

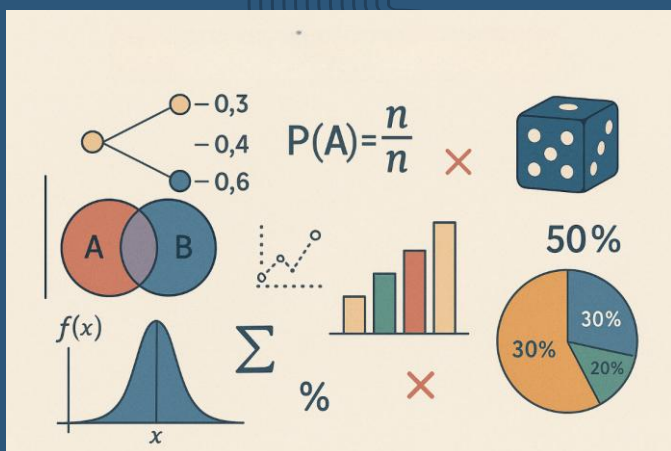
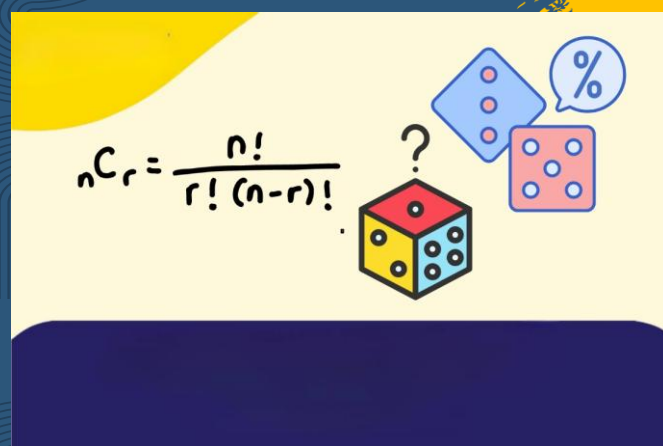
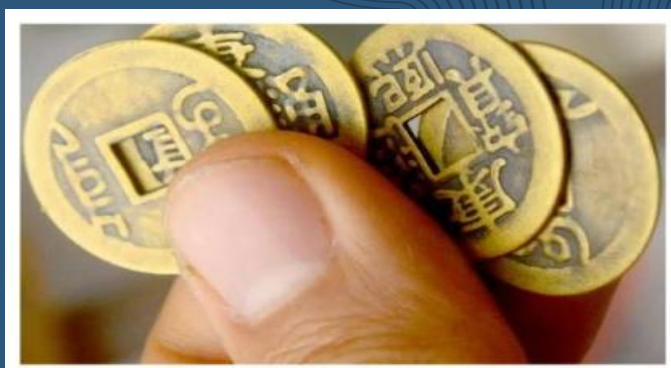
Phạm Minh Tuấn

0777561933

tuanpham31798@gmail.com

PIMATH

BỘ BÀI TOÁN XÁC SUẤT CỐ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025



TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Bài 1.** Trong một kì thi học sinh giỏi cấp tỉnh dành cho học sinh trung học phổ thông của một khu vực (các học sinh của cả ba khối cùng tham gia giải một đề thi), ban tổ chức thống kê kết quả thi và thu được kết quả như sau:
- Trong 500 học sinh tham gia cuộc thi, có 60% học sinh đạt huy chương, trong đó có 15 học sinh đạt huy chương vàng, 80 học sinh đạt huy chương bạc, còn lại là huy chương đồng.
 - Trong số 300 học sinh lớp 12 có 6 học sinh đạt huy chương vàng, 24 học sinh đạt huy chương bạc. Số học sinh đạt huy chương đồng lớp 12 chiếm 9% tổng số học sinh dự thi.
- Chọn ngẫu nhiên một em học sinh. Nếu biết học sinh được chọn là học sinh lớp 12 đạt huy chương thì xác suất để học sinh được chọn đạt huy chương đồng là $a\%$. Tìm a . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Bài 2.** Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng thứ nhất sản xuất 60% và phân xưởng thứ hai sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng lần lượt là 16% và 20%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.
- a) Xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất là 0,6.
 - b) Xác suất để lấy được phế phẩm bằng 0,176.
 - c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất bằng 0,55 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
 - d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ hai sản xuất là cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất.
- Bài 3.** Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- Bài 4.** Các thí sinh tham dự một cuộc thi hoa khôi phải trải qua ba vòng thi: Vòng sơ khảo, Vòng bán kết và Vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% thí sinh đã đăng kí để vào Vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% thí sinh của Vòng sơ khảo để vào Vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% thí sinh của Vòng bán kết để vào Vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên 1 thí sinh đăng kí tham dự cuộc thi hoa khôi.
- a) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng sơ khảo là 0,5 .
 - b) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng bán kết là 0,3 .
 - c) Xác suất thí sinh được chọn lọt vào Vòng chung kết là 0,03 .
 - d) Biết rằng thí sinh được chọn không lọt vào Vòng chung kết, xác suất thí sinh đó lọt vào Vòng sơ khảo nhỏ hơn 0,49 .
- Bài 5.** Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm?
- Bài 6.** Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2, 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ xem tiếp phần 2, 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.
- a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là 0,56 .
 - b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,59 .
 - c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85 .
 - d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 (làm tròn đến hàng phần trăm).
- Bài 7.** Một túi chứa ba đồng xu công bằng (fair coin - tức đồng xu có đủ hai mặt sấp ngửa) và một đồng xu có hai mặt ngửa (double-head coin). Một đồng xu được chọn ngẫu nhiên từ túi và được gieo để xem mặt hiện ra là ngửa hay sấp.



- a) Xác suất để đồng xu fair coin được chọn và mặt sấp xuất hiện bằng $\frac{1}{2}$.
- b) Xác suất xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{5}{8}$.
- c) Nếu biết mặt ngửa đã xuất hiện, xác suất đồng xu có hai mặt ngửa đã được chọn bằng $\frac{3}{5}$.
- d) Nếu gieo đồng xu lần đầu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để khi gieo đồng xu đó lần thứ hai vẫn xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{7}{10}$.

Bài 8. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)?

Bài 9. Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

- a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$
- b) Nếu hộp được lấy là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}$.
- c) Xác suất cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}$.
- d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}$.

Bài 10. [Mức độ 3] Trong một giải thi đấu bóng chuyền, đội bóng chuyền của Hà Nội sẽ thi đấu hai trận. Trận thứ nhất đội bóng chuyền của Hà Nội có xác suất thắng là 0,6. Trận tiếp theo, xác suất chiến thắng của họ phụ thuộc vào kết quả trận trước đó. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là 0,7. Nếu đội bóng

chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là 0,5.

Tính xác suất để đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ hai.

Bài 11. [NB-TH-TH-TH] Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là 0,98.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là 0,006.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là 0,014.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Bài 12. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B/\bar{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi một bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A/B) = 0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 13. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y, Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là $a; b$ và $0,8(a > b)$. Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án là 0,952 và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là 0,192. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập với nhau. Tính $2a + b$.

Bài 14. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a + b$.

Bài 15. Điều tra tình hình mắc bệnh ung thư phổi của một vùng thấy tỷ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỷ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỷ lệ người không hút thuốc và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỷ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Bài 16. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70%

và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Bài 17. Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Bài 18. Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.

Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

Bài 19. Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Bài 20. Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tình trạng	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Bài 21. Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20 m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50 m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Bài 22. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ

nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là $0,2$. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

- Bài 23.** Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?
- Bài 24.** Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là $0,8$. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là $0,7$. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)
- Bài 25.** Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.
- Bài 26.** Ba cầu thủ sút phạt đền 11 m , mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a ; b và $0,7$ (với $0 < b < a < 1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.
- Bài 27.** Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).
- Bài 28.** Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là $0,9$. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là $0,7$. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là $0,3$. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Bài 29.** Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỉ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là $0,8$ và nhà máy thứ hai là $0,7$. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.
- Bài 30.** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)
- Bài 31.** Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30% . Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40% . Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng $0,21$; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.
- Bài 32.** A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là $0,7$ và $0,4$. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).
- Bài 33.** Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.
- b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.
- c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.
- d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Bài 34. Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.
- b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.
- c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.
- d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Bài 35. Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.
- b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.
- c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Bài 36. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.
- c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

d). Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

Bài 37. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Bài 38. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Bài 39. Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

Kết quả điều tra	Mông	Dao
Suy dinh dưỡng	27	24
Không suy dinh dưỡng	153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\bar{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B) = 0,6$.

b) $P(AB) = 0,102$.

c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.

d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Bài 40. Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

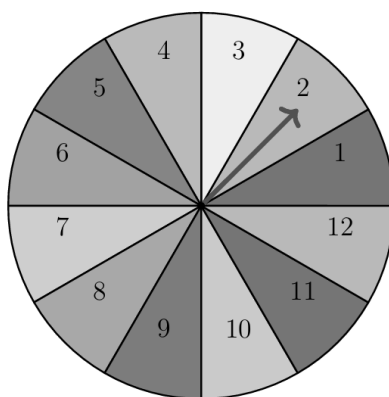
a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,5.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,3.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Bài 41. Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên.

Gọi A là biến cố "An quay được số chia hết cho 3"; B là biến cố "An quay được số chia hết cho 5"; C là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.

b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C lần lượt là 48, 24, 72.

c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{1}{6}$.

d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{1}{12}$.

Bài 42. Một hộp đựng 10 quả cầu đỏ và 8 quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi A là biến cố "Hùng lấy được quả cầu đỏ", B là biến cố "Lâm lấy được một quả cầu đỏ". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$.

b) $P(B|A)$ bằng $\frac{9}{17}$.

c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$.

d) $P(B|\bar{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

Bài 43. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Bài 44. Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là 0,3.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là 0,5.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

Bài 45. Cho hai biến cố A, B có xác suất lần lượt là $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(AB) = \frac{1}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố B với điều kiện A là $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = 1$.

d) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ với điều kiện $\bar{B}$ là $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{1}{2}$.

Bài 46. Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) A, B là hai biến cố độc lập.

- b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.
c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.

Bài 47. Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4.
b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.
c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.
d) Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Bài 48. Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32.
c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16.
d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12.

Bài 49. Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.
b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.
c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.
d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Bài 50. Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi A là biến cố: “Hùng lấy được viên bi màu đỏ”, B là biến cố: “Nam lấy được viên bi màu xanh”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Với Ω là không gian mẫu $n(\Omega) = 196$.

b) $P(B) = \frac{8}{13}$

c) $P(AB) = \frac{24}{91}$

d) $P(A|B) = \frac{6}{13}$

Bài 51. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”, B là biến cố: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(AB) = \frac{1}{6}$

b) $P(B) = \frac{11}{36}$

c) $P(A|B) = \frac{5}{6}$

d) $P(\bar{A}|B) = \frac{4}{11}$

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

Bài 1. Trong một kì thi học sinh giỏi cấp tỉnh dành cho học sinh trung học phổ thông của một khu vực (các học sinh của cả ba khối cùng tham gia giải một đề thi), ban tổ chức thống kê kết quả thi và thu được kết quả như sau:

- Trong 500 học sinh tham gia cuộc thi, có 60% học sinh đạt huy chương, trong đó có 15 học sinh đạt huy chương vàng, 80 học sinh đạt huy chương bạc, còn lại là huy chương đồng.
- Trong số 300 học sinh lớp 12 có 6 học sinh đạt huy chương vàng, 24 học sinh đạt huy chương bạc. Số học sinh đạt huy chương đồng lớp 12 chiếm 9% tổng số học sinh dự thi.

Chọn ngẫu nhiên một em học sinh. Nếu biết học sinh được chọn là học sinh lớp 12 đạt huy chương thì xác suất để học sinh được chọn đạt huy chương đồng là $a\%$. Tìm a . (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải:

Gọi các biến cố:

- A_1 : "Học sinh được chọn đạt huy chương vàng";
- A_2 : "Học sinh được chọn đạt huy chương bạc";
- A_3 : "Học sinh được chọn đạt huy chương đồng";
- B : "Học sinh được chọn học lớp 12 và đạt huy chương".

Theo đề bài, ta có

$$P(A_1) = \frac{15}{500} = 0,03; P(A_2) = \frac{80}{500} = 0,16;$$

$$P(A_3) = \frac{500 \cdot 60\% - (15 + 80)}{500} = 0,41;$$

$$P(B|A_1) = \frac{6}{300} = 0,02; P(B|A_2) = \frac{24}{300} = 0,08; P(B|A_3) = \frac{500 \cdot 9\%}{300} = 0,15.$$

Do đó, theo công thức Bayes, xác suất chọn được một học sinh đạt huy chương đồng nếu biết học sinh đó là học sinh lớp 12 và đạt huy chương là

$$P(A_3|B) = \frac{P(B|A_3).P(A_3)}{P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) + P(B|A_3).P(A_3)}$$

$$= \frac{0,15.0,41}{0,02.0,03 + 0,08.0,16 + 0,15.0,41} \approx 82\%$$

Vậy $a = 82\%$.

Bài 2. Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng thứ nhất sản xuất 60% và phân xưởng thứ hai sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của từng phân xưởng lần lượt là 16% và 20%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

- Xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất là 0,6.
- Xác suất để lấy được phế phẩm bằng 0,176.
- Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất bằng 0,55 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ hai sản xuất là cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất.

Lời giải:

a) Đúng: Do phân xưởng thứ nhất sản xuất 60% tổng số sản phẩm của cả nhà máy nên xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất là 0,6.

b) Đúng: Gọi A là biến cố "Chọn được sản phẩm từ phân xưởng thứ nhất",
 $\bar{A}$ là biến cố "Chọn được sản phẩm từ phân xưởng thứ hai".

B là biến cố "Chọn được sản phẩm là phế phẩm".

Khi đó: $P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 0,4$;

$$P(B|A) = 0,16; P(\bar{B}|A) = 0,84; P(B|\bar{A}) = 0,2$$

Áp dụng công thức tính xác suất tính xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$= 0,6.0,16 + 0,4.0,2 = 0,176$$

Vậy xác suất lấy được phế phẩm là 0,176.

c) Đúng: Chọn được phế phẩm, biến cố phế phẩm đó do phân xưởng thứ nhất sản xuất là $A|B$, áp dụng công thức Bayes, ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,6.0,16}{0,176} = \frac{6}{11} \approx 0,55.$$

d) Sai: Khi lấy được sản phẩm tốt, để so sánh khả năng sản phẩm thuộc phân xưởng, ta tính xác

suất để sản phẩm tốt được chọn ấy thuộc phân xưởng thứ nhất

Từ ý a) suy ra $P(\bar{B}) = 1 - 0,176 = 0,824$.

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,6.0,84}{0,824} \approx 0,61$

Vậy khả năng sản phẩm tốt được chọn từ phân xưởng thứ nhất cao hơn.

Bài 3. Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,46

Gọi A là biến cố chọn đồng xu thứ n ($n = 1; 2; 3$)

B là biến cố tung hai lần thì thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa

Vì chọn ngẫu nhiên nên $P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$

Lấy ngẫu nhiên một đồng xu tung hai lần được một mặt sấp và một mặt ngửa thì ta có ba trường hợp như sau:

Trường hợp 1: Chọn được đồng xu thứ nhất là S-N và N-S nên $P(B|A_1) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

Trường hợp 2: Chọn được đồng xu thứ hai là S-N và N-S nên ta có:

$$P(B|A_2) = 0,7.0,3 + 0,3.0,7 = 0,42$$

Trường hợp 3: Chọn được đồng xu thứ ba là N-N nên $P(B|A_3) = 0$

Áp dụng công thức Bayes ta tính được xác suất chọn được đồng xu thứ hai là:

$$P(A_2|B) = \frac{P(B|A_2).P(A_2)}{P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + P(A_3).P(B|A_3)} = \frac{0,42 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + 0,42 \cdot \frac{1}{3} + 0 \cdot \frac{1}{3}} \approx 0,46$$

Vậy xác suất chọn được đồng xu thứ hai là 0,46.

Bài 4. Các thí sinh tham dự một cuộc thi hoa khôi phải trải qua ba vòng thi: Vòng sơ khảo, Vòng bán kết và Vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% thí sinh đã đăng kí để vào Vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% thí sinh của Vòng sơ khảo để vào Vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% thí sinh của Vòng bán kết để vào Vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên 1 thí sinh đăng kí tham dự cuộc thi hoa khôi.

a) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng sơ khảo là 0,5.

b) Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng bán kết là 0,3.

c) Xác suất thí sinh được chọn lọt vào Vòng chung kết là 0,03.

d) Biết rằng thí sinh được chọn không lọt vào Vòng chung kết, xác suất thí sinh đó lọt vào Vòng sơ khảo nhỏ hơn 0,49.

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố thí sinh được chọn lọt vào Vòng sơ khảo, Vòng bán kết và Vòng chung kết.

a) **Đúng**. Vì có 50% thí sinh lọt vào vòng sơ khảo nên $P(A) = 0,5$.

b) **Sai**. Xác suất để thí sinh lọt vào Vòng bán kết là

$$P(B) = P(AB) = P(B|A)P(A) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$$

c) **Đúng**. Xác suất để thí sinh lọt vào Vòng chung kết là

$$P(C) = P(ABC) = P(C|AB)P(AB) = 0,2 \cdot 0,15 = 0,03$$

d) **Sai**. Ta có

$$P(\bar{C}|A) = 1 - P(C|A) = 1 - \frac{P(C)}{P(A)} = 0,94$$

$$P(A|\bar{C}) = \frac{P(\bar{C}|A)P(A)}{P(\bar{C})} = \frac{0,94 \cdot 0,5}{1 - 0,03} = \frac{47}{97} = 0,485 < 0,49$$

Bài 5. Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải

Trả lời: 0,625

Gọi A : “Bạn được chọn là nam” và B : “Bạn được chọn tham gia biểu diễn văn nghệ”.

Khi đó, $\bar{A}$: “Bạn được chọn là nữ” và $\bar{B}$: “Bạn được chọn tham gia thi đấu thể thao”.

Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% nên $P(B) = 0,4$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.

Các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ nên $P(B|\bar{A}) = 1$.

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao nên ta có $P(B|A) = 0,2$ và $P(\bar{B}|A) = 0,8$.

Ta có: $P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})$

$$\Leftrightarrow 0,4 = 0,2(1 - P(\bar{A})) + 1 \cdot P(\bar{A}) \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 0,25$$

Khi đó, xác suất để chọn ra một học sinh là nữ với điều kiện có tham gia biểu diễn văn nghệ là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(B|\bar{A})P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,25}{0,4} = 0,625.$$

Bài 6. Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2, 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ xem tiếp phần 2, 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là 0,56.

b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,59.

c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.

d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi A là biến cố “Người đó là trẻ em”

B là biến cố “Người đó thích bộ phim”

C là biến cố “Người đó xem tiếp phần 2 bộ phim”

Xét người đi xem là trẻ em có $P(A) = 0,7$.

Suy ra $P(BC) = 50\% = 0,5$, $P(\bar{B}\bar{C}) = 30\% = 0,3$, $P(\bar{B}C) = 20\% = 0,2$, $P(\bar{B}\bar{C}) = 0$.

Xét người đi xem là người lớn có $P(\bar{A}) = 0,3$.

$P(BC) = 20\% = 0,2$, $P(\bar{B}\bar{C}) = 10\% = 0,1$, $P(\bar{B}C) = 70\% = 0,7$, $P(\bar{B}\bar{C}) = 0$.

(a) Sai

Ta có $P(B|A) = 0,5 + 0,3 = 0,8$.

(b) Đúng

Ta có $\bar{C} = \bar{C}AB \cup \bar{C}A\bar{B} \cup \bar{C}\bar{A}B \cup \bar{C}\bar{A}\bar{B}$.

$$\begin{aligned} P(\bar{C}) &= P(\bar{C}AB) + P(\bar{C}A\bar{B}) + P(\bar{C}\bar{A}B) + P(\bar{C}\bar{A}\bar{B}) \\ &= 0,7 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,7 = 0,59. \end{aligned}$$

(c) Đúng

$$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0,41.$$

$$P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)}.$$

$$P(AC) = P(AC\bar{B}) + P(ACB) = 0,7 \cdot 0 + 0,7 \cdot 0,5 = 0,35.$$

$$\text{Suy ra } P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{0,35}{0,41} \approx 0,854 > 0,85.$$

(d) Đúng

$$P(\bar{C}|B) = \frac{P(\bar{C}B)}{P(B)}$$

$$P(\bar{C}B) = P(\bar{C}BA) + P(\bar{C}B\bar{A}) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,3 = 0,24.$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(BA\bar{C}) + P(BAC) + P(B\bar{A}C) + P(B\bar{A}\bar{C}) \\ &= 0,7 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,1 = 0,65. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{C}|B) = \frac{0,24}{0,65} \approx 0,37.$$

Bài 7. Một túi chứa ba đồng xu công bằng (fair coin - tức đồng xu có đủ hai mặt sấp ngửa) và một đồng xu có hai mặt ngửa (double-head coin). Một đồng xu được chọn ngẫu nhiên từ túi và được gieo để xem mặt hiện ra là ngửa hay sấp.



- a) Xác suất để đồng xu fair coin được chọn và mặt sấp xuất hiện bằng $\frac{1}{2}$.
- b) Xác suất xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{5}{8}$.
- c) Nếu biết mặt ngửa đã xuất hiện, xác suất đồng xu có hai mặt ngửa đã được chọn bằng $\frac{3}{5}$.
- d) Nếu gieo đồng xu lần đầu xuất hiện mặt ngửa, xác suất để khi gieo đồng xu đó lần thứ hai vẫn xuất hiện mặt ngửa bằng $\frac{7}{10}$.

Lời giải

(a) Sai.

Gọi A là biến cố: "đồng xu fair coin được chọn"

B là biến cố: "Mặt sấp xuất hiện khi gieo đồng xu"

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$$

(b) Đúng.

$$P(\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot 1 = \frac{5}{8}$$

(c) Sai.

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A})P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 1}{\frac{5}{8}} = \frac{2}{5}$$

(d) Đúng

Gọi C: "lần đầu xuất hiện mặt ngửa"

D: "lần 2 xuất hiện mặt ngửa"

$$\text{Ta có } P(D|C) = \frac{P(D \cap C)}{P(C)}$$

Ta tính $P(D \cap C)$

TH1: lần 1 chọn được đồng xu fair coin

+) xác suất chọn được 1 đồng xu fair coin là $\frac{3}{4}$

+) Xác suất khi gieo 1 đồng xu fair coin lần đầu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{2}$.

+) Xác suất khi gieo 1 đồng xu fair coin lần hai xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{2}$.

Vậy xác suất để lần 1 xuất hiện mặt ngửa và lần hai ngửa là $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{16}$

TH2: Lần 1 chọn được đồng xu double-head coin

Tương tự TH1

Xác suất để lần 1 xuất hiện mặt ngửa và lần hai ngửa là $\frac{1}{4} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{4}$.

$$P(D \cap C) = \frac{3}{16} + \frac{1}{4} = \frac{7}{16}$$

$$\text{Vậy } P(D|C) = \frac{P(D \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{7}{16}}{\frac{5}{8}} = \frac{7}{10}$$

Bài 8. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu xanh và 20 viên bi màu đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 70% số viên bi màu xanh được đánh số và 60% số viên bi màu đỏ được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp đó. Biết rằng, viên bi lấy ra được đánh số, xác suất để viên bi đó có màu xanh bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,64

Gọi A là biến cố: “Viên bi lấy ra có màu xanh”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Viên bi lấy ra có màu đỏ”.

B là biến cố: “Viên bi lấy ra được đánh số”.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}.$$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{30}{30+20} = \frac{3}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{5}.$$

$$P(B|A) = 70\% = 0,7 \text{ và } P(B|\bar{A}) = 60\% = 0,6.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{0,7 \cdot \frac{3}{5}}{0,7 \cdot \frac{3}{5} + 0,6 \cdot \frac{2}{5}} = \frac{7}{11} \approx 0,64$$

Bài 9. Trong một lô sản phẩm có 3 hộp loại I và 5 hộp loại II. Biết rằng trong mỗi hộp loại I có 97 sản phẩm tốt và 3 phế phẩm, trong mỗi hộp loại II có 95 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô sản phẩm đó một hộp, rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên đồng thời hai sản phẩm.

a) Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$

b) Nếu hộp được lấy là hộp loại I thì xác suất để cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{776}{825}$.

c) Xác suất cả hai sản phẩm lấy ra không có phế phẩm bằng $\frac{1833}{2000}$.

d) Biết rằng trong hai sản phẩm lấy ra có đúng một phế phẩm, xác suất để hộp lấy ra là hộp loại I bằng $\frac{203}{2475}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

Xác suất để hộp được chọn là hộp loại I bằng $\frac{3}{8}$.

b) Đúng

Gọi A là biến cố “hộp lấy ra loại I”

B là biến cố: “2 sản phẩm lấy ra không có phế phẩm”

Ta có $P(B|A) = \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} = \frac{776}{825}$

c) Sai

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_{97}^2}{C_{100}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_{95}^2}{C_{100}^2} \approx 0,916.$$

d) Sai

C là biến cố: “Lấy ra được 1 phế phẩm và 1 sản phẩm tốt”

$$P(C|A) = \frac{97 \cdot 3}{C_{100}^2} = \frac{97}{1650}$$

$$P(C|\bar{A}) = \frac{95 \cdot 5}{C_{100}^2} = \frac{19}{198}$$

$$P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{97}{1650}}{\frac{3}{8} \cdot \frac{97}{1650} + \frac{5}{8} \cdot \frac{19}{198}} = \frac{873}{3248}.$$

Bài 10. [Mức độ 3] Trong một giải thi đấu bóng chuyền, đội bóng chuyền của Hà Nội sẽ thi đấu hai trận. Trận thứ nhất đội bóng chuyền của Hà Nội có xác suất thắng là 0,6. Trận tiếp theo, xác suất chiến thắng của họ phụ thuộc vào kết quả trận trước đó. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là 0,7. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là 0,5. Tính xác suất để đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ hai.

Lời giải

Đáp số: 0,62

Gọi A là biến cố: “Đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ 1”

Gọi B là biến cố: “Đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ 2”

Ta có $P(A) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,4$.

Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là 0,7 hay $P(B|A) = 0,7$.

Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là 0,5 hay $P(B|\bar{A}) = 0,5$.

Ta có: $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot 0,5 = 0,62$.

Vậy xác suất để đội bóng chuyền Hà Nội thắng trận thứ 2 là 0,62.

Bài 11. [NB-TH-TH-TH] Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là 0,98.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là 0,006.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là 0,014.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Gọi X là biến cố: “Sản phẩm chọn ra là phế phẩm”; I là biến cố: “Sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A ”; II là biến cố: “Sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng B ”.

Ta có $P(I) = 0,6$; $P(II) = 0,4$; $P(X|I) = 0,01$; $P(X|II) = 0,02$.

a) Sai.

Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là $P(\bar{X}|I) = 1 - P(X|I) = 1 - 0,01 = 0,99$.

b) Đúng.

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là

$$P(XI) = P(X|I).P(I) = 0,01.0,6 = 0,006$$

c) **Đúng.**

Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là

$$P(X) = P(I).P(X|I) + P(II).P(X|II) = 0,6.0,01 + 0,4.0,02 = 0,014.$$

d) **Sai.**

Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là

$$P(I|X) = \frac{P(IX)}{P(X)} = \frac{0,006}{0,014} = \frac{3}{7}.$$

Bài 12. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố “Học sinh được chọn là học sinh nữ”, B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học”.

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B/\bar{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi một bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A/B) = 0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

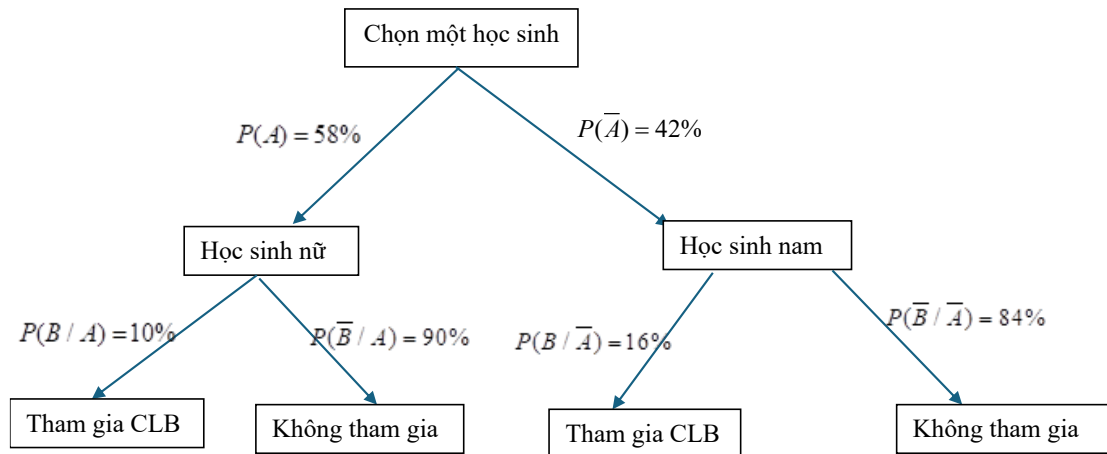
Đáp án: ĐÚNG | ĐÚNG | ĐÚNG | SAI

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 58\% = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: $P(B/\bar{A}) = 16\% = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

Ta có sơ đồ cây



d) Ta có: $P(A/B) = \frac{P(A.B)}{P(B)} = \frac{\frac{58}{100} \cdot \frac{10}{100}}{0,1252} = 0,46$ (Sai)

Bài 13. Một công ty xây dựng đấu thầu ba dự án X, Y, Z . Xác suất để ba dự án X, Y và Z trúng thầu tương ứng là $a; b$ và $0,8(a > b)$. Biết rằng xác suất để ít nhất một trong ba dự án là $0,952$ và xác suất để cả ba dự án đều trúng thầu là $0,192$. Giả sử việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập với nhau. Tính $2a + b$.

Lời giải

Đáp án: 1,6

Việc trúng thầu của ba dự án X, Y và Z là độc lập với nhau nên ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} P(XYZ) = P(X)P(Y)P(Z) = ab \cdot 0,8 = 0,192 \\ 1 - P(\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}) = 1 - P(\overline{X})P(\overline{Y})P(\overline{Z}) = 1 - (1-a)(1-b)(1-0,8) = 0,952 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0,24 \\ 1 - 0,2(1-a-b+ab) = 0,952 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ab = 0,24 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

Khi đó a, b là nghiệm của phương trình: $x^2 - x + 0,24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0,6 \\ b = 0,4 \end{cases} (a > b)$.

Vậy $2a + b = 2 \cdot 0,6 + 0,4 = 1,6$.

Bài 14. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 quả bóng màu trắng và 7 quả bóng màu đỏ, hộp II có 10 quả bóng màu trắng và 15 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên hai quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu trắng là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a + b$.

Lời giải

Đáp số: 14

Gọi A : “quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang” và B : “quả bóng lấy từ hộp II có màu trắng” và C : “quả bóng lấy từ hộp II là của hộp I chuyển sang và quả bóng đỏ có màu trắng”.

Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có $A \cap B = C$ và $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(C)}{P(B)}$.

Gọi A_1 : “lấy 2 quả đỏ từ hộp I chuyển sang hộp II”.

Xác suất lấy ra 2 quả đỏ từ hộp I là $P(A_1) = \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{7}{22}$.

Lúc này, trong hộp II có 10 trắng (tất cả 10 quả trắng này từ hộp II cũ). Tổng trong hộp II có 27 quả bóng. Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II là $P(B|A_1) = \frac{10}{27}$.

Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II và quả đỏ từ hộp I chuyển sang là $P(C|A_1) = 0$.

Gọi A_2 : “lấy 2 quả trắng từ hộp I chuyển sang hộp II”.

Xác suất lấy ra 2 quả đỏ từ hộp I là $P(A_2) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33}$.

Lúc này, trong hộp II có 12 quả trắng (2 quả trắng từ hộp I chuyển sang và 10 quả trắng từ hộp II cũ). Tổng trong hộp II có 27 quả bóng.

Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II là $P(B|A_2) = \frac{12}{27}$.

Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II và quả đỏ từ hộp I chuyển sang là $P(C|A_2) = \frac{2}{27}$.

Gọi A_3 : “lấy 1 quả đỏ và 1 quả trắng từ hộp I chuyển sang hộp II”.

Xác suất lấy ra 1 quả đỏ, 1 quả trắng từ hộp I là $P(A_3) = \frac{5 \cdot 7}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$.

Lúc này, trong hộp II có 11 quả trắng (1 quả trắng từ hộp I chuyển sang và 10 quả trắng từ hộp II cũ). Tổng trong hộp II có 27 quả bóng.

Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II là $P(B|A_3) = \frac{11}{27}$.

Xác suất lấy ra 1 quả trắng từ hộp II và quả đỏ từ hộp I chuyển sang là $P(C|A_3) = \frac{1}{27}$.

Khi đó,

$$P(B) = P(B|A_1) \cdot P(A_1) + P(B|A_2) \cdot P(A_2) + P(B|A_3) \cdot P(A_3) = \frac{7}{22} \cdot \frac{10}{27} + \frac{5}{33} \cdot \frac{12}{27} + \frac{35}{66} \cdot \frac{11}{27} = \frac{65}{162}$$

$$P(C) = P(C|A_1) \cdot P(A_1) + P(C|A_2) \cdot P(A_2) + P(C|A_3) \cdot P(A_3) = \frac{5}{33} \cdot \frac{2}{27} + \frac{35}{66} \cdot \frac{1}{27} = \frac{5}{162}.$$

Vậy $P(A|B) = \frac{P(C)}{P(B)} = \frac{1}{13}$ nên $a=1; b=13 \Rightarrow a+b=14$.

- Bài 15.** Điều tra tình hình mắc bệnh ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỉ lệ người không hút thuốc và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Lời giải:

Gọi biến cố A: "Người hút thuốc";

B: "Bị mắc bệnh ung thư phổi".

Theo đề bài, ta có:

$$P(AB) = 0,15; P(\overline{A}B) = 0,25; P(A\overline{B}) = 0,5; P(\overline{A}\overline{B}) = 0,1$$

$$\text{Suy ra } P(B) = P(AB) + P(\overline{A}B) = 0,15 + 0,1 = 0,25$$

Xác suất người đó hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,25} = 0,6$$

Xác suất người đó không hút thuốc lá biết người đó mắc bệnh ung thư phổi là

$$P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$$

Vậy tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc là $\frac{0,6}{0,4} = 1,5$.

- Bài 16.** Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Gọi A là biến cố "bệnh nhân chọn phác đồ A".

Gọi B là biến cố "bệnh nhân khỏi bệnh".

Gọi C là biến cố "bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng".

Khi đó:

$$P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$$

$$P(B | A) = 0,6$$

$$P(B | \bar{A}) = 0,7$$

$$P(C | A) = 0,05$$

$$P(C | \bar{A}) = 0,1$$

a) Sai. Xác suất bệnh nhân điều trị phác đồ A và khỏi bệnh là:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = 0,5 \times 0,6 = 0,3.$$

b) Đúng. Xác suất bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$$P(C) = P(A \cap C) + P(\bar{A} \cap C) = P(A) \cdot P(C | A) + P(\bar{A}) \cdot P(C | \bar{A}) = 0,5 \cdot 0,05 + 0,5 \cdot 0,1 = 0,075$$

c) Đúng. Nếu biết bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất để bệnh nhân chọn phác đồ B là:

$$P(\bar{A} | C) = \frac{P(\bar{A} \cap C)}{P(C)} = \frac{0,5 \cdot 0,1}{0,075} = \frac{2}{3} > 0,65.$$

d) Đúng. Theo giả thiết B/A và $\bar{C}/A$ độc lập, $B/\bar{A}$ và $\bar{C}/\bar{A}$ độc lập.

Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$$\begin{aligned} P(B \cap \bar{C}) &= P((B \cap \bar{C}) \cap A) + P((B \cap \bar{C}) \cap \bar{A}) = P((B \cap \bar{C}) | A) \cdot P(A) + P((B \cap \bar{C}) | \bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \\ &= P(A) \cdot P(B | A) \cdot P(\bar{C} | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) \cdot P(\bar{C} | \bar{A}) = 0,5 \cdot 0,6 \cdot (1 - 0,05) + 0,5 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,1) \\ &= 0,6. \end{aligned}$$

Bài 17. Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi E_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi E_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

E_1, E_2 tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi B là biến cố bạn Bình rút được một câu thuộc bài

Khi đó $B = (E_1 \cap B) \cup (E_2 \cap B) \Rightarrow P(B) = P(E_1)P(B|E_1) + P(E_2)P(B|E_2)$

$$P(E_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3} \quad P(E_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}; \quad P(B|E_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{10} \quad P(B|E_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Khi đó: } P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{13}{15} \approx 0,87$$

Bài 18. Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.

Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

Lời giải

Gọi B là biến cố người đó mắc bệnh, $\bar{B}$ là biến cố người đó không mắc bệnh

Khi đó xác suất mắc bệnh là $P(B) = 0,005$

Xác suất không mắc bệnh là: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,995$

Gọi T là biến cố xét nghiệm dương tính, $\bar{T}$ là biến cố xét nghiệm âm tính

Xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh: $P(T|B) = 0,98$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi mắc bệnh là: $P(\bar{T}|B) = 1 - P(T|B) = 0,02$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh: $P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,95$

Xác suất xét nghiệm dương tính khi không mắc bệnh: $P(T|\bar{B}) = 1 - P(\bar{T}|\bar{B}) = 0,05$

Xác suất để người được xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(T) = P(T|B) \cdot P(B) + P(T|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (0,98 \cdot 0,005) + (0,05 \cdot 0,995) = 0,05465$$

$$\text{Xác suất người đó mắc bệnh là } P(B|T) = \frac{P(T|B) \cdot P(B)}{P(T)} = \frac{0,98 \cdot 0,005}{0,05465} = \frac{98}{1093} \approx 0,09$$

Bài 19. Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Bài 20. Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tình trạng	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 5000$.

Gọi A là biến cố: “Người đó bị viêm phổi”

Gọi B là biến cố: “Người đó không nghiện thuốc lá”

Khi đó AB là biến cố: “Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá”.

$$\text{Vậy } n(AB) = 572 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{572}{5000}.$$

Ta có $572 + 2440 = 3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B) = 3012$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3012}{5000} = \frac{753}{1250}. \text{ Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{572}{3012} = \frac{143}{753} \approx 0,19.$$

Bài 21. Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20 m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50 m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Gọi A_k là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ k ”, $k = 1, 2, 3$.

Theo đầu bài ta có: $P(A_1) = 0,5$; $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{20 \times 0,5}{30} = \frac{1}{3}$; $P(A_3 | \overline{A_1} \cdot \overline{A_2}) = \frac{20 \times 0,5}{50} = \frac{1}{5}$.

Gọi A là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ”. Khi đó: $A = A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$.

Vì 3 biến cố $A_1, \overline{A_1}A_2, \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$ xung khắc từng đôi nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3).$$

Theo công thức nhân xác suất $P(\overline{A_1}A_2) = P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2 | \overline{A_1}) = [1 - P(A_1)] \cdot P(A_2 | \overline{A_1})$

$$= (1 - 0,5) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Theo công thức nhân xác suất $P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2})$

$$= [1 - P(A_1)] \cdot P[1 - P(A_2 | \overline{A_1})] \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2}) = (1 - 0,5) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}.$$

$$\text{Do đó: } P(A) = 0,5 + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15} \approx 0,73$$

Bài 22. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có $P(A) = 0,7$.

Gọi B là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ hai”, theo đề bài ta có

$$P(B | A) = 0,8; P(B | \overline{A}) = 0,2.$$

Gọi C là biến cố “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”, ta có

$$P(C) = P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B | A) \cdot P(A)$.

Mặt khác $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A} \cdot \overline{B}) = 1 - P(\overline{B} | \overline{A}) \cdot P(\overline{A}) = 1 - 0,8 \cdot 0,3 = 0,76$.

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B | A) \cdot P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 = 0,62.$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{P(B | A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,8 \cdot 0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \approx 0,9.$$

Bài 23. Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai

bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lần thứ nhất chọn được bạn nữ”

Gọi B là biến cố: “Lần thứ hai chọn được bạn nữ”

Gọi C là biến cố: “Chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ”

Theo đề bài ta có $C = AB \Rightarrow P(C) = P(AB) = \frac{15}{62}$.

Gọi số học sinh của lớp là $x, x \in \mathbb{N}, x > 16$.

Theo đề bài ta có: $P(A) = \frac{16}{x}, P(B|A) = \frac{15}{x-1}$.

Do $P(AB) = P(BA) = P(B|A).P(A) \Leftrightarrow \frac{15}{62} = \frac{16}{x} \cdot \frac{15}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 992 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x = -31 \end{cases}$.

Vậy số học sinh của lớp là 32 học sinh.

Bài 24. Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có gọi A là biến cố: “An qua được vòng 1”; $P(A) = 0,8$.

B là biến cố: “An qua được vòng 2”; $P(B|A) = 0,7$.

C là biến cố: “An đỗ kỳ thi”;

D là biến cố: “An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2”;

Ta có $D = A\bar{B}$ nên $P(D|\bar{C}) = \frac{P(D\bar{C})}{P(\bar{C})}$.

Mặt khác, nếu An qua được vòng 1 nhưng không qua vòng 2 thì An không đỗ kỳ thi, nên $P(\bar{C}|D) = 1$ hay $P(D\bar{C}) = P(D).P(\bar{C}|D) = P(D)$.

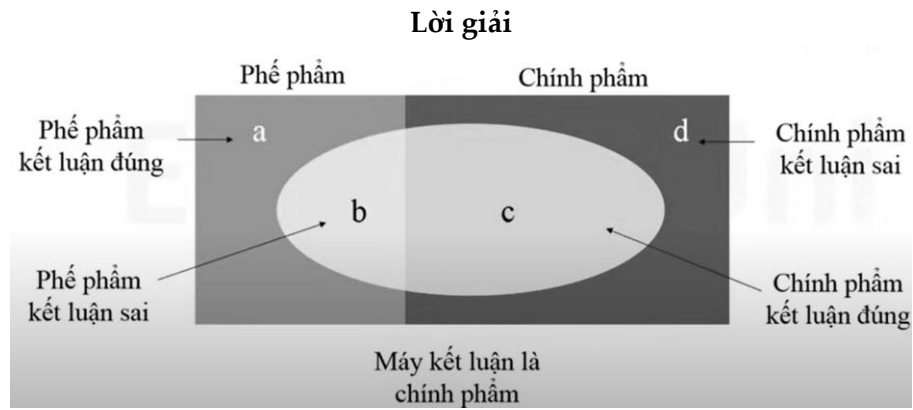
Vì $P(D) = P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A)$ nên $P(D) = 0,8.0,3 = 0,24$.

$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - P(AB) = 1 - P(A).P(B|A) = 1 - 0,8.0,7 = 0,44$.

Vậy $P(D|\bar{C}) = \frac{P(D\bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,24}{0,44} = \frac{6}{11} \approx 0,55$

Bài 25. Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10%. Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95%, nhận biết đúng phế phẩm là 90%. Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

Giáo viên: Phạm Minh Tuấn



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng; b là phế phẩm kết luận sai
 c là chính phẩm kết luận đúng; d là chính phẩm kết luận sai

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ \frac{a}{a+b} = 0,9 \\ \frac{c}{c+d} = 0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ 0,1a - 0,9b = 0 \\ 0,05c - 0,95d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,09 \\ b = 0,01 \\ c = 0,855 \\ d = 0,045 \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b = \frac{b}{b+c} = \frac{0,01}{0,01+0,855} = 0,012$.

Bài 26. Ba cầu thủ sút phạt đền 11 m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a ; b và $0,7$ (với $0 < b < a < 1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = \overline{1,3}$.

Ta có các biến cố A_1, A_2, A_3 là các biến cố độc lập và $P(A_1) = a, P(A_2) = b, P(A_3) = 0,7$

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B là biến cố: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C là biến cố: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

Ta có: $\overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,3 \cdot (1-a)(1-b)$

$\Rightarrow P(A) = 1 - 0,3 \cdot (1-a)(1-b)$.

Lại có $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \Rightarrow P(B) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,7 \cdot ab$.

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1 - 0,3 \cdot (1-a) \cdot (1-b) = 0,982 \\ 0,7ab = 0,392 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + ab - (a+b) = 0,06 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 1,5 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,8 \\ b = 0,7 \end{cases} \quad (a > b)$$

Mặt khác ta có $C = \overline{A_1} \cdot A_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot \overline{A_2} \cdot A_3 + A_1 \cdot A_2 \cdot \overline{A_3}$ nên

$$P(C) = (1-a) \cdot b \cdot 0,7 + a \cdot (1-b) \cdot 0,7 + a \cdot b \cdot 0,3 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,434.$$

Bài 27. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6”.

Gọi B là biến cố: “Có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”.

Ta có: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ và $AB = \{(1;3); (3;1); (2;3); (3;2); (3;3)\} \Rightarrow P(AB) = \frac{5}{36}$

$$\bar{B} = \{(a;b) \mid a, b \in \{1;2;4;5;6\}\} \Rightarrow n(\bar{B}) = 5 \cdot 5 = 25$$

Khi đó: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ nên $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{11} \approx 0,45.$

Bài 28. Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A_i là biến cố: “Thí sinh thi đậu lần thứ i ” ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố: “Thí sinh thi đậu”

Ta có: $B = A_1 \cup \bar{A}_1 A_2 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$

Suy ra $P(B) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3)$

Trong đó:

$$\begin{cases} P(A_1) = 0,9 \\ P(\bar{A}_1 A_2) = P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) = (1 - P(A_1)) \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) = 0,1 \cdot 0,7 = 0,07 \\ P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1) \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = (1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2 | \bar{A}_1)) \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \end{cases}$$

Vậy $P(B) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = 0,9 + 0,1 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,979 \approx 0,98$

Bài 29. Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được sản phẩm tốt”

B_i là biến cố “ Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ i sản xuất ”, với $i = 1; 2$

Ta có: $P(B_1) = \frac{3}{4}; P(B_2) = \frac{1}{4}$

Khi đó $P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = \frac{3}{4}.0,8 + \frac{1}{4}.0,7 = 0,775$

- Bài 30.** Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 bi trắng ”

B_i là biến cố “ Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có i bi trắng ”, với $i = 0; 1; 2$

$$P(A) = P(B_0).P(A|B_0) + P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2)$$

$$= \frac{C_2^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^2 \cdot C_3^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{10}^2 \cdot C_2^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{11}^2 \cdot C_1^1}{C_{12}^3} = \frac{772}{2475} \approx 0,31$$

- Bài 31.** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.

Lời giải

Gọi A : “ Người nghiện thuốc lá ”

B : “ Người bị viêm họng ”

Khi đó: AB : “Người nghiện thuốc và bị viêm họng”

$\overline{AB}$: “Người không nghiện thuốc và bị viêm họng”

Theo đề bài ta có $P(A) = 30\%$; $P(B|A) = a\%$ và $P(AB) = 0,21$ nên theo công thức xác suất

có điều kiện ta được: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\% = \frac{0,21}{30\%} = 70\%$.

Tương tự: $P(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$; $P(B|\overline{A}) = 40\%$ và $P(\overline{AB}) = b\%$ nên theo công thức xác suất

có điều kiện ta được: $P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\% = \frac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\% = 28\%$.

Vậy $a + b = 98$.

- Bài 32.** A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là 0,7 và 0,4. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố “ A bắn trúng ”, “ B bắn trúng ”, “ có một người bắn trúng ”

Ta có $P(B|C) = \frac{P(B\overline{A})}{P(C)} = \frac{P(B\overline{A})}{P(B\overline{A}) + P(\overline{B}A)} = \frac{0,4.0,3}{0,4.0,3 + 0,7.0,4} = 0,22$.

Bài 33. Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “An lấy được bóng xanh”.

Khi đó: $n(A) = 8, n(\Omega) = 14 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$.

b) Đúng: Gọi B là biến cố: “Bình lấy được bóng đỏ” nên ta có $P(B|A) = \frac{6}{13}$.

Theo công thức nhân xác suất thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{13} = \frac{24}{91}$.

c) Sai: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu xanh là: $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{13} = \frac{4}{13}$

d) Đúng: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu đỏ là: $\frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu là: $\frac{4}{13} + \frac{15}{91} = \frac{43}{91}$.

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu là $1 - \frac{43}{91} = \frac{48}{91}$.

Vậy xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Bài 34. Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.

b) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.

c) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.

d) Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Lời giải

a) Sai: Không gian mẫu của phép thử:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$

$$\text{Vậy } n(\Omega) = 12.$$

b) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

c) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

d) Sai: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

Bài 35. Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.

b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.

c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán” và B là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”

Gọi C là biến cố: “Học sinh được chọn không giỏi môn Toán” và D là biến cố: “Học sinh được chọn không giỏi môn Văn”

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23 + 20 - 35 = 8$

a) Đúng: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là: $P(A|B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

b) Đúng: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là: $P(B|A) = \frac{8}{23}$

c) Sai: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C|B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

d) Sai: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23 - 8 = 15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D|A) = \frac{15}{23}$$

Bài 36. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.

d). Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

a) Đúng: Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

b) Sai: Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}, P(A \cap B) = \frac{1}{30}. \text{ Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Đúng: Gọi C là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nam".

Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$.

$$\text{Ta có: } P(C) = \frac{13}{30}, P(A \cap C) = \frac{2}{30} \text{ do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Sai: Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là

$$P(B|A)$$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{30}$$

Bài 37. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$.

b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$.

Bài 38. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A: "Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II";

B : "Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II".

a) Sai: Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b) Đúng: Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

c) Sai: Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

d) Đúng: Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là:

$$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}.$$

Bài 39. Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

Kết quả điều tra	Mông	Dao
Suy dinh dưỡng	27	24
Không suy dinh dưỡng	153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. ($\bar{B}$ là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B) = 0,6$.

b) $P(AB) = 0,102$.

c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.

d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $n(\Omega) = 300$

Số lượng trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $n(B) = 27 + 153 = 180$

Xác suất chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $P(B) = \frac{180}{300} = \frac{3}{5} = 0,6$.

b) Sai AB là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Mông

$$\Rightarrow n(AB) = 27 \Rightarrow P(AB) = \frac{27}{300} = 0,09.$$

c) Đúng: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,09}{0,6} = 0,15.$

d) Sai: Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao là $P(\bar{B}) = \frac{120}{300} = 0,4$

$\bar{AB}$ là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Dao

$$\Rightarrow n(\bar{AB}) = 24 \Rightarrow P(\bar{AB}) = \frac{24}{300} = 0,08.$$

Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng của xã là dân tộc Dao là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{AB})}{P(\bar{B})} = \frac{0,08}{0,4} = 0,2.$$

Bài 40. Một công ty xây dựng đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,5.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,3.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Lời giải

a) Sai: A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

Mà $0,5.0,6 \neq 0,3$ nên A và B không độc lập

b) Đúng: Gọi C là biến cố công ty chỉ thắng thầu 1 dự án:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2.0,3 = 0,5. \end{aligned}$$

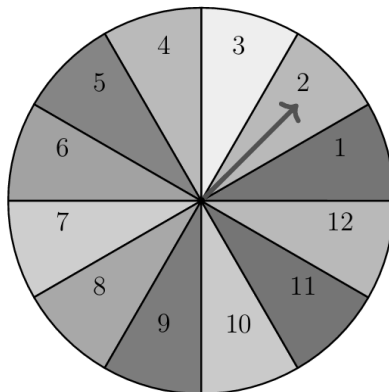
c) Sai: Gọi D là biến cố công ty thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1

$$P(D) = P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

d) Sai: Gọi E là biến cố công ty thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

Bài 41. Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên.

Gọi A là biến cố "An quay được số chia hết cho 3"; B là biến cố "An quay được số chia hết cho 5"; C là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.
- Số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C lần lượt là 48, 24, 72.
- Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{1}{6}$.
- Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{1}{12}$.

Lời giải

a) Đúng: Khi An quay thì có 12 khả năng xảy ra còn khi Bình quay thì có 12 khả năng xảy ra.

Theo quy tắc nhân có $12 \cdot 12 = 144$ khả năng xảy ra nên $n(\Omega) = 144$.

b) Đúng: Xét biến cố A , An quay được số chia hết cho 3 thì có 4 khả năng còn khi Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng.

Theo quy tắc nhân có $4 \cdot 12 = 48$ khả năng nên $n(A) = 48$

Xét biến cố B , An quay được số chia hết cho 5 có 2 khả năng.

Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng nên theo quy tắc nhân có $2 \cdot 12 = 24$ khả năng.

Do đó $n(B) = 24$.

Xét biến cố C , An quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng. Bình quay một số chẵn có 6 khả năng nên theo quy tắc nhân có $12 \cdot 6 = 72$ khả năng.

Do đó $n(C) = 72$.

c) Đúng: Khi An quay được số chia hết cho 3 thì số khả năng Bình quay được số chẵn là 6 khả năng.

Do đó xác suất để Bình quay được số chẵn biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

d) Đúng: Khi Bình quay được số lẻ thì số khả năng An quay được số chia hết cho 5 là 2 khả năng. Do đó xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Bài 42. Một hộp đựng 10 quả cầu đỏ và 8 quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi A là biến cố “Hùng lấy được quả cầu đỏ”, B là biến cố “Lâm lấy được một quả cầu đỏ”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$.

b) $P(B|A)$ bằng $\frac{9}{17}$.

c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$.

d) $P(B|\bar{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

Lời giải

a) Đúng: $n(\Omega) = 18$

Số cách Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $n(A) = C_{10}^1 = 10$

Xác suất Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $P(A) = \frac{5}{9}$

b) Đúng: Sau khi Hùng lấy một quả cầu đỏ trong hộp còn lại 17 quả cầu trong đó có 9 quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm. Do đó,

$$P(B|A) = \frac{C_9^1}{C_{17}^1} = \frac{9}{17}$$

c) Sai: Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB) = P(A).P(B|A) \Leftrightarrow P(AB) = \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{17} = \frac{5}{17}$.

d) Đúng: Gọi $\bar{A}$ là biến cố “Hùng lấy một quả màu xanh”.

Sau khi Hùng lấy một quả cầu xanh trong hộp còn lại 17 quả cầu trong đó có 10 quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm.

Do đó, $P(B|\bar{A}) = \frac{C_{10}^1}{C_{17}^1} = \frac{10}{17}$.

Bài 43. Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{45} = 0,3(5)$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy là 16 nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{12}{16} = 0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Bài 44. Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là 0,3.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là 0,5.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bệnh án rút ra bị biến chứng”.

Gọi B là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng nhiệt”.

Khi đó $\bar{B}$ là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng hóa chất”.

Theo đề:

a) Đúng: Xác suất do bị bỏng nhiệt là: $P(B) = 0,7$.

Xác suất bị biến chứng trong bỏng nhiệt là $30\% = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = 0,3$

Xác suất do bị bỏng hóa chất là $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) Đúng: Xác suất bị biến chứng trong bỏng hóa chất là $50\% = 0,5 \Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,5$

Xác suất biến cố “bệnh án bị biến chứng”:

c) Sai: $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,3 = 36\%$

d) Đúng: Xác suất của bệnh án bị biến chứng do bỏng nhiệt:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{0,36} = \frac{7}{12}$$

Bài 45. Cho hai biến cố A, B có xác suất lần lượt là $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(AB) = \frac{1}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố B với điều kiện A là $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = 1$.

d) Xác suất của biến cố $\bar{A}$ với điều kiện $\bar{B}$ là $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$.

b) Sai: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{5} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$.

c) Sai: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

d) Đúng: Ta có $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - P(A|\bar{B}) = 1 - \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$.

Lại có $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = P(A) \cdot (1 - P(B|A)) = \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5} = 0,2$.

Mặt khác $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$. Do đó $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$.

Bài 46. Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là 0,3. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là 0,4 và dự án 2 là 0,5. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- A, B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.
- Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
- Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.

Lời giải

a) Ta có $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$, $P(AB) = 0,3$.

Khi đó $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ nên A, B là hai biến cố không độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,3 = 0,6.$$

c) Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$.

d) Gọi D là biến cố công ty thắng thầu đúng 1 dự án, ta có $P(D) = P(\bar{A}B) + P(A\bar{B})$.

Lại có: $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$.

Khi đó: $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2 \Rightarrow P(D) = 0,2 + 0,2 - 0,3 = 0,1$.

Bài 47. Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4.
- Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.
- Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.
- Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “người mua kim cương là nam” suy ra $P(A) = 0,6$.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “người mua kim cương là nữ” suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

b) Sai: Gọi B là biến cố: “người mua kim cương trên 50 tuổi”.

Có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi suy ra $P(AB) = 0,4$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$.

c) Đúng: Có 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi suy ra $P(\bar{A}B) = 0,3$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính : $P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$.

d) Sai: Dựa vào kết quả ở câu b) và câu c) ta thấy $\frac{P(B|\bar{A})}{P(B|A)} = \frac{9}{8}$.

Vậy tỉ lệ người mua trên 50 tuổi trong số những người nữ cao hơn người nam gấp 1,25 lần.

Bài 48. Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
- b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32.
- c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16.
- d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “ngày thứ sáu trời nắng” suy ra $P(A) = 0,8$.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “ngày thứ sáu trời có sương mù” suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) Sai: Gọi B là biến cố: “ngày thứ bảy trời có sương mù”. Theo đề $P(B|\bar{A}) = 0,4$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,4 = 0,08$.

c) Sai: $P(B|A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,7$.

Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $P(A\bar{B}) = P(A).P(\bar{B}|A) = 0,8.0,7 = 0,56$.

d) $P(B|\bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,4 = 0,08.$$

Bài 49. Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh”;

B : “Lần thứ hai lấy được quả bóng xanh”.

a) Sai: Xác suất để lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất là $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b) Đúng: Sau khi lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất thì trong hộp còn 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh, biết lần thứ nhất cũng lấy được quả bóng xanh là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

c) Đúng: Gọi C : “Cả hai lần lấy được quả bóng xanh”. Ta có biến cố C là biến cố giao của hai biến cố A và $B|A$ nên do đó $P(C) = P(A).P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}$.

d) Đúng: Ta có $\bar{C}$: “Ít nhất một lần lấy được quả bóng đỏ”

Do đó $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

Bài 50. Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi A là biến cố: “Hùng lấy được viên bi màu đỏ”, B là biến cố: “Nam lấy được viên bi màu xanh”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Với Ω là không gian mẫu $n(\Omega) = 196$.

b) $P(B) = \frac{8}{13}$

c) $P(AB) = \frac{24}{91}$

d) $P(A|B) = \frac{6}{13}$

Lời giải

a) Sai: Nam có 14 cách lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp

Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp (vì Nam lấy bi và không trả lại)

Do đó $n(\Omega) = 14 \cdot 13 = 182$.

b) Sai: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp. Do đó $n(B) = 8 \cdot 13 = 104 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{7}$.

c) Đúng: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 6 cách lấy một viên bi màu đỏ.

Do đó $n(AB) = 8 \cdot 6 = 48 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{24}{91}$.

d) Đúng: Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{6}{13}$

Bài 51. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”, B là biến cố: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(AB) = \frac{1}{6}$

b) $P(B) = \frac{11}{36}$

c) $P(A|B) = \frac{5}{6}$

d) $P(\bar{A}|B) = \frac{4}{11}$

Lời giải

a) Đúng: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$. $AB = \{(3, 2); (3, 4); (3, 6); (2, 3); (4, 3); (6, 3)\} \Rightarrow n(AB) = 6$

Do đó $P(AB) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b) Đúng: Ta có $\bar{B} = \{(i, j) | i, j \in \{1, 2, 4, 5, 6\}\} \Rightarrow n(\bar{B}) = 5 \cdot 5 = 25 \Rightarrow n(B) = 36 - n(\bar{B}) = 11$.

Do đó $P(B) = \frac{11}{36}$.

c) Sai: Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{6} : \frac{11}{36} = \frac{6}{11}$.

d) Đúng: Ta có: $\bar{AB} = \{(3, 1); (3, 5); (1, 3); (5, 3)\} \Rightarrow n(\bar{AB}) = 4$ do đó $P(\bar{A}|B) = \frac{n(\bar{AB})}{n(B)} = \frac{4}{11}$

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Bài 1.** Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).
- Bài 2.** Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.
- Bài 3.** Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Bài 4.** Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Bài 5.** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)
- Bài 6.** Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.
- Bài 7.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.
- Bài 8.** Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

Bài 9. Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Màu	Có đánh số	Không
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Bài 10. Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Bài 11. Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

Bài 12. Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b . Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỷ lệ cây mang kiểu gene bb , Bb tương ứng là 40% và 60%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là 0,5.

b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là 0,5.

c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là 0,6.

d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là 0,49.

Bài 13. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.

b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.

c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.

d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

Bài 14. Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125.

Bài 15. Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất" và B là biến cố "Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.

b) $P(B|A) = \frac{1}{15}$.

c) $P(B|\bar{A}) = \frac{12}{35}$.

d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Bài 16. Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công".

Gọi B là biến cố "Thí nghiệm thứ hai thành công".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,5$.

c) $P(AB) = 0,72$.

d) $P(\overline{AB}) = 0,1$.

Bài 17. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0.74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_o).P(E|E_o) + P(E_1).P(E|\bar{E}_1) + P(E_2).P(E|\bar{E}_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Bài 18. Hai đội bóng thực hiện các lượt sút luân lưu, trong mỗi lượt sút luân lưu. Trong loạt sút thứ nhất, đội bóng thứ nhất thực hiện trước với xác suất thành công là 0,8, đội bóng thứ hai thực hiện sau. Nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thực hiện thành công quả đá đầu tiên thì cầu thủ của đội bóng thứ hai có xác suất thực hiện thành công là 0,7; nếu đội bóng thứ nhất thực hiện không thành công thì xác suất để đội bóng thứ hai thực hiện thành công là 0,9. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Cầu thủ của đội bóng thứ hai thành công”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,3$.

c) $P(AB) = 0,56$.

d) $P(\bar{B}) = 0,16$.

Bài 19. Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là 75%. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có 60% mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là 30%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là 0,75.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là 0,15.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là 0,6, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là 0,3.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là 0,525.

- Bài 20.** Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.
 - b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.
 - c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.
 - d) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là 0,726.
- Bài 21.** Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)
- Bài 22.** Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 0,04; 0,03. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I. (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).
- Bài 23.** Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là 0,9 và 0,7. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I?
- Bài 24.** Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20%, 50%, 30%. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5%, 4%, 8%. Tính xác suất để một khách ở khách sạn C, biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Bài 25.** Cho hộp I gồm 5 bi trắng và 5 bi đỏ, hộp II gồm 6 bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp I sang hộp II. Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp II một bi. Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp I. (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)
- Bài 26.** Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1%. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?
- Bài 27.** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)
- Bài 28.** Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị

bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Bài 29. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Bài 30. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Bài 31. Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.

Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Bài 32. Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

Bài 33. Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 70% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 30% chi tiết. Khoảng 95% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 80% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất.

Bài 34. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là: Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 98%. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 98 trong 100 trường hợp không mắc bệnh (tức là có 2 người không mắc bệnh nhưng xuất hiện dương tính “giả”). Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Bài 35. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{2}a + b.$$

Bài 36. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm

cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Bài 37. Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong đó có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

Bài 38. Trường X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a - b$?

Bài 39. Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất 50% số linh kiện, dây chuyền B sản xuất 30% và dây chuyền C sản xuất 20% số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là 2%, 3% và 1%. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

Bài 40. Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là 60%, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là 25% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

Bài 41. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 42. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 43. Giả sử bệnh hiếm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố "Người được chọn không nhiễm bệnh" và B là biến cố "người được chọn có phản ứng dương tính". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là

$$P(B|A) = 0,04.$$

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.

Bài 44. Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,02.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: 0,99.

c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: 0,01.

d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,25

Bài 45. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là 0,6.

b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là 0,8.

c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là 0,36.

d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\frac{2}{3}$.

Bài 46. Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ. Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là 72%, tỷ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là 32%; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là 68%.

b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là 22%.

c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là 2%.

d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng 96%.

Bài 47. Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

Bài 48. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$.

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

Bài 49. Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.

b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$.

Bài 50. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp B00 (Gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: "Học sinh đó

chọn tổ hợp B00"; B là biến cố: "Học sinh đó đỗ đại học". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất $P(\overline{A}) = 0,5$.
- b) Xác suất $P(B|A) = 0,4$.
- c) Xác suất $P(B|\overline{A})$ thuộc khoảng $(0,2; 0,5)$.
- d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn $\frac{2}{3}$.

Bài 51. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$
- b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45
- c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$
- d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Bài 52. Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
- b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
- c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
- d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Bài 53. Có hai đội tham gia một cuộc thi bơi lội. Đội I có 7 vận động viên, đội II có 9 vận động viên. Xác suất giành huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0.07 và 0.06. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I là $\frac{9}{16}$
- b) Xác suất để vận động viên này không giành được huy chương vàng nếu thuộc đội II là 0,94
- c) Xác suất để vận động viên này giành được huy chương vàng là $\frac{103}{1060}$
- d) Giả sử vận động viên được chọn giành huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{49}{103}$.

Bài 54. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh

số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng 62,5%.
- b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.
- c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.
- d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Bài 55. Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng X sản xuất 60% và phân xưởng Y sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng X, phân xưởng Y lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

- a) Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất bằng 95%.
- b) Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.
- c) Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất bằng 75%.
- d) Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

Bài 56. Giả sử tỷ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỷ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{9}{13}$.

Bài 57. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỷ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

- A. 0,0056. B. 0,1875. C. 0,1785. D. 0,1587.

Bài 58. Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

- A. 0,4. B. 0,35. C. 0,5. D. 0,65.

Bài 59. Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

- A. Khoảng 32%. B. Khoảng 47%. C. Khoảng 83%. D. Khoảng 95%.

Bài 60. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỷ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A. 0,095. B. 0,746. C. 0,476. D. 0,003.

- Bài 61.** Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?
- A. $\frac{19}{21}$. B. $\frac{20}{21}$. C. $\frac{24}{25}$. D. $\frac{18}{25}$.
- Bài 62.** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỷ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?
- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{8}{9}$.
- Bài 63.** Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?
- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.
- Bài 64.** Giả sử có một loại bệnh S mà tỷ lệ người mắc bệnh là 0,1%. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh S khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỷ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh S có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh S của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?
- A. 1,96%. B. 1,69%. C. 1,97%. D. 0,5%.
- Bài 65.** Giả sử tỷ lệ người dân của thủ đô Hà Nội nghiện thuốc lá là 30%; tỷ lệ người bị bệnh phổi là 38% và tỷ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 80%. Chọn ngẫu nhiên một người của thủ đô Hà Nội, tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.
- A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{19}$. C. $\frac{4}{13}$. D. $\frac{12}{19}$.
- Bài 66.** Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.
- A. $\frac{8}{11}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{7}{16}$.
- Bài 67.** Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỷ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là
- A. $\frac{891}{911}$. B. $\frac{891}{911}$. C. $\frac{123}{892}$. D. $\frac{213}{911}$.

- Bài 68.** Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:
- A. $\frac{91}{100078}$. B. $\frac{91}{1000078}$. C. $\frac{91}{3000052}$. D. $\frac{91}{8999974}$.
- Bài 69.** Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:
- A. $\frac{17}{25}$. B. $\frac{7}{25}$. C. $\frac{17}{29}$. D. $\frac{17}{75}$.
- Bài 70.** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.
- Bài 71.** Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam.
- Bài 72.** Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh A là 5%; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh A là 17%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh A. Tính xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh A.
- Bài 73.** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.
- Bài 74.** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).
- Bài 75.** Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là 0,5%. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- Bài 76.** Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?
- Bài 77.** Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm 70% còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm 30% tổng sản phẩm của công ty. Tỷ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm 2% còn của dây chuyền II chiếm 3% tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu nhiên được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.
- Bài 78.** Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.
- Bài 79.** Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Tính xác suất của các biến cố A và B .
- Bài 80.** Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có 60% về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có 30% ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn 20% số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là 80%. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là 90%. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?
- Bài 81.** Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?
- Bài 82.** Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số.
- Bài 83.** Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

Bài 1. Có 1 kho bia kém chất lượng chứa các thùng giống nhau (24 lon/thùng) gồm 3 loại: loại I để lần mỗi thùng 3 lon quá hạn sử dụng, loại II để lần mỗi thùng 2 lon quá hạn và loại III để lần mỗi thùng có 4 lon quá hạn. Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 lon. Tính xác suất để lấy được 2 lon quá hạn sử dụng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 lon quá hạn từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

Từ đó, ta có $P(A_1) = \frac{6}{10}$; $P(A_2) = \frac{3}{10}$; $P(A_3) = \frac{1}{10}$

Xác suất để chọn được 2 lon quá hạn là:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1).P(B|A_1) + P(A_2).P(B|A_2) + P(A_3).P(B|A_3) \\ &= \frac{6}{10} \cdot \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \cdot \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \cdot \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} \approx 0,3 \end{aligned}$$

Bài 2. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\% \cdot 150 = 90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\% \cdot 100 = 50$ (học sinh).

Xét biến cố: A là biến cố "Chọn được học sinh là đoàn viên".

B là biến cố "Chọn được học sinh nam". Khi đó:

$$P(B) = \frac{100}{250} = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$

$$P(A|B) = \frac{50}{100} = 0,5; P(A|\bar{B}) = \frac{90}{150} = 0,6.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5}.0,5 + \frac{3}{5}.0,6 = 0,56.$$

Bài 3. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 90% số viên bi màu đỏ được đánh số và 50% số viên bi màu vàng được đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “ Viên bi được lấy ra có màu vàng”.

$$\text{Khi đó, ta có: } P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}; P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}; P(A|B) = 90\% = \frac{9}{10}; P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{9}{10} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Bài 4. Một lô linh kiện có chứa 40% linh kiện do nhà máy I sản xuất và 60% linh kiện do nhà máy II sản xuất. Biết tỉ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là 3%, 4%. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Tính xác suất để linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ linh kiện được lấy ra là linh kiện tốt”

Gọi B là biến cố: “ linh kiện được lấy ra do nhà máy I sản xuất”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố: “ linh kiện được lấy ra do nhà máy II sản xuất”.

$$\text{Khi đó, ta có: } P(B) = 40\% = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 60\% = \frac{3}{5};$$

$$P(A|B) = 100\% - 3\% = 97\% = \frac{97}{100}; P(A|\bar{B}) = 100\% - 4\% = 96\% = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{97}{100} + \frac{3}{5} \cdot \frac{24}{25} = \frac{241}{250} \approx 0,96.$$

Bài 5. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Xét các biến cố:

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\bar{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48; P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,52.0,6 + 0,48.0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là 0,53.

Bài 6. Có hai hộp bóng bàn, các quả bóng bàn có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng. Hộp thứ hai có 6 quả bóng bàn màu trắng và 4 quả bóng bàn màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng bàn ở hộp thứ hai ra. Tính xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai.

Lời giải

Vì hộp thứ nhất có 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng nên khi lấy 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất thì có hai khả năng: khả năng thứ nhất là lấy được 3 quả bóng bàn màu trắng và 1 quả bóng bàn màu vàng; khả năng thứ hai là lấy được 2 quả bóng bàn màu trắng và 2 quả bóng bàn màu vàng.

Xét các biến cố:

A : "Lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai";

B : "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 1 quả bóng bàn màu vàng";

$\bar{B}$: "Lấy được 4 quả bóng bàn ở hộp thứ nhất, trong đó có 2 quả bóng bàn màu vàng".

Trường hợp 1: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có 1 cách lấy 3 quả bóng bàn màu trắng và 2 cách lấy 1 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(B) = \frac{1.2}{C_5^4} = \frac{2}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 9 quả bóng bàn màu trắng và 5 quả bóng bàn màu vàng nên $P(A|B) = \frac{5}{14}$.

Trường hợp 2: Số cách lấy 4 quả bóng bàn từ hộp thứ nhất là C_5^4 , có C_3^2 cách lấy 2 quả bóng bàn màu trắng và 1 cách lấy 2 quả bóng bàn màu vàng, suy ra $P(\bar{B}) = \frac{C_3^2.1}{C_5^4} = \frac{3}{5}$.

Vì khi đó hộp thứ hai có 8 quả bóng bàn màu trắng và 6 quả bóng bàn màu vàng nên

$$P(A|\bar{B}) = \frac{6}{14}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{5}{14} + \frac{3}{5} \cdot \frac{6}{14} = 0,4.$$

Vậy xác suất để lấy được quả bóng bàn màu vàng từ hộp thứ hai là 0,4.

- Bài 7.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,8$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B) = 0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73.$$

- Bài 8.** Một đội tuyển thi bắn súng có 10 xạ thủ, bao gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ hạng I và hạng II lần lượt là 0,75 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó chỉ bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Chọn được xạ thủ hạng I” và B là biến cố “Viên đạn trúng mục tiêu”. Sử dụng sơ đồ hình cây (tham khảo hình vẽ), tính xác suất để viên đạn đó trúng mục tiêu.

Lời giải

Ta có $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = 0,75$; $P(B|\bar{A}) = 0,6$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,75 + 0,6.0,6 = 0,66.$$

Vậy xác suất để viên đạn trúng mục tiêu là 0,66.

- Bài 9.** Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

Màu	Có đánh số	Không
Đỏ	20	20
Vàng	36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Lời giải

Ta có: $P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$; $P(A|B) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$; $P(A|\bar{B}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}$.

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{25} = 0,56.$$

Bài 10. Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Xét các biến cố A : “Chọn được người bị bệnh cúm”;

B : “Chọn được người có phản ứng dương tính”.

Khi đó $P(A) = 0,25$; $P(\bar{A}) = 0,75$; $P(B|A) = 0,96$; $P(B|\bar{A}) = 0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,96 + 0,75.0,08 = 0,3.$$

Bài 11. Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Với $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,25$; $P(B|A) = 0,72$; $P(\bar{A}) = 0,75$; $P(B|\bar{A}) = 0,14$

Vậy $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25.0,72 + 0,75.0,14 = 0,285$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,285.

Bài 12. Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b. Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb là 0,5.
- b) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb là 0,5.
- c) Xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố là 0,6.
- d) Xác suất để cây con có kiểu gene bb là 0,49.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb”; M là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây bố”;

N là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây mẹ”; E là biến cố: “Cây con có kiểu gene bb”.

Theo giả thiết M và N độc lập nên $P(E) = P(M).P(N)$.

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(A).P(M|A) + P(\bar{A}).P(M|\bar{A})$.

Ta có $P(A) = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$.

a) Sai: $P(M|A)$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb. Do đó $P(M|A) = 1$.

b) Đúng: $P(M|\bar{A})$ là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb. Do đó $P(M|\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

c) Sai: Thay vào (*) ta được: $P(M) = 0,4.1 + 0,6.0,5 = 0,4 + 0,3 = 0,7$.

d) Đúng: Tương tự tính được $P(N) = 0,7$. Vậy $P(E) = P(M).P(N) = 0,7.0,7 = 0,49$.

Từ kết quả trên suy ra trong một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây bố và cây mẹ mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%, thì tỉ lệ cây con có kiểu gene bb là khoảng 49%

Bài 13. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi vàng, 3 viên bi xanh. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi vàng, 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ra 2 viên bi bất kỳ từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất là $\frac{3}{8}$.
- b) Xác suất để lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất là $\frac{5}{7}$.
- c) Biết rằng lấy được bi màu xanh từ hộp thứ nhất. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu từ hộp thứ hai là $\frac{9}{13}$.
- d) Xác suất để lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai là $\frac{5}{32}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy được bi xanh từ hộp thứ nhất

a) Đúng: Ta có: $P(A) = \frac{3}{8}$.

b) Sai: Ta có $\bar{A}$ là biến cố lấy được bi vàng từ hộp thứ nhất, ta có: $P(\bar{A}) = \frac{5}{8}$.

c) Đúng: Gọi B_1 là biến cố lấy được 2 bi khác màu từ hộp thứ hai.

Ta có: $P(B_1 | A) = \frac{C_4^1 \cdot C_6^1 + C_4^1 \cdot C_3^1 + C_3^1 \cdot C_6^1}{C_{13}^2} = \frac{9}{13}$.

d) Sai: Gọi B_2 là biến cố lấy được 2 bi vàng từ hộp thứ hai.

Ta có: $P(B_2) = P(A) \cdot P(B_2 | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B_2 | \bar{A}) = \frac{3}{8} \cdot \frac{C_4^2}{C_{13}^2} + \frac{5}{8} \cdot \frac{C_5^2}{C_{13}^2} = \frac{17}{156}$.

Bài 14. Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.
- b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2.
- c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35.
- d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125.

Lời giải

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Gọi A là biến cố ‘An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán’ và B là biến cố ‘An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì’. Ta có: $P(A) = 0,75$, $P(\bar{A}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

a) Đúng: Vì theo giả thiết, nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Vậy, nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $P(\bar{B} | A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

b) Sai: Vì theo giả thiết, nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Vậy, nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$.

c) Sai: Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,75.0,1 + 0,25.0,85 = 0,2875.$$

d) Đúng: Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,75.0,9 + 0,25.0,15 = 0,7125.$$

Hoặc $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,2875 = 0,7125$.

Bài 15. Có hai chiếc hộp. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố ‘Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất’ và B là biến cố ‘Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai’. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$.

b) $P(B | A) = \frac{1}{15}$.

c) $P(B | \bar{A}) = \frac{12}{35}$.

d) $P(B) = \frac{14}{45}$.

Lời giải

Đáp án: a) S b) S c) Đ d) Đ

a) Sai: Ta có: $P(A) = \frac{5}{12} \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{12}$.

b) Sai: Nếu A xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 7 bi xanh và 8 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách. Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_8^2 cách.

Suy ra: $P(B | A) = \frac{C_8^2}{C_{15}^2} = \frac{4}{15}$.

c) Đúng: Nếu A không xảy ra thì khi đó hộp hai chứa 6 bi xanh và 9 bi đỏ.

Chọn hai bi bất kì từ hộp hai có C_{15}^2 cách. Chọn hai bi đỏ từ hộp hai có C_9^2 cách.

$$\text{Suy ra: } P(B|\bar{A}) = \frac{C_9^2}{C_{15}^2} = \frac{12}{35}.$$

d) Đúng: Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{15} + \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{35} = \frac{14}{45}.$$

Bài 16. Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,8. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,5. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Thí nghiệm thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Thí nghiệm thứ hai thành công”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,5$.

c) $P(AB) = 0,72$.

d) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,1$.

Lời giải

a) Đúng: $P(B|A)$ là xác suất thí nghiệm thứ 2 thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công do đó $P(B|A) = 0,9$.

b) Sai: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,9 = 0,1$.

c) Đúng: $P(AB) = P(A).P(B|A) = 0,8.0,9 = 0,72$.

d) Đúng: $\bar{A}\bar{B}$ là biến cố “Cả hai thí nghiệm đều không thành công”.

Theo giả thiết, $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$ và $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$.

Vậy xác suất để cả hai thí nghiệm không thành công là

$$P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1.$$

Bài 17. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I là 0,9 và loại II là 0,7. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”. B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”. C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”. Khi đó ta có xác suất để viên đạn trúng đích được tính theo công thức công thức:

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|\bar{C})$$

b) Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn và xạ thủ đó bắn một viên đạn. Xác suất để viên đạn đó trúng đích là 0,74.

c) Chọn ngẫu nhiên ra hai xạ thủ và cả hai xạ thủ đều bắn một viên đạn. Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố chọn được i xạ thủ loại I. Khi đó ta có công thức tính xác suất để cả hai xạ thủ đều bắn trúng là

$$P(E) = P(E_0).P(E|E_0) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2).$$

d) Chọn ngẫu nhiên hai xạ thủ, mỗi người bắn một viên đạn. Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là 0.596

Lời giải

a) Sai: B và C tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên $P(A) = P(B)P(A|B) + P(C).P(A|C)$

b) Đúng: Gọi A là biến cố “Viên đạn trúng đích”.

B là biến cố “Xạ thủ loại I bắn”; C là biến cố “Xạ thủ loại II bắn”.

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{2}{10} = 0,2; \quad P(A|B) = 0,9; \quad P(C) = \frac{8}{10} = 0,8; \quad P(A|C) = 0,7$$

$$\begin{aligned} B \text{ và } C \text{ tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên } P(A) &= P(B)P(A|B) + P(C).P(A|C) \\ &= 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74 \end{aligned}$$

c) Sai: E_i tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên

$$P(E) = P(E_0).P(E|E_0) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2)$$

d) Sai: Gọi E là biến cố “Cả hai viên đạn đều bắn trúng đích” E_i là biến cố “chọn được i xạ thủ loại I”

$$\text{Ta có: } P(E_0) = \frac{C_8^2}{C_{10}^2} = \frac{28}{45}; \quad P(E|E_0) = 0,7.0,7 = 0,49$$

$$P(E_1) = \frac{C_2^1 C_8^1}{C_{10}^2} = \frac{16}{45}; \quad P(E|E_1) = 0,9.0,7 = 0,63; \quad P(E_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}; \quad P(E|E_2) = 0,9.0,9 = 0,81$$

Vì E_0, E_1, E_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố nên ta có Xác suất để cả hai viên đạn đó trúng đích là:

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E_0).P(E|E_0) + P(E_1).P(E|E_1) + P(E_2).P(E|E_2) \\ &= \frac{28}{45}.0,49 + \frac{16}{45}.0,63 + \frac{1}{45}.0,81 = 0,5469. \end{aligned}$$

Bài 18. Hai đội bóng thực hiện các lượt sút luân lưu, trong mỗi lượt sút luân lưu. Trong loạt sút thứ nhất, đội bóng thứ nhất thực hiện trước với xác suất thành công là 0,8, đội bóng thứ hai thực hiện sau. Nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thực hiện thành công quả đá đầu tiên thì cầu thủ của đội bóng thứ hai có xác suất thực hiện thành công là 0,7; nếu đội bóng thứ nhất thực hiện không thành công thì xác suất để đội bóng thứ hai thực hiện thành công là 0,9. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố “Cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công”.

Gọi B là biến cố “Cầu thủ của đội bóng thứ hai thành công”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A) = 0,9$.

b) $P(\bar{B}|A) = 0,3$.

c) $P(AB) = 0,56$.

d) $P(\bar{B}) = 0,16$.

Lời giải

a) Sai: $P(B|A)$ là xác suất cầu thủ của đội bóng thứ thành công nếu cầu thủ của đội bóng thứ nhất thành công do đó $P(B|A) = 0,7$.

b) Đúng: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,7 = 0,3$.

c) Đúng: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

d) Đúng: B là biến cố "Cầu thủ của đội bóng thứ hai thực hiện thành công".

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,7 + 0,2 \cdot 0,9 = 0,84 \Rightarrow P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,16.$$

Bài 19. Một cửa hàng chỉ bán hai loại điện thoại là Samsung và Iphone. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Samsung là 75%. Trong số các khách hàng mua điện thoại Samsung thì có 60% mua kèm ốp điện thoại. Tỷ lệ khách hàng mua điện thoại Iphone kèm ốp điện thoại trong số những khách hàng mua điện thoại Iphone là 30%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một khách hàng mua điện thoại Samsung là 0,75.

b) Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là 0,15.

c) Xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua điện thoại Samsung là 0,6, xác suất để một khách hàng mua ốp điện thoại biết rằng khách hàng đó đã mua Iphone là 0,3.

d) Xác suất một khách hàng mua điện thoại kèm ốp là 0,525.

Lời giải

Gọi A là biến cố một khách hàng mua điện thoại kèm ốp, B là biến cố một khách hàng mua điện thoại Samsung

a) Đúng: $P(B) = 75\% = 0,75$.

b) Sai: Xác suất để một khách hàng mua điện thoại Iphone là $P(\bar{B}) = 1 - 0,75 = 0,25$.

c) Đúng: $P(A|B) = 60\% = 0,6$; $P(A|\bar{B}) = 30\% = 0,3$.

d) Đúng: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,75 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,3 = 0,525$.

Bài 20. Trong năm học vừa qua, ở trường đại học X, tỉ lệ sinh viên thi trượt môn Toán là 30%, thi trượt môn Tâm lý là 22%. Trong số các sinh viên trượt môn Toán có 40% sinh viên trượt môn Tâm lý. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên trường X. Sử dụng sơ đồ hình cây để tính xác suất. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất gặp sinh viên trượt cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,066.

b) Xác suất gặp sinh viên đậu cả hai môn Toán và Tâm lý là 0,6.

c) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là 0,18.

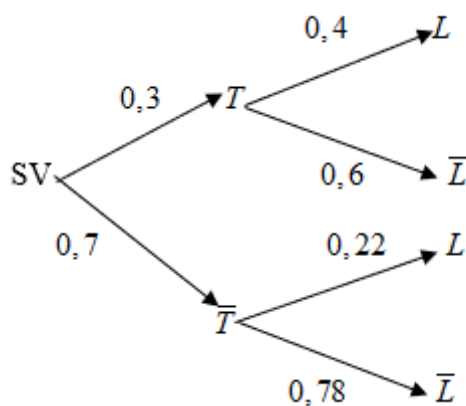
d) Xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là 0,726.

Lời giải

Giả sử T là biến cố “ Gặp sinh viên thi trượt môn Toán”, có $P(T) = 0,3$.

L là biến cố “Gặp sinh viên thi trượt môn Tâm lý”, có $P(L) = 0,22$. Khi đó $P(L|T) = 0,4$.

Sơ đồ hình cây:



a) Sai. Vì xác suất gặp sinh viên thi trượt cả môn Toán và Tâm Lý là:

$$P(TL) = P(T)P(L|T) = 0,3.0,4 = 0,12.$$

b) Đúng. Xác suất gặp sinh viên đậu cả môn Toán và Tâm lý là

$$P(\overline{TL}) = 1 - P(T \cup L) = 1 - P(T) - P(L) + P(TL) = 1 - 0,3 - 0,22 + 0,12 = 0,6.$$

c) Sai. Xác suất gặp sinh viên đậu môn Toán, biết rằng sinh viên này trượt môn Tâm lý là

$$P(\overline{T}|L) = \frac{P(\overline{TL})}{P(L)} = \frac{P(L) - P(TL)}{P(L)} = \frac{0,22 - 0,12}{0,22} = 0,45.$$

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất gặp sinh viên đậu môn Tâm lý là

$$P(\overline{L}) = P(T).P(\overline{L}|T) + P(\overline{T}).P(\overline{L}|\overline{T}) = 0,3.0,6 + 0,7.0,78 = 0,726.$$

Bài 21. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu?(làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm)

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “ Chọn được người không bị tiểu đường”

B : “ Chọn được người cao tuổi là nam”

$\overline{B}$: “ Chọn được người cao tuổi là nữ ”

Từ giả thuyết ta có $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48; P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,52.0,6 + 0,48.0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Bài 22. Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: $0,04; 0,03$. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II . Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I . (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

Lời giải

Ta xét các biến cố

A : “Linh kiện được lấy ra là phế phẩm”

B : “Linh kiện lấy ra từ nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Linh kiện lấy ra từ nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\bar{B}) = \frac{120}{200} = 0,6$; $P(A|B) = 0,04$; $P(A|\bar{B}) = 0,03$

Theo công thức toàn phần xác suất lấy linh kiện là phế phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,04 + 0,6.0,03 = 0,034.$$

Mặt khác theo công thức Bayes xác suất linh kiện phế phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,04}{0,034} = \frac{8}{17} \approx 0,47$$

Bài 23. Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là $0,9$ và $0,7$. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I?

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên đạn trúng đích”.

B_1 là biến cố “chọn xạ thủ loại I bắn”; B_2 là biến cố “chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$P(B_1) = \frac{2}{10} = 0,2; P(A|B_1) = 0,9; P(B_2) = \frac{8}{10} = 0,8; P(A|B_2) = 0,7.$$

Hai biến cố $B_1; B_2$ tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$

Áp dụng công thức Bayes có: $P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1)P(B_1)}{P(A)} = \frac{0,9.0,2}{0,74} = \frac{9}{37} \approx 0,24.$

Bài 24. Một công ty du lịch bố trí chỗ nghỉ cho đoàn khách tại ba khách sạn A, B, C theo tỉ lệ 20 %, 50 %, 30 %. Tỉ lệ hỏng điều hòa ở ba khách sạn lần lượt là 5 %, 4 %, 8 %. Tính xác suất để một khách ở khách sạn C , biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi biến cố H : “Khách nghỉ ở phòng có điều hòa bị hỏng”

A : “Khách nghỉ tại khách sạn A ”

B : “Khách nghỉ tại khách sạn B ”

C : “Khách nghỉ tại khách sạn C ”

Theo bài ra ta có: $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,5$; $P(C) = 0,3$.

$$P(H|A) = 0,05; P(H|B) = 0,04; P(H|C) = 0,08$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\begin{aligned} P(H) &= P(A).P(H|A) + P(B).P(H|B) + P(C).P(H|C) \\ &= 0,2.0,05 + 0,5.0,04 + 0,3.0,08 = 0,054. \end{aligned}$$

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn A , biết khách đó ở phòng điều hòa bị hỏng là: $P(A|H) = \frac{P(A).P(H|A)}{P(H)} = \frac{0,2.0,05}{0,054} = \frac{5}{27} \approx 0,19.$

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để một khách ở khách sạn C , biết khách đó ở phòng điều hòa không bị hỏng là:

$$P(C|\bar{H}) = \frac{P(C).P(\bar{H}|C)}{P(\bar{H})} = \frac{0,3.(1-0,08)}{1-0,054} = \frac{138}{473} \approx 0,29.$$

Bài 25. Cho hộp I gồm 5 bi trắng và 5 bi đỏ, hộp II gồm 6 bi trắng và 4 bi đỏ. Bỏ ngẫu nhiên hai bi từ hộp I sang hộp II . Sau đó lấy ngẫu nhiên từ hộp II một bi. Giả sử lấy được viên bi trắng. Tính xác suất để lấy được bi trắng từ hộp I . (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi K_1 : “Bi lấy ra từ hộp II là bi của hộp I ”

K_2 : “Bi lấy ra từ hộp II là bi của hộp II ”

A : “Lấy được bi trắng”

Ta có: $P(K_1) = \frac{C_2^1}{C_{12}^1} = \frac{1}{6}$; $P(K_2) = \frac{C_{10}^1}{C_{12}^1} = \frac{5}{6}$; $P(A|K_1) = \frac{C_5^1}{C_{10}^1} = \frac{1}{2}$; $P(A|K_2) = \frac{C_6^1}{C_{10}^1} = \frac{3}{5}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất để lấy được bi trắng là:

$$P(A) = P(K_1).P(A|K_1) + P(K_2).P(A|K_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{7}{12} \approx 0,58.$$

Áp dụng công thức Bayes, xác suất để lấy được bi trắng của hộp I là:

$$P(K_1|A) = \frac{P(K_1).P(A|K_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{7}{12}} = \frac{1}{7} \approx 0,14.$$

- Bài 26.** Một xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus và cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus. Biết rằng tỉ lệ người nhiễm Covid – 19 trong một cộng đồng nào đó là 1%. Một người trong cộng đồng đó cho kết quả xét nghiệm dương tính. Xác suất để người đó thực sự bị nhiễm virus có dạng $\frac{a}{b}$ (Phân số tối giản). Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người đó bị nhiễm Virus”; B là biến cố “Người đó cho kết quả dương tính”.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả dương tính với 90% các trường hợp thực sự nhiễm virus $P(B|A) = 0,9$.

Xét nghiệm Covid – 19 cho kết quả âm tính với 80% các trường hợp thực sự không nhiễm virus, nên cho kết quả dương tính với 20% các trường hợp không thực sự nhiễm virus $P(B|\bar{A}) = 0,2$

$$P(A) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,99$$

Do đó xác suất để người đó cho kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,01.0,9 + 0,99.0,2 = 0,207$$

Xác suất để người nhiễm virus cho kết quả dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,01.0,9}{0,207} = \frac{1}{23}$$

Vậy $a = 1, b = 23 \Rightarrow a + b = 24$.

- Bài 27.** Tỷ lệ người nghiện thuốc lá tại một vùng là 30%. Biết rằng tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người nghiện thuốc là 60%, còn tỷ lệ người bị viêm họng trong số những người không

nghiện là 40%. Lấy ngẫu nhiên một người thấy người ấy không bị viêm họng. Tính xác suất người đó nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người này bị nghiện thuốc lá”; B là biến cố “Người này không bị viêm họng”

Ta có $P(A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,7$.

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người bị nghiện thuốc là $P(\bar{B} | A) = 0,6$

Tỷ lệ người bị viêm họng trong số người không bị nghiện thuốc là $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,4$

Do đó $P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,3.0,6 + 0,7.0,4 = 0,46$.

Suy ra $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,54$.

$$P(A | B) = \frac{P(A).P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,3.0,4}{0,54} = \frac{2}{9} \approx 0,22.$$

Bài 28. Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Gọi B là biến cố “người bị bệnh ung thư”

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B | A) = 0,7$; $P(B | \bar{A}) = 0,15$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A | B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A | B) = \frac{P(A).P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13} \approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là 0,54.

Bài 29. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Xạ thủ được chọn là nữ”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “xạ thủ được chọn là nam”

Gọi B là biến cố “xạ thủ được chọn bắn trúng”

Theo giả thiết ta có: $P(A) = \frac{2}{2+8} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{4}{5}$; $P(B|A) = 0,9$; $P(B|\bar{A}) = 0,8$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{5}.0,9 + \frac{4}{5}.0,8 = 0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82} = \frac{9}{41} \approx 0,22$.

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là 0,22.

- Bài 30.** Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bóng đèn đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng”

B là biến cố “sản phẩm đạt tiêu chuẩn”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,8$; $P(\bar{B}) = 1 - 0,8 = 0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P(A|B) = 0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,8.0,9 + 0,2.0,05 = 0,73.$$

- Bài 31.** Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi. Tính xác suất để em đó là nữ.

Chú ý: Các kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh giỏi”

B là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ”.

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,45$; $P(\overline{B}) = 1 - 0,45 = 0,55$.

Do lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40% nên:

$$P(A|B) = 0,3 \text{ và } P(A|\overline{B}) = 0,4.$$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,45.0,3 + 0,55.0,4 \approx 0,36.$$

Gọi C là biến cố “học sinh giỏi được chọn là học sinh nữ” thì $C = B|A$ nên theo công thức

$$\text{Bayes ta có: } P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,3}{0,355} \approx 0,38.$$

Bài 32. Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%. Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk”.

Gọi B là biến cố “Có xem quảng cáo của Vinamilk”.

Khi đó ta tính $P(A|B)$ tức là tính xác suất biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk khi đã xem quảng cáo”.

$$\text{Theo công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}.$$

$$\text{Ta có xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = 25\% = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Xác suất của biến cố } B \text{ là: } P(B) = 40\% = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Xác suất khách hàng xem quảng cáo khi đã mua sản phẩm của Vinamilk: } P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5}$$

Xác suất khách hàng mua sản phẩm khi xem quảng cáo là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{8}.$$

Bài 33. Dây chuyền lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 70% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 30% chi tiết. Khoảng 95% chi tiết do máy thứ nhất sản

xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 80% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ dây chuyền một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do máy thứ nhất sản xuất.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Chi tiết lấy từ dây chuyền sản xuất đạt chuẩn”.

Gọi B_1 là biến cố “Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất”.

B_2 là biến cố “Chi tiết do máy thứ hai sản xuất”

Khi đó ta tính $P(B_1 | A)$ tức là tính xác suất biến cố “Chi tiết đó do máy thứ nhất sản xuất khi nó là sản phẩm đạt chuẩn”.

Theo công thức Bayes ta có
$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)}.$$

Ta có: $P(B_1) = 0,7$; $P(B_2) = 0,3$; $P(A | B_1) = 0,95$; $P(A | B_2) = 0,80$.

Xác suất để chi tiết đó do máy thứ nhất sản xuất khi nó là sản phẩm đạt chuẩn:

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1) \cdot P(A | B_1)}{P(B_1) \cdot P(A | B_1) + P(B_2) \cdot P(A | B_2)} = \frac{0,7 \cdot 0,95}{0,7 \cdot 0,95 + 0,3 \cdot 0,8} = \frac{133}{181} \approx 0,7348.$$

Bài 34. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là: Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 98%. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 98 trong 100 trường hợp không mắc bệnh (tức là có 2 người không mắc bệnh nhưng xuất hiện dương tính “giả”). Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi biến cố A : “Người đó mắc bệnh”,

biến cố B : “Kết quả kiểm tra của người đó là dương tính”.

Ta cần tìm $P(A | B)$: xác suất một người bị bệnh trong điều kiện người đó kiểm tra kết quả là dương tính.

Căn bệnh có 1% dân số mắc phải nên xác suất để một người mắc bệnh là $P(A) = 1\%$.

Xác suất để người đó không mắc bệnh là $P(\bar{A}) = 99\%$.

$P(B | A) = 98\%$: xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh.

$P(B | \bar{A}) = 2\%$: xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh.

Theo công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,01 \cdot 0,98 + 0,99 \cdot 0,02} = \frac{49}{148} \approx 33\%.$$

Vậy xác suất để người đó mắc bệnh nếu kết quả dương tính là 33%.

Bài 35. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{2}a + b.$$

Lời giải

Gọi biến cố A : “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.

Biến cố H_1 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua”.

Biến cố H_2 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”.

Biến cố H_3 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua”.

$$\text{Ta có } P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3$$

$$P(A|H_1) = 0,6; P(A|H_2) = 0,4; P(A|H_3) = 0,1$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3)$$

$$= 0,25 \cdot 0,6 + 0,45 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,1 = 0,36.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{0,36} = \frac{5}{12}.$$

$$\text{Suy ra } a = 5, b = 12. \text{ Vậy } T = \frac{1}{2}a + b = \frac{1}{2} \cdot 5 + 12 = 14,5.$$

Bài 36. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% và 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% và 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

H_i ($i = 1, 2, 3$) lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$$P(H_1) = 0,2; P(H_2) = 0,45; P(H_3) = 0,35.$$

$$P(A|H_1) = 0,05; P(A|H_2) = 0,2; P(A|H_3) = 0,4.$$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3) = 0,24.$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(A)} \approx 0,04; \quad P(H_2|A) = \frac{P(H_2) \cdot P(A|H_2)}{P(A)} \approx 0,38.$$

$$P(H_3|A) = \frac{P(H_3) \cdot P(A|H_3)}{P(A)} \approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là 0,58.

- Bài 37.** Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong đó có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười.)

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được đồng xu cân đối đồng chất” và B là biến cố: “Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa”. Khi đó ta cần tính $P(A|B)$.

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{2} \text{ và } P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}, \quad P(B|\bar{A}) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}.$$

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{27}} \approx 0,3.$$

- Bài 38.** Trường X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi môn bóng bàn. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi môn bóng bàn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi môn bóng bàn. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $\frac{a}{b}$. Tính $a - b$?

Lời giải

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”;

B : “Chọn được học sinh biết chơi bóng bàn”.

$$\text{Khi đó, } P(A) = 0,2; \quad P(\bar{A}) = 0,8; \quad P(B|A) = 0,85; \quad P(B|\bar{A}) = 0,1.$$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được môn bóng bàn là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = \frac{17}{25} \text{ nên } a = 17, b = 25 \Rightarrow a - b = -8.$$

- Bài 39.** Một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử có ba dây chuyền sản xuất A, B và C. Dây chuyền A sản xuất 50% số linh kiện, dây chuyền B sản xuất 30% và dây chuyền C sản xuất 20% số linh kiện. Tỷ lệ phế phẩm của từng dây chuyền lần lượt là 2%, 3% và 1%. Chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được sản xuất từ dây chuyền A là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi các biến cố:

A : “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền A”

B : “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền B”

C : “Linh kiện được sản xuất từ dây chuyền C”

D : “Linh kiện là phế phẩm”.

Dựa vào dữ liệu đề bài ta có: $P(A) = 0.5$; $P(B) = 0.3$; $P(C) = 0.2$; $P(D|A) = 0.02$

$P(D|B) = 0.03$; $P(D|C) = 0.01$.

Xác suất để sản xuất một linh kiện phế phẩm là:

$$P(D) = P(A).P(D|A) + P(B).P(D|B) + P(C).P(D|C) = 0,5.0,02 + 0,3.0,03 + 0,2.0,01 = 0,021.$$

Nếu chọn một linh kiện ngẫu nhiên và phát hiện là phế phẩm thì xác suất để linh kiện đó được

sản xuất từ dây chuyền A là: $P(A|D) = P(A) \cdot \frac{P(D|A)}{P(D)} = 0,5 \cdot \frac{0,02}{0,021} \approx 0,48$.

- Bài 40.** Một lớp học có tỉ lệ học sinh nữ là 60%, trong đó tỉ lệ học sinh nam và học sinh nữ tham gia câu lạc bộ Hip hop của trường lần lượt là 25% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp có tham gia câu lạc bộ Hip hop, tính xác suất để học sinh đó là nam.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ Hip hop” và B là biến cố: “Chọn được học sinh nam”. Khi đó ta cần tính $P(B|A)$.

Ta có $P(\bar{B}) = 0,6$, $P(B) = 0,4$ và $P(A|B) = 0,25$, $P(A|\bar{B}) = 0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,4.0,25 + 0,6.0,05 = 0,13$$

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,25}{0,13} \approx 0,77.$$

- Bài 41.** Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Người được chọn mắc bệnh X”;

B : “Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y”.

Khi đó, $P(A) = 0,002$; $P(\bar{A}) = 1 - 0,002 = 0,998$; $P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,06$.

Theo công thức Bayes, ta có:
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,002.1}{0,06188} \approx 0,03.$$

Bài 42. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố sau:

A : “Vận động viên được chọn thuộc đội I”;

B : “Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Khi đó, $P(A) = \frac{5}{12}$; $P(\bar{A}) = \frac{7}{12}$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\bar{A}) = 0,55$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là:
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12}.0,65 + \frac{7}{12}.0,55 = \frac{71}{120}.$$

Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội I

là:
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12}.0,65}{\frac{71}{120}} \approx 0,46.$$

Bài 43. Giả sử bệnh hiểm nghèo X có tỉ lệ nhiễm bệnh là 0,5%, xét nghiệm loại bệnh này có tỉ lệ dương tính giả là 4%. Khi xét nghiệm cho một người, ta gọi A là biến cố “Người được chọn không nhiễm bệnh” và B là biến cố “người được chọn có phản ứng dương tính”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Người được chọn không nhiễm bệnh có tỉ lệ $P(A) = 0,995$

b) Tỉ lệ người không nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là

$$P(B|A) = 0,04.$$

c) Tỉ lệ người nhiễm bệnh trong số những người có phản ứng dương tính là $P(B|\bar{A}) = 0,005$.

d) Khả năng nhiễm bệnh của một người có phản ứng dương tính là $P(\bar{A}|B) = \frac{25}{224}$.

Lời giải

a) Đúng: Người được chọn không mắc bệnh có tỉ lệ $P(A) = 1 - 0,5\% = 0,995$

b) Đúng: Do trong số những người không mắc bệnh có 4% phản ứng dương tính nên

$$P(B|A) = 0,04.$$

c) Sai: Những người mắc bệnh đều có phản ứng dương tính nên $P(B|\bar{A}) = 1$.

d) Đúng: Khả năng mắc bệnh của một người có phản ứng dương tính là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A})P(B|\bar{A})}{P(\bar{A})P(B|\bar{A}) + P(A)P(B|A)} = \frac{0,005.1}{0,005.1 + 0,995.0,04} = \frac{25}{224}.$$

Bài 44. Một căn bệnh có 2% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 97%. Lấy một người đi kiểm tra. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,02.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: 0,99.

c) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: 0,01.

d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,25

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A) = 2\% = 0,02$

b) Đúng: Gọi B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính”

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B|A) = 99\% = 0,99$

c) Sai: Xác suất kết quả âm tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(\bar{B}|\bar{A}) = 97\% = 0,97$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:

$$P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,97 = 0,03$$

d) Sai: Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\bar{A}) = 1 - 0,02 = 0,98$

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,02.0,99}{0,02.0,99 + 0,98.0,03} = \frac{33}{82} \approx 0,402.$$

Bài 45. Một chiếc hộp có 50 viên bi, trong đó có 30 viên bi màu đỏ và 20 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 80% số viên bi màu đỏ đánh số và 60% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lấy được bi đánh số có màu vàng là 0,6.

- b) Xác suất để lấy được bi không đánh số có màu đỏ là $0,8$.
- c) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $0,36$.
- d) Xác suất để lấy viên bi màu đỏ có đánh số là $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”

Gọi B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

a) Đúng: $P(A | \bar{B}) = 60\% = 0,6$

b) Sai: $P(A | B) = 80\% = 0,8$, nên $P(\bar{A} | B) = 1 - P(A | B) = 1 - 0,8 = 0,2$.

c) Sai: Ta có: $P(B) = \frac{30}{50} = 0,6$; $P(\bar{B}) = \frac{20}{50} = 0,4$

Vậy $P(A) = P(B).P(A | B) + P(\bar{B}).P(A | \bar{B}) = 0,6.0,8 + 0,4.0,6 = 0,72$

d) Đúng: Ta có: $P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)} = \frac{0,6.0,8}{0,72} = \frac{2}{3}$.

Bài 46. Chạy Marathon là môn thể thao mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. FM sub 4 là thành tích dành cho những người chơi hoàn thành quãng đường Marathon dưới 4 giờ. Trong CLB AKR, tỷ lệ thành viên nam là 72%, tỷ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỷ lệ VĐV hoàn thành Marathon sub 4 là 32%; đối với nữ tỷ lệ VĐV hoàn thành sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên 1 thành viên từ CLB AKR. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là 68%.
- b) Xác suất để thành viên được chọn đã hoàn thành sub 4 là 22%.
- c) Xác suất để thành viên được chọn là nữ đã hoàn thành sub 4 là 2%.
- d) Biết rằng VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam bằng 96%.

Lời giải

Gọi A là biến cố VĐV được chọn là nam.

Gọi B là biến cố VĐV được chọn đã hoàn thành cự ly Marathon sub 4.

a) Đúng: Khi VĐV được chọn là nam, xác suất để VĐV này chưa hoàn thành sub 4 cự ly Marathon là: $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 32\% = 68\%$.

b) Sai: Xác suất để VĐV được chọn đã hoàn thành sub 4 là:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,72.0,32 + 0,28.0,03 \approx 0,24 = 24\%.$$

c) Sai: Xác suất để VĐV được chọn là nữ và đã hoàn thành sub 4 là:

$$P(\bar{A}.B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,28.0,03 \approx 0,0084 \approx 0,84\%.$$

d) Đúng: Biết VĐV đã hoàn thành sub 4, xác suất để VĐV đó là nam là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$$

$$= \frac{0,72.0,32}{0,72.0,32 + 0,28.0,03} \approx 0,96 = 96\%$$

Bài 47. Hộp thứ nhất có 1 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi là khác nhau. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai là bi đỏ bằng $\frac{19}{45}$.

b) Xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{1}{9}$.

c) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng $\frac{14}{19}$.

d) Biết rằng hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 1 bi đỏ và 1 bi xanh. Xác suất để 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có 1 bi đỏ và 1 bi xanh bằng $\frac{5}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được hai viên bi đỏ từ hộp thứ hai”.

Gọi C là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ nhất” và D là biến cố “Lấy được 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ hộp thứ hai”.

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{C_5^2}{C_6^2} = \frac{2}{3}; P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}; P(C) = \frac{C_1^1 C_5^1}{C_6^2} = \frac{1}{3}; P(D|C) = \frac{C_4^1 C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{1}{3}; P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}; P(\bar{C}) = 1 - P(C) = \frac{2}{3}; P(D|\bar{C}) = \frac{C_3^1 C_7^1}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$$

$$\text{a) Đúng: } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{19}{45}.$$

$$\text{b) Sai: } P(D) = P(C).P(D|C) + P(\bar{C}).P(D|\bar{C}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{15} + \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15} = \frac{22}{45}.$$

$$\text{c) Đúng: Áp dụng công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{15}}{\frac{19}{45}} = \frac{14}{19}.$$

$$d) \text{ Sai: } P(C|D) = \frac{P(C) \cdot P(D|C)}{P(D)} = \frac{1}{3} \cdot \frac{8}{15} \cdot \frac{22}{45} = \frac{4}{11}.$$

Bài 48. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$.

d) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ” và B là biến cố “Nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ”.

Theo đề ta có $P(A) = 0,45$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$. Suy ra $P(\bar{A}) = 0,55$

a) Sai: Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,45 \cdot 0,07 + 0,55 \cdot 0,05 = 0,059$.

b) Đúng: $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,55 \cdot 0,05}{0,059} = \frac{55}{118}$.

c) Đúng: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot 0,07}{0,059} = \frac{63}{118}$.

d) Sai: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,45 \cdot 0,07}{0,059} = \frac{63}{118}$

Do $P(A|B) = \frac{63}{118} > \frac{55}{118} = P(\bar{A}|B)$ nên nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là nữ sẽ nhiều hơn là nam.

Bài 49. Một loại xét nghiệm nhanh SARS-CoV-2 cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 trong một cộng đồng là 1%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là 0,23.

- b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009 .
- c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,017 .
- d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là $\frac{381}{850}$

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người làm xét nghiệm có kết quả dương tính” và B là biến cố “Người nhiễm virus”.

a) Sai: Do xét nghiệm cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus nên Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là: $P(\bar{A}|B) = 0,238$.

b) Đúng: Do xét nghiệm cho kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus nên $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,991$. Suy ra $P(A|\bar{B}) = 1 - 0,991 = 0,009$.

Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009 .

c) Đúng: Do tỉ lệ người nhiễm virus trong cộng đồng là 1% nên $P(B) = 0,01$ và $P(\bar{B}) = 0,99$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,01 \cdot 0,762 + 0,99 \cdot 0,009 = 0,01653 \approx 0,017$

d) Đúng: Xác suất để người đó thực sự bị bệnh khi có kết quả chuẩn đoán là dương tính là

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,01 \cdot 0,762}{0,017} = \frac{381}{850}.$$

Bài 50. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp B00 (Gồm các môn Toán, Hóa, Sinh). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp B00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp B00”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$.
- b) Xác suất $P(B|A) = 0,4$.
- c) Xác suất $P(B|\bar{A})$ thuộc khoảng $(0,2; 0,5)$.

d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn $\frac{2}{3}$.

Lời giải

a) Đúng: $\bar{A}$ là biến cố: “Học sinh đó không chọn tổ hợp B00”

Ta có: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$.

b) Sai: $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp B00 $\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

c) Sai: $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp B00. Ta có: $P(B|\bar{A}) = 0,7$.

d) Đúng: Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$

$$\Rightarrow \frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{P(A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{0,5}{0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,7} = \frac{10}{13}$$

Bài 51. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là 0,45

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Lời giải

a) Sai : Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{8}{18} = \frac{4}{9}$.

b) Đúng: Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1 - 0,55 = 0,45$

c) Đúng : Gọi A là biến cố: “Vận động viên đạt huy chương vàng”, B là biến cố: “Thành viên đội I” thì biến cố đối của B là $\bar{B}$: “Thành viên đội II đạt huy chương vàng”.

$$\text{Do đó, } P(B) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}; P(\bar{B}) = \frac{5}{9}; P(A|B) = 0,6; P(A|\bar{B}) = 0,55$$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = \frac{4}{9} \cdot 0,6 + \frac{5}{9} \cdot 0,55 = \frac{103}{180}$$

$$\text{d) Đúng : Ta có } P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{9} \cdot 0,6}{\frac{103}{180}} = \frac{48}{103}$$

Bài 52. Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
- b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
- c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
- d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.

Gọi A là biến cố: “Chọn được thùng hàng loại I”.

B là biến cố: “Chọn được thùng hàng đã được kiểm định”.

Theo bài ra ta có $P(B|A) = 80\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$

a) Đúng: Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P(A) = \frac{480}{1000} = 48\%$.

b) Sai: Ta có $P(\bar{A}) = \frac{520}{1000} = 52\%$, $P(B|\bar{A}) = 85\%$.

Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 52\% \cdot 85\% = 44,2\%.$$

c) Đúng: Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 48\% \cdot 80\% + 52\% \cdot 85\% = 82,6\%$$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 17,4\%$

d) Sai: Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định.

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{48\% \cdot (1 - 80\%)}{17,4\%} = \frac{16}{29}.$$

$$\text{Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{52\% \cdot (1 - 85\%)}{17,4\%} = \frac{13}{29}.$$

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I cao hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Bài 53. Có hai đội tham gia một cuộc thi bơi lội. Đội I có 7 vận động viên, đội II có 9 vận động viên. Xác suất giành huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0.07 và 0.06. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I là $\frac{9}{16}$

b) Xác suất để vận động viên này không giành được huy chương vàng nếu thuộc đội II là 0,94

c) Xác suất để vận động viên này giành được huy chương vàng là $\frac{103}{1060}$

d) Giả sử vận động viên được chọn giành huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{49}{103}$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{7}{16}$.

b) Đúng: Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1 - 0,06 = 0,94$

c) Sai: Gọi A là biến cố: "Vận động viên đạt huy chương vàng", B là biến cố: "Thành viên đội I" thì biến cố đối của B là $\bar{B}$: "Thành viên đội II".

Do đó, $P(B) = \frac{7}{16}$; $P(\bar{B}) = \frac{9}{16}$; $P(A|B) = 0,07$; $P(A|\bar{B}) = 0,06$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{7}{16}.0,07 + \frac{9}{16}.0,06 = \frac{103}{1600}$$

d) Đúng: Ta có $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{16}.0,07}{\frac{103}{1600}} = \frac{49}{103}$

Bài 54. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng 62,5%.

b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một viên bi.

Gọi A là biến cố: "Chọn được viên bi màu đỏ"; B là biến cố: "Chọn được viên bi đã được đánh số". Theo bài ra ta có $P(B|A) = 60\%$, $P(B|\bar{A}) = 50\%$

a) Đúng: Xác suất chọn được viên bi màu đỏ là $P(A) = \frac{50}{80} = 62,5\%$.

b) Sai: Ta có $P(\bar{A}) = \frac{30}{80} = 37,5\%$, $P(B|\bar{A}) = 50\%$.

Xác suất chọn được viên bi màu vàng đã được đánh số là

$$P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 37,5\%.50\% = 18,75\%.$$

c) Đúng: Xác suất chọn được viên bi đã được đánh số là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 62,5\%.60\% + 37,5\%.50\% = 56,25\%$$

Suy ra xác suất chọn được viên bi chưa đánh số là $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 43,75\%$.

d) Sai: Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số. Khi đó:

Xác suất để viên bi đó là bi đỏ: $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{62.5\%.(1-60\%)}{43,75\%} = \frac{4}{7}$.

Xác suất để viên bi đó là bi vàng: $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{37,5\%.(1-50\%)}{43,75\%} = \frac{3}{7}$.

Vậy xác suất viên bi đó là bi đỏ cao hơn xác suất viên bi đó là bi xanh.

Bài 55. Một nhà máy có hai phân xưởng X và Y cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng X sản xuất 60% và phân xưởng Y sản xuất 40% tổng số sản phẩm của cả nhà máy. Tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng X, phân xưởng Y lần lượt là 10% và 5%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

- Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất bằng 95%.
- Xác suất lấy được phế phẩm là 10%.
- Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất bằng 75%.
- Nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

Lời giải

Xét phép thử lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

Gọi A là biến cố: "Lấy được sản phẩm do phân xưởng X sản xuất".

$\bar{A}$ là biến cố: "Lấy được sản phẩm do phân xưởng Y sản xuất".

B là biến cố: "Lấy được phế phẩm".

$\bar{B}$ là biến cố: "Lấy được sản phẩm tốt".

Theo bài ra ta có $P(A) = 60\%$, $P(\bar{A}) = 40\%$, $P(B|A) = 10\%$, $P(B|\bar{A}) = 5\%$

a) Sai: Xác suất lấy được sản phẩm phẩm tốt, biết sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất là xác suất có điều kiện $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 90\%$.

b) Sai: Xác suất lấy được phế phẩm là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 60\%.10\% + 40\%.5\% = 8\%.$$

c) Đúng: Giả sử đã lấy được phế phẩm, xác suất phế phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất là xác

suất có điều kiện $P(\bar{A}|B)$. Ta có: $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{40\%.5\%}{8\%} = 25\%$

d) Đúng: Ta có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 8\% = 92\%$; $P(\bar{B}|A) = 90\%$;

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 5\% = 95\%.$$

Nếu lấy được sản phẩm tốt thì:

$$\text{Xác suất sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất là } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A).P(\bar{B}|A)}{P(\bar{B})} = \frac{60\%.90\%}{92\%} = \frac{27}{46}$$

$$\text{Xác suất sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất là } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}).P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{40\%.95\%}{92\%} = \frac{19}{46}$$

Vì $\frac{27}{46} > \frac{19}{46}$ nên nếu lấy được sản phẩm tốt, khả năng sản phẩm đó do phân xưởng X sản xuất cao hơn khả năng sản phẩm đó do phân xưởng Y sản xuất.

Bài 56. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh X nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh X, xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là

- A.** $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{6}{13}$. **C.** $\frac{4}{13}$. **D.** $\frac{9}{13}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”; $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”; B là biến cố “người đó bị bệnh phổi”. Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta có $P(A) = 0,2$; $P(B|A) = 0,7$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,7 + 0,8.0,15 = 0,26.$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$.

$$\text{Theo công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,7}{0,26} = \frac{7}{13}.$$

Bài 57. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là 0,3% và 0,7%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất?

- A.** 0,0056. **B.** 0,1875. **C.** 0,1785. **D.** 0,1587.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất”

A_2 là biến cố “Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất”

B là biến cố “Sản phẩm được chọn là phế phẩm”

Suy ra $A_1|B$ là biến cố “chọn được phế phẩm do máy I sản xuất”

Ta có $P(A_1) = 0,35$, $P(A_2) = 0,65$, $P(B|A_1) = 0,003$, $P(B|A_2) = 0,007$

$$P(B) = P(B|A_1).P(A_1) + P(B|A_2).P(A_2) = 0,0056$$

$$\text{Theo công thức Bayes có: } P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1).P(A_1)}{P(B)} = 0,1875.$$

Bài 58. Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99%

trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

A. 0,4.

B. 0,35.

C. 0,5.

D. 0,65.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”, B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Theo công thức Bayes ta có $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}$.

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$. Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B|A) = 99\% = 0,99$. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Bài 59. Một bệnh viện sử dụng một xét nghiệm để phát hiện một loại bệnh với độ chính xác là 95% (nghĩa là 95% bệnh nhân mắc bệnh sẽ có kết quả dương tính). Xét nghiệm này cũng có tỷ lệ dương tính giả là 2% (nghĩa là 2% bệnh nhân không mắc bệnh cũng có kết quả dương tính). Biết rằng 1% dân số thực sự mắc bệnh này. Nếu một người nhận kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất thực sự người đó mắc bệnh là bao nhiêu?

A. Khoảng 32%.

B. Khoảng 47%.

C. Khoảng 83%.

D. Khoảng 95%.

Lời giải

Để giải câu hỏi này, chúng ta sẽ sử dụng công thức Bayes.

Gọi B là biến cố người mắc bệnh, có $P(B) = 1\% = 0,01$.

$\bar{B}$ là biến cố người không mắc bệnh, có $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Gọi D là biến cố người đó được xét nghiệm có kết quả dương tính. Khi đó

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu mắc bệnh là $P(D|B) = 95\% = 0,95$.

Xác suất xét nghiệm dương tính nếu không mắc bệnh là $P(D|\bar{B}) = 2\% = 0,02$.

Dùng công thức Bayes để tính xác suất mắc bệnh khi có kết quả xét nghiệm dương tính:

$$P(B|D) = \frac{P(B).P(D|B)}{P(D)}$$

$$P(D) = P(B).P(D|B) + P(\bar{B}).P(D|\bar{B}) = 0,95.0,01 + 0,02.0,99 = 0,0293.$$

$$\text{Suy ra: } P(B|D) = \frac{0,95.0,01}{0,0293} \approx 0,3242.$$

Vậy xác suất người đó thực sự mắc bệnh là khoảng 32%.

- Bài 60.** Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).
- A. 0,095. B. 0,746. C. 0,476. D. 0,003.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”

B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 3\% = 0,03$;

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,03 = 0,97; \quad P(B|A) = 0,95; \quad P(B|\bar{A}) = 0,01.$$

Công thức Bayes, ta có

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,03.0,95}{0,03.0,95 + 0,97.0,01} \approx 0,746.$$

- Bài 61.** Được biết có 5% đàn ông bị mù màu, và 0,25% phụ nữ bị mù màu (Nguồn: F. M. Dekking et al., *A modern introduction to probability and statistics – Understanding why and how*, Springer, 2005). Giả sử số đàn ông bằng số phụ nữ. Chọn một người bị mù màu. Xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu?

- A. $\frac{19}{21}$. B. $\frac{20}{21}$. C. $\frac{24}{25}$. D. $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố người được chọn là đàn ông, B là biến cố người được chọn mù màu.

Theo đề bài ra ta có $P(B|A) = 0,05$; $P(B|\bar{A}) = 0,0025$.

Vì số đàn ông bằng số phụ nữ nên ta có $P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$.

Áp dụng công thức Bayes ta có xác suất để chọn được một người đàn ông mù màu là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,5.0,05}{0,5.0,05 + 0,5.0,0025} = \frac{20}{21}.$$

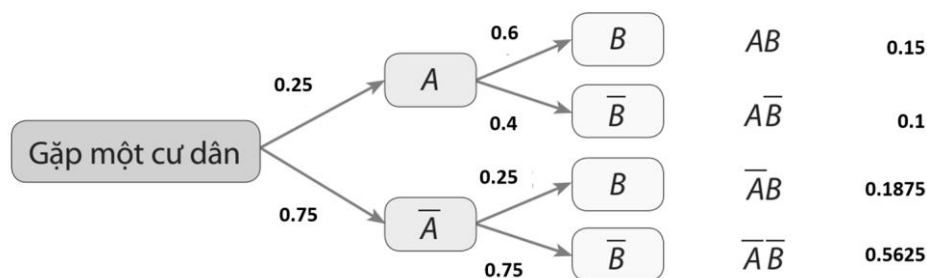
- Bài 62.** Kết quả khảo sát tại một xã cho thấy có 25% cư dân hút thuốc lá. Tỉ lệ cư dân thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp trong số những người hút thuốc lá và không hút thuốc lá lần lượt là 60% và 25%. Nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khỏe về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $\frac{8}{9}$.

Lời giải

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Giả sử ta gặp một cư dân của xã, gọi A là biến cố "Người đó có hút thuốc lá" và B là biến cố "Người đó thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp". Ta có sơ đồ hình cây sau:



Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,15 + 0,1875 = 0,3375$.

Theo công thức Bayes, ta có $P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,3375} = \frac{4}{9}$.

Vậy nếu ta gặp một cư dân của xã thường xuyên gặp các vấn đề sức khoẻ về đường hô hấp thì xác suất người đó có hút thuốc lá là $\frac{4}{9}$.

Bài 63. Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

- A. $\frac{95}{98}$. B. $\frac{931}{1000}$. C. $\frac{95}{100}$. D. $\frac{98}{100}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Qua được lần kiểm tra đầu tiên" $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố: "Qua được lần kiểm tra thứ 2" $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

Ta có: $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A).P(A) = 0,95.0,98 = \frac{931}{1000}$.

Bài 64. Giả sử có một loại bệnh S mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,1\%$. Giả sử có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh S khi xét nghiệm cũng có phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ phản ứng dương tính giả là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh S có 5% số người xét nghiệm lại có phản ứng dương tính). Khi một người xét nghiệm có phản ứng dương tính thì khả năng mắc bệnh S của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

- A. $1,96\%$. B. $1,69\%$. C. $1,97\%$. D. $0,5\%$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó mắc bệnh S "; B là biến cố: "Người đó xét nghiệm có phản ứng dương tính".

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có: $P(A) = 0,001$; $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,001 = 0,999$; $P(B|A) = 1$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,001.1}{0,001.1 + 0,999.0,05} = \frac{20}{1019} \approx 1,96\%.$$

Bài 65. Giả sử tỉ lệ người dân của thủ đô Hà Nội nghiện thuốc lá là 30%; tỉ lệ người bị bệnh phổi là 38% và tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 80%. Chọn ngẫu nhiên một người của thủ đô Hà Nội, tính xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi.

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{19}$.

C. $\frac{4}{13}$.

D. $\frac{12}{19}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “người nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người bị bệnh phổi”.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} P(A) = 0,3. \\ P(B) = 0,38. \\ P(B|A) = 0,8. \end{cases}$$

Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P(A|B)$

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,3.0,8}{0,38} = \frac{12}{19}$$

Trong số người bị bệnh phổi của thủ đô Hà Nội, có khoảng $\frac{12}{19}$ số người nghiện thuốc lá.

Bài 66. Có hai đội thi đấu môn bơi lội. Đội I có 4 vận động viên, đội II có 6 vận động viên. Xác suất đạt huy chương bạc của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,7 và 0,6. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương bạc. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I .

A. $\frac{8}{11}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{7}{16}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội I ”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Vận động viên được chọn thuộc đội II ”.

B là biến cố: “Vận động viên được chọn đạt huy chương bạc”.

$$\text{Khi đó } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

$$\text{Trong đó: } P(A) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, P(B|A) = 0,7; P(\bar{A}) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, P(B|\bar{A}) = 0,6.$$

Suy ra: $P(B) = \frac{2}{5} \cdot 0,7 + \frac{3}{5} \cdot 0,6 = \frac{16}{25}$.

Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{5} \cdot 0,7}{\frac{16}{25}} = \frac{7}{16}$.

Bài 67. Một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất 0,8 và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Xác suất để đó là cuộc gọi đúng là

- A. $\frac{891}{911}$. B. $\frac{891}{911}$. C. $\frac{123}{892}$. D. $\frac{213}{911}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác”, B là biến cố: “cuộc gọi chọn bị chặn” thì $\bar{B}$ là biến cố: “cuộc gọi được chọn không bị chặn”.

Theo đầu bài ta có: $P(A) = 0,1$, $P(\bar{A}) = 0,9$, $P(B|A) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,01$.

Ta có: $P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,1 + 0,01 \cdot 0,9 = 0,089$.

Vì $P(B|\bar{A}) = 0,01 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$, $P(B|A) = 0,8 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A}) + P(A) \cdot P(\bar{B}|A)} = \frac{0,9 \cdot 0,99}{0,9 \cdot 0,99 + 0,1 \cdot 0,2} = \frac{891}{911}.$$

Bài 68. Năm 2001, Cộng đồng châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm X, cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 70%, còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để có phản ứng dương tính trong xét nghiệm X là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 13 con trên 1000000 con. Khi một con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là:

- A. $\frac{91}{100078}$. B. $\frac{91}{1000078}$. C. $\frac{91}{3000052}$. D. $\frac{91}{8999974}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Con bò ở Hà Lan bị bệnh bò điên”;

B : “Con bò ở Hà Lan có phản ứng dương tính với xét nghiệm X”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,000013$; $P(B|A) = 0,7$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,000013.0,7 + (1 - 0,000013).0,1 = 0,1000078.$$

Theo công thức Bayes, ta có:
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,000013.0,7}{0,1000078} = \frac{91}{1000078}.$$

Vậy xác suất để một con bò Hà Lan bị bệnh bò điên nếu nó phản ứng dương tính với xét nghiệm

A là $\frac{91}{1000078}.$

Bài 69. Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là:

A. $\frac{17}{25}.$

B. $\frac{7}{25}.$

C. $\frac{17}{29}.$

D. $\frac{17}{75}.$

Lời giải

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc”;

B : “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”.

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,85 + 0,8.0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, ta có:
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,85}{0,25} = 0,68 = \frac{17}{25}.$$

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar

là $\frac{17}{25}.$

Bài 70. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ, tính xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”

Khi đó ta có $P(A) = \frac{1}{3}$ thì $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$.

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}$ thì $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}.$$

Xác suất viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng là bi đỏ bằng

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55}}{\frac{7}{15}} = \frac{8}{11}.$$

Bài 71. Trong một trường học, tỉ lệ học sinh nữ là 52%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh nam tham gia câu lạc bộ nghệ thuật lần lượt là 18% và 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh được chọn có tham gia câu lạc bộ nghệ thuật. Tính xác suất học sinh đó là nam.

Lời giải

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ” và B là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ nghệ thuật”

Khi đó ta có $P(A) = 0,52$, $P(B|A) = 0,18$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,48$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,52 \cdot 0,18 + 0,48 \cdot 0,15 = 0,1656.$$

Xác suất học sinh đó là nam bằng: $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,48 \cdot 0,15}{0,1656} = \frac{10}{23}.$

Bài 72. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh A ở một địa phương là 65%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh A là 5%; trong số những người chưa tiêm, tỉ lệ mắc bệnh A là 17%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Biết rằng người đó mắc bệnh A . Tính xác suất người đó không tiêm vắc xin phòng bệnh A .

Lời giải

Gọi X là biến cố “Người dân được tiêm phòng bệnh A ”

Y là biến cố “Người dân mắc bệnh A ”. Ta có: $P(X) = 0,65$; $P(\bar{X}) = 0,35$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi tiêm phòng là: $P(Y|X) = 0,05$.

Tỉ lệ mắc bệnh khi chưa tiêm phòng là $P(Y|\bar{X}) = 0,17$.

Xác suất người này mắc bệnh A là:

$$P(Y) = P(X).P(Y|X) + P(\bar{X}).P(Y|\bar{X}) = 0,65.0,05 + 0,35.0,17 = 0,092$$

Xác suất để người bệnh không tiêm phòng là:

$$P(\bar{X}|Y) = \frac{P(\bar{X}).P(Y|\bar{X})}{P(Y)} = \frac{0,35.0,17}{0,092} = \frac{119}{184}.$$

Bài 73. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú lùn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

Lời giải

Ta có trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên $P(A) = \frac{4}{7} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$

Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên $P(B|A) = 1$.

3 chú lùn còn lại nói thật với xác suất là $0,5$ nên ta có: $P(B|\bar{A}) = 0,5$.

$$\text{Do đó } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7}.1 + \frac{3}{7}.0,5 = \frac{11}{14}.$$

$$\text{Xác suất để chú lùn đó luôn nói thật là: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{7}.1}{\frac{11}{14}} = \frac{8}{11}.$$

Bài 74. Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất $0,95$ và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3% . Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”; B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.

Ta có $P(A) = 3\% = 0,03$;

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,03 = 0,97; \quad P(B|A) = 0,95; \quad P(B|\bar{A}) = 0,01.$$

Công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,03.0,95}{0,03.0,95 + 0,97.0,01} \approx 0,746.$$

Bài 75. Một thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo Y là $0,5\%$. Biết rằng, có một loại xét nghiệm mà nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính; nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính. Hỏi khi một người xét nghiệm cho kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của người đó là bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét hai biến cố A : “Người được chọn ra bị mắc bệnh hiểm nghèo Y ”,

B : “Người được chọn ra có xét nghiệm cho kết quả dương tính”

Do tỉ lệ người mắc bệnh hiểm nghèo Y là $0,5\% = 0,005$ nên trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người là $P(A) = 0,005$.

Khi đó: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,005 = 0,995$.

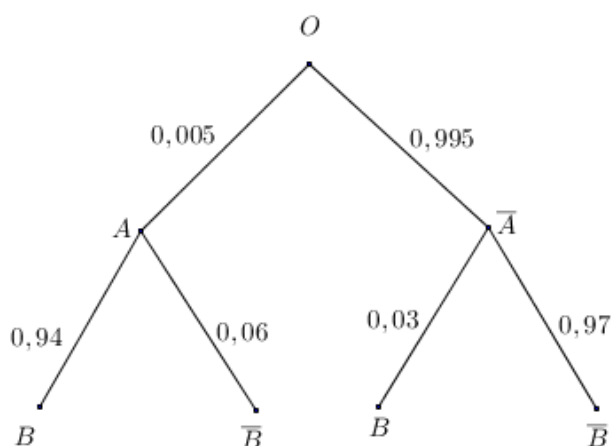
Nếu mắc bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 94% xét nghiệm cho kết quả dương tính

Khi đó: $P(B|A) = 94\% = 0,94$.

Nếu không bị bệnh hiểm nghèo Y thì với xác suất 97% xét nghiệm cho kết quả âm tính

Khi đó: $P(\bar{B}|\bar{A}) = 97\% = 0,97$

Ta có sơ đồ hình cây như sau



Ta thấy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là $P(A|B)$. Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,005.0,94}{0,005.0,94 + 0,995.0,03} \approx 13,6\%.$$

Vậy xác suất mắc bệnh hiểm nghèo Y của một người khi xét nghiệm cho kết quả dương tính là $13,6\%$.

Bài 76. Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3% . Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện được lấy ra là linh kiện phế phẩm. Xác suất linh kiện đó do nhà máy nào sản xuất là cao hơn?

Lời giải

Xét hai biến cố sau: A : “Linh kiện lấy ra do nhà máy I sản xuất”,

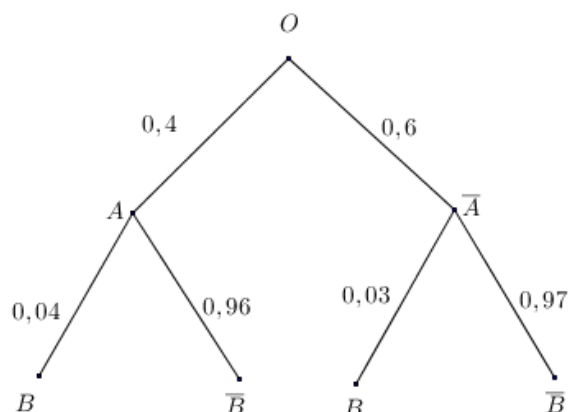
B : “Linh kiện lấy ra là phế phẩm”

Trong lô linh kiện có tổng cộng $80 + 120 = 200$ linh kiện nên $P(A) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$.

Vì tỉ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 4% và 3% nên $P(B|A) = 4\% = 0,04$

Khi đó: $P(B|\bar{A}) = 3\% = 0,03$.

Ta có sơ đồ cây:



Khi linh kiện lấy ra là phế phẩm thì xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất là $P(A|B)$ và xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là $P(\bar{A}|B)$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,4.0,04}{0,4.0,04 + 0,6.0,03} \approx 47\%.$$

Suy ra $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) \approx 53\%$.

Vậy xác suất linh kiện đó do nhà máy II sản xuất là cao hơn.

Bài 77. Một nhà máy sản xuất điện thoại có hai dây chuyền sản xuất I và II. Sản phẩm điện thoại di động được sản xuất của dây chuyền I chiếm 70% còn điện thoại di động được sản xuất dây chuyền II chiếm 30% tổng sản phẩm của công ty. Tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của dây chuyền I chiếm 2% còn của dây chuyền II chiếm 3% tổng sản phẩm công ty. Giả sử một chiếc điện thoại di động ngẫu nhiên được kiểm tra và phát hiện bị lỗi. Tính xác suất chiếc điện thoại này được sản xuất bởi dây chuyền I.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Sản phẩm bị lỗi".

B là biến cố: "Điện thoại được chọn do dây chuyền I sản xuất".

Suy ra $\bar{B}$ là biến cố: "Điện thoại được chọn do dây chuyền II sản xuất".

Ta có $P(B) = 0,7$ và $P(\bar{B}) = 1 - 0,7 = 0,3$; $P(A|B) = 0,02$ và $P(A|\bar{B}) = 0,03$.

Khi đó xác suất để điện thoại được chọn ra bị lỗi là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,7.0,02 + 0,3.0,03 = 0,023.$$

Do điện thoại lấy ra bị lỗi nên xác suất điện thoại đó do dây chuyền I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,02}{0,023} = \frac{14}{23}.$$

Vậy xác suất một chiếc điện thoại bị lỗi được sản xuất bởi dây chuyền I là khoảng 60,87%.

Bài 78. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để hai viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy được một viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “lấy được hai viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”

$$\text{Khi đó ta có } P(A) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{2}{3}; P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{55} + \frac{2}{3} \cdot \frac{28}{55} = \frac{7}{15}.$$

Bài 79. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú lùn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là 0,5. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Tính xác suất của các biến cố A và B .

Lời giải

$$\text{a) Ta có, trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên } P(A) = \frac{4}{7} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$$

$$\text{Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên } P(B|A) = 1.$$

$$3 \text{ chú lùn còn lại nói thật với xác suất là } 0,5 \text{ nên ta có: } P(B|\bar{A}) = 0,5.$$

$$\text{Do đó } P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot 0,5 = \frac{11}{14}.$$

Bài 80. Tan giờ học buổi chiều một sinh viên có 60% về nhà ngay, nhưng do giờ cao điểm nên có 30% ngày (số ngày về nhà ngay) bị tắc đường nên bị về nhà muộn. Còn 20% số ngày sinh viên đó vào quán Internet để chơi game, những ngày này xác suất về muộn là 80%. Còn lại những ngày khác sinh viên đó đi chơi với bạn bè và những ngày này có xác suất về muộn là 90%. Xác suất sinh viên đó về muộn là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi biến cố A : “sinh viên đó đi học về muộn”.

Biến cố B_1 : “sinh viên đó tan học về nhà ngay”.

Biến cố B_2 : “sinh viên đó tan học đi chơi game”.

Biến cố B_3 : “sinh viên đó tan học đi chơi với bạn bè”.

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Ta có: $P(B_1) = 0,6; P(A|B_1) = 0,3; P(B_2) = 0,2; P(A|B_2) = 0,8; P(B_3) = 0,2; P(A|B_3) = 0,9$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) \\ &= 0,6.0,3 + 0,2.0,8 + 0,2.0,9 = 0,52. \end{aligned}$$

Bài 81. Có hai cái hộp. Hộp thứ nhất có 4 bi trắng và 5 bi đen. Hộp thứ hai có 5 bi trắng và 4 bi đen. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi sau đó chọn ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai. Khi đó xác suất để lấy được bi trắng là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi biến cố B_k : “lấy ra được k viên bi trắng từ hộp thứ nhất” trong đó $k = 0, 1, 2, 3$.

Biến cố A : “lấy được viên bi trắng từ hộp thứ hai”. Khi đó:

Xác suất lấy ra được 0 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P(B_0) = \frac{C_5^3}{C_9^3} = \frac{5}{42}$.

Xác suất lấy ra được 1 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P(B_1) = \frac{C_4^1 C_5^2}{C_9^3} = \frac{10}{21}$.

Xác suất lấy ra được 2 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P(B_2) = \frac{C_4^2 C_5^1}{C_9^3} = \frac{5}{14}$.

Xác suất lấy ra được 3 viên bi trắng từ hộp thứ nhất là $P(B_3) = \frac{C_4^3}{C_9^3} = \frac{1}{21}$.

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 0 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_0) = \frac{5}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_1) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 2 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_2) = \frac{7}{12}.$$

Xác suất lấy được 1 bi trắng từ hộp thứ hai với điều kiện lấy được 3 bi trắng từ hộp thứ nhất là

$$P(A|B_3) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B_0).P(A|B_0) + P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) = \frac{19}{36}.$$

Vậy xác suất để lấy được bi trắng từ hộp thứ hai theo đề bài trên là $\frac{19}{36}$.

Bài 82. Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Tính xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi được lấy ra có đánh số”; B là biến cố “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”.

Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Do đó } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16}.$$

Bài 83. Một công ty một ngày sản xuất được 850 sản phẩm trong đó có 50 sản phẩm không đạt chất lượng. Lần lượt lấy ra ngẫu nhiên không hoàn lại 2 sản phẩm để kiểm tra. Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố sản phẩm thứ nhất, sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng.

Nếu sản phẩm thứ nhất không đạt chất lượng thì còn 49 sản phẩm không đạt chất lượng trong tổng số 849 sản phẩm nên $P(A_2|A_1) = \frac{49}{849}$.

$$\text{Ta có } P(A_1) = \frac{50}{850}, P(\bar{A}_1) = \frac{800}{850} \text{ và } P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{849}$$

Xác suất để sản phẩm thứ hai không đạt chất lượng là

$$P(A_2) = P(A_1).P(A_2|A_1) + P(\bar{A}_1).P(A_2|\bar{A}_1) = \frac{50}{850} \cdot \frac{49}{849} + \frac{800}{850} \cdot \frac{50}{849} = \frac{1}{17}.$$

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

Bài 1. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.

B là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang”.

C là biến cố: “không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang”.

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

a) $P(A) = 0,7$.

b) $P(\overline{B}) = 0,8$.

c) $P(C) = 0,04$.

d) $P(D) = 0,76$.

Bài 2. Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá, 25 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc và 35 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ này.

Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ bóng đá”.

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ âm nhạc”.

a) Xác suất $P(A) = \frac{14}{25}$ và $P(\overline{B}) = \frac{1}{2}$.

b) Xác suất $P(A \cap B) = \frac{9}{25}$.

c) Xác suất $P(A \cap \overline{B}) = \frac{4}{5}$.

d) Nếu chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp học thì xác suất chọn được học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và âm nhạc là $\frac{3}{10}$.

Bài 3. Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài

thi theo phong cách âm nhạc nhẹ, 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi là bao nhiêu?

Bài 4. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Bài 5. Có hai hộp đựng các viên bi: Hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp II có 5 bi đỏ và 5 bi xanh (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng). Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I, bạn Như lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Biết rằng có viên bi đỏ được lấy ra, khi đó xác suất để bạn Như lấy được viên bi đỏ là $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a - b$.

Bài 6. Trong một cuộc khảo sát tình trạng công việc trên 900 người chỉ có bằng tốt nghiệp THPT tại một địa phương, người ta thu được số liệu như bảng dưới đây

Giới tính \ Tình trạng	Có việc làm	Thất nghiệp
Nam	460	40
Nữ	140	260

Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm này. Khi đó

a) Xác suất để chọn được một nam là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất để chọn được một người có việc làm là $\frac{2}{3}$.

c) Tại địa phương này, nếu chỉ có bằng tốt nghiệp THPT thì tỉ lệ nữ thất nghiệp sẽ cao hơn nam. Khảo sát cho thấy xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nữ cao gấp 7 lần xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nam.

d) Biết rằng đã chọn được một người có việc làm, xác suất để người này là nữ là $\frac{7}{30}$.

Bài 7. Trong cuộc gặp mặt dặn dò trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn đến từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp 1 bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Bài 8. Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài, mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành

quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thành viên từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

- Bài 9.** Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10 000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1 124 người	1 126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7 474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10 000 người được khảo sát.

- a) Xác suất để người đó hút thuốc lá là 14% .
- b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80% .
- c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14% .
- d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.
- Bài 10.** Bạn Minh làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai là $\frac{a}{b}$, $(a, b \in \mathbb{N}^*)$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính $T = 2a + b$.
- Bài 11.** Một nhà đầu tư đang xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: Cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:
- Kịch bản Kinh tế tăng trưởng: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60% . Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80% , và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30% .
- Kịch bản Kinh tế suy thoái: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40% . Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10% , và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70% .
- Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Bài 12.** Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên, do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:

- + Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống: 5% (tức là 5% tổng số thuê bao là số lừa đảo)
- + Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo: 94%.

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

+ Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ (tức là số điện thoại không lừa đảo): 3%

Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

a) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0.94.

b) Xác suất để một số điện thoại bất kỳ bị chặn là $\frac{151}{2000}$.

c) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\frac{90}{151}$.

d) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số hợp lệ bằng $\frac{1813}{1849}$.

Bài 13. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 14. Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Gọi X là biến cố một con bò bị bệnh bò điên, Y là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

a) $P(XY) = 0,91$.

b) $P(Y) = 0,1000078$.

c) $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$.

d) $P(Y|X) = 0,07$.

Bài 15. Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) [1] Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) [2] Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) [2] Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) [3] Biết An lấy được quả cầu có phiếu có thưởng, xác suất để Bình lấy được quả cầu có phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Bài 16. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Bài 17. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B : “Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

a) $P(\overline{A}) = 0,65$.

b) $P(B|A) = 0,02$.

c) $P(B|\overline{A}) = 0,3$.

d) $P(B) = 0,9765$.

Bài 18. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống

kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi.

Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến

hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là $0,024$ thì $a = 2, b = 4$). Tính giá trị của $a + b$.

Trả lời:

Bài 19. Một công ty tổ chức chương trình bốc thăm trúng thưởng nhân dịp nghỉ lễ 30/4 và 1/5 cho 100 nhân viên. Trong hộp có 100 vé, trong đó có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò (Nghệ An), các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé (không hoàn lại).

a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng.

c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{65}{99}$.

Bài 20. [Mức độ 3] Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường, có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm có kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 21. [TH-TH-TH-TH] Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70%. Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên phỏng vấn

a) Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là 0,343.

b) Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là 0,657.

c) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là 0,189.

d) Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn 0,45.

Bài 22. Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mẹ mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất

bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất

bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Bài 23. Giả sử có một đồng xu cân bằng (fair coin) và một đồng xu thiên lệch (biased coin) mà mặt ngửa (heads) xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi chọn ngẫu nhiên một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: "Người chơi chọn đồng xu cân bằng"; B là biến cố: "Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa".

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B|A) = \frac{3}{8}$.

c) Xác suất người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là 0,25 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là 0,69 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 24. Một người tham gia trò chơi với 3 hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe; hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua hai bước sau:

+ Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên 1 hộp.

+ Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.

- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được 2 điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần chục).

Bài 25. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98% ; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố "Bài viết thực sự là đạo văn".

Gọi B là biến cố "Phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn".

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.

c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Bài 26. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

- a) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$.
- b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.
- c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.
- d) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

Bài 27. [Mức độ 3] Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Bài 28. Trong cuộc khảo sát ngẫu nhiên 600 học sinh về việc "thích học" hay "không thích học" môn toán. Kết quả thống kê như sau: có 400 học sinh trả lời "thích học" và 200 học sinh trả lời "không thích học". Thực tế cho thấy tỉ lệ học sinh "giỏi toán" tương ứng với những cách trả lời "thích học" và "không thích học" lần lượt là 70% và 10%.

Gọi T là biến cố "Học sinh được phỏng vấn trả lời thích học môn toán".

Gọi G là biến cố "Học sinh được phỏng vấn giỏi toán".

a) Xác suất $P(T) = \frac{2}{3}$ và $P(\bar{T}) = \frac{1}{3}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(G|T) = 0,3$, $P(G|\bar{T}) = 0,9$.

c) Xác suất $P(G) = 0,5$

d) Trong số những người được phỏng vấn giỏi toán có 80% người đã trả lời thích học môn toán khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

Bài 1. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.

B là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang”.

C là biến cố: “không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang”.

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

a) $P(A) = 0,7$.

b) $P(\overline{B}) = 0,8$.

c) $P(C) = 0,04$.

d) $P(D) = 0,76$.

Lời giải

(a) Đ

Vì bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang nên $P(A) = 0,7$.

(b) Đ

Ta có $P(B) = 0,2$ nên $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,2 = 0,8$.

(c) S

Biến cố C : “Không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không đeo khẩu trang”.

Mỗi lần tiếp xúc mà không đeo khẩu trang thì xác suất **không bị lây bệnh** là

$$1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3.$$

Do độc lập giữa các lần tiếp xúc, nên $P(C) = 0,3 \cdot 0,3 = 0,09$.

(d) Đ

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

$\bar{D}$ là biến cố: “cả hai lần tiếp xúc đều không bị lây bệnh, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Ta có $P(\bar{D}) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24 \Rightarrow P(D) = 1 - 0,24 = 0,76$.

Bài 2. Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá, 25 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc và 35 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ này. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ bóng đá”.

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ âm nhạc”.

a) Xác suất $P(A) = \frac{14}{25}$ và $P(\bar{B}) = \frac{1}{2}$.

b) Xác suất $P(A \cap B) = \frac{9}{25}$.

c) Xác suất $P(A \cap \bar{B}) = \frac{4}{5}$.

d) Nếu chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp học thì xác suất chọn được học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và âm nhạc là $\frac{3}{10}$.

Lời giải

a) Đúng

Ta có $n(\Omega) = 50$, $n(A) = 28$, $n(B) = 25$.

Do đó $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{28}{50} = \frac{14}{25}$.

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{25}{50} = \frac{1}{2}.$$

b) Đúng

Ta có $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 25 - 35 = 18.$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{18}{50} = \frac{9}{25}.$$

c) Sai

Ta có $A \cap \bar{B}$ là biến cố “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ âm nhạc”. Do đó $n(A \cap \bar{B}) = 28 - 18 = 10$ và $P(A \cap \bar{B}) = \frac{n(A \cap \bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$.

d) Đúng

Trong 50 học sinh có $50 - 35 = 15$ học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và âm nhạc. Do đó xác suất chọn được học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và âm nhạc là $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

Bài 3. Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ, 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 0,7.

Gọi A là biến cố: “Người được chọn đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian”

B là biến cố: “Người được chọn đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ”

Ta có:

$$n(\Omega) = C_{20}^1 = 20.$$

$$n(A) = C_{15}^1 = 15 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{20} = 0,75.$$

$$n(B) = C_{17}^1 = 17 \Rightarrow P(B) = \frac{17}{20} = 0,85.$$

Số người đạt ít nhất một bài thi là: $20 - 2 = 18$ (người)

$$\text{Suy ra: } n(A \cup B) = C_{18}^1 = 18 \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{18}{20} = 0,9.$$

Theo quy tắc cộng xác suất:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= 0,75 + 0,85 - 0,9 = 0,7.$$

Bài 4. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.

Giáo viên: Phạm Minh Tuấn

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5% .

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8% .

Lời giải

a) **Đúng.**

Tỉ lệ nhân viên nữ trong tổng số nhân viên là 45% . Do đó tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là: $100\% - 45\% = 55\%$.

b) **Sai.**

Tỉ lệ các nhân viên nữ có bằng đại học là 30% so với tổng nhân viên nữ.

Tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học là 70% so với tổng nhân viên nữ.

Vậy tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học so với tổng nhân viên là $45\%.70\% = 31,5\%$.

c) **Đúng.**

Xác suất chọn một nam là 55%

Xác suất chọn một nữ là 45%

Xác suất để chọn được hai người khác giới là $55\%.45\% = 24,75\%$

d) **Sai.**

Nữ có bằng đại học: $45\%.30\% = 13,5\%$

Nữ không có bằng đại học: $45\%.70\% = 31,5\%$

Nam có bằng đại học: $55\%.25\% = 13,75\%$

Nam không có bằng đại học: $55\%.75\% = 41,25\%$

Xét các trường hợp sau:

TH1: Nữ có bằng đại học, nam không có bằng đại học: $13,5\%.41,25\%$

TH2: Nữ không có bằng đại học, nam có bằng đại học: $31,5\%.13,75\%$

TH3: Nữ có bằng đại học, nữ không có bằng đại học: $13,5\%.31,5\%$

TH4: Nam có bằng đại học, nam không có bằng đại học: $13,75\%.41,25\%$

Xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học là:
 $(13,5\%.41,25\% + 31,5\%.13,75\% + 13,5\%.31,5\% + 13,75\%.41,25\%) = 19,82\%$.

Bài 5. Có hai hộp đựng các viên bi: Hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp II có 5 bi đỏ và 5 bi xanh (các viên bi có cùng kích thước và khối lượng). Bạn Minh lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp I, bạn Như lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Biết rằng có viên bi đỏ được lấy ra, khi đó xác suất để bạn Như lấy được viên bi đỏ là $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản). Tính $a - b$.

Lời giải

Trả lời : -3

Gọi A là biến cố : bạn Như lấy được viên bi đỏ, B là biến cố : lấy được viên bi đỏ.

Lấy được viên bi đỏ có các trường hợp :

TH1 : Minh lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như không lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 6.5 cách lấy.

TH2 : Minh không lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 4.5 cách lấy.

TH3 : Minh lấy được viên bi đỏ ở hộp I, Như lấy được viên bi đỏ ở hộp II. Trường hợp này sẽ có 6.5 cách lấy.

Cộng 3 trường hợp ta được số cách viên bi đỏ là $6.5 + 4.5 + 6.5$.

Số cách bạn Như lấy được viên bi đỏ là 10.5.

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{10.5}{6.5 + 4.5 + 6.5} = \frac{5}{8}.$$

Chọn $a = 5, b = 8$. Khi đó $a - b = -3$.

Bài 6. Trong một cuộc khảo sát tình trạng công việc trên 900 người chỉ có bằng tốt nghiệp THPT tại một địa phương, người ta thu được số liệu như bảng dưới đây

Tình trạng Giới tính	Có việc làm	Thất nghiệp
Nam	460	40
Nữ	140	260

Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm này. Khi đó

a) Xác suất để chọn được một nam là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất để chọn được một người có việc làm là $\frac{2}{3}$.

c) Tại địa phương này, nếu chỉ có bằng tốt nghiệp THPT thì tỉ lệ nữ thất nghiệp sẽ cao hơn nam. Khảo sát cho thấy xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nữ cao gấp 7 lần xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nam.

d) Biết rằng đã chọn được một người có việc làm, xác suất để người này là nữ là $\frac{7}{30}$.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Chọn được một người là nam".

$$\text{Ta có } n(A) = C_{500}^1 = 500$$

$$n(\Omega) = C_{900}^1 = 900$$

$$\Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{600}{900} = \frac{2}{3}.$$

Vậy a) đúng

b) Gọi B là biến cố: "Chọn được một người có việc làm".

$$\text{Ta có } n(A) = C_{600}^1 = 600$$

$$n(\Omega) = C_{900}^1 = 900$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{500}{900} = \frac{5}{9}$$

Vậy b) đúng

c) Xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nữ cao gấp $\frac{260}{40} = 6,5$ lần xác suất để một người thất nghiệp khi người đó là nam.

Vậy c) sai

d) Gọi C là biến cố: "Chọn được một người là nữ".

Gọi B là biến cố: "Chọn được một người có việc làm".

Ta tính $P(C|B)$

$$\text{Ta có } P(C|B) = \frac{P(CB)}{P(B)} = \frac{\frac{n(BC)}{n(\Omega)}}{\frac{n(B)}{n(\Omega)}} = \frac{n(BC)}{n(B)} = \frac{140}{600} = \frac{7}{30}$$

Vậy d) đúng

Bài 7. Trong cuộc gặp mặt dạo dờ trước khi lên đường tham gia kì thi học sinh giỏi, có 10 bạn trong đội tuyển gồm 2 bạn đến từ lớp 12A, 3 bạn đến từ lớp 12B, 5 bạn còn lại đến từ 5 lớp khác (mỗi lớp 1 bạn). Thầy giáo xếp ngẫu nhiên các bạn kể trên vào một bàn dài có 10 ghế mà mỗi bên có 5 ghế đối diện nhau. Tính xác suất để không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,6

Ta có không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$

Gọi A là biến cố " Không có học sinh nào cùng lớp ngồi đối diện nhau";

$\bar{A}$ là biến cố " có ít nhất 2 học sinh cùng lớp ngồi đối diện nhau".

A_1 là biến cố " học sinh lớp 12A ngồi đối diện nhau"

A_2 là biến cố " học sinh lớp 12B ngồi đối diện nhau"

Khi đó $n(A) = n(A_1) + n(A_2) - n(A_1 \cap A_2)$.

Đếm $n(A_1)$: Trước hết cặp ghế cho 2 học sinh 12A ngồi có 5 cách, đổi chỗ 2 bạn này có $2!$ cách xếp; xếp 8 học sinh còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_1) = 5 \cdot 2! \cdot 8!$

Đếm $n(A_2)$: Chọn cặp ghế chứa 2 học sinh lớp 12B có 5 cách, chọn 2 học sinh lớp 12B xếp vào cặp ghế này có A_3^2 cách; xếp 8 học sinh còn lại có $8!$ cách. Do đó $n(A_2) = 5 \cdot A_3^2 \cdot 8!$.

Đếm $n(A_1 \cap A_2)$: Chọn 2 cặp ghế trong 5 cặp ghế có C_5^2 cách; trong 2 cặp này chọn 1 cặp cho 2 học sinh lớp 12A có 2 cách, đổi chỗ 2 học sinh này có $2!$ cách; chọn 2 học sinh lớp 12B xếp vào cặp ghế còn lại có A_3^2 cách; xếp 6 học sinh còn lại có $6!$ cách. Do đó

$$n(A_1 \cap A_2) = C_5^2 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_3^2 \cdot 6!.$$

Từ đó $P(\bar{A}) = \frac{25}{63} \Rightarrow P(A) = \frac{38}{63} \approx 0,6$.

- Bài 8.** Chạy Marathon là môn thể thao chạy bộ đường dài, mà tại đó, người chơi sẽ hoàn thành quãng đường 42,195 km trong khoảng thời gian nhất định. “FM sub 4” là một thuật ngữ phổ biến trong cộng đồng những người tham gia chạy Marathon, nó dùng để chỉ thành tích hoàn thành quãng đường 42,195 km dưới 4 giờ. Trong câu lạc bộ Marathon, tỉ lệ thành viên nam là 72%, tỉ lệ thành viên nữ là 28%. Đối với nam, tỉ lệ người hoàn thành FM sub 4 là 32%; đối với nữ, tỉ lệ hoàn thành FM sub 4 là 3%. Chọn ngẫu nhiên một thành viên từ câu lạc bộ đó. Xác suất để người được chọn là nam bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm), biết rằng người được chọn đã hoàn thành FM sub 4?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Người được chọn là nam”.

B là biến cố: “Người được chọn đã hoàn thành FM sub 4”.

Ta có:

$$P(A) = 0,72 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,28$$

$$P(B|A) = 0,32; P(B|\bar{A}) = 0,03$$

Xác suất để người được chọn là nam, biết rằng người đó đã hoàn thành FM sub 4 là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,72.0,32}{0,72.0,32 + 0,28.0,03} \approx 0,96.$$

- Bài 9.** Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10 000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1 124 người	1 126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7 474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10 000 người được khảo sát.

- Xác suất để người đó hút thuốc lá là 14%.
- Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80%.
- Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14%.
- Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Lời giải

S	Đ	Đ	Đ
---	---	---	---

a) Tổng số người hút thuốc lá là $1124 + 1126 = 2250$ (người).

Xác suất để người đó hút thuốc lá là: $\frac{2250}{10000} \cdot 100\% = 22,5\%$.

Vậy mệnh đề xác suất để người đó hút thuốc lá là 14% là mệnh đề **sai**.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá là $\frac{1124}{1124 + 276} = 80,3\%$

Vậy mệnh đề “Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80%” là **đúng**.

c) Xác suất để một người mắc ung thư phổi là $\frac{1124 + 276}{10000} \cdot 100\% = 14\%$.

Vậy mệnh đề “Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 14%” là **đúng**.

d) Tổng số người hút thuốc lá là $1124 + 1126 = 2250$ (người).

Tỉ lệ người hút thuốc lá và bị ung thư phổi là $\frac{1124}{2250} = \frac{562}{1125}$

Tổng số người không hút thuốc lá là $276 + 7474 = 7750$ (người).

Tỉ lệ người không hút thuốc lá và bị ung thư phổi là $\frac{276}{7750} = \frac{138}{3875}$

Ta có: $\frac{562}{1125} : \frac{138}{3875} = \frac{8711}{621} \approx 14,03$.

Vậy người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá là mệnh đề **đúng**.

Bài 10. Bạn Minh làm hai bài tập liên tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai là $\frac{a}{b}, (a, b \in \mathbb{N}^*)$. Biết $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản, tính $T = 2a + b$.

Lời giải

Đáp án: 87

Gọi: A là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ nhất".

$\overline{A}$ là biến cố: "Minh làm sai bài thứ nhất".

B là biến cố: "Minh làm đúng bài thứ hai".

Theo đề bài, ta có các xác suất:

$$P(A) = 0,7$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3$$

$$P(B|A) = 0,8$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,2$$

Xác suất Minh làm đúng cả hai bài là:

$$P(A \cap B) = P(B|A).P(A) = 0,8.0,7 = 0,56$$

Xác suất Minh làm sai bài thứ nhất và đúng bài thứ hai là:

$$P(\bar{A} \cap B) = P(B|\bar{A}).P(\bar{A}) = 0,2.0,3 = 0,06$$

Ta có
$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,56 + 0,06 = 0,62$$

Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh đã làm đúng bài thứ hai là:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,56}{0,62} = \frac{28}{31}$$

Khi đó $T = 2a + b = 2.28 + 31 = 87$

Vậy, giá trị T là 87.

Bài 11. Một nhà đầu tư đang xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: Cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:

Kịch bản Kinh tế tăng trưởng: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60%. Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80%, và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30%.

Kịch bản Kinh tế suy thoái: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40%. Trong kịch bản này, xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10%, và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70%.

Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi :

Biến cố A : Kinh tế suy thoái.

Biến cố B : Trái phiếu có lợi nhuận cao.

Biến cố $\bar{A}$: Kinh tế tăng trưởng.

Ta có $P(A) = 0,4$ (Kinh tế suy thoái)

$P(B|A) = 0,7$ (Trong khi kinh tế suy thoái, xác suất trái phiếu lợi nhuận cao)

$$P(\bar{A}) = 0,6 \text{ (Kinh tế tăng trưởng)}$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,3 \text{ (Trong khi kinh tế tăng trưởng, xác suất trái phiếu lợi nhuận cao)}$$

$$\text{Khi đó } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,3 = 0,46$$

$$\text{Áp dụng định lý Bayes: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,7.0,4}{0,46} \approx 0,61$$

Bài 12. Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên, do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:

- + Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống: 5% (tức là 5% tổng số thuê bao là số lừa đảo)
- + Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo: 94%.
- + Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ (tức là số điện thoại không lừa đảo): 3%

Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

a) Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0.94.

b) Xác suất để một số điện thoại bất kỳ bị chặn là $\frac{151}{2000}$.

c) Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\frac{90}{151}$.

d) Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số hợp lệ bằng $\frac{1813}{1849}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

Gọi A là biến cố “số điện thoại lừa đảo”, B là biến cố “chặn một số điện thoại bất kỳ”.

Theo đề bài, ta có: $P(A) = 0,05$; $P(\bar{A}) = 0,95$; $P(B|A) = 0,94$; $P(B|\bar{A}) = 0,03$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,97$

(a) Đúng: $P(B|A) = 0,94$.

(b) Đúng: $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,05.0,94 + 0,95.0,03 = \frac{151}{2000}$.

(c) Sai: Công thức Bayes: $P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,05 \cdot 0,94}{\frac{151}{2000}} = \frac{94}{151}$.

(d) Sai: $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}|\bar{A})}{P(\bar{B})} = \frac{0,95 \cdot 0,97}{1 - \frac{151}{2000}} = \frac{1843}{1849}$.

Bài 13. An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,32

Biết số trận thắng trước là 3 sẽ giành chiến thắng chung cuộc nên An phải chơi tối đa 5 trận.

Gọi H là biến cố: "An thắng chung cuộc",

A là biến cố: "An thắng trận sau 3 séc",

B là biến cố: "An thắng trận sau 4 séc",

C là biến cố: "An thắng trận sau 5 séc".

Khi đó, $H = A \cup B \cup C$ và A, B, C đôi một xung khắc.

Áp dụng quy tắc cộng xác suất, ta có

$$P(H) = P(A) + P(B) + P(C).$$

Xác suất An thắng trận sau 3 séc là $P(A) = (0,4)^3 = 0,064$.

Để An thắng trận sau 4 séc thì An phải thua 1 trong 3 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 4 séc là

$$P(B) = C_3^1(0,4)^3 \cdot 0,6 = 0,1152.$$

Để An thắng trận sau 5 séc thì An phải thua 2 trong 4 séc đầu và séc cuối thắng.

Suy ra xác suất An thắng trận sau 5 séc là

$$P(C) = C_4^2(0,4)^3 \cdot (0,6)^2 = 0,13824.$$

Vậy xác suất An thắng chung cuộc là $P(H) = 0,31744 \approx 0,32$.

Bài 14. Năm 2001, Cộng đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bò bị bệnh bò điên. Người ta tiến hành một loại xét nghiệm và cho kết quả như sau: Khi con bò bị bệnh bò điên thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm là 70%; còn khi con bò không bị bệnh thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm đó là 10%. Biết rằng tỉ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Gọi X là biến cố một con bò bị bệnh bò điên, Y là biến cố một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm.

- a) $P(XY) = 0,91$.
- b) $P(Y) = 0,1000078$.
- c) $P(X) = 13 \cdot 10^{-6}$.
- d) $P(Y|X) = 0,07$.

Lời giải**a) Sai. b) Đúng. c) Đúng. d) Sai.**

Với X là biến cố: “Một con bò bị bệnh bò điên”, Y là biến cố: “Một con bò phản ứng dương tính với xét nghiệm”. Ta có:

$$P(X) = \frac{1,3}{100000} = 13 \cdot 10^{-6} \Rightarrow P(\bar{X}) = 1 - 13 \cdot 10^{-6} = 0,999987. \text{ Suy ra c) đúng}$$

$$P(Y|X) = 70\% = 0,7; P(Y|\bar{X}) = 10\% = 0,1. \text{ Suy ra d) sai}$$

Áp dụng công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(XY) = P(X) \cdot P(Y|X) = 13 \cdot 10^{-6} \cdot 0,7 = 9,1 \cdot 10^{-6}. \text{ Suy ra a) sai}$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(Y) = P(X) \cdot P(Y|X) + P(\bar{X}) \cdot P(Y|\bar{X}) = 13 \cdot 10^{-6} \cdot 0,7 + 0,999987 \cdot 0,1 = 0,1000078. \text{ Suy ra b) đúng.}$$

Bài 15. Trong một hộp đựng 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng và 10 quả cầu chứa phiếu không có thưởng (các quả cầu cùng hình dạng, kích thước và khối lượng). Hai bạn Bình, An lần lượt lấy ngẫu nhiên (không hoàn lại) mỗi bạn một quả. Bạn Bình lấy trước, bạn An lấy sau.

a) [1] Xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{1}{2}$.

b) [2] Biết bạn Bình đã lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng, xác suất để bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

c) [2] Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{2}{21}$.

d) [3] Biết An lấy được quả cầu có phiếu có thưởng, xác suất để Bình lấy được quả cầu có phiếu có thưởng là $\frac{2}{7}$.

Lời giải

a) Sai.

Vì có 5 quả cầu chứa phiếu có thưởng trong tổng số 15 quả cầu nên xác suất bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$.

b) Đúng.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 15 \cdot 14 = 210$.

Gọi biến cố A : “Bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”, B : “Bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

Ta suy ra xác suất cần tìm là $P(B|A)$.

Khi đó biến cố $A \cap B$: “Bạn Bình lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng và bạn An lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng”.

$$n(A \cap B) = 5 \cdot 4 = 20 \text{ nên } P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{210} = \frac{2}{21}.$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{20}{210} = \frac{2}{21}.$$

$$n(A) = 5 \cdot 14 = 70 \text{ nên } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{7}.$$

c) Đúng.

Xác suất để hai bạn cùng lấy được quả cầu chứa phiếu có thưởng là $P(A \cap B) = \frac{2}{21}$.

d) Đúng.

Xác suất cần tìm là $P(A|B)$.

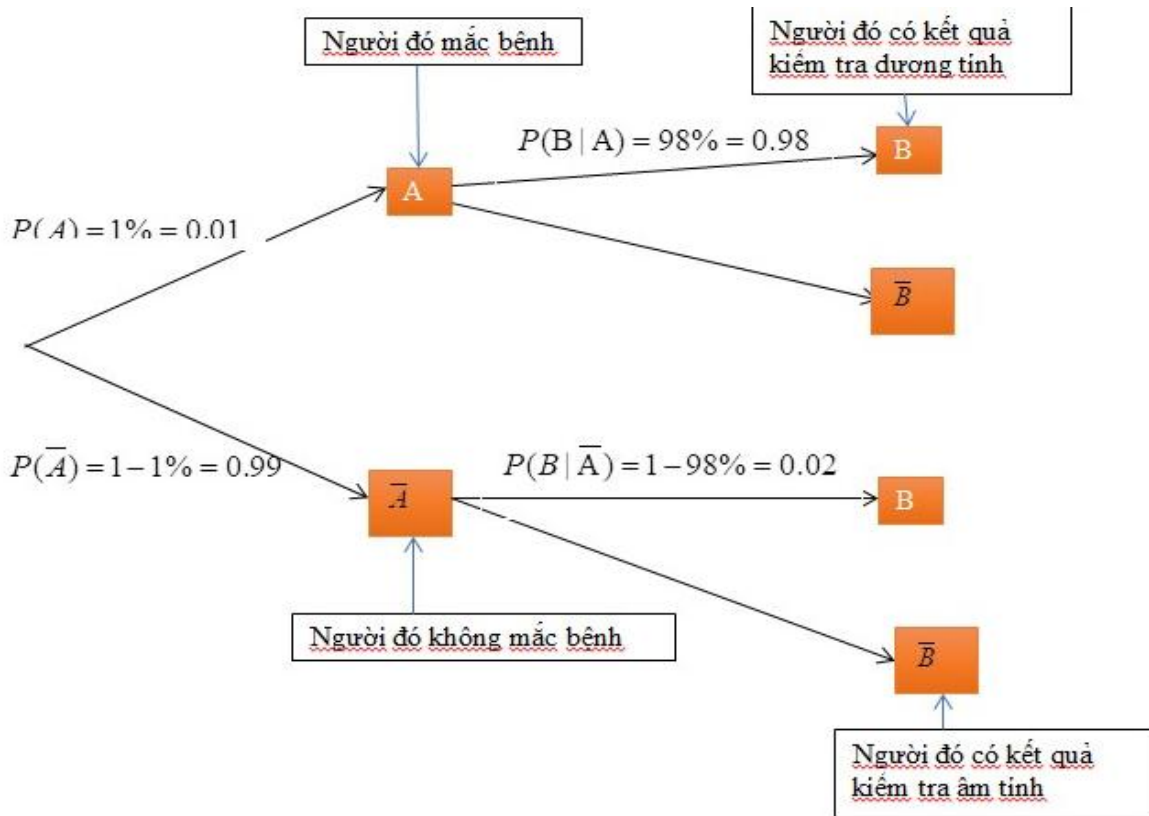
$$\text{Ta có: } n(B) = 5 \cdot 4 + 10 \cdot 5 = 70 \text{ nên } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{21}}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{7}.$$

Bài 16. Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán căn bệnh nói trên có tỉ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người được sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{296}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Lời giải

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025



$$\begin{aligned}
 P(A | B) &= \frac{P(A).P(B | A)}{P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A})} \\
 &= \frac{0,01.0,98}{0,01.0,98 + 0,99.0,02} = \frac{49}{148}
 \end{aligned}$$

Suy ra $y = 98$.

Bài 17. Một cửa hàng bán hai loại bóng đèn, trong đó có 65% bóng đèn là màu trắng và 35% bóng đèn là màu đỏ, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn từ cửa hàng đó. Xét các biến cố:

A : “Khách hàng chọn được bóng màu trắng”;

B : “Khách hàng chọn được bóng không hỏng”;

Khi đó:

a) $P(\bar{A}) = 0,65$.

b) $P(B | A) = 0,02$.

c) $P(B | \bar{A}) = 0,3$.

d) $P(B) = 0,9765$.

Lời giải**a) Sai**Ta có $P(A) = 0,65$ nên $P(\bar{A}) = 0,35$.**b) Sai**Vì các bóng đèn màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% nên $P(\bar{B} | A) = 0,02$, suy ra

$$P(B | A) = 1 - P(\bar{B} | A) = 1 - 0,02 = 0,98.$$

c) SaiVì các bóng đèn màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3% nên $P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,03$, suy ra

$$P(B | \bar{A}) = 1 - P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - 0,03 = 0,97.$$

d) Đúng

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,65.0,98 + 0,35.0,97 = 0,9765.$$

Bài 18. Một nhà máy sản xuất sản phẩm A có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống

kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi.

Tính xác suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi. Kết quả xác suất này sau khi đã làm tròn đến

hàng phần nghìn là số có dạng $0,0ab$ (ví dụ nếu kết quả là 0,024 thì $a = 2$, $b = 4$). Tính giá trị của $a + b$.**Trả lời:****Lời giải****Đáp án: 10**

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Gọi A là biến cố chọn được sản phẩm lỗi.

Gọi M, N lần lượt là biến cố hệ thống 1 kết luận sản phẩm lỗi, hệ thống 2 kết luận sản phẩm lỗi.

$$\text{Ta cần tính xác suất điều kiện: } P(\bar{A} | MN) = \frac{P(\bar{A}MN)}{P(MN)}.$$

$$\text{Ta có } P(A) = 2\% = 0,02 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,98 \text{ và}$$

$$P(M | A) = 95\% = 0,95; P(M | \bar{A}) = 1\% = 0,01.$$

$$P(N | AM) = 90\% = 0,9; P(N | \bar{A}M) = 5\% = 0,05.$$

$$\text{Ta có: } P(MN) = P(AMN \cup \bar{A}MN) = P(AMN) + P(\bar{A}MN).$$

$$\text{Mặt khác: } P(\bar{A}MN) = P(\bar{A}) \cdot P(M | \bar{A}) \cdot P(N | \bar{A}M) = 0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05 \text{ và}$$

$$P(AMN) = P(A) \cdot P(M | A) \cdot P(N | AM) = 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9.$$

$$\text{Vậy } P(\bar{A} | MN) = \frac{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05}{0,98 \cdot 0,01 \cdot 0,05 + 0,02 \cdot 0,95 \cdot 0,9} = \frac{49}{1759} \approx 0,028 \Rightarrow a + b = 10.$$

Bài 19. Một công ty tổ chức chương trình bốc thăm trúng thưởng nhân dịp nghỉ lễ 30/4 và 1/5 cho 100 nhân viên. Trong hộp có 100 vé, trong đó có 4 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Thái Lan, 10 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí ở Đà Nẵng và 20 vé trúng thưởng tour du lịch miễn phí tại Cửa Lò (Nghệ An), các vé còn lại trúng thưởng năm triệu đồng. Lần lượt từng nhân viên lên bốc ngẫu nhiên một vé (không hoàn lại).

a) Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

b) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{13}{20}$, biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng.

c) Xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{33}{50}$.

d) Để tạo bất ngờ cho người bốc thăm tiếp theo, sau khi người thứ nhất bốc thăm, người dẫn chương trình giữ lại vé và không công bố kết quả. Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng. Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $\frac{65}{99}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng";

B : "Người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng".

a) Đúng.

Ta có số vé trúng thưởng năm triệu đồng là: $100 - (4 + 10 + 20) = 66$

Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là:

$$P(A) = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$$

b) Sai.

Nếu người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng thì số vé trúng thưởng năm triệu đồng còn lại trong hộp là 65 vé.

Suy ra, xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng biết rằng người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $P(B|A) = \frac{65}{99}$.

c) Đúng.

Xác suất để người thứ nhất không bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{66}{100} = \frac{17}{50}.$$

Nếu người bốc thăm thứ nhất không bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng thì số vé trúng thưởng năm triệu đồng còn lại trong hộp là 66 nên $P(B|\bar{A}) = \frac{66}{99}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{33}{50} \cdot \frac{65}{99} + \frac{17}{50} \cdot \frac{66}{99} = \frac{33}{50}.$$

d) Đúng.

Xác suất để người bốc thăm thứ nhất bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng biết rằng người bốc thăm thứ hai bốc được vé trúng thưởng năm triệu đồng là $P(A|B)$.

$$\text{Theo công thức Bayes, ta có: } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{33}{50} \cdot \frac{65}{99}}{\frac{33}{50}} = \frac{65}{99}.$$

Bài 20. [Mức độ 3] Trong một đợt kiểm tra sức khỏe tại trường, có 200 học sinh được xét nghiệm một loại virus. Trong đó, biết rằng có 80 bạn thật sự bị nhiễm virus. Nếu một bạn bị nhiễm, thì xét nghiệm có kết quả dương tính (tức là phát hiện đúng bệnh) với xác suất 90%. Nếu một bạn không bị nhiễm, thì xét nghiệm vẫn có thể báo nhầm là dương tính (gọi là dương tính giả), với xác suất 5%. Giả sử một bạn có kết quả xét nghiệm dương tính. Hỏi xác suất để bạn đó thật sự bị nhiễm virus là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 0,92

Gọi A là biến cố: “học sinh được chọn thực sự bị nhiễm bệnh”

B là biến cố: “học sinh được chọn có xét nghiệm dương tính”

Theo giả thiết ta có: $P(A) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\bar{A}) = 0,6$; $P(B|A) = 0,9$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$.

Xác suất để học sinh có kết quả xét nghiệm dương tính, thật sự bị nhiễm bệnh là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0,9.0,4}{0,9.0,4 + 0,05.0,6} = 0,92.$$

Bài 21. [TH-TH-TH-TH] Một nghiên cứu tại một trường đại học cho biết tỉ lệ sinh viên dùng cà phê để duy trì tỉnh táo khi học vào ban đêm là 70%. Giả sử chọn ngẫu nhiên 3 sinh viên từ nhóm khảo sát trên phỏng vấn

- Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là 0,343.
- Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là 0,657.
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là 0,189.
- Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê lớn hơn 0,45.

Lời giải

Gọi A_i : “Sinh viên thứ i dùng cà phê” $\Rightarrow P(A_i) = 0,7$, $P(\bar{A}_i) = 0,3$

a) Đúng.

Xác suất để cả 3 sinh viên đều dùng cà phê để duy trì tỉnh táo là

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,7^3 = 0,343$$

b) Đúng.

Xác suất trong 3 sinh viên có ít nhất 1 sinh viên không dùng cà phê là :

$$1 - P(A_1 A_2 A_3) = 1 - 0,343 = 0,657$$

c) Đúng.

Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 1 sinh viên dùng cà phê là:

$$P(\bar{A}_1 A_2 A_3) + P(A_1 \bar{A}_2 A_3) + P(A_1 A_2 \bar{A}_3) = 3.0,3.0,7.0,7 = 0,189$$

d) Sai.

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Xác suất trong 3 sinh viên có đúng 2 sinh viên dùng cà phê và 1 sinh viên không dùng cà phê là:

$$P(\overline{A_1}A_2A_3) + P(\overline{A_2}A_1A_3) + P(\overline{A_3}A_2A_1) = 3 \cdot 0,7^2 \cdot 0,3 = 0,441 < 0,45$$

- Bài 22.** Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mẹ mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: 0,3

Gọi A là biến cố "bé đi theo mẹ".

B là biến cố "bé được mẹ mua đồ chơi".

Ta có: $P(A) = \frac{2}{5} = 0,4 \Rightarrow P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$.

$P(A|B)$ là xác suất để bé đi theo mẹ với điều kiện bé được mua đồ chơi $\Rightarrow P(A|B) = \frac{14}{23}$.

$P(B|A)$ là xác suất để bé được mua đồ chơi với điều kiện đi theo mẹ

$\Rightarrow P(B|A) = 70\% = 0,7$.

$P(B|\overline{A})$ là xác suất để bé được mua đồ chơi với điều kiện không đi theo mẹ.

Áp dụng công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A})}$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{23} = \frac{0,4 \cdot 0,7}{0,4 \cdot 0,7 + 0,6 \cdot P(B|\overline{A})}$$

$$\Leftrightarrow P(B|\overline{A}) = 0,3$$

Vậy khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua đồ chơi là 0,3.

- Bài 23.** Giả sử có một đồng xu cân bằng (fair coin) và một đồng xu thiên lệch (biased coin) mà mặt ngửa (heads) xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi chọn ngẫu nhiên một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: "Người chơi chọn đồng xu cân bằng"; B là biến cố: "Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa".

a) $P(A) = \frac{1}{2}$.

b) $P(B|A) = \frac{3}{8}$.

c) Xác suất người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là 0,25 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

d) Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là 0,69 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng.

b) Sai. $P(B|A) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

c) Sai. Theo công thức Bayes ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3}{0,5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + 0,5 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3} = \frac{8}{35} \approx 0,23$.

d) Đúng.

Ở câu c), xác suất chọn được đồng xu cân bằng biết ba lần tung đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{8}{35}$.

Suy ra, xác suất chọn được đồng xu thiên lệch biết ba lần tung đều xuất hiện mặt ngửa là $\frac{27}{35}$.

Khi đó xác suất người đó tung lần thứ 4 xuất hiện mặt ngửa là:

$$P(D) = \frac{8}{35} \cdot \frac{1}{2} + \frac{27}{35} \cdot \frac{3}{4} = \frac{97}{140} \approx 0,69.$$

Bài 24. Một người tham gia trò chơi với 3 hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe; hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua hai bước sau:

+ Bước 1: Người chơi chọn ngẫu nhiên 1 hộp.

+ Bước 2: Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:

- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.

- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.

Biết rằng người chơi lấy được 2 điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,6

⊕ Tính xác suất lấy được 2 điện thoại iPhone từ mỗi hộp.

+ Hộp vàng: Xác suất lấy được 1 iPhone là $\frac{2}{5}$. Sau khi lấy được 1 iPhone, còn lại 1 iPhone và 3

tai nghe trong hộp. Xác suất lấy được 1 iPhone nữa là $\frac{1}{4}$.

Vậy xác suất lấy được 2 iPhone từ hộp vàng là $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$.

+ Hộp bạc: Xác suất lấy được 1 iPhone là $\frac{4}{5}$. Sau khi lấy được 1 iPhone, còn lại 3 iPhone và 1 tai nghe trong hộp. Xác suất lấy được 1 iPhone nữa là $\frac{3}{4}$. Vậy xác suất lấy được 2 iPhone từ hộp bạc là $\frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$.

+ Hộp đồng: Xác suất lấy được 1 iPhone là $\frac{3}{5}$. Sau khi lấy được 1 iPhone, còn lại 2 iPhone và 2 tai nghe trong hộp. Xác suất lấy được 1 iPhone nữa là $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Vậy xác suất lấy được 2 iPhone từ hộp đồng là $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$.

⊕ **Tính xác suất chọn hộp bạc, biết lấy được 2 iPhone.**

Gọi A là biến cố lấy được 2 iPhone. Gọi B là biến cố chọn hộp bạc. Ta cần tính:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}.$$

$$+ P(B) = \frac{1}{3} \text{ (xác suất chọn hộp bạc).}$$

$$+ P(A|B) = \frac{3}{5} \text{ (xác suất lấy được 2 iPhone từ hộp bạc, đã tính ở trên).}$$

$$+ P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\text{hộp vàng}).P(\text{hộp vàng}) + P(A|\text{hộp đồng}).P(\text{hộp đồng}) = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}} = 0,6.$$

Bài 25. Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98% ; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm cảnh báo nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố “Phần mềm cảnh báo bài viết là đạo văn”.

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

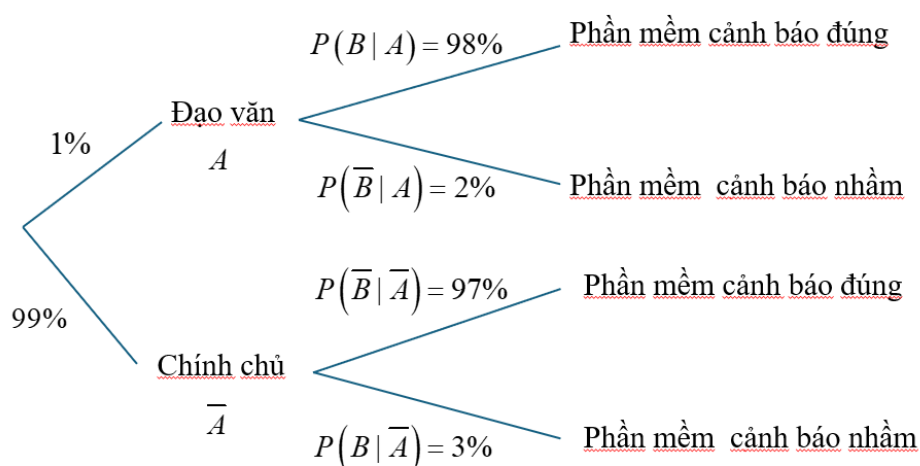
b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.

c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Lời giải

Ta có sơ đồ hình cây sau:



Câu 3	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	Áp dụng công thức xác suất toàn phần: $P(B) = P(\bar{A}) \cdot P(B \bar{A}) + P(A) \cdot P(B A) = 0,99 \cdot 0,03 + 0,01 \cdot 0,98 = 0,0395.$
b) Đ	Theo sơ đồ ta thấy $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.
c) s	$P(A B) = \frac{P(A) \cdot P(B A)}{P(B)} = \frac{0,01 \cdot 0,98}{0,0395} = \frac{98}{395} \approx 0,25.$
d) Đ	Ta cần so sánh $P(A B)$ và $P(\bar{A} B)$. Theo câu c) ta có $P(A B) = \frac{98}{395}$ suy ra $P(\bar{A} B) = 1 - P(A B) = 1 - \frac{98}{395} = \frac{297}{395} \approx 0,75.$ Vậy $P(\bar{A} B) > P(A B)$ nên d) đúng.

Bài 26. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỷ lệ nhân viên nữ và tỷ lệ nhân viên nam mua bảo hiểm nhân thọ lần lượt là 7% và 5%. Chọn ngẫu nhiên một nhân viên của doanh nghiệp.

a) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là $\frac{63}{118}$.

b) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là $\frac{55}{118}$.

c) Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Khi đó nhân viên đó là nam nhiều hơn là nữ.

d) Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là 0,061.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Nhân viên được chọn là nữ”, B là biến cố: “Nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ”.

Theo đề bài ta có: $P(A) = 0,45$; $P(\bar{A}) = 0,55$; $P(B|A) = 0,07$; $P(B|\bar{A}) = 0,05$.

Xác suất nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ là

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,45 \cdot 0,07 + 0,55 \cdot 0,05 = 0,059.$$

Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nữ là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,07 \cdot 0,45}{0,059} = \frac{63}{118}.$$

Biết rằng nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ. Xác suất nhân viên đó là nam là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(B)} = \frac{0,05 \cdot 0,5}{0,059} = \frac{55}{118}.$$

Vì $P(A|B) > P(\bar{A}|B)$ nên nếu nhân viên được chọn có mua bảo hiểm nhân thọ thì khi đó nhân viên đó là nữ nhiều hơn là nam.

Vậy a) Đúng, b) Đúng, c) Sai, d) Sai.

Bài 27. [Mức độ 3] Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên một trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 0,7

Gọi T : “trẻ em được chọn là nam” và H : “trẻ em được chọn bị hen phế quản”.

Theo đề bài ta có $P(T) = \frac{3}{5}$; $P(\bar{T}) = \frac{2}{5}$; $P(H|T) = 0,08$; $P(H|\bar{T}) = 0,05$.

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(T|H) = \frac{P(H|T) \cdot P(T)}{P(H|T) \cdot P(T) + P(H|\bar{T}) \cdot P(\bar{T})} = \frac{0,08 \cdot \frac{3}{5}}{0,08 \cdot \frac{3}{5} + 0,05 \cdot \frac{2}{5}} = \frac{12}{17} \approx 0,7.$$

Bài 28. Trong cuộc khảo sát ngẫu nhiên 600 học sinh về việc “thích học” hay “không thích học” môn toán. Kết quả thống kê như sau: có 400 học sinh trả lời “thích học” và 200 học sinh trả lời

"không thích học". Thực tế cho thấy tỉ lệ học sinh "giỏi toán" tương ứng với những cách trả lời "thích học" và "không thích học" lần lượt là 70% và 10%.

Gọi T là biến cố "Học sinh được phỏng vấn trả lời thích học môn toán".

Gọi G là biến cố "Học sinh được phỏng vấn giỏi toán".

a) Xác suất $P(T) = \frac{2}{3}$ và $P(\bar{T}) = \frac{1}{3}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(G|T) = 0,3$, $P(G|\bar{T}) = 0,9$.

c) Xác suất $P(G) = 0,5$

d) Trong số những người được phỏng vấn giỏi toán có 80% người đã trả lời thích học môn toán khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $P(T) = \frac{400}{600} = \frac{2}{3} \Rightarrow P(\bar{T}) = 1 - P(T) = \frac{1}{3}$

b) Sai

Theo đề bài ta có: $P(G|T) = 70\% = 0,7$, $P(G|\bar{T}) = 10\% = 0,1$.

c) Đúng

Ta có: $P(G) = P(GT) + P(G\bar{T}) = P(G|T).P(T) + P(G|\bar{T}).P(\bar{T}) = 0,7 \cdot \frac{2}{3} + 0,1 \cdot \frac{1}{3} = 0,5$

d) Sai

Ta có: $P(T|G) = \frac{P(TG)}{P(G)} = \frac{P(G|T).P(T)}{P(G)} = \frac{0,7 \cdot \frac{2}{3}}{0,5} = \frac{14}{15} \approx 93,3\%$.

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

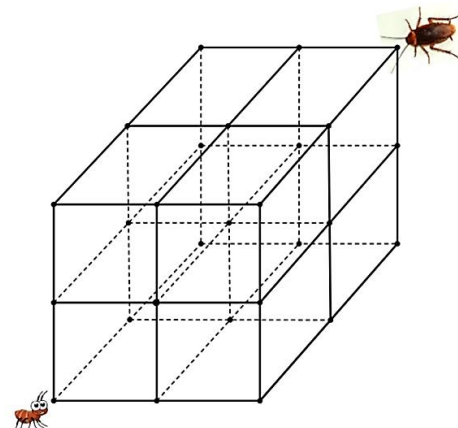
Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Bài 1.** Bạn A có hai quân xúc xắc 6 mặt . Một xúc xắc cân đối có xác suất ra các mặt đều như nhau. Xúc xắc còn lại có xác suất ra mặt 6 là $\frac{2}{3}$ và xác suất ra các mặt còn lại bằng nhau. Bạn A chọn ngẫu nhiên một trong hai xúc sắc và tung nó ba lần. Xác suất để lần thứ ba ra mặt 1 khi biết cả hai lần trước đó đều ra mặt 6 là $\frac{p}{q}$ với p, q là các số nguyên dương và số nguyên tố cùng nhau . Tính $p+q$.
- Bài 2.** Một loại xét nghiệm nhanh cúm mùa cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus cúm mùa trong một cộng đồng là 1% . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- a) Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là: 0,23 .
 - b) Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009 .
 - c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,015 .
 - d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,46 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Bài 3.** Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (48 hộp/ thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm 2 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lần mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ra ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Bài 4.** Một nghiên cứu đã chỉ ra rằng tỉ lệ người bị lao phổi trong nhóm X những người mắc phải hội chứng suy giảm miễn dịch H là 15,2% . Kết quả nghiên cứu về một số triệu chứng lâm sàng như có ho trong vòng bốn tuần, hoặc có bị sốt trong vòng bốn tuần, hoặc ra mồ hôi ban đêm từ ba tuần trở lên của nhóm X cho thấy: trong số những người mắc bệnh lao phổi, có 93,2% trường hợp có ít nhất một triệu chứng; trong số những người không mắc bệnh lao phổi có 35,8% trường hợp không có triệu chứng nào.
- a) Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X , xác suất bệnh nhân bị lao phổi là 0,152 .
 - b) Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là 0,358 .

c) Có 70% bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, có 21% người mắc bệnh lao phổi (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 5. Trong công trường xây dựng, có một bộ khung sắt hình lập phương như hình vẽ (ta xem nó là hình lập phương dạng $2 \times 2 \times 2$). Người ta nhìn thấy một con kiến và một con gián xuất phát cùng lúc trên hai đỉnh thuộc đường chéo lớn của khung sắt hình lập phương và di chuyển trên các cạnh của mỗi hình vuông nhỏ. Con kiến cần đến vị trí mà con gián xuất phát và ngược lại, mỗi con ngày càng di chuyển xa vị trí mà nó xuất phát. Tính xác suất để hai con côn trùng này gặp nhau biết rằng vận tốc của gián bằng 4 cm/s , vận tốc của kiến là 2 cm/s . Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Đáp án:

Bài 6. Năm 2025, báo Giáo dục đã có cuộc khảo sát tại một trường đại học và thấy rằng có 40% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng A; có 17% trong số những sinh viên quan tâm đến học bổng A cũng đã quan tâm đến học bổng B. Qua khảo sát họ cũng thấy rằng có 20% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng B. Người ta chọn ngẫu nhiên một sinh viên từ trường đại học này để thăm dò ý kiến.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Xác suất để sinh viên được chọn quan tâm cả hai chương trình học bổng bằng $0,062$.		
b)	Xác suất để sinh viên quan tâm học bổng A nếu biết rằng họ đã quan tâm học bổng B bằng $0,4$.		
c)	Xác suất để sinh viên không quan tâm đến cả chương trình A lẫn học bổng B bằng $0,41$.		
d)	Sinh viên được chọn cho rằng mình có quan tâm đến học bổng B; hai hôm sau một nhà báo khác quay lại trường và tiếp tục chọn ngẫu nhiên một sinh viên để thăm dò ý kiến thì gặp được một sinh viên quan tâm đến học bổng B, xác suất để người này không quan tâm đến học bổng A bằng $0,66$.		

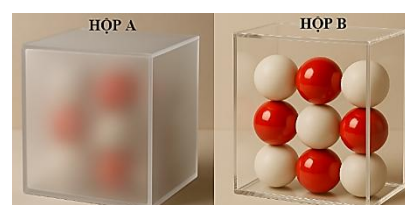
BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Bài 7. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có hình một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh tứ diện thí sinh thiết kế 3 bóng đèn nằm ở 3 vị trí chia cạnh tứ diện thành 4 đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua, sẽ có ngẫu nhiên 3 bóng đèn phát sáng, các bóng còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên được ban giám khảo chấm điểm, có 3 bóng đèn phát sáng ứng với 3 điểm tạo nên mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng 3 bóng đèn không hoàn toàn thuộc về một cạnh tứ diện. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).



Đáp án:

Bài 8. Có hai hộp bóng A và B chỉ đựng các quả bóng đỏ và trắng, trong đó hộp B đựng 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng; tổng số bóng hai hộp không qua 20. Xét hai phép thử ngẫu nhiên sau:



Phép thử thứ nhất: Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp B. Bằng thực nghiệm người ta biết được rằng khả năng lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai bằng $\frac{33}{70}$.

Phép thử thứ hai: Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B. Sau đó tiếp tục lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp B.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,4.		
b)	Hộp thứ nhất đựng 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng trắng.		
c)	Xác suất để lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp B bằng $\frac{166}{1155}$.		
d)	Nếu biết rằng hai quả bóng lấy được từ hộp B cùng có màu đỏ, xác suất để có ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{67}{128}$.		

Bài 9. Trong một trận đấu cờ vua của hai kỳ thủ là Lê Quang Liêm và vua cờ Carlsen; mỗi ván cờ luôn có kẻ thắng người thua (vì nếu hai kỳ thủ hòa thì sẽ bốc thăm để chọn người thắng ván đó). Biết rằng trong mỗi ván đấu, xác suất để anh Liêm dành chiến thắng bằng 0,4; xác suất để Carlsen dành chiến thắng bằng 0,6. Mỗi trận thắng được tính 1 điểm cho kỳ thủ, người thua không được điểm nào. Nếu người nào tạo được cách biệt 2 điểm thì sẽ dành chiến



BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

thắng chung cuộc. Tính xác suất để Lê Quang Liêm là người chiến thắng sau cùng (làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án:

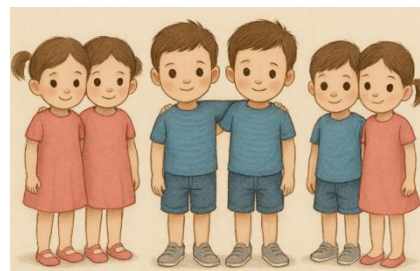
Bài 10. Thám tử lừng danh Sherlock Holmes đang điều tra một vụ án được thực hiện độc lập bởi một trong hai nghi phạm là McFarlane và Oldacre. Ban đầu thám tử đã có bằng chứng ngang nhau chống lại cả hai người. Trong quá trình điều tra thêm tại hiện trường vụ án, Sherlock Holmes phát hiện rằng thủ phạm có nhóm máu mà chỉ 10% dân số có; và Oldacre có nhóm máu này, còn nhóm máu của McFarlane thì chưa biết.



Gọi A là biến cố: “McFarlane là thủ phạm”; B là biến cố: “Oldacre là thủ phạm”; C là biến cố: “Nhóm máu của nghi phạm trùng với nhóm máu thủ phạm thực sự”.

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Trong quá trình điều tra, nếu Sherlock Holmes biết chắc chắn McFarlane không là thủ phạm, khi đó xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng 0,98.		
b)	$P(C A) = 0,1$; $P(C B) = 0,5$.		
c)	Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $\frac{9}{11}$.		
d)	Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để McFarlane cũng có nhóm máu trùng với nhóm máu thủ phạm bằng $\frac{2}{11}$.		

Bài 11. Song sinh có thể là cùng trứng (identical) hoặc khác trứng (fraternal). Biết rằng $\frac{1}{3}$ số cặp song sinh là cùng trứng. Hiển nhiên, song sinh cùng trứng phải cùng giới tính; song sinh khác trứng có thể cùng hoặc khác giới tính. Giả sử song sinh cùng trứng có xác suất là hai bé trai hoặc hai bé gái như nhau, trong khi với song sinh khác trứng thì tất cả bốn khả năng đều có xác suất như nhau. Một nhà khảo sát tìm gặp ngẫu nhiên một người phụ nữ đang mang thai đôi.



Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là bé gái bằng 0,5 biết rằng đây là cặp song sinh cùng trứng.		
b)	Xác suất để thai đôi của người phụ nữ là một cặp trai gái bằng 0,3.		

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

c)	Xác suất để thai đôi không cùng trứng và cũng không phải con trai bằng $\frac{1}{3}$		
d)	Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là cùng trứng bằng 0,5 biết rằng cô ấy hạ sinh được hai bé gái.		

Bài 12. Lan đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lí v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Cô ấy đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Lan vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng cô quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn là đồng xác suất. Xác suất để Lan có lớp học vào tất cả các ngày từ thứ

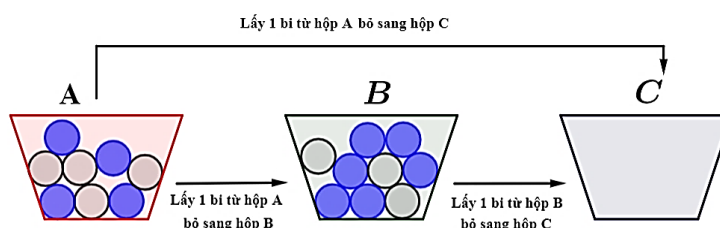


Hai đến thứ Sáu bằng $\frac{m}{n}$ (trong đó hai số m, n là nguyên tố cùng nhau). Tính $m + n$.

Đáp án:

Bài 13. Hộp A đựng 4 bi xanh và 4 bi trắng, hộp B đựng 6 bi xanh và 3 bi trắng, hộp C không có viên bi nào. Người ta thực hiện liên tiếp ba hành động sau đây hoàn toàn ngẫu nhiên:

- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp B.
- Lấy 1 viên bi từ hộp B bỏ sang hộp C.
- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp C.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì xác suất để lấy bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{3}{5}$.		
b)	Xác suất để lấy được bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{7}{20}$.		
c)	Xác suất để lấy từ C được 2 bi xanh bằng $\frac{9}{28}$.		
d)	Xác suất để 2 bi lấy từ hộp C đều là các bi từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{1}{15}$ biết rằng đó là 2 bi xanh.		

BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Bài 14. Một đội tuyển Toán quốc tế gồm 3 trường THPT chuyên: X, Y, và Z. Tổng số thí sinh dự thi là 600 học sinh, phân bố theo tỷ lệ: trường X: 40% (240 học sinh), tỷ lệ đạt huy chương (HC) là 70%. trường Y: 35% (210 học sinh), tỷ lệ đạt HC là 60%, trường Z: 25% (150 học sinh), tỷ lệ đạt HC là 80%. Trong số thí sinh đạt HC, tỷ lệ học sinh nữ của các trường lần lượt là: trường X: 30%, trường Y: 50%, trường Z: 20%. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên một thí sinh và biết rằng thí sinh này đạt HC và là nữ.



Gọi:

- X, Y, Z lần lượt là các sự kiện chọn được học sinh thuộc trường X, Y, Z.
- HC là sự kiện học sinh được chọn đạt huy chương.
- N là sự kiện học sinh được chọn là nữ.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $P(N | HC \cap Z) = 0,2$

b) $P(Z \cap HC \cap N) = 0,06$

c) $P(X \cap HC \cap N) = 0,085$

d) $P(Z | HC \cap N) = \frac{40}{227}$

Bài 15. Gần đây, cơ quan chức năng đã phát hiện một lượng lớn sản phẩm sữa và thực phẩm chức năng giả trên thị trường. Những sản phẩm này không chỉ vi phạm các quy định về an toàn thực phẩm mà còn gây nguy hiểm cho sức khỏe người tiêu dùng. Vì vậy một siêu thị đã kiểm tra chất lượng của 200 sản phẩm gồm 120 hộp sữa và 80 hộp thực phẩm chức năng. Qua kiểm tra có 110 hộp sữa đạt chuẩn an toàn thực phẩm và 70 hộp thực phẩm chức năng đạt an toàn thực phẩm. Một người chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong 200 sản phẩm kiểm tra.

a) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa bằng $\frac{3}{5}$.

b) Số sản phẩm sữa đạt chuẩn an toàn là 180 sản phẩm.

c) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa và đạt an toàn thực phẩm bằng 0,55.

d) Biết sản phẩm được chọn là sữa, xác suất sản phẩm đó an toàn thực phẩm bằng 0,7.

Bài 16. Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (48 hộp/ thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm 2 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lần mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ra ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Bài 17. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Bài 18. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh”, B là biến cố “Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là màu xanh”

a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.

b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$.

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$.

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp

thứ nhất là $\frac{11}{70}$.

TỔNG HỢP BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

VD VDC 2025

Sưu tầm và biên soạn: Phạm Minh Tuấn

- Bài 1.** Bạn A có hai quân xúc xắc 6 mặt. Một xúc xắc cân đối có xác suất ra các mặt đều như nhau. Xúc xắc còn lại có xác suất ra mặt 6 là $\frac{2}{3}$ và xác suất ra các mặt còn lại bằng nhau. Bạn A chọn ngẫu nhiên một trong hai xúc sắc và tung nó ba lần. Xác suất để lần thứ ba ra mặt 1 khi biết cả hai lần trước đó đều ra mặt 6 là $\frac{p}{q}$ với p, q là các số nguyên dương và số nguyên tố cùng nhau. Tính $p+q$.

Lời giải

Đáp án: 547

Gọi A là biến cố chọn được con xúc xắc cân đối

$\bar{A}$ là biến cố chọn được con xúc xắc còn lại

Gọi B là biến cố lần trước đều ra mặt 6

C là biến cố lần thứ ba ra mặt 1

$$P(A) = P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{17}{72}$$

$$P(C|B) = \frac{P(CB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{17}{72}} = \frac{37}{510}$$

Suy ra $p = 37$; $q = 510$

Suy ra $p + q = 547$

- Bài 2.** Một loại xét nghiệm nhanh cúm mùa cho kết quả dương tính với 76,2% các ca thực sự nhiễm virus và kết quả âm tính với 99,1% các ca thực sự không nhiễm virus. Giả sử tỉ lệ người nhiễm virus cúm mùa trong một cộng đồng là 1%. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là: 0,23.
 - Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là: 0,009.

- c) Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là: 0,015.
 d) Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là 0,46 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

Gọi:

- V là biến cố người nhiễm viruts cúm mùa.
- K là biến cố người không nhiễm virus cúm mùa.
- DT là biến cố xét nghiệm cho kết quả dương tính.
- AT là biến cố xét nghiệm cho kết quả âm tính.

Theo bài ra, ta có:

- Xác suất người nhiễm viruts cúm mùa: $P(V) = 1\% = 0,01$.
 - Xác suất người không nhiễm viruts cúm mùa: $P(K) = 1 - P(V) = 0,99$.
 - Xác suất xét nghiệm dương tính khi nhiễm viruts: $P(DT|V) = 76,2\% = 0,762$.
 - Xác suất xét nghiệm âm tính khi không nhiễm viruts: $P(AT|K) = 99,1\% = 0,991$.
- a) **Sai**. Xác suất xét nghiệm cho kết quả âm tính của các ca thực sự nhiễm virus là:
 $P(AT|V) = 1 - P(DT|V) = 1 - 0,762 = 0,238$. Suy ra **a) sai**.
- b) **Đúng**. Xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính của các ca thực sự không nhiễm virus là:
 $P(AT|K) = 1 - P(DT|K) = 1 - 0,991 = 0,009$. Suy ra **b) đúng**.
- c) **Sai**. Xác suất người làm xét nghiệm có kết quả dương tính là:
 $P(DT) = P(DT|V).P(V) + P(DT|K).P(K) = 0,762.0,01 + 0,009.0,99 = 0,01653$. Suy ra **c) sai**.
- d) **Đúng**.

Biết rằng đã có kết quả chuẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự bị bệnh là:
 $P(V|DT)$.

$$\text{Sử dụng định lý Bayes: } P(V|DT) = \frac{P(DT|V).P(V)}{P(DT)} = \frac{0,762.0,01}{0,1653} = \frac{0,00762}{0,1653} \approx 0,46.$$

- Bài 3.** Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (48 hộp/ thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm 2 loại: loại I để lẫn mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lẫn mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ra ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải**Đáp số:** 0,17.

Vì số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II nên khi chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất thì xác suất để thùng đó là thùng loại I là $\frac{3}{5}$; xác suất để thùng đó là thùng loại II là $\frac{2}{5}$.

TH1: Thùng sữa lấy ra là thùng loại I.

Vì trong 48 hộp/ thùng loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả nên khi chọn ngẫu nhiên 10 hộp trong thùng, xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}}$.

Do đó xác suất lấy được 10 hộp trong đó có đúng 2 hộp sữa là giả từ loại I là: $\frac{3}{5} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}}$.

TH2: Thùng sữa lấy ra là thùng loại II.

Vì trong 48 hộp/ thùng loại II để lần mỗi thùng 3 hộp sữa giả nên khi chọn ngẫu nhiên 10 hộp trong thùng, xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}}$.

Do đó xác suất lấy được 10 hộp trong đó có đúng 2 hộp sữa là giả từ loại II là: $\frac{2}{5} \cdot \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}}$.

Vậy xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{3}{5} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}} + \frac{2}{5} \cdot \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}} \approx 0,17$.

Bài 4. Một nghiên cứu đã chỉ ra rằng tỉ lệ người bị lao phổi trong nhóm X những người mắc phải hội chứng suy giảm miễn dịch H là 15,2%. Kết quả nghiên cứu về một số triệu chứng lâm sàng như có ho trong vòng bốn tuần, hoặc có bị sốt trong vòng bốn tuần, hoặc ra mồ hôi ban đêm từ ba tuần trở lên của nhóm X cho thấy: trong số những người mắc bệnh lao phổi, có 93,2% trường hợp có ít nhất một triệu chứng; trong số những người không mắc bệnh lao phổi có 35,8% trường hợp không có triệu chứng nào.

a) Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X , xác suất bệnh nhân bị lao phổi là 0,152.

b) Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là 0,358.

c) Có 70% bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, có 21% người mắc bệnh lao phổi (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng.

Gặp ngẫu nhiên một bệnh nhân thuộc nhóm X . Gọi A là biến cố "Bệnh nhân bị lao phổi", B là biến cố "Bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng".

Ta có $P(A) = 0,152$.

b) Sai.

Gặp được bệnh nhân không mắc bệnh lao phổi, xác suất bệnh nhân đó có ít nhất một triệu chứng trên là

$$P(B|\bar{A}) = 1 - 0,358 = 0,642$$

c) Sai.

Xác suất bệnh nhân thuộc nhóm X có ít nhất một triệu chứng trên là:

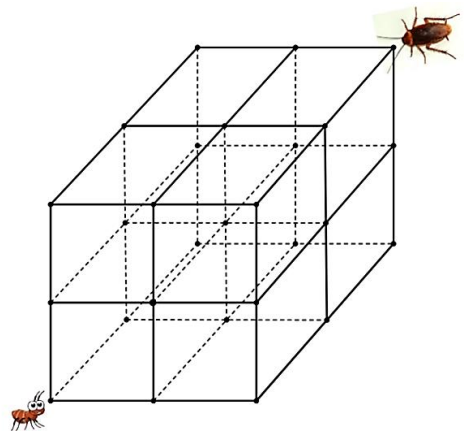
$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,152 \cdot 0,932 + (1 - 0,152) \cdot (1 - 0,358) = 0,68608 \approx 69\%$$

d) Đúng.

Trong số những bệnh nhân có ít nhất một triệu chứng trên, xác suất bệnh nhân mắc bệnh lao phổi là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,152 \cdot 0,932}{0,68608} \approx 21\%.$$

Bài 5. Trong công trường xây dựng, có một bộ khung sắt hình lập phương như hình vẽ (ta xem nó là hình lập phương dạng $2 \times 2 \times 2$). Người ta nhìn thấy một con kiến và một con gián xuất phát cùng lúc trên hai đỉnh thuộc đường chéo lớn của khung sắt hình lập phương và di chuyển trên các cạnh của mỗi hình vuông nhỏ. Con kiến cần đến vị trí mà con gián xuất phát và ngược lại, mỗi con ngày càng di chuyển xa vị trí mà nó xuất phát. Tính xác suất để hai con côn trùng này gặp nhau biết rằng vận tốc của gián bằng 4 cm/s , vận tốc của kiến là 2 cm/s . Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm.



Đáp án:

Hướng dẫn giải

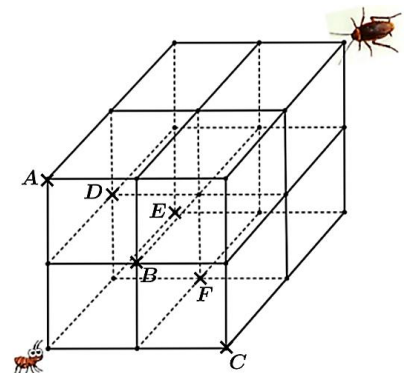
Đáp số: 0,27

Ta xem mỗi bước di chuyển của mỗi con là 1 đơn vị (ứng với cạnh hình vuông nhỏ).

Để đi hết hành trình của mình thì gián cần đi xuống 2 đơn vị, sang trái 2 đơn vị và đi dọc 2 đơn vị (có tất cả là 6 bước di chuyển) nên số cách đi của gián là $C_6^2 C_4^2$; hoàn toàn tương tự kiến cũng có số cách đi là $C_6^2 C_4^2$. Gọi Ω là không gian mẫu thì

$$n(\Omega) = (C_6^2 C_4^2)^2.$$

Vận tốc của gián gấp đôi vận tốc của kiến nên nếu hai con gặp nhau thì tại vị trí chúng gặp gián đã di chuyển 4 bước, kiến di chuyển 2 bước. Vị trí hai con gặp nhau (nếu có) được đánh dấu ở 6 vị trí trên hình vẽ.



BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

- **Tại vị trí A:** Gián có 2 lần di chuyển sang trái, 2 lần di chuyển dọc; sau đó đi từ A đến đích thì nó cần 2 lần đi xuống. Số cách đi của gián là $C_4^2 C_2^2 C_2^2$. Hành trình của kiến cũng tương tự mà theo chiều ngược lại nên kiến có $C_4^2 C_2^2 C_2^2$ cách đi. Số cách đi hai con là $(C_4^2 C_2^2 C_2^2)^2$.

Tại các vị trí A, C, E thì số cách đi mỗi con là như nhau.

- **Tại vị trí B:** Số cách đi của hai con là $(C_4^1 C_3^1 C_2^2 C_2^1)^2$.

Tại các vị trí B, D, F thì số cách đi mỗi con là như nhau.

Gọi X là biến cố hai con côn trùng gặp nhau trên đường đi, ta có:

$$P(X) = \frac{3(C_4^2 C_2^2 C_2^2)^2 + 3(C_4^1 C_3^1 C_2^2 C_2^1)^2}{(C_6^2 C_4^2)^2} = \frac{17}{75} \approx \boxed{0,27}.$$

- Bài 6.** Năm 2025, báo Giáo dục đã có cuộc khảo sát tại một trường đại học và thấy rằng có 40% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng A; có 17% trong số những sinh viên quan tâm đến học bổng A cũng đã quan tâm đến học bổng B. Qua khảo sát họ cũng thấy rằng có 20% sinh viên quan tâm đến chương trình học bổng B. Người ta chọn ngẫu nhiên một sinh viên từ trường đại học này để thăm dò ý kiến.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Xác suất để sinh viên được chọn quan tâm cả hai chương trình học bổng bằng 0,062.		
b)	Xác suất để sinh viên quan tâm học bổng A nếu biết rằng họ đã quan tâm học bổng B bằng 0,4.		
c)	Xác suất để sinh viên không quan tâm đến cả chương trình A lẫn học bổng B bằng 0,41.		
d)	Sinh viên được chọn cho rằng mình có quan tâm đến học bổng B; hai hôm sau một nhà báo khác quay lại trường và tiếp tục chọn ngẫu nhiên một sinh viên để thăm dò ý kiến thì gặp được một sinh viên quan tâm đến học bổng B, xác suất để người này không quan tâm đến học bổng A bằng 0,66.		

Lời giải:

Gọi A là biến cố: "Sinh viên quan tâm đến học bổng A" và B là biến cố: "Sinh viên quan tâm đến học bổng B".

Theo giả thiết ta có

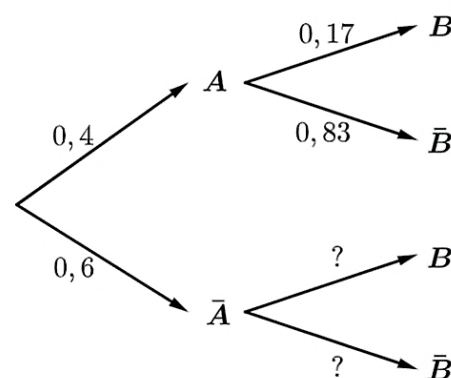
$$P(A) = 0,4; P(B|A) = 0,17; P(B) = 0,2.$$

Từ đây ta có sơ đồ hình cây như sau:

a) **Mệnh đề sai.**

Ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,4 \cdot 0,17 = \boxed{0,068}$.

b) **Mệnh đề sai.**



BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,068}{0,2} = \boxed{0,34}$.

c) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,2 - 0,068 = 0,532$.

Do đó $P(\overline{AB}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,532 = \boxed{0,468}$.

d) Mệnh đề đúng.

Ta có: $P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{AB})}{P(B)} = \frac{P(B) - P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2 - 0,068}{0,2} = 0,66$.

Vì hai cuộc khảo sát là độc lập nên lần chọn đầu không ảnh hưởng đến lần chọn sau, xác suất cần tính là $P(\overline{A}|B) = 0,66$.

Bài 7. Vào một hội thi thiết kế đèn lồng Trung thu, ban tổ chức nhận được một chiếc đèn lồng đặc biệt có hình một tứ diện đều. Trên mỗi cạnh tứ diện thí sinh thiết kế 3 bóng đèn nằm ở 3 vị trí chia cạnh tứ diện thành 4 đoạn bằng nhau. Cứ mỗi phút trôi qua, sẽ có ngẫu nhiên 3 bóng đèn phát sáng, các bóng còn lại thì tắt. Tính xác suất để ngay phút đầu tiên được ban giám khảo chấm điểm, có 3 bóng đèn phát sáng ứng với 3 điểm tạo nên mặt phẳng song song với đúng một cạnh của tứ diện, biết rằng 3 bóng đèn không hoàn toàn thuộc về một cạnh tứ diện. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).



Đáp án:

Hướng dẫn giải

Đáp số: 0,27

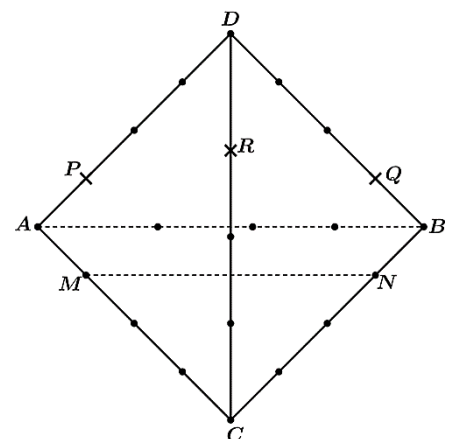
Tổng số cách chọn ra 3 trong 18 điểm là $C_{18}^3 = 816$. Tuy nhiên, sẽ có các trường hợp ba điểm thẳng hàng, đó là khi ta lấy ba điểm thuộc cùng một cạnh, tổng số cách là $6 \times C_3^3 = 6$. Do đó $n(\Omega) = 816 - 6 = 810$.

Xét các mặt phẳng qua 3 điểm (3 bóng đèn) và song song với đoạn AB.

Trường hợp 1: Chọn 1 cặp điểm thuộc mặt phẳng (ABC) và 1 điểm không thuộc (ABC).

- **Bước 1:** Có 3 cách chọn 1 cặp điểm thuộc (ABC).
- **Bước 2:** Với mỗi cách chọn trong **bước 1** thì sẽ có 9 cách chọn 1 điểm không thuộc mặt phẳng (ABC); tuy nhiên vì **điều kiện mặt phẳng qua 3 điểm chỉ song song đúng 1 cạnh tứ diện** (ở đây là AB) nên ta loại 3 điểm trong số 9 điểm không thuộc (ABC) (ví dụ khi chọn cặp điểm M, N thuộc (ABC) thì ta loại P, Q, R thuộc AD, BD, CD).

Do vậy ta có $\boxed{3 \times 6 = 18}$ cách chọn bộ ba điểm trong trường hợp này.

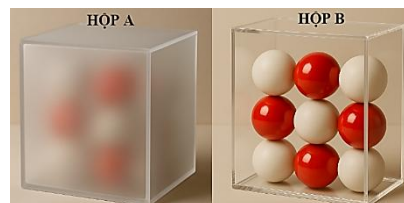


Trường hợp 2: Chọn 1 cặp điểm thuộc mặt phẳng (ABD) và 1 điểm không thuộc (ABD). Ta cũng có $3 \times 6 = 18$ cách chọn bộ ba điểm thỏa mãn.

Vì tính chất bình đẳng của 6 cạnh trong tứ diện đều, ta có tất cả $6(18+18) = 216$ bộ ba điểm

thỏa mãn. Vì vậy xác suất cần tính là $P = \frac{216}{810} = \frac{4}{15} \approx \boxed{0,27}$.

Bài 8. Có hai hộp bóng A và B chỉ đựng các quả bóng đỏ và trắng, trong đó hộp B đựng 4 quả bóng đỏ và 5 quả bóng trắng; tổng số bóng hai hộp không qua 20. Xét hai phép thử ngẫu nhiên sau:



Phép thử thứ nhất: Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp A

bỏ vào hộp B rồi lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp B. Bằng thực nghiệm người ta biết được rằng khả năng lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai bằng $\frac{33}{70}$.

Phép thử thứ hai: Lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp A bỏ vào hộp B. Sau đó tiếp tục lấy ngẫu nhiên 2 quả bóng từ hộp B.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,4.		
b)	Hộp thứ nhất đựng 4 quả bóng đỏ và 3 quả bóng trắng.		
c)	Xác suất để lấy được 2 quả bóng đỏ từ hộp B bằng $\frac{166}{1155}$.		
d)	Nếu biết rằng hai quả bóng lấy được từ hộp B cùng có màu đỏ, xác suất để có ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{67}{128}$.		

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Trong phép thử thứ nhất, nếu lấy được quả bóng đỏ từ hộp A bỏ sang hộp B thì khi đó hộp B có 5 quả bóng đỏ, 5 quả bóng trắng. Do đó xác suất lấy được quả bóng trắng từ hộp B bằng 0,5.

b) Mệnh đề sai.

Trong phép thử thứ nhất, gọi các biến cố X : “Lấy được quả bóng đỏ từ hộp A” và Y : “Lấy được quả bóng đỏ từ hộp thứ hai”. Đặt $P(X) = x \in (0; 1)$; suy ra $P(\bar{X}) = 1 - x$.

Ta có sơ đồ hình cây sau đây:

Theo giả thiết ta có $P(Y) = 0,5x + 0,6(1-x) = \frac{33}{70} \Rightarrow x = \frac{5}{7}$.

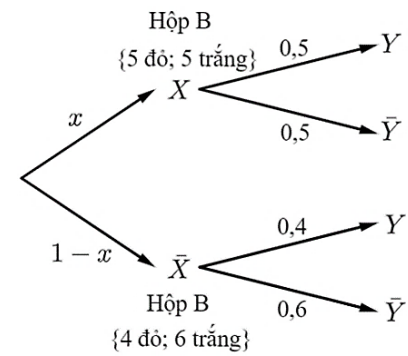
BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Vì tổng số bóng hai hộp bóng không quá 20 mà hộp B có 9 quả bóng nên hộp A có không quá 11 quả bóng, mà xác suất để lấy được quả bóng đỏ bằng $\frac{5}{7}$ nên hộp A có 5 quả bóng đỏ và 2 quả bóng trắng.

c) Mệnh đề sai.

Trong phép thử thứ hai, ta gọi 2Đ là biến cố “Lấy đúng 2 quả bóng đỏ từ hộp B”.

Với thông tin có được, ta có sơ đồ hình cây cho phép thử ngẫu nhiên thứ hai:



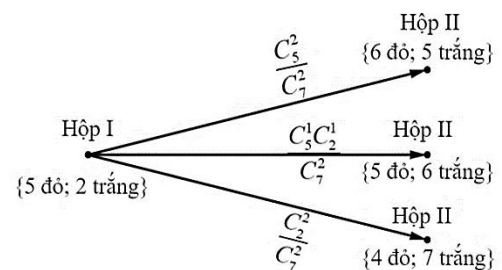
Từ đó suy ra

$$P(2Đ) = \frac{C_5^2}{C_7^2} \cdot \frac{C_6^2}{C_{11}^2} + \frac{C_5^1 C_2^1}{C_7^2} \cdot \frac{C_5^2}{C_{11}^2} + \frac{C_2^2}{C_7^2} \cdot \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{256}{1155}.$$

d) Mệnh đề sai.

Gọi X là biến cố lấy được ít nhất 1 quả là từ hộp A chuyển sang, ta có:

$$P(X | 2Đ) = \frac{\frac{C_5^2}{C_7^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 4}{C_{11}^2} + \frac{1}{C_{11}^2} \right) + \frac{5 \cdot 2}{C_7^2} \cdot \frac{1 \cdot 4}{C_{11}^2}}{P(2Đ)} = \frac{65}{128}.$$



Bài 9.

Trong một trận đấu cờ vua của hai kỳ thủ là Lê Quang Liêm và vua cờ Carlsen; mỗi ván cờ luôn có kẻ thắng người thua (vì nếu hai kỳ thủ hòa thì sẽ bốc thăm để chọn người thắng ván đó). Biết rằng trong mỗi ván đấu, xác suất để anh Liêm dành chiến thắng bằng 0,4; xác suất để Carlsen dành chiến thắng bằng 0,6. Mỗi trận thắng được tính 1 điểm cho kỳ thủ, người thua không được điểm nào. Nếu người nào tạo được cách biệt 2 điểm thì sẽ dành chiến thắng chung cuộc. Tính xác suất để Lê Quang Liêm là người chiến thắng sau cùng (làm tròn đến hàng phần trăm).



Đáp án:

Hướng dẫn giải

Đáp số: 0,31

Gọi $P(n)$ là xác suất để Lê Quang Liêm dành chiến thắng khi hiệu số điểm của anh so với Carlsen là n điểm. Ta có $n \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Ta cần tính xác suất chiến thắng của anh Liêm từ trạng thái $n = 0$.

Theo công thức xác suất toàn phần: $P(0) = 0,4 \times P(1) + 0,6 \times P(-1)$ (1).

Ta có $P(2) = 1$ và $P(-2) = 0$; $P(1) = 0,4 \times P(2) + 0,6 \times P(0)$ hay $P(1) = 0,4 + 0,6 \times P(0)$ (2);

$P(-1) = 0,4 \times P(0) + 0,6 \times P(-2)$ hay $P(-1) = 0,4 \times P(0)$ (3).

Thay (2) và (3) vào (1): $P(0) = 0,4[0,4 + 0,6 \times P(0)] + 0,6 \times 0,4 \times P(0) \Rightarrow P(0) = \frac{4}{13} \approx \boxed{0,31}$.

Vậy xác suất để Lê Quang Liêm chiến thắng Carlsen là xấp xỉ 0,31.

Bài 10. Thám tử lừng danh Sherlock Holmes đang điều tra một vụ án được thực hiện độc lập bởi một trong hai nghi phạm là McFarlane và Oldacre. Ban đầu thám tử đã có bằng chứng ngang nhau chống lại cả hai người. Trong quá trình điều tra thêm tại hiện trường vụ án, Sherlock Holmes phát hiện rằng thủ phạm có nhóm máu mà chỉ 10% dân số có; và Oldacre có nhóm máu này, còn nhóm máu của McFarlane thì chưa biết.



Gọi A là biến cố: “McFarlane là thủ phạm”; B là biến cố:

“Oldacre là thủ phạm”; C là biến cố: “Nhóm máu của nghi phạm trùng với nhóm máu thủ phạm thực sự”.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Trong quá trình điều tra, nếu Sherlock Holmes biết chắc chắn McFarlane không là thủ phạm, khi đó xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng 0,98.		
b)	$P(C A) = 0,1$; $P(C B) = 0,5$.		
c)	Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để Oldacre là thủ phạm bằng $\frac{9}{11}$.		
d)	Dựa trên thông tin về nhóm máu, xác suất để McFarlane cũng có nhóm máu trùng với nhóm máu thủ phạm bằng $\frac{2}{11}$.		

Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B)}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \boxed{1}$.

Như vậy nếu McFarlane không là thủ phạm thì chắc chắn Oldacre là thủ phạm.

b) Mệnh đề sai.

Ta có: $P(C|A) = 0,1$; $P(C|B) = 1$.

c) Mệnh đề sai.

Áp dụng công thức Bayes: $P(B|C) = \frac{P(B) \cdot P(C|B)}{P(B) \cdot P(C|B) + P(A) \cdot P(C|A)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1}{\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10}} = \boxed{\frac{10}{11}}$.

d) Mệnh đề đúng.

Từ câu c) ta có $P(\bar{B}|C) = 1 - P(B|C) = \frac{1}{11}$.

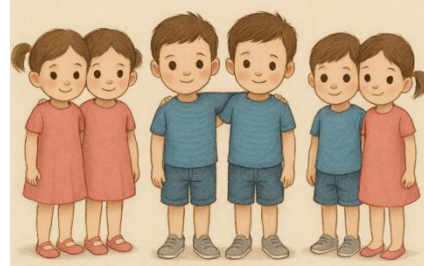
BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Gọi D là biến cố “McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm biết rằng Oldacre có cùng nhóm máu với thủ phạm”.

$$\text{Ta có: } P(D) = \frac{10}{11} \cdot \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \cdot 1 = \frac{2}{11}.$$

(Nếu Oldacre là thủ phạm, xác suất để McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm bằng $\frac{1}{10}$; nếu Oldacre không là thủ phạm thì xác suất để McFarlane có cùng nhóm máu với thủ phạm bằng 1).

- Bài 11.** Song sinh có thể là cùng trứng (identical) hoặc khác trứng (fraternal). Biết rằng $\frac{1}{3}$ số cặp song sinh là cùng trứng. Hiển nhiên, song sinh cùng trứng phải cùng giới tính; song sinh khác trứng có thể cùng hoặc khác giới tính. Giả sử song sinh cùng trứng có xác suất là hai bé trai hoặc hai bé gái như nhau, trong khi với song sinh khác trứng thì tất cả bốn khả năng đều có xác suất như nhau. Một nhà khảo sát tìm gặp ngẫu nhiên một người phụ nữ đang mang thai đôi.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là bé gái bằng 0,5 biết rằng đây là cặp song sinh cùng trứng.		
b)	Xác suất để thai đôi của người phụ nữ là một cặp trai gái bằng 0,3.		
c)	Xác suất để thai đôi không cùng trứng và cũng không phải con trai bằng $\frac{1}{3}$		
d)	Xác suất để người phụ nữ mang thai đôi là cùng trứng bằng 0,5 biết rằng cô ấy hạ sinh được hai bé gái.		

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố: “Người phụ nữ mang thai đôi cùng trứng”, cá ký hiệu BB, GG, BG, GB lần lượt chỉ các biến cố thai đôi là trai-trai, gái-gái, trai-gái, gái trai. Ta có sơ đồ hình cây sau:

a) Mệnh đề đúng.

$$\text{Ta có } P(GG|A) = \frac{1}{2}.$$

b) Mệnh đề sai.

$$\text{Ta có } P(BG \cup GB) = P(BG \cup GB | \bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{3}.$$

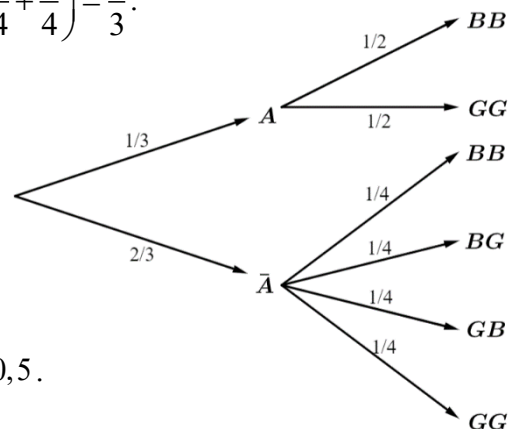
c) Mệnh đề sai.

$$\text{Ta có } P(\bar{A} \cap GG) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{6}.$$

d) Mệnh đề đúng.

$$\text{Ta có } P(GG) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } P(A|GG) = \frac{P(A) \cdot P(GG|A)}{P(GG)} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 0,5.$$



BÀI TOÁN XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN VD VDC 2025

Bài 12. Lan đang dự tính ghi danh học các lớp kỹ năng Anh ngữ, kỹ năng giao tiếp, kỹ năng quản lý v.v... tại một Hệ thống giáo dục trong thành phố, nơi mỗi lớp học chỉ học một lần mỗi tuần. Cô ấy đang chọn giữa 30 lớp học không trùng nhau. Có 6 lớp để lựa chọn cho mỗi ngày trong tuần, từ thứ Hai đến thứ Sáu. Sau nhiều ngày cân nhắc và tìm kiếm lời khuyên, Lan vẫn chưa thể đưa ra lựa chọn phù hợp. Sau cùng cô quyết định đăng ký 7 lớp được chọn ngẫu nhiên trong số 30 lớp đó, với mọi lựa chọn là đồng xác suất. Xác suất để Lan có lớp học vào tất cả các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu bằng $\frac{m}{n}$ (trong đó hai số m, n là nguyên tố cùng nhau). Tính $m + n$.



Đáp án:

Hướng dẫn giải

Đáp số: 491

Có hai khả năng chính để Lan có lớp học mỗi ngày trong tuần:

- **Trường hợp 1:** Có 2 ngày có 2 lớp học, và 3 ngày còn lại có 1 lớp học.

Số khả năng cho **trường hợp 1** là $C_5^2 \cdot (C_6^2)^2 \cdot (C_6^1)^3$.

(Chọn 2 ngày trong 5 ngày có 2 lớp học, mỗi ngày đó chọn 2 lớp trong số 6 lớp; 3 ngày còn lại mỗi ngày chọn 1 lớp trong 6 lớp $\rightarrow$ có $(C_6^1)^3$ cách).

- **Trường hợp 2:** Có 1 ngày có 3 lớp học, và 4 ngày còn lại mỗi ngày có 1 lớp học.

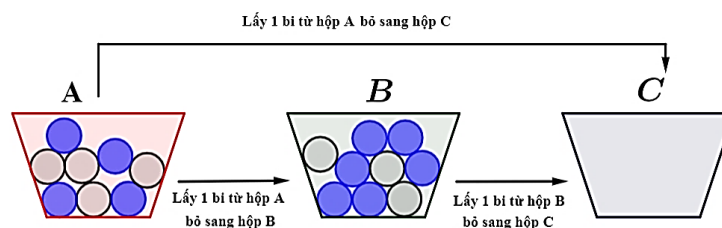
Số khả năng cho **trường hợp 2** là $C_5^1 C_6^3 \cdot (C_6^1)^4$.

(Chọn 1 ngày có 3 lớp học trong 5 ngày, chọn 3 lớp trong 6 lớp cho ngày đó; 4 ngày còn lại mỗi ngày chọn 1 lớp $\rightarrow$ $(C_6^1)^4$ cách).

Vậy xác suất cần tính là $\frac{C_5^2 \cdot (C_6^2)^2 \cdot (C_6^1)^3 + C_5^1 C_6^3 \cdot (C_6^1)^4}{C_{30}^7} = \frac{114}{377} = \frac{m}{n}$. Suy ra $m + n = 491$.

Bài 13. Hộp A đựng 4 bi xanh và 4 bi trắng, hộp B đựng 6 bi xanh và 3 bi trắng, hộp C không có viên bi nào. Người ta thực hiện liên tiếp ba hành động sau đây hoàn toàn ngẫu nhiên:

- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp B.
- Lấy 1 viên bi từ hộp B bỏ sang hộp C.
- Lấy 1 viên bi từ hộp A bỏ sang hộp C.



Mệnh đề

Đúng

Sai

a)	Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì xác suất để lấy bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{3}{5}$.		
b)	Xác suất để lấy được bi trắng từ hộp B bỏ sang hộp C bằng $\frac{7}{20}$.		
c)	Xác suất để lấy từ C được 2 bi xanh bằng $\frac{9}{28}$.		
d)	Xác suất để 2 bi lấy từ hộp C đều là các bi từ hộp A chuyển sang bằng $\frac{1}{15}$ biết rằng đó là 2 bi xanh.		

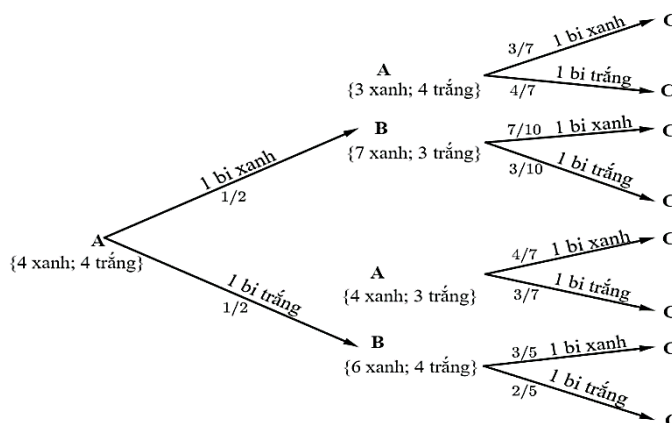
Hướng dẫn giải

a) Mệnh đề đúng.

Nếu từ hộp A đã lấy 1 bi trắng bỏ sang hộp B thì khi đó hộp B có 6 bi xanh và 4 bi trắng; xác suất để lấy 1 bi trắng từ hộp B là $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

b) Mệnh đề đúng.

Ta mô phỏng bài toán bởi sơ đồ sau:
Ta có:



$$P\left(\text{Trắng}_{[B] \rightarrow [C]}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{7}{20}.$$

c) Mệnh đề đúng.

$$\text{Ta có: } P\left(2\text{Xanh}_{[C]}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{7}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{28}.$$

(Trong đó ta xem kí hiệu $2\text{Xanh}_{[C]}$ là lấy được 2 viên bi xanh từ hộp C).

d) Mệnh đề đúng.

$$\text{Ta có: } P\left(2 \text{ bi}_{[A] \rightarrow [C]} \mid 2\text{Xanh}_{[C]}\right) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{7}}{\frac{9}{28}} = \frac{1}{15}.$$

(Trong đó ta xem kí hiệu $2 \text{ bi}_{[A] \rightarrow [C]}$ là lấy từ hộp C đúng 2 viên bi từ hộp A chuyển qua).

Bài 14. Một đội tuyển Toán quốc tế gồm 3 trường THPT chuyên: X, Y, và Z. Tổng số thí sinh dự thi là 600 học sinh, phân bổ theo tỷ lệ: trường X: 40% (240 học sinh), tỷ lệ đạt huy chương (HC) là 70%. trường Y: 35% (210 học sinh), tỷ lệ đạt HC là 60%, trường Z: 25% (150 học sinh), tỷ lệ đạt HC là 80%. Trong số thí sinh đạt HC, tỷ lệ học sinh nữ của các trường lần lượt là: trường X: 30%, trường Y: 50%, trường Z: 20%. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên một thí sinh và biết rằng thí sinh này đạt HC và là nữ.



Gọi:

- X, Y, Z lần lượt là các sự kiện chọn được học sinh thuộc trường X, Y, Z .
- HC là sự kiện học sinh được chọn đạt huy chương.
- N là sự kiện học sinh được chọn là nữ.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $P(N|HC \cap Z) = 0,2$

b) $P(Z \cap HC \cap N) = 0,06$

c) $P(X \cap HC \cap N) = 0,085$

d) $P(Z|HC \cap N) = \frac{40}{227}$

Lời giải:

Đáp án: ĐÚNG | SAI | SAI | SAI

Xác suất học sinh thuộc các trường:

$$P(X) = 40\% = 0.4$$

$$P(Y) = 35\% = 0.35$$

$$P(Z) = 25\% = 0.25$$

Xác suất đạt huy chương nếu biết học sinh thuộc trường nào (xác suất có điều kiện):

$$P(HC|X) = 70\% = 0.7$$

$$P(HC|Y) = 60\% = 0.6$$

$$P(HC|Z) = 80\% = 0.8$$

Xác suất học sinh là nữ nếu biết học sinh đó đạt huy chương và thuộc trường nào (xác suất có điều kiện):

$$P(N|HC \cap X) = 30\% = 0.3$$

$$P(N|HC \cap Y) = 50\% = 0.5$$

$$P(N|HC \cap Z) = 20\% = 0.2 \longrightarrow \text{Mệnh đề a) ĐÚNG}$$

Yêu cầu bài toán cần tính: Tính xác suất thí sinh thuộc trường Z biết rằng thí sinh đó đạt huy chương và là nữ, tức: $P(Z|HC \cap N)$

Áp dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$\text{Công thức tổng quát: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Với $A = Z$, $B = HC \cap N$, ta có: $P(Z | HC \cap N) = \frac{P(Z \cap HC \cap N)}{P(HC \cap N)}$

Tính $P(Z \cap HC \cap N)$:

Đây là xác suất chọn được một học sinh thuộc trường Z và đạt huy chương và là nữ. Sử dụng quy tắc nhân xác suất (hay công thức xác suất đầy đủ cho biến cố giao):

$$P(Z \cap HC \cap N) = P(Z) \cdot P(HC | Z) \cdot P(N | Z \cap HC) = 0.25 \times 0.8 \times 0.2 = 0.04 \longrightarrow \text{Mệnh đề b) SAI}$$

Tính $P(HC \cap N)$:

Đây là xác suất chọn được một học sinh đạt huy chương và là nữ. Sự kiện này có thể xảy ra theo một trong ba trường hợp (học sinh thuộc X, Y, hoặc Z). Sử dụng công thức xác suất đầy đủ:

$$P(HC \cap N) = P(X \cap HC \cap N) + P(Y \cap HC \cap N) + P(Z \cap HC \cap N) \quad (\text{Do các sự kiện } X, Y, Z \text{ là xung khắc và phủ đầy không gian mẫu})$$

Chúng ta cần tính từng thành phần:

$$P(X \cap HC \cap N) = P(X) \cdot P(HC | X) \cdot P(N | HC \cap X) = 0.4 \times 0.7 \times 0.3 = 0.084 \longrightarrow \text{Mệnh đề c) SAI}$$

$$P(Y \cap HC \cap N) = P(Y) \cdot P(HC | Y) \cdot P(N | HC \cap Y) = 0.35 \times 0.6 \times 0.5 = 0.105$$

$$P(Z \cap HC \cap N) = 0.04 \quad (\text{đã tính ở trên})$$

$$\text{Vậy } P(HC \cap N) = 0.084 + 0.105 + 0.04 = 0.229$$

$$\text{Tính xác suất cuối cùng: } P(Z | HC \cap N) = \frac{P(Z \cap HC \cap N)}{P(HC \cap N)} = \frac{0.04}{0.229} = \frac{40}{229} \longrightarrow \text{Mệnh đề d) SAI}$$

SAI

Bài 15. Gần đây, cơ quan chức năng đã phát hiện một lượng lớn sản phẩm sữa và thực phẩm chức năng giả trên thị trường. Những sản phẩm này không chỉ vi phạm các quy định về an toàn thực phẩm mà còn gây nguy hiểm cho sức khỏe người tiêu dùng. Vì vậy một siêu thị đã kiểm tra chất lượng của 200 sản phẩm gồm 120 hộp sữa và 80 hộp thực phẩm chức năng. Qua kiểm tra có 110 hộp sữa đạt chuẩn an toàn thực phẩm và 70 hộp thực phẩm chức năng đạt an toàn thực phẩm. Một người chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong 200 sản phẩm kiểm tra.

a) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa bằng $\frac{3}{5}$.

b) Số sản phẩm sữa đạt chuẩn an toàn là 180 sản phẩm.

c) Xác suất chọn được sản phẩm là sữa và đạt an toàn thực phẩm bằng 0,55.

d) Biết sản phẩm được chọn là sữa, xác suất sản phẩm đó an toàn thực phẩm bằng 0,7.

Lời giải

a) Đúng.

Gọi S là biến cố chọn được sản phẩm là hộp sữa.

Xác suất chọn được sản phẩm là sữa: $P(S) = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}$.

b) Sai.

Số sản phẩm sữa đạt chuẩn an toàn là 110 sản phẩm.

c) Đúng.

Gọi A là biến cố chọn được sữa và đạt an toàn thực phẩm.

Ta có

$$P(A) = \frac{110}{120} = \frac{11}{12} \text{ và } P(S) = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}.$$

$A \cap S$ là biến cố chọn được sản phẩm là sữa và đạt an toàn thực phẩm

$$P(AS) = \frac{120}{200} \cdot \frac{110}{120} = \frac{11}{20} = 0,55$$

d) Sai.

Gọi S là biến cố sản phẩm được chọn là sữa.

A là biến cố sản phẩm được chọn đạt an toàn.

$$P(A|S) = \frac{P(AS)}{P(S)} = \frac{110}{120} = \frac{11}{12} \approx 0,9167.$$

Bài 16. Một cơ sở sản xuất sữa giả mua các thùng sữa thật giống nhau (48 hộp/ thùng), rồi thay thế một số hộp sữa thật thành các hộp sữa giả nhằm thu lợi bất chính. Trong quá trình sản xuất, cơ sở phân ra làm 2 loại: loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả và loại II để lần mỗi thùng 3 hộp sữa giả. Biết rằng số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II. Chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất và từ thùng đó lấy ra ngẫu nhiên 10 hộp. Tính xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa là giả (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,17.

Vì số thùng sữa loại I bằng 1,5 lần số thùng sữa loại II nên khi chọn ngẫu nhiên 1 thùng sữa từ cơ sở sản xuất thì xác suất để thùng đó là thùng loại I là $\frac{3}{5}$; xác suất để thùng đó là thùng loại II là $\frac{2}{5}$.

TH1: Thùng sữa lấy ra là thùng loại I.

Vì trong 48 hộp/ thùng loại I để lần mỗi thùng 5 hộp sữa giả nên khi chọn ngẫu nhiên 10 hộp trong thùng, xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}}$.

Do đó xác suất lấy được 10 hộp trong đó có đúng 2 hộp sữa là giả từ loại I là: $\frac{3}{5} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}}$.

TH2: Thùng sữa lấy ra là thùng loại II.

Vì trong 48 hộp/ thùng loại II để lẫn mỗi thùng 3 hộp sữa giả nên khi chọn ngẫu nhiên 10 hộp trong thùng, xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}}$.

Do đó xác suất lấy được 10 hộp trong đó có đúng 2 hộp sữa là giả từ loại II là: $\frac{2}{5} \cdot \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}}$.

Vậy xác suất để trong 10 hộp lấy ra có đúng 2 hộp sữa giả là: $\frac{3}{5} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_{43}^8}{C_{48}^{10}} + \frac{2}{5} \cdot \frac{C_3^2 \cdot C_{45}^8}{C_{48}^{10}} \approx 0,17$.

Bài 17. Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II. Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 0,60

Gọi A là biến cố: “linh kiện được chọn do nhà máy II sản xuất được chọn”

B là biến cố: “linh kiện được chọn là phế phẩm”.

Yêu cầu bài toán tính $P(A | \bar{B}) = ?$.

Ta có $P(B | A) = 0,03$; $P(B | \bar{A}) = 0,02$; $P(A) = \frac{150}{250} = 0,6$; $P(\bar{A}) = 0,4$.

Suy ra $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,03 = 0,97$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần,

$$P(B) = P(A) \cdot P(B | A) + P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) \\ = 0,6 \cdot 0,03 + 0,4 \cdot 0,02 = 0,026$$

Áp dụng công thức xác suất Bayes

$$P(A | \bar{B}) = \frac{P(A) \cdot P(\bar{B} | A)}{P(\bar{B})} = \frac{0,6 \cdot 0,97}{1 - 0,026} = \frac{291}{487} \approx 0,60$$

Bài 18. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 3 viên bi xanh và 9 viên bi đỏ, hộp thứ hai chứa 6 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh”, B là biến cố “Hai viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là màu xanh”

- a) Xác suất của biến cố A là $\frac{1}{4}$.
- b) Xác suất của biến cố B là $\frac{15}{22}$.
- c) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $\frac{7}{22}$.
- d) Giả sử 2 viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là 2 viên bi xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $\frac{11}{70}$.

Lời giải

Đ	S	Đ	S
---	---	---	---

a) Hộp thứ nhất có 12 viên bi trong đó có 3 bi xanh và 9 bi đỏ.

Lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai.

A là biến cố “Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh” ta có $P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Vậy chọn: Đúng

b) Ta có $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$,

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là màu xanh thì khi đó $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{5}$

Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất là màu đỏ thì khi đó $P(B|\bar{A}) = \frac{C_6^2}{C_{15}^2} = \frac{1}{7}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7} = \frac{11}{70}$$

Vậy chọn: Sai

c) Giả sử 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai là màu xanh thì xác suất lấy được viên bi xanh ở hộp thứ nhất là $P(A|B)$.

$$\text{Theo công thức Bayes ta có } P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}}{\frac{11}{70}} = \frac{7}{22}$$

d) Giả sử 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai là màu xanh thì xác suất lấy được viên bi đỏ ở hộp thứ nhất là $P(\bar{A}|B)$.

$$\text{Ta có } P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - \frac{7}{22} = \frac{15}{22}.$$

Vậy chọn: Sai