

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + (m+1)x + 1$ (1)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 2$.
- 2) Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số (1) cắt trục Ox tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 2. (1,0 điểm) Giải phương trình: $1 + \sin x + \cos x = 2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^3} dx$.

Câu 4. (1,0 điểm)

- 1) Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn điều kiện:
 $|z|^2 - 5z - 5\bar{z} = 0$.
- 2) Một công ty có 10 mẫu sản phẩm khác nhau đôi một cần được kiểm tra, trong đó có 3 mẫu thuộc cùng lô thứ nhất, 3 mẫu thuộc cùng lô thứ hai và 4 mẫu thuộc cùng lô thứ ba. Chọn ngẫu nhiên 5 mẫu trong 10 mẫu để kiểm tra. Tính xác suất để trong 5 mẫu được lấy ra có 2 mẫu thuộc lô thứ nhất và 3 mẫu thuộc lô thứ ba.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5; 5; 0)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-7}{-4}$$

Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông tại C và $BC = \sqrt{29}$.

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAC vuông góc với đáy và là tam giác cân tại S , góc $\widehat{SBC} = 60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

Câu 7. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A và nội tiếp đường tròn (K) . Gọi M là trung điểm của AC ; G, E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ABM . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết $E\left(\frac{4}{3}; 11\right)$, $G\left(2; \frac{23}{3}\right)$ và $K\left(2; \frac{53}{5}\right)$.

Câu 8. (1,0 điểm) Giải phương trình: $\left(\frac{5}{2}\right)^x + \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}} = \frac{29}{10}$.

Câu 9. (1,0 điểm) Cho các số dương a, b . Chứng minh bất đẳng thức:

$$a + b \geq \sqrt{ab} + \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}}$$

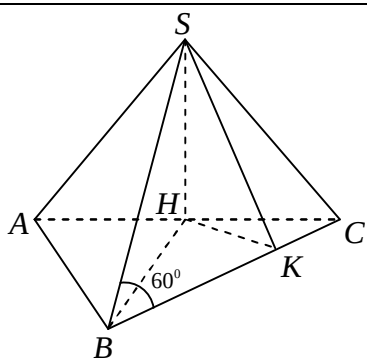
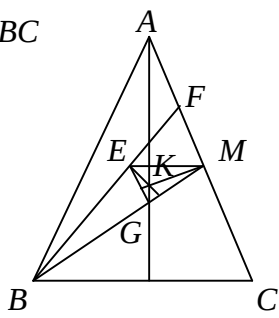
—Hết—

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh Số báo danh.....

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm
1 (2,0đ)	1. (1,0 điểm): Học sinh tự giải	
	2. (1,0 điểm): Tìm các giá trị của m ...	
	Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (1) với Ox : $x^3 + (m+1)x^2 + (m+1)x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 + mx + 1) = 0 \quad (1)$ Đồ thị hàm số (1) cắt Ox tại ít nhất một điểm có hoành độ thuộc $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ khi và chỉ khi (1) có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.	0,25
	Xét $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ thì (1) $\Leftrightarrow \frac{x^2+1}{x} = -m$ (2). Ta cần tìm m sao cho (2) có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Đặt $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$, với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Ta có $f'(x) = \frac{x^2-1}{x}$ và phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm $x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.	0,25
	Ta có: $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$, $f(1) = 2$, $f(2) = \frac{5}{2}$. Suy ra $\max f(x) = \frac{5}{2}$ và $\min f(x) = 2$ Do đó phương trình (2) có nghiệm thuộc đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$ khi và chỉ khi $2 \leq m \leq \frac{5}{2}$	0,25
2 (1,0đ)	(1,0 điểm) Giải phương trình ...	
	$\text{Pt} \Leftrightarrow 2\cos^2 \frac{x}{2} + 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 2\cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \left(\sqrt{2}\cos \frac{x}{2} - 1\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}\cos \frac{x}{2} - 1 = 0 \\ \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{2} + k4\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k4\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
3 (1,0đ)	(1,0 điểm) Tính tích phân ...	
	Ta có: $I = -\frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{3}} \ln(x^2+1) d\left(\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \ln 2 - \ln 2\right) + \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x(x^2+1)} = \frac{1}{6} \ln 2 + \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x(x^2+1)}$	0,25
	Ta có: $J = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x(x^2+1)} = \int_1^{\sqrt{3}} \left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}\right) dx = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x} - \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{3}} \frac{d(x^2+1)}{x^2+1}$ $= \ln \sqrt{3} - \frac{1}{2} (\ln 4 - \ln 2) = \ln \sqrt{3} - \frac{1}{2} \ln 2$ Vậy: $I = \frac{1}{6} \ln 2 + \ln \sqrt{3} = \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{3} \ln 2$	0,25

4 (1,0đ)	1. (0,5 điểm): Tìm tập hợp điểm ...		
	Đặt $z = x + yi$, ta có $\bar{z} = x - yi$. Do đó: $ z ^2 - 5z - 5\bar{z} = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5x - 5yi - 5x + 5yi = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 25$ Trên mặt phẳng tọa độ, đó là tập hợp các điểm thuộc đường tròn bán kính bằng 5 và tâm là $I(5; 0)$	0,5	
	2. (0,5 điểm): Tính xác suất ...		
	Số phần tử của không gian mẫu Ω là $n(\Omega) = C_{10}^5 = 252$	0,25	
5 (1,0đ)	Gọi A là biến cố trong 5 mẫu được chọn có 2 mẫu thuộc lô thứ nhất và 3 mẫu thuộc lô thứ ba. Số phần tử của A là $n(A) = C_3^2 \cdot C_4^3 = 12$		0,25
	Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{252} = \frac{1}{21}$		
	(1.0 điểm) Tìm tọa độ các điểm ...		
	Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 3; -4)$. Ta có: • $C \in d \Rightarrow C(-1 + 2t; -1 + 3t; 7 - 4t) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (-6 + 2t; -6 + 3t; 7 - 4t)$ • $AC \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(-6 + 2t) + 3(-6 + 3t) - 4(7 - 4t) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow C(3; 5; -1)$		
6 (1,0đ)	• $B \in d \Rightarrow B(-1 + 2t'; -1 + 3t'; 7 - 4t') \Rightarrow \overrightarrow{CB} = (-4 + 2t'; -6 + 3t'; 8 - 4t') = (t' - 2)\vec{u}$ • $BC = \sqrt{29} \Leftrightarrow (t' - 2)^2 \vec{u} ^2 = 29 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 1 \\ t' = 3 \end{cases}$. Suy ra $B(1; 2; 3)$ hoặc $B(5; 8; -5)$. • Vậy $B(1; 2; 3)$, $C(3; 5; -1)$ hoặc $B(5; 8; -5)$, $C(3; 5; -1)$		0,25
	(1.0 điểm) Tính thể tích khối chóp ...		
	Gọi H là trung điểm của AC, kẻ $HK \perp BC$. Khi đó $SH \perp (ABC)$, $BH \perp AC$ và $BC \perp (SHK)$. Vì vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$		0,25
	Xét tam giác SBK vuông tại K, ta có: $BK = \frac{3a}{4}$, $SB = \frac{BK}{\cos 60^\circ} = \frac{3a}{2}$ Xét tam giác SHB vuông tại H, ta có: $SH^2 = SB^2 - BH^2 = \frac{6a^2}{4} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{8}$		0,25
7 (1,0đ)	(1.0 điểm) Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ...		
	Gọi F là trung điểm của AM. Ta có: $\frac{FE}{FB} = \frac{FM}{FC} = \frac{1}{3} \Rightarrow EM \parallel BC$ Do ΔABC cân tại A nên $KG \perp BC$, suy ra $KG \perp EM$. Vector pháp tuyến của EM là $\vec{n}_1 = \overrightarrow{GK} = \left(0; \frac{44}{15}\right) = \frac{44}{15}(0; 1)$ Suy ra phương trình của EM: $y = 11$ (1) Ta có: $\frac{FE}{FB} = \frac{MG}{MB} = \frac{1}{3} \Rightarrow EG \parallel FM$. Mà $KM \perp AC$ nên $KM \perp EG$		0,25
			
			

	Véc tơ pháp tuyến của KM là: $\vec{n}_2 = \overrightarrow{EG} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{10}{3}\right) = \frac{2}{3}(1; -5)$ Suy ra phương trình của KM: $x - 5y + 51 = 0$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $M(4; 11)$	
	Do $\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{GM}$ nên $B(-2; 1)$. Do $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EF}$ nên $F(3; 16)$ Do $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MF}$ nên $A(2; 21)$. Do $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$ nên $C(6; 1)$	0,25
8 (1,0đ)	(1.0 điểm) Giải phương trình... Điều kiện: $x \neq 0$ Xét hàm số $f(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x + \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}}$ với $x \neq 0$. Ta có $f'(x) = \left(\frac{5}{2}\right)^x \ln \frac{5}{2} - \frac{1}{x^2} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}} \ln \frac{2}{5} = \left(\frac{5}{2}\right)^x \ln \frac{5}{2} + \frac{1}{x^2} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{1}{x}} \ln \frac{5}{2} > 0$	0,25
	Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$. Do đó trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ phương trình $f(x) = \frac{29}{10}$ có nhiều nhất 1 nghiệm. Mặt khác $f(1) = f(-1) = \frac{29}{10}$. Vậy phương trình có hai nghiệm $x = \pm 1$	0,25
9 (1,0đ)	(1.0 điểm) Chứng minh bất đẳng thức... Bất đẳng thức đã cho tương đương với: $(a+b)^2 \geq ab + 2\sqrt{\frac{ab(a^2+b^2)}{2}} + \frac{a^2+b^2}{2} \Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4\sqrt{\frac{ab(a^2+b^2)}{2}}$	0,25
	$\Leftrightarrow (a+b)4 \geq 8ab(a^2+b^2) \Leftrightarrow \left[\frac{(a^2+b^2)^2}{ab}\right]^2 \geq \frac{8(a^2+b^2)}{ab}$ $\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)^2 \geq 8\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 2\right)^2 \geq 0$ Vậy bất đúng với mọi a, b dương, đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$ Chú ý: Có thể biến đổi tương đương. $(a+b)^4 \geq 8ab(a^2+b^2) \Leftrightarrow a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^4$	0,25

File này được gỡ lại từ file ảnh scan nên không tránh khỏi sai sót. Quý thầy cô cùng các em học sinh nếu phát hiện sai sót vui lòng báo giúp nhé!