

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề: 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 5$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Độ dài cạnh bên của hình chóp đã cho bằng

- A. 2. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $\sqrt{3}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -4)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

- A. $x + 2y - 4z - 21 = 0$. B. $z = -4$.
C. $z = 4$. D. $x + 2y + 4z - 21 = 0$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 6. Tập giá trị của hàm số $y = 3\cos 2x$ là

- A. $T = [-6; 6]$ B. $T = [-3; 3]$ C. $T = \mathbb{R}$ D. $T = [-2; 2]$

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - C$. B. $1 + \frac{1}{x} + C$. C. $x + \frac{1}{x} + C$. D. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + C$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_5 = 162$. Giá trị của công bội q bằng

- A. $q = \frac{1}{3}$. B. $q = \pm 3$. C. $q = 3$ D. $q = \pm \frac{1}{3}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$. B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 30$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{30}$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{30}$.

Câu 10. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = a; x = b$ với $a < b$, thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là một hình phẳng có diện tích bằng $S(x)$, $S(x)$ là một hàm liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể được tính bằng công thức

- A. $\pi \int_a^b S(x) dx$. B. $\pi \int_a^b (S(x))^2 dx$. C. $\int_a^b (S(x))^2 dx$. D. $\int_a^b S(x) dx$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ bằng

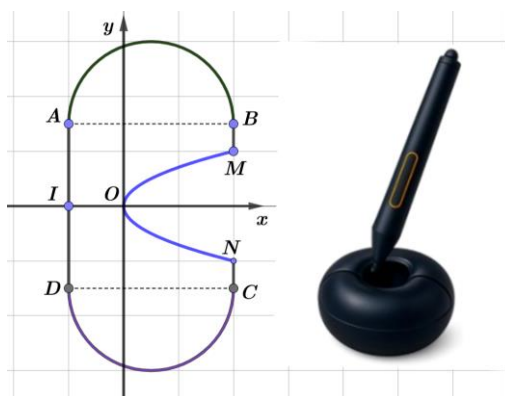
- A. $\vec{0}$. B. $2\overrightarrow{NM}$. C. $2\overrightarrow{AD}$. D. $2\overrightarrow{MN}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong một cuộc thi Olympic môn Toán dành cho học sinh THPT, trường THPT A có 51 học sinh và trường THPT B có 24 học sinh tham dự. Giả sử xác suất giành huy chương vàng của mỗi học sinh của trường A và B lần lượt là 0,08 và 0,06. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số các học sinh tham dự.

- a)** Xác suất để học sinh được chọn thuộc trường A là $\frac{17}{25}$.
b) Biết rằng học sinh được chọn thuộc trường B, xác suất để học sinh đó không giành được huy chương vàng là 0,92.
c) Xác suất để học sinh được chọn giành huy chương vàng là $\frac{48}{625}$.
d) Biết rằng học sinh được chọn giành huy chương vàng, xác suất để học sinh đó thuộc trường A là $\frac{17}{23}$.

Câu 2. Bút viết của một bảng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết biên của mặt cắt gồm hai nửa đường tròn đường kính AB , CD và một cung của parabol đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng; cho $AB = CD = 3\text{cm}$, $OI = 1\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $MN = 2\text{cm}$, đơn vị trên hệ trục là 1 cm.

- a)** Phương trình của parabol là $y^2 = \frac{1}{2}x$.

b) Diện tích mặt cắt (làm tròn tới hàng đơn vị) là 14cm^2 .

c) Thể tích phần lõm của giá để bút được tính bằng công thức $\pi \int_0^2 \frac{1}{2} x dx$.

d) Thể tích của toàn bộ giá để bút (làm tròn tới hàng phần chục) bằng $65,4\text{cm}^3$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Điểm D khác gốc tọa độ sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc.

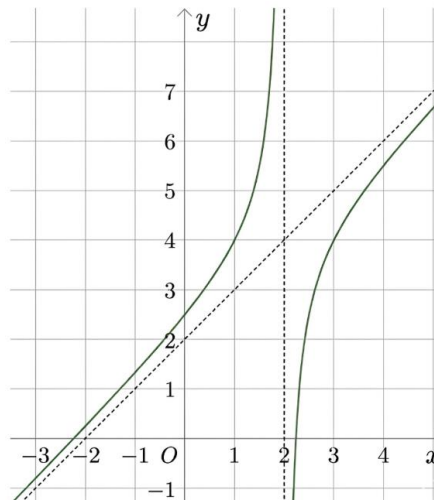
a) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$.

b) Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

c) Tọa độ điểm D là $\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

d) Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, ta có $a+b+c=-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ có đồ thị như hình vẽ:



a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ là 5.

d) Các hệ số a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;0;4), B(-3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z + 1 = 0$. Biết M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính độ dài đoạn OM (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm).

Câu 2. Mô hình EOQ (Economic Order Quantity) được công bố năm 1913 là một công cụ quản trị vận hành dùng để xác định lượng hàng nhập kho tối ưu. Giả sử một cửa hàng thức ăn cho mèo có nhu cầu tiêu thụ hàng hóa đều đặn với tốc độ bán hàng $d = 100$ hộp/ngày. Các thông số chi phí được xác định như sau:

- $K = 1.000.000$ đồng: chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng (phí vận chuyển, nhân công...);
- c đồng/hộp: giá nhập mỗi hộp hàng (giá định không đổi và không có chiết khấu);
- $h = 500$ đồng/hộp/ngày: đơn giá lưu kho (chi phí lưu giữ một hộp hàng trong kho trong một ngày).

Gọi Q (hộp) là số lượng hàng mà người bán nhập vào trong mỗi lần đặt hàng. Thời gian tiêu thụ hết lượng hàng là $\frac{Q}{d}$ (ngày). Tổng chi phí cho một chu kỳ đặt hàng và tiêu thụ hết hàng là $f = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$.

Hỏi cửa hàng nên nhập bao nhiêu hộp trong mỗi lần đặt hàng để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị*)?

Câu 3. Trong âm nhạc, một *quãng tám* (octave) là khoảng cách âm thanh từ nốt Đô tới nốt Đô tiếp theo, theo thứ tự từ thấp đến cao là:

Đô – Đô# – Rê – Rê# – **Mi (E4)** – Pha – Pha# – Sol – Sol# – **La (A4)** – La# – Si – Đô
trong đó khoảng cách giữa hai nốt liên tiếp gọi là một *nửa cung* (semitone). Hai nốt cách nhau n nửa cung

thì tỷ lệ tần số nốt cao f_{nc} và tần số nốt thấp f_{nt} là $\frac{f_{nc}}{f_{nt}} = 2^{\frac{n}{12}}$; cho biết tần số chuẩn của nốt La (A4) là 440

Hz. Trên đàn guitar, dây số 1 là nốt Mi (E4) đang bị chùng do thời tiết, tần số đo được hiện tại đang là 300 Hz. Để căng lại dây đàn cho chuẩn, ta dùng núm xoay, và cứ vặn núm xoay 90° thì nốt nhạc được tăng lên một nửa cung. Hỏi phải xoay núm của dây số 1 một góc bao nhiêu độ để dây số 1 trở về âm chuẩn (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị*)?

Câu 4. Trong một cuộc thi, có 7 thí sinh đã được xếp ngồi cố định quanh một bàn tròn và giám thị có 3 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề thi của mỗi mã là nhiều tùy ý). Hỏi có bao nhiêu cách phát đề cho các thí sinh, mỗi thí sinh 1 đề sao cho hai thí sinh ngồi cạnh nhau thì khác mã đề?

Câu 5. Vệ tinh Van Allen Probes được phóng lên không gian để nghiên cứu các vành đai bức xạ bao quanh Trái Đất. Vệ tinh này bay theo một quỹ đạo có chu kỳ 10 giờ - nghĩa là mỗi vòng bay quanh Trái Đất kéo dài đúng 10 giờ. Cứ mỗi vòng bay, vệ tinh lại xuyên qua vùng bức xạ mạnh và tích lũy thêm *liều bức xạ*. Biết rằng đơn vị của bức xạ là Gray (Gy), và khi tổng *liều bức xạ* chiếu vào vệ tinh đạt 1000 Gray, thì vệ tinh hỏng hoàn toàn. Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh được mô hình hóa bằng hàm số $R(T) = 7000 + 3000T$ (km), trong đó T là thời gian tính bằng giờ, $0 \leq T \leq 10$, kể từ đầu vòng bay. Công thức *suất liều bức xạ* - tức là lượng bức xạ vệ tinh nhận được trong 1 giờ, phụ thuộc vào khoảng cách

R (km) từ vệ tinh tới tâm Trái Đất, là $D(R) = 60 \cdot \left(\frac{R}{25000} \right)^2$ milliGray/giờ. Biết rằng do tính đối xứng và chu kỳ của quỹ đạo bay, tổng liều bức xạ vệ tinh nhận được trong một vòng bay 10 giờ được tính bằng công thức $L = 2 \cdot \int_0^5 D(R(T)) dT$, và 1 Gray = 1000 milliGray. Tính số năm hoạt động của vệ tinh từ lúc bắt đầu hoạt

động tới khi hỏng hoàn toàn (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hai chữ số thập phân sau dấu phẩy, coi một năm có 365 ngày, mỗi ngày có 24 giờ*).

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm M của AB ; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi N là trung điểm của CC' . Tính khoảng cách từ B' tới mặt phẳng $(A'MN)$ (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm*).

-----**HẾT**-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

Mã đề: 0102

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Độ dài cạnh bên của hình chóp đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $1 + \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + C$. C. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - C$. D. $x + \frac{1}{x} + C$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$				
$f'(x)$		+		0	-		0	+			-		0	-	

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = a; x = b$ với $a < b$, thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là một hình phẳng có diện tích bằng $S(x)$, $S(x)$ là một hàm liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể được tính bằng công thức

- A. $\int_a^b (S(x))^2 dx$. B. $\pi \int_a^b (S(x))^2 dx$. C. $\pi \int_a^b S(x) dx$. D. $\int_a^b S(x) dx$.

Câu 6. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 13. B. 12. C. 11. D. 10.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 1; 2), B(3; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{30}$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$.
C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 30$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{30}$.

Câu 8. Tập giá trị của hàm số $y = 3 \cos 2x$ là

- A. $T = [-3; 3]$ B. $T = \mathbb{R}$ C. $T = [-2; 2]$ D. $T = [-6; 6]$

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ bằng

- A. $2\overrightarrow{NM}$. B. $2\overrightarrow{MN}$. C. $\vec{0}$. D. $2\overrightarrow{AD}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_5 = 162$. Giá trị của công bội q bằng

- A. $q = 3$ B. $q = \frac{1}{3}$. C. $q = \pm 3$. D. $q = \pm \frac{1}{3}$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 5$. C. $x = 6$. D. $x = 8$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -4)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

- A. $z = 4$. B. $x + 2y + 4z - 21 = 0$.
C. $x + 2y - 4z - 21 = 0$. D. $z = -4$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong một cuộc thi Olympic môn Toán dành cho học sinh THPT, trường THPT A có 51 học sinh và trường THPT B có 24 học sinh tham dự. Giả sử xác suất giành huy chương vàng của mỗi học sinh của trường A và B lần lượt là 0,08 và 0,06. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số các học sinh tham dự.

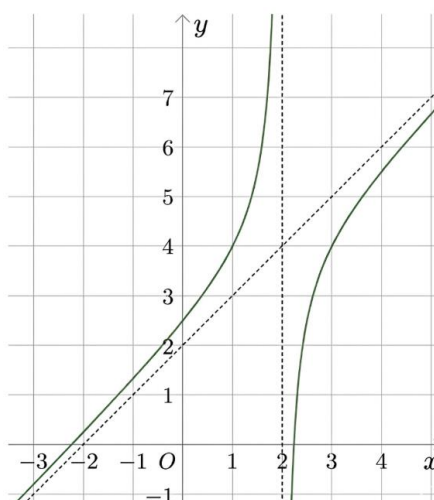
a) Xác suất để học sinh được chọn thuộc trường A là $\frac{17}{25}$.

b) Biết rằng học sinh được chọn thuộc trường B, xác suất để học sinh đó không giành được huy chương vàng là 0,92.

c) Xác suất để học sinh được chọn giành huy chương vàng là $\frac{48}{625}$.

d) Biết rằng học sinh được chọn giành huy chương vàng, xác suất để học sinh đó thuộc trường A là $\frac{17}{23}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ có đồ thị như hình vẽ:



a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.

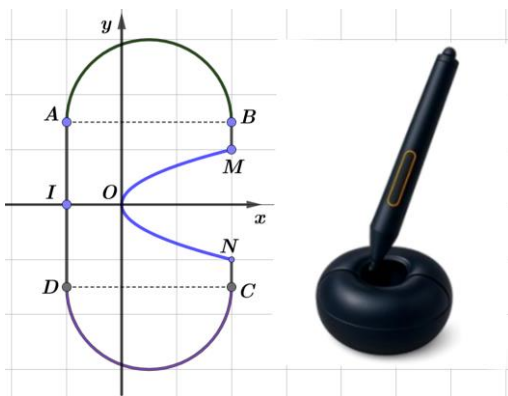
c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ là 5.

d) Các hệ số a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Điểm D khác gốc tọa độ sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc.

- Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$.
- Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Tọa độ điểm D là $\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.
- Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, ta có $a+b+c=-1$.

Câu 4. Bút viết của một hãng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây:



Biết biên của mặt cắt gồm hai nửa đường tròn đường kính AB, CD và một cung của parabol đỉnh O , nhận Ox là trục đối xứng; cho $AB = CD = 3\text{cm}$, $OI = 1\text{cm}$, $AD = 3\text{cm}$, $MN = 2\text{cm}$, đơn vị trên hệ trục là 1cm .

- Phương trình của parabol là $y^2 = \frac{1}{2}x$.
- Diện tích mặt cắt (làm tròn tới hàng đơn vị) là 14cm^2 .
- Thể tích phần lõm của giá để bút được tính bằng công thức $\pi \int_0^2 \frac{1}{2}x dx$.
- Thể tích của toàn bộ giá để bút (làm tròn tới hàng phần chục) bằng $65,4\text{cm}^3$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6;0;4), B(-3;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+5z+1=0$. Biết M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính độ dài đoạn OM (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm).

Câu 2. Mô hình EOQ (Economic Order Quantity) được công bố năm 1913 là một công cụ quản trị vận hành dùng để xác định lượng hàng nhập kho tối ưu. Giả sử một cửa hàng thức ăn cho mèo có nhu cầu tiêu thụ hàng hóa đều đặn với tốc độ bán hàng $d = 100$ hộp/ ngày. Các thông số chi phí được xác định như sau:

- $K = 1.000.000$ đồng: chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng (phí vận chuyển, nhân công...);
- c đồng/ hộp: giá nhập mỗi hộp hàng (giá định không đổi và không có chiết khấu);
- $h = 500$ đồng/hộp/ngày: đơn giá lưu kho (chi phí lưu giữ một hộp hàng trong kho trong một ngày).

Gọi Q (hộp) là số lượng hàng mà người bán nhập vào trong mỗi lần đặt hàng. Thời gian tiêu thụ hết lượng hàng là $\frac{Q}{d}$ (ngày). Tổng chi phí cho một chu kỳ đặt hàng và tiêu thụ hết hàng là $f = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$.

Hỏi cửa hàng nên nhập bao nhiêu hộp trong mỗi lần đặt hàng để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị)?

Câu 3. Trong một cuộc thi, có 7 thí sinh đã được xếp ngồi cố định quanh một bàn tròn và giám thị có 3 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề thi của mỗi mã là nhiều tùy ý). Hỏi có bao nhiêu cách phát đề cho các thí sinh, mỗi thí sinh 1 đề sao cho hai thí sinh ngồi cạnh nhau thì khác mã đề?

Câu 4. Vệ tinh Van Allen Probes được phóng lên không gian để nghiên cứu các vành đai bức xạ bao quanh Trái Đất. Vệ tinh này bay theo một quỹ đạo có chu kỳ 10 giờ - nghĩa là mỗi vòng bay quanh Trái Đất kéo dài đúng 10 giờ. Cứ mỗi vòng bay, vệ tinh lại xuyên qua vùng bức xạ mạnh và tích lũy thêm *liều bức xạ*. Biết rằng đơn vị của bức xạ là Gray (Gy), và khi tổng *liều bức xạ* chiếu vào vệ tinh đạt 1000 Gray, thì vệ tinh hỏng hoàn toàn. Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh được mô hình hóa bằng hàm số $R(T) = 7000 + 3000T$ (km), trong đó T là thời gian tính bằng giờ, $0 \leq T \leq 10$, kể từ đầu vòng bay. Công thức *suất liều bức xạ* - tức là lượng bức xạ vệ tinh nhận được trong 1 giờ, phụ thuộc vào khoảng cách

R (km) từ vệ tinh tới tâm Trái Đất, là $D(R) = 60 \cdot \left(\frac{R}{25000} \right)^2$ milliGray/giờ. Biết rằng do tính đối xứng và chu kỳ của quỹ đạo bay, tổng liều bức xạ vệ tinh nhận được trong một vòng bay 10 giờ được tính bằng công thức $L = 2 \cdot \int_0^5 D(R(T)) dT$, và 1 Gray = 1000 milliGray. Tính số năm hoạt động của vệ tinh từ lúc bắt đầu hoạt

động tới khi hỏng hoàn toàn (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hai chữ số thập phân sau dấu phẩy, coi một năm có 365 ngày, mỗi ngày có 24 giờ).

Câu 5. Trong âm nhạc, một *quãng tám* (octave) là khoảng cách âm thanh từ nốt Đô tới nốt Đô tiếp theo, theo thứ tự từ thấp đến cao là:

Đô – Đô# – Rê – Rê# – **Mi (E4)** – Pha – Pha# – Sol – Sol# – **La (A4)** – La# – Si – Đô

trong đó khoảng cách giữa hai nốt liên tiếp gọi là một *nửa cung* (semitone). Hai nốt cách nhau n nửa

cung thì tỷ lệ tần số nốt cao f_{nc} và tần số nốt thấp f_{nt} là $\frac{f_{nc}}{f_{nt}} = 2^{\frac{n}{12}}$; cho biết tần số chuẩn của nốt La (A4) là

440 Hz. Trên đàn guitar, dây số 1 là nốt Mi (E4) đang bị chùng do thời tiết, tần số đo được hiện tại đang là 300 Hz. Để căng lại dây đàn cho chuẩn, ta dùng núm xoay, và cứ vặn núm xoay 90° thì nốt nhạc được tăng lên một nửa cung. Hỏi phải xoay núm của dây số 1 một góc bao nhiêu độ để dây số 1 trở về âm chuẩn (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị)?

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm M của AB ; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi N là trung điểm của CC' . Tính khoảng cách từ B' tới mặt phẳng $(A'MN)$ (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm).

-----HẾT-----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;

- Giám thị không giải thích gì thêm.

Câu\Mã đề	0101	0102	0103	0104	0105	0106	0107	0108
1	C	A	D	A	C	B	C	C
2	B	A	C	A	B	C	D	B
3	A	C	A	D	A	D	B	B
4	B	D	B	B	A	C	C	A
5	A	D	C	B	C	B	A	A
6	B	C	A	C	C	D	C	C
7	A	B	A	A	B	A	A	C
8	B	A	C	B	B	D	A	C
9	A	B	A	B	C	D	C	B
10	C	C	A	C	C	B	D	A
11	D	D	D	D	B	A	B	C
12	D	D	B	C	D	A	D	C
13	ĐSSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐĐSĐ	SĐSĐ	ĐĐSĐ	SĐSĐ	ĐSĐS
14	ĐSĐS	SĐSĐ	ĐĐSĐ	SĐSĐ	ĐSĐS	ĐSĐS	ĐĐSĐ	ĐĐSĐ
15	ĐĐSĐ	ĐĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	ĐSSĐ	ĐSSĐ	ĐSĐS	SĐSĐ
16	SĐSĐ	ĐSĐS	SĐSĐ	ĐSSĐ	ĐĐSĐ	SĐSĐ	ĐSSĐ	ĐSSĐ
17	3,48	3,48	3,48	147	5,19	5,19	632	126
18	632	632	147	126	147	632	126	1,92
19	147	126	5,19	3,48	3,48	126	1,92	147
20	126	5,19	126	5,19	1,92	3,48	5,19	5,19
21	5,19	147	632	632	126	1,92	3,48	632
22	1,92	1,92	1,92	1,92	632	147	147	3,48

0109	0110	0111	0112	0113	0114	0115	0116	0117
B	D	C	A	D	B	A	C	A
C	B	B	D	C	C	A	A	B
C	B	B	D	B	B	A	B	A
A	D	D	D	D	B	C	C	D
B	D	B	D	A	B	C	C	D
B	A	A	A	B	B	A	C	C
B	B	A	C	A	B	D	C	D
C	B	C	C	A	B	A	C	B
B	B	D	D	C	D	A	A	B
A	A	B	A	B	D	A	B	D
A	C	B	B	C	B	A	B	B
B	A	C	D	C	C	B	B	B
SÐSÐ	SÐSÐ	ÐSÐS	ÐSSÐ	ÐÐSÐ	ÐSSÐ	ÐSSÐ	ÐSÐS	SÐSÐ
ÐÐSÐ	ÐSÐS	ÐSSÐ	SÐSÐ	ÐSÐS	ÐÐSÐ	SÐSÐ	SÐSÐ	ÐÐSÐ
ÐSSÐ	ÐSSÐ	ÐÐSÐ	ÐSÐS	ÐSSÐ	ÐSÐS	ÐSÐS	ÐSSÐ	ÐSÐS
ÐSÐS	ÐÐSÐ	SÐSÐ	ÐÐSÐ	SÐSÐ	SÐSÐ	ÐÐSÐ	ÐÐSÐ	ÐSSÐ
3,48	1,92	5,19	126	1,92	126	5,19	1,92	632
126	126	3,48	632	126	3,48	1,92	632	147
5,19	632	1,92	1,92	147	5,19	3,48	3,48	5,19
147	147	126	147	5,19	147	147	147	126
632	5,19	147	3,48	632	632	126	5,19	3,48
1,92	3,48	632	5,19	3,48	1,92	632	126	1,92

0118	0119	0120	0121	0122	0123	0124
C	C	B	C	C	C	C
A	B	B	A	C	B	D
C	A	D	A	A	D	D
D	B	B	A	C	C	C
D	D	D	B	B	C	B
D	A	B	B	C	C	C
B	D	D	D	A	D	B
D	C	D	A	B	A	D
B	A	D	A	C	C	B
D	D	D	D	B	B	A
C	B	B	A	D	D	A
C	B	D	B	C	B	C
SÐSÐ	ÐÐSÐ	SÐSÐ	ÐSÐS	SÐSÐ	ÐSSÐ	ÐÐSÐ
ÐÐSÐ	SÐSÐ	ÐÐSÐ	ÐSSÐ	ÐSÐS	ÐÐSÐ	SÐSÐ
ÐSÐS	ÐSÐS	ÐSSÐ	SÐSÐ	ÐSSÐ	ÐSÐS	ÐSSÐ
ÐSSÐ	ÐSSÐ	ÐSÐS	ÐÐSÐ	ÐÐSÐ	SÐSÐ	ÐSÐS
632	147	1,92	126	5,19	126	1,92
126	5,19	147	3,48	3,48	5,19	147
147	632	126	147	632	632	3,48
1,92	3,48	3,48	1,92	126	1,92	632
5,19	126	5,19	632	147	147	5,19
3,48	1,92	632	5,19	1,92	3,48	126

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Trắc nghiệm 4 phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh trả lời một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

A. $x = 6$.

B. $x = 5$.

C. $x = 8$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Điều kiện: $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có: $\log_3(x+1) = 2 \Leftrightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8$ (nhận).

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+

Số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Qua bảng xét dấu của hàm số $y = f(x)$ ta thấy số điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là 2.

Câu 3: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy là $\sqrt{2}$ và tam giác SAC đều. Độ dài cạnh bên của hình chóp đã cho bằng

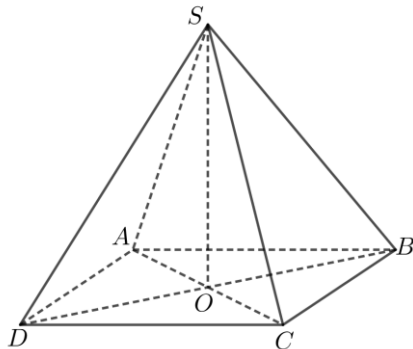
A. 2.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2$. Tam giác SAC đều nên $SA = SC = AC = 2$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -4)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $x + 2y - 4z - 21 = 0$.

B. $z = -4$.

C. $z = 4$.

D. $x + 2y + 4z - 21 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -4)$ và vuông góc với trục Oz có VTPT: $\vec{n} = \vec{k} = (0; 0; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) : $z + 4 = 0 \Leftrightarrow z = -4$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Vì hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên AA' vuông góc với (ABC) . Do đó góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $A'CA$. Do tam giác $A'AC$ vuông cân tại A nên góc tạo bởi đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° .

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = 3 \cos 2x$ là

A. $T = [-6; 6]$

B. $T = [-3; 3]$

C. $T = \mathbb{R}$

D. $T = [-2; 2]$

Lời giải

Vì $-1 \leq \cos 2x \leq 1$ nên $-3 \leq 3 \cos 2x \leq 3$. Vậy tập giá trị của hàm số $y = 3 \cos 2x$ là $T = [-3; 3]$.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x^2}$ là

A. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - C$.

B. $1 + \frac{1}{x} + C$.

C. $x + \frac{1}{x} + C$.

D. $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{x} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (x - \frac{1}{x^2}) dx = \int x dx - \int \frac{1}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} - C$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_5 = 162$. Giá trị của công bội q bằng

A. $q = \frac{1}{3}$.

B. $q = \pm 3$.

C. $q = 3$

D. $q = \pm \frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 \Leftrightarrow 162 = 2 \cdot q^4 \Leftrightarrow q^4 = 81 \Leftrightarrow q = \pm 3$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;2), B(3;2;-3)$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 30$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{30}$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{30}$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua điểm B có bán kính $R = AB = \sqrt{30}$, nên phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 30$.

Câu 10: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 13.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Ta có: $n = 20$, $\frac{3n}{4} = 15$ nên $Q_3 \in [9; 11)$.

$$Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (2 + 7)}{7} \cdot (11 - 9) = \frac{75}{7}.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = a$; $x = b$ với $a < b$, thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành

độ x ($a \leq x \leq b$) là một hình phẳng có diện tích bằng $S(x)$, $S(x)$ là một hàm liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể được tính bằng công thức

A. $\pi \int_a^b S(x) dx$. B. $\pi \int_a^b (S(x))^2 dx$. C. $\int_a^b (S(x))^2 dx$. **D. $\int_a^b S(x) dx$.**

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ bằng
A. $\vec{0}$. B. $2\overrightarrow{NM}$. C. $2\overrightarrow{AD}$. **D. $2\overrightarrow{MN}$.**

Lời giải

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NB}) + (\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NC}) = (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM}) + (\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}) + 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MN}$$

PHẦN II. Trắc nghiệm chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong một cuộc thi Olympic môn Toán dành cho học sinh THPT, trường THPT A có 51 học sinh và trường THPT B có 24 học sinh tham dự. Giả sử xác suất giành huy chương vàng của mỗi học sinh của trường A và B lần lượt là $0,08$ và $0,06$. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong số các học sinh tham dự.

a) Xác suất để học sinh được chọn thuộc trường A là $\frac{17}{25}$.
b) Biết rằng học sinh được chọn thuộc trường B, xác suất để học sinh đó không giành được huy chương vàng là $0,92$.

c) Xác suất để học sinh được chọn giành huy chương vàng là $\frac{48}{625}$.
d) Biết rằng học sinh được chọn giành huy chương vàng, xác suất để học sinh đó thuộc trường A là $\frac{17}{23}$.

Lời giải

Gọi A, B, V lần lượt là biến cố “Học sinh được chọn thuộc trường A”, “Học sinh được chọn thuộc trường B”, “Học sinh được chọn giành HCV”,

a) ĐÚNG

$$P(A) = \frac{51}{51+24} = \frac{17}{25} = 0,68.$$

b) SAI

$$P(V|B) = 0,06 \text{ nên } P(\overline{V}|B) = 1 - P(V|B) = 0,94.$$

c) SAI

$$\text{Ta có: } P(V) = P(A).P(V|A) + P(B).P(V|B) = 0,68.0,08 + (1-0,68).0,06 = \frac{46}{625}$$

d) ĐÚNG

$$P(A|V) = \frac{P(V|A).P(A)}{P(V)} = \frac{0,08.0,68}{\frac{46}{625}} = \frac{17}{23}$$

Câu 2: Bút viết của một bảng vẽ điện tử được để trong một chiếc giá là một khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là một hình phẳng có hình dạng và các kích thước gắn với hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ dưới đây:



a) Phương trình của parabol là $y^2 = \frac{1}{2}x$.

c) Thể tích phần lõm của giá đỡ bút được tính bằng công thức $\pi \int_0^2 \frac{1}{2} x dx$.

Lời giải

Điểm $M(x_M, y_M)$ thuộc parabol. $x_M = x_R = x_I + 3 = -1 + 3 = 2$; $y_M = 1$

b) SAI

$$S_1 = \pi R^2 = \pi \cdot 1,5^2 \approx 7,07 \text{ cm}^2; S_2 = 3.3 = 9 \text{ cm}^2; S_3 = 2 \cdot \int_0^2 \sqrt{\frac{1}{2}x} dx = \frac{8}{3} \approx 2,67 \text{ cm}^2$$

Làm tròn đến hàng đơn vị là $13cm^2$.

Phương trình của parabol là $y^2 = \frac{1}{2}x$.

d) SAI

$$V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 3 = 6,75\pi; V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1,5^3 = 4,5\pi; V_3 = \pi \int_0^2 \frac{1}{2} x dx = \pi$$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-2;0;0), B(0;-2;0), C(0;0;-2)$. Điểm D khác gốc tọa độ sao cho DA, DB, DC đôi một vuông góc.

a) Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$.

b) Cosin góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (Oxy) bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

c) Tọa độ điểm D là $\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

d) Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, ta có $a + b + c = -1$.

Lời giải

a) Đúng.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-2} = 1$ hay $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = -1$

b) Đúng.

Mặt phẳng (ABC) có phương trình tổng quát là $x + y + z + 2 = 0$ nên có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{k} = (0; 0; 1)$

Gọi φ là góc giữa (ABC) và (Oxy) , ta có: $\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

c) Sai.

Nhận thấy $OA = OB = OC = 2$, $AB = BC = CA = 2\sqrt{2}$ và OA, OB, OC đôi một vuông góc nên điểm D cần tìm là điểm đối xứng với O qua mặt phẳng (ABC)

Đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Giao điểm H của Δ và mặt phẳng (ABC) có tọa độ là $H\left(-\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.

Vì H là trung điểm của OD nên $D = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$.

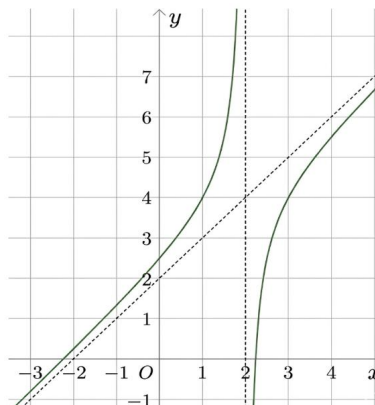
d) Đúng.

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên $I \in \Delta \Rightarrow I = (t; t; t)$

Ta có: $IA^2 = ID^2 \Leftrightarrow (t+2)^2 + t^2 + t^2 = 3\left(t + \frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 4t + 4 = 8t + \frac{16}{3} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{3}$

Vậy $I = \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow a + b + c = -1$

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d}$ có đồ thị như hình vẽ:



a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- b) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$ là 5.
- d) Các hệ số a, b, c, d thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 30$.

Lời giải

a) Sai

vì hàm số chỉ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Đúng

vì tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(-2; 0); (0; 2)$ mà hai điểm này thuộc đường thẳng $y = x + 2$.

c) Sai.

Quan sát đồ thị thì trên $[-2; 1]$ đồ thị cao nhất tại $x = 1$ khi đó $\max_{x \in [-2; 1]} y = 4$

d) Đúng

Từ đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x = 2$ nên $d = 2$

$$\text{Viết lại } y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d} = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 2} = \frac{a(x^2 - 4) + b(x - 2) + 4a + 2b + c}{x - 2}$$

$$y = \frac{ax^2 + bx + c}{x - d} = a(x + 2) + b + \frac{4a + 2b + c}{x - 2} = ax + 2a + b + \frac{4a + 2b + c}{x - 2}$$

$$\text{Do có tiệm cận xiên } y = x + 2 = ax + 2a + b \text{ nên } \begin{cases} a = 1 \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}; \text{ từ đó } y = x + 2 + \frac{4 + c}{x - 2}$$

$$\text{Quan sát đồ thị đi qua điểm } (1; 4) \text{ thay vào ta được } 4 = 1 + 2 + \frac{4 + c}{1 - 2} \Leftrightarrow c = -5.$$

$$\text{Vậy } a = 1; b = 0; c = -5; d = 2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1^2 + (-5)^2 + 2^2 = 30.$$

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(6; 0; 4), B(-3; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z + 1 = 0$. Biết M là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính độ dài đoạn OM (không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 3,48

Đặt $f(x, y, z) = x + y + 5z + 1$ với $A(6; 0; 4), B(-3; -2; 1)$.

Ta có $\begin{cases} f(A) = 6 + 0 + 5 \cdot 4 + 1 = 27 > 0 \\ f(B) = -3 - 2 + 5 \cdot 1 + 1 = 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow f(A) \cdot f(B) > 0$ nên A và B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

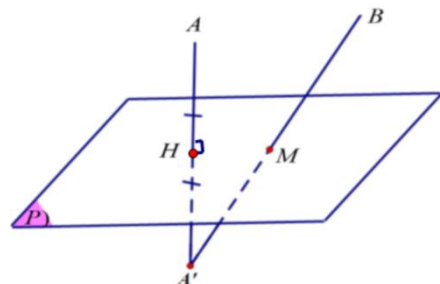
Lấy điểm A' đối xứng với A qua (P) . Khi đó

$MA = MA'$ và $MA + MB = MA' + MB$. Giá trị $MA + MB$ nhỏ nhất khi M, A', B thẳng hàng.

Vector pháp tuyến của $(P): x + y + 5z + 1 = 0$ là $\vec{n} = (1; 1; 5)$.

Đường thẳng d đi qua $A(6; 0; 4)$ và vuông góc

$$\text{với } (P) \text{ có phương trình } d: \begin{cases} x = 6 + t \\ y = t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$$



Gọi H là hình chiếu của A lên (P) . Thay tọa độ của d vào phương trình (P) :

$$(6 + t) + t + 5 \cdot (4 + 5t) + 1 = 0 \Rightarrow 27t + 27 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow H(5; -1; -1).$$

Vì H là trung điểm AA' , ta có:
$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2(5) - 6 = 4 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2(-1) - 0 = -2 \Rightarrow A'(4; -2; -6) \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = 2(-1) - 4 = -6 \end{cases}$$

Điểm M là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (P) . Vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{BA'} = (7; 0; -7)$. Chọn vector chỉ phương rút gọn là $\vec{v} = (1; 0; -1)$. Phương trình tham số

đường thẳng $A'B$:
$$\begin{cases} x = -3 + k \\ y = -2 \\ z = 1 - k \end{cases}$$

Thay vào phương trình mặt phẳng (P) : $(-3+k) + (-2) + 5(1-k) + 1 = 0 \Rightarrow -4k + 1 = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow M\left(\frac{-11}{4}; -2; \frac{3}{4}\right) \Rightarrow OM = \sqrt{\left(\frac{-11}{4}\right)^2 + (-2)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} \approx 3,48.$$

Câu 2: Mô hình EOQ (Economic Order Quantity) được công bố năm 1913 là một công cụ quản trị vận hành dùng để xác định lượng hàng nhập kho tối ưu. Giả sử một cửa hàng thức ăn cho mèo có nhu cầu tiêu thụ hàng hóa đều đặn với tốc độ bán hàng $d = 100$ hộp/ ngày. Các thông số chi phí được xác định như sau:

- $K = 1.000.000$ đồng: chi phí cố định cho mỗi lần đặt hàng (phí vận chuyển, nhân công...);
- c đồng/ hộp: giá nhập mỗi hộp hàng (giả định không đổi và không có chiết khấu);
- $h = 500$ đồng/hộp/ngày: đơn giá lưu kho (chi phí lưu giữ một hộp hàng trong kho trong một ngày). Gọi Q (hộp) là số lượng hàng mà người bán nhập vào trong mỗi lần đặt hàng. Thời gian

tiêu thụ hết lượng hàng là $\frac{Q}{d}$ (ngày). Tổng chi phí cho một chu kỳ đặt hàng và tiêu thụ hết

hàng là $f = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$. Hỏi cửa hàng nên nhập bao nhiêu hộp trong mỗi lần đặt hàng để

chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị*)?

Lời giải

Trả lời: 632

Tốc độ bán hàng (nhu cầu): $d = 100$ hộp/ngày.

Chi phí cố định mỗi lần đặt hàng: $K = 1.000.000$ đồng.

Giá nhập mỗi hộp: c đồng/hộp (hằng số).

Chi phí lưu kho: $h = 500$ đồng/hộp/ngày.

Số lượng hàng mỗi lần nhập: Q (đơn vị: hộp, $Q > 0$).

Tổng chi phí cho một chu kỳ (từ lúc nhập đến lúc hết hàng): $f(Q) = K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}$

Thời gian tiêu thụ hết lượng hàng Q là: $T = \frac{Q}{d}$ (ngày).

Gọi $C(Q)$ là chi phí trung bình mỗi ngày. Ta có công thức:
$$C(Q) = \frac{f(Q)}{T} = \frac{K + cQ + \frac{hQ^2}{2d}}{\frac{Q}{d}}$$

Suy ra $C(Q) = \frac{Kd}{Q} + cd + \frac{hQ}{2} \Rightarrow C'(Q) = -\frac{Kd}{Q^2} + \frac{h}{2};$

$$C'(Q) = 0 \Leftrightarrow Q^2 = \frac{2Kd}{h} \xrightarrow{Q>0} Q = \sqrt{\frac{2Kd}{h}}$$

Với $K = 1.000.000$; $d = 100$ và $h = 500$ ta được $Q = 632,4555 \approx 632$ (hộp).

Vậy Cửa hàng nên nhập khoảng **632 hộp** trong mỗi lần đặt hàng để chi phí trung bình mỗi ngày là nhỏ nhất.

Câu 3: Trong âm nhạc, một *quãng tám* (octave) là khoảng cách âm thanh từ nốt Đô tới nốt Đô tiếp theo, theo thứ tự từ thấp đến cao là:

Đô – Đô– Rê – Rê– **Mi (E4)** – Pha – Pha– Sol – Sol– **La (A4)** – La– Si – Đô
trong đó khoảng cách giữa hai nốt liên tiếp gọi là một *nửa cung* (semitone). Hai nốt cách nhau n nửa cung thì tỷ lệ tần số nốt cao f_{nc} và tần số nốt thấp f_{nt} là $\frac{f_{nc}}{f_{nt}} = 2^{\frac{n}{12}}$; cho biết tần số chuẩn

của nốt La (A4) là 440 Hz. Trên đàn guitar, dây số 1 là nốt Mi (E4) đang bị chùng do thời tiết, tần số đo được hiện tại đang là 300 Hz. Để căng lại dây đàn cho chuẩn, ta dùng núm xoay, và cứ vặn núm xoay 90° thì nốt nhạc được tăng lên một nửa cung. Hỏi phải xoay núm của dây số 1 một góc bao nhiêu độ để dây số 1 trở về âm chuẩn (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng đơn vị*)?

Lời giải

Đáp án: 147

Giải thích

Theo đề bài, nốt La (A4) có tần số chuẩn là $f_{A4} = 440$ Hz.

Dựa vào dãy nốt nhạc: **Mi (E4)** – Pha – Pha– Sol – Sol– **La (A4)**.

Số nửa cung từ Mi (E4) đến La (A4) là $n = 5$.

Áp dụng công thức tỷ lệ tần số: $\frac{f_{A4}}{f_{E4}} = 2^{\frac{5}{12}} \Rightarrow f_{E4} = \frac{f_{A4}}{2^{\frac{5}{12}}} = \frac{440}{2^{\frac{5}{12}}}$ (1).

Tần số hiện tại của dây là $f_{ht} = 300$ Hz. Gọi x là số nửa cung cần tăng để đạt đến tần số chuẩn

f_{E4} . Ta có phương trình: $\frac{f_{E4}}{f_{ht}} = 2^{\frac{x}{12}}$. Kết hợp với (1) ta được $\frac{440}{2^{\frac{5}{12}}} \cdot \frac{1}{300} = 2^{\frac{x}{12}}$.

Lấy logarit cơ số 2 hai vế: $\frac{x}{12} = \log_2 \left(\frac{440}{300 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} \right) \Leftrightarrow x = 12 \cdot \log_2 \left(\frac{440}{300 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} \right)$.

Đề bài cho biết cứ xoay 90° thì tăng được một nửa cung.

Vậy tổng góc cần xoay là $\alpha = x \cdot 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 12 \cdot \log_2 \left(\frac{440}{300 \cdot 2^{\frac{5}{12}}} \right) \cdot 90^\circ \approx 147^\circ$.

Vậy, cần xoay núm vặn một góc khoảng 147° .

Câu 4: Trong một cuộc thi, có 7 thí sinh đã được xếp ngồi cố định quanh một bàn tròn và giám thị có 3 mã đề khác nhau (giả sử số lượng đề thi của mỗi mã là nhiều tùy ý). Hỏi có bao nhiêu cách phát đề cho các thí sinh 1 đề sao cho hai thí sinh ngồi cạnh nhau thì khác mã đề?

Lời giải

Đáp án: 126

Đây là bài toán tô màu các đỉnh của một đồ thị vòng C_n bằng k màu sao cho không có hai đỉnh kề nhau cùng màu. Công thức tổng quát cho số cách cách tô màu đồ thị vòng C_n bằng k màu (được gọi là đa thức sắc của đồ thị vòng) là:

$$P(C_n, k) = (k-1)^n + (-1)^n (k-1)$$

Áp dụng vào bài toán với $n = 7$ và $k = 3$. Thay vào công thức, ta có:

$$P(C_7, 3) = (3-1)^7 + (-1)^7 (3-1) = 126.$$

Vậy, có 126 cách phát đề thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Vệ tinh Van Allen Probes được phóng lên không gian để nghiên cứu các vành đai bức xạ bao quanh Trái Đất. Vệ tinh này bay theo một quỹ đạo có chu kỳ 10 giờ - nghĩa là mỗi vòng bay

quanh Trái Đất kéo dài đúng 10 giờ. Cứ mỗi vòng bay, vệ tinh lại xuyên qua vùng bức xạ mạnh và tích lũy thêm *liều bức xạ*. Biết rằng đơn vị của bức xạ là Gray (Gy), và khi tổng *liều bức xạ* chiếu vào vệ tinh đạt 1000 Gray, thì vệ tinh hỏng hoàn toàn. Khoảng cách từ tâm Trái Đất đến vệ tinh được mô hình hóa bằng hàm số $R(T) = 7000 + 3000T$ (km), trong đó T là thời gian tính bằng giờ, $0 \leq T \leq 10$, kể từ đầu vòng bay. Công thức *suất liều bức xạ* - tức là lượng bức xạ vệ tinh nhận được trong 1 giờ, phụ thuộc vào khoảng cách R (km) từ vệ tinh tới tâm Trái Đất, là $D(R) = 60 \cdot \left(\frac{R}{25000} \right)^2$ milliGray/giờ. Biết rằng do tính đối xứng và chu kỳ của quỹ đạo bay, tổng liều bức xạ vệ tinh nhận được trong một vòng bay 10 giờ được tính bằng công thức $L = 2 \cdot \int_0^5 D(R(T)) dT$, và 1 Gray = 1000 milliGray. Tính số năm hoạt động của vệ tinh từ lúc bắt đầu hoạt động tới khi hỏng hoàn toàn (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hai chữ số thập phân sau dấu phẩy, coi một năm có 365 ngày, mỗi ngày có 24 giờ*).

Lời giải

Đáp án: 5.19

Bước 1: Thiết lập hàm suất liều bức xạ theo thời gian

Theo đề bài, khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất là $R(T) = 7000 + 3000T$.

Thay $R(T)$ vào công thức suất liều bức xạ $D(R)$, ta có hàm suất liều theo thời gian T là

$$D(T) = 60 \cdot \left(\frac{7000 + 3000T}{25000} \right)^2$$

$$\text{Hay } D(T) = 60 \cdot \left(\frac{3T + 7}{25} \right)^2 = \frac{60}{625} (3T + 7)^2 = \frac{12}{125} (3T + 7)^2 \text{ (milliGray/giờ)}.$$

Bước 2: Tính tổng liều bức xạ trong một vòng bay (10 giờ)

Đề bài đã cho công thức tính tổng liều L nhờ tính đối xứng của quỹ đạo: $L = 2 \int_0^5 D(R(T)) dT$

$$\text{Thay } D(T) \text{ vào tích phân: } L = 2 \int_0^5 \frac{12}{125} (3T + 7)^2 dT = \frac{24}{125} \int_0^5 (3T + 7)^2 dT = \frac{5496}{25} \text{ (milliGray)}.$$

Bước 3: Tính số năm hoạt động của vệ tinh

- Tổng liều bức xạ giới hạn trước khi hỏng hoàn toàn: **1000 Gray = 1.000.000 milliGray**.

- Số vòng bay tối đa vệ tinh thực hiện được là: $N = \frac{1.000.000}{L}$ (vòng)

- Mỗi vòng bay kéo dài **10 giờ**, nên tổng thời gian hoạt động của vệ tinh tính bằng giờ là:

$$t_{\text{giờ}} = 10 \cdot \frac{1.000.000}{L} = \frac{10.000.000}{L} \text{ (giờ)}$$

- Chuyển đổi thời gian sang năm (với 1 năm = 365 ngày, 1 ngày = 24 giờ $\Rightarrow$ 1 năm = 8760

$$\text{giờ}), \text{ ta có } t_{\text{năm}} = \frac{10.000.000}{L \cdot 8760} = \frac{10.000.000}{\frac{5496}{25} \cdot 8760} \approx 5.19 \text{ (năm)}.$$

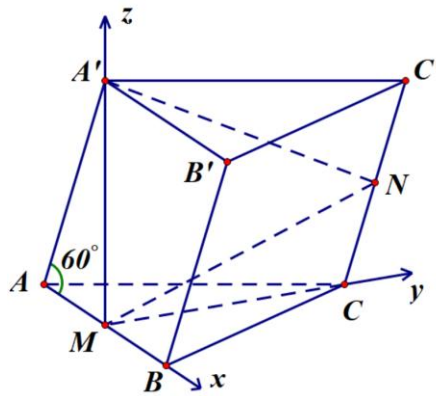
Vậy số năm hoạt động của vệ tinh từ lúc bắt đầu tới khi hỏng hoàn toàn là **5.19** năm.

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm M của AB ; góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi N là trung điểm của CC' . Tính khoảng cách từ B' tới mặt phẳng $(A'MN)$ (*không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng tới hàng phần trăm*).

Lời giải

Đáp án: 1,92

Giải thích



Vì góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° nên $(A'A, (ABC)) = 60^\circ \Rightarrow A'AM = 60^\circ$.

Vì $\triangle ABC$ đều cạnh bằng 2, M là trung điểm của AB nên $AM = MB = 1$; $MC = \sqrt{3}$.

Ta có $A'M = AM \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O \equiv M$ và tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với tia MB, MC, MA' .

Khi đó ta có $M(0;0;0)$; $N\left(\frac{1}{2};\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $A'(0;0;\sqrt{3})$; $B'(2;0;\sqrt{3})$.

$$\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right); \overrightarrow{MA'} = (0; 0; \sqrt{3}); [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MA'}] = \left(3; \frac{-\sqrt{3}}{2}; 0\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}(2\sqrt{3}; -1; 0)$$

Phương trình mặt phẳng $(A'MN)$ là $2\sqrt{3}x - y = 0$.

Do đó: $d(B', (A'MN)) = \frac{4\sqrt{39}}{13} \approx 1,92$.