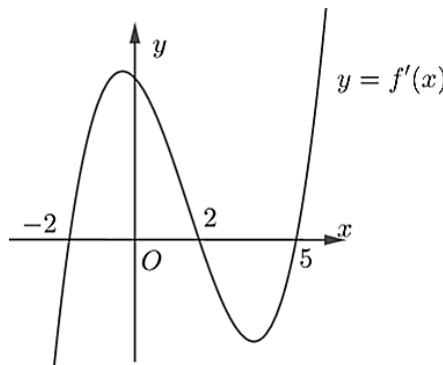


Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 5)$. C. $(-3; -2)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1; 0; 3)$. B. $M'(1; -2; 0)$. C. $M'(1; 0; 0)$. D. $M'(-1; 0; 0)$.

Câu 3. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[20; 40)$. B. $[0; 20)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		2		$-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = -x^2 + 2x$. D. $y = x^2 - 2x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; 1)$.

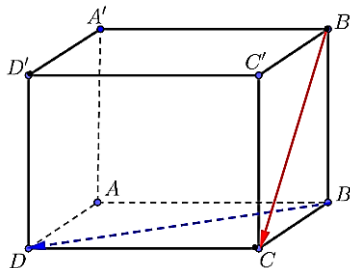
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-4		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4 . B. 3 . C. 0 . D. 2 .

Câu 7. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A' B' C' D'$.



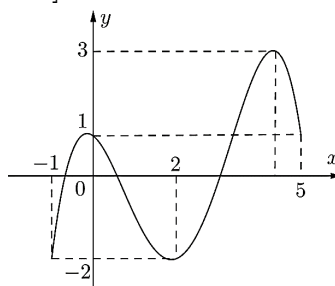
Góc giữa hai vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$ bằng

- A. 60° . B. 30° . C. 90° . D. 45° .

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ và $N(1;0;4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(0;1;1)$. B. $(1;0;3)$. C. $(1;-1;3)$. D. $(2;-2;6)$.

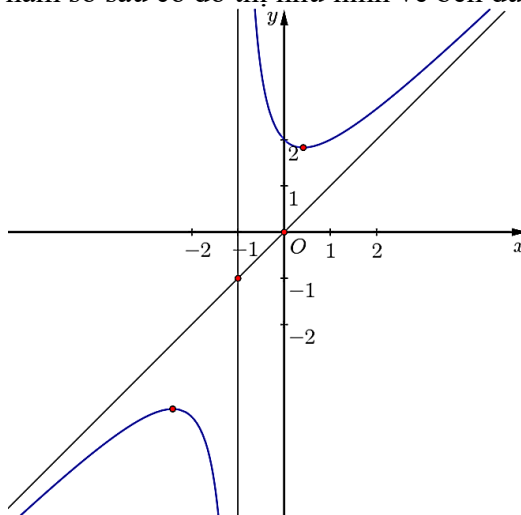
Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 4 . D. 2 .

Câu 10. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = \frac{x+2}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2+2}{x+1}$. D. $y = \frac{x^2+x+2}{x+1}$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+4x}{x-1}$ là

- A. $y = 1$. B. $y = 4$. C. $y = -1$. D. $y = -4$.

Câu 12. Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12T được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 30. B. 5. C. 10. D. 16.

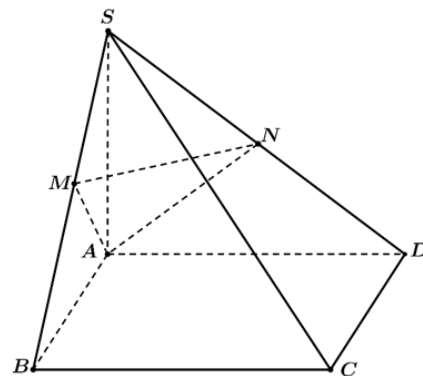
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ và $B(-1;2;3), C(1;4;1)$.

- a) Điểm $D(a;b;c)$ là điểm đối xứng của A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.
b) $A(3;0;-1)$.
c) Điểm $M(m;n;p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m + n + p = 0$.
d) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD .

- a) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.
b) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
c) Hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.
d) Giá trị $\tan$ của góc giữa hai vector $\overrightarrow{CS}$ và $\overrightarrow{CA}$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
c) Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.
d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0$.

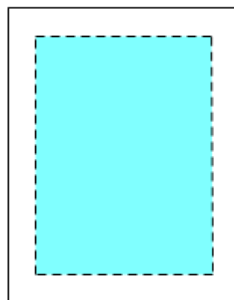
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

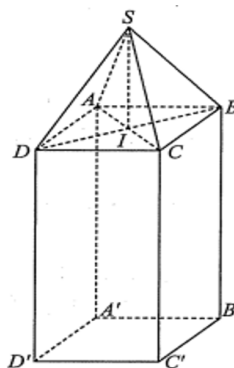
- a) Trên khoảng $(-\infty; 2)$, hàm số có giá trị lớn nhất là 1 và có giá trị nhỏ nhất là -2.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
c) Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.
d) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm, để lề trái và lề phải đều là 2cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



Câu 2. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3. Một nhà máy dự định sản xuất không quá 900 sản phẩm. Nếu nhà máy sản xuất x sản phẩm $(0 \leq x \leq 900)$ thì lợi nhuận nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là

$$f(x) = -x^3 + 900x^2 + 56700x + 450000 \text{ (đồng)}.$$

Nhà máy cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 4. Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

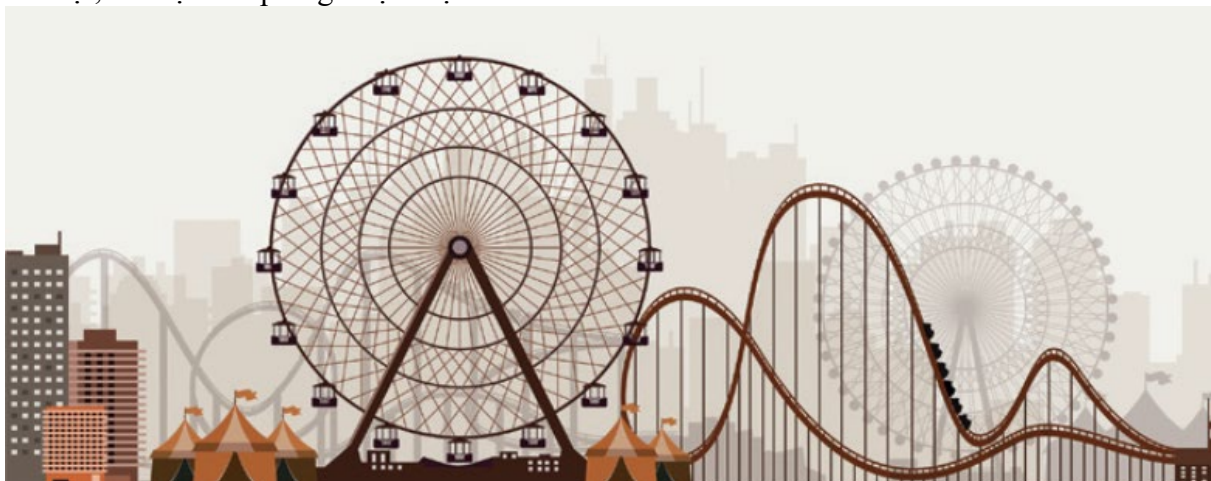
Độ dài (m)	$[9;10)$	$[10;11)$	$[11;12)$	$[12;13)$	$[13;14)$
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



Câu 6. Đường ray của tàu lượn siêu tốc là một dạng đường cong *Spline* được thiết kế với độ cong thay đổi linh hoạt, thú vị và đáp ứng được một số tiêu chí về an toàn.

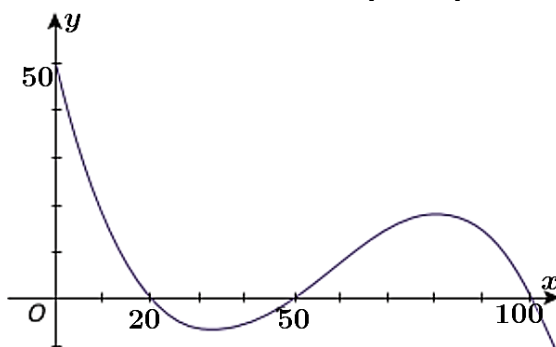


(Nguồn: J.R.McKilligan & T.J.Allen. *The Mathematics of Coaster Design*)

Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba:

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0).$$

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là $50(m)$. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20(m)$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50(m)$ và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100(m)$. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0;100]$ như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3q + p$.

----- HẾT -----

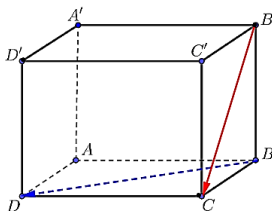
Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 102

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$.



Góc giữa hai vector $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ và $N(1;0;4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

- A. $(1; -1; 3)$. B. $(2; -2; 6)$. C. $(0; 1; 1)$. D. $(1; 0; 3)$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+4x}{x-1}$ là

- A. $y = -4$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $y = 4$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

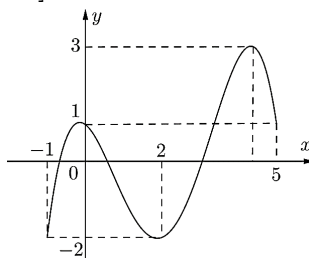
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -4 . B. 2 . C. 0 . D. 3 .

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới



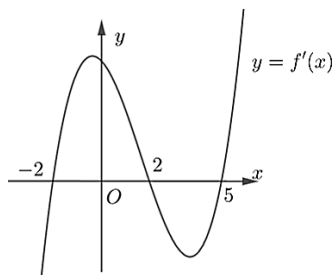
Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng

- A. -1 . B. 2 . C. 1 . D. 4 .

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A. $M'(1; -2; 0)$. B. $M'(1; 0; 0)$. C. $M'(-1; 0; 0)$. D. $M'(1; 0; 3)$.

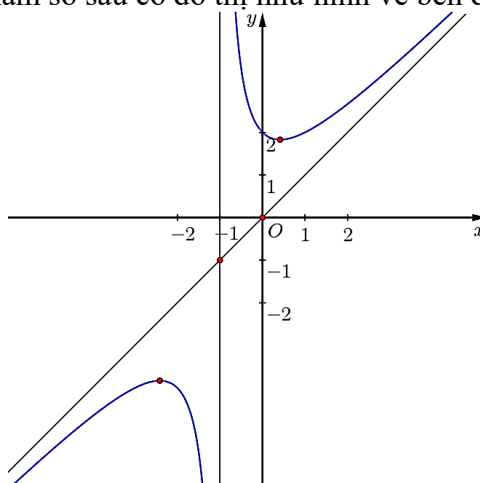
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 5)$. B. $(-3; -2)$. C. $(5; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 9. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



- A. $y = \frac{x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{x^2+x+2}{x+1}$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = \frac{x^2+2}{x+1}$.

Câu 10. Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12T được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 16. C. 10. D. 30.

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[40; 60)$. C. $[60; 80)$. D. $[20; 40)$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			2		$-\infty$

- A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^3 + 3x$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

- a) Trên khoảng $(-\infty; 2)$, hàm số có giá trị lớn nhất là 1 và có giá trị nhỏ nhất là -2 .
- b) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
- d) Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ và $B(-1; 2; 3), C(1; 4; 1)$.

- a) $A(3; 0; -1)$.
- b) Điểm $M(m; n; p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m + n + p = 0$.
- c) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- d) Điểm $D(a; b; c)$ là điểm đối xứng của A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.

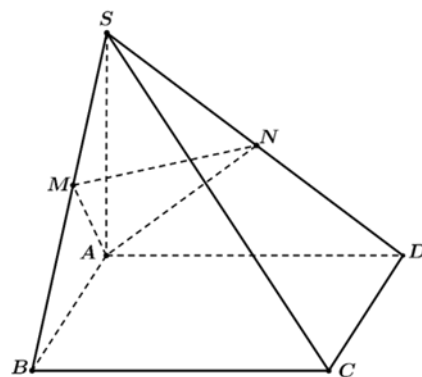
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD .

a) Giá trị $\tan$ của góc giữa hai vector $\overrightarrow{CS}$ và $\overrightarrow{CA}$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

b) Hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

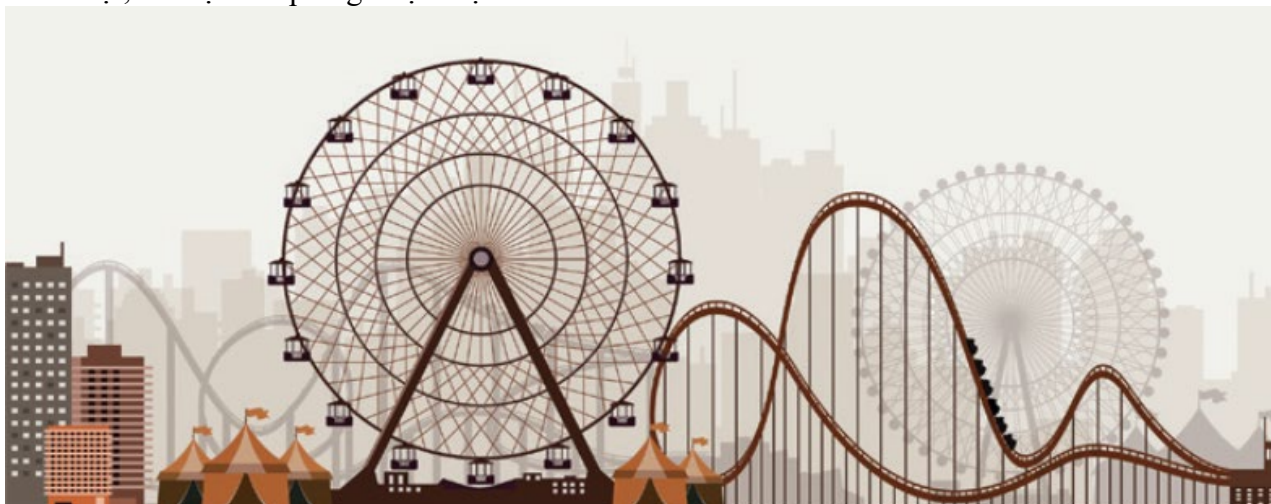
c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Đường ray của tàu lượn siêu tốc là một dạng đường cong *Spline* được thiết kế với độ cong thay đổi linh hoạt, thú vị và đáp ứng được một số tiêu chí về an toàn.

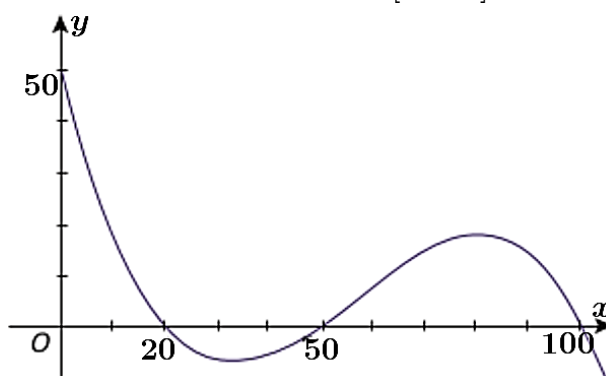


(Nguồn: J.R.McKilligan & T.J.Allen. *The Mathematics of Coaster Design*)

Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba:

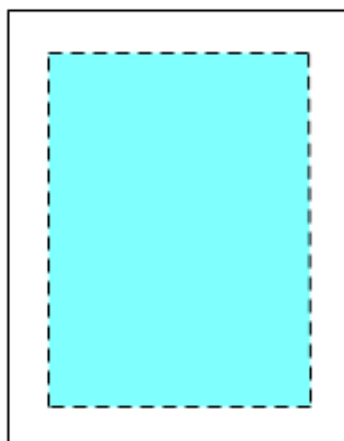
$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0).$$

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là $50(m)$. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20(m)$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50(m)$ và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100(m)$. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



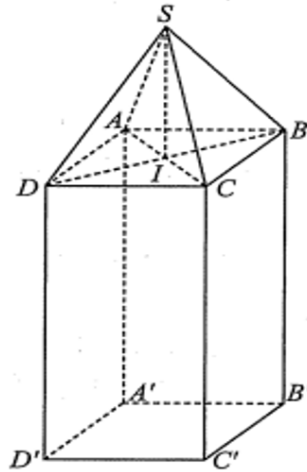
Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3q + p$.

Câu 2. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm , để lề trái và lề phải đều là 2cm . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



Câu 3. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các

khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4. Một nhà máy dự định sản xuất không quá 900 sản phẩm. Nếu nhà máy sản xuất x sản phẩm $(0 \leq x \leq 900)$ thì lợi nhuận nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là

$$f(x) = -x^3 + 900x^2 + 56700x + 450000 \text{ (đồng)}.$$

Nhà máy cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5. Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	[9;10)	[10;11)	[11;12)	[12;13)	[13;14)
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



----- HẾT -----

Đề/câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1a	1b	1c	1d	2a	2b	2c	2d	3a	3b	3c	3d	4a	4b	4c	4d	1	2	3	4
CT-101	C	C	A	B	C	A	A	C	B	D	B	A	D	D	S	S	D	S	S	D	D	S	D	S	S	D	D	D	80	1,98	630	1,2
CT-102	C	A	D	C	A	C	B	B	B	D	D	D	S	D	D	D	D	S	S	S	D	S	S	D	D	S	D	S	180	80	1,98	630
CT-103	D	A	D	B	A	D	A	A	C	A	C	C	D	D	D	S	S	D	D	S	D	D	S	S	D	S	D	S	180	1,2	630	80
CT-104	C	D	D	A	B	C	B	C	C	B	A	D	D	S	D	D	D	S	S	D	D	S	S	D	S	S	D	S	630	80	1,2	180
DB-105	B	D	C	A	D	B	A	B	B	A	B	D	S	D	D	S	S	D	S	S	S	D	D	D	S	S	D	D	6	630	80	180
DB-106	A	B	C	A	B	D	D	A	A	C	C	D	D	D	S	S	S	D	D	S	D	S	D	D	S	D	D	S	1,2	6	630	180
DB-107	D	B	A	D	A	A	B	B	D	A	A	D	S	S	D	D	S	D	S	D	S	D	D	S	D	S	D	D	1,2	6	1,98	630
DB-108	C	C	C	C	B	B	C	D	D	C	D	D	S	S	D	D	S	D	S	S	D	D	D	D	S	D	S	S	80	180	1,98	6

5	6
6	180
1,2	6
6	1,98
6	1,98
1,98	1,2
1,98	80
80	180
1,2	630

ĐỀ CHÍNH THỨC

Dạng thức 1. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án đúng.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$.

B. $(3;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$.

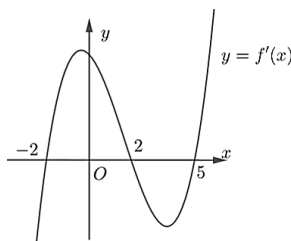
D. $(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x \in (1;3)$ thì $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;5)$.

B. $(-3;-2)$.

C. $(-\infty;0)$.

D. $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$.

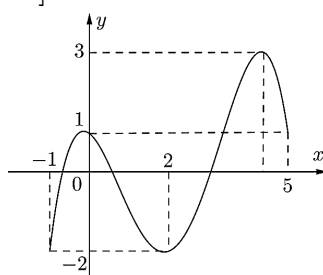
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;5)$.

Mà $(-3;-2) \subset (-\infty;-2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3;-2)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới



Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ bằng

A. -1.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\begin{cases} M = \max_{[0;5]} f(x) = 3 \\ m = \min_{[0;5]} f(x) = -2 \end{cases}$. Do đó $M + m = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$ 2 $\searrow$	-4	$\nearrow$ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên, ta thấy **giá trị cực tiểu** của hàm số đã cho là $y = f(3) = -4$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1+4x}{x-1}$ là

A. $y = -4$.

B. $y = 4$.

C. $y = 1$.

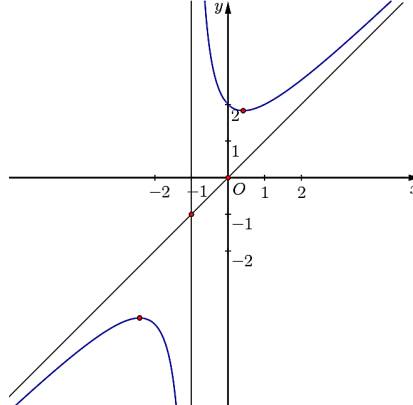
D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 4$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 4$.

Câu 6: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$.

D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra:

$x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị. Suy ra **loại D**.

Đồ thị không cắt trục hoành Ox , nghĩa là phương trình $y = 0$ vô nghiệm. Suy ra **loại C**.

Đường thẳng $y = x$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị. Suy ra **loại B**.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^2 - 2x$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

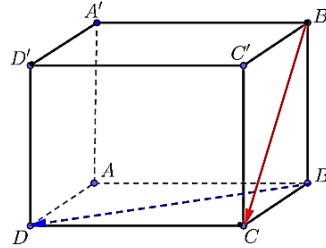
Lời giải**Chọn C**

Dựa vào bảng biến thiên trên, ta nhận thấy đây là hàm số bậc ba có hai điểm cực trị có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Mà $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Do đó có duy nhất hàm số $y = -x^3 + 3x$ thỏa mãn.

Câu 8: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$.



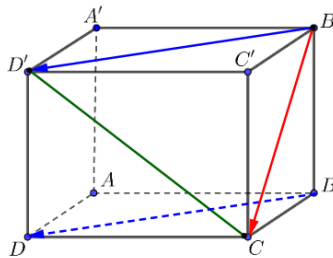
Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải**Chọn C**

Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$. Do đó $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \widehat{D'B'C}$.

Vì $B'C = CD' = D'B'$ (ba đường chéo của ba hình vuông bằng nhau) nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều.

Suy ra $\widehat{D'B'C} = 60^\circ$. Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

A. $M'(-1; 0; 0)$.

B. $M'(1; 0; 0)$.

C. $M'(1; 0; 3)$.

D. $M'(1; -2; 0)$.

Lời giải**Chọn B**

MM' ngắn nhất khi điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục $Ox \Rightarrow M'(1; 0; 0)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ và $N(1; 0; 4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1; -1; 3)$.

B. $(2; -2; 6)$.

C. $(0; 1; 1)$.

D. $(1; 0; 3)$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\overrightarrow{MO} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow M = (1; -2; 2)$.

Gọi $I(x; y; z)$ là trung điểm MN . Ta có

$$\begin{cases} x = \frac{1+1}{2} = 1 \\ y = \frac{-2+0}{2} = -1 \Rightarrow I(1; -1; 3) \\ z = \frac{2+4}{3} = 3 \end{cases}$$

Câu 11: Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12T được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. **B. 30.** C. 16. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $70,5 - 40,5 = 30$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20). **B. [20; 40).** C. [40; 60). D. [60; 80).

Lời giải

Chọn B

Ta có cỡ mẫu: $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ là thời gian tập thể dục trong ngày sắp theo thứ tự không giảm của 42 học sinh khối 10.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{11} . Do x_{11} thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm này chứa tứ phân vị Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm.

Dạng thức 2. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

- a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
c) Trên khoảng $(-\infty; 2)$, hàm số có giá trị lớn nhất là 1 và có giá trị nhỏ nhất là -2.
d) Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

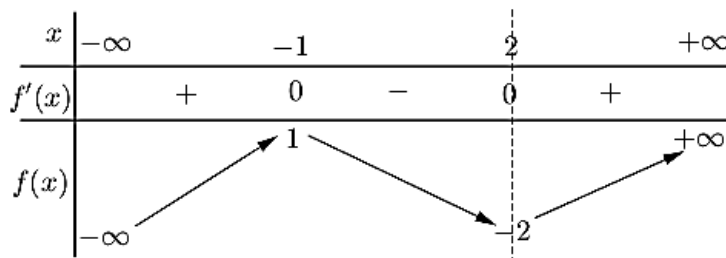
Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- a) Theo BBT, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $y_{CT} = -2$.

b) Theo BBT, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(0;1) \subset (-1;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Trên khoảng $(-\infty;2)$,



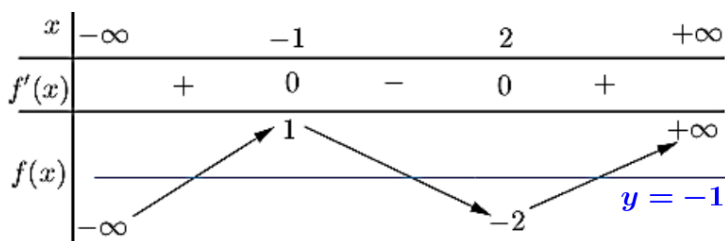
Hàm số đạt GTLN bằng 1 tại $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên hàm số không có GTNN.

d) Phương trình $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1(1)$.

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.

Từ BBT:



Ta thấy đường thẳng $y = -1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm có hoành độ

$x = x_1 \in (-\infty; -1)$, $x = x_2 \in (-1; 2)$, $x = x_3 \in (2; +\infty)$. Do đó phương trình $f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Đồ thị (C) nhận đường thẳng $x = 1$ làm tiệm cận đứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có $y = x + \frac{1}{x-1}$; $y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$

$$y' = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, y = -1 \\ x = 2, y = 3 \end{cases}$$

Do $\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \right) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \right) = +\infty$. Suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Và $\lim_{x \rightarrow -\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{x-1} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x-1} \right) = 0$. Suy ra đường thẳng

$y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Từ đó đường tiệm cận xiên không song song với đường thẳng $x + y + 6 = 0 \Leftrightarrow y = -x - 6$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y						

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD .

a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ cùng hướng.

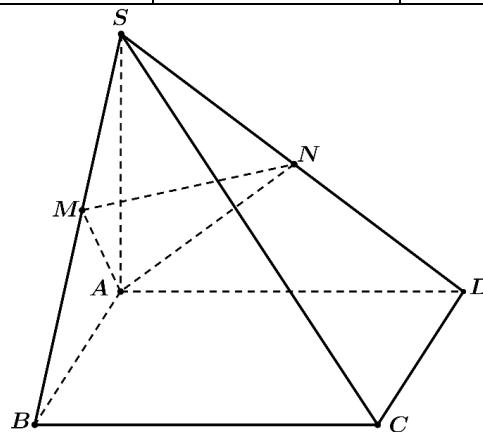
b) Giá trị $\tan$ của góc giữa hai vector $\overrightarrow{CS}$ và $\overrightarrow{CA}$ bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------------	----------------	----------------	---------------



a) Sai: Ta thấy: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \parallel CD$ và hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ ngược chiều. Do đó là hai vector ngược hướng.

b) Đúng: Ta có: $(\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{SCA}$.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAC là tam giác vuông tại A .
Suy ra: $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$. Do đó $\tan(\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

c) Đúng:

Ta có: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos \widehat{MAB}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAB là tam giác vuông tại A .
Suy ra: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên: $AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lại có M là trung điểm của SB nên $MB = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, suy ra tam giác MAB cân tại M .

Do đó $\cos \widehat{MAB} = \cos \widehat{MBA} = \frac{AB}{SB}$.

$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = AM \cdot AB \cdot \frac{AB}{SB} = \frac{AM}{SB} \cdot AB^2 = \frac{a^2}{2}$.

d) Sai:

Ta có: $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = MN$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD . Do đó: $MN = \frac{1}{2}BD = \frac{\sqrt{AB^2 + AD^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vậy $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ và $B(-1; 2; 3), C(1; 4; 1)$.

a) $A(3; 0; -1)$.

b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

c) Điểm $D(a; b; c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.

d) Điểm $M(m; n; p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $m + n + p = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Đúng: Vì $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 0\vec{j} - 1\vec{k}$ nên $A(3; 0; -1)$.

b) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 4), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$.

Giả sử tồn tại $k \in \mathbb{R}$ sao cho: $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -2k \\ 2 = 4k \\ 4 = 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow k = \emptyset$ hệ này vô

nghiệm. Suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương, do đó A, B, C không thẳng hàng.

c) Đúng: Vì D là điểm đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

Ta có $\begin{cases} x_D = 2x_B - x_A = -5 \\ y_D = 2y_B - y_A = 4 \\ z_D = 2z_B - z_A = 7 \end{cases}$ suy ra $D(-5; 4; 7)$. Do đó $a = -5, b = 4, c = 7$.

Vậy $a + b + c = 6$.

d) Sai. Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} 3 - x - 1 - x + 1 - x = 0 \\ 0 - y + 2 - y + 4 - y = 0 \\ -1 - z + 3 - z + 1 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 2; 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 \end{aligned}$$

Do $IA^2 + IB^2 + IC^2$ không thay đổi nên $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của điểm I trên mặt phẳng (Oxy) .

Do đó $M(1; 2; 0)$ suy ra $m = 1, n = 2, p = 0$.

Vậy $m + n + p = 1 + 2 + 0 = 3$.

Dạng thức 3: Thí sinh trả lời đáp án từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà máy dự định sản xuất không quá 900 sản phẩm. Nếu nhà máy sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 900$) thì lợi nhuận nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $f(x) = -x^3 + 900x^2 + 56700x + 450000$ (đồng). Nhà máy cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 630

Hàm lợi nhuận khi bán hết x sản phẩm là

$$f(x) = -x^3 + 900x^2 + 56700x + 450000, \quad (0 \leq x \leq 900)$$

$$f'(x) = -3x^2 + 1800x + 56700$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 630 \in [0; 900] \\ x = -30 \notin [0; 900] \end{cases}$$

Ta có:

$$f(0) = 450.000$$

$$f(630) = 143.334.000$$

$$f(900) = 51.480.000$$

Vậy lợi nhuận thu được lớn nhất bằng $f(630) = 143.334.000$ khi nhà máy sản xuất 630 sản phẩm.

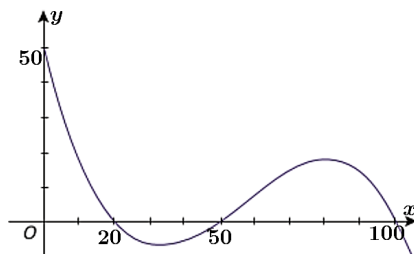
Câu 2. Đường ray của tàu lượn siêu tốc là một dạng đường cong **Spline** được thiết kế với độ cong thay đổi linh hoạt, thú vị và đáp ứng được một số tiêu chí về an toàn.



(Nguồn: J.R.McKilligan & T.J.Allen. The Mathematics of Coaster Design)

Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba: $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$.

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x . Chiều cao xuất phát là $50(m)$. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20(m)$, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50(m)$ và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100(m)$. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0; 100]$ như hình vẽ bên dưới:



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và toạ độ điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q . Tính $3q + p$.

Lời giải

Trả lời: 180

Đồ thị giao với trục hoành tại các điểm: $(20; 0); (50; 0); (100; 0)$.

Suy ra phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm $x = 20; x = 50; x = 100$.

Nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = a \cdot (x - 20) \cdot (x - 50) \cdot (x - 100)$.

Do $f(0) = 50$, suy ra $a = -\frac{1}{2000}$.

Suy ra: $y = -\frac{1}{2000}(x - 20)(x - 50)(x - 100) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50$.

b) Các điểm cần tìm chính là các điểm cực trị của hàm số:

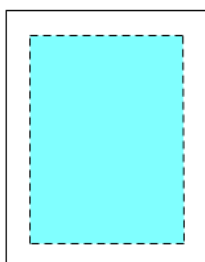
$$y = f(x) = -\frac{1}{2000}x^3 + \frac{17}{200}x^2 - 4x + 50.$$

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{3}{2000}x^2 + \frac{34}{200}x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{100}{3}, y = -\frac{200}{27} \\ x = 80, y = 18 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được $A\left(\frac{100}{3}; -\frac{200}{27}\right)$ và $B(80; 18)$ lần lượt là điểm **cực tiểu** và điểm

cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Do đó $q = \frac{100}{3}; p = 80 \Rightarrow 3q + p = 180$.

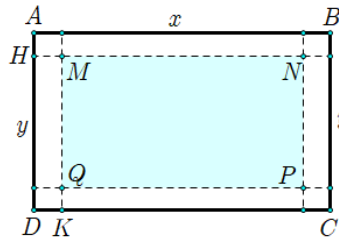
Câu 3. Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384cm^2 . Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm , để lề trái và lề phải đều là 2cm . Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



Lời giải

Trả lời: 80

Mô hình hóa bài toán bởi hình vẽ bên dưới với chiều dài trang sách là $AB = x$ (cm), chiều rộng trang sách là $BC = y$ (cm) với $\begin{cases} x > 6 \\ y > 4 \end{cases}$.



Khi đó:

$$\text{Diện tích một trang sách là } S_{ABCD} = xy = 384 \Rightarrow y = \frac{384}{x}.$$

$$\text{Chiều dài phần in chữ } MN = AB - 2MH = x - 6.$$

$$\text{Chiều rộng phần in chữ } MQ = AD - 2QK = y - 4.$$

Diện tích phần in chữ là

$$S_{MNPQ} = MN \cdot MQ = (x - 6)(y - 4) = (x - 6) \left(\frac{384}{x} - 4 \right) = 408 - \frac{2304}{x} - 4x = f(x).$$

$$\text{Ta có : } f'(x) = -4 + \frac{2304}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 24 \text{ (do } x > 6)$$

x	6	24	
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			216

Từ BBT ta có S_{MNPQ} lớn nhất bằng 216 khi $x = 24$.

Vậy phần in chữ trên sách có diện tích lớn nhất khi chiều dài trang sách là $x = 24$ (cm), chiều

$$\text{rộng trang sách là } y = \frac{384}{x} = 16 \text{ (cm)}.$$

Do đó chu vi trang sách trong trường hợp nó đạt kích thước tối ưu là:

$$P = 2(x + y) = 2(24 + 16) = 80 \text{ (cm)}.$$

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi toạ độ $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



Lời giải

Trả lời: 6

Vì $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đường cáp treo, theo giả thiết ta có: $\overrightarrow{AM} = k\vec{u}$

$$\Leftrightarrow (a + 2; b - 1; c - 5) = (0; -2k; 6k) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 - 2k, \quad (k > 0) \\ c = 5 + 6k \end{cases}$$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4.5 = 20$ (m).

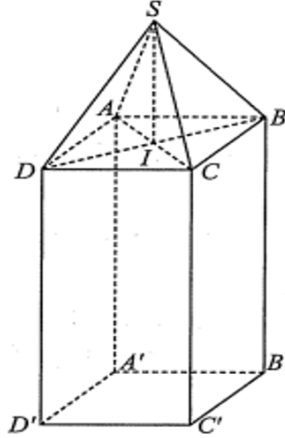
Ta có $\overrightarrow{AM} = (0; -2k; 6k)$, suy ra: $AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20$

$$\Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}. \text{ Vì } k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}.$$

Suy ra tọa độ $M(-2; 1 - 2\sqrt{10}; 5 + 6\sqrt{10})$.

$$\text{Vậy } a + 3b + c = -2 + 3(1 - 2\sqrt{10}) + 5 + 6\sqrt{10} = 6.$$

- Câu 5.** Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên).



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0; 0; 0)$, $A(0; 0; 1)$,

$B\left(0; \frac{1}{2}; 1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác

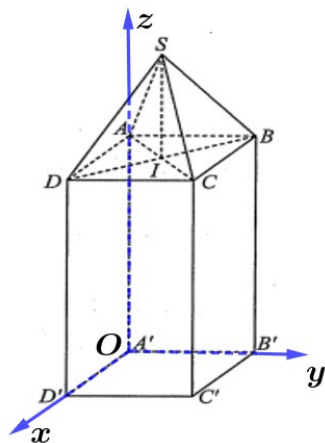
cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a; b; c)$.

Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 1,98

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ



Do giả thiết khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nên $ABCD$ là hình vuông; $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$, $B'\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $D'\left(\frac{1}{2};0;0\right)$.

Ta có $D\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, I là trung điểm của BD , suy ra $I\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};1\right)$

Ta có $BD = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $IB = ID = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{0,6^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{94}}{20}$.

Vậy $S\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4};\frac{\sqrt{94}}{20} + 1\right)$, suy ra $a + b + c \approx 1,98$.

Câu 6. Cự li cú nhảy 3 bước của 40 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm sau:

Độ dài (m)	$[9;10)$	$[10;11)$	$[11;12)$	$[12;13)$	$[13;14)$
Tần số	18	10	6	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 1,2

Ta có bảng thống kê cự li cú nhảy của các học sinh theo giá trị đại diện:

Độ dài (m)	$[9;10)$	$[10;11)$	$[11;12)$	$[12;13)$	$[13;14)$
Độ dài đại diện	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5
Tần số	18	10	6	4	2

Cỡ mẫu $n = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 9,5 + 10 \cdot 10,5 + 6 \cdot 11,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 13,5}{40} = 10,55.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (18 \cdot 9,5^2 + 10 \cdot 10,5^2 + 6 \cdot 11,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 13,5^2) - 10,55^2 = 1,4475.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{1,4475} \approx 1,2$.

-----HẾT-----

I. MA TRẬN

[illegible]

độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm	2. Phương sai và độ lệch chuẩn.						01TLN (GQ3.2)				1
Tổng lệnh hỏi		13				18			3		34
Biết		9			5						14
Hiểu			4			7					11
Vận dụng							6			3	9

Kí hiệu: *TN* - Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn, *ĐS* - Câu trắc nghiệm Đúng – Sai, *TLN* – Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

II. ĐẶC TẢ

Dạng thức	Câu	Mạch kiến thức/ Nội dung	Năng lực Toán học – Cấp độ tư duy									Điểm
			Tư duy và lập luận toán học (TD)			Giải quyết vấn đề toán học (GQ)			Mô hình hóa toán học (MH)			
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	
1. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn	Câu 1	Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của nó.	TD1.2									0,25
	Câu 2	Tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến của một hàm số dựa vào đồ thị hàm số là của đạo hàm cấp một của nó.		01TN (TD2.3)								0,25
	Câu 3	Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên [a;b].	TD2.1									0,25
	Câu 4	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên (a;b).					GQ2.2					0,25
	Câu 5	Nhận biết một đường tiệm cận của một hàm nhất biến.				GQ2.2						0,25
	Câu 6	Tìm một hàm số dựa vào đồ thị hàm số tương ứng.		TD1.2								0,25
	Câu 7	Nhận biết một hàm số dựa vào bảng biến thiên tương ứng.				GQ3.1						0,25
	Câu 8	Nhận biết được vectơ trong không gian.	TD1.2									0,25
	Câu 9	Nhận biết tọa độ hình chiếu của một điểm cho trước lên một trục tọa độ hoặc lên một mặt phẳng tọa độ.				GQ1.1						0,25
	Câu 10	Tìm tọa độ trung điểm đoạn thẳng hay trọng tâm tam giác.					GQ3.1					0,25

	Câu 11		Nhận biết khoảng biến thiên của một mẫu số liệu ghép nhóm.	TD1.2									0,25
	Câu 12		Nhận biết cỡ mẫu của một mẫu số liệu ghép nhóm.	TD1.1									0,25
2. Trắc nghiệm Đúng/ Sai	Câu 1	a	Khảo sát hàm số bậc 3	TD1.2									1
		b	Khảo sát hàm số bậc 3	TD1.2									
		c	Khảo sát hàm số bậc 3				GQ3.1						
		d	Dựa vào BBT tìm số nghiệm PT					GQ2.2					
	Câu 2	a	Khảo sát hàm số phân thức bậc hai và bậc nhất.				GQ2.2						1
		b	Khảo sát hàm số phân thức bậc hai và bậc nhất.					GQ3.1					
		c	Khảo sát hàm số phân thức bậc hai và bậc nhất.					GQ3.1					
		d	Dựa vào đường TCX của đồ thị để xét vị trí tương đối giữa hai đường thẳng						GQ3.2				
	Câu 3	a	Vector và các phép toán trong không gian	TD1.2									1
		b	Vector và các phép toán trong không gian		TD1.2								
		c	Vector và các phép toán trong không gian					GQ1.4					
		d	Vector và các phép toán trong không gian					GQ3.1					
	Câu 4	a	Biểu thức tọa độ của các phép toán vector	TD1.2									1
		b	Biểu thức tọa độ của các phép toán vector		TD1.2								
		c	Biểu thức tọa độ của các phép toán vector					GQ1.4					
		d	Biểu thức tọa độ của các phép toán vector						GQ1.4				

3. Trắc nghiệm trả lời ngắn	Câu 1	ỨDĐH để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.						GQ3.2				0,5
	Câu 2	ỨDĐH để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.									MH1.1	0,5
	Câu 3	ỨDĐH để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn.									MH2.1	0,5
	Câu 4	Vector và các phép toán trong không gian									MH1.1	0,5
	Câu 5	Biểu thức tọa độ của các phép toán vector						GQ3.1				0,5
	Câu 6	Phương sai và độ lệch chuẩn.						QG3.2				0,5
Tổng lệnh hỏi	34		13			18			3			10
Biết	14		9			5						3,5
Hiểu	11			4			7					2,75
Vận dụng	9							6			3	3,75

Xem thêm: ĐỀ THI HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-hk1-toan-12>