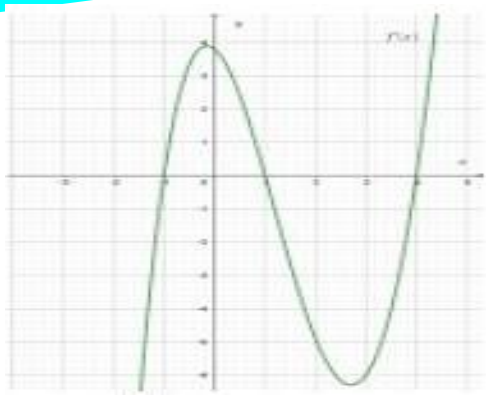
Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng $60°$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = a^3\sqrt{6}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z+i)^2 + |z-2|^2 = 2(\bar{z}-3i)^2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ là đường cong như hình bên và $f(0) = -1$. Hàm số $g(x) = |f(x^2)+1|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?



A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón (N) có đỉnh $S(3;-1;4)$ và đường tròn đáy có tâm $I(9;2;-2)$, bán kính R không đổi. Hình trụ (T) có một đường tròn đáy tâm I, đường tròn đáy còn lại có tâm J và đường tròn này nằm trên mặt xung quanh của hình nón (N). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn tâm J có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $P=bcd$

A. $P=-10$. **B.** $P=30$. **C.** $P=-30$. **D.** $P=10$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(3;-2;1)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6z-6=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua K và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M, N sao cho độ dài đoạn thẳng MN lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2t \\ z=-3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.C	5.A	6.A	7.D	8.C	9.B	10.D
11.B	12.A	13.D	14.C	15.B	16.B	17.D	18.C	19.D	20.B
21.D	22.B	23.A	24.A	25.D	26.D	27.A	28.B	29.B	30.B
31.A	32.D	33.B	34.C	35.C	36.B	37.A	38.A	39.A	40.A
41.D	42.C	43.C	44.A	45.B	46.A	47.B	48.B	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$

A. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{2x}+C$.

B. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{x}+C$.

C. $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=\sqrt{2x}+C$.

D $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=2\sqrt{x}+C$.

Lời giải

Chọn C

Xét: $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\sqrt{2x}\Rightarrow t^2=2x\Leftrightarrow t\mathrm{d}t=\mathrm{d}x$.

Nguyên hàm trở thành: $\int \dfrac{1}{\sqrt{2x}}\mathrm{d}x=\int \dfrac{1}{t}t\mathrm{d}t=\int \mathrm{d}t=t+C=\sqrt{2x}+C$.

Câu 2. Cho số phức $z=\dfrac{3-2i}{i}$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=2+3i$.

B. $\bar{z}=2-3i$.

C. $\bar{z}=-2+3i$.

D. $\bar{z}=-2-3i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=\dfrac{3-2i}{i}=-2-3i$ nên $\bar{z}=-2+3i$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{3x-1}=8$ là

A. $x=3$.

B. $x=\dfrac{4}{3}$.

C. $x=\dfrac{2}{3}$.

D. $x=1$.

Lời giải

Ta có: $2^{3x-1}=8\Leftrightarrow 2^{3x-1}=2^3\Leftrightarrow 3x-1=3\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{3}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=8$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. 4.

B. 8.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu (S) bằng $R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành là:

$x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ và trục hoành:

$S=\int_1^3 \left|x^2-4x+3\right|\mathrm{d}x=-\int_1^3 \left(x^2-4x+3\right)\mathrm{d}x=-\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x\right)\Big|_1^3=-\frac{4}{3}$.

Câu 6. Môđun của số phức $z=8-6i$ bằng

A. 10. **B.** $\sqrt{14}$. **C.** 14. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|z|=\sqrt{8^2+(-6)^2}=10$.

Câu 7. Cho hàm $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 8. Tính $I=\int_0^{\ln 2} e^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\frac{1}{2}\int_0^{\ln 2} e^{2x}\mathrm{d}(2x)=\frac{1}{2}e^{2x}\Big|_0^{\ln 2}=\frac{3}{2}$.

Câu 9. Bất phương trình $\log_{2021} x<1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Vô số. **B.** 2020. **C.** 0. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

$\log_{2021} x < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_{2021} x < \log_{2021} 2021 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 2021.$

Mà $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x \in \{1;2;3;...;2020\}$.

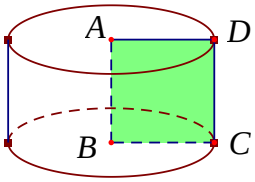
Như vậy bất phương trình có 2020 nghiệm nguyên.

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a. Quay hình vuông quanh cạnh AB được một hình trụ (T). Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

A. πa^2. **B.** πa^3. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB ta được hình trụ (T) có:

Chiều cao $h = AB = a$; bán kính đáy $R = BC = a$.

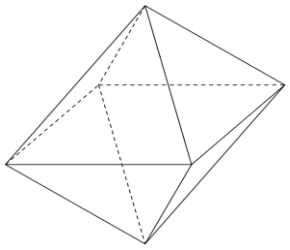
Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi a^2$.

Câu 11. Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.**14.

Lời giải

Chọn B



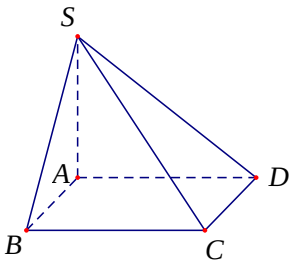
Khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = AB = a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A



Có $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow S_{ABCD} = a^2$.

Mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Toạ độ điểm M là:

A. $(-2;-3;1)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(2;3;1)$. **D.** $(2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(2;3;-1)$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$

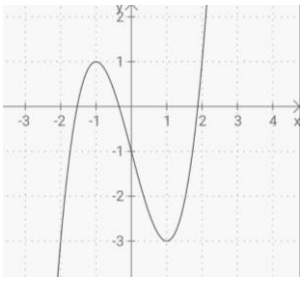
A. $y' = \frac{x}{\ln 5}$. **B.** $y' = \frac{\ln 5}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x \ln 5}$. **D.** $y' = \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức ta có $y = \log_5 x \Rightarrow y' = \frac{1}{x \ln 5}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$, dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $x=-1$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt. Vậy phương trình $f(x)+1=0$ có ba nghiệm phan biệt.

Câu 16. Cho $\int_0^{24} f(x)\,dx = 216$. Tính $I = \int_0^8 [f(3x) - 4x]\,dx$

A. 72. **B.** –56. **C.** 48. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_0^8 [f(3x) - 4x]\,dx = \int_0^8 f(3x)\,dx - 4\int_0^8 x\,dx = I_1 - 128$

Tính $I_1 = \int_0^8 f(3x)\,dx$ Đặt $u = 3x \Rightarrow du = 3dx$.

Đổi cận: $\begin{array}{l} x=0\to u=0 \\ x=8\to u=24 \end{array}$

$I_1=\int\limits_0^8 f\left(3x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int\limits_0^{24} f\left(u\right)\mathrm{d}u=\frac{1}{3}.216=72$ (do tích phân không phụ thuộc vào kí hiệu biến).

Vậy: $I=\int\limits_0^8\left[f\left(3x\right)-4x\right]\mathrm{d}x=72-128=-56$.

Câu 17. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-3z+5=0$. Tính $T=z_1^{\,2}+z_2^{\,2}-\left|z_1\right|\left|z_2\right|$

A. $T=-1$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=4$ **D.** $T=-6$.

Lời giải

Chọn D

Theo định lý Viét $\begin{cases} z_1+z_2=3 \\ z_1z_2=5 \end{cases}$

$T=z_1^{\,2}+z_2^{\,2}-\left|z_1\right|\left|z_2\right|=\left(z_1+z_2\right)^2-2z_1z_2-\left|z_1z_2\right|=\left(3\right)^2-2.5-\left|5\right|=-6$

Câu 18. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=4,u_2=-8$. Công bội của cấp số nhân $\left(u_n\right)$ là

A. $q=-32$. **B.** $q=\frac{-1}{2}$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=2$.

Lời giải

Chọn C

Công bội của cấp số nhân $\left(u_n\right)$ là $q=\frac{u_2}{u_1}=-2$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\ln x=1$ là

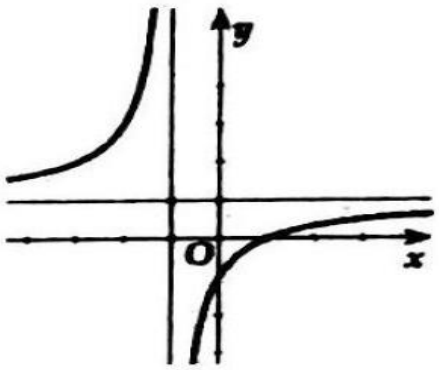
A. $x=1$. **B.** $x=\frac{1}{e}$. **C.** $x=e^2$ **D.** $x=e$.

Lời giải

Chọn D

$\ln x=1\Leftrightarrow x=e$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=2x^4+x^2+1$ **D.** $y=\frac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

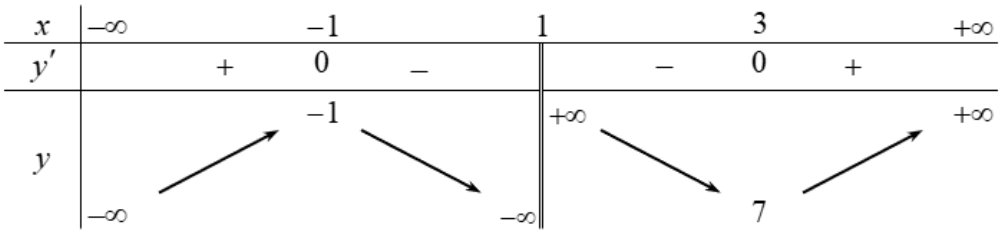
Dựa vào đồ thị ta thấy:

+Đồ thị có hướng đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến.

+Đồ thị có TCN: $y=1$, TCĐ: $x=-1$ và cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm.

Nên chỉ có đáp B là thỏa mãn.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;5)$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(2;5)$ bằng 7 tại $x=3$.

Câu 22. Hàm số nào dưới đây có đúng một cực trị?

A. $y=\dfrac{x-1}{x}$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

Lời giải

Chọn B

+ Xét đáp án A: Là hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất nên hàm số không có điểm cực trị.

+ Xét đáp án B và C: Là hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$. Để hàm số có 1 điểm cực trị $\Leftrightarrow ab>0$. Do đó đáp án là B.

+ Xét đáp án D: Có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ do đó hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 23. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, $\log_a 3a$ bằng

A. $1+\log_a 3$. **B.** $-\log_a 3$. **C.** $\log_a 3$. **D.** $\log_a 3-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a 3a=\log_a 3+\log_a a=1+\log_a 3$.

Câu 24. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+1$.

A. $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$. **B.** $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=\cos x-x+C$.

C. $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x-x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int(\sin x+1)\mathrm{d}x=-\cos x+x+C$

Câu 25. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x}$ có tiệm cận ngang $y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x-1}{x}=2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;2;-1)$, $\vec{v}=(1;-1;2)$. Góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\cos\left(\vec{u};\vec{v}\right)=\frac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}=\frac{1.1-2.1-1.2}{\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}}=\frac{-1}{2}$$

Suy ra $\left(\vec{u};\vec{v}\right)=120°$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-2mx^2+4x+m-5$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=x^2-4mx+4$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ 4m^2-4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$ suy ra $S=\{-1;0;1\}$.

Vậy ta có $-1+0+1=0$.

Câu 28. Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-9\right)^{-2}$

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

C. $D=(-3;3)$. **D.** $D=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x^2-9\neq 0\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ x\neq -3 \end{cases}$.

Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm O vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$ là:

A. $x+y-2z=0$. **B.** $x-2z=0$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-2)$ có phương trình tổng quát là: $1(x-0)+0(y-0)-2(z-0)=0\Leftrightarrow x-2z=0$.

Câu 30. Một mặt cầu (S) có bán kính bằng 6. Thể tích khối cầu (S) là

A. $V=72\pi$. **B.** $V=288\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=144\pi$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối cầu có bán kính r là $V=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Vậy thể tích khối cầu (S) là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi 6^3=288\pi$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$ và điểm $M(3;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P). Tính $S=a+b+c$.

A. $S=8$. **B.** $S=0$. **C.** $S=1$. **D.** $S=-5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MH}(a-3;b-1;c-4)$.

Mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$ có VTPT là $\vec{n}_P=(1;2;-2)$.

Vì $H(a;b;c)$ là hình chiếu của M trên mặt phẳng (P) nên ta có $\overrightarrow{MH}=k.\vec{n}_P$ với $k\in\mathbb{R},k\neq 0$.

Suy ra $\overrightarrow{MH}(a-3;b-1;c-4)\begin{cases} a-3=k \\ b-1=2k \\ c-4=-2k \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=3+k \\ b=1+2k \\ c=4-2k \end{cases}$

Ta có điểm $H\in(P)$ nên toạ độ của điểm $H(3+k;1+2k;4-2k)$ thoả mãn phương trình (P):

$3+k+2(1+2k)-2(4-2k)+3=0\Leftrightarrow 8k=0\Leftrightarrow k=0$.

Vậy toạ độ điểm $H(3;1;4)$ hay $S=a+b+c=8$.

Nhận xét: $M(3;1;4)\in(P)$ nên $H(a;b;c)\equiv M\Rightarrow\begin{cases}a=3\\b=1\\c=4\end{cases}$

Câu 32. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1+3=4$.

Câu 33. Cho hai số phức $z_1=3+5i$, $z_1=6-i$ và $z=z_1+z_2$. Điểm biểu diễn số phức z là

A. $K(-3;6)$. **B.** $N(9;4)$. **C.** $K(6;9)$. **D.** $M(3;-6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=z_1+z_2=9+4i$.Suy ra điểm biểu diễn số phức z là $N(9;4)$.

Câu 34. Một tổ học sinh có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Số cách sắp xếp các thành viên trong một tổ theo một hàng dọc là

A. $6!+4!$. **B.** $6!4!$. **C.** $10!$. **D.** C_{10}^6.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ theo một hàng dọc là $10!$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	2020	↗	2021	↘	2020	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2021. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số bằng 2021.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số trong 8 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số là nghiệm của phương trình $x^2-x-6=0$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\end{array}\right.$.

Xác suất để chọn đực số 3 là $\frac{1}{8}$.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các số thực x dương và không vượt quá 2021 thoả mãn $\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2 x}+\frac{1}{2}=\cos 2x+\log_4(3\cos 2x-1)$. Tổng số phần tử của S bằng

A. 643. **B.** 1010. **C.** 505. **D.** 1286.

Lời giải

Chọn A

Với điều kiện $3\cos 2x-1>0$ $(*)$, ta có:

$\left(\frac{1}{2}\right)^{2\sin^2 x}+\frac{1}{2}=\cos 2x+\log_4(3\cos 2x-1)$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}+\frac{1}{2}=1-2\sin^2 x+\log_4(2-6\sin^2 x)$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}-\frac{1}{2}=-2\sin^2 x+\log_4 2+\log_4(1-3\sin^2 x)$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}-\sin^2 x=1-3\sin^2 x+\log_4(1-3\sin^2 x)$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}+\log_4\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}=(1-3\sin^2 x)+\log_4(1-3\sin^2 x)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t+\log_4 t$, với $t>0$, suy ra $f'(t)=1+\frac{1}{t\ln 4}>0,\ \forall t>0$.

Hàm số $y=f(t)$ đồng biến với mọi $t>0$.

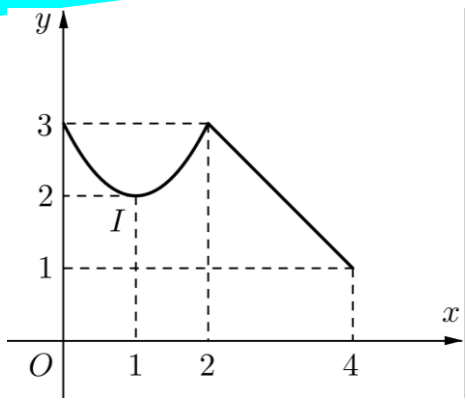
$(1)\Leftrightarrow f\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}\right)=f(1-3\sin^2 x)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{4}\right)^{\sin^2 x}=1-3\sin^2 x\Leftrightarrow 4^{-\sin^2 x}=(4-1)(-\sin^2 x)+1$

$\overset{Bernouli}{\Leftrightarrow}\left[\begin{array}{l}\sin^2 x=-1\\\sin^2 x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$ (thoả $(*)$).

Ta có: $0<x\le 2021\Leftrightarrow 0<k\pi\le 2021\Leftrightarrow 0<k\le\frac{2021}{\pi}$; vì $k\in\mathbb{Z}$, nên $k\in\{1;2;...;642;643\}$.

Vậy tập hợp S có 643 phần tử.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $I=\int_0^4|f'(x)|\mathrm{d}x$.



A. $I=4$. **B.** $I=10$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $I=\int_0^2\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x+\int_2^4\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=I_1+I_2$.

Với $x\in[0;2]$, ta có $f(x)=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $A(0;3)$, $I(1;2)$ và $B(2;3)$, do đó $f(x)=x^2-2x+3$, suy ra $f'(x)=2x-2$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1\in[0;2]$.

Khi đó, $I_1=\int_0^2\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=-\int_0^1(2x-2)\mathrm{d}x+\int_1^2(2x-2)\mathrm{d}x=2$.

Với $x\in[2;4]$, ta có $f(x)=ax+b$ đi qua hai điểm $B(2;3)$ và $C(4;1)$, do đó $f(x)=5-x$.

Khi đó, $I_2=\int_2^4\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=-\int_2^4 f'(x)\mathrm{d}x=\int_2^4\mathrm{d}x=2$.

Vậy $I=I_1+I_2=4$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1-i|=|z+3+i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=|z-2+2i|+|z-3-4i|$.

A. $\sqrt{37}$. **B.** $\frac{9\sqrt{73}}{11}$. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $\frac{5\sqrt{37}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Từ giả thiết $|z+1-i|=|z+3+i|\Leftrightarrow|a+bi+1-i|=|a+bi+3+i|$

$\Rightarrow(a+1)^2+(b-1)^2=(a+3)^2+(b+1)^2$

$\Leftrightarrow 2a-2b+2=6a+2b+10\Leftrightarrow 4a+4b+8=0\Leftrightarrow a+b+2=0\Leftrightarrow b=-a-2$.

Khi đó

$$T=|z-2+2i|+|z-3-4i|=\sqrt{(a-2)^2+(b+2)^2}+\sqrt{(a-3)^2+(b-4)^2}$$
$$=\sqrt{(a-2)^2+(-a)^2}+\sqrt{(3-a)^2+(a+6)^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức Minkovksy ta có $T\ge\sqrt{(a-2+3-a)^2+(-a+a+6)^2}=\sqrt{37}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T=|z-2+2i|+|z-3-4i|$ bằng $\sqrt{37}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $G(1;-2;-5)$. Mặt phẳng (P) cắt các trục tọa độ tại A,B,C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(-10;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(1;2;-5)$. **C.** $\vec{n}=(10;5;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;-5)$.

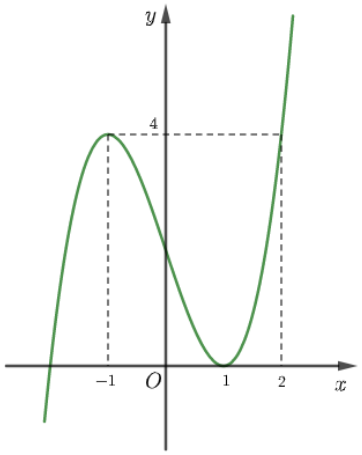
Lời giải

Chọn A

Ta có $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ tương ứng là giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ . Khi đó $\frac{a}{3}=1;\frac{b}{3}=-2;\frac{c}{3}=-5\Rightarrow a=3;b=-6;c=-15\Rightarrow (P):\frac{x}{3}+\frac{y}{-6}+\frac{z}{-15}=1$.

Véc tơ pháp tuyến (P) có dạng $k\left(\frac{1}{3};\frac{-1}{6};\frac{-1}{15}\right)\Rightarrow \vec{n}=(-10;5;2)$ là một véc tơ cần tìm.

Câu 41. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ là đường cong như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)-4x^2+2021$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng



A. $f(0)+2013$. **B.** $f(2)+2005$. **C.** $f(-1)+2017$. **D.** $f(-2)+2021$.

Lời giải

Chọn D

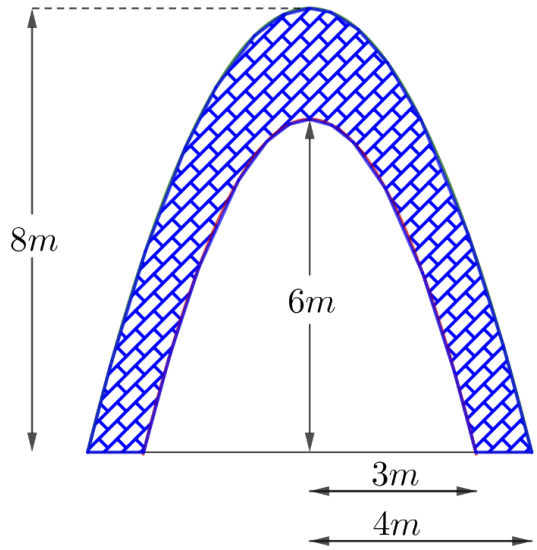
Xét: $g'(x)=2xf'\left(x^2-2\right)-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=-1\\ x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;2]\\ x=1\in[-1;2]\\ x=-1\in[-1;2]\\ x=2\in[-1;2]\\ x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1;2]$:

x	-1		0		1		2
x	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$\|$
$f'(x^2-2)-4$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$-$	0
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\searrow$	

Suy ra: $\max\limits_{[-1;2]} g(x) = g(0) = f(-2) + 2021$.

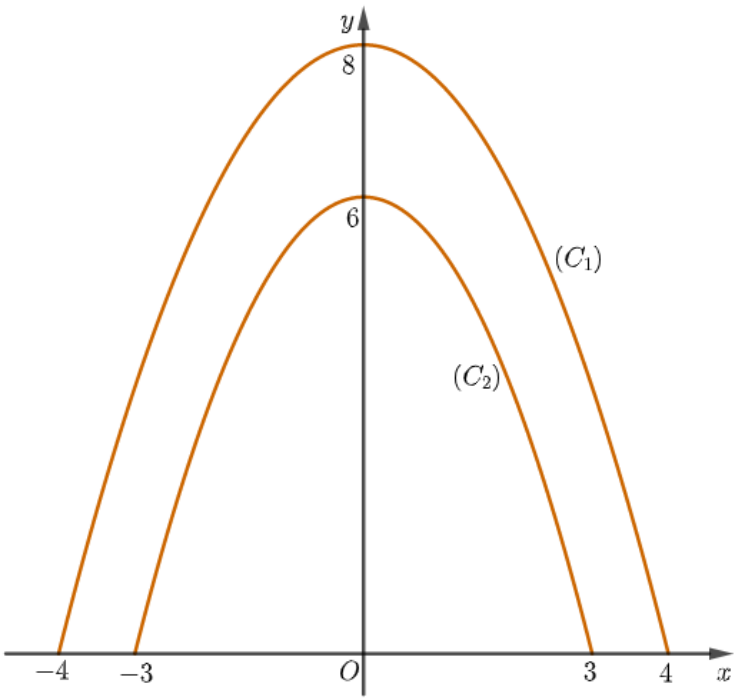
Câu 42. Để chào mừng xã đạt chuẩn nông thôn mới, Ủy ban nhân dân xã X tiến hành ốp gạch trang trí hai bên bề mặt cổng chào vào xã. Cổng chào được thiết kế như hình bên với các đường viền cổng là dạng đường parabol. Biết rằng tiền vật liệu cho một mét vuông bề mặt cổng bằng 1.000.000 đồng và tiền công thợ cho một mét vuông là 200.000 đồng. Tổng kinh phí trang trí cổng chào bằng



A. 40.500.000 đồng. **B.** 81.000.000 đồng. **C.** 22.400.000 đồng. **D.** 44.800.000 đồng.

Lời giải

Chọn C



Gọi đường viền lớn của cổng là parabol $(C_1): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(-4;0)$, $(4;0)$ và $(0;8)$. Khi đó: $(C_1): y = \frac{-1}{2}x^2 + 8$.

Gọi đường viền nhỏ của cổng là parabol $(C_2): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(-3;0)$, $(3;0)$ và $(0;6)$. Khi đó: $(C_2): y = \frac{-2}{3}x^2 + 6$.

Suy ra: Diện tích bề mặt cổng ốp gạch là: $S = \int_{-4}^{4}\left(\frac{-1}{2}x^2 + 8\right)dx - \int_{-3}^{3}\left(\frac{-2}{3}x^2 + 6\right)dx = \frac{56}{3}$.

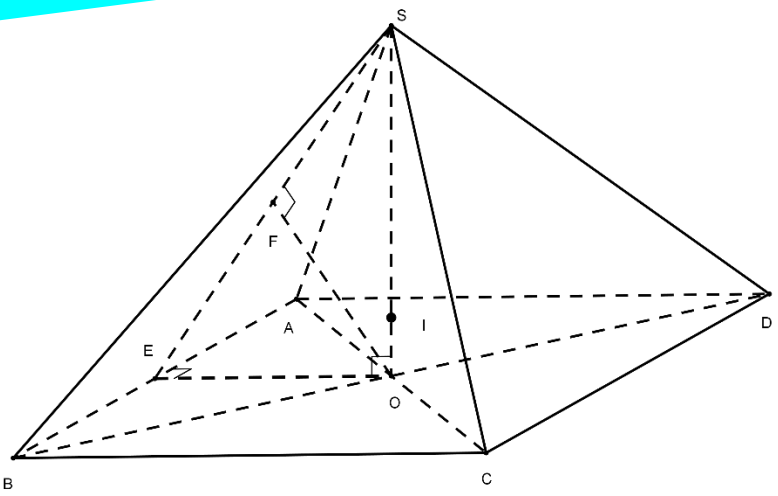
Vậy: Tổng kinh phí trang trí cổng chào bằng $\frac{56}{3}(1000000 + 200000) = 22.400.000$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB)

A. $\frac{5a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SAB)\cap(ABC)=AB$.

Kẻ $OE\perp AB$ suy ra $AB\perp(SOE)$ suy ra $SE\perp AB$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là $SEO=60°$.

Vì $OE\perp AB$ nên OE // AD suy ra E là trung điểm của AB.

Suy ra $OE=\frac{a}{2}$; $SO=OE.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$SC=\sqrt{SO^2+OC^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Kẻ $OF\perp SE$.

Ta có $AB\perp(SOE)\Rightarrow AB\perp OF$.

$$\left.\begin{matrix}AB\perp OF\\SE\perp OF\end{matrix}\right\}\Rightarrow OF\perp(SAB)$$

Suy ra $OF=d(O;(SAB))$.

Vì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ nên I thuộc SO.

Mặt khác $IA=IB=IC=ID=IS$.

Đặt $IS=IC=x$. Áp dụng định lí cosin trong ΔSIC ta có:

$$IC^2=IS^2+SC^2-2.IS.SC.\cos OSC$$

$$\Leftrightarrow x^2=x^2+\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2-2.x.\frac{a\sqrt{5}}{2}.\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{5a\sqrt{3}}{12}$$

Suy ra $\frac{SI}{SO}=\frac{\frac{5a\sqrt{3}}{12}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{5}{6}$.

Ta có: $\frac{1}{OF^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OE^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{16}{3a^2}\Rightarrow OF=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Vì $\frac{d\left(I;(SAB)\right)}{d\left(O;(SAB)\right)}=\frac{SI}{SO}=\frac{5}{6}\Rightarrow d\left(I;(SAB)\right)=\frac{5}{6}.\frac{a\sqrt{3}}{4}=\frac{5a\sqrt{3}}{24}$.

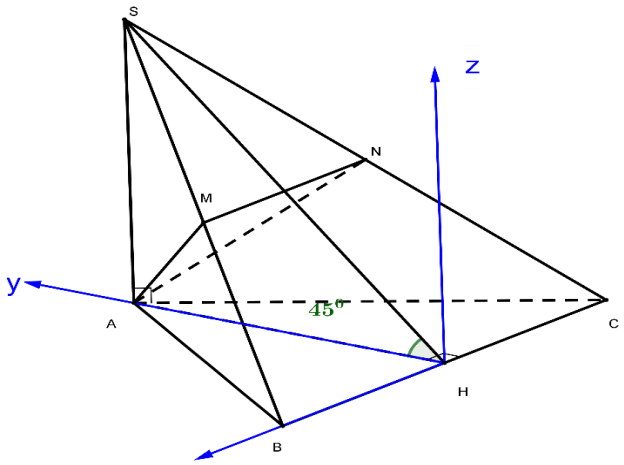
Vậy khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{5a\sqrt{3}}{24}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB,SC. Góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng:

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(SBC)\cap(ABC)=BC$.

Kẻ $AH\perp BC$ suy ra $BC\perp(SAH)$ suy ra $SH\perp BC$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $SHA=45°$.

Gắn hệ trục tọa độ $Hxyz$ như hình vẽ.

Vì ΔABC đều nên H là trung điểm của BC.

Cho $AB=AC=BC=1$ suy ra $AH=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra

$H(0;0;0)$; $A\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$; $B\left(\frac{1}{2};0;0\right)$; $C\left(-\frac{1}{2};0;0\right)$

$S\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $M\left(\frac{1}{4};\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$; $N\left(\frac{-1}{4};\frac{\sqrt{3}}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Nên

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{4};\frac{-\sqrt{3}}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\\ \overrightarrow{AN}=\left(\frac{-1}{4};\frac{-\sqrt{3}}{4};\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AN}\right]=\left(0;\frac{\sqrt{3}}{8};\frac{-\sqrt{3}}{8}\right).$$

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2};0\right)\\ \overrightarrow{AC}=\left(\frac{-1}{2};\frac{-\sqrt{3}}{2};0\right)\end{array}\right\}\Rightarrow\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=\left(0;0;\frac{-\sqrt{3}}{2}\right).$$

$$\cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)=\frac{\left|\frac{-\sqrt{3}}{8}.\frac{-\sqrt{3}}{2}\right|}{\frac{\sqrt{6}}{8}.\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

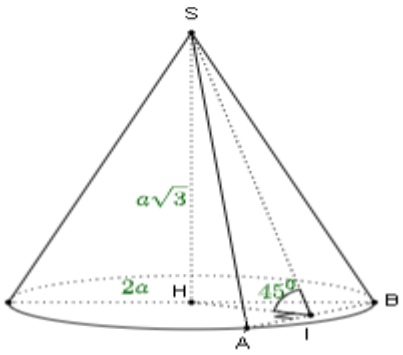
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng $45°$.

Câu 45. Cho hình nón (N) có đường cao $h=a\sqrt{3}$, bán kính đáy $r=2a$. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng (P) qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $45°$. Diện tích thiết diện tạo thành là

A. $S=a^2\sqrt{3}$. **B.** $S=a^2\sqrt{6}$. **C.** $S=2a^2$. **D.** $S=2a^2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng (P) là mặt phẳng (SAB) với AB là dây cung của đường tròn đáy.

Gọi I là trung điểm của $AB\Rightarrow HI\perp AB$ (1)

Vì $SH\perp(C)\Rightarrow SH\perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $AB \perp (SHI) \Rightarrow AB \perp SI$.

Ta có: $\begin{cases} (SAB) \cap (C) = AB \\ AB \perp HI \subset (C) \\ AB \perp SI \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow ((SAB),(C)) = (SI,HI) = SIH = 45^\circ$ (do ΔSIH là tam giác vuông tại H).

Khi đó: ΔSIH là tam giác vuông cân tại $H \Rightarrow HI = a\sqrt{3}$ và $SI = a\sqrt{6}$.

Ta có: $IB = \sqrt{HB^2 - IH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Suy ra: $AB = 2IB = 2a$.

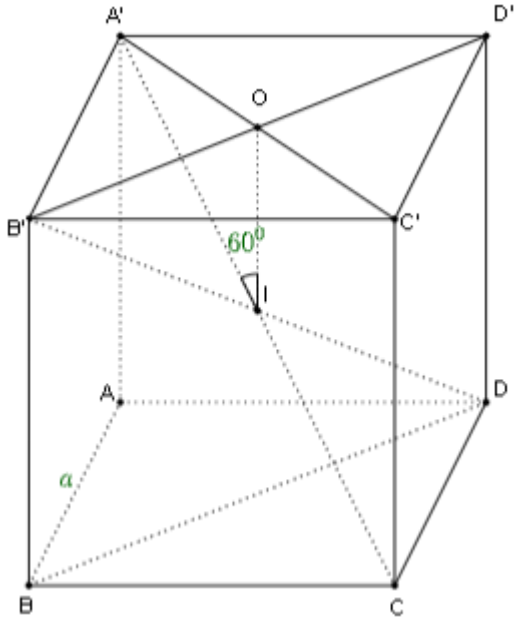
Vậy diện tích thiết diện tạo thành là: $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SI.AB = \frac{1}{2}.a\sqrt{6}.2a = S = a^2\sqrt{6}$.

Câu 46. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, góc giữa $A'C$ và mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng 60°. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là giao điểm của $A'C$ và $B'D$.

Gọi O là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $A'O \perp B'D'$ và $A'O \perp B'B$ nên $A'O \perp (B'BDD')$.

Khi đó: $(A'C,(B'BDD')) = A'IO = 60^\circ$ (vì $\Delta A'IO$ vuông tại O).

Ta có: $A'O = \frac{1}{2}A'C' = \frac{1}{2}.a\sqrt{2}$

$\tan 60^\circ = \dfrac{A'O}{OI} \Rightarrow OI = \dfrac{A'O}{\tan 60^\circ} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Suy ra: $BB' = 2OI = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB'.S_{ABCD} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z+i)^2 + |z-2|^2 = 2(\bar{z}-3i)^2$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a+bi(a,b\in\mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a-bi.$

Ta có $(z+i)^2 + |z-2|^2 = 2(\bar{z}-3i)^2 \Leftrightarrow (a+bi+i)^2 + (a-2)^2 + b^2 = 2(a-bi-3i)^2$.

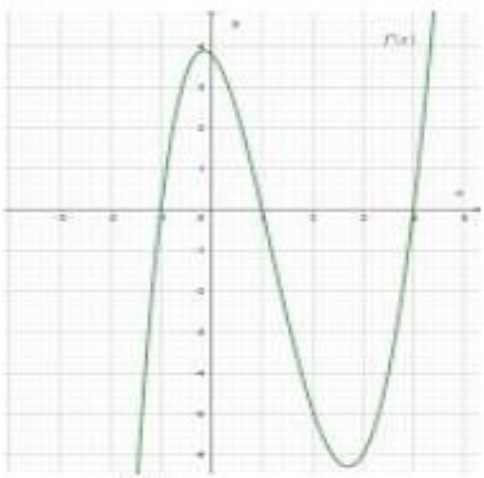
$\Leftrightarrow 6abi + 14ai + 10b - 4a + 3 = -2b^2 - 18$

$\Leftrightarrow -2b^2 + 4a - 10b - 21 - (6ab+14a)i = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2b^2 + 4a - 10b - 21 = 0 \\ 6ab + 14a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{77}{36} \\ b = \dfrac{-7}{3} \end{cases}$.

Vậy có 1 số phức thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ là đường cong như hình bên và $f(0) = -1$. Hàm số $g(x) = |f(x^2)+1|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu ?



A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $h(x)=f\left(x^2\right)+1$ ta có $h'(x)=2xf'\left(x^2\right)\Rightarrow h'(x)=0\Leftrightarrow 2xf'\left(x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)=0\end{array}\right.$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=-1\,(Vn)\\ x^2=1\\ x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1.\\ x=\pm2\end{array}\right.$

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=+\infty$

$h(0)=f(0)+1=1+(-1)=0, h(-2)=h(2)=f(4)+1.$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta thấy

$\int\limits_0^1 f'(x)dx<\int\limits_1^4\left[-f'(x)dx\right]\Leftrightarrow f(1)-f(0)<-f(4)+f(1)\Leftrightarrow f(4)<f(0)\Leftrightarrow f(4)<-1$.

$\Rightarrow h(\pm2)<0.$

Bảng biến thiên hàm số $h(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$h'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(-2)$	↗		↘	0	↗		↘	$h(2)$	↗	$+\infty$

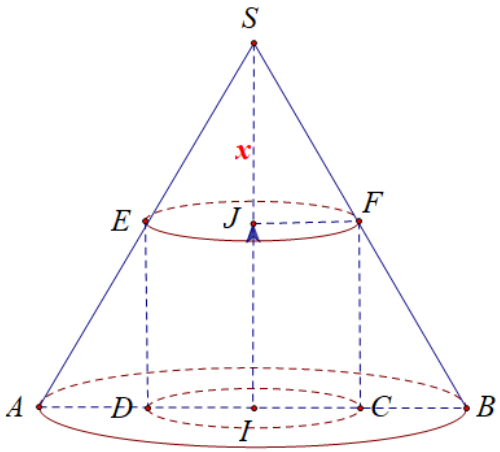
Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ có 5 điểm cực tiểu.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón (N) có đỉnh $S(3;-1;4)$ và đường tròn đáy có tâm $I(9;2;-2)$, bán kính R không đổi. Hình trụ (T) có một đường tròn đáy tâm I, đường tròn đáy còn lại có tâm J và đường tròn này nằm trên mặt xung quanh của hình nón (N). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn tâm J có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $P=bcd$

A. $P=-10$. **B.** $P=30$. **C.** $P=-30$. **D.** $P=10$.

Lời giải

Chọn B



Xét mặt phẳng (α) qua trục của hình nón, cắt hình nón (N) và hình trụ (T) theo tam giác SAB và hình chữ nhật $CDEF$ (như hình). Đặt $SJ = x$ $(0 < x < SI)$.
Khi đó hình trụ (T) có chiều cao $h = SI - x$, bán kính $r = JF$.

Trong mp (α): ΔSJF và ΔSIA đồng dạng nên $\dfrac{JF}{IA} = \dfrac{SJ}{SI} \Rightarrow r = JF = \dfrac{IA.SJ}{SI} = \dfrac{xR}{SI}$.

Thể tích khối trụ (T) là:

$$V_T = \pi \frac{R^2}{SI^2} x^2 (SI - x) = \pi \frac{R^2}{SI^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[x \cdot x (2SI - 2x) \right] \overset{Cauchy}{\leq} \pi \frac{R^2}{SI^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2SI}{3} \right)^3 = \frac{4\pi}{27} R^2 \cdot SI$$

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2SI - 2x \Leftrightarrow SJ = x = \dfrac{2}{3} SI$.

Khi (T) có thể tích lớn nhất thì $\overrightarrow{SJ} = \dfrac{2}{3} \overrightarrow{SI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_J - 3 = \dfrac{2}{3}(9-3) \\ y_J + 1 = \dfrac{2}{3}(2+1) \\ z_J - 4 = \dfrac{2}{3}(-2-4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_J = 7 \\ y_j = 1 \\ z_J = 0 \end{cases}$

Khi đó mặt phẳng chứa đường tròn đáy tâm $J(7;1;0)$ và nhận $\overrightarrow{SJ} = (4;2;-4)$ hay $\vec{n} = (2;1;-2)$ làm VTPT nên có phương trình $2x + y - 2z - 15 = 0$.
Mà theo giả thiết mp đó có phương trình $2x + by + cz + d = 0$, do đó $b = 1; c = -2; d = -15$.
Vậy $P = b.c.d = 30$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(3;-2;1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua K và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M, N sao cho độ dài đoạn thẳng MN lớn nhất.

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \\ z = -3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-3)$ và bán kính $R=4$.

Nếu đường thẳng Δ đi qua K và cắt mặt cầu (S) tại hai điểm M, N thì $MN=2\sqrt{R^2-d^2(I,\Delta)}$.

Do đó: $MN_{\max} \Leftrightarrow d(I,\Delta)_{\min}=0 \Leftrightarrow I\in\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}=(2;-2;4)$ là một VTCP của Δ.

Khi đó $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=-3+2t\end{cases}$.

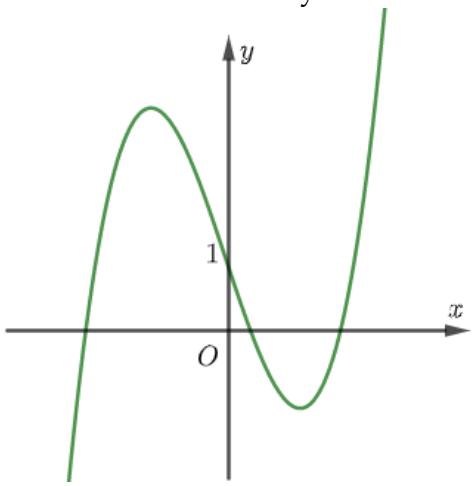
----------HẾT----------

ĐỀ 36

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ HÀ NỘI

Câu 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^2+x-1$.
B. $y=-x^3-3x+1$.
C. $y=x^4-x^2+1$.
D. $y=x^3-3x+1$.

Câu 2. Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là
A. 0.
B. 3.
C. 1.
D. 2.

Câu 3. Cho dãy số (U_n) có số hạng tổng quát $U_n=-2n+3$ với $n\in N^*$. Số hạng U_5 bằng
A. -10.
B. -7.
C. 13.
D. 5.

Câu 4. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng
A. Bh.
B. $\frac{1}{3}\pi Bh$.
C. $\frac{1}{3}Bh$.
D. πBh.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}=(3;-1;2)$. Véctơ nào dưới đây **không** cùng phương với $\vec{u}$?
A. $\vec{b}=(-3;1;2)$.
B. $\vec{a}=(-3;1;-2)$.
C. $\vec{d}=(-9;3;-6)$.
D. $\vec{c}=(6;-2;4)$.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ có diện tích là

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D** $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 8. Cho tập X có 2021 phần tử phân biệt, số các hoán vị của tập X là

A. 4042. **B.** 2021!. **C.** 2^{2021}. **D.** 2021^2.

Câu 9. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Câu 10. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+2=0$. Khi đó z_1+z_2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y+z=0$.

Câu 12. Với a,b là số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3}(b)$ bằng

A. $3\log_a b$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3}\log_a b$. **D.** $3+\log_a b$.

Câu 13. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-5$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 14. Với x là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\sqrt{2021^x}=2021^{\frac{x}{2}}$. **B.** $\left(2021^x\right)^2=(2021)^{2x}$.

C. $\sqrt{2021^x}=\left(\sqrt{2021}\right)^2$. **D.** $\left(2021^x\right)^2=(2021)^{x^2}$.

Câu 15. Cho số phức $z=4+6i$. Phần ảo của số phức z là

A. 6. **B.** $6i$. **C.** 4. **D.** -4.

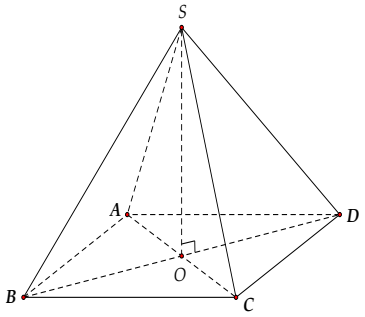
Câu 16. Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm $F'(x)=\frac{1}{2x-1}$ với mọi $x>\frac{1}{2}$ và $F(1)=3$ thì giá trị $F(5)$ bằng

A. $3\ln 3$. **B.** $3-\ln 3$. **C.** $3+\ln 3$. **D.** $3+\ln 9$.

Câu 17. Cho số phức $z=1-3i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là tâm của đáy (tham khảo hình vẽ).



Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

A. SO. **B.** AB. **C.** AO. **D.** AD.

Câu 19. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a+4\log_2 b=3$. Giá trị của $P=a^3b^4$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 16.

Câu 20. Cho tam giác đều SAB có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Chiều cao h của khối nón tạo thành khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21. Cho hình bát diện đều cạnh bằng 1. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 22. Biết $\int_0^1\left[f(x)+2x\right]dx=2021$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=5^{6x+7}$ là

A. 6.5^{6x+7}. **B.** $5^{6x+7}.6\ln 5$. **C.** $5^{6x+7}.\ln 30$. **D.** $5^{6x+7}.\ln 5$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$. Giá trị $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-5=0$ và điểm $M(1;1;2)$. Phương trình của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $[-5;1)$. **B.** $(-5;1)$. **C.** $[-5;1]$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=1+2\bar{z}$ có tọa độ là

A. $(-6;1)$. **B.** $(6;-1)$. **C.** $(-6;-1)$. **D.** $(6;1)$.

Câu 28. Trong không gian *Oxyz*, phương trình của mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$ là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$.

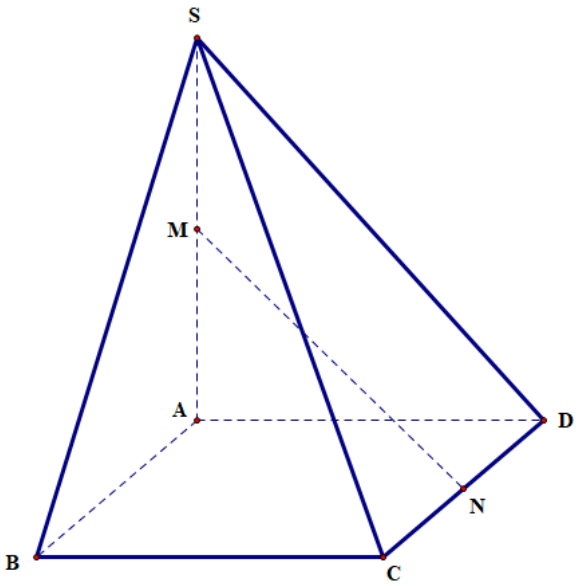
Câu 29. Trong không gian *Oxyz*, cho hình bình hành *ABCD* có $A(2;0;-1)$, $B(1;3;4)$ và $D(-5;1;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng *AC* là

A. $(-3;-1;-2)$. **B.** $(-6;4;5)$. **C.** $(-1;1;1)$. **D.** $(-2;2;2)$.

Câu 30. Gọi *D* là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay *D* quanh trục *Ox* bằng

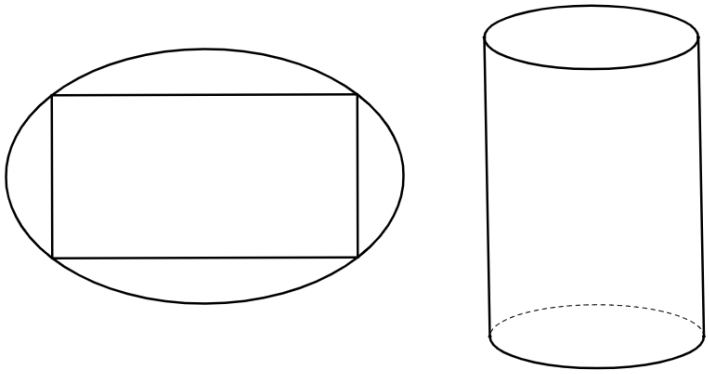
A. $\pi\int_0^1 e^{6x}dx$. **B.** $\int_0^1 e^{3x}dx$. **C.** $\int_0^1 e^{6x}dx$. **D.** $\pi\int_0^1 e^{3x}dx$.

Câu 31. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy và *SA* bằng $a\sqrt{5}$. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *SA* và *CD* *(tham khảo hình vẽ)*. Khoảng cách giữa hai đường thẳng *MN* và *SC* bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 32. Từ một tấm tôn có hình dạng là một Elip với độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 4, ta cắt lấy tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp Elip *(tham khảo hình vẽ sau)*. Gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy. Thể tích lớn nhất của khối trụ giới hạn bởi hình trụ trên bằng



A. $\frac{64}{3\sqrt{2\pi}}$. **B.** $\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{9\pi}$. **D.** $\frac{128}{3\sqrt{2\pi}}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=f\left(x^2-|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

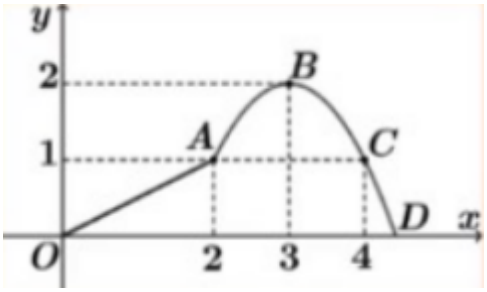
Câu 34. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $(2;4)$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(3;4)$. **D.** $[3;4]$.

Câu 35. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 2. **D.** –6.

Câu 36. Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của một chất điểm theo thời gian (tính bằng giây). Biết đồ thị biểu diễn vận tốc theo hướng từ O đến A là một đường thẳng từ A đến D là một phần của Parabol có đỉnh là B (tham khảo hình vẽ). Quãng đường (tính bằng mét) chất điểm đi được trong 3 giây đầu tiên gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. $2m$. **B.** $1,7m$. **C.** $3,7m$. **D.** $2,7m$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+3=0$. Gọi d là đường thẳng qua điểm $M(1;1;-2)$, cắt trục Ox và song song với (P). Phương trình đường thẳng là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=1-t\\z=-2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=-2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-2+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M là trung điểm cạnh AA'. N là điểm thuộc cạnh BB' sao cho $\overrightarrow{BN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Tính thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng?

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Câu 39. Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=2$ có dạng $x=a+b\sqrt{3}$ ($a;b$ là các số nguyên). Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 40. Cho $\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 x\right)\right]=\log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_3 y\right)\right]=\log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}\left(\log_5 z\right)\right]=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y<z<x$. **B.** $x<y<z$. **C.** $z<x<y$. **D.** $z<y<x$.

Câu 41. Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5\}$, gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số đó thuộc A. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$ bằng?

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** $\frac{2}{5}$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z-2|=2$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ và điểm $M(2;0;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bánh kính bằng r. Khi r đạt giá trị nhỏ nhất, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(\sqrt{3};1;0), B(0;2;0)$, M là điểm di động trên tia Oz. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên MB và OB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại N. Khi thể tích của tứ diện $MNAB$ nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng (AHN) có dạng $ax+by-\sqrt{2}z+c=0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 0.

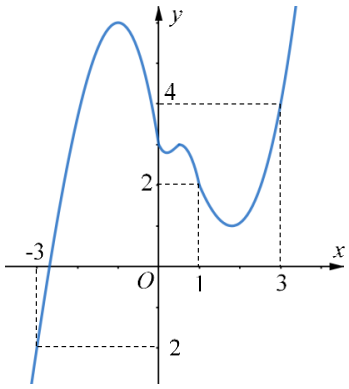
Câu 45. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_1+z_2|=3$ và $|z_1-z_2|=3\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $\left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^3+\left(\overline{z_1}.z_2\right)^3\right|$ bằng

A. 324. **B.** 1458. **C.** 729. **D.** 2196.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;4]$, $f(1)=1$, $f(4)=8$ và $2x.f(x).f'(x)=x^3+2\left[f(x)\right]^2, \forall x\in[1;4]$. Tích phân $\int_1^4 \frac{x}{f(x)}dx$ bằng:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

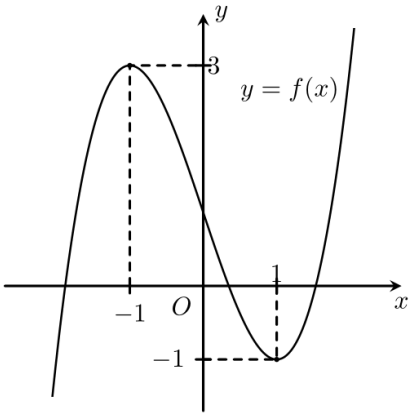
Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\dfrac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$ không vượt quá 2021 thì tập giá trị của m là:

A. $(0;f(3)+2021)$.
B. $(-\infty;-f(3)+2029]$.
C. $(-\infty;-f(1)+2023]$.
D. $(-\infty;-f(-3)+2023]$.

Câu 48. Cho hàm số $g(x)=x^3-6x^2+11x-6$ và $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $g(|f(x)|)=0$ có số nghiệm thực là



A. 6.
B. 8.
C. 12.
D. 10.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=a\sqrt{7}, BC=a\sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng $\dfrac{a}{2}$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$.
B. $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.
C. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.
D. $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in -5;15$ để phương trình

$x^2+1\ \ln\ x^2+mx+m^2+1\ -\ x^2+mx+m^2\ \ln\sqrt{2x^2+3}=0$ có nghiệm?

A. 17.
B. 20.
C. 18.
D. 19.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

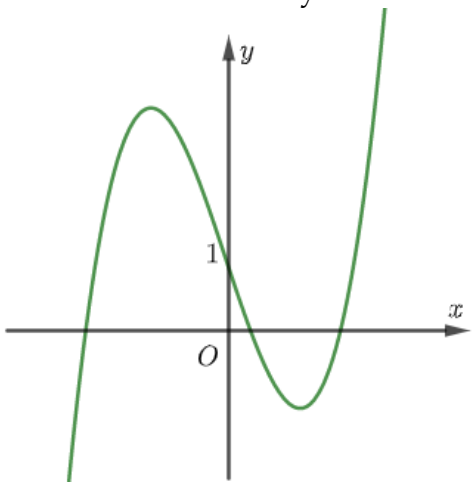
LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.C	5.A	6.B	7.B	8.B	9.B	10.D
11.B	12.C	13.A	14.D	15.A	16.C	17.D	18.C	19.B	20.D
21.C	22.B	23.B	24.C	25.B	26.B	27.D	28.D	29.D	30.A
31.A	32.B	33.B	34.A	35.A	36.D	37.C	38.A	39.C	40.C
41.B	42.B	43.C	44.D	45.B	46.D	47.D	48.C	49.A	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3-3x+1$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Đồ thị hàm bậc 3 và $a>0$.

Câu 2. Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$.

Câu 3. Cho dãy số (U_n) có số hạng tổng quát $U_n=-2n+3$ với $n\in N^*$. Số hạng U_5 bằng

A. -10. **B.** -7. **C.** 13. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $U_5=-2.5+3=-7$.

Câu 4. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h bằng

A. Bh. **B.** $\frac{1}{3}\pi Bh$. **C.** $\frac{1}{3}Bh$. **D.** πBh.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}=(3;-1;2)$. Véctơ nào dưới đây **không** cùng phương với $\vec{u}$?

A. $\vec{b}=(-3;1;2)$. **B.** $\vec{a}=(-3;1;-2)$. **C.** $\vec{d}=(-9;3;-6)$. **D.** $\vec{c}=(6;-2;4)$.

Lời giải

Chọn A

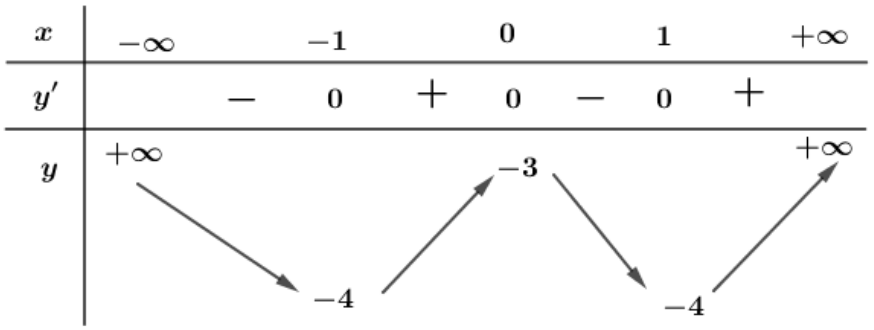
Xét $\vec{u}=(3;-1;2)$ và $\vec{b}=(-3;1;2)$. Ta thấy $\frac{3}{-3}=\frac{-1}{1}\neq\frac{2}{2}\Rightarrow\vec{u}$ và $\vec{b}$ không cùng phương.

Xét $\vec{u}=(3;-1;2)$ và $\vec{a}=(-3;1;-2)$. Ta thấy $\frac{3}{-3}=\frac{-1}{1}=\frac{2}{-2}\Rightarrow\vec{u}$ và $\vec{a}$ cùng phương.

Xét $\vec{u}=(3;-1;2)$ và $\vec{d}=(-9;3;-6)$. Ta thấy $\frac{3}{-9}=\frac{-1}{3}=\frac{2}{-6}\Rightarrow\vec{u}$ và $\vec{d}$ cùng phương.

Xét $\vec{u}=(3;-1;2)$ và $\vec{c}=(6;-2;4)$. Ta thấy $\frac{3}{6}=\frac{-1}{-2}=\frac{2}{4}\Rightarrow\vec{u}$ và $\vec{c}$ cùng phương.

Câu 6. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(a;b)$. Hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ có diện tích là

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **C.** $\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D** $\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a;x=b$ được tính bởi công thức: $S=\int_a^b |f(x)-0|\mathrm{d}x=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 8. Cho tập X có 2021 phần tử phân biệt, số các hoán vị của tập X là

A. 4042. **B.** 2021!. **C.** 2^{2021}. **D.** 2021^2.

Lời giải

Chọn B

Ta có số các hoán vị của tập X là 2021!

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-1}{x-1}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 10. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+2z+2=0$. Khi đó z_1+z_2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Theo định lý Viét $z_1+z_2=-2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oyz) là

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $y+z=0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Với a,b là số thực dương tùy ý và $a\neq 1$, $\log_{a^3}(b)$ bằng

A. $3\log_a b$. **B.** $\dfrac{1}{3}+\log_a b$. **C.** $\dfrac{1}{3}\log_a b$. **D.** $3+\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào công thức loga.

Câu 13. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-5$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=-5+2=-3$.

Câu 14. Với x là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\sqrt{2021^x}=2021^{\frac{x}{2}}$. **B.** $\left(2021^x\right)^2=(2021)^{2x}$.

C. $\sqrt{2021^x}=\left(\sqrt{2021}\right)^2$. **D.** $\left(2021^x\right)^2=(2021)^{x^2}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\left(a^m\right)^n=a^{m.n}$ nên ta có mệnh đề sai là $\left(2021^x\right)^2=(2021)^{x^2}$.

Câu 15. Cho số phức $z=4+6i$. Phần ảo của số phức z là

A. 6. **B.** $6i$. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z=4+6i$ là 6.

Câu 16. Cho hàm số $F(x)$ có đạo hàm $F'(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ với mọi $x>\dfrac{1}{2}$ và $F(1)=3$ thì giá trị $F(5)$ bằng

A. $3\ln 3$. **B.** $3-\ln 3$. **C.** $3+\ln 3$. **D.** $3+\ln 9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x)=\int F'(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{d(2x-1)}{2x-1}=\dfrac{1}{2}\ln(2x-1)+C$ với mọi $x>\dfrac{1}{2}$.

Do $F(1)=3$ nên $\dfrac{1}{2}\ln(2.1-1)+C=3\Leftrightarrow C=3$. Suy ra $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln(2x-1)+3$.

Vậy $F(5)=\dfrac{1}{2}\ln 9+3=\ln 3+3$.

Câu 17. Cho số phức $z=1-3i$. Khi đó $|z|$ bằng

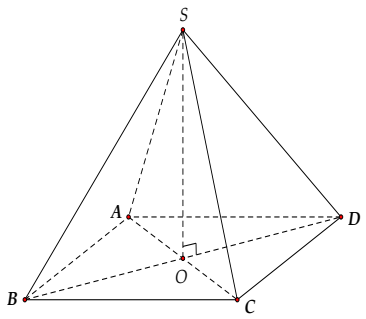
A. 2. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 4. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là tâm của đáy (tham khảo hình vẽ).

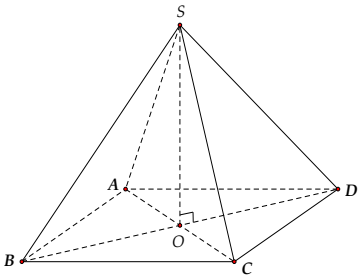


Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

A. SO. **B.** AB. **C.** AO. **D.** AD.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$. Suy ra hình chiếu vuông góc của đường thẳng SA lên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AO.

Câu 19. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a + 4\log_2 b = 3$. Giá trị của $P = a^3b^4$ bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

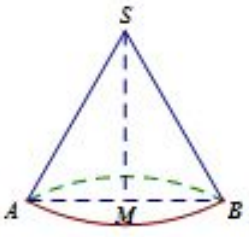
Ta có $3\log_2 a + 4\log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3 \Leftrightarrow \log_2 \left(a^3b^4\right) = 3 \Leftrightarrow a^3b^4 = 8$.

Câu 20. Cho tam giác đều SAB có cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AB. Chiều cao h của khối nón tạo thành khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có chiều cao h của khối nón tạo thành khi tam giác SAB quay quanh cạnh SM cũng là chiều cao của tam giác đều SAB có cạnh bằng a. Suy ra $h = SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 21. Cho hình bát diện đều cạnh bằng 1. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích của tam giác đều cạnh bằng 1 là: $1^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Mà hình bát diện đều có 8 mặt là các tam giác đều cạnh bằng 1.

Suy ra tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều là: $S=8.\frac{\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}$.

Câu 22. Biết $\int_0^1\left[f(x)+2x\right]dx=2021$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^1\left[f(x)+2x\right]dx=2021\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 2xdx=2021\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)dx+x^2\Big|_0^1=2021$

$\Rightarrow\int_0^1 f(x)dx=2020$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=5^{6x+7}$ là

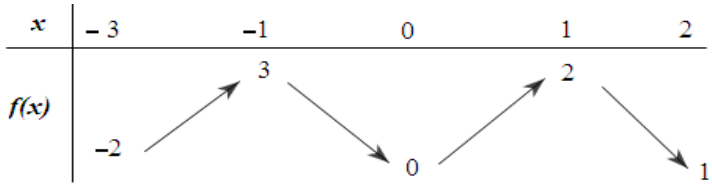
A. 6.5^{6x+7}. **B.** $5^{6x+7}.6\ln 5$. **C.** $5^{6x+7}.\ln 30$. **D.** $5^{6x+7}.\ln 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(5^{6x+7}\right)'=\left(6x+7\right)'.5^{6x+7}.\ln 5=5^{6x+7}.6\ln 5$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau:



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$. Giá trị $M+m$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$ là $M=3$; giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$ là $m=-2$. Vậy $M+m=1$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-5=0$ và điểm $M(1;1;2)$. Phương trình của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên nhận vecto $\vec{n}_P=(1;-1;1)$ làm vecto chỉ phương. Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $[-5;1)$. **B.** $(-5;1)$. **C.** $[-5;1]$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x)-m=0$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm. Suy ra $-5<m<1$.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=1+2\bar{z}$ có tọa độ là

A. $(-6;1)$. **B.** $(6;-1)$. **C.** $(-6;-1)$. **D.** $(6;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=\frac{2-3i}{1-i}=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i\Rightarrow\bar{z}=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$.

Khi đó: $w=1+2\bar{z}=1+2\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i\right)=6+i$.

Điểm biểu diễn số phức w là $(6;1)$.

Câu 28. Trong không gian *Oxyz*, phương trình của mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$ là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình của mặt cầu tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$ là

$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4^2$

$\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$.

Câu 29. Trong không gian *Oxyz*, cho hình bình hành *ABCD* có $A(2;0;-1)$, $B(1;3;4)$ và $D(-5;1;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng *AC* là

A. $(-3;-1;-2)$. **B.** $(-6;4;5)$. **C.** $(-1;1;1)$. **D.** $(-2;2;2)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi *I* là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*.

Do đó *I* là trung điểm của *AC* và *BD*.

Vậy trung điểm *I* có tọa độ là $(-2;2;2)$.

Câu 30. Gọi *D* là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{3x}$, $y=0$, $x=0$ và $x=1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay *D* quanh trục *Ox* bằng

A. $\pi\int_0^1 e^{6x}dx$. **B.** $\int_0^1 e^{3x}dx$. **C.** $\int_0^1 e^{6x}dx$. **D.** $\pi\int_0^1 e^{3x}dx$.

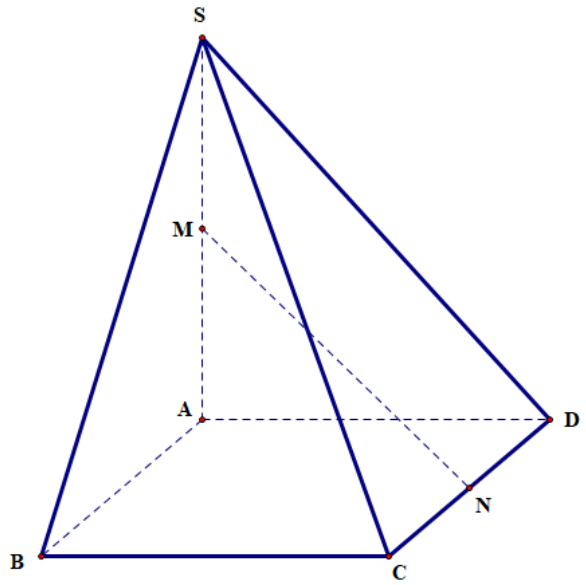
Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay *D* quanh trục *Ox* là

$V=\pi\int_0^1\left(e^{3x}\right)^2dx=\pi\int_0^1 e^{6x}dx$.

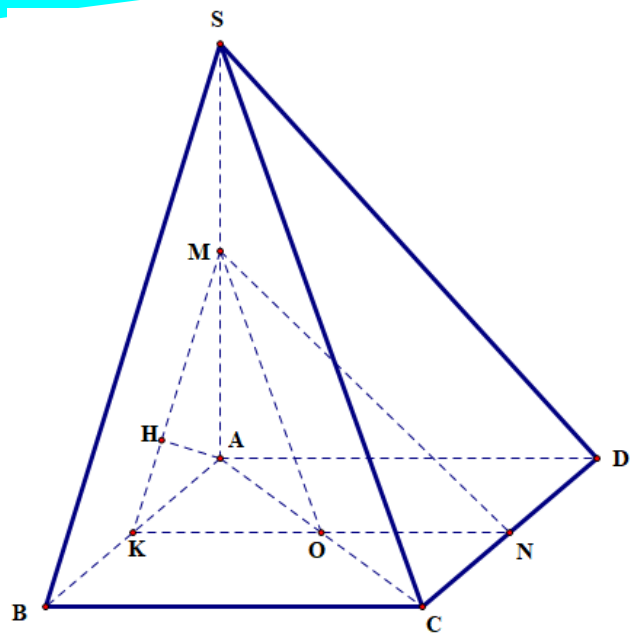
Câu 31. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy và *SA* bằng $a\sqrt{5}$. Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *SA* và *CD* *(tham khảo hình vẽ)*. Khoảng cách giữa hai đường thẳng *MN* và *SC* bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trung điểm đoạn thẳng AC. Khi đó: MO là đường trung bình của ΔSAC.

$\Rightarrow MO//SC \Rightarrow SC//(MON) \Rightarrow d(SC,MN) = d(SC,(MON)) = d(C,(MON)) = d(A,(MON))$.

Gọi K là trung điểm đoạn thẳng AB. Khi đó: $K \in ON \Rightarrow K \in (MON)$.

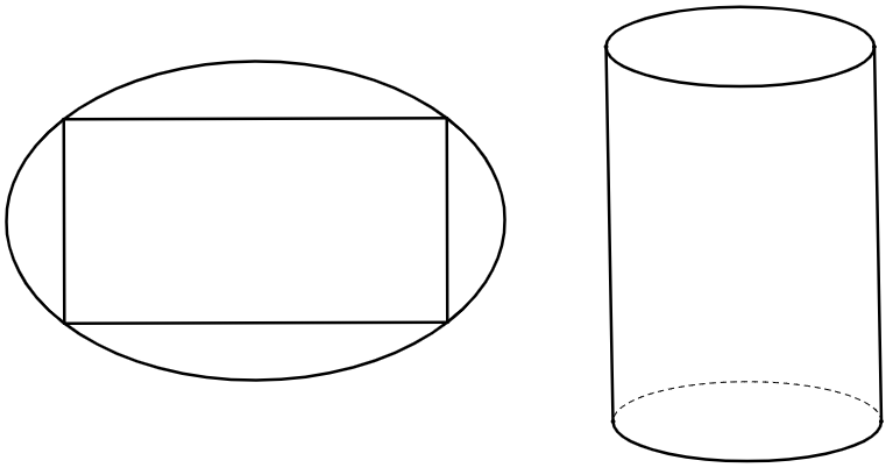
Trong mặt phẳng (SAB), dựng $AH \perp MK$ tại H, khi đó:

$AH \perp (MKN) \Rightarrow AH = d(A,(MKN)) = d(A,(MON))$.

Xét ΔMAK vuông tại A, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Vậy: $d(SC,MN) = AH = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 32. Từ một tấm tôn có hình dạng là một Elip với độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 4, ta cắt lấy tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp Elip *(tham khảo hình vẽ sau)*. Gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy. Thể tích lớn nhất của khối trụ giới hạn bởi hình trụ trên bằng

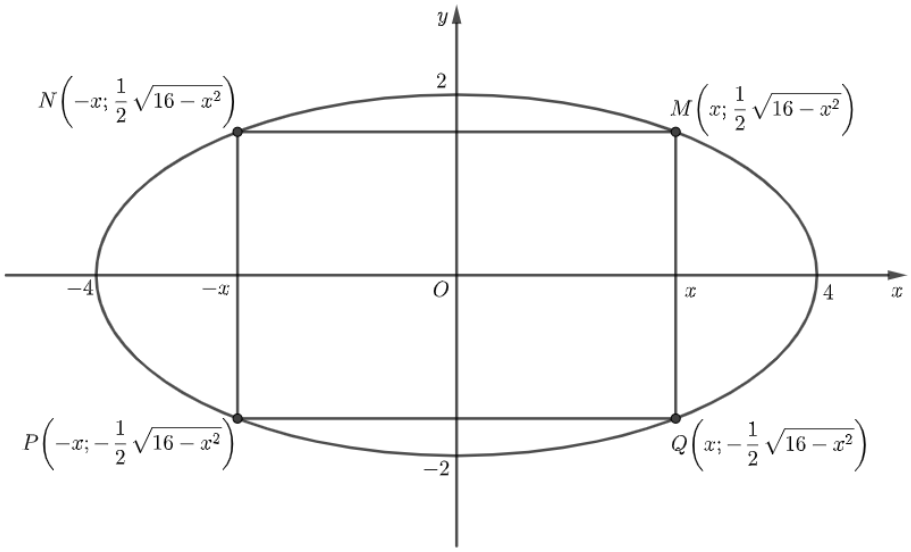


A. $\frac{64}{3\sqrt{2\pi}}$. **B.** $\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{9\pi}$. **D.** $\frac{128}{3\sqrt{2\pi}}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng Elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$ vào hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Lấy điểm M bất kì thuộc (E) và chứa trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng tọa độ Oxy, khi đó tọa độ điểm M là $\left(x;\frac{1}{2}\sqrt{16-x^2}\right)$ với $0<x<4$.

Suy ra: Tọa độ các đỉnh còn lại của hình chữ nhật $MNPQ$ nội tiếp (E) được xác định như hình vẽ.

Mặt khác: Khi gò hình chữ nhật thành hình trụ, ta được hình trụ có bán kính $R=\frac{x}{\pi}$ và chiều cao $h=\sqrt{16-x^2}$.

Thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ là $V(x)=\pi R^2 h=\frac{1}{\pi}x^2\sqrt{16-x^2}$.

Xét: $V'(x)=\frac{1}{\pi}.\frac{-3x^3+32x}{\sqrt{16-x^2}}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\notin(0;4) \\ x=\frac{4\sqrt{6}}{3}\in(0;4) \\ x=-\frac{4\sqrt{6}}{3}\notin(0;4)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên hàm số $V(x)$ trên khoảng $(0;4)$:

x	0		$\frac{4\sqrt{6}}{3}$		4
$V'(x)$	|	$+$	0	$-$	|
$V(x)$		↗		↘	

Vậy: Thể tích lớn nhất là $\max V=\max\limits_{(0;4)}V(x)=V\left(\frac{4\sqrt{6}}{3}\right)=\frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ là một hàm đa thức có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x)=f\left(x^2-|x|\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Xét: $g'(x)=\left(x^2-\sqrt{x^2}\right)'.f'\left(x^2-|x|\right)=\left(2x-\frac{x}{|x|}\right).f'\left(x^2-|x|\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ \left[\begin{array}{l}2x-\frac{x}{|x|}=0\\ x^2-|x|=-1\\ x^2-|x|=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{1}{2}\\ x=-\frac{1}{2}\\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\\ x=-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$		$-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy: Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 34. Tập hợp các giá trị của tham số thực m để phương trình $6^x+(3-m)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. $(2;4)$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(3;4)$. **D.** $[3;4]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $6^x+(3-m)2^x-m=0\ \ (1)\Leftrightarrow\frac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ xác định trên $\mathbb{R}$, có $f'(x)=\frac{12^x.\ln 3+6^x.\ln 6+3.2^x.\ln 2}{\left(2^x+1\right)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}$

nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\ \Rightarrow 0<x<1\Leftrightarrow f(0)<f(x)<f(1)\Leftrightarrow 2<f(x)<4$ vì $f(0)=2, f(1)=4$

Vậy phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$ khi $m\in(2;4)$.

Câu 35. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị A và B sao cho A,B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-2mx+\left(m^2-1\right)$.

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m-1\\x=m+1\end{array}\right.\Rightarrow A\left(m-1;\dfrac{m^3-3m+2}{3}\right)$ và $B\left(m+1;\dfrac{m^3-3m-2}{3}\right)$

Dễ thấy phương trình đường thẳng $AB:y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{m(m^2+1)}{3}$ nên AB không thể song song hoặc trùng với $d:y=5x-9$ nếu trung điểm I của AB nằm trên d

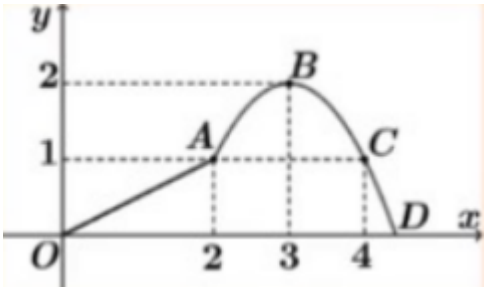
$I\left(m;\dfrac{m^3-3m}{3}\right)\in d\Rightarrow\dfrac{m^3-3m}{3}=5m-9\Leftrightarrow m^3-19m+27=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$

Với $m=3\Rightarrow A,B$ thỏa mãn điều kiện nằm khác phía so với d.

Với $m=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}\Rightarrow A,B$ thỏa mãn điều kiện nằm khác phía so với d.

Vậy Tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 36. Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của một chất điểm theo thời gian (tính bằng giây). Biết đồ thị biểu diễn vận tốc theo hướng từ O đến A là một đường thẳng từ A đến D là một phần của Parabol có đỉnh là B (tham khảo hình vẽ). Quãng đường (tính bằng mét) chất điểm đi được trong 3 giây đầu tiên gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. $2m$. **B.** $1,7m$. **C.** $3,7m$. **D.** $2,7m$.

Lời giải

Chọn D

Quãng đường chất điểm đi được trong 3 giây đầu tiên: $S=\int_0^3 v(t)\,dt=S_1+S_2$.

Với $S_1;S_2$ là quãng đường chất điểm đi được trong 2 giây đầu tiên và 1 giây tiếp theo.

Dựa vào hình vẽ dễ thấy $S_1=\dfrac{1}{2}.1.2=1(m);S_2=1+\dfrac{2}{3}.1.1=\dfrac{5}{3}(m)\Rightarrow S=1+\dfrac{5}{3}=\dfrac{8}{3}\approx2,7(m)$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y-2z+3=0$. Gọi d là đường thẳng qua điểm $M(1;1;-2)$, cắt trục Ox và song song với (P). Phương trình đường thẳng là

A. $\left\{\begin{array}{l}x=1-t\\y=1-t\\z=-2+2t\end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l}x=1+t\\y=1-2t\\z=-2+2t\end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}x=1+2t\\y=1-t\\z=-2+2t\end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l}x=1+2t\\y=1\\z=-2+t\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A = d \cap Ox \Rightarrow A(x_A;0;0)$.

Ta có $d // (P)$ nên $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}$ (với $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của (P)).

$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = (1-x_A;1;-2) \\ \vec{n} = (1;-2;-2) \end{cases} \Leftrightarrow (1-x_A) - 2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x_A = 3$.

Vậy $A(3;0;0)$.

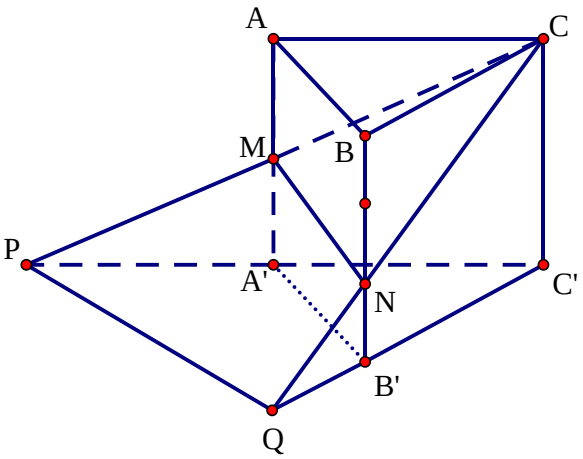
Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MA} = (2;-1;2)$, và đi qua điểm M có phương trình là $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = -2+2t \end{cases}$.

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 3. Gọi M là trung điểm cạnh AA'. N là điểm thuộc cạnh BB' sao cho $\overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$. Đường thẳng CM cắt đường thẳng $C'A'$ tại P và đường thẳng CN cắt đường thẳng $C'B'$ tại Q. Tính thể tích của khối đa diện lồi $A'MPB'NQ$ bằng?

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{CMN.A'B'C'}$

Ta có $\begin{cases} \frac{A'M}{AA'} = \frac{1}{2} \\ \frac{B'N}{BB'} = \frac{1}{3} \\ \frac{C'C}{CC'} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{V_{CMN.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+1\right) = \frac{11}{18}$

$\Rightarrow V_{CMN.A'B'C'} = \frac{11}{18}.3 = \frac{11}{6}$

Ta có $\frac{S_{\Delta C'PQ}}{S_{\Delta A'B'C'}}=\frac{C'P}{C'A'}.\frac{C'Q}{C'B'}=2.\frac{3}{2}=3\Leftrightarrow S_{\Delta C'PQ}=3S_{\Delta A'B'C'}$.

Gọi h là khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ ta có

$V_{C.C'PQ}=\frac{1}{3}h.S_{\Delta C'PQ}=\frac{1}{3}.3S_{\Delta A'B'C'}=V_{ABC.A'B'C'}=3$

Vậy $V_{A'MPB'NQ}=V_{C.C'PQ}-V_{CMN.A'B'C'}=3-\frac{11}{6}=\frac{7}{6}$

Câu 39. Biết nghiệm lớn nhất của phương trình $\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=2$ có dạng $x=a+b\sqrt{3}$ ($a;b$ là các số nguyên). Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>\frac{1}{2}$

$\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)=2$

$\Leftrightarrow 2\log_2 x-\log_2(2x-1)=2$

$\Leftrightarrow \log_2\frac{x^2}{2x-1}=2$

$\Leftrightarrow \frac{x^2}{2x-1}=4$

$\Leftrightarrow x^2-8x+4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4-2\sqrt{3}\\x=4+2\sqrt{3}\end{array}\right.$. Vậy nghiệm lớn nhất là $x=4+2\sqrt{3}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=6$

Câu 40. Cho $\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)\right]=\log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}(\log_3 y)\right]=\log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}(\log_5 z)\right]=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $y<z<x$. **B.** $x<y<z$. **C.** $z<x<y$. **D.** $z<y<x$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}1<x<2\\1<y<3\\1<z<5\end{cases}$.

Ta có :

$$\begin{cases}\log_2\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 x\right)\right]=0\\ \log_3\left[\log_{\frac{1}{3}}\left(\log_3 y\right)\right]=0\\ \log_5\left[\log_{\frac{1}{5}}\left(\log_5 z\right)\right]=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2 x\right)=1\\ \log_{\frac{1}{3}}\left(\log_3 y\right)=1\\ \log_{\frac{1}{5}}\left(\log_5 z\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_2 x=\dfrac{1}{2}\\ \log_3 y=\dfrac{1}{3}\\ \log_5 z=\dfrac{1}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\sqrt{2}\\ y=\sqrt[3]{3}\\ z=\sqrt[5]{5}\end{cases}.$$

Suy ra $z<x<y$.

Câu 41. Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5\}$, gọi S là tập tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số đó thuộc A. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$ bằng?

A. $\dfrac{3}{10}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{10}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Chọn B

Gọi Ω là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ tập A. Khi đó $n(\Omega)=5.A_5^2=100$ (số).

Gọi A là biến cố "Số được chọn có dạng $\overline{abc}$ với $a>b>c$"

- Chọn 3 số ngẫu nhiên từ tập A có C_6^3 cách.
- Vì các chữ số được sắp xếp theo thứ tự giảm nên chỉ có duy nhất 1 cách xếp.
- Suy ra $n(A)=C_6^3$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_6^3}{100}=\dfrac{1}{5}$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z-2|=2$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Gọi $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có

+ $z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$. Do z^2 là số thuần ảo nên $a^2-b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b\\ a=-b\end{array}\right.$.

+ $|z-2|=2\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2=4$ (1)

◆ Với $a=b$ thay vào (1) ta có $2a^2-4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=2\end{array}\right.$. Suy ra có hai số phức là

$z_1=0, z_2=2+2i$.

◆ Với $a=-b$ thay vào (1) ta có $2a^2-4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=2\end{array}\right.$. Suy ra số phức thỏa mãn là

$z_3=2-2i$.

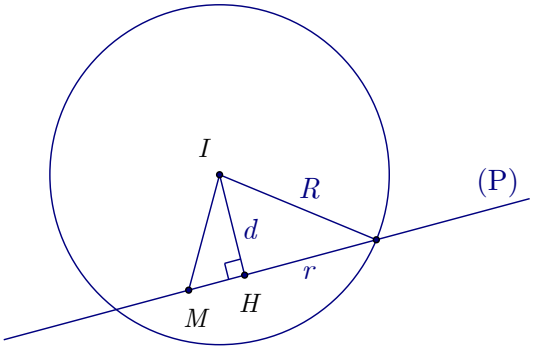
Vậy có tất cả 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-7=0$ và điểm $M(2;0;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bánh kính bằng r. Khi r đạt giá trị nhỏ nhất, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



- Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$, bán kính $R=3$. $IM=\sqrt{3}<R\Rightarrow M$ nằm trong mặt cầu.
- Gọi $d=d(I,(P))$. Khi đó ta có $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{9-d^2}$. Do đó r đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi d đạt giá trị lớn nhất.
- Ta có $d\le IM\Rightarrow r=\sqrt{9-d^2}\ge\sqrt{9-IM^2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $IM\perp(P)$.
- Mặt phẳng (P) đi qua điểm M nhận $\overrightarrow{IM}=(1;-1;1)$ làm VTPT nên $(P): x-y+z-3=0$.
- Do đó $d(O,(P))=\sqrt{3}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(\sqrt{3};1;0), B(0;2;0)$, M là điểm di động trên tia Oz. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên MB và OB. Đường thẳng HK cắt trục Oz tại N. Khi thể tích của tứ diện $MNAB$ nhỏ nhất thì phương trình mặt phẳng (AHN) có dạng $ax+by-\sqrt{2}z+c=0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 5. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 0.

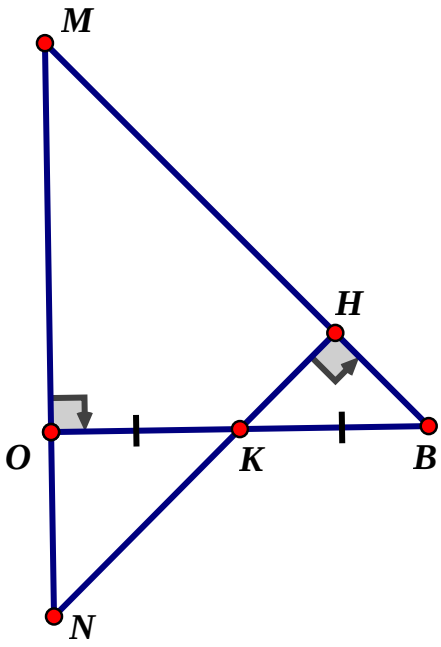
Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$+V_{MNAB}=\frac{1}{6}AB.MN.d(AB,MN)\sin(AB,MN)$ mà $AB=BO=OA=2$, $d(AB,MN)=\sqrt{3}$,

$\sin(AB,MN)=1$ nên V_{MNAB} nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất.



+ Vì tam giác OAB đều nên K là trung điểm của OB và $BM \perp (AHN) \Rightarrow HN \perp BM$. Gọi $M(0;0;m) \Rightarrow OM = m$. Sử dụng các tam giác đồng dạng ΔOMB và OKN ta có $MN = m + \frac{2}{m} \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow m = \sqrt{2}$. Do đó $M(0;0;\sqrt{2}), N(0;0;-\sqrt{2}) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (0;2;-\sqrt{2})$.

Vậy $(AHN): 2y - \sqrt{2}z - 2 = 0$ hay $a+b+c=0$.

Cách 2:

+ Ta có $A \in (Oxy), B \in 0y$ do đó $(BMN) \equiv (Oyz)$.

+ $\begin{cases} AK \perp OB \\ AK \subset (Oxy) \\ OB = (Oxy) \cap (Oyz) \end{cases} \Rightarrow AK \perp (Oyz)$.

Từ đó suy ra, $V_{MNAB} = \frac{1}{3} AK.S_{\Delta BMN} = \frac{1}{6} d(A,Oy).d(B,Oz).MN$. Do đó V_{MNAB} nhỏ nhất khi MN nhỏ nhất.

+ Ta có $AB = BO = OA = 2$, vì tam giác OAB đều nên K là trung điểm của OB và $BM \perp (AHN) \Rightarrow HN \perp BM$. Gọi $M(0;0;m) \Rightarrow OM = m$. Sử dụng các tam giác đồng dạng ΔOMB và OKN ta có $MN = m + \frac{2}{m} \geq 2\sqrt{2} \Rightarrow m = \sqrt{2}$.

Do đó: $M(0;0;\sqrt{2}), N(0;0;-\sqrt{2}) \Rightarrow \overrightarrow{MB} = (0;2;-\sqrt{2})$.

Vậy $(AHN): 2y - \sqrt{2}z - 2 = 0$ hay $a+b+c=0$.

Câu 45. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_1 + z_2| = 3$ và $|z_1 - z_2| = 3\sqrt{3}$. Giá trị của biểu thức $\left| \left(z_1.\overline{z_2}\right)^3 + \left(\overline{z_1}.z_2\right)^3 \right|$ bằng

A. 324. **B.** 1458. **C.** 729. **D.** 2196.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

+ Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2; I là trung điểm của MN. Ta có:

$OM = 3, OI = \frac{3}{2}, MN = 3\sqrt{3}$ với $OI^2 = \frac{OM^2 + ON^2}{2} - \frac{MN^2}{4} \Rightarrow ON = 3 \Rightarrow |z_2| = 3$

+ Ta có:

$|z_1 + z_2| = 3 \Leftrightarrow |z_1 + z_2|\left|\overline{z_1} + \overline{z_2}\right| = 9 \Leftrightarrow \left||z_1|^2 + \overline{z_1}.z_2 + z_1.\overline{z_2} + |z_2|^2\right| = 9 \Leftrightarrow \left|\overline{z_1}.z_2 + z_1.\overline{z_2} + 18\right| = 9\,(*)$. Mà ta thấy $\begin{cases} \overline{z_1}.z_2 + z_1.\overline{z_2} \in \mathbb{R} \\ \left|\overline{z_1}.z_2 + z_1.\overline{z_2}\right| \le \left|\overline{z_1}.z_2\right| + \left|z_1.\overline{z_2}\right| = 18 \end{cases}$ nên $(*) \Leftrightarrow P = \overline{z_1}.z_2 + z_1.\overline{z_2} = -9$

+ Vậy $\left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^3 + \left(\overline{z_1}.z_2\right)^3\right| = \left|P^3 - 3|z_1.z_2|^2 P\right| = \left|(-9)^3 - 3.81.(-9)\right| = 1458$.

Cách 2 (TN): Chọn $z_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i, z_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$ thỏa mãn các điều kiện của bài toán.

Dùng casio ta tính được $\left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^3 + \left(\overline{z_1}.z_2\right)^3\right| = 1458$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[1;4]$, $f(1) = 1$, $f(4) = 8$ và $2x.f(x).f'(x) = x^3 + 2\left[f(x)\right]^2, \forall x \in [1;4]$. Tích phân $\int_1^4 \frac{x}{f(x)}dx$ bằng:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

◆ Xét hàm số $f(x)$ trên $[1;4]$, ta có:

$2x.f(x).f'(x) = x^3 + 2\left[f(x)\right]^2 \Leftrightarrow 2.f(x).\left[x.f'(x) - f(x)\right] = x^3$

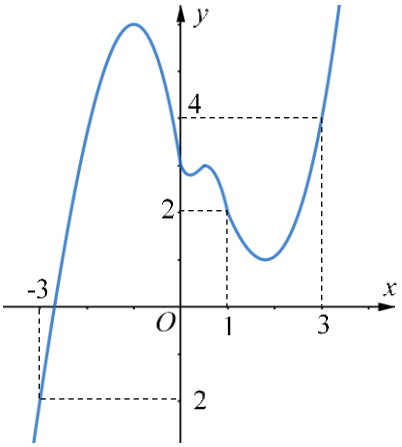
$\Leftrightarrow 2.\frac{x.f'(x) - f(x)}{x^2} = \frac{x}{f(x)} \Leftrightarrow 2.\left[\frac{f(x)}{x}\right]' = \frac{x}{f(x)}$ (1).

◆Tích phân hai vế của (1) cận từ $1 \to 4$:

$\int_1^4 2.\left[\frac{f(x)}{x}\right]' dx = \int_1^4 \frac{x}{f(x)} \Leftrightarrow \int_1^4 \frac{x}{f(x)} = 2.\frac{f(x)}{x}\Big|_1^4 = 2.\left(\frac{f(4)}{4} - \frac{f(1)}{1}\right) = 2.\left(\frac{8}{4} - \frac{1}{1}\right) = 2$.

Vậy: $\int_1^4 \frac{x}{f(x)}dx = 2$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$ không vượt quá 2021 thì tập giá trị của m là:

A. $(0;f(3)+2021)$.

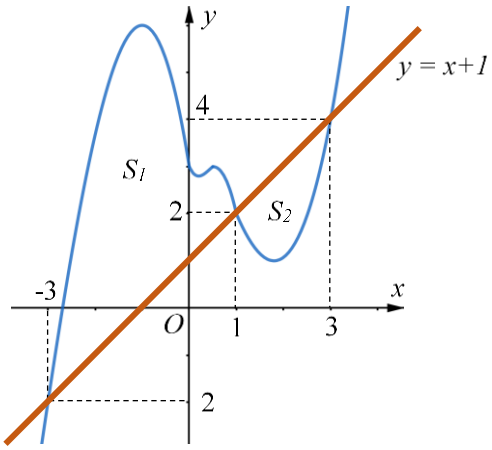
B. $(-\infty;-f(3)+2029]$.

C. $(-\infty;-f(1)+2023]$.

D. $(-\infty;-f(-3)+2023]$.

Lời giải

Chọn D



◆ Xét: $h(x)=f(x)-\frac{(x+1)^2}{2}+m$ trên đoạn $[-3;3]$

$h'(x)=f'(x)-(x+1)$; $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x+1$.

Vẽ đồ thị $y=x+1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y=f'(x)$.

Ta thấy đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị $y=f'(x)$ tại 3 điểm: $x_1=-3$, $x_2=1$, $x_3=3$.

Do đó: $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $h'(x)$ trên đoạn $[-3;3]$.

x	-3		1		3
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0
$h(x)$	$h(-3)$	↗	4	↘	$h(3)$

Từ bảng biến thiên, ta thấy: $\min h(x)=\min\{h(-3);h(3)\}$.

◆ $h(-3)=f(-3)-2+m$; $h(3)=f(3)-8+m$.

Quan sát đồ thị $y=x+1$ và $y=f'(x)$, ta có:

$$S_1=\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x=\int_{-3}^{1}f'(x)\mathrm{d}x-\int_{-3}^{1}(x+1)\mathrm{d}x=f(1)-f(-3).$$

$$S_2=\int_{1}^{3}\left[(x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{1}^{3}(x+1)\mathrm{d}x-\int_{1}^{3}f'(x)\mathrm{d}x=6-f(3)+f(1).$$

$S_1>S_2\Leftrightarrow f(1)-f(-3)\geq 6-f(3)+f(1)\Leftrightarrow f(3)\geq f(-3)+6$.

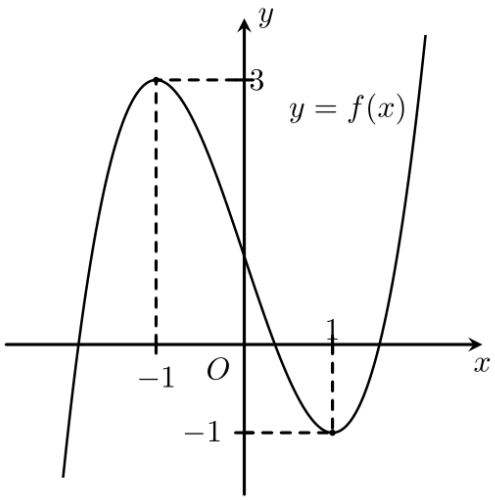
Do đó: $h(3)=f(3)-8+m>f(-3)-2+m\Rightarrow h(3)>h(-3)$.

Vậy: $\min h(x)=h(-3)=f(-3)-2+m$.

◆Ycbt: $f(-3)-2+m\leq 2021\Leftrightarrow m\leq -f(-3)+2023$.

Vậy: tập giá trị của m thỏa mãn ycbt là: $\left(-\infty;-f(-3)+2023\right]$.

Câu 48. Cho hàm số $g(x)=x^3-6x^2+11x-6$ và $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $g\left(\left|f(x)\right|\right)=0$ có số nghiệm thực là



A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

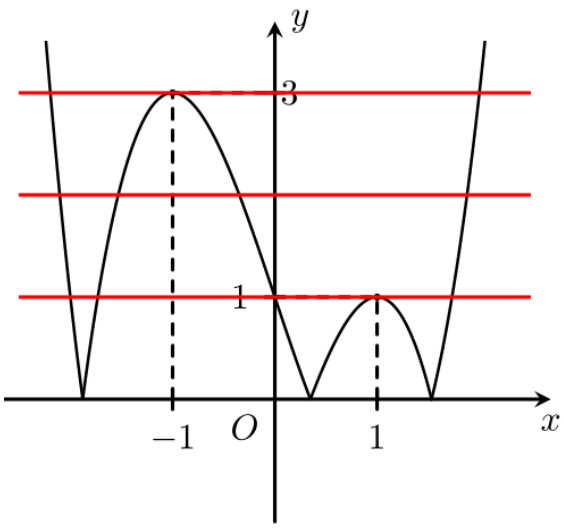
Lời giải

GVSB: Nguyễn Thắng; GVPB: Đỗ Ngọc Đức

Chọn C

Ta có $g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$ nên phương trình $g\left(\left|f(x)\right|\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|f(x)\right|=1 \\ \left|f(x)\right|=2 \\ \left|f(x)\right|=3 \end{array}\right.$ (1)

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta vẽ đồ thị hàm số $\left|f(x)\right|$



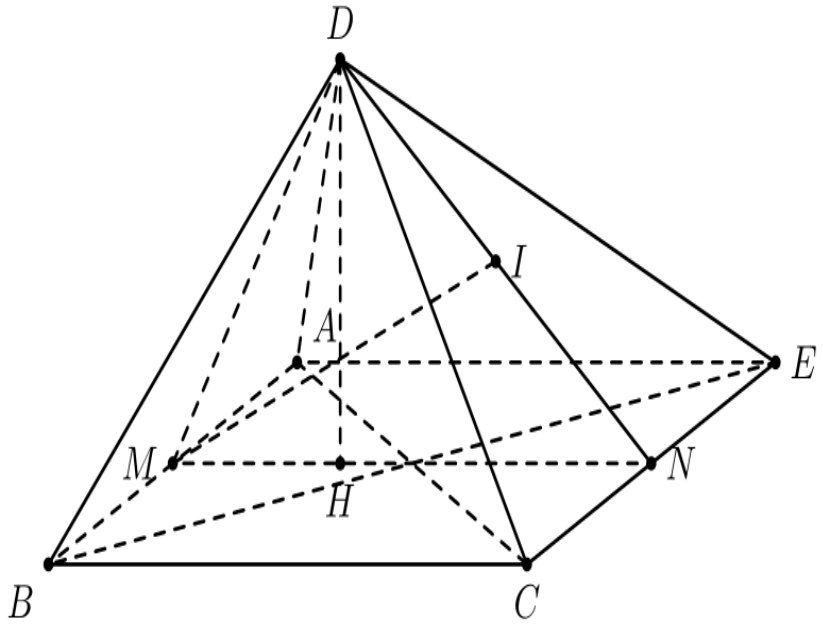
Dựa theo đồ thị thì phương trình (1) có 12 nghiệm thực.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=a\sqrt{7}, BC=a\sqrt{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $AB^2+BC^2=AC^2$ nên ΔABC vuông tại B.

Dựng hình chữ nhật $ABCE$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,CE.

Vì $AB//CE \Rightarrow d_{(AB,CD)}=d_{(AB,(DCE))}=d_{(M,(DCE))}$.

Ta có $AB\perp BC \Rightarrow AB\perp MN$.

Vì ΔABD đều nên $AB\perp DM$ suy ra $AB\perp(DMN)$ và $CE\perp(DMN)$.

Kẻ $DH\perp MN \Rightarrow DH\perp(ABCE)$.

Trong ΔABD thì $DM=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}=MN$ nên ΔDMN cân tại M.

Gọi I là trung điểm DN nên $MI\perp DN$ và $CE\perp MI$ suy ra $MI\perp(DCE)$.

Theo giả thiết thì $d_{(M,(DCE))}=MI=\dfrac{a}{2}$.

Trong ΔDMN thì $DN=2DI=2\sqrt{DM^2-MI^2}=2\sqrt{3a^2-\dfrac{a^2}{4}}=a\sqrt{11}$.

Và $DH.MN=MI.DN\Leftrightarrow DH=\dfrac{MI.DN}{MN}=\dfrac{a.a\sqrt{11}}{2.a\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{33}}{6}$.

Vậy thể tích $ABCD$ là $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.DH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{33}}{6}.\dfrac{1}{2}.2a.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-5;15]$ để phương trình

$(x^2+1)\ln(x^2+mx+m^2+1)-(x^2+mx+m^2)\ln\sqrt{2x^2+3}=0$ có nghiệm?

A. 17. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 19.

Lời giải

ChọnA

Ta có: $(x^2+1)\ln(x^2+mx+m^2+1)-(x^2+mx+m^2)\ln\sqrt{2x^2+3}=0$

Xét $m=0$, ta được: $(x^2+1)\ln(x^2+1)-x^2\ln\sqrt{2(x^2+1)+1}=0$

Đặt $x^2+1=t\ (t\geq 1)$. Khi đó ta có: $t\ln t-(t-1)\ln\sqrt{2t+1}=0$.

Xét $f(t)=t\ln t-(t-1)\ln\sqrt{2t+1}$. Ta dễ dàng chứng minh được $f(t)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

Do đó $f(t)=0$ có tối đa 1 nghiệm.

Lại có: $f(1)=0$. Vậy $t=1$ là nghiệm duy nhất của phương trình.

Khi đó: $x^2+1=1\Leftrightarrow x=0$.

Vậy với $m=0$ thì phương trình có nghiệm $x=0$. Nên với $m=0$ ta nhận. (1)

Xét $m\neq 0$, ta có: $(x^2+1)\ln(x^2+mx+m^2+1)=(x^2+mx+m^2)\ln\sqrt{2x^2+3}$.

$$\Leftrightarrow\frac{\ln\left[(x^2+mx+m^2)+1\right]}{x^2+mx+m^2}=\frac{2\ln\sqrt{2x^2+3}}{2(x^2+1)}\Leftrightarrow\frac{\ln\left[(x^2+mx+m^2)+1\right]}{x^2+mx+m^2}=\frac{\ln\left[(2x^2+2)+1\right]}{2x^2+2}.$$

Ta xét hàm số $g\ t\ =\frac{\ln\ t+1}{t},t\geq 2.$

$g'\ t\ =\frac{\frac{t}{t+1}-\ln\ t+1}{t^2}=\frac{t-\ t+1\ \ln\ t+1}{t^2\ t+1}<0\ ,\forall t\geq 2.$

Do đó: $g\ t$ đơn điệu trên khoảng $2;+\infty$.

Nên $g\ x^2+mx+m^2\ =g\ 2x^2+2\ \Leftrightarrow x^2+mx+m^2=2x^2+2.$

$\Leftrightarrow x^2-mx-m^2+2=0.$

Để phương trình có nghiệm thì $\Delta>0\Leftrightarrow m^2-4\ -m^2+2\ >0\Leftrightarrow 5m^2-8>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\frac{2\sqrt{10}}{5} \\ m<-\frac{2\sqrt{10}}{5}\end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện ta được: $m\in\ -4;-3;-2;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14$. (2)

Từ (1) và (2) ta có 17 giá trị m thỏa đề.

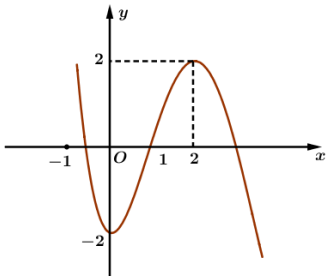
----------HẾT----------

ĐỀ 37

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT HÒA VANG – ĐÀ NẴNG

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $0;2$. **B.** $-\infty;0$. **C.** $-2;2$. **D.** $2;+\infty$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA\perp ABC$, $AB=a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng SAB bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a . **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Nếu $\int_1^3\left[2f\ x\ +x\right]\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^3 f\ x\ \mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 2 . **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=\ 2-3i\ \ 3+2i$.

A. $\bar{z}=12-5i$. **B.** $\bar{z}=-12+5i$. **C.** $\bar{z}=12+5i$. **D.** $\bar{z}=-12-5i$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_0^3 f(x)dx=8;\int_0^5 f(x)dx=4$. Tính $\int_{-1}^1 f\ \left|4x-1\right|\ dx$.

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** 3. **D.** 6 .

Câu 6. Cho z_1,z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tính $A=\left|z_1\right|+\left|z_2\right|$.

A. 12 . **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 6 . **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 7. Phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $M\ -1;2;0$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\ 4;0;-5$ là

A. $4x-5z+4=0$. **B.** $4x-5z-4=0$. **C.** $4x-5y+4=0$. **D.** $4x-5y-4=0$.

Câu 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4;AD=3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 36π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-7+t\\z=6-5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P).

A. $\Delta:\begin{cases}x=13+5i\\y=-17+t\\z--104-5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=-11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$.

Câu 10. Cho $a>0,a\neq1$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt[3]{a}}\frac{1}{a^3}$.

A. $P=9$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-9$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=2^{\tan x}$ là

A. $y'=\frac{2^{\tan x}\ln 2}{\cos^2 x}$. **B.** $y'=\tan x.2^{\tan x-1}$.

C. $y'=\frac{2^{\tan x}\ln 2}{\sin^2 x}$. **D.** $y'=\tan x.2^{\tan x-1}\ln 2$.

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{1-x}$ là đường thẳng:

A. $x=-4$. **B.** $y=4$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-4$.

Câu 13. Bất phương trình $3^{x:2}>9^{x-1008}$ có nghiệm là

A. $x<2018$. **B.** $x>1010$. **C.** $x\geq2018$. **D.** $x>2018$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=2a$. Tính sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng SAC.

A. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\leq\frac{4}{3}$. **B.** $m\leq\frac{1}{3}$. **C.** $m\geq\frac{4}{3}$. **D.** $m\geq\frac{1}{3}$.

Câu 16. Cho hàm số $f\ x\ =\begin{cases}7-4x^3\ \text{khi}\ 0\leq x\leq1\\4-x^2\ \text{khi}\ x>1\end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\ x\ $ và các đường thẳng $x=0$, $x=3$, $y=0$.

A. 10. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 9.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\log\ x-2\ $ là

A. $2;+\infty$. **B.** $1;+\infty$. **C.** $0;+\infty$. **D.** $0;2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x-1^2+y-2^2+z+3^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I\ -1;-2;3\ ;\ R=2$.
B. $I\ -1;-2;3\ ;\ R=4$.
C. $I\ 1;2;-3\ ;\ R=4$.
D. $I\ 1;2;-3\ ;\ R=2$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $24\pi a^2$.
B. $40\pi a^2$.
C. $20\pi a^2$.
D. $12\pi a^2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đường kính AB với $A\ 0;1;2$ và $B\ 4;5;-4$ có phương trình là

A. $x+2^2+y+3^2+z-1^2=68$.
B. $x+2^2+y+3^2+z-1^2=\sqrt{68}$.
C. $x-2^2+y-3^2+z+1^2=17$.
D. $x-2^2+y-3^2+z+1^2=\sqrt{17}$.

Câu 21. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z-2-5i|=\sqrt{17}$ và $z-2^2$ là số ảo?

A. 4.
B. 1.
C. 2.
D. 3.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho

A. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{6}$.
B. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.
C. $h=\sqrt{3}a$.
D. $h=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 23. Cho hàm số $f\ x$ thoả mãn đồng thời các điều kiện $f'\ x=x+\sin x$ và $f\ 0=1$. Tìm $f\ x$

A. $f\ x=\dfrac{x^2}{2}+\cos x$.
B. $f\ x=\dfrac{x^2}{2}-\cos x-2$.
C. $f\ x=\dfrac{x^2}{2}-\cos x+2$.
D. $f\ x=\dfrac{x^2}{2}+\cos x+\dfrac{1}{2}$.

Câu 24. Tính mô-đun của số phức $z=4-3i$.

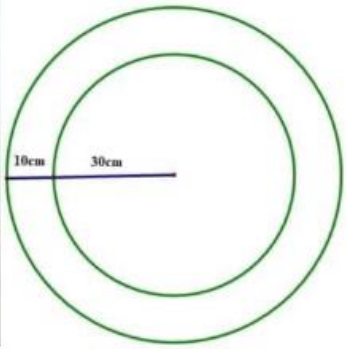
A. $|z|=7$.
B. $|z|=\sqrt{7}$.
C. $|z|=5$.
D. $|z|=25$.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 8.
B. 12.
C. 6.
D. 10.

Câu 26. Dự án công trình nông thôn mới trên đoạn đường Trường THCS&THPT Tân Tiến, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 1m, bán kính trong bằng 30cm và độ dày của bê tông bằng 10cm (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là 1.000.000 đồng/m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).





A. 177.000.000 đồng. **B.** 175.000.000 đồng.
C. 176.000.000 đồng. **D.** 178.000.000 đồng.

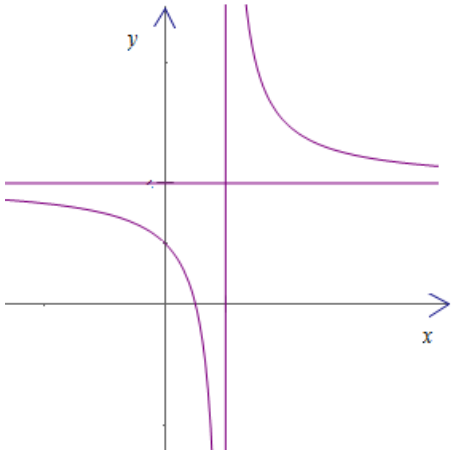
Câu 27. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)\geq -3$

A. 30. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 26.

Câu 28. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$.
C. $x+3z-10=0$. **D.** $x+3z+10=0$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $ac>0$. **B.** $cd<0$. **C.** $ad>0$. **D.** $bc<0$.

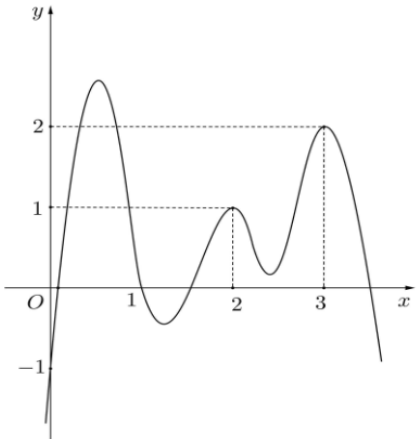
Câu 30. Phương trình $\log x+\log\ (x-9\ )=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 31. Trên giá sách có 4 quyển toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra đều là môn toán.

A. $\frac{1}{21}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{37}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Câu 32. Cho hàm số $f\ x\ $, đồ thị của hàm số $y=f'\ x\ $ là đường cong trong hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g\ x\ =f\ 2x\ -2x^2+2x+5$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $f\ 0\ +5$. **B.** $f\ 6\ -7$. **C.** $f\ 4\ +1$. **D.** $f\ 1\ +\frac{11}{2}$.

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ toạn độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức thỏa mãn điều kiện $\left|z-i+1\right|=2$ là:

A. Đường tròn tâm $I\ 1,-1$, bán kính $R=2$.

B. Đường tròn tâm $I\ 1,-1$, bán kính $R=4$.

C. Đường tròn tâm $I\ -1,1$, bán kính $R=4$.

D. Đường tròn tâm $I\ -1,1$, bán kính $R=2$.

Câu 34. Từ các chữ số 1, 2, 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $f\ x\ =\frac{1}{x^2}-x^2-\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{-x^4+x^2+3}{3x}$. **B.** $\frac{-x^3}{3}-\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$. **C.** $\frac{-x^3}{3}+\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$. **D.** $\frac{2}{x^2}-2x+C$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\ x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\ x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $S\ 7;8;6$ và $P\ -5;-4;0$. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu đường kính SP. Khi khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng $ABCD$ có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 38. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z_1+1|=|z_1+i|$, $|z_2-1-2i|=|z_2-2+i|$ và $|z_1-z_2|=3\sqrt{2}$. Khi $|z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z_1|$ bằng

A. $|z_1|=6\sqrt{2}$. **B.** $|z_1|=3\sqrt{2}$. **C.** $|z_1|=9\sqrt{2}$. **D.** $|z_1|=4\sqrt{2}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;-1;2$ và $B\ 2;1;1$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 6.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $x;y$ thỏa mãn $0<x\le 2021$ và $3^x\ x+1\ =27^y.y$

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 763. **D.** 674.

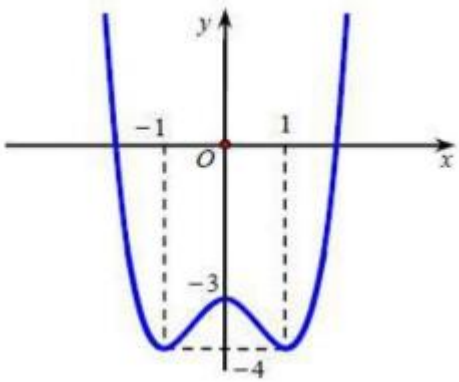
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$. Hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng ABC trùng với trung điểm H của AC, góc giữa SB và mặt phẳng SAC bằng $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{35}}{30}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{35}}{10}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Câu 42. Cho cấp số cộng u_n, biết $u_2=3$ và $u_4=7$. Giá trị của u_{15} bằng

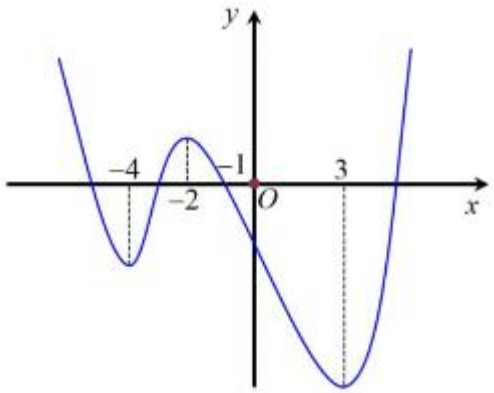
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Câu 43. Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f\ x\ =m$ có bốn nghiệm phân biệt



A. $-4<m<-3$. **B.** $m>-4$. **C.** $-4\le m<-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\ x$ là hàm đa thức bậc 5 có đồ thị $f'\ x$ như hình vẽ



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2+2x\right)-x^2$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 45. Tích phân $\int_0^2 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\ln 5$. **B.** $\ln 5$. **C.** $\frac{1}{2}\ln 5$. **D.** $4\ln 5$.

Câu 46. Giả sử $\int_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x=37$ và $\int_0^9 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-16$. Khi đó, $\int_0^9 \left[2f\left(x\right)+3g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=122$. **B.** $I=58$. **C.** $I=143$. **D.** $I=26$.

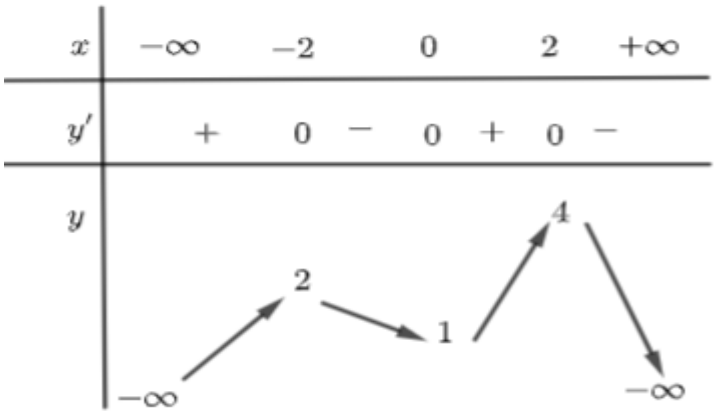
Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2021;2021\right]$ để phương trình $6^x-2m=\log_{\sqrt[3]{6}}\left(18\left(x+1\right)+12m\right)$ có nghiệm?

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 211. **D.** 212.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=\left(-1;3;-2\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(1;3;2\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(1;-3;-2\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(-1;-3;2\right)$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** .

Câu 50. Cho hình khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là

A. 100. **B.** 20. **C.** 80. **D.** 64.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

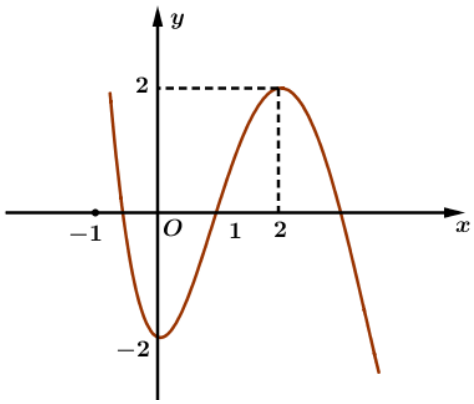
LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.C	5.C	6.D	7.A	8.A	9.D	10.D
11.A	12.D	13.A	14.C	15.D	16.A	17.A	18.D	19.C	20.C
21.A	22.C	23.C	24.C	25.A	26.C	27.C	28.A	29.C	30.C
31.A	32.D	33.D	34.B	35.B	36.C	37.D	38.A	39.B	40.D
41.A	42.D	43.A	44.D	45.B	46.D	47.A	48.D	49.B	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $0;2$. **B.** $-\infty;0$. **C.** $-2;2$. **D.** $2;+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến khi và chỉ khi đồ thị của nó có hướng đi lên từ trái qua phải.

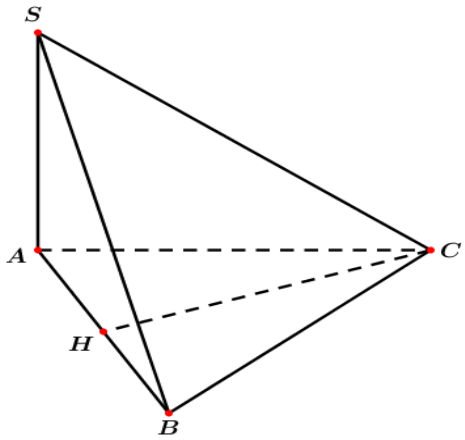
Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số $y=f\ x$ đồng biến trên $0;2$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA\perp ABC$, $AB=a$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng SAB bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó $CH \perp AB$ mà $SA \perp CH$ nên $CH \perp SAB$.

Suy ra: $d\ C;\ SAB\ = CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao trong tam giác đều cạnh a).

Câu 3. Nếu $\int_1^3 \left[2f\ x\ + x\right]dx = 5$ thì $\int_1^3 f\ x\ dx$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^3 \left[2f\ x\ + x\right]dx = 5 \Leftrightarrow 2\int_1^3 f\ x\ dx + \int_1^3 x dx = 5 \Leftrightarrow \int_1^3 f\ x\ dx = \dfrac{1}{2}$.

Câu 4. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \ 2-3i\ \ 3+2i\ $.

A. $\bar{z} = 12-5i$. **B.** $\bar{z} = -12+5i$. **C.** $\bar{z} = 12+5i$. **D.** $\bar{z} = -12-5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = \ 2-3i\ \ 3+2i\ = 12-5i$. Suy ra $\bar{z} = 12+5i$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_0^3 f(x)dx = 8; \int_0^5 f(x)dx = 4$. Tính $\int_{-1}^1 f\ \left|4x-1\right|\ dx$.

A. $\dfrac{9}{4}$. **B.** $\dfrac{11}{4}$. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_{-1}^1 f\ \left|4x-1\right|\ dx = \int_{-1}^{\frac{1}{4}} f\ 1-4x\ dx + \int_{\frac{1}{4}}^1 f\ 4x-1\ dx$

$$=-\frac{1}{4}\int_{-1}^{\frac{1}{4}} f\ 1-4x\ d\ 1-4x\ +\frac{1}{4}\int_{\frac{1}{4}}^{1} f\ 4x-1\ d\ 4x-1\ =-\frac{1}{4}\int_{5}^{0} f\ t\ dt+\frac{1}{4}\int_{0}^{3} f\ t\ dt$$

$$=\frac{1}{4}\int_{0}^{5} f\ t\ dt+\frac{1}{4}\int_{0}^{3} f\ t\ dt=\frac{1}{4}.4+\frac{1}{4}.8=1+2=3$$

Câu 6. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2+2z+3=0$. Tính $A=|z_1|+|z_2|$.

A. 12. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2+2z+3=0\Rightarrow z_1=-1-\sqrt{2}i; z_2=-1+\sqrt{2}i\Rightarrow A=|z_1|+|z_2|=\sqrt{3}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

Câu 7. Phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $M\ -1;2;0$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\ 4;0;-5\ $ là

A. $4x-5z+4=0$. **B.** $4x-5z-4=0$. **C.** $4x-5y+4=0$. **D.** $4x-5y-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $4\ x+1\ -5\ z-0\ =0\Leftrightarrow 4x-5z+4=0$.

Câu 8. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4; AD=3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 36π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

Khối trụ tạo thành có $h=AB=4; r=AD=3\Rightarrow V=\pi r^2 h=36\pi$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=7+5t\\y=-7+t\\z=6-5t\end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P).

A. $\Delta:\begin{cases}x=13+5i\\y=-17+t\\z=-104-5t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=-11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có VTCP là: $\overrightarrow{u_d}=\ 5;1;-5\ $, mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_p}=\ 3;-5;2\ $.

Có $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_p}=0\Rightarrow\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_p}$, lại có $A\ 7;-7;6\ \in d$, nhưng $A\ 7;-7;6\ \notin P\ \Rightarrow d//P$

Gọi B là điểm đối xứng của A qua P. Gọi d' là đường thẳng qua A và vuông góc với

$P \Rightarrow d': \begin{cases} x = 7+3t \\ y = -7-5t \\ z = 6+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên P khi đó H là giao điểm của P và d'

Do đó: $H\ 1;3;2$. Vì H là trung điểm của AB nên $B\ -5;13;-2$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} \text{qua } B\ -5;13;-2 \\ \text{vtcp}: 5;1;-5 \end{cases}$ là $\Delta: \begin{cases} x = -5+5t \\ y = 13+t \\ z = -2-5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Câu 10. Cho $a>0, a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \frac{1}{a^3}$.

A. $P=9$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-9$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P = \log_{\sqrt[3]{a}} \frac{1}{a^3} = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^{-3} = 3.\ -3\ \log_a a = -9.$

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{\tan x}$ là

A. $y' = \frac{2^{\tan x} \ln 2}{\cos^2 x}$. **B.** $y' = \tan x . 2^{\tan x - 1}$.

C. $y' = \frac{2^{\tan x} \ln 2}{\sin^2 x}$. **D.** $y' = \tan x . 2^{\tan x - 1} \ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \left(2^{\tan x}\right)' = 2^{\tan x}.\ln 2.\ (\tan x)' = 2^{\tan x}.\ln 2.\frac{1}{\cos^2 x} = \frac{2^{\tan x} \ln 2}{\cos^2 x}$

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{1-x}$ là đường thẳng:

A. $x=-4$. **B.** $y=4$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{4x+1}{1-x} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{4+\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-1} = -4$, suy ra $y=-4$ là TCN của đồ thị hàm số.

Câu 13. Bất phương trình $3^{x:2} > 9^{x-1008}$ có nghiệm là

A. $x<2018$. **B.** $x>1010$. **C.** $x \geq 2018$. **D.** $x>2018$.

Lời giải

Chọn A

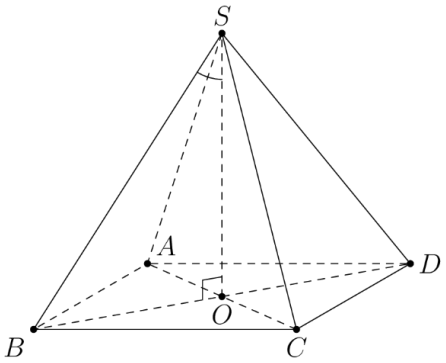
Ta có $3^{x+2} > 9^{x-1008} \Leftrightarrow 3^{x+2} > 3^{2.\,x-1008} \Leftrightarrow x+2 > 2.\,x-1008 \Leftrightarrow x < 2018$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=2a$. Tính sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng SAC.

A. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SB \cap SAC = S$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \\ AC; SO \subset SAC \end{cases} \Rightarrow BO \perp SAC$. Vậy O là hình chiếu của B lên SAC.

Suy ra SO là hình chiếu của SB lên SAC. Khi đó $(SB; SAC) = (SB; SO) = BSO$.

Ta có $\begin{cases} BO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \\ SB = SA = 2a \end{cases} \Rightarrow \sin BSO = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \le \frac{4}{3}$. **B.** $m \le \frac{1}{3}$. **C.** $m \ge \frac{4}{3}$. **D.** $m \ge \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 2x + m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 2x + m \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = b'^2 - ac \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ 1 - 3m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{3}$.

Câu 16. Cho hàm số $f\ x\ =\begin{cases}7-4x^3 \text{ khi} 0\le x\le 1\\ 4-x^2 \text{ khi } x>1\end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\ x$ và các đường thẳng $x=0,\ x=3,\ y=0$.

A. 10. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

+ Trắc nghiệm:

Ta có $S=\int_0^1\left|f\ x\ \right|\mathrm{d}x+\int_1^3\left|f\ x\ \right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left|7-4x^3\right|\mathrm{d}x+\int_1^3\left|4-x^2\right|\mathrm{d}x=10$.

+ Tự luận:

Xét phương trình $7-4x^3=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{7}{4}}$.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		$\sqrt[3]{\frac{7}{4}}$		$+\infty$
$7-4x^3$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	

Xét phương trình $4-x^2=0\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Khi đó ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$4-x^2$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	

Vậy $S=\int_0^1\ 7-4x^3\ \mathrm{d}x+\int_1^2\ 4-x^2\ \mathrm{d}x+\int_2^3-\ 4-x^2\ \mathrm{d}x=10$.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\log\ x-2$ là

A. $2;+\infty$. **B.** $1;+\infty$. **C.** $0;+\infty$. **D.** $0;2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

Tập xác định của hàm số $y=\log\ x-2$ là $D=\ 2;+\infty$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x-1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z+3\ ^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I\ -1;-2;3\ ;\ R=2$. **B.** $I\ -1;-2;3\ ;\ R=4$.

C. $I\ 1;2;-3\ ;\ R=4$. **D.** $I\ 1;2;-3\ ;\ R=2$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $x-1^2+y-2^2+z+3^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là $I\ 1;2;-3$; $R=2$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $24\pi a^2$. **B.** $40\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi hình nón có bán kính đáy là r, chiều cao là h, độ dài đường sinh là l.

Ta có $l=\sqrt{h^2+r^2}=5a$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.4a.5a=20\pi a^2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đường kính AB với $A\ 0;1;2$ và $B\ 4;5;-4$ có phương trình là

A. $x+2^2+y+3^2+z-1^2=68$. **B.** $x+2^2+y+3^2+z-1^2=\sqrt{68}$.

C. $x-2^2+y-3^2+z+1^2=17$. **D.** $x-2^2+y-3^2+z+1^2=\sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm của AB là $I\ 2;3;-1$. Khi đó I là tâm mặt cầu.

Bán kính mặt cầu là $IA=\sqrt{0-2^2+1-3^2+2+1^2}=\sqrt{17}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $x-2^2+y-3^2+z+1^2=17$.

Câu 21. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z-2-5i|=\sqrt{17}$ và $z-2^2$ là số ảo?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=x+yi\quad x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có $|z-2-5i|=\sqrt{17}\Leftrightarrow|x-2+y-5\ i|=\sqrt{17}\Leftrightarrow x-2^2+y-5^2=17$ (1).

Ta có $z-2^2=\left[x-2+yi\right]^2=x-2^2+2\ x-2\ yi-y^2$ là số ảo khi $x-2^2-y^2=0$ 2

Từ 1 , 2 suy ra ta có

$$\begin{cases}x-2^2+y-5^2=17\\x-2^2-y^2=0\end{cases}\Leftrightarrow y-5^2+y^2=17\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=4\\y=1\end{array}\right.$$

Với $y=4\Rightarrow x-2^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=4\\x-2=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=-2\end{array}\right.$.

Với $y=1\Rightarrow x-2^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=1\\x-2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy có 4 số phức thoả điều kiện $z_1=6+4i$, $z_2=-2+4i$, $z_3=3+i$, $z_4=-1+i$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\sqrt{3}a$. **D.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt đáy $S=\frac{\sqrt{3}.\ 2a\ ^2}{4}=\sqrt{3}a^2$.

Ta có $V=\frac{1}{3}.S.h\Leftrightarrow a^3=\frac{1}{3}.\sqrt{3}a^2.h\Leftrightarrow h=\sqrt{3}a$.

Câu 23. Cho hàm số $f\ x$ thoả mãn đồng thời các điều kiện $f'\ x\ =x+\sin x$ và $f\ 0\ =1$. Tìm $f\ x$

A. $f\ x\ =\frac{x^2}{2}+\cos x$. **B.** $f\ x\ =\frac{x^2}{2}-\cos x-2$.

C. $f\ x\ =\frac{x^2}{2}-\cos x+2$. **D.** $f\ x\ =\frac{x^2}{2}+\cos x+\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f\ x\ dx=\frac{x^2}{2}-\cos x+C$

Theo đề $f\ 0\ =1\Leftrightarrow 0-\cos 0+C=1\Leftrightarrow C=2$

Vậy $f\ x\ =\frac{x^2}{2}-\cos x+2$.

Câu 24. Tính mô-đun của số phức $z=4-3i$.

A. $|z|=7$. **B.** $|z|=\sqrt{7}$. **C.** $|z|=5$. **D.** $|z|=25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 25. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

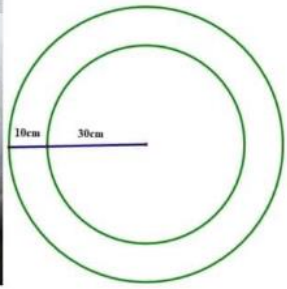
Hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ liên tục trên đoạn $[0;2]$;

$f'(x)=3x^2-3;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=-1\notin[0;2]\end{array}\right.$

Ta có: $f(0)=4;\ f(1)=2;\ f(2)=6\Rightarrow M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=6;\ m=\min\limits_{[0;2]}f(x)=2$

Vậy $M+m=8$

Câu 26. Dự án công trình nông thôn mới trên đoạn đường Trường THCS&THPT Tân Tiến, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 1m, bán kính trong bằng 30cm và độ dày của bê tông bằng 10cm (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là 1.000.000 đồng/m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).

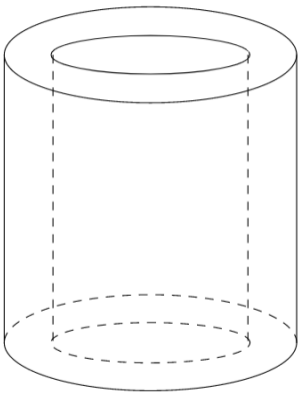



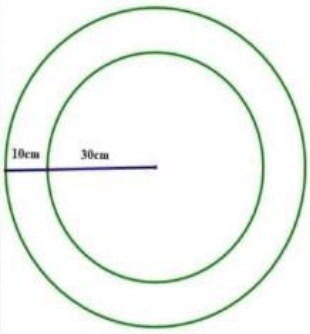
A. 177.000.000 đồng. **B.** 175.000.000 đồng.

C. 176.000.000 đồng. **D.** 178.000.000 đồng.

Lời giải

Chọn C





Gọi V_1; V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ tạo bởi mặt ngoài và mặt trong của trụ bê tông. (hai khối trụ này có cùng chiều cao là $h=1m$ và bán kính đáy lần lượt là $R=0,4m$; $r=0,3m$)

Ta có: $V_1=\pi R^2h=\pi.(0,4)^2.1=0,16\pi\,(\text{m}^3)$; $V_2=\pi r^2h=\pi.(0,3)^2.1=0,09\pi\,(\text{m}^3)$

Khi đó thể tích phần bê tông của chiếc cống là: $V=V_1-V_2=0,16\pi-0,09\pi=0,07\pi\,(\text{m}^3)$

$\Rightarrow$ lượng bê tông của 800 chiếc cống là: $800.0,07\pi=56\pi\,(\text{m}^3)$

Vậy số tiền bê tông để đúc 800 chiếc cống là: $56\pi.1000000\approx176000000$ đồng

Câu 27. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)\geq-3$

A. 30. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 26.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x-5)\geq -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5\leq \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}=27 \\ x-5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq 32 \\ x>5 \end{cases}$

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên ta chọn x trong các giá trị sau $6;7;8;...;32 \Rightarrow$ có 27 nghiệm nguyên

Câu 28. Trong không gian Oxyz, mặt phẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$.

C. $x+3z-10=0$. **D.** $x+3z+10=0$.

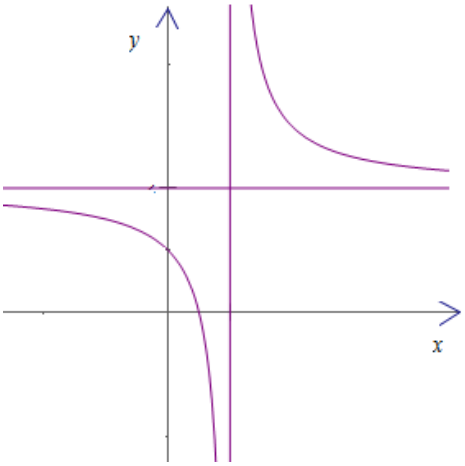
Lời giải

Chọn A

Ta có: mặt phẳng cần tìm vuông góc với đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z-3}{3}$ nên có vtpt là: $\vec{n}=(2;-1;3)$

Vậy phương trình mặt phẳng thỏa ycbt là:
$2(x-1)-1(y-2)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0$

Câu 29. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $ac>0$. **B.** $cd<0$. **C.** $ad>0$. **D.** $bc<0$.

Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy: $\begin{cases} \frac{a}{c}>0 \\ -\frac{d}{c}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ac>0 \\ cd<0 \end{cases} \Rightarrow$ A, B đúng.

$y\ 0\ =\frac{b}{d}>0 \Rightarrow bd>0\ 1$

Cho $y=0\Rightarrow ax+b=0\Rightarrow x=-\frac{b}{a}$. Từ đồ thị ta có: $-\frac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0$ 2

Từ 1 và 2 $ad<0\Rightarrow$ C sai.

Câu 30. Phương trình $\log x+\log\ x-9\ =1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>9$.

$\log x+\log\ x-9\ =1\Rightarrow\log\left[x\ x-9\ \right]=1\Rightarrow x\ x-9\ =10$.

$\Rightarrow x^2-9x-10=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=10\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x=10$.

Câu 31. Trên giá sách có 4 quyển toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển lấy ra đều là môn toán.

A. $\frac{1}{21}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{37}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

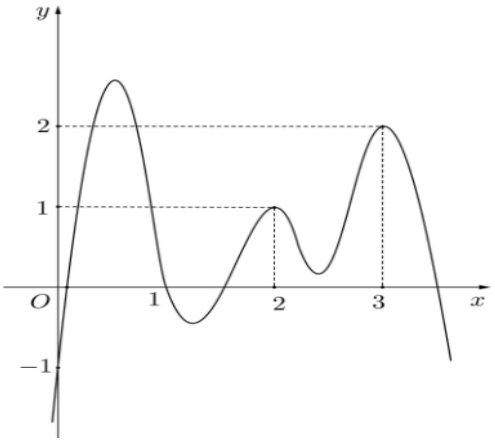
Chọn A

Số cách chọn 3 quyên sách trên giá sách đã cho là: $n\ \Omega\ =C_9^3=84$

Gọi biến cố A: "3 quyển lấy ra đều là môn toán". Ta có: $n\ A\ =C_4^3=4$.

Xác suất để 3 quyển lấy ra đều là môn toán là: $P\ A\ =\frac{n\ A}{n\ \Omega}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$

Câu 32. Cho hàm số $f\ x\ $, đồ thị của hàm số $y=f'\ x\ $ là đường cong trong hình bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g\ x\ =f\ 2x\ -2x^2+2x+5$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. $f\ 0\ +5$. **B.** $f\ 6\ -7$. **C.** $f\ 4\ +1$. **D.** $f\ 1\ +\frac{11}{2}$.

Lời giải

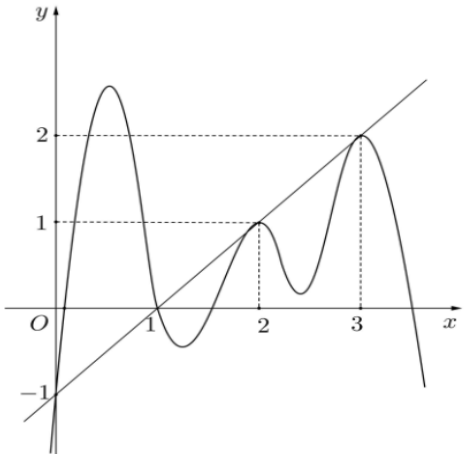
Chọn D

Ta có: $g\left(x\right)=f\left(2x\right)-2x^2+2x+5=f\left(2x\right)-\frac{1}{2}\left(2x\right)^2+2x+5$.

Đặt $t=2x$, với $x\in\left[0;2\right]\Rightarrow t\in\left[0;4\right]$.

Xét hàm số $h\left(t\right)=f\left(t\right)-\frac{1}{2}t^2+t+5$ trên $\left[0;4\right]$.

Ta có: $h'\left(t\right)=f'\left(t\right)-t+1=0\Rightarrow f'\left(t\right)=t-1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=1\\t=2\\t=3\end{array}\right.$



Bảng biến thiên:

t	0		1		2		3		4
$h'(t)$	0	+	0	−	0	−	0	−	
$h(t)$		↗	$h(1)$	↘		↘		↘	

Từ bảng biến thiên, ta có: $\max\limits_{\left[0;2\right]}g\left(x\right)=\max\limits_{\left[0;4\right]}h\left(t\right)=f\left(1\right)-\frac{1}{2}+1+5=f\left(1\right)+\frac{11}{2}$.

Câu 33. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức thỏa mãn điều kiện $\left|z-i+1\right|=2$ là:

A. Đường tròn tâm $I\left(1,-1\right)$, bán kính $R=2$.

B. Đường tròn tâm $I\left(1,-1\right)$, bán kính $R=4$.

C. Đường tròn tâm $I\left(-1,1\right)$, bán kính $R=4$.

D. Đường tròn tâm $I\left(-1,1\right)$, bán kính $R=2$.

Lời giải

Chọn D

Gọ số phức $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R})$.

$\left|z-i+1\right|=2\Leftrightarrow\left|a+bi-i+1\right|=2\Leftrightarrow\left|a+1+i\left(b-1\right)\right|=2\Rightarrow\left(a+1\right)^2+\left(b-1\right)^2=2^2$.

Tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I\ -1,1$, bán kính $R=2$.

Câu 34. Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau là: $3!=6$.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $f\ x\ =\frac{1}{x^2}-x^2-\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{-x^4+x^2+3}{3x}$. **B.** $\frac{-x^3}{3}-\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$. **C.** $\frac{-x^3}{3}+\frac{1}{x}-\frac{x}{3}+C$. **D.** $\frac{2}{x^2}-2x+C$.

Lời giải

Chọn B

$F\ x\ =\int f\ x\ dx=\int\left(\frac{1}{x^2}-x^2-\frac{1}{3}\right)dx=-\frac{1}{x}-\frac{x^3}{3}-\frac{1}{3}x+C$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\ x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\ x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

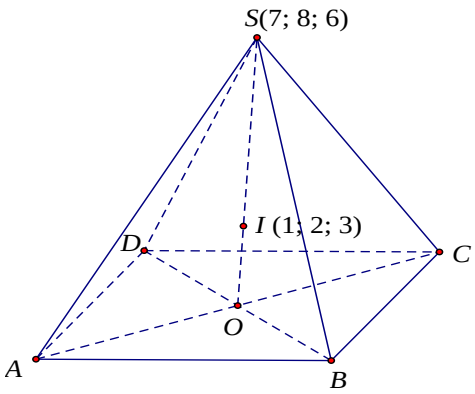
Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy y' đổi dấu 3 lần qua các điểm $x_1;\ x_2;\ x_3$ Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số có 3 cực trị.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $S\ 7;8;6$ và $P\ -5;-4;0$. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu đường kính SP. Khi khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng $ABCD$ có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có tâm mặt cầu là $I\ 1;2;3$, bán kính mặt cầu $R=\dfrac{SP}{2}=9$, thể tích khối chóp

$V=\dfrac{1}{3}AB^2.SO$

Theo bài ra ta có $\overrightarrow{IS}=k.\vec{n}_{ABCD}$, $k\neq 0$, $\vec{n}_{ABCD}$ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng

$ABCD$, do đó ta có hệ phương trình $\begin{cases}6=2k\\6=bk\\3=ck\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=3\\b=2\\c=1\end{cases}$. Suy ra phương trình mặt phẳng

$ABCD$ là $2x+2y+z+d=0$.

Ta có $SO=d\ S,\ ABCD\ =\dfrac{\left|2.7+2.8+6+d\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\dfrac{\left|36+d\right|}{3}=\dfrac{m}{3}$, với $0<m<54$.

$\dfrac{SA^2}{2SO}=R\Leftrightarrow SA^2=2SO.R=2\dfrac{m}{3}.9=6m$.

$AO^2=SA^2-SO^2=6m-\dfrac{m^2}{9}=\dfrac{54m-m^2}{9}\Leftrightarrow AO=\dfrac{\sqrt{54m-m^2}}{3}$.

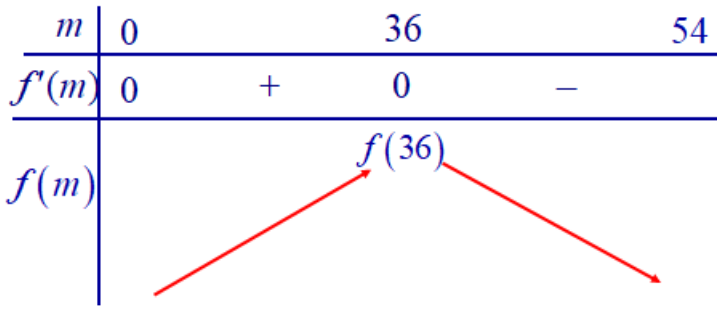
$AB=\sqrt{2}AO=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{54m-m^2}$.

Khi đó $V=\dfrac{1}{3}AB^2.SO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{9}\ 54m-m^2\ .\dfrac{m}{3}=\dfrac{4}{3}m^2-\dfrac{2}{81}m^3$.

Xét hàm số $f\ m\ =\dfrac{4}{3}m^2-\dfrac{2}{81}m^3$ trên khoảng $0;54$.

$f'\ m\ =\dfrac{8}{3}m-\dfrac{2}{27}m^2$, $f'\ m\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=36\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Suy ra $V_{\max}$ tại $m=36$ hay $|36+d|=36 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 36+d=36 \\ 36+d=-36 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} d=0 \\ d=-72 \end{bmatrix}$.

Do đó có 2 phương trình mặt phẳng $ABCD$ là $2x+2y+z=0$ hoặc $2x+2y+z-72=0$.

Vậy $b+c+d=2+1=3$ hoặc $b+c+d=2+1-72=-69$.

Câu 38. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z_1+1|=|z_1+i|$, $|z_2-1-2i|=|z_2-2+i|$ và $|z_1-z_2|=3\sqrt{2}$. Khi $|z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z_1|$ bằng

A. $|z_1|=6\sqrt{2}$. **B.** $|z_1|=3\sqrt{2}$. **C.** $|z_1|=9\sqrt{2}$. **D.** $|z_1|=4\sqrt{2}$.

Lời giải

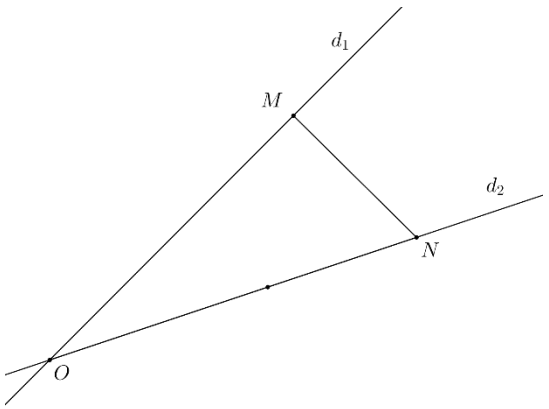
Chọn A

Đặt $z_1=x_1+y_1i$, $z_2=x_2+y_2i$

$$\begin{cases} |z_1+1|=|z_1+i| \\ |z_2-1-2i|=|z_2-2+i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x_1+1+y_1i|=|x_1+y_1+1\,i| \\ |x_2-1+y_2-2\,i|=|x_2-2+y_2+1\,i| \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1+1^2+y_1^2=x_1^2+y_1+1^2 \\ x_2-1^2+y_2-2^2=x_2-2^2+y_2+1^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1=2y_1 \\ 2x_2=6y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=y_1 \\ x_2=3y_2 \end{cases}.$$

Suy ta tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng $d_1: x-y=0$, tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng $d_2: x-3y=0$.



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1, z_2, do $|z_1-z_2|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow MN=3\sqrt{2}$.

Ta có $\cos\left(d_1,d_2\right)=\dfrac{\left|1.1+\left(-1\right).\left(-3\right)\right|}{\sqrt{2}.\sqrt{10}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\Rightarrow\sin\left(d_1,d_2\right)=\dfrac{\sqrt{5}}{5}\Leftrightarrow\sin MON=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Xét ΔOMN có $\dfrac{MN}{\sin MON}=\dfrac{ON}{\sin OMN}\Leftrightarrow ON=\dfrac{3\sqrt{2}}{\dfrac{\sqrt{5}}{5}}.\sin OMN\le 3\sqrt{10}$ hay $\left|z_2\right|\le 3\sqrt{2}$.

Do đó $\left|z_2\right|$ đạt giá trị lớn nhất khi ΔOMN vuông tại $M\Rightarrow OM=\sqrt{ON^2-MN^2}=6\sqrt{2}$.

Vậy $\left|z_1\right|=OM=6\sqrt{2}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-1;2\right)$ và $B\left(2;1;1\right)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;2;-1\right)\Rightarrow AB=\sqrt{1^2+2^2+\left(-1\right)^2}=\sqrt{6}$.

Câu 40. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $0<x\le 2021$ và $3^x\left(x+1\right)=27^y.y$

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 763. **D.** 674.

Lời giải

Chọn D

Ta có $3^x\left(x+1\right)=27^y y\Leftrightarrow 3.3^x\left(x+1\right)=3.27^y.y\Leftrightarrow 3^{x+1}.\left(x+1\right)=3^{3y}.3y\quad(1)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=3^t.t$ với $t>0$ có $f'\left(t\right)=3^t.t\ln 3+3^t>0,\ \forall t>0$ nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Do đó $(1)\Leftrightarrow f\left(x+1\right)=f\left(3y\right)\Leftrightarrow x+1=3y\Leftrightarrow y=\dfrac{x+1}{3}$.

Do $x\in\mathbb{Z}$ và $0<x\le 2021$ nên $\dfrac{1}{3}<y\le\dfrac{2022}{3}=674$.

Mà $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\left\{1;2;3;...;674\right\}$.

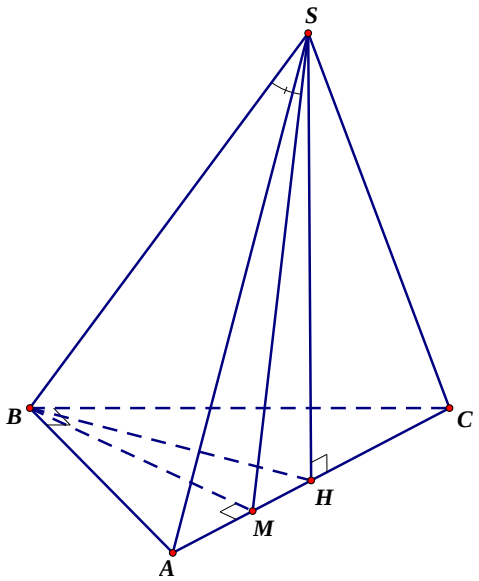
Vậy có tất cả 674 cặp số nguyên dương $\left(x;y\right)$ thỏa đề bài.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$. Hình chiếu của điểm S lên mặt phẳng ABC trùng với trung điểm H của AC, góc giữa SB và mặt phẳng SAC bằng $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{35}}{30}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{35}}{10}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Trong tam giác ABC, dựng $BM \perp AC$, mà $BM \perp SH$ suy ra $BM \perp SAC$.

Theo giả thiết, ta có $SB, SAC = SB, SM = MSB = 45^\circ$.

Trong tam giác ABC vuông tại B, ta có $\frac{1}{BM^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$;

$BH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{BA^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong tam giác SMB vuông tại M, ta có $SB = \frac{BM}{\sin MSB} = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$.

Trong tam giác SHB vuông tại H, ta có $SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{35}}{10}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.SH.\left(\frac{1}{2}BA.BC\right) = \frac{a^3\sqrt{35}}{30}$.

Câu 42. Cho cấp số cộng u_n, biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

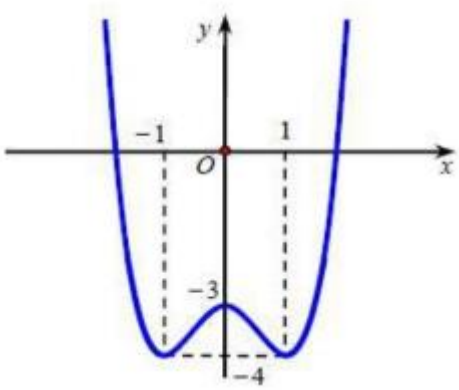
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_2 + 2d \Rightarrow d = 2$. Vậy $u_{15} = u_2 + 13d = 29$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f\ x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f\ x = m$ có bốn nghiệm phân biệt



A. $-4<m<-3$. **B.** $m>-4$. **C.** $-4\le m<-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

Lời giải

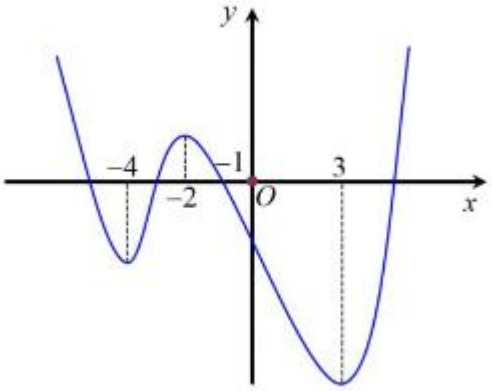
Chọn A

Phương trình $f\ x\ =m$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $y=f\ x$ và $y=m$.

Số nghiệm phương trình $f\ x\ =m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị trên.

Phương trình $f\ x\ =m$ có bốn nghiệm phân biệt khi $-4<m<-3$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\ x$ là hàm đa thức bậc 5 có đồ thị $f'\ x$ như hình vẽ



Hàm số $g\ x\ =f\ x^2+2x\ -x^2$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

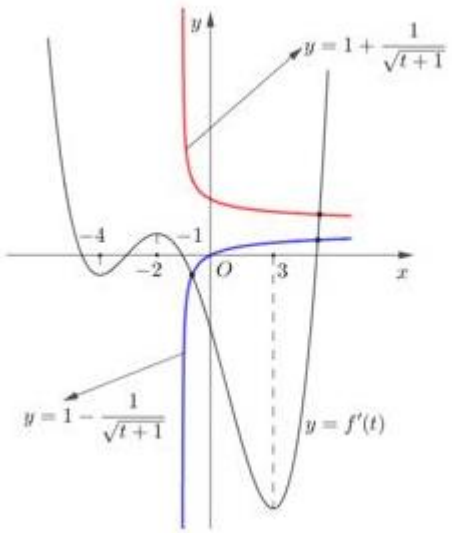
Chọn D

$g'\ x\ =\ 2x+2\ f'\ x^2+2x\ -2x$; $g'\ x\ =\ 2x+2\ f'\ x^2+2x\ -2x=0$ Với $x=-1\Rightarrow g'\ x\ =2>0$.

Với $x\ne -1\Rightarrow g'\ x\ =0\Leftrightarrow f'\ x^2+2x\ =1-\dfrac{1}{x+1}$.

Đặt $t=x^2+x\ t\ge -1$, khi đó: $t=x^2+2x\Leftrightarrow t+1=x^2+2x+1\Leftrightarrow x+1=\pm\sqrt{t+1}$.

Ta có $\begin{cases} f'(t) = 1 - \dfrac{1}{\sqrt{t+1}} & 1 \\ f'(t) = 1 + \dfrac{1}{\sqrt{t+1}} & 2 \end{cases}$



Dựa vào đồ thị ta thấy:

+) Phương trình 1 có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thoả mãn: $-2 < t_1 < 0 < 3 < t_2$.

+) Phương trình 2 có 1 nghiệm thoả mãn: $t_3 > t_2 > 3$.

Suy ra phương trinh $f'(x^2+2x) = 1 - \dfrac{1}{x+1}$ có ba nghiệm phân biệt:

$x_1 = -1 - \sqrt{t_1+1}$, $x_2 = -1 - \sqrt{t_2+1}$, $x_3 = -1 + \sqrt{t_3+1}$.

Nên hàm số $g(x) = f(x^2+2x) - x^2$ có ba điểm cực trị.

Câu 45. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $2\ln 5$. **B.** $\ln 5$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln 5$. **D.** $4\ln 5$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x+1$.

Vi phân hai vế, ta có $\mathrm{d}t = 2\mathrm{d}x$.

Đổi cận

x	0	2
t	1	5

Ta có $\displaystyle\int_0^2 \frac{2}{2x+1}\mathrm{d}x = \int_1^5 \frac{1}{t}\mathrm{d}t = \ln|t|\Big|_1^5 = \ln 5 - \ln 1 = \ln 5$.

Câu 46. Giả sử $\int_0^9 f\ x\ \mathrm{d}x = 37$ và $\int_0^9 g\ x\ \mathrm{d}x = -16$. Khi đó, $\int_0^9 \left[2f\ x\ + 3g\ x\ \right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I = 122$. **B.** $I = 58$. **C.** $I = 143$. **D.** $I = 26$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^9 \left[2f\ x\ + 3g\ x\ \right]\mathrm{d}x = 2\int_0^9 f\ x\ \mathrm{d}x + 3\int_0^9 g\ x\ \mathrm{d}x = 2.37 + 3.\ -16\ = 26$.

Câu 47. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in \left[-2021; 2021\right]$ để phương trình $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}\ 18\ x+1\ + 12m$ có nghiệm?

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 211. **D.** 212.

Lời giải

Chọn A

◆ Điều kiện xác định: $18\ x+1\ + 12m > 0 \Leftrightarrow 3x + 3 + 2m > 0$.

Ta có: $6^x - 2m = \log_{\sqrt[3]{6}}\ 18\ x+1\ + 12m$

$\Leftrightarrow 6^x - 2m = 3 + 3\log_6\left[3\ x+1\ + 2m\right]$

$\Leftrightarrow 3x + 6^x = 3\log_6\left[3x + 3 + 2m\right] + 3x + 3 + 2m$

$\Leftrightarrow 3\log_6 6^x + 6^x = 3\log_6\left[3x + 3 + 2m\right] + 3x + 3 + 2m$ (1).

Xét hàm số: $f\ t\ = 3\log_6 t + t$ với $t > 0$; $f'\ t\ = \dfrac{3}{t\ln 6} + 1 > 0$ với $\forall t > 0$.

$\Rightarrow f\ t$ đồng biến trên khoảng $0; +\infty$.

Do đó: (1) $\Leftrightarrow f\ 6^x\ = f\ 3x + 3 + 2m\ \Leftrightarrow 6^x = 3x + 3 + 2m \Leftrightarrow 2m = 6^x - 3x - 3$ (2).

◆ Xét hàm số: $g\ x\ = 6^x - 3x - 3$; $g'\ x\ = 6^x \ln 6 - 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$g'\ x\ = 0 \Leftrightarrow 6^x \ln 6 = 3 \Leftrightarrow 6^x = \dfrac{3}{\ln 6} \Leftrightarrow x = \log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right)$.

Bảng biến thiên của $g\ x$:

x	$-\infty$		$\log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right)$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g\left(\log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right)\right)$	$\nearrow$	$+\infty$

$g\left(\log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right)\right) = 6^{\log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right)} - 3\log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right) - 3 = \dfrac{3}{\ln 6} - 3\log_6\left(\dfrac{3}{\ln 6}\right) - 3$.

Phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình (2) có nghiệm.

Suy ra: $2m \ge \frac{3}{\ln 6} - 3\log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right) - 3 \Leftrightarrow m \ge \frac{\frac{3}{\ln 6} - 3\log_6\left(\frac{3}{\ln 6}\right) - 3}{2} \approx -1,09$.

Do $m \in [-2021; 2021]$ và $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; ...2021\}$.

Với $m \in \{-1; 0; 1; ...2021\}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Vậy số giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn ycbt là: 2023.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vecto nào dưới đây là vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$. **B.** $\vec{u} = (1; 3; 2)$. **C.** $\vec{u} = (1; -3; -2)$. **D.** $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Lời giải

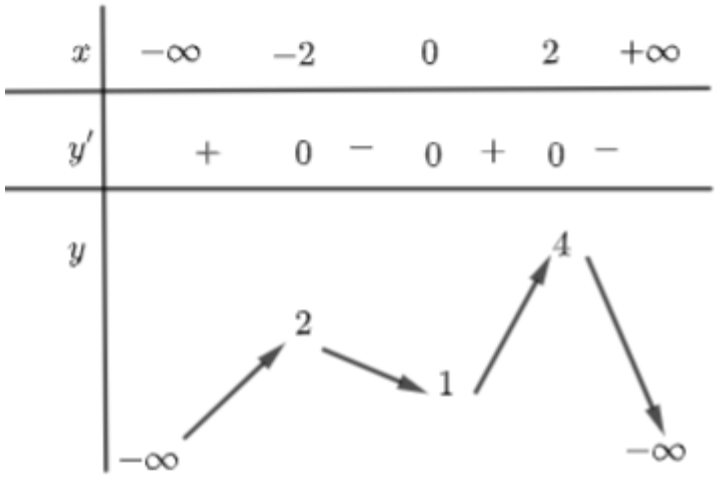
Chọn D

Đường thẳng d có một vecto chỉ phương là: $\vec{u}_d = (1; 3; -2) = -(-1; -3; 2)$.

Vậy: $\vec{u} = (-1; -3; 2)$ cũng là một vecto chỉ phương của đường thẳng d.

Do đó ta chọn đáp án **D.**

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 50. Cho hình khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là

A. 100. **B.** 20. **C.** 80. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 4^2.5 = 80$.

----------HẾT----------

ĐỀ 38

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN LAM SƠN – THANH HÓA

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x.5^{x-1}\ln 5$. **B.** $y'=5^x.\ln 5$. **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **D** $y'=x.5^{x-1}$.

Câu 2. Công thức tính thể tích của khối cầu bán kính R là

A. $V=\dfrac{2}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^3$.

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z=5+3i$ là

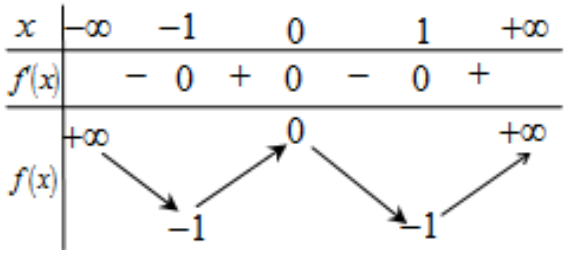
A. $\bar{z}=-5-3i$. **B.** $\bar{z}=5-3i$. **C.** $\bar{z}=3-5i$. **D.** $\bar{z}=3+5i$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z-26=0\end{array}\right.$. **B.** $4z+3y-12z+26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z+26=0\end{array}\right.$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=4x^3+3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^4+3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^4+3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^4+3x+C$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x-1}{x+3}$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $y=3$. **B.** $y=5$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=3$.

Câu 8. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy r, độ dài đường sinh l là

A. $S=\pi rl$. **B.** $S=\frac{1}{3}\pi rl$. **C.** $S=2\pi rl$. **D.** $S=\frac{2}{3}\pi rl$.

Câu 9. Tích phân $\int_0^2 (x^2+x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-14}{3}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\frac{14}{3}$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. **D.** $[-4;2]$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=4x^3-x^2+5x$. **B.** $y=2x^4-6x^2+7$. **C.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+x$.

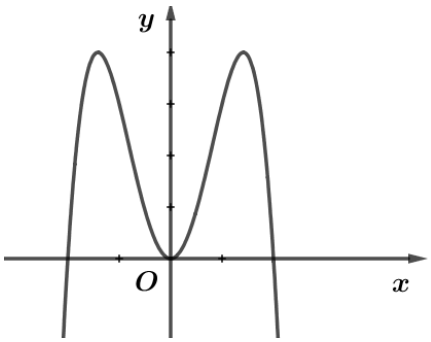
Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=3$, $u_3=6$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 13. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^4+4x^2$. **B.** $y=2x^3-x^2$. **C.** $y=-x^4+4x^2$. **D.** $y=-x^3+4x^2$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2\geq\log_2 x$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

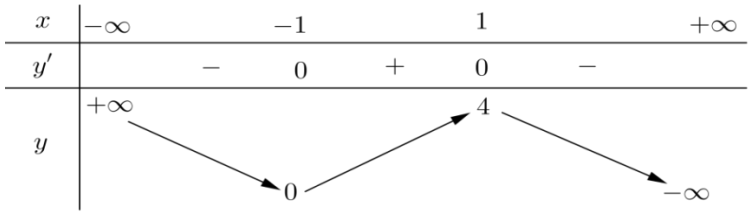
Câu 16. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế.

A. $5!$. **B.** A_8^5. **C.** C_8^5. **D.** 5^8.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là:

A. $(-2;-3;4)$. **B.** $(-2;-3;-4)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(3;4;2)$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.



Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=0$.

Câu 19. Nếu $\int_0^1 [3f(x)+x]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 20. Nếu $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 16.

Câu 21. Với a,b là các số thực dương tùy ý thì $\log_5(a^5b^3)$ bằng

A. $5\log_5 a+3\log_5 b$. **B.** $15\log_5 a.\log_5 b$. **C.** $5\log_5 a.\log_5 b$. **D.** $5\log_5 a-3\log_5 b$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 24. Số phức $z=3-4i$ có môđun là

A. 7. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=\frac{7}{2}$. **B.** $x=\frac{9}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Câu 26. Một khối trụ có bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là:

A. $\frac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $6\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $8\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0

A. $m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2-z+2=0$. Giá trị của $P=|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 29. Một hộp đựng 11tấm thẻ đánh số 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là số lẻ bằng.

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{118}{231}$. **D.** $\frac{115}{231}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB'. Khi đó thể tích khối đa diện $ABCIJC'$ bằng.

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{3}{5}V$. **C.** $\frac{3}{4}V$. **D.** $\frac{4}{5}V$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$ và ba phương trình $(I):\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$, $(II):\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-5}$, $(III):\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$

A. Cả $(I),(II),(III)$ đều là phương trình đường thẳng AB.

B. Chỉ có $(I),(III)$ là phương trình đường thẳng AB.

C. Chỉ có (I) là phương trình đường thẳng AB.

D. Chỉ có (III) là phương trình đường thẳng AB.

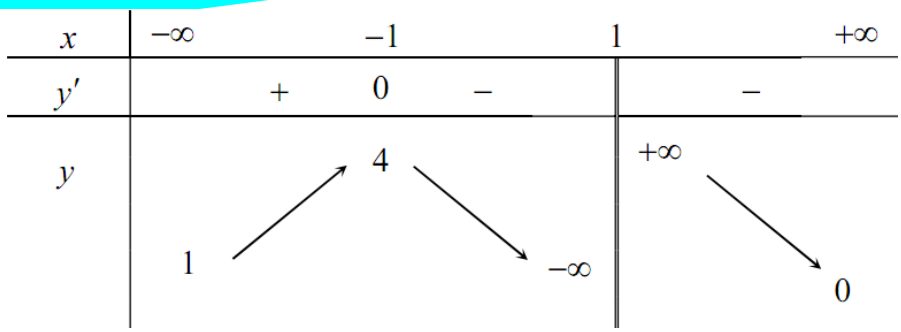
Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;1;-3)$ và điểm D thuộc trục Oy sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $(0;-7;0)$. **B.** $\left[\begin{matrix}(0;-7;0)\\(0;8;0)\end{matrix}\right.$. **C.** $\left[\begin{matrix}(0;7;0)\\(0;-8;0)\end{matrix}\right.$. **D.** $(0;8;0)$.

Câu 33. Cho 2 số phức $z=-2+i$ và $w=1+i$. Số phức $2z+3w$ bằng

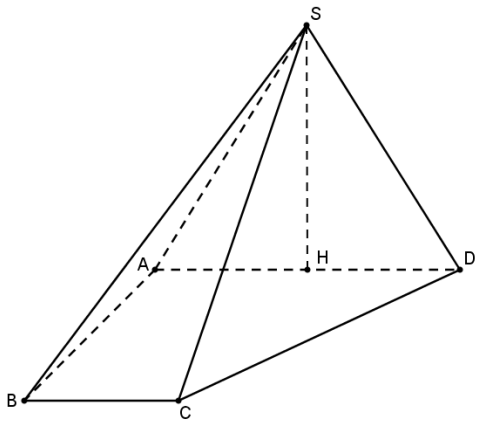
A. $1+5i$. **B.** $-1+5i$. **C.** $-1-5i$. **D.** $1-5i$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



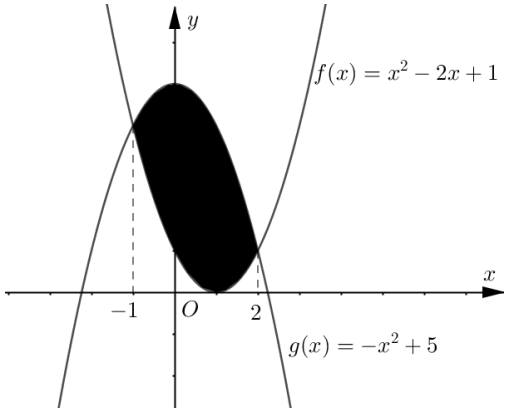
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. $AB=BC=a$, $AD=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD. Biết $SH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $d=\dfrac{3a}{4}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $d=\dfrac{3a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$.

Câu 36. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên bằng



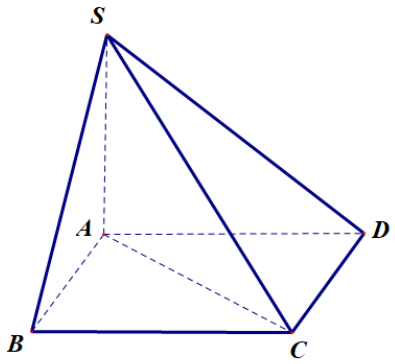
A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc cả (α) và (β) là

A. $2x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC). Giá trị $\sin\alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC=2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60^0. Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 40. Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A. $-x^2+2x+C$. **B.** $-x^2+x+C$. **C.** $-2x^2+2x+C$. **D.** $2x^2-2x+C$.

Câu 41. Tìm số giá trị nguyên m sao cho hàm số $y=\left|x^3+(2m-2)x+16-m^2\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 42. Một chiếc máy bay vào vị trí cất cánh chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t)=t^2+2t\ (\text{m/s})$ với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $120\ (\text{m/s})$ thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $1200\ (\text{m})$. **B.** $1100\ (\text{m})$. **C.** $430\ (\text{m})$. **D.** $330\ (\text{m})$.

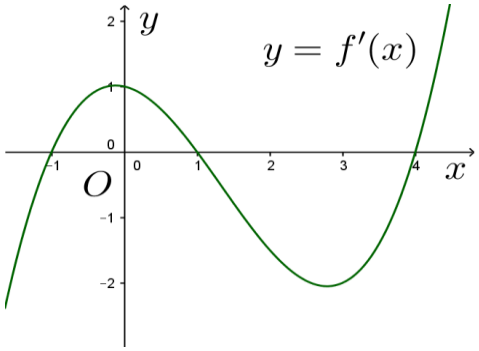
Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+2y-z-4=0$. **C.** $2x-y-3=0$. **D.** $x+2y+5z-4=0$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $(|m|\le 10)$ để phương trình $3^{\log_2(x^2)}-2(m+6).3^{\log_2 x}+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2>2$?

A. 16. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên:



Hàm số $y=f\left(x^2+x\right)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 0 **C.** 3. **D.** 2.

Câu 46. Cho đồ thị của hai hàm số $y=a^x$ $(a>1)$ và $y=f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x-2$. Biết rằng đường thẳng $x=6$ cắt đồ thị hàm số $y=a^x$ tại A, cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $B(6;b)$ sao cho $AB=6$ và tung độ điểm A lớn hơn tung độ điểm B. Giá trị của $a+b$ gần với số nào dưới đây?

A. 2. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f\left(x^2\right)=2f(x)+x^4-4x,\forall x\in\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4}{3}$, khi đó $\int\limits_0^1 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $\dfrac{8}{15}$. **C.** $\dfrac{7}{10}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-36=0$; mặt phẳng $(P):2x+y+2z-36=0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến phân biệt MA, MB, MC đến (S) (A, B, C là các tiếp điểm). Khi khoảng các từ N đến mặt

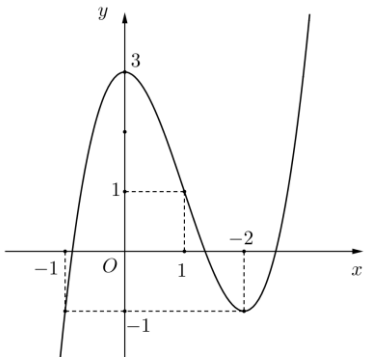
phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+2y+bz+c=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** –2. **D.** –4.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2+4+i|=\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1+z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m thuộc $[-10;10]$ sao cho phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-(2m+1)f\left(x^2+1\right)+m(m+1)=0$ có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn. Số phần tử của S là

A. 19. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.A	5.A	6.A	7.B	8.A	9.D	10.A
11.A	12.A	13.D	14.C	15.B	16.B	17.C	18.A	19.B	20.C
21.A	22.C	23.A	24.C	25.D	26.D	27.A	28.B	29.C	30.A
31.A	32.B	33.B	34.D	35.B	36.D	37.B	38.B	39.C	40.C
41.D	42.C	43.D	44.D	45.D	46.D	47.A	48.B	49.D	50.C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=x.5^{x-1}\ln 5$. **B.** $y'=5^x.\ln 5$. **C.** $y'=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **D** $y'=x.5^{x-1}$..

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\left(5^x\right)'=5^x.\ln 5$.

Câu 2. Công thức tính thể tích của khối cầu bán kính R là

A. $V=\dfrac{2}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: thể tích khối cầu là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z=5+3i$ là

A. $\bar{z}=-5-3i$. **B.** $\bar{z}=5-3i$. **C.** $\bar{z}=3-5i$. **D.** $\bar{z}=3+5i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=5+3i$ là $\bar{z}=5-3i$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha):4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z-26=0\end{array}\right.$. **B.** $4z+3y-12z+26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z+26=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S): Tâm $I(1;2;3), R=4$

Vì mặt phẳng (P) cần tìm song song với mặt phẳng (α) nên có dạng:

$4x+3y-12z+d=0 (d\neq 10)$

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) nên '

$$d(I,(P))=R \Leftrightarrow \frac{|4.1+3.2-12.3+d|}{\sqrt{3^2+4^2+(-12)^2}}=4 \Leftrightarrow |26-d|=52 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=78 \\ d=-26 \end{array}\right. \text{(TM)}$$

Vậy (P): $\left[\begin{array}{l} 4x+3y-12z+78=0 \\ 4x+3y-12z-26=0 \end{array}\right.$

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=4x^3+3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^4+3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=12x^4+3x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x^3+3)\mathrm{d}x=x^4+3x+C$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-1}{x+3}$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $y=3$. **B.** $y=5$. **C.** $y=-5$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{5x-1}{x+3}=5$. Vậy $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 8. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón bán kính đáy r, độ dài đường sinh l là

A. $S=\pi rl$. **B.** $S=\frac{1}{3}\pi rl$. **C.** $S=2\pi rl$. **D.** $S=\frac{2}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Tích phân $\int_0^2 (x^2+x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-14}{3}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** $\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2 (x^2+x)\mathrm{d}x=\left.\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right|_0^2=\frac{8}{3}+2=\frac{14}{3}$

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. **D.** $[-4;2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5^{x-1}\geq 5^{x^2-x-9}\Leftrightarrow x-1\geq x^2-x-9\Leftrightarrow x^2-2x-8\leq 0\Rightarrow S=[-2;4]$

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=4x^3-x^2+5x$. **B.** $y=2x^4-6x^2+7$. **C.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc chẵn không đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại đáp án B, D.

Hàm số $y=\frac{x-2}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên loại đáp án C.

Xét đáp án A: $y'=12x^2-2x+5>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra A (thoả mãn).

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=3$, $u_3=6$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Công bội của cấp số nhân: $q=\frac{u_3}{u_2}=2$.

Suy ra $u_4=u_3.q=6.2=12$.

Câu 13. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=2-3i$ là

A. $(3;-2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

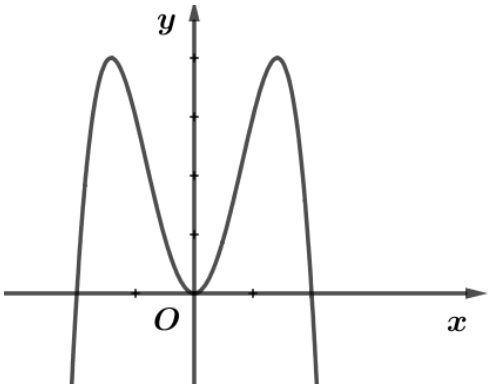
Lời giải

Chọn D

Gọi điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$.

Do đó chọn đáp án **D.**

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=x^4+4x^2$. **B.** $y=2x^3-x^2$. **C.** $y=-x^4+4x^2$. **D.** $y=-x^3+4x^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a<0$. Do đó loại đáp án A, B, **D.**

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x^2\ge\log_2 x$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $x>0$.

$$\log_2 x^2\ge\log_2 x\Leftrightarrow x^2\ge x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 1\\ x\le 0\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện ta có: $x\ge 1$. Vậy tập nghiệm là: $S=[1;+\infty)$.

Câu 16. Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế.

A. $5!$. **B.** A_8^5. **C.** C_8^5. **D.** 5^8.

Lời giải

Chọn B

Số cách sắp xếp cho 5 học sinh (mỗi em một ghế) ngồi vào 5 ghế trong một dãy 8 ghế là cách chọn ra 5 ghế trong 8 ghế cho 5 học sinh ngồi và sắp xếp chỗ ngồi cho 5 bạn, hay A_8^5.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là:

A. $(-2;-3;4)$. **B.** $(-2;-3;-4)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(3;4;2)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Gọi $Q(x;y;z)$.

◆ Ta có $\overrightarrow{MQ}=(x-2;y;z), \overrightarrow{NP}=(0;3;4)$.

◆ $MNPQ$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=4 \end{cases}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên điểm cực tiểu của hàm số là $x=-1$.

Câu 19. Nếu $\int_0^1 [3f(x)+x]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\int_0^1 [3f(x)+x]\mathrm{d}x=2 \Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 x\mathrm{d}x=2 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$

Câu 20. Nếu $\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x=8$ thì $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 8-2=6$.

Câu 21. Với a,b là các số thực dương tùy ý thì $\log_5\left(a^5b^3\right)$ bằng

A. $5\log_5 a+3\log_5 b$. **B.** $15\log_5 a.\log_5 b$. **C.** $5\log_5 a.\log_5 b$. **D.** $5\log_5 a-3\log_5 b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_5\left(a^5b^3\right)=\log_5 a^5+\log_5 b^3=5\log_5 a+3\log_5 b$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=25$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $R=IM=\sqrt{4^2+0^2+3^2}=5$.

Mặt cầu của (S) có tâm $I(0;0;-3)$, bán kính $R=5$ có phương trình là

$x^2+y^2+(z+3)^2=25$

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu khi x qua $x=-1;\ x=2;\ x=3$.

Do đó hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 24. Số phức $z=3-4i$ có môđun là

A. 7. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|z|=|3-4i|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 25. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=\frac{7}{2}$. **B.** $x=\frac{9}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

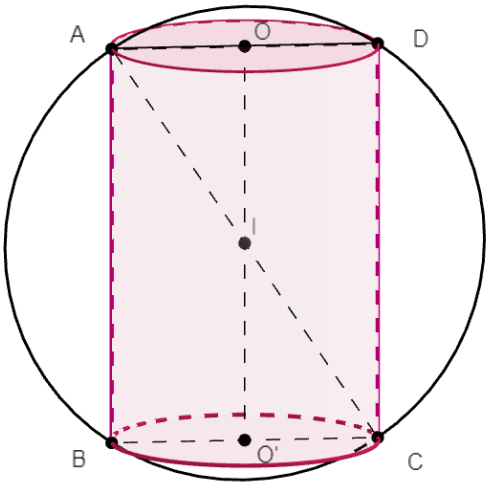
Ta có: $\log_3(2x-1)=2\Leftrightarrow 2x-1=3^2=9\Leftrightarrow x=5$ (nhận).

Câu 26. Một khối trụ có bán kính đáy là $a\sqrt{3}$, chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối trụ là:

A. $\frac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $6\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $8\sqrt{6}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của đoạn OO'.

Ta có $IO=\frac{1}{2}OO'=\frac{1}{2}2a\sqrt{3}=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông AOI tại O, áp dụng định lý pytago, ta có:

$IA=\sqrt{IO^2+AO^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a\sqrt{6}$.

Thể tích của khối cầu ngoại có bán kính $r=a\sqrt{6}$ là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{6}\right)^3=8\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0

A. $m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có $f'(x)=-3x^2-6x$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \ (\text{Thoả mãn}) \\ x=2 \ (\text{Loại}) \end{array}\right.$.

Ta có:

$f(-1)=-2+m$.

$f(1)=-4+m$.

$f(0)=m$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ là $f(1)=-4+m$.

Ta có $f(1)=-4+m=0\Leftrightarrow m=4$.

Vậy $m=4$ thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

Câu 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $3z^2-z+2=0$. Giá trị của $P=|z_1|^2+|z_2|^2$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $3z^2-z+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{23}}{6}i \\ z=\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{23}}{6}i \end{array}\right.$.

Giả sử $z_1=\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{23}}{6}i; z_2=\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{23}}{6}i$, suy ra $|z_1|=|z_2|=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

$P=|z_1|^2+|z_2|^2=\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2=\frac{4}{3}$.

Câu 29. Một hộp đựng 11tấm thẻ đánh số 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là số lẻ bằng.

A. $\frac{100}{231}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{118}{231}$. **D.** $\frac{115}{231}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 6 từ 11 thẻ trong hộp $\Rightarrow n(\Omega)=C_{11}^6=462$.

Gọi A là biến cố: "Tổng số chấm trên 6 thẻ được chọn là một số chẵn".

Khi đó biến cố đối $\overline{A}$: "Tổng số chấm trên 6 thẻ được chọn là một số lẻ".

Ta có: tập hợp các thẻ được đánh số lẻ là $L=\{1;3;5;7;9;11\}$ có 6 phần tử, tập hợp các thẻ được đánh số chẵn là $C=\{2;4;6;8;10\}$ có 5 phần tử.

Trường hợp 1: Chọn cả 6 thẻ được đánh số lẻ: C_6^6 cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 thẻ được đánh số chẵn và 2 thẻ được đánh số lẻ: $C_5^4.C_6^2$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 2 thẻ được đánh số chẵn và 4 thẻ được đánh số lẻ: $C_5^2.C_6^4$ cách.

Suy ra $n(A)=C_6^6+C_5^2.C_6^4+C_5^4.C_6^2=226$. Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{113}{231}$.

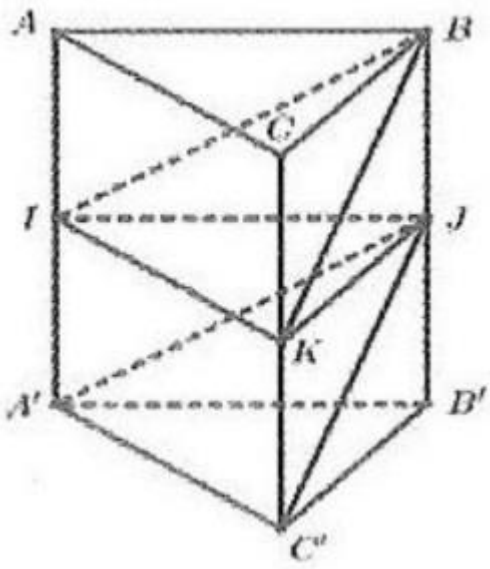
Vậy xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ là số lẻ là $P(\bar{A})=1-P(A)=1-\dfrac{113}{231}=\dfrac{118}{231}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB'. Khi đó thể tích khối đa diện $ABCIJC'$ bằng.

A. $\dfrac{2}{3}V$. **B.** $\dfrac{3}{5}V$. **C.** $\dfrac{3}{4}V$. **D.** $\dfrac{4}{5}V$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của CC' thì $V_{ABC.IJK}=V_{A'B'C'.IJK}=\dfrac{V}{2}$.

Lại có $V_{C'.IJK}=\dfrac{1}{3}V_{A'B'C'.IJK}=\dfrac{V}{6}$.

Do đó. $V_{ABC.IJC'}=V_{ABC.IJK}+V_{C'.IJK}=\dfrac{V}{2}+\dfrac{V}{6}=\dfrac{2V}{3}$.

Câu 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1), B(1;2;4)$ và ba phương trình $(I):\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$, $(II):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-5}$, $(III):\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$

A. Cả $(I),(II),(III)$ đều là phương trình đường thẳng AB.

B. Chỉ có $(I),(III)$ là phương trình đường thẳng AB.

C. Chỉ có (I) là phương trình đường thẳng AB.

D. Chỉ có (III) là phương trình đường thẳng AB.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;5)$ là véc tơ chỉ phương của AB.

Lại có dường thẳng AB đi qua $A(2;3;-1)$ hoặc $B(1;2;4)$ nên phương trình tham số của AB là $(I):\begin{cases}x=2-t\\y=3-t\\z=-1+5t\end{cases}$ hoặc $(III):\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=4+5t\end{cases}$.

Phương trình chính tắc của AB là $(II):\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{-5}$.

Vậy cả $(I),(II),(III)$ đều là phương trình đường thẳng AB.

Câu 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;1;-3)$ và điểm D thuộc trục Oy sao cho thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ điểm D là

A. $(0;-7;0)$. **B.** $\left[\begin{matrix}(0;-7;0)\\(0;8;0)\end{matrix}\right.$. **C.** $\left[\begin{matrix}(0;7;0)\\(0;-8;0)\end{matrix}\right.$. **D.** $(0;8;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-1;2)$, $\overrightarrow{AC}=(0;-2;4)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(0;-4;-2)$.

Điểm D thuộc trục Oy nên $D(0;t;0)\Rightarrow\overrightarrow{AD}=(-2;t-1;1)$.

Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng $5\Leftrightarrow\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|=5\Leftrightarrow|4t-2|=30\Leftrightarrow\left[\begin{matrix}t=-7\\t=8\end{matrix}\right.$.

Với $t=-7\Rightarrow D(0;-7;0)$.

Với $t=8\Rightarrow D(0;8;0)$.

Câu 33. Cho 2 số phức $z=-2+i$ và $w=1+i$. Số phức $2z+3w$ bằng

A. $1+5i$. **B.** $-1+5i$. **C.** $-1-5i$. **D.** $1-5i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z+3w=2.(-2+i)+3.(1+i)=-1+5i$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	
y	1	↗	4	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	0

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

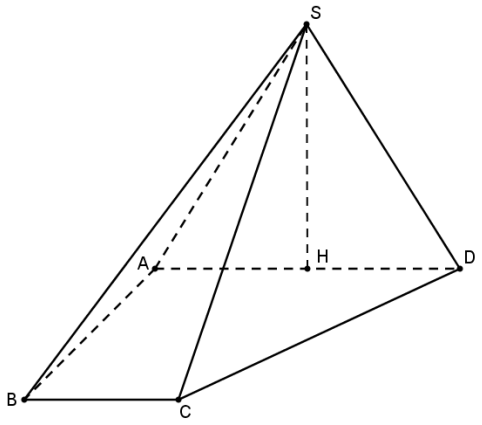
Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1<m<4$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{2;3\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

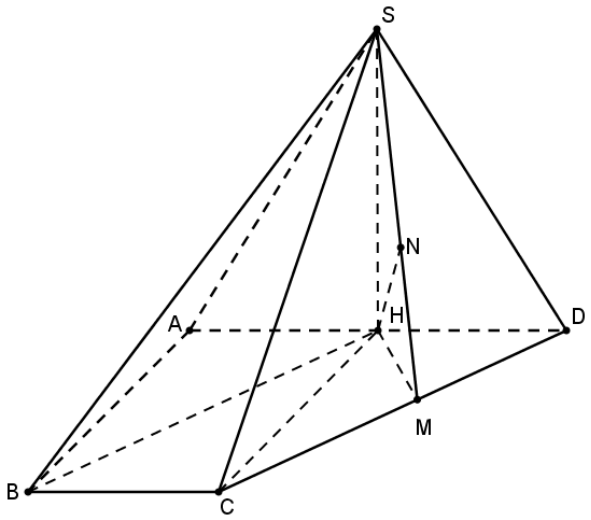
Câu 35. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. $AB=BC=a$, $AD=2a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD. Biết $SH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng



A. $d=\dfrac{3a}{4}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $d=\dfrac{3a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Do $BH//CD$ nên $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=d\left(H,\left(SCD\right)\right)$.

Trong $\left(ABCD\right)$ kẻ $HM\perp CD$ tại M.

Trong $\left(SHM\right)$ kẻ $HN\perp SM$ tại N.

Do $HM\perp CD$ và $SH\perp CD$ nên $CD\perp\left(SHM\right)$. Do đó $HN\perp CD$.

Lại có $HN\perp SM$ và $HN\perp CD$ nên $HN\perp\left(SCD\right)$. Do đó $d\left(H,\left(SCD\right)\right)=HN$.

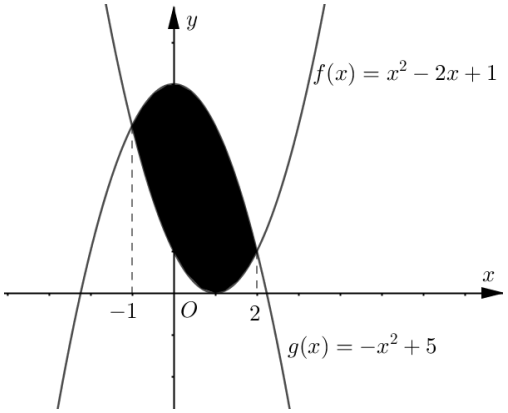
Tam giác HCD vuông cân tại H và có $HM\perp CD$ nên M là trung điểm của CD.

Do đó $HM=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\sqrt{HD^2+HC^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác SHM có $\frac{1}{HN^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HM^2}=\frac{8}{3a^2}\Rightarrow HN=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=d\left(H,\left(SCD\right)\right)=HN=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 36. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên bằng



A. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x-4\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2-2x+4\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy trong đoạn $[-1;2]$ thì đồ thị của hàm số $y=g(x)$ nằm phía trên so với đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình bên là

$$S=\int_{-1}^{2}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left[\left(-x^2+5\right)-\left(x^2-2x+1\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x.$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc cả (α) và (β) là

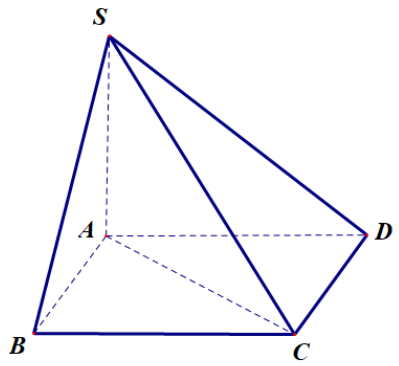
A. $2x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) lần lượt là $\overrightarrow{n_\alpha}=(3;-2;2),\overrightarrow{n_\beta}=(5;-4;3)$. Mặt phẳng cần tìm đi qua O, nhận $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_\beta}\right]=(2;1;-2)$ là véctơ pháp tuyến, có phương trình là $2x+y-2z=0$.

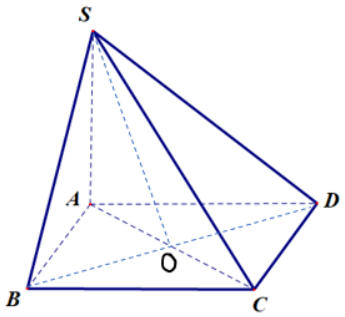
Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC). Giá trị $\sin\alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là giao của hai đường chéo hình vuông.

Ta có $AC \perp BD, SA \perp BD \Rightarrow BD \perp (SAC)$ tại O.

Suy ra SO là hình chiếu của BD trên mặt phẳng (SAC).

Góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) là $\alpha = DSO$.

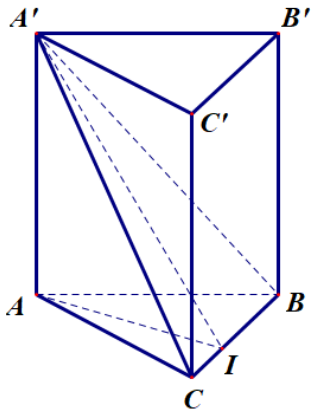
$DO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}, SD = 2a \Rightarrow \sin DSO = \dfrac{DO}{SD} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60^0. Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABC} = S_{A'BC} \cos 60^0 = 2a^2 . \dfrac{1}{2} = a^2$.

Kẻ $AI \perp BC$, mà $AA' \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow BC \perp A'I$.

Vậy $A'IA = 60^0$ là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AI.BC \Rightarrow AI = a$.

$AA' = AI.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = a^3\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A. $-x^2 + 2x + C$. **B.** $-x^2 + x + C$. **C.** $-2x^2 + 2x + C$. **D.** $2x^2 - 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F'(x) = f(x).e^{2x} \Rightarrow f(x).e^{2x} = 2x$ và $\int f(x)e^{2x} = x^2 + c$.

Tính $I = \int f'(x)e^{2x}dx$

Đặt $\begin{cases} u = e^{2x} \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2e^{2x}dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Do đó $I = e^{2x}f(x) - 2\int f(x)e^{2x}dx = 2x - 2x^2 + C$

Câu 41. Tìm số giá trị nguyên m sao cho hàm số $y = \left|x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2\right|$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

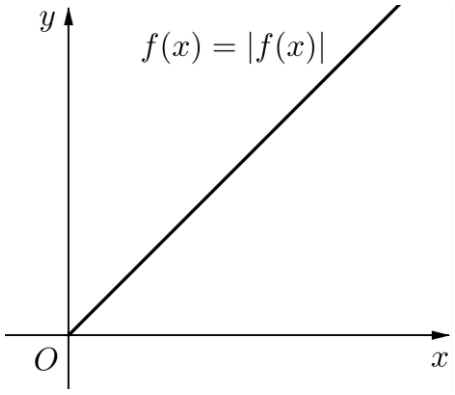
Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2$, suy ra $f'(x) = 3x^2 + 2m - 2$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} f(x) \ge 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \\ f'(x) \ge 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \end{cases}$ (I).

Ta có hình vẽ mô tả như sau:

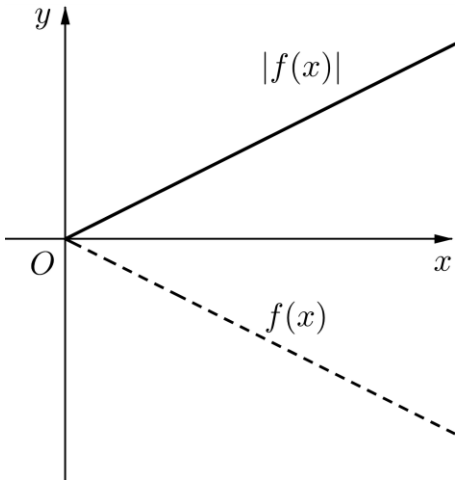


$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + (2m-2)x + 16 - m^2 \ge 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \\ 3x^2 + 2m - 2 \ge 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(0) \ge 0 \\ 2m - 2 \ge -3x^2,\ \forall x \in (0;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le m \le 4 \\ 2m - 2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \le m \le 4 \\ m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m \le 4$. Vì $m \in \mathbb{Z}$, nên $m \in \{1;2;3;4\}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} f(x) \le 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \\ f'(x) \le 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \end{cases}$ (II).

Ta có hình vẽ mô tả như sau:



Dễ thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ mẫu thuẫn với hệ số a dương. Nên loại trường hợp 2.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn.

Câu 42. Một chiếc máy bay vào vị trí cất cánh chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 2t\ (\text{m/s})$ với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $120\ (\text{m/s})$ thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $1200\ (\text{m})$. **B.** $1100\ (\text{m})$. **C.** $430\ (\text{m})$. **D.** $330\ (\text{m})$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $t_1 = 0$ là thời điểm máy bay bắt đầu chuyển động, t_2 là thời điểm máy bay rời đường băng.

Khi đó, ta có $v(t_2) = 120 \Leftrightarrow t_2^2 + 2t_2 = 120 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_2 = 10 \\ t_2 = -12 \end{array}\right.$, nhận $t_2 = 10$.

Vậy quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng là $S = \int\limits_0^{10} |v(t)|\,\text{d}t = \dfrac{1300}{3} \approx 430\ (\text{m})$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{-1}$ và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho đường thẳng AB vuông góc với d. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x + 2y + 5z - 5 = 0$. **B.** $x + 2y - z - 4 = 0$. **C.** $2x - y - 3 = 0$. **D.** $x + 2y + 5z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Vì mặt phẳng (P) cắt trục Ox,Oy lần lượt tại A và B nên $A(a;0;0)$ và $B(0;b;0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$. Do đường thẳng AB vuông góc với d nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d}=0$.

Suy ra: $1.(-a)+2.b+(-1).0=0\Leftrightarrow -a+2b=0\Leftrightarrow a=2b\ (1)$.

Ta có: $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{AB}\right]=(b;a;b+2a)$ và $\overrightarrow{AM}=(2-a;1;0)$

Do hai đường thẳng AB và d cùng nằm trên mặt phẳng (P) nên ta có:

$\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{AB}\right].\overrightarrow{AM}=0\Leftrightarrow b.(2-a)+a.1+(b+2a).0=0\Leftrightarrow b(2-a)+a=0\ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases}a=2b\\ b(2-a)+a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b\\ b(2-2b)+2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b\\ -2b^2+4b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b\\ \left[\begin{array}{l}b=0\\ b=2\end{array}\right.\end{cases}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=0\\ b=0\end{cases}(l)\\ \begin{cases}a=4\\ b=2\end{cases}(tm)\end{array}\right.$. Khi đó $A(4;0;0)$ và $B(0;2;0)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;1;0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{AB}\right]=(2;4;10)$ là:

$2(x-2)+4(y-1)+10(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+5z-4=0$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $(|m|\le 10)$ để phương trình $3^{\log_2(x^2)}-2(m+6).3^{\log_2 x}+m^2-1=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1x_2>2$?

A. 16. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x>0$.

Phương trình: $3^{\log_2(x^2)}-2(m+6).3^{\log_2 x}+m^2-1=0\Leftrightarrow 3^{2\log_2 x}-2(m+6).3^{\log_2 x}+m^2-1=0\ (1)$.

Đặt $t=3^{\log_2 x}\ (t>0)$, khi đó phương trình (1) trở thành: $t^2-2(m+6)t+m^2-1=0\ (2)$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thì phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt t_1,t_2:

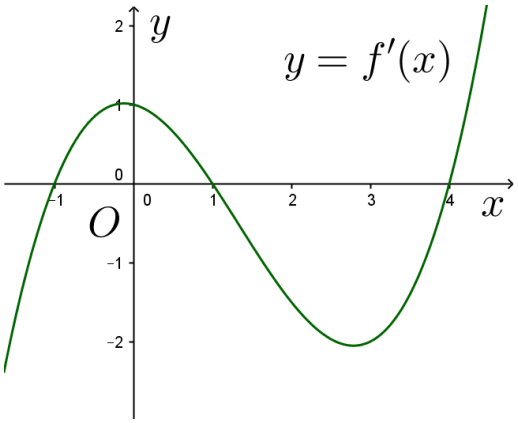
$$\begin{cases}\Delta' = \left[-(m+6)\right]^2 - (m^2-1) > 0 \\ S = t_1 + t_2 = 2(m+6) > 0 \\ P = t_1 t_2 = m^2 - 1 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}12m + 37 > 0 \\ m + 6 > 0 \\ m^2 - 1 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m > -\dfrac{37}{12} \\ m > -6 \\ \left[\begin{array}{l}m < -1 \\ m > 1\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-\dfrac{37}{12} < m < -1 \\ m > 1\end{array}\right. (*).$$

Ta có: $x_1 x_2 > 2 \Leftrightarrow \log_2(x_1 x_2) > \log_2 2 \Leftrightarrow 3^{\log_2(x_1 x_2)} > 3 \Leftrightarrow 3^{\log_2 x_1}.3^{\log_2 x_2} > 3 \Leftrightarrow t_1 t_2 > 3$.

Mà $t_1 t_2 = m^2 - 1$ nên $m^2 - 1 > 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m < -2 \\ m > 2\end{array}\right.$. Đối chiếu với điều kiện $(*)$ ta được:

$\left[\begin{array}{l}-\dfrac{37}{12} < m < -2 \\ m > 2\end{array}\right.$ mà $m \in \mathbb{Z}$ và $|m| \le 10$. Vậy $m \in \{-3;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên:



Hàm số $y = f(x^2 + x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 0 **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \left[f(x^2+x)\right]' = (2x+1) f'(x^2+x)$.

$$(2x+1)f'(x^2+x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x+1=0\\ f'(x^2+x)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\ x^2+x=-1\\ x^2+x=1\\ x^2+x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=-\frac{1}{2}\\ x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\\ x_3=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\\ x_4=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}\\ x_5=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		$\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$		$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$		$+\infty$
$2x+1$		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	$\|$	$+$	
$f'(x^2+x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$(2x+1)f'(x^2+x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu của $y'=(2x+1)f'(x^2+x)$ suy ra hàm số $y=f(x^2+x)$ có 2 cực đại.

Câu 46. Cho đồ thị của hai hàm số $y=a^x\ (a>1)$ và $y=f(x)$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y=x-2$. Biết rằng đường thẳng $x=6$ cắt đồ thị hàm số $y=a^x$ tại A, cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $B(6;b)$ sao cho $AB=6$ và tung độ điểm A lớn hơn tung độ điểm B. Giá trị của $a+b$ gần với số nào dưới đây?

A. 2. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Lấy điểm $M(t;a^t)$ thuộc đồ thị hàm số $y=a^x$. Gọi d là đường thẳng đi qua $M(t;a^t)$ và vuông góc với đường thẳng $y=x-2$. Phương trình đường thẳng d có dạng $y=-x+m$.

Vì d đi qua $M(t;a^t)$ nên ta có $a^t=-t+m \Leftrightarrow m=a^t+t$.

Khi đó phương trình đường thẳng d là $y=-x+a^t+t$.

Gọi H là giao điểm của d và đường thẳng $y=x-2$. Tọa độ điểm H thỏa mãn hệ

$$\begin{cases}y=x-2\\ y=-x+a^t+t\end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{a^t+t+2}{2};\frac{a^t+t-2}{2}\right).$$

Gọi M' là điểm đối xứng với M qua đường thẳng $y=x-2$ thì H là trung điểm MM'.

$\Rightarrow M'\left(a^t+2;t-2\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)\Rightarrow f\left(a^t+2\right)=t-2$.

Đặt $u=a^t+2>2\Rightarrow t=\log_a(u-2)\Rightarrow f(u)=\log_a(u-2)-2\Rightarrow f(x)=\log_a(x-2)-2$ với $x>2$

.

Điểm $A\left(6;a^6\right)$, $B\left(6;\log_a 4-2\right)$. Tung độ điểm A lớn hơn điểm B nên ta có:

$$AB=a^6-\log_a 4+2=6\Leftrightarrow a^6-\log_a 4=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a\approx 0,7<1\\ a\approx 1,41>1\end{array}\right.$$

Với $a>1$, chọn $a\approx 1,41\Rightarrow b\approx 2,03\Rightarrow a+b\approx 3,44$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f\left(x^2\right)=2f(x)+x^4-4x,\forall x\in\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}$, khi đó $\int_0^1 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{7}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\left\{\begin{array}{l}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{array}\right.$ thì

$$I=\int_0^1 x^2.f'(x)\mathrm{d}x=\left(x^2.f(x)\right)\Big|_0^1-2\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x=f(1)-2\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x.$$

Thay $x=1$ vào $f\left(x^2\right)=2f(x)+x^4-4x$ ta được $f(1)=2f(1)+1-4\Leftrightarrow f(1)=3$.

Nhân x vào hai vế đẳng thức $f\left(x^2\right)=2f(x)+x^4-4x$ ta được:

$$xf\left(x^2\right)=2x.f(x)+x^5-4x^2\Rightarrow -2x.f(x)=-x.f\left(x^2\right)+x^5-4x^2$$

Tích phân từ 0 đến 1 hai vế ta có:

$$-2\int_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=-\int_0^1 x.f\left(x^2\right)\mathrm{d}x+\int_0^1\left(x^5-4x^2\right)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\int_0^1 f\left(x^2\right)\mathrm{d}\left(x^2\right)+\left(-\frac{7}{6}\right)=-\frac{1}{2}.\frac{4}{3}-\frac{7}{6}=-\frac{11}{6}.$$

Vậy $I=3-\frac{11}{6}=\frac{7}{6}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-36=0$; mặt phẳng $(P):2x+y+2z-36=0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến phân biệt MA, MB, MC đến (S) (A, B, C là các tiếp điểm). Khi khoảng các từ N đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+2y+bz+c=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** –2. **D.** –4.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(m,n,p)\in(P)\Rightarrow 2m+n+2p-36=0$ (1).

Mặt cầu (S) có tâm O và bán kính $R=6$; $d(O,(P))=12>R$

Vì MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S) nên $A,B,C\in(S)$ và

$MA=MB=MC=\sqrt{OM^2-R^2}$. Do đó $A,B,C\in(S_1)$ là mặt cầu tâm M, bán kính

$R_1=\sqrt{OM^2-36}$ nên có phương trình $(S_1):(x-m)^2+(y-n)^2+(z-p)^2=m^2+n^2+p^2-36$

hay $x^2+y^2+z^2-2mx-2ny-2pz+36=0$.

Mặt khác $A,B,C\in(S):x^2+y^2+x^2-36=0$

Suy ra $(ABC):2mx+2ny+2pz-72=0\Leftrightarrow mx+ny+pz-36=0$ (2).

Từ (1),(2) ta luôn có $I(2;1;2)\in(ABC)$.

Ta có $d(N,(ABC))\le NI=\sqrt{6}$.

Do đó $\max d(N,(ABC))=\sqrt{6}$ khi $\overrightarrow{IN}=(1;2;1)$ là VTPT của (ABC), khi đó

$(ABC):x+2y+z-6=0$.

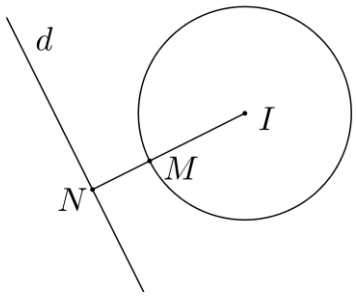
Mà theo giả thiết $(ABC):ax+2y+bz+c=0$ nên $a=1;b=1;c=-6\Rightarrow a+b+c=-4$.

Câu 49. Xét các số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1$ và các số phức z_2 thỏa mãn $|z_2+4+i|=\sqrt{5}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1+z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $z_1=a+bi,-z_2=c+di$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ và $M(z_1);N(-z_2)$.

Ta có • $|z_1-2|^2-|z_1+i|^2=1\Leftrightarrow(a-2)^2+b^2-a^2-(b+1)^2=1\Leftrightarrow 2a+b-1=0$.

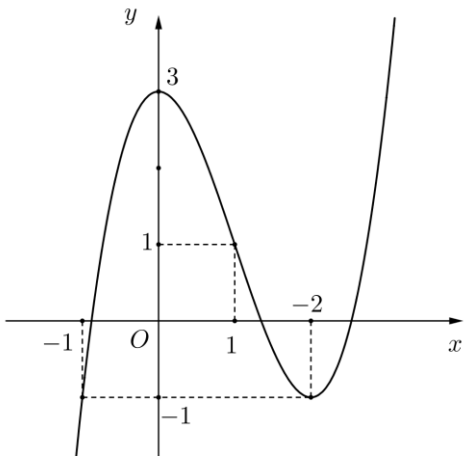
• $|-z_2-4-i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(c-4)^2+(d-1)^2=5$.

Khi đó M thuộc đường thẳng $d:2x+y-1=0$, N thuộc đường tròn tâm $I(4;1)$ bán kính $R=\sqrt{5}$.

Ta có $P=\left|z_1-\left(-z_2\right)\right|=NM$.

Do $\mathrm{d}(I,d)=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}>R$ nên $P_{\min}=\mathrm{d}(I,d)-R=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên m thuộc $[-10;10]$ sao cho phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-(2m+1)f\left(x^2+1\right)+m(m+1)=0$ có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn. Số phần tử của S là

A. 19. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-(2m+1)f\left(x^2+1\right)+m(m+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x^2+1\right)=m\\ f\left(x^2+1\right)-1=m.\end{array}\right.$

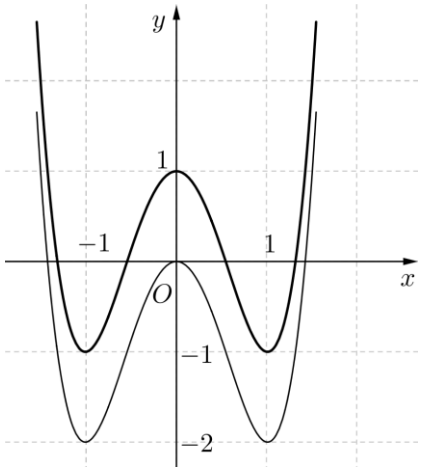
Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2+1\right)$ có $g'(x)=2xf'\left(x^2+1\right)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{c}x=0\\ x^2+1\in\{0;2\}\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\{0;\pm1\}$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vẽ đồ thị của $y=g(x)$ và $y=g(x)-1$ trên cùng một hệ tọa độ



Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-\left(2m+1\right) f\left(x^2+1\right)+m\left(m+1\right)=0$ có nghiệm và số nghiệm thực phân biệt là số chẵn khi và chỉ khi $m\in\left\{-2;-1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\right\}$.

Vậy số phần tử của S là 11.

----------HẾT----------

ĐỀ 39

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN – BÌNH ĐỊNH

Câu 1. Tích phân $\int_0^2 \frac{x+2}{3x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}+\frac{5\ln 7}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}+\frac{5\ln 7}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}+\frac{5\ln 7}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}+\frac{5\ln 7}{9}$.

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$, biết $F(0)=1$. Khi đó, $F(x)$:

A. $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x-\frac{3}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{3}{2}$. **D.** $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$.

Câu 3. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên $[-1;1]$. Tổng $M+m$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -6.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x+2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-1}{3}\cos 3x+2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cos 3x+2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3\cos 3x+2x+C$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{3}}$. **B.** a^{15}. **C.** a^2. **D.** $a^{\frac{3}{5}}$.

Câu 6. Bất phương trình $4^x-2.5^{2x}<10^x$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\log_{\frac{5}{2}}2\right)$. **D.** $\left(\log_{\frac{2}{5}}2;+\infty\right)$.

Câu 7. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=4-2i$. Số phức $z.w$ bằng

A. $14-8i$. **B.** $6+i$. **C.** $8-6i$. **D.** $14+8i$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3), N(1;-4;5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là

A. $3y-z+8=0$. **B.** $3y+z-9=0$. **C.** $x+3y-z+7=0$. **D.** $3y-z+7=0$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{x^2+3}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{x^2+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{x^2+3}+C$.

Câu 10. Cho $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Tích phân $\int\limits_4^5 f(x)\,dx=-2$ thì $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. 8. **B.** −12. **C.** 12. **D.** −8

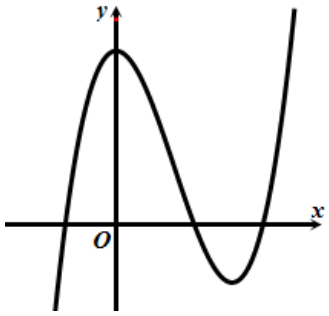
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=-4$. **B.** $y=0$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=1$.

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+3$. **C.** $y=-x^3+3x^2+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và H là hình chiếu của điểm A lên cạnh SC. Biết $SA=AB=1$. Góc giữa đường thẳng AH và mặt phẳng (SBC) bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 14. Chọn ngẫu nhiên một số trong 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được một số lẻ bằng

A. $\dfrac{4}{7}$. **B.** $\dfrac{10}{21}$. **C.** $\dfrac{11}{21}$. **D.** $\dfrac{3}{7}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\pi^{2x}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{2}\pi^{2x}\ln\pi$. **B.** $y'=\pi^{2x}\ln\pi$. **C.** $y'=2\pi^{2x}\ln\pi$. **D.** $y'=2\pi^{2x}$

Câu 16. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a, M là trung điểm của CC'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $A'B$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{10}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, trong các đường thẳng có phương trình sau, đường thẳng nào song song với mặt phẳng $(P):5x-2y-z+1=0$ và vuông góc đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 18. Cho số phức $z=(1+i)^2$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Điểm $M(0;2)$ là điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng phức.

B. z là số thực.

C. Số phức nghịch đảo của z là $z^{-1}=\dfrac{i}{2}$.

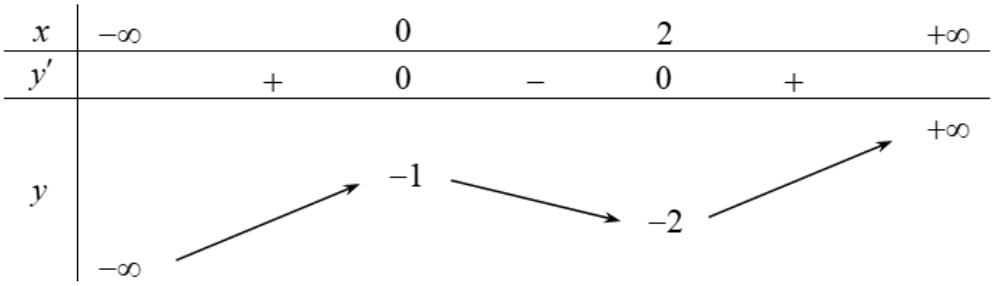
D. Mô đun của z là $\sqrt{2}$.

Câu 19. Khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^4+8x^2-1$ là:

A. $(-\infty;0)$ và $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x)=-2$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{1}{8}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=2a, BAC=120°$, cạnh bên $BB'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 23. Phần thực và phần ảo của số phức $z=2-3i$ lần lượt là:

A. 2 và -3. **B.** -3 và 2. **C.** 2 và $-3i$. **D.** 2 và $3i$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P):x-y-2z+1=0$, véc tơ pháp tuyến của (P) có toạ độ là:

A. $(-1;-1;2)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;1;-2)$ **D.** $(1;1;2)$.

Câu 25. Cho hình nón (N), góc giữa đường sinh l và trục d của hình nón bằng $30°$. Khi đó thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua trục d là hình gì?

A. Tam giác vuông. **B.** Hình vuông. **C.** Tam giác đều. **D.** Đường tròn.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(1;1;3)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 27. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $(\log_2 a)^3$. **B.** $3+\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}+\log_2 a$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $4^{5x-2}=64$ là

A. $x=-\frac{4}{5}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=\frac{4}{5}$. **D.** $x=1$.

Câu 29. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $-4+5i$ có toạ độ là

A. $(5;-4)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;4)$. **D.** $(-4;5)$.

Câu 30. Một mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông cạnh bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;-1)$, $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-3)$. Độ dài đoạn thẳng đoạn ON bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=3$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=-1$.

Câu 33. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 34. Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng a. Thể tích khối tứ diện $S.ACD$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 35. Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau?

A. 3^6. **B.** $3!$. **C.** C_6^3. **D.** A_6^3.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(1;1;3)$ có phương trình là

A. $x+2y-z=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $z-3=0$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác đinh, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 38. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt đường thẳng $x=1$ tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 39. Cho số phức $z=1+i$. Biết rằng tồn tại các số phức $z_1=a+5i$, $z_2=b$ (trong đó a, $b\in\mathbb{R}$, $b>1$) thỏa mãn $\sqrt{3}|z-z_1|=\sqrt{3}|z-z_2|=|z_1-z_2|$. Giá trị $\sqrt{3}(b-a)$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 9.

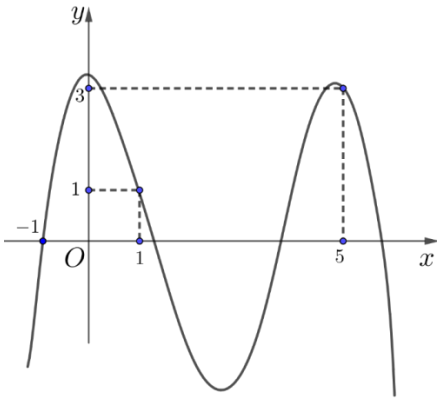
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ABC=60°$, $AC=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $\dfrac{5\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 41. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi số thực dương x,y,z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** -12. **D.** 14.

Câu 42. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=8f\left(x^3-3x+3\right)-\left(2x^6-12x^4+16x^3+18x^2-48x+1\right)$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 43. Cho phương trình $3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}$ với a là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của tham số a thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

A. 2021. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 4042.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta':\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 45. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{khi } x\le 1 \\ 2-x & \text{khi } x>1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng:

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{9\pi}{5}$. **C.** $\frac{8\pi}{15}$. **D.** $\frac{32}{15}$.

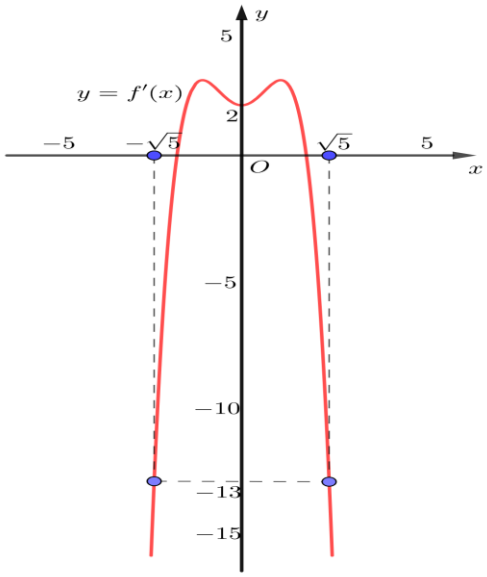
Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$ với a là tham số thực. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-5;5]$ sao cho $M\le 2m$

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 48. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ

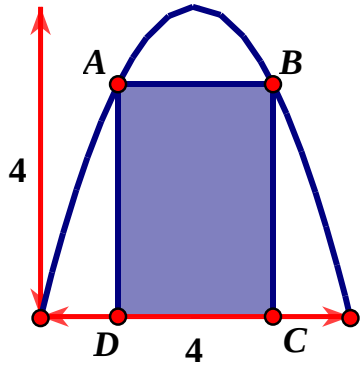


Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực. Tìm tất cả các số thực m thỏa mãn $g(x)\le 0, \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

A. $m\ge\frac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)$. **B.** $m\ge\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **C.** $m\ge\frac{2}{3}f(0)$. **D.** $m\le\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Câu 49. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực của hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là

100.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)



A. 616.000 (đồng). **B.** 450.000 (đồng). **C.** 615.000 (đồng). **D.** 451.000 (đồng).

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $(d): \frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa (d) và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(-\frac{5}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\frac{5}{6};\frac{2}{3};-\frac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\frac{7}{6};\frac{1}{3};\frac{7}{6}\right)$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.A	5.A	6.D	7.D	8.D	9.B	10.C
11.C	12.B	13.B	14.C	15.C	16.B	17.A	18.A	19.D	20.A
21.B	22.A	23.A	24.B	25.C	26.C	27.B	28.D	29.D	30.B
31.C	32.A	33.C	34.A	35.D	36.C	37.B	38.D	39.D	40.C
41.D	42.B	43.C	44.B	45.C	46.B	47.A	48.B	49.D	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tích phân $\int_0^2 \frac{x+2}{3x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{2}{3}+\frac{5\ln 7}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}+\frac{5\ln 7}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}+\frac{5\ln 7}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}+\frac{5\ln 7}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^2 \frac{x+2}{3x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^2 \frac{3x+6}{3x+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^2\left(1+\frac{5}{3x+1}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left(x+\frac{5}{3}\ln|3x+1|\right)\Big|_0^2=\frac{1}{3}\left(2+\frac{5}{3}\ln 7\right)=\frac{2}{3}+\frac{5\ln 7}{9}$$

Câu 2. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$, biết $F(0)=1$. Khi đó, $F(x)$:

A. $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x-\frac{3}{2}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\frac{3}{2}$. **D.** $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\sin 2x\Rightarrow\int f(x)\mathrm{d}x=\int\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$.

Ta có: $F(0)=\frac{-1}{2}+C=1\Rightarrow C=\frac{3}{2}$. Nên $F(x)=\frac{-1}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}$.

Câu 3. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên $[-1;1]$. Tổng $M+m$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=x^3-3x^2\Rightarrow y'=3x^2-6x$.

Xét $y'=0$

$\Leftrightarrow x=0$ hay $x=2$.

Xét với mọi x thuộc đoạn $[-1;1]$ thì $f(-1)=-4$, $f(1)=-2$, $f(0)=0$ nên

$m+M=-4+0=-4$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\sin 3x+2$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{-1}{3}\cos 3x+2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\cos 3x+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cos 3x+2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3\cos 3x+2x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\sin 3x+2)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\cos 3x+2x+C$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{3}}$. **B.** a^{15}. **C.** a^2. **D.** $a^{\frac{3}{5}}$.

Lời giải

Chọn A

$\sqrt[3]{a^5}=a^{\frac{5}{3}}$

Câu 6. Bất phương trình $4^x-2.5^{2x}<10^x$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\log_{\frac{5}{2}}2\right)$. **D.** $\left(\log_{\frac{2}{5}}2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $4^x-2.5^{2x}<10^x\Leftrightarrow 1-2.\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-\left(\frac{5}{2}\right)^x<0$

Đặt $\left(\frac{5}{2}\right)^x=t,(t>0)$ ta có

$1-2t^2-t<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t>\frac{1}{2}\\t<-1(L)\end{array}\right.\Rightarrow\left(\frac{5}{2}\right)^x>\frac{1}{2}\Leftrightarrow x>\log_{\frac{5}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)\Leftrightarrow x>\log_{\frac{2}{5}}2$

Câu 7. Cho hai số phức $z=2+3i$ và $w=4-2i$. Số phức $z.w$ bằng

A. $14-8i$. **B.** $6+i$. **C.** $8-6i$. **D.** $14+8i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có. $z.w=(2+3i)(4-2i)=14+8i$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3),N(1;-4;5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là

A. $3y-z+8=0$. **B.** $3y+z-9=0$. **C.** $x+3y-z+7=0$. **D.** $3y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $MN\Rightarrow I(1;-1;4)$

Ta có $\overrightarrow{MN}=(0;-6;2)\Rightarrow\vec{n}=(0;3;-1)$ là vecto pháp tuyến của mặt phẳng trung trực

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN là

$0(x-1)+3(y+1)-(z-4)=0 \Leftrightarrow 3y-z+7=0$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{x^2+3}+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{x^2+3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+3}}+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{x^2+3}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{\mathrm{d}\left(x^2+3\right)}{\left(x^2+3\right)^{\frac{1}{2}}}\mathrm{d}x=\sqrt{x^2+3}+C$.

Câu 10. Cho $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=10$. Tích phân $\int\limits_4^5 f(x)\,dx=-2$ thì $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$

A. 8.

B. -12.

C. 12.

D. -8

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_4^5 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_4^5 f(x)\mathrm{d}x=12$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=-4$.

B. $y=0$.

C. $y=-3$.

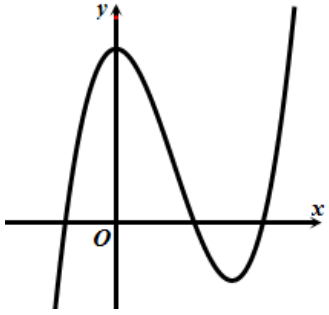
D. $y=1$.

Lời giải

Chọn C

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=-3$

Câu 12. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+3$. **C.** $y=-x^3+3x^2+3$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm bậc ba nên loại đáp án A,D.

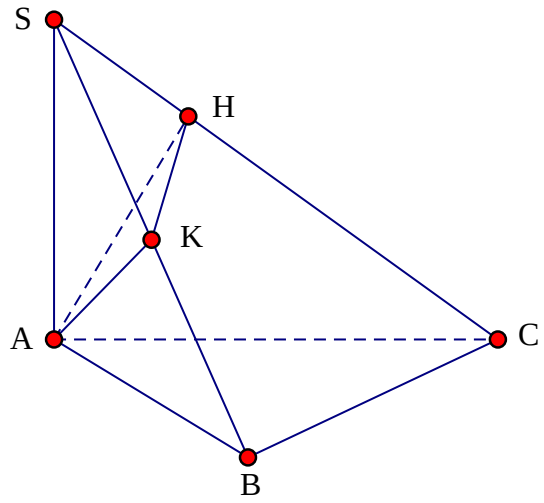
Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên loại đáp án C.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc với đáy và H là hình chiếu của điểm A lên cạnh SC. Biết $SA=AB=1$. Góc giữa đường thẳng AH và mặt phẳng (SBC) bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)$

Gọi K là trung điểm của SB $\Rightarrow AK\perp SB$ (Vì ΔSAB vuông cân tại A)

Lại có $BC\perp(SAB)$(cmt), $AK\subset(SAB)\Rightarrow AK\perp BC$

Suy ra $AK\perp(SBC)\Rightarrow$K là hình chiếu của A lên (SBC)

$\Rightarrow$KH là hình chiếu của AH lên (SBC)

Vậy góc giữa đường thẳng AH và mặt phẳng (SBC) bằng góc giữa đường thẳng AH và KH và là góc AHK

Xét ΔAHK vuông tại K, ta có $\sin AHK=\dfrac{AK}{AH}$

Mà $\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{1}{AK^2}\Rightarrow AK=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $AH.SC=SA.AC\Rightarrow AH=\dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}=\dfrac{1.\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Vậy $\sin AHK=\dfrac{AK}{AH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AHK=60^0$.

Câu 14. Chọn ngẫu nhiên một số trong 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được một số lẻ bằng

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{10}{21}$. **C.** $\frac{11}{21}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn một số trong 21 số nguyên dương đầu tiên là $n(\Omega)=C_{21}^1$

Số cách chọn được một số lẻ trong 21 số nguyên dương đầu tiên là $n(A)=C_{11}^1$

Xác suất để chọn được một số lẻ $P(A)=\frac{C_{11}^1}{C_{21}^1}=\frac{11}{21}$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=\pi^{2x}$ là

A. $y'=\frac{1}{2}\pi^{2x}\ln\pi$. **B.** $y'=\pi^{2x}\ln\pi$. **C.** $y'=2\pi^{2x}\ln\pi$. **D.** $y'=2\pi^{2x}$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(a^u\right)'=u'.a^u.\ln a$

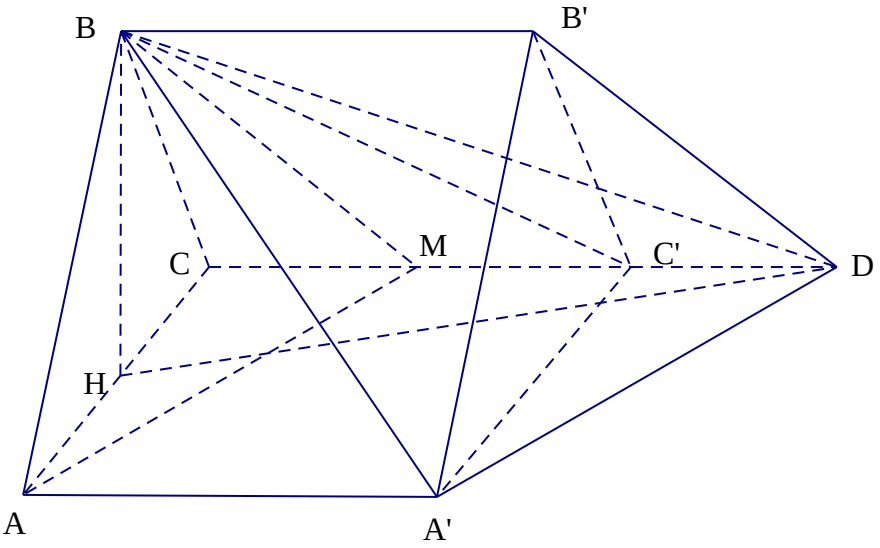
Ta có $y'=(2x)'\pi^{2x}\ln\pi=2\pi^{2x}\ln\pi$

Câu 16. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a, M là trung điểm của CC'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $A'B$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{10}$. **B.** $\frac{a\sqrt{30}}{10}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow BH\perp(ACC'A')$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua C' $\Rightarrow AM//A'D \Rightarrow AM//(BA'D)$

$\Rightarrow d\left(AM,A'B\right)=d\left(AM,\left(A'BD\right)\right)=d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=\dfrac{3V_{A.A'BD}}{S_{\Delta A'BD}}$

$V_{A.A'BD}=V_{B.AA'D}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta AA'D}.BH=\dfrac{1}{3}.BH.\dfrac{1}{2}.AA'.AC.=\dfrac{1}{6}.a.a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Xét $\Delta A'BD$ ta có $A'B=a\sqrt{2};A'D=\sqrt{A'C'^2+C'D^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2};$

$BD=\sqrt{BH^2+HC^2+CD^2}=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$

$p=\dfrac{A'B+A'D+BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}+\dfrac{a\sqrt{5}}{2}+\dfrac{a\sqrt{13}}{2}}{2}=\dfrac{2a\sqrt{2}+a\sqrt{5}+a\sqrt{13}}{4}$

$S_{\Delta A'BD}=\sqrt{p.(p-A'B).(p-A'D).(p-BD)}=\dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}$

Vậy $d\left(AM,A'B\right)=\dfrac{3.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}}{\dfrac{a^2\sqrt{10}}{4}}=\dfrac{a\sqrt{30}}{10}$

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, trong các đường thẳng có phương trình sau, đường thẳng nào song song với mặt phẳng $(P):5x-2y-z+1=0$ và vuông góc đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}.$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}.$ **C.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}.$ **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}.$

Lời giải

Chọn A

Vecto pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(5;-2;-1)$.

Vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(1;-1;1)$.

Đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và vuông góc đường thẳng d có vecto chỉ phương là $\vec{u}_1=[\vec{n},\vec{u}]=(-3;-6;-3)$.

Hay vecto chỉ phương là $\vec{u}_2=(1;2;1)$. Do đó loại đáp án B và **C.**

Xét đáp án A: Đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$ đi qua điểm $O(0;0;0)$ và $O\notin(P)$. Do đó đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{1}$ song song (P).

Xét đáp án D: Đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ đi qua điểm $M(0;0;1)$ và $M\in(P)$. Do đó đường thẳng $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ nằm trong (P).

Câu 18. Cho số phức $z=(1+i)^2$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Điểm $M(0;2)$ là điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng phức.

B. z là số thực.

C. Số phức nghịch đảo của z là $z^{-1}=\frac{i}{2}$.

D. Mô đun của z là $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$.

+) Điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng phức là $M(0;2)$.

+) z là số ảo.

+) Số phức nghịch đảo của z là $z^{-1}=\frac{1}{2i}=-\frac{1}{2}i$.

+) Mô đun của z là $|z|=\sqrt{0+2^2}=2$.

Đáp án đúng là **A.**

Câu 19. Khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^4+8x^2-1$ là:

A. $(-\infty;0)$ và $(0;2)$.

B. $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

D. $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+16x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	15	$\searrow$	-1	$\nearrow$	15	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 20. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x)=-2$ là:

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{8}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $2x>0\Leftrightarrow x>0$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(2x)=-2\Leftrightarrow 2x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4\Leftrightarrow x=2$. (Thoả mãn điều kiện)

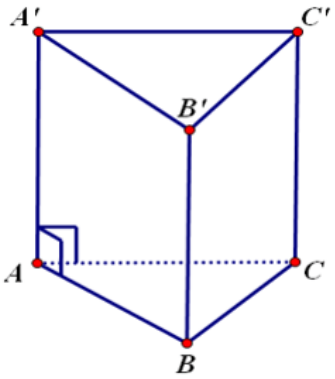
Câu 22. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=2a, BAC=120°$, cạnh bên $BB'=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $3a^3$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Áp dụng công thức $V=Bh$.

Với $B=S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.sinBAC=\frac{1}{2}.2a.2a.\sin 120°=a^2\sqrt{3}$.

Ta có: $h=BB'=a\sqrt{3}$.

Vậy $V=Bh=a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 23. Phần thực và phần ảo của số phức $z=2-3i$ lần lượt là:

A. 2 và -3. **B.** -3 và 2. **C.** 2 và $-3i$. **D.** 2 và $3i$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết ta có : phần thực và phần ảo của số phức $z=2-3i$ lần lượt là 2 và -3.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): x-y-2z+1=0$, véc tơ pháp tuyến của (P) có toạ độ là:

A. $(-1;-1;2)$. **B.** $(-1;1;2)$. **C.** $(-1;1;-2)$ **D.** $(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(P): x-y-2z+1=0$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;-1;-2)$.

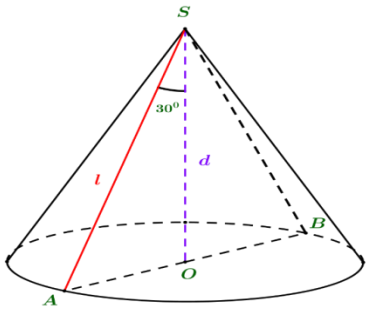
Khi đó theo tính chất véc tơ $\vec{n}'=-1\vec{n}=(-1;1;2)$ cũng là véc tơ pháp tuyến.

Câu 25. Cho hình nón (N), góc giữa đường sinh l và trục d của hình nón bằng $30°$. Khi đó thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) đi qua trục d là hình gì?

A. Tam giác vuông. **B.** Hình vuông. **C.** Tam giác đều. **D.** Đường tròn.

Lời giải

Chọn C



Giả sử thiết diện qua trục d của hình nón (N) là tam giác SAB.

Gọi O là tâm của đáy.

Góc giữa đường sinh l và trục d là góc $ASO=30°\Rightarrow ASB=60°$.

Tam giác cân SAB có $ASB=60°\Rightarrow \Delta SAB$ là tam giác đều.

Vậy thiết diện qua trục của hình nón là một tam giác đều.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(1;1;3)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=3$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=4$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của mặt cầu là $R=d\left(I,(Oxz)\right)=1$.

Vậy phương trình mặt cầu có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=1$ có dạng:

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=1$

Câu 27. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $(\log_2 a)^3$. **B.** $3+\log_2 a$. **C.** $3\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(8a)=\log_2 8+\log_2 a=3+\log_2 a$.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $4^{5x-2}=64$ là

A. $x=-\frac{4}{5}$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=\frac{4}{5}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

$4^{5x-2}=64\Leftrightarrow 4^{5x-2}=4^3\Leftrightarrow 5x-2=3\Leftrightarrow x=1$.

Câu 29. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $-4+5i$ có toạ độ là

A. $(5;-4)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;4)$. **D.** $(-4;5)$.

Lời giải

Chọn D

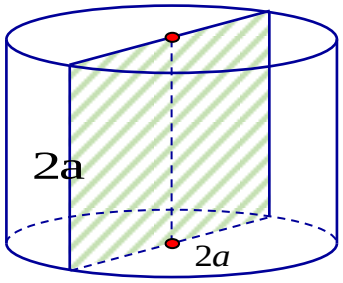
Điểm biểu diễn số phức $z=-4+5i$ trên mặt phẳng có toạ độ là $M(-4;5)$.

Câu 30. Một mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông cạnh bằng $2a$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Hình trụ có bán kính $r=a$ và có đường sinh $l=2a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi r(l+r)=2\pi a(2a+a)=6\pi a^2$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2;1;-1)$, $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-3)$. Độ dài đoạn thẳng đoạn ON bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $N(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;2;-3)\Leftrightarrow\begin{cases}-2+x=-1\\-1+y=2\\1+z=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\\z=-4\end{cases}$.

Vậy $N(1;3;-4)\Rightarrow ON=\sqrt{1+9+16}=\sqrt{26}$.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ là đường thẳng

A. $y=3$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3x-2}{x+1} = 3$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-2}{x+1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Câu 33. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

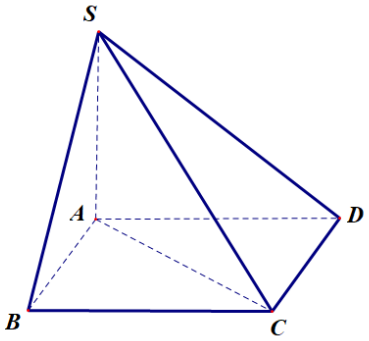
Ta có công bội $q = \dfrac{u_2}{u_1} = 3 \Rightarrow u_3 = u_2.q = 18$.

Câu 34. Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng a. Thể tích khối tứ diện $S.ACD$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{S.ACD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}a.\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 35. Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau?

A. 3^6. **B.** $3!$. **C.** C_6^3. **D.** A_6^3.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ chính là một chỉnh hợp chập 3 của 6 chữ số trên. Vậy số các số cần tìm là: A_6^3.

Câu 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-3)^2 = 4$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(1;1;3)$ có phương trình là

A. $x+2y-z=0$. **B.** $x-1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $z-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm là $I(1;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M nên (P) đi qua $M(1;1;3)$ và vuông góc với IM.

Suy ra (P) nhận véc tơ $\overrightarrow{IM}=(0;2;0)$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy $(P):0(x-1)+2(y-1)+0(z-3)=0\Leftrightarrow y-1=0$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác đinh, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Do hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 38. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt đường thẳng $x=1$ tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

◆ Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ cắt đường thẳng $x=1$ tại điểm có tung độ bằng $y=1^4-2.1^2+3=2$.

Câu 39. Cho số phức $z=1+i$. Biết rằng tồn tại các số phức $z_1=a+5i$, $z_2=b$ (trong đó a, $b\in\mathbb{R}$, $b>1$) thỏa mãn $\sqrt{3}|z-z_1|=\sqrt{3}|z-z_2|=|z_1-z_2|$. Giá trị $\sqrt{3}(b-a)$ bằng

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

◆ Đặt $M(1;1), N(a;5), P(b;0)(b>1)$ lần lượt là các điểm biểu thị cho các số phức z, z_1, z_2.

Vậy $\overrightarrow{MN}=(a-1;4)$, $\overrightarrow{MP}=(b-1;-1)$.

Từ giả thiết cho ta tam giác MNP cân tại M có $NMP=120°$.

Vậy $\begin{cases}|\overrightarrow{MN}|=|\overrightarrow{MP}|\\ \cos 120°=\dfrac{\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{MP}}{|\overrightarrow{MN}|.|\overrightarrow{MP}|}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}(a-1)^2+16=(b-1)^2+1\\ \dfrac{-1}{2}=\dfrac{(a-1)(b-1)-4}{(a-1)^2+16}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a-1)^2-(b-1)^2=-15\\ (a-1)^2+2(a-1)(b-1)=-8\end{cases}(1)$.

Đặt $x=a-1, y=b-1(y>0)\Rightarrow\begin{cases}x^2-y^2=-15 & (1)\\ x^2+2xy=-8 & (2)\end{cases}\Rightarrow 7x^2+30xy+8y^2=0$

Tìm được $\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-2}{7}y \\ x=-4y \end{array}\right.$.

Thay vào (1) thì thấy chỉ có $x=\dfrac{-2}{7}y$ thỏa mãn. Lúc này do $y^2=\dfrac{49}{3}$.

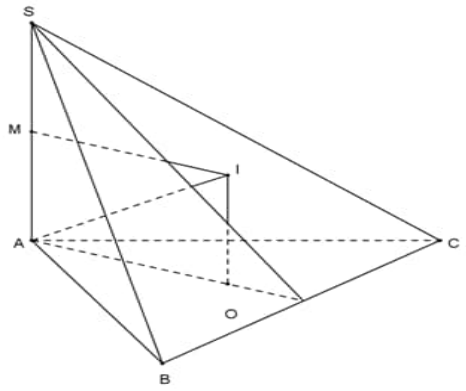
Do $y>0\Rightarrow y=\dfrac{7}{\sqrt{3}}, x=\dfrac{-2}{\sqrt{3}}$. Vậy $\sqrt{3}(b-a)=\sqrt{3}(y-x)=9$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $ABC=60°$, $AC=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuôn góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $\dfrac{5\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



◆ Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Khi đó ta có $AO=r=\dfrac{AC}{2.\sin ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2.\sin 60°}=a$.

◆ Qua O kẻ đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng đáy $\Rightarrow \Delta // SA$.

◆ Gọi M là trung điểm SA. Suy ra $AM=\dfrac{SA}{2}=a$.

◆ Trong mặt phẳng chứa đường thẳng SA và Δ, kẻ đường thẳng đi qua M, song song với OA, cắt Δ tại I. Ta có $IA=IB=IC=IS$.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

◆ Tứ giác $OAIM$ là hình vuông nên $R=AI=\sqrt{AM^2+OA^2}=a\sqrt{2}$

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^3=\frac{8\pi\sqrt{2}a^3}{3}\ (\text{đvtt}).$$

Câu 41. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi số thực dương x,y,z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1$. Giá trị của $2a+b$ bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** -12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log(x+y)=z \Leftrightarrow x+y=10^z$.

Lại có $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1 \Leftrightarrow x^2+y^2=10^{z+1}$.

Mặt khác, $\log(x+y)=z \Leftrightarrow 2\log(x+y)=2z \Leftrightarrow \log(x+y)^2=2z \Leftrightarrow (x+y)^2=10^{2z}$

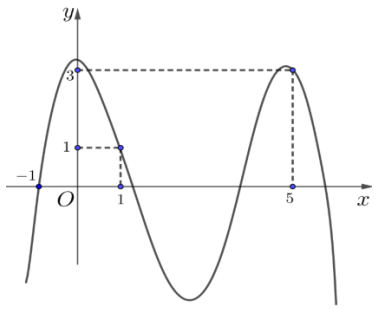
$\Leftrightarrow x^2+y^2+2xy=10^{2z} \Leftrightarrow xy=\frac{1}{2}\left(10^{2z}-10^{z+1}\right)$.

Xét: $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z} \Leftrightarrow a.10^{3z}+b.10^{2z}=(x+y)\left(x^2+y^2-xy\right)=10^z\left(10^{z+1}-\frac{1}{2}\left(10^{2z}-10^{z+1}\right)\right)$

$\Leftrightarrow a.10^{3z}+b.10^{2z}=15.10^{2z}-\frac{1}{2}.10^{3z}$.

Đồng nhất thức, ta được $\begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=15 \end{cases} \Rightarrow 2a+b=14$.

Câu 42. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=8f\left(x^3-3x+3\right)-\left(2x^6-12x^4+16x^3+18x^2-48x+1\right)$ là

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

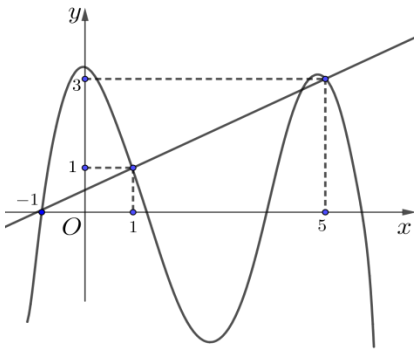
Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=8\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+3\right)-\left(12x^5-48x^3+48x^2+36x-48\right)$

$=12\left(x^2-1\right)\left(2f'\left(x^3-3x+3\right)-\left(x^3-3x+4\right)\right)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right. \\ f'\left(x^3-3x+3\right)=\frac{1}{2}\left(x^3-3x+4\right) \end{array}\right.$.



Đặt $t=x^3-3x+3$, khi đó:

$$f'(t)=\frac{1}{2}(t+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=m\in(1;5)\\t=-1\\t=1\\t=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x+3=m\\x^3-3x+3=-1\\x^3-3x+3=1\\x^3-3x+3=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x+3=m\\x=a\\(x+2)(x-1)^2=0\\(x-2)(x+1)^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=b\\x=c\\x=d\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

+ Với a là nghiệm duy nhất của phương trình $x^3-3x+3=-1$.

+ Với $m\in(1;5)$ thì phương trình $x^3-3x+3=m$ có 3 nghiệm phân biệt b,c,d ($b,c,d\neq\pm1;\pm2$) + $x=2,x=-2$ là hai nghiệm đơn

+ $x=1,x=-1$ là hai nghiệm kép hay nghiệm bội chẵn.

Suy ra phương trình $g'(x)=0$ có 8 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ.

Vậy hàm số $g(x)$ có 8 cực trị.

Câu 43. Cho phương trình $3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}$ với a là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của tham số a thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để phương trình đã cho có đúng một nghiệm thực. Tổng tất cả các phần tử của tập hợp S bằng

A. 2021. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 4042.

Lời giải

Chọn C

$3^x=\sqrt{a.3^x\cos(\pi x)-9}\Leftrightarrow 3^{2x}=a.3^x\cos(\pi x)-9\Leftrightarrow 3^x+3^{2-x}=a.\cos(\pi x)\quad(*)$

Nhận thấy nếu có số thực x_0 là nghiệm của $(*)$, tức là $3^{x_0}+3^{2-x_0}=a.\cos(\pi x_0)$ thì

$VT(2-x_0)=3^{2-x_0}+3^{2-(2-x_0)}=3^{x_0}+3^{2-x_0}=VT(x_0)$ còn

$VP(2-x_0)=a\cos[\pi(2-x_0)]=a\cos(\pi x_0)=VP(x_0)$. Suy ra $2-x_0$ cũng thỏa mãn $(*)$.

Để phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất thì $x_0=2-x_0\Leftrightarrow x_0=1$.

Thay $x_0=1$ vào $(*)$ thì ta được: $6=-a\Leftrightarrow a=-6$. Do đó $-6\in S$.

Ngược lại, với $a=-6$ thì $(*):3^x+3^{2-x}=-6\cos(\pi x)$.

Khi đó $VT\geq 2\sqrt{3^x.3^{2-x}}=6$, dấu bằng xảy ra khi $x=1$;

$VP\leq 6$, dấu bằng xảy ra khi $x=1$. Như vậy, khi $a=-6$ thì phương trình có nghiệm duy nhất.

Vậy $S=\{-6\}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta':\frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'?

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Hai đường thẳng Δ và Δ' lần lượt nhận các vecto $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;1), \overrightarrow{u_{\Delta'}}=(1;3;-2)$ làm VTCP.

Gọi d là đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ' nên d nhận

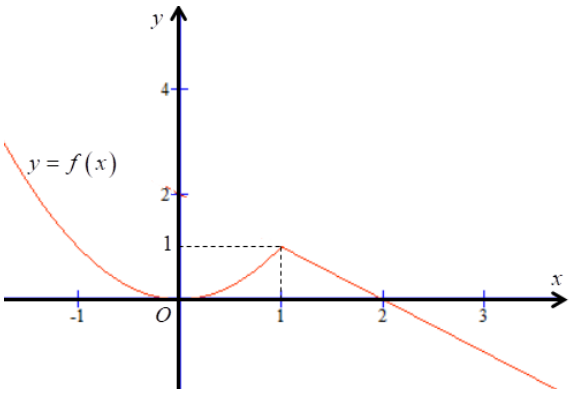
$\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]=(-7;7;7)$ hoặc $\vec{u}=(-1;1;1)$ làm VTCP. Vậy $d:\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 45. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{khi } x\le 1 \\ 2-x & \text{khi } x>1 \end{cases}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=2$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng:

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{9\pi}{5}$. **C.** $\frac{8\pi}{15}$. **D.** $\frac{32}{15}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích cần tìm: $V=\pi\int_0^1 x^4\mathrm{d}x+\pi\int_1^2(2-x)^2\,\mathrm{d}x=\pi\frac{x^5}{5}\Big|_0^1-\pi\frac{(2-x)^3}{3}\Big|_1^2=\frac{\pi}{5}-\frac{\pi}{3}(0-1^3)=\frac{8\pi}{15}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+3i|=\sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $z\neq -2$.

Gọi $z=x+yi$, ta có:

$$\frac{z}{z+2}=\frac{z(\bar{z}+2)}{(z+2)(\bar{z}+2)}=\frac{z\bar{z}+2z}{|z+2|^2}=\frac{|z|^2+2x}{|z+2|^2}+\frac{2y}{|z+2|^2}i.$$

Vì $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo nên $\frac{|z|^2+2x}{|z+2|^2}=0\Leftrightarrow|z|^2+2x=0\Leftrightarrow x^2+y^2+2x=0\ (1)$.

Mặt khác $|z+3i|=\sqrt{13}\Leftrightarrow x^2+(y+3)^2=13\Leftrightarrow x^2+y^2+6y=4\ (2)$.

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được: $x-3y=-2\Leftrightarrow x=3y-2$.

Thế $x=3y-2$ vào (2) ta được: $(3y-2)^2+y^2+6y=4\Leftrightarrow 10y^2-6y=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=0\\y=\frac{3}{5}\end{array}\right.$.

Với $y=0\Rightarrow x=-2\Rightarrow z=-2$ không thỏa mãn.

Với $y=\frac{3}{5}\Rightarrow x=-\frac{1}{5}\Rightarrow z=-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$ thỏa mãn.

Vậy có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=|x^4-4x^3+4x^2+a|$ với a là tham số thực. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-5;5]$ sao cho $M\le 2m$

A. 9. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+a$ trên $[0;2]$.

Có $g'(x)=4x^3-12x^2+8x\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$

Lại có $g(0)=a;g(1)=a+1;g(2)=a$

Suy ra: $a\le g(x)\le a+1\ \ \forall x\in[0;2]$

Trường hợp 1: $0\le a\le 5\Rightarrow a+1\ge a\ge 0\Rightarrow M=\max\limits_{[0,2]}f(x)=a+1;m=\min\limits_{[0,2]}f(x)=a$.

Suy ra để $M\le 2m$ thì $\left\{\begin{array}{l}0\le a\le 5\\a+1\le 2a\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}0\le a\le 5\\a\ge 1\end{array}\right.\Rightarrow 1\le a\le 5$.

Do đó có 5 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Trường hợp 2: $-5\le a\le -1\Rightarrow a\le a+1\le 0\Rightarrow|a+1|\le|a|$

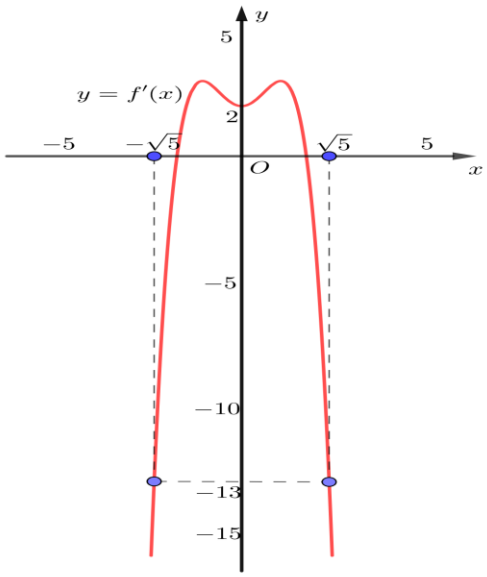
$\Rightarrow M=\max\limits_{[0;2]}f(x)=|a|=-a;m=\min\limits_{[0;2]}f(x)=|a+1|=-a-1$.

Suy ra để $M\le 2m$ thì $\left\{\begin{array}{l}-5\le a\le -1\\-a\le -2a-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-5\le a\le -1\\a\le -2\end{array}\right.\Rightarrow -5\le a\le -2$.

Do đó có 4 giá trị nguyên của a thỏa mãn.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của a thuộc $[-5;5]$ thỏa mãn.

Câu 48. Cho hàm số đa thức bậc năm $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực. Tìm tất cả các số thực m thỏa mãn $g(x)\le 0,\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

A. $m\ge\frac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)$. **B.** $m\ge\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$. **C.** $m\ge\frac{2}{3}f(0)$. **D.** $m\le\frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Lời giải

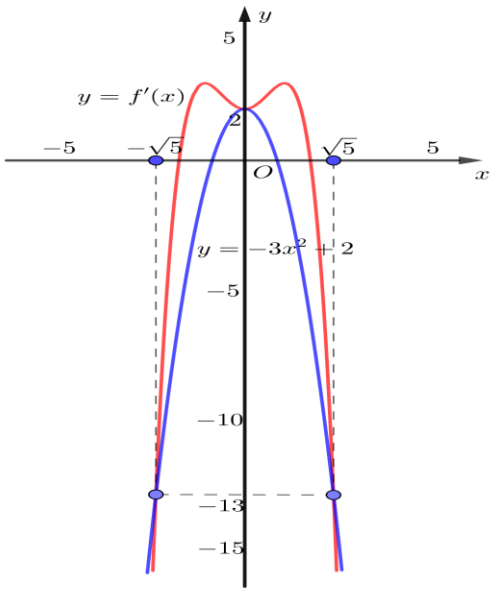
Chọn B

Ta có $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}\le 0,\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$

$\Leftrightarrow h(x)=f(x)+x^3-2x-3\sqrt{5}\le\frac{3m}{2},\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\Leftrightarrow\max\limits_{\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]}h(x)\le\frac{3m}{2}$ (vì hàm số $h(x)$ liên tục trên $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$).

Ta có: $h'(x)=f'(x)+3x^2-2$. Suy ra $h'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)+3x^2-2=0\Leftrightarrow f'(x)=-3x^2+2$.

Vẽ 2 đồ thị $y=f'(x)$ và $y=-3x^2+2$ trên cùng một hệ trục tọa độ



Do đó $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{5} \\ x=0 \end{array}\right.$.

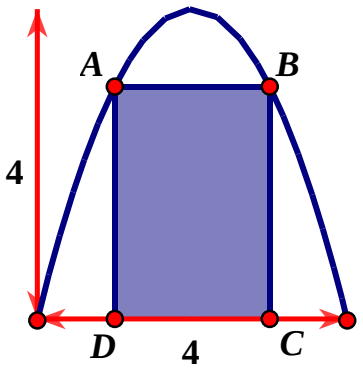
Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ trên $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$:

x	$-\sqrt{5}$		0		$\sqrt{5}$
$h'(x)$	0	$+$	0	$+$	0
$h(x)$	$h(-\sqrt{5})$	↗	$h(0)$	↗	$h(\sqrt{5})$

Từ bảng biến thiên suy ra $\frac{3m}{2} \geq h\left(\sqrt{5}\right) \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}h\left(\sqrt{5}\right) \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Vậy $m \geq \frac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

Câu 49. Trong đợt hội trại được tổ chức tại trường THPT chuyên Lê Quý Đôn, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực của hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 100.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)

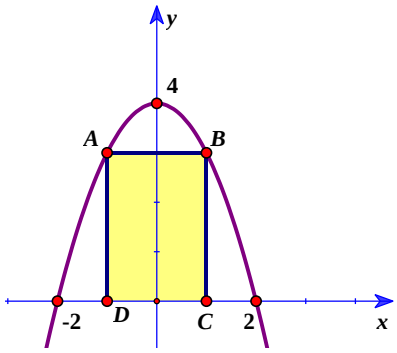


A. 616.000 (đồng). **B.** 450.000 (đồng). **C.** 615.000 (đồng). **D.** 451.000 (đồng).

Lời giải

Chọn D

+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



+ Parabol có phương trình là $(P): y = -x^2 + 4$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và trục hoành là : $S = \int_{-2}^{2} (-x^2 + 4)dx = \frac{32}{3}$

+ Gọi $x(0 < x < 2)$ là hoành độ của điểm C. Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là

$S_{ABCD} = 2x.f(x) = -2x^3 + 8x \le \frac{16\sqrt{12}}{9}$.

+ Do đó diện tích hoa văn nhỏ nhất là : $S_{\min} = S - \frac{16\sqrt{12}}{9} = \frac{96 - 16\sqrt{12}}{9} \approx 4,508$

Vậy số tiền nhỏ nhất là : 451.000 (đồng)

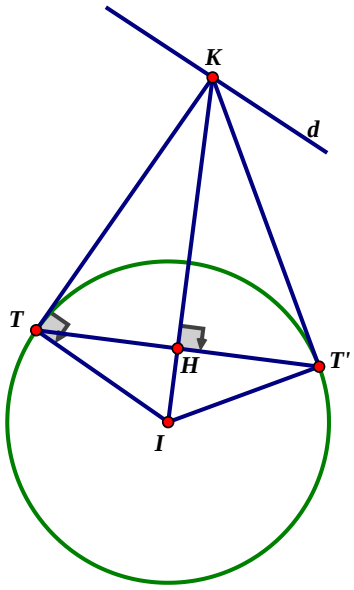
Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $(d): \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P), (P')$ chứa (d) và tiếp xúc với (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(-\frac{5}{6};\frac{1}{3};\frac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\frac{5}{6};\frac{2}{3};-\frac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\frac{7}{6};\frac{1}{3};\frac{7}{6}\right)$.

Lời giải

GVSB: Lê Duy; GVPB: Nguyễn Hiền Lương

Chọn A



+ (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và bán kinh $R=1$

+ Xét mặt phẳng (ITT') có $\begin{cases} IT \perp (P) \\ IT' \perp (P') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} IT \perp d \\ IT' \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (ITT')$.

Gọi $\{K\} = (ITT') \cap d$ lúc đó: K là hình chiếu vuông góc của I lên d và I, H, K thẳng hàng.

+ Ta có: $K(t;2+t;-t)$ và $\overrightarrow{IK}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow K(0;2;0) \Rightarrow IK = \sqrt{6}$

và $IH.IK = IT^2 \Rightarrow \dfrac{IH}{IK} = \dfrac{IT^2}{IK^2} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow IH = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

+ Gọi $mp(\alpha)$ chứa TT' và vuông góc với IK. Lúc đó: $(\alpha): x-2y-z+c=0$ và

$d(I,(\alpha)) = \dfrac{\sqrt{6}}{6} \Leftrightarrow |c+2| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-1 \\ c=-3 \end{array}\right.$

Thử lại ta thấy $c=-1$ thỏa mãn nên $(\alpha): x-2y-z-1=0$

+ Ta thấy H là giao điểm của IK với (α)

nên H là nghiệm $(x;y;z)$ của hệ $\begin{cases} x=t \\ y=2-2t \\ z=-t \\ x-2y-z-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{6} \\ y=\dfrac{1}{3} \\ z=-\dfrac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ 40

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN TUYÊN QUANG

Câu 1. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$.

A. $a=0,b=2$ **B.** $a=1,b=2$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=\frac{1}{2},b=1$.

Câu 2. Hàm số $y=3^x$ có đạo hàm là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=x3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Câu 3. Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tọa độ tâm I là

A. $(1;-2;-1)$. **B.** $(-1;2;1)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(1;2;1)$.

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 5. Thể tích của khối cầu có bán kính b bằng

A. $\frac{4\pi b^3}{3}$. **B.** $4\pi b^3$. **C.** $\frac{\pi b^3}{3}$. **D.** $2\pi b^3$.

Câu 6. Cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

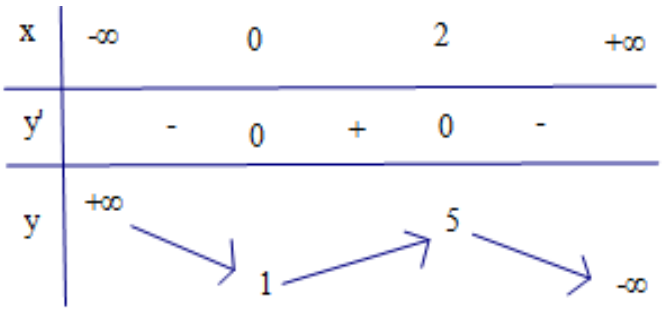
Câu 7. Đường thẳng $d:\frac{2-x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1}(-1;2;1)$. **B.** $\vec{u_2}(2;1;0)$. **C.** $\vec{u_3}(2;1;1)$. **D.** $\vec{u_4}(-1;2;0)$.

Câu 8. Số cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc bằng

A. 6^6. **B.** $4!$. **C.** 6. **D.** $6!$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm



A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$

A. x^3+C. **B.** x^3+x+C. **C.** $6x+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Câu 11. Số phức liên hợp của số phức $2+i$ là

A. $\bar{z}=-2+i$. **B.** $\bar{z}=-2-i$. **C.** $\bar{z}=2-i$. **D.** $\bar{z}=2+i$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng

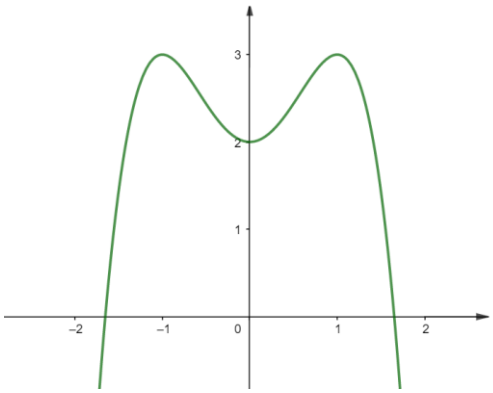
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=-2.3^9$. **C.** $u_{10}.=-29$. **D.** $u_{10}=25$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ là của đồ thị hàm số



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$.

C. $y=-x^3+3x^2+2$ **D.** $y=x^4-2x^2+2$.

Câu 15. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-2$.

Câu 16. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 4π.

Câu 17. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\log\frac{5}{3}$. **C.** $\ln\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{16}{225}$.

Câu 18. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$. **B.** $\log(3a)=\frac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log a^3=\frac{1}{3}\log a$.

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=3-2i$

A. $Q(2;-3)$. **B.** $P(-3;2)$. **C.** $P(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{0;1\}$. **D.** $\{-1;0\}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+5\right)\le 2$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $[-8;8]$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 22. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-1;0)$, và $P(0;0;2)$ là

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;1;2)$.

Câu 23. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-5)$ và vuông góc với giá của hai vectơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$ có phương trình

A. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z+5}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-5}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{1}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Câu 24. Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O; tam giác ABD đều cạnh $a\sqrt{2}$; $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 26. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng:

A. $1011\sqrt{3}$. **B.** $2022\sqrt{3}$. **C.** $2022\sqrt{2}$. **D.** $1011\sqrt{2}$.

Câu 27. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{5}$?

A. $N(1;3;-4)$. **B.** $P(-2;1;5)$. **C.** $M(-1;-2;9)$. **D.** $Q(3;-4;5)$.

Câu 28. Cho ba điểm $M(-1;3;2)$, $N(2;1;-4)$ và , $N(5;-1;8)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ là

A. $(2;0;-2)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(2;1;2)$. **D.** $(2;1;1)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số nguyên tố bằng

A. $\dfrac{9}{17}$. **B.** $\dfrac{6}{17}$. **C.** $\dfrac{8}{17}$. **D.** $\dfrac{7}{17}$.

Câu 30. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x-6$ trên đoạn $[0;3]$. Hiệu $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 31. Một khối lập phương có thể tích bằng 27 thì độ dài cạnh của hình lập phương đó bằng

A. 16. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 32. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính $r=5cm$ và độ dài đường sinh $l=4cm$ bằng

A. $40\pi cm^3$. **B.** $40\pi cm^2$. **C.** $20\pi cm^3$. **D.** $20\pi cm^2$.

Câu 33. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\dfrac{a+bi}{1-i}=3+2i$. Giá trị của tích $a.b$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 34. Mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=2021$ có tọa độ tâm là

A. $(-2;0;3)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(-2;0;-3)$. **D.** $(2;0;-3)$.

Câu 35. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$ bằng

A. 36. **B.** 24. **C.** 72. **D.** 17.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2+x-2021$. **B.** $y=x^4+3x^2-2$.

C. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-3x-1$.

Câu 37. Nếu $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $\int\limits_0^1\left[2021-f(x)\right]dx$ bằng:

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 38. Mặt cầu tâm $I(5;3;-2)$ và đi qua điểm $A(3;-1;2)$ có phương trình

A. $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36$. **B.** $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=6$.

C. $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=36$. **D.** $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=6$..

Câu 39. Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-4)^2=20$. Từ điểm $A(0;0;-1)$ kẻ tiếp tuyến đến mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C). Từ điểm M di động nằm ngoài mặt cầu (S) và nằm trong mặt phẳng (α) chứa (C), kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) và các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C'). Biết rằng, khi bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) thì M luôn nằm trên một đường tròn (T) cố định. Bán kính đường tròn (T) bằng:

A. $2\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** 10. **D.** $5\sqrt{2}$.

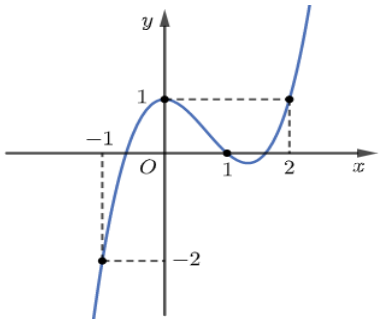
Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m luôn có ít hơn 4041 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x-m)\left[\log_3(x+4)-1\right]<0$?

A. 6. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(1)=2021$, $f(1-x)+x^2f''(x)=2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=674$. **B.** $I=673$. **C.** $I=\dfrac{2021}{3}$. **D.** $I=\dfrac{2020}{3}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^2+cx^2+dx+e$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết $f(1)=-\dfrac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=\left|2f(x)-x^2+2x\right|$ đồng biến trên khoảng

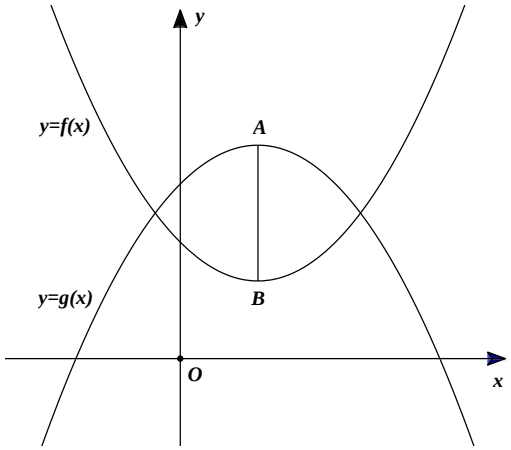


A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 43. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và $A(1;0;0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại M và N. Tính $S=AM^2+AN^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=20$. **C.** $S=30$. **D.** $S=33$.

Câu 44. Cho hai hàm đa thức $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là các đường cong như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB=\dfrac{7}{4}$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị ?



A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-5x+3 & \text{khi } x\ge 7\\ 2x+3 & \text{khi } x<7\end{cases}$. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx$ bằng

A. $\dfrac{1148}{3}$. **B.** $\dfrac{230}{3}$. **C.** $\dfrac{115}{3}$. **D.** $\dfrac{287}{3}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|=\left|z+\bar{z}\right|=2$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $AB = 6, BC = 7, CA = 8$, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{315\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{105\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{105\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\frac{315\sqrt{5}}{8}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn $\ln\frac{x+1}{5y+1} \le 25y^4 + 10y^3 - x^2y^2 - 2y^2x$, với $y \le 2022$?

A. 12046500. **B.** 10226265. **C.** 2041220. **D.** 10206050.

Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z}| + |z + \bar{z}| \le 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức thức $P = |z - 2 + 3i|^2 + |z + 4 - 13i|^2$ bằng:

A. 156. **B.** 155. **C.** 146. **D.** 147

Câu 50. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6, AD = 8$. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AC bằng?

A. $\frac{4271\pi}{80}$. **B.** $\frac{4269\pi}{40}$. **C.** $\frac{4271\pi}{40}$. **D.** $\frac{4269\pi}{80}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.A	5.A	6.B	7.A	8.D	9.D	10.B
11.C	12.D	13.D	14.A	15.D	16.A	17.C	18.C	19.C	20.C
21.D	22.C	23.B	24.B	25.A	26.A	27.C	28.C	29.C	30.B
31.B	32.D	33.A	34.A	35.C	36.D	37.A	38.A	39.A	40.C
41.D	42.C	43.D	44.A	45.D	46.C	47.B	48.B	49.A	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tìm các số thực a và b thỏa mãn $2a+(b+i)i=1+2i$.

A. $a=0,b=2$. **B.** $a=1,b=2$. **C.** $a=0,b=1$. **D.** $a=\frac{1}{2},b=1$.

Lời giải

Chọn B

Có $2a+(b+i)i=1+2i\Leftrightarrow 2a+bi+i^2=1+2i\Leftrightarrow (2a-1)+bi=1+2i$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-1=1\\ b=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=2\end{cases}$.

Câu 2. Hàm số $y=3^x$ có đạo hàm là

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Có $y'=\left(3^x\right)'=3^x\ln 3$.

Câu 3. Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ có tọa độ tâm I là

A. $(1;-2;-1)$. **B.** $(-1;2;1)$. **C.** $(1;-2;1)$. **D.** $(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Có $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9\Leftrightarrow\left[x-(-1)\right]^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Như vậy tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(-1;2;1)$.

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 5. Thể tích khối cầu có bán kính b bằng

A. $\frac{4\pi b^3}{3}$. **B.** $4\pi b^3$. **C.** $\frac{\pi b^3}{3}$. **D.** $2\pi b^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu có bán kính b bằng $\frac{4\pi b^3}{3}$

Câu 6. Cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$. **B.** $N(0;-1;1)$. **C.** $P(0;-1;0)$. **D.** $Q(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0;-1;1)$

Câu 7. Đường thẳng $d:\frac{2-x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u_1}=(-1;2;1)$. **B.** $\vec{u_2}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{u_1}=(2;1;1)$. **D.** $\vec{u_1}=(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d:\frac{2-x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}\Rightarrow d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}\Rightarrow \vec{u_1}=(-1;2;1)$.

Câu 8. Số cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc

A. 6^6. **B.** $4!$. **C.** 6. **D.** $6!$.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy có $6!$ cách.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$ là

A. x^3+C. **B.** x^3+x+C. **C.** $6x+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}+x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)=\int(3x^2+1)\mathrm{d}x=x^3+x+C$

Câu 11. Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là

A. $\bar{z}=-2+i$. **B.** $\bar{z}=-2-i$. **C.** $\bar{z}=2-i$. **D.** $\bar{z}=2+i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là $\bar{z}=2-i$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

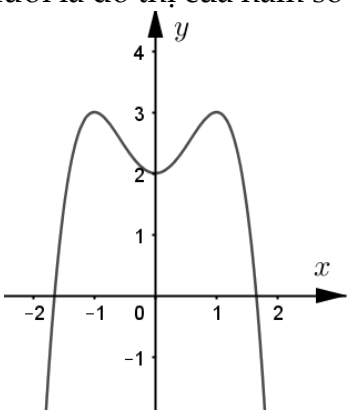
A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=-2.3^9$. **C.** $u_{10}=-29$. **D.** $u_{10}=25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_{10}=u_1+(10-1)d=-2+9.3=25$.

Câu 14. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dáng trong đồ thị, đay là đồ thị của hàm trùng phương dang $y=ax^4+bx^2+c$. Do đó loại đáp án B và C.

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên hàm số có $a<0$. Do đó chọn đáp án **A.**

Câu 15. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$?

A. $y=\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=4$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-4x}{2x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-4}{2-\dfrac{1}{x}}=-2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-4x}{2x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-4}{2-\dfrac{1}{x}}=-2$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-2$.

Câu 16. Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối nón đã cho là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 17. Tích phân $\displaystyle\int_0^2\dfrac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\dfrac{2}{15}$. **B.** $\log\dfrac{5}{3}$. **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{16}{225}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\displaystyle\int_0^2\dfrac{dx}{x+3}=\ln|x+3|\Big|_0^2=\ln|2+3|-\ln|0+3|=\ln\dfrac{5}{3}$.

Câu 18. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a)=3\log a$. **B.** $\log(3a)=\dfrac{1}{3}\log a$. **C.** $\log a^3=3\log a$. **D.** $\log a^3=\dfrac{1}{3}\log a$.

Lời giải

Chọn C

Với a là số thực dương bất kì thì mệnh đề đúng là: $\log a^3=3\log a$

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$?

A. $Q(2;-3)$. **B.** $P(-3;2)$. **C.** $N(3;-2)$. **D.** $M(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=3-2i$ là điểm $N(3;-2)$.

Câu 20. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-x+2\right)=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{0;1\}$. **D.** $\{-1;0\}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2\left(x^2-x+2\right)=1\Leftrightarrow 2^1=x^2-x+2\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;1\}$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+5\right)\le 2$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$ **C.** $[-8;8]$. **D.** $[-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left(x^2+5\right)\le 2\Leftrightarrow x^2+5\le 9\Leftrightarrow x^2\le 4\Leftrightarrow -2\le x\le 2$.

Câu 22. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-2;1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(1;0;0), N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$ có dạng

$\frac{x}{1}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1\Leftrightarrow 2x-2y+z-2=0$.

$\Rightarrow\vec{u}=(2;-2;1)$ là một véc tơ pháp truyến của mặt phẳng (P).

Câu 23. Đường thẳng đi qua $M(2;1;-5)$, vuông góc với giá của hai véc tơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$ có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-5}{-1}$. **B.** $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-5}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+5}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{1}=\frac{z-1}{-5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;5;1)$.

Vì đường thẳng vuông góc với giá của hai véc tơ $\vec{a}=(1;0;1)$ và $\vec{b}=(4;1;-1)$ nên có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;5;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng qua $M(2;1;-5)$, vuông góc với giá của hai véc tơ $\vec{a}(1;0;1)$ và $\vec{b}(4;1;-1)$ có phương trình là $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{5}=\frac{z+5}{1}$.

Câu 24. Công thức tính thể tích V khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn B

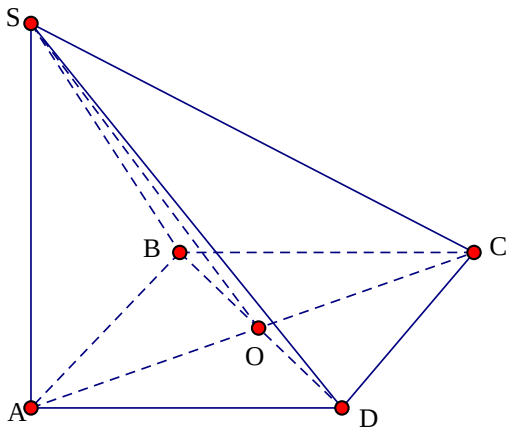
Thể tích V khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\pi r^2h$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow A$ là hình chiếu của S lên $(ABCD)$

$\Rightarrow AO$ là hình chiếu của SO lên $(ABCD)$

Vậy góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa đường thẳng SO và AO và là góc SOA.

Xét ΔSAO vuông tại A, ta có $\tan SOA=\dfrac{SA}{AO}$

Mà $SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$; tam giác ABD đều cạnh $a\sqrt{2}$ nên đường trung tuyến $OA=a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $\tan SOA=\dfrac{SA}{AO}=\dfrac{\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow SOA=60^0$.

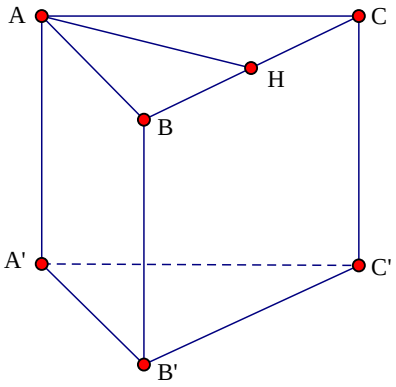
Vậy góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60^0.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $1011\sqrt{3}$. **B.** $2022\sqrt{3}$. **C.** $2022\sqrt{2}$. **D.** $1011\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của BC.
Tam giác ABC đều suy ra $AH \perp BC$ (1)
Lại có $BB' \perp (ABC) \Rightarrow AH \perp BB'$ (2)
Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A;(BCC'B')) = AH$.
Tam giác ABC đều cạnh 2022 nên $AH = 2022.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 1011\sqrt{3}$.
Vậy $d(A;(BCC'B')) = 1011\sqrt{3}$.

Câu 27. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-4}{5}$?

A. $N(1;3;-4)$. **B.** $P(-2;1;5)$. **C.** $M(-1;-2;9)$. **D.** $Q(3;-4;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\dfrac{-1-1}{-2} = \dfrac{-2+3}{1} = \dfrac{9-4}{5} = 1 \Rightarrow M \in d$.

Câu 28. Cho ba điểm $M(-1;3;2), N(2;1;-4)$ và $P(5;-1;8)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ

A. $(2;0;-2)$. **B.** $(1;0;-1)$. **C.** $(2;1;2)$. **D.** $(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Trọng tâm G của tam giác MNP có tọa độ $\begin{cases} x_G = \dfrac{-1+2+5}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{3+1-1}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{2+(-4)+8}{3} = 2 \end{cases}$.

Vậy trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ $(2;1;2)$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được là số nguyên tố bằng

A. $\dfrac{9}{17}$. **B.** $\dfrac{6}{17}$. **C.** $\dfrac{8}{17}$. **D.** $\dfrac{7}{17}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ngẫu nhiên một số trong 17 số nguyên dương đầu tiên $\Rightarrow n(\Omega)=17$.

Gọi A là biến cố: "số được chọn là số nguyên tố".

$\Rightarrow A=\{2;3;5;7;11;13;17\} \Rightarrow n(A)=7$

Vậy $P(\mathrm{A})=\dfrac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{7}{17}$.

Câu 30. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x-6$ trên đoạn $[0;3]$. Hiệu $M-m$ bằng.

A. 4. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=x^3-3x-6 \Rightarrow f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[0;3] \\ x=1\in[0;3] \end{array}\right.$.

$f(0)=-6; f(1)=-8; f(3)=12 \Rightarrow M=12, m=-8 \Rightarrow M-m=20$.

Câu 31. Một khối lập phương có thể tích bằng 27 thì độ dài của hình lập phương bằng

A. 16. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh của hình lập phương là $a(a>0) \Rightarrow V=27 \Leftrightarrow a^3=27 \Leftrightarrow a=3$.

Câu 32. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=5cm$ đường sinh $l=4cm$ bằng

A. $40\pi cm^3$ **B.** $40\pi cm^2$. **C.** $20\pi cm^3$. **D.** $20\pi cm^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi.5.4=20\pi(cm^2)$.

Câu 33. Cho $a,b\in\mathbb{R}$ thoả mãn $\dfrac{a+bi}{1-i}=3+2i$. Giá trị tích ab bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\dfrac{a+bi}{1-i}=3+2i \Leftrightarrow a+bi=(3+2i)(1-i) \Leftrightarrow a+bi=5-i$.

Suy ra $a=5,b=-1$.

Vậy $ab=5.(-1)=-5$.

Câu 34. Mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=2021$ có toạ độ tâm là

A. $(-2;0;3)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(-2;0;-3)$ **D.** $(2;0;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x+2)^2+y^2+(z-3)^2=2021$ có toạ độ tâm là $(-2;0;3)$.

Câu 35. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$ bằng

A. 36. **B.** 24. **C.** 72. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

Công thức thể tích khối lăng trụ $V=Bh$.

Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$ là: $V=Bh=9.8=72$.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2+x-2021$. **B.** $y=x^4+3x^2-2$.

C. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ **D.** $y=-x^3+3x^2-3x-1$.

Lời giải

Chọn D

+) Xét hàm số $y=-x^3+3x^2-3x-1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+6x-3=-3(x^2-2x+1)=-3(x-1)^2<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=-x^3+3x^2-3x-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+) Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có TXĐ là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+) Hàm số $y=x^4+3x^2-2$ có cực trị nên hàm số không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+) Hàm số $y=x^3+x^2+x-2021$ có TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+2x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37. Nếu $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int_0^1[2021-f(x)]dx$ bằng

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn A

$F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên

$\int_0^1[2021-f(x)]dx=\left(2021x-F(x)\right)\Big|_0^1=2021-(F(1)-F(0))=2020$

Câu 38. Mặt cầu tâm $I(5;3;-2)$ và đi qua $A(3;-1;2)$ có phương trình

A. $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36$. **B.** $(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=6$.

C. $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=36$. **D.** $(x+5)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $IA=\sqrt{(5-3)^2+(3+1)^2+(-2-2)^2}=6$.

Nên mặt cầu tâm $I(5;3;-2)$ và đi qua $A(3;-1;2)$ có phương trình

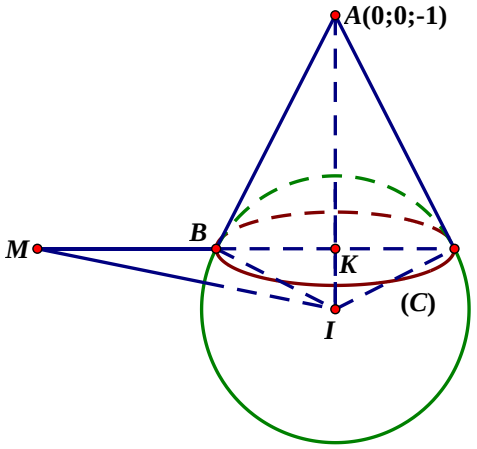
$(x-5)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=36$

Câu 39. Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=20$. Từ điểm $A(0;0;-1)$ kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C). Từ điểm M di động ngoài mặt cầu (S) nằm trong mặt phẳng (α) chứa (C), kẻ các tiếp tuyến tới mặt cầu (S) với các tiếp điểm nằm trên đường tròn (C'). Biết rằng, khi bán kính đường tròn (C') gấp đôi bán kính đường tròn (C) thì M luôn nằm trên một đường tròn (T) cố định. Bán kính đường tròn (T) bằng

A. $2\sqrt{21}$ **B.** $\sqrt{34}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(S): x^2+y^2+(z-4)^2=20 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(0;0;4)$ và bán kính $R=2\sqrt{5}$, $IA=5$.

Gọi $r_{(C)}$ là bán kính đường tròn (C) và K là tâm đường tròn (C).

Giả sử $B\in(C)$ suy ra tam giác IAB vuông tại B có $BK\perp IA$.

$AB^2=IA^2-IB^2=IA^2-20$, $IK.IA=IB^2\Rightarrow IK=4$.

$$\frac{1}{BK^2}=\frac{1}{BI^2}+\frac{1}{AB^2}=\frac{1}{20}+\frac{1}{IA^2-20}\Rightarrow\frac{1}{r_{(C)}^2}=\frac{1}{20}+\frac{1}{IA^2-20}.$$

Tương tự, gọi $r_{(C')}$ là bán kính đường tròn (C') ta có $\frac{1}{r_{(C')}^2}=\frac{1}{20}+\frac{1}{IM^2-20}$.

Mà $r_{(C')}=2r_{(C)}\Rightarrow\frac{1}{20}+\frac{1}{IM^2-20}=\frac{1}{4r_{(C)}^2}=\frac{1}{4}.\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{IA^2-20}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{16}$

$\Rightarrow IM^2-20=80\Rightarrow IM^2=100$.

Ta có ΔIKM vuông tại K nên $MK^2=MI^2-IK^2=100-16=84$.

Vì $M,K\in(\alpha); MK=2\sqrt{21}\Rightarrow M$ thuộc đường tròn tâm K bán kính $r_{(T)}=2\sqrt{21}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho ứng với mỗi m luôn có ít nhất 4041 số nguyên x thỏa mãn $(\log_3 x-m)(\log_3(x+4)-1)<0$.

A. 6. **B.** 11. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>0$.

Bất phương trình đưa về $\left(\log_3 x-m\right)\left(\log_3\left(x+4\right)-1\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^m<x<-1\\-1<x<3^m\end{array}\right.$

Dễ thấy loại $3^m<x<-1$ do $3^m>0$ và điều kiện $x>0$.

Kết hợp $0<x<3^m$, để có ít nhất 4041 số nguyên x thỏa mãn thì cần có $3^m\le 4041\Rightarrow m\le\log_3 4041$. Do $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm cấp 2 liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn số nguyên x thoả mãn $f'\left(1\right)=2021,\ f\left(1-x\right)+x^2f''\left(x\right)=2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_0^1 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. 674. **B.** 673. **C.** $\frac{2021}{3}$. **D.** $\frac{2020}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta có $f\left(1-x\right)+x^2f''\left(x\right)=2x$, thay $x=0$ vào ta được: $f\left(1\right)=0$.

Ta có $\int\limits_0^1 f\left(1-x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 x^2f''\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 2x\mathrm{d}x\ \ (1)$.

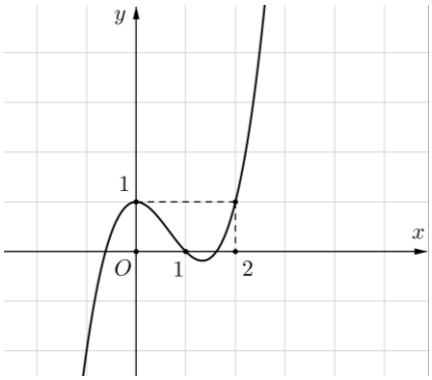
Gọi $I_1=\int\limits_0^1 f\left(1-x\right)\mathrm{d}x$, đặt $t=1-x\Rightarrow\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$, đổi cận $\left\{\begin{array}{l}x=1\Rightarrow t=0\\x=0\Rightarrow t=1\end{array}\right.$, suy ra $I_1=-\int\limits_1^0 f\left(t\right)\mathrm{d}t$.

Gọi $I_2=\int\limits_0^1 x^2f''\left(x\right)\mathrm{d}x=x^2f'\left(x\right)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=f'\left(1\right)-0.f'\left(0\right)-2I=2021-2I$.

$(1)\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+2021-2I=1\Leftrightarrow xf\left(x\right)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 xf'\left(x\right)\mathrm{d}x=2I-2020\Leftrightarrow f\left(1\right)=3I-2020$.

Vậy $I=\frac{2020}{3}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\ \left(a,b,c,d,e\in\mathbb{R}\right)$, biết $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$ và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Hàm số $g\left(x\right)=\left|2f\left(x\right)-x^2+2x\right|$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$,

suy ra $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$, $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$.

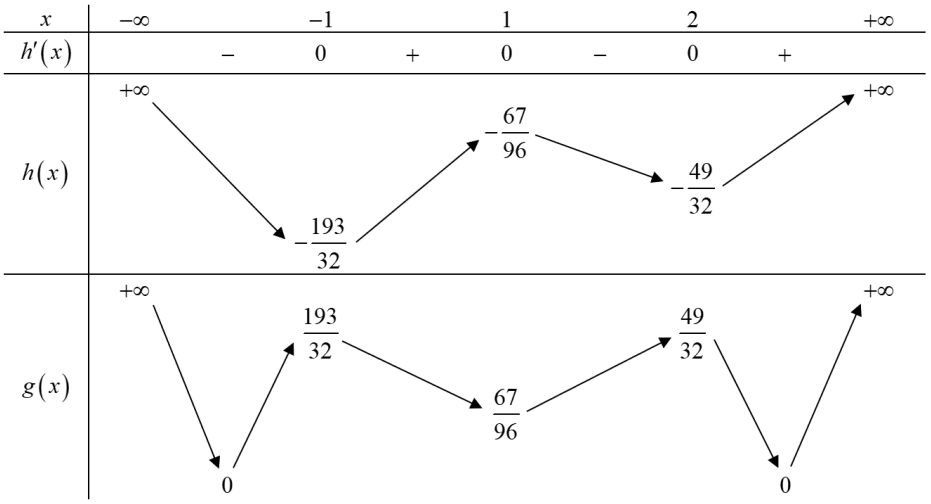
Dựa vào đồ thị, ta có $\begin{cases} f'(0)=1 \\ f'(1)=0 \\ f'(2)=1 \\ f''(0)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=1 \\ 4a+3b+2c+d=0 \\ 32a+12b+4c+d=1 \\ 2c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{4} \\ b=-\dfrac{2}{3} \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}$.

Suy ra $f'(x)=x^3-2x^2+1$; $f(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{2x^3}{3}+x+C$ và $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-1$ suy ra $C=-\dfrac{275}{192}$.

Do đó, $f(x)=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{2x^3}{3}+x-\dfrac{275}{192}$.

Xét hàm số $h(x)=2f(x)-x^2+2x$, suy ra $h'(x)=2f'(x)-2x+2$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



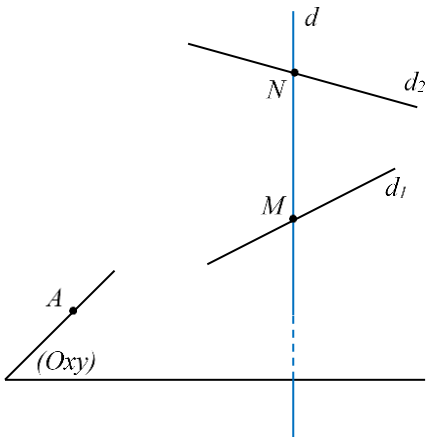
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 43. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và $A(1;0;0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại M và N. Tính $S=AM^2+AN^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=20$. **C.** $S=30$. **D.** $S=33$.

Lời giải

Chọn D



◆ Gọi $M \equiv d \cap d_1$ và $N \equiv d \cap d_2$. Khi đó: $M\left(-5+3t_1;t_1;-1-2t_1\right)$ và $N\left(t_2;2t_2;-1+t_2\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(t_2-3t_1+5;2t_2-t_1;t_2+2t_1\right)$.

◆ $d \perp (Oxy)$ và $M,N \in d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp (Oxy) \Rightarrow \overrightarrow{MN}$ là một vectơ pháp tuyến của (Oxy).

Mặt khác mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_{(Oxy)}=\vec{k}=(0;0;1)$.

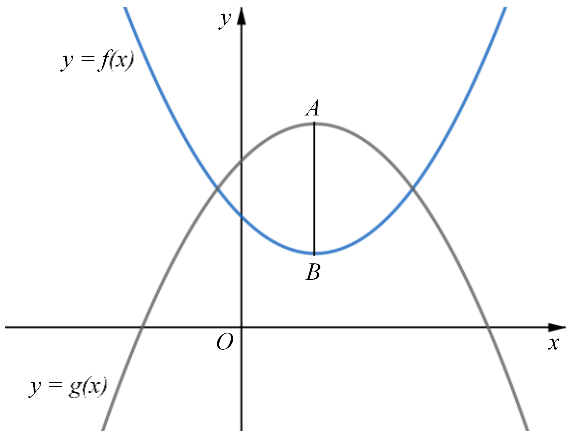
Do đó: $\overrightarrow{MN}$ và $\vec{k}$ là hai vectơ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}=h.\vec{k}$ hay tương đương với hệ:

$\begin{cases} t_2-3t_1+5=0 \\ 2t_2-t_1=0 \\ t_2+2t_1=h \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_2=1 \\ t_1=2 \\ h=5 \end{cases}$. Do đó: $M(1;2;-5)$, $N(1;2;0)$.

◆ Ta có: $\overrightarrow{AM}=(0;2;-5)$, $AM=\left|\overrightarrow{AM}\right|=\sqrt{29}$, $\overrightarrow{AN}=(0;2;0)$, $AN=\left|\overrightarrow{AN}\right|=2$.

Vậy: $S=AM^2+AN^2=29+4=33$.

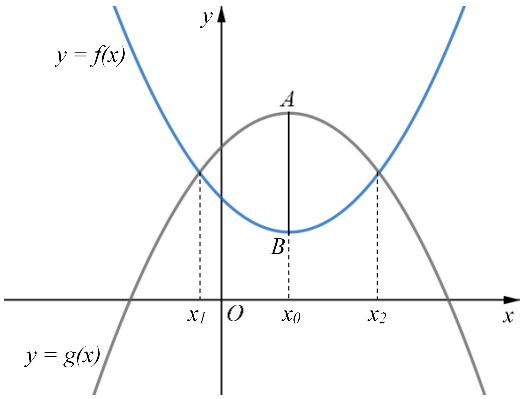
Câu 44. Cho hai hàm đa thức $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đồ thị là các đường cong như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một điểm cực trị là B, đồ thị hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị là A và $AB=\dfrac{7}{4}$. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-2021;2021)$ để hàm số $y=\left|\left|f(x)-g(x)\right|+m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?



A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A



◆ Đặt: $h(x)=f(x)-g(x)$; $h(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$.

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=x_0$. Từ các đồ thị đã cho, ta có: $x_1<x_0<x_2$.

$h(x_0)=f(x_0)-g(x_0)=-\left[g(x_0)-f(x_0)\right]=-AB=-\dfrac{7}{4}$.

Bảng biến thiên của $h(x)$ và $|h(x)|$:

x	$-\infty$		x_1		x_0		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘		↘	$-\dfrac{7}{4}$	↗		↗	$+\infty$
$\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗	$\dfrac{7}{4}$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy: hàm số $y=|h(x)|$ có 3 điểm cực trị.

◆ Đồ thị hàm số $y=|h(x)|+m$ có cùng số điểm cực trị với đồ thị hàm số $y=|h(x)|$. Do đó, hàm số $y=|h(x)|+m$ cũng có 3 điểm cực trị.

◆ Hàm số $y=\big||h(x)|+m\big|$ có số điểm cực trị bằng số điểm cực trị của hàm số $y=|h(x)|+m$ cộng số giao điểm không trùng với các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=|h(x)|+m$ với trục Ox.

Vì vậy, để hàm số $y=\big||h(x)|+m\big|$ có đúng 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=|h(x)|+m$ và trục Ox phải có 2 giao điểm khác các điểm cực trị hay đường thẳng $y=-m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=|h(x)|$ tại 2 điểm phân biệt khác các điểm cực trị.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=|h(x)|$, điều kiện của m thỏa mãn ycbt là:

$-m\ge\frac{7}{4}\Leftrightarrow m\le-\frac{7}{4}$

$m\in(-2021;2021)$ và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2020;-2019;...;-2\}$.

Vậy số giá trị nguyên của m thỏa mãn là: 2019.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2-5x+3 & khi\ x\ge 7\\ 2x+3 & khi\ x<7\end{cases}$. Tích phân $\int\limits_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx$ bằng

A. $\frac{1148}{3}$. **B.** $\frac{220}{3}$. **C.** $\frac{115}{3}$. **D.** $\frac{287}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I=\int\limits_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx$, đặt $t=2e^x+3\Rightarrow dt=2e^x dx\Rightarrow\frac{1}{2}dt=e^x dx$,

Khi đó $I=\frac{1}{2}\int\limits_5^{11} f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_5^{11} f(x)dx$

Ta có: $\int\limits_5^{11} f(x)dx=\int\limits_5^{7} f(x)dx+\int\limits_7^{11} f(x)dx=\int\limits_5^{7}(2x+3)dx+\int\limits_7^{11}\left(x^2-5x+3\right)dx$

$=\left(x^2+3x\right)\Big|_5^7+\left(\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+3x\right)\Big|_7^{11}=\frac{574}{3}$

Vậy $I=\int\limits_0^{\ln 4} f\left(2e^x+3\right)e^x dx=\frac{287}{3}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $|z|=|z+\bar{z}|=2$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi$, với $a,b\in\mathbb{R}$, có $\bar{z}=a-bi$.

Khi đó

$$|z|=|z+\bar{z}|=2\Leftrightarrow\begin{cases}|z|=2\\ |z+\bar{z}|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\ |2a|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=4\\ a=\pm1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{cases}a=1\\ b=\pm\sqrt{3}\end{cases}\right.\left.\begin{cases}a=-1\\ b=\pm\sqrt{3}\end{cases}\right.$$

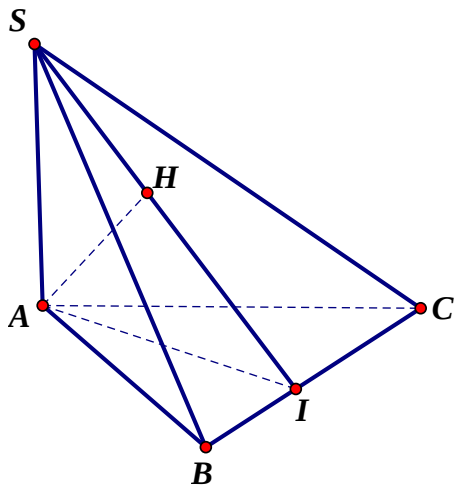
Vậy có 4 số phức thoả mãn.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA\perp(ABC);AB=6,BC=7,CA=8$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{315\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{105\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{105\sqrt{5}}{8}$. **D.** $\frac{315\sqrt{5}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $AI \perp BC$ và kẻ $AH \perp SI$ suy ra $AH \perp (SBC)$ nên SH là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (SBC) suy ra $\left(SA,(SBC)\right) = ASH = ASI = 60°$.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{21\sqrt{15}}{4}$.

Mặt khác $AI = \dfrac{2.S_{\Delta ABC}}{BC} = \dfrac{3\sqrt{15}}{2} \Rightarrow SA = \dfrac{AI}{\tan 60^o} = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{5}}{2}.\dfrac{21\sqrt{15}}{4} = \dfrac{105\sqrt{3}}{8}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $\ln\dfrac{x+1}{5y+1} \le 25y^4+10y^3-x^2y^2-2y^2x$ với $y \le 2022$.

A. 10246500. **B.** 10226265. **C.** 2041220. **D.** 10206050.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\ln\dfrac{x+1}{5y+1} \le 25y^4+10y^3-x^2y^2-2y^2x \Leftrightarrow \ln\dfrac{x+1}{5y+1} \le \left(5y^2+y\right)^2-\left(x+1\right)^2y^2$

$\Leftrightarrow \ln\dfrac{y(x+1)}{5y^2+y} \le \left(5y^2+y\right)^2-\left(x+1\right)^2y^2$

$\Leftrightarrow \ln\left[(x+1)y\right]+\left[(x+1)y\right]^2 \le \ln\left(5y^2+y\right)+\left(5y^2+y\right)^2$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\ln t+t^2$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{t}+2t>0, \forall t>0$ nên hàm số $f(t)=\ln t+t^2$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow (x+1)y \le 5y^2+y \Leftrightarrow x+1 \le 5y+1 \Leftrightarrow x \le 5y$.

Với $y=1$ thì $x \in \{1;2;...;5\}$ có 5 cặp số $(x;y)$.

Với $y=2$ thì $x \in \{1;2;...;10\}$ có 10 cặp số $(x;y)$.

Với $y=2022$ thì $x\in\{1;2;...;10110\}$ có 10110 cặp số $(x;y)$.

Vậy có $5+10+...+10110=10226265$ cặp số $(x;y)$.

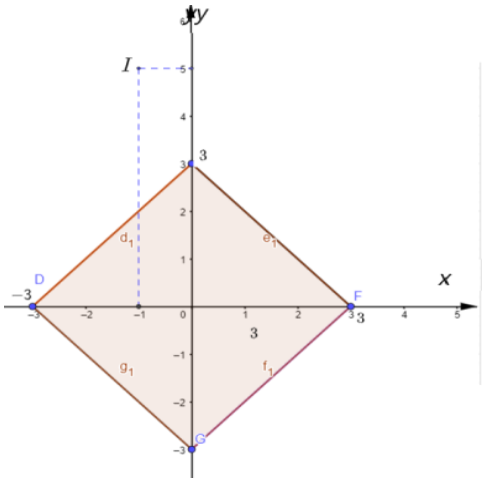
Câu 49. Cho số phức z thỏa mãn $|z-\bar{z}|+|z+\bar{z}|\le 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-2+3i|^2+|z+4-13i|^2$ bằng

A. 156. **B.** 155. **C.** 146. **D.** 147.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+iy,(x,y\in\mathbb{R})$. Khi đó $|z-\bar{z}|+|z+\bar{z}|\le 6\Leftrightarrow|2y|+|2x|\le 6\Leftrightarrow|x|+|y|\le 3$ $(*)$ với $-3\le x\le 3$. Tập hợp các điểm z thỏa mãn $(*)$ là hình thoi được tạo bởi 4 đường thẳng $y=x+3,\ y=x-3\ y=-x+3,\ y=-x-3$ như hình sau:



Với $A(2;-3),B(-4;13)$ có $I(-1;5)$ là trung điểm của AB, ta có

$P=|z-2+3i|^2+|z+4-13i|^2=MA^2+MB^2=2MI^2+IA^2+IB^2=2MI^2+146$.

Xét tại các đỉnh của hình thoi trên ta có $P=2MI^2+146\ge 2IE^2+146=156$ với $E(0;3)$.

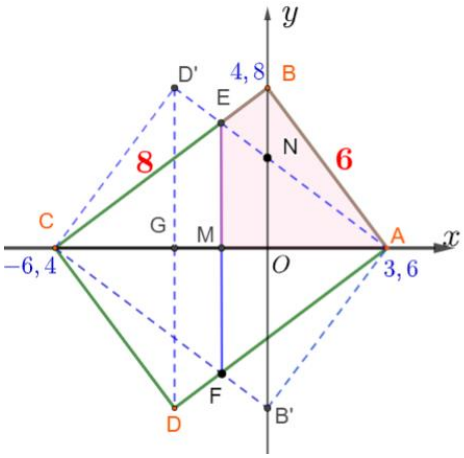
Vậy $P_{\min}=156$ khi $z=3i$.

Câu 50. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6,AD=8$. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AC bằng

A. $\dfrac{4271\pi}{80}$. **B.** $\dfrac{4269\pi}{40}$. **C.** $\dfrac{4271\pi}{40}$. **D.** $\dfrac{4269\pi}{80}$.

Lời giải

Chọn B



Gắn trục tọa độ Oxy (như hình): $AC \equiv Ox$, $OB \equiv Oy$. Gọi B', D' lần lượt là điểm đối xứng của B, D qua Ox, và M là trung điểm AC. Gọi $E = AD' \cap CB$, $F = AD \cap CB'$.

Khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay xung quanh $AC \equiv Ox$ thì thu được một khối tròn xoay chính là do hình đa giác $ABED'C$ quay quanh trục hoành.

Gọi M là trung điểm của AC. Do tính đối xứng của đa giác $ABED'C$.

Thể tích khối tròn xoay đang xét gấp hai lần thể tích khối tròn xoay tạo được khi quay tứ giác $ABEM$ quanh $Ox \equiv AM$.

Ta có $OA = \dfrac{AB^2}{AC} = 3,6 \Rightarrow OB = -6.4$; $OB = \dfrac{BA.BC}{AC} = 4,8$; $OM = MA - OA = 5 - 3,6 = 1,4$.

Ta có $A(3,6\,;0)$, $B(0;4,8)$, $C(-6,4;0)$ nên $AB: y = -\dfrac{OB}{OA}(x - x_A) + y_A = -\dfrac{4}{3}(x - 3,6)$;

$CB: y = \dfrac{OB}{OC}(x - x_C) + y_C = \dfrac{4,8}{6,4}(x + 6,4) = \dfrac{3}{4}(x + 6,4)$.

Do đó thể tích khối tròn xoay đã cho bằng

$$V = 2\left[\pi \int_{-1,4}^{0} \left[\frac{3}{4}(x + 6,4)\right]^2 dx + \pi \int_{0}^{3,6} \left[-\frac{4}{3}(x - 3,6)\right]^2 dx\right] = \frac{4269\pi}{40}.$$

----------HẾT----------

ĐỀ 41

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ CẦN THƠ – MÃ 106

Câu 1. Cho $F\ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f\ x$ trên đoạn $a;b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f\ x\ dx = f\ a - f\ b$.
B. $\int_a^b f\ x\ dx = F\ b - F\ a$.
C. $\int_a^b f\ x\ dx = F\ a - F\ b$.
. $\int_a^b f\ x\ dx = f\ b - f\ a$.

Câu 2. Một hình nón có độ dài đường sinh $l = 3$ và bán kính $r = 2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 12π. **C.** 5π. **D.** 8π.

Câu 3. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_2 a^5$ bằng

A. $5\log_2 a$. **B.** $5+\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{5}\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{5}+\log_2 a$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 là

A. 36. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $\log(1-x)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

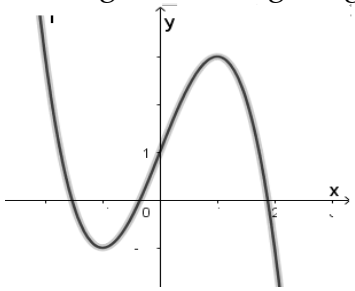
Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ nhóm gồm 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ?

A. 6. **B.** 30. **C.** 11. **D.** 5.

Câu 7. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 4 là

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\frac{256}{3}\pi$. **D.** $\frac{16}{3}\pi$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = x^4 + 2x^2 + 1$.
D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 9. Cho số phức $z = 3 - 4i$. Môđun của z

A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực khác 0. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$.

B. $\int[f(x)g(x)]dx = \int f(x)dx\int g(x)dx$.

C. $\int(f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

D. $\int(f(x)-g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-3) > \log 5$ là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;0;2)$ bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $2^{2x}=8$ là.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 14. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là.

A. Bh. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** $\frac{1}{2}Bh$.

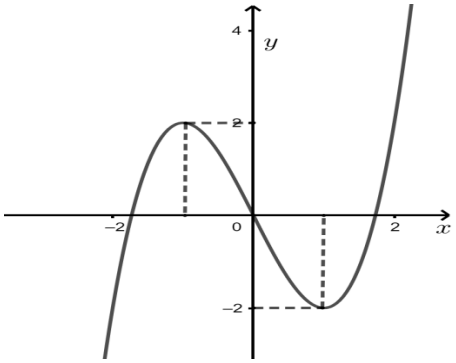
Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+2}$ là đường thẳng

A. $x=-2$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=-2+3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $5-2i$. **B.** $-5+4i$. **C.** $-5+2i$. **D.** $5-4i$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



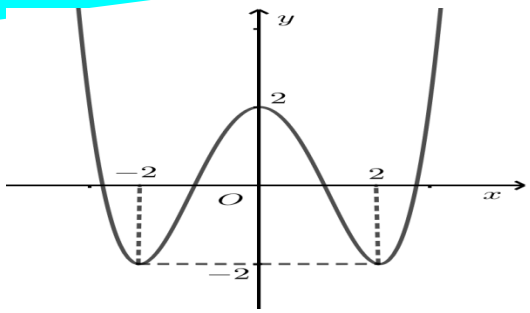
Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_3=7$. Số hạng u_2 bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 20. Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng $(P):2x-y+2z-13=0$ bằng

A. $\frac{11}{3}$. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(-1;0;2), B(2;1;-3)$ và $C(1;-1;0)$. Tọa độ điểm D là

A. $(-2;-2;5)$. **B.** $(0;2;-1)$. **C.** $(-2;2;5)$. **D.** $(2;2;-5)$.

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=13$ và $AB=12$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. 60π. **B.** 300π. **C.** 100π. **D.** 325π.

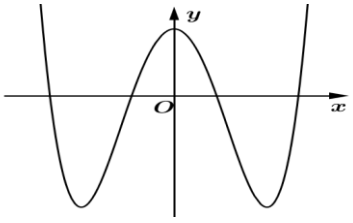
Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Phương trình $3f(x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4+bx^2+c, (b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b<0;c>0$. **B.** $b>0;c>0$. **C.** $b<0;c<0$. **D.** $b>0;c<0$.

Câu 25. Với x là số thực dương tuỳ ý, $x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{2}{9}}$. **B.** $x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $x^{\frac{1}{2}}$. **D.** x^2.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a, BC=a\sqrt{2}, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $7^{6-x^2} \ge 49$ là

A. $\left[-\sqrt{6};\sqrt{6}\right]$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 28. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)=x^2-2x$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng đã cho quanh trục hoành bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{15\pi}{16}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 29. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int_1^e \ln x\,dx = x\ln x\,|_1^e - \int_1^e dx$. **B.** $\int_1^e \ln x\,dx = x\ln x\,|_1^e - \int_1^e x\,dx$.

C. $\int_1^e \ln x\,dx = x\ln x\,|_1^e - \int_1^e \frac{1}{x}\,dx$. **D.** $\int_1^e \ln x\,dx = x\ln x\,|_1^e - \int_1^e x^2\,dx$.

Câu 30. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{-4}{3}$. **C.** -4. **D.** $\frac{-28}{3}$.

Câu 31. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+2x-1$ và $g(x)=x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32. Số phức liên hợp của $z=\frac{14-2i}{1+i}$

A. $\bar{z}=16-12i$. **B.** $\bar{z}=6-8i$. **C.** $\bar{z}=16+12i$. **D.** $\bar{z}=6+8i$.

Câu 33. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. -16 **B.** 16 **C.** 2 **D.** -2

Câu 34. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x-y+z-2=0$ **B.** $3x-2y+6z-6=0$

C. $x+y+z-6=0$. **D.** $3x-2y+6z+6=0$.

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=\frac{i-3}{1-i}$ có tọa độ là

A. $(4;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(-2;4)$.

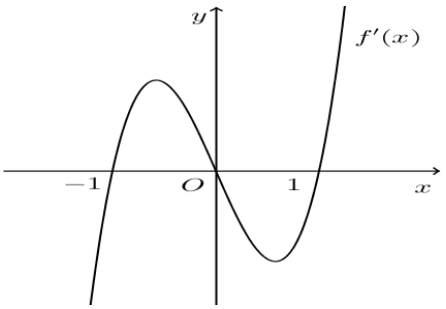
Câu 36. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O và bán kính R. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\sqrt{2}R^2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{14}}{3}R^3$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{12}R^3$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{2}R^3$ **D.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{6}R^3$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2-1 & \text{khi } x\le 1\\ x^2-x+2 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Giá trị của $\int\limits_0^{e^2-1}\dfrac{f\left[\ln(x+1)\right]}{x+1}dx$ bằng:

A. $\dfrac{17}{3}$. **B.** $\dfrac{17}{6}$. **C.** $\dfrac{14}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị của $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$ .Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A, cắt và vuông góc vớiđường thẳng d là:

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2-t\\ z=0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=1-t\\ z=-2\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\ y=1+t\\ z=-3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\ y=1+t\\ z=-2-2t\end{cases}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P):\ x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1-t\\ y=2-t\\ z=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=2\\ z=2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=2+t\\ z=2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\ y=2-t\\ z=2-t\end{cases}$.

Câu 41. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3\sqrt{2}a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$ thì thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $108\pi a^3$. **B.** $216\pi a^3$. **C.** $150\pi a^3$. **D.** $54\pi a^3$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx-3m-4}{-x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=3a$ và $AA'=2a$. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC=2HB$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{1}{2}a$.

Câu 44. Chọn ngẫu nhiên ba số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên.Xác suất để chọn được ba số có tổng là một số chia hết cho 17 bằng

A. $\frac{23}{68}$. **B.** $\frac{27}{34}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{9}{17}$.

Câu 45. Anh Nam mua một chiếc ô tô trị giá 700 triệu đồng với hình thức trả góp. Anh Nam trả trước 500 triệu đồng và phải chịu lãi suất $0,75\%$ / tháng đối với số tiền còn nợ. Mỗi tháng, anh Nam trả một số tiền không đổi vào đúng ngày tính lãi. Hỏi số tiền không đổi mà anh Nam phải trả mỗi tháng la bao nhiêu, biết rằng sau đúng 3 năm thì anh Nam trả hết nợ(làm tròn đến hàng phầ nghìn).

A. 5900000. **B.** 6360000. **C.** 9137000. **D.** 6500000.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $AM=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. Mặt phẳng (BMC) cắt cạnh SD tại N. Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.BCNM$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^3+x+\log_2\frac{x}{y}=8y^3+2y+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2-y$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $-\frac{1}{16}$. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$?

A. 8. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 49. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-3-i|=1$ và số phức $z_2=m+\left(-m^2+1\right)i$ với $m\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}+1$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+1$có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$	↘	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	↗	$+\infty$

Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f\left(1-x^3\right)=\frac{m}{4}$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $m>12$. **B.** $m>3$. **C.** $m>\frac{3}{4}$. **D.** $m>1$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	B	A	C	B	B	C	B	C	C	C	B	A	C	B	A	C	C	A	C	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	A	D	C	D	A	B	C	D	B	A	B	A	A	D	C	A	B	A	B	D	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho $F\ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f\ x$ trên đoạn $a;b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f\ x\ dx=f\ a\ -f\ b$. **B.** $\int_a^b f\ x\ dx=F\ b\ -F\ a$.

C. $\int_a^b f\ x\ dx=F\ a\ -F\ b$. **D.** $\int_a^b f\ x\ dx=f\ b\ -f\ a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_a^b f\ x\ dx=F\ b\ -F\ a$.

Câu 2. Một hình nón có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính $r=2$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 12π. **C.** 5π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.3.2=6\pi$.

Câu 3. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_2 a^5$ bằng

A. $5\log_2 a$. **B.** $5+\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{5}\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{5}+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 a^5=5\log_2 a$.

Câu 4. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 là

A. 36. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy $B=4$. Chiều cao $h=3$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=4.3=12$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $\log(1-x)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $1-x>0\Leftrightarrow x<1$.

Vậy $D=(-\infty;1)$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ nhóm gồm 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ?

A. 6. **B.** 30. **C.** 11. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn một học sinh từ nhóm gồm 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ là $C_{11}^1=11$.

Câu 7. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 4 là

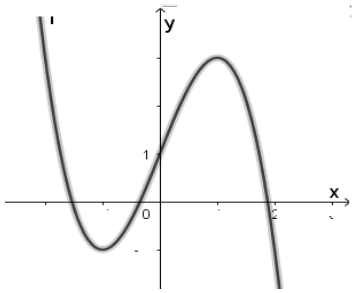
A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\frac{256}{3}\pi$. **D.** $\frac{16}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu $S=4\pi r^2=64\pi$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

C. $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có 2 điểm cực trị nên đây là hàm số bậc 3, loại đáp án C,D.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow a<0$. Do đó chọn đáp án B.

Câu 9. Cho số phức $z=3-4i$. Môđun của z

A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Câu 10. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực khác 0. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$.

B. $\int[f(x)g(x)]dx=\int f(x)dx\int g(x)dx$.

C. $\int(f(x)+g(x))dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

D. $\int(f(x)-g(x))dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất nguyên hàm.

Câu 11. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-3)>\log 5$ là

A. $(8;+\infty)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(2x-3)>\log 5 \Leftrightarrow 2x-3>5 \Leftrightarrow x>4$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;0;2)$ bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

Lời giải

ChọnC

Mặt cầu tâm $I(-1;0;2)$ bán kính $R=3$ có phương trình là $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $2^{2x}=8$ là.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$2^{2x}=8\Leftrightarrow 2^{2x}=2^3\Leftrightarrow 2x=3\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.

Câu 14. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là.

A. Bh. **B.** $\frac{1}{3}Bh$. **C.** $3Bh$. **D.** $\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+2}$ là đường thẳng

A. $x=-2$. **B.** $x=-\frac{3}{2}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{2x-3}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{2x-3}{x+2}=+\infty$

Vậy $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x+2}$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=-2+3i$ và $z_2=3+i$. Số phức z_1-z_2 bằng

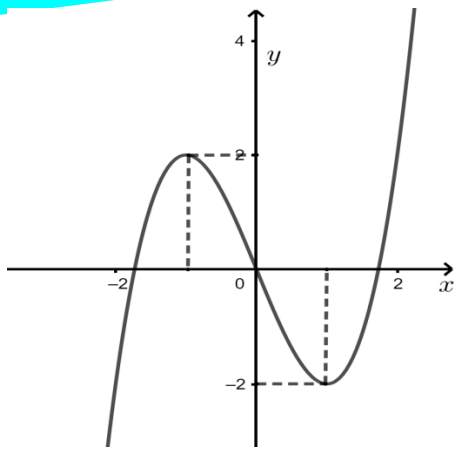
A. $5-2i$. **B.** $-5+4i$. **C.** $-5+2i$. **D.** $5-4i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1-z_2.=-2+3i-(3+i)=-5+2i$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=1$.

Câu 18. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_3=7$. Số hạng u_2 bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 10.

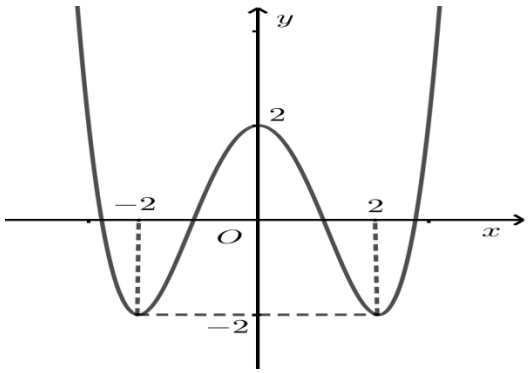
Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_3=u_1+(n-1)d \Leftrightarrow 7=1+2d \Rightarrow d=3.$

$u_2=u_1+d=1+3=4.$

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 20. Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng $(P):2x-y+2z-13=0$ bằng

A. $\frac{11}{3}$. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

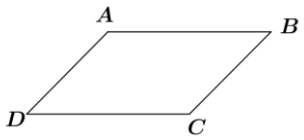
Ta có: $\mathrm{d}\left(M;(P)\right)=\dfrac{|2.1-2.1-1.2-13|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=5.$

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(-1;0;2), B(2;1;-3)$ và $C(1;-1;0)$. Tọa độ điểm D là

A. $(-2;-2;5)$. **B.** $(0;2;-1)$. **C.** $(-2;2;5)$. **D.** $(2;2;-5)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x;y;z)$, ta có:

$\overrightarrow{BC}=(-1;-2;3)$.

$\overrightarrow{AD}=(x+1;y;z-2)$.

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1=-1\\y=-2\\z-2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\\z=5\end{cases}.$

Vậy $D(-2;-2;5)$.

Câu 22. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=13$ và $AB=12$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. 60π. **B.** 300π. **C.** 100π. **D.** 325π.

Lời giải

Chọn C

Khi quay tam giác ABC vuông tại A xung quanh cạnh AB tạo thành một khối nón tròn xoay có bán kính $r=AC$, độ dài đường sinh $l=BC=13$, chiều cao $h=AB=12$.

Ta có $r=AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{13^2-12^2}=5$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Phương trình $3f(x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

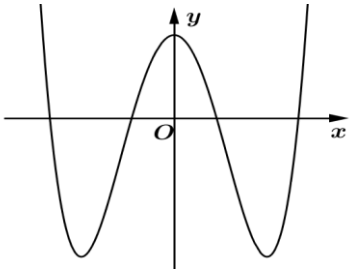
Chọn A

Phương trình $3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{4}{3}$.

Từ bảng biến thiên suy ra có 3 giao điểm nên phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{4}x^4+bx^2+c,\ (b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $b<0;c>0$. **B.** $b>0;c>0$. **C.** $b<0;c<0$. **D.** $b>0;c<0$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b<0$ mà $a=\frac{1}{4}>0\Rightarrow b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Vậy $b<0;c>0$.

Câu 25. Với x là số thực dương tuỳ ý, $x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x}$ bằng

A. $x^{\frac{2}{9}}$. **B.** $x^{\frac{1}{8}}$. **C.** $x^{\frac{1}{2}}$. **D.** x^2.

Lời giải

ChọnC

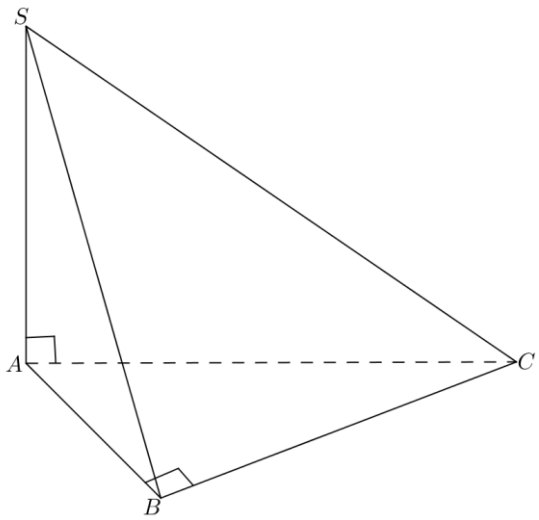
Ta có $x^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{6}}.x^{\frac{1}{3}}=x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a, BC=a\sqrt{2}, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng góc SCA

Trong tam giác vuông SAC có $\tan \mathrm{SAC} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SCA = 30^0$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $7^{6-x^2} \geq 49$ là

A. $\left[-\sqrt{6};\sqrt{6}\right]$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $7^{6-x^2} \geq 49 \Leftrightarrow 6-x^2 \geq 2 \Leftrightarrow x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$.

Câu 28. Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ và trục hoành. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng đã cho quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{15\pi}{16}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng đã cho quanh trục hoành là

$$V = \pi \int_0^2 \left(x^2 - 2x\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 29. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\int_1^e \ln x \,\mathrm{d}x = x\ln x \Big|_1^e - \int_1^e \mathrm{d}x$.

B. $\int_1^e \ln x \,\mathrm{d}x = x\ln x \Big|_1^e - \int_1^e x\mathrm{d}x$.

C. $\int_1^e \ln x \,\mathrm{d}x = x\ln x \Big|_1^e - \int_1^e \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

D. $\int_1^e \ln x \,\mathrm{d}x = x\ln x \Big|_1^e - \int_1^e x^2\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Xét $I=\int_1^e \ln x\,\mathrm{d}x$

Đặt $u=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=\mathrm{d}x \Rightarrow v=x$ khi đó $I=x\ln x\big|_1^e-\int_1^e x.\frac{1}{x}\mathrm{d}x=x.\ln x\big|_1^e-\int_1^e \mathrm{d}x$.

Câu 30. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{-4}{3}$. **C.** -4. **D.** $\frac{-28}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4 \Rightarrow f'(x)=x^2+4x+3$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Ta có: $f(-4)=\frac{-16}{3}$, $f(0)=-4$, $f(-3)=-4$, $f(-1)=\frac{-16}{3}$

Vậy $\max\limits_{x\in[-4;0]} f(x)=\frac{-16}{3}$, $\min\limits_{x\in[-4;0]} f(x)=-4$ nên $M+m=\frac{-28}{3}$

Câu 31. Số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+2x-1$ và $g(x)=x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x)$ và đồ thị hàm số $y=g(x)$ là $x^3+2x-1=x-1 \Leftrightarrow x^3+x=0 \Leftrightarrow x=0$. Nên số giao điểm sẽ là 1 giao điểm.

Câu 32. Số phức liên hợp của $z=\frac{14-2i}{1+i}$

A. $\bar{z}=16-12i$. **B.** $\bar{z}=6-8i$. **C.** $\bar{z}=16+12i$. **D.** $\bar{z}=6+8i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z=\frac{14-2i}{1+i}=\frac{(14-2i)(1-i)}{2}=\frac{12-16i}{2}=6-8i$ nên $\bar{z}=6+8i$

Câu 33. Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+10=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. -16 **B.** 16 **C.** 2 **D.** -2

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z^2-2z+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+3i \\ z_2=1-3i \end{array}\right. \Rightarrow z_1^2+z_2^2=(1+3i)^2+(1-3i)^2=-16$

Cách 2: Gọi z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+10=0$.

Ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=2 \\ z_1z_2=10 \end{cases}$; khi đó: $z_1^2+z_2^2=(z_1+z_2)^2-2z_1z_2=4-20=-16$

Câu 34. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $x-y+z-2=0$ **B.** $3x-2y+6z-6=0$

C. $x+y+z-6=0$. **D.** $3x-2y+6z+6=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $A(2;0;0)\in Ox$; $B(0;-3;0)\in Oy$; $C(0;0;1)\in Oz$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow 3x-2y+6z-6=0$

Câu 35. Trong mặt phẳng Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=\frac{i-3}{1-i}$ có tọa độ là

A. $(4;-2)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-2;-1)$ **D.** $(-2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=\frac{i-3}{1-i}=\frac{(i-3)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{-4-2i}{2}=-2-i$.

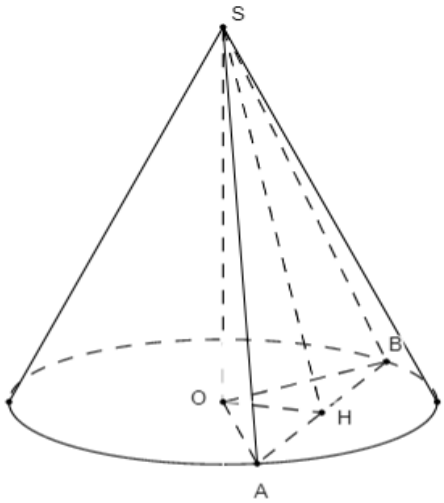
Vậy điểm biểu diễn số phức z có tọa độ là $(-2;-1)$

Câu 36. Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O và bán kính R. Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác OAB vuông. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\sqrt{2}R^2$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{14}}{3}R^3$ **B.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{12}R^3$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{2}R^3$ **D.** $\frac{\pi\sqrt{14}}{6}R^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow OH \perp AB$; ΔOAB vuông cân có $OA = OB = R$ nên $AB = R\sqrt{2}$; $OH = \frac{1}{2}AB = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

Theo giả thiết: $S_{\Delta SAB} = \sqrt{2}R^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}SH.AB = \sqrt{2}R^2 \Rightarrow SH = \frac{2\sqrt{2}R^2}{AB} = \frac{2\sqrt{2}R^2}{R\sqrt{2}} = 2R$

Ta có: $SO^2 = SH^2 - OH^2 = (2R)^2 - \left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{14R^2}{4} \Rightarrow SO = \frac{R\sqrt{14}}{2}$

Vậy thể tích khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.SO = \frac{1}{3}\pi R^2.\frac{R\sqrt{14}}{2} = \frac{\pi R^3\sqrt{14}}{6}$

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & \text{khi } x \le 1 \\ x^2 - x + 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Giá trị của $\int_0^{e^2-1} \frac{f\left[\ln(x+1)\right]}{x+1}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{17}{3}$. **B.** $\frac{17}{6}$. **C.** $\frac{14}{3}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $I = \int_0^{e^2-1} \frac{f\left[\ln(x+1)\right]}{x+1}\mathrm{d}x$.

Đặt $\ln(x+1) = t \Rightarrow \frac{1}{x+1}\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.

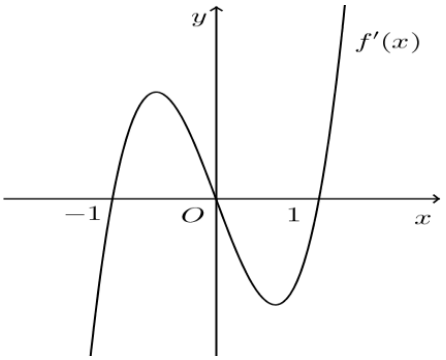
Với $x = 0 \Rightarrow t = 0$

$x = e^2 - 1 \Rightarrow t = 2$

$\Rightarrow I = \int_0^2 f(t)\mathrm{d}t = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

$= \int_0^1 (3x^2 - 1)\mathrm{d}x + \int_1^2 (x^2 - x + 2)\mathrm{d}x = (x^3 - x)\Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 2x\right)\Big|_1^2 = \frac{17}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị của $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x)=(2x-2)f'(x^2-2x)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f'(x^2-2x)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=0 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1+\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \end{array}\right.$$

Ta thấy các nghiệm trên đều nghiệm bội lẻ

Vậyhàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-2)$và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$ .Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A, cắt và vuông góc vớiđường thẳng d là:

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=-2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+3t \\ y=1+t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d tại điểm $B(-1+t;-2+2t;-t)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-4+t;-3+2t;2-t)$ là một vector chỉ phương củađường thẳng Δ.

Mà $\vec{u}=(1;2;-1)$ là một vector chỉ phương củađường thẳng d

Do $\Delta \perp d$ nên $\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 1.(-4+t)+2.(-3+2t)-1.(2-t)=0 \Leftrightarrow t=2$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2;1;0) \Rightarrow \vec{u'}=(2;-1;0)$ là một vector chỉ phương củađường thẳng Δ.

Vậyphương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm A, cắt và vuông góc vớiđường thẳng d là: $\begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=-2 \end{cases}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P):\ x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Lấy $N(1+a;2+a;3+a)\in d \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(a;a;1+a)$.

Ta có: $MN \,//\, (P)$ khi $\vec{n}.\overrightarrow{MN}=0 \Leftrightarrow a-a+1+a=0 \Leftrightarrow a=-1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng cần tìm.

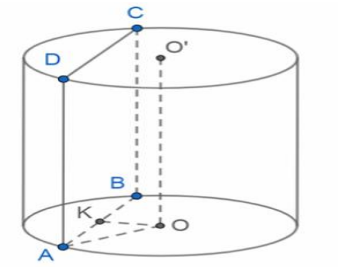
Vậyđường thẳng cần tìm phương trình là: $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 41. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3\sqrt{2}a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$ thì thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $108\pi a^3$. **B.** $216\pi a^3$. **C.** $150\pi a^3$. **D.** $54\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục, ta được thiết diện là hình vuông $ABCD$ (với AB là dây cung của hình tròn đáy tâm O, với CD là dây cung của hình tròn đáy tâm O').

Ta có bán kính đáy của hình trụ là $r=OA=OB=3\sqrt{2}a$.

Gọi K là trung điểm đoạn AB thì $OK\perp AB$, lại có mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy của hình trụ $\Rightarrow OK\perp(ABCD)\Rightarrow$ khoảng cách giữa OO' và $(ABCD)$ là $OK=3a$.

Xét tam giác AOK vuông tại K có $AK=\sqrt{OA^2-OK^2}=\sqrt{18a^2-9a^2}=3a$

$\Rightarrow h=OO'=AD=AB=6a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là: $V=\pi r^2 h=108\pi a^3$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx-3m-4}{-x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

- Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.
- Ta có $y'=\dfrac{m^2-3m-4}{(-x+m)^2}, \forall x\in D$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin (2;+\infty) \\ y' < 0, \forall x \in (2;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 2 \\ m^2 - 3m - 4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \le 2$.

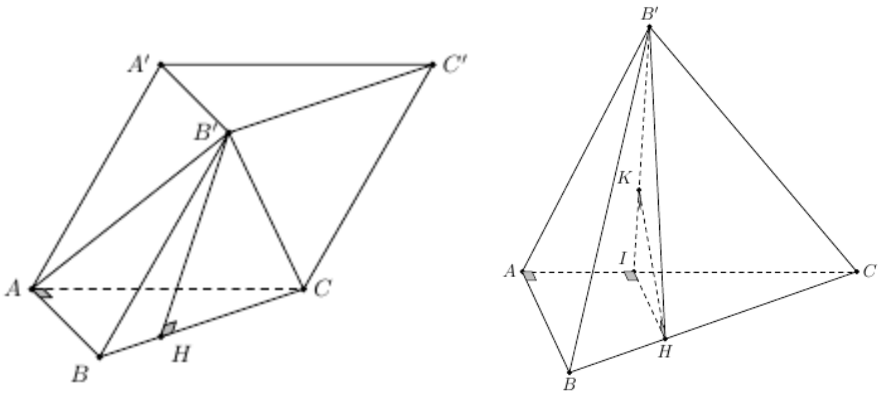
Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = 3a$ và $AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt đáy là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{1}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



◆Do ΔABC vuông cân tại A nên suy ra $BC = AB\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$.

Khi đó $HC = \frac{2BC}{3} = 2\sqrt{2}a$; $HB = \frac{BC}{3} = a\sqrt{2}$.

◆Trong (ABC) kẻ $HI \perp AC$ $(*)$ với $I \in AC$.

Trong $(B'HI)$ kẻ $HK \perp B'I$ (1) với $K \in B'I$.

Mà $AC \perp B'H$ $(**)$. Từ (*) và (**) suy ra $AC \perp (B'HI) \Rightarrow AC \perp HK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (B'AC) \Rightarrow \mathrm{d}(H,(B'AC)) = HK$.

Do $\frac{\mathrm{d}(B,(B'AC))}{\mathrm{d}(H,(B'AC))} = \frac{BC}{HC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \mathrm{d}(B,(B'AC)) = \frac{3}{2}\mathrm{d}(H,(B'AC)) = \frac{3}{2}HK$.

◆Tron $\Delta B'HI$ vuông tại H ta có $\frac{HI}{AB} = \frac{CH}{Cb} = \frac{2}{3} \Rightarrow HI = \frac{2}{3}AB = 2a$;

$B'H = \sqrt{B'B^2 - BH^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Khi đó $HK = \frac{HI.B'H}{\sqrt{HI^2 + B'H^2}} = \frac{2a.a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2 + 2a^2}} = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. Suy ra $\mathrm{d}(B,(B'AC)) = \frac{3}{2}HK = a\sqrt{3}$.

Câu 44. Chọn ngẫu nhiên ba số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên.Xác suất để chọn được ba số có tổng là một số chia hết cho 17 bằng

A. $\frac{23}{68}$. **B.** $\frac{27}{34}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{9}{17}$.

Lời giải

Chọn A

◆Số cách chọn ngẫu nhiên ba số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên chính là số phần tử của không gian mẫu. Suy ra $n(\Omega)=C_{17}^3$.

Tập hợp 17 số nguyên dương đầu tiên chia thành 3 tập hợp.

Tập hợp $M=\{3;6;9;12;15\}$ gồm các số chia hết cho 3.

Tập hợp $N=\{1;4;7;10;13;16\}$ gồm các số chia cho 3 dư 1.

Tập hợp $P=\{2;5;8;11;14;17\}$ gồm các số chia cho 3 dư 2.

Gọi A là biến cố "chọn được 3 số có tổng là số chia hết cho 3".

Trường hợp 1: Chọn 3 số từ tập M có C_5^3 cách.

Trường hợp 2: Chọn 3 số từ tập N có C_6^3 cách.

Trường hợp 3: Chọn 3 số từ tập P có C_6^3 cách.

Trường hợp 4: Chọn 1 số từ tập M, 1 số từ tập N, 1 số từ tập P có 5.6.6 cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=C_5^3+C_6^3+C_6^3+5.6.6=230$.

Vậy xác suất để chọn được ba số có tổng là một số chia hết cho 17 là

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{230}{680}=\frac{23}{68}.$$

Câu 45. Anh Nam mua một chiếc ô tô trị giá 700 triệu đồng với hình thức trả góp. Anh Nam trả trước 500 triệu đồng và phải chịu lãi suất $0,75\%$ / tháng đối với số tiền còn nợ. Mỗi tháng, anh Nam trả một số tiền không đổi vào đúng ngày tính lãi. Hỏi số tiền không đổi mà anh Nam phải trả mỗi tháng la bao nhiêu, biết rằng sau đúng 3 năm thì anh Nam trả hết nợ(làm tròn đến hàng phầ nghìn).

A. 5900000. **B.** 6360000. **C.** 9137000. **D.** 6500000.

Lời giải

Chọn B

◆Số tiền anh Nam chịu trả góp các tháng còn lại(tính từ khi nợ): $A=200$ triệu đồng.

◆ Gọi số tiền anh Nam phải trả góp hàng tháng theo mức cố định là m đồng, lãi suất hàng tháng: $r=0,75\%$

+) Sau tháng thứ nhất, anh Nam còn nợ cửa hàng: $A_1=A(1+r)-m$ đồng.

+) Sau tháng thứ hai, anh Nam còn nợ cửa hàng:

$A_2=A_1(1+r)-m=A(1+r)^2-m(1+r)-m$ đồng.

+) Do vậy sau tháng thứ 36, anh Nam còn nợ cửa hàng là 0 triệu đồng, nên ta có:

$A_{36}=A_{35}(1+r)-m=A(1+r)^{36}-m(1+r)^{35}-...-m(1+r)-m=0$.

$$\Leftrightarrow A(1+r)^{36}-m.\frac{(1+r)^{36}-1}{r}=0\Leftrightarrow m=\frac{r.A(1+r)^{36}}{(1+r)^{36}-1}$$

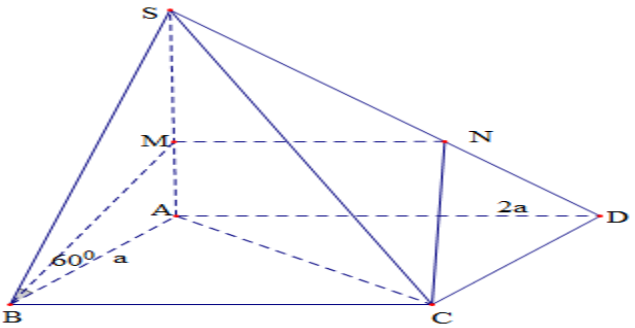
$\Leftrightarrow m=\dfrac{0,75\%.200.(1+0,75\%)^{36}}{(1+0,75\%)^{36}-1}\approx 6359946,5$ đồng.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, SB tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Trên cạnh SA lấy điểm M sao cho $AM=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. Mặt phẳng (BMC) cắt cạnh SD tại N. Tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.BCNM$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{7}$. **D.** $\dfrac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn A



◆Do $AD // BC$, nên kẻ $MN // AD (N\in SD)$, khi đó $(BMC)\cap(SAD)=MN$.

◆$(SB,(ABCD))=SBA=60°$, $SA=AB.\tan 60°=\sqrt{3}a$.

$SM=SA-AM=a\sqrt{3}-\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$MN // AD\Rightarrow \dfrac{SM}{SA}=\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{2}{3}$.

◆$\dfrac{V_{S.BCNM}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABCD}}+\dfrac{V_{S.MCN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}}+\dfrac{V_{S.MCN}}{V_{S.ACD}}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{SM}{SA}+\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SC}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{5}{9}$.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^3+x+\log_2\dfrac{x}{y}=8y^3+2y+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2-y$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $-\dfrac{1}{16}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^3+x+\log_2\dfrac{x}{y}=8y^3+2y+1\Leftrightarrow x^3+x+\log_2 x=8y^3+2y+\log_2(2y)$. (1)

Xét hàm số $f(t)=t^3+t+\log_2 t\ (t>0)$, ta có:

$f'(t)=3t^2+1+\dfrac{1}{t\ln 2}>0,\forall t>0$

Suy ra hàm số $f(t)=t^3+t+\log_2 t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Như vậy $(1)\Leftrightarrow f(x)=f(2y)\Leftrightarrow x=2y$.

Ta có: $P=x^2-y=4y^2-y=g(y)$.

Xét hàm số $g(y)=4y^2-y(y>0)$ ta được $\min\limits_{(0;+\infty)} g(y)=-\dfrac{1}{16}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2-y$ bằng $-\dfrac{1}{16}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$?

A. 8. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{x^2+3^y}-x>\sqrt{x^2}-x\ge 0,\forall x,y$

Ta có: $\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$

$\Leftrightarrow \log_4 t.\log_3\dfrac{3^y}{t}=y^2-7y\Leftrightarrow \dfrac{\log_3 t}{\log_3 4}.(y-\log_3 t)=y^2-7y$

$\Leftrightarrow \log_3 t.(y-\log_3 t)=(y^2-7y)\log_3 4\Leftrightarrow (\log_3 t)^2-y\log_3 t+(y^2-7y)\log_3 4=0\ (1)$

Coi phương trình (1) là pt bậc hai với $\log_3 t$. Ta thấy phương trình đã cho có nghiệm x khi phương trình (1) có nghiệm $t\Leftrightarrow \Delta=y^2-4(y^2-7y)\log_3 4\ge 0$

$\Leftrightarrow (1-4\log_3 4)y^2+(28\log_3 4)y\ge 0\Leftrightarrow 0\le y\le \dfrac{28\log_3 4}{4\log_3 4-1}$

Với $y\in\mathbb{Z}$ ta được $y\in\{0;1;2;...;8\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho số phức z_1 thỏa mãn $|z_1-3-i|=1$ và số phức $z_2=m+(-m^2+1)i$ với $m\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ bằng

A. $\sqrt{5}+1$. **B.** $\sqrt{5}-1$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi M,N lần lượt là điểm biểu diễn của số phức z_1 và z_2 trong mặt phẳng (Oxy).

Do $|z_1-3-i|=1$ suy ra M thuộc đường tròn (C) có tâm $I(3;1)$, bán kính $R=1$.

$z_2=m+(-m^2+1)i \Rightarrow N(m;-m^2+1)$.

$IN=\sqrt{(m-3)^2+m^4}$

Ta có $|z_1-z_2|=MN$.

Khi đó:

$$|z_1-z_2|=MN\geq|IN-R|=\left|\sqrt{(m-3)^2+m^4}-1\right|=\left|\sqrt{(m^2-1)^2+3(m-1)^2+5}-1\right|\geq\sqrt{5}-1.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=1$.

Vậy $Min|z_1-z_2|=\sqrt{5}-1$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+1$ có bảng biến thiên của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{2\sqrt{3}}{9}$	↘	$-\frac{2\sqrt{3}}{9}$	↗	$+\infty$

Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(1-x^3)=\frac{m}{4}$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;-1)$ là

A. $m>12$. **B.** $m>3$. **C.** $m>\frac{3}{4}$. **D.** $m>1$.

Lời giải

Chọn A

$f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d$, $f''(x)=12ax^2+6bx+2c$.

Ta có $\begin{cases} f''\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0 \\ f''\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \\ 2a+c=0 \end{cases} (1)$.

Ta có $\begin{cases} f'\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{3}}{9} \\ f'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{2\sqrt{3}}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+3c=-1 \\ d=0 \end{cases} (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=d=0 \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^2+1$.

$f'(x)=x^3-x \Rightarrow f'(x)>0,\ \forall x>2;\ f(2)=3$.

Xét hàm số $g(x)=f\left(1-x^3\right)$ trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Ta có $g'(x)=-3x^2.f'\left(1-x^3\right)$

Do $x<-1 \Rightarrow 1-x^3>2 \Rightarrow f'\left(1-x^3\right)>0$, $\forall x<-1 \Rightarrow g'(x)<0,\ \forall x<-1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$.

Ta có bảng biến thiên $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trinh $f\left(1-x^3\right)=\frac{m}{4}$ có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;-1) \Leftrightarrow \frac{m}{4}>3 \Leftrightarrow m>12$.

----------HẾT----------

ĐỀ 42

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ CẦN THƠ – MÃ 121

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là

A. $x=\frac{7}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=\frac{10}{3}$. **D.** $x=6$.

Câu 2. Số cách chọn 3 học sinh từ nhóm có 5 học sinh là

A. A_5^3. **B.** C_5^3. **C.** 5^3. **D.** $5!$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z}{-2}$

A. $Q(-2;1;-2)$. **B.** $M(2;-1;2)$. **C.** $N(1;-4;0)$. **D.** $P(1;-4;-2)$.

Câu 4. Hàm số có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	1	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(3;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{5}}$ **B.** $a^{\frac{1}{10}}$. **C.** $a^{\frac{5}{2}}$ **D.** $a^{\frac{1}{5}}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\ln(x+2)$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

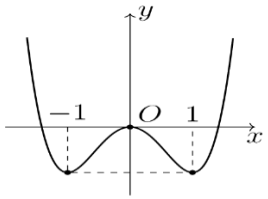
Câu 7. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 12. Thể tích của khối nón (N) bằng

A. 16π. **B.** 9π **C.** 48π. **D.** 24π.

Câu 8. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 9. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



A. $y=x^3-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $a+\log_2 8$. **B.** $8\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $8+\log_2 a$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha):x-y+2z-3=0$ là

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-1;0;2)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(1;-1;2)$.

Câu 12. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a$, $BC=a$, $AA'=2\sqrt{3}a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x$ là

A. $\dfrac{e^{3x+1}}{3x+1}+C$. **B.** $3e^{3x}+C$. **C.** $e^{3x}+C$. **D.** $\dfrac{e^{3x}}{3}+C$.

Câu 14. Số phức $z=1-2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là

A. 1 và 2. **B.** 1 và -2. **C.** -2 và 1. **D.** 2 và -1.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** a^3.

Câu 16. Cho cấp số cộng u_n có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

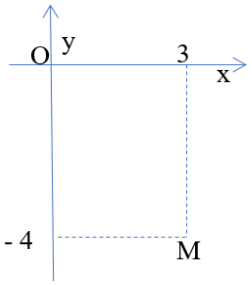
A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 18. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 45. **C.** 45π. **D.** 15π.

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?



A. $3+4i$. **B.** $3-4i$. **C.** $-3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Câu 20. Cho $\int_0^1 f(x)dx=3$ và $\int_1^3 f(x)dx=-2$. Giá trị của $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 21. Nếu đặt $u=x$ và $\mathrm{d}v=\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ thì $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$. **B.** $x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$.

C. $x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$. **D.** $-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$.

Câu 22. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln x$, trục Ox và đường thẳng $x=e^3$ bằng

A. $2e^3+1$. **B.** $2e^3-1$. **C.** $3e^3-1$. **D.** $4e^3+1$.

Câu 23. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2-2$ và $y=1-x^2$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2+\sqrt{3}z+3=0$. Giá trị của $z_1^2+z_2^2$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $-\dfrac{9}{4}$. **D.** 9.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)^3$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ là:

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$.
C. $x+2y+3z-9=0$. **D.** $x+2y+3z+9=0$.

Câu 28. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+4}$ là đường thẳng:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

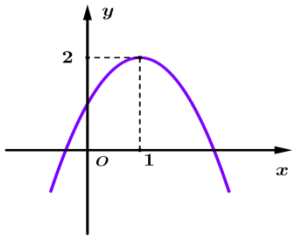
Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^2e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{e}$. **C.** e. **D.** $2e$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;4;-1)$ và $R=9$. **B.** $I(2;-4;1)$ và $R=3$.
C. $I(-2;4;-1)$ và $R=3$. **D.** $I(2;-4;1)$ và $R=9$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+3x)$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, có $AB=a\sqrt{3}$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

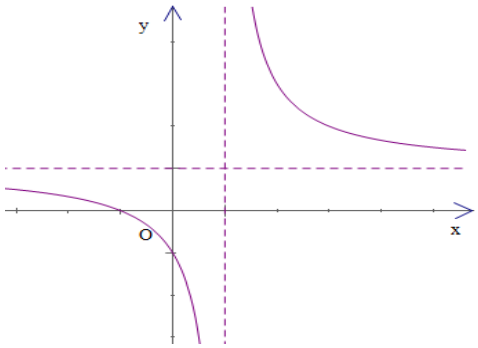
Câu 34. Nếu đặt $t=5^x$ thì bất phương trình $5^{2x}-3.5^{x+2}+2021<0$ trở thành

A. $t^2-3t+2021<0$. **B.** $t^2-6t+2021<0$. **C.** $t^2-9t+2021<0$. **D.** $t^2-75t+2021<0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x+y-3z-5=0$ là

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=-3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và $a,b,c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Câu 37. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\dfrac{a}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) bằng

A. $4a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** a^2.

Câu 38. Cho hình nón có chiều cao $h=20$ và bán kính đáy $r=25$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy một khoảng bằng 12. Thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng

A. 500. **B.** 400. **C.** 300. **D.** 200.

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 6 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi vào 11 cái ghế được bố trí thành một hàng ngang. Xác suất để 5 bạn nữ ngồi cạnh nhau là

A. $\dfrac{1}{231}$. **B.** $\dfrac{1}{462}$. **C.** $\dfrac{1}{7920}$. **D.** $\dfrac{1}{66}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;2-a;1-a)$, $B(a+3;-1;1)$, $C(-2;4;2)$, $D(-2;-a;-a-3)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của a sao cho bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng. Tập hợp S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-7;-2)$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(-6;2)$.

Câu 41. Anh Tâm vay ngân hàng 50 triệu đồng, mỗi tháng trả góp cho ngân hàng 3 triệu đồng và phải chịu lãi suất của số tiền chưa trả là $0,7\%$ / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng?

A. 20 tháng. **B.** 18 tháng. **C.** 17 tháng. **D.** 19 tháng.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B; $BA=BC=a$; SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC là

A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Câu 43. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A,B,C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB=3, AC=4, BC=5$ và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$. **B.** $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$. **C.** $\frac{4\sqrt{17}}{3}\pi$. **D.** $\frac{39\sqrt{39}}{6}\pi$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2-(3m^2+2m)x+1$ với m là tham số thực. Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$. Giá trị của biểu thức $a+3b$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$, thỏa mãn $f(1)=-\frac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x)=(2x^3+x^2)[f(x)]^2$, $\forall x\in[1;2]$. Giá trị của $\int_1^2 xf(x)\,dx$ bằng:

A. $\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\ln\frac{4}{3}$. **C.** $\ln\frac{3}{4}$. **D.** $\ln 3$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(z-1)(\overline{z}+2i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng:

A. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích của khối đa diện của phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

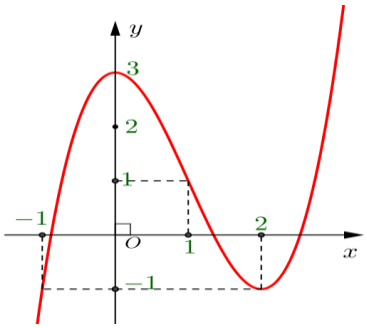
Câu 48. Cho các số thực x,y thỏa mãn $x>1, y>1$ và $\log_x\left(\sqrt[3]{xy}\right)=m$, với m là tham số thực. Giá trị của m sao cho $P=\log_x^2 y+16\log_y x$ đạt gái trị nhỏ nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 3 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $m \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $m \in (-\infty; 2)$. **C.** $m \in (-3; 2)$. **D.** $m \in (2; 3)$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x^2+1\right) \right]^2 - 2f\left(x^2+1\right) - 3 = 0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	C	C	C	C	A	B	C	D	A	B	B	D	A	B	C	B	D	D	A	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	C	B	B	B	A	D	C	D	C	A	D	D	B	B	A	D	C	C	A	A	A	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2)=2$ là

A. $x=\frac{7}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=\frac{10}{3}$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x>\frac{2}{3}$.

$\log_4(3x-2)=2 \Leftrightarrow 3x-2=16 \Leftrightarrow x=6$.

Câu 2. Số cách chọn 3 học sinh từ nhóm có 5 học sinh là

A. A_5^3. **B.** C_5^3. **C.** 5^3. **D.** $5!$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 3 học sinh từ nhóm có 5 học sinh là số tập con gồm 3 phần tử của tập 5 phần tử nên ta có C_5^3 cách.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x-1}{-2}=\frac{y+4}{1}=\frac{z}{-2}$

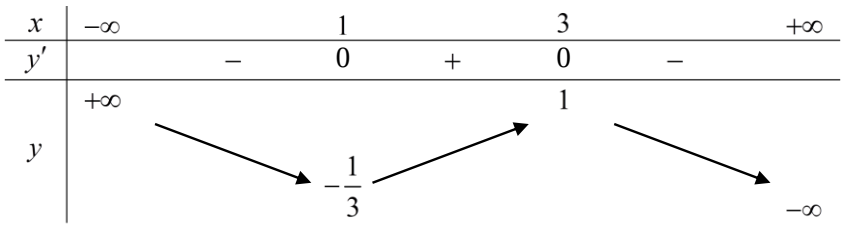
A. $Q(-2;1;-2)$. **B.** $M(2;-1;2)$. **C.** $N(1;-4;0)$. **D.** $P(1;-4;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ các điểm Q,M,N,P vào phương trình đường thẳng d ta được tọa độ điểm N thỏa mãn.

Câu 4. Hàm số có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(3;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có $x\in(3;+\infty)$ thì $f'(x)<0$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(3;+\infty)$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^5}$ bằng

A. $a^{\frac{2}{5}}$ **B.** $a^{\frac{1}{10}}$. **C.** $a^{\frac{5}{2}}$ **D.** $a^{\frac{1}{5}}$

Lời giải

Chọn C

Với $a>0$, ta có: $\sqrt{a^5}=a^{\frac{5}{2}}$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\ln(x+2)$ là

A. $[-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\ln(x+2)$ xác định khi: $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$

Vậy TXĐ của hàm số là: $D=(-2;+\infty)$

Câu 7. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 12. Thể tích của khối nón (N) bằng

A. 16π. **B.** 9π **C.** 48π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết: bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=12$.

Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.12=48\pi$

Câu 8. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq\frac{1}{4}$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

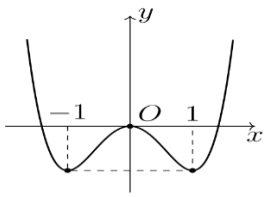
Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^x\geq\left(\frac{1}{2}\right)^2\Leftrightarrow x\leq 2$ (do cơ số $a=\frac{1}{2}<1$)

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;2]$.

Câu 9. Đường cong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



A. $y=x^3-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, đây là đồ thị hàm trùng phương với hệ số $a>0$ và đi qua điểm $(-1;1)$.

Vậy $y=x^4-2x^2$.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $a+\log_2 8$. **B.** $8\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $8+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2(8a)=\log_2 8+\log_2 a=3+\log_2 a$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha):x-y+2z-3=0$ là

A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-1;0;2)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(1;-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{n}=(1;-1;2)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Câu 12. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a$, $BC=a$, $AA'=2\sqrt{3}a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.BC=a^2$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=2\sqrt{3}a^3$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x$ là

A. $\dfrac{e^{3x+1}}{3x+1}+C$. **B.** $3e^{3x}+C$. **C.** $e^{3x}+C$. **D.** $\dfrac{e^{3x}}{3}+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int e^{3x}dx=\dfrac{e^{3x}}{3}+C$.

Câu 14. Số phức $z=1-2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là

A. 1 và 2. **B.** 1 và -2. **C.** -2 và 1. **D.** 2 và -1.

Lời giải

Chọn B

Số phức $z=1-2i$ có phần thực là 1 và phần ảo -2.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt đáy là $S_{\Delta ABC}=\frac{2a^{2}.\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=a^3$.

Câu 16. Cho cấp số cộng u_n có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1+u_3=2u_2\Leftrightarrow 1+u_3=6\Leftrightarrow u_3=5$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 18. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

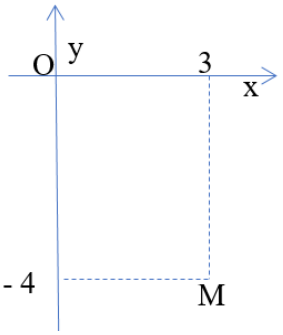
A. 36π. **B.** 45. **C.** 45π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn C

$V=\pi r^2h=\pi.3^2.5=45\pi$

Câu 19. Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?



A. $3+4i$. **B.** $3-4i$. **C.** $-3+4i$. **D.** $-4+3i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. Cho $\int_0^1 f(x)dx=3$ và $\int_1^3 f(x)dx=-2$. Giá trị của $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. -5. **B.** -1. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^3 f(x)dx=3+(-2)=1$$

Câu 21. Nếu đặt $u=x$ và $\mathrm{d}v=\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ thì $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$. **B.** $x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$.

C. $x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$. **D.** $-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u=x\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x$

$$\mathrm{d}v=\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x\Rightarrow v=-\cot x$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=uv\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}-\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}v\mathrm{d}u=-x\cot x\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}+\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\cot x\mathrm{d}x.$$

Câu 22. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\ln x$, trục Ox và đường thẳng $x=e^3$ bằng

A. $2e^3+1$. **B.** $2e^3-1$. **C.** $3e^3-1$. **D.** $4e^3+1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Diện tích hình phẳng cần tìm: $\int_1^{e^3} |\ln x| dx = x \ln x \Big|_1^{e^3} - \int_1^{e^3} 1 dx = e^3 \ln e^3 - 0 - e^3 + 1 = 2e^3 + 1.$

Câu 23. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ và $y = 1 - x^2$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{21}}{2}}$

Vậy số giao điểm cần tìm là 2.

Câu 24. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. 4. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $-\frac{9}{4}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

$$2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = \frac{-\sqrt{3}+\sqrt{21}i}{4} \\ z_2 = \frac{-\sqrt{3}-\sqrt{21}i}{4} \end{array}\right.$$

Ta có: $z_1^2 + z_2^2 = \left(\frac{-\sqrt{3}+\sqrt{21}i}{4}\right)^2 + \left(\frac{-\sqrt{3}-\sqrt{21}i}{4}\right)^2 = -\frac{9}{4}.$

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** –2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = (2+1) + (i+3i) = 3 + 4i$.

Vậy phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng 3.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

B. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = x(x-1)^2(x+2)^3$, suy ra:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
x		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$(x-1)^2$		$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	0	$+$	
$(x+2)^3$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	$\vert$	$+$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta có $f'(x)$ đổi chiều từ dương sang âm (theo chiều từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.

Ta có $f'(x)$ đổi chiều từ âm sang dương (theo chiều từ trái sang phải) nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ là:

A. $2x-y+3z-9=0$. **B.** $2x-y+3z+9=0$.

C. $x+2y+3z-9=0$. **D.** $x+2y+3z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có VTCP là $\vec{u}_d=(2;-1;3)$.

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d nhận VTCP của đường thẳng d là một VTPT.

Mặt phẳng qua điểm $A(1;2;3)$ có VTPT $\vec{n}=(2;-1;3)$ có phương trình là:

$$2(x-1)-(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z-9=0.$$

Câu 28. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+4}$ là đường thẳng:

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+4}$ là đường thẳng $x=\dfrac{-4}{2}=-2$.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^2e^x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{e}$. **C.** e. **D.** $2e$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Có $f'(x)=2xe^x+x^2e^x=x\cdot e^x(2+x)=0\Leftrightarrow x=0$ do $x\in[-1;1]$

Ta có

$f(-1)=\frac{1}{e},\quad f(1)=e,\quad f(0)=0$

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=e$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(-2;4;-1)$ và $R=9$.

B. $I(2;-4;1)$ và $R=3$.

C. $I(-2;4;-1)$ và $R=3$.

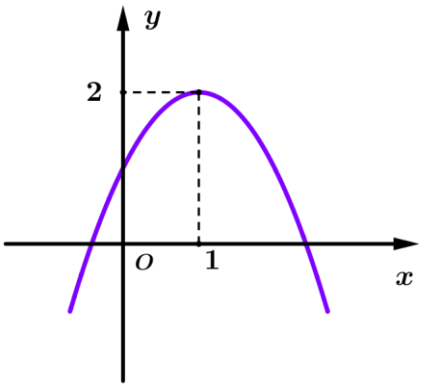
D. $I(2;-4;1)$ và $R=9$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-4;1)$ và bán kính $R=3$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 0.

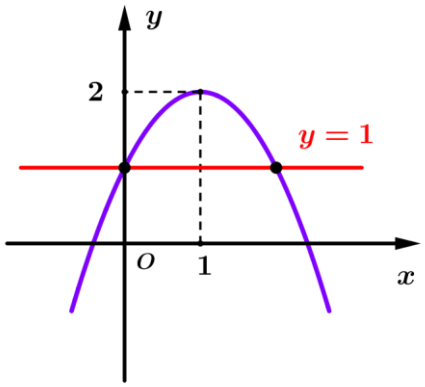
D. 1.

Lời giải

Chọn B

$f(x)-1=0\Leftrightarrow f(x)=1\quad(1)$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.



Vì ĐTHS $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại 2 điểm nên phương trình (1) có 2 nghiệm.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2+3x\right)$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$y=f\left(x^2+3x\right)\Rightarrow y'=(2x+3)\,f'\left(x^2+3x\right)=0$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+3=0\\x^2+3x=-2\\x^2+3x=1\\x^2+3x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{3}{2}\\x=-1\\x=-2\\x=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}\\x=\dfrac{-3\pm\sqrt{21}}{2}\end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{21}}{2}$		$\frac{-3-\sqrt{13}}{2}$		-2		$-\frac{3}{2}$		-1		$\frac{-3+\sqrt{13}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{21}}{2}$		$+\infty$
x^2+3x	$+\infty$		3		1		-2		$-\frac{9}{4}$		-2		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

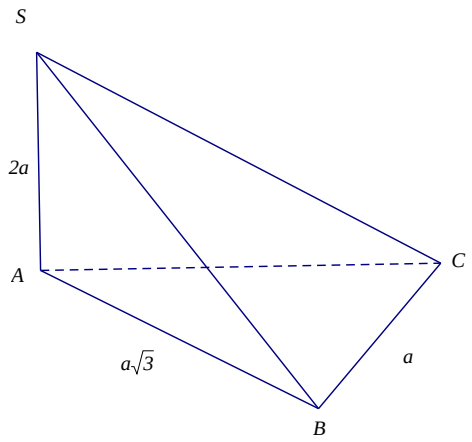
Từ bảng xét dấu của đạo hàm $y' \Rightarrow$ hàm số $y = f\left(x^2+3x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, có $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) là AC. Khi đó $(SC,(ABC)) = (SC,AC) = SCA$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có: $AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2} = 2a$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có: $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{2a} = 1 \Rightarrow SCA = 45°$.

Câu 34. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 2021 < 0$ trở thành

A. $t^2 - 3t + 2021 < 0$. **B.** $t^2 - 6t + 2021 < 0$. **C.** $t^2 - 9t + 2021 < 0$. **D.** $t^2 - 75t + 2021 < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 2021 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 3.5^2.5^x + 2021 < 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 75.5^x + 2021 < 0$.

Đặt $t = 5^x\ (t > 0)$ bất phương trình trở thành: $t^2 - 75t + 2021 < 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+t \\ z = 3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+t \\ z = -3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+t \\ z = 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$ nhận $\vec{n}_{(P)} = (2;1;-3)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3t \end{cases}$

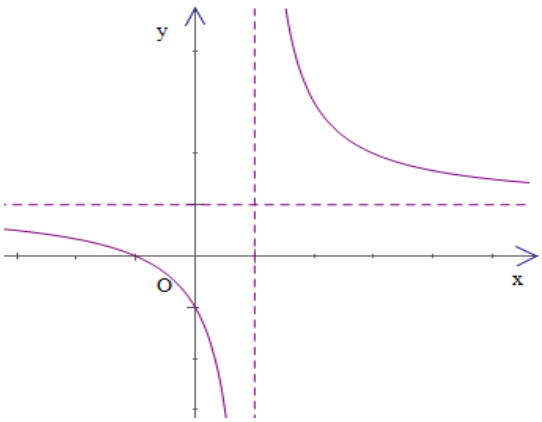
$\Rightarrow$Loại phương án B, D.

+ Phương án A: Lấy điểm $B(3;3;3)$ thay vào phương trình đường thẳng d ta được:

$\begin{cases} 3=1+2t \\ 3=2+t \\ 3=-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow B(3;3;3) \in d$.

Phương trình đường thẳng $\begin{cases} x=3+2t \\ y=3+t \\ z=3-3t \end{cases}$ chính là phương trình đường thẳng d.

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và $a,b,c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ có tiệm cận đứng $x=a$, tiệm cận ngang $y=b$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $\left(0;\dfrac{c}{a}\right)$.

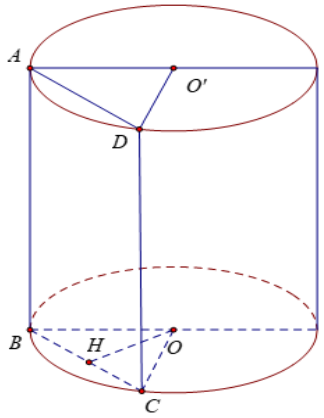
Nhìn hình vẽ ta thấy: $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ \dfrac{c}{a}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ c<0 \end{cases}$

Câu 37. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\dfrac{a}{2}$. Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) bằng

A. $4a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn C



Vì thiết diện đi qua trục là hình vuông có cạnh bằng $2a$ nên $AB=2a$, $OB=R=a$.

Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ nên $OH=\frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông OBH có $BH=\sqrt{OB^2-OH^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $BC=2BH=a\sqrt{3}$.

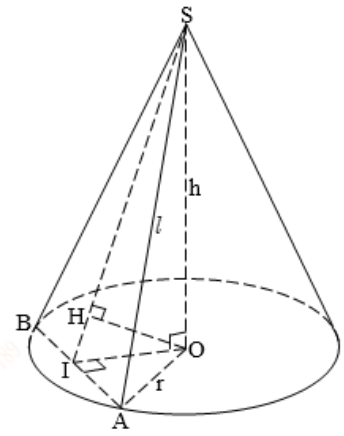
Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $2a.a\sqrt{3}=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 38. Cho hình nón có chiều cao $h=20$ và bán kính đáy $r=25$. Mặt phẳng (P) đi qua đỉnh của hình nón và cách tâm của đáy một khoảng bằng 12. Thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng

A. 500. **B.** 400. **C.** 300. **D.** 200.

Lời giải

Chọn A



Ta có $OH=12$, chiều cao $h=20$ và bán kính đáy $r=25$.

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OI^2}\Leftrightarrow\frac{1}{12^2}=\frac{1}{20^2}+\frac{1}{OI^2}\Rightarrow OI=15$$

$IA=\sqrt{OA^2-OI^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20\Rightarrow AB=40$

$SI=\sqrt{OS^2+OI^2}=\sqrt{20^2+15^2}=25$

Diện tích tam giác SAB là $\frac{1}{2}SI.AB=\frac{1}{2}.25.40=500$.

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 6 bạn nam và 5 bạn nữ ngồi vào 11 cái ghế được bố trí thành một hàng ngang. Xác suất để 5 bạn nữ ngồi cạnh nhau là

A. $\frac{1}{231}$. **B.** $\frac{1}{462}$. **C.** $\frac{1}{7920}$. **D.** $\frac{1}{66}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách sắp xếp 11 bạn vào 11 cái ghế là 11! (cách), suy ra $n(\Omega)=11!$

Gom 5 bạn nữ ngồi cạnh nhau là X.

Gọi A là biến cố "5 bạn nữ ngồi cạnh nhau"

Số cách sắp xếp cho 5 bạn nữ trong X là 5! (cách).

Số cách sắp xếp 6 bạn nam và X là 7! (cách)

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $n(A)=5!7!$

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{5!7!}{11!}=\frac{1}{66}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;2-a;1-a)$, $B(a+3;-1;1)$, $C(-2;4;2)$, $D(-2;-a;-a-3)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của a sao cho bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng. Tập hợp S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-7;-2)$. **B.** $(3;6)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(-6;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(a+3;a-3;a)$, $\overrightarrow{AC}=(-2;a+2;a+1)$, $\overrightarrow{AD}=(-2;-2;-4)$,

$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-4a-3;-a^2-6a-3;a^2+7a)$

Bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng khi và chỉ chi

$\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0\Leftrightarrow a^2+4a-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-2+\sqrt{10}\in(-6;2)\\a=-2-\sqrt{10}\in(-6;2)\end{array}\right.$.

Câu 41. Anh Tâm vay ngân hàng 50 triệu đồng, mỗi tháng trả góp cho ngân hàng 3 triệu đồng và phải chịu lãi suất của số tiền chưa trả là $0,7\%$ / tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng?

A. 20 tháng. **B.** 18 tháng. **C.** 17 tháng. **D.** 19 tháng.

Lời giải

Chọn B

Đặt $A=50$ triệu đồng; $r=0,7\%$; $m=3$ triệu đồng.

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ nhất là: $T_1 = A(1+r) - m$.

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ hai là: $T_2 = T_1(1+r) - m = A(1+r)^2 - m(1+r) - m$.

...

Số tiền anh Tâm còn nợ sau tháng thứ n là:

$$T_n = A(1+r)^n - m(1+r)^{n-1} - ... - m(1+r) - m = A(1+r)^n - m.\frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Để sautháng thứ n anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng thì $T_n = 0$

$$\Leftrightarrow A(1+r)^n - m.\frac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Leftrightarrow 50(1+r)^n = 3.\frac{(1+0,7\%)^n - 1}{0,7\%} \Rightarrow n \approx 17,78.$$

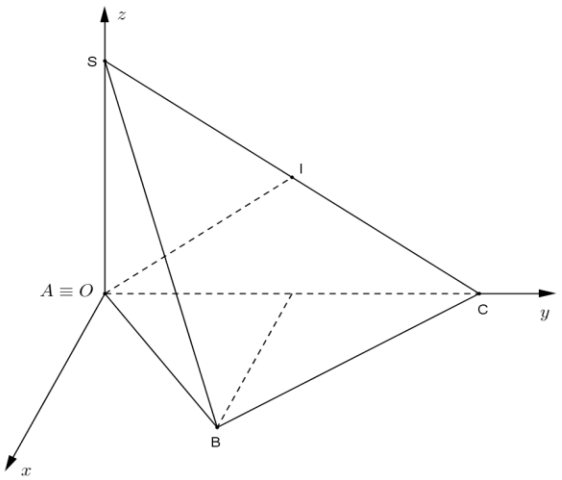
Vậy cầnít nhất 18 tháng thì anh Tâm trả hết tiền nợ ngân hàng.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B; $BA = BC = a$; SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC là

A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Từ gt $\Rightarrow SA \perp BC$ và $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow ((SBC);(ABC)) = (AB;SB) = SBA = 60°$

$\Rightarrow SA = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$

Lại có: $AC = a\sqrt{2}$

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O$; C; S lần lượt thuộc các tia Oy và Oz; B nằm trong góc $xOy \Rightarrow A(0;0;0)$; $C(0;a\sqrt{2};0)$; $S(0;0;a\sqrt{3}) \Rightarrow I\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$;

$B\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AI}=\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$; $\overrightarrow{BC}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$; $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_1}=\left(0;\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$; $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;0)$ lần lượt là véctơ chỉ phương của AI và BC.

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(-\sqrt{3};-\sqrt{3};\sqrt{2}\right)$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AI với BC là: $d\left(AI;BC\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{BC}\right]\right|}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 43. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A,B,C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB=3, AC=4, BC=5$ và khoảng cách từ O đến (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$. **B.** $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$. **C.** $\frac{4\sqrt{17}}{3}\pi$. **D.** $\frac{39\sqrt{39}}{6}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB=3, AC=4, BC=5$ nên $BC^2=AB^2+AC^2\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Do đó đường tròn ngoại tiếp ΔABC có bán kính là $r=\frac{BC}{2}=\frac{5}{2}$.

Gọi R là bán kính của mặt cầu (S). Ta có $R=\sqrt{r^2+d^2\left(O,(ABC)\right)}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy thể tích của khối cầu (S) là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^3=\frac{29\sqrt{29}}{6}\pi$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2-\left(3m^2+2m\right)x+1$ với m là tham số thực. Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$. Giá trị của biểu thức $a+3b$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-2(m+1)x-\left(3m^2+2m\right)$.

Xét $y'=0\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x-\left(3m^2+2m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-m\\x=3m+2\end{array}\right.$.

TH1: Với $-m<3m+2\Leftrightarrow m>-\frac{1}{2}$. Khi đó hàm số trên sẽ đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-m)$ và $(3m+2;+\infty)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty) \Leftrightarrow 4 \geq 3m+2 \Leftrightarrow m \leq \frac{2}{3}$. Kết hợp điều kiện trên ta được $m \in \left(-\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right]$.

TH2: Với $-m > 3m+2 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty) \Leftrightarrow 4 \geq -m \Leftrightarrow m \geq -4$. Kết hợp điều kiện trên ta được $m \in \left[-4;-\frac{1}{2}\right)$.

TH3: Với $-m = 3m+2 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Ta có $y' = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .Khi đó hàm số trên sẽ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do vậy hàm số cũng đồng biến trên $(4;+\infty)$. Suy ra $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn ycbt.

Kết hợp 3 trường hợp ta được $m \in \left[-4;\frac{2}{3}\right]$. Suy ra $a=-4; b=\frac{2}{3} \Rightarrow a+3b=-2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$, thỏa mãn $f(1) = -\frac{1}{2}$ và $f(x)+xf'(x) = \left(2x^3+x^2\right)\left[f(x)\right]^2$, $\forall x \in [1;2]$. Giá trị của $\int_1^2 xf(x)\,dx$ bằng:

A. $\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\ln\frac{4}{3}$. **C.** $\ln\frac{3}{4}$. **D.** $\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

◆Xét hàm số: $f(x) \neq 0$ trên $[1;2]$, ta có:

$$f(x)+xf'(x) = \left(2x^3+x^2\right)\left[f(x)\right]^2 \Leftrightarrow \frac{-f(x)-xf'(x)}{\left[xf(x)\right]^2} = -2x-1 \Leftrightarrow \left[\frac{1}{xf(x)}\right]' = -2x-1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{xf(x)} = \int(-2x-1)\,dx \Leftrightarrow \frac{1}{xf(x)} = -x^2-x+C \quad (1)$$

$$f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2+C \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow \frac{1}{xf(x)} = -x^2-x \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2(x+1)}.$$

Do đó: $f(x) \neq 0$ với $\forall x \in [1;2]$. Vậy: $f(x) = -\frac{1}{x^2(x+1)}$.

◆$\int_1^2 xf(x)\,dx = \int_1^2 x\left(-\frac{1}{x^2(x+1)}\right)dx = -\int_1^2 \frac{1}{x(x+1)}\,dx = -\int_1^2 \left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)dx$

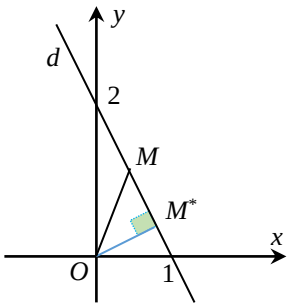
$$= -\left[\ln x - \ln(x+1)\right]\Big|_1^2 = -\left[\ln 2 - \ln 3 - \ln 1 + \ln 2\right] = \ln 3 - 2\ln 2 = \ln\frac{3}{4}.$$

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(z-1)(\overline{z}+2i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng:

A. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



◆Đặt: $z=x+yi$. Ta có:

$(z-1)(\overline{z}+2i)=(x-1+yi)\left[x-(y-2)i\right]=x(x-1)+y(y-2)+(2x+y-2)i$

Vì $(z-1)(\overline{z}+2i)$ là số thực nên: $2x+y-2=0$.

Do đó: tập hợp các điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 2x+y-2=0$.

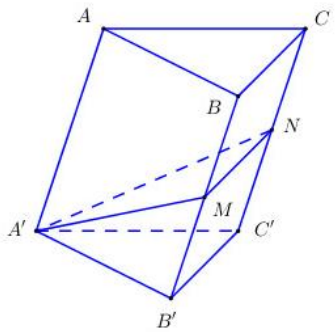
◆$|z|=OM\geq OM^{*}=\mathrm{d}(O,d)=\frac{|-2|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M,N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích của khối đa diện của phần còn lại. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Vì M,N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'

Suy ra: $S_{MNC'B'}=\frac{1}{2}S_{BCC'B'}\Rightarrow V_{A'.MNC'B'}=\frac{1}{2}V_{A'.BCC'B'}=\frac{1}{2}\left(V_{ABC.A'B'C'}-V_{A'.ABC}\right)$.

Mà $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{A'.MNC'B'}=\frac{1}{2}\left(V_{ABC.A'B'C'}-\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\right)=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{V_{A'MN.ABC}}{V_{A'.MNC'B'}}=\frac{V_{ABC.A'B'C'}-\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}}{\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}}=2.$

Câu 48. Cho các số thực x,y thỏa mãn $x>1,y>1$ và $\log_x\left(\sqrt[3]{xy}\right)=m$, với m là tham số thực. Giá trị của m sao cho $P=\log_x^2 y+16\log_y x$ đạt gái trị nhỏ nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x>1,y>1\Rightarrow m=\log_x\left(\sqrt[3]{xy}\right)>0.$

Mà $m=\log_x\sqrt[3]{x}+\log_x\sqrt[3]{y}=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\log_x y\Rightarrow\log_x y=3m-1>0$ (do $x>1,y>1$).

Suy ra $m>\frac{1}{3}$

$P=\log_x^2 y+16\log_y x=(3m-1)^2+\frac{16}{3m-1}=(3m-1)^2+\frac{8}{3m-1}+\frac{8}{3m-1}\ge 12.$

Suy ra: $P_{\min}=12\Leftrightarrow(3m-1)^2=\frac{8}{3m-1}\Leftrightarrow 3m-1=2\Leftrightarrow m=1$ (thỏa đk).

Vậy $m=1\in(0;2)$.

Câu 49. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4^x-m.2^{x+1}+3-2m=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $m\in\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $m\in(-\infty;2)$. **C.** $m\in(-3;2)$. **D.** $m\in(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x$, điều kiện $t>0$.

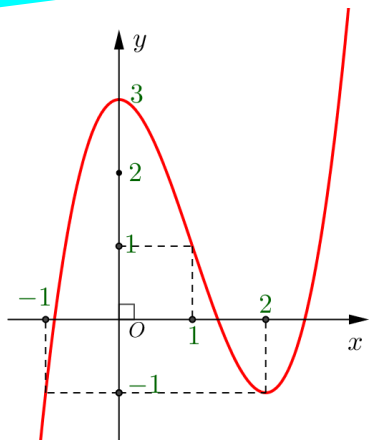
Phương trình trở thành $t^2-2mt+3-2m=0$.

$4^x-m.2^{x+1}+3-2m=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow t^2-2mt+3-2m=0$ có hai nghiệmphân biệt $t_1,t_2>0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ t_1+t_2>0\\ t_1.t_1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(-m)^2-(3-2m)>0\\ 2m>0\\ 3-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-3\\ m>1\end{array}\right.\\ m>0\\ m<\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow 1<m<\frac{3}{2}.$$

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-2f\left(x^2+1\right)-3=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

- $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-2f\left(x^2+1\right)-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x^2+1\right)=-1 \\ f\left(x^2+1\right)=3 \end{array}\right.$
- $f\left(x^2+1\right)=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2+1=-1(VN) \\ x^2+1=2 \end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm 1.$
- $f\left(x^2+1\right)=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x^2+1=0(VN) \\ x^2+1=a>2 \end{array}\right.\Leftrightarrow x^2=a-1>1\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{a-1}.$

(Các nghiệm $x=\pm\sqrt{a-1}$ không trùng với các nghiệm $x=\pm 1$)

- Vậy số nghiệm phương trình $\left[f\left(x^2+1\right)\right]^2-2f\left(x^2+1\right)-3=0$ là 4.

----------HẾT----------

ĐỀ 43

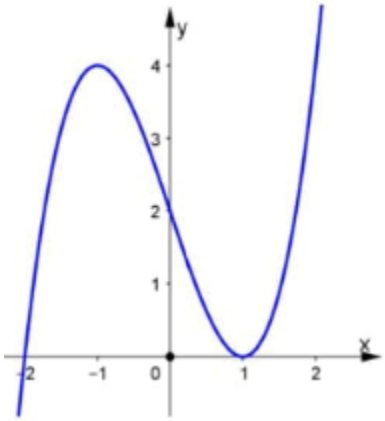
GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
TRUNG TÂM TRÍ ANH

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

A. 2^{34}. **B.** A_{34}^2. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^2.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là?



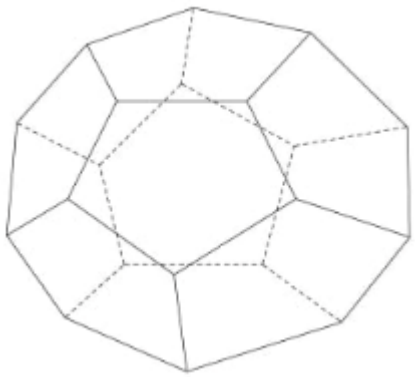
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là?

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=8$. **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=2$.

Câu 4. Hình đa diện trong hình vẽ bên có tất cả bao nhiêu mặt?



A. 20 mặt. **B.** 12 mặt. **C.** 18 mặt. **D.** 6 mặt.

Câu 5. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng 4 và diện tích đáy bằng $3\sqrt{3}$ là

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

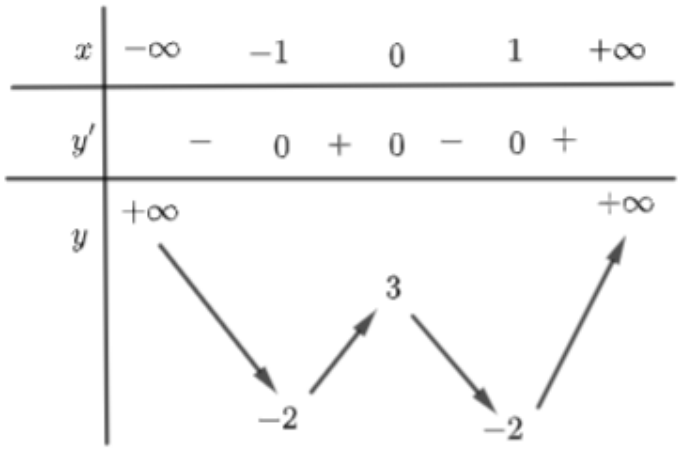
Câu 6. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì

A. $F(x)=f'(x)$. **B.** $F(x)=f(x)$. **C.** $F'(x)=f(x)$. **D.** $F'(x)=f'(x)$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là

A. $-5-7i$. **B.** $-5+7i$. **C.** $5+7i$. **D.** $5-7i$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x^2-x\right)(x-2)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là?

A. x^4+x^2+C. **B.** $3x^2+1+C$. **C.** x^3+x+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 11. Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=e^x$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13. Phương trình $2^{2x+1}=32$ có nghiệm là?

A. $x=\frac{5}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $4x+3$.

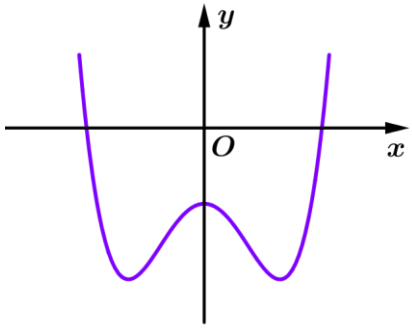
Câu 14. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x, y=0, x=0, x=2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

A. $S=\int_0^2 e^x dx$. **B.** $S=\pi\int_0^2 e^x dx$. **C.** $S=\pi\int_0^2 e^{2x} dx$. **D.** $S=\int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 15. Với a là số thực dương tùy ý, $4^{\log_2 a}$ bằng?

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\sqrt{a}$. **C.** 2^a. **D.** a^2.

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+6x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+2}$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 19. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là?

A. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4$. **D.** $V=4\pi$.

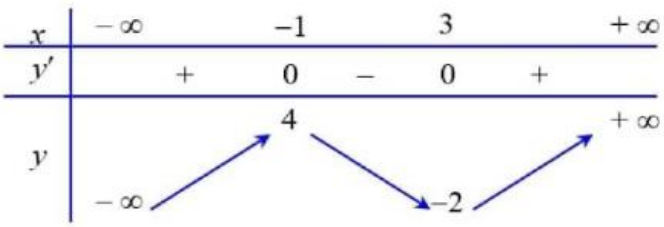
Câu 23. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 7$. **B.** $P = -4$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 10$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau?



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $m < -2$. **B.** $-2 < m < 4$. **C.** $-2 \le m \le 4$. **D.** $m > 4$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là?

A. $G(2;2;4)$. **B.** $G(4;2;2)$. **C.** $G(3;3;6)$. **D.** $G(6;3;3)$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2. **B.** 9 **C.** 3. **D.** 7.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 5 = 0$ có phương trình là?

A. $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$. **B.** $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-3}$. **D.** $d: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{2}$.

Câu 29. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{47}{190}$. **B.** $\dfrac{81}{95}$. **C.** $\dfrac{47}{95}$. **D.** $\dfrac{14}{95}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = 2$ là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 31. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°.

A. $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d

A. $M(3;-2;-4)$. **B.** $N(1;-1;-2)$. **C.** $P(-1;0;0)$. **D.** $Q(-3;1;-2)$.

Câu 33. Tìm phần thực của số phức z thoả mãn $(5-i)z=7-17i$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(-2;3;-1)$ và $N(4;-5;3)$. Biết rằng vecto chỉ phương đó có độ dài bằng $\sqrt{29}$.

A. $\vec{u}_1=(6;-8;4)$. **B.** $\vec{u}_2=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(3;-4;2)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;2;2)$.

Câu 35. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(0;2;0)$, $B(2;3;1)$, $C(0;3;1)$ và có tâm trên mặt phẳng (Oxz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2+(y-6)^2+(z-4)^2=9$. **B.** $x^2+(y-3)^2+z^2=16$.

C. $x^2+(y-7)^2+(z-5)^2=26$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=14$.

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{9x^2+10}-|x|$ trên đoạn $[-10;10]$ bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{5}}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{19\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{12\sqrt{3}}{7}$.

Câu 37. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\dfrac{12}{216}$. **B.** $\dfrac{1}{216}$. **C.** $\dfrac{6}{216}$. **D.** $\dfrac{3}{216}$.

Câu 38. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Câu 39. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}-6}{e^x}$, biết $F(0)=7$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $F(x)=5$.

A. $\ln 5$. **B.** $\ln 6$. **C.** -5. **D.** 0.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $A.A'B'C'$ biết hình chiếu vuông góc của A trên $(A'B'C')$ là điểm I sao cho $IA'=a$

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41. Cho phương trình $\log_3^2\dfrac{x}{9}-(m-1)\log_3 x+2m-2=0$, với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;9]$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $[-1;1)$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-1;1]$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\bar{z}+|z|^2 i=(|z|-1)i$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

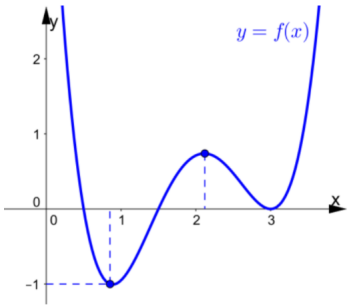
Câu 43. Biết rằng $\int_1^2 \frac{x-1}{x(x+1)(x+2)}dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $P=a+b=?$

A. $P=3$. **B.** $P=5$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-2$.

Câu 44. Có bao nhiêu gái trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{(m+1)x+2m+12}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(f(x)+4\right)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=36$ và các điểm $A(1;2;2)$, $B(1;3;4)$. Gọi M là một điểm di động trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của biểu thức $|2MA-MB|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 6.

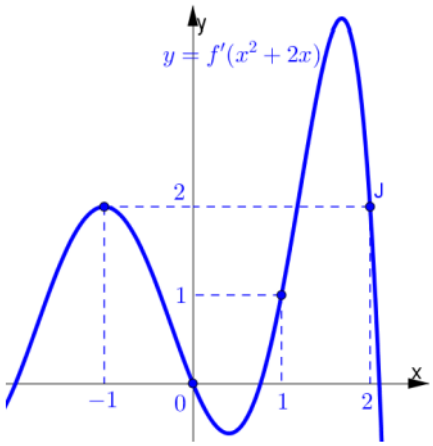
Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B',A'D',DD',CD,BC,BB'$. Diện tích mặt cầu nội tiếp khối chóp $A.MNPQRS$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 0,32. **B.** 0,13. **C.** 1,26. **D.** 0,64.

Câu 48. Gọi z_1,z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-2i|=4$ và đồng thời thỏa mãn điều kiện $|z_1|+|z_2|=|z_1-z_2|$. Giá trị lớn nhất của $|z_1+z_2+6|$ gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 7. **B.** 6,5. **C.** 7,3. **D.** 6,2.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x^2+2x\right)$ được mô tả như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)-\frac{2}{3}x^3+3x^2-4x$ có giá trị lớn nhất trên $[1;4]$ tương ứng với giá trị nào sau đây?



A. $g(1)$. **B.** $g(2)$. **C.** $g(3)$. **D.** $g(4)$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $ABC = 120°$. Biết rằng hai mặt phẳng $(SBC),(SCD)$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ hai góc bằng nhau và tạo với nhau góc $60°$, khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng 2 và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{8\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $3\sqrt{6}$. **B.** $9\sqrt{6}$. **C.** $18\sqrt{6}$. **D.** $36\sqrt{6}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	B	B	C	C	C	A	D	D	C	B	B	A	D	B	C	C	B	D	B	D	D	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	C	C	A	A	D	C	C	D	A	C	C	B	A	B	B	D	B	A	A	D	C	D	D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

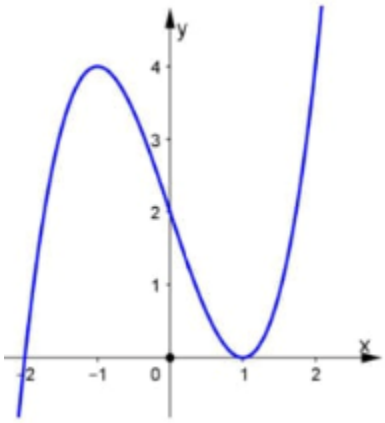
A. 2^{34}. **B.** A_{34}^2. **C.** 34^2. **D.** C_{34}^2.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn hai học sinh ngẫu nhiên từ một nhóm gồm 34 học sinh: C_{34}^2.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là?

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=8$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=8$. **D.** $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=2$.

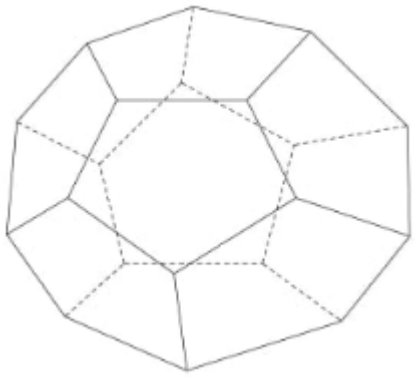
Lời giải

Chọn B

Ta có tâm $I(2;1;1)$, bán kính $R = IB = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 4. Hình đa diện trong hình vẽ bên có tất cả bao nhiêu mặt?



A. 20 mặt. **B.** 12 mặt. **C.** 18 mặt. **D.** 6 mặt.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng 4 và diện tích đáy bằng $3\sqrt{3}$ là

A. $6\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h = 3\sqrt{3}.4 = 12\sqrt{3}$.

Câu 6. Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì

A. $F(x) = f'(x)$. **B.** $F(x) = f(x)$. **C.** $F'(x) = f(x)$. **D.** $F'(x) = f'(x)$.

Lời giải

Chọn C

Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là

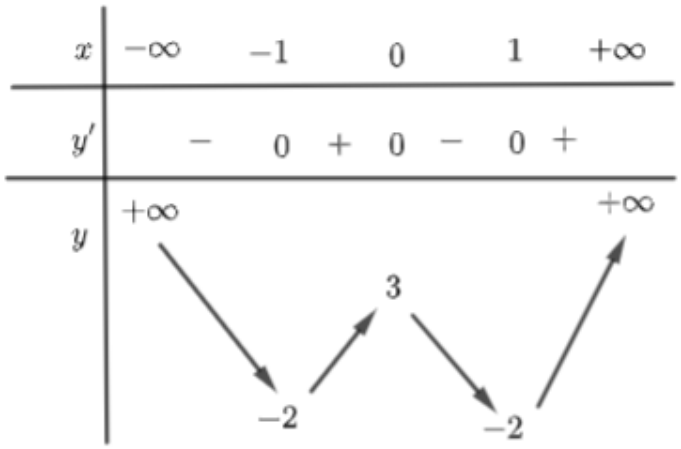
A. $-5-7i$. **B.** $-5+7i$. **C.** $5+7i$. **D.** $5-7i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $5-7i$ là $5+7i$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\left(x^2-x\right)(x-2)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x\left(x^2-x\right)(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(kép)\\x=1\\x=2\end{array}\right..$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa theo BXD thì hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 10. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là?

A. x^4+x^2+C. **B.** $3x^2+1+C$. **C.** x^3+x+C. **D.** $\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải

Chọn D

Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x$ là $F(x)=\int f(x)dx=\int\left(x^3+x\right)dx=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 11. Diện tích của mặt cầu bán kính R bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^2.

Lời giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = e^x$ là

A. $(0;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số mũ: $D = \mathbb{R}$.

Câu 13. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là?

A. $x = \frac{5}{2}$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $4x+3$.

Lời giải

Chọn B

$2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Câu 14. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 0, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng?**

A. $S = \int_0^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$. **B.** $S = \pi\int_0^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$. **C.** $S = \pi\int_0^2 \mathrm{e}^{2x} \mathrm{d}x$. **D.** $S = \int_0^2 \mathrm{e}^{2x} \mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \mathrm{e}^x, y = 0, x = 0, x = 2$ là:

$S = \int_0^2 \left|\mathrm{e}^x\right| \mathrm{d}x = \int_0^2 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$.

Câu 15. Với a là số thực dương tùy ý, $4^{\log_2 a}$ bằng?

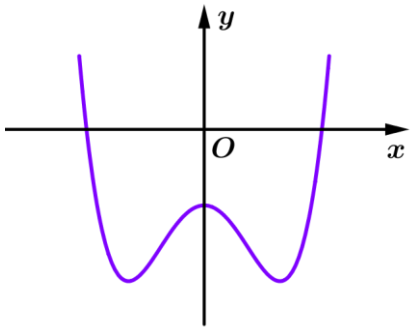
A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\sqrt{a}$. **C.** 2^a. **D.** a^2.

Lời giải

Chọn D

$4^{\log_2 a} = 4^{\log_4 a^2} = a^2$

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trong hình là đồ thị hàm số trùng phương nên loại **C,D.**

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên đồ thị trong hình là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Cho $x=0$ suy ra $y=0-0+2=2$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm $M(0;2)$ có tung độ bằng 2.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+6x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+2}$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=x^3-x^2+x$ ta có $y'=3x^2-2x+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $y=x^3-x^2+x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

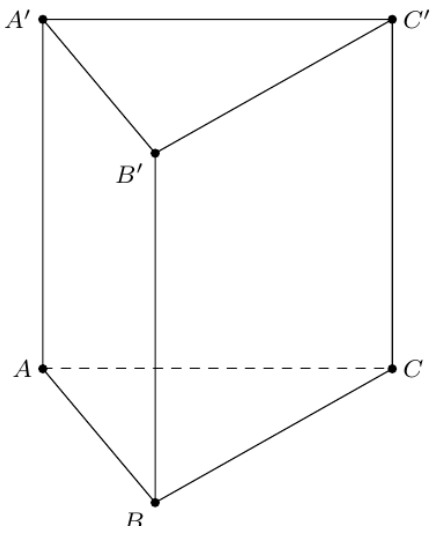
Câu 19. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hình vẽ



Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{\Delta ABC}=3.\dfrac{9\sqrt{3}}{4}=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\dfrac{1}{x}$ là?

A. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

B. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{1}{x^2}+C$.

C. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln x+C$.

D. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int\left(x^2-3x+\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$

Có $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-2}{x+1}=-\dfrac{1}{2}$

nên $x=1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x-2}{x+1}=-\infty$ $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 22. Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4$. **D.** $V=4\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4=4\pi$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **B.** $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Vì $y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}>1$ nên hàm $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10}f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $P=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P=7$. **B.** $P=-4$. **C.** $P=4$. **D.** $P=10$.

Lời giải

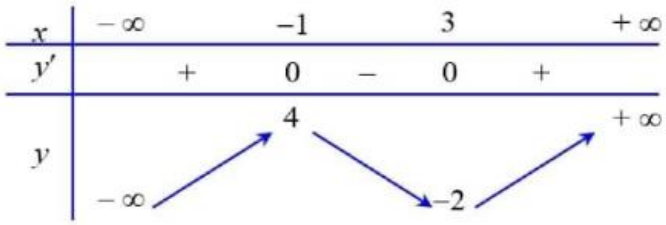
Chọn C

Có $\int_0^{10}f(x)\mathrm{d}x=7\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10}f(x)\mathrm{d}x=7$

$\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_6^{10}f(x)\mathrm{d}x=7-3=4$.

Vậy $P=4$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau?



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $m<-2$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên, để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt thì: $y_{CT}<m<y_{C§} \Leftrightarrow -2<m<4$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC, biết $A(1;-2;4)$, $B(0;2;5)$, $C(5;6;3)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là?

A. $G(2;2;4)$. **B.** $G(4;2;2)$. **C.** $G(3;3;6)$. **D.** $G(6;3;3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là: $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{1+0+5}{3}=2 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{-2+2+6}{3}=2 \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}=\dfrac{4+5+3}{3}=4 \end{cases} \Rightarrow G(2;2;4)$.

Câu 27. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 2. **B.** 9 **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=f(x)=2x^3-6x^2-m+1$, ta có: $y'=6x^2-12x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$-m+1$	↘	$-m-7$	↗	$+\infty$

Theo BBT, các giá trị cực trị trái dấu khi: $(-m+1)(-m-7)<0 \Leftrightarrow -7<m<1$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên m nhận các giá trị $\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y-3z-5=0$ có phương trình là?

A. $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. **B.** $d: \dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-3}$.

C. $d: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$. **D.** $d: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(3;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+y-3z-5=0$ nên d có véctơ chỉ phương là: $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(1;1;-3)$.

Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-3}$.

Câu 29. Một hộp đựng 8 quả cầu trắng, 12 quả cầu đen. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để lấy được 2 quả cầu cùng màu.

A. $\frac{47}{190}$. **B.** $\frac{81}{95}$. **C.** $\frac{47}{95}$. **D.** $\frac{14}{95}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Chọn 2 quả cầu bất kỳ từ 20 quả cầu trong hộp là: C_{20}^2.

Chọn 1 quả cầu đen và 1 quả cầu trắng từ hộp có số cách chọn là: $C_8^1.C_{12}^1$.

Xác suất để chọn được 2 quả cầu cùng màu là: $1-\frac{C_8^1.C_{12}^1}{C_{20}^2}=\frac{47}{95}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=2$ là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Phương trình đường tròn $(I;2)$ là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 31. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $SA=x$.

Gọi O là tâm của tam giác đều $ABC \Rightarrow SO\perp(ABC)$.

Hình chiếu của SA trên mặt phẳng (BCD) là $AO \Rightarrow$ góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy là góc $SAO=60^\circ$.

Xét tam giác vuông $SAO: cos60^\circ=\frac{AO}{SA}\Rightarrow SA=\frac{AO}{cos60^\circ}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 32. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng d

A. $M(3;-2;-4)$. **B.** $N(1;-1;-2)$. **C.** $P(-1;0;0)$. **D.** $Q(-3;1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng có phương trình chính tắc $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-2}$, suy ra phương trình tham số của đường thẳng là $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=-2-2t\end{cases}$.

Thay $t=1$ ta có $(3;-2;-4)$, suy ra $M(3;-2;-4)$ thuộc đường thẳng d.

Thay $t=0$ ta có $(1;-1;-2)$, suy ra $N(1;-1;-2)$ thuộc đường thẳng d.

Thay $t=-1$ ta có $(-1;0;0)$, suy ra $P(-1;0;0)$ thuộc đường thẳng d.

Thay $t=-2$ ta có $(-3;-1;-2)$.

Vậy điểm không thuộc đường thẳng là $Q(-3;1;-2)$.

Câu 33. Tìm phần thực của số phức z thoả mãn $(5-i)z=7-17i$.

A. 3. **B.** –3. **C.** 2. **D.** –2.

Lời giải

Chọn C

$(5-i)z=7-17i\Leftrightarrow(5-i)(5+i)z=(7-17i)(5+i)\Leftrightarrow 26z=52-78i\Leftrightarrow z=2-3i$.

Phần thực của số phức z là $a=2$.

Câu 34. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(-2;3;-1)$ và $N(4;-5;3)$. Biết rằng vectơ chỉ phương đó có độ dài bằng $\sqrt{29}$.

A. $\vec{u}_1=(6;-8;4)$. **B.** $\vec{u}_2=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(3;-4;2)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;2;2)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Đường thẳng MN có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(6;-8;4)$.

Suy ra $\vec{u}_d=(3;-4;2)$ là véc tơ chỉ phương và $\left|\vec{u}_d\right|=\sqrt{29}$.

Câu 35. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua $A(0;2;0)$, $B(2;3;1)$, $C(0;3;1)$ và có tâm trên mặt phẳng (Oxz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $x^2+(y-6)^2+(z-4)^2=9$. **B.** $x^2+(y-3)^2+z^2=16$.

C. $x^2+(y-7)^2+(z-5)^2=26$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=14$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $I(a;0;c)\in(Oxz)$ là tâm mặt cầu (S).

Gọi phương mặt cầu ở dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0\ (a^2+b^2+c^2-d>0)$

Khi đó theo giả thiết suy ra:

$$\begin{cases} 0^2+2^2+0^2-2a.0-2.b.2-2c.0+d=0 \\ 2^2+3^2+1^2-2a.2-2b.3-2c.1+d=0 \\ 0^2+3^2+1^2-2a.0-2b.3-2c.1+d=0 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-4 \\ -4a-6b-2c+d=-14 \\ -6b-2c+d=-10 \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-4 \\ a=1 \\ c=3 \\ b=0 \end{cases}.$$

Phương trình mặt cầu cần tìm: $x^2+y^2+z^2-2x-6z-4=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2+(z-3)^2=14$.

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{9x^2+10}-|x|$ trên đoạn $[-10;10]$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{19\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\frac{12\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Nhận xét: $f(x)=\sqrt{9x^2+10}-|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Xét $[0;10]$, ta có: $f(x)=\sqrt{9x^2+10}-x$.

$f'(x)=\frac{9x}{\sqrt{9x^2+10}}-1$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{9x^2+10}=9x \Leftrightarrow 9x^2+10=81x^2 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{5}}{6}$ (thoả mãn).

Nên $f(0)=\sqrt{10}$, $f(10)=-10+\sqrt{910}$, $f\left(\frac{\sqrt{5}}{6}\right)=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Vậy $\min\limits_{[-10;10]} f(x)=\min\limits_{[0;10]} f(x)=\frac{4\sqrt{5}}{3}$.

Câu 37. Gieo ba con súc sắc. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau là?

A. $\frac{12}{216}$. **B.** $\frac{1}{216}$. **C.** $\frac{6}{216}$. **D.** $\frac{3}{216}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách xuất hiện 1 mặt của mỗi con súc sắc là 6 (cách), do đó 3 con súc sắc là 6^3 (cách).

Suy ra $n(\Omega)=6^3=216$.

Gọi A là biến cố: "số chấm xuất hiện trên ba con súc sắc như nhau".

Suy ra $\mathrm{A}=\{(1,1,1);(2,2,2);(3,3,3);(4,4,4);(5,5,5);(6,6,6);\}$, do đó $n(\mathrm{A})=6$.

Vậy $P(\mathrm{A})=\frac{n(\mathrm{A})}{n(\Omega)}=\frac{6}{216}$.

Câu 38. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{2+\cos x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2+\cos x\right)\mathrm{d}x=\pi\left(2x+\sin x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi\left(\pi+1\right).$

Câu 39. Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{e^{2x}-6}{e^x}$, biết $F\left(0\right)=7$. Tính tổng các nghiệm của phương trình $F\left(x\right)=5$.

A. $\ln 5$. **B.** $\ln 6$. **C.** -5. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F\left(x\right)=\int\dfrac{\mathrm{e}^{2x}-6}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x-6\mathrm{e}^{-x}\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+6\mathrm{e}^{-x}+C$.

Theo giả thiết, ta có $F\left(0\right)=7\Leftrightarrow 7+C=7\Leftrightarrow C=0$, do đó $F\left(x\right)=\mathrm{e}^x+6\mathrm{e}^{-x}$.

Xét phương trình $F\left(x\right)=5\Leftrightarrow \mathrm{e}^x+6\mathrm{e}^{-x}=5\Leftrightarrow \mathrm{e}^{2x}-5\mathrm{e}^x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\mathrm{e}^x=2\\ \mathrm{e}^x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\ln 2\\ x=\ln 3\end{array}\right.$.

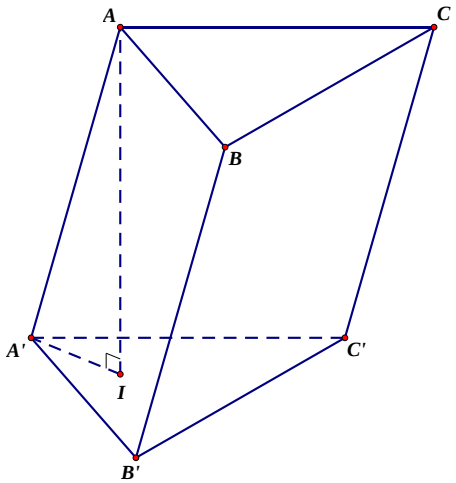
Vậy tổng các nghiệm của phương trình $F\left(x\right)=5$ là $\ln 6$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=2a$. Tính thể tích V của khối chóp $A.A'B'C'$ biết hình chiếu vuông góc của A trên $\left(A'B'C'\right)$ là điểm I sao cho $IA'=a$

A. $V=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Trong tam giác AIA' vuông tại I, ta có $AI=\sqrt{AA'^2-A'I^2}=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ là $V=\dfrac{1}{3}AI.S_{A'B'C'}=\dfrac{1}{3}AI.\left(A'B'^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 41. Cho phương trình $\log_3^2 \frac{x}{9} - (m-1)\log_3 x + 2m - 2 = 0$, với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;9]$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $[-1;1)$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-1;1]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có $\log_3^2 \frac{x}{9} - (m-1)\log_3 x + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x - 2)^2 - (m-1)\log_3 x + 2m - 2 = 0, (1)$.

Đặt $t = \log_3 x$. Vì $x \in [1;9] \Rightarrow t \in [0;2]$.

Khi đó (1) trở thành: $(t-2)^2 - (m-1)t + 2m - 2 = 0 \Leftrightarrow t^2 - (m+3)t + 2m + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \in [0;2] \\ t = m+1 \end{array}\right.$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;9]$ khi phương trình $t^2 - (m+3)t + 2m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0;2]$.

Vậy ta có hệ điều kiện sau: $\begin{cases} m+1 \neq 2 \\ 0 \leq m+1 \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m < 1$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\bar{z} + |z|^2 i = (|z| - 1)i$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có $\bar{z} + |z|^2 i = (|z| - 1)i \Leftrightarrow a - bi + (a^2 + b^2)i = \left(\sqrt{a^2 + b^2} - 1\right)i$

$\Leftrightarrow a + \left(-b + a^2 + b^2\right)i = \left(\sqrt{a^2 + b^2} - 1\right)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -b + a^2 + b^2 = \sqrt{a^2 + b^2} - 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -b + b^2 = |b| - 1 \end{cases}$.

Nếu $b \geq 0$ ta có $-b + b^2 = b - 1 \Leftrightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Leftrightarrow b = 1$. Suy ra $z = i$.

Nếu $b < 0$ ta có $-b + b^2 = -b - 1 \Leftrightarrow b^2 + 1 = 0 (vn)$.

Vậy có một số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Biết rằng $\int_1^2 \frac{x-1}{x(x+1)(x+2)}dx = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a+b = ?$

A. $P=3$. **B.** $P=5$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{x-1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{m}{x} + \frac{n}{x+1} + \frac{p}{x+2}$

$= \frac{m(x+1)(x+2)}{x(x+1)(x+2)} + \frac{nx(x+2)}{x(x+1)(x+2)} + \frac{px(x+1)}{x(x+1)(x+2)} == \frac{(m+n+p)x^2 + x(3m+2n+p) + 2m}{x(x+1)(x+2)}$

$\Rightarrow \begin{cases} m+n+p=0 \\ 3m+2n+p=1 \\ 2m=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{-1}{2} \\ n=2 \\ p=-\frac{3}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow \int_1^2 \frac{x-1}{x(x+1)(x+2)}dx = \frac{-1}{2}\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{4}{x+1} + \frac{3}{x+2}\right)dx = \frac{-1}{2}\left[\ln x - 4\ln(x+1) + 3\ln(x+2)\right]\Big|_1^2$

$= \frac{-1}{2}\left[\ln\frac{x(x+2)^3}{(x+1)^4}\right]_1^2 = \frac{-1}{2}\left(\ln\frac{2^{11}}{3^7}\right) = \frac{-11}{2}\ln 2 + \frac{7}{2}\ln 3$

$P = a+b = \frac{-11}{2} + \frac{7}{2} = -2$.

Câu 44. Có bao nhiêu gái trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 12}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

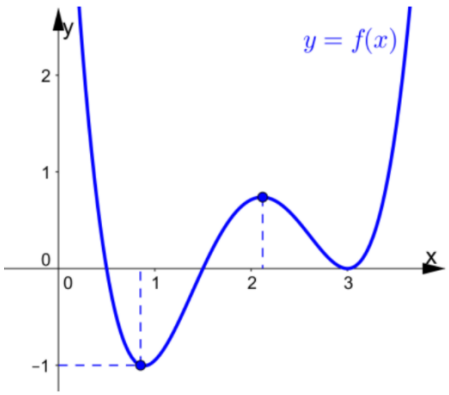
Chọn B

Tập xác định của hàm số là: $D = (-\infty; -m) \cup (-m; +\infty)$. Ta có $y' = \frac{m^2 - m - 12}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ thì $\begin{cases} -m \le 1 \\ m^2 - m - 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m < 4$.

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(f(x)+4\right)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$y'=f'(x).f'\left(f(x)+4\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} f'(x)=0 & (1)\\ f'\left(f(x)+4\right)=0 & (2)\end{array}\right.$$

$$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1\ (\text{don})\\ x=2\ (\text{don})\\ x=3\ (\text{don})\end{array}\right.$$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)+4=1\\ f(x)+4=2\\ f(x)+4=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=-3\ (\text{vo nghiem})\\ f(x)=-2\ (\text{vo nghiem})\\ f(x)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=1(\text{kep}).$$

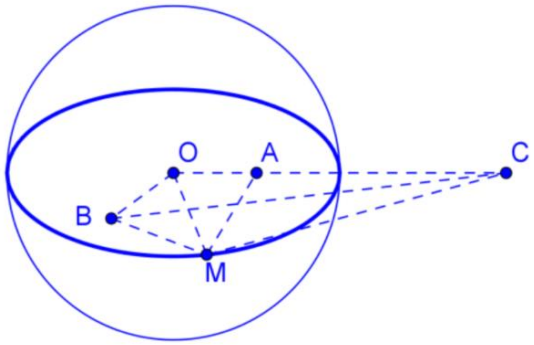
Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm đơn nên hàm số $y=f\left(f(x)+4\right)$ có ba điểm cực trị.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=36$ và các điểm $A(1;2;2)$, $B(1;3;4)$. Gọi M là một điểm di động trên mặt cầu (S). Giá trị lớn nhất của biểu thức $|2MA-MB|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



(S) là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=6$.

Gọi C là điểm thỏa $\overrightarrow{OC}=4\overrightarrow{OA}$ thì tọa độ của C là $C(4;8;8)$.

Ta có $OA=3, OM=6, OC=12 \Rightarrow \dfrac{OA}{OM}=\dfrac{OM}{OC}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \Delta OMA \sim \Delta OCM$ (c-g-c)

$\Rightarrow \dfrac{MA}{CM}=\dfrac{OA}{OM}=\dfrac{1}{2} \Rightarrow MC=2MA$.

Nhận xét: $OB<R<OC$ nên B nằm trong mặt cầu (S), C nằm ngoài mặt cầu (S).

Khi đó $|2MA-MB|=|MC-MB|\le BC=5\sqrt{2}$.

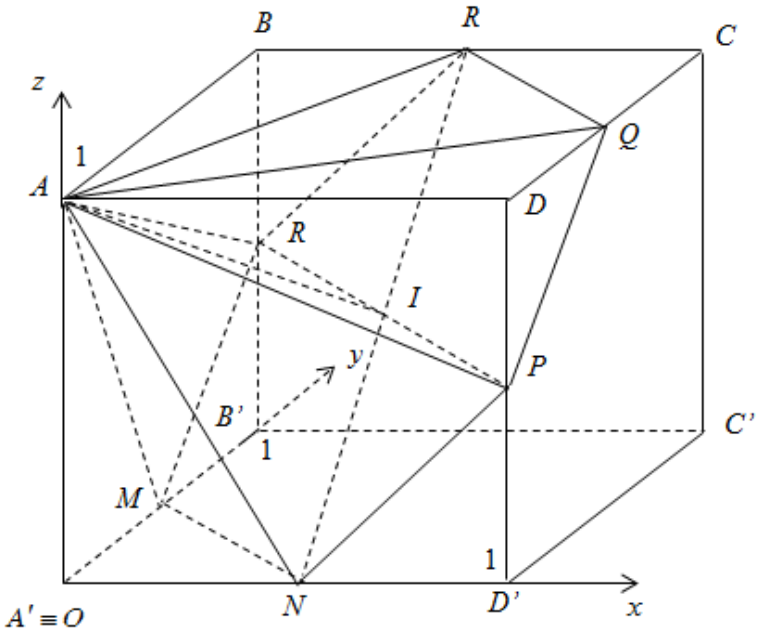
Đẳng thức xảy ra khi B,M,C thẳng hàng theo thứ tự đó.

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi M,N,P,Q,R,S lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'D', DD', CD, BC, BB'$. Diện tích mặt cầu nội tiếp khối chóp $A.MNPQRS$ gần với giá trị nào nhất sau đây?

A. 0,32. **B.** 0,13. **C.** 1,26. **D.** 0,64.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm của hình lập phương.

Ta có $MNPQRS$ là hình lục giác đều cạnh bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và I là tâm của lục giác đều đó;

đồng thời $AM=AN=AP=AQ=AR=AS=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra $A.MNPQRS$ là khối chóp lục giác đều $\Rightarrow AI\perp(MNPQRS)$.

Gọi J là tâm của mặt cầu (S) nội tiếp chóp $A.MNPQRS$, ta có $J\in AI$.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ thỏa mãn: $A'\equiv O(0;0;0)$, $D'(1;0;0), B(0;1;0), A(0;0;1)$.

Vì $\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$ nên $C(1;1;1)\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

$M\left(0;\frac{1}{2};0\right), N\left(\frac{1}{2};0;0\right)$.

Mặt phẳng $(MNPQRS)$ đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AI}$ nên có phương trình là

$$\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\left(y-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}\left(z-\frac{1}{2}\right)=0\Leftrightarrow 2x+2y-2z-1=0.$$

$$\overrightarrow{AM}=\left(0;\frac{1}{2};-1\right), \overrightarrow{AN}=\left(\frac{1}{2};0;-1\right)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};-\frac{1}{4}\right)$$

Phương trình mặt phẳng (AMN) là: $-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y-\frac{1}{4}(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+2y+z-1=0$.

Phương trình đường thẳng AI là: $\begin{cases}x=t\\t=t\\z=1-t\end{cases}\Rightarrow J(t;t;1-t)$, với $AJ<\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta phải có: $d\left(J,(AMN)\right)=d\left(J,(MNPQRS)\right)$

$$\Leftrightarrow\frac{|2t+2t+(1-t)-1|}{\sqrt{5}}=\frac{|2t+2t-2(1-t)-1|}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow 6\sqrt{3}|t|=\sqrt{5}|6t-3|$$

$$\left[\begin{array}{l}6\sqrt{3}t=\sqrt{5}(6t-3)\\-6\sqrt{3}t=\sqrt{5}(6t-3)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}\\t=\dfrac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}\end{array}\right.$$

◎Với $t=\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}$, ta có $J\left(\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)};\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)};\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}\right)$ (Loại vì $AJ>\frac{\sqrt{3}}{2}$)

◎Với $t=\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}$, ta có $J\left(\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)};\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)};\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}\right)$ (thỏa mãn)

Bán kính của mặt cầu (S) là

$$R=d\left(J,(AMN)\right)=\frac{3|t|}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}=\frac{3\sqrt{3}}{2\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)}\approx 0,65.$$

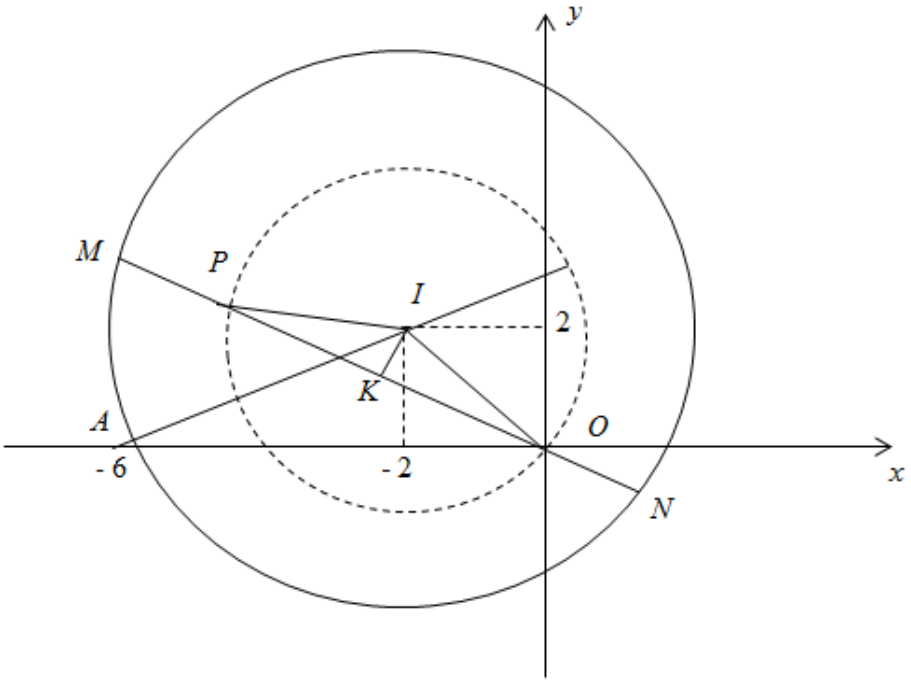
Câu 48. Gọi z_1, z_2 là hai trong số các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-2i|=4$ và đồng thời thỏa mãn điều kiện $|z_1|+|z_2|=|z_1-z_2|$. Giá trị lớn nhất của $|z_1+z_2+6|$ gần với giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. 7. **B.** $6,5$. **C.** $7,3$. **D.** $6,2$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $|z+2-2i|=4$ ta có tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-2;2)$, bán kính $R=4$.



Gọi M,N lần lượt là điểm biểu diễn cho z_1 và z_2, ta có:

$|z_1|=OM, |z_2|=ON, |z_1-z_2|=MN$

Khi đó $|z_1|+|z_2|=|z_1-z_2| \Leftrightarrow OM+ON=MN \Leftrightarrow M,O,N$ thẳng hàng (theo thứ tự đó).

Đặt $w=z_1+z_2$.

Gọi P là điểm biểu diễn cho w.

Ta có $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON} \Leftrightarrow \overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OK}$, với K là trung điểm đoạn MN.

Khi đó $IK \perp MN$ và K là trung điểm đoạn $OP \Rightarrow \Delta IOP$ cân tại $I \Rightarrow IP=IO$.

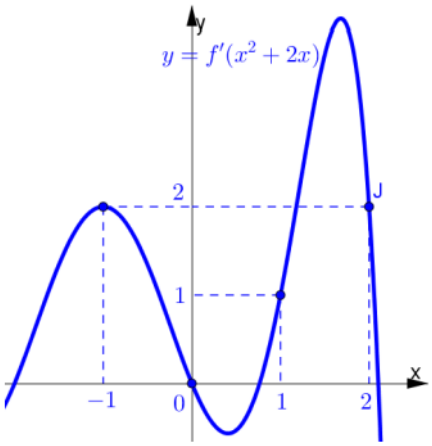
Suy ra P thuộc đường tròn (C') tâm $I(-2;2)$, bán kính $R'=OI=2\sqrt{2}$.

Với điểm $A(-6;0)$, ta có: $|z_1+z_2+6|=AP$.

Suy ra $|z_1+z_2+6|$ đạt giá trị lớn nhất khi A,I,P lớn nhất $\Leftrightarrow$ A,I,P thẳng hàng.

Do đó: $|z_1+z_2+6|_{max}=AI+R'=2\sqrt{5}+2\sqrt{3}\approx 7,3$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x^2+2x)$ được mô tả như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-2x)-\frac{2}{3}x^3+3x^2-4x$ có giá trị lớn nhất trên $[1;4]$ tương ứng với giá trị nào sau đây?



A. $g(1)$. **B.** $g(2)$. **C.** $g(3)$. **D.** $g(4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x) = (2x-2)\left[f'\left(x^2-2x\right)-(x-2)\right] = (2x-2)\left[f'\left((x-2)^2+2(x-2)\right)-(x-2)\right]$

Đặt $t = x-2$. Suy ra: $g'(t+2) = (2t+2)\left(f'\left(t^2+2t\right)-t\right)$

$$(2t+2)\left(f'\left(t^2+2t\right)-t\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ f'\left(t^2+2t\right)=t \end{array}\right.$$

$$f'\left(t^2+2t\right)=t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=1 \\ t=2 \end{array}\right..$$

Do đó: $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	1		2		3		4
$g'(x)$		+	0	−	0	+	
$g(x)$	$g(1)$	↗	$g(2)$	↘	$g(3)$	↗	$g(4)$

Ta so sánh các giá trị $g(2)$ và $g(4)$.

Ta nhận thấy: $\int_0^1 \left| f'\left(t^2+2t\right)-t\right| \mathrm{d}t < \int_1^2 \left| f'\left(t^2+2t\right)-t\right| \mathrm{d}t$ (So sánh diện tích các hình phẳng).

$$\Rightarrow -\int_0^1 \left[f'\left(t^2+2t\right)-t\right] \mathrm{d}t < \int_1^2 \left[f'\left(t^2+2t\right)-t\right] \mathrm{d}t.$$

Vì $2t+2>0, \forall t \in [0;2]$ nên: $-\int_0^1 (2t+2)\left[f'\left(t^2+2t\right)-t\right]dt < \int_1^2 (2t+2)\left[f'\left(t^2+2t\right)-t\right]dt$.

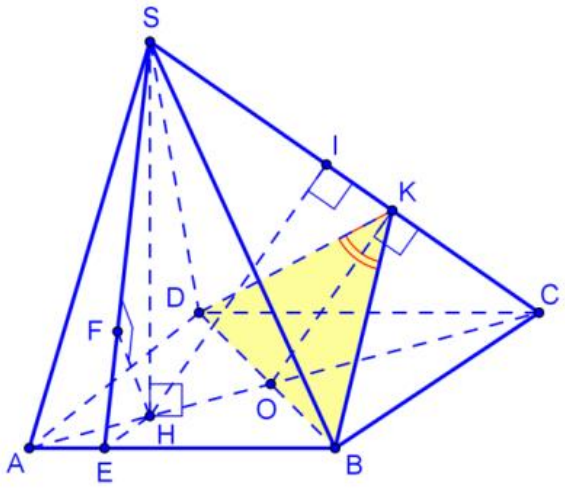
$\Rightarrow -\int_0^1 g'(t+2)dt < \int_1^2 g'(t+2)dt \Rightarrow g(2)-g(3)<g(4)-g(3) \Rightarrow g(2)<g(4)$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $ABC=120°$. Biết rằng hai mặt phẳng $(SBC),(SCD)$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ hai góc bằng nhau và tạo với nhau góc $60°$, khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng 2 và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{8\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $3\sqrt{6}$. **B.** $9\sqrt{6}$. **C.** $18\sqrt{6}$. **D.** $36\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $SH \perp (ABCD)$, $OK \perp SC$.

Hai mặt phẳng $(SBC),(SCD)$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ hai góc bằng nhau nên điểm H thuộc AC.

Ta có: $BD \perp AC, BD \perp SH \Rightarrow BD \perp SC, BD \perp OK$.

Suy ra: $OK = d(BD,SC) = 2$.

Ta có: $\left((SBC),(SBD)\right) = 60° \Rightarrow BKD = 120°$.

Xét tam giác OKB, ta được: $OB = OD = 2\sqrt{3}$.

Do đó: $OC = OA = 6$, $AB = 4\sqrt{3}$.

Các tam giác CKO và CHS đồng dạng nên: $\frac{OK}{OC} = \frac{SH}{SC} = \frac{h}{\sqrt{h^2+HC^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow HC = 2h\sqrt{2}$.

$\frac{d\left(C,(SAB)\right)}{d\left(H,(SAB)\right)} = \frac{CA}{HA} = \frac{12}{2h\sqrt{2}\pm 12} \Rightarrow d\left(H,(SAB)\right) = \frac{8\sqrt{11}}{11}.\frac{2h\sqrt{2}\pm 12}{12}$.

Kẻ $HE \perp AB$, $\frac{d(C,AB)}{HE} = \frac{CA}{HA} = \frac{12}{2h\sqrt{2}\pm 12} \Rightarrow HE = \frac{2h\sqrt{2}\pm 12}{2}$

Xét tam giác SHE: $d\left(H,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{h.HE}{\sqrt{h^2+HE^2}}$.

Do đó, ta có: $\dfrac{8\sqrt{11}}{11}.\dfrac{2h\sqrt{2}\pm 12}{12}=\dfrac{h.\dfrac{2h\sqrt{2}\pm 12}{2}}{\sqrt{h^2+\left(\dfrac{2h\sqrt{2}\pm 12}{2}\right)^2}}\Rightarrow h\in\left\{\dfrac{9\sqrt{2}}{2};\dfrac{9\sqrt{2}}{4};3\sqrt{2}\right\}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.h.S_{ABCD}$.

Suy ra giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.h.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{9\sqrt{2}}{2}.2.\dfrac{\left(4\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=36\sqrt{6}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 44

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT THỊ XÃ QUẢNG TRỊ

Câu 1. Khi đặt $3^x=t$ thì phương trình $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0$ trở thành

A. $3t^2-t-10=0$. **B.** $9t^2-3t-10=0$. **C.** $2t^2-t-1=0$. **D.** $t^2-t-10=0$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{2x+3}+C$. **C.** $2e^{2x+3}+C$. **D.** $e^{2x+3}+C$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$ và $B(-4;2;-9)$. Mặt cầu có đường kính AB có phương trình là

A. $(x+6)^2+y^2+(z+8)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=5$.

C. $(x-6)^2+y^2+(z-8)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-2-t\\y=1-3t\\z=3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-3t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 5. Tích phân $\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)dx$ bằng

A. $\ln 2-1$. **B.** $\ln 2+3$. **C.** $\ln 2+1$. **D.** $\ln 2+2$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-4$. **D.** $y=2$.

Câu 7. $\lim\frac{2n-3}{4n+5}$ bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{5}{4}$.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(5;-1)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(5;0)$.

Câu 9. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a=3;\ b=-2\sqrt{2}$. **B.** $a=3;\ b=\sqrt{2}$. **C.** $a=3;\ b=2$. **D.** $a=3;\ b=2\sqrt{2}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(5-x)<1$ là

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(3;5)$. **C.** $S=(0;2)$. **D.** $S=(2;5)$.

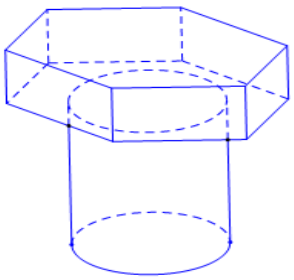
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x)=4$ là

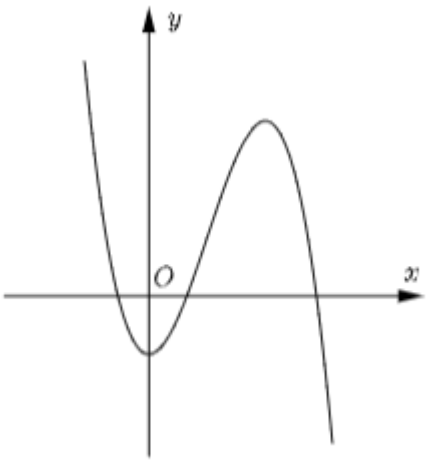
A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 12. Để chế tạo ra một cái đinh ốc, người ta đúc một vật bằng thép có hình dạng như hình bên dưới. Trong đó, phần phía trên có dạng là một hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao bằng 3cm và độ dài cạnh đáy bằng 4cm; phần phía dưới có dạng một hình trụ có trục trùng với trục của lăng trụ đều phía trên, chiều cao bằng 12cm và chu vi đường tròn đáy bằng một nửa chu vi đáy của lăng trụ. Biết mỗi m^3 thép có giá là m triệu đồng. Khi đó, giá nguyên liệu để làm một vật như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. $53,72\,\text{m}$ đồng. **B.** $26,22\,\text{m}$ đồng. **C.** $262,2\,\text{m}$ đồng. **D.** $537,2\,\text{m}$ đồng.

Câu 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?

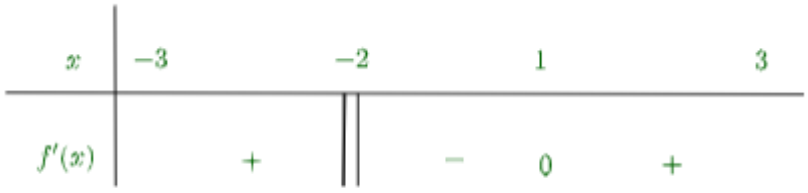


A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 16. Đặt $\log_3 5 = a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

A. $\frac{1}{2a}$. **B.** $1 + \frac{a}{2}$. **C.** $1 - 2a$. **D.** $1 - \frac{a}{2}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Gọi M là điểm có hoành độ âm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tung độ của điểm M bằng

A. 31. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 21.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u} = (-2;1;5)$ và $\vec{v} = (m-2;3;m+1)$, m là tham số. Tìm m để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$?

A. $m = -4$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 3$.

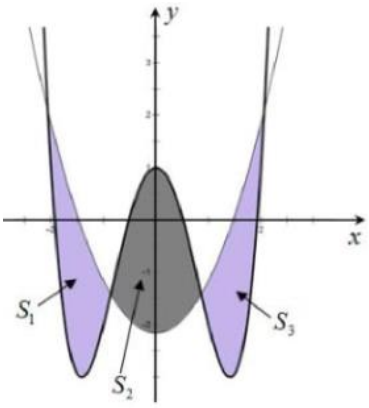
Câu 19. Tìm giá trị cực tiểu y_{ct} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

A. $y_{ct} = 1$. **B.** $y_{ct} = -1$. **C.** $y_{ct} = -6$. **D.** $y_{ct} = -2$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3 = (3;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_1 = (0;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3;-1;0)$.

Câu 21. Cho hàm số bậc bốn $y = x^4 - 4x^2 + 1$ và parabol $y = x^2 - k, k \in \mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Gọi S_1, S_2, S_3 lần lượt là diện tích của phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ. Khi $S_1 + S_3 = S_2$ thì k thuộc khoảng nào dưới đây ?



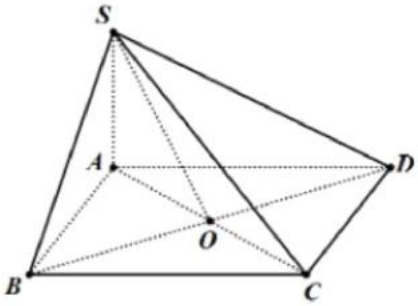
A. $\left(0;\frac{3}{7}\right)$. **B.** $\left(\frac{9}{5};\frac{11}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{11}{4};3\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{7};\frac{9}{5}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+2x+3, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SBD=60^0$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng



A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{2}$.

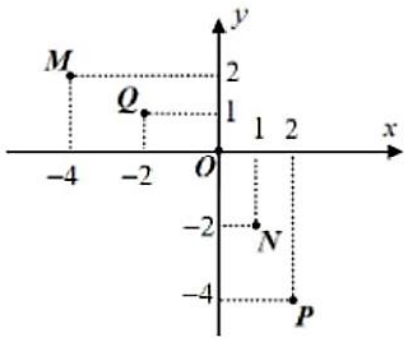
Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f^2(x)-xf(x)f'(x)=2x+4, \forall x\in[0;1]$. Biết $f(1)=3$. Tích phân $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 19. **B.** 13. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Câu 25. Cho số phức z thoả mãn $|z|-2\bar{z}=-7+3i+z$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\frac{25}{4}$. **B.** $|z|=\frac{13}{4}$. **C.** $|z|=3$. **D.** $|z|=5$.

Câu 26. Cho số phức $z=2-4i$. Ở hình bên, điểm biểu diễn của số phức z là:



A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$. **C.** $y'=x\cdot\ln 5$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\cdot\ln 5}$.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left(x^2-2x-m+1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 4039. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 4038.

Câu 29. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^x-17.2^x+16\le 0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;1);B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $-2x+3y+3z-16=0$. **B.** $-2x+3y+3z-6=0$.

C. $2x-3y-3z-6=0$. **D.** $2x-3y-3z-16=0$.

Câu 31. Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l, độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2h$. **C.** $S_{xq}=2\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 32. Rút gọn biểu thức $\sqrt[3]{a^3}-\sqrt{a^2}$ với $a<0$ ta được kết quả là

A. $2a$. **B.** $2\sqrt{a}$. **C.** a. **D.** 0.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+5t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+7t\\y=5t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6-5t\\z=-5+t\end{cases}$.

Câu 34. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 40 học sinh?

A. 40^3. **B.** C_{40}^3. **C.** 3^{40}. **D.** A_{40}^3.

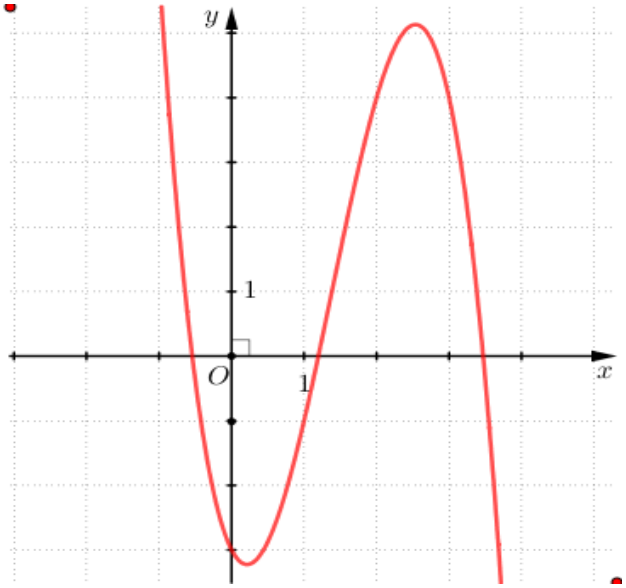
Câu 35. Cho phương trình $9.3^{2x}-m\left(4\sqrt[4]{x^2+2x+1}+3m+3\right).3^x+1=0$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để phương trình có đúng một nghiệm thực ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 36. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(f\left(x^2-4x+3\right)-m\right)\left(\sqrt{3\log_3(2x+3)-x-3}\right)=0$ có đúng 5 thực phân biệt?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

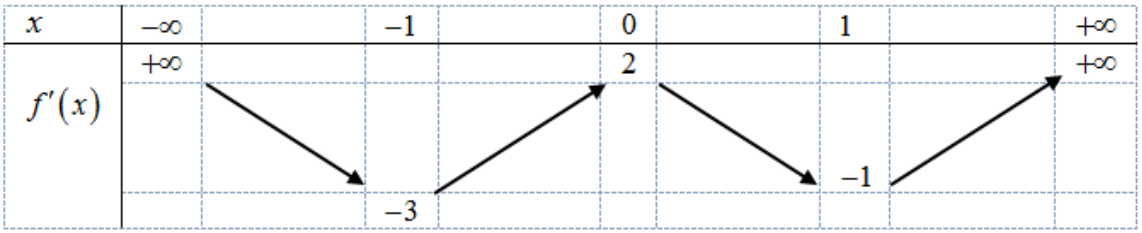
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$ **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 39. Kí hiệu $z_1;z_2$ là các nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng?

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 1

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $g(x)=f\left(\left|\frac{\ln\left(x^2+1\right)-2}{2}\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 11. **C.** 5 **D.** 9

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có các đỉnh $S(1;2;-2)$, $A(-1;0;-2)$, $C(3;-4;0)$. Tam giác ABC vuông tại B có độ dài cạnh $BC=3\sqrt{3}$ đồng thời mặt đáy (ABC) vuông góc với mặt bên (SAC). Gọi I là trung điểm của AC. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) có phương trình là

A. $x-1^{\,2}+y+2^{\,2}+z+1^{\,2}=\frac{18}{17}$. **B.** $x-1^{\,2}+y+2^{\,2}+z+1^{\,2}=\frac{72}{17}$.

C. $x-1^{\,2}+y+2^{\,2}+z+1^{\,2}=\frac{18}{11}$. **D.** $x-1^{\,2}+y+2^{\,2}+z+1^{\,2}=\frac{72}{11}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1+x\sqrt{x^2+1} \text{ khi } x>0\\ \cos x \text{ khi } x\le 0\end{cases}$. Biết $\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{1} f(x)dx=a+b\sqrt{2}$ (a, b là các số hữu tỉ).

Giá trị của $a-b$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 1.

Câu 43. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$.

A. $V=\frac{256\pi}{3}$. **B.** $V=64\pi$. **C.** $V=48\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Câu 44. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và có chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 45. Một hộp đựng chín chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{18}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 46. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=6t$ m/s^2. Vận tốc của vật tại thời điểm $t=2$ giây là 17 m/s. Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=4$ giây đến thời điểm $t=10$ giây là

A. 1200 m. **B.** 1014 m. **C.** 966 m. **D.** 36 m.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1+i|+|\overline{z}-2+2i|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-1-3i|+|\overline{z}-3+5i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $2+\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{2}+\sqrt{10}$.

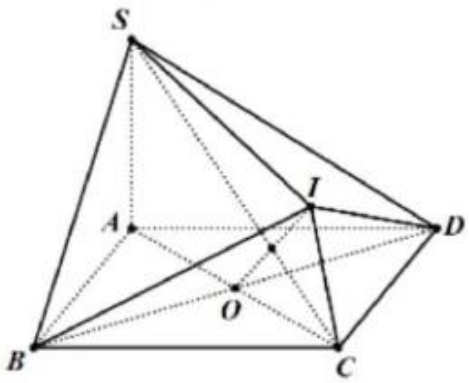
Câu 48. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^2 x^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^2 x^2\left(x^2-4\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 49. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Gọi I là điểm đối xứng của điểm O qua đường thẳng SC *(tham khảo hình bên)*. Thể tích của khối đa diện $SIABCD$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	D	B	D	D	C	B	A	B	D	C	C	A	D	C	D	B	C	A	B	A	C	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	B	C	C	A	C	B	B	B	D	D	B	B	A	D	A	B	B	C	D	A	D	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Khi đặt $3^x=t$ thì phương trình $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0$ trở thành

A. $3t^2-t-10=0$. **B.** $9t^2-3t-10=0$. **C.** $2t^2-t-1=0$. **D.** $t^2-t-10=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $9^{x+1}-3^{x+1}-30=0\Leftrightarrow 9.9^x-3.3^x-30=0\Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2-3^x-10=0$ (1).

Đặt $3^x=t$ nên phương trình (1) trở thành $3t^2-t-10=0$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$. **B.** $\frac{1}{3}e^{2x+3}+C$. **C.** $2e^{2x+3}+C$. **D.** $e^{2x+3}+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int e^{2x+3}dx=\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-1)$ và $B(-4;2;-9)$. Mặt cầu có đường kính AB có phương trình là

A. $(x+6)^2+y^2+(z+8)^2=25$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=5$.

C. $(x-6)^2+y^2+(z-8)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Lời giải

Chọn D

Ta có trung điểm I của AB có tọa độ là $\begin{cases} x=\frac{2-4}{2}=-1 \\ y=\frac{2+2}{2}=2 \\ z=\frac{-1-9}{2}=-5 \end{cases}$.

Ta có $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(-4-2)^2+(2-2)^2+(-9+1)^2}=10$ nên $R=\frac{AB}{2}=5$.

Vậy phương trình đường mặt cầu kính AB là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+5)^2=25$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=1-3t \\ z=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-t \\ z=3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-3t \\ z=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3-t \\ z=3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-3;0)$ nhận vecto $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;3)$ làm vecto chỉ phương có phương trình tham số là $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=-3-t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 5. Tích phân $\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)dx$ bằng

A. $\ln 2-1$. **B.** $\ln 2+3$. **C.** $\ln 2+1$. **D.** $\ln 2+2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_1^2\left(\frac{1}{x}+2\right)dx=\left(\ln|x|+2x\right)\Big|_1^2=\ln 2+4-\ln 1-2=\ln 2+2$

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=-4$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x+4}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2+\frac{4}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$.

Vậy $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 7. $\lim\frac{2n-3}{4n+5}$ bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\frac{2n-3}{4n+5}=\lim\frac{2-\frac{3}{n}}{4+\frac{5}{n}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

Câu 8. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(5;-1)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(5;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z_1+z_2=2(2-i)+(1+i)=5-i$

Vậy điểm biểu diễn số phức $2z_1+z_2$ có tọa độ là $(5;-1)$.

Câu 9. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$. Tìm a, b.

A. $a=3;\ b=-2\sqrt{2}$. **B.** $a=3;\ b=\sqrt{2}$. **C.** $a=3;\ b=2$. **D.** $a=3;\ b=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phần thực và phần ảo của số phức $3-2\sqrt{2}i$ lần lượt là 3 và $-2\sqrt{2}$.

Vậy $a=3;\ b=-2\sqrt{2}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(5-x)<1$ là

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(3;5)$. **C.** $S=(0;2)$. **D.** $S=(2;5)$.

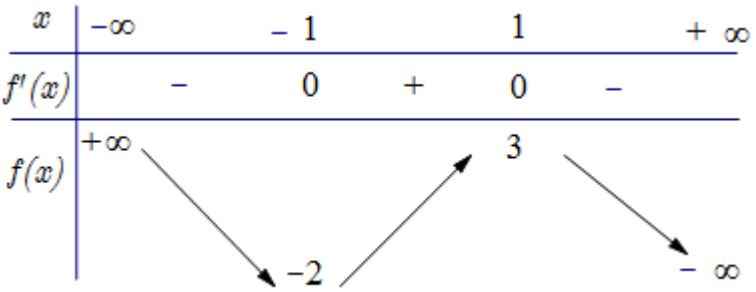
Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(5-x)<1 \Leftrightarrow \begin{cases}5-x>0\\5-x<2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<5\\x>3\end{cases}$.

Vậy tập nghiệm $S=(3;5)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x)=4$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f^2(x)=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}f(x)=2 \quad (1)\\f(x)=-2 \quad (2)\end{array}\right.$

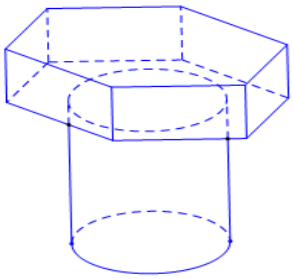
Phương trình (1) có 3 nghiệm.

Phương trình (2) có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 12. Để chế tạo ra một cái đinh ốc, người ta đúc một vật bằng thép có hình dạng như hình bên dưới. Trong đó, phần phía trên có dạng là một hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao

bằng 3cm và độ dài cạnh đáy bằng 4cm; phần phía dưới có dạng một hình trụ có trục trùng với trục của lăng trụ đều phía trên, chiều cao bằng 12cm và chu vi đường tròn đáy bằng một nửa chu vi đáy của lăng trụ. Biết mỗi m^3 thép có giá là m triệu đồng. Khi đó, giá nguyên liệu để làm một vật như trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. $53,72\,\text{m}$ đồng. **B.** $26,22\,\text{m}$ đồng. **C.** $262,2\,\text{m}$ đồng. **D.** $537,2\,\text{m}$ đồng.

Lời giải

Chọn C

Gọi V', V'' lần lượt là thể tích phần lăng trụ và phần hình trụ, r là bán kính đáy phần hình trụ.

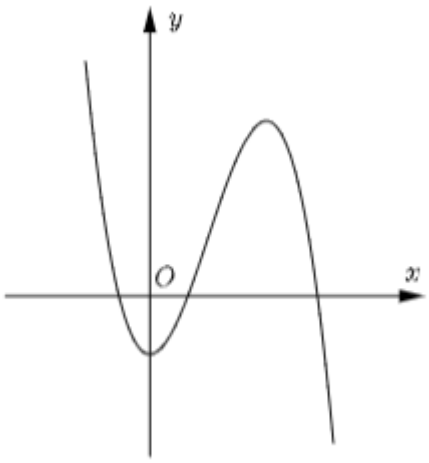
Ta có $V' = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}.4^2.3 = 72\sqrt{3}\,\text{cm}^3$.

Ta lại có $2\pi r = 12 \Leftrightarrow r = \dfrac{6}{\pi}$. Khi đó $V'' = \pi.\left(\dfrac{6}{\pi}\right)^2.12 = \dfrac{432}{\pi}\,\text{cm}^3$.

Thể tích của vật trên là $V = 72\sqrt{3} + \dfrac{432}{\pi}\,\text{cm}^3 \approx 262,2\,\text{cm}^3$.

Vậy giá nguyên liệu để làm một vật như trên gần $262,2\,\text{m}$ đồng.

Câu 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a < 0$.

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Ta có: $y' = 2x - \frac{2}{x^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\frac{1}{2};2\right]$.

$y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{17}{4};\ y(1) = 3;\ y(2) = 5$.

Vậy Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng 3.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-3		-2		1		3
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Đặt $\log_3 5 = a$, khi đó $\log_3 \frac{3}{25}$ bằng

A. $\frac{1}{2a}$. **B.** $1 + \frac{a}{2}$. **C.** $1 - 2a$. **D.** $1 - \frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$\log_3 \frac{3}{25} = \log_3 3 - \log_3 25 = \log_3 3 - \log_3 5^2 = 1 - 2\log_3 5 = 1 - 2a$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm có hoành độ âm thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tung độ của điểm M bằng

A. 31. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 21.

Lời giải

Chọn D

◆ $M\in d:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}\Rightarrow M(t;-1+2t;-2+3t)(t<0)$.

◆ $\mathrm{d}(M,(P))=2\Leftrightarrow\frac{|t+2(-1+2t)-2(-2+3t)+3|}{3}=2$

$\Leftrightarrow|-t+5|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=11\end{array}\right.(t>0)\Rightarrow t=11\Rightarrow y_M=21$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=(-2;1;5)$ và $\vec{v}=(m-2;3;m+1)$, m là tham số. Tìm m để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$?

A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn B

◆ Phải có: $\vec{u}.\vec{v}=0\Leftrightarrow-2(m-2)+3+5(m+1)=0\Leftrightarrow3m+12=0\Leftrightarrow m=-4$.

Câu 19. Tìm giá trị cực tiểu y_{ct} của hàm số $y=-x^3+3x-4$.

A. $y_{ct}=1$. **B.** $y_{ct}=-1$. **C.** $y_{ct}=-6$. **D.** $y_{ct}=-2$.

Lời giải

Chọn C

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

◆ $y'=-3x^2+3$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$.

◆ Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	-2	↘	$-\infty$

Suy ra $y_{ct}=y(-1)=-6$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(3;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_1=(0;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;-1;0)$.

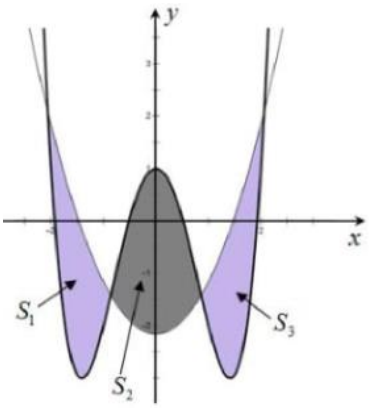
Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (P): $ax+by+cz+d=0$ thì (P) có véc tơ pháp tuyến: $\vec{n}=(a;b;c)\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$.

Vậy mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$ có véc tơ pháp tuyến: $\vec{n}_3=(3;0;-1)$.

Câu 21. Cho hàm số bậc bốn $y=x^4-4x^2+1$ và parabol $y=x^2-k, k\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình bên. Gọi S_1,S_2,S_3 lần lượt là diện tích của phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ. Khi $S_1+S_3=S_2$ thì k thuộc khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(0;\frac{3}{7}\right)$. **B.** $\left(\frac{9}{5};\frac{11}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{11}{4};3\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{7};\frac{9}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4-4x^2+1=x^2-k\Leftrightarrow x^4-5x^2+k+1=0\ (*)$

Giả sử $x=b$ là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $(*)$.

Khi đó ta có $b^4-5b^2+k+1=0\ (1)$

Khi $S_1+S_3=S_2$ thì $\int_0^b\left(x^4-5x^2+k+1\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\frac{b^4}{5}-\frac{5b^2}{3}+k+1=0\ (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $b^2=\frac{25}{6}$.

Thay $b^2=\frac{25}{6}$ vào (1) suy ra $k=\frac{89}{36}\in\left(\frac{9}{5};\frac{11}{4}\right)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2+2x+3,\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

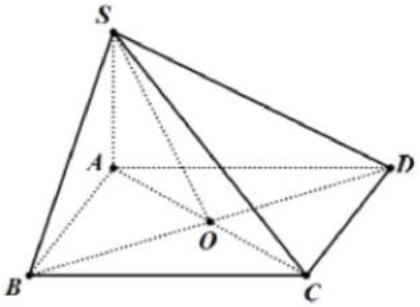
Ta có $f'(x) = -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

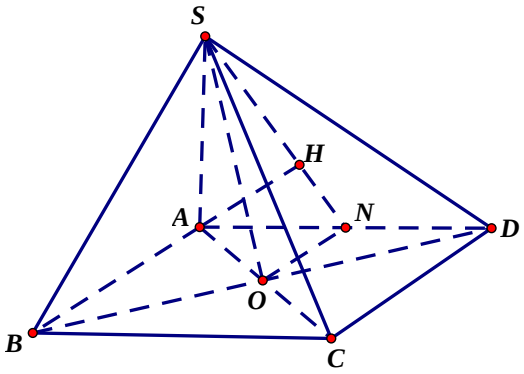
Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SBD = 60^0$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng



A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm của cạnh AD. Ta có $AB // (SON)$, nên

$d(AB, SO) = d(AB, (SON)) = d(A, (SON))$.

Trong mặt phẳng (SAD) dựng $AH \perp SN$ tại H. Ta có: $\left\{\begin{array}{l} AH \perp SN \\ AH \perp ON \end{array}\right. \Rightarrow AH \perp (SON)$.

Suy ra $d(AB, SO) = d(AB, (SON)) = d(A, (SON)) = AH$.

Ta có $\Delta SAB = \Delta SAD \Rightarrow SD = SB$ mà $SBD = 60^0$ suy ra tam giác SBD là tam giác đều, nên: $SB = BD = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAN vuông tại A, $AN=\frac{AD}{2}=\frac{a}{2}$, $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a$.

Ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Vậy $d(AB,SO)=AH=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f^2(x)-xf(x)f'(x)=2x+4,\forall x\in[0;1]$. Biết $f(1)=3$. Tích phân $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 19. **B.** 13. **C.** $\frac{19}{3}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f^2(x)=xf(x)f'(x)+2x+4,\forall x\in[0;1]$.

Suy ra:

$$\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 xf(x)f'(x)\mathrm{d}x+\int_0^1(2x+4)\mathrm{d}x=\frac{xf^2(x)}{2}\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x+5$$

$$\Rightarrow\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\left(\frac{f^2(1)}{2}+5\right)=\frac{2}{3}\left(\frac{9}{2}+5\right)=\frac{19}{3}.$$

Câu 25. Cho số phức z thoả mãn $|z|-2\bar{z}=-7+3i+z$. Tính $|z|$.

A. $|z|=\frac{25}{4}$. **B.** $|z|=\frac{13}{4}$. **C.** $|z|=3$. **D.** $|z|=5$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

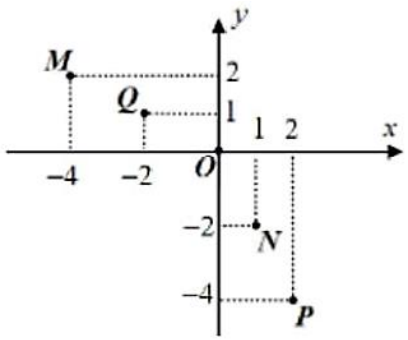
Ta có $|z|-2\bar{z}=-7+3i+z\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}-2(x-yi)=-7+3i+x+yi$

$$\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}-2x+2yi=(x-7)+(y+3)i\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}-2x=x-7\\2y=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+9}=3x-7\\y=3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}3x-7\ge0\\x^2+9=(3x-7)^2\\y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{7}{3}\\8x^2-42x+40=0\\y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{7}{3}\\\left[\begin{array}{l}x=4\\x=\frac{5}{4}\end{array}\right.\\y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}.$$

Do đó $z=4+3i\Rightarrow|z|=|4+3i|=5$.

Câu 26. Cho số phức $z=2-4i$. Ở hình bên, điểm biểu diễn của số phức z là:



A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số suy ra số phức $z=2-4i$ có điểm biểu diễn trong mặt phẳng Oxy là $P(2;-4)$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 5}{x}$. **C.** $y'=x\cdot\ln 5$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\cdot\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\log_5 x\Rightarrow y'=(\log_5 x)'=\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left(x^2-2x-m+1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 4039. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 4038.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện của hàm số $x^2-2x-m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow 1-(-m+1)<0\Leftrightarrow m<0$.

Vì m là giá trị nguyên và $m\in(-2021;2021)$ nên $m\in\{-2020,-2019,\ldots,-1\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left(x^2-2x-m+1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 29. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^x-17.2^x+16\le 0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2^x$ điều kiện $t>0$, bất phương trình đã cho trở thành $t^2-17t+16\le 0\Leftrightarrow 1\le t\le 16$ (thỏa điều kiện $t>0$).

$1\le t\le 16\Leftrightarrow 1\le 2^x\le 16\Leftrightarrow 0\le x\le 4$ mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{0;1;2;3;4\}$.

Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4^x-17.2^x+16\le 0$ là 5.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;1); B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $-2x+3y+3z-16=0$. **B.** $-2x+3y+3z-6=0$.

C. $2x-3y-3z-6=0$. **D.** $2x-3y-3z-16=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng đi qua $A(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng AB nhận 1 vecto $\overrightarrow{AB}=(-2;3;3)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình là

$-2(x-3)+3(y+1)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow -2x+3y+3z+6=0 \Leftrightarrow 2x-3y-3z-6=0$.

Câu 31. Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l, độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2h$. **C.** $S_{xq}=2\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l, độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy có diện tích xung quanh là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi rh$.

Câu 32. Rút gọn biểu thức $\sqrt[3]{a^3}-\sqrt{a^2}$ với $a<0$ ta được kết quả là

A. $2a$. **B.** $2\sqrt{a}$. **C.** a. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Với $a<0$ ta có $\sqrt[3]{a^3}-\sqrt{a^2}=a-|a|=a-(-a)=2a$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+5t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+7t\\y=5t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6-5t\\z=-5+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A=d\cap(P)\Rightarrow A\in d\Rightarrow A(1-t;-2+t;3+2t)$.

Mặt khác, ta có $A\in(P)\Rightarrow(1-t)-2(-2+t)+3(3+2t)-2=0\Leftrightarrow t=-4\Rightarrow A(5;-6;-5)$.

Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d, suy ra $\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\\\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}\end{cases}$.

Do đó, ta chọn $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(7;5;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(5;-6;-5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(7;5;1)$ là $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$.

Câu 34. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 40 học sinh?

A. 40^3. **B.** C_{40}^3. **C.** 3^{40}. **D.** A_{40}^3.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 40 học sinh là số các tổ hợp chập 3 của 40, tức là C_{40}^3 cách chọn.

Câu 35. Cho phương trình $9.3^{2x}-m\left(4\sqrt[4]{x^2+2x+1}+3m+3\right).3^x+1=0$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để phương trình có đúng một nghiệm thực ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x^2+2x+1\ge 0$ (luôn đúng). Ta đặt $t=x+1$, phương trình $(*)$ đề cho trở thành:

$3^{2t}-m\left(4\sqrt[4]{t^2}+3m+3\right).3^{t-1}+1=0\Leftrightarrow 3^t+\frac{1}{3^t}-\frac{m}{3}\left(4\sqrt{|t|}+3m+3\right)=0\ (1)$

Bài toán trở thành: tìm giá trị m nguyên để phương trình (1) có đúng một nghiệm thực.

Xét hàm số $f(t)=3^t+\frac{1}{3^t}-\frac{m}{3}\left(4\sqrt{|t|}+3m+3\right)$,

suy ra $f(-t)=3^{-t}+\frac{1}{3^{-t}}-\frac{m}{3}\left(4\sqrt{|-t|}+3m+3\right)=\frac{1}{3^t}+3^t-\frac{m}{3}\left(4\sqrt{|t|}+3m+3\right)=f(t)$, do đó hàm số $y=f(t)$ là hàm số chẵn, nhận xét: nếu t_0 là một nghiệm của phương trình (1) thì $-t_0$ cũng là một nghiệm của phương trình (1).

Như vậy, điều kiện cần để phương trình (1) có đúng một nghiệm thực là phương trình (1) chỉ có nghiệm $t=0$.

Thay $t=0$ vào (1), ta được: $1+1-\frac{m}{3}(0+3m+3)=0\Leftrightarrow -m^2-m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-2\end{array}\right.$.

Thử lại:

Thay $m=-2$ vào (1), ta được: $3^t+\frac{1}{3^t}+\frac{8}{3}\sqrt{|t|}-2=0$.

Ta có: $3^t+\frac{1}{3^t}\ge 2,\ \forall t\in\mathbb{R}$ và $\frac{8}{3}\sqrt{|t|}-2\ge -2,\ \forall t\in\mathbb{R}$ suy ra $3^t+\frac{1}{3^t}+\frac{8}{3}\sqrt{|t|}-2\ge 0,\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Dấu "=" xảy ra khi $t=0$, hay phương trình (1) có nghiệm duy nhất là $t=0$.

Nhận $m=-2$.

Thay $m=1$ vào (1), ta được: $3^t+\frac{1}{3^t}-\frac{4}{3}\sqrt{|t|}-2=0$.

Vì t là một nghiệm thì $-t$ cũng là một nghiệm của phương trình trên, nên ta xét hàm số $g(t)=3^t+\frac{1}{3^t}-\frac{4}{3}\sqrt{|t|}-2$ với $t\in[0;+\infty)$.

Ta có $g'(t)=3^t\ln 3-3^{-t}\ln 3-\frac{2}{3\sqrt{t}}$; $g''(t)=3^t\ln^2 3+3^{-t}\ln^2 3+\frac{1}{3\left(\sqrt{t}\right)^3}>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $g'(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, suy ra $g'(t)=0$ có tối đa một nghiệm $t>0$ suy ra $g(t)=0$ có tối đa hai nghiệm $t\in[0;+\infty)$, trong đó có $t=0$ và một nghiệm $t>0$.

Dẫn đến, phương trình $g(t)=0$ trên $\mathbb{R}$ có ba nghiệm $t=0, t=t_1, t=-t_1\ (t_1>0)$.

Loại $m=1$.

Vậy có 1 giá trị nguyên m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

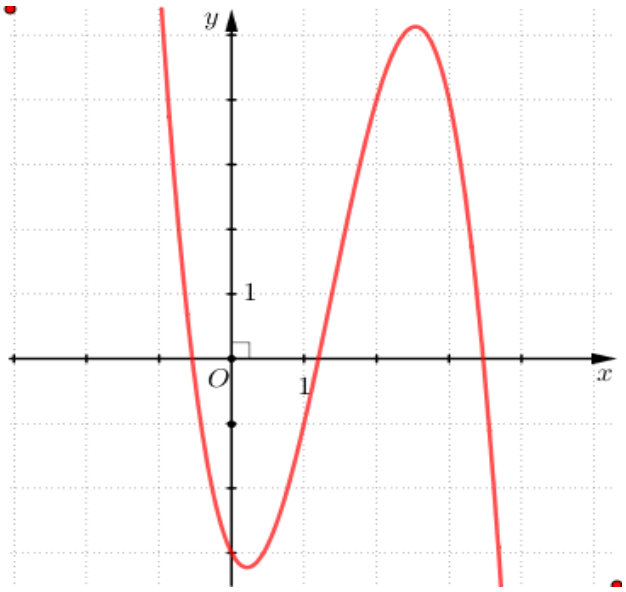
Chọn B

Điều kiện cần và đủ để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đường cong $y=x^3+1$ là

$$\begin{cases}3x+m=x^3+1\\3=3x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=x^3-3x+1\\\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=-1\end{array}\right.$$. Suy ra $S=\{-1;3\}$

Vậy tổng tất cả các phần tử của S bằng 2.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(f\left(x^2-4x+3\right)-m\right)\left(\sqrt{3\log_3(2x+3)-x-3}\right)=0$ có đúng 5 thực phân biệt?

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện : $3\log_3(2x+3)-x-3\ge 0 \Leftrightarrow x\in[0;3]$

Ta có

$$\left(f\left(x^2-4x+3\right)-m\right)\left(\sqrt{3\log_3(2x+3)-x-3}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^2-4x+3\right)-m=0 \\ \sqrt{3\log_3(2x+3)-x-3}=0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^2-4x+3\right)=m \\ x=0;x=3 \end{array}\right.$$

Đặt $u=x^2-4x+3,\ x\in[0;3];\ u'=2x-4=0\Leftrightarrow x=2$.

Ta có BBT của hàm số $g(x)=f\left(x^2-4x+3\right),\ x\in[0;3]$

x	0		a		b		2		3
u	3		a		b		-1		0
$g(x)$	4	↗	$\approx 5,3$	↘	$\approx -3,1$	↗	6	↘	-3

$\left(f\left(x^2-4x+3\right)-m\right)\left(\sqrt{3\log_3(2x+3)-x-3}\right)=0$ có đúng 5 thực phân biệt khi m là các số nguyên thuộc tập hợp $\{-2;-1;0;1;2;3;4\}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$ **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 39. Kí hiệu $z_1;z_2$ là các nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng?

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$ **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z^2-z+1=0 \Leftrightarrow z_1=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i; z_2=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i.$

$|z_1|+|z_2|=\left|\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|+\left|\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right|=2$

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f\left(\left|\frac{\ln\left(x^2+1\right)-2}{2}\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 11. **C.** 5 **D.** 9

Lời giải

Chọn B

Đặt $u=\frac{\ln\left(x^2+1\right)-2}{2}$, ta có $u'=\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)=\frac{x}{x^2+1}=0 \Leftrightarrow x=0$.

Giả sử $f'(x)=0$ có các nghiệm $\alpha<a<b<c$.

Ta có BBT của hàm số $f(u)$

x	$-\infty$						0						$+\infty$
u	$+\infty$	c	1	b	0	a	-1	a	0	b	1	c	$+\infty$
$f(u)$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

Hàm số $f(|u|)$ có 11 cực trị.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có các đỉnh $S(1;2;-2)$, $A(-1;0;-2)$, $C(3;-4;0)$. Tam giác ABC vuông tại B có độ dài cạnh $BC=3\sqrt{3}$ đồng thời mặt đáy (ABC) vuông góc với mặt bên (SAC). Gọi I là trung điểm của AC. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) có phương trình là

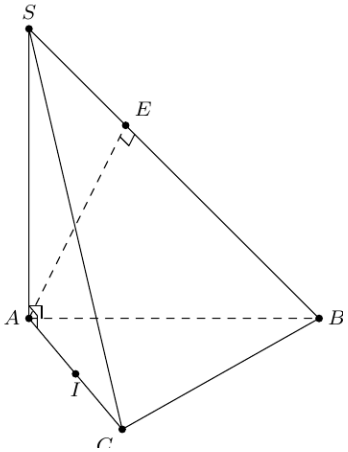
A. $x-1^2+y+2^2+z+1^2=\frac{18}{17}$. **B.** $x-1^2+y+2^2+z+1^2=\frac{72}{17}$.

C. $x-1^2+y+2^2+z+1^2=\frac{18}{11}$. **D.** $x-1^2+y+2^2+z+1^2=\frac{72}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình vẽ



I là trung điểm $AC \Rightarrow I(1;-2;-1)$

Ta có $SA=\sqrt{(1+1)^2+2^2+(-2+2)^2}=2\sqrt{2}$, $SC=\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2+(0+2)^2}=2\sqrt{11}$,

$AC=\sqrt{(3+1)^2+(-4)^2+(-2)^2}=6$.

Suy ra $SC^2=SA^2+AC^2$ suy ra ΔSAC vuông tại A.

$\Rightarrow SA\perp AC$.

Ta có $\begin{cases}(SAC)\perp(ABC)\\(SAC)\cap(ABC)=AC\\SA\subset(SAC)\\SA\perp AC\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC)$.

Ta có $AI\cap(SBC)=C\Rightarrow\dfrac{d(I;(SBC))}{d(A;(SBC))}=\dfrac{IC}{AC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d(I;(SBC))=\dfrac{1}{2}d(A;(SBC))$

Ta có $\begin{cases}AB\perp BC\\BC\perp SA\\AB,SA\subset(SAB)\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow(SBC)\perp(SAB)$

Trong (SAB) vẽ $AE\perp SB\Rightarrow d(A;(SBC))=AE$.

Ta có $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{6^2-\left(3\sqrt{3}\right)^2}=3$.

Xét ΔSAB vuông tại A: $\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}\Leftrightarrow\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{3^2}\Leftrightarrow AE=\dfrac{6\sqrt{34}}{17}$

Suy ra $d(I;(SBC))=\dfrac{6\sqrt{34}}{34}=R$.

Vậy phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;-1)$ có bán kính $R=\dfrac{6\sqrt{34}}{34}$ là

$(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=\dfrac{18}{17}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1+x\sqrt{x^2+1} \text{ khi } x>0\\ \cos x \text{ khi } x\le 0\end{cases}$. Biết $\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{1} f(x)dx=a+b\sqrt{2}$ (a, b là các số hữu tỉ).

Giá trị của $a-b$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{1} f(x)dx=\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{0} f(x)dx+\int\limits_{0}^{1} f(x)dx=\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{0} \cos xdx+\int\limits_{0}^{1}\left(1+x\sqrt{x^2+1}\right)dx$.

Đặt $A=\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{0} \cos xdx=1$.

Đặt $B=\int\limits_{0}^{1}\left(1+x\sqrt{x^2+1}\right)dx=\int\limits_{0}^{1}dx+\int\limits_{0}^{1}x\sqrt{x^2+1}dx=1+\int\limits_{0}^{1}x\sqrt{x^2+1}dx$

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow t^2=x^2+1\Rightarrow 2tdt=2xdx\Leftrightarrow xdx=tdt$.

Đổi cận

x	0	1
t	1	$\sqrt{2}$

Suy ra $B=1+\int\limits_{1}^{\sqrt{2}} t^2dt=1+\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $I=A+B=\frac{5}{3}+\frac{2}{3}.\sqrt{2}$ suy ra $\begin{cases}a=\frac{5}{3}\\ b=\frac{2}{3}\end{cases}$.

Vậy $a-b=\frac{5}{3}-\frac{2}{3}=1$.

Câu 43. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$.

A. $V=\frac{256\pi}{3}$. **B.** $V=64\pi$. **C.** $V=48\pi$. **D.** $V=36\pi$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$ là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256}{3}\pi$.

Câu 44. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và có chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 9. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h=6$.

Câu 45. Một hộp dựng chín chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên ra hai thẻ rồi nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Xác suất để kết quả nhận được là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{13}{18}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Phép thử: "Rút hai thẻ từ hộp có chín thẻ".

Số phần tử của không gian mẫu: $|\Omega|=C_9^2=36$.

Gọi biến cố A: " Hai thẻ rút được có tích là một số chẵn".

Biến cố đối $\overline{A}$: " Hai thẻ rút được có tích là một số lẻ".

Để tích của hai số là số lẻ, thì hai số đó phải là số lẻ.

Chọn hai thẻ từ năm thẻ ghi số lẻ có số cách là: $n\left(\overline{A}\right)=C_5^2=10$.

Vậy xác suất biến cố A là: $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{10}{36}=\frac{13}{18}$.

Câu 46. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=6t$ m/s^2. Vận tốc của vật tại thời điểm $t=2$ giây là 17 m/s. Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=4$ giây đến thời điểm $t=10$ giây là

A. 1200 m. **B.** 1014 m. **C.** 966 m. **D.** 36 m.

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài, ta có:

$$\begin{cases} v'(t)=a(t) \\ v(2)=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(t)=\int a(t)\,\mathrm{d}t \\ v(2)=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(t)=\int 6t\,\mathrm{d}t \\ v(2)=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v(t)=3t^2+C \\ v(2)=17 \end{cases} \Rightarrow 12+C=17 \Leftrightarrow C=5.$$

Suy ra $v(t)=3t^2+5$.

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=4$ giây đến thời điểm $t=10$ giây là:

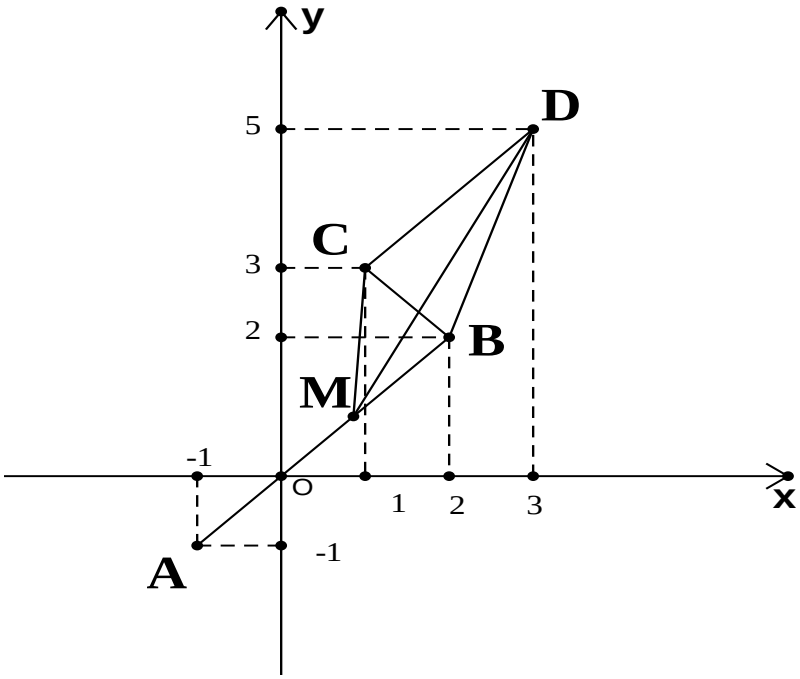
$$S=\int_4^{10} v(t)\,\mathrm{d}t=\int_4^{10}\left(3t^2+5\right)\mathrm{d}t=\left(t^3+5t\right)\Big|_4^{10}=1050-84=966\ (\mathrm{m}).$$

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1+i|+|\overline{z}-2+2i|=3\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z-1-3i|+|\overline{z}-3+5i|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $2+\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{2}+\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $|z+1+i|+|\overline{z}-2+2i|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow |z+1+i|+|z-2-2i|=3\sqrt{2}$ (1).

Gọi $A(-1;-1)$, $B(2;2)$. Ta có $AB=3\sqrt{2}$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z.

Từ $(1) \Leftrightarrow MA+MB=AB \Rightarrow$ Tập hợp điểm M là đoạn thẳng AB.

Gọi $C(1;3)$, $D(3;5)$.

Ta có $|z-1-3i|+|\overline{z}-3+5i|=|z-1-3i|+|z-3-5i|=MC+MD$.

Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow AB \perp BC$. Do đó, $MC_{\min}=BC \Leftrightarrow M \equiv B$ (2).

Do A và D nằm khác phía đường thẳng BC, đồng thời M thuộc đoạn thẳng AB do đó $MD_{\min}=BD \Leftrightarrow M \equiv B$ (3).

Từ (2) và (3) suy ra $(MC+MD)_{\min}=BC+BD=\sqrt{2}+\sqrt{10}$ khi $M \equiv B$.

Vậy $|z-1-3i|+|\overline{z}-3+5i|$ nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}+\sqrt{10}$.

Câu 48. Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $d: y=2x$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int_0^2 x^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^2 x^2\left(x^2-4\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^2 \left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_0^2 \left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2=2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ và $2x \geq x^2$, $\forall x \in [0;2]$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox là

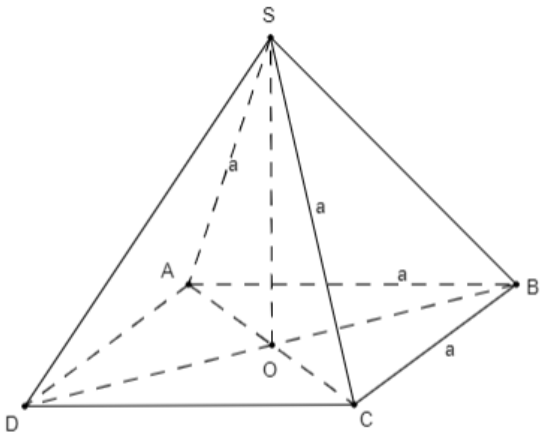
$V = \pi\int_0^2 (2x)^2\,dx - \pi\int_0^2 \left(x^2\right)^2\,dx = \pi\int_0^2 x^2\left(4 - x^2\right)dx$.

Câu 49. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



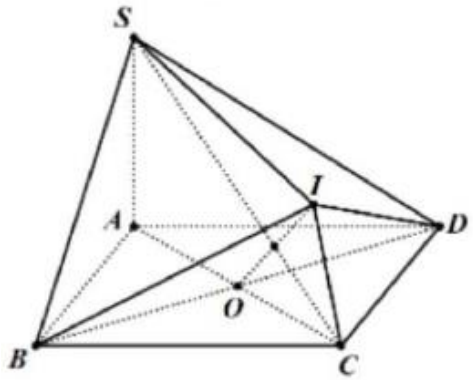
Ta xem hình chóp đều như hình; khi đó: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$

Với $ABCD$ là hình vuông cạnh $a \Rightarrow S_{ABCD} = a^2$

Mặt khác $\Delta SAC = \Delta BAC \Rightarrow SO = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

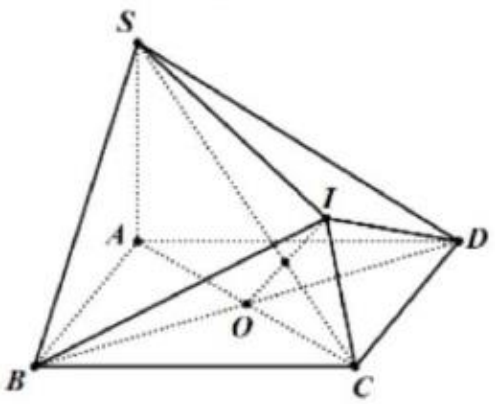
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Gọi I là điểm đối xứng của điểm O qua đường thẳng SC *(tham khảo hình bên)*. Thể tích của khối đa diện $SIABCD$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD}=a^2$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng $30^o \Rightarrow BSC=30^o$;

$\tan BSC=\frac{BC}{SB}\Rightarrow SB=\frac{BC}{\tan BSC}=a\sqrt{3}\Rightarrow SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Ta có $V_{SIABCD}=V_{S.ABCD}+V_{ISBC}+V_{ISDC}$

Mà $V_{ISBC}=V_{OSBC}=\frac{1}{2}V_{ASBC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}$; tương tự $V_{ISDC}=V_{OSDC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}$

Vậy $V_{SIABCD}=V_{S.ABCD}+\frac{1}{4}V_{S.ABCD}+\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{3}{2}V_{S.ABCD}=\frac{3}{2}.\frac{a^3\sqrt{2}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ 45

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT CHUYÊN LONG AN

Câu 1. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$. **C.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Câu 2. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là bao nhiêu?

A. $2A_{20}^2$. **B.** A_{20}^2. **C.** C_{20}^2. **D.** $2C_{20}^2$.

Câu 3. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ (C là hằng số).

A. $x^3-\cos x+C$. **B.** $6x+\cos x+C$. **C.** $x^3+\cos x+C$. **D.** $6x-\cos x+C$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+z-11=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(4;-1;1)$. **B.** $Q(-2;3;11)$. **C.** $M(2;-3;-1)$. **D.** $P(0;-5;-1)$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $2^x=-1$ là tập nào?

A. 2. **B.** $\varnothing$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 7. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=36\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=54\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Câu 8. Cho cấp số cộng u_n, biết $u_1=6$ và $d=-4$. Tìm giá trị của u_8.

A. -22. **B.** -8. **C.** 22. **D.** 34.

Câu 9. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=2-4i$.

A. $\bar{z}=-4+2i$. **B.** $\bar{z}=-2+4i$. **C.** $\bar{z}=-2-4i$. **D.** $\bar{z}=2+4i$.

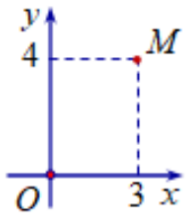
Câu 10. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khốilăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Câu 11. Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B, chiều cao bằng h được tính bởicông thức nào?

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 12. Điểm M như hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?



A. $z=4+3i$. **B.** $z=4-3i$. **C.** $z=3-4i$. **D.** $z=3+4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào sau đây là vecto chi phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(0;2;1)$?

A. $\overrightarrow{u_4}=(1;4;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(1;-4;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(-4;-2;1)$.

Câu 14. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x dx$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** -1. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** 0.

Câu 15. Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_5 x$

A. $y'=x\ln 5$. **B.** $y'=\frac{1}{x\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{x}{\ln 5}$. **D.** $y'=\frac{\ln 5}{x}$.

Câu 16. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là những đường nào?

A. $x=1;y=2$. **B.** $x=2;y=1$. **C.** $x=2;y=-1$. **D.** $x=2;y=\frac{1}{2}$.

Câu 17: Nghịch đảo của số phức $z=1-i+i^3$ là số phức nào?

A. $\frac{2}{5}-\frac{1}{5}i$ **B.** $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$. **C.** $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}i$. **D.** $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$.

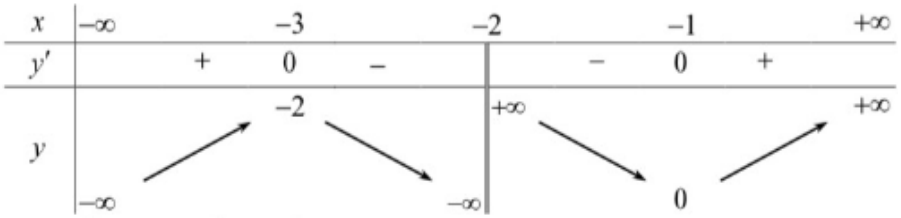
Câu 18: Hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ đạt cực đại tại điểm x_0 bằng bao nhiêu?

A. $x_0=2$ **B.** $x_0=1$ **C.** $x_0=-2$ **D.** $x_0=-1$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-6)^2=25$ có tọa độ tâm I là

A. $I(2;-4;6)$. **B.** $I(-1;2;-3)$. **C.** $I(1;-2;3)$. **D.** $I(-2;4;-6)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx=7, \int_6^{10} f(x)dx=-1$. Tính $I=\int_0^{10} f(x)dx$

A. $I=5$. **B.** $I=8$. **C.** $I=7$. **D.** $I=6$.

Câu 22. Tính môđun của số phức thỏa mãn $z(1-i)+2i=1$

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A.

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$.

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-4x)=2$ bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** $9A_9^2$. **D.** 3^{10}.

Câu 26. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2;3;-1), N(-1;2;3); P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm M song song với NP.

A. $\begin{cases}x=-2+3t\\y=3-3t\\z=-1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=2-3t\\z=3-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+3t\\y=-1-3t\\z=1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=-3+3t\\z=-2-t\end{cases}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $BC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABC)$, SB tạo với (ABC) một góc có số đo là $45°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)>0$.

A. $\left(-\frac{1}{4};0\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 29. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ (C là hằng số).

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^{3x}}{3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^{3x+1}}{3x+1}+C$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=2$ là bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		-	0	+	‖	-	0	+	

Khi đó số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 3.

Câu 33. Rút gọn biểu thức $Q=\frac{\sqrt[3]{b\sqrt[5]{b^{20}}}}{\sqrt[3]{b}}$ với $b>0$ ta được biểu thức nào sau đây?

A. $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $Q=b^2$.

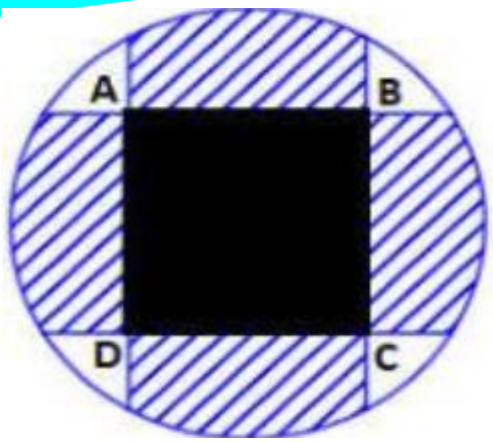
Câu 34. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. 14. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 11.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-4;4), B(3;2;6)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+3y+z-4=0$. **B.** $x-3y-z+4=0$. **C.** $x+3y-z-4=0$. **D.** $x-3y+z+4=0$.

Câu 36. Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thànhcác phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa. Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ. Ở bốn góc còn lại, mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB=4m$, giá trồng hoa là200.000 đ/m^2, giá trồng cỏ là 100.000 đ/m^2, mỗi cây cọ giá 150.000 đ.Hỏi số tiền để thực hiện trang trí bồn hoa như miêu tả ở trên gần bằng giá trị nào nhất?



A. 14.865.000 đồng. **B.**13.265.000 đồng. **C.**12.218.000 đồng. **D.**14.465.000 đồng.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{1}$; $d_2 : \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2.

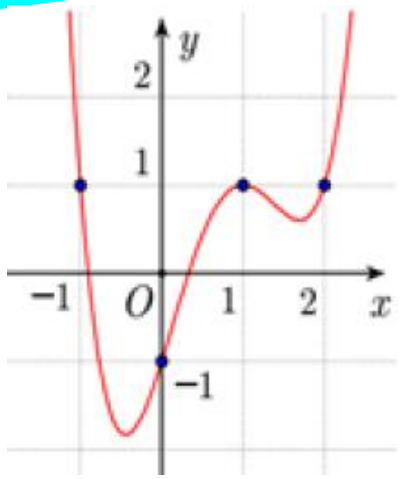
A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD, cạnh bên SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

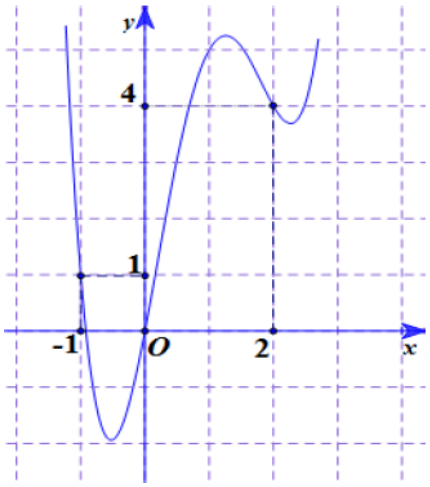
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=-f(2x-1)+2x$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-f(3)+4$. **B.** $-f(1)+2$. **C.** $-f(2)+3$. **D.** $-f(-1)$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Đặt $g(x)=x^3-3f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(2)<g(-1)<g(0)$. **B.** $g(0)<g(-1)<g(2)$.

C. $g(-1)<g(0)<g(2)$. **D.** $g(2)<g(0)<g(-1)$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\log_4\left(x^2-x-m\right)\geq\log_2(x+2)$ có nghiệm.

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y)=\log_2\left(x^2+y^2\right)$

A. 1. **B.** vô số. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Khi biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu ?

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 6.

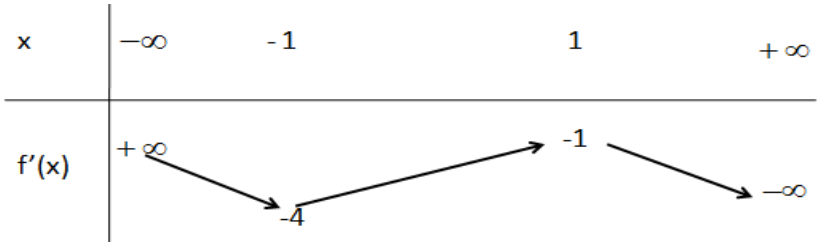
Câu 47. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z-i|=2$ và $w=\dfrac{z-1+i}{z-2-i}$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{20}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 4.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, đồng biến trên đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x+2x.f(x)=\left[f'(x)\right]^2, \forall x\in[1;4]$. Biết rằng $f(1)=\dfrac{3}{2}$, tính $I=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1222}{45}$. **B.** $I=\dfrac{1201}{45}$. **C.** $I=\dfrac{1174}{45}$. **D.** $I=\dfrac{1186}{45}$.

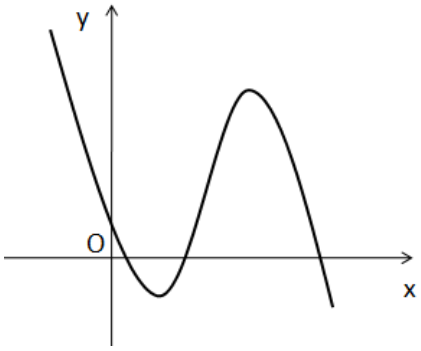
Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0)=\dfrac{-1}{\ln 2}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



. Hàm số $g(x)=\left|f\left(-x^2\right)-x^2+\dfrac{2^{x^2}}{\ln 2}\right|$ có bao nhiêu số điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 50: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	C	B	C	D	A	D	B	D	D	C	A	B	B	B	D	A	C	D	C	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	B	B	A	C	B	C	A	B	D	A	A	C	C	A	D	B	D	B	A	D	D	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Với các số thực dương a,b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$. **C.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng là: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

Câu 2. Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là bao nhiêu?

A. $2A_{20}^2$. **B.** A_{20}^2. **C.** C_{20}^2. **D.** $2C_{20}^2$.

Lời giải

Chọn C

Số tập con có hai phần từ của A là: C_{20}^2.

Câu 3. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ (C là hằng số).

A. $x^3-\cos x+C$. **B.** $6x+\cos x+C$. **C.** $x^3+\cos x+C$. **D.** $6x-\cos x+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2+\sin x)\mathrm{d}x=x^3-\cos x+C$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+z-11=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(4;-1;1)$. **B.** $Q(-2;3;11)$. **C.** $M(2;-3;-1)$. **D.** $P(0;-5;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Lần lượt thay tọa độ các điểm ở các phương án đề bài cho, ta thấy tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình mặt phẳng (α): $3.2-2.(-3)+(-1)-11=0$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $2^x=-1$ là tập nào?

A. 2. **B.** $\varnothing$. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $VT=2^x>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, $VP=-1<0$ nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\varnothing$.

Câu 6. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta nhận thấy đây là đồ thị hàm số bậc 3: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nên loại phương án A, D.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ suy ra $a>0$. Do đó loại phương án B.

Phương án C thỏa mãn. Vậy hàm số có đồ thị như hình vẽ là $y=x^3-3x$.

Câu 7. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=36\pi$. **B.** $V=108\pi$. **C.** $V=54\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\pi.3^2.6=18\pi$.

Câu 8. Cho cấp số cộng u_n, biết $u_1=6$ và $d=-4$. Tìm giá trị của u_8.

A. -22. **B.** -8. **C.** 22. **D.** 34.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_8=u_1+7d=6+7.\ -4\ =-22$.

Câu 9. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=2-4i$.

A. $\bar{z}=-4+2i$. **B.** $\bar{z}=-2+4i$. **C.** $\bar{z}=-2-4i$. **D.** $\bar{z}=2+4i$.

Lời giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z=2-4i$ là $\bar{z}=2+4i$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khốilăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $\frac{2}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khốilăng trụ là: $V = B.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 11. Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B, chiều cao bằng h được tính bởicông thức nào?

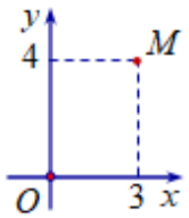
A. $V = 3Bh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp có diện tích mặt đáy bằng B, chiều cao bằng h được tính bởicông thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 12. Điểm M như hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?



A. $z = 4 + 3i$. **B.** $z = 4 - 3i$. **C.** $z = 3 - 4i$. **D.** $z = 3 + 4i$.

Lời giải

Chọn D

Điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức $z = 3 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, vecto nào sau đây là vecto chi phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(0;2;1)$?

A. $\overrightarrow{u_4} = (1;4;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (2;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1} = (1;-4;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (-4;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;4;0)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(0;2;1)$ có 1 vecto chi phương là $\overrightarrow{u_1} = (1;-4;0)$.

Câu 14. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** -1. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) = 1.$

Câu 15. Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$

A. $y' = x\ln 5.$ **B.** $y' = \frac{1}{x\ln 5}.$ **C.** $y' = \frac{x}{\ln 5}.$ **D.** $y' = \frac{\ln 5}{x}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \left(\log_5 x\right)' = \frac{1}{x\ln 5}.$

Câu 16. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là những đường nào?

A. $x = 1; y = 2.$ **B.** $x = 2; y = 1.$ **C.** $x = 2; y = -1.$ **D.** $x = 2; y = \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y = 1$ nên đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số .

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty;\ \lim\limits_{x\to 2^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số .

Câu 17: Nghịch đảo của số phức $z = 1 - i + i^3$ là số phức nào?

A. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5}i$ **B.** $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$ **C.** $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}i.$ **D.** $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i.$

Lời giải

Chọn B

Nghịch đảo của số phức $z = 1 - i + i^3$ là: $\frac{1}{z} = \frac{1}{1-i+i^3} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i.$

Câu 18: Hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại điểm x_0 bằng bao nhiêu?

A. $x_0 = 2$ **B.** $x_0 = 1$ **C.** $x_0 = -2$ **D.** $x_0 = -1$

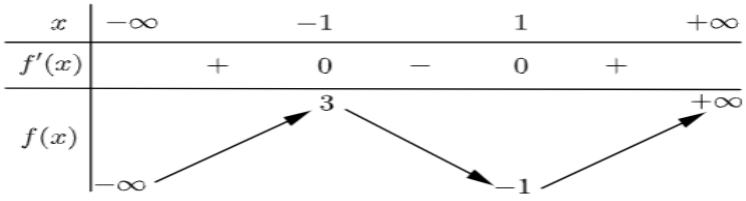
Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ xác định trên $\mathbb{R}$

$f'(x) = 3x^2 - 3;\ f'(x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

Ta có BBT:



Vậy hàm số đạt cực đại tại $x_0 = -1.$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-6)^2=25$ có tọa độ tâm I là

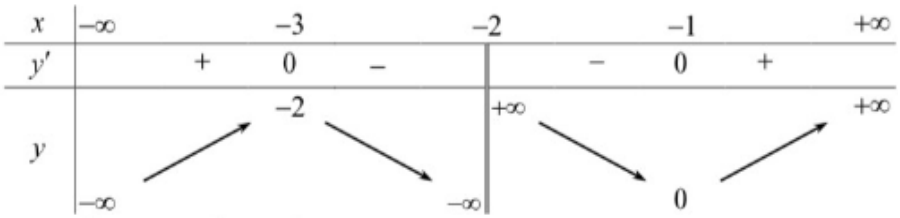
A. $I(2;-4;6)$. **B.** $I(-1;2;-3)$. **C.** $I(1;-2;3)$. **D.** $I(-2;4;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-6)^2=25$ có tọa độ tâm I là: $I(2;-4;6)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(-1;+\infty)$ **D.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$

Lời giải

Chọn C

Theo BBT, hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-1;+\infty)$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx=7, \int_6^{10} f(x)dx=-1$. Tính $I=\int_0^{10} f(x)dx$

A. $I=5$. **B.** $I=8$. **C.** $I=7$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $I=\int_0^{10} f(x)dx=\int_0^6 f(x)dx+\int_6^{10} f(x)dx=7-1=6$.

Câu 22. Tính môđun của số phức thỏa mãn $z(1-i)+2i=1$

A. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z(1-i)+2i=1\Rightarrow z=\frac{1-2i}{1-i}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i\Rightarrow |z|=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{-1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A.

A. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=29$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $R = IA = \sqrt{(1-1)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5}$.

Suy ra phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2 - 4x\right) = 2$ bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2\left(x^2 - 4x\right) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x > 0 \\ x^2 - 4x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 + 2\sqrt{2}\,(TM) \\ x = 2 - 2\sqrt{2}\,(TM) \end{array}\right.$.

Câu 25. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau?

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** $9A_9^2$. **D.** 3^{10}.

Lời giải

Chọn C

Gọi số phải tìm là $\overline{abc}$ với a, b, c đôi một khác nhau và $a \neq 0$.

Có 9 cách chọn chữ số a và A_9^2 cách chọn $\overline{bc}$.

Suy ra có $9A_9^2$ số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 26. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2;3;-1), N(-1;2;3); P(2;-1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm M song song với NP.

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{NP} = (3;-3;-2)$ là véc tơ chỉ phương của d.

Phương trình tham số đường thẳng d đi qua điểm M có VTCP $\overrightarrow{NP} = (3;-3;-2)$ là

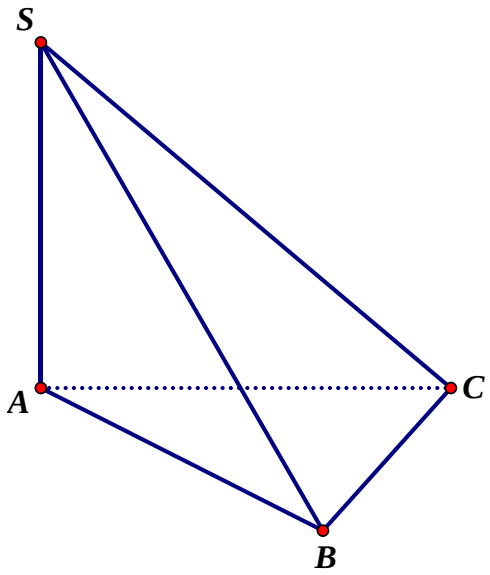
$\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, SB tạo với (ABC) một góc có số đo là $45°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác vuông cân tại A, $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = a$,

Ta có $(SB,(ABC)) = (SB,BA) = SBA = 45°$.

Tam giác SBA vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $\log \log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0$.

A. $\left(-\frac{1}{4};0\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1}{2} \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 0$.

Câu 29. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ (C là hằng số).

A. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

C. $\int f(x)dx = e^3 + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int e^{3x}dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=2$ là bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=2$ là :

$\dfrac{x+1}{x-1}=2\Leftrightarrow x+1=2(x-1)$ (Do $x=1$ không phải là nghiệm của phương trình)

$\Leftrightarrow x=3$

Vậy số giao điểm là 1.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=(x+2)(x+1)(x^2-1)=0\Leftrightarrow(x+2)(x+1)^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\(x+1)^2=0\\x-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$

(Chú ý: $x=-1$ là nghiệm kép của phương trình $f'(x)=0$)

Bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;-2)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Mặt khácHàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 33. Rút gọn biểu thức $Q=\dfrac{\sqrt[3]{b\sqrt[5]{b^{20}}}}{\sqrt[3]{b}}$ với $b>0$ ta được biểu thức nào sau đây?

A. $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$. **C.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **D.** $Q=b^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $Q=\dfrac{\sqrt[3]{b\sqrt[5]{b^{20}}}}{\sqrt[3]{b}}=\dfrac{b^{\frac{1}{3}}.b^{\frac{20}{15}}}{b^{\frac{1}{3}}}=b^{\frac{4}{3}}\ (b>0)$.

Câu 34. Gọi M, mlần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. 14. **B.** 5. **C.** 13. **D.**11.

Lời giải

ChọnC

Xét hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên $[0;2]$

$f'(x)=4x^3-4x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \ (tm)\\x=1\ \ (tm)\\x=-1\notin[0;2]\end{array}\right.$

Khi đó $f(0)=3$; $f(1)=2$; $f(2)=11$

Suy ra $M=11$; $m=2\Rightarrow M+m=13$.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho hai điểm $A(1;-4;4),B(3;2;6)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+3y+z-4=0$. **B.** $x-3y-z+4=0$. **C.** $x+3y-z-4=0$. **D.** $x-3y+z+4=0$.

Lời giải

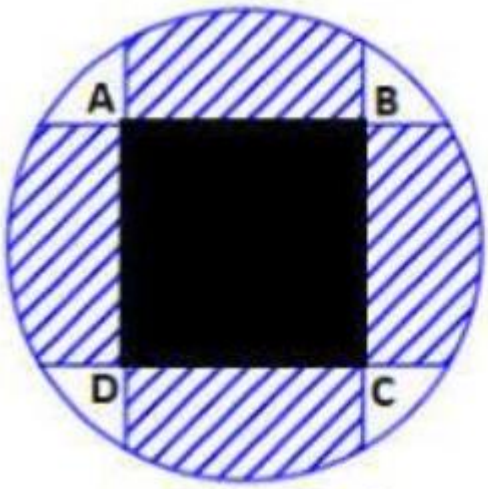
Chọn A

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(2;-1;5)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;6;2)$ là 1 vectơ pháp tuyến, có phương trình là

$2(x-2)+6(y+1)+2(z-5)=0$

$\Leftrightarrow x+3y+z-4=0$

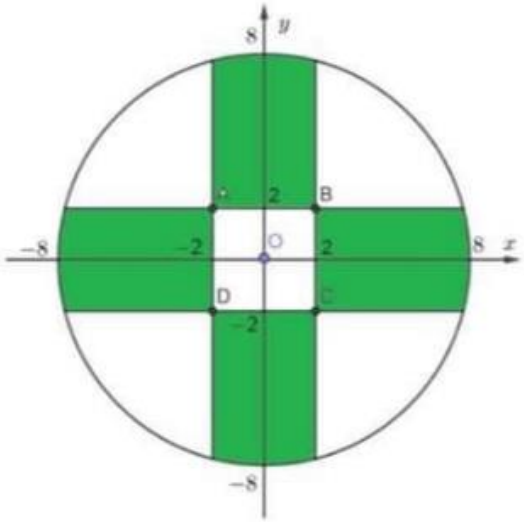
Câu 36. Bồn hoa của một trường X có dạng hình tròn bán kính bằng $8m$. Người ta chia bồn hoa thànhcác phần như hình vẽ dưới đây và có ý định trồng hoa như sau: Phần diện tích bên trong hình vuông $ABCD$ để trồng hoa. Phần diện tích kéo dài từ 4 cạnh của hình vuông đến đường tròn dùng để trồng cỏ. Ở bốn góc còn lại, mỗi góc trồng một cây cọ. Biết $AB=4m$, giá trồng hoa là200.000 đ/m^2, giá trồng cỏ là 100.000 đ/m^2, mỗi cây cọ giá 150.000 đ.Hỏi số tiền để thực hiện trang trí bồn hoa như miêu tả ở trên gần bằng giá trị nào nhất?



A. 14.865.000 đồng. **B.**13.265.000 đồng. **C.**12.218.000 đồng. **D.**14.465.000 đồng.

.Lời giải

Chọn B



Gắn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ trùng với tâm đường tròn. Khi đó đường tròn có phương trình là $x^2+y^2=64\Rightarrow y=\pm\sqrt{64-x^2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=16m^2$

Diện tích trồng cỏ là $S=4\int_{-2}^{2}\left(\sqrt{64-x^2}-2\right)dx\approx 94,654\,m^2$

Vậy tổng số tiền để thực hiện việc trang trí bồn hoa là

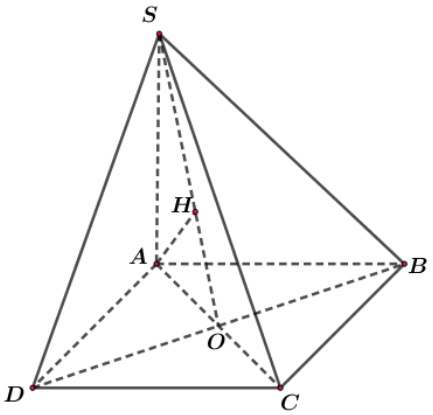
$T=16\times 200.000+94,654\times 100.000+4\times 150.000=13.265.000$ đồng.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$ và H là hình chiếu của A lên SO.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh và $SA \perp (ABCD)$ nên $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases}$

$\Rightarrow BD \perp (SAO) \Rightarrow BD \perp AH$.

Khi đó $\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp SO \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d(A, (SBD)) = AH$;

Ta thấy $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAO: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AO^2} \Leftrightarrow AH = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.a}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d(A, (SBD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; 2)$

$\Leftrightarrow 3x^2 + 6x - (m^2 - 3m + 2) \geq 0, \forall x \in (0; 2) \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 \leq 3x^2 + 6x, \forall x \in (0; 2)$ (*).

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 + 6x, x \in (0; 2)$

BBT:



Từ bảng biến thiên suy ra (*) thỏa mãn $\Leftrightarrow m^2-3m+2\le 0\Leftrightarrow m\in[1;\,2]$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Viết phương trình đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.
B. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.
D. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần tìm và $A=d\cap d_1$; $B=d\cap d_2$

$\Rightarrow A(3-t;\,3-2t;\,-2+t);B(5-3u;\,-1+2u;\,2+u)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2-3u+t;\,2u+2t-4;\,u-t+4)$ là một véc tơ chỉ phương của d.

Từ giả thiết suy ra mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;\,2;\,3)$.

Mà $d\perp(P)\Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương

$\Leftrightarrow \dfrac{2-3u+t}{1}=\dfrac{2u+2t-4}{2}=\dfrac{u-t+4}{3}\Leftrightarrow\begin{cases}8u-8=0\\5u-2t=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=1\\t=2\end{cases}\Rightarrow A(1;-1;0)$.

$\Rightarrow d$ đi qua A và có véc tơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;\,2;\,3)$ có phương trình là

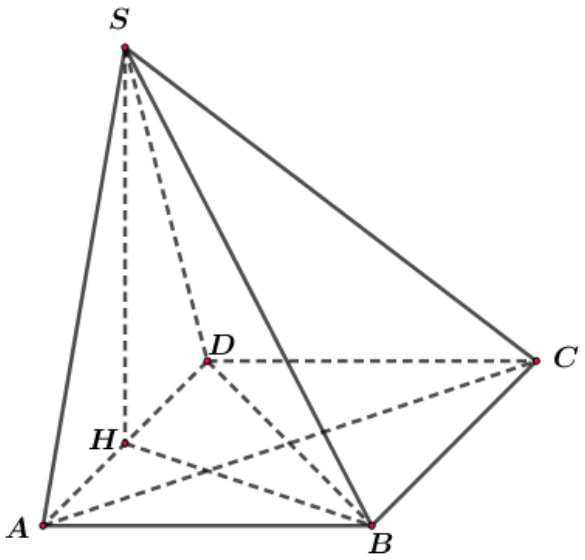
$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD, cạnh bên SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{4}$.
B. $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.
C. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.
D. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

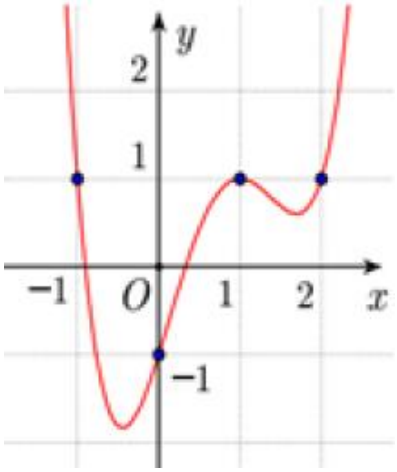


Gọi H là trung điểm của cạnh AD. Từ giả thiết suy ra
$SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SB,(ABCD)) = SBH = 60°$.

Xét tam giác vuông SHB: $SH = HB.\tan 60° = \sqrt{AB^2 + AH^2}.\sqrt{3} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Suy ra thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là
$V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = -f(2x-1) + 2x$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-f(3)+4$. **B.** $-f(1)+2$. **C.** $-f(2)+3$. **D.** $-f(-1)$.

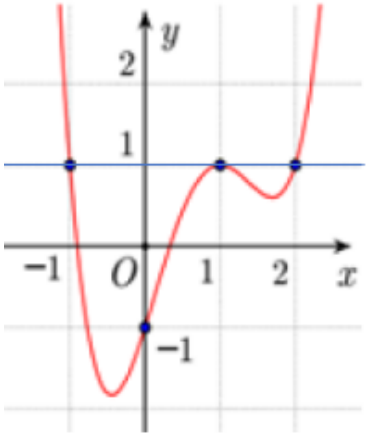
Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x-1 \Rightarrow 2x = t+1$, do $x \in [0;2] \Rightarrow t \in [-1;3]$.

Khi đó, $h(t) = -f(t) + t + 1$.

$\Rightarrow h'(t) = -f'(t) + 1$.



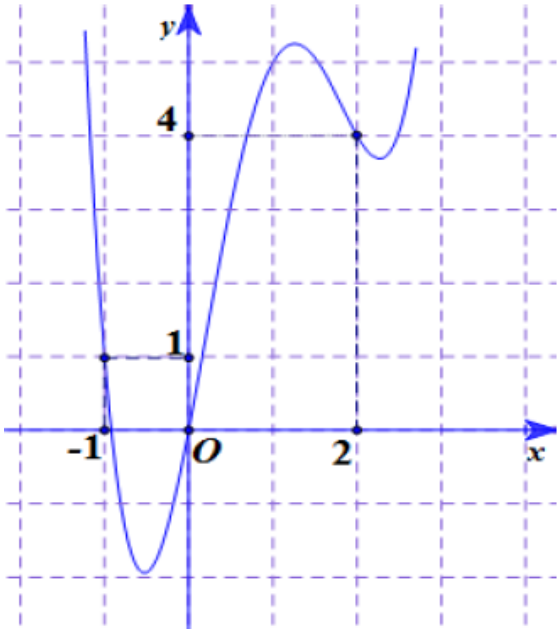
Cho $h'(t)=0 \Rightarrow f'(t)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	-1		1		2		3
$h'(t)$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$h(t)$		↗		↗	$h(2)$	↘	

Dựa vào bảng biến thiên, $\max\limits_{[0;2]} g(x)=\max\limits_{[-1;3]} h(t)=h(2)=-f(2)+3$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Đặt $g(x)=x^3-3f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(2)<g(-1)<g(0)$.

B. $g(0)<g(-1)<g(2)$.

C. $g(-1)<g(0)<g(2)$.

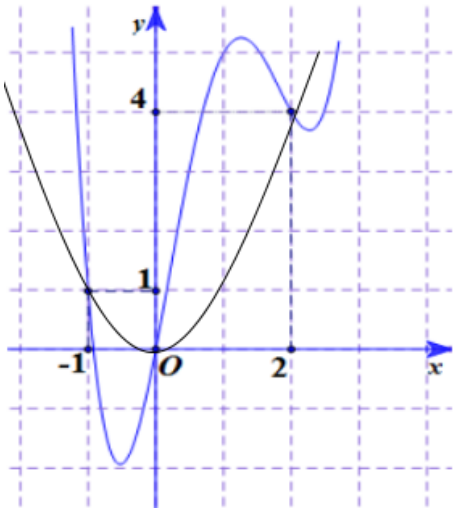
D. $g(2)<g(0)<g(-1)$.

Lời giải

Chọn A

$g(x)=x^3-3f(x)$

$\Rightarrow g'(x)=3x^2-3f'(x)$.



Cho $g'(x)=0\Rightarrow f'(x)=x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		2
$g'(x)$	0	$+$	0	$-$	0
$g(x)$	$g(-1)$	↗	$g(0)$	↘	$g(2)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\begin{cases}g(-1)<g(0)\\g(2)<g(0)\end{cases}$.

Mặc khác, $\int\limits_{-1}^{0}g'(x)\mathrm{d}x<-\int\limits_{0}^{2}g'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow g(0)-g(-1)<-g(2)+g(0)\Leftrightarrow g(-1)>g(2)$.

Vậy $g(2)<g(-1)<g(0)$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=\left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $z\neq i,\ z\neq -i$.

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\Leftrightarrow|a-1+bi|=|a+(b-1)i|\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2=a^2+(b-1)^2\Leftrightarrow a-b=0$.

$\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\Leftrightarrow|a+(b-3)i|=|a+(b+1)i|\Leftrightarrow a^2+(b-3)^2=a^2+(b+1)^2\Leftrightarrow b=1\Rightarrow a=1$.

Suy ra $z=1+i$.

Vậycó một số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1$.

Câu 44. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để bất phương trình $\log_4\left(x^2-x-m\right)\geq\log_2(x+2)$ có nghiệm.

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $[-2;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có:

$$\log_4\left(x^2-x-m\right)\geq\log_2(x+2)\Leftrightarrow\begin{cases}x+2>0\\x^2-x-m\geq(x+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\-5x-4\geq m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\x\leq\frac{m+4}{-5}\end{cases}.$$

Suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm khi $-2<\frac{m+4}{-5}\Leftrightarrow 10>m+4\Leftrightarrow m<6$.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu số nguyên y để tồn tại số thực x thỏa mãn $\log_3(x+2y)=\log_2\left(x^2+y^2\right)$

A. 1. **B.** vô số. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x+2y>0\\x\neq 0\\y\neq 0\end{cases}$

Đặt $\log_3(x+2y)=\log_2\left(x^2+y^2\right)=t$. Khi đó: $\begin{cases}x+2y=3^t\\x^2+y^2=2^t\end{cases}(*)$.

Ta có: $(x+2y)^2\leq(1+4)\left(x^2+y^2\right)=5\left(x^2+y^2\right)$ nên $9^t\leq 5.2^t\Leftrightarrow\left(\frac{9}{2}\right)^t\leq 5\Leftrightarrow t\leq\log_{\frac{9}{2}}5$

Suy ra $x^2+y^2=2^t\leq 2^{\log_{\frac{9}{2}}5}\approx 2{,}1$

Với $y\in\mathbb{Z}$ nên $y\in\{-1;0;1\}$

+) Với $y=-1$ hệ (*) trở thành $\begin{cases}x-2=3^t\\x^2+1=2^t\end{cases}\Rightarrow\left(3^t+2\right)^2+1=2^t\Leftrightarrow 9^t+4.3^t-2^t+2=0(**)$

Nếu $t<0$ thì $2-2^t>0\Rightarrow 9^t+4.3^t-2^t+2>0$

Nếu $t\geq 0$ thì $9^t-2^t\geq 0\Rightarrow 9^t+4.3^t-2^t+2>0$

Vậy (**) vô nghiệm

Với $y=0$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} x=3^t \\ x^2=2^t \end{cases} \Rightarrow 9^t=2^t \Leftrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^t=1 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow x=1$

Với $y=1$ thì hệ (*) trở thành $\begin{cases} x+2=3^t \\ x^2+1=2^t \end{cases} \Rightarrow \left(3^t-2\right)^2=2^t-1 (***)$

Dễ thấy (***) luôn có ít nhất một nghiệm $t=1 \Rightarrow x=1$

Vậy có hai giá trị nguyên của y thỏa mãn là $y=0, y=1$

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm M thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Khi biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu ?

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$ và bán kính $R=1$.

Gọi G là điểm thoả mãn hệ thức $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$, ta có $G(0;0;3)$ và

$MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=3\overrightarrow{MG}^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\overrightarrow{GA}^2+\overrightarrow{GB}^2+\overrightarrow{GC}^2=3MG^2+GA^2+GB^2+GC^2$.

Vì $GA^2+GB^2+GC^2$ không đổi nên $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG đạt giá trị nhỏ nhất hay M là giao điểm của tia OG với mặt cầu (S). Ta lại có $OM=R=1$ và $OG=2$ nên M là trung điểm OG hay $M(0;0;2)$.

Vậy $AM=\sqrt{1+1+0}=\sqrt{2}$.

Câu 47. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z-i|=2$ và $w=\frac{z-1+i}{z-2-i}$. Tính giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{20}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

+ $w=\frac{z-1+i}{z-2-i} \Leftrightarrow w(z-2-i)=z-1+i \Leftrightarrow z(w-1)=2w+wi-1+i$

$\Leftrightarrow z=\frac{(2+i)w-1+i}{w-1} \Leftrightarrow z-i=\frac{2w-1+2i}{w-1}$

+Vì $|z-i|=2$ nên $\left|\frac{2w-1+2i}{w-1}\right|=2 \Leftrightarrow |2w-1+2i|=2|w-1|$ (*).

Đặt $w=x+iy, (x,y\in\mathbb{R})$ thì $(*) \Leftrightarrow (2x-1)^2+(2y+2)^2=4\left[(x-1)^2+y^2\right] \Leftrightarrow 4x+8y+1=0$

Tức là tập hợp các điểm biểu diễn $M(x;y)$ cho các số phức w là đường thẳng

$d: 4x+8y+1=0$

+ $|w| = OM \ge d(O,d) = \dfrac{1}{4\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{20}$.

Vậy $|w|_{\min} = \dfrac{\sqrt{5}}{20}$ khi $M \equiv H$ là hình chiếu của điểm O đến đường thẳng d.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, đồng biến trên đoạn $[1;4]$ và thỏa mãn đẳng thức $x + 2x.f(x) = \left[f'(x)\right]^2, \forall x \in [1;4]$. Biết rằng $f(1) = \dfrac{3}{2}$, tính $I = \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{1222}{45}$. **B.** $I = \dfrac{1201}{45}$. **C.** $I = \dfrac{1174}{45}$. **D.** $I = \dfrac{1186}{45}$.

Lời giải

Chọn D

Vì $f(x)$ đồng biến trên $[1;4]$ nên $f'(x) \ge 0, \forall x \in [1;4]$.

Mặt khác, $f(1) = \dfrac{3}{2}$ nên $f(x) \ge f(1) = \dfrac{3}{2}, \forall x \in [1;4]$ nên

$x + 2x.f(x) = \left[f'(x)\right]^2 \Leftrightarrow x\left[1 + 2f(x)\right] = \left[f'(x)\right]^2 \Leftrightarrow \sqrt{x}.\sqrt{1+2f(x)} = f'(x)$

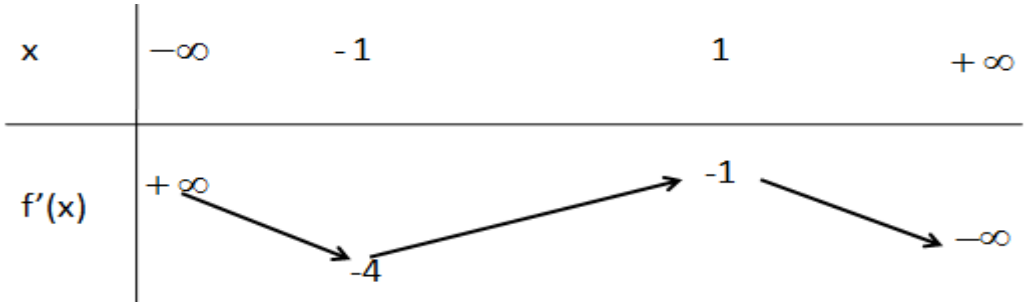
$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{f'(x)}{\sqrt{1+2f(x)}} \Leftrightarrow \left(\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}\right)' = \left(\sqrt{1+2f(x)}\right)' \Leftrightarrow \sqrt{1+2f(x)} = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x} + C \quad (1)$

Vì $f(1) = \dfrac{3}{2}$ nên thay $x = 1$ thì (1) trở thành $2 = \dfrac{2}{3} + C \Leftrightarrow C = \dfrac{4}{3}$.

Do đó $\sqrt{1+2f(x)} = \dfrac{2}{3}\left(x\sqrt{x}+2\right) \Leftrightarrow 1 + 2f(x) = \dfrac{4}{9}\left(x\sqrt{x}+2\right)^2 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{2}{9}\left(x\sqrt{x}+2\right)^2 - \dfrac{1}{2}$.

Vậy $I = \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = I = \int_1^4 \left[\dfrac{2}{9}\left(x\sqrt{x}+2\right)^2 - \dfrac{1}{2}\right]\mathrm{d}x = \dfrac{1186}{45}$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ là hàm bậc bốn thỏa mãn $f(0) = \dfrac{-1}{\ln 2}$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



. Hàm số $g(x) = \left|f\left(-x^2\right) - x^2 + \dfrac{2^{x^2}}{\ln 2}\right|$ có bao nhiêu số điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

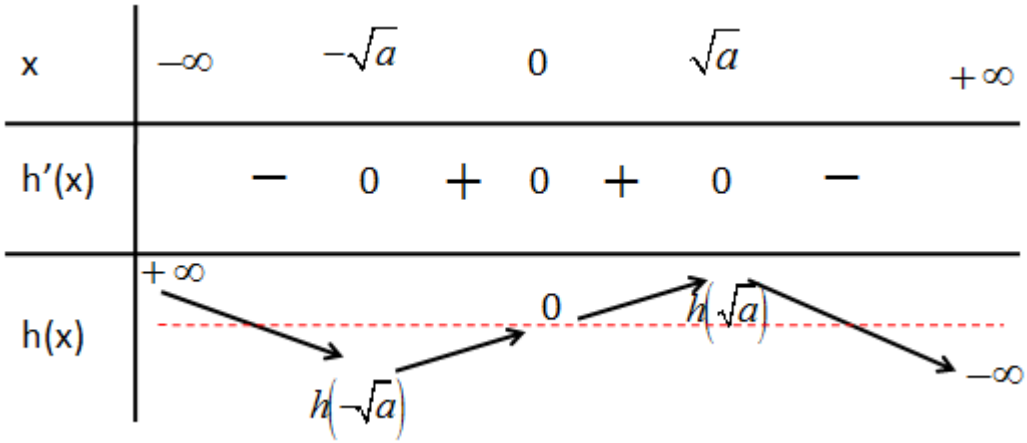
Đặt $h(x)=f\left(-x^2\right)-x^2+\dfrac{2^{x^2}}{\ln 2}\Rightarrow h'(x)=-2xf'\left(-x^2\right)-2x+2x.2^{x^2}$.

$h'(x)=0\Leftrightarrow -2x\left[f'\left(-x^2\right)+1-2^{x^2}\right]=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'\left(-x^2\right)+1-2^{x^2}=0\Leftrightarrow f'\left(-x^2\right)=-1+2^{x^2}\,(*)\end{array}\right.$

Xét sự tương giao giữa hai đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và $y=-1+2^{-t}$ với $t=-x^2\left(\forall t\le 0\right)$ .Ta thấy hàm số $y=-1+2^{-t}$ luôn nghịch biến. Dựa vào bảng biến thiên ta được số giao điểm của 2 đồ thị hàm số trên là 1 khi đó :

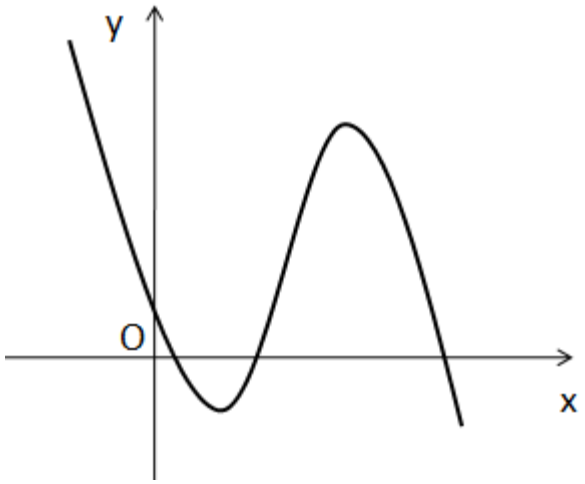
$f'(t)=-1+2^{-t}\Leftrightarrow t=-a(a>1)\Rightarrow -x^2=-a\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{a}$.

Mặt khác $f(0)=\dfrac{-1}{\ln 2}$ nên $h(0)=0$ nên ta có bảng biến thiên của hàm $y=h(x)$.



Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=h(x)$ có hai điểm cực trị và đồ thị hàm số $y=h(x)$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt $\Rightarrow$ Hàm số $y=\left|h(x)\right|$ có năm điểm cực trị.

Câu 50: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số bậc 3 với $a<0$ và khi $x=0$ thì $y(0)=d>0.$

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$

Có hai điểm cực trị là $x_1;x_2$ thoản mãn điều kiện $\begin{cases}x_1+x_2>0\\x_1.x_2>0\end{cases}$

Khi đó theo định lí vi-et ta được $\begin{cases}\dfrac{-2b}{3a}>0 \quad (1)\\ \dfrac{c}{3a}>0 \quad (2)\end{cases}$.

Từ $a<0$ và (1) ta $b>0.$

Từ $a<0$ và (2) ta $c<0.$

Vậy có hai số dương trong các số $a,b,c,d.$

----------HẾT----------

ĐỀ 46

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT PHỤ DỰC – THÁI BÌNH – LẦN 2

Câu 1. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và có chiều cao là $2cm$. Thể tích của khối chóp đó là

A. $6cm^3$. **B.** $3cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $12cm^3$.

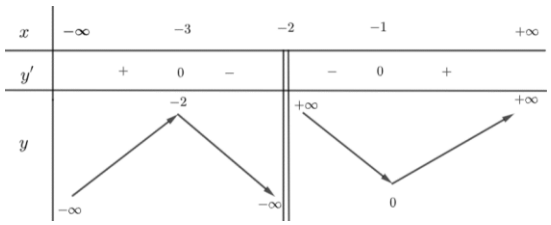
Câu 2. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x

A. $(\log x)' = x\ln 10$. **B.** $(\log x)' = \dfrac{1}{x\ln 10}$. **C.** $(\log x)' = \dfrac{\ln 10}{x}$. **D.** $(\log x)' = \dfrac{x}{\ln 10}$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i; z_2 = -4-5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là

A. $z = -2+2i$. **B.** $z = -2-2i$. **C.** $z = 2-2i$. **D.** $z = 2+2i$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(-\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 5. Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a, chiều cao là $2a$.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Câu 6. Cho số phức $z = 4-5i$. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là điểm nào?

A. $P(4;-5)$. **B.** $Q(-4;5)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $M(-5;4)$.

Câu 7. Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có An và Bình, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để An và Bình đứng cạnh nhau là ?

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 8. Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t = -4$. Tính $I = \int_{2}^{4} f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = -3$. **D.** $I = -5$.

Câu 9. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng .

A. 6. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 25.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y = \log_{2020}\sqrt{4-2x} - y = \log_{2021}(x+1)^2$ là

A. $(-\infty; 2]$. **B.** $(-1; 2)$. **C.** $(-\infty; 2)\setminus\{-1\}$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 11. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V = \frac{4a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = 4a^3$.

Câu 12. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2020x$.

A. $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = 2020\sin 2020x + C$. **B.** $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = \frac{1}{2020}\sin 2020x + C$.

C. $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = -\frac{1}{2020}\sin 2020x + C$. **D.** $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = \sin 2020x + C$.

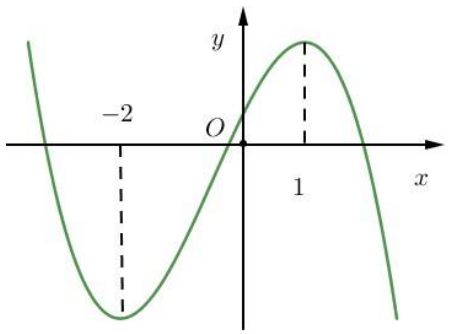
Câu 13. Số phức đối của số phức $z = 2020 - 2021i$

A. $-2020 + 2021i$. **B.** $2020 - 2021i$. **C.** $2020 + 2021i$. **D.** $-2020 - 2021i$.

Câu 14. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x = 1; y = 2$. **B.** $x = 2; y = \frac{1}{2}$. **C.** $x = 2; y = -1$. **D.** $x = 2; y = 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Chọn khẳng định đúng?

A. $ab > 0, bc < 0, cd < 0$. **B.** $ab > 0, bc < 0, cd > 0$.

C. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$. **D.** $ab < 0, bc < 0, cd > 0$.

Câu 16. Cho tích phân $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$. Đổi biến $t=\sqrt{1+\ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $I=2\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}t^2dt$. **B.** $I=2\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}tdt$. **C.** $I=\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}t^2dt$. **D.** $I=2\int\limits_{1}^{2}t^2dt$.

Câu 17. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+3x+2$ là

A. $F(x)=\dfrac{x^4}{3}+3x^2+2x+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+2x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{3x^2}{2}+2x+C$. **D.** $F(x)=3x^2+3x+C$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(-4;1;9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $(-1;2;4)$. **B.** $(-2;4;8)$. **C.** $(-6;-2;10)$. **D.** $(1;-2;-4)$.

Câu 19. Cho tập hợp A gồm có 9 phần tử. Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là

A. C_9^4. **B.** P_4. **C.** A_9^4. **D.** 36.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1. **B.** Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x=0$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0;-3)$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

Câu 21. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ **trên** $[-4;4]$. Khi đó $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. -1. **B.** 48. **C.** 11. **D.** 55.

Câu 22. Gọi $l;h;r$ lần lượt là độ dài đường sinh , chiều cao và bán kính đáy của một hình nón. Thể tích tương ứng của khối nón bằng

A. . **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V=2\pi rl$. **D.** $V=\pi rl$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x-2)^{2020}(x+3)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 24. Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=1$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=5$ và $u_6=-160$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q=-3$. **B.** $q=3$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-20=0$. **B.** $3x-y+3z-25=0$.

C. $2x-3y-z+8=0$. **D.** $3x-y+3z-13=0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$. Véc tơ nào là véc tơ chỉ phương của d.

A. . $\overrightarrow{u_d}=(1;3;2)$ **B.** $\overrightarrow{u_d}=(-1;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_d}=(1;-3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_d}=(-1;3;-2)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=5$ là

A. $I(2;3;0);R=\sqrt{5}$. **B.** $I(2;3;1);R=5$.

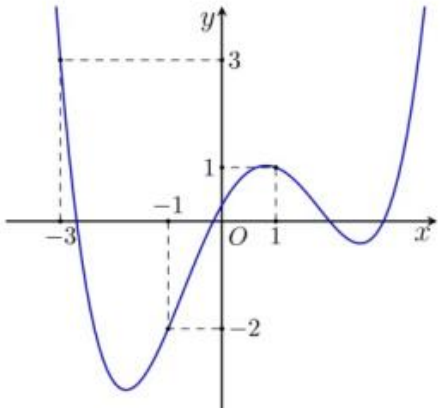
C. $I(2;-2;0);R=5$. **D.** $I(-2;3;0);R=\sqrt{5}$.

Câu 29. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2=32$. Giá trị của $3\log_2 a+2\log_2 b$ bằng

A. 32. **B.** . 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$$g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2021.$$



Trong các mệnh đề dưới đây:

(I) $g(0)<g(1)$ (III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;1)$.

(II) $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$ (IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.** . 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và (S) đi qua điểm $A(3;0;2)$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 32: Cho hai số thực a, b lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=2020$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)(\log_b x)-2\log_a x-2=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=m.n+4a$ là

A. 8076. **B.** 8077. **C.** 8078. **D.** 8079.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)>\log_3(2-x)$ là $S=(a;b)\cup(c;d)$ với a,b,c,d là các số thực. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x>2\\ 2x+1 & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân

$$I=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x.f\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x+2\int_{\ln 2}^{\ln 3}e^{2x}.f\left(1+e^{2x}\right)\mathrm{d}x.$$

A. 79. **B.** 78. **C.** 77. **D.** 76.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạch $a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x+2021$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=CB=CA$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 38. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[-3;-2]} y=\frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m>4$. **B.** $3<m\le 4$. **C.** $m\le -2$. **D.** $-2<m\le 3$.

Câu 39. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,dx=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,dx=5$, khi đó $\int\limits_0^1 \left[f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng

A. -8. **B.** 12. **C.** 1. **D.** -3.

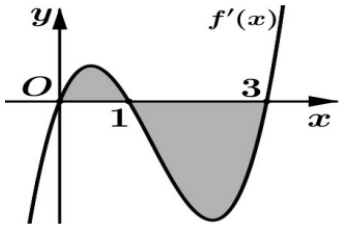
Câu 40. Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng 4,2 m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng sơn giả đá biết giá thuê là 380000 đồng/$1m^2$ (kể cả vật liệu sơn và nhân công thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi=3{,}14159$).

A. $\approx 10.400.000$.. **B.** $\approx 11.833.000$.. **C.** $\approx 12.521.000$.. **D.** $\approx 15.642.000$..

Câu 41. Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R},a>0)$ thoả mãn $z.\bar{z}-12|z|+z-\bar{z}=13-10i$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-17$. **B.** $S=5$. **C.** $S=7$. **D.** $S=17$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S=a$. Biết rằng $\int\limits_0^1 (x+1)f'(x)dx=b$ và $f(3)=c$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)dx$.



A. $I=a-b+c$. **B.** $I=-a+b-c$. **C.** $I=-a+b+c$. **D.** $I=a-b-c$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{x-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+5}{2}$. **B.** $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

C. $\frac{x+5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{-2}$. **D.** $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

Câu 45. Cho Parabol $(P): y=x^2$, và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB=2021$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=\frac{2021^3}{6}$. **B.** $S_{\max}=\frac{2021^3}{3}$. **C.** $S_{\max}=\frac{2021^3}{4}$. **D.** $S_{\max}=\frac{2021^3}{8}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-1=0$. **B.** $3x+2y+z-10=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$. **D.** $x+2y+3z+14=0$.

Câu 47. Cho các số phức z, w thỏa mãn $|z-1-3i|\le|z+2i|$ và $|w+1+3i|\le|w-2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-w|$ là

A. $\frac{\sqrt{13}+1}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{26}}{13}$. **C.** $\frac{3}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{26}}{13}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021 để phương trình $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x$ có nghiệm thực.

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$ và điểm $M(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON=\sqrt{6}$. Tính y_0?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số $g(x)=2f^3(x)-6f^2(x)-2021$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 8. **B.** 4 **C.** 6. **D.** 3.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	B	A	A	C	C	D	C	C	D	B	A	D	B	A	C	A	A	C	A	B	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	D	D	A	D	A	B	A	D	B	A	D	A	B	C	A	C	C	A	C	B	B	C	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6cm^2$ và có chiều cao là $2cm$. Thể tích của khối chóp đó là

A. $6cm^3$. **B.** $3cm^3$. **C.** $4cm^3$. **D.** $12cm^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.6.2=4cm^3$.

Câu 2. Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x

A. $(\log x)'=x\ln 10$. **B.** $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$. **C.** $(\log x)'=\frac{\ln 10}{x}$. **D.** $(\log x)'=\frac{x}{\ln 10}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Câu 3. Cho hai số phức $z_1=2+3i; z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

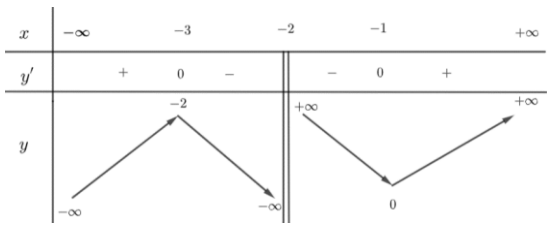
A. $z=-2+2i$. **B.** $z=-2-2i$. **C.** $z=2-2i$. **D.** $z=2+2i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z=z_1+z_2=2+3i-4-5i=-2-2i$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Ta thấy hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 5: Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a, chiều cao là $2a$.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A

◆ $V=\pi R^2 h=\pi a^2.2a=2\pi a^3$.

Câu 6: Cho số phức $z=4-5i$. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là điểm nào?

A. $P(4;-5)$. **B.** $Q(-4;5)$. **C.** $N(4;5)$. **D.** $M(-5;4)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Do $z=4-5i$ nên $\bar{z}=4+5i$ có điểm biểu diễn hình học trên mặt phẳng toạ độ là: $M(4;5)$.

Câu 7: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có An và Bình, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để An và Bình đứng cạnh nhau là ?

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=10!$.

◆ Đặt A là biến cố An và Bình đứng cạnh nhau.

+) Coi An và Bình chiếm mất một chỗ, khi đó cách xếp hàng cho 9 người vào 9 chỗ là: $9!$.

+) Mỗi một cách xếp hàng như trên, số cách xếp hàng cho An và Bình là: $2!$.

Suy ra $n(A)=9!.2!$.

Suy ra: $P(A)=\frac{2!.9!}{10!}=\frac{1}{5}$.

Câu 8: Cho $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $I=\int_{2}^{4} f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=5$. **B.** $I=3$. **C.** $I=-3$. **D.** $I=-5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$, $\int_{-2}^{4} f(t)\mathrm{d}t = \int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = -4$.

Suy ra $I = \int_{2}^{4} f(y)\mathrm{d}y = \int_{2}^{4} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-2}^{4} f(x)\mathrm{d}x - \int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x = -4-1 = -5.$

Câu 9. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7)=0$ bằng .

A. 6. **B.** 5. **C.** 13. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $x^2-5x+7>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7)=0 \Leftrightarrow x^2-5x+7=1 \Leftrightarrow x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là $2^2+3^2=13$.

Câu 10. Tập xác định của hàm số $y=\log_{2020}\sqrt{4-2x}-y=\log_{2021}(x+1)^2$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;2)\setminus\{-1\}$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $\begin{cases} 4-2x>0 \\ (x+1)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x\neq -1 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;2)\setminus\{-1\}$.

Câu 11. Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ

A. $V=\frac{4a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối lăng trụ $V=2a.2a^2=4a^3$.

Câu 12. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2020x$.

A. $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = 2020\sin 2020x+C$. **B.** $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = \frac{1}{2020}\sin 2020x+C$.

C. $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = -\frac{1}{2020}\sin 2020x+C$. **D.** $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = \sin 2020x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \cos 2020x\mathrm{d}x = \frac{1}{2020}\sin 2020x + C$.

Câu 13. Số phức đối của số phức $z = 2020 - 2021i$

A. $-2020 + 2021i$. **B.** $2020 - 2021i$. **C.** $2020 + 2021i$. **D.** $-2020 - 2021i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức đối của số phức $z = 2020 - 2021i$ là: $-z = -(2020 - 2021i) = -2020 + 2021i$.

Câu 14. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số $y = \frac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x = 1; y = 2$. **B.** $x = 2; y = \frac{1}{2}$. **C.** $x = 2; y = -1$. **D.** $x = 2; y = 1$.

Lời giải

Chọn D

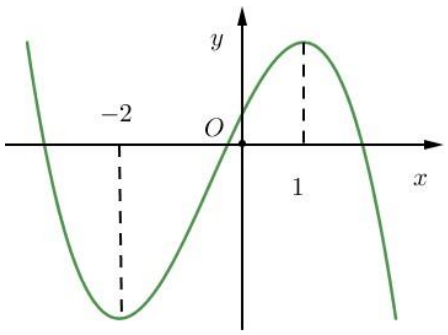
TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có:

$\lim\limits_{x \to 2^+} \frac{1-x}{-x+2} = +\infty; \lim\limits_{x \to 2^-} \frac{1-x}{-x+2} = -\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng $x = 2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1-x}{-x+2} = 1; \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1-x}{-x+2} = 1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 15. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Chọn khẳng định đúng?

A. $ab > 0, bc < 0, cd < 0$. **B.** $ab > 0, bc < 0, cd > 0$.

C. $ab > 0, bc > 0, cd > 0$. **D.** $ab < 0, bc < 0, cd > 0$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy: $a < 0, d > 0$, hàm số đạt cực trị tại $x_1 = -2$ và $x_2 = 1$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -1 = \dfrac{-2b}{3a} < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow ab > 0 \\ x_1 . x_2 = -2 = \dfrac{c}{3a} < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow bc < 0, cd > 0 \end{cases}$.

Câu 16. Cho tích phân $I = \int\limits_1^e \dfrac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$. Đổi biến $t = \sqrt{1+\ln x}$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $I = 2\int\limits_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. **B.** $I = 2\int\limits_1^{\sqrt{2}} t dt$. **C.** $I = \int\limits_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$. **D.** $I = 2\int\limits_1^{2} t^2 dt$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{1+\ln x} \Rightarrow t^2 = 1 + \ln x \Rightarrow 2tdt = \dfrac{dx}{x}$

Đổi cận:

x	1	e
t	1	$\sqrt{2}$

Ta có: $I = 2\int\limits_1^{\sqrt{2}} t^2 dt$

Câu 17. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ là

A. $F(x) = \dfrac{x^4}{3} + 3x^2 + 2x + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^2}{2} + 2x + C$.

C. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{3x^2}{2} + 2x + C$. **D.** $F(x) = 3x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (x^3 + 3x + 2) dx = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{3x^2}{2} + 2x + C$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-1)$ và $B(-4;1;9)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có toạ độ là

A. $(-1;2;4)$. **B.** $(-2;4;8)$. **C.** $(-6;-2;10)$. **D.** $(1;-2;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} x_I = \dfrac{2-4}{2} = -1 \\ y_I = \dfrac{3+1}{2} = 2 \\ z_I = \dfrac{-1+9}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(-1;2;4)$.

Câu 19. Cho tập hợp A gồm có 9 phần tử. Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là

A. C_9^4. **B.** P_4. **C.** A_9^4. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Số tập con gồm có 4 phần tử của tập hợp A là C_9^4.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x=0$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0;-3)$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0;-3)$.

Câu 21. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ **trên** $[-4;4]$. Khi đó $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. -1. **B.** 48. **C.** 11. **D.** 55.

Lời giải

Chọn A

Tacó: $y' = 3x^2 - 6x - 9$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \ (tm) \\ x = 3 \ (tm) \end{array}\right.$

$y(-4) = -41$

$y(4) = 15$

$y(-1) = 40$

$y(3) = 8$

Vậy $M = 40;\ m = -41 \Rightarrow M + m = -1.$

Câu 22. Gọi $l; h; r$ lần lượt là độ dài đường sinh , chiều cao và bán kính đáy của một hình nón. Thể tích tương ứng của khối nón bằng

A. . **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V = 2\pi rl$. **D.** $V = \pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x-2)^{2020}(x+3)^{2021}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 24. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = 3$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và $u_6 = -160$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -3$. **B.** $q = 3$. **C.** $q = -2$. **D.** $q = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $u_6 = q^5 u_1 \Leftrightarrow -160 = 5.q^5 \Leftrightarrow q = -2$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z-20=0$. **B.** $3x-y+3z-25=0$.

C. $2x-3y-z+8=0$. **D.** $3x-y+3z-13=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng thõa mãn là (α).Ta có $\overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{AB} = (-4;6;2)$

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là :

$-4(x-5)+6(y+4)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-z-20=0$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Véc tơ nào là véc tơ chỉ phương của d.

A.. $\overrightarrow{u_d} = (1;3;2)$ **B.** $\overrightarrow{u_d} = (-1;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_d} = (1;-3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_d} = (-1;3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình d ta có một véc tơ chỉ phương của d có tọa độ $(1;3;-2)$

Véc tơ cùng phương với véc tơ trên là véc tơ có tọa độ là $(-1;-3;2)$

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=5$ là

A. $I(2;3;0); R=\sqrt{5}$. **B.** $I(2;3;1); R=5$.

C. $I(2;-2;0); R=5$. **D.** $I(-2;3;0); R=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ tâm I là: $I(-2;3;0)$, bán kính mặt cầu $R=\sqrt{5}$.

Câu 29. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3b^2 = 32$. Giá trị của $3\log_2 a + 2\log_2 b$ bằng

A. 32. **B.**. 2. **C.** 4. **D.** 5.

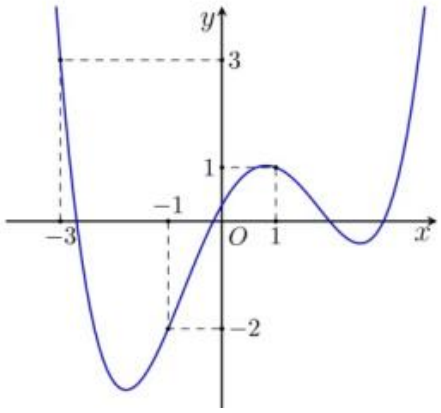
Lời giải

Chọn D

Ta có: $3\log_2 a+2\log_2 b=\log_2 a^3+\log_2 b^2=\log_2 a^3b^2=\log_2 32=5$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số

$g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2021$.



Trong các mệnh đề dưới đây:

(I) $g(0)<g(1)$

(II) $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;1)$.

(IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$

Số mệnh đề đúng là

A. 2. **B.**. 4. **C.** 3. **D.**1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x)=f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)-x^2-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow f'(x)=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị ta có: $\begin{cases} f'(-1)=-2 \\ f'(1)=1 \\ f'(-3)=3 \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} g'(-1)=0 \\ g'(1)=0 \\ g'(-3)=0 \end{cases}$

Vẽ Parabol (P): $y=x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục với đổ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có:

Trên $(-3;-1)$ thì $f'(x)<x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ nên $g'(x)<0\ \forall x\in(-3;-1)$

Trên $(-1;1)$ thì $f'(x)>x^2+\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}$ nên $g'(x)>0\ \forall x\in(-1;1)$

Khi đó ta có BBT của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-3;1]$:

x	-3		-1		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-3)$	↘	$g(-1)$	↗	$g(1)$

Suy ra: $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1), g(0)<g(1)$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;1)$.

Và $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$. Vậy có 4 mệnh đề đúng.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và (S) đi qua điểm $A(3;0;2)$.

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=3$.

B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=3$.

D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

◆ Từ giả thiết suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và có bán kính $R=IA=\sqrt{4+4+1}=3$

◆ Vậy phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 32: Cho hai số thực a, b lớn hơn 1 thỏa mãn $a+b=2020$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)(\log_b x)-2\log_a x-2=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=m.n+4a$ là

A. 8076.

B. 8077.

C. 8078.

D. 8079.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $(\log_a x)(\log_b x)-2\log_a x-2=0\Leftrightarrow(\log_a x)(\log_b a.\log_a x)-2\log_a x-2=0$

$\Leftrightarrow(\log_a x)^2\log_b a-2\log_a x-2=0$

Xét $\Delta'=1+2\log_b a>0,\ \forall a,b>1$ suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt là

$$\log_a x=\frac{1\pm\sqrt{1+2\log_b a}}{\log_b a}=\left(1\pm\sqrt{1+2\log_b a}\right)\log_a b\Leftrightarrow x_{1,2}=a^{\left(1\pm\sqrt{1+2\log_b a}\right)\log_a b}=b^{1\pm\sqrt{1+2\log_b a}}$$

◆ Do đó $T=m.n+4a=\left(b^{1+\sqrt{1+2\log_b a}}\right)\left(b^{1-\sqrt{1+2\log_b a}}\right)=b^2+4a=b^2+4(2020-b)$

$=b^2-4b+4+8076=(b-2)^2+8076\geq 8076$

$T=8076$ khi $b=2$ và $a=2018$

◆ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức T bằng 8076.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)>\log_3(2-x)$ là $S=(a;b)\cup(c;d)$ với a,b,c,d là các số thực. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)>\log_3(2-x)\Leftrightarrow\log_3\frac{1}{x+1}>\log_3(2-x)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2-x>0\\\frac{1}{x+1}>2-x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\\frac{1}{x+1}-(2-x)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\\frac{x^2-x-1}{x+1}>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\\left[\begin{array}{l}-1<x<\frac{1-\sqrt{5}}{2}\\x>\frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1+\sqrt{5}}{2}<x<2\\-1<x<\frac{1-\sqrt{5}}{2}\end{cases}.$$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-1;\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2};2\right)$.

Vậy $a+b+c+d=-1+\frac{1-\sqrt{5}}{2}+\frac{1+\sqrt{5}}{2}+2=2$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x & \text{khi } x>2\\2x+1 & \text{khi } x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân

$$I=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x.f\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x+2\int_{\ln 2}^{\ln 3}e^{2x}.f\left(1+e^{2x}\right)\mathrm{d}x.$$

A. 79. **B.** 78. **C.** 77. **D.** 76.

Lời giải

Chọn A

Xét $I_1=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x.f\left(\sqrt{x^2+1}\right)}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

Đặt $t=\sqrt{x^2+1}\Rightarrow\mathrm{d}t=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1;x=\sqrt{3}\Rightarrow t=2$.

Lúc đó: $I_1=\int_1^2 f(t)\mathrm{d}t=\int_1^2(2t+1)\mathrm{d}t=\left(t^2+t\right)\Big|_1^2=4$.

Xét $I_2 = 2\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{2x}.f\left(1+e^{2x}\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t = 1+e^{2x} \Rightarrow \mathrm{d}t = 2.e^{2x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x = \ln 2 \Rightarrow t = 5; x = \ln 3 \Rightarrow t = 10$.

Lúc đó: $I_1 = \int_5^{10} f\left(t\right)\mathrm{d}t = \int_5^{10} \left(2t\right)\mathrm{d}t = t^2\Big|_5^{10} = 75$.

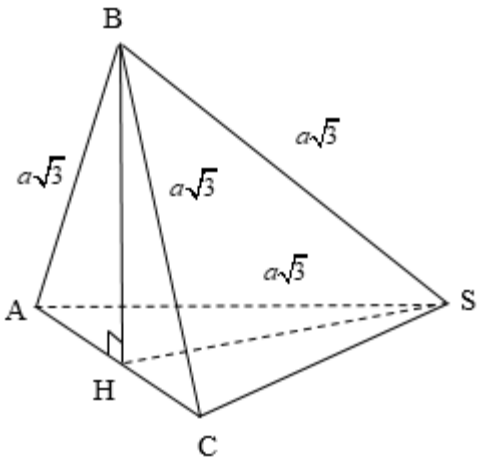
Vậy $I = I_1 + I_2 = 79$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạch $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



+) Gọi H là trung điểm cạnh AC. Do tam giác ABC cân tại B nên $BH \perp AC$.

Mặt khác $\begin{cases}(SAC)\perp(ABC)\\(SAC)\cap(ABC)=AC\end{cases}$ nên $BH \perp (SAC)$.

+) Hình chóp $B.SAC$ có $BA = BC = BS$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC hay H là trung điểm cạnh AC. Suy ra tam giác SAC vuông tại S.

+) Do $\begin{cases}(SAC)\perp(ABC)\\(SAC)\cap(ABC)=AC\end{cases}$ nên hình chiếu của S lên (ABC) thuộc cạnh AC do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là SCA.

Ta có: $SC = SA\cot SCA = SA\cot 60° = a\sqrt{3}.\frac{1}{\sqrt{3}} = a$.

$S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}SA.SC=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

$AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=\sqrt{a\sqrt{3}^{\,2}+a^2}=2a$

$\Rightarrow HC=a\Rightarrow BH=\sqrt{BC^2-HC^2}=\sqrt{a\sqrt{3}^{\,2}-a^2}=a\sqrt{2}$

+) $V_{S.ABC}=V_{B.ASC}=\frac{1}{3}BH.S_{\Delta SAC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 36. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x+2021$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

+) Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

+) Trường hợp 1: $m=0$.

$y=5x+2021\Rightarrow y'=5>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $m=0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) Trường hợp 2: $m\neq 0$.

Ta có $y'=mx^2-4mx+3m+5$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\leq 0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-5m\leq 0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\leq m\leq 5\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\leq 5$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5\}$.

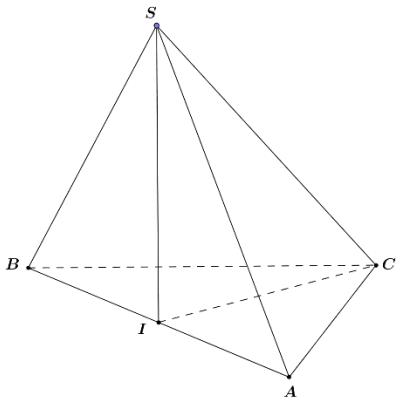
Từ hai trường hợp trên ta suy ra có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=CB=CA$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm I của cạnh AB. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết $SA=SB=CB=CA$ nên $\Delta SAB=\Delta CAB$ (c.c.c). Suy ra $SI=CI$.
Mà $SI\perp(ABC)$ nên $SI\perp CI$. Suy ra ΔSIC vuông cân tại I.

Do đó $(SC,(ABC))=SCI=45°$.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[-3;-2]}y=\dfrac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m>4$. **B.** $3<m\le 4$. **C.** $m\le -2$. **D.** $-2<m\le 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m^2\}$. Đạo hàm $y'=\dfrac{-m^2-1}{(x-m^2)^2}<0 \quad \forall x\in D$.

Ta thấy $0\le m^2\notin[-3;-2]$ nên $\min\limits_{[-3;-2]}y=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow f(-2)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{-2-m^2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=0$.

Câu 39. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,dx=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,dx=5$, khi đó $\int\limits_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]dx$ bằng

A. -8. **B.** 12. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int\limits_0^1\left[f(x)-2g(x)\right]dx=\int\limits_0^1 f(x)\,dx-2\int\limits_0^1 g(x)\,dx=2-2.5=-8$.

Câu 40. Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng sơn giả đá biết giá thuê là 380000 đồng/$1m^2$ (kể cả vật liệu sơn và nhân công thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi=3,14159$).

A. $\approx 10.400.000..$ **B.** $\approx 11.833.000..$ **C.** $\approx 12.521.000..$ **D.** $\approx 15.642.000..$

Lời giải

Chọn B

Gọi S_1 là diện tích xung quanh của một cây cột lớn, S_2 là diện tích xung quanh của một cây cột bé. Chiều cao của các cây cột là $h = 4,2m$

Cây cột lớn có đường kính bằng $40\,\text{cm}$, suy ra có bán kính đáy $R_1 = 20cm = 0,2m$

Cây cột bé có đường kính bằng $26\,\text{cm}$, suy ra có bán kính đáy $R_2 = 13cm = 0,13m$

Diện tích xung quanh của 8 cây cột là :

$S = 2S_1 + 6S_2 = 2.2\pi R_1 h + 6.2\pi R_2 h = 4.\pi.0,2.4,2 + 12\pi.0,13.4,2 = 9,912\pi\, m^2$

Số tiền $380000.S = 380000.9,912\pi = 11832997,23$

Câu 41. Cho số phức $z = a + bi\,(a,b \in \mathbb{R}, a > 0)$ thoả mãn $z.\bar{z} - 12|z| + z - \bar{z} = 13 - 10i$. Tính $S = a + b$.

A. $S = -17$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 17$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z.\bar{z} - 12|z| + z - \bar{z} = 13 - 10i \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} + 2bi = 13 - 10i$.

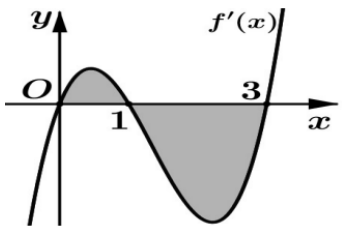
Vậy ta suy ra: $\begin{cases} a^2 + b^2 - 12\sqrt{a^2 + b^2} = 13 \\ 2b = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + 25 - 12\sqrt{a^2 + 25} - 13 = 0 \\ b = -5 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sqrt{a^2 + 25} = 13 \\ \sqrt{a^2 + 25} = -1 \end{array}\right. \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + 25} = 13, (a > 0) \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = -5 \end{cases}.$

Vậy: $S = a + b = 7$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S = a$.

Biết rằng $\int_0^1 (x+1) f'(x)\,\mathrm{d}x = b$ và $f(3) = c$. Tính $I = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.



A. $I = a - b + c$. **B.** $I = -a + b - c$. **C.** $I = -a + b + c$. **D.** $I = a - b - c$.

Lời giải

Chọn A

Xét $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = b$. Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$.

Vậy $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = (x+1)f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2f(1) - f(0) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = b$.

Suy ra: $2f(1) - f(0) = b + \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ (1)

Theo hình vẽ và giả thiết ta có: $a = \int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x - \int_1^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_0^1 - f(x)\Big|_1^3$

$= f(1) - f(0) - f(3) + f(1) = 2f(1) - f(0) - c$ (2).

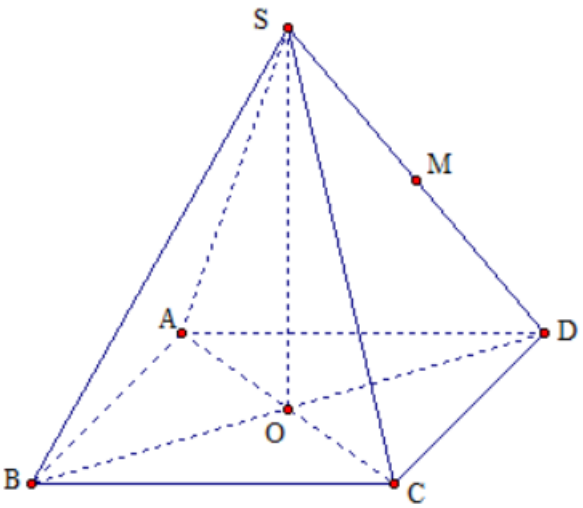
Thế (1) vào (2) ta được: $b + \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x - c = a \Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = a - b + c$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $DO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác: $\begin{cases} MD \cap (SAC) = S \\ \frac{MS}{DS} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow d(M;(SAC)) = \frac{1}{2}d(D;(SAC)) = \frac{1}{2}DO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{x-2}{1}$ và $x+y-2z+8=0$, điểm $A(2;-1;3)$. Phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z+5}{2}$.

B. $\frac{x+5}{-3}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

C. $\frac{x+5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{-2}$.

D. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có dạng tham số $\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Điểm $M\in d\Rightarrow M(-1+2t;t;2+t)$.

Vì A là trung điểm của MN nên $\begin{cases}x_N=2x_A-x_M=5-2t\\y_N=2y_A-y_M=-2-t\\z_N=2z_A-z_M=4-t\end{cases}\Rightarrow N(5-2t;-2-t;4-t)$.

Mặt khác $N\in(P)\Rightarrow(5-2t)+(-2-t)-2(4-t)+8=0\Leftrightarrow t=3$.

Với $t=3\Rightarrow M(5;3;5), N(-1;-5;1)$, đường thẳng Δ có VTPC $\vec{u}=\overrightarrow{NA}=(3;4;2)$ và đi qua M nên có phương trình: $\frac{x-5}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-5}{2}$.

Câu 45. Cho Parabol $(P):y=x^2$, và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A,B sao cho $AB=2021$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=\frac{2021^3}{6}$.

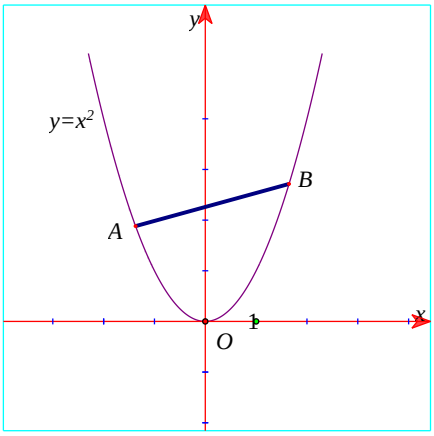
B. $S_{\max}=\frac{2021^3}{3}$.

C. $S_{\max}=\frac{2021^3}{4}$.

D. $S_{\max}=\frac{2021^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $A\ a;a^2$ và $B\ b;b^2$ là hai điểm thuộc P sao cho $AB=2021$.

Không mất tính tổng quát giả sử $a<b$.

Theo giả thiết ta có $AB=2021$ nên $b-a\ ^2+\ b^2-a^2\ ^2=2021^2$

$\Leftrightarrow\ b-a\ ^2\left[\ b+a\ ^2+1\right]=2021^2$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A và B là $\frac{x-a}{b-a}=\frac{y-a^2}{b^2-a^2}\Leftrightarrow y=\ b+a\ x-ab$.

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol P và đường thẳng AB ta có

$$S=\int_a^b\left[\ a+b\ x-ab-x^2\right]\mathrm{d}x=\left[\ a+b\ \frac{x^2}{2}-abx-\frac{x^3}{3}\right]\Bigg|_a^b=\frac{b-a\ ^3}{6}.$$

Mặt khác $b-a\ ^2\left[\ b+a\ ^2+1\right]=2021^2$ nên $|b-a|=b-a\le 2021$ do $b+a\ ^2+1\ge 1$.

Vậy $S=\frac{b-a\ ^3}{6}\le\frac{2021^3}{6}$. Suy ra $S_{\max}=\frac{2021^3}{6}$ khi $a=-\frac{2021}{2};\ b=\frac{2021}{2}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;\ 2;\ 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}-1=0$.

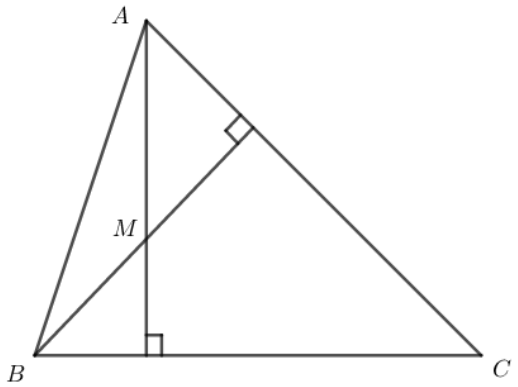
B. $3x+2y+z-10=0$.

C. $x+2y+3z-14=0$.

D. $x+2y+3z+14=0$.

Lời giải.

Chọn C



Mặt phẳng (α) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A(m;\,0;\,0)$, $B(0;\,n;\,0)$, $C(0;\,0;\,p)$, $m,n,p\neq 0$. Ta có phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$.

Mà $M\in(\alpha)\Rightarrow \frac{1}{m}+\frac{2}{n}+\frac{3}{p}=1\ (1)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(1-m;\,2;\,3)$, $\overrightarrow{BM}=(1;\,2-n;\,3)$, $\overrightarrow{BC}=(0;\,-n;\,p)$, $\overrightarrow{AC}=(-m;\,0;\,p)$.

Khi đó M là trực tâm tam giác $ABC\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3p-2n=0\\ 3p-m=0\end{cases}(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $m=14;\ n=7;\ p=\frac{14}{3}$.

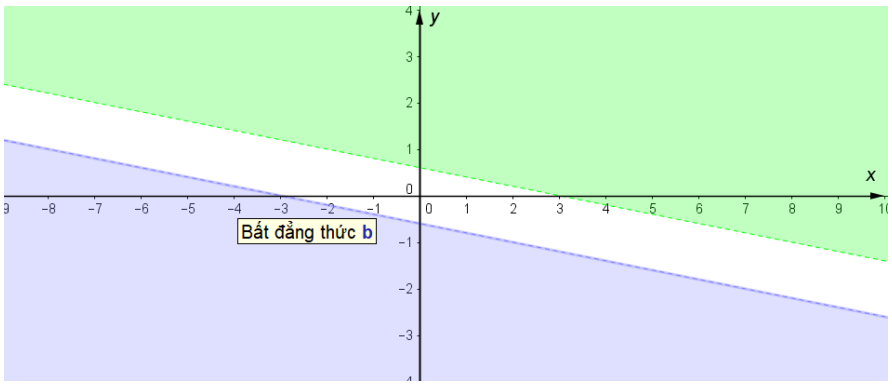
Suy ra (α) có phương trình $\frac{x}{14}+\frac{y}{7}+\frac{3z}{14}=1\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

Câu 47. Cho các số phức z,w thỏa mãn $|z-1-3i|\le|z+2i|$ và $|w+1+3i|\le|w-2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-w|$ là

A. $\frac{\sqrt{13}+1}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{26}}{13}$. **C.** $\frac{3}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{26}}{13}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $M(x;y);N(x';y')$ theo thứ tự là điểm biểu diễn của số phức z và w

Ta có: $|z-1-3i| \le |z+2i| \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2 \le x^2+(y+2)^2 \Leftrightarrow x+5y \ge 3$ nên M nằm trên nửa mặt phẳng bờ $(d): x+5y=3$ phần không chứa điểm O.

$|w+1+3i| \le |w-2i| \Leftrightarrow (x'+1)^2+(y'+3)^2 \le x'^2+(y'-2)^2 \Leftrightarrow x'+5y' \le -3$ nên N nằm trên nửa mặt phẳng bờ $(d'): x'+5y'=-3$ phần không chứa điểm O.

Ta có $P=|z-w|=MN$ ngắn nhất khi MN nằm trên 2 bờ và vuông góc với (d) và (d')

Hay $MN=d(d;d')=\dfrac{6}{\sqrt{26}}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m nhỏ hơn 2021 để phương trình $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x$ có nghiệm thực.

A. 2019. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn B

Ta có $m+\sqrt{m+2^x}>0 \ \forall m>0$

Ta có: $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x \Leftrightarrow m+\sqrt{m+2^x}=2^{2x}$

Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{m+2^x}>0 \\ v=2^x>0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} u^2=v+m \\ v^2=u+m \end{cases}$.

Trừ theo vế với hệ ta được $u^2-v^2=v-u \Leftrightarrow (u-v)(u+v+1)=0 \Leftrightarrow u=v$

Khi đó $m+2^x=2^{2x} \Leftrightarrow m=2^{2x}-2^x$

Đặt $t=2^x>0$ ta được $m=f(t)=t^2-t \ge -\dfrac{1}{4}$.

Vậy có 2021 số nguyên dương m để phương trình $\log_2\left(m+\sqrt{m+2^x}\right)=2x$ có nghiệm.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$ và điểm $M(0;1;0)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0;y_0;z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON=\sqrt{6}$. Tính y_0?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1), R=\sqrt{6}$; $IM=\sqrt{3}<R$ nên M nằm bên trong mặt cầu (S).

(P) qua M nên (P) luôn cắt (S) theo đường tròn (C) có tâm I' và bán kính r với I' là hình chiếu vuông góc của I lên (P).

Ta có : $R^2 = r^2 + (II')^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - (II')^2 = 6 - (II')^2 \geq 6 - (IM)^2$

$\Rightarrow r^2 \geq 3$ (vì $II' \leq IM$).

(C) có chu vi nhỏ nhất tức r nhỏ nhất khi $I' \equiv M$, do đó (P) nhận $\overrightarrow{IM} = (1;-1;-1)$ làm VTPT, ta có $(P): x - y - z + 1 = 0$.

$N(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (C) và $ON = \sqrt{6}$ tương đương với hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + 2x_0 - 4y_0 - 2z_0 = 0 \\ x_0 - y_0 - z_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - 2y_0 - z_0 + 3 = 0 \\ x_0 - y_0 - z_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 6 \end{cases} \Rightarrow y_0 = 2$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số $g(x) = 2f^3(x) - 6f^2(x) - 2021$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 8. **B.** 4 **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $f(x)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$ suy ra hàm số $g(x)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$g'(x) = 6f'(x)f^2(x) - 12f'(x)f(x)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right.$. Vẽ đường thẳng $y = 0; y = 2$ vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	a		b		0		c		d		3		e		f		$+\infty$
$f'(x)$			$-$			0	$+$					0			$-$			
$f(x)$	$+\infty$		↘			-1	↗					5			↘			$-\infty$

Ta thấy phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm $x=0, x=3$; $f(x)=0$ có các nghiệm $x=b, x=c, x=f$; $f(x)=2$ có các nghiệm $x=a, x=d, x=e$.

Vậy $g'(x)=0$ có tất cả 8 nghiệm đơn nên $g(x)$ có 4 điểm cực đại và 4 điểm cực tiểu.

----------HẾT----------

ĐỀ 48

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
THPT TRIỆU SƠN 2 – THANH HÓA – LẦN 4

Câu 1. Cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $N(1;2;0)$. **B.** $Q(0;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $P(1;0;0)$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3+4i$ có tọa độ là

A. $(3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(4;3)$. **D.** $(-3;-4)$.

Câu 3. Tích phân $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+1}$ bằng

A. $\log 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** 1. **D.** $-\ln 2$.

Câu 4. Cho số phức $z=\frac{3+4i}{5}$. Môđun của $\overline{z}$ (số phức liên hợp của z) là

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

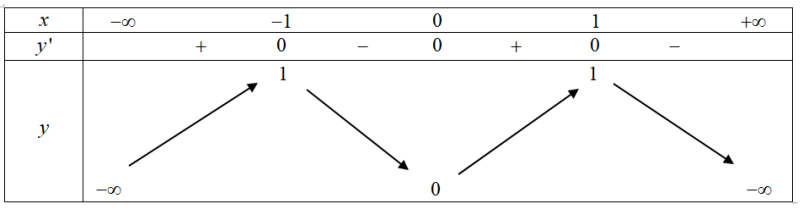
Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ

A. $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



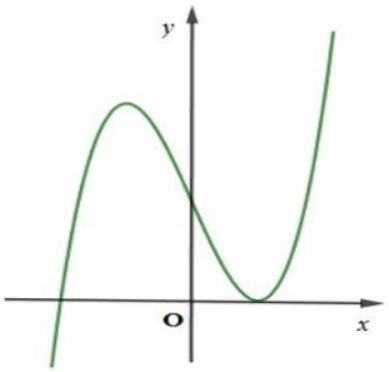
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 8. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{219}{323}$. **B.** $\frac{442}{506}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{218}{323}$.

Câu 9. Đường cong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Tan của góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 11. Khối trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$ có thể tích là

A. $2\pi a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(1;-3;-2)$, $R=9$. **B.** $I(1;3;2)$, $R=3$. **C.** $I(-1;3;2)$, $R=9$. **D.** $I(-1;3;2)$, $R=3$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y=2^{2x+3}$ là

A. $(2x+3)2^{2x+2}$. **B.** 2.2^{2x+3}. **C.** $2^{2x+3}.\ln 2$. **D.** $2.2^{2x+3}.\ln 2$.

Câu 14. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $2a^2$.

Câu 15. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=-2+3i$. **B.** $\bar{z}=3-2i$. **C.** $\bar{z}=3+2i$. **D.** $\bar{z}=2+3i$.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m+1$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-2\le m\le 4$. **B.** $2<m<4$. **C.** $1<m<3$. **D.** $-3\le m\le 3$.

Câu 18. Trong các điểm $A(1;-1;1), B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-1}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x+1$ là

A. $3x^3+C$. **B.** $\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$. **C.** $x^4+\dfrac{x^2}{2}+x+C$. **D.** $\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+C$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng.

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\sqrt{x^2-4}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 21. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

A. $V=3Bh$ **B.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$ **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$ **D.** $V=Bh$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=-2+2i$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $z=-2-2i$. **D.** $z=2-2i$.

Câu 23. Với các số thực dương a,b bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ **B.** $\ln(ab)=\ln a\cdot\ln b$ **C.** $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$ **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$

Câu 24. Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>2^{2x+1}$ là

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 26. Phương trình $\log_2(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{11}{3}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\dfrac{10}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z-2=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-1;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ được tính theo công thức

A. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ là

A. $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

C. $(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $4y=x^2$ và $y=x$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{129}{30}\pi$. **B.** $\frac{128}{30}\pi$. **C.** $\frac{32}{15}\pi$. **D.** $\frac{128}{15}\pi$.

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{16}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{2;4\}$. **C.** $\{-2;2\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Câu 32. Cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y-2z+5=0$. khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 33. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Giá trị u_3 là

A. -4. **B.** -6. **C.** 18. **D.** -18.

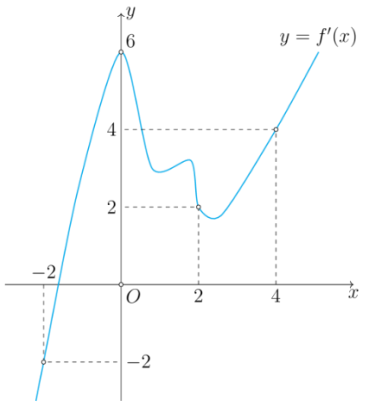
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3, đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Câu 35. Cho tập hợp S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S là

A. 20^3. **B.** A_{20}^{17}. **C.** A_{20}^{3}. **D.** C_{20}^{3}.

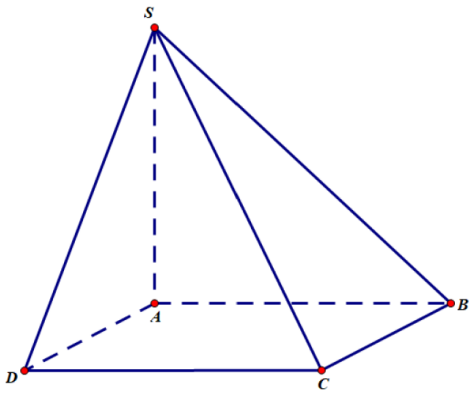
Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=2f(x)-x^2$ bằng

A. $2f(4)-8$. **B.** $2f(-2)-4$. **C.** $2f(2)-4$. **D.** $f(0)$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m, để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

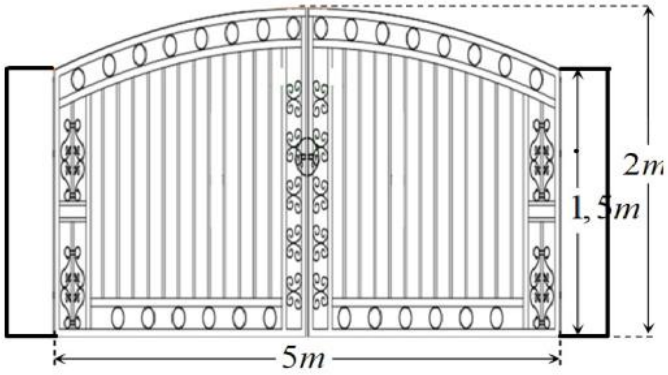
A. $m<-1$. **B.** $m>\dfrac{1}{3}$. **C.** $m\geq\dfrac{1}{3}$ hoặc $m\leq-1$. **D.** $-1<m<\dfrac{1}{3}$.

Câu 39: Cho 2 mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2021=0$, $(Q):x+my+(m-1)z+2=0$ (m là tham số thực). Khi 2 mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm nào dưới đây nằm trong (Q)?

A. $M(0;0;2)$. **B.** $M(-2;1;1)$. **C.** $M(-2021;1;1)$. **D.** $M(3;-2;0)$.

Câu 40: Ông A muốn làm cửa cổng cho khu biệt thự bằng sắt mạ đồng có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên hai cánh cửa là một Parabol, hai bên là hai cây cột hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $0,4\ m$. Giá $1m^2$ của cánh cửa là

3.500.000 đồng, $1m^2$ cột là 2.300.000 (diện tích xung quanh cột). Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để hoàn thiện cửa cổng cho khu biệt thự (làm tròn đến hàng nghìn đồng).



A. 33.463.000 đồng. **B.** 34.843.000 đồng. **C.** 43.123.000 đồng. **D.** 37.603.000 đồng.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2,4]} y=\dfrac{2}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m=-2$. **B.** $m>4$. **C.** $1\le m\le 3$. **D.** $3<m\le 4$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức thỏa $\bar{z}-\dfrac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. $1-2\sqrt{3}i$. **B.** $-3-3\sqrt{3}i$. **C.** 1. **D.** $1-\sqrt{3}i$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\log_3 x-\sqrt{7}\right)\left(\log_3 x-y\right)<0$ chứa không quá 2021 số nguyên.

A. 30. **B.** 28. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+2x & khi\ \ x\ge 2\\ x+2 & khi\ \ x<2\end{cases}$. Tích phân $I=\int\limits_e^{e^3}\dfrac{f(\ln x)}{x\ln x}dx$ bằng

A. $\dfrac{21}{2}+2\ln 2$. **B.** $15-\dfrac{1}{2}\ln 3$. **C.** $15+\dfrac{1}{5}\ln 3$. **D.** $15+\dfrac{1}{2}\ln 2$.

Câu 45. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu đường kính AB với $A\left(0;2\sqrt{3};0\right)$, $B\left(0;-2\sqrt{3};0\right)$. Hình trụ (H) nội tiếp mặt cầu và có thể tích lớn nhất. Khi đó mặt phẳng chứa đáy của hình trụ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-1;1;1)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $\left(2\sqrt{3};-2\sqrt{3};0\right)$. **D.** $\left(-2\sqrt{3};\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

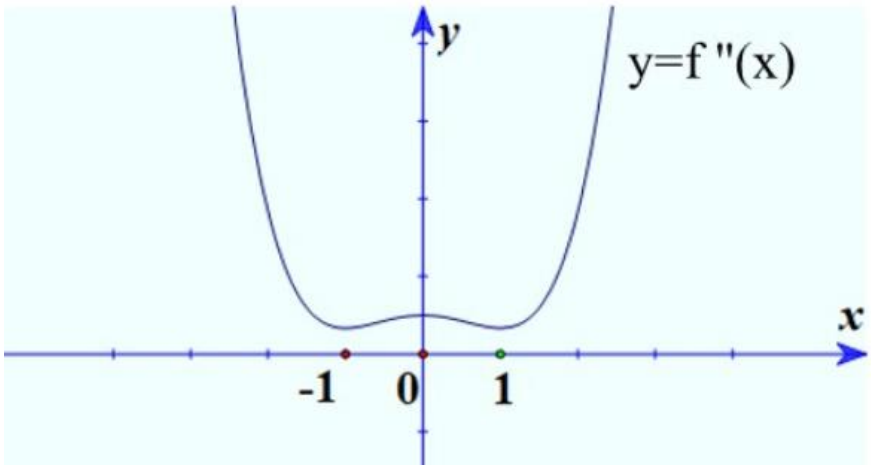
Câu 46. Cho $0\le x\le 2021$ và $\log_3(3x+3)+x-3y=27^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

A. 4. **B.** 2021. **C.** 3. **D.** 2020.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ và $f(x)\neq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}: f'(x)=(2x+1)f^2(x)$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(2021)=\frac{a}{b};(a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{N})$ với $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

A. -2021. **B.** -1. **C.** 2021. **D.** 1.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ biết hàm số $y=f''(x)$ là hàm đa thức bậc 4 có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\left(-x^2+6\right)$, biết rằng $g(0)>0$ và $g(2)<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|g(x)|$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 49. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $2|z_1+5|=7;\ |z_2+1-3i|=|z_2-3-6i|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 4. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 5.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB=60^o;\ BMC=90^o;\ CMA=120^o$ có dạng $M(x;y;z)$ với $x<0$. Tổng $x+y+z$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{10}{3}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	B	B	D	D	A	C	B	B	A	D	D	A	D	B	C	B	B	A	D	C	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	C	D	D	C	C	A	D	B	A	C	B	D	A	A	C	A	B	C	D	D	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho điểm $A(1;2;3)$. Hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $N(1;2;0)$. **B.** $Q(0;2;0)$. **C.** $M(0;0;3)$. **D.** $P(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(1;2;0)$.

Câu 2. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3+4i$ có tọa độ là

A. $(3;4)$. **B.** $(3;-4)$. **C.** $(4;3)$. **D.** $(-3;-4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có điểm biểu diễn số phức $3+4i$ là $(3;4)$.

Câu 3. Tích phân $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+1}$ bằng

A. $\log 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** 1. **D.** $-\ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x+1} = \ln\left(|x+1|\right)\Big|_0^1 = \ln 2$.

Câu 4. Cho số phức $z=\frac{3+4i}{5}$. Môđun của $\overline{z}$ (số phức liên hợp của z) là

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|\overline{z}|=|z|=\left|\frac{3+4i}{5}\right|=\frac{|3+4i|}{5}=\frac{5}{5}=1$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ

A. $\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{1}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{1}=1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$.

Lời giải

Chọn D

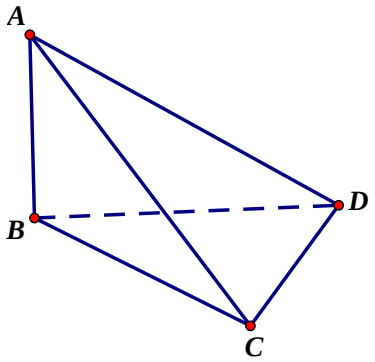
Ta có hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $A_1(2;0;0), A_2(0;-1;0), A_3(0;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua hình chiếu của điểm A trên các trục tọa độ là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{1}=1$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{6}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 8. Trong một lớp học gồm 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{219}{323}$. **B.** $\frac{442}{506}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{218}{323}$.

Lời giải

Chọn C

Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh.

Ta có $n(\Omega)=C_{25}^4$.

Gọi A là biến cố: 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Suy ra $\overline{A}$ là biến cố: 4 học sinh được chọn chỉ có nam hoặc chỉ có nữ.

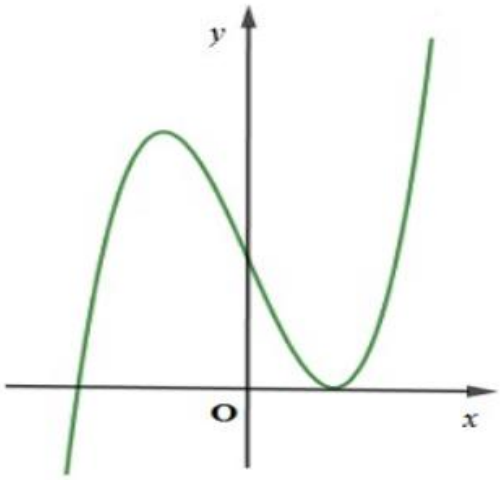
Ta có

$n(\overline{A})=C_{15}^4+C_{10}^4=1575$

$n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=11075$.

Suy ra: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{11075}{12650}=\dfrac{443}{506}$.

Câu 9. Đường cong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

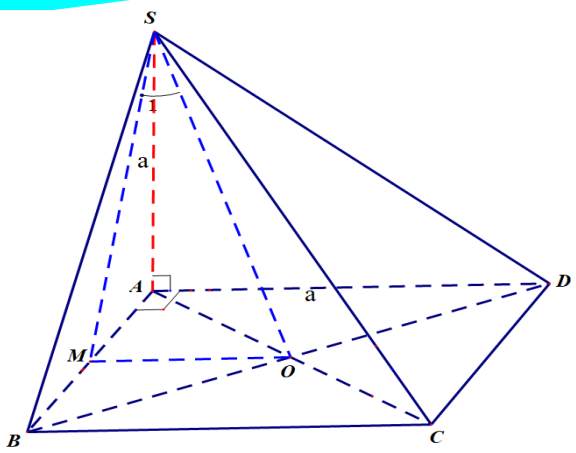
Đường cong là đồ thị hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$ nên hàm số là $y=x^3-3x+2$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh bằng a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Tan của góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB.

Ta có $OM \perp AB$ và $OM \perp SA \Rightarrow OM \perp (SAB)$

$\Rightarrow$Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng (SAB) bằng OSM.

ΔSOM vuông tại M có $\tan OSM = \dfrac{OM}{SM} = \dfrac{\dfrac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 11. Khối trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$ có thể tích là

A. $2\pi a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi a^2 . 2a = 2\pi a^3$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 9$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(1;-3;-2)$, $R=9$. **B.** $I(1;3;2)$, $R=3$. **C.** $I(-1;3;2)$, $R=9$. **D.** $I(-1;3;2)$, $R=3$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ nên tâm mặt cầu $I(-1;3;2)$, bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$ là

A. $2x+3\ 2^{2x+2}$. **B.** 2.2^{2x+3}. **C.** $2^{2x+3}.\ln 2$. **D.** $2.2^{2x+3}.\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 2.2^{2x+3}.\ln 2$.

Câu 14. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và độ dài đường sinh bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $2a^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi.R.l=\pi.a.2a=2\pi a^2$.

Câu 15. Số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z=2-3i$ là

A. $\bar{z}=-2+3i$. **B.** $\bar{z}=3-2i$. **C.** $\bar{z}=3+2i$. **D.** $\bar{z}=2+3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=2-3i\Rightarrow\bar{z}=2+3i$.

Câu 16. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^4-2x^2+3$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

Ta có $f'(x)=4x^3-4x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \left(\in\left[0;\sqrt{3}\right]\right)\\x=1\ \left(\in\left[0;\sqrt{3}\right]\right)\\x=-1\ \left(\notin\left[0;\sqrt{3}\right]\right)\end{array}\right.$

Ta có $f(0)=3$, $f(1)=2$, $f\left(\sqrt{3}\right)=6$.

Vậy $\min\limits_{x\in\left[0;\sqrt{3}\right]}f(x)=f(1)=2$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m+1$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-2\le m\le 4$. **B.** $2<m<4$. **C.** $1<m<3$. **D.** $-3\le m\le 3$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)=m+1$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

$2<m+1<4\Leftrightarrow 1<m<3$.

Câu 18. Trong các điểm $A(1;-1;1), B(-1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với hai đường thẳng AB và d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{7}=\frac{z-1}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;3;2)$ là véc tơ chỉ phương của AB.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;3)$

Lại có dường thẳng Δ vuông góc với AB và d nên véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{u_1}\right]=(7;2;4)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua điểm A có VTCP $\vec{u}=(7;2;4)$ nên phương trình Δ là $\frac{x-1}{7}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{4}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+x+1$ là

A. $3x^3+C$. **B.** $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+x+C$. **C.** $x^4+\frac{x^2}{2}+x+C$. **D.** $\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\left(x^3+x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+\frac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 20. Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng.

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\sqrt{x^2-4}$. **C.** $y=\frac{x^2-2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\frac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm số $y=\ln x$ có tiệm cận đứng là trục Oy.

Câu 21. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

A. $V=3Bh$ **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$ **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$ **D.** $V=Bh$

Lời giải

Chọn D

Khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B có thể tích là: $V=Bh$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=-2+2i$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $z=-2-2i$. **D.** $z=2-2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=z_1+z_2=(2+3i)+(-4-5i)=-2-2i$

Câu 23. Với các số thực dương a,b bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ **B.** $\ln(ab)=\ln a\cdot\ln b$ **C.** $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$ **D.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$

Lời giải

Chọn A

Với các số thực dương a,b ta có: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$

Câu 24. Hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ có $y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$ nên không có cực trị

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>2^{2x+1}$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>2^{2x+1}\Leftrightarrow 2^{-x}>2^{2x+1}\Leftrightarrow -x>2x+1\Leftrightarrow 3x<-1\Leftrightarrow x<-\frac{1}{3}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 26. Phương trình $\log_2(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\frac{11}{3}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình $\log_2(3x-2)=3\Leftrightarrow 3x-2=2^3\Leftrightarrow 3x=10\Leftrightarrow x=\frac{10}{3}$.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\frac{10}{3}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+3z-2=0$. Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-1;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;-1;3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0,\left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$.

Do đó mặt phẳng $(P):2x-y+3z-2=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;3)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ được tính theo công thức

A. $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0$ là

A. $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

C. $(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;1)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{2}{3}}\left(2x^2-x+1\right)<0\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-x+1>0\\2x^2-x+1>1\end{cases}\Leftrightarrow 2x^2-x+1>1\Leftrightarrow 2x^2-x>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>\frac{1}{2}\\x<0\end{array}\right.$$

Câu 30. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $4y=x^2$ và $y=x$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{129}{30}\pi$. **B.** $\frac{128}{30}\pi$. **C.** $\frac{32}{15}\pi$. **D.** $\frac{128}{15}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4y=x^2\Rightarrow y=\frac{x^2}{4}$

Giải phương trình: $\frac{x^2}{4}=x\Rightarrow x^2=4x\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình quanh trục hoành bằng:

$$V=\pi\int_0^4\left|\frac{x^4}{16}-x^2\right|dx=\frac{128\pi}{15}.$$

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{16}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\{2;4\}$. **C.** $\{-2;2\}$. **D.** $\{0;1\}$.

Lời giải

Chọn D

Giải phương trình: $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{16}\Rightarrow 2^{x^2-x-4}=2^{-4}\Rightarrow x^2-x-4=-4\Rightarrow x^2-x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 32. Cho điểm $A(-1;3;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (α) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d_{(A,(\alpha))}=\frac{|-1-2.3-2.(-2)+5|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{2}{3}$.

Câu 33. Cho cấp số nhân u_n có $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Giá trị u_3 là

A. -4. **B.** -6. **C.** 18. **D.** -18.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_3=u_1\cdot q^2=2\cdot(-3)^2=18$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3, đáy là tam giác đều cạnh $2a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Tam giác ABC đều nên $S_{ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}a^2$.

Ta có $d(S,(ABC))=\frac{3\cdot V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2}=\sqrt{3}a$.

Câu 35. Cho tập hợp S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S là

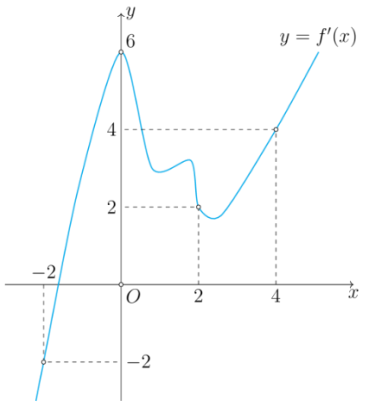
A. 20^3. **B.** A_{20}^{17}. **C.** A_{20}^{3}. **D.** C_{20}^{3}.

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 3 phần tử của S là C_{20}^{3}.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị $f'\ x$ như hình vẽ sau



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h\ x\ =2f\ x\ -x^2$ bằng

A. $2f\ 4\ -8.$ **B.** $2f\ -2\ -4.$ **C.** $2f\ 2\ -4.$ **D.** $f\ 0\ .$

Lời giải

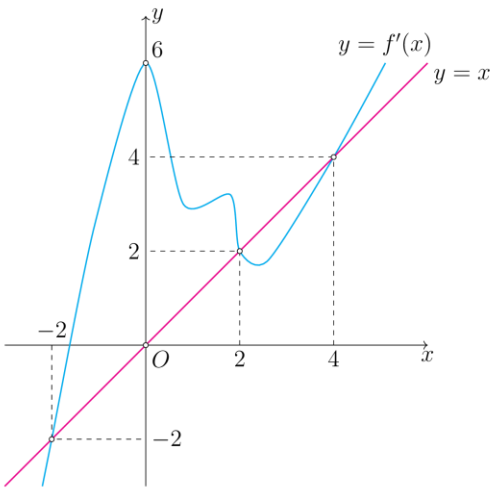
Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}.$

Ta có $h'\ x\ =2f'\ x\ -2x.$

Cho $h'\ x\ =0\Leftrightarrow f'\ x\ =x.$

Vẽ đường thẳng $y=x$ trên cùng một hệ trục tọa độ với đường cong $y=f'\ x\ ,$ ta được:



Vậy $h'\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-2\\x=2\\x=4\end{bmatrix}.$

Khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		2		4		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(-2)$	↗	$h(2)$	↘	$h(4)$	↗	$+\infty$

Như vậy $\min\limits_{D=\mathbb{R}} h\ x\ = \min\ \ h\ -2\ ;h\ 4\ \ .$

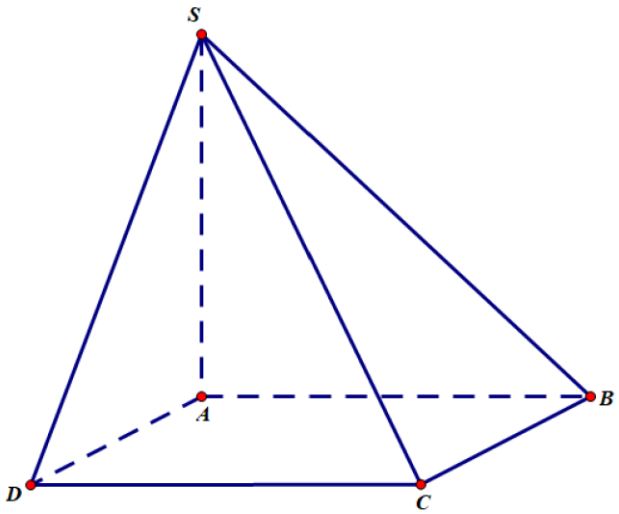
Ta có $\begin{cases} S_1 = \int\limits_{-2}^{2} f'\ x\ -x\ \mathrm{d}x = \int\limits_{-2}^{2} f'\ x\ \mathrm{d}x - \int\limits_{-2}^{2} x\,\mathrm{d}x = f\ 2\ -f\ -2 \\ S_2 = \int\limits_{2}^{4} x - f'\ x\ \ \mathrm{d}x = \int\limits_{2}^{4} x\,\mathrm{d}x - \int\limits_{2}^{4} f'\ x\ \mathrm{d}x = 6 - f\ 4\ + f\ 2 \end{cases}.$

$S_1 > S_2 \Leftrightarrow f\ 2\ -f\ -2\ > 6 - f\ 4\ + f\ 2 \Leftrightarrow f\ 4\ -f\ -2\ -6 > 0.$

$\begin{cases} h\ -2\ = 2f\ -2\ -4 \\ h\ 4\ = 2f\ 4\ -16 \end{cases} \Rightarrow h\ 4\ -h\ -2\ = 2\ f\ 4\ -f\ 2\ -6\ > 0 \Rightarrow h\ 4\ > h\ -2\ .$

Vậy $\min\limits_{D=\mathbb{R}} h\ x\ = \min\ \ h\ -2\ ;h\ 4\ \ = h\ -2\ = 2f\ -2\ -4.$

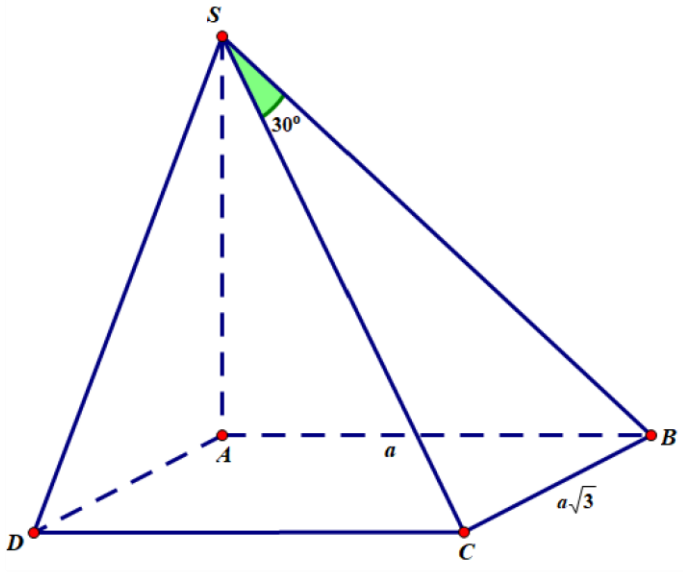
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\left.\begin{matrix} BC\perp AB \\ BC\perp SA \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp (SAB)$ suy ra SB là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB) vậy $\left(SC,(SAB)\right)=(SC,SB)=CSB=30^\circ$.

Ta có $SB=\dfrac{\sqrt{3}a}{\tan 30^\circ}=3a$, $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=2a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}a.a\sqrt{3}.2a\sqrt{2}=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m, để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

A. $m<-1$. **B.** $m>\dfrac{1}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{1}{3}$ hoặc $m\le -1$. **D.** $-1<m<\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-6mx-9m^2$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{matrix} x=3m \\ x=-m \end{matrix}\right.$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ suy ra $y'\le 0\ \forall x\in(0;1)$.

TH1. $m=0\Rightarrow y'\ge 0\forall x\in\mathbb{R}$ vậy $m=0$ không phải giá trị cần tìm.

TH2. $m>0\ \Rightarrow y'\le 0\forall x\in(-m;3m)$.

Yêu cầu bài toán suy ra $-m\le 0<1\le 3m\Leftrightarrow\begin{cases} m\ge 0 \\ m\ge\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{3}$.

TH3. $m<0\ \Rightarrow y'\le 0\forall x\in(3m;-m)$.

Yêu cầu bài toán suy ra $3m \le 0 < 1 \le -m \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1$.

Suy ra để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ thì $m \ge \frac{1}{3}$ hoặc $m \le -1$

Câu 39: Cho 2 mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2021 = 0$, $(Q): x + my + (m-1)z + 2 = 0$ (m là tham số thực). Khi 2 mặt phẳng (P) và (Q) tạo với nhau một góc nhỏ nhất thì điểm nào dưới đây nằm trong (Q)?

A. $M(0;0;2)$. **B.** $M(-2;1;1)$. **C.** $M(-2021;1;1)$. **D.** $M(3;-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$(P): x + 2y - 2z + 2021 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = (1;2;-2)$.

$(Q): x + my + (m-1)z + 2 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = (1;m;m-1)$.

$$\cos((P);(Q)) = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right)\right| = \frac{|1.1 + 2.m - 2.(m-1)|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}.\sqrt{1^2+m^2+(m-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2m^2-2m+2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{(2m-1)^2+3}}$$

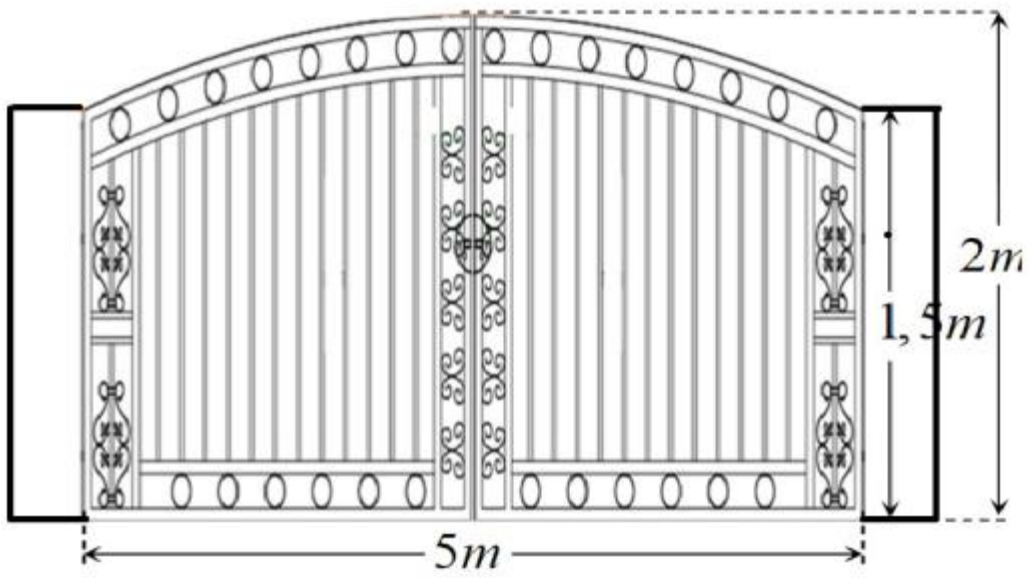
$\Rightarrow 0^o \le \alpha \le 90^o \Rightarrow \alpha_{\min} \Leftrightarrow \cos\alpha_{\max}$

$\cos((P);(Q))_{\max} = \sqrt{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow (Q): 2x + y - z + 4 = 0$.

Nên $M(-2;1;1) \in (Q)$.

Câu 40: Ông A muốn làm cửa cổng cho khu biệt thự bằng sắt mạ đồng có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên hai cánh cửa là một Parabol, hai bên là hai cây cột hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $0,4\ m$. Giá $1m^2$ của cánh cửa là 3.500.000 đồng, $1m^2$ cột là 2.300.000 (diện tích xung quanh cột). Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để hoàn thiện cửa cổng cho khu biệt thự (làm tròn đến hàng nghìn đồng).

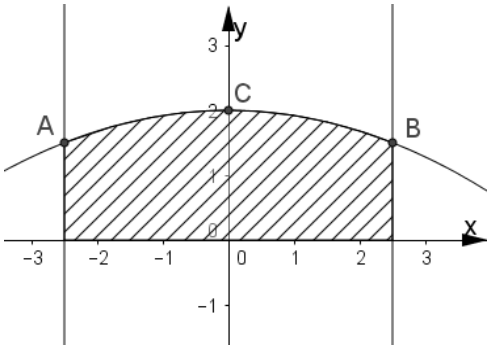


A. 33.463.000 đồng. **B.** 34.843.000 đồng. **C.** 43.123.000 đồng. **D.** 37.603.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Ta chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Trong đó $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$.

Giả sử đường cong phía trên là một Parabol có dạng $y=ax^2+bx+c$, với $a;b;c\in\mathbb{R}$.

Do Parabol đi qua các điểm $A(-2,5;1,5)$, $B(2,5;1,5)$, $C(0;2)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a(-2,5)^2+b(-2,5)+c=1,5 \\ a(2,5)^2+b(2,5)+c=1,5 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{25} \\ b=0 \\ c=2 \end{cases}.$$

Khi đó phương trình Parabol là $y=-\dfrac{2}{25}x^2+2$.

Diện tích S của cửa cổng là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=-\dfrac{2}{25}x^2+2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-2,5$; $x=2,5$.

Ta có $S=\int\limits_{-2,5}^{2,5}\left(-\frac{2}{25}x^2+2\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{2}{25}\frac{x^3}{3}+2x\right)\Big|_{-2,5}^{2,5}=\frac{55}{6}$.

Ông A phải trả số tiền để làm cái cửa sắt là

$T_1=S\times 700000=\frac{55}{6}\times 3.500.000\approx 32.083.000$ (đồng).

Số tiền để làm cột là :

$T_2=S_2\times 2300000=0.4\times 4\times 1.5\times 2.300.000\approx 5.520.000$ (đồng).

Vậy số tiền ông A phải trả để hoàn thiện cửa cổng cho khu biệt thự:

$T=T_1+T_2=32.083.000+5.520.000\approx 37.603.000$ (đồng).

Câu 41. Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2,4]}y=\frac{2}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m=-2$. **B.** $m>4$. **C.** $1\le m\le 3$. **D.** $3<m\le 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\frac{x+m}{x-1}\Rightarrow y'=\frac{-1-m}{(x-1)^2}$.

Xét $-1-.m<0\Rightarrow m>-1$, khi đó $y'<0\Rightarrow\max\limits_{[2,4]}y=y(2)=m+2$. Từ giả thiết đề bài ta được

$m+2=\frac{2}{3}\Leftrightarrow m=-\frac{4}{3}$ (loại vì $m>-1$).

Xét $-1-m>0\Rightarrow m<-1$, khi đó $y'>0\Rightarrow\max\limits_{[2,4]}y=y(4)=\frac{m+4}{3}$. Từ giả thiết đề bài ta được

$\frac{m+4}{3}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow m=-2$ (thỏa mãn vì $m<-1$).

Xét $-1-m=0\Rightarrow m=-1$, khi đó $y=1$ không thỏa mãn $\max\limits_{[2,4]}y=\frac{2}{3}$.

Vậy $m=-2$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức thỏa $\bar{z}-\frac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. $1-2\sqrt{3}i$. **B.** $-3-3\sqrt{3}i$. **C.** 1. **D.** $1-\sqrt{3}i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $\bar{z}-\frac{5+i\sqrt{3}}{z}-1=0\Leftrightarrow(\bar{z}-1)z=5+i\sqrt{3}\Leftrightarrow a^2+b^2-(a+bi)=5+i\sqrt{3}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2-a=5\\-b=\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-\sqrt{3}\\a^2-a-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2,b=-\sqrt{3}\\a=-1,b=-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

$S=\{2-\sqrt{3}i,-1-\sqrt{3}i\}$.

Vậy tổng cần tìm là $2-\sqrt{3}i-1-\sqrt{3}i=1-2\sqrt{3}i$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $\left(\log_3 x-\sqrt{7}\right)\left(\log_3 x-y\right)<0$ chứa không quá 2021 số nguyên.

A. 30. **B.** 28. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Do y là số nguyên dương nên $y\ge 1$.

Ta có $\left(\log_3 x-\sqrt{7}\right)\left(\log_3 x-y\right)<0\ (*)\Leftrightarrow \left[\begin{cases}\log_3 x-\sqrt{7}<0\\ \log_3 x-y>0\end{cases}\ (1)\right.$

$\left.\begin{cases}\log_3 x-\sqrt{7}>0\\ \log_3 x-y<0\end{cases}\ (2)\right.$.

+ $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 x<\sqrt{7}\\ \log_3 x>y\end{cases}\Leftrightarrow y<\log_3 x<\sqrt{7}\Leftrightarrow 3^y<x<3^{\sqrt{7}}$. Có $y\ge 1$ và $y<\log_3 x<\sqrt{7}$

$\Rightarrow 1\le y\le 2$.

- Với $y=1\Rightarrow 4\le x\le 18$ (do x là số nguyên), suy ra $y=1$ thoả yêu cầu bài toán.
- Với $y=2\Rightarrow 10\le x\le 18$ (do x là số nguyên), suy ra $y=2$ thoả yêu cầu bài toán.

+ $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3 x>\sqrt{7}\\ \log_3 x<y\end{cases}\Leftrightarrow \sqrt{7}<\log_3 x<y\Leftrightarrow 3^{\sqrt{7}}<x<3^y$, x là số nguyên $\Rightarrow 19\le x<3^y$.

Để bất phương trình $(*)$ có không quá 2021 số nguyên x thì (2) có không quá 2021 số nguyên x lớn hơn hoặc bằng $19\Rightarrow 3^y\le 2040\Rightarrow y\le\log_3 2040$.

Mặt khác $\sqrt{7}<\log_3 x<y\Rightarrow y>\sqrt{7}$. Do y là số nguyên nên ta có $3\le y\le 6\Rightarrow y\in\{3,4,5,6\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên y.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+2x & khi\ \ x\ge 2\\ x+2 & khi\ \ x<2\end{cases}$. Tích phân $I=\int\limits_e^{e^3}\dfrac{f(\ln x)}{x\ln x}dx$ bằng

A. $\dfrac{21}{2}+2\ln 2$. **B.** $15-\dfrac{1}{2}\ln 3$. **C.** $15+\dfrac{1}{5}\ln 3$. **D.** $15+\dfrac{1}{2}\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\dfrac{1}{x}dx$, ta có $I=\int\limits_e^{e^3}\dfrac{f(\ln x)}{x\ln x}dx=\int\limits_1^3\dfrac{f(t)}{t}dt=\int\limits_1^3\dfrac{f(x)}{x}dx$

$=\int\limits_1^2\dfrac{f(x)}{x}dx+\int\limits_2^3\dfrac{f(x)}{x}dx$

$=\int\limits_1^2\dfrac{x+2}{x}dx+\int\limits_2^3\dfrac{3x^2+2x}{x}dx$

$$= \int_1^2 \left(1+\frac{2}{x}\right)dx + \int_2^3 (3x+2)dx$$
$$= (x+2\ln|x|)\Big|_1^2 + \left(\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_2^3 = 2\ln 2 + \frac{21}{2}.$$

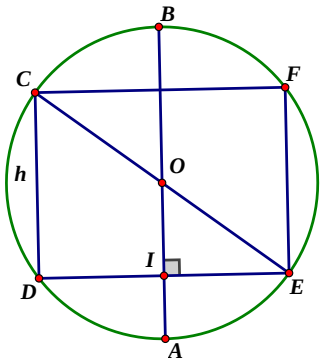
Câu 45. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu đường kính AB với $A\left(0;2\sqrt{3};0\right)$, $B\left(0;-2\sqrt{3};0\right)$. Hình trụ (H) nội tiếp mặt cầu và có thể tích lớn nhất. Khi đó mặt phẳng chứa đáy của hình trụ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-1;1;1)$. **B.** $(2;2;2)$. **C.** $\left(2\sqrt{3};-2\sqrt{3};0\right)$. **D.** $\left(-2\sqrt{3};\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Xét thiết diện mặt cầu như hình vẽ (cắt qua trục hình trụ).



Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=\frac{AB}{2}=2\sqrt{3}$.

Gọi $h\left(0<h<4\sqrt{3}\right)$ là chiều cao của hình trụ (H).

Suy ra bán kính đáy hình trụ $r=\frac{\sqrt{48-h^2}}{2}$.

Khi đó $V_{(H)}=\pi.\frac{48-h^2}{4}.h=\frac{\pi}{4}\left(48h-h^3\right)$. Xét hàm số $f(h)=\frac{\pi}{4}\left(48h-h^3\right)$.

$\Rightarrow f'(h)=\frac{\pi}{4}\left(48-3h^2\right)\Rightarrow f'(h)=0\Leftrightarrow h=4$ (do $h>0$).

h	0		4		$4\sqrt{3}$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$		↗	32π	↘	

Do đó hình trụ có thể tích lớn nhất $V_{(H)}=32\pi\Leftrightarrow h=4\Rightarrow I(0;2;0)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{OI} = (0;2;0) = 2(0;1;0)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa đáy của hình trụ.

$\Rightarrow (\alpha)$ qua I và nhận $\vec{n} = (0;1;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

$\Rightarrow (\alpha): y - 2 = 0$.

Vậy (α) đi qua điểm $(2;2;2)$.

Câu 46. Cho $0 \le x \le 2021$ và $\log_3(3x+3) + x - 3y = 27^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

A. 4. **B.** 2021. **C.** 3. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

$\log_3(3x+3) + x - 3y = 27^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = \log_3 3^{3y} + 3^{3y}$ (1).

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$.

$\Rightarrow f'(t) = \dfrac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow f(x+1) = f(3^{3y}) \Leftrightarrow x + 1 = 3^{3y} \Leftrightarrow x = 3^{3y} - 1$.

Theo giả thuyết, $0 \le x \le 2021 \Rightarrow 0 \le 3^{3y} - 1 \le 2021 \Rightarrow 0 \le y \le \dfrac{1}{3}\log_3(2022)$.

Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0;1;2\}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0;-1\}$ và $f(x) \ne 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = (2x+1) f^2(x)$ và $f(1) = -\dfrac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(2021) = \dfrac{a}{b}; (a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{N})$ với $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

A. –2021. **B.** –1. **C.** 2021. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Với mọi $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \ne 0$ ta có

$$f'(x) = (2x+1) f^2(x) \Leftrightarrow -\frac{f'(x)}{f^2(x)} = -(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow \int -\frac{f'(x)}{f^2(x)} \mathrm{d}x = -\int (2x+1)\mathrm{d}x \Leftrightarrow \frac{1}{f(x)} = -x^2 - x + c.$$

Mà $f(1) = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow -2 = -2 + c \Leftrightarrow c = 0$. Vậy $f(x) = \dfrac{-1}{x(x+1)} = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{1}{x}$.

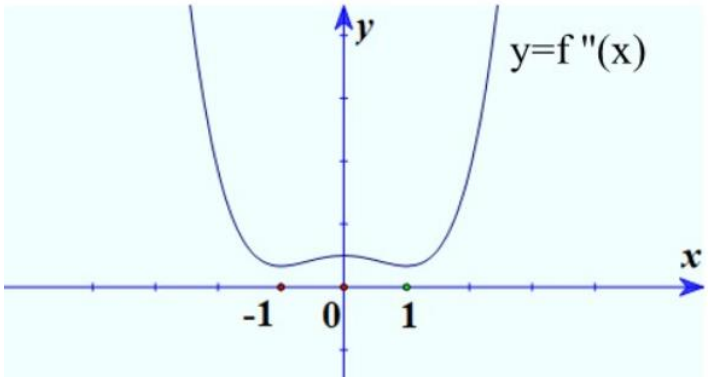
Khi đó, ta có

$$f(1) + f(2) + f(3) + \ldots + f(2021) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) + \ldots + \left(\frac{1}{2022} - \frac{1}{2021}\right)$$

$$= -1 + \frac{1}{2022} = \frac{-2021}{2022} \Rightarrow a = -2021; b = 2022.$$

Do đó $a+b=1$.

Câu 48. Cho hàm số $f\ x$ biết hàm số $y=f''\ x$ là hàm đa thức bậc 4 có đồ thị như hình vẽ



Đặt $g\ x=2f\left(\frac{1}{2}x^2\right)+f\ -x^2+6$, biết rằng $g\ 0>0$ và $g\ 2<0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|g\ x\right|$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

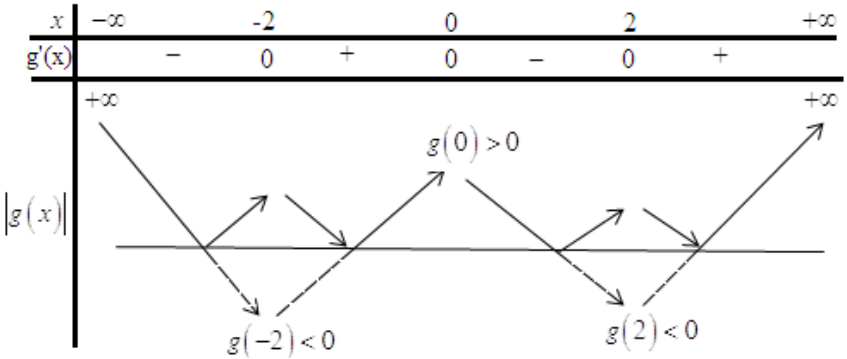
Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'\ x=2x.f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)-2x.f'\ -x^2+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)=f'\ -x^2+6\end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta có: $f''\ x>0,\forall x$ nên hàm số $f'\ x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra phương trình $f'\left(\frac{1}{2}x^2\right)=f'\ -x^2+6\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^2=-x^2+6\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm2$.

Ta có bảng biến thiên:



Dựa vào BBT nên hàm số $y=g\ x$ có 7 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $2\left|z_1+5\right|=7$; $\left|z_2+1-3i\right|=\left|z_2-3-6i\right|$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z_1-z_2\right|$.

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 4. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\left|z_1+5\right|=7 \Rightarrow \left|z_1+5\right|=\frac{7}{2}$.

Gọi M là điểm biểu diễn sô phức z_1.

Khi đó, M thuộc đường tròn tâm $I\left(-5;0\right)$ và bán kính $R=\frac{7}{2}$.

Đặt $z_2=x+yi$. Khi đó: $\left|z_2+1-3i\right|=\left|z_2-3-6i\right|$

$\Leftrightarrow \left|x+1+\left(y-3\right)i\right|=\left|x-3+\left(y-6\right)i\right|$

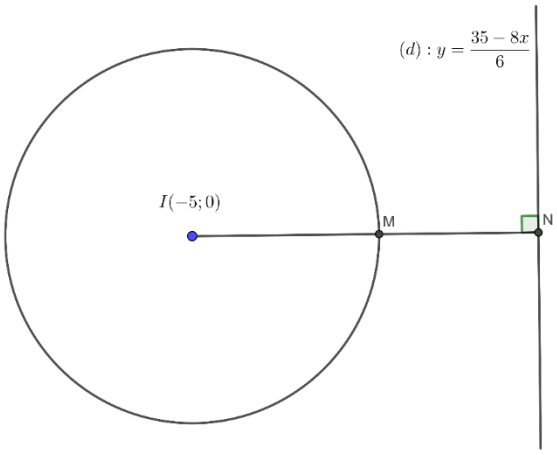
$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2+(y-3)^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2}$

$\Leftrightarrow (x+1)^2+(y-3)^2=(x-3)^2+(y-6)^2$

$\Leftrightarrow y=\frac{35-8x}{6}$

Gọi N là điểm biểu diễn số phức z_2. Khi đó N thuộc đường thẳng $(d): y=\frac{35-8x}{6}$.

Ta có: $P=\left|z_1-z_2\right| \Leftrightarrow P=MN$. Yêu cầu đề bài tương đương tìm giá trị nhỏ nhất độ dài của đoạn thẳng MN.



Bằng cách vẽ hình biểu diễn của M, N, ta xác định được giá trị nhỏ nhất độ dài của đoạn MN như hình vẽ trên.

Suy ra $MN_{\min}=d_{(I,(d))}-IM=IN-R$

- $N\in(d)\Rightarrow N\left(x;\frac{35-8x}{6}\right)\Rightarrow \overrightarrow{IN}\left(x+5;\frac{35-8x}{6}\right)$

$\vec{u}_d\left(1;\frac{-8}{6}\right) \perp \overrightarrow{IN} \Rightarrow \overrightarrow{IN}.\vec{u}_d = 0 \Rightarrow x+5-\frac{8}{6}.\frac{35-8x}{6} = 0$

$\Rightarrow x = 1 \Rightarrow \overrightarrow{IN}\left(6;\frac{27}{6}\right)$

$\Rightarrow IN = \frac{15}{2}$

- $MN_{\min} = IN - R = \frac{15}{2} - \frac{7}{2} = 4$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB = 60^o$; $BMC = 90^o$; $CMA = 120^o$ có dạng $M(x;y;z)$ với $x<0$. Tổng $x+y+z$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: MA, MB, MC là các tiếp tuyến với A, B, C là các tiếp điểm.

Suy ra $MA = MB = MC = x$ $\Rightarrow$ Chân đường cao H hạ từ M là tâm đường tròn ngoại tiếp đáy, $MH \perp (ABC)$.

- Tam giác BMC vuông tại M vì $BMC = 90^o$.

$\Rightarrow BC = x\sqrt{2}$.

- $AB^2 = AM^2 + MB^2 - 2AM.MB.\cos(AMB)$

$\Leftrightarrow AB^2 = x^2 + x^2 - 2x.x.\cos(60^o)$

$\Rightarrow AB = x$

- $AC^2 = AM^2 + MC^2 - 2AM.MC.\cos(AMC)$

$\Leftrightarrow AC^2 = x^2 + x^2 - 2x.x.\cos(120^o)$

$\Rightarrow AC = x\sqrt{3}$

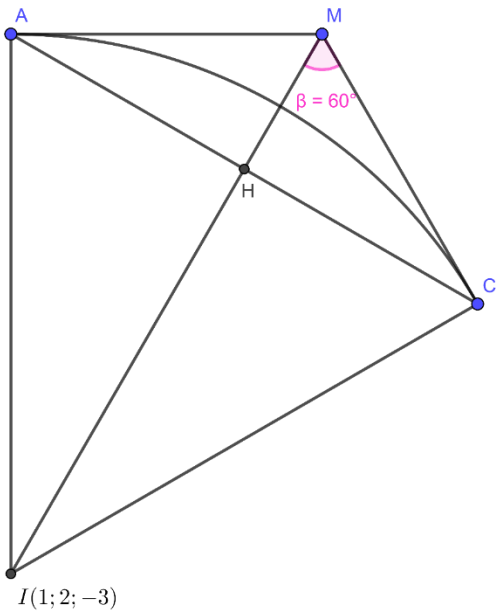
Nhận thấy $AC^2 = AB^2 + BC^2$ suy ra tam giác ABC vuông tại B.

Suy ra A, B, C thuộc đường tròn đường kính AC có tâm là H.

Do H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên $IH \perp (ABC)$.

Mặt khác, $MH \perp (ABC) \Rightarrow I, H, M$ thẳng hàng.

Ta có hình vẽ sau:



Ta có: $CMA = 120^o \Rightarrow IMC = 60^o$ ($\triangle AMC$ cân)

$\Rightarrow \sin\left(60^o\right) = \dfrac{IC}{IM} = \dfrac{R}{IM} \Rightarrow IM = \dfrac{R}{\sin\left(60^o\right)} = 6.$

Ta có: $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-1}{1}$

$\Leftrightarrow d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = -2+t \\ z = 1+t \end{cases} \Rightarrow M\left(-1+t;-2+t;1+t\right) \Rightarrow \overrightarrow{IM}\left(t-2;t-4;t+4\right)$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{IM}\right|^2 = (t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2 = 36$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \rightarrow M(-1;-2;1) \\ t = \dfrac{4}{3} \rightarrow M\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{16}{3}\right) \end{array}\right.$

Do M có tọa độ $x < 0 \Rightarrow M(-1;-2;1) \Rightarrow x + y + z = -2$.

----------HẾT----------

ĐỀ 48

GROUP
NGUỒN ĐỀ THI THPT-THCS

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2020 – 2021
MÔN: TOÁN HỌC
SỞ HÀ TĨNH

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh?

A. $5!$. **B.** A_5^3. **C.** C_5^3. **D.** 5^3.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

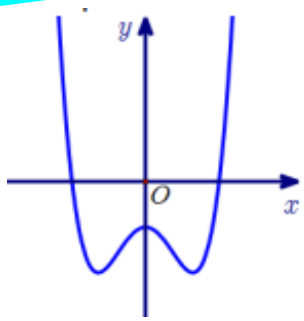
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

A. $\frac{1}{2}+\log_3 a$. **B.** $2\log_3 a$. **C.** $(\log_3 a)^2$. **D.** $2+\log_3 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $y'=2^x\ln 2$. **B.** $y'=2^x$. **C.** $y'=\frac{2^x}{\ln 2}$. **D.** $y'=x.2^{x-1}$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^5}}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{-2}{5}}$. **D.** $a^{\frac{2}{5}}$.

Câu 12. Phương trình $5^{2x-1}=125$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=6$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x}$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $x^3-3x^2+\ln x+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin x-x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-x^2+C$.

Câu 16. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_5^9 f(x)\mathrm{d}x=-7$ thì $\int_1^9 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4. **B.** 4. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 17. Tích phân $I=\int_{-1}^{1}(4x^3-3)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=4$. **D.** $I=-4$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=1+2i$ là

A. $\overline{z}=-1+2i$. **B.** $\overline{z}=-1-2i$. **C.** $\overline{z}=2+i$. **D.** $\overline{z}=1-2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ bằng

A. $-2-2i$. **B.** $-2+2i$. **C.** $2+2i$. **D.** $2-2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ có tọa độ

A. $(-1;-4)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 6.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước 3, 4, 8. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 32. **D.** 96.

Câu 23. Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích của khối nón đã cho

A. 8π. **B.** 16π. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính $r=7$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 21π. **C.** 49π. **D.** 147π.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác ABC.

A. $G(4;-1;-1)$. **B.** $G\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $G\left(2;\dfrac{-1}{2};\dfrac{-1}{2}\right)$. **D.** $G\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$ có bán kính R bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;1;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-4)$.

A. $x+2y-4z-3=0$. **B.** $-x+2y-4z+3=0$.

C. $x+2y-4z-13=0$. **D.** $-x+2y-4z+13=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{1}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của d

A. $\vec{u}_2=(2;1;1)$. **B.** $\vec{u}_4=(1;2;-3)$.

C. $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;1;-3)$.

Câu 29. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nữ và 15 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có 1 nữ và 2 nam.

A. $\dfrac{13}{210}$. **B.** $\dfrac{17}{210}$. **C.** $\dfrac{15}{9880}$. **D.** $\dfrac{525}{1976}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3-9x+2\sqrt{3}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$. Tính tổng $S=M+m$?

A. $S=4\sqrt{3}+2$. **B.** $S=4\sqrt{3}-2$. **C.** $S=8+2\sqrt{3}$. **D.** $S=8-2\sqrt{3}$.

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log\left(x^2-4x+5\right)>1$.

A. $S=(5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=(-1;5)$.

Câu 33. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $I=\int_0^2\left[3f(x)+1\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=7$. **B.** $I=11$. **C.** $I=-11$. **D.** $I=8$.

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức liên hợp của số phức $z=(1+2i)(1-i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây?

A. $Q(-3;1)$. **B.** $N(3;1)$. **C.** $M(3;-1)$. **D.** $P(-1;3)$.

Câu 35. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Tính $\cos\alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

A. $\cos\alpha=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3\sqrt{2}}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=0\end{cases}$. Biết rằng đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A và B. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 37. Số các giá trị của a sao cho phương trình $z^2+az+3=0$ có hai nghiệm z_1,z_2 thỏa mãn $z_1^2+z_2^2=-5$.

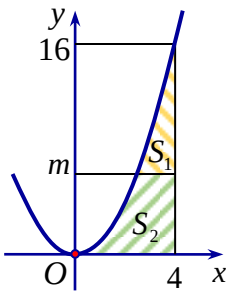
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua 2 điểm $A(3;1;0),B(5;5;0)$ là

A. $x^2+(y-5)^2+z^2=25$. **B.** $(x-10)^2+y^2+z^2=50$.

C. $(x-10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$. **D.** $(x-4)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

Câu 39. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=m,(0<m<16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1,S_2 thỏa mãn $S_1=S_2$ (như hình vẽ). Giá trị của m bằng



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Câu 40. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log\dfrac{\sqrt{x-2}}{100y}=\left(y-\sqrt{x-2}\right)\left(y+\sqrt{x-2}+1\right)-2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{\ln\left(y^2+2\right)}{\sqrt[2021]{x}}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(700;800)$. **B.** $(500;600)$. **C.** $(600;700)$. **D.** $(800;900)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & \text{khi } x\le 1\\ 2x+1 & \text{khi } x>1\end{cases}$. Tích phân $I=\int\limits_{e^{-2}}^{e}\dfrac{f\left(\ln x+2\right)}{x}dx$ bằng

A. 18. **B.** $\dfrac{34}{3}$. **C.** 12. **D.** $\dfrac{56}{3}$.

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $\dfrac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

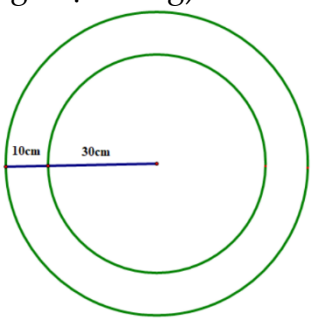
A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 44. Dự án công trình nông thôn mới trên đoạn đường X, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 1m, bán kính trong bằng 30cm và độ dày của bê tông bằng 10cm (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là 1.000.000 đồng/ m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).



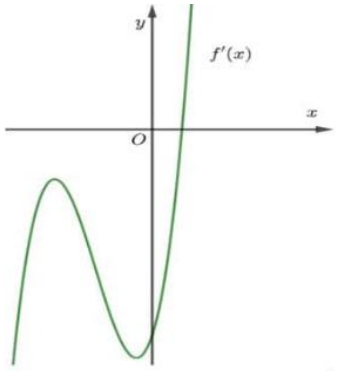


A. 176.000.000 đồng. **B.** 175.000.000 đồng. **C.** 177.000.000 đồng. **D.** 178.000.000 đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=t+4\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):z-3=0$. Một đường thẳng đi qua điểm $M(-1;0;3)$, cắt Δ và tạo với (P) một góc $45°$ có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=-t-1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=-t-1\\z=t-3\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=-t+1\\z=t+2\end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



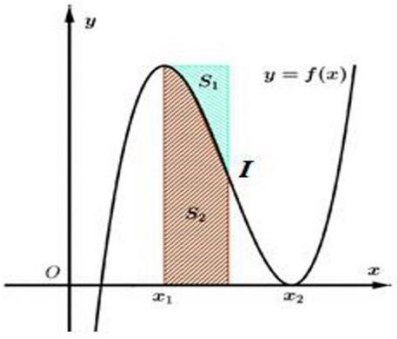
Biết $f(0)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|\frac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 47. Cho hai số thực x,y thoả mãn: $2^{x-y}+2^{x^2-x}\le\frac{2^{x^2-x+2}}{2^{x^2+y-2x}+1}$. Giá trị nhỏ nhất của $x-y$ là M khi $x=m$. Tổng $M+m$ bằng

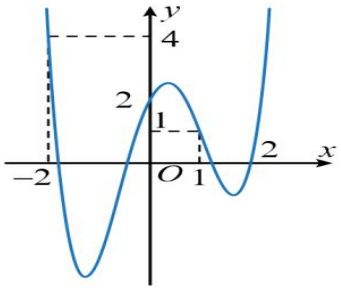
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thoả mãn $x_2=x_1+2$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch sọc trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$ bằng?



A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{17}{5}$. **D.** $\frac{17}{4}$.

Câu 49. Cho hàm số $f = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x) = f(x^2-4x+3) - 3(x-2)^2 + \frac{1}{2}(x-2)^4$ là

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6$ tâm I. Gọi (α) là mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{1}$ và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh I, đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết (α) không đi qua gốc tọa độ, gọi $H(x_H; y_H; z_H)$ là tâm đường tròn (C). Giá trị của biểu thức $T = x_H + y_H + z_H$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

----------HẾT----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.D	5.A	6.A	7.B	8.C	9.D	10.A
11.B	12.A	13.A	14.B	15.A	16.A	17.B	18.D	19.A	20.A
21.B	22.D	23.C	24.B	25.B	26.C	27.C	28.C	29.D	30.D
31.B	32.B	33.B	34.C	35.B	36.A	37.B	38.B	39.A	40.A
41.B	42.B	43.D	44.A	45.D	46.B	47.A	48.A	49.B	50.A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh?

A. $5!$. **B.** A_5^3. **C.** C_5^3. **D.** 5^3.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh là C_5^3.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

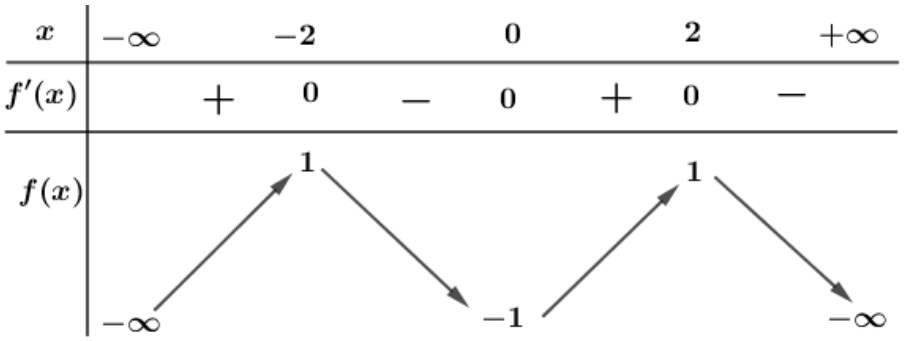
Lời giải

Chọn D

Gọi d là công sai của cấp số cộng trên. Khi đó $u_2=u_1+d \Rightarrow d=3-1=2$.

Giá trị $u_3=u_1+2d=1+2.2=5$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực đại của hàm số là $x=-2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm $x=-2$; $x=1$; $x=3$; $x=5$.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$

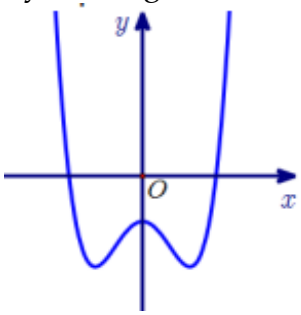
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+4}{x-1}=+\infty$. Suy ra $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau:



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Hình vẽ trên là đồ thị của hàm số bậc bốn có hệ số $a>0$ do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0. Với $x = 0 \Rightarrow y(0) = 2$.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. **B.** $2\log_3 a$. **C.** $(\log_3 a)^2$. **D.** $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

A. $y' = 2^x \ln 2$. **B.** $y' = 2^x$. **C.** $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. **D.** $y' = x.2^{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \left(2^x\right)' = 2^x \ln 2$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{\frac{1}{a^5}}$ bằng

A. $a^{\frac{5}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-5}{2}}$. **C.** $a^{\frac{-2}{5}}$. **D.** $a^{\frac{2}{5}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt{\frac{1}{a^5}} = \sqrt{a^{-5}} = a^{\frac{-5}{2}}$.

Câu 12. Phương trình $5^{2x-1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{2x-1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x-1} = 5^3 \Rightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x > \frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_3(2x-1) = 1 \Leftrightarrow 2x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$ (TM).

Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x}$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $x^3-3x^2+\ln x+C$.
B. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.
C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.
D. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)=\sin x-x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x-x^2+C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\sin x-x)\mathrm{d}x=-\cos x-\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 16. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_5^9 f(x)\mathrm{d}x=-7$ thì $\int_1^9 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -4.
B. 4.
C. 10.
D. -10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^9 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^9 f(x)\mathrm{d}x=3+(-7)=-4$.

Câu 17. Tích phân $I=\int_{-1}^{1}\left(4x^3-3\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=6$.
B. $I=-6$.
C. $I=4$.
D. $I=-4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int_{-1}^{1}\left(4x^3-3\right)\mathrm{d}x=x^4\Big|_{-1}^{1}-3x\Big|_{-1}^{1}=1-1-3.(1+1)=-6$.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z=1+2i$ là

A. $\overline{z}=-1+2i$.
B. $\overline{z}=-1-2i$.
C. $\overline{z}=2+i$.
D. $\overline{z}=1-2i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=1+2i\Rightarrow\overline{z}=1-2i$.

Câu 19. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-4-5i$. Số phức $z=z_1+z_2$ bằng

A. $-2-2i$.
B. $-2+2i$.
C. $2+2i$.
D. $2-2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$ có tọa độ

A. $(-1;-4)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = \dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i} = \dfrac{5-14i}{3+2i} = \dfrac{(5-14i)(3-2i)}{13} = \dfrac{-13-52i}{13} = -1-4i$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 8$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \dfrac{1}{3}.B.h = \dfrac{1}{3}.3.8 = 8$.

Câu 22. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước 3, 4, 8. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 15. **B.** 12. **C.** 32. **D.** 96.

Lời giải

Chọn D

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = 3.4.8 = 96$.

Câu 23. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích của khối nón đã cho

A. 8π. **B.** 16π. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối nón đã cho cho $V = \dfrac{1}{3}\pi.r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.2^2.4 = \dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính $r = 7$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 42π. **B.** 21π. **C.** 49π. **D.** 147π.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = \pi.r.l = \pi.7.3 = 21\pi$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;-2), B(2;1;-1), C(1;-2;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác ABC.

A. $G(4;-1;-1)$. **B.** $G\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $G\left(2;\dfrac{-1}{2};\dfrac{-1}{2}\right)$. **D.** $G\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có trọng tâm tam giác là $G\left(\frac{1+2+1}{3};\frac{0+1-2}{3};\frac{-2-1+2}{3}\right)\Rightarrow G\left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$ có bán kính R bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4\Rightarrow R=2$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;1;-2)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-4)$.

A. $x+2y-4z-3=0$. **B.** $-x+2y-4z+3=0$.

C. $x+2y-4z-13=0$. **D.** $-x+2y-4z+13=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cần tìm có dạng $1(x-3)+2(y-1)-4(z+2)=0\Rightarrow x+2y-4z-13=0$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}_2=(2;1;1)$. **B.** $\vec{u}_4=(1;2;-3)$.

C. $\vec{u}_4=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 29. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nữ và 15 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có 1 nữ và 2 nam.

A. $\frac{13}{210}$. **B.** $\frac{17}{210}$. **C.** $\frac{15}{9880}$. **D.** $\frac{525}{1976}$.

Lời giải

Chọn D

Phép thử: "Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh". Ta có $n(\Omega)=C_{40}^3$.

Biến cố A là : "3 học sinh được chọn có 1 nữ và 2 nam". Ta có: $n(A)=C_{25}^1.C_{15}^2$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{25}^1.C_{15}^2}{C_{40}^3}=\frac{525}{1976}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x-1)^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Vậy mệnh đề sai là D.

Câu 31. Cho hàm số $y=x^3-9x+2\sqrt{3}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$. Tính tổng $S=M+m$?

A. $S=4\sqrt{3}+2$. **B.** $S=4\sqrt{3}-2$. **C.** $S=8+2\sqrt{3}$. **D.** $S=8-2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-9=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

$y(\sqrt{3})=-4\sqrt{3}; y(-1)=8+2\sqrt{3}, y(2)=-10+2\sqrt{3}$.

Suy ra $M=8+2\sqrt{3}; m=-4\sqrt{3}$. Vậy $S=M+m=8+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=8-2\sqrt{3}$

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log(x^2-4x+5)>1$.

A. $S=(5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=(-1;5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log(x^2-4x+5)>1\Leftrightarrow x^2-4x+5>10\Leftrightarrow x^2-4x-5>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\x>5\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$.

Câu 33. Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính tích phân $I=\int_0^2[3f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I=7$. **B.** $I=11$. **C.** $I=-11$. **D.** $I=8$.

Lời giải

Chọn B

$I=\int_0^2[3f(x)+1]\mathrm{d}x=3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2\mathrm{d}x=3.3+2=11$

Câu 34. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức liên hợp của số phức $z=(1+2i)(1-i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào sau đây?

A. $Q(-3;1)$. **B.** $N(3;1)$. **C.** $M(3;-1)$. **D.** $P(-1;3)$.

Lời giải

Chọn C

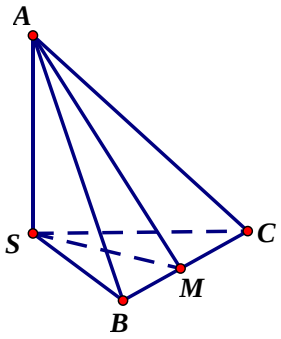
$z=(1+2i)(1-i)=3+i\Rightarrow\bar{z}=3-i\Rightarrow M(3;-1)$

Câu 35. Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Tính $\cos\alpha$, trong đó α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

A. $\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{1}{3\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm BC.

Vì ΔSBC cân tại $S \Rightarrow SM \perp BC$

Mà $BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AM$

$\Rightarrow ((SBC),(ABC)) = (SM, AM) = SMA$

$BC = \sqrt{2} \Rightarrow SM = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Xét ΔSAM vuông tại S có: $\cos SMA = \dfrac{SM}{AM} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$. Biết rằng đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A và B. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Do d cắt mặt cầu (S) nên ta có phương trình:

$(1+t)^2 + (2-2t)^2 - 2(1+t) - 4(2-2t) = 0 \Leftrightarrow 5t^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1$

$\Rightarrow A(2;0;0), B(0;4;0) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$

Câu 37. Số các giá trị của a sao cho phương trình $z^2 + az + 3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -5$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải.

Chọn B

Theo định lí Vi-ét ta có $z_1 + z_2 = -a;\ z_1 + z_2 = 3$.

Khi đó $z_1^2 + z_2^2 = -5 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 = -5 \Leftrightarrow a^2 - 6 = -5 \Leftrightarrow a = \pm 1.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Ox và đi qua 2 điểm $A(3;1;0), B(5;5;0)$ là

A. $x^2+(y-5)^2+z^2=25$. **B.** $(x-10)^2+y^2+z^2=50$.

C. $(x-10)^2+y^2+z^2=5\sqrt{2}$. **D.** $(x-4)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I; R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

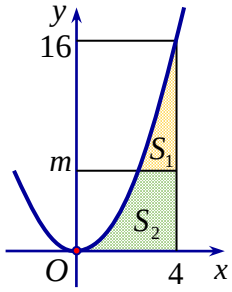
Do $I\in Ox \Rightarrow I(t;0;0)$.

Vì (S) đi qua 2 điểm $A(3;1;0), B(5;5;0)$ nên $IA=IB\Rightarrow IA^2=IB^2$

$\Leftrightarrow (t-3)^2+1=(t-5)^2+25 \Leftrightarrow -6t+10=-10t+50 \Leftrightarrow t=10$.

Khi đó: $I(10;0;0)$; $R=IA=\sqrt{50}$. Vậy $(S):(x-10)^2+y^2+z^2=50$.

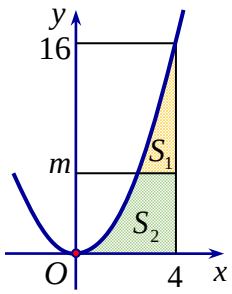
Câu 39. Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=4$. Đường thẳng $y=m, (0<m<16)$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1=S_2$ (như hình vẽ). Giá trị của m bằng



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 8.

Lời giải.

Chọn A



Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=m, (0<m<16)$ là $x^2=m\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{m} \\ x=-\sqrt{m} \end{array}\right.$. Với $x\in(0;4)$ ta được $x=\sqrt{m}$.

Do đó diện tích $S_1=\int\limits_{\sqrt{m}}^{4}(x^2-m)\mathrm{d}x$, diện tích $S_2=\int\limits_{0}^{4}x^2\mathrm{d}x-S_1$.

Ta có $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int\limits_{\sqrt{m}}^{4} \left(x^2 - m\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_{0}^{4} x^2\mathrm{d}x \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3} - mx\right)\Big|_{\sqrt{m}}^{4} = \frac{32}{3} \Leftrightarrow \frac{64}{3} - 4m - \frac{\sqrt{m^3}}{3} + \sqrt{m^3} = \frac{32}{3}$

$\Leftrightarrow 32 - 12m + 2\sqrt{m^3} = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{m}\right)^3 - 6\left(\sqrt{m}\right)^2 + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{m} = 2 + 2\sqrt{3} \\ \sqrt{m} = 2 - 2\sqrt{3} < 0 \ (\text{loại}) \\ \sqrt{m} = 2 \end{array}\right. \overset{m\in(0;16)}{\Rightarrow} m = 4$

Câu 40. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\log\frac{\sqrt{x-2}}{100y} = \left(y - \sqrt{x-2}\right)\left(y + \sqrt{x-2} + 1\right) - 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\ln\left(y^2+2\right)}{\sqrt[2021]{x}}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(700;800)$. **B.** $(500;600)$. **C.** $(600;700)$. **D.** $(800;900)$.

Lời giải.

Chọn A

Điều kiện: $x > 2,\ y > 0$.

Ta có $\log\frac{\sqrt{x-2}}{100y} = \left(y - \sqrt{x-2}\right)\left(y + \sqrt{x-2} + 1\right) - 2$

$\Leftrightarrow \log\sqrt{x-2} - \log 100y = y^2 + y - x - \sqrt{x-2}$

$\Leftrightarrow \log\sqrt{x-2} + \left(x-2\right) + \sqrt{x-2} = \log y + y^2 + y\ (1).$

Xét hàm $f(t) = \log t + t^2 + t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t\ln 10} + 2t + 1 > 0, \forall t > 0$. Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ (1) ta được $f\left(\sqrt{x-2}\right) = f(y) \Leftrightarrow \sqrt{x-2} = y$.

Khi đó $P = \frac{\ln x}{\sqrt[2021]{x}} = f(x)$.

Có $f'(x) = \frac{1 - \frac{1}{2021}\ln x}{x.\sqrt[2021]{x}}, \forall x > 0$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \mathrm{e}^{2021}$.

Bảng biến thiên của hàm $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt[2021]{x}}$ như sau:

x	2		e^{2021}		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{2021}{\mathrm{e}}$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra $\max P = \dfrac{2021}{\mathrm{e}} \Leftrightarrow x = \mathrm{e}^{2021},\ y = \sqrt{\mathrm{e}^{2021} - 2}$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{khi } x \le 1 \\ 2x + 1 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \displaystyle\int_{\mathrm{e}^{-2}}^{\mathrm{e}} \frac{f\left(\ln x + 2\right)}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** $\dfrac{34}{3}$. **C.** 12. **D.** $\dfrac{56}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \ln x + 2 \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{\mathrm{d}x}{x}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x = \mathrm{e}^{-2} \Rightarrow t = 0 \\ x = \mathrm{e} \Rightarrow t = 3 \end{cases}$. Khi đó $I = \displaystyle\int_0^3 f\left(t\right)\mathrm{d}t = \int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \underbrace{\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x}_{I_1} + \underbrace{\int_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x}_{I_2}$.

Ta có $I_1 = \displaystyle\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left(x^2 + 2x\right)\mathrm{d}x = \frac{4}{3}$.

Ta có $I_2 = \displaystyle\int_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int_1^3 \left(2x + 1\right)\mathrm{d}x = 10$.

Vậy $I = I_1 + I_2 = \dfrac{4}{3} + 10 = \dfrac{34}{3}$.

Câu 42. Xét các số phức z thỏa mãn $\dfrac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi,\ \left(a, b \in \mathbb{R}\right)$.

Gọi $w = \dfrac{z+2}{z-2i} = \dfrac{a+2+bi}{a+\left(b-2\right)i} = \dfrac{\left[\left(a+2\right)+bi\right]\cdot\left[a-\left(b-2\right)i\right]}{a^2+\left(b-2\right)^2}$.

Do w là số thuần ảo nên có phần thực bằng 0.

$\Leftrightarrow \dfrac{\left(a+2\right)a + b\left(b-2\right)}{a^2+\left(b-2\right)^2} = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a + b^2 - 2b = 0$.

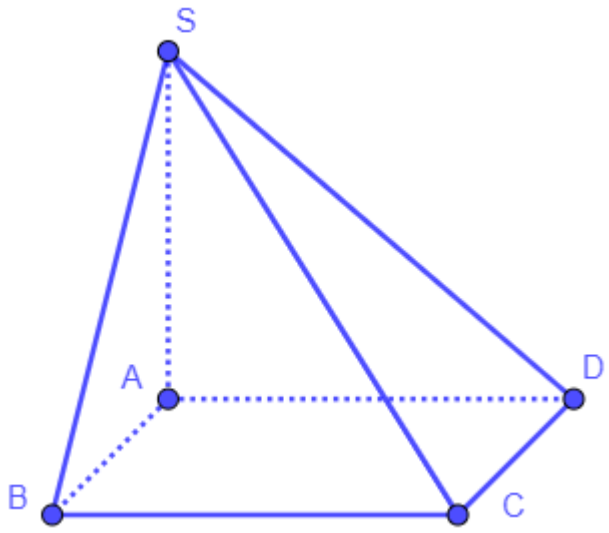
Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I\left(-1;1\right)$, bán kính $R = \sqrt{2}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc 30°. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



1.

Ta có: $BC \perp (SAB)$, suy ra góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc CSB.

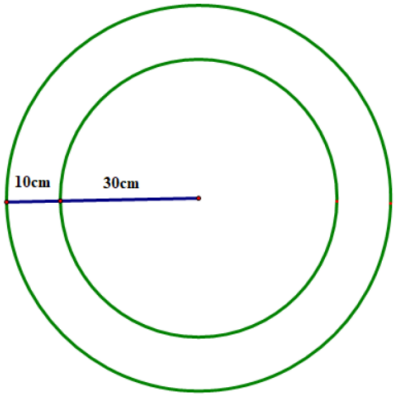
Trong $\Delta SBC: SB = BC.\cot 30^\circ = a\sqrt{3}$.

Trong ΔSAB: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 44. Dự án công trình nông thôn mới trên đoạn đường X, chủ đầu tư cần sản xuất khoảng 800 chiếc cống dẫn nước như nhau có dạng hình trụ từ bê tông. Mỗi chiếc cống có chiều cao 1m, bán kính trong bằng 30cm và độ dày của bê tông bằng 10cm (xem hình minh họa). Nếu giá bê tông là 1.000.000 đồng/ m^3 thì để sản xuất 800 chiếc cống trên thì chủ đầu tư cần hết bao nhiêu tiền bê tông? (Làm tròn đến hàng triệu đồng).





A. 176.000.000 đồng. **B.** 175.000.000 đồng. **C.** 177.000.000 đồng. **D.** 178.000.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đổi $10\,\text{cm} = 0{,}1\,\text{m}$; $30\,\text{cm} = 0{,}3\,\text{m}$.

Gọi V_1 là thể tích khối trụ với hai đáy là hình tròn lớn (đường tròn giới hạn bởi vành ngoài cống nước)

V_2 là thể tích khối trụ với hai đáy là hình tròn nhỏ (đường tròn giới hạn bởi vành trong cống nước).

Ta có: $V_1=\pi R_1^2h=\pi(0,1+0,3)^2.1=0,16\pi\ (\text{m}^3)$.

$V_2=\pi R_2^2h=\pi.0,3^2.1=0,09\pi\ (\text{m}^3)$.

Thể tích khối bê tông cho một chiếc cống là $V=V_1-V_2=0,16\pi-0,09\pi=0,07\pi\ (\text{m}^3)$.

Thể tích khối bê tông cho 800 chiếc cống là $800.0,07\pi=56\pi\ (\text{m}^3)$.

Số tiền cần để sản xuất 800 chiếc cống là $56\pi.1000000\approx176000000$ (đồng).

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=t+4\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):z-3=0$. Một đường thẳng đi qua điểm $M(-1;0;3)$, cắt Δ và tạo với (P) một góc $45°$ có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=-t-1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=-t-1\\z=t-3\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=-1\\y=-t+1\\z=t+2\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng cần tìm, A là giao điểm của d và Δ.

Khi đó: $A(2t;t;t+4)$ và $\overrightarrow{MA}=(2t+1;t;t+1)$ là vecto chỉ phương của d.

Do $(d;(P))=45°\Rightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{n_P}\right)\right|=\cos45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{|t+1|}{\sqrt{1}.\sqrt{(2t+1)^2+t^2+(t+1)^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

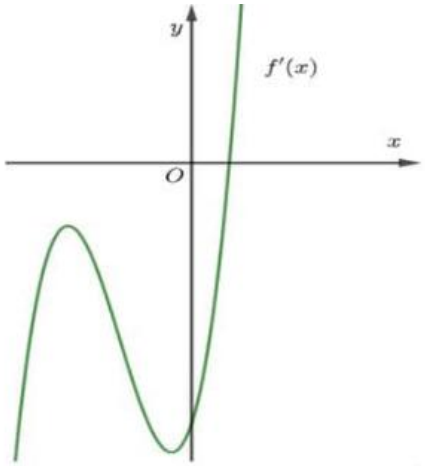
$\Leftrightarrow|t+1|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{6t^2+6t+2}\Leftrightarrow t^2+2t+1=\dfrac{1}{2}(6t^2+6t+2)\Leftrightarrow2t^2+t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Với $t=0\Rightarrow d$ nhận $\overrightarrow{MA}=(1;0;1)$ làm vecto chỉ phương $\Rightarrow d:\begin{cases}x=t-1\\y=0\\z=t+3\end{cases}$ (không có đáp án)

Với $t=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow d$ nhận $\vec{u}=2\overrightarrow{MA}=(0;-1;1)$ làm vecto chỉ phương $\Rightarrow d:\begin{cases}x=-1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$

Điểm $(-1;1;2)$ thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1\\y=-t\\z=t+3\end{cases}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau



Biết $f(0)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|\frac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Xét $h(x)=\frac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x\Rightarrow h'(x)=x^2f'\left(x^3\right)-2$

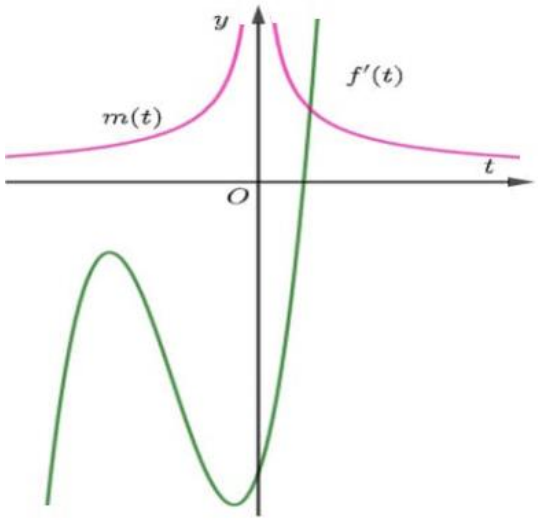
Ta có $h'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=\frac{2}{x^2},(x\neq 0),(1)$

Đặt $t=x^3\Rightarrow x=\sqrt[3]{t}$

Từ (1) ta có $f'(t)=\frac{2}{\sqrt[3]{t^2}},(2)$

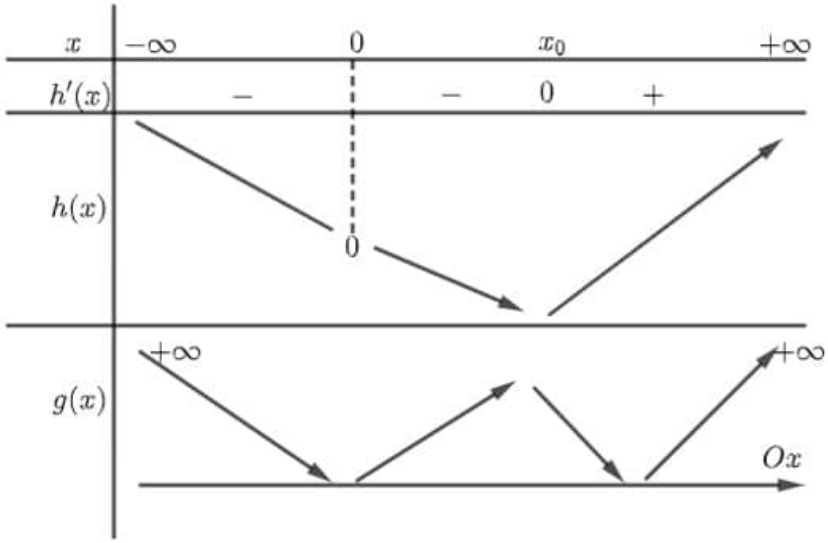
Xét $m(t)=\frac{2}{\sqrt[3]{t^2}}\Rightarrow m'(t)=-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{t^5}}$

Khi đó ta có đồ thị hai hàm số như sau



Suy ra phương trình (2) có 1 nghiệm $t=t_0>0\Rightarrow$ pt (1) có nghiệm $x=\sqrt[3]{t_0}=x_0>0$

Bảng biến thiên của $h(x),g(x)=\left|h(x)\right|$ như sau



Vậy hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 47. Cho hai số thực x,y thoả mãn: $2^{x-y}+2^{x^2-x}\le\dfrac{2^{x^2-x+2}}{2^{x^2+y-2x}+1}$. Giá trị nhỏ nhất của $x-y$ là M khi $x=m$. Tổng $M+m$ bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Biến đổi giả thiết: $2^{x-y}+2^{x^2-x}\le\dfrac{2^{x^2-x+2}}{2^{x^2+y-2x}+1}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2^{y-x}}+\dfrac{1}{2^{x-x^2}}\le\dfrac{4}{2^{y-x}+2^{x-x^2}}$

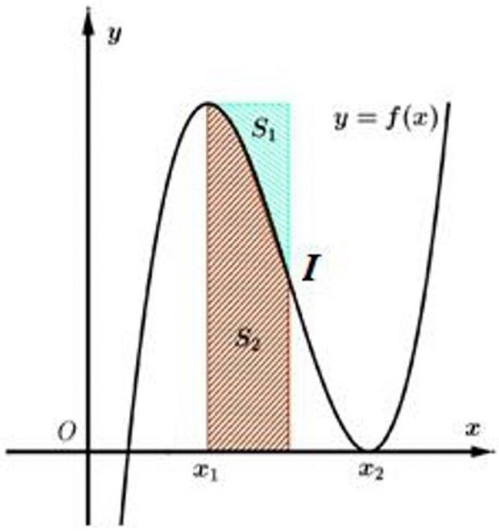
Đặt $\begin{cases}2^{y-x}=a>0\\2^{x-x^2}=b>0\end{cases}$ khi đó giả thiết trở thành $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\le\dfrac{4}{a+b}$ (1)

Bất đẳng thức (1) tương đương $(a-b)^2\le 0\Leftrightarrow a=b\Rightarrow 2^{x^2-x}=2^{x-y}\Leftrightarrow x^2-x=x-y$.

Khi đó $x-y=x^2-x=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\ge-\dfrac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $x-y$ là $-\dfrac{1}{4}$ khi $x=\dfrac{1}{2}$ hay $M=-\dfrac{1}{4},m=\dfrac{1}{2}$. Suy ra $M+m=\dfrac{1}{4}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thoả mãn $x_2=x_1+2$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch sọc trong hình bên. Tỉ số $\dfrac{S_2}{S_1}$ bằng?

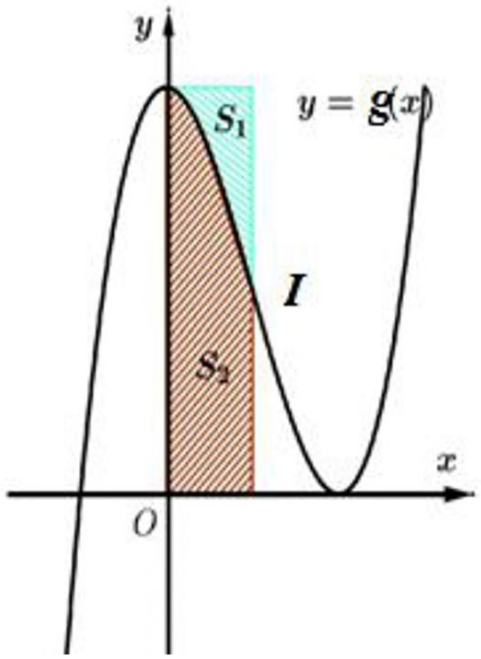


A. $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{17}{5}$. **D.** $\frac{17}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Kết quả bài toán không thay đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị sang trái sao cho điểm cực trị $x_1 = 0$.



Khi đó ta có hàm số mới là $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow g'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị hàm số mới ta thấy hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0; x = 2$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} g'(0) = 0 \\ g'(2) = 0 \\ g(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b = 0 \\ 8a + 4b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3a \\ d = 4a \end{cases}$

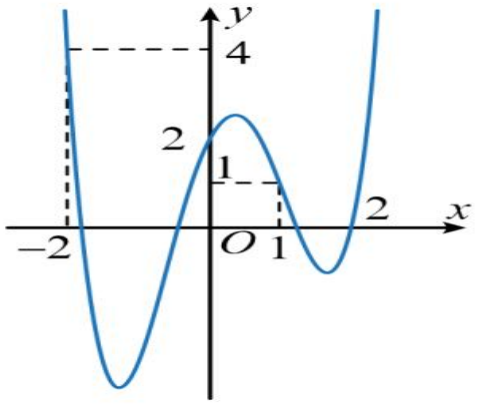
Vậy ta có $g(x) = ax^3 - 3ax^2 + 4a$

$S_1+S_2=\left|1.g(0)\right|=4a$

$S_2=a\int_0^1\left|x^3-3x^2+4\right|=\frac{13}{4}a\Rightarrow S_1=4a-\frac{13}{4}a=\frac{3}{4}a$.

Vậy $\frac{S_2}{S_1}=\frac{13}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=f(x^2-4x+3)-3(x-2)^2+\frac{1}{2}(x-2)^4$ là

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

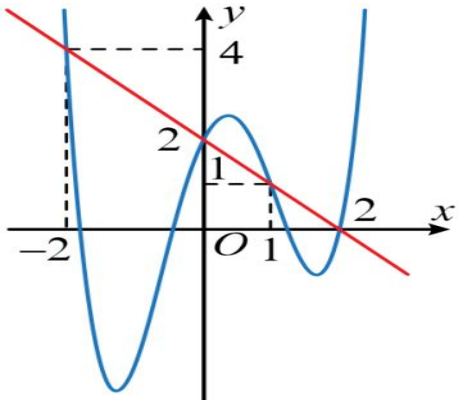
Lời giải

Chọn B

+ Ta có : $g'(x)=2(x-2)\left[f'\left(x^2-4x+3\right)-3+(x-2)^2\right]$. Suy ra :

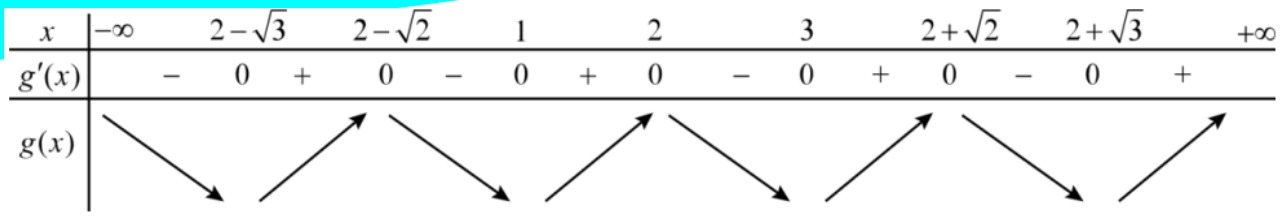
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\f'\left(x^2-4x+3\right)=-\left(x^2-4x+3\right)+2(*)\end{array}\right.$$

+ Ta lại có :



Nên $(*)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x+3=-2\\x^2-4x+3=0\\x^2-4x+3=1\\x^2-4x+3=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=2\pm\sqrt{2}\\x=2\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$

+ Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ là :



Vậy hàm số $y=g(x)$ có 3 điểm cực đại.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=6$ tâm I. Gọi (α) là mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{1}$ và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh I, đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết (α) không đi qua gốc tọa độ, gọi $H(x_H;y_H;z_H)$ là tâm đường tròn (C). Giá trị của biểu thức $T=x_H+y_H+z_H$ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

+ (S) có tâm $I(1;-1;1)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

+ Phương trình $(\alpha):x-4y+z+d=0,(d\neq 0)$.

+ Gọi $h=d(I,(\alpha)),(0<h<\sqrt{6})$ thì thể tích của khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}h.\pi(6-h^2)\le\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\pi$.

Dấu "=" xảy ra khi $h=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{|d+6|}{3\sqrt{2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=0(KTM)\\d=-12(TM)\end{array}\right.$

+ Lúc đó $(\alpha):x-4y+z-12=0$ và đường thẳng $IH:\begin{cases}x=1+t\\y=-1-4t\\z=1+t\end{cases}$.

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=-1-4t\\z=1+t\\x-4y+z-12=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{4}{3}\\y=\dfrac{-7}{3}\\z=\dfrac{4}{3}\end{cases}\Rightarrow T=\dfrac{1}{3}$.

----------HẾT----------