

LUYỆN THI CẤP TỐC

NTH

TOÁN 12

ThS. Nguyễn Tiến Hà

ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2025

PHẦN I. 50 ĐỀ TRẮC NGHIỆM

PHẦN II. 168 CÂU HỎI ĐÚNG SAI

PHẦN III. 216 CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

MÙA THI 2025

MỤC LỤC

Trang

PHẦN I. 50 ĐỀ TRẮC NGHIỆM

➤ Đề số 01. Sở Bình Phước Lần 2	1
➤ Đề số 02. Sở Bắc Giang Lần 1	2
➤ Đề số 03. Sở Phú Thọ Lần 2.....	3
➤ Đề số 04. Sở Thanh Hóa Lần 2.....	5
➤ Đề số 05. Sở Phú Thọ Lần 1.....	7
➤ Đề số 06. Sở Ninh Bình Lần 2	8
➤ Đề số 07. Sở Hưng Yên Lần 1.....	10
➤ Đề số 08. Sở Tuyên Quang Lần 1	11
➤ Đề số 09. Sở Hải Dương Lần 1.....	12
➤ Đề số 10. Sở Hòa Bình Lần 1	14
➤ Đề số 11. Sở Hậu Giang Lần 1.....	16
➤ Đề số 12. Sở Bà Rịa Vũng Tàu Lần 1	17
➤ Đề số 13. Sở Yên Bái Lần 2.....	19
➤ Đề số 14. Sở Hưng Yên Lần 2.....	21
➤ Đề số 15. Sở Quảng Nam Lần 1.....	22
➤ Đề số 16. THPT Chuyên KHTN Lần 2	24
➤ Đề số 17. THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi Lần 1	25
➤ Đề số 18. Sở Thái Bình Lần 1.....	27
➤ Đề số 19. Sở Thanh Hóa Lần 1	28
➤ Đề số 20. Sở Thái Nguyên Lần 1	29
➤ Đề số 21. ĐH Sư Phạm Hà Nội 2.....	31
➤ Đề số 22. Sở Hải Dương Lần 1.....	32
➤ Đề số 23. Sở Nghệ An Lần 1.....	34
➤ Đề số 24. Sở Bình Phước Lần 1	35
➤ Đề số 25. Sở Bình Phước Lần 1	37
➤ Đề số 26. Sở Quảng Ninh Lần 1	39
➤ Đề số 27. Sở Lai Châu Lần 1	40
➤ Đề số 28. Sở Sóc Trăng Lần 1	42
➤ Đề số 29. Sở Đồng Nai Lần 1.....	43
➤ Đề số 30. Sở Hòa Bình Lần 2.....	45
➤ Đề số 31. Sở Ninh Bình Lần 3	47
➤ Đề số 32. Sở Nghệ An Lần 2.....	48
➤ Đề số 33. Sở Đồng Tháp Lần 1.....	50
➤ Đề số 34. Sở Bình Phước Lần 1	52
➤ Đề số 35. THPT Khoa Học & Giáo Dục Lần 1	53
➤ Đề số 36. THPT Ngô Sĩ Liên – Bắc Giang Lần 2	55
➤ Đề số 37. THPT Lương Tài 2 – Bắc Ninh.....	56
➤ Đề số 38. THPT Lê Thánh Tông- HCM.....	58
➤ Đề số 39. THPT Triệu Quang Phục – Hưng Yên.....	59
➤ Đề số 40. Sở Ninh Bình.....	61
➤ Đề số 41. Phổ Thông Năng Khiếu) -ĐHQG HCM.....	63
➤ Đề số 42. Tổ 2 - Đợt 14 - Đề 01 ST Strong.....	64
➤ Đề số 43. Tổ 2 - Đợt 14 - Đề 01 ST Strong.....	66
➤ Đề số 44. Sở Quảng Nam – Lần 1).....	67
➤ Đề số 45. THPT Bắc Đông Quan – Thái Bình.....	69
➤ Đề số 46. Sở Bình Thuận – Lần 1	70
➤ Đề số 47. Sở Hòa Bình – Lần 1	72
➤ Đề số 48. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 1.....	73
➤ Đề số 49. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 2.....	75
➤ Đề số 50. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 3.....	77

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (168 Câu)

- Phát triển Câu 13 ĐMH 2025. Ứng dụng đạo hàm (38 câu) 80
- Phát triển Câu 14 ĐMH 2025. Bài toán liên quan nguyên hàm, tích phân (48 câu) 90
- Phát triển Câu 15 ĐMH 2025. Bài toán xác suất, thống kê (36 câu).....107
- Phát triển Câu 16 ĐMH 2025. Bài toán hình học tọa độ không gian Oxyz (46 câu) 118

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN (216 Câu)

- Phát triển Câu 17 ĐMH 2025. Bài toán tính khoảng cách, góc (43 câu) 138
- Phát triển Câu 18 ĐMH 2025. Bài toán tối ưu (20 câu).....144
- Phát triển Câu 19 ĐMH 2025. Bài toán ứng dụng trong Oxyz (39 câu) 150
- Phát triển Câu 20 ĐMH 2025. Bài toán ứng dụng tích phân tính (42 câu).....163
- Phát triển Câu 21 ĐMH 2025. Bài toán thực tế tối ưu doanh thu (37 câu) 181
- Phát triển Câu 22 ĐMH 2025. Bài toán xác suất điều kiện, Bayes, XS toàn phần (35 câu) 190

GV & HS cần file đáp án và lời giải chi tiết file Word, Pdf liên hệ thầy Hà (có trả phí)
Zalo: 0949.888.993 - Nguyễn Tiến Hà

ĐỀ SỐ 01

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$ là

- A. $\frac{7^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{7^x}{\ln 7} + C$. C. $\frac{7^x}{x} + C$. D. $x \cdot 7^{x-1} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 1$ và $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_1^3 x^4 dx$. B. $\pi \int_1^3 x^2 dx$. C. $3 \int_1^3 x dx$. D. $\int_1^3 x^4 dx$.

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	Tần số
$[25; 35)$	10
$[35; 45)$	7
$[45; 55)$	5
$[55; 65)$	9
$[65; 75)$	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 15,19. B. 15,16. C. 15,18. D. 15,17.

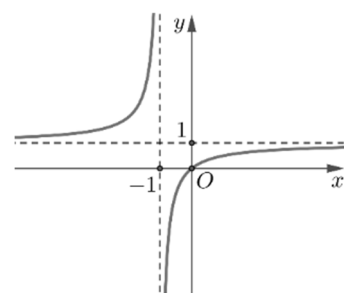
Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$ là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
 C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0; c \neq 0$) có đồ thị như sau:

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 1$. B. $y = -1$.
 C. $x = 1$. D. $y = -1$.



Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

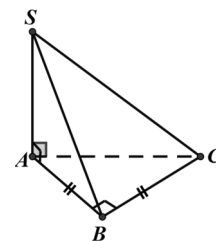
- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 2 = 0$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ

- A. $(1; 2; -1)$. B. $(0; 0; 2)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.



Câu 9: Nghiệm phương trình $3^{x-2} = 81$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = 9$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5$, $u_5 = 17$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 4$. Tính $|\vec{AB} + \vec{B'C'} + \vec{AA'}|$?

- A. $4\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

ĐỀ SỐ 02

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 9$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

- A. $(0; 2; -5)$. B. $(2; 0; 5)$. C. $(2; -5; 0)$. D. $(2; 0; -5)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; -3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{AB}$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$. B. $(-3; 1; 4)$. C. $(3; -1; -4)$. D. $(1; 3; -2)$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. C. $-\cos x + C$. D. $\sin x + C$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A. 0. B. $\sqrt{2}$. C. 3. D. -1.

Câu 6: Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 7: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 27. B. 162. C. 54. D. 11.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

- A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. B. $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

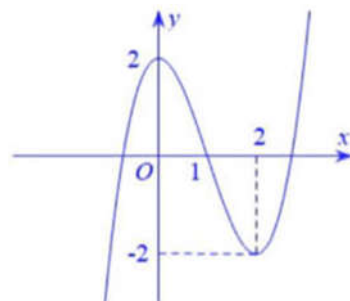
- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 10: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao h là

- A. $V = \frac{1}{2}Sh$. B. $V = \frac{1}{3}Sh$. C. $V = Sh$. D. $V = \frac{2}{3}Sh$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.



Câu 12: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ thỏa mãn

$$F(1) = 1. \text{ Tính } F(-1).$$

- A. $F(-1) = 1$. B. $F(-1) = 2$. C. $F(-1) = -1$. D. $F(-1) = 0$.

ĐỀ SỐ 03

Câu 1: Hai mẫu số liệu ghép nhóm A, B có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm A

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	8	9	5	6	2

Nhóm B

Nhóm	$[0,3;10,3)$	$[10,3;20,3)$	$[20,3;30,3)$	$[30,3;40,3)$	$[40,3;50,3)$
Tần số	16	18	10	12	4

Gọi $\Delta_{Q_A}; \Delta_{Q_B}$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm $A; B$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.** $\Delta_{Q_B} = 0,3\Delta_{Q_A}$. **B.** $\Delta_{Q_B} = 2\Delta_{Q_A}$. **C.** $\Delta_{Q_B} = 0,3 + \Delta_{Q_A}$. **D.** $\Delta_{Q_B} = \Delta_{Q_A}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$ tâm của mặt cầu đã cho là

- A.** $(-2;1;-3)$. **B.** $(2;-1;3)$. **C.** $(-2;1;3)$. **D.** $(-2;-1;3)$.

Câu 3: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

- A.** $2^x \cdot \ln x + C$. **B.** $x \cdot 2^x + C$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. **D.** $2^x \ln 2 + C$.

Câu 4: Nếu $\int_a^b f(x) dx = 2025$ thì $\int_a^b 2f(x) dx$ bằng

- A.** 4050. **B.** 2023. **C.** 2050. **D.** 2025^2 .

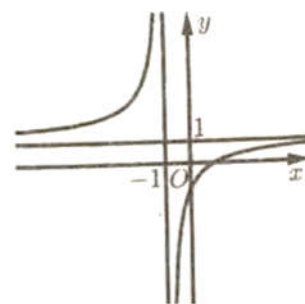
Câu 5: Số nghiệm của phương trình $\log(2x-1) = \log(x^2-4)$ là

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, a; b; c; d \in R$) có đồ thị như hình vẽ bên.

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $(1;-1)$. **B.** $(-1;1)$.
C. $(0;1)$. **D.** $(1;1)$.



Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1, u_4 = 27$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng:

- A.** $\frac{26}{3}$. **B.** -3. **C.** ± 3 . **D.** 3.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,2)^x \leq 4$ là

- A.** $(-\infty; \log_{0,2} 4]$. **B.** $[\log_{0,2} 4; +\infty)$. **C.** $[\log_4 0,2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; \log_4 0,2]$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. (SAD) . B. (SBC) .
C. (SAC) . D. (SAB) .

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ với M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.
B. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$.
C. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.
D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; 0)$.

ĐỀ SỐ 04

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + z - 4 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) song song với (P) và đi qua điểm $M(1; -1; 3)$ là

- A. $2x - y + z - 6 = 0$. B. $2x + 3y - z + 4 = 0$.
C. $x - y + 3z - 6 = 0$. D. $2x - y + z + 6 = 0$.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

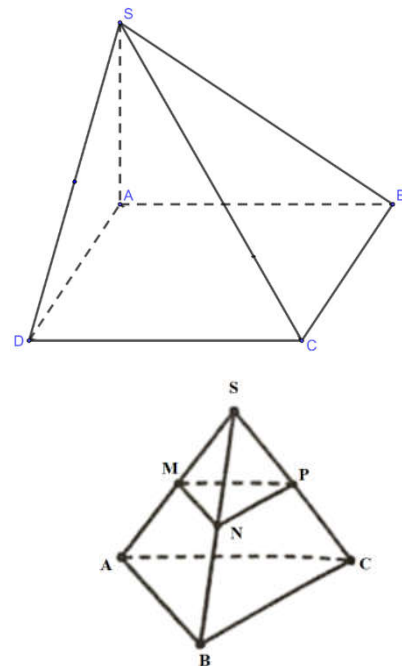
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. 2. C. -1. D. -2.

Câu 2: Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 6$ thì $\int_{-2}^1 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 6. B. 0. C. 10. D. 12.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và M là trung điểm của CD . Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} - 2\overrightarrow{SC})$.

B. $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

C. $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC})$.

D. $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SC})$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1; 3; -2)$ đến mặt phẳng (Oxy) bằng

A. $\sqrt{14}$.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 5: Khảo sát thu nhập theo tháng của người lao động ở một công ty thu được mẫu số liệu ghép nhóm như bảng sau:

Thu nhập (triệu đồng)	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người	30	55	45	30	20

Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở công ty trên (đơn vị: triệu đồng).

A. 12,5.

B. 10,5.

C. 11.

D. 11,75.

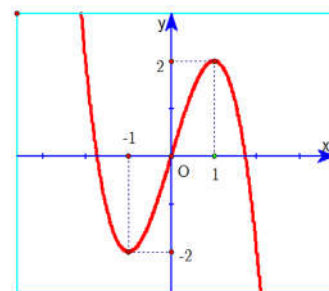
Câu 6: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên và a, b, c, d là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a + d > 0$.

B. $ad < 0$.

C. $ad > 0$.

D. $a + d < 0$.



Câu 7: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

C. $\int f(x)dx = 2x + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x-7} < 4$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 3)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

Đường kính của mặt cầu (S) bằng

A. 6.

B. 18.

C. 3.

D. 9.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_4 = 81$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 11: Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$ của phương trình $\sin 2x - 1 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và $SA \perp (ABC)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng

- A. $BC \perp AH$. B. $BC \perp SC$. C. $BC \perp SB$. D. $BC \perp AC$.

ĐỀ SỐ 05

Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = 2$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

- A. 14. B. 5. C. 6. D. 11.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -1$ là

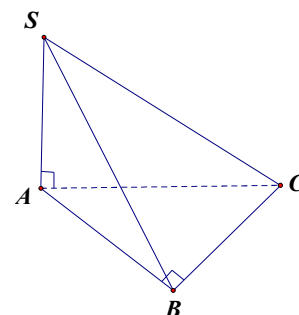
- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 3)$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $3^x = 12$ là

- A. $x = 4$. B. $x = 9$. C. $x = \log_3 12$. D. $x = \log_{12} 3$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B . Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

- A. 2. B. 4.
C. 3. D. 1.



Câu 5: Cho đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(2; 4; -3)$. C. $(2; 3; 4)$. D. $(-2; 3; -4)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, ad \neq 0$) có đồ

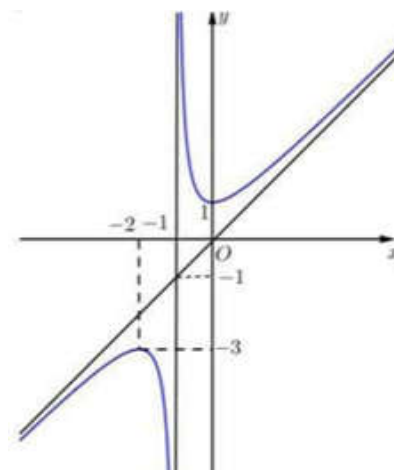
thị như hình vẽ. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = -x$. B. $y = x$.
C. $y = x - 1$. D. $y = x + 1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0)$, $B(3; -2; 1)$.

Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-5; 3; -1)$. B. $(5; -3; 1)$.
C. $(1; -1; 1)$. D. $(-1; 1; -1)$.



Câu 9: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^3}$ là

A. $-\frac{3}{x^4} + C$. B. $-\frac{1}{x^2} + C$. C. $-\frac{1}{2x^2} + C$. D. $-\frac{1}{4x^4} + C$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a; b]$. Nếu

$$\int_a^b f(x) dx = 3 \text{ và } \int_a^c f(x) dx = 8 \text{ thì tích phân } \int_c^b f(x) dx \text{ bằng}$$

A. 11. B. -5. C. 5. D. -11.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).

Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng

A. 135° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

ĐỀ SỐ 06

Câu 12: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo ba năm tuổi tại một nông trường được cho bởi bảng sau.

Chiều cao (m)	$[8,4; 8,6)$	$[[8,6; 8,8)$	$[8,8; 9,0)$	$[9,0; 9,2)$	$[9,2; 9,4)$
Số cây	5	12	25	44	14

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. 0,886. B. 0,115. C. 0,826. D. 0,286.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3; -2; 4)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 4. B. 5. C. 3. D. 2.

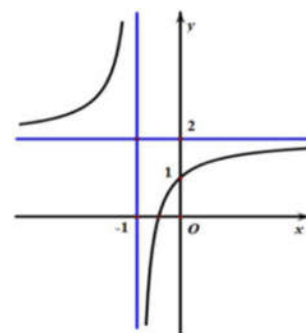
Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $2x + \cos x$ là

A. $x^2 + \sin x + C$. B. $2x + \sin x + C$. C. $2x - \sin x + C$. D. $x^2 - \sin x + C$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0$; $ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ

bên. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x - 2 = 0$. B. $x + 1 = 0$.
C. $y + 1 = 0$. D. $y - 2 = 0$.



Câu 4: Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là

A. $\sqrt[3]{5}$. B. $\sqrt[5]{3}$. C. $\log_5 3$. D. $\log_3 5$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. 200. B. 110. C. 95. D. 100.

Câu 6: Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

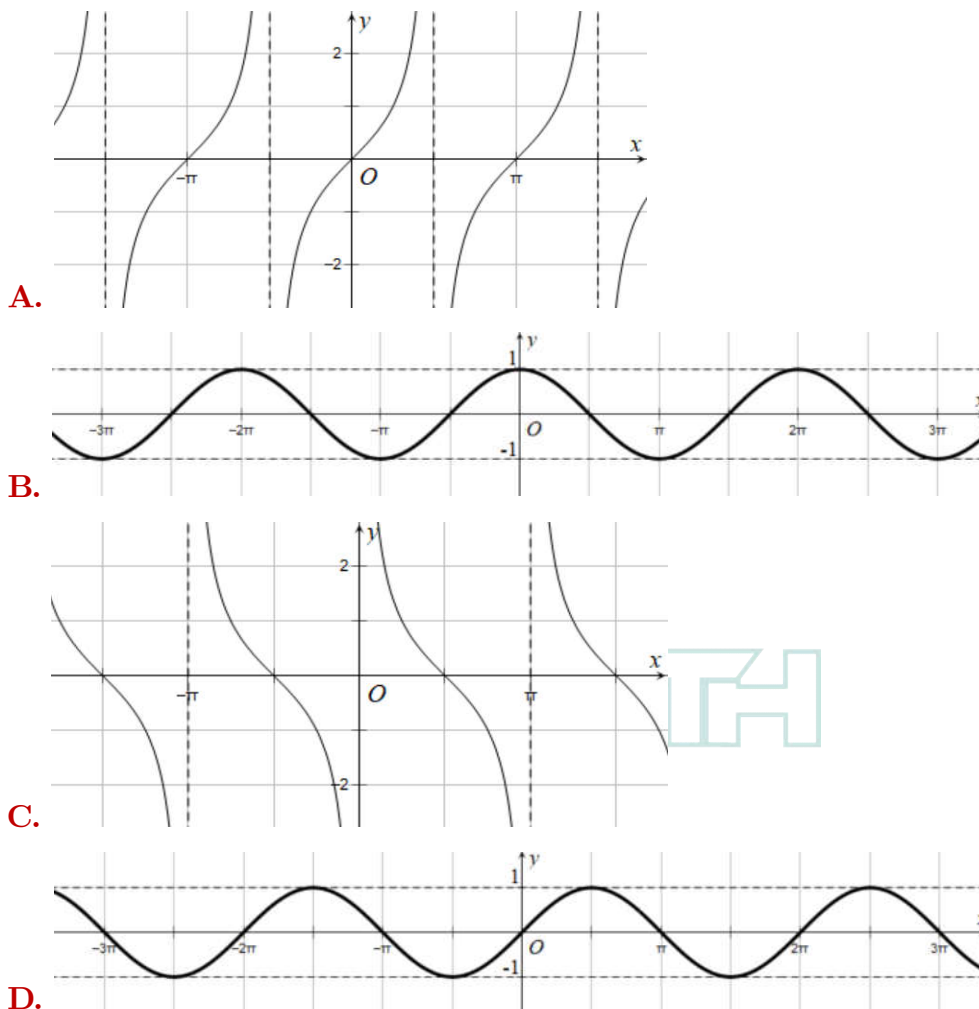
A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 7: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và $F(4) = 9$, $F(1) = 3$. Giá

trị của $\int_1^4 [f(x) + 2]dx$ bằng

- A. 0. B. 8. C. -4. D. 12.

Câu 8: Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$?



Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x - 2) < 1$ là

- A. $(5; +\infty)$. B. $(-\infty; 5)$. C. $(0; 5)$. D. $(2; 5)$.

Câu 10: Thống kê số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện (kWh)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)
Số lớp	1	5	6	9	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

- A. 50. B. 40. C. 10. D. 60.

Câu 11: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $SA \perp AB$. B. $AC \perp BD$. C. $BD \perp SC$. D. $SO \perp CD$.

ĐỀ SỐ 07

Câu 12: Có hai xạ thủ A, B độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là $0,8$ và xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là $0,9$. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

- A. $0,26$. B. $0,74$. C. $0,98$. D. $0,72$.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-12}$.

- A. $\int \frac{dx}{5x-12} = \frac{1}{5} \ln |12-5x| + C$. B. $\int \frac{dx}{5x-12} = -\frac{1}{5} \ln |5x-12| + C$.
C. $\int \frac{dx}{5x-12} = 5 \ln |5x-12| + C$. D. $\int \frac{dx}{5x-12} = \ln |5x-12| + C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad ?$$

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+3}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD \cdot EFGH$ (hình bên). Kết quả phép toán $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{EH}$ là

- A. $\overrightarrow{FH}$. B. $\overrightarrow{BH}$.
C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{AE}$.

Câu 4: Cô Hải thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở sân trường thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 6 . B. 25 . C. 15 . D. 30 .

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A. $2x - 3y - z - 20 = 0$. B. $3x - y + 3z - 25 = 0$.
C. $3x - y + 3z - 13 = 0$. D. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

Câu 6: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $4a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp tương ứng bằng

A. $4a^3$.

B. $12a^3$.

C. $2a^3$.

D. $6a^3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$.

B. $(-8; -3)$.

C. $(-\infty; 4)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 5$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^5 (x^2 + 3) dx$.

B. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$.

C. $V = \int_0^5 (x^2 + 3)^2 dx$.

D. $V = \pi \int_0^5 (x^2 + 3) dx$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $[10; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(10; +\infty)$.

D. $(-\infty; 10)$.

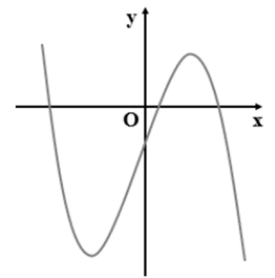
Câu 10: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x - d (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, d > 0$.

B. $a < 0, d < 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a > 0, d > 0$.



Câu 11: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = 3^{-x}$.

C. $y = 2025^x$.

D. $y = 2^x$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_3 bằng

A. 12.

B. 18.

C. 7.

D. 6.

ĐỀ SỐ 08

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 3.

B. 2,5.

C. 2.

D. 1,5.

Câu 2: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Số hạng u_2 của cấp số nhân là:

A. 64.

B. 12.

C. 81.

D. 7.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{BG}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$.

B. $y = x^3 - x^2 - 3x + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;5;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(3;0;0)$.

B. $(0;5;2)$.

C. $(0;0;2)$.

D. $(0;5;0)$.

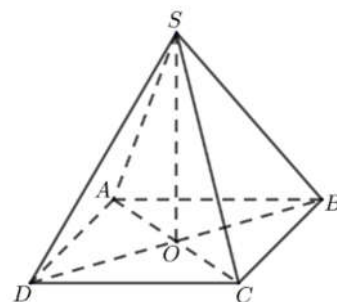
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$ (hình bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $SO \perp (ABCD)$.

B. $SC \perp (ABCD)$.

C. $SA \perp (ABCD)$.

D. $SB \perp (ABCD)$.



Câu 7: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^3 + x + C$.

B. $3x^2 + 1 + C$.

C. $x^4 + x^2 + C$.

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} \leq 4$ là

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1]$.

D. $[1; +\infty)$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = 2x + 1 - \frac{3}{x+1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y = 2x - 3$.

B. $y = 2x + 1$.

C. $y = 2x - 1$.

D. $y = x + 1$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{22}$.

B. $\sqrt{26}$.

C. 26.

D. 22.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

A. $x = \frac{7}{2}$.

B. $x = \frac{9}{2}$.

C. $x = 3$.

D. $x = 5$.

ĐỀ SỐ 09

Câu 12: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 9.

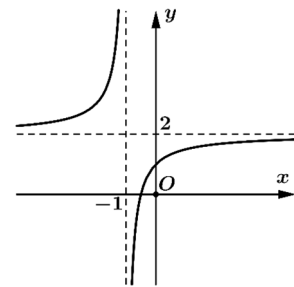
Câu 1: Đồ thị bên là của hàm số nào trong các hàm số cho ở các phương án A, B, C, D?

A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = 2x + \frac{1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 2: Một khối chóp có đường cao $h = 3a$ và diện tích đáy $B = a^2$. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. a^3 .

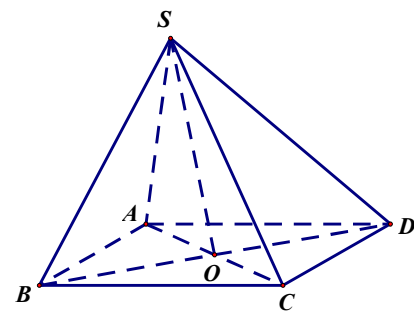
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O (hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$.

B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = 2\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.

D. $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SO}$.



Câu 4: Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{2024}{2025}\right)^x$.

B. $y = \log_{2025} x$.

C. $y = \ln x$.

D. $y = e^x$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $3y - 2z = 0$.

B. $2y + 3z = 0$.

C. $x - 1 = 0$.

D. $x + 1 = 0$.

Câu 6: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

A. $S = (1;7)$.

B. $S = (9;+\infty)$.

C. $S = (1;9)$.

D. $S = (-\infty;9)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, có đồ thị là (C) . Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$						

```

graph LR
    y_inf[" $y = +\infty$ "] --> x_inf[" $x = -\infty$ "]
    y_inf --> x_0[" $x = 0$ "]
    y_0[" $y = 0$ "] --> x_0
    y_0 --> x_inf
    y_2[" $y = 2$ "] --> x_0
    y_2 --> x_inf
    y_neg_inf[" $y = -\infty$ "] --> x_inf
  
```

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 9: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 2025$ là

- A.** $F(x) = x^3 - x^2 + 2025x$. **B.** $F(x) = x^3 - x^2 + 2025$.
C. $F(x) = 6x - 2$. **D.** $F(x) = x^3 - x^2$.

Câu 10: Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	[6, 5; 7)	[7; 7, 5)	[7, 5; 8)	[8; 8, 5)	[8, 5; 9)	[9; 9, 5)	[9, 5; 10)
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

- A.** 3,5. **B.** 16,5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (2; 1; -2)$ và $\vec{v} = (1; 0; 4)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.** $\vec{u} + \vec{v} = (3; 1; 2)$. **B.** $\vec{u} \perp \vec{v}$. **C.** $|\vec{u}| = 3$. **D.** $\vec{u} - \vec{v} = (1; 1; -6)$.

ĐỀ SỐ 10

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1; u_2 = 4$. Khi đó, u_3 bằng

- A.** 9. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A.** 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là

- A.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số

- A.** $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$. **B.** $f(x) = 5^x \ln 5$.
C. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x$. **D.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

A. $y = x + 3$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x - 1$.

D. $y = -x + 1$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

A. $M(4; 5; 0)$.

B. $M(0; 0; 1)$.

C. $M(2; -3; 0)$.

D. $M(4; -5; 0)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm AC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $(SAB) \perp (SAC)$.

B. $(SBM) \perp (SAC)$.

C. $BM \perp AC$.

D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 3y + z - 5 = 0$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}(2; -3; 5)$.

B. $\vec{n}(2; -3; 1)$.

C. $\vec{n}(2; -3; 0)$.

D. $\vec{n}(2; 3; -1)$.

Câu 8: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ trên $[1; 2]$ là

A. -3 .

B. 0 .

C. -1 .

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9.$$

Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

A. $I(1; 1; -2)$.

B. $I(1; 0; -2)$.

C. $I(-1; 1; 2)$.

D. $I(-1; 0; 2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

A. 9 .

B. $\frac{15}{4}$.

C. 7 .

D. $\frac{23}{4}$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$.

B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cos \alpha$.

C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$.

D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,5; 3,0)$	$[3,0; 3,5)$	$[3,5; 4,0)$	$[4,0; 4,5)$	$[4,5; 5,0)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. $0,9$.

B. $0,96$.

C. $0,97$.

D. $0,8$.

ĐỀ SỐ 11

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e$ là

- A. $x^e + C$. B. $\frac{e^2}{2} + C$. C. $ex + C$. D. $\frac{ex}{\log e} + C$.

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 3$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là

- A. $V = \frac{406}{15}$. B. $V = \frac{406}{15}\pi$. C. $V = \frac{22}{3}\pi$. D. $V = \frac{512}{15}\pi$.

Câu 3: Thời gian chờ khám của các bệnh nhân tại một phòng khám được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 7,71. B. 14,50. C. 6,70. D. 6,79.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(-1; 2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 1; -5)$ là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{3}$. B. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. -5. B. -51. C. -1. D. -6.

Câu 6: Giá trị của tích phân $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$ bằng

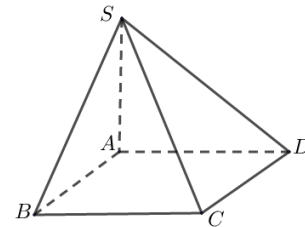
- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. 0 D. $\frac{4}{3}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $E(2; 0; 0)$, $F(0; -3; 0)$ và $K(0; 0; 5)$ là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = -1$.
- C. $2x - 3y + 5z - 30 = 0$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là

- A. $\widehat{ASC}$. B. $\widehat{SCB}$.
C. $\widehat{SBC}$. D. $\widehat{BSC}$.



Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2) = 4$ là

- A. $x = 62$. B. $x = 83$. C. $x = 79$. D. $x = 66$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_n = 3n + 4$. Công sai của cấp số cộng này là

- A. 4. B. 3. C. 7. D. -3.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Giá trị của $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{B'D'}$ bằng

- A. 0. B. $-\frac{1}{2}a^2$. C. $\sqrt{6}a^2$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt giá trị cực đại tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

ĐỀ SỐ 12

Câu 1: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ với $x \neq 0$ là

- A. $\frac{-1}{x^2} + 1$. B. $x^{-1} + 1$. C. $\ln|x| + 1$. D. $\ln x + 1$.

Câu 2: Điểm số bài kiểm tra thường xuyên của một lớp gồm 30 học sinh sau khi thống kê thu được kết quả như sau:

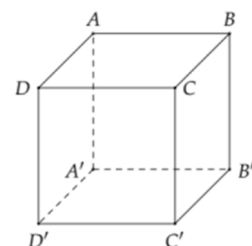
Điểm	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh	2	6	12	9	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu được thống kê ở trên là

- A. 5. B. 2. C. 11. D. 10.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{A'A}$. B. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'C'}$. D. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{C'A'}$.



Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + 3t \end{cases}$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $(1; -1; 3)$. B. $(0; -1; 2)$. C. $(1; -1; 2)$. D. $(0; -1; 3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(0; -1; 0)$; $B(2; 0; 0)$ và $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

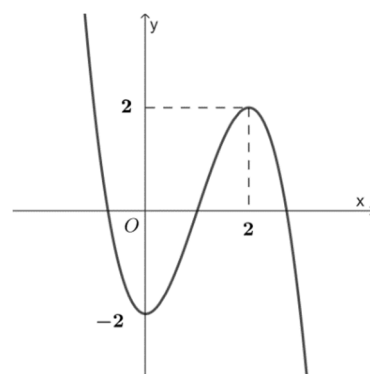
- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 0$.
C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_3 của cấp số nhân đó là

- A. 18. B. 54. C. 6. D. 12.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Giá trị của $M + m$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 4. D. 0.



Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 3x + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ được tính bởi công thức

- A. $S = \int_0^2 |x^2 - 3x + 2| dx$. B. $S = \pi \int_0^2 (x^2 - 3x + 2) dx$.
C. $S = \pi \int_0^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$. D. $S = \int_0^2 (x^2 - 3x + 2) dx$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1	3	1		$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 3$ có tập nghiệm là

- A. $(\log_2 3; +\infty)$. B. $(-\infty; \log_2 3)$. C. $(-\infty; \log_2 3]$. D. $[\log_2 3; +\infty)$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$

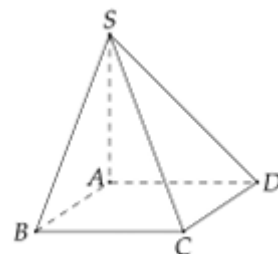
. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $BD \perp (SAC)$.

B. $CD \perp (SAB)$.

C. $AC \perp (SBD)$.

D. $BC \perp (SAB)$.



Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-5; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

ĐỀ SỐ 13

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) > 0, \forall x \in (-1; 0)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-2; 1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -12$.

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$.

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$.

Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 6^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$. Diện tích S bằng

A. $S = \int_1^4 6^{2x} dx$.

B. $S = \pi \int_1^4 6^x dx$.

C. $S = \pi \int_1^4 6^{2x} dx$.

D. $S = \int_1^4 6^x dx$.

Câu 5: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4, Q_2 = 6, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 5.

B. 2.

C. 7.

D. 13.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026x^{2025} + e^x$ là

A. $x^{2026} + e^x + C$.

B. $2026x + e^x + C$.

C. $2026x^{2026} + e^x + C$.

D. $x^{2026} - e^x + C$.

Câu 7: Trong các dãy số sau dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 7 - 3^n$.

B. $u_n = 7 - 3n$.

C. $u_n = \frac{7}{3n}$.

D. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của AB, AD . Góc giữa SC và $(ABCD)$ là

A. $\widehat{SCM}$.

B. $\widehat{SCA}$.

C. $\widehat{SCO}$.

D. $\widehat{SCN}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $N(1; -1; -1)$.

B. $M(1; 1; -1)$.

C. $P(2; -1; -1)$.

D. $Q(1; -2; 2)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{-1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-1}{3}$ một vectơ chỉ phương của đường thẳng (d) là

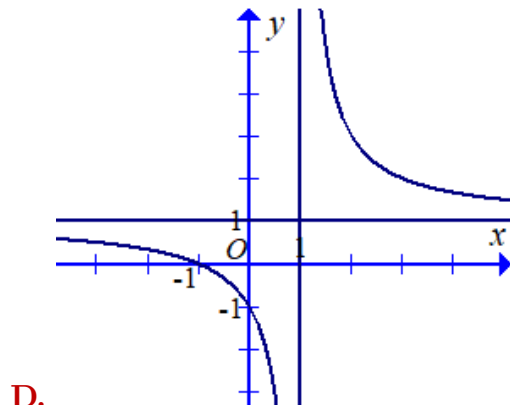
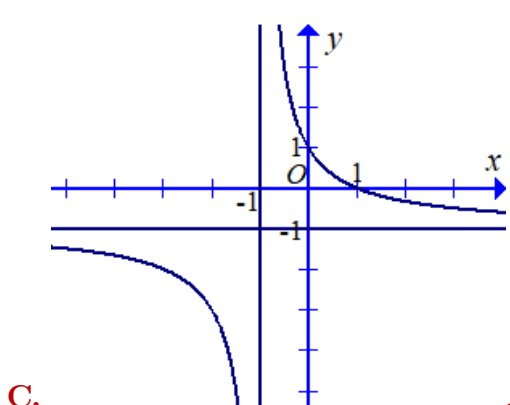
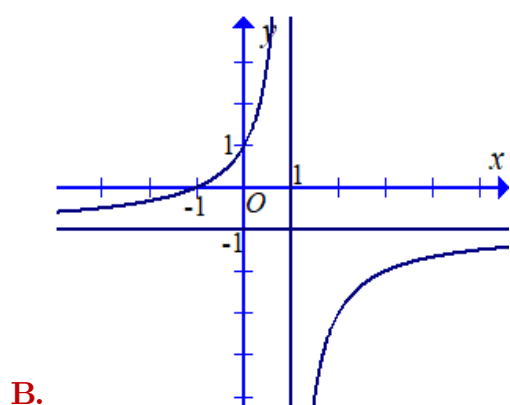
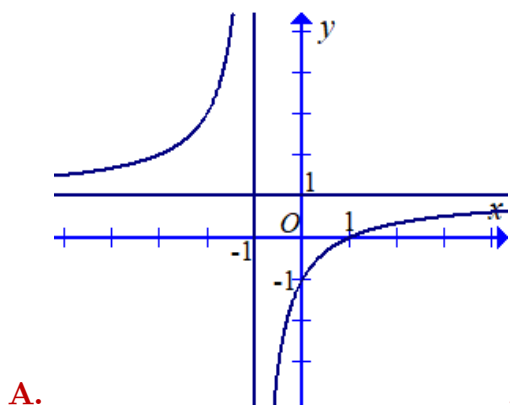
A. $\vec{u}_3 = (1; 1; 3)$.

B. $\vec{u}_4 = (2; 4; 1)$.

C. $\vec{u}_1 = (-1; 1; 3)$.

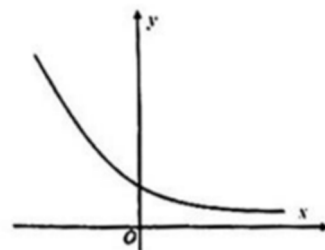
D. $\vec{u}_2 = (2; -4; 1)$.

Câu 11: Đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{-x+1}$ là đường cong nào trong các hình vẽ sau?



Câu 12: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây

- A. $y = \log_{0,4} x$. B. $y = (0,8)^x$.
C. $y = \log_2 x$. D. $y = (\sqrt{2})^x$.



ĐỀ SỐ 14

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. C. $\vec{n} = (-2; 1; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 1; 1)$.

Câu 3: Đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 0)$ vuông góc với mặt phẳng $x - 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{-2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{2}$.

Câu 4: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 5$, $\int_1^7 g(x)dx = 7$. Giá trị của biểu thức $\int_1^3 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

- A. -31 . B. 29 . C. 1 . D. -29 .

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 10$. D. $x = 7$.

Câu 6: Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục mỗi ngày trong tháng 3/2025 của hai bạn Hưng và Bình.

Thời gian(phút)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)	[30;35)
Số ngày tập của Hưng	2	14	8	3	3
Số ngày tập của Bình	12	8	7	3	0

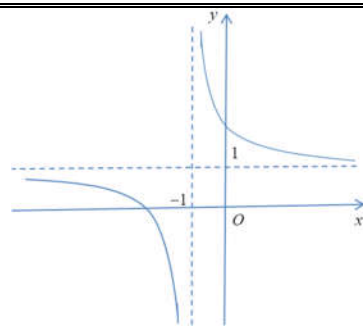
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Hưng và Bình lần lượt là

- A. 20 phút và 25 phút B. 25 phút và 20 phút.
C. 20 phút và 20 phút. D. 25 phút và 25 phút.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^3$ là

- A. $\frac{x^4}{4} + C$. B. $x^4 + C$. C. $\frac{x^2}{2} + C$. D. $3x^2 + C$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0; ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Câu 9: Các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

B. $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

C. $x = k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $[0; 2]$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; 2)$.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 7$ và công bội $q = 3$. Số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 21.

B. 4.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{3}{7}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $SD \perp (ABCD)$.

B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $SA \perp (ABCD)$.

D. $SC \perp (ABCD)$.

ĐỀ SỐ 15

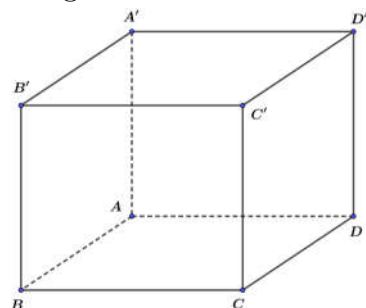
Câu 1: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'B}$.

B. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}$.

C. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D}$.

D. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$.



Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 9$ là

A. $S = (-\infty; -2)$.

B. $S = (-2; +\infty)$.

C. $S = (-\infty; 3)$.

D. $S = (3; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có một nguyên hàm trên $[a; b]$ là hàm số $F(x)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

D. $\int_a^b f(x)dx = f(a) - f(b).$

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = -3$ là

A. $x = -8.$

B. $x = 8.$

C. $x = \frac{1}{8}.$

D. $x = \frac{1}{6}.$

Câu 5: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5$ là

A. $\frac{x^6}{6} + C.$

B. $5x^4 + C.$

C. $\frac{x^6}{5} + C.$

D. $\frac{x^4}{4} + C.$

Câu 6: Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của một lớp học thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	7	11	15	6	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 100.

B. 42.

C. 15.

D. 50.

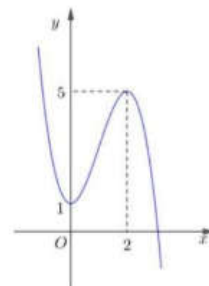
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 2).$

B. $(0; +\infty).$

C. $(-\infty; 0).$

D. $(0; 2).$



Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của vec tơ $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = (2; 3; -4).$

B. $\vec{u} = (2; 3; 4).$

C. $\vec{u} = (2; -3; 4).$

D. $\vec{u} = (-2; -3; 4).$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $SA \perp SB.$

B. $SA \perp AB.$

C. $SA \perp BC.$

D. $SA \perp AC.$

Câu 10: Cho cấp số nhân có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Số hạng u_4 bằng

A. $-18.$

B. $18.$

C. $54.$

D. $-54.$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	$-\infty$	$+\infty$	-5	2

Tiên cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2.$

B. $x = 1.$

C. $y = -3.$

D. $y = 2.$

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có tọa độ là
- A. $(1;1;1)$. B. $(-1;1;-1)$. C. $(1;2;3)$. D. $(-1;2;-3)$.

ĐỀ SỐ 16

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	21	-6	$+\infty$

- A. 21. B. 1.
C. -2. D. -6.
- Câu 2:** Cho hàm số $f(x) = -1 + 2x + 3x^2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục hoành có giá trị bằng

- A. $-\frac{16}{27}$. B. $\frac{16}{27}$. C. $-\frac{32}{27}$. D. $\frac{32}{27}$.

- Câu 3:** Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 2}{x + 1}$ có phương trình là

- A. $y = 2x - 3$. B. $y = 2x + 3$. C. $y = x + 1$. D. $y = 2x - 1$.

- Câu 4:** Thống kê độ tuổi tập thể dục thể thao hằng ngày trong một cụm dân cư có bảng số liệu sau:

Độ tuổi	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$
Số người	10	6	15	19	25

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. 189,66. B. 13,68. C. 187,13. D. 187,03.

- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 1 = 0$. Đường thẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (P) ?

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+1}{1}$.

- Câu 6:** Cho $\int_1^2 f(x)dx = -3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 4$. Giá trị tích phân $\int_1^2 (g(x) + 2f(x))dx$ bằng

- A. -2 B. 2 C. 1 D. 5

- Câu 7:** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{DD'}$ bằng

- A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{A'C}$ C. $\overrightarrow{AC'}$ D. $\overrightarrow{C'A}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $A(-1;1;2)$ B. $B(1;-1;2)$ C. $C(1;0;4)$ D. $D(1;0;-4)$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (SAB) là góc nào dưới đây?

- A. $\widehat{ASC}$. B. $\widehat{BSC}$. C. $\widehat{SBC}$. D. $\widehat{SAC}$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5, u_4 = 11$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. 3.
C. 9. D. 2.

Câu 11: Biết a, b là các số thực dương, khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Giá trị

$\log_{a^2} \frac{a}{\sqrt{b}}$ bằng

- A. $\frac{5}{8}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z + 2m - 1 = 0$, với m là tham số. Giá trị của tham số m để mặt cầu có bán kính là 3 bằng

- A. -1. B. 0. C. -2. D. 1.

ĐỀ SỐ 17

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAB) ?

- A. SD . B. BC . C. SC . D. CD .

Câu 2: Nghiệm của phương trình $3^x = 6$ là

- A. $x = \log_3 6$. B. $x = 2$. C. $x = \log_6 3$. D. $x = 18$.

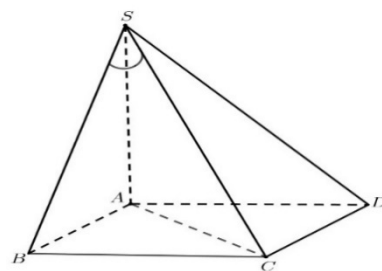
Câu 3: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

- A. 15. B. 5. C. 9. D. 13.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + C$. B. $2x + C$. C. $\frac{x^3}{3} + C$. D. $x^3 + C$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+1) \leq 2$ là



A. $(1;9)$.

B. $(-1;7]$.

C. $(-\infty;9]$.

D. $(-1;8]$.

Câu 6: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;1)$.

C. $(-\infty;-1)$.

D. $(-1;+\infty)$.

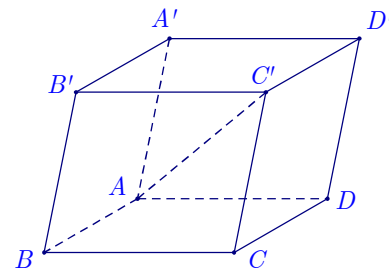
Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.



Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$

, có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;0;1)$ là

A. $x + 2y = 0$.

B. $2x + z = 0$.

C. $x + 2z = 0$.

D. $2x + y = 0$.

Câu 9: Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a; x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể B tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$.

B. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$.

C. $V = \int_a^b S(x) dx$.

D. $V = \pi^2 \int_a^b S(x) dx$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là

A. $y = \frac{1}{2}$.

B. $y = -1$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $x = -1$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + y - z + 8 = 0$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_3(1;1;-1)$.

B. $\vec{n}_1(1;-1;1)$.

C. $\vec{n}_4(1;1;8)$.

D. $\vec{n}_2(1;-1;-1)$.

Câu 12: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	6	4	8	6	4
M_2	Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
	Tần số	9	6	12	9	6

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_2 = 2s_1$. B. $s_1 = s_2$. C. $s_2 = \frac{3}{2}s_1$. D. $s_1 = \frac{3}{2}s_2$.

ĐỀ SỐ 18

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

- A. $(3; -1; 2)$. B. $(2; -1; 3)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(2; 1; 3)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2$. C. $x = -2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; -2)$ và $B(2; -2; -1)$. Phương trình đường thẳng AB là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-5} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -3]$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 5: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra cuối học kỳ II môn Toán của các bạn học sinh lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[65; 70)$	$[70; 75)$	$[75; 80)$	$[80; 85)$	$[85; 90)$
Số học sinh	2	3	15	20	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 25. B. 20. C. 30. D. 15.

Câu 6: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là

- A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$. B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$.
C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$. D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$.

Câu 7: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 2025 và chiều cao bằng 60 là

- A. 40500. B. 121500. C. 1965. D. 33,75.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 2. C. -5. D. -3.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 3$ là:

- A. $x = 2$. B. $x = 5$. C. $x = 14$. D. $x = 41$.

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = -2x^2 + 2x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ là:

- A. 1. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'}$

- A. $\sqrt{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. 1. D. 2.

Câu 12: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -1$ và $u_9 = 23$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:

- A. 10. B. 14. C. 11. D. 8.

ĐỀ SỐ 19

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có các số hạng $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

- A. 11. B. 12. C. 15. D. 25.

Câu 3: Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng

- A. 8. B. 2. C. 6. D. 4.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$.

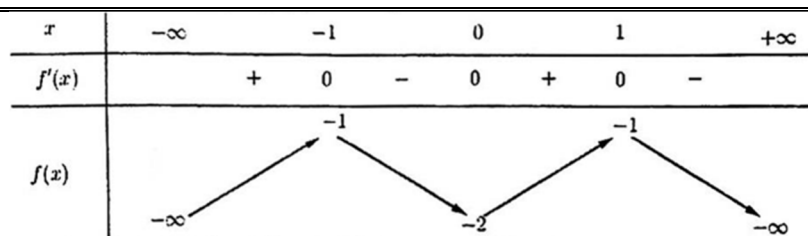
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$ là

- A. $x = \frac{11}{8}$. B. $x = \frac{1}{8}$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = \frac{8}{11}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;+\infty)$. C. $(-1;0)$. D. $(-\infty;1)$.

Câu 7: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

- A. 0.24. B. 0.26. C. 0.28. D. 0.22.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

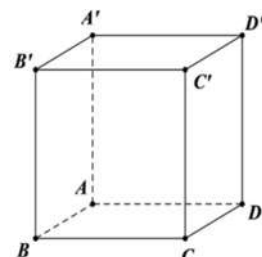
- A. $x = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $y = 0$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

- A. $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$. B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB'}$.
C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD'}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.



Câu 11: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là

- A. $(0; -2; 0)$. B. $(0; 0; 5)$. C. $(0; -2; 5)$. D. $(1; 0; 0)$.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; -2)$ và $B(2; -1; 0)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$. B. $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (3; 0; -2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 2)$.

ĐỀ SỐ 20

Câu 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1; 4,5)	[4,5; 8)	[8; 11,5)	[11,5; 15)	[15; 18,5)
Số người dự thi	1	10	12	17	16

Độ lệch chuẩn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 4,29. B. 4,02. C. 3,89. D. 3,93.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$. C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$. D. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{-x-1} \geq 3$ là

A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $(-\infty; -2]$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$			

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. B. -2. C. -1. D. 1.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 2$ là

A. $\sin x + C$. B. $\sin x - 2x + C$. C. $-\sin x + C$. D. $-\sin x - 2x + C$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 7}{x - 2}$ là

A. $y = x - 6$. B. $y = -x - 6$. C. $y = -x + 6$. D. $y = x + 6$.

Câu 8: Nếu $\int_{-3}^1 f(x) dx = -2$ thì $\int_{-3}^1 [2 - 5f(x)] dx$ bằng

A. 18. B. 6. C. 12. D. -4.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

A. 2. B. 4. C. 12. D. 6.

Câu 10: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về quãng đường chạy bộ (km) và số ngày chạy bộ như bảng sau:

Quãng đường chạy bộ (km)	[1,2; 2,2)	[2,2; 3,2)	[3,2; 4,2)	[4,2; 5,2)	[5,2; 6,2)
Số ngày chạy bộ	2	1	7	8	8

Khoảng tứ phân vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

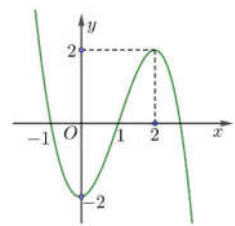
A. 0,88. B. 5,71. C. 0,81. D. 1,69.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 3; -2)$ trên trục Oz . Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có tọa độ là

A. $(1; 3; 0)$. B. $(0; 0; 2)$. C. $(-1; -3; 0)$. D. $(0; 0; -2)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$. B. $(2; +\infty)$.
C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.



ĐỀ SỐ 21

Câu 1: Bạn Hương muốn đặt mật khẩu điện thoại là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi bạn Hương có bao nhiêu cách để tạo mật khẩu?

- A. A_{10}^6 . B. C_{10}^6 . C. A_9^6 . D. C_9^6 .

Câu 2: Cho A là một biến cố bất kỳ và $\bar{A}$ là biến cố đối của biến cố A . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = 1 + P(\bar{A})$. B. $P(A) = P(\bar{A})$. C. $P(A) = 1 - P(\bar{A})$. D. $P(A) + P(\bar{A}) = 0$.

Câu 3: Thực hiện phép thử: Gieo một đồng xu liên tiếp 3 lần. Số phần tử của không gian mẫu là:

- A. 3. B. 8. C. 6. D. 4.

Câu 4: Cho cấp số cộng (a_n) có số hạng đầu $a_1 = 5$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ bảy của cấp số cộng đó là

- A. 20. B. 28. C. 23. D. 22.

Câu 5: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $f(x) = \cos x$. B. $f(x) = \tan x$. C. $f(x) = \cot x$. D. $f(x) = \sin x$.

Câu 6: Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Giá trị của $\log_a 1$ là

- A. 1. B. -1. C. a . D. 0.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên SB . Phát biểu nào sau đây là đúng:

- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp CD$. C. $AM \perp AB$. D. $AM \perp SC$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x - 3}{x + 2}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. Đường thẳng $y = -1$. B. Đường thẳng $y = -x + 6$.
C. Đường thẳng $x = -2$. D. Đường thẳng $y = -x$.

Câu 10: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là

- A. $2xe^{2x} + C$ với C là hằng số. B. $e^{2x} + C$ với C là hằng số.

C. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$ với C là hằng số.

D. $2e^{2x} + C$ với C là hằng số.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;3;-5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;-6;8)$ là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z+5}{8}$.

B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-5}{-8}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-6} = \frac{z-5}{8}$.

D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{6} = \frac{z+5}{-8}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;2)$, $N(2;-3;0)$ và $P(2;3;2)$. Chu vi của tam giác MNP là

A. $\sqrt{10} + \sqrt{14} + \sqrt{40}$.

B. $\sqrt{5} + \sqrt{13} + \sqrt{17}$.

C. 64.

D. $\sqrt{20} + \sqrt{22} + \sqrt{24}$.

ĐỀ SỐ 22

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z = 0$ có phương trình là:

A. $3x + 2y = 0$.

B. $4y - 3z = 0$.

C. $4y + 3z = 0$.

D. $3x + 4y - 1 = 0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0); B(0;-2;0); C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$.

B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$.

C. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$.

D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 2025)^2(x - 2024), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đạt cực trị tại:

A. $x = -2024$.

B. $x = 2025$.

C. $x = -2025$.

D. $x = 2024$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết

$$\int_a^b f(x)dx = -5 \text{ và } \int_b^c f(x)dx = 10 \text{ thì giá trị của } \int_a^c f(x)dx \text{ bằng bao nhiêu?}$$

A. 5.

B. -5.

C. 15.

D. -15.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên trục Ox, Oy, Oz tương ứng và vectơ $\vec{a} = (1;0;1)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

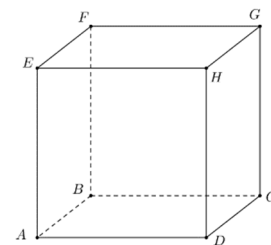
B. $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$.

C. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$.

D. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$.
 D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$.



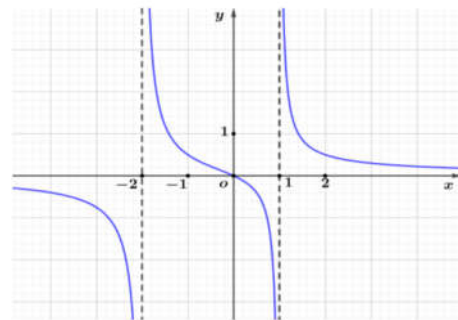
Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{2024} = 5, u_{2025} = 25$. Tính công bội của cấp số nhân

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = 1$ và $y = -2$. B. $x = 1$ và $x = -2$.
 C. $y = 0$. D. $x = 0$.



Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -4$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026 \sin x$

- A. $\int 2026 \sin x dx = -2026 \cos x + C$ B. $\int 2026 \sin x dx = \sin 1013x + C$
 C. $\int 2026 \sin x dx = 1013 \sin^2 x + C$ D. $\int 2026 \sin x dx = 2026 \cos x + C$

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	...	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

- A. $s^2 = \frac{1}{n} [n_1 (c_1 - \bar{x}) + n_2 (c_2 - \bar{x}) + \dots + n_k (c_k - \bar{x})]$.
 B. $s^2 = \frac{1}{n} [n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2]$.
 C. $s^2 = \frac{1}{n^2} [n_1 (c_1 - \bar{x})^2 + n_2 (c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k (c_k - \bar{x})^2]$.
 D. $s^2 = \frac{1}{n^2} [n_1 (c_1 - \bar{x}) + n_2 (c_2 - \bar{x}) + \dots + n_k (c_k - \bar{x})]$.

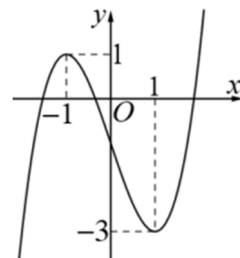
ĐỀ SỐ 23

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $SB \perp (SAB)$. B. $BC \perp (SAB)$.
C. $AC \perp (SAB)$. D. $SC \perp (SAB)$.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là

- A. $x = 1$. B. $N(-1; 1)$.
C. $M(1; -3)$. D. $x = -1$.



Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; -3; 1)$, $B(1; 3; -4)$ và $C(3; -3; 6)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $(2; -1; 1)$. B. $(-6; 3; -3)$. C. $(6; -3; 3)$. D. $(-2; 1; -1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(5; -3; 1)$. B. $N(2; -1; -3)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-3; 1; -7)$.

Câu 4: Giải bất phương trình $\log_2(3x-1) < 3$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = 3$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = \frac{5}{3}$. D. $S = \frac{1}{3}$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + 3$ là

- A. $2x^2 + C$. B. $2x^2 + 3x + C$. C. $4x^2 + C$. D. $4x^2 + 3x + C$.

Câu 6: Một cửa hàng quần áo khảo sát một số khách hàng xem họ dự định mua quần áo cho trẻ em với mức giá nào (đơn vị: nghìn đồng). Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$	$[150; 180)$	$[180; 210)$
Số khách hàng	20	75	48	25	12

Khoảng $[a; b)$, $(a, b \in \mathbb{R})$ chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Tính tổng $a + b$ được kết quả là

- A. 210. B. 150. C. 45. D. 30.

Câu 7: Có bao nhiêu nghiệm nguyên trong đoạn $[-5; 5]$ của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \leq 2$.

- A. 3. B. 8. C. 10. D. 9.

Câu 8: Cho khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h . Thể tích của khối chóp được tính bởi công thức

- A.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq 2$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$	-1	2	7	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	-9	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A.** $(-1; 7)$. **B.** $(2; 7)$. **C.** $(-1; 7) \setminus \{2\}$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 10: Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{-3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-5}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

- A.** $\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = 2 - t \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = -2 - t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + 5t \end{cases}$.

Câu 11: Một trường học tổ chức trải nghiệm cho học sinh bằng cách tổ chức các trò chơi, trong đó có trò chơi sử dụng đồng xu để xếp thành một kim tự tháp. Yêu cầu mỗi nhóm học sinh sử dụng 253 đồng tiền xu để xếp một mô hình kim tự tháp. Biết rằng tầng dưới cùng có 58 đồng xu và cứ lên thêm một tầng thì số đồng xu giảm đi 7 đồng. Tập hợp số đồng xu ở mỗi tầng tạo thành

- A.** một cấp số nhân với số hạng đầu và công bội lần lượt là $u_1 = 58; q = 7$.
B. một cấp số cộng với số hạng đầu và công sai lần lượt là $u_1 = 58; d = -7$.
C. một cấp số cộng với số hạng đầu và công sai lần lượt là $u_1 = 58; d = 7$.
D. một cấp số nhân với số hạng đầu và công bội lần lượt là $u_1 = 58; q = -7$.

Câu 12: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3x^2, y = -2, x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A.** $S = \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$. **B.** $S = \int_0^1 (3x^2 - 2) dx$.
C. $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2)^2 dx$. **D.** $S = \pi \int_0^1 (3x^2 + 2) dx$.

ĐỀ SỐ 24

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 1 + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x + \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\sin x + C$. D. $\int f(x) dx = x - \sin x + C$.

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. B. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
 C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1 , M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1 :	Nhóm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
	Tần số	1	2	10	15	2

M_2 :	Nhóm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10]$
	Tần số	0	1	15	13	1

Gọi s_1^2 , s_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1 , M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $s_1^2 = 2s_2^2$. B. $s_1^2 = \frac{15}{8}s_2^2$. C. $s_1^2 = \frac{9}{5}s_2^2$. D. $3s_1^2 = s_2^2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Điểm nào thuộc d ?

- A. $M(1;2;3)$. B. $P(2;1;-1)$. C. $N(1;-2;3)$. D. $Q(2;1;1)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		-	-
$f(x)$	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x = -2$. B. $y = -1$. C. $x = -1$. D. $y = -2$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \geq 8$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(3; +\infty)$. C. $[-3; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình

mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. **B.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$. **D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BD ?

A. (SBC) . **B.** (SAB) . **C.** (SCD) . **D.** (SAC) .

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = \frac{2}{3}$. **C.** $x = \frac{3}{4}$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -8$ và $u_4 = 1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -2 . **C.** 2 . **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 12: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong như hình vẽ?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

ĐỀ SỐ 25

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

A. 11. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 2: Tất cả các nghiệm của phương trình $2\cos x - 1 = 0$ là

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **B.** $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. **D.** $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3: Hàm số $F(x) = 5^x + 2025$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x) = 5^x \ln 5 + 2025x$. **B.** $f(x) = 5^x \ln 5$.

C. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x$. **D.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 2025x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		1		-3		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x + 1}$ có đường tiệm cận xiên là

- A. $y = x + 3$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = -x + 1$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 10$. B. $q = \frac{-1}{4}$. C. $q = -4$. D. $q = -10$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 2)^2 = 9$. Điểm nào sau đây là tâm của mặt cầu (S) ?

- A. $I(1; 1; -2)$. B. $I(1; 0; -2)$. C. $I(-1; 1; 2)$. D. $I(-1; 0; 2)$.

Câu 10: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. $\frac{15}{4}$. C. 7. D. $\frac{23}{4}$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng với mọi giá trị α ?

- A. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$. B. $\sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$.
C. $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$. D. $\cos 2\alpha = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Câu 12: Mỗi ngày bác Hoa đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hoa trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	[2,5;3,0)	[3,0;3,5)	[3,5;4,0)	[4,0;4,5)	[4,5;5,0)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 0,9. B. 0,96. C. 0,97. D. 0,8.

ĐỀ SỐ 26

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-7) + 2 > 0$ là

- A. $(11; +\infty)$. B. $(7; 11)$. C. $(-\infty; 11)$. D. $[7; 11]$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Mặt phẳng đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

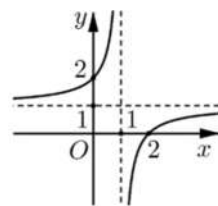
- A. $2x - 2y - z - 11 = 0$. B. $2x - 2y + z - 11 = 0$.
C. $2x - 2y + z + 1 = 0$. D. $-2x - 2y + z - 11 = 0$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\int f(x) dx = \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = \tan x + C$.
C. $\int f(x) dx = \cot x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.
B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.



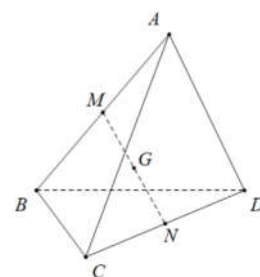
Câu 5: Cho hàm số $y = 2x - 1 - \frac{3}{x+2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. $y = -2x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = 2x + 1$. D. $y = -2x - 1$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, hai điểm M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, CD .

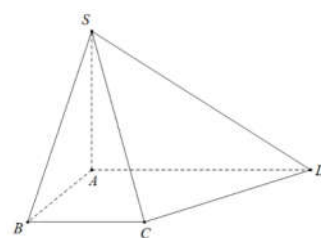
Điểm G là trung điểm của đoạn thẳng MN (hình vẽ bên). Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$.
C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.



Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy (hình vẽ). Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SCD) ?

- A. (SAD) . B. (SAB) .



C. (SAC) .D. (SBD) .

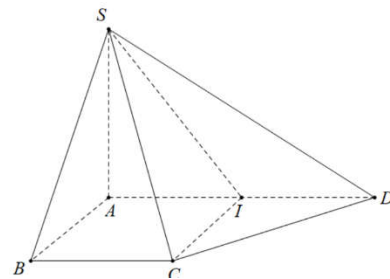
Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng đầu tiên u_1 bằng

A. 4.

B. 3.

C. 8.

D. 6.



Câu 9: Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1$ có các nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.C. $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_2 = (3; 4; -2)$.B. $\vec{u}_3 = (6; 8; 4)$.C. $\vec{u}_4 = (3; 4; 2)$.D. $\vec{u}_1 = (-9; 12; -6)$.

Câu 11: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình phẳng (H) là

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.B. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tự học bài ở nhà của học sinh khối 12 ở trường X, ta thu được bảng sau:

Thời gian (phút)	$[0; 30)$	$[30; 60)$	$[60; 90)$	$[90; 120)$	$[120; 150)$
Số học sinh	75	125	250	82	18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là

A. 874.

B. 875.

C. 873.

D. 872.

ĐỀ SỐ 27

Câu 1: Trọng lượng của 20 củ sắn trong một lô củ sắn được thu hoạch sau sáu năm trồng tại một cơ sở trồng sắn Lai Châu có bảng tần số ghép nhóm sau (đơn vị: gam):

Nhóm	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$
Tần số	3	7	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

A. 3,3.

B. 9,5.

C. 6,7.

D. 8,6.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(5; +\infty)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 2t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

- A. $P(-1; -3; 1)$. B. $N(-2; 2; 4)$. C. $M(1; 3; -1)$. D. $Q(-1; 1; 2)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và

$$F(3) = 5, F(1) = 1. \text{ Tính phân tích } \int_1^3 f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. -4 . B. 5 . C. 6 . D. 4 .

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-3; +\infty)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 5$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 10$. B. $q = \frac{-1}{4}$. C. $q = -4$. D. $q = -10$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vec tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC'}$ bằng

- A. 60° . B. 90° . C. 45° . D. 120° .

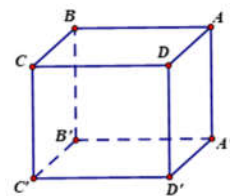
Câu 9: Đường cong là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{x+1}{x+2}$. B. $y = -x^3 - 6x + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình

$$(x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4 \text{ có bán kính bằng}$$

- A. 16 . B. 8 . C. 2 . D. 4 .



Câu 11: Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int 2025^x dx = \frac{2025^{x+1}}{x+1} + C$.
 B. $\int 2025^x dx = \frac{\ln 2025}{2025^x} + C$.
 C. $\int 2025^x dx = 2025^x \ln 2025 + C$.
 D. $\int 2025^x dx = \frac{2025^x}{\ln 2025} + C$.

Câu 12: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $6a$. Thể tích của khối chóp bằng:

- A. $18a^3$.
 B. $6a^3$.
 C. $9a^3$.
 D. $3a^3$.

ĐỀ SỐ 28

Câu 1: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 5t \end{cases}$. Vectơ nào

sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_3 = (2; 3; 5)$.
 B. $\vec{u}_2 = (1; -1; 5)$.
 C. $\vec{u}_4 = (1; -1; 0)$.
 D. $\vec{u}_1 = (2; -3; 5)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x > 2$ là

- A. $(10; +\infty)$.
 B. $(7; +\infty)$.
 C. $(32; +\infty)$.
 D. $(25; +\infty)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAD) ?

- A. BD .
 B. AC .
 C. AB .
 D. BC .

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 3$ và $u_4 = 7$. Công sai của cấp số cộng là

- A. 21.
 B. -4.
 C. 10.
 D. 4.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm tam giác ABC . Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\vec{GD} - \vec{GA} = \vec{AD}$.
 B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
 D. $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = 3\vec{DG}$.

Câu 6: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$, trục hoành, trục tung và $x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox .

- A. $\frac{1}{5}$.
 B. $\frac{\pi}{5}$.
 C. $\frac{\pi}{3}$.
 D. $\frac{1}{3}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$. Đường kính của (S) bằng

- A. 12.
 B. $\sqrt{6}$.
 C. 3.
 D. $2\sqrt{6}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-3; 1)$. C. $(-3; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\sin x + C$. B. $-\sin x + C$. C. $\cos x + C$. D. $-\cos x + C$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 11: Cho bảng thống kê chiều cao của học sinh lớp 12A và lớp 12B như sau:

Chiều cao	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$	$[175; 180)$	$[180; 185)$
12A	1	5	23	10	2	3	0
12B	0	0	35	6	1	0	2

Khoảng biến thiên chiều cao lớp 12A và 12B lần lượt là Δ_A , Δ_B . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\Delta_B = \Delta_A + 5$. B. $\Delta_A = \Delta_B + 5$. C. $\Delta_A < \Delta_B$. D. $\Delta_A = \Delta_B$.

Câu 12: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 1$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $y = 3$.

ĐỀ SỐ 29

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 9^x$ là

- A. $\frac{9^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{9^x}{\ln 9} + C$. C. $9^{x-1} + C$. D. $9^x \cdot \ln 9 + C$.

Câu 2: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quanh trục Ox . Khi đó V bằng

- A. $\pi \int_0^2 e^x dx$. B. $\int_0^2 |e^x| dx$. C. $\pi \int_0^2 e^{2x} dx$. D. $\int_0^2 e^x dx$.

Câu 3: Cho một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba lần lượt là Q_1 , Q_2 và Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

- A. $\Delta Q = Q_1 - Q_3$. B. $\Delta Q = Q_3 - Q_2$. C. $\Delta Q = Q_2 - Q_1$. D. $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt cầu có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$ là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 3)^2 = 16$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 16$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		4	2	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 1) = 3$ là

- A. 9. B. 7. C. 10. D. 8.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x - 1}{2} = \frac{y + 3}{-1} = \frac{z}{4}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}(2; -1; 4)$. B. $\vec{u}(2; 1; 4)$. C. $\vec{u}(1; -3; 0)$. D. $\vec{u}(-1; 3; 0)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào vuông góc với mặt phẳng (SAC) ?

- A. SB . B. BD . C. AB . D. CD .

Câu 9: Tập hợp các nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2} > \frac{4}{9}$ là

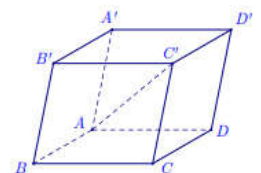
- A. $[0; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và $u_4 = 9$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 12. D. 27.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây đúng?

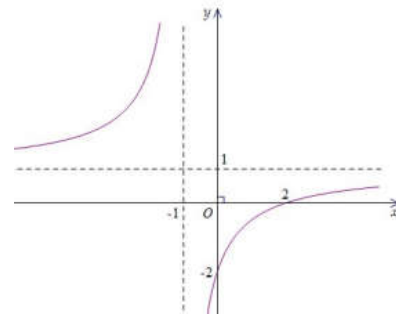
- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AD'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.



Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ (với $c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$) có đồ thị như

hình bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -1$. B. $x = -1$.
C. $y = 1$. D. $x = 1$.



ĐỀ SỐ 30

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $x^5 + x^3 + C$. B. $x^4 + x^2 + C$. C. $4x^3 + 2x + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 2: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này bằng

- A. 3. B. 2,5. C. 2. D. 1,5.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-1; 2; -3), R = 4$. B. $I(-1; 2; -3), R = 2$.
C. $I(1; -2; 3), R = 4$. D. $I(1; -2; 3), R = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			↗ 4		↘ -2		↗ $+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$. B. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.
C. $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. D. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 6 quả màu đỏ và 4 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy 3 quả màu xanh bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có $u_1 = -6; q = 2$. Khi đó u_3 bằng

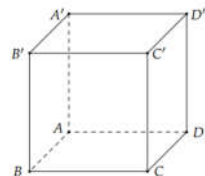
- A. -24 . B. 48 . C. -48 . D. 24 .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$. C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AA' vuông góc với đường thẳng

- A. AC . B. BB' . C. $A'D$. D. AD'



Câu 10: Bất phương trình $5^{x+2} < 25^x$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 4)$, $B(1; 0; -2)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{OA}$ và $\vec{BO}$ bằng

- A. 5 . B. -5 . C. 2 . D. -2 .

Câu 12: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$ và $\int_3^5 f(x)dx = 5$. Tích phân $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. $\int_1^5 f(x)dx = 7$. B. $\int_1^5 f(x)dx = 3$. C. $\int_1^5 f(x)dx = -3$. D. $\int_1^5 f(x)dx = -7$.

ĐỀ SỐ 31

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A.** $-\cot x + C$. **B.** $\cos x + C$. **C.** $-\cos x + C$. **D.** $\cot x + C$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm T_1, T_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

T_1	Nhóm	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$
	Tần số	3	4	8	6	4

T_2	Nhóm	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$
	Tần số	6	8	16	12	8

Gọi Δ_{1Q}, Δ_{2Q} lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm T_1, T_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

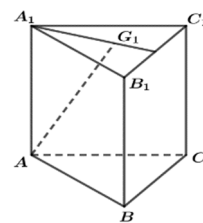
- A.** $2\Delta_{1Q} = \Delta_{2Q}$. **B.** $\Delta_{1Q} = 2\Delta_{2Q}$. **C.** $4\Delta_{1Q} = \Delta_{2Q}$. **D.** $\Delta_{1Q} = \Delta_{2Q}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $d = 2$. Tổng của 3 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là

- A.** 9. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$. Gọi G_1 là trọng tâm tam giác $A_1B_1C_1$. Khi đó:

- A.** $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AA_1} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **B.** $\overrightarrow{AG_1} = \overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.
C. $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. **D.** $\overrightarrow{AG_1} = \overrightarrow{AA_1} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.



Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; -3)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 5; -4)$ có phương trình là

- A.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{5} = \frac{z+3}{-4}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+4}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{-4}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-4}{-3}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 7]$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2, x = 7$ có diện tích là:

A. $S = \pi \int_2^7 f^2(x) dx$.

B. $S = \int_2^7 |f(x)| dx$.

C. $S = \pi \int_2^7 f^2(x) dx$.

D. $S = \left| \int_2^7 f(x) dx \right|$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	0	-1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$			2		1		$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $\max_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 2$. B. $\max_{[-1; 1]} f(x) = 2$. C. $\min_{[-1; 1]} f(x) = 1$. D. $\min_{(-\infty; +\infty)} f(x) = 1$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 4) = 3$ là

A. $x = \frac{10}{3}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{13}{3}$.

D. $x = 4$.

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 2 = 0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

A. $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 2)$.

D. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

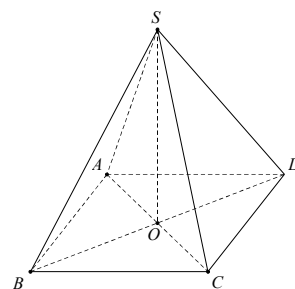
Câu 11: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $SO \perp AD$.

B. $SO \perp BD$.

C. $SO \perp CD$.

D. $SO \perp SD$.



Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x-5} \geq \frac{2}{3}$ là

A. $(3; +\infty)$.

B. $[3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(-\infty; 3]$.

ĐỀ SỐ 32

Câu 1: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\left(\int \frac{1}{x} dx\right)' = \ln|x| + C.$

B. $\left(\int \frac{1}{x} dx\right)' = \ln|x|.$

C. $\left(\int \frac{1}{x} dx\right)' = \frac{1}{x}.$

D. $\left(\int \frac{1}{x} dx\right)' = -\frac{1}{x^2}.$

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$ và công bội $q = 3$. Tổng năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân là

A. 122.

B. 121.

C. 75.

D. 81.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $(-\infty; +\infty).$

B. $(0; +\infty).$

C. $[0; +\infty).$

D. $[2; +\infty).$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$. Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $I(-2; 1; 1).$

B. $I(4; -2; -2).$

C. $I(-4; 2; 2).$

D. $I(2; -1; -1).$

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA'} = 0.$

B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BB'} = 0.$

C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB'} = 0.$

D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A'B'} = 0.$

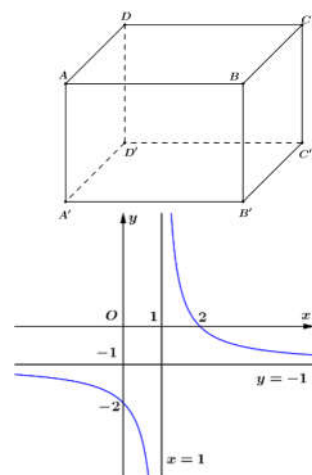
Câu 6: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y = \frac{x^2 - 4}{x + 1}.$

B. $y = \frac{-x + 2}{x - 1}.$

C. $y = x^3 - 3x^2.$

D. $y = x^2 - 2x - 3.$



Câu 7: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1	Nhóm	$[1; 3)$	$[3; 5)$	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$
	Tần số	6	12	10	8	4

M_2	Nhóm	$[1; 3)$	$[3; 5)$	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$
	Tần số	3	6	5	4	2

Gọi s_1^2, s_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào đúng?

A. $2s_1^2 = s_2^2.$

B. $s_1^2 = 2s_2^2.$

C. $s_1^2 = 4s_2^2.$

D. $s_1^2 = s_2^2.$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y'		2		4		

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;-1)$. D. $(0;1)$.

Câu 9: Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(AB)$.

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1}{7}$. C. $\frac{5}{12}$. D. $\frac{7}{12}$.

Câu 10: Cho $\int_0^2 f(x) dx = -1$ và $\int_2^5 f(x) dx = 3$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$.

- A. $\int_0^5 f(x) dx = 2$. B. $\int_0^5 f(x) dx = 4$. C. $\int_0^5 f(x) dx = -4$. D. $\int_0^5 f(x) dx = -2$.

Câu 11: Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $\log_2 a + 1$. C. $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-2;3)$ là

- A. $x + 2y - 3z + 12 = 0$. B. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.
C. $x + 2y - 3z - 12 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.

ĐỀ SỐ 33

Câu 1: Cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8$ và $u_3 = 14$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 6. B. 10. C. 2. D. 8.

Câu 2: Hàng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	$[15;18)$	$[18;21)$	$[21;24)$	$[24;27)$	$[27;30)$	$[30;33)$
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng là:

- A. 18. B. 21. C. 12. D. 15.

Câu 3: Trong không gian cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông với tâm là O , $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA, BD bằng độ dài đoạn thẳng nào sau đây?

- A. AB . B. AO . C. SD . D. SO .

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -2; 3)$ là:

- A. $x + 2y + 3z - 7 = 0$. B. $x + 2y + 3z - 15 = 0$.
C. $2x - 2y + 3z - 7 = 0$. D. $2x - 2y + 3z + 7 = 0$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sqrt{x+1}$. B. $y = \sqrt{x-1}$. C. $y = x^2 + 1$. D. $y = x^5 + 1$.

Câu 6: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là:

- A. $\cos x + C$. B. $-\sin x + C$. C. $\sin x + C$. D. $\sin x + \cos x + C$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm nào sau đây **không** thuộc mặt phẳng $x - 2y + z - 4 = 0$?

- A. $N(0; -2; 0)$. B. $M(1; 1; 1)$. C. $P(-1; -1; 1)$. D. $Q = (3; 0; 1)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 1; -2)$, $B(1; 3; 0)$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -2)$. B. $\overrightarrow{AB} = (0; 2; -1)$. C. $\overrightarrow{AB} = (2; 2; 2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (0; 4; -2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -4$	$\nearrow +\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số bằng:

- A. 6. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 10: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ là:

- A. $\int f(x) dx = 2 + \frac{2}{x} + C$. B. $\int f(x) dx = 2x - \ln x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2x - \frac{1}{x^2} + C$. D. $\int f(x) dx = 2x + \ln x + C$.

Câu 11: Phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ có tập nghiệm là

- A. $\{\sqrt{10}\}$. B. $\{-3; 3\}$. C. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$. D. $\{3\}$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(x+1) \leq 0$ là:

- A. $S = (-1; 0]$. B. $S = (-1; +\infty)$. C. $S = [-1; 0]$. D. $S = (-1; 0)$.

ĐỀ SỐ 34

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$ là

- A. $\frac{7^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{7^x}{\ln 7} + C$. C. $\frac{7^x}{x} + C$. D. $x \cdot 7^{x-1} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 1$ và $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_1^3 x^4 dx$. B. $\pi \int_1^3 x^2 dx$. C. $3 \int_1^3 x dx$. D. $\int_1^3 x^4 dx$.

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[25; 35)$	$[35; 45)$	$[45; 55)$	$[55; 65)$	$[65; 75)$	
Tần số	10	7	5	9	9	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 15,19. B. 15,16. C. 15,18. D. 15,17.

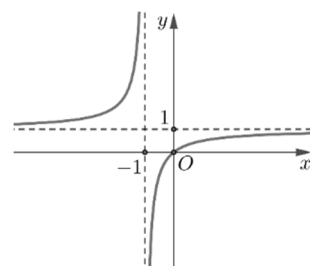
Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$ là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0; c \neq 0$) có đồ thị như hình. Tiệm

cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 1$. B. $y = -1$.
C. $x = 1$. D. $y = -1$.



Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

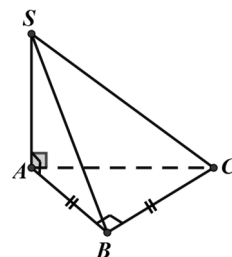
- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 2 = 0$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ

- A. $(1; 2; -1)$. B. $(0; 0; 2)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. a . C. $\frac{a}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.



Câu 9: Nghiệm phương trình $3^{x-2} = 81$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 6$. C. $x = 4$. D. $x = 9$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5$, $u_5 = 17$. Công sai d của cấp số cộng là

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 4$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{AA'}|$?

- A. $4\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{3}$.

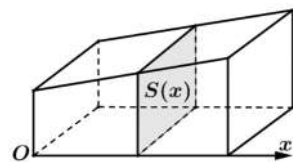
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

ĐỀ SỐ 35

Câu 1: Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$), ta được mặt cắt là hình vuông có cạnh là $\sqrt{9 - x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng

- A. 171π . B. 18π . C. 18. D. 171.



Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 3)$. C. $(1; 3)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 3: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3x3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 14,38. B. 3,63. C. 10,75. D. 1,75.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{4}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{5}\right)^{2-x}$ là

- A. $[3; +\infty)$. B. R . C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

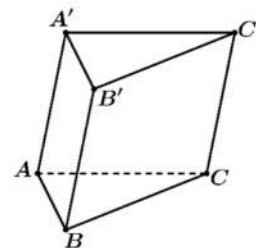
Câu 5: Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / 1 năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

- A. 4,026 triệu đồng. B. 50,7 triệu đồng. C. 14,026 triệu đồng. D. 3,5 triệu đồng.

Câu 6: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15 và khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6 (tham khảo hình vẽ).

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. 90. B. 60. C. 45. D. 30.



Câu 7: Cho hai biến cố A, B thỏa mãn $P(\overline{B}) = 0,2$; $P(A|B) = 0,5$; $P(A|\overline{B}) = 0,3$. Khi đó $P(A)$ bằng

- A. 0,34. B. 0,31. C. 0,46. D. 0,15.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

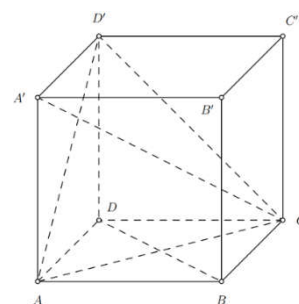
- A. $\int f(x)dx = e^x + C$. B. $\int f(x)dx = e^x + 2x^2 + C$.
C. $\int f(x)dx = e^x - x^2 + C$. D. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + C$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số cộng.

- A. $u_{10} = 28$. B. $u_{10} = -29$. C. $u_{10} = 25$. D. $u_{10} = -23^9$.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(ADD'A') \perp (ACC'A')$. B. $(ADD'A') \perp (BCCD')$
C. $(ADD'A') \perp (BDD'B')$. D. $(ADD'A') \perp (ABCD)$



Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{7}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(0;1;2)$.

B. $A(1;3;1)$.

C. $Q(3;2;0)$.

D. $N(5;1;-1)$.

ĐỀ SỐ 36

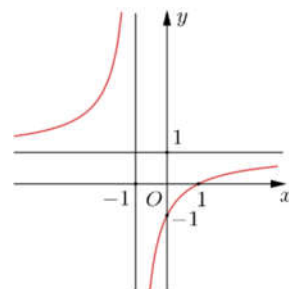
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $x + \frac{1}{x}$.

B. $-x^3 + 3x - 1$.

C. $x^3 - 1$.

D. $\frac{x-1}{x+1}$.



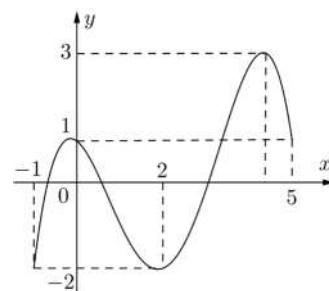
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. -1.



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy) có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 4: Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{3 - x^2}{2x^2 - 3x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$.

C. $y = \frac{x + 1}{2x + 1}$.

D. $y = \frac{2x + 1}{1 - x}$.

Câu 5: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$; $P(A | B) = 0,7$ và $P(A | \bar{B}) = 0,45$. Tính $P(B | A)$.

A. 0,65.

B. 0,25.

C. 0,5.

D. $\frac{56}{65}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			0		$+\infty$	
			$-\infty$		2	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; -2) \cup (-2; -1)$. B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-3; -1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(0; 4; -1)$ là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1$ là

A. $\vec{n} = (-3; -6; -2)$. B. $\vec{n} = (-2; -1; 3)$. C. $\vec{n} = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Câu 9: Cắt một vật thể bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại $x = 1$ và $x = 2$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 2$) cắt vật thể đó có diện tích $S(x) = 2026x$. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng trên.

A. $V = 1518\pi$. B. $V = 3039$.

C. $V = 3039\pi$.

D. $V = 3036$.

Câu 10: Tìm tất cả nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x|$

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln|x| + C$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x + C$

D. $F(x) = 1 - \ln|x| + C$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 8y + 10z - 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-5}{5}$$

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Câu 12: Cho hai biến cố độc lập A, B với $P(A) = 0,7$; $P(B) = 0,2$ Khi đó, $P(A|B)$ bằng

A. $0,3$.

B. $0,7$.

C. $0,8$.

D. $0,2$.

ĐỀ SỐ 37

Câu 1: Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = Bh$.

C. $V = 2Bh$.

D. $V = 3Bh$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu cho $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 3: Gieo ngẫu nhiên một con xúc sắc có 6 mặt, cân đối, đồng chất một lần. Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-2}$ là

A. $x = 3$.

B. $y = 2$.

C. $y = 3$.

D. $x = 2$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $3^{x-2} = 9$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 0$.

C. $x = 5$.

D. $x = 4$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Véc tơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng

A. $3\overrightarrow{AG}$.

B. $\overrightarrow{AG}$.

C. $3\overrightarrow{DG}$.

D. $2\overrightarrow{AG}$.

Câu 7: Một khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 4, 5, 6 có thể tích bằng

A. 120.

B. 60.

C. 40.

D. 20.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	-3	-2	1	3	
y'	+	0	-	0	+
y	9	20	-7	45	

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. -2.

B. 3.

C. 45.

D. 20.

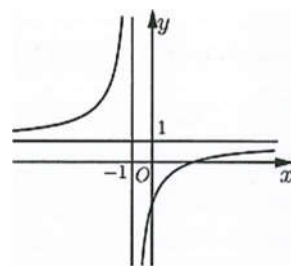
Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào ?

A. $y = \frac{2x-2}{2x+1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{x+1}$.



Câu 10: Thống kê điểm thi tốt nghiệp môn Toán THPT năm 2024 của lớp 12D tại một trường THPT thu được kết quả như sau:

Nhóm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Tần số	2	5	10	15	10	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên bằng

A. 13.

B. 6.

C. 7.

D. 10.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^2(x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

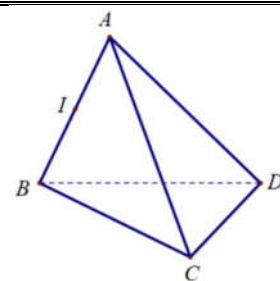
Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Véc tơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với véc tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{CD}$.

B. $\overrightarrow{AB}$.

C. $\overrightarrow{CI}$.

D. $\overrightarrow{BI}$.



ĐỀ SỐ 38

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(3; -1; 2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(2; -2; 4)$.

B. $(2; 0; 0)$.

C. $(1; -1; 2)$.

D. $(-2; 2; -4)$.

Câu 3: Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là

A. $\pi(e^2 - e - \frac{3}{2})$.

B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$.

C. $\pi(e^2 - e - \frac{5}{2})$.

D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Câu 4: Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

A. $\log_3(26a)$.

B. 9 .

C. 3 .

D. $3 - 2\log_3 a$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (2; -1; 3)$.

B. $\overrightarrow{u_1} = (4; 2; -6)$.

C. $\overrightarrow{u_3} = (-2; 1; 3)$.

D. $\overrightarrow{u_4} = (1; 0; 2)$.

Câu 6: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 2$.

D. $x = 2$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

D. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 5$.

Câu 8: Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

A. $V = 2\pi R^2 h$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

D. $V = \pi R^2 h$.

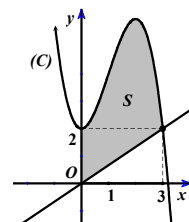
Câu 9: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S của hình phẳng được tô đen như trong hình.

A. $S = 10$.

B. $S = \frac{39}{4}$.

C. $S = \frac{41}{4}$.

D. $S = 13$.



Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -\frac{1}{2}$.

B. $q = -2$.

C. $q = -18$.

D. $q = -6$.

Câu 11: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6, 5; 7)$	$[7; 7, 5)$	$[7, 5; 8)$	$[8; 8, 5)$	$[8, 5; 9)$	$[9; 9, 5)$	$[9, 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616.

B. 0,785.

C. 0,78.

D. 0,609.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$.

B. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$.

C. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$.

D. $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

ĐỀ SỐ 39

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. -1

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	-4	-2	0	3	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	4		2		-1

A. $\min_{[-4;3]} f(x) = -1$ tại $x = 3$.

B. $\max_{[-4;3]} f(x) = 4$ tại $x = -4$.

C. $\max_{[-4;3]} f(x) = 2$ tại $x = 0$.

D. $\min_{[-4;3]} f(x) = -2$ tại $x = 2$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1-4x}{2x-1}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y = 2$.

B. $y = 4$.

C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số nào?

A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x - 2}{1 - 3x}$.

C. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 5: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong thời gian t . Tính vận tốc chất điểm đạt được tại thời điểm $t = 2$.

A. $\frac{21}{4}$.

B. $\frac{45}{4}$.

C. 9.

D. 12.

Câu 6: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 2 và thể tích bằng 8. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho là:

A. 12.

B. 16.

C. 4.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{mx - 9}{x - m}$. Tập giá trị của m để hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ là

A. $m < -3$.

B. $m > 3$.

C. $2 \leq m < 3$.

D. $-3 \leq m < 3$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-3)(x^4-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

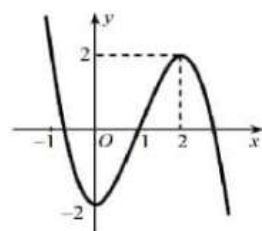
Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình sau. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

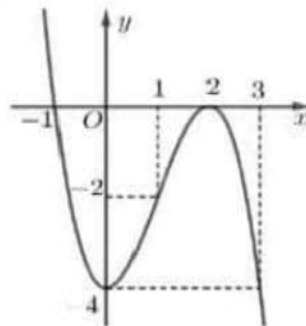
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Đặt

$h(x) = -5x + f(x)$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề được phát biểu dưới đây?

- A. $h(3) < h(2) = h(0)$. B. $h(2) < h(1) < h(3)$.
C. $h(3) < h(2) < h(1)$. D. $h(1) < h(2) < h(3)$.



Câu 11: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm

$$số y = \frac{\sqrt{9 - x^2} - 2}{x^2 - 5} \text{ là}$$

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 12: Một tổ học sinh gồm có 5 học sinh nữ và 7 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 2 học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{35}{66}$. D. $\frac{3}{55}$.

ĐỀ SỐ 40

Câu 1: Lớp 12A8 của trường THPT X có 41 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 41. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn để làm nhiệm vụ kiểm tra vở bài tập của các bạn trong lớp. Xác suất để 3 bạn được

chọn có số thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = 2a + b$.

- A. 573. B. 553. C. 613. D. 653.

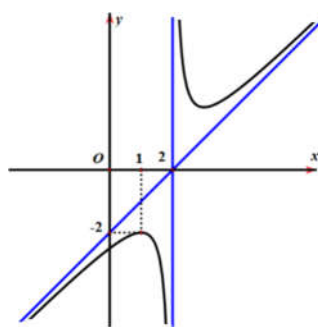
Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$.
C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.

Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $y = x - 2$. B. $y = 2x + 2$.
C. $y = 2x - 2$. D. $y = x + 2$.



Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

- A. 5. B. 6. C. 18. D. 8.

Câu 5: Phương trình $\tan x = -1$ có tất cả các nghiệm là

- A. $\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $-\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $-\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 6: Để chuẩn bị cho tiết học “Mạng xã hội: lợi và hại” (Hoạt động thực hành trải nghiệm môn Toán, lớp 10), giáo viên đã khảo sát thời gian sử dụng mạng xã hội trong một ngày của học sinh trong lớp 10A1 mình dạy và thu được mẫu số liệu như sau:

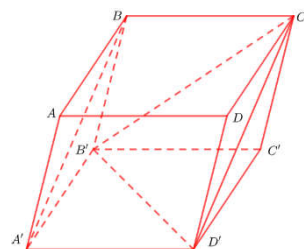
Thời gian sử dụng mạng xã hội (phút)	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	10	15	7	5	3

Thời gian trung bình (phút) sử dụng mạng xã hội của học sinh lớp 10A1 xấp xỉ bằng

- A. 35. B. 36,3. C. 33,6. D. 30,5.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

- A. $(BDA') // (B'D'C)$. B. $(ABA') // (B'D'C)$.
C. $(ADD'A') // (BCC'B')$. D. $(ABCD) // (A'B'C'D')$.



Câu 8: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2		1		$-\infty$

- A. 1. B. -2. C. 2. D. -1.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

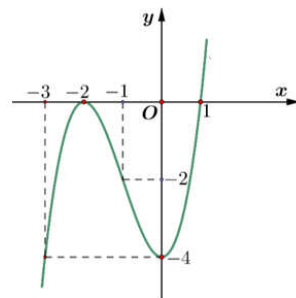
- A. 10. B. 9. C. 8. D. 7.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5;2;3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{34}$. B. $2\sqrt{38}$. C. $2\sqrt{34}$. D. $\sqrt{38}$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty;0)$. B. $(-2;0)$.
C. $(-4;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.



Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,21)^x < 1$ là

- A. $(-\infty;0]$. B. $[0;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(0;+\infty)$.

ĐỀ SỐ 41

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1;1)$. B. $(0;1)$. C. $(-2;-1)$. D. $(1;2)$.

Câu 2: Cho $\int \left(x^2 - \frac{2}{x}\right) dx = F(x) + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F'(1) = 1$. B. $F'(1) = \frac{1}{3}$. C. $F'(1) = 3$. D. $F'(1) = -1$.

Câu 3: Số nghiệm của phương trình $\log_7(x^2 - 2x) = \log_7(3x - 6)$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 4: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_2 + u_9 = 15$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

- A. 150. B. 75. C. 120. D. 90.

Câu 5: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}a^2}{4}$, biết thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$ bằng $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho là

- A. $2a$. B. a . C. $\sqrt{3}a$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): (m+1)x + (m-1)y + 6z - 4 = 0$ và $(\beta): 2x + y + 3z - 3 = 0$. Giá trị của m để hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau bằng

- A. $m = 2$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Câu 7: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của AD . Góc nào sau đây là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[B, AD, S]$?

- A. $\widehat{SAB}$. B. $\widehat{SDB}$. C. $\widehat{SMO}$. D. $\widehat{SMB}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} < \left(\frac{1}{4}\right)^x$ là

- A. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $(0; +\infty) \setminus \{1\}$. C. $(-\infty; 0)$. D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$; $y = x$ và hai đường thẳng $x = 2$; $x = 3$ bằng $a \ln 2 + b$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 3.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ và $d: \begin{cases} x = 6 - t' \\ y = 1 - t' \\ z = 3 + 2t' \end{cases}$. Tọa độ giao

điểm của hai đường thẳng Δ và d là

- A. $I(4; -1; 7)$. B. $H(3; 2; 5)$. C. $K(6; 1; 3)$. D. $J(3; -1; -2)$.

Câu 11: Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

- A. 4,7. B. 4,6. C. 1,9. D. 4,8.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oxy) , K là điểm đối xứng với M qua trục Oz . Tính HK .

- A. 8. B. 5. C. $\sqrt{65}$. D. $2\sqrt{15}$.

ĐỀ SỐ 42

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1 + 3x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

- A. $\int_0^1 (1 + 3x) dx$ B. $\int_0^1 \sqrt{1 + 3x} dx$. C. $\pi \int_0^1 \sqrt{1 + 3x} dx$. D. $\pi \int_0^1 (1 + 3x) dx$.

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

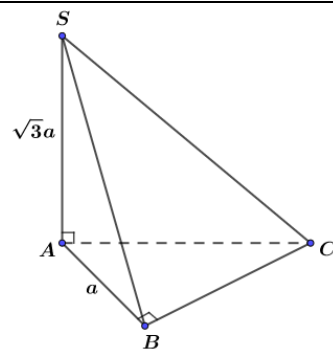
- A. 7. B. 7,6. C. 8. D. 8,6.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B ,

$AB = a, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (hình vẽ).

Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 90° . B. 60° .
C. 30° . D. 45° .



Câu 5: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ bằng

- A. -4 . B. -3 . C. -6 . D. 0 .

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$ và điểm $B(3; -6; 1)$. Véc tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc tơ nào dưới đây?

- A. $\vec{a} = (1; 2; 1)$. B. $\vec{b} = (-1; 2; 1)$. C. $\vec{c} = (1; 2; -1)$. D. $\vec{d} = (-1; 1; 2)$.

Câu 8: Cho $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số có nguyên hàm trên khoảng D và số thực $k \in \mathbb{R}$. Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- A. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.
B. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.
C. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.
D. $\int 3f(x) dx = 3 \int f(x) dx$.

Câu 9: Biết $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + 2} dx = \frac{1}{2} \ln \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S = 2a + b$.

- A. $S = 8$. B. $S = 6$. C. $S = 7$. D. $S = 9$.

Câu 10: Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại một ngày của học sinh lớp 12A thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100]$
Số học sinh	2	5	7	19	9

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng nào dưới đây??

- A. $(22; 24)$. B. $(20; 22)$. C. $(18; 20)$. D. $(24; 26)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, bán kính của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 6z + 3 = 0$ bằng

A. $\sqrt{41}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 41.

D. 8.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(7; -4; -2)$, $B(-9; -9; 7)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-16; -5; 9)$.

B. $(-2; -13; 5)$.

C. $(16; 5; -9)$.

D. $\left(-1; -\frac{13}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

ĐỀ SỐ 43

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

B. $2^x \ln 2 + C$.

C. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$.

D. $\frac{2^x}{\ln x} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox có thể tích là:

A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$.

B. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

C. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$.

D. $\int_0^1 x^6 dx$.

Câu 3: Mỗi ngày bác Minh đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Minh trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 3,39

B. 0,23.

C. 0,13.

D. 0,36.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $A(-1; -2; 0)$.

B. $B(2; 1; -2)$.

C. $C(1; -2; 0)$.

D. $D(1; 2; 0)$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+4}$ là

A. $x = -\frac{1}{4}$.

B. $y = -4$

C. $y = 4$.

D. $y = 2$.

Câu 6: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là:

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{8}{15}$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB .

A. $2x - 3y - z - 20 = 0$.

B. $3x - y + 3z - 25 = 0$.

C. $2x - 3y - z + 8 = 0$.

D. $3x - y + 3z - 13 = 0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SB \perp BC$. Mệnh đề nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SB \perp (ABCD)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 9: Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = 3$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = 1$.

Câu 10: Cho cấp số cộng có năm số hạng là $-4; -1; 2; 5; 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

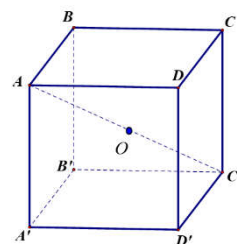
A. $\frac{1}{4}$.

B. 3.

C. -2 .

D. -3 .

Câu 11: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$; lấy O là trung điểm AC' như hình. Biết rằng $\overrightarrow{OC'} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + p\overrightarrow{AA'}$ với m, n, p là số thực. Khi đó tổng $m + n + 4p$ bằng



- A. $m + n + 4p = 3$. B. $m + n + 4p = 2$. C. $m + n + 4p = \frac{5}{2}$. D. $m + n + 4p = 6$.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

ĐỀ SỐ 44

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) (hình vẽ).

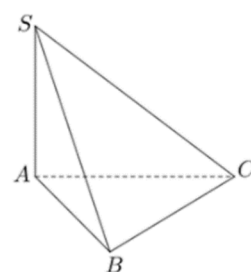
Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $SA \perp SB$.

B. $SA \perp AB$.

C. $SA \perp BC$.

D. $SA \perp AC$.



Câu 2: Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của một lớp học thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	7	11	15	6	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. 100.

B. 42.

C. 15.

D. 50.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5$ là

A. $\frac{x^6}{6} + C$.

B. $5x^4 + C$.

C. $\frac{x^6}{5} + C$.

D. $\frac{x^4}{4} + C$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có một nguyên hàm trên $[a; b]$ là hàm số $F(x)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $\int_a^b f(x)dx = f(b) - f(a).$

B. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

C. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

D. $\int_a^b f(x)dx = f(a) - f(b).$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = -2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là

A. $\vec{u} = (2; 3; -4).$

B. $\vec{u} = (2; 3; 4).$

C. $\vec{u} = (2; -3; 4).$

D. $\vec{u} = (-2; -3; 4).$

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Số hạng u_4 bằng

A. $-18.$

B. $18.$

C. $54.$

D. $-54.$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ có tọa độ là

A. $(1; 1; 1).$

B. $(-1; 1; -1).$

C. $(1; 2; 3).$

D. $(-1; 2; -3).$

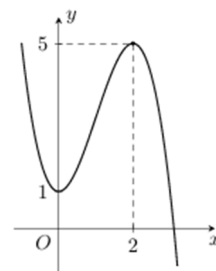
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2).$

B. $(0; +\infty).$

C. $(-\infty; 0).$

D. $(0; 2).$



Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		-	+
y	-3	$+\infty$	$-\infty$	2

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = 2.$

B. $x = 1.$

C. $y = -3.$

D. $y = 2.$

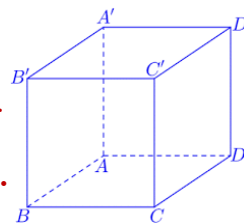
Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'B}.$

B. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'C'}.$

C. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D}.$

D. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}.$



Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = -3$ là

A. $x = -8.$

B. $x = 8.$

C. $x = \frac{1}{8}.$

D. $x = \frac{1}{6}.$

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 9$ là

- A.** $S = (-\infty; -2)$. **B.** $S = (-2; +\infty)$. **C.** $S = (-\infty; 3)$. **D.** $S = (3; +\infty)$.

ĐỀ SỐ 45

Câu 1: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A.** 7. **B.** 7,6. **C.** 8,6. **D.** 8.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua điểm

$M(1; -2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ là

- A.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 - \sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $M = 2; m = 1$. **B.** $M = 1; m = -1$. **C.** $M = 3; m = 0$. **D.** $M = 3; m = 1$.

Câu 4: Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ và $F(0) = 5$. Khi đó, hàm số $F(x)$ là

- A.** $F(x) = 3x^3 + 5$. **B.** $F(x) = x^3 - 5$. **C.** $F(x) = x^3 + 5$. **D.** $F(x) = 6x + 5$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và có bảng biến thiên như hình

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A.** $x = 2$. **B.** $y = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = -\frac{1}{2}$. **D.** $y = 2$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A. $q = 5$. B. $q = \frac{3}{2}$. C. $q = \frac{2}{3}$. D. $q = 3$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2; 3]$ và có bảng xét dấu như sau:

x	-2	0	1	3	
$f'(x)$	+		-	0	+

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 8: Phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{1}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2; 3)$?

- A. $x - 2y - 3z + 6 = 0$. B. $x - 2y + 3z - 12 = 0$.
 C. $x - 2y - 3z - 6 = 0$. D. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2} \right)$. B. $\left[1; \frac{3}{2} \right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty \right)$. D. $\left[1; \frac{3}{2} \right)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$, $f(0) = 1$ và $\int_0^2 f'(x) dx = -3$. Tính $f(2)$?

- A. $f(2) = -4$. B. $f(2) = -2$. C. $f(2) = 4$. D. $f(2) = -3$

Câu 12: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. -1. D. $\frac{5}{2}$.

ĐỀ SỐ 46

Câu 1: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường(km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm nào sau đây?

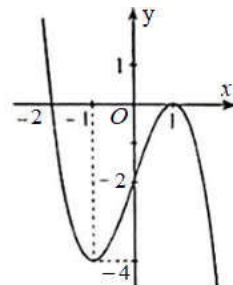
- A. $[3, 0; 3, 3)$. B. $[2, 7; 3, 0)$. C. $[3, 6; 3, 9)$. D. $[3, 3; 3, 6)$.

Câu 2: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 7$. Giá trị của $\int_0^1 3f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. 21. C. $\frac{3}{7}$. D. 7.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ và có đồ thị như hình. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(-4; 0)$. D. $(-\infty; -1)$.



Câu 4: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 7$ là

- A. $x = 1 + \log_5 7$. B. $x = 1 - \log_5 7$. C. $x = -1 + \log_5 7$. D. $x = \frac{1}{\log_5 7}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là?

- A. $\vec{u}_4 = (-3; 2; -1)$. B. $\vec{u}_1 = (3; 2; -1)$. C. $\vec{u}_2 = (0; -1; 5)$. D. $\vec{u}_3 = (0; 1; -5)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x + 1 = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{ex + f}$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	2	5	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 0)$ và có bán kính $R = 3$ có phương trình là?

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có G là trọng tâm của tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{SG} = 2(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$. B. $\vec{SG} = 3(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$.
C. $\vec{SG} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$. D. $\vec{SG} = \frac{1}{2}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+2) \geq 2$ là

- A. $(-\infty; 7]$. B. $(6; +\infty)$. C. $[6; +\infty)$. D. $[7; +\infty)$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 9$, $u_6 = 15$. Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. 6. C. $\frac{3}{5}$. D. -6.

Câu 12: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$ là

- A. $\frac{x \cdot 2025^{x-1}}{\ln 2025} + C$. B. $\frac{2025^x}{\ln 2025} + C$. C. $x \cdot 2025^{x-1} + C$. D. $\frac{2025^{x+1}}{x+1} + C$.

ĐỀ SỐ 47

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $x^5 + x^3 + C$. B. $x^4 + x^2 + C$. C. $4x^3 + 2x + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 2: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này bằng

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

- A. 3. B. 2,5. C. 2. D. 1,5.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

- A. $I(-1; 2; -3); R = 4$. B. $I(-1; 2; -3); R = 2$.
C. $I(1; -2; 3); R = 4$. D. $I(1; -2; 3); R = 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 4)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 3)$.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$. B. $\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.

C. $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$.

D. $\sin(a-b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{30}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân có $u_1 = -6$, $q = 2$ khi đó u_3 bằng

A. -24 .

B. 48 .

C. -48 .

D. 24 .

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

A. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$.

B. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

C. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AA' vuông góc với đường thẳng

A. AC .

B. BB' .

C. $A'D$.

D. AD' .

Câu 10: Bất phương trình $5^{x+2} < 25^x$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -1; 4)$, $B(1; 0; -2)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{OA}$ và $\vec{BO}$ bằng

A. 5 .

B. -5 .

C. 2 .

D. -2 .

Câu 12: Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$ và $\int_3^5 f(x) dx = 5$. Tích phân $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. $\int_1^5 f(x) dx = 7$.

B. $\int_1^5 f(x) dx = 3$.

C. $\int_1^5 f(x) dx = -3$.

D. $\int_1^5 f(x) dx = -7$.

ĐỀ SỐ 48

Câu 1: Đạo hàm của hàm số $y = 4^{3-2x}$ là

A. $y' = 4^{3-2x} \cdot \ln 4$.

B. $y' = 2 \cdot 4^{3-2x} \cdot \ln 4$.

C. $y' = -2 \cdot 4^{3-2x}$.

D. $y' = -4 \cdot 4^{3-2x} \cdot \ln 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > -1$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 0)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3a, BC = a$. Cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $2a^3$. B. $6a^3$. C. a^3 . D. $12a^3$.

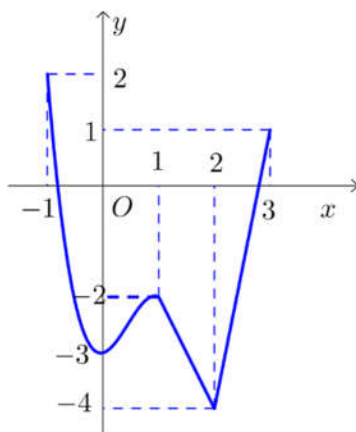
Câu 5: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- A. $A(2; 1; 0)$. B. $A(0; 2; 1)$. C. $A(0; 1; 1)$. D. $A(1; 1; 1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- A. -2 . B. -6 . C. -5 . D. 2 .

Câu 8: Cho A và B là hai biến cố độc lập. Biết xác suất của biến cố A là $0,4$; xác suất của biến cố B là $0,3$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

- A. $0,12$. B. $0,58$. C. $0,7$. D. $0,82$.

Câu 9: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x - 2}$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 2$. C. $y = -\frac{1}{2}$. D. $y = 2$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$	-3	2	3	4	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

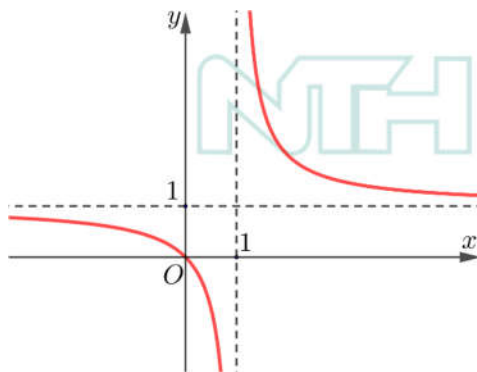
Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B , $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. B. $\frac{\sqrt{5}a}{5}$. C. $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ sau



- A. $y = \frac{x}{x+1}$. B. $y = -\frac{x}{x-1}$. C. $y = -\frac{x}{x+1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

ĐỀ SỐ 49

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 4z = 0$ có phương trình là

- A. $3x + 2y = 0$. B. $4y - 3z = 0$. C. $4y + 3z = 0$. D. $3x + 4y - 1 = 0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0); B(0;-2;0); C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$.
C. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x + 2025)^2(x - 2024), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đạt cực trị tại

- A.** $x = -2024$. **B.** $x = 2025$. **C.** $x = -2025$. **D.** $x = 2024$.

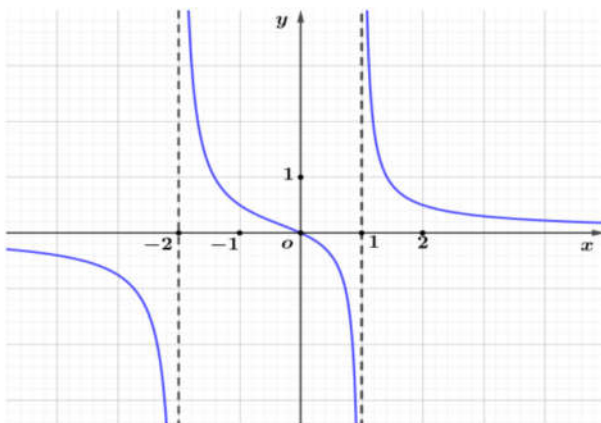
Câu 4: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{2024} = 5, u_{2025} = 25$. Tính công bội của cấp số nhân.

- A.** 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

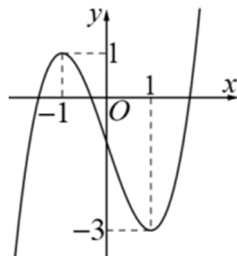
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $y = 1$ và $y = -2$. **B.** $x = 1$ và $x = -2$.
C. $y = 0$. **D.** $x = 0$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là



- A.** $x = 1$. **B.** $N(-1;1)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $x = -1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết

$$\int_a^b f(x) dx = -5 \text{ và } \int_b^c f(x) dx = 10 \text{ thì giá trị của } \int_a^c f(x) dx \text{ bằng bao nhiêu?}$$

A. 5.

B. -5.

C. 15.

D. -15.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên trục Ox, Oy, Oz tương ứng và vectơ $\vec{a} = (1; 0; 1)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

B. $\vec{a} = \vec{j} + \vec{k}$.

C. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$.

D. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$.

Câu 10: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026 \sin x$.

A. $\int 2026 \sin x dx = -2026 \cos x + C$.

B. $\int 2026 \sin x dx = \sin 1013x + C$.

C. $\int 2026 \sin x dx = 1013 \sin^2 x + C$.

D. $\int 2026 \sin x dx = 2026 \cos x + C$.

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây:

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	...	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2 = \frac{1}{n} [n_1(c_1 - \bar{x}) + n_2(c_2 - \bar{x}) + \dots + n_k(c_k - \bar{x})]$.

B. $s^2 = \frac{1}{n} [n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$.

C. $s^2 = \frac{1}{n^2} [n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_k(c_k - \bar{x})^2]$.

D. $s^2 = \frac{1}{n^2} [n_1(c_1 - \bar{x}) + n_2(c_2 - \bar{x}) + \dots + n_k(c_k - \bar{x})]$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $SB \perp (SAB)$.

B. $BC \perp (SAB)$.

C. $AC \perp (SAB)$.

D. $SC \perp (SAB)$.

ĐỀ SỐ 50

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^2} + 3^x$ là

A. $\frac{x^4}{4} - \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

B. $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln x} + C$.

C. $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

D. $3x^2 - \frac{2}{x^3} + 3^x \ln 3 + C$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới

hạn bởi đồ thị các đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b |f(x)|dx - \int_a^b |g(x)|dx$. B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)]dx$.
- C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \right|$. D. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh lớp 12A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 12B	0	6	8	14	12

Gọi S_A^2 , S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A, lớp 12B. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $S_A^2 > S_B^2$. B. $S_A^2 < S_B^2$. C. $S_A^2 = S_B^2$. D. $S_A^2 + S_B^2 = 1,66$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-2;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ có phương trình là

- A. $3x - 2y - z - 7 = 0$. B. $-2x + y - z + 7 = 0$.
- C. $-2x + y - z - 7 = 0$. D. $3x - 2y - z + 7 = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		+	+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

- A. $x=2$. B. $x=1$. C. $y=2$. D. $y=1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-5) > -3$ là

- A. $(5;130)$. B. $(-\infty;5)$. C. $(5;+\infty)$. D. $(130;+\infty)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

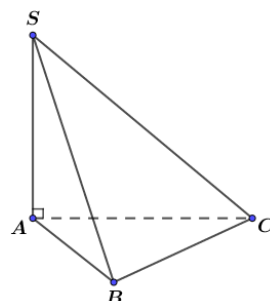
đây?

- A. $Q(2; 11; -1)$. B. $N(10; 5; 3)$. C. $C(1; 8; 2)$. D. $M(-1; -2; -4)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc mặt đáy (ABC) .

Góc tạo bởi SB và mặt phẳng đáy (ABC) là góc nào dưới đây?

- A. $\widehat{SCA}$. B. $\widehat{SBA}$.
C. $\widehat{SBC}$. D. $\widehat{SAB}$.



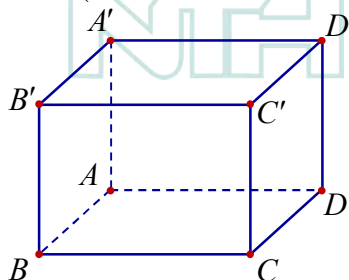
Câu 9: Nghiệm của phương trình $3^x = 15$ là

- A. $x = \log_{15} 3$. B. $x = 5$. C. $x = 3$. D. $x = \log_3 15$.

Câu 10: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Số hạng u_3 của cấp số nhân là

- A. 20. B. 5. C. 50. D. 100.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$. B. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$. C. $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{DD'}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Câu 12: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

Chúc các em ôn thi đạt kết quả tốt nhất!

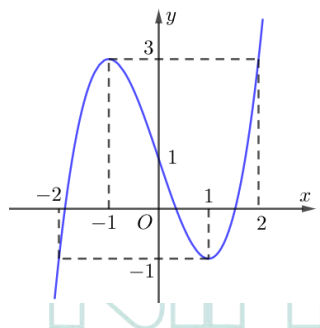
ThS. Nguyễn Tiến Hà

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 13 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Cho hàm số $f(x) = x^2 - 7x + 9\ln(x + 2) + 3$

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$.
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10.
- d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 cùng với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox , trục Oy tạo thành đa giác có diện tích bằng 44 (đvdt).

Câu 2: (Sở Hậu Giang) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2
- d) $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Câu 3: (Sở Hòa Bình Lần 1) Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x + 2)$ và $g(x) = \log_4(5x + 6)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$.
- d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 4: (Sở Hòa Bình Lần 2) Cho hàm số $f(x) = e^{2x} - 2x - 1$

- a) $f(0) = 0; f\left(\frac{1}{2}\right) = e - 2$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x - 2$.
- c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1; 2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ là $e - 2$.

Câu 5: (Chuyên KHTN Lần 2) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = x + 1$ làm tiệm cận xiên.

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Gọi A, B, C là giao điểm của đồ thị hàm số với các trục Ox, Oy . Diện tích tam giác ABC bằng 6.

d) Có đúng 2 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1} - m^2x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 6: (Sở Bình Phước Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$

a) Hàm số có đạo hàm $f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $\Delta: y = 2x - 3$.

c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(3; 3)$ làm tâm đối xứng.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$ cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại A, B . Khi đó diện tích của tam giác OAB lớn hơn 2.

Câu 7: (SGD Hưng Yên) Cho hàm số $f(x) = \sin x - e^x$.

a) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là -1 .

b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $x = 0$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - e^x; \forall x \in \mathbb{R}$.

d) $f(\pi) = 1 - e^\pi; f(0) = -2$.

Câu 8: (Sở Lai Châu Lần 1) Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}, f(\pi) = \pi$.

b) $f'(x) = 1 - \cos 2x$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ có tập nghiệm là $T = \left\{-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: (Sở Nghệ An Lần 2) Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong (C) . Đường thẳng d đi qua tâm đối xứng của (C) và cắt (C) tại hai điểm A và B (như hình vẽ).

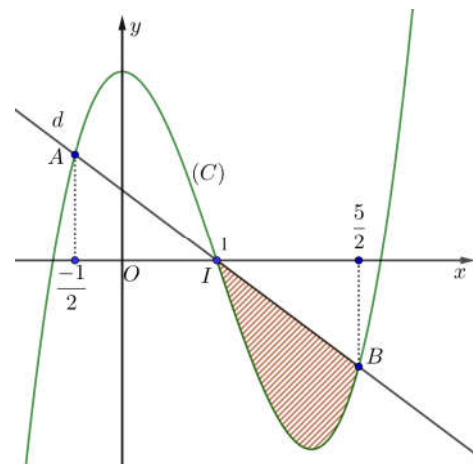
Biết điểm A có hoành độ bằng $-\frac{1}{2}$.

a) Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là $I(1; 0)$.

b) Điểm A có tung độ bằng 1.

c) Đường thẳng d có phương trình là $y = x - 1$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng d (phần gạch chéo) bằng 4.



Câu 10: (Sở Phú Thọ Lần 2) Cho hàm số $f(x) = 2\sin x + \sqrt{3}x$.

a) $f(0) = 0$, $f(\pi) = \sqrt{3}\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\cos x + \sqrt{3}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $x = \frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ bằng $1 + \frac{5\sqrt{3}\pi}{6}$.

Câu 11: (Sở Phú Thọ Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \ln x - \frac{x}{2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

b) $f(1) = -\frac{1}{2}$; $f(e) = -\frac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[1; e]$ là $x = 2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; e]$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 12: (Sở Phú Thọ Lần 1) Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 7}{x}$.

a) $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 5x - 7 \ln x + C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{x^2 + 7}{x^2}$.

- c) Biết $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \frac{m}{n} + m \ln n$, với $m, n \in \mathbb{N}^*$, $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m + 2025n = 4057$
- d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$ và $G(3) + G(-9) = 20$. Khi đó, $G(-6) = a \ln 2 + b \ln 3 + c$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Tổng $a + b + c = \frac{2}{3}$.

Câu 13: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Cho hàm số $y = x - 1 + \frac{9}{x + 2}$

- a) Tập xác định của hàm số là: $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
- b) Hàm số có đạo hàm là $y' = 1 - \frac{9}{(x + 2)^2}; \forall x \neq -2$
- c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$
- d) Hàm số có giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

Câu 14: (SGD Sóc Trăng) Cho hàm số $f(x) = 3^{x^3 - 3x + 1}$.

- a) $f(1) = 3$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (3x^2 - 3) \cdot 3^{x^3 - 3x + 1}$.
- c) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ lớn hơn 1.

Câu 15: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

- a) Hàm số có 2 điểm cực trị.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- c) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình $x = 1$.
- d) M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) . Tích khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị (C) bằng $\sqrt{2}$.

Câu 16: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Cho hàm số $f(x) = 2 \sin x + x$.

- a) $f(0) = 0; f(\pi) = \pi$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \cos x + 1$.
- c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là 6.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

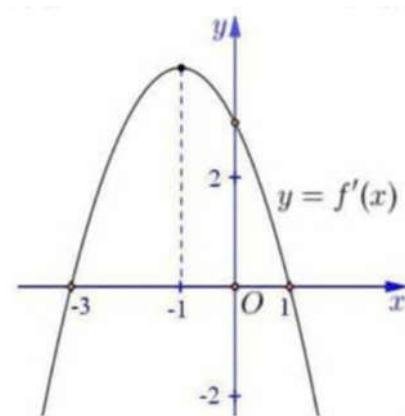
Câu 17: (Cụm Trường Hải Dương) Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$.

- a) $f\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{e+1}{e}; f(e^2) = 2 + e^2$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{x-1}{x}$.
- c) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1, e^2)$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[\frac{1}{e}, e^2\right]$ là -1.

Câu 18: (ĐGNL ĐHSP HN) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đạo hàm

$f'(x)$ có đồ thị như hình sau:

- a) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-1; 1)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại $x = -3$.
- d) Nếu $g(x) = f(1 - x^2)$ thì $g(2025) < g(2026)$.

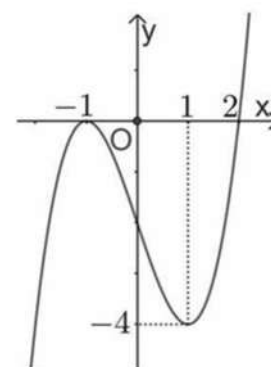


Câu 19: Xét phương trình $2 \sin 3x - 1 = 0$.

- a) Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{18}$.
- c) Phương trình có đúng 3 nghiệm trên $[0; \pi]$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; \pi]$ bằng 2π .

Câu 20: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng -4.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có đúng 2 tiệm cận đứng.



Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

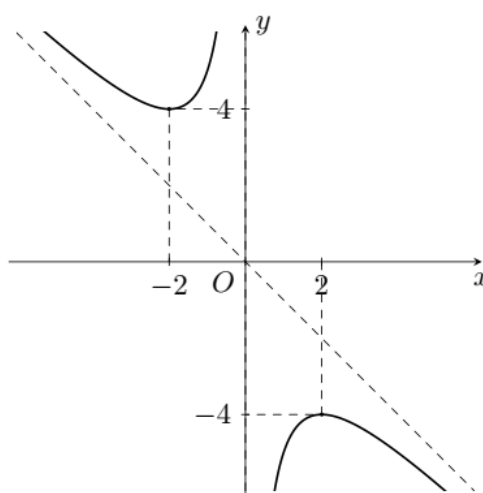
- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = 2f(x) + 2025x$ trên $[3; 2025]$ bằng 6083.

Câu 22: (Sở Thái Bình Lần 1) Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4}{x}$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
- c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		4		$-\infty$	-4	

- d) Đồ thị của hàm số đã cho là



Câu 23: (Sở Thái Nguyên) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 2}$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

- b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $I(2;1)$.
- c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.
- d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$.

Câu 24: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Cho hàm số $f(x) = 2\sin x + 1$.

- a) $f(0) = 1; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.
- b) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.
- c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\cos x + 1$.
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là -1 .

Câu 25: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Cho hàm số $y = f(x) = \log_3(5x - 3)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $M(2;7)$.
- c) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\left[\frac{6}{5}; \frac{12}{5}\right]$ là 12.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\left[\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Câu 26: (SGD Tuyên Quang) Cho hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$.

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x - \sin x$.
- b) Giả sử $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ khi đó $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ là bằng $a\sqrt{b}$, với a, b là các số nguyên dương. Khi đó $b - a = 2$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên khoảng $(0; 3\pi)$ bằng $\frac{15\pi}{4}$.

Câu 27: (Sở Yên Bái Lần 2) Cho hàm số $y = f(x) = \ln(4ex - x^2)$.

- a) $f(e) = 3$.

- b) Hàm số có tập xác định là $[0; 4e]$.
- c) Phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm $x = 2e$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3e]$ có dạng $a \ln 2 + b$ thì $a + b = 4$.

Câu 28: (THPT Thăng Long - HN) Cho hàm số $f(x) = 2x - \sin 2x$.

- a) Trên đoạn $[0; 2\pi]$ hàm số có 2 cực trị.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $f(2\pi)$.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f'(x)$ là -1 .
- d) $f'(x) = 2 - 2 \cos 2x$.

Câu 29: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + \cos^2 2x$.

- a) $f(\frac{\pi}{2}) = 1, f(0) = -1$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \cos 2x - 2 \sin 4x$.
- c) Trên đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$ phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm.
- d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$ bằng $\frac{9}{4}$.

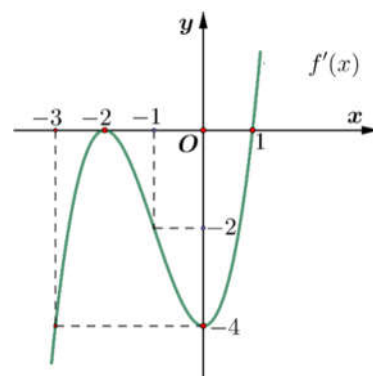
Câu 30: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Cho hàm số $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{3}) - x$.

- a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = \cos(x - \frac{\pi}{3})$.
- c) Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $f'(x) = 0$ là $x = -\frac{5\pi}{3}$.
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 31: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Cho hàm số $y = f(x)$

có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.



c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2025$ đồng biến trên khoảng $\left[-2; -\frac{3}{2}\right]$.

Câu 32: (Quốc Học Qui Nhơn) Cho hàm số $y = f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$.

a) $f(0) = 7$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

c) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

d) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x - 5)e^x$.

Câu 33: (Sở BRVT) Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x^2 - 4x + 10} - x$

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-4x+10}} - 1$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm là $x = 3$; $x = -1$.

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 1.

Câu 34: (Sở Đồng Nai Lần 1) Cho hàm số $f(x) = e^{-2x} + 2x - 1$.

a) $f(2) = 3 + e^{-4}$, $f(-1) = e^2 - 3$.

b) $f'(x) = -e^{-2x} + 2$.

c) $f(x) = 0$ có đúng một nghiệm trên đoạn $[-1; 2]$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $3 + e^4$.

Câu 35: (Sở Đồng Tháp) Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-2}{x+1}$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$, $\forall x \neq -1$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là $I(-1; 1)$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại tiếp điểm có hoành độ bằng -2 có phương trình là:
 $3x - y + 10 = 0$.

Câu 36: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 3x - 3)e^x$.

a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- b) Giá trị $f(0) = -3e$.
- c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

Câu 37: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 5x + 1)e^x$.

- a) Hàm số đã cho xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- b) Giá trị $f(0) = e$.
- c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- d) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Câu 38: (Sở Hải Dương) Cho hàm số $y = f(x) = (x^2 - 5x + 7)e^x$.

- a) $f(0) = 7$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2x - 5)e^x$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.
- d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là 7 và $3e$.
-

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 14 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Chuyên KHTN Lần 2) Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc 45 km/h . Cùng lúc, một đoàn tàu chạy song song với đường quốc lộ với vận tốc 60 km/h . Khi ô tô cách đuôi tàu 100 m thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi đạt đến tốc độ tối đa cho phép 90 km/h thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

- a) Giá trị của b bằng $12,5$.
- b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 s .
- c) Khoảng cách giữa ô tô và đuôi tàu sau 3 s là $51,25 \text{ m}$.
- d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75 \text{ s}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Hai phương tiện bay không người lái (drone) cùng xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam 60 m , về phía Đông 40 m và cách mặt đất 50 m , chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc 40 m , về phía Tây 20 m và cách mặt đất 30 m . Tại thời điểm đang xét thì:

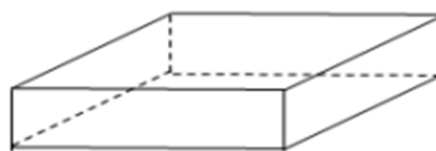
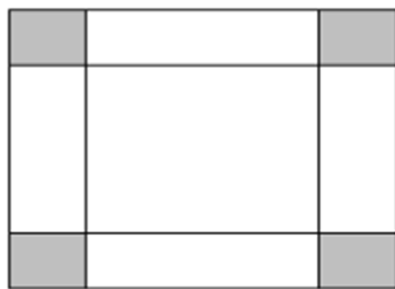
- a) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát $87,57 \text{ m}$.
- b) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $53,85 \text{ m}$.
- c) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là $118,32 \text{ m}$.
- d) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng $141,42 \text{ m}$.

Câu 3: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một nhóm kỹ sư đang thử nghiệm một loại khinh khí cầu sử dụng năng lượng mặt trời để bay lên không trung trong điều kiện không trọng lực tại một khu vực giả lập vũ trụ. Khinh khí cầu bắt đầu bay lên ở độ cao 50 m tại thời điểm $t = 0$. Sau khi kích hoạt hệ thống điều khiển, vận tốc bay lên của khinh khí cầu (tính theo mét/giây) được lập trình theo thời gian như sau:

$v(t) = -0,1t^3 + 0,8t^2 \text{ (m/s)}$. Gọi $h(t)$ là độ cao của khinh khí cầu (tính theo mét) ở thời điểm t .

- a) $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3}$, với $t \geq 0$.
- b) Khinh khí cầu tiếp tục bay lên trong khoảng thời gian 8 s .
- c) Độ cao nhất mà khinh khí cầu có thể bay lên được bằng $84,1 \text{ m}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)
- d) Khinh khí cầu đạt được vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t = 5,33 \text{ s}$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4: (Sở Hậu Giang) Một tấm nhôm hình vuông cạnh 240 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x \text{ (cm)}$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo x là $V = x(240 - 2x)^2$.

b) Khi $x = 20\text{cm}$ thì thể tích của khối hộp nhận được là $8(\text{m}^3)$.

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 60\text{cm}$.

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là 1024dm^3 .

Câu 5: (Sở Hậu Giang) Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t \text{ (m)}$.

c) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây .

Câu 6: (Sở Hòa Bình Lần 1) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5cm . Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$).

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần .

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40cm .

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua không vượt quá 90 cm .

Câu 7: (Sở Hòa Bình Lần 2) Một vật đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15\text{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc

$a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$.

a) Gọi $v(t)$ là vận tốc của vật ở thời điểm t thì $v(t)$ là một nguyên hàm của $a(t) = t^2 + 4t$.

b) $v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12$

c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3(s)$ là $21 (m / s)$.

d) Quãng đường vật đi được trong $4(s)$ đầu tiên kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là $124(m)$.

Câu 8: (Sở Hòa Bình Lần 1) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm . Tốc độ tăng trưởng chiều cao của cây

cà chua khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$ trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ t ($t \geq 0$).

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{1}{3}t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây cà chua kéo dài 10 tuần.

c) Chiều cao của cây cà chua ở tuần thứ 6 lớn hơn 40 cm .

d) Chiều cao của cây cà chua không vượt quá 90 cm .

Câu 9: (Cụm Trường Hải Dương) Một ô tô đang chạy với vận tốc 80 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 55 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -10t + 20 (m / s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t + 55$.

c) Thời gian kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách chướng ngại vật một khoảng lớn hơn 12 m.

Câu 10: (ĐGNL ĐHSP HN) Cho hàm số $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$ có đồ thị (C) và hàm số $g(x) = -\frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ có đồ thị

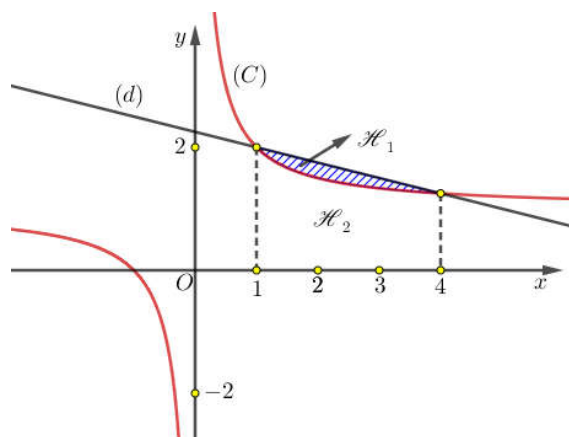
(d) (xem hình bên dưới).

a) $\int f(x)dx = x - \ln |x| + C$ với C là hằng số.

b) Nếu $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$ và $F(1) = 0$ thì $F(2) = 1 + \ln 2$.

c) Hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị (C) , đồ thị (d) và các đường $x = 1, x = 4$ có

diện tích là $S_1 = \frac{15}{8} - \ln 4$.

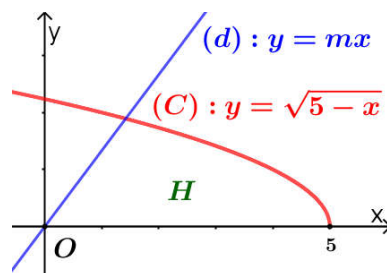


d) Nếu S_1, S_2 lần lượt là diện tích hình phẳng H_1 (phần gạch chéo) và H_2 (hình phẳng giới

hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và các đường $x = 1, x = 4$) thì $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{8}$.

Câu 11: (ĐGNL ĐHSP HN) Cho hàm số $y = mx$ ($m > 0$) có đồ thị (d) và hàm số $y = \sqrt{5-x}$ có đồ thị (C)

. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $y = 0$ và $x = 0$ quanh trục Ox và V' là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $y = 0$ và đường thẳng (d) quanh trục Ox (xem hình bên dưới).



a) Tính giá trị của V' khi $m = 2$.

b) Nếu $V = 3V'$ thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

Câu 12: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Một chất điểm chuyển động theo quy luật với tốc độ $v(t)$ (m/s), biết rằng $v(t)$ có dạng đường Parabol (P) , đỉnh $I(2;3)$ khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$, (Xem hình vẽ bên dưới).

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số

$v(t)$, Ox , $t = 0, t = 10$ là $\frac{395}{6}$ (đvdt).

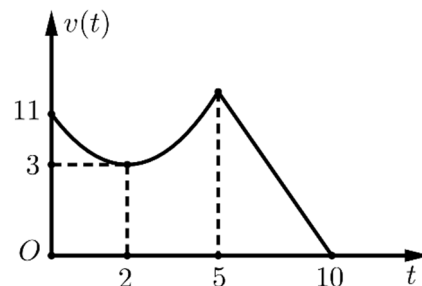
b) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ

$5 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{385}{2}$ (m).

c) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ

$0 \leq t \leq 5(s)$ là $\frac{115}{3}$ (m).

d) Phương trình Parabol (P) là: $v(t) = 2t^2 - 8t + 10$.



Câu 13: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Chào mừng tháng Thanh niên. Đoàn trường THPT X tổ chức cải tạo một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính $8m$. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây.

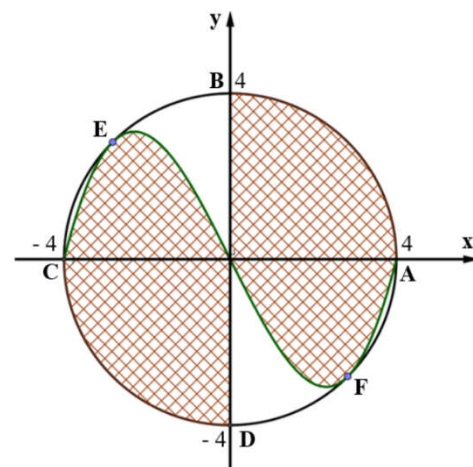
Biết đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ; đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung $\widehat{BC}, \widehat{DA}$ và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox.

a) Tọa độ các điểm E, F là $E(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}), F(2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$

b) Biết $y = f(x) = ax^3 + bx$. Khi đó $a + b = -15$.

c) Diện tích phần trồng hoa bằng $S = 16 + 8\pi (m^2)$.

d) Biết chi phí trồng hoa $1m^2$ là 180 nghìn đồng, trồng cỏ $1m^2$ là 100 nghìn đồng. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8117 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn đồng).



Câu 14: (Sở GD Hà Nội) Giả sử số lượng của một quần thể vi sinh vật

tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm (phụ thuộc vào thời gian nuôi cấy) được mô hình hóa

bằng hàm số $P(t) = \frac{25}{a + e^{-0,8t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ, a là hệ số điều chỉnh mật độ

vi sinh vật ban đầu. Biết rằng, tại thời điểm ban đầu $t = 0$ quần thể có 20 vi sinh vật.

a) Giá trị của a bằng 0,25.

b) Sau 2 giờ, quần thể có nhiều hơn 60 vi sinh vật.

c) Với quy trình nuôi cấy theo mô hình trên thì số lượng vi khuẩn trong quần thể không lớn hơn 100.

d) Để số lượng vi sinh vật trong quần thể lớn hơn 90 thì cần nuôi cấy ít nhất 6 giờ.

Câu 15: (SGD Ninh Bình Lần 3) Một vật dao động điều hoà trên trục Ox có phương trình $x = 3 \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$

. Ở đây thời gian t tính bằng giây (s) và đơn vị độ dài trên trục Ox là centimét (cm). Vị trí cân bằng của vật là vị trí tại gốc O, tức là khi $x = 0$; khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng là $d = |x|$.

a) Tất cả các thời điểm vật ở vị trí cân bằng là $t = \frac{5\pi}{12} + k\pi (s), k \in \mathbb{N}$.

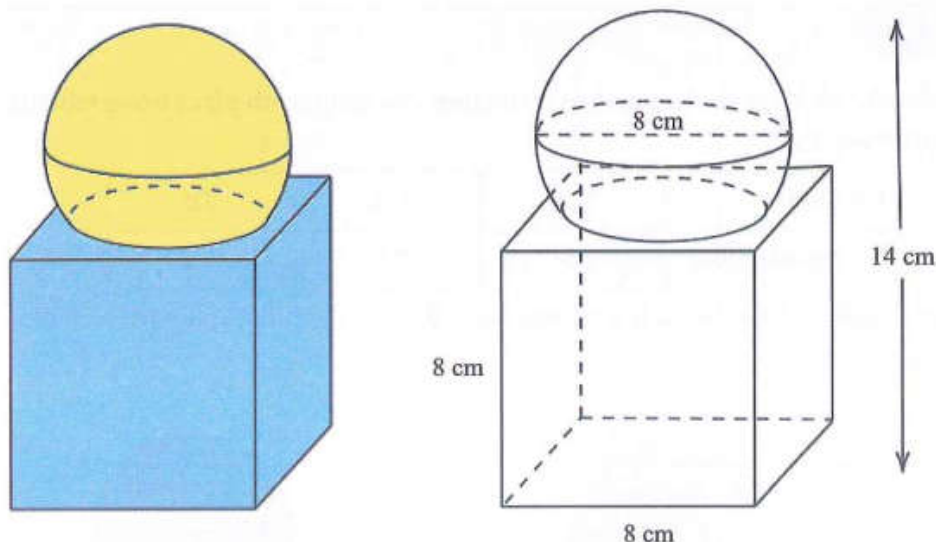
b) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 60 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 38 lần.

c) Vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn nhất bằng 3 cm.

d) Tại thời điểm $t = 10(s)$, vật cách vị trí cân bằng một khoảng xấp xỉ bằng 2,84 cm.

Câu 16: (SGD Ninh Bình Lần 3) Một đồ lưu niệm bằng thủy tinh có chiều cao bằng 14 cm, được thiết kế gồm

hai phần, phần dưới là một khối lập phương cạnh bằng 8 cm và phần trên là một phần của khối cầu có đường kính bằng 8 cm (tham khảo hình vẽ).



- a) Phần khối cầu có bán kính 4 cm và chiều cao là 6 cm.
- b) Khối lập phương có thể tích bằng $512(\text{cm}^3)$.
- c) Thể tích của đồ lưu niệm đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là $738(\text{cm}^3)$.
- d) Quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{8x - x^2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích $V = \int_0^2 \left(\sqrt{8x - x^2} \right)^2 dx$.

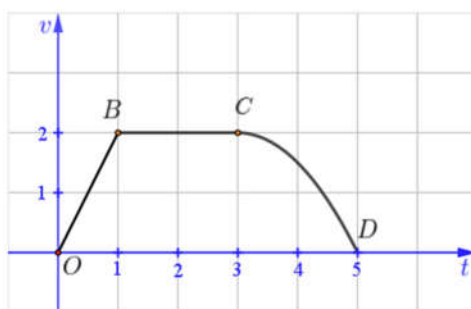
Câu 17: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

- a) $\int f(x) dx = 2x + \ln|x| + C$.
- b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln|x| + 1$.
- c) $\int f'(2x) dx = -\frac{1}{4x} + C$.
- d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -19$.

Câu 18: (Sở Bình Phước Lần 1) Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 tỷ đồng.

- a) Doanh thu của tất cả gian hàng được biểu diễn bởi hàm số $T(x) = -10x^2 + 300x + 10000$.
- b) Doanh thu của tất cả gian hàng khi người đó tăng giá thêm 12 triệu đồng là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- c) Doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng mà người đó có thể thu về là 12 tỷ 250 triệu đồng.
- d) Để doanh thu cao nhất của tất cả gian hàng thì mỗi gian hàng đã tăng giá cho thuê thêm 15 triệu đồng.

Câu 19: (Sở BRVT) Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng với vận tốc $v(t)$, $0 \leq t \leq 5$ (t có đơn vị là giây và $v(t)$ có đơn vị mét/giây). Hàm số $v(t)$ có đồ thị gồm hai đoạn thẳng OB, BC và đường cong CD là một phần parabol $v(t) = at^2 + bt + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đỉnh C (như hình vẽ bên).



- a) Trong một giây đầu tiên, vận tốc của chất điểm là $v(t) = 2t$, $0 \leq t \leq 1$.
- b) Quãng đường chất điểm đi được trong hai giây đầu tiên là 2 m.
- c) Giá trị của b và c là $b = 3, c = -\frac{5}{2}$.
- d) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian 5 giây là 7,7 m. (làm tròn đến hàng phần mười)

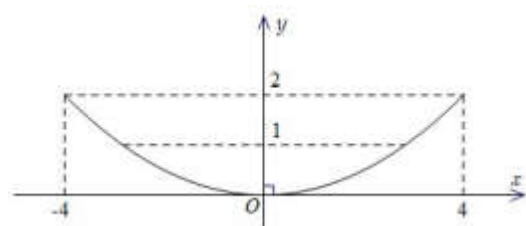
Câu 20: (Sở Đồng Nai Lần 1) Hai hồ bơi được nối với nhau bởi một con kênh dài $200m$, rộng $8m$ (là khoảng cách giữa hai mép bờ kênh), sâu $2m$ (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt đất chứa hai bờ kênh). Mặt cắt đứng của con kênh được mô hình hóa bởi một phần parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$ (với $a > 0$); xét mặt phẳng chứa parabol đó với hệ trục tọa độ Oxy , đơn vị mỗi trục tọa độ là mét, trục Ox tiếp xúc với parabol đó, trục Oy vuông góc với mặt đất, chứa trục đối xứng của parabol đó và có chiều dương hướng lên trên (xem hình minh họa ở bên dưới)

- a) Parabol đó đi qua điểm $(4;2)$ và có đỉnh $O(0;0)$.

- b) Parabol đó có phương trình $y = \frac{x^2}{8}$.

- c) Diện tích mặt cắt của con kênh bằng $\frac{16}{3}m^2$.

- d) Vào mùa hè, mực nước trong kênh cao $1m$ (tính từ điểm thấp nhất của đáy kênh đến mặt nước). Lượng nước trong kênh vào mùa hè bằng $754m^3$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 21: (Sở Đồng Tháp) Cho hàm số $y = f(x) = e^x$ có đồ thị là (C) và hàm số $g(x) = e^{2x}$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = 1$.

a) $\int_0^1 f(x) dx = e - 1$.

b) $g(x)$ có một nguyên hàm là $G(x) = e^{2x}$.

c) $V = \pi \int_0^1 g(x) dx$.

d) $V < 10$.

Câu 22: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t) = 200e^{0,1t} + 150e^{-0,03t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có 200 000 vi khuẩn. Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u) = 400e^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 8 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0) = 0$.

b) $P(0) = 200000$.

c) Sau 20 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 215 034 con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 207000 con.

Câu 23: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một quần thể vi khuẩn (A) có số lượng cá thể là $P(t)$, trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ khi bắt đầu quan sát. Nghiên cứu cho thấy số lượng vi khuẩn (A) thay đổi với tốc độ là $P'(t) = 300e^{0,1t} + 200e^{-0,04t}$ (cá thể/phút). Lúc bắt đầu quan sát, quần thể (A) có 300 000 vi khuẩn. Sau 15 phút, một quần thể vi khuẩn (B) xuất hiện và có tốc độ tăng trưởng là $Q'(u) = 500e^{0,2u}$ (cá thể/phút), với u là thời gian tính bằng phút kể từ khi vi khuẩn (B) xuất hiện. Sau khi vi khuẩn (B) xuất hiện 9 phút thì số lượng vi khuẩn hai quần thể bằng nhau.

a) $P'(0) = 0$.

b) $P(0) = 300000$.

c) Sau 24 phút kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn (A) là 333155 con (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Số lượng vi khuẩn (B) ở thời điểm bắt đầu xuất hiện không vượt quá 320 000 con.

Câu 24: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10 000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1120 người	1130 người
Không hút thuốc lá	272 người	7478 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10 000 người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là 11,2%.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá nhỏ hơn 80%.

c) Xác suất để người đó bị ung thư phổi là 13,92%.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Câu 25: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một nhóm nghiên cứu tiến hành khảo sát 10 000 người và nhận thấy những người hút thuốc lá có nguy cơ bị ung thư phổi cao hơn so với người không hút thuốc lá. Kết quả khảo sát của nhóm nghiên cứu được trình bày trong bảng dữ liệu thống kê sau đây:

	Mắc ung thư phổi	Không mắc ung thư phổi
Hút thuốc lá	1124 người	1126 người
Không hút thuốc lá	276 người	7474 người

Chọn ngẫu nhiên một người trong 10 000 người được khảo sát.

a) Xác suất người đó hút thuốc lá là 11,24%.

b) Nếu người đó bị ung thư phổi thì xác suất người đó hút thuốc lá lớn hơn 80%.

c) Xác suất người đó bị ung thư phổi là 14%.

d) Dựa theo kết quả khảo sát trên ta thấy, người hút thuốc lá có nguy cơ mắc bệnh ung thư phổi cao gấp khoảng 14 lần (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) so với người không hút thuốc lá.

Câu 26: (Sở Hải Dương) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 2$.

a) $\int_1^3 3f(x) dx = 6$.

b) Nếu $\int_2^3 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^2 f(x) dx = 1$.

c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ thỏa mãn $F(1) = 3$ thì $F(3) = 1$.

d) $\int_1^3 \frac{xf(x) + x^2 - 1}{x} dx = a + b \ln 3, (a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q})$. Ta có $a + b = 5$.

Câu 27: (Sở Hải Dương) Trong một giờ ôn tập môn Toán. Thầy giáo có chuẩn bị các phiếu bài tập gồm hai chủ đề là Thống kê và Xác suất để giao cho 40 bạn học sinh của lớp 12T. Sau khi hết giờ học, thầy giáo thu phiếu và nhận thấy rằng: Có 35 học sinh làm tốt chủ đề Thống kê, có 30 học sinh làm tốt chủ đề Xác suất, có 4 học sinh làm hai chủ đề đều không tốt. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi các biến cố:

A: “Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Thống kê”.

B : “Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Xác suất”.

a) $P(A) = 0,875$. b) $P(B) = 0,75$.

c) $P(A \cup B) = 0,8125$. d) $P(AB) = 0,725$

Câu 28: (Sở Hải Dương) Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

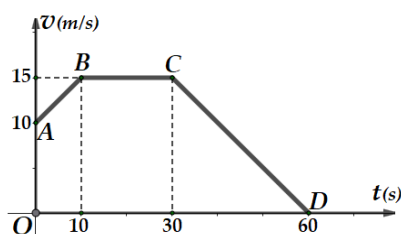
Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	x	120	y	70	60

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\frac{845}{21}$. Khi đó,

thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

Câu 29: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 65% , còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 60% . Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10% . Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 30: (SGD Hưng Yên) Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc – thời gian như hình bên.



a) Tổng quãng đường vật đi được trong $60(s)$ đầu tiên là $650(m)$.

b) Trong khoảng thời gian từ $0(s)$ đến $10(s)$, phương trình vận tốc của vật là

$$v(t) = \frac{1}{2}t + 10(m/s).$$

c) Trong khoảng thời gian từ $30(s)$ đến $60(s)$, phương trình vận tốc của vật là

$$v(t) = -\frac{1}{2}t + 30(m/s).$$

d) Trong khoảng thời gian từ $10(s)$ đến $30(s)$, vật chuyển động đều.

Câu 31: (Sở Lai Châu Lần 1) Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Tại thời điểm $t = 2$ giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Tại thời điểm $t = 5$ giờ, lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tại thời điểm $t = 13$ giờ, lượng khách tham quan là lớn nhất.

Câu 32: (Sở Nghệ An Lần 2) Một trang trại cần xây một bể chứa nước hình trụ bằng bê tông có nắp đậy để chứa 20 mét khối nước tưới tiêu. Chi phí xây dựng chủ yếu phụ thuộc vào diện tích bề mặt bê tông cần sử dụng (diện tích toàn phần của bê tông tính theo bên trong bể). Theo hợp đồng với nhà xây dựng, Chi phí mỗi mét vuông là 1,4 triệu đồng. Gọi r là bán kính đáy và h là chiều cao của bể (đơn vị là mét).

a) Thể tích bể là $\pi r^2 h = 20m^3$.

b) Diện tích toàn phần của bể được biểu diễn theo bán kính là $S_{TP} = 2\pi r^2 + \frac{40}{r}(m^2)$.

c) Để tiết kiệm chi phí nhất, bể nên được xây dựng với bán kính đáy là $r = \sqrt[3]{\frac{20}{\pi}}$.

d) Chi phí thấp nhất để xây dựng bể chứa nước nói trên là 57,1 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

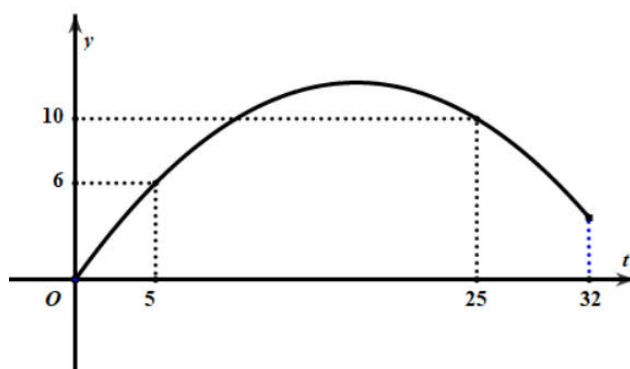
Câu 33: (Sở Ninh Bình Lần 1) Hai vận động viên A và B tham dự một cuộc thi chạy bộ trên một đường thẳng, xuất phát cùng một thời điểm, cùng vạch xuất phát và chạy cùng chiều với vận tốc lần lượt là v_A và v_B .

. Trong khoảng thời gian 32 giây chạy đầu tiên ta có $v_A = \frac{1}{450}t^3 - \frac{47}{450}t^2 + \frac{64}{45}t$ (m/s);

$v_B = at^2 + bt$ (m/s) (với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng giây). Hàm số $y = at^2 + bt$ có đồ thị là một phần của parabol như hình vẽ bên.

a) Tốc độ chạy lớn nhất của vận động viên A trong khoảng 20 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 6 m/s.

b) Sau 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát, hai vận động viên cách nhau một khoảng bằng 120 m.



c) $a = -\frac{1}{5}$.

d) Quãng đường vận động viên B chạy được trong 30 giây tính từ khi bắt đầu xuất phát là 250 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 34: (Sở Ninh Bình Lần 3) Một vật dao động điều hoà trên trục Ox có phương trình $x = 3 \cos\left(2t - \frac{\pi}{3}\right)$.

Ở đây, thời gian t tính bằng giây (s) và đơn vị độ dài trên trục Ox là centimét (cm). Vị trí cân bằng của vật là vị trí tại gốc O , tức là khi $x = 0$; khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng là $d = |x|$.

a) Tất cả các thời điểm vật ở vị trí cân bằng là $t = \frac{5\pi}{12} + k\pi$ (s), $k \in \mathbb{N}$.

b) Vật cách vị trí cân bằng một khoảng lớn nhất bằng 3 cm.

c) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 60 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 38 lần.

d) Tại thời điểm $t = 10$ s, vật cách vị trí cân bằng một khoảng xấp xỉ bằng 2,84 cm.

Câu 35: (Sở Phú Thọ Lần 2) Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua

sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al, Grundkurs ma – 1, Cornelsen 2016).

a) $h'(t) = v(t)$.

b) $h(t) = -\frac{t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \geq 0$.

c) Giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 9 tuần.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng 88,3 cm.

Câu 36: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50$ m/s.

Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t$ (m/s²). Sau thời gian 10s, tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc

$a(t) = -9,8$ (m/s²).

a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10$ s là 50 m/s.

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10$ s là 660 m.

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15$ s (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m.

Câu 37: (SGD Sóc Trăng) Trên quốc lộ, một mô tô đang di chuyển từ Cần Thơ đến Sóc Trăng với vận tốc 50 km/h. Cùng lúc đó một ô tô đang di chuyển từ Sóc Trăng đến Cần Thơ với vận tốc 30 km/h, sau

6 phút di chuyển, thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = \frac{25}{9}t + b$ (m/s), với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Giả sử khi đạt đến tốc độ $60km/h$ thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

- Quãng đường xe mô tô đi được sau 10 phút là $5km$.
- Giá trị của b là 30.
- Thời gian ô tô bắt đầu tăng tốc cho đến khi đạt đến tốc độ $60km/h$ là 3 giây.
- Biết quãng đường Sóc Trăng – Cần Thơ dài $60km$, sau khi ô tô gặp mô tô thì ô tô di chuyển thêm $29km$ thì đến Cần Thơ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 38: (Sở Thái Bình Lần 1) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.
- Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
- Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 39: (Sở Thái Nguyên) Anh X nhận hợp đồng làm việc cho một công ty Y với lương tháng đầu là 6 triệu. Trong điều khoản về lương, nếu anh X hoàn thành nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng được tăng lương 15% so với mức lương trước đó. Trong suốt quá trình làm việc, anh X đều hoàn thành nhiệm vụ của mình và được tăng lương đúng kỳ hạn.

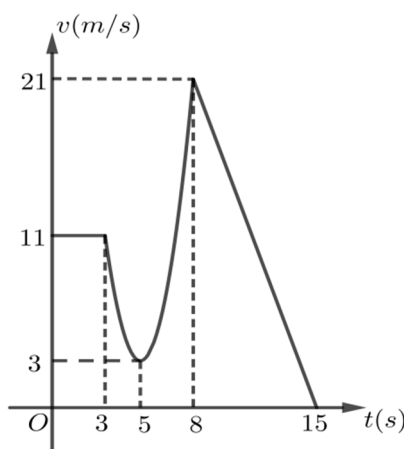
- Mức lương của anh X ở tháng thứ 11 kể từ khi ký hợp đồng lao động là 6,9 triệu đồng.
- Coi mỗi 6 tháng anh X nhận lương như nhau là một kỳ và u_n là lương mỗi tháng của kỳ thứ n , khi đó (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 1,15$.
- Tổng số tiền anh X nhận được từ tiền lương của công ty Y sau 4 năm kể từ này ký hợp đồng (làm tròn đến hàng phần trăm) là 494,17 triệu đồng.
- Khi nhận lương hàng tháng, nếu anh X phải đóng bảo hiểm thất nghiệp 1,5% số tiền lương được nhận thì sau 10 năm kể từ ngày ký hợp đồng anh X đã đóng số tiền bảo hiểm thất nghiệp (làm tròn đến hàng phần trăm) là 55,32 triệu đồng.

Câu 40: (Sở Thái Nguyên) Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$

là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t .

- a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.
- b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.
- c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.
- d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Câu 41: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Cho một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) có đồ thị như hình vẽ bên. Trong đó đồ thị có dạng các đoạn thẳng tương ứng thời gian t giây khi $0 \leq t \leq 3$ và $8 \leq t \leq 15$, biết $v(t)$ có dạng đường Parabol tương ứng thời gian t giây khi $3 \leq t \leq 8$.



- a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21(m/s)$.
- b) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 3)$ là $S = \int_0^3 11dt$ (m).
- c) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $(8 \leq t \leq 15)$ bằng $73,5(m)$.
- d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong thời gian t giây $(3 \leq t \leq 8)$ thỏa mãn $v_{tb} < 7(m/s)$.

Câu 42: (SGD Tuyên Quang) Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1 m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

- a) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $5(m/s^2)$.
- b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe máy dừng hẳn là 2 giây.
- c) Quãng đường xe máy đi được sau 0,5 giây kể từ lúc đạp phanh là 6 m.

d) Để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng 11m (giả sử ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên)

Câu 43: (Sở Yên Bái Lần 2) Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = -0,12t^2 + 1,2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$) khinh khí cầu ở độ cao 520 m.

a) $h(t) = -0,04t^3 + 0,6t^2$ ($0 \leq t \leq 29$).

b) Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là 524,32m.

c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là 540m.

d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Câu 44: (Sở Quảng Nam) Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

a) $f(x) = x + \frac{2}{x}$.

b) $\int f(x)dx = \frac{x^2}{2} + 2\ln x + C$.

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{3}{2}$. Khi đó $F(4) = 9 + 4\ln 2$.

d) Nếu $\int_1^4 kf(x)dx = 5$ thì $k \in (1; 2)$.

Câu 45: (THPT Thăng Long - HN) Nếu tổng chi phí một công ty bỏ ra để sản xuất x đơn vị ($x \geq 0$) của một sản phẩm được mô tả bởi hàm $C(x)$ thì $C'(x)$ được coi là chi phí cận biên khi x đơn vị của sản phẩm đó được sản xuất. Một công ty khai thác mỏ ước tính rằng chi phí cận biên để chiết suất x tấn quặng đồng từ mỏ là $C'(x) = 0,6 + 0,008x$ (đơn vị được tính là nghìn đôla trên tấn). Chi phí ban đầu công ty bỏ ra là 100 nghìn đôla.

a) $C(x) = 0,004x^2 + 0,6x + K$ (K là hằng số).

b) Chi phí công ty bỏ ra để chiết suất 60 tấn đồng từ tấn đồng thứ 61 đến tấn đồng thứ 120 là 79,2 nghìn đôla.

c) Nếu n là số tấn quặng đồng chiết suất từ mỏ thì khi n đủ lớn, $C'(n) = 0,6 + 0,008n$ (nghìn đôla) chính là số tiền xấp xỉ công ty phải bỏ ra để chiết suất thêm 1 tấn quặng tiếp theo.

d) Tổng chi phí công ty bỏ ra để chiết suất 60 tấn đồng đầu tiên là 50,4 nghìn đôla.

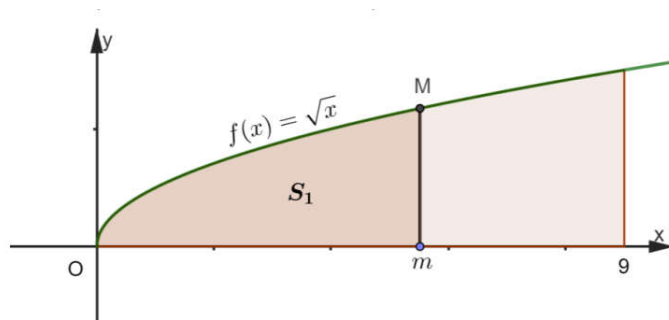
Câu 46: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc

$v_1(t) = 5t \text{ (m/s)}$, trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 8 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -4 \text{ (m/s}^2\text{)}$ cho đến khi dừng hẳn.

- a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 160m .
- b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 40 (m/s) .
- c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 9 giây.
- d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 360m .

Câu 47: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ có đồ thị (C) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành,

trục tung và đường thẳng $x = 9$. Cho $M(m; \sqrt{m})$ là một điểm di động trên đồ thị (C) . Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = m$ ($m \neq 0$) (tham khảo hình vẽ bên dưới)



a) Diện tích S của hình (H) được tính bởi công thức $S = \int_0^9 \sqrt{x} dx$.

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox bằng $\frac{81}{2}\pi$.

c) $S_1 = \left(\frac{3}{2}x\sqrt{x}\right)\Big|_0^m$.

d) Để $S = 8S_1$ thì điểm M có tọa độ là $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $ab = 24$.

Câu 48: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Một con sư tử đang đuổi theo một con ngựa vằn. Con ngựa vằn nhận ra con sư tử khi con sư tử cách xa nó 40 m. Từ thời điểm này, con sư tử đuổi con ngựa vằn với tốc độ $v_1(t) = 15e^{-0,1t} \text{ m/s}$ và con ngựa vằn chạy trốn với tốc độ $v_2(t) = 20 - 20e^{-0,1t} \text{ m/s}$ trên cùng một đường thẳng (với t tính theo giây và $0 \leq t \leq 60$).



- a) Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ vận tốc của con ngựa vằn là 20 m/s .
- b) Tốc độ của sư tử giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.
- c) Sư tử sẽ ở gần ngựa vằn nhất khi $v'_1(t) = v'_2(t)$.
- d) Sư tử sẽ không bắt được con ngựa vằn và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là $1,42 \text{ mét}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

NTH

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 15 ĐMH BGD 2025)

- Câu 1:** (Sở Hải Phòng Lần 2) Một tổ chức nghiên cứu đang khảo sát mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm đúng cách và khả năng bị chấn thương đầu khi xảy ra tai nạn giao thông ở người đi xe máy. Kết quả cho thấy một người tham gia giao thông, nếu đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,85. Còn nếu không đội mũ đúng cách, xác suất bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,87, xác suất để người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách khi tham gia giao thông là 0,83.
- Nếu biết rằng người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,15
 - Nếu biết rằng người đó không đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,2
 - Xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,35
 - Xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,7626
- Câu 2:** (Sở Hòa Bình Lần 1) Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25% .
- Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55% .
 - Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5% .
 - Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5% .
 - Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8% .
- Câu 3:** (Sở Hòa Bình Lần 2) Một nhóm nhà khoa học tiến hành nghiên cứu một phương pháp xét nghiệm bệnh Z, người ta thấy rằng cứ 100 người trong cộng đồng thì có 20 người mắc bệnh Z. Biết rằng nếu một người có kết quả xét nghiệm là dương tính thì xác suất để người đó mắc bệnh Z là 0,9; nếu một người có kết quả xét nghiệm là âm tính thì xác suất để người đó mắc bệnh Z là 0,1. Gọi A là biến cố: “Một người trong cộng đồng mắc bệnh Z”. Gọi B là biến cố: “Một người trong cộng đồng có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z”.
- Xác suất $P(A) = 0,2; P(\overline{A}) = 0,8$.
 - Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,1$.
 - Xác suất để một người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z là 0,25.
 - Trong số những người mắc bệnh Z, có 56% số người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z (kết quả tính theo phần trăm, làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 4:** (Sở Hòa Bình Lần 1) Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25% .
- Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55% .

- b) Tỷ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.
- c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.
- d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Câu 5: (Chuyên KHTN Lần 2) Khảo sát những người xem bộ phim hoạt hình vừa được phát hành cho thấy 70% người xem là trẻ em và 30% là người lớn. Trong số các trẻ em đến xem phim có 50% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ đi xem tiếp phần 2, 30% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 20% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Trong số những người lớn đi xem phim có 20% yêu thích bộ phim và khẳng định sẽ xem tiếp phần 2, 10% yêu thích bộ phim nhưng sẽ không xem tiếp phần 2; 70% còn lại không thích bộ phim và không xem tiếp phần 2. Chọn ngẫu nhiên 1 người đã xem phim.

- a) Biết người được chọn là trẻ em, xác suất để người đó yêu thích bộ phim là 0,56.
- b) Xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,59.
- c) Biết người đó sẽ xem tiếp phần 2 của bộ phim, xác suất để người đó là trẻ em lớn hơn 0,85.
- d) Biết người đó yêu thích bộ phim, xác suất để người đó không xem tiếp phần 2 là 0,37 (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Bạn Hoàng Huy chọn ngẫu nhiên một bóng đèn led trên quầy. Trên quầy có hai loại đèn màu trắng và màu vàng có hình thức và kích thước như nhau. Trong đó màu trắng chiếm 60%. Bóng đèn màu trắng có tỷ lệ hỏng là 3%, bóng đèn màu vàng có tỷ lệ hỏng là 2%. Xác suất để bạn chọn được

- a) Một bóng đèn màu vàng là 0,6.
- b) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu trắng là 0,97.
- c) Một bóng đèn không hỏng, biết nó màu vàng là 0,98.
- d) Một bóng đèn không hỏng là 0,974.

Câu 7: (Cụm Trường Hải Dương) Một công ty bất động sản thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua ở mức giá nào cho một căn nhà, để tiến hành dự án xây dựng khu đô thị mới Bắc Sông Hương sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng) / m^2	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	75	105	197	80	43

- a) Độ dài mỗi nhóm là 4.
- b) Tần số tích lũy của nhóm [14,18) là 105.
- c) Tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm [22;26).
- d) Biết rằng công ty sẽ xây dựng phân khúc nhà giá rẻ cho 25% số khách hàng có nhu cầu mua ở mức giá thấp nhất theo khảo sát, xây dựng phân khúc nhà cao cấp cho 25% số khách hàng có

nhu cầu mua ở mức giá cao nhất theo khảo sát. Tuy nhiên trước hết sẽ ưu tiên xây dựng phân khúc nhà tầm trung hướng tới 50% số khách hàng còn lại. Khi đó theo khảo sát, độ chênh lệch giá cao nhất và thấp nhất (đúng đến hàng phần mười, đơn vị triệu đồng) dành cho phân khúc nhà tầm trung là 6,1 triệu.

Câu 8: (ĐGNL ĐHSP HN) Bảng sau thể hiện mẫu số liệu ghép nhóm về học phí (đơn vị: triệu đồng) mà 100 sinh viên đã chi trả trong bốn năm học đại học:

Nhóm	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$
Tần số	15	25	30	15	15

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.
- Số sinh viên đã tri trả tiền học phí từ 80 triệu trở lên là 30 sinh viên.
- Số tiền học phí trung bình sinh viên đã chi trả từ bảng số liệu trên là 75 triệu đồng.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 64 triệu đồng.

Câu 9: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Một nhà mạng viễn thông đang triển khai hệ thống phát hiện và chặn các số điện thoại thực hiện cuộc gọi lừa đảo. Tuy nhiên do hệ thống chưa hoàn hảo, nó có thể chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ hoặc bỏ sót một số điện thoại lừa đảo. Hệ thống hoạt động với các thông số sau:

- + Tỷ lệ số điện thoại lừa đảo trong hệ thống: 5% (tức là có 5% tổng số thuê bao là số lừa đảo).
- + Xác suất hệ thống phát hiện đúng và chặn một số điện thoại lừa đảo: 94%.
- + Xác suất hệ thống chặn nhầm một số điện thoại hợp lệ (tức là số điện thoại không lừa đảo): 3%.

Chọn ngẫu nhiên một số điện thoại đã được thử nghiệm hệ thống.

- Biết rằng số điện thoại đó là số lừa đảo, xác suất để số điện thoại đó bị chặn là 0,94.
- Xác suất để một số điện thoại bất kì bị chặn là $\frac{151}{2000}$.
- Biết rằng một số điện thoại bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là số lừa đảo bằng $\frac{90}{151}$.
- Biết rằng một số điện thoại không bị chặn, xác suất để số điện thoại đó là hợp lệ bằng $\frac{1813}{1849}$.

Câu 10: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp.

- Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.
- Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng 62,5%.
- Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.
- Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Câu 11: (SGD Ninh Bình Lần 3) Một công ty được phẩm giới thiệu một bộ xét nghiệm bệnh sởi. Thử nghiệm trên 10000 người nghi mắc bệnh sởi, trong đó có 900 người thực sự mắc bệnh sởi cho kết quả như sau: Trong số 900 người thực sự mắc bệnh có 99% cho kết quả xét nghiệm dương tính, còn lại cho kết quả xét nghiệm âm tính; trong số những người không mắc bệnh có 98% cho kết quả xét nghiệm âm tính, còn lại cho kết quả xét nghiệm dương tính. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người được thử nghiệm.

- Xác suất để người được chọn thực sự mắc bệnh sởi là 9%.
- Trong thử nghiệm trên, bộ xét nghiệm bệnh sởi cho kết quả xét nghiệm đúng với hơn 85% số người có kết quả xét nghiệm dương tính.
- Biết người được chọn ra có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh sởi xấp xỉ 83%.
- Xác suất để người được chọn ra có kết quả xét nghiệm dương tính bằng 10,37%.

Câu 12: (Sở Bình Phước Lần 1) Các thí sinh tham dự một cuộc thi hoa khôi phải trải qua ba vòng thi: Vòng sơ khảo, Vòng bán kết và Vòng chung kết. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 50% thí sinh đã đăng ký để vào Vòng sơ khảo. Khi kết thúc vòng sơ khảo, ban tổ chức sẽ chọn ra 30% thí sinh của Vòng sơ khảo để vào Vòng bán kết. Khi kết thúc vòng bán kết, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% thí sinh của Vòng bán kết để vào Vòng chung kết. Chọn ngẫu nhiên 1 thí sinh đăng ký tham dự cuộc thi hoa khôi.

- Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng sơ khảo là 0,5.
- Xác suất để thí sinh được chọn lọt vào Vòng bán kết là 0,3.
- Xác suất thí sinh được chọn lọt vào Vòng chung kết là 0,03.
- Biết rằng thí sinh được chọn không lọt vào Vòng chung kết, xác suất thí sinh đó lọt vào Vòng sơ khảo nhỏ hơn 0,49.

Câu 13: (Sở BRVT) Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 28 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá, 25 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc và 35 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ này. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp. Xét các biến cố sau:

A: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ bóng đá”.

B: “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ âm nhạc”.

a) Xác suất $P(A) = \frac{14}{25}$ và $P(\overline{B}) = \frac{1}{2}$.

b) Xác suất $P(A \cap B) = \frac{9}{25}$.

c) Xác suất $P(A \cap \overline{B}) = \frac{4}{5}$.

- d) Nếu chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp học thì xác suất chọn được học sinh không tham gia cả hai câu lạc bộ bóng đá và âm nhạc là $\frac{3}{10}$.

Câu 14: (Sở Đồng Nai Lần 1) Một công ty sản xuất xe đạp điện, thống kê tất cả các phản ánh của khách hàng sử dụng sản phẩm của họ, công ty thấy có 5% số xe đạp điện bị lỗi động cơ điện; công ty đã dùng thiết

bị kiểm tra để kiểm tra động cơ điện trước khi lắp ráp, thiết bị này khi kiểm tra các động cơ bị lỗi thì phát hiện đúng 98% động cơ bị lỗi, khi kiểm tra các động cơ không bị lỗi thì xác định sai 3% động cơ với kết quả báo bị lỗi nhưng hoạt động bình thường. Chọn ngẫu nhiên một chiếc xe đạp điện để kiểm tra. Gọi các biến cố E : “xe đạp điện được chọn bị lỗi động cơ điện”, F : “động cơ điện của xe đạp điện được chọn qua kiểm tra thiết bị xác định bị lỗi”.

a) $P(E) = 0,05$.

b) $P(F | \overline{E}) = 0,97$.

c) Xác suất kiểm tra báo lỗi là 0,0725.

d) Biết động cơ chiếc xe được chọn đã được kiểm tra và báo bị lỗi, khi đó xác suất để chiếc xe này bị lỗi động cơ điện là $\frac{98}{155}$.

Câu 15: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 100 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 120 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Câu 16: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Một công ty dự kiến chi 100 triệu đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 8 lít. Chi phí để làm mặt xung quanh của thùng là 125 nghìn đồng mỗi mét vuông, làm mặt đáy của thùng là 150 nghìn đồng mỗi mét vuông. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể, số thùng sơn tối đa mà công ty đó có thể sản xuất được là bao nhiêu?

Câu 17: (SGD Hưng Yên) Một công ty đấu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của dự án I là 0,5 và khả năng thắng thầu của dự án II là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án I"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án II"

a) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty không thắng thầu dự án I là 0,2.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng một dự án bằng 0,5.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án II biết công ty thắng thầu dự án I là 0,8.

d) A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 18: (Sở Lai Châu Lần 1) Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó.

a) Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó là 84.

b) Số cách lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ là 20.

c) Xác suất lấy được 3 quả cầu không có quả màu đỏ bằng $\frac{1}{84}$.

d) Xác suất lấy được 3 quả cầu có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng $\frac{83}{84}$.

Câu 19: (Sở Nghệ An Lần 2) Một doanh nghiệp kinh doanh đồ uống có lương của nhân viên được thống kê dưới bảng sau:

Lương tháng (triệu đồng)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số lượng nhân viên	6	12	16	10	4

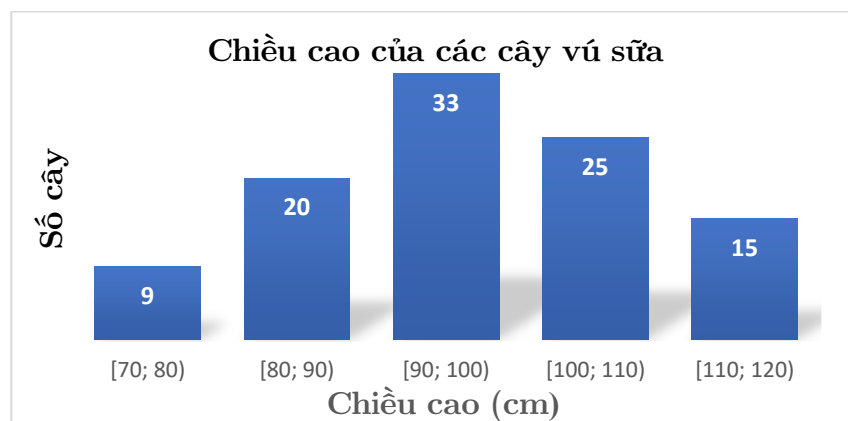
Gọi $Q_1; Q_3$ lần lượt là tứ phân vị thứ nhất, thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$
- Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 12,5
- Có ít nhất 50% số lượng nhân viên của công ty có lương hàng tháng không quá 17 triệu đồng.
- Nếu một nhân viên của công ty có lương 33 triệu đồng/ tháng thì đó là một giá trị ngoại lệ.

Câu 20: (Sở Ninh Bình Lần 1) Aria mua một ngôi nhà với giá bán $P = 290.000\$$ theo hình thức mua trả góp, lãi suất 8,25 % một năm, trong vòng 30 năm, với số tiền phải trả mỗi tháng không đổi bằng M (\$). Gọi r là lãi suất một tháng.

- Số tiền Aria còn nợ sau tháng đầu tiên là $A_1 = P(1 + r) - M$ (\$).
- $r = 0,6875\%$.
- Tổng số tiền Aria phải trả sau 30 năm gấp hơn 2,5 lần so với giá bán P của ngôi nhà.
- Mỗi tháng, Aria quyết định trả thêm 250 \$ so với số tiền phải trả M . Cô ấy sẽ trả hết tiền mua nhà trong 20 năm.

Câu 21: (Sở Ninh Bình Lần 1) Số liệu thống kê chiều cao (đơn vị tính chiều cao:cm) của tất cả các cây vú sữa trong vườn ươm của một lâm trường được thể hiện trên biểu đồ tần số sau:



- Nếu tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới cũng tăng gấp 3 lần.
- Chiều cao trung bình (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của các cây vú sữa trong vườn ươm là 96,66 cm.
- Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $n = 102$.

d) Nếu trong vườn ươm nói trên, cây vú sữa thấp nhất có chiều cao 71 cm và cây vú sữa cao nhất có chiều cao 119 cm thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm .

Câu 22: (Sở Ninh Bình Lần 3) Một công ty được phẩm giới thiệu một bộ xét nghiệm bệnh sỏi. Thử nghiệm trên 10000 người nghi mắc bệnh sỏi, trong đó có 900 người thực sự mắc bệnh sỏi cho kết quả như sau: trong số 900 người thực sự mắc bệnh có 99% cho kết quả xét nghiệm dương tính, còn lại cho kết quả xét nghiệm âm tính; trong số những người không mắc bệnh có 98% cho kết quả xét nghiệm âm tính, còn lại cho kết quả xét nghiệm dương tính. Chọn ngẫu nhiên một người trong số những người được thử nghiệm.

- Xác suất để người được chọn ra thực sự mắc bệnh sỏi là 9% .
- Trong thử nghiệm trên, bộ xét nghiệm bệnh sỏi cho kết quả xét nghiệm đúng với hơn 85% số người có kết quả xét nghiệm dương tính.
- Xác suất để người được chọn ra có kết quả xét nghiệm dương tính bằng 10,37% .
- Biết người được chọn ra có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh sỏi xấp xỉ 83% .

Câu 23: (Sở Phú Thọ Lần 2) Giả sử có một đồng xu cân bằng (fair coin) và một đồng xu thiên lệch (biased coin)

mà mặt ngửa (heads) xuất hiện với xác suất $\frac{3}{4}$. Một người chơi chọn ngẫu nhiên một trong hai đồng xu và tung nó ba lần. Gọi A là biến cố: “Người chơi chọn đồng xu cân bằng”; B là biến cố: “Ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa”.

- $P(A) = \frac{1}{2}$.
- $P(B|A) = \frac{3}{8}$.
- Xác suất người đó chọn được đồng xu cân bằng biết rằng kết quả ba lần tung đồng xu đều xuất hiện mặt ngửa là 0,25 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Biết rằng đồng xu được chọn tung ba lần đều xuất hiện mặt ngửa, xác suất người chơi đó tung lần thứ tư tiếp tục xuất hiện mặt ngửa là 0,69 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 24: (Sở Phú Thọ Lần 1) Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hoá học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

- Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6 .
- Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6 + C_8^6 + C_9^6$.
- Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^6 - (C_7^6 + C_8^6 + C_9^6)$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\frac{115}{132}$.

Câu 25: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Một hệ thống AI được sử dụng để kiểm tra đạo văn trong các bài viết học sinh nộp. Theo thống kê: có 1% bài viết là đạo văn, 99% bài viết là chính chủ (không đạo văn). Phần mềm kiểm tra có độ chính xác như sau: Nếu bài viết là đạo văn, phần mềm phát hiện đúng với xác suất 98%; Nếu bài viết là chính chủ, phần mềm nhầm là đạo văn với xác suất 3%. Kiểm tra ngẫu nhiên một bài viết của học sinh nộp.

Gọi A là biến cố: “Bài viết thực sự là đạo văn”.

Gọi B là biến cố: “Phần mềm báo bài viết là đạo văn”.

a) Xác suất $P(B) = 0,0395$.

b) Xác suất $P(A) = 0,01$ và $P(\bar{A}) = 0,99$.

c) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,7$.

d) Trong số những bài viết bị phần mềm cảnh báo là đạo văn, có nhiều khả năng là bài viết chính chủ hơn là đạo văn.

Câu 26: (SGD Sóc Trăng) Một nhà máy có hai phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm. Phân xưởng A và B lần lượt sản xuất 55% và 45% tổng số sản phẩm của nhà máy. Tỷ lệ sản phẩm tốt của phân xưởng A và B lần lượt là 90% và 95%. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm trong kho hàng của nhà máy.

a) Xác suất để sản phẩm đó do phân xưởng A sản xuất là 0,55.

b) Biết rằng sản phẩm lấy ra là sản phẩm tốt, xác suất sản phẩm đó do phân xưởng A sản xuất lớn hơn 0,55.

c) Biết rằng sản phẩm lấy ra là phế phẩm, xác suất sản phẩm đó do phân xưởng B sản xuất nhỏ hơn 0,25.

d) Giả sử trong một tháng nhà máy sản xuất được 16800 sản phẩm thì số sản phẩm tốt của phân xưởng A sản xuất ra sẽ nhiều hơn số sản phẩm tốt của phân xưởng B là 1134 sản phẩm.

Câu 27: (Sở Thái Bình Lần 1) Một công ty truyền thông đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là các biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng một dự án là 0,3.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,4.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Câu 28: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Có hai hộp chứa các tấm thẻ. Hộp I chứa 8 thẻ màu vàng được đánh số từ 1 đến 8, hộp II chứa 9 thẻ màu đỏ được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một tấm thẻ.

a) Xác suất để tích các số trên hai tấm thẻ lấy được là một số chẵn bằng $\frac{5}{18}$.

- b) Số phần tử của không gian mẫu bằng 72.
- c) Sau khi 2 tấm thẻ được lấy ra ta ghép hai chữ số trên hai tấm thẻ với nhau để được một số có hai chữ số (chữ số hàng chục là các số trên tấm thẻ màu vàng và chữ số hàng đơn vị là các số trên tấm thẻ màu đỏ). Xác suất để số thu được là số chia hết cho 3 là $\frac{3}{10}$.
- d) Xác suất chọn được tấm thẻ có số giống nhau bằng $\frac{1}{9}$.

Câu 29: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Gia đình bạn An chuẩn bị đi thăm quan một hòn đảo trong hai ngày thứ bảy và chủ nhật. Ở hòn đảo đó, mỗi ngày chỉ có nắng hoặc mưa, nếu một ngày là nắng thì khả năng xảy ra mưa ở ngày tiếp theo là 20%, còn nếu một ngày là mưa thì khả năng ngày hôm sau vẫn mưa là 30%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào ngày thứ bảy là 0,7. Gọi A là biến: “Ngày thứ bảy trời nắng” và B là biến cố: “Ngày chủ nhật trời mưa”.

- a) $P(A) = 0,7$.
- b) $P(AB) = 0,21$.
- c) $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,7$.
- d) Xác suất để ngày chủ nhật trời nắng là 0,8.

Câu 30: (Sở Yên Bái Lần 2) Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang và 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang.

Gọi A là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.

B là biến cố: “nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang”.

C là biến cố: “không bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần đều không mang khẩu trang”.

D là biến cố: “ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc với người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

- a) $P(A) = 0,7$.
- b) $P(\overline{B}) = 0,8$.
- c) $P(C) = 0,04$.
- d) $P(D) = 0,76$.

Câu 31: (Sở Quảng Nam) Trường THPT X có 800 học sinh, trong đó có 360 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số các học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao của trường có 188 học sinh biết bơi. Trong số các học sinh của trường không tham gia câu lạc bộ thể thao có 132 học sinh biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường THPT X.

Gọi A là biến cố: “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao”.

Gọi B là biến cố: “Chọn được học sinh biết bơi”.

- a) Xác suất $P(A) = 0,45$.
- b) Xác suất có điều kiện $P(B | \bar{A}) = 0,2$.
- c) Xác suất $P(B) = 0,45$.
- d) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao mà học sinh đó biết bơi bằng 0,58 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 32: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn Minh lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi Minh lấy ra có màu xanh, bạn Anh sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi Minh lấy ra có màu đỏ, bạn Anh sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp.

- a) Xác suất để Minh lấy được bi xanh là $\frac{2}{3}$.
- b) Xác suất tất cả các viên bi 2 bạn lấy ra có cùng màu biết Minh lấy được viên bi màu xanh là $\frac{36}{91}$.
- c) Xác suất tất cả các viên bi 2 bạn lấy ra có cùng màu biết Minh lấy được viên bi có màu đỏ là $\frac{90}{91}$.
- d) Xác suất để Minh lấy được viên bi màu xanh biết rằng tất cả các viên bi 2 bạn lấy ra có đủ 2 màu là $\frac{11}{20}$.

Câu 33: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Tại một vòng thi của đại hội thể thao, bốn vận động viên bắn súng A, B, C và D mỗi người bắn một viên đạn vào tấm bia một cách độc lập. Biết rằng xác suất bắn trúng vòng 10 của bốn vận động viên A, B, C, D lần lượt là 0,4; 0,5; 0,7; 0,8.

- a) Xác suất để vận động viên A không bắn trúng vòng 10 là 0,6.
- b) Xác suất để cả bốn vận động viên đều bắn trúng vòng 10 là 0,018.
- c) Xác suất để có đúng một vận động viên không bắn trúng vòng 10 là 0,356.
- d) Xác suất để có nhiều nhất hai vận động viên bắn trúng vòng 10 là 0,532.

Câu 34: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Ở huyện Đông Anh Hà Nội, vào tháng 7 người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 . Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

- a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.
- b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.
- c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

d) Cho biết xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba là lớn nhất khi $x = a$. Xác suất để có mưa vào thứ hai biết rằng trời sẽ mưa vào thứ ba với $x = a$ là $\frac{1}{6}$.

Câu 35: (Quốc Học Qui Nhơn) Khảo sát thị trường có 22,5% khách hàng sử dụng sản phẩm X , 50% dùng sản phẩm Y , 36,5% trong số người dùng sản phẩm Y có dùng sản phẩm X . Chọn ngẫu nhiên một khách hàng.

- a) Xác suất khách hàng đó dùng sản phẩm Y là 0,5.
- b) Xác suất khách hàng đó vừa dùng sản phẩm X , vừa dùng sản phẩm Y là 0,365.
- c) Xác suất khách hàng đó dùng sản phẩm X là 0,225.
- d) Xác suất khách hàng đó dùng sản phẩm Y , biết rằng khách hàng đó không dùng sản phẩm X là 0,41 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 36: (Strong T2.Đ15) Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 12 vận động viên, đội II có 15 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,4. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội II là $\frac{5}{9}$
- b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I là 0,6
- c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{22}{45}$
- d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội II là $\frac{10}{23}$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 16 ĐMH BGD 2025)

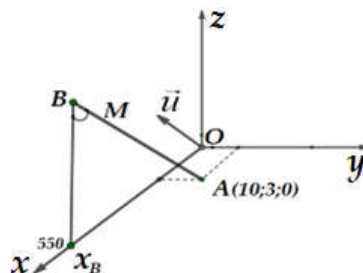
Câu 1: (Chuyên KHTN Lần 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): -x+2y+z-3=0.$$

- a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .
- b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(1; 1; -1)$.
- c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .
- d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a+b+c$ bằng 3.

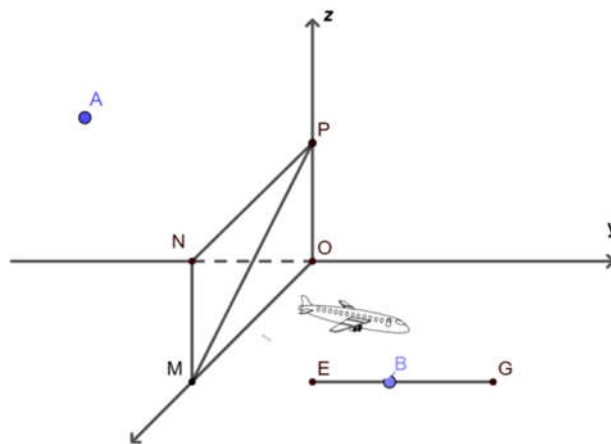
Câu 2: (SGD Hưng Yên) Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường

cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $5(m/s)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài bằng $810(m)$.
- b) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.
- d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Câu 3: (Sở Lai Châu Lần 1) Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay, một máy bay đang ở vị trí $A(4; -5; 1)$ sẽ hạ cánh khẩn cấp ở vị trí $B(1; 2; 0)$ trên đường băng EG .



a) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \text{ phút}).$$

b) Góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt đất là mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) không nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9° .

c) Có một lớp mây mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$, $N(0;-1;0)$, $P(0;0;2)$. Máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao làm tròn đến hàng đơn vị là 346 m .

d) Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 800 m . Sau khi ra khỏi đám mây, người phi công đạt được quy định an toàn bay là người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(2;0;5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu 150 m .

Câu 4: (Sở Nghệ An Lần 2) Tại một nút giao thông của một khu vực đông dân cư với tốc độ tối đa cho phép đối với ô tô là 50 km/h , người ta gắn một camera phạt nguội tại điểm $S(0;0;14)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), mặt phẳng Oxy song song với mặt đường và chứa vùng nhận diện biển số xe của các phương tiện tham gia giao thông.

Biết rằng camera nhận diện tốt nhất biển số xe của các phương tiện tham gia giao thông là khi biển số của chúng nằm trong hình thang cân $ABCD$ với: $SA = SB = 27 \text{ m}$, $OD = OC = 5 \text{ m}$, $AB = 14 \text{ m}$, $CD = 9,6 \text{ m}$ và tia Ox nằm trên đường trung trực các đoạn thẳng AB và DC (xem hình vẽ minh họa).

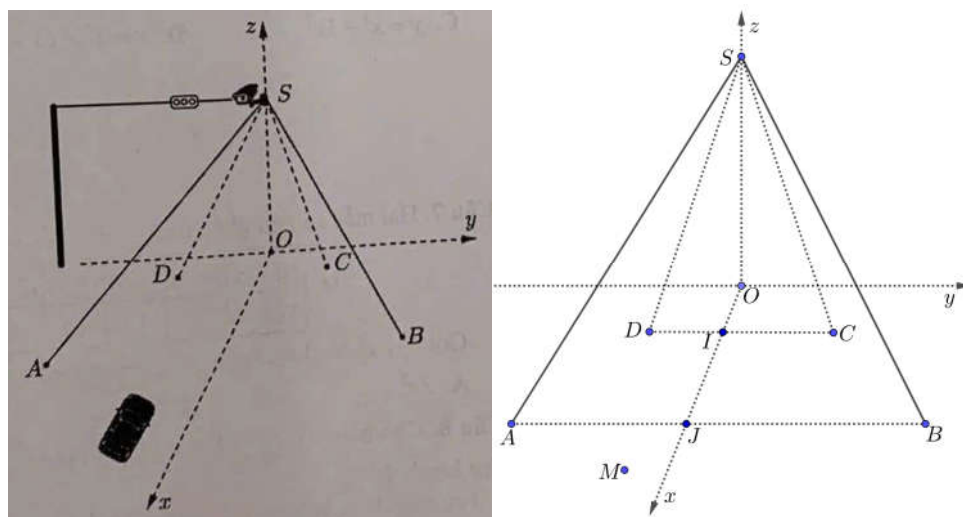
Giả sử tại thời điểm $9h00'$ (được xem là thời điểm xuất phát) một ô tô chuyển động thẳng đều theo phương song song với trục Ox , hướng về phía trục Oy và có vị trí của biển số xe là $M(50;-6;0)$.

a) Điểm D có tọa độ là $(1, 4; -4, 8; 0)$.

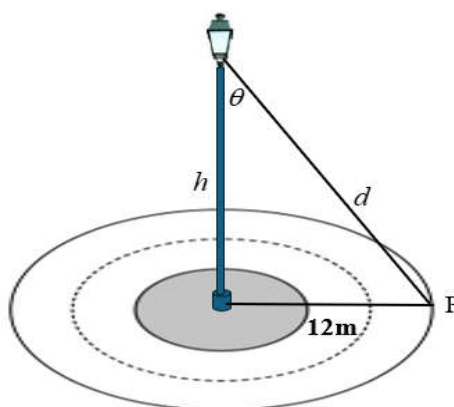
b) Đường thẳng AD có phương trình là
$$\begin{cases} x = 1,4 - 20,6t \\ y = -4,8 + 2,2t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 0 \end{cases}$$

c) Nếu ô tô đi với vận tốc 48 km/h thì sau đúng $2,2$ giây kể từ thời điểm xuất phát thì biển số của xe ô tô đã nằm trong vùng nhận diện tốt nhất của camera.

d) Nếu camera ghi nhận được hình ảnh biển số xe ô tô liên tục trong một khoảng thời gian kéo dài đúng $0,6$ giây, và khoảng thời gian $0,6$ giây này kết thúc đồng thời với thời điểm xe vừa ra khỏi vùng nhận diện tốt nhất, thì ô tô đã vượt quá tốc độ cho phép.



Câu 5: (Sở Ninh Bình Lần 1) Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao h (m) để chiếu sáng một vòng xuyến giao thông đồng trục có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyến tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách d (m) từ nguồn sáng đến điểm P (xem hình dưới đây).



a) Nếu $I = f(h)$ thì $f'(h) = k \frac{-2h^2 + 144}{(h^2 + 144)^2 \sqrt{(h^2 + 144)^3}}$.

b) Để cường độ ánh I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.

c) $\cos \theta = \frac{12}{\sqrt{h^2 + 144}}$.

d) $I = k \frac{\cos \theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương).

Câu 6: (Sở Ninh Bình Lần 3) Một khu bảo tồn thiên nhiên có hai trạm kiểm lâm và một trạm quan sát. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là kilômét), hai trạm kiểm lâm và trạm quan sát có vị trí lần lượt là $A(10;5;0)$, $B(70;85;0)$ và $I(20;65;0,2)$. Một thiết bị bay không người lái (drone) được thiết kế bay trên đường thẳng đi qua hai điểm $C(10;5;0,1)$ và $D(70;85;0,1)$ để truyền tín hiệu và dữ liệu về trạm quan sát I .

a) Cùng một thời điểm, một xe máy xuất phát từ A đi đến B với vận tốc 40 km/h và một ô tô xuất phát từ B đi đến A với vận tốc 60 km/h, sau đó gặp nhau tại M . Drone phải di chuyển trước đến vị trí H có hình chiếu trên AB là M để truyền dữ liệu về trạm quan sát I . Khi đó vị trí của drone là $(34;37;0,1)$.

b) Phương trình đường thẳng mô tả cho tuyến đường bay của drone là
$$\begin{cases} x = 10 + 3t \\ y = 5 + 4t \\ z = 0,1 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

c) Khi tín hiệu gửi về trạm quan sát nhanh nhất thì vị trí của drone là $K\left(\frac{212}{5}; \frac{241}{5}; 0,1\right)$.

d) Trạm quan sát I nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc nhỏ hơn 65° .

Câu 7: (Sở Phú Thọ Lần 2) Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm., những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên mỗi trục là mét,

người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases} \quad (t \text{ là}$$

tham số). Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển dầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (Oyz) .

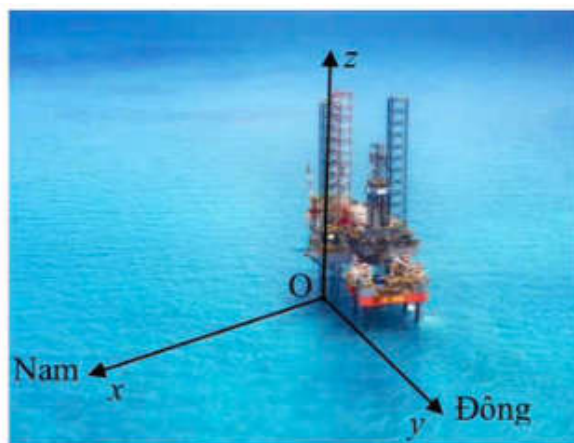
b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, AC nhỏ nhất. Ta

$$\text{có } m + n + p = \frac{200}{7}$$

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài đoạn đường AB, BC, AC làm tròn đến hàng phần chục bằng $45,5m$.

Câu 8: (Sở Phú Thọ Lần 1) Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.



a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.

b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A .

c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B .

d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí C cách O 15 km về phía nam. Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Câu 9: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Một tàu thám dò tự hành (AUV) đang hoạt động dưới biển sâu. Hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập với một nước biển yên tĩnh là mặt phẳng (Oxy) , trục Oz hướng thẳng đứng xuống

dưới (độ sâu $z > 0$), đơn vị tính bằng hectômét (hm). AUV bắt đầu hành trình từ vị trí $A(8, 6, 1)$ và dự định di chuyển theo đường thẳng đến vị trí cuối $B(4; -2; 2)$. Trong hành trình của mình AUV cần tránh một khu vực hình cầu (S) , tâm tại điểm $K(2; -4, 2)$, bán kính $R = 1$ (khu vực có thiết bị nhạy cảm).

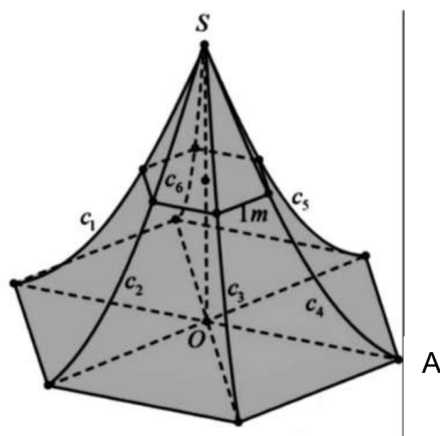
- Mặt cầu (S) có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 + (z - 2)^2 = 1$.
- Đường thẳng chứa hành trình của AUV có phương trình $\frac{x - 8}{-4} = \frac{y - 6}{-8} = \frac{z - 1}{1}$
- Trên hành trình AUV luôn cách tâm K một khoảng lớn hơn bán kính R .
- Hành trình của AUV không đi qua khu vực có thiết bị nhạy cảm hình cầu (S) .

Câu 10: (SGD Sóc Trăng) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 0; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$.

- Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.
- Mặt phẳng (P) đi qua điểm M .
- Đường thẳng OM có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OM} = (1; 0; -2)$.
- Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$$\frac{x + 1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z - 2}{-2}.$$

Câu 11: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Có một cái chòi hình “chóp cong”, trong đó mái chòi (H) có dạng hình “chóp lục giác cong đều” như hình vẽ bên dưới. Đáy (H) là một hình lục giác đều tâm O , đường chéo qua tâm O có độ dài là $10m$, chiều cao $SO = 10m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép $c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO . Giả sử hình tạo bởi các đoạn giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều. Biết rằng khi mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh $l = 2m$.



- a) Diện tích hình lục giác đều nói trên khi (α) đi qua trung điểm của SO là $6\sqrt{3}(m^2)$.
- b) Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm O trên hình vẽ, S thuộc tia Oy , đỉnh A của lục giác đều thuộc tia Ox thì c_4 nằm trên đường parabol có phương trình $y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{17}{6}x + 10$.
- c) Nếu (α) cắt SO và c_4 lần lượt tại M và B mà $OM = t$ thì độ dài đoạn BM là $\frac{17}{2} - \sqrt{t + \frac{49}{4}}$.
- d) Thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) là $171,4(m^3)$

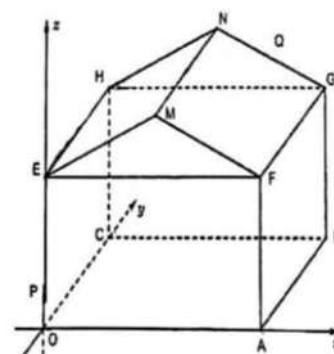
Câu 12: (Sở Thái Bình Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases} \text{ và mặt phẳng } (\alpha): x + y - z + 3 = 0.$$

- a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.
- b) Điểm M thuộc đường thẳng d .
- c) Điểm A có tọa độ dạng $A(t; -1 - t; 2 + 2t)$ với $t \in \mathbb{R}$ thì A thuộc đường thẳng d .
- d) Đường thẳng Δ đi qua M , cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-4}{5}$.

Câu 13: (Sở Thái Nguyên) Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFME.CBGNH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật, P là điểm nằm trên đoạn thẳng OE sao cho $OP = \frac{1}{4}OE$ và Q là trung điểm của đoạn thẳng GN . Người ta mô hình hóa bằng cách chọn hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O và các trục tọa độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị độ dài trên mỗi trục là $1m$). Biết $A(6;0;0), C(0;20;0), E(0;0;4), M(3;0;7)$. Khi đó:

- a) Tọa độ của $\overrightarrow{BP}$ là $(-6; -20; 1)$.
- b) Hai vectơ $\overrightarrow{EM}, \overrightarrow{GN}$ không vuông góc với nhau.
- c) Số đo góc nhị diện $[M, FG, E]$ bằng 45° .
- d) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí Q và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí P . Người ta thiết kế



đường dây cáp nối từ P đến E rồi từ E đến H , sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn dây cáp nối tối thiểu bằng $(26 + \sqrt{3})m$.

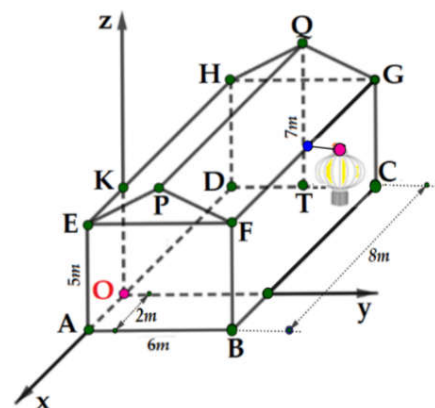
Câu 14: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Nhà bác An được mô tả như hình bên dưới, trong đó phần thân nhà là hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Ngõi nhà được lợp ngói hai mái là hai hình chữ nhật $PEHQ$ và $PFGH$, biết tam giác EFP là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của nhà lần lượt là $AB = 6m$; $AE = 5m$; $AD = 8m$; $QT = 7m$. Xét hệ trục tọa độ có gốc tọa độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2m$ và các trục tọa độ tương ứng là các trục Ox, Oy, Oz . Khi đó:

a) Tọa độ điểm A là $(2; 0; 0)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{AC}$ có tọa độ là $(6; 6; 0)$.

c) Bác An muốn lắp một chiếc đèn lồng tại vị trí trung điểm của FG và đầu nguồn điện đặt tại vị trí O . Bác ấy thiết kế đường dây điện nối từ O đến K sau đó nối đến chiếc đèn lồng. Độ dài đoạn dây điện nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ (m).

d) Mái nhà Bác An được lợp bằng ngói đất nung Đất Việt, giá tiền mỗi viên ngói là 11 000 đồng và để lợp được 1 (m^2) diện tích mái nhà cần 22 viên ngói. Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là 13 960 000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các viên ngói, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



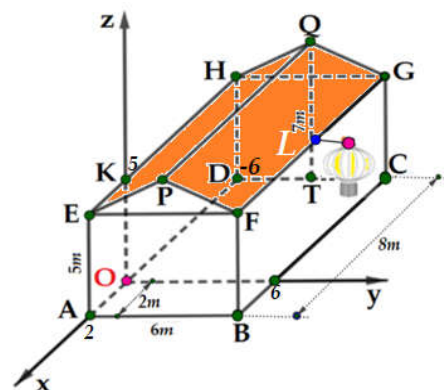
Câu 15: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(6; -10; 3)$, mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2; -3)$, bán kính bằng $2\sqrt{6}$ và mặt phẳng (α) có phương trình: $x + y = 0$.

a) Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (α) bằng 2.

b) Điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) .

c) Hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (α) là $Q(8; -8; 3)$.

d) Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) . Điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến A lớn nhất. Khi đó $MA = 6\sqrt{10}$.



Câu 16: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Thành nhà Hồ nằm trên địa phận huyện Vĩnh Lộc, tỉnh Thanh Hóa được UNESCO công nhận là di sản văn hóa thế giới vào ngày 27/6/2011. Thành có bốn cổng xây bằng đá ở bốn phía Nam-Bắc-Tây-Đông (Tiền-Hậu-Tả-Hữu), trong đó phía Nam gồm 3 cửa (như hình bên), mỗi phía còn lại chỉ có một cửa, các cửa thành được xây kiểu vòm cuốn. Trong một buổi trải nghiệm, một nhóm học sinh thực nghiệm đo đạc cửa chính giữa của cổng phía Nam để tính diện tích phần cửa gỗ và thu được các kết quả sau:

Bề rộng của cửa dưới mặt đất là 5,82 m, hai bên mép cửa (coi như vuông góc với mặt đất) có độ cao 2,25 m. Vòm cửa cong theo dáng của một Parabol có đỉnh là đỉnh cửa. Chiều cao từ mặt đất đến mặt trên của thành là 9,5 m, khoảng cách từ đỉnh cửa đến mặt trên của thành là 3,75 m. Nhóm học sinh chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ là điểm chính giữa đoạn thẳng nối hai chân cửa, trục Ox đi qua hai chân cửa, tia Oy hướng lên trên và đi qua đỉnh cửa, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 mét.

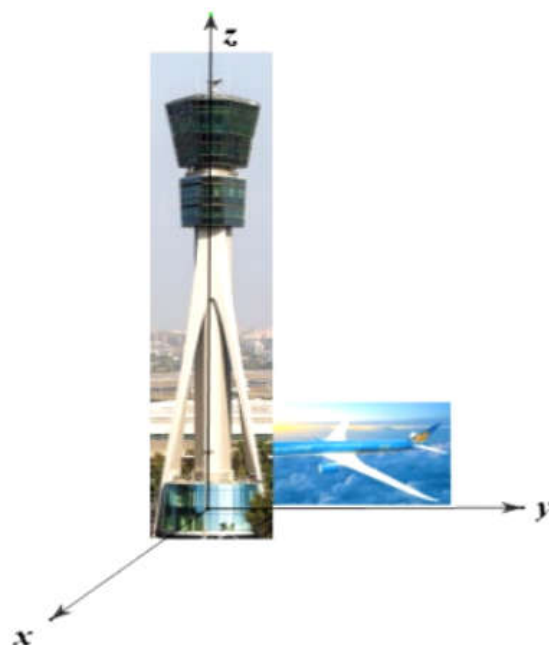


- Chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cửa là 5,75 m.
- Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, đỉnh cửa là điểm $I(0; 3,75)$.
- Với hệ trục tọa độ Oxy đã chọn, vòm cửa là một phần của đồ thị hàm số $y = -\frac{7}{5,82}x^2 + 5,75$.
- Trước đây, ở mỗi cửa có cánh cửa làm bằng gỗ, khi khép lại thì cửa được đóng kín. Diện tích cửa gỗ của cửa chính giữa là $26,68 \text{ m}^2$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của đơn vị m^2).

Câu 17: (SGD Tuyên Quang) Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 100m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).

Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 12km, cách 350km về phía đông và 200km về phía nam so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

- Radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0)$.
- Vị trí A có tọa độ $(350; 200; 12)$.

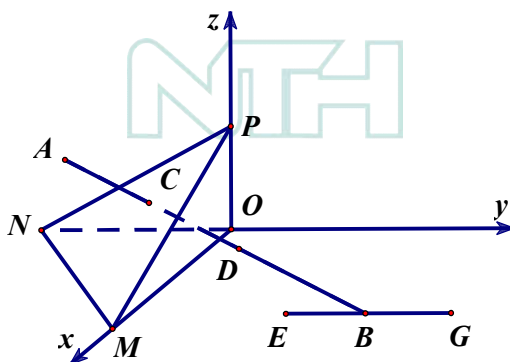


- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar khoảng 403,29km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Nếu máy bay giữ nguyên độ cao, tiếp tục bay về phía nam 100km nữa thì radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được vị trí của máy bay.

Câu 18: (SGD Tuyên Quang) Lớp 12B có 40 học sinh, trong đó có 34 em thích ăn chuối, 22 em thích ăn cam và 2 em không thích ăn cả hai loại quả đó. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong lớp.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là 40 .
- b) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cam là 0,53 .
- c) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn ít nhất một trong hai loại quả chuối hoặc cam là 0,95 .
- d) Xác suất để chọn được học sinh thích ăn cả hai loại quả chuối và cam là 0,45 .

Câu 19: (Sở Yên Bái Lần 2) Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0,5; 0,5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2; 5; 0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 8)$.



- a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0,5 + 3t \\ z = 0,5 - 0,5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

- b) Khi máy bay cách mặt đất 120m thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3,24; 1,78; 0,12)$.
- c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là 0,42km (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).
- d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4,5; 5,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120m . Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900m thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

Câu 20: (Sở Quảng Nam) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}$ và điểm

$$A(2;3;-1)$$

- a) Điểm A không thuộc đường thẳng d .
- b) Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d có phương trình $2x + y + 3z + 4 = 0$.
- c) Tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng (P) là điểm $I\left(\frac{2}{7}; -\frac{33}{14}; \frac{27}{14}\right)$.
- d) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (Q) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình $24x + 75y - 41z + 249 = 0$

Câu 21: (THPT Thăng Long - HN) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 6 = 0$ và điểm

$$A(-1; -1; 2)$$

- a) Khoảng cách từ A đến (P) là $\sqrt{5}$.
- b) Một công ty kỹ thuật muốn lắp đặt một camera giám sát để quan sát một màn hình quảng cáo hình chữ nhật với kích thước bề ngang là $6m$ và chiều cao $3m$ nằm trên mặt phẳng (P) . Biết góc nhìn ngang của camera là 60° , góc nhìn dọc (theo chiều cao vật thể) là 40° . Camera được đặt sao cho trục chính của nó hướng vào tâm màn hình quảng cáo. Khi đó, khoảng cách tối thiểu từ camera đến màn hình quảng cáo để toàn bộ màn hình quảng cáo nằm trong khung hình là $4,5m$ (phép tính làm tròn đến hàng phần chục của đơn vị mét).
- c) Gọi B, C lần lượt là giao điểm của (P) với Ox, Oy . Thể tích tứ diện $AOBC$ là 6 .
- d) Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Nếu (Q) không đi qua A thì (Q) có phương trình là $x - 2y + 11 = 0$.

Câu 22: (THPT Thăng Long - HN) Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\overrightarrow{AB}(-1; 2; 3), \overrightarrow{CD}(2; -1; 1)$

- a) Nếu điểm A trùng với điểm C thì số đo $\widehat{BAD}$ làm tròn đến đơn vị độ là 83° .
- b) Giả sử hai máy bay xuất phát đồng thời từ hai điểm $A(0,02;0;0), C(0,01;0;0)$ trên một sân bay (đơn vị trên các trục tọa độ là 100 ki lô mét), chuyển động thẳng đều với vec tơ vận tốc lần lượt là $\overrightarrow{AB}(-1; 2; 3), \overrightarrow{CD}(2; -1; 1)$ (đơn vị vận tốc là 100 ki lô mét trên giờ). Sau 30 phút, khoảng cách giữa hai máy bay là 234 km (làm tròn đến hàng đơn vị của ki lô mét).
- c) Tọa độ vec tơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$ là $\vec{u}(-3; 3; 1)$.
- d) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -1$.

Câu 23: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt

phẳng $(P): 2x - y - z + 4 = 0$.

a) Phương trình mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB là: $x + 2y - 3z - 2 = 0$.

b) Phương trình đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $(Q): \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

c) Nếu $M \in (P)$ sao cho $MA = MB$ thì $M \in \Delta$.

d) Điểm $C \in (P)$ có hoành độ nguyên sao cho $CA = CB = \sqrt{52}$. Khi đó phương trình của mặt cầu tâm C và đi qua điểm A có phương trình là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 52$.

Câu 24: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$, mặt phẳng

$(\alpha): x + 2y + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

a) Điểm $A(1;-1;2)$ là một điểm thuộc mặt phẳng (α) .

b) Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) là

$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

c) Mặt phẳng chứa điểm $A(1;-1;2)$ và chứa đường thẳng Δ có phương trình là $10x - 11y - 8z - 5 = 0$.

d) Cosin của góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) bằng $\frac{\sqrt{70}}{10}$.

Câu 25: (Quốc Học Quy Nhơn) Trong chuỗi sự kiện kỉ niệm 50 năm thống nhất đất nước (30/4/1975 – 30/4/2025), màn trình diễn với hơn 10500 drone được người dân háo hức mong chờ nhất.

Giả sử có hai drone cùng lúc xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam 60m, về phía Đông 40m và cách mặt đất 50m, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc 40m, về phía Tây 20m và cách mặt đất 30m. Tại thời điểm đang xét thì

a) Khoảng cách giữa hai chiếc drone là 118,32m.

b) Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 87,57m.

c) Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng 141,42m.

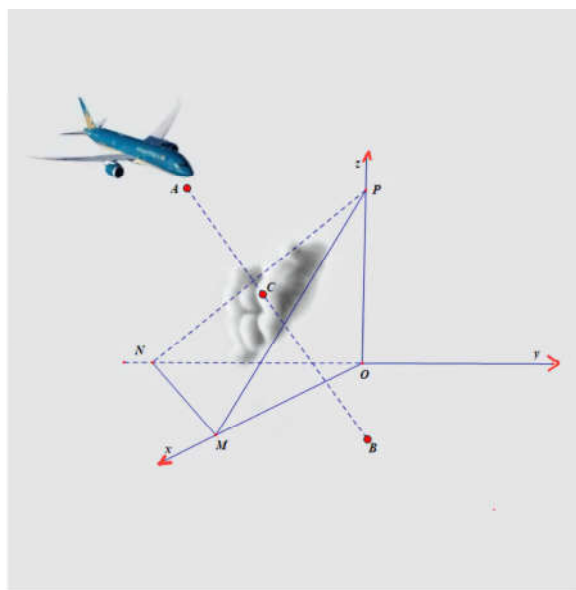
d) Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát 53,85m.

(Các kết quả trong các ý a, b, c, d làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 26: (Strong T2.Đ15) Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là $40km$

- Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 40^2$
- Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.
- Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 80 km
- Tại vị trí I, người ta đặt một radar có bán kính gấp 4 lần bán kính phủ sáng của ngọn hải đăng. Biết rằng phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;140000)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo bằng $Q(1400;800;160000)$. Khi đó radar vẫn phát hiện máy bay ở vị trí N .

Câu 27: (Cụm Trường Hải Dương) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}; \frac{2}{5}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(\frac{7}{2}; \frac{13}{2}; 0\right)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một đám mây mà một phần của nó được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0); N(0;-8;0); P\left(0;0;\frac{4}{5}\right)$. Khi máy bay hạ cánh sẽ xuyên qua đám mây đó ở vị trí điểm C .



- Toạ độ véc tơ $\overrightarrow{AB}\left(0;9;-\frac{2}{5}\right)$.

b) Ta có hai véc tơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương nên giả sử tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$.

Khi đó toạ độ của điểm C có dạng $C\left(\frac{7}{2}; \frac{5}{2} + 9k; \frac{2}{5} - \frac{2}{5}k\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $(MNP): \frac{x}{8} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{0,8} = 1$.

d) Khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh thì máy bay còn cách mặt đất một khoảng nhỏ hơn $338m$.

Câu 28: (ĐGNL ĐHSP HN) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 5 = 0 \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ có phương trình } 2x - 3y + 6z = 12.$$

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính $R = 9$.

c) Khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng 2.

d) Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có chu vi là $\pi\sqrt{5}$.

Câu 29: (ĐGNL ĐHSP HN) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 2)$

và bán kính $R = 3$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cùng chứa đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{3}$ và

tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại các điểm A, B . Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (IAB) tại điểm M .

a) Tìm tọa độ điểm M .

b) Tính độ dài đoạn thẳng AB .

Câu 30: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{3}$

và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 8 = 0$.

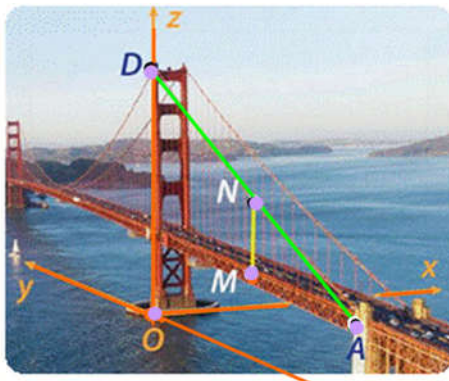
a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; -1; 2)$.

b) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $I(a; b; c)$. Ta có $a + b + c = -5$.

c) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2; -3; 4)$.

d) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng đi qua điểm $E(m; 1; n)$. Khi đó $m + n = -10$.

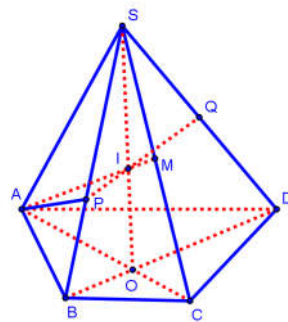
Câu 31: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là bề của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (được xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz , biết rằng điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$, biết rằng 1 đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với $1m$ trên thực tế.



- Đường thẳng AD có 1 véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AD} = (0; -343; 152)$.
- Tọa độ điểm A là $(0; -343; 75)$.
- Độ dài đoạn dây cáp AD là $AD = \sqrt{140753} \text{ (m)}$.
- Từ điểm M trên thành cầu, M thuộc mặt phẳng Oyz (như hình vẽ) cách mặt nước $75m$, cách trục Oz $5m$, người ta treo một đèn led trang trí có dạng đoạn thẳng MN (với N thuộc dây cáp AD), biết rằng $1m$ đèn led có giá 125000 đồng, số tiền thấp nhất có thể sử dụng để lắp đèn led (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng) là 17118000 đồng.

Câu 32: (Sở GD Hà Nội) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD \parallel BC$, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , điểm M là trung điểm của đoạn thẳng SC .

- Đường thẳng AM nằm trong mặt phẳng (SAC) .
- Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là đường thẳng SO .
- Giao điểm của đường thẳng AM và mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AM và SO .
- Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AM và song song với đường



thẳng BD . Mặt phẳng (α) cắt SB tại P . Khi đó $\frac{SP}{SB} = \frac{2}{3}$.

Câu 33: (SGD Ninh Bình Lần 3) Một khu bảo tồn thiên nhiên có hai trạm kiểm lâm và một trạm quan sát. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là kilômét), hai trạm kiểm lâm và trạm quan sát có vị trí lần lượt là $A(15; 10; 0)$, $B(75; 90; 0)$ và $I(25; 70; 0, 2)$. Một thiết bị bay không người lái (drone)

được thiết kế bay trên đường thẳng CD với $C(15;10;0,1)$ và $D(75;90;0,1)$ để truyền tín hiệu và dữ liệu về trạm quan sát I .

a) Phương trình đường thẳng mô tả cho tuyến đường bay của drone là
$$\begin{cases} x = 15 + 3t \\ y = 10 + 4t \\ z = 0,1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Trạm quan sát I nhìn đoạn thẳng AB dưới một góc nhỏ hơn 65° .

c) Khi tín hiệu gửi về trạm quan sát nhanh nhất thì vị trí của drone là $K\left(\frac{237}{5}; \frac{266}{5}; 0,1\right)$.

d) Cùng một thời điểm, một xe máy xuất phát từ A đi đến B với vận tốc 40 km/h và một ô tô xuất phát từ B đi đến A với vận tốc 60 km/h, sau đó gặp nhau tại M . Drone phải di chuyển trước đến vị trí H có hình chiếu trên AB là M . Khi đó vị trí của drone là $(39;42;0,1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;-1;1)$, $B(-1;3;-1)$, $C(5;-3;4)$.

a) Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng -23 .

b) Góc $\widehat{BAC}$ là góc nhọn.

c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ bằng $\frac{-23}{\sqrt{638}}$.

d) Lấy điểm M trên mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi đó tọa độ của M là $\left(2; \frac{-1}{3}; 0\right)$

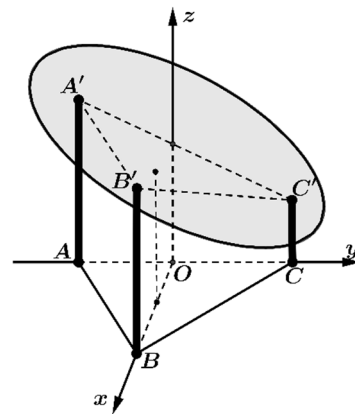
Câu 35: (Sở Bình Phước Lần 1) Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là 8m, 9m, 10m. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).

a) Tọa độ các điểm $A'(0;-4;10)$, $B'(4\sqrt{3};0;9)$, $C'(0;4;8)$.

b) Mặt phẳng (ABC) nhận $\vec{k} = (0;1;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

c) Mặt phẳng $(A'B'C')$ nhận $\vec{n} = (0;1;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

d) Biết độ dốc của mái nhà đạt mức tiêu chuẩn khoảng từ 27° đến 35° thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.



Câu 36: (Sở BRVT) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), coi mặt biển là một phần của mặt phẳng (Oxy) . Một ngọn hải đăng cao 60 m so với mực nước biển được đặt ở vị trí $I(30; 55; 60)$ có bán kính phủ sáng là 5 km .

- a) Vùng phủ sáng của ngọn hải đăng là khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình là $(x - 30)^2 + (y - 55)^2 + (z - 60)^2 = 5000^2$.
- b) Nếu người đi biển ở vị trí $A(7500; 6500; 0)$ thì người đó ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng.
- c) Nếu ngọn hải đăng phủ sáng một vùng trên mặt biển thì diện tích vùng sáng này không vượt quá 80 triệu mét vuông.
- d) Nếu hai người đi biển ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không vượt quá 10 km .



Câu 37: (Sở Đồng Nai Lần 1) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômet), mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, chiều dương của trục Oz hướng lên trời, một khinh khí cầu bắt đầu chuyển bay từ điểm $A(-1; 18; 0,5)$, nó bay theo một đường thẳng với vận tốc không đổi và sau một giờ đến điểm $B(31; 42; 0,5)$. Tại thời điểm khinh khí cầu bắt đầu bay, một máy bay cỡ nhỏ ở điểm $C(15; 18; 0,1)$ bắt

đầu bay theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = 15 - 80t \\ y = 18 + 60t (t \in \mathbb{R}), \text{ trong đó } t \geq 0 \text{ được tính bằng} \\ z = 0,1 + 4t \end{cases}$$

giờ.

- a) $AB = 40$.

b) Đường thẳng AB có phương trình
$$\begin{cases} x = 32 - s \\ y = 24 + 18s (s \in \mathbb{R}). \\ z = 0,5s \end{cases}$$

- c) Hai đường thẳng AB và d cắt nhau tại điểm $H(7; 24; 0,5)$.

d) Khi máy bay bay đến điểm H thì máy bay và khinh khí cầu cách nhau $6km$.

Câu 38: (Sở Đồng Tháp) Việc sử dụng điện thoại di động khi đang lái xe sẽ làm tăng nguy cơ gây tai nạn giao thông. Người ta điều tra ở một thành phố X cho thấy có 2% tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe. Trong các vụ tai nạn ở thành phố đó, người ta nhận thấy có 10% là do tài xế có sử dụng điện thoại di động khi lái xe gây tai nạn. Gọi A là biến cố “Tài xế sử dụng điện thoại di động khi lái xe” và B là biến cố “Tài xế gây tai nạn”.

a) $P(\bar{A}) = 0,8$.

b) $P(B | A) = 0,1$.

c) $P(A | B).P(B) = P(B | A).P(A)$.

d) Việc sử dụng điện thoại di động khi lái xe ở thành phố X làm tăng xác suất gây tai nạn lên 5 lần.

Câu 39: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với độ dài $10km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30km$. Một UAV (thiết bị bay không người lái) di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $A(-2; -1; 4)$ đến vị trí $B(6; 3; 0)$ với tốc độ không đổi là $80km/h$.

a) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (8; 4; -4)$.

b) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

c) Vị trí đầu tiên UAV bị trạm theo dõi phát hiện là $M(2; 1; 2)$.

d) UAV bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian nhiều hơn 19 phút.

Câu 40: (Sở Hải Dương) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(1; 4; -3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. Đường thẳng d thay đổi sao cho d luôn đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) . Khi khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d nhỏ nhất thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; 1; b)$. Giá trị của $4a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 41: (Sở Hải Phòng Lần 2) Tại một thời điểm có bão, khi đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) ở một vị trí phù hợp thì tâm bão có tọa độ là $(300; 200; 1)$. Một mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão ở cấp độ: bán kính gió mạnh từ cấp 10, giật từ cấp 12 trở lên khoảng $100km$ tính từ tâm bão.



Hình ảnh về mắt siêu bão Yagi qua vệ tinh

Ảnh chụp vệ tinh cơn bão Yagi vào lúc 10h ngày 6 tháng 9 năm 2024.

- Khoảng cách từ tâm bão đến gốc tọa độ đã đặt là 374km
- Mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão có phương trình là $(x - 300)^2 + (y - 200)^2 + (z - 1)^2 = 100^2$.
- Tại một vị trí có tọa độ $(350; 245; 1)$ thì có bị ảnh hưởng bởi cơn bão.
- Khoảng cách xa nhất từ gốc tọa độ đến một điểm trên mặt cầu để mô tả ranh giới vùng ảnh hưởng của bão và bên ngoài vùng ảnh hưởng của bão là 461km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 42: (Sở Hậu Giang) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 3 = 0$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

- $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- $A(1; -1; 0)$ là một điểm thuộc đường thẳng d .
- $\cos(d; (P)) = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) là $4x - 3y + 5z - 7 = 0$.

Câu 43: (Sở Hòa Bình Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2} \text{ và } d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}.$$

- Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2; 4; 4)$.
- Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$.
- Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

Câu 44: (Sở Hòa Bình Lần 2) Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(3;0;2)$, $C(0;-2;1)$.

- Toạ độ các vectơ $\overrightarrow{AB} = (1;-1;-1)$, $\overrightarrow{BC} = (-3;-2;-1)$.
- Đường thẳng BC đi qua điểm $M(6;2;3)$.
- Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng trung trực của đoạn BC bằng $\frac{\sqrt{15}}{2}$.
- Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A , B và cách C một khoảng lớn nhất có phương trình $3x + 2y + z - 11 = 0$.

Câu 45: (Sở Hòa Bình Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng:

$$d_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-2} \text{ và } d_2 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-1}.$$

- Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(2;4;4)$.
- Đường thẳng vuông góc với cả d_1 và d_2 có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;1)$.
- Đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 chéo nhau.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 là $3\sqrt{2}$.

Câu 46: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Hệ thống phòng không “Vòm sắt” là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để “Vòm sắt” hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị độ dài trên mỗi trục ứng với 1 km và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(686;347;8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-263;19;0)$.



- Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$.
- Radar không phát hiện được một quả tên lửa ngay tại vị trí A được phóng lên.
- Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa, khi đó vị trí đầu tiên quả tên lửa xuất hiện trên màn hình Radar là $B(160;385;8)$.
- Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là 396 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 17 ĐMH BGD 2025)

- Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2)** Cho hình chóp $S, ABCD$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường SA và BC bằng ma . Tìm giá trị của m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 2: (Sở Hậu Giang)** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là 4 m, 4,4 m, 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 3: (Sở Hòa Bình Lần 1)** Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 4: (Sở Hòa Bình Lần 1)** Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị đo bằng độ).
- Câu 5: (Chuyên KHTN Lần 2)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của $BC, B'C'$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CN . (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 6: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 2 (dm). Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (dm). Tính thể tích V (dm³) của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).
- Câu 7: (ĐGNL ĐHSP HN)** Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $AA' = 6, AB = AC = 3$.
- Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$.
 - Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C$.
- Câu 8: (Cụm Trường Hải Dương)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 1 mét. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 9: (Liên Trường Nghệ An Lần 2)** Cho hình chóp $S.ABCD$, trong đó đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6, AD = 10$. Hình chiếu của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm O của đáy $ABCD$.

và chiều cao của hình chóp là $\sqrt{5}$. Tính góc nhị diện $[A, SB, C]$ (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo bằng độ).

Câu 10: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), một ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 3z + 18 = 0$. Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x - y = 0$ và $(Q): x + y - 2z = 0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà đến nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 11: (SGD Ninh Bình Lần 3) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $AB = BC = 2$, $AD = 6$, $SA = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC , SAB là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Câu 13: (Sở Bình Phước Lần 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 14: (Sở BRVT) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 15: (Sở Đồng Nai Lần 1) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 20cm và $SA \perp (ABCD)$, $SB = 25$ cm. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 16: (Sở Đồng Tháp) Trong không gian cho tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, $\triangle DBC$ là tam giác đều và có diện tích bằng $\sqrt{3}$, số đo góc nhị diện $[B, AD, C] = 120^\circ$. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S, BD, C]$. Tính $\cos \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 18: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{10}$. Gọi α là số đo góc nhị diện $[S, BD, C]$. Tính $\cos \alpha$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 19: (Sở Hải Dương) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 4 = 0$.

a) Vectơ $\vec{n} = (1; 1; -1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2; 2; 0)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $22,2^\circ$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc và cắt đường thẳng d . Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{11}$.

Câu 20: (Sở Hải Dương) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 4$, $AC = 5$, $AA' = 6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 21: (Sở Thái Bình Lần 1) Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Tính cosin của góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

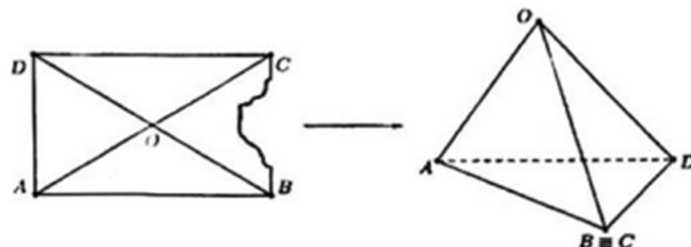
Câu 22: (Sở Thái Bình Lần 1) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng 10. Tính thể tích nhỏ nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 23: (Sở Thái Nguyên) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 1\text{cm}$, $CD = 2\text{cm}$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}\text{cm}^3$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu centimet? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 24: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10$, $AD = 20$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

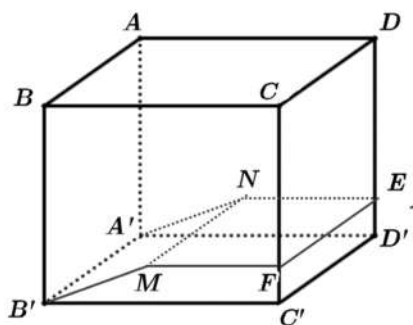
Câu 25: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Trên công trường xây dựng, một công nhân muốn tạo ra một dụng cụ để dựng vật liệu lỏng từ một tấm thép hình chữ nhật $ABCD$ tâm O có $AB = 3,2\text{m}$, $AD = 2,4\text{m}$

. Do tấm thép bị hỏng một phần (tham khảo hình vẽ) nên người đó cắt bỏ tam giác OBC và hàn hai mép OB , OC với nhau để thu được một hình tứ diện $OABD$ (không có mặt ABD). Dụng cụ này sẽ được vùi đất xung quanh sao cho đỉnh O quay xuống và mặt ABD hướng lên trên, khi đựng đầy vật liệu lỏng thì phần không gian trong lòng của dụng cụ hoàn toàn bị lấp đầy. Tính thể tích của vật liệu lỏng được đựng đầy trong dụng cụ. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của đơn vị m^3 và xem độ dày của tấm thép không đáng kể).



Câu 26: (SGD Tuyên Quang) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 5. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{5\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối lăng trụ là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 27: (Sở Yên Bái Lần 2) Một bể bơi ban đầu có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Sau đó, người ta làm lại mặt đáy như hình vẽ. Biết rằng $A'B'MN$ và $MNEF$ là các hình chữ nhật, $(MNEF) \parallel (A'B'C'D')$, $AB = 10$ m, $AD = 30$ m, $AA' = 20$ m, $MF = DE = 17$ m. Tính tỉ số thể tích của bể sau khi làm lại mặt đáy với thể tích của bể lúc ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 28: (THPT Thăng Long - HN) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Gọi M là trung điểm SA . Tính số đo của góc nhị diện $[M, BD, C]$ (làm tròn đến hàng đơn vị độ).

Câu 29: (THPT Thăng Long - HN) Một xưởng cơ khí nhận thiết kế một giá đỡ kim loại hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ để trưng bày sản phẩm. Giá đỡ có các kích thước $AB = 0,6$ mét; $AA' = 2$ mét. Hai thanh kim loại chéo được gắn thêm để tăng độ chắc chắn cho giá đỡ: thanh AM nối A với trung điểm M của BC và thanh $A'B$. Xưởng cần tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chéo AM và $A'B$.

để xem liệu việc thiết kế thêm hai chèo này có đủ khoảng trống để lắp thêm phụ kiện không? Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai thanh chèo AM và $A'B$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của đơn vị mét).

Câu 30: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Cho kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt bên của kim tự tháp bằng $48100 m^2$ và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$ (độ dốc của mái nhà là tang của góc tạo bởi mái nhà với mặt phẳng nằm ngang). Chiều cao của kim tự tháp là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 31: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 2, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AD . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 32: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật; $AB = 1$, $\widehat{ACD} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và số đo của góc nhị diện $[S, CD, B]$ bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 33: (Quốc Học Qui Nhơn) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B , cạnh $AB = BC = 1$, $AA' = \sqrt{2}$ và M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 34: (Strong T2.Đ15) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh 4. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Câu 35: (SGD Hưng Yên) Một tòa nhà có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $160m$ và cạnh bên là $140m$.



Giả sử, từ một mặt bên của tòa nhà ta cần thiết kế con đường ngắn nhất để di chuyển đến tâm của đáy tòa nhà, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét? (quy tròn đến hàng phần chục).

Câu 36: (Sở Lai Châu Lần 1) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = 1$, $AD = 2$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AD và $SH = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 37: (Sở Nghệ An Lần 2) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2$, $AD = 4$ và $SA \perp (ABCD)$, $SA = 3\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (đơn vị đo góc: độ, kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

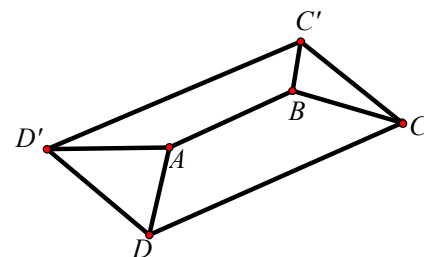
Câu 38: (Sở Ninh Bình Lần 1) Kim tự tháp kính Louvre là một kim tự tháp được xây bằng kính và kim loại nằm ở giữa sân Napoléon của bảo tàng Louvre, Paris, Pháp. Kim tự tháp kính Louvre có dạng hình chóp tứ giác đều cao 20,6 m, góc giữa cạnh bên và mặt đáy xấp xỉ $39^\circ 46' 22''$. Thể tích của kim tự tháp đó bằng bao nhiêu mét khối? (làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

Câu 39: (Sở Ninh Bình Lần 3) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $AB = BC = 2$, $AD = 6$, $SA = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C và $AC = 4$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng bao nhiêu?

Câu 41: (Sở Phú Thọ Lần 1) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD . Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 42: (SGD Sóc Trăng) Một mái nhà được tạo bởi hai nửa lục giác đều $ABCD$, $ABC'D'$ và hai tam giác bằng nhau ADD' , BCC' . Biết $CDD'C'$ là hình chữ nhật và $AB \parallel CD \parallel C'D'$, $CD = C'D' = 2AB = 6$ m, $DD' = 4$ m. Tìm số đo góc nhị diện $[D', AD, C]$. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).



Câu 43: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2$; $AC = \sqrt{3}$; $\widehat{BAC} = 150^\circ$. Tính khoảng cách giữa AA' và BC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 18 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một bà mẹ muốn cho con vào học một trường quốc tế sau khi tốt nghiệp THPT. Để chủ động việc đóng học phí cho con, vào cùng một thời điểm mỗi năm trong 5 năm liên tiếp, bà mẹ gửi tiền vào một tài khoản có lãi suất kép hàng năm. Các khoản tiền gửi lần lượt là 100 triệu đồng, 120 triệu đồng, 150 triệu đồng, 160 triệu đồng, 180 triệu đồng. Hỏi rằng sau lần gửi tiền cuối cùng, tổng số tiền trong tài khoản là bao nhiêu biết lãi suất là 6% / năm? (kết quả làm tròn đến hàng triệu, đơn vị là triệu đồng)?

Câu 2: (Sở Lai Châu Lần 1) Nam và ba người bạn lên kế hoạch cho một chuyến đi phượt xuyên Việt, ghé thăm 4 thành phố: Hà Nội, Đà Nẵng, Thành phố Hồ Chí Minh (TP.HCM) và Cần Thơ. Họ xuất phát từ Hà Nội, đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần rồi quay về Hà Nội. Bảng chi phí nhiên liệu (tính bằng lít xăng) giữa các thành phố như sau:

	Hà Nội	Đà Nẵng	TP.HCM	Cần Thơ
Hà Nội	0	40	90	110
Đà Nẵng	40	0	50	70
TP.HCM	90	50	0	30
Cần Thơ	110	70	30	0

Xe của nhóm hiện đã có sẵn 150 lít xăng. Để hoàn thành hành trình, họ cần đổ thêm ít nhất bao nhiêu lít xăng?

Câu 3: (Sở Nghệ An Lần 2) Đầu đặn ngày đầu mỗi tháng, anh Hùng gửi 20 triệu đồng tiết kiệm ở một ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là 4%/năm. Sau khi gửi được 12 tháng, kể từ tháng thứ 13, ngân hàng thay đổi lãi suất tiền gửi lên mức 5%/năm với kỳ hạn 1 tháng (số tiền gửi cũ sẽ được tính theo lãi suất mới kể từ tháng thứ 13). Anh Hùng tiếp tục gửi 20 triệu đồng vào ngày đầu mỗi tháng từ tháng thứ 13 đến tháng thứ 24. Đầu tháng thứ 25 anh Hùng quyết định rút toàn bộ số tiền (cả gốc và lãi) ra để đầu tư kinh doanh. Hỏi tổng số tiền anh Hùng nhận được là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

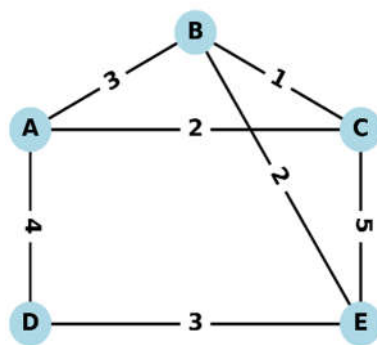
Câu 4: (Sở Ninh Bình Lần 1) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OBCD.O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

Câu 5: (Sở Phú Thọ Lần 2) Để tiết kiệm tiền sau này cho việc học đại học của con, cô Bình quyết định gửi 1,5 triệu đồng cuối mỗi tháng vào ngân hàng với lãi suất mỗi tháng là 0,3% theo hình thức lãi kép. Cô bắt đầu gửi tiền khi con cô tròn 3 tuổi. Cô Bình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền

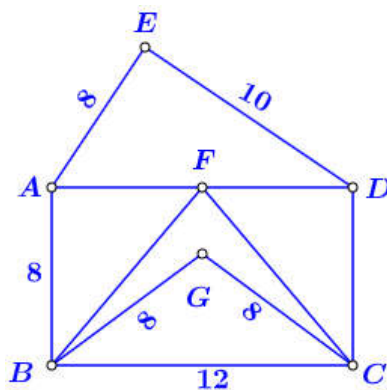
vào thời điểm con cô tròn 18 tuổi nếu cô không rút lãi và lãi suất ngân hàng không thay đổi trong suốt quá trình gửi tiết kiệm? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo triệu đồng)

Câu 6: (Sở Phú Thọ Lần 1) Trong một trò chơi điện tử, hai bạn Tít và Mít thi xem ai chạy được quãng đường xa hơn. Tít chạy với vận tốc $v_T(t) = 5\sqrt{t}$ (km/h), quãng đường Mít chạy được cho bởi phương trình $s_M(t) = 5t - \frac{5}{2\pi} \sin(2\pi t)$ (km) (với t là thời gian tính theo giờ). Nếu cuộc đua kết thúc khi Tít hoặc Mít chạy được 10 km đầu tiên thì khoảng cách giữa hai bạn là bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 7: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km). Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kì, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?



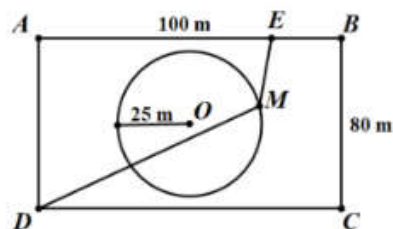
Câu 8: (SGD Sóc Trăng) Cho bảy điểm A, B, C, D, E, F, G có $ABCD$ là hình chữ nhật F là trung điểm AD , độ dài các cạnh được ghi trên hình vẽ (đơn vị độ dài).



Một trò chơi được quy định như sau: xuất phát từ một điểm bất kỳ trong bảy điểm trên đi qua hết tất cả các cạnh trên hình vẽ mỗi cạnh ít nhất một lần rồi quay lại điểm xuất. Người chơi là người thắng cuộc nếu tổng độ dài đường đi là ngắn nhất. Tính tổng độ dài đường đi đó.

Câu 9: (Chuyên KHTN Lần 2) Trên sân vận động, người ta tổ chức một cuộc thi chạy thông minh. Sân vận động là hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 100m$ và $CD = 80m$. Ở chính giữa

sân người ta vẽ một hình tròn có tâm trùng với tâm của hình chữ nhật, bán kính bằng 25m như hình vẽ. Lấy E là một vị trí trên cạnh AB sao cho $EB = 20m$. Mỗi vận động viên cần xuất phát từ một điểm M trên đường tròn và chạy theo cung đường $MDCBEMD$. Vận động viên thắng cuộc là người chạy với quãng đường ngắn nhất. Tính độ dài quãng đường ngắn nhất vận động viên phải chạy (đơn vị m, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

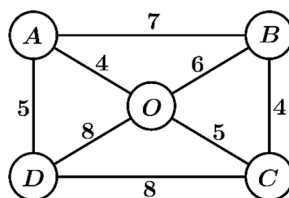


Câu 10: (Cụm Trường Hải Dương) Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao 2m với vận tốc tại thời điểm t cho bởi công thức $v(t) = 100 - 9,8t$ (m/s), ($t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên). Tìm độ cao (tính theo km) của viên đạn so với mặt đất ở thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).

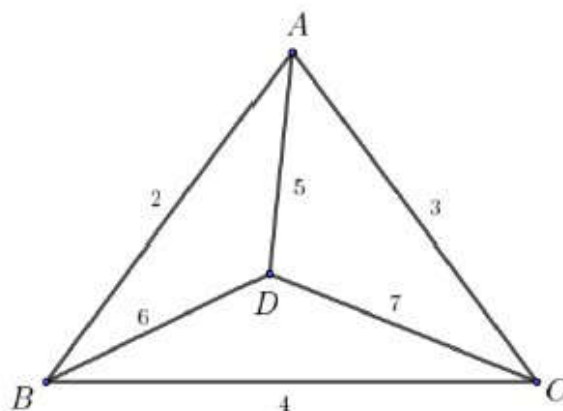
Câu 11: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Công ty X có một kho hàng trung tâm tại điểm A và cần giao hàng đến 3 điểm giao hàng khác nhau B, C, D trong thành phố, sau khi giao hàng xong thì xe quay về điểm A. Biết rằng khoảng cách giữa các điểm giao hàng cho bởi bảng sau (đơn vị tính km). Thời gian giao hàng tại mỗi điểm giao hàng 30 phút/điểm. Tốc độ trung bình của xe vận chuyển hàng là 40 km/h. Tính tổng thời gian ít nhất để hoàn thành việc giao hàng nói trên (đơn vị đo: phút, làm tròn đến hàng đơn vị)

Điểm đi \ Điểm đến	A	B	C	D
A	0	9	11	14
B	9	0	7	8
C	11	7	0	5
D	14	8	5	0

Câu 12: (Sở Bình Phước Lần 1) Trong một trò chơi điện tử, người chơi sẽ khởi đầu tại một trong năm vị trí xuất phát tại các điểm A, B, C, D, O. Ban đầu, người chơi sẽ có 50 HP (HP là từ viết tắt của: “Health Points”) và người chơi sẽ đi từ điểm xuất phát đến các điểm còn lại để tiêu diệt địch (các đường đi qua sẽ không thể quay trở lại). Ứng với mỗi đường đi qua, người chơi sẽ mất một lượng HP nhất định được ký hiệu trên sơ đồ dưới đây. Sau cùng, người chơi phải quay lại vị trí xuất phát và tiêu diệt địch cuối cùng ngay tại đó. Biết đường đi cuối cùng này sẽ mất gấp đôi lượng HP yêu cầu. Hỏi sau khi hoàn thành nhiệm vụ thì người chơi có thể giữ lại tối đa bao nhiêu HP?

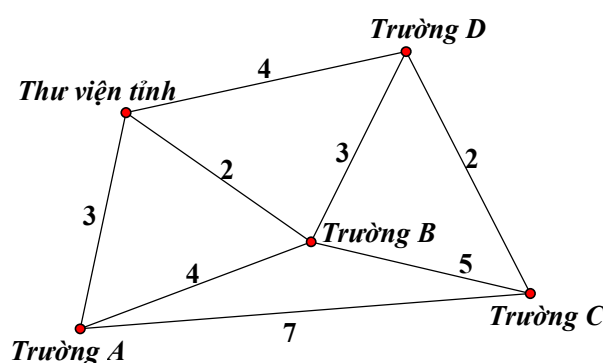


Câu 13: (Sở BRVT) Có bốn địa điểm A, B, C, D trong đó có 2 con đường nối hai vị trí A, B ; có 3 con đường nối hai vị trí A, C ; có 4 con đường nối hai vị trí C, B ; có 5 con đường nối hai vị trí A, D ; có 6 con đường nối hai vị trí B, D ; có 7 con đường nối hai vị trí C, D (số lượng con đường nối hai địa điểm được ghi trên đoạn thẳng nối hai điểm trong hình vẽ).



Một người ở vị trí A được giao nhiệm vụ đi đến ba địa điểm còn lại (mỗi địa điểm đến một lần) và quay về A . Có bao nhiêu cách để người đó thực hiện nhiệm vụ này?

Câu 14: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Một nhân viên của thư viện tỉnh muốn lập kế hoạch giới thiệu nội dung chương trình “Kết nối bạn đọc yêu sách 2025” đến bốn trường học trong khu vực lân cận. Độ dài quãng đường giữa các địa điểm (đơn vị: kilômét) được mô tả trong hình vẽ sau:

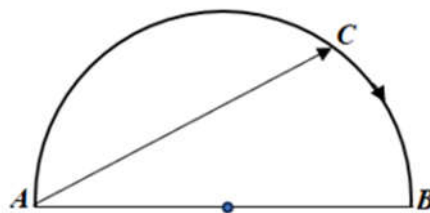


Người nhân viên đó muốn xuất phát từ thư viện tỉnh và phải đi thăm cả bốn trường, mỗi trường chỉ đến đúng một lần, rồi quay trở về thư viện tỉnh. Tổng độ dài quãng đường đi (đơn vị: kilômét) thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

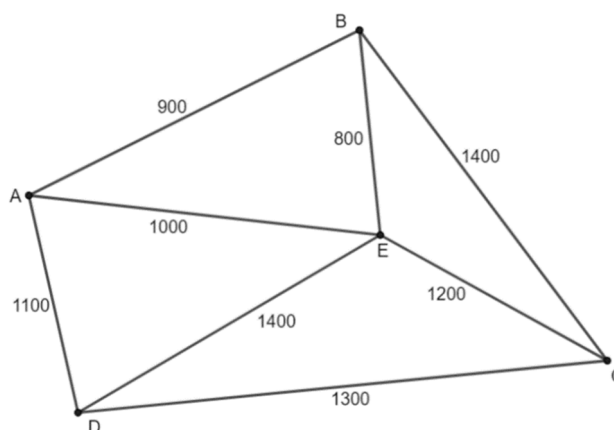
Câu 15: (Sở Thái Bình Lần 1) Cuối mỗi tháng anh Bình đều gửi tiết kiệm 1 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 8% / năm theo phương thức tính lãi kép với kì hạn 1 tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng anh Bình có đủ 21 triệu đồng để mua được một chiếc xe máy?

Câu 16: (Sở Thái Nguyên) Một hồ nước hình bán nguyệt có đường kính $AB = 150\text{ m}$. Một người chèo thuyền theo một đường thẳng với vận tốc $1,5\text{ km/h}$ từ vị trí A đến vị trí C bất kỳ trên cung $\widehat{AB}$. Tại vị trí C người đó nghỉ 2 phút rồi tiếp tục đi bộ dọc theo cung nhỏ $\widehat{CB}$ đến B , sau đó đi bộ theo đường thẳng BA để quay về A với vận tốc 3 km/h (tham khảo hình vẽ). Hỏi thời

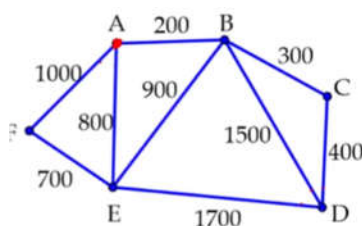
gian chậm nhất mà người đó về đến A là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



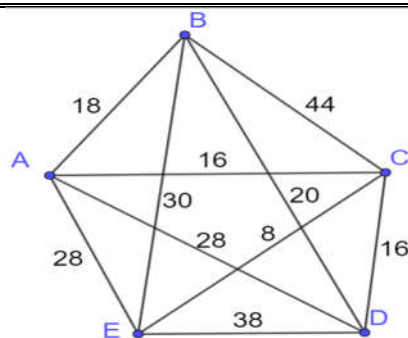
Câu 17: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình (tính theo đơn vị nghìn đồng). Xe giao hàng của công ty xuất phát từ thành phố A đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố A . Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng (tính theo đơn vị nghìn đồng)?



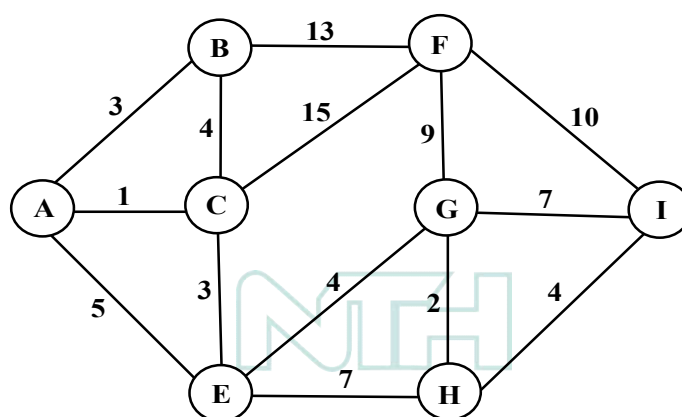
Câu 18: (SGD Tuyên Quang) Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện (vị trí A) và phải đi qua các con đường để phát thư rồi quay lại bưu điện. Sơ đồ các con đường cần đi qua và độ dài của chúng (tính theo mét) được biểu diễn ở hình vẽ dưới. Khi đó, quãng đường ngắn nhất người ta đưa thư có thể lựa chọn là đi bao nhiêu mét?



Câu 19: (Strong T2.Đ15) Một tài xế chở hàng cần chở hàng đến cả 5 địa điểm A, B, C, D, E như hình vẽ. Khoảng cách giữa các địa điểm được ghi theo số ở trên mỗi đoạn thẳng với đơn vị đo là km . Quãng đường ngắn nhất để tài xế phải đi là bao nhiêu km để có thể giao đủ đến cả 5 địa điểm (Giả thuyết rằng tài xế sẽ bắt đầu tại một điểm bất kỳ và kết thúc giao hàng khi tất cả các địa điểm đã được đến)?



Câu 20: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Trong một trò chơi điện tử, game thủ phải điều khiển một nhân vật trong game có 100 HP (HP là viết tắt của từ Health point hay gọi đơn giản là chỉ số máu của nhân vật) thực hiện một hành trình xuất phát từ điểm A đi đến điểm I. Các tuyến đường nối từ điểm A đến điểm I được biểu diễn trong sơ đồ sau, với các con số ghi trên mỗi tuyến là số HP mà nhân vật bị mất đi.

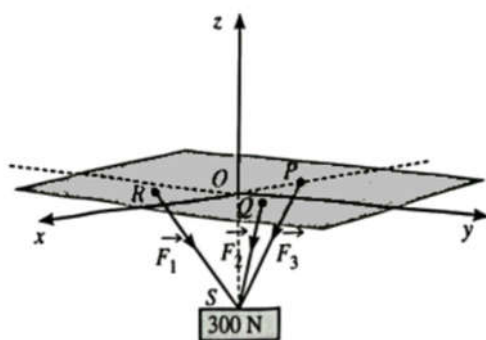


Số điểm đạt được của game thủ sau khi kết thúc trò chơi bằng số HP còn lại của nhân vật trong game. Hỏi số điểm cao nhất mà game thủ có thể đạt được là bao nhiêu điểm?

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

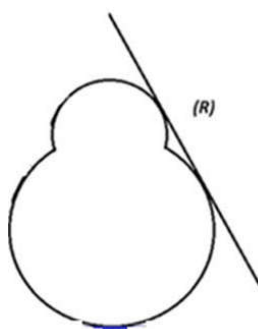
(Phát triển Câu 19 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Thái Nguyên) Một vật có trọng lượng $300N$ được treo bằng ba sợi dây cáp không dẫn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0), Q(1;\sqrt{3};0), R(1;-\sqrt{3};0)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S(0;0;-2\sqrt{3})$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với $1N$). Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS . Giá trị $|\vec{F}_1| + 2|\vec{F}_2| + |\vec{F}_3|$ bằng bao nhiêu Niu – tơn? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



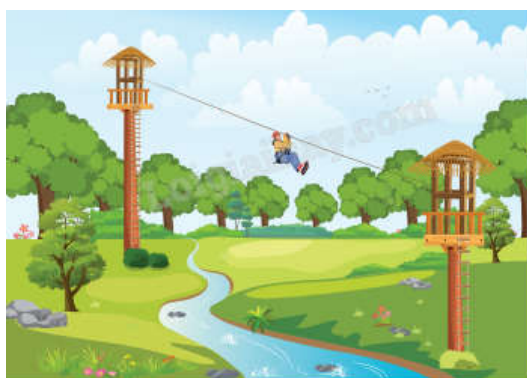
Câu 2: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-2;-1), B(1;4;6), C(3;38;-16), D(2;5;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn biểu thức $P = MD^4 - \frac{16}{3} \cdot MD^3 - 4MA^2 - 5MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = a + b + c$? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 3: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Ở trung tâm nghiên cứu X có một thiết bị được đặt trên một quả đồi thuộc vùng rừng núi để đo các thông số về thời tiết khí tượng của vùng đó (nhiệt độ, áp suất khí quyển, độ ẩm, mây, gió, mưa...). Cấu tạo bên ngoài của thiết bị gồm hai mặt cầu cắt nhau là (S_1) có tâm I , bán kính bằng $4m$ và mặt cầu (S_2) có tâm J , bán kính bằng $2m$. Để đo các thông số cần thiết, người ta lắp đặt một tấm thiết bị điện tử hình chữ nhật (R) luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ và có thể di chuyển quanh các chỏm cầu để truyền tín hiệu tới hộp điều hành (đường truyền không dây).

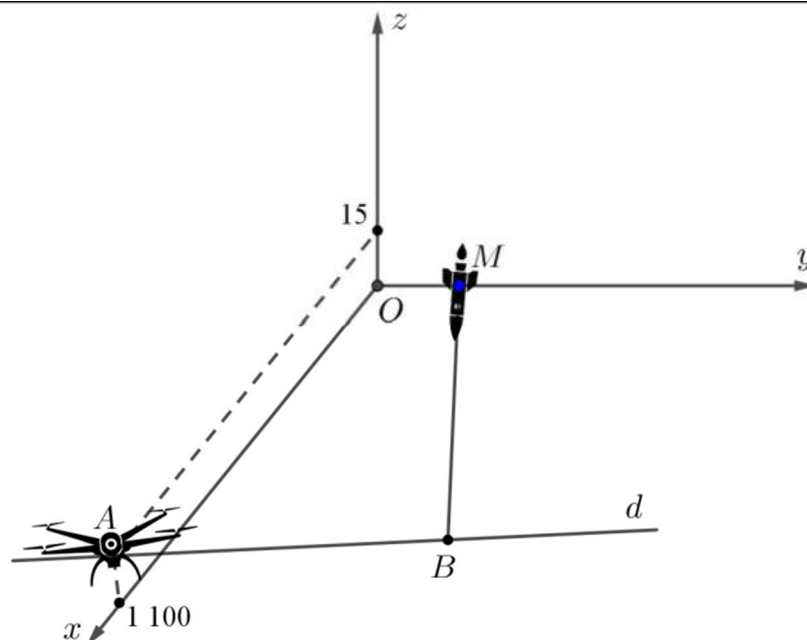


Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian với độ dài đơn vị trên mỗi trục tọa độ là $1m$ và $O(0;0;0)$ là vị trí hộp điều hành thiết bị thì $I(2;1;1)$ và $J(2;1;5)$. Khi khoảng cách từ O đến tâm thiết bị điện tử (R) ngắn nhất là lúc đường truyền tín hiệu tốt nhất. Khoảng cách ngắn nhất này bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, tham khảo mô tả thiết bị như hình trên).

Câu 4: (Sở Yên Bái Lần 2) Trong một khu du lịch, người ta cho khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao $15m$ của tháp 1 này sang vị trí B cao $10m$ của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của A, B lần lượt là $A(3;2,5;15)$ và $B(21;27,5;10)$. Khi du khách ở độ cao $12m$ thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$



Câu 5: (Sở Quảng Nam) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét mô hình phòng không như sau: radar đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$, tên lửa phòng không đặt tại điểm $M(0;50;0)$, mỗi đơn vị tương ứng với $10m$, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Oz vuông góc với mặt đất và hướng lên trên (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử mọi UAV (phương tiện bay không người lái) và tên lửa đều chuyển động thẳng đều. Tại thời điểm $t = 0$, radar phát hiện ra UAV A ở tọa độ $A_0(1100;0;15)$. Tại thời điểm $t = 1s$, radar theo dõi thấy UAV A ở tọa độ $A_1(1095;1;14,5)$ trên đường thẳng d . Tại thời điểm $t = 6s$, một tên lửa được phóng lên và chuyển động thẳng đều với vận tốc $1300m/s$, va chạm và phá hủy UAV A tại điểm B trên d . Hỏi sau bao nhiêu giây kể từ lúc được phóng lên thì tên lửa va chạm với UAV (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của giây).

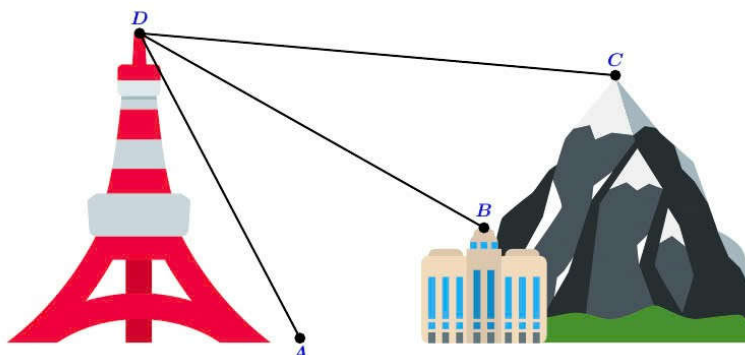


NGUYỄN TIỀN HẠ

Câu 6: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Trong không gian $Oxyz$, tọa độ các khu vực được xác định như sau:

- Khu vực $A(20;30;0)$ nằm trên mặt đất và cách trung tâm thành phố 2 km.
- Khu vực $B(70;50;40)$ nằm trên tòa nhà cao tầng và ở độ cao 40 m.
- Khu vực $C(50;80;70)$ nằm trên một đỉnh đồi ở độ cao 70 m.

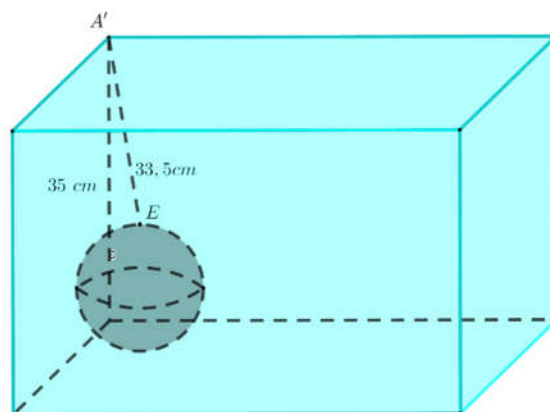
Gọi vị trí đặt trạm phát sóng là $D(a; b; c)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.



Câu 7: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Một cái bể nuôi cá có dạng hình hộp chữ nhật và chứa đầy nước. Bạn Nam vô tình làm rơi viên bi dạng hình cầu vào trong bể nuôi cá. Khi đó, lượng nước trong bể tràn ra ngoài. Để tính lượng nước tràn ra ngoài, bạn Nam làm như sau:

Lấy cây thước thẳng, tiến hành di chuyển viên bi vào trong góc, sao cho viên bi tiếp xúc với mặt đáy và hai thành của bể nuôi cá. Bạn Nam tiến lại vị trí đỉnh của hình hộp chữ nhật gần với viên bi nhất và tiến hành đo: Chiều cao của bể là 35 cm . Tại vị trí đứng của Nam, đo từ đỉnh cao nhất của hình hộp chữ nhật đến điểm cao nhất của viên bi so với đáy bể là $33,5\text{ cm}$. Biết thể tích của viên bi không vượt quá 4 cm^3 . (Hình vẽ minh họa bên dưới với $A'E = 33,5\text{ cm}$).

NGUYỄN TIỀN HÀ



Bạn hãy thay Nam, tính thể tích (đơn vị: xăng-ti-mét khối) của lượng nước tràn ra ngoài. (Bán kính viên bi và lượng nước tràn ra ngoài làm tròn đến chữ số hàng phần trăm).

Câu 8: (Quốc Học Qui Nhơn) Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính quả bóng rổ dạng hình cầu, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm (tiếp xúc) với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm M trên quả bóng với khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17cm , 18cm và 21cm (tham khảo hình vẽ). Tính đường kính quả bóng rổ đó, biết rằng loại bóng rổ mà Bình đổ Nam là loại bóng tiêu chuẩn có đường kính từ 23cm đến $24,5\text{cm}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị là cm).



Câu 9: (Chuyên Nguyễn Du Đắk Lắk) Trong lễ kỉ niệm 50 năm đất nước thống nhất, có bốn máy bay bay trên bầu trời, kéo theo quốc kì Việt Nam và Cờ Đảng. Bốn máy bay bay theo đội hình là hình vuông, để giữ vững đội hình các máy bay bay với vận tốc cố định, hướng chuyển động giống nhau và giữ vững chiều cao so với mặt đất. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt đất là mặt phẳng Oxy (xét trên một diện tích nhỏ, mặt đất ta có thể xem như một mặt phẳng và đơn vị trên trục là mét), khi đó ta thấy có hai máy bay

cùng bay trên đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 200 \end{cases}$ và hai máy bay còn lại bay trên đường thẳng $d_2 : \begin{cases} x = 60 + u \\ y = u \\ z = 200 \end{cases}$

. Đội hình bốn máy bay tạo thành hình vuông cạnh bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 10: (Chuyên Nguyễn Du Đắk Lắk) Trong hệ trục $Oxyz$, cho $M(2; -1; 3)$ và hai điểm A, B di động trên mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 25$ thỏa $AB = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của $T = MA^2 - MB^2$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 11: (Chuyên KHTN Lần 2) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$ và đường thẳng

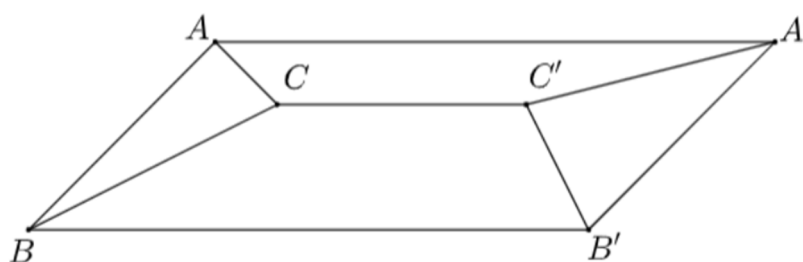
$$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{-2}.$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm M , song song với mặt phẳng

$$(Q): x - 2y + z - 3 = 0$$

và tạo với d một góc nhỏ nhất. Gọi $A(-8; a; b)$ là một điểm nằm trên đường thẳng Δ . Tính giá trị $a + b$.

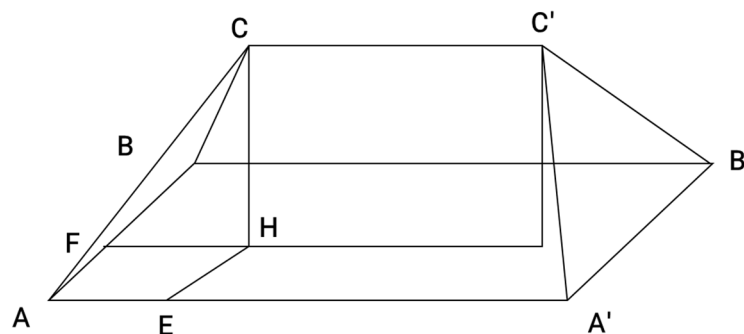
Câu 12: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Gia đình bác An muốn làm mái tôn cho sân thượng là hình chữ nhật $ABB'A'$ với kích thước chiều dài $AA' = 10\text{m}$ và chiều rộng $AB = 6\text{m}$. Bác dự định làm mái tôn (kín) có thanh ngang $CC' = 6\text{m}$ nằm chính giữa mái, song song và cách mặt sàn sân thượng 2m (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí làm mái tôn trọn gói cho 1m^2 là 250000 VNĐ. Tính số tiền (triệu đồng) bác An phải chi trả (làm tròn đến hàng phần mười).



Lưu ý: Khoảng cách giữa thanh ngang và mặt sàn là độ dài đoạn thẳng nối một điểm thuộc thanh ngang đến hình chiếu của điểm đó trên mặt sàn.

Lời giải

Đáp án: 18,7.



Gọi H là hình chiếu của C xuống mặt phẳng $(AA'B'B) \rightarrow CH = 2$,

Gọi E, F là hình chiếu của H lên AA' và $AB \rightarrow HE = 3; HF = 2$

$$CE = \sqrt{CH^2 + HE^2} = \sqrt{13}, CF = \sqrt{CH^2 + HF^2} = 2\sqrt{2}$$

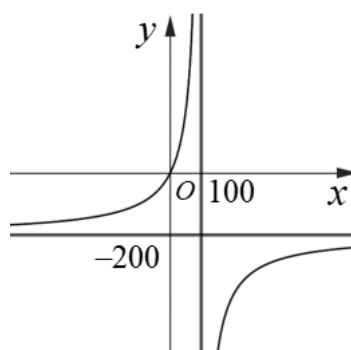
$$S_{\text{tôn}} = 2 \cdot \frac{CE(CC' + AA')}{2} + 2 \cdot \frac{CF \cdot AB}{2} \approx 74,66$$

Chi phí lắp đặt: $74,66 \times 0,25 = 18,7$ (triệu đồng)

Câu 13: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm môi trường từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hoá bởi hàm số có dạng

$$C(x) = \frac{ax + b}{-x + d} \text{ (như hình vẽ)} \quad (0 \leq x < 100). \text{ Tính chi phí chênh lệch (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ}$$

90% và loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm từ khí thải của nhà máy.



Câu 14: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một robot khảo sát không gian hoạt động trong môi trường $3D$ có một cảm biến hình cầu, được lập trình để di chuyển sao cho cảm biến này tiếp xúc tại một điểm Q trên một bức tường nghiêng có phương trình là mặt phẳng $x + y - z - 3 = 0$ để đo đạc. Trong lúc khảo sát, cảm biến luôn phải đi qua hai điểm chuẩn đã cố định sẵn trong không gian là điểm $M(1;1;1)$ – vị trí cảm biến tại lần đo đầu tiên và điểm $N(-3;-3;-3)$ – vị trí cảm biến tại lần đo tiếp theo. Để tối ưu hoá phần mềm điều hướng, kỹ sư muốn xác định rằng: Dù cảm biến (hình cầu) có di chuyển sao cho tiếp xúc ở đâu trên bức tường, điểm tiếp xúc đó luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn cố định đó, từ đó giúp lập trình robot dò tìm tiếp điểm dễ dàng hơn trong các lần đo tiếp theo.

Câu 15: (Sở Hậu Giang) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một máy

bay đang ở vị trí $A(-800; -40; 10)$ và chuyển động theo đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Tìm giá trị của } t \text{ ứng với vị trí } A \text{ của máy bay.}$$

Câu 16: (Sở Hòa Bình Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): 3x - y + z - 25 = 0. \text{ Một đường thẳng } d' \text{ cắt trục}$$

Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17: (Sở Hòa Bình Lần 2) Trong không gian ba chiều $Oxyz$, nhà bác An muốn lắp đường dây cáp truyền

hình cho ba vị trí A, B, C có tọa độ được xác định như sau:

Vị trí A có tọa độ $A(4; 6; 0)$ nằm trên mặt đất.

Vị trí B có tọa độ $B(5; 8; 4)$ nằm trên tầng hai tòa nhà và ở độ cao 4m.

Vị trí C có tọa độ $C(6; 4; 9)$ nằm trên tầng ba tòa nhà và ở độ cao 9m.

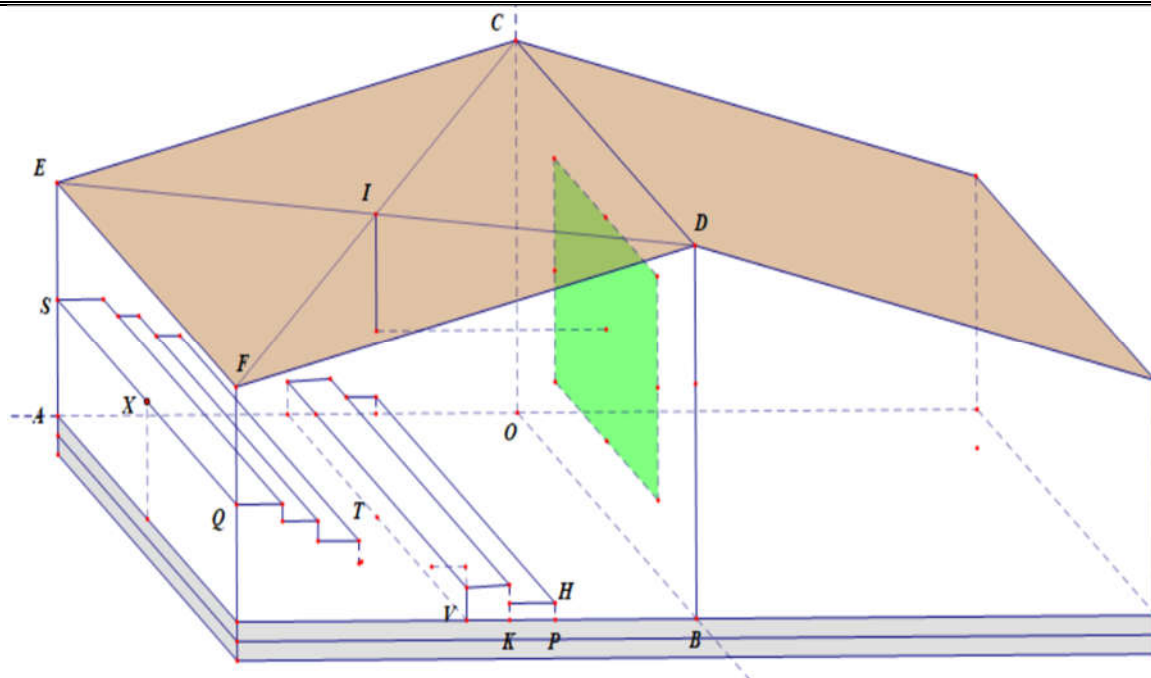
Bác An muốn lắp đặt máy chủ tại địa điểm là $D(a; b; c)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba vị trí kể trên là bằng nhau và chi phí đường dây là ít nhất. Biết rằng một mét dây cáp giá 200 nghìn đồng. Số tiền bác An chi phí mua dây để kết nối đến ba vị trí trên ít nhất là bao nhiêu nghìn? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 19: (Cụm Trường Hải Dương) Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu.

Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $BD = 10m$ và $EA = 6m$. Từ vị trí P cách B một khoảng 10m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2m và chiều cao mỗi bậc thang là 20cm.



NGUYỄN TIỀN HẠ

Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ , theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 20: (SGD Hưng Yên) Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(500;200;8)$ đến điểm $N(800;100;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo bằng $(a;b;c)$ với $a \in \mathbb{N}$. Tính a .

Câu 21: (Sở Nghệ An Lần 2) Trong một cuộc diễn tập phòng không, một bệ phóng tên lửa phòng không được đặt tại vị trí $O(0;0;0)$ (Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên các hệ trục toạ độ tính theo ki- lô-mét) có tầm bắn tối đa là 50 km và tên lửa được phóng ra với vận tốc không đổi là 500 m/s. Một máy bay không người lái bay theo một đường thẳng có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; -4; 0)$ với vận tốc không đổi là 900 km/h. Khi phát hiện máy bay không người lái ở vị trí $A(-44; 16; 24)$ thì tên lửa rời bệ phóng, khai hoả và đã bắn hạ được mục tiêu. Hỏi khoảng cách từ bệ phóng tên lửa đến vị trí máy bay không người lái bị bắn hạ bằng bao nhiêu ki-lô-mét? (Giả sử cả máy bay không người lái và tên lửa đều bay theo đường thẳng và không chịu tác động của trọng lực hay lực cản không khí).

Câu 22: (Sở Ninh Bình Lần 1) Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OB.CD.O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm

NGUYỄN TIỀN HÀ

M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

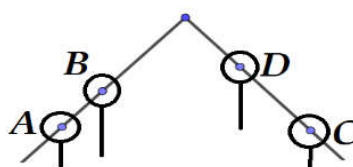
Câu 23: (Sở Ninh Bình Lần 1) Để treo một chậu cây người ta cần lấy trên miệng của chậu cây đó 3 điểm và sử dụng 3 đoạn dây có độ dài bằng nhau để nối 3 điểm đó với một điểm treo (xem hình minh họa).



Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, ba điểm trên miệng của chậu cây là $A(0;1;2), B(2;-2;1), C(-2;0;1)$; điểm treo $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Bình phương khoảng cách từ điểm M đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 24: (Sở Ninh Bình Lần 3) Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục tính là mét), một vườn hoa nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 12 = 0$. Có hai bóng đèn chiếu sáng cố định được đặt tại các điểm $A(40;-40;12), B(-40;50;38)$. Để đảm bảo kỹ thuật chiếu sáng, các kỹ sư muốn thiết kế trên mặt vườn một đường ray để lắp đặt một đèn chiếu sáng M di động trên đường ray ấy. Yêu cầu kỹ thuật đặt ra là góc tạo bởi MA với mặt vườn và góc tạo bởi MB với mặt vườn phải luôn bằng nhau. Độ dài đường ray là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 25: (Sở Phú Thọ Lần 2) Trong một đợt diễn tập quốc phòng, hai người ở hai vị trí khác nhau cùng ngắm bắn một mục tiêu cố định trên không. Người ta gán hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Người thứ nhất bắn một viên đạn đi qua hai điểm $A(5;7;10)$ và $B(6;9;12)$. Người thứ hai bắn một viên đạn đi qua hai điểm $C(15;17;5)$ và D (điểm D ở độ cao $26m$ so với mặt đất). Biết rằng sau một thời gian rời khỏi nòng súng, hai viên đạn va chạm với nhau tại vị trí cách điểm A một khoảng $150m$ (tham khảo hình vẽ). Hỏi D cách C một khoảng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 26: (Sở Phú Thọ Lần 1) Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng drone để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc drone làm nhiệm vụ chuyển hàng cứu trợ bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất bay đến điểm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chiếc thứ hai bay đến điểm cách điểm xuất phát 3 km về phía bắc và 2,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O đặt tại điểm xuất phát của hai drone, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng). Giả sử trong trường hợp khẩn cấp, cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu và các vật dụng cứu trợ cho hai drone sao cho tổng khoảng cách từ vị trí tiếp nhiên liệu đó tới hai drone nhỏ nhất. Vị trí cần tìm cách gốc tọa độ a km theo hướng bắc và b km theo hướng tây. Khi đó $a + b$ bằng bao nhiêu?



Câu 27: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặc được đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đồ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 28: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC . Biết rằng đường thẳng BC có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$.

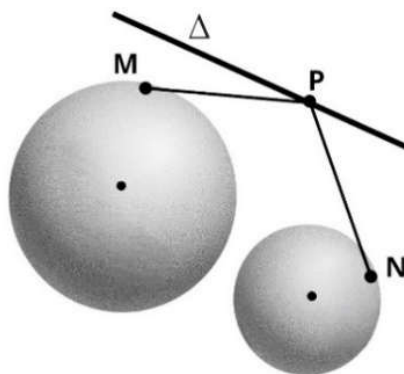
Câu 29: (SGD Sóc Trăng) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2} \text{ và tạo với đường thẳng } \Delta: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3 \\ z = -1+8t \end{cases} \text{ một góc lớn nhất, có phương trình là}$$

$ax + by + cz - 5 = 0$. Tính $a + b + c$.

Câu 30: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A(25; -10; 1)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v}_1 = (-3; -4; 0)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B(30; -25; 1)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v}_2 = (-4; 3; 0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 31: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$ và mặt cầu $(S_2): x^2 + (y-12)^2 + (z+4)^2 = 1$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-12}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{2}$. Các điểm M, N, P di chuyển và lần lượt thuộc mặt cầu (S_1) , mặt cầu (S_2) , đường thẳng Δ (tham khảo hình vẽ). Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $MP + PN$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 32: (SGD Ninh Bình Lần 3) Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục tính là mét), một vườn hoa nằm trên mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 12 = 0$. Có hai bóng đèn chiếu sáng cố định được đặt tại các điểm $A(40; -40; 12)$; $B(-40; 50; 38)$. Để đảm bảo kỹ thuật chiếu sáng, các kỹ sư muốn thiết kế trên mặt vườn một đường ray để lắp đặt một đèn chiếu sáng M di động trên đường ray ấy. Yêu cầu kỹ thuật đặt ra là góc tạo bởi MA với mặt vườn và góc tạo bởi MB với mặt vườn phải luôn bằng nhau. Độ dài đường ray là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị lấy theo km), đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500; -300; 500)$ và

$B(-200; -200; 450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a; b; c)$

. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$?

Câu 34: (Sở Bình Phước Lần 1) Để xác định vị trí của máy bay khi đang bay, người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ đặt tại một sân bay để xác định tọa độ của sân bay. Biết rằng cao độ của tọa độ máy bay chính là độ cao của máy bay đối với mặt đất. Đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 100 m. Một máy bay đang bay với quỹ đạo là một đường thẳng trong không gian với vận tốc bay không đổi. Tại một thời điểm nào đó, máy bay đang ở vị trí có tọa độ $(200; 70; 118)$. Sau 50 giây, độ cao của máy bay so với mặt đất giảm 400 m. Hỏi sau 25 giây nữa, khoảng cách từ sân bay tới máy bay là bao nhiêu km, biết rằng trong suốt quá trình bay này, máy bay có đi qua điểm có tọa độ $(80; 105; 113)$?

Câu 35: (Sở BRVT) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4; 1; -2)$, $B(0; 1; 2)$ và

$C(-1; 3; 1)$. Trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2 \end{cases}$ có hai điểm M_1, M_2 sao cho thể tích hai khối

tứ diện M_1ABC và M_2ABC cùng bằng 8. Khoảng cách giữa hai điểm M_1, M_2 bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần mười)?

Câu 36: (Sở Đồng Nai Lần 1) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$ và ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; -2)$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 37: (Sở Đồng Tháp) Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định dựa trên tín hiệu thu từ bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Xét trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại tâm trái đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 10000 km. Cho 4 bốn vệ tinh (xem như một điểm) có tọa độ là $A(3; -1; 6)$, $B(1; 4; 8)$, $C(7; 9; 6)$ và $D(7; -15; 18)$. Một con tàu vũ trụ (xem như một điểm) đang ở vị trí $M(a; b; c)$ mà khoảng cách từ nó đến các vệ tinh lần lượt là $MA = 6$, $MB = 7$, $MC = 12$, $MD = 24$. Khoảng cách từ tâm trái đất đến vị trí điểm M bằng bao nhiêu đơn vị (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 38: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Trong không gian $Oxyz$, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy km , ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Khi bay đến điểm N , nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $S = a - b - 2c$.



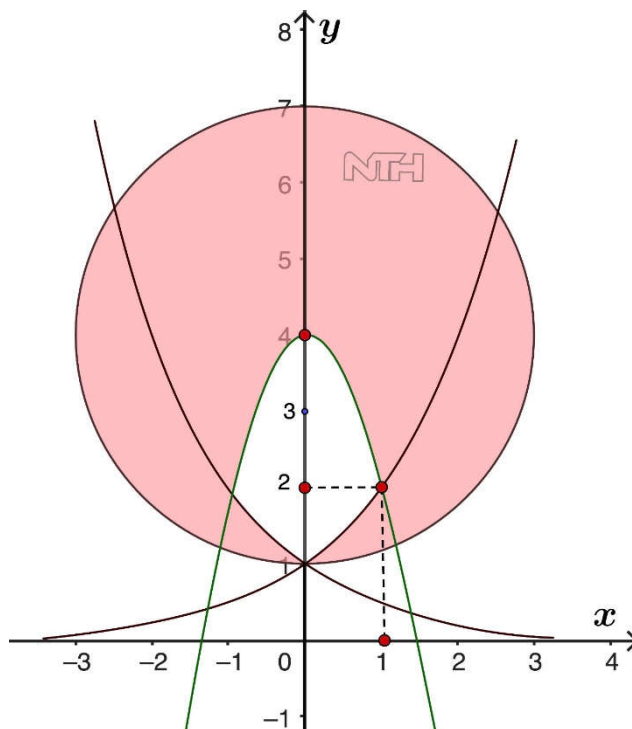
Câu 39: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Trong không gian $Oxyz$, chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy km , ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(20; 40; 30)$ đến điểm $B(40; 50; 50)$ trong 4 phút. Khi bay đến điểm N , nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 2 phút tiếp theo là $C(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

NTHA

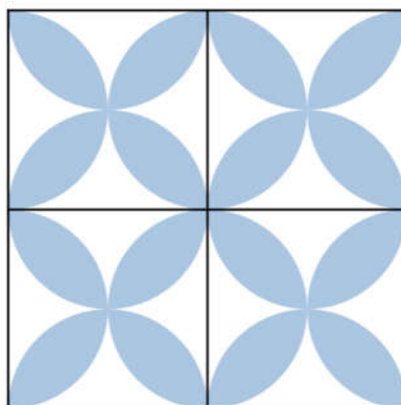
PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 20 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Cho các đồ thị hàm số: $y = a^x, y = a^{-x}, y = Ax^2 + Bx + C, 1 \neq a > 0, A, B, C \in \mathbb{R}$ và đường tròn (C) . Gọi (D) là miền phẳng được tô đậm (hình vẽ). Quay miền (D) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

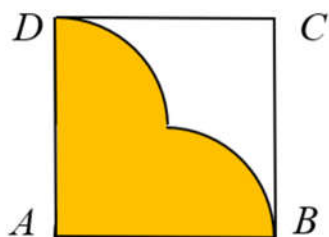


Câu 2: (Sở Thái Bình Lần 1) Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):

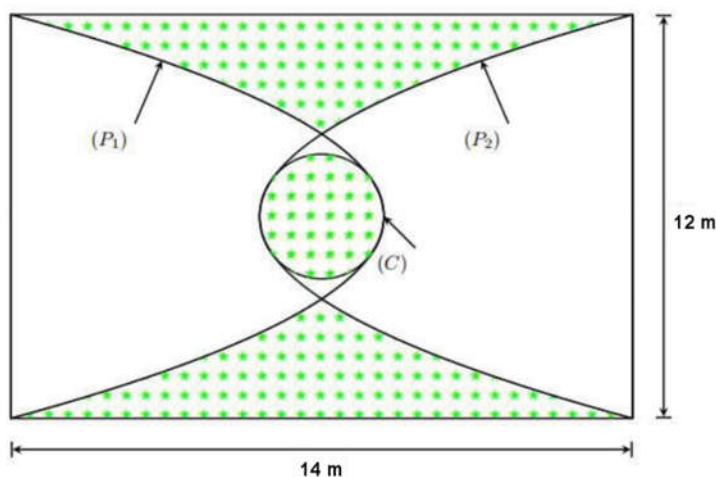


Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Trên cánh cửa được trang trí các núm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , AB . Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = V \cdot D$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là $D = 8,96 \text{ g}/\text{cm}^3$. Giá đồng trên thị trường là 200 000 đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một núm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

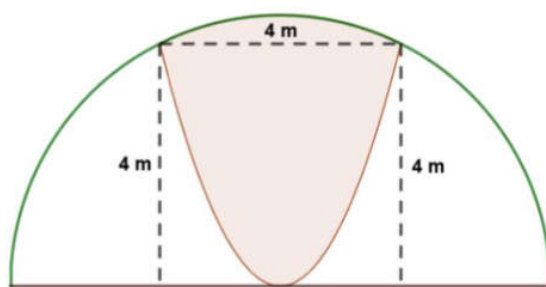


Câu 4: (SGD Hưng Yên) Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $14\text{ m} \times 12\text{ m}$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol tại chính các đỉnh của parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)



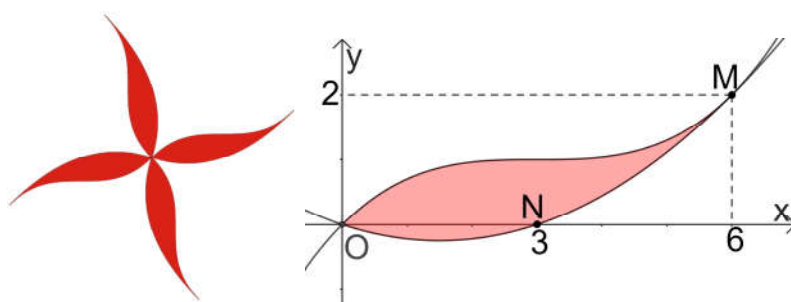
Câu 5: (Sở Lai Châu Lần 1) Khuôn viên nhà bạn Thuỳ Dương có dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên hai nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhung Nhật. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa và cỏ Nhung Nhật tương ứng là 250.000 đồng/ m^2 và 150.000

đồng/m². Hỏi chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

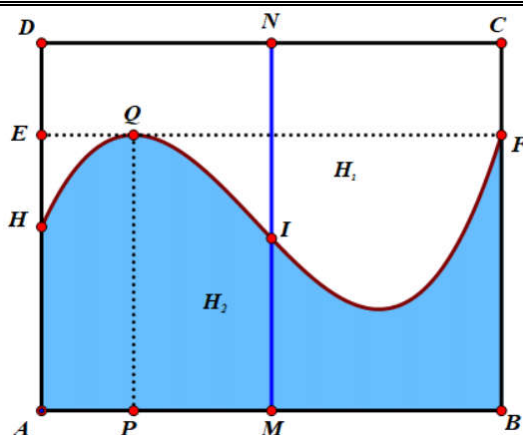


Câu 6: (Sở Lai Châu Lần 1) Khi gán hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 7: (Sở Nghệ An Lần 2) Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là 1 bông hoa có 4 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều nhau như hình vẽ. Để chính xác hóa kích thước và hình dạng khi vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0)$, $M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa được vẽ, mỗi mét vuông được báo giá là 268 nghìn đồng. Hãy tính chi phí vẽ logo đó (đơn vị tính: nghìn đồng, làm tròn đến hàng đơn vị).

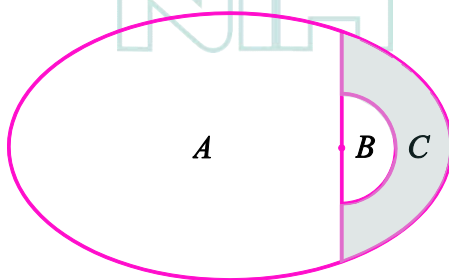


Câu 8: (Sở Ninh Bình Lần 1) Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100\text{ m}$; $AD = 80\text{ m}$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu gồm một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (không tô màu) dành cho trẻ em và H_2 (tô màu) dành cho người lớn như hình vẽ bên với $AH = 40\text{ m}$; $AE = 60\text{ m}$; $AP = 20\text{ m}$ và $EF \parallel AB$; $PQ \parallel AD$.



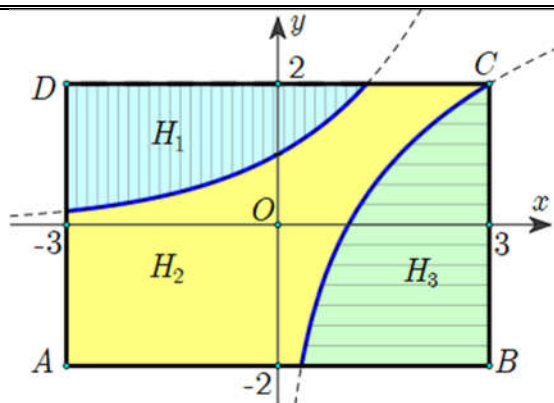
Biết rằng khi xét trong một hệ toạ độ Oxy , đường cong trong hình là một phần của một đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa của công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc theo đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 9: (Sở Ninh Bình Lần 3) Một khu vườn hình elip (E), có độ dài trục lớn bằng 10 m và trục nhỏ bằng 8 m (như hình vẽ). Khu vực A để trồng hoa; khu vực B để trồng cỏ, là nửa hình tròn có tâm là một tiêu điểm của elip (E), bán kính bằng 1 m; còn lại là khu vực C (phần tô đậm) người ta lát gạch.



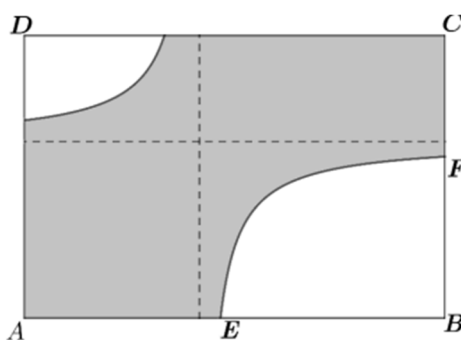
Diện tích phần lát gạch bằng bao nhiêu m^2 ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 10: (Sở Phú Thọ Lần 2) Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6(m)$, $4(m)$ được bạn Hà trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f(x) = a^x$ ($0 < a \neq 1$), $g(x) = \log_b x$ ($0 < b \neq 1$) đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y = x$. Bức tường chia thành ba phần (tham khảo hình vẽ bên). Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Biết rằng mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3(m^2)$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 120.000 đồng, giá của một hộp sơn màu xanh lá cây là 140.000 đồng, giá của một hộp sơn màu vàng là 160.000 đồng/hộp. Cửa hàng sơn chỉ bán số các hộp sơn là các số nguyên dương. Bạn Minh cần bao nhiêu triệu đồng mua sơn để trang trí cho bức tường đó?

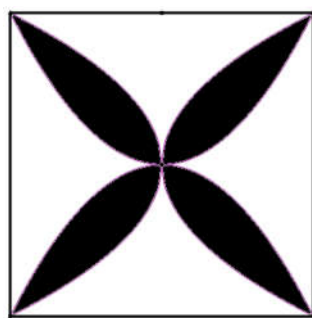


Câu 11: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Một công ti đang thiết kế một bảng quảng cáo hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $AB = 12m$ và $AD = 8m$. Phần trung tâm của bảng sẽ được in nội dung quảng cáo, được mô tả là phần tô đậm (xem hình minh họa). Hai đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số có dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này đều cách điểm A một khoảng

bằng $5m$. Đồ thị giao với cạnh AB tại điểm E thỏa mãn $\frac{AE}{AB} = \frac{7}{15}$. Diện tích phần in nội dung quảng cáo là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



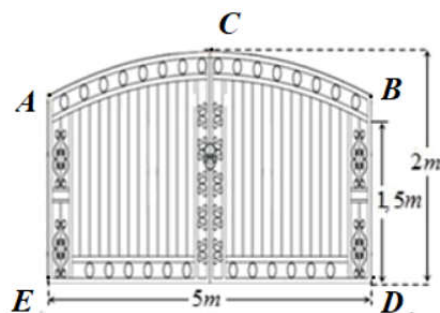
Câu 12: (SGD Sóc Trăng) Một viên gạch hình vuông cạnh $4dm$. Người thiết kế sử dụng bốn đường parabol chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu đen) như hình vẽ.



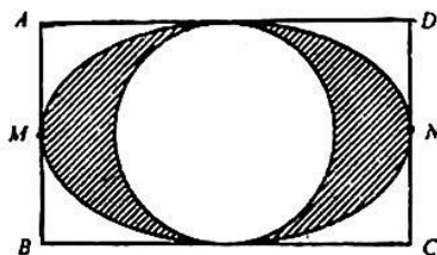
Giả sử để hoàn thiện sơn và phủ bóng phủ viên gạch thì chi phí phần cánh hoa (màu đen) là 400 nghìn/ m^2 , chi phí phần còn lại (màu trắng) là 300 nghìn/ m^2 . Tính chi phí (đơn vị nghìn đồng) để sơn và phủ bóng cả viên gạch (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 13: (SGD Tuyên Quang) Bác Vinh muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, biết đường cong phía trên là một parabol, tứ giác $ABDE$ là hình chữ nhật. Giá của cánh cửa sau khi

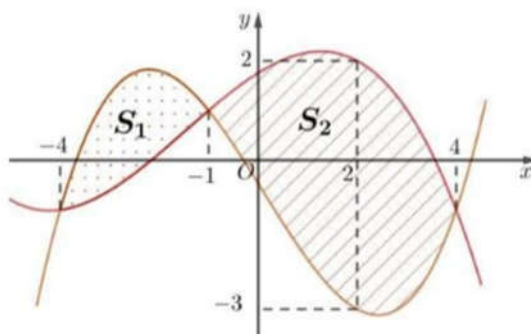
hoàn thành là 700 000 đồng/m². Hỏi bác Vinh phải trả số tiền bao nhiêu triệu đồng để làm một cửa sắt như vậy? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 14: (Sở Yên Bái Lần 2) Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN . Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6$ cm, $AD = 10$ cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Hai đường cong là hình elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị cm³).

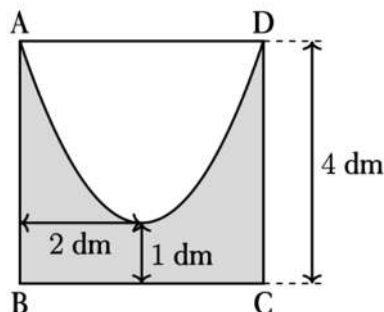


Câu 15: (Sở Quảng Nam) Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($a, b, c, d, m, n, p, q \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-4; 1; 4$ và $f(2) = 2, g(2) = -3$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



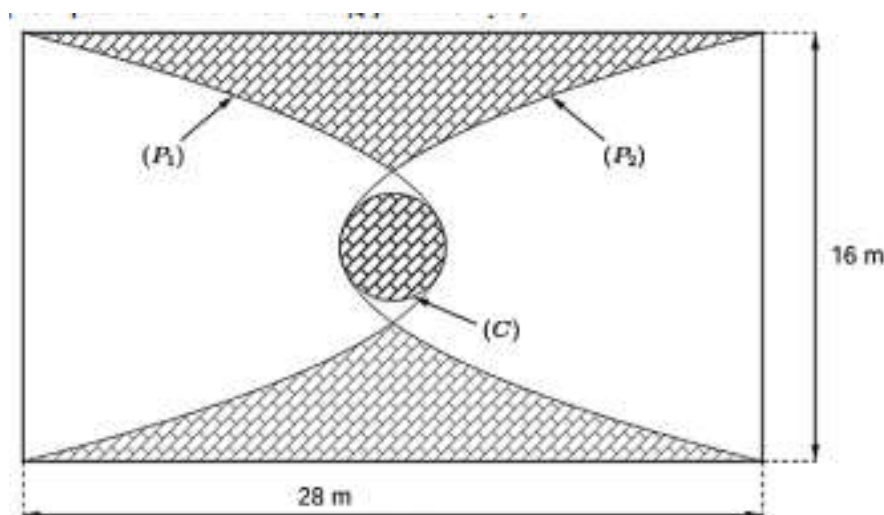
Gọi S_1 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = -4; x = 1$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = -1; x = 4$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

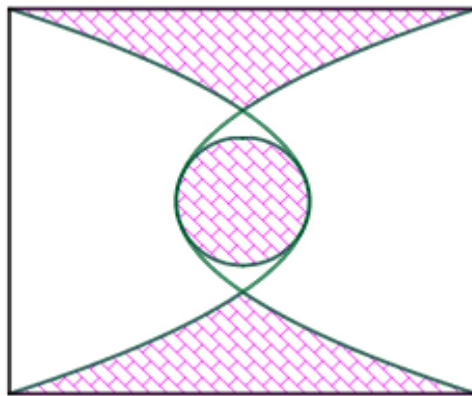
Câu 16: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 4 dm, trong đó (H) là phần được tô màu đậm có đường biên cong là một phần của parabol (P) . Biết rằng khoảng cách từ đỉnh của (P) đến hai đường thẳng AB , BC lần lượt là 2 dm và 1 dm, đồng thời (P) đi qua hai đỉnh A và D của hình vuông (xem hình minh họa).



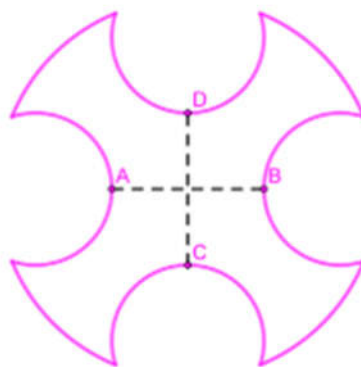
Người ta cần sản xuất một sản phẩm là vật thể tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh đường thẳng BC . Hỏi thể tích vật thể đó là bao nhiêu đề-xi-mét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 17: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $28m \times 16m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục).

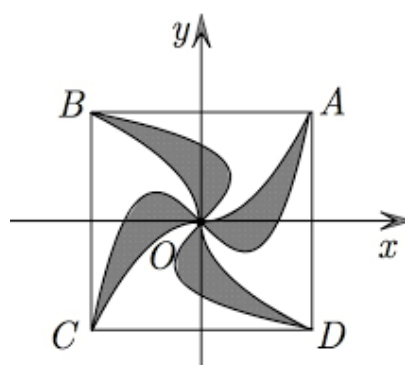




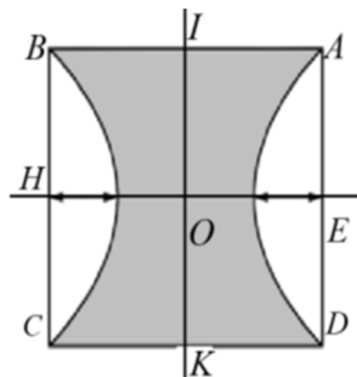
Câu 18: (Quốc Học Qui Nhơn) Trong cơ khí chế tạo, một chi tiết máy hình đĩa tròn có dạng như hình vẽ, nhận AB và CD làm các trục đối xứng. Người ta cần phủ sơn cả hai mặt của chi tiết. Biết rằng đường tròn lớn có bán kính 5 dm , các đường tròn nhỏ đều có bán kính bằng 2 dm , $AB = CD = 4\text{ dm}$ và chi phí sơn là $82.000\text{ đồng}/\text{m}^2$. Chi phí để sơn hoàn thiện chi tiết máy bằng bao nhiêu nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 19: (Quốc Học Qui Nhơn) Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 2 (m) được lát gạch màu trắng và được trang trí bởi hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm của hình vuông sao cho $A(1;1)$ thì hai đường cong nối từ O đến A của cánh hình màu sẫm là một phần của đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$. Giá trị của tích ab bằng bao nhiêu, biết rằng diện tích của phần màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn?



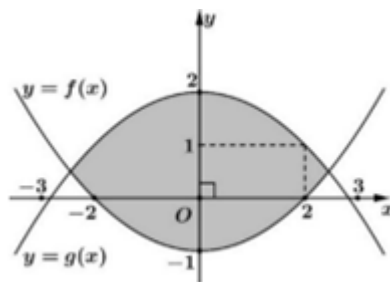
Câu 20: (Chuyên Nguyễn Du Đak Lắc) Một đồ chơi dạng khối tròn xoay có mặt cắt qua trục là miền (H) được tô đậm như hình vẽ. Biết hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6\text{ cm}$; $AD = 16\text{ cm}$; I, H, K, E là trung điểm của AB, BC, CD và DA . Hai đường cong ở hình (H) là một phần của đường hypebol có tiêu điểm là H và E . Khối đồ chơi có được bằng cách quay miền (H) quanh trục IK . Tính thể tích khối đồ chơi đó (làm tròn đến hàng đơn vị).



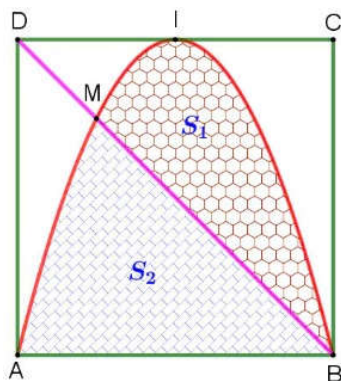
Câu 21: (Strong T2.Đ15) Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng thể tích của một vật thể (V) trong không gian. Biết rằng, điểm M thuộc (V) khi và chỉ khi $MA \leq \sqrt{3}\text{ dm}$ hoặc $MB \leq \sqrt{5}\text{ dm}$; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\text{ dm}$. Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Câu 22: (Sở Hậu Giang) Anh Trí nhận thiết kế một logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế: Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet). Chi phí sản xuất mỗi cm^2 trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản xuất mỗi logo là bao nhiêu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

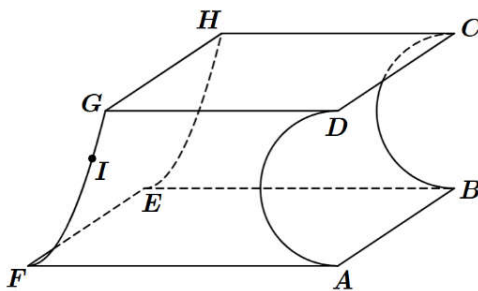


Câu 23: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4 m và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).



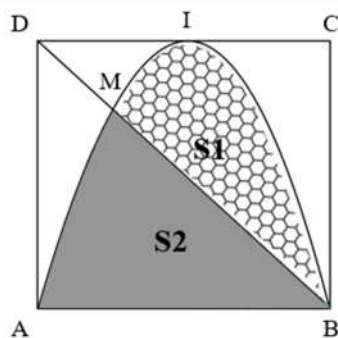
Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là $200\,000$ đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là $150\,000$ đồng/ m^2 và phần còn lại là $120\,000$ đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 24: (Sở Hòa Bình Lần 2) Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ. Các tứ giác $ABCD$, $CDGH$ là các hình vuông có cạnh $3,5\text{ cm}$ nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có cạnh $AF = 5,5\text{ cm}$ nằm xong mặt phẳng song song với mặt phẳng $(CDGH)$. Mặt cong $GHEF$ được mài nhẵn theo đường parabol FG (có trục đối xứng song song với đường thẳng AD) đi qua điểm I với I lần lượt cách mặt phẳng $(ABCD)$ và $(ABEF)$ một khoảng bằng 4 cm và 2 cm . Còn mặt cong $ABCD$ được mài nhẵn theo nửa đường tròn đường kính 40 .



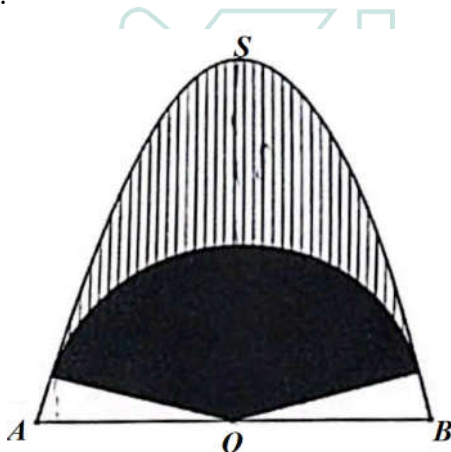
Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu? (đơn vị cm^3) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 25: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4 m và I là trung điểm của đoạn thẳng CD . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh I đi qua A, B và cắt đường chéo BD tại M (tham khảo hình vẽ).

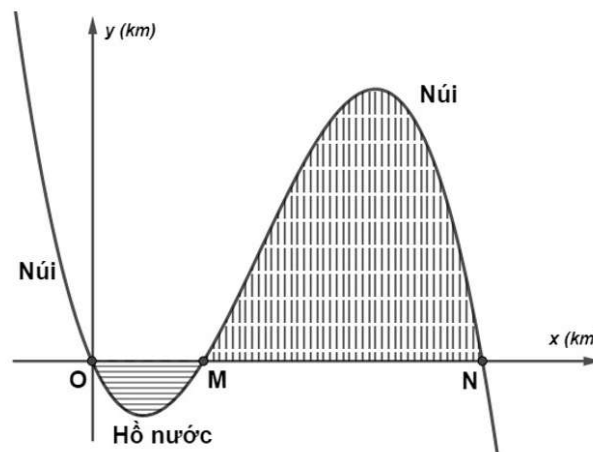
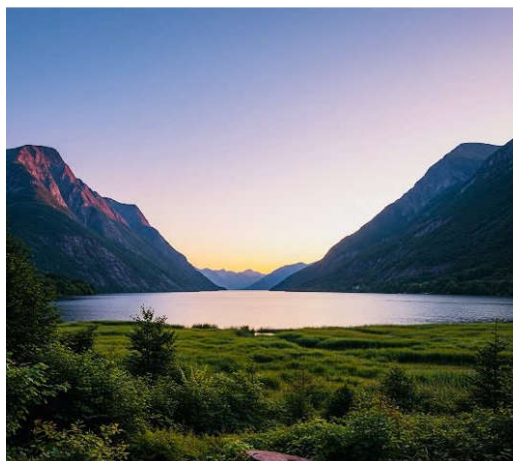


Chi phí sơn phần tô hình tổ ong (có diện tích S_1) là 200 000 đồng/ m^2 , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích S_2) là 150 000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 120 000 đồng/ m^2 . Số tiền cần chi trả để sơn tấm biển quảng cáo là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 26: (Chuyên KHTN Lần 2) Để chuẩn bị quảng bá sản phẩm, người ta trang trí tấm pano dạng parabol như hình vẽ, biết $OS = 8m$, $AB = 6m$ với O là trung điểm của AB . Tấm pano được chia thành ba phần để trang trí với mức chi phí khác nhau: phần trên là phần kẻ sọc giá 100 000 đồng/ m^2 , phần giữa là hình quạt tâm O bán kính 3m được tô đậm giá 200 000 đồng/ m^2 , phần còn lại giá 150 000 đồng/ m^2 . Tính tổng chi phí để trang trí tấm pano (đơn vị triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



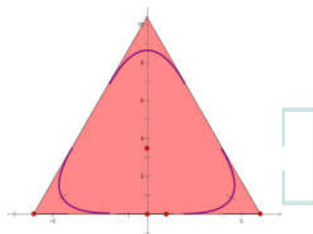
Câu 27: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Lát cắt của một vùng đất được mô hình hóa bởi hàm bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới (đơn vị trên các trục là km). Biết khoảng cách $OM = 2km$; độ rộng của núi $MN = 3,5km$. Độ sâu của hồ nước là $450m$. Chiều cao của ngọn núi là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng đơn vị)



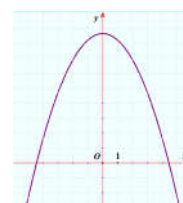
Câu 28: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 16 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường parabol (P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{15\sqrt{3}}{2}$ (H3) có hai nhánh tiếp xúc với hai cạnh của tam giác.



H1



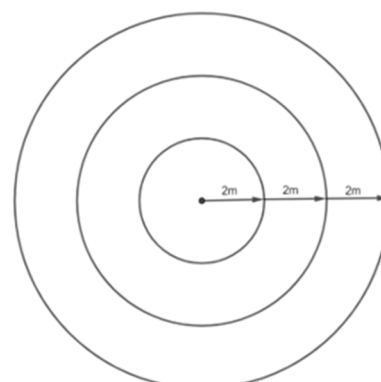
H2



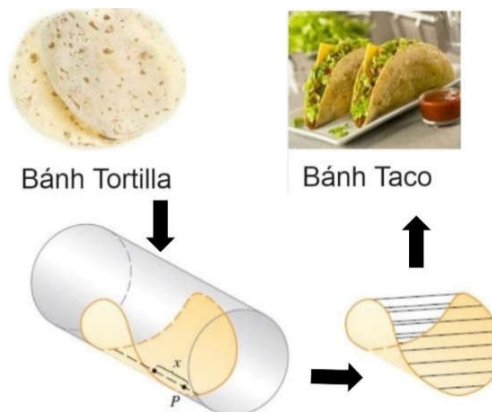
H3

Biết diện tích mặt kính là $a\sqrt{b}$ (dm^2), (với a là số nguyên dương và b là số nguyên tố). Tính $a + b$.

Câu 29: (Cụm Trường Hải Dương) Một đường ống dẫn dầu bị rò rỉ hình thành nên một mảng dầu loang hình tròn trên mặt biển. Tốc độ tăng của bán kính mảng dầu loang theo thời gian là $2m/h$. Khi đó tốc độ tăng của diện tích (tính theo m^2) của mảng dầu loang cũng phụ thuộc theo thời gian $t(h)$. Hỏi tại thời điểm bán kính mảng dầu loang là $25m$ thì tốc độ tăng diện tích mảng dầu loang theo thời gian là bao nhiêu m^2/h ? (Đáp số làm tròn đến hàng đơn vị)

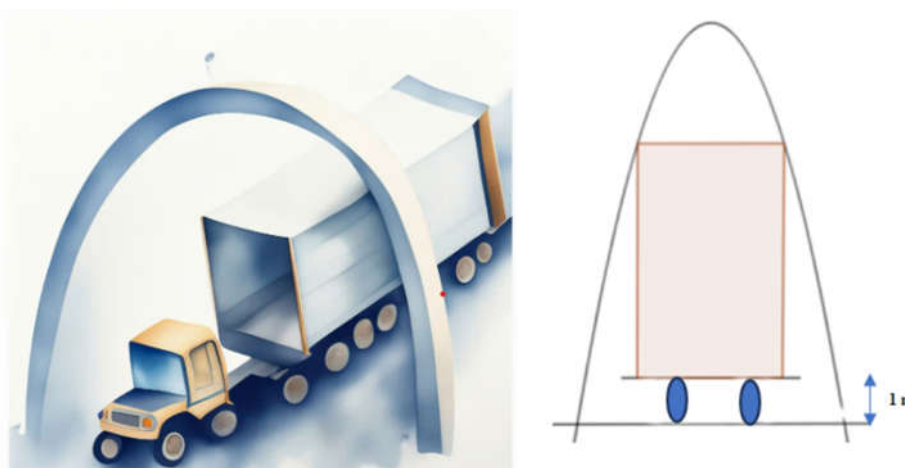


Câu 30: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Bánh taco là một món ăn đặc trưng của Mexico, bánh taco được tạo thành từ một chiếc bánh tortilla (bánh ngô) cuộn quanh thức ăn. Cụ thể, để làm một chiếc bánh taco ta lấy bánh tortilla tròn có đường kính 20 cm đặt vào mặt trong của hình trụ có bán kính $R = 4$ cm, dọc theo đường kính của tortilla và gấp bánh lại quanh hình trụ. Sau đó ta sẽ đổ đầy thịt, phô mai, và rau củ đến tận mép bánh. Gọi x là khoảng cách từ tâm bánh tortilla đến một điểm P trên đường kính (tham khảo hình vẽ).

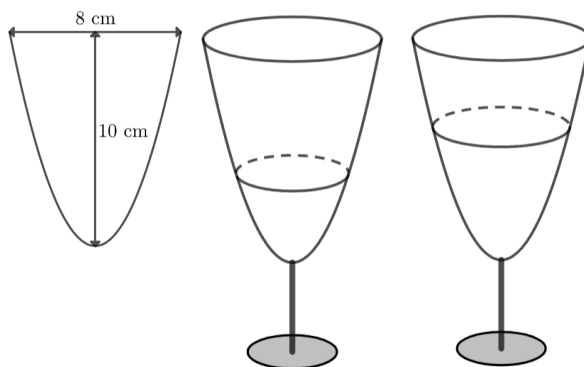


Tính thể tích của bánh taco theo đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 31: (Cụm Trường Hải Dương) Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9m , khoảng cách giữa hai chân cổng là 6m . Để vận chuyển thùng hàng hình hộp chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao 1m . Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

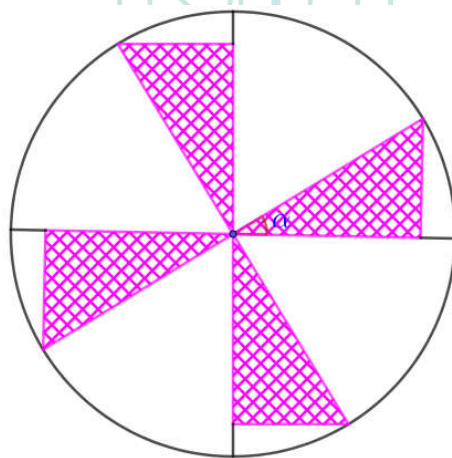


Câu 32: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Một ly thủy tinh có hình dạng phần chứa nước là một hình parabol tròn xoay. Hình dạng này được tạo ra bằng cách quay một phần của đường parabol quanh trục đối xứng của nó. Biết phần chứa nước của ly có chiều cao tính từ đáy ly lên đến miệng ly là 10 cm , đường kính miệng ly là 8 cm (chỉ tính phần chứa nước, không tính phần thủy tinh).

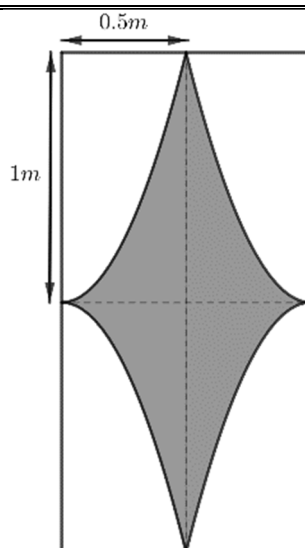


Ban đầu, người ta đổ vào trong ly một lượng nước có thể tích bằng $\frac{1}{4}$ thể tích của ly khi nó chứa đầy nước. Sau đó, người ta đổ thêm vào ly một lượng nước có thể tích bằng với lượng nước đó ban đầu. Hỏi sau khi đổ thêm, chiều cao của mực nước trong ly đã tăng thêm bao nhiêu centimet so với lúc ban đầu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

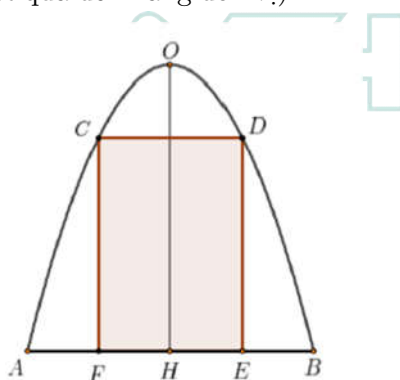
Câu 33: (Sở GD Hà Nội) Một khu phố có kế hoạch tu sửa một sân chơi hình tròn, bán kính 10 m. Theo bản thiết kế dự kiến thi công (như hình vẽ), người ta lát gạch trang trí ở phần kẻ sọc (với $0^\circ < \alpha < 45^\circ$) và phần còn lại đổ xi măng. Chi phí lát gạch là 1 triệu đồng/ $1m^2$ và chi phí đổ xi măng là 300 nghìn đồng/ $1m^2$ (giả sử phần chi phí khác không đáng kể). Hỏi góc α lớn nhất là bao nhiêu độ để chi phí tu sửa không lớn hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



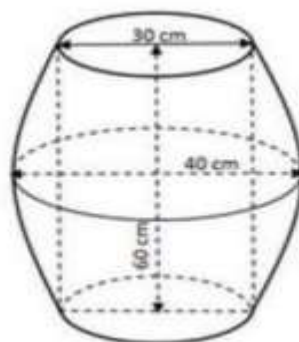
Câu 34: (Sở Bình Phước Lần 1) Nhà bác An có tất cả 8 cánh cửa sắt hình chữ nhật với chiều dài 2m và chiều rộng 1m. Hai mặt của mỗi cánh cửa được thiết kế như hình vẽ dưới đây. Trong đó, phần được tô đậm được sơn màu xanh, phần còn lại được sơn màu trắng. Mỗi phần sơn màu trắng có đường biên cong là một phần của parabol có đỉnh nằm trên cạnh của hình chữ nhật. Biết rằng chi phí để sơn màu xanh là 120 nghìn đồng/ m^2 và chi phí sơn màu trắng là 110 nghìn đồng/ m^2 . Hỏi để sơn toàn bộ số cửa sắt trên, bác An phải trả bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị triệu đồng).



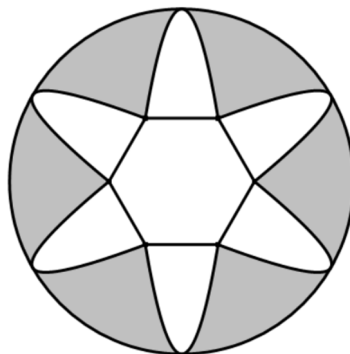
Câu 35: (Sở BRVT) Một cái cổng được giới hạn bởi đoạn thẳng AB và một phần parabol đi qua hai điểm A, B có trục đối xứng là đường thẳng OH (như hình vẽ dưới). Biết rằng $AB = OH = 4$ mét. Người ta dự kiến đặt một cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, trong đó C, D nằm trên parabol còn E, F nằm trên đoạn AB . Cánh cổng có chi phí là 200 nghìn đồng/mét vuông. Phần còn lại của cổng được trang trí hoa văn với chi phí 300 nghìn đồng/mét vuông. Tổng chi phí thấp nhất để đặt làm cánh cửa và trang trí là bao nhiêu nghìn đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 36: (Sở Đồng Nai Lần 1) Một thùng đựng hoá chất có dạng khối tròn xoay, hai đáy là hai hình tròn có đường kính 30cm , trục đối xứng là đường thẳng đi qua tâm và vuông góc hai đáy, chiều cao thùng 60cm (là khoảng cách giữa hai tâm của hai đáy), mặt cắt vuông góc với trục đối xứng là hình tròn có đường kính lớn nhất 40cm , mặt phẳng chứa trục đối xứng cắt mặt ngoài của thùng tạo thành hai biên là hai phần của hai parabol (xem hình bên). Hỏi thể tích của thùng đựng hoá chất đó bằng bao nhiêu lít (biết độ dày vỏ thùng không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

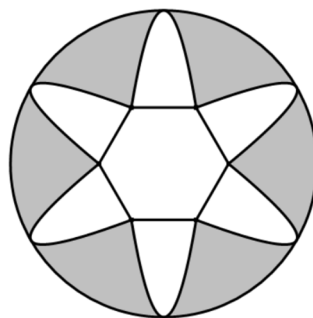


Câu 37: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $4dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



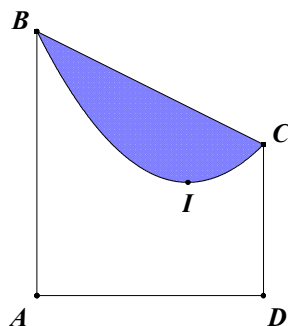
Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 38: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Để trang trí bức tường trong một căn phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Đầu tiên bạn vẽ một hình lục giác đều có cạnh bằng $2dm$; sau đó, trên mỗi cạnh của hình lục giác vẽ một cánh hoa hình parabol đi qua hai đầu mút của cạnh, đỉnh parabol nằm phía ngoài hình lục giác và cách cạnh tương ứng $3dm$; cuối cùng bạn vẽ một đường tròn đi qua tất cả các đỉnh của sáu parabol ở trên (xem hình vẽ).



Bạn Hoa tô màu phần nằm giữa đường tròn và các cánh hoa (phần màu xám trong hình vẽ). Diện tích phần tô màu là bao nhiêu dm^2 ? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

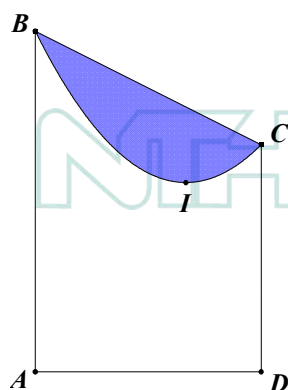
Câu 39: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 35m$, $AD = 30m$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB .

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là 20 m và 15 m , hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 40: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Bác Hùng có một khu vườn hình thang vuông $ABCD$ với $AB = 45\text{ m}$, $AD = 30\text{ m}$. Bác ấy đã đào một cái hồ để trồng sen, hồ được bao bởi cạnh BC và đường cong BIC là một phần của parabol đỉnh I như hình vẽ.



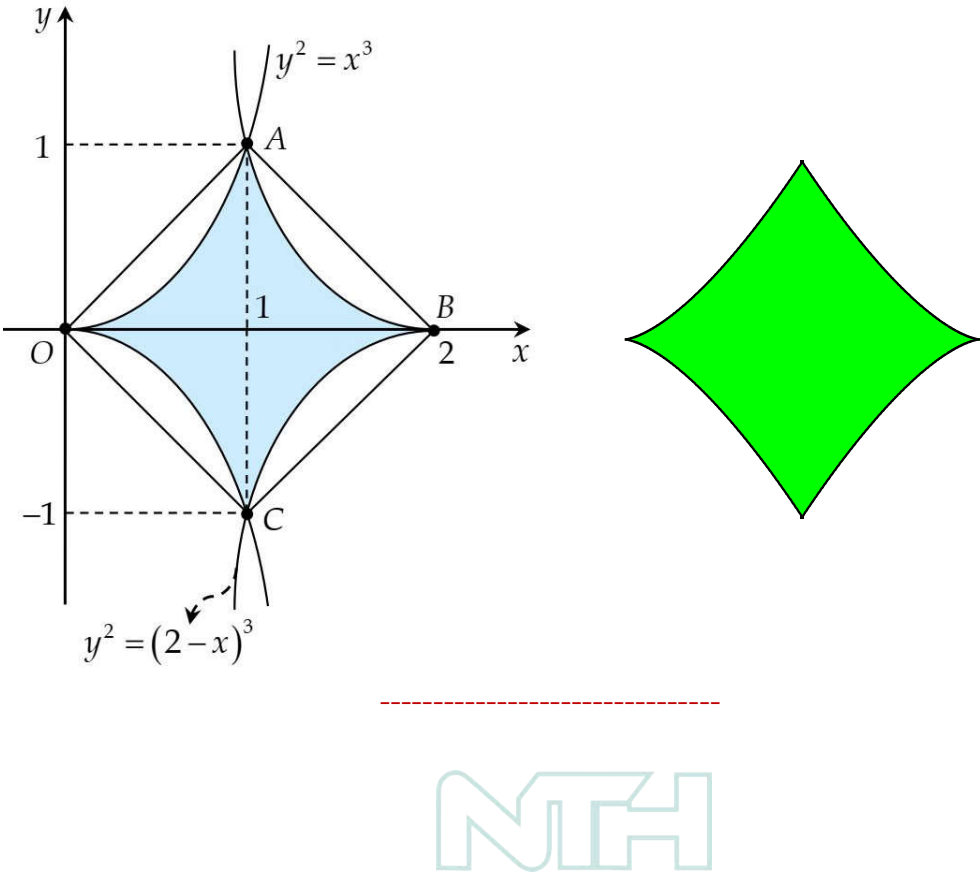
Bác Hùng muốn làm một con đường đi từ điểm M trên cạnh AD ra một điểm trên mép hồ sen rồi lại từ điểm đó tới một điểm trên cạnh AB .

Biết khoảng cách từ I đến AB và AD tương ứng là 20 m và 25 m , hỏi tổng chiều dài con đường đó ngắn nhất là bao nhiêu mét?

Câu 41: (Sở Hà Tĩnh Lần 2) Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 60% , còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 55% . Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10% . Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 42: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Nghệ sỹ đường phố muốn sơn một ký hiệu lên tường là miền trong được giới hạn bởi hai đường cong $(C_1): y^2 = x^3$, $(C_2): y^2 = (2 - x)^3$ và được mô hình hóa trên hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên trục tọa độ là mét). Giá sơn là 80.000 đồng

/m². Tính chi phí để người nghệ sỹ đó cần dùng để sơn ký hiệu lên tường (đơn vị nghìn đồng, làm tròn đến hàng đơn vị).



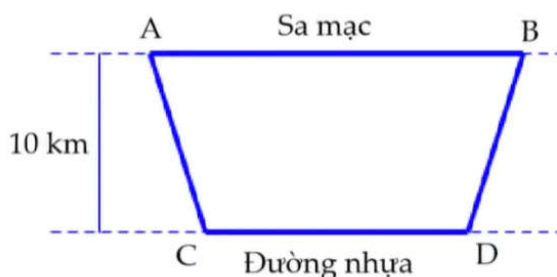
NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 21 ĐMH BGD 2025)

- Câu 1: (Sở Thái Bình Lần 1)** Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chi phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 2: (Sở Thái Nguyên)** Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vào là 30 nghìn đồng/kg, bán ra là 35 nghìn đồng /1kg. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng /1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?
- Câu 3: (Sở Thanh Hóa Lần 1)** Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?
- Câu 4: (Sở Thanh Hóa Lần 1)** Một hộ gia đình sản xuất chiếu cói ở Nga Sơn mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu ($0 \leq x \leq 20$). Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số sau $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?
- Câu 5: (SGD Tuyên Quang)** Một nhà địa chất học đang ở địa điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một khoảng bằng $70km$. Trong sa mạc, xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc $30km/h$. Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ, vì vậy nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. Rất may, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn $10km$. Trên đường nhựa đó, xe nhà địa chất có thể di chuyển với vận tốc $50km/h$. Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



- Câu 6: (Sở Yên Bái Lần 2)** Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt

hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 7: (Sở Quảng Nam) Nhà ông A cần làm một bể chứa nước có dạng khối hộp chữ nhật không nắp, có đáy là hình chữ nhật và chiều dài gấp ba lần chiều rộng, khối hộp tương ứng có thể tích bằng $1\,152\text{ dm}^3$. Giả sử bể dày của thành bể và đáy bể là không đáng kể. Giá thuê công nhân để làm bể là $400\,000$ đồng/ m^2 . Gọi x là chiều rộng của đáy bể (x là số dương có đơn vị là dm).

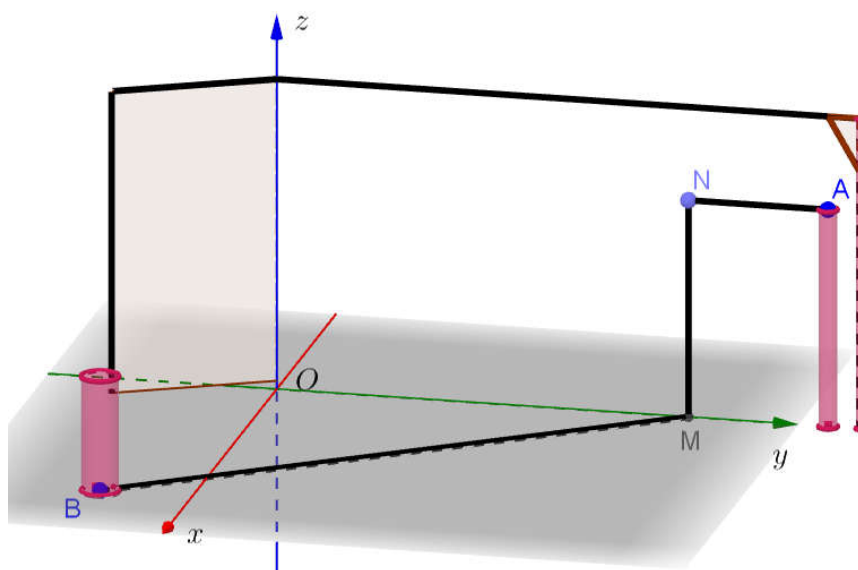
a) Chiều cao của bể chứa nước là $\frac{384}{x^2}$ (dm).

b) Diện tích xung quanh của bể chứa nước là $\frac{3072}{x}$ (dm^2).

c) Tổng diện tích cần làm của bể chứa nước là $\frac{3072}{x} + 6x^2$ (dm^2).

d) Chi phí thấp nhất mà ông A trả cho công nhân làm bể chứa nước theo yêu cầu là $3\,072\,000$ đồng.

Câu 8: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Xét trong không gian $Oxyz$ (mỗi đơn vị là 1 mét) một xưởng sản xuất có mặt phẳng làm việc nằm ngang (mặt phẳng $z = 0$) và một bức tường thẳng đứng (mặt phẳng $x = 0$). Trên sàn đặt trụ cấp tại điểm $B(20; -5; 0)$. Từ trên tường đặt bình áp lực tại điểm $A(0; 30; 12)$. Người ta lắp đặt đường ống nước từ B đến A qua ba đoạn (tham khảo hình vẽ bên)



+ Đoạn BM nằm trên sàn: $M(0; y; 0)$ với $-5 \leq y \leq 30$.

+ Đoạn MN thẳng đứng: $N(0; y; 12)$ với $-5 \leq y \leq 30$.

+ Đoạn NA nằm ngang trên tường.

Biết chi phí lắp đặt:

- Ống nằm ngang (trên hoặc dưới sàn): 150 000 đồng/m.

- Ống thẳng đứng: 300 000 đồng/m.

Hỏi chi phí ít nhất để lắp đặt đường ống nước trên là bao nhiêu triệu đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 9: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Một nhà máy sản xuất muốn xây dựng một bể chứa nước hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích là $500m^3$. Chi phí xây dựng đáy bể là 100 nghìn đồng/ m^2 và chi phí xây dựng các mặt bên là 50 nghìn đồng/ m^2 . Hỏi diện tích của đáy bể (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là bao nhiêu m^2 để chi phí xây dựng là thấp nhất, biết rằng đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng.

Câu 10: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Một showroom ô tô trung bình bán được 45 ô tô loại A mỗi quý với giá 1,299 tỷ đồng một xe. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 200 triệu đồng, số lượng ô tô loại A đó bán ra sẽ tăng thêm khoảng 20 xe mỗi quý. Biết rằng hàm chi phí hàng quý là $C(x) = 0,001x^3 - 0,085x^2 + 1,437x + 0,3$ (tỷ đồng), trong đó x là số ô tô bán ra trong một quý. Nhà sản xuất nên đặt giá bán (đơn vị tỷ đồng) như thế nào để lợi nhuận là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

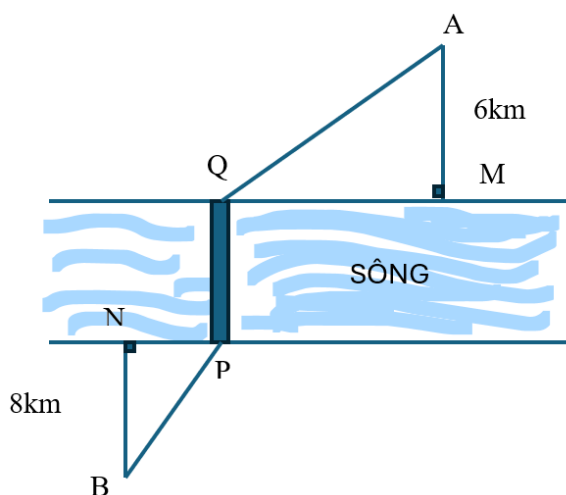
Câu 11: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 12: (Quốc Học Qui Nhơn) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Hỏi mức thuế phụ thu t (trên 1 đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

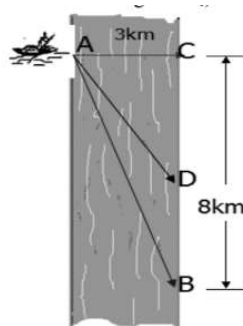
Câu 13: (Strong T2.Đ15) Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của

hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a, b \in \mathbb{Z}; a, b$ nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?

Câu 14: (Sở Hải Phòng Lần 2) Hai khu dân cư A và B nằm ở hai bờ đối diện của một con sông rộng. Khu A cách sông $6km$, khu B cách sông $8km$. Chính quyền muốn xây dựng một cây cầu PQ bắc ngang sông để thuận tiện đi lại. Biết rằng $QM + NP = 30km$, và độ dài cây cầu PQ là cố định. Hỏi đầu cây cầu Q cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AQPB$)? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 15: (Sở Hậu Giang) Anh Tí muốn chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng $3km$ (như hình vẽ). Tí có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến vị trí C và sau đó chạy đến vị trí B , hay có thể chèo trực tiếp từ vị trí A đến vị trí B , hoặc anh ta có thể chèo đến một vị trí D ở giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền với tốc độ $6km/h$, chạy với tốc độ $8km/h$ và quãng đường $BC = 8km$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể có với tốc độ chèo thuyền của anh Tí. Khoảng thời gian để anh Tí đến B là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 16: (Sở Hòa Bình Lần 2) Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm mỗi ngày sản xuất được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 19$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa cho bởi công thức $C(x) = \frac{x^3}{3} + 4x^2 + 200$ (nghìn đồng). Giá của một mét vải lụa là 240 nghìn đồng và giả sử hộ luôn bán hết số sản phẩm trong ngày. Để đạt lợi nhuận tối đa thì mỗi ngày hộ cần sản xuất bao nhiêu mét vải lụa?

Câu 17: (SGD Hưng Yên) Một cơ sở sản xuất quần áo trẻ em đang bán mỗi bộ quần áo với giá 80 nghìn đồng một bộ và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 1200 bộ quần áo. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 80 nghìn đồng mà cứ mỗi lần tăng thêm 5 nghìn đồng mỗi bộ quần áo thì mỗi tháng sẽ bán ít đi 100 bộ. Biết vốn sản xuất một bộ quần áo không thay đổi là 50 nghìn đồng. Để lợi nhuận thu được lớn nhất thì cơ sở sản xuất đưa ra giá bán cho một bộ quần áo là bao nhiêu? (đơn vị: nghìn đồng).

Câu 18: (Sở Lai Châu Lần 1) Một xưởng sản xuất cửa nhôm kính uốn vòm gồm hai phần dưới là hình chữ nhật có chiều rộng x (cm), chiều dài y (cm), phần vòm là hình bán nguyệt có bán kính $\frac{x}{2}$ (cm). Biết chu vi của cửa không đổi là 8 m. Biết đơn giá làm cửa kính theo m^2 là 1.600.000 đồng. Khi diện tích của cái cửa lớn nhất thì cái cửa trị giá bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng phần mười)?



Câu 19: (Sở Nghệ An Lần 2) Hiệu quả nhiên liệu E , tính bằng số kilômét đi được trên mỗi lít xăng (km/l) của một mẫu xe ô tô được mô hình hoá theo tốc độ v (km/h) bằng công thức sau: $E(v) = -0,00002v^3 + 0,00225v^2 + 14,7$. Mô hình này được áp dụng cho các tốc độ v từ 20 km/h đến 120 km/h ($20 \leq v \leq 120$). Tìm giá trị nhiên liệu hiệu quả nhất (tức là đi được nhiều km nhất trên mỗi lít xăng, làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 20: (Sở Ninh Bình Lần 1) Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là 4 : 1. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 21: (Sở Ninh Bình Lần 3) Nếu một điện trở R được nối với một ắc-quy có suất điện động E và điện trở trong r thì công suất tiêu thụ trên điện trở R là $P = \frac{E^2 R}{(R + r)^2}$, trong đó R, r được tính bằng ôm (Ω)

, E được tính bằng vôn (V) và P được tính bằng oát (W). Cho $E = 12(V)$ và $r = 2(\Omega)$, còn R biến thiên thì công suất P đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu W ?

Câu 22: (Sở Phú Thọ Lần 2) Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

Câu 23: (Sở Phú Thọ Lần 1) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x \leq 2500$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2006x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1438x - 1209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 320$). Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

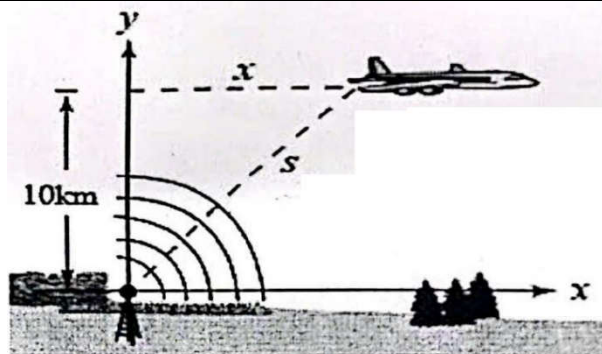
Câu 24: (Sở Quảng Ninh Lần 1) Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm:

$$q(A) = 1000 + \frac{1013}{3} \ln(1 + A).$$

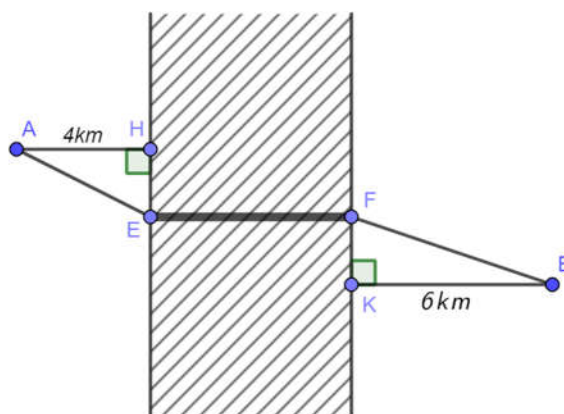
Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 25: (SGD Sóc Trăng) Một công ty sản xuất hai sản phẩm là sản phẩm A và sản phẩm B. Biết số tiền thu được khi bán sản phẩm A là 50 000 đồng/sản phẩm; số tiền thu được khi bán từ 1 đến 100 sản phẩm B là 55.000 đồng/sản phẩm, từ 101 đến 200 sản phẩm B là 54.000 đồng/sản phẩm, từ 201 đến 300 sản phẩm ở là 53.000 đồng/sản phẩm. số tiền thu được khi bán thêm 100 sản phẩm B giảm đúng 1000 đồng/sản phẩm so với 100 sản phẩm đã bán ngay trước đó. Biết chi phí khi sản xuất sản phẩm cả A và B đều là 30.000 đồng/sản phẩm. Giả sử trong một tuần tổng hai sản phẩm của công ty sản xuất và bán ra đúng 2.000. Trong một tuần mức lợi nhuận của công ty có thể đạt được lớn nhất là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 26: (Chuyên KHTN Lần 2) Một máy bay đang bay ở độ cao 10km so với mặt đất, thu phát tín hiệu qua một ăng-ten ra đa như hình vẽ. Khi máy bay cách ra đa 16km, ra đa phát hiện khoảng cách giữa máy bay ra đa thay đổi với tốc độ 546km/h. Tìm vận tốc của máy bay (đơn vị km/h, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



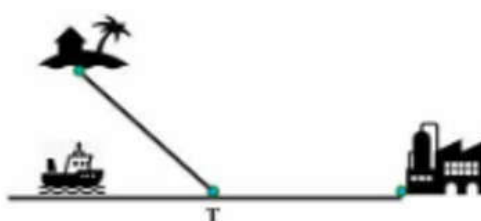
Câu 27: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Hai thành phố ở hai vị trí A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu bắc qua sông biết rằng vị trí A cách con sông một khoảng là 4km , vị trí B cách con sông một khoảng là 6km (được mô hình hóa như hình vẽ bên dưới), $HE + KF = 20\text{km}$ và độ dài EF không đổi. Hỏi độ dài EH là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)?



Câu 28: (ĐGNL ĐHSP HN) Một công ty sản xuất giày dép ước tính rằng tổng chi phí để sản xuất và bán hết q đôi giày mỗi ngày là $C(q) = 0,01q^3 - 0,6q^2 + 50q + 2000$ (nghìn đồng). Giá bán mỗi đôi giày được xác định bởi hàm $h(q) = 600 - q$ (nghìn đồng), biết rằng số giày của công ty mỗi ngày sản xuất ra đều được bán hết.

- Nếu mỗi ngày công ty sản xuất 50 đôi giày thì lợi nhuận mỗi ngày là bao nhiêu (nghìn đồng)?
- Công ty nên sản xuất bao nhiêu đôi giày mỗi ngày để đạt lợi nhuận tối đa?

Câu 29: (ĐGNL ĐHSP HN) Công ty nước sạch Bình An đang cần lắp đặt đường ống dẫn nước từ nhà máy nước tới hòn đảo như trong sơ đồ (đường ống xuất phát từ nhà máy đến điểm T rồi đi ra đảo). Bến tàu cách đảo 1 km, đó chính là vị trí trên đất liền gần với đảo nhất. Nhà máy nước cách bến tàu 4 km. Biết rằng chi phí lắp đặt mỗi ki-lô-mét ống nước trên đất liền là 30 triệu đồng, còn đặt dưới nước là 50 triệu đồng.



- a) Khoảng cách từ điểm T đến nhà máy nước là bao nhiêu ki-lô-mét để tổng chi phí lắp đặt nhỏ nhất?
- b) Tổng chi phí lắp đặt ít nhất bằng bao nhiêu (triệu đồng)?

Câu 30: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Một chất điểm chuyển động biết quãng đường biểu diễn theo quỹ đạo có phương trình $s(t) = t^3 - 6t^2 + 30t$ (trong đó quãng đường s tính bằng mét (m), thời gian t tính bằng giây (s)). Tìm tốc độ nhỏ nhất của chất điểm (đơn vị m/s).

Câu 31: (SGD Ninh Bình Lần 3) Để chuẩn bị cho bạn An nhập học đại học vào đầu tháng 9/2024, gia đình bạn ấy đã đăng ký mở một thẻ tín dụng tại ngân hàng X vào ngày 25/8/2024 với hạn mức 100 triệu đồng, trong đó có thể rút tiền mặt tới 50 triệu đồng và sử dụng thẻ để mua sắm tới 50 triệu đồng; mức lãi suất cho Đvay thẻ tín dụng là 13%/năm, thẻ tín dụng này có thời gian miễn lãi là 45 ngày khi sử dụng thẻ để mua sắm tiêu dùng, chu kì thanh toán là từ 25/8 đến 25/9 và hạn thanh toán là ngày 10/10 cùng năm. Nếu không thanh toán đúng hạn thì sẽ bị tính phí trả chậm là 5% tổng dư nợ và tính lãi của các khoản dư nợ từ ngày phát sinh dư nợ đến hết ngày khách hàng thanh toán cho ngân hàng với lãi suất gấp 1,5 lần lãi suất niêm yết khi mở thẻ. Ngày 01/9/2024, An mua laptop, điện thoại, máy in, tai nghe hết 20 triệu đồng. Ngày 05/9/2024, An mua đồ dùng sinh hoạt, sách vở, quần áo hết 12 triệu đồng. Do sơ xuất nên đến ngày 10/10/2024, gia đình An chưa thanh toán bất kỳ khoản nào. Đến ngày 20/10/2024 gia đình An mới thanh toán toàn bộ dư nợ cho ngân hàng. Tổng số tiền lãi và phí trả chậm mà gia đình bạn An phải trả do thanh toán không đúng hạn là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả cuối cùng làm tròn đến hàng đơn vị, một năm tính là 365 ngày)

Câu 32: (SGD Ninh Bình Lần 3) Một trường đại học kĩ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 33: Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Câu 34: (Sở Bình Phước Lần 1) Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ \$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (\$) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của

nhà nước tương ứng là $4 : 1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 35: (Sở BRVT) Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng $\left(1 \leq x \leq 200, x \in \mathbb{N}\right)$ thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p(x) = 4000 - 10x$ (nghìn đồng), trong đó chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c(x) = x^2 - 70x + 400 + \frac{1000}{x}$ (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

Câu 36: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Một công ty công nghệ X chuẩn bị phát hành một ứng dụng di động mới. Để quảng bá ứng dụng, công ty dự định chi x (triệu đồng) cho chiến dịch quảng cáo trực tuyến. Bộ phận marketing của công ty sau khi phân tích thị trường, ước tính rằng tổng số lượt tải ứng dụng có thể đạt được tuân theo hàm số $N(x) = \frac{15000x}{x + 300}; x \geq 0$ (nghìn lượt). Với mỗi lượt tải ứng dụng (sau khi đã trừ các chi phí biến đổi trực tiếp liên quan đến mỗi lượt tải) công ty thu được số tiền là 2000 đồng. Công ty có một ngân sách tối đa cho việc quảng cáo ứng dụng lần này là 1,2 tỷ đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được từ ứng dụng trên là bao nhiêu tỷ đồng?

Câu 37: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Một công ty công nghệ X chuẩn bị phát hành một ứng dụng giáo dục mới. Để quảng bá ứng dụng, công ty dự định chi x (triệu đồng) cho chiến dịch quảng cáo trực tuyến. Bộ phận marketing của công ty sau khi phân tích thị trường, ước tính rằng tổng số lượt tải ứng dụng có thể đạt được tuân theo hàm số $M(x) = \frac{12000x}{x + 200}; x \geq 0$ (nghìn lượt). Với mỗi lượt tải ứng dụng (sau khi đã trừ các chi phí biến đổi trực tiếp liên quan đến mỗi lượt tải) công ty thu được số tiền là 3000 đồng. Công ty có một ngân sách tối đa cho việc quảng cáo ứng dụng lần này là 1,3 tỷ đồng. Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được từ ứng dụng trên là bao nhiêu tỷ đồng?

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 22 ĐMH BGD 2025)

- Câu 1: (SGD Hưng Yên)** Một bình đựng 50 viên có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 2: (Sở Thái Bình Lần 1)** Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.
- Câu 3: (Sở Thái Nguyên)** Có 8 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 11 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nào lớp 12 đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + 2b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 4: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế)** Trong một đợt dịch sốt xuất huyết, ở mỗi khu phố tiến hành thử nghiệm một thiết bị phát hiện sốt xuất huyết. Có 9000 dân tham gia, trong đó có 1500 người nhiễm bệnh và 7500 người không nhiễm bệnh.
- Khi thử với 1500 người nhiễm bệnh, thiết bị cho kết quả 76% dương tính.
 - Khi thử với 7500 người không nhiễm, thiết bị cho kết quả 7% dương tính.
- Chọn ngẫu nhiên một người, kết quả kiểm tra cho thấy người này dương tính với bệnh. Xác suất để người đó là người bị sốt xuất huyết là bao nhiêu? (Viết kết quả dưới dạng số thập phân, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)
- Câu 5: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai)** Một công ty xổ số kiến thiết phát hành loại vé số có 6 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Ông An chọn mua ngẫu nhiên một tờ vé số của công ty này. Tính xác suất để ông An mua được vé số luôn có mặt cả hai chữ số 3 và 8 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).
- Câu 6: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa)** Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$ (trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{2}a + b$ bằng bao nhiêu?
- Câu 7: (Quốc Học Qui Nhơn)** Một cuộc thi có 3 vòng. Vòng 1 lấy 90% thí sinh tham gia, vòng 2 lấy 80% thí sinh đã qua vòng 1, vòng 3 lấy 90% thí sinh của vòng 2. Biết rằng khả năng của các thí

sinh là như nhau. Tính xác suất để chọn được một thí sinh bị loại ở vòng 2, nếu biết rằng thí sinh đó bị loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 8: (Chuyên Nguyễn Du Đak Lắc) Một loại linh kiện do hai nhà máy số I và số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là 5% và 6%. Một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm của nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Giả sử linh kiện lấy ra là phế phẩm, xác suất linh kiện đó do nhà máy I sản xuất là bao nhiêu phần trăm (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 9: (Strong T2.Đ15) Trong cuộc thi học sinh giỏi các môn văn hóa lớp 8 thí sinh sẽ trải qua 3 vòng thi: Vòng trường, Vòng huyện và Vòng tỉnh. Biết rằng, ban tổ chức sẽ chọn ra 60% thí sinh đã đăng kí để vào Vòng trường. Khi kết thúc Vòng trường, ban tổ chức sẽ chọn ra 40% thí sinh của Vòng trường để vào Vòng huyện. Khi kết thúc Vòng huyện, ban tổ chức sẽ chọn ra 20% thí sinh của Vòng huyện để vào Vòng tỉnh. Chọn ngẫu nhiên 1 thí sinh đăng kí tham dự cuộc thi học sinh giỏi. Tính xác suất để học sinh đó lọt vào Vòng trường biết rằng thí sinh được chọn không lọt vào Vòng tỉnh (Giả thiết khả năng lọt qua các vòng của các thí sinh là như nhau). (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 10: (Sở Lai Châu Lần 1) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất sao cho lấy được số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ (kết quả để dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 11: (Sở Nghệ An Lần 2) Các nhà nghiên cứu về tâm lý học giáo dục quan sát một nhóm các học sinh lớp 10 ở một số trường học THPT trong 3 năm. Ở thời điểm bắt đầu quan sát, có 73% số học sinh được quan sát thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh. Sau 3 năm, các nhà nghiên cứu này nhận thấy tỷ lệ học sinh có kết quả học tập sa sút trong số những học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh cao gấp 3 lần tỷ lệ này trong số những học sinh còn lại. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm và thấy học sinh này có kết quả học tập sa sút trong 3 năm quan sát, tính xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 12: (Sở Ninh Bình Lần 1) Trong một trò chơi bốc thăm trúng thưởng, luật chơi như sau: Trong một hộp có chứa 25 cái phiếu được đánh số từ 1 đến 25, người chơi được bốc thăm ngẫu nhiên 5 phiếu, nếu tổng bình phương các số trên phiếu bốc được là số chia hết cho 4 thì trúng thưởng. Bạn Hoa là người đầu tiên

bốc thăm, xác suất để Hoa trúng thưởng là $\frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S = b - a$.

Câu 13: (Sở Ninh Bình Lần 3) Một trường đại học kỹ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

- Câu 14: (Sở Phú Thọ Lần 2)** Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?
- Câu 15: (Sở Phú Thọ Lần 1)** Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà tổng tất cả các chữ số của nó bằng 7?
- Câu 16: (Sở Phú Thọ Lần 1)** Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 17: (Sở Quảng Ninh Lần 1)** Một người tham gia trò chơi với ba hộp quà đặc biệt: Hộp màu vàng có 2 điện thoại iPhone và 3 tai nghe, hộp màu bạc có 4 điện thoại iPhone và 1 tai nghe và hộp màu đồng có 3 điện thoại iPhone và 2 tai nghe. Luật chơi được thực hiện qua 2 bước sau:
- Bước 1:* Người chơi chọn ngẫu nhiên một hộp.
- Bước 2:* Từ hộp đã chọn, người chơi lấy ngẫu nhiên 1 món quà:
- Nếu quà là điện thoại iPhone, người chơi được giữ nó và lấy thêm 1 quà nữa từ cùng hộp.
- Nếu quà là tai nghe, trò chơi kết thúc.
- Biết rằng người chơi lấy được hai điện thoại iPhone, tính xác suất để người đó lấy từ hộp màu bạc (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)
- Câu 18: (SGD Sóc Trăng)** Một hộp chứa 10 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Bạn An lấy ngẫu nhiên một lượt 2 viên bi từ hộp, xem màu, rồi đặt lại vào hộp. Nếu trong 2 viên bi bạn An lấy ra có ít nhất một bi màu đỏ thì bạn Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp, còn nếu trong 2 viên bi An lấy ra không có viên bi nào màu đỏ thì Bình sẽ lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được ít nhất 1 viên bi màu đỏ, biết rằng tất cả viên bi hai bạn lấy ra đều có đủ hai màu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- Câu 19: (Sở Hậu Giang)** Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Bạn Ngọc rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi A là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” và B là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”. Tính xác suất của biến cố AB .
- Câu 20: (Sở Hòa Bình Lần 1)** Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi.
- Câu 21: (Sở Hòa Bình Lần 2)** An, Bình và Cao dự định tham gia xem một triển lãm tranh. Khả năng mỗi người đi phụ thuộc vào các yếu tố sau:

An: Việc An đi xem triển lãm phụ thuộc hoàn toàn vào thời tiết. Nếu trời không mưa, An có 75% khả năng đi xem triển lãm. Nếu trời mưa, khả năng này giảm xuống còn 40%. Theo dự báo thời tiết, khả năng trời mưa trong ngày diễn ra triển lãm là 25%.

Bình: Việc Bình đi xem triển lãm phụ thuộc hoàn toàn vào việc An có đi hay không. Nếu An đi, Bình có 90% khả năng đi. Nếu An không đi thì chắc chắn Bình sẽ không đi.

Cao: Khả năng Cao đi xem triển lãm không phụ thuộc các yếu tố khác. Cao có 50% khả năng đi xem triển lãm. Xác suất để ít nhất hai trong ba người bạn cùng đi xem triển lãm là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 22: (Sở Hòa Bình Lần 1) Trong một đêm thi hát, mỗi thí sinh phải tham gia hát hai bài: Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ, 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người trong đội. Xác suất để người đó đạt cả hai bài thi là bao nhiêu?

Câu 23: (Chuyên KHTN Lần 2) Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Câu 24: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 100\}$. Gọi S là tập các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có 3 số lập thành cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

Câu 25: (Cụm Trường Hải Dương) Một tổ hợp máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập nhau, xác suất động cơ I hoạt động được là 0,92. Tổ hợp máy chạy được nếu ít nhất một động cơ hoạt động. Biết xác suất để tổ hợp máy chạy được là 0,996, tính xác suất để động cơ II hoạt động được.

Câu 26: (ĐGNL ĐHSP HN) Một công ty truyền thông đầu thầu hai dự án. Khả năng thắng thầu của Dự án 1 và Dự án 2 lần lượt là 50% và 60%. Khả năng thắng thầu cả hai dự án của công ty là 40%.

a) Tính xác suất công ty chỉ thắng thầu đúng một dự án.

b) Biết công ty không thắng thầu Dự án 1. Khả năng công ty sẽ thắng thầu Dự án 2 bằng bao nhiêu?

Câu 27: (Liên Trường Nghệ An Lần 2) Một nhà đầu tư đang xem xét đầu tư vào hai loại tài sản: Cổ phiếu và trái phiếu. Qua nghiên cứu thị trường có hai kịch bản sau có thể xảy ra:

Kịch bản Kinh tế tăng trưởng: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế tăng trưởng trong năm tới là 60%. Trong kịch bản này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 80% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 30%.

Kịch bản Kinh tế suy thoái: Xác suất xảy ra kịch bản kinh tế suy thoái trong năm tới là 40%. Trong kịch bản này xác suất cổ phiếu mang lại lợi nhuận cao là 10% và xác suất trái phiếu mang lại lợi nhuận cao là 70%.

Vào cuối năm, nhà đầu tư nhận thấy rằng trái phiếu đã mang lại lợi nhuận cao. Tính xác suất để kịch bản kinh tế trong năm đó là suy thoái (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 28: (THPT Ngô Sỹ Liên – Bắc Giang Lần 1) Tại địa phương A, người ta tiến hành một đợt kiểm tra diện rộng các con bò để phát hiện một loại bệnh X, không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác 100%. Có một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm Z cho kết quả như sau: Xét nghiệm có độ nhạy là 84% (*Độ nhạy là xác suất chọn được một mẫu dương tính biết rằng mẫu bị nhiễm bệnh*); Xác suất dương tính giả là 8% (*Dương tính giả là xét nghiệm dương tính nhưng thực tế không bị nhiễm bệnh*). Biết rằng tỉ lệ bò ở địa phương A bị mắc bệnh X là 25%. Chọn ngẫu nhiên một con bò ở địa phương A để xét nghiệm, tính xác suất để chọn được con bò bị nhiễm bệnh, biết rằng con bò dương tính với xét nghiệm (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 29: (Sở GD Hà Nội) Trong kỳ thi vấn đáp, bạn Bình phải bốc thăm ngẫu nhiên và trả lời 3 chủ đề trong số 10 chủ đề đã được chuẩn bị trước. Bạn Bình chỉ chuẩn bị được 7 trong 10 chủ đề trên. Xác suất để Bình bốc được ít nhất hai chủ đề trong những chủ đề đã chuẩn bị bằng bao nhiêu (*làm tròn đến hàng phần trăm*)?

Câu 30: (Sở Bình Phước Lần 1) Có ba đồng xu được đựng trong một hộp kín. Đồng xu thứ nhất là một đồng xu cân đối với tỷ lệ mặt ngửa và mặt sấp bằng nhau. Đồng xu thứ hai là một đồng xu bị lỗi có khả năng mặt ngửa xuất hiện là 70%. Đồng xu thứ ba là một đồng xu hai mặt ngửa (khi tung luôn ra mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên một đồng xu từ hộp và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung cho thấy xuất hiện một lần mặt sấp và một lần mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn đã chọn là đồng xu thứ hai (đồng xu bị lỗi) (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 31: (Sở BRVT) Bạn Bảo có 8 viên bi được đánh số từ 1 đến 8, bạn Bình có 7 viên bi được đánh số từ 1 đến 7. Hai bạn cùng chơi một trò chơi bằng cách mỗi bạn bốc ra 4 viên bi và ghép lại theo thứ tự giảm dần để được số tự nhiên có 4 chữ số. Người thắng cuộc là người có số lớn hơn. Hỏi xác suất để bạn Bảo thắng bạn Bình là bao nhiêu? (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)

Câu 32: (Sở Đồng Tháp) Một nhà máy chế biến cá hộp nhận thấy rằng chi phí sản xuất phụ thuộc vào số lượng sản phẩm chế biến mỗi ngày do có các yếu tố như: chi phí cố định (máy móc, nhân công thường trực); chi phí biến đổi (nguyên liệu, điện, nước, nhân công thời vụ); chi phí tăng nhanh khi vượt quá năng lực xử lý (lãng phí nguyên liệu, giảm hiệu suất, tăng giờ làm).

Dựa trên dữ liệu thống kê thực tế trong 6 tháng, người ta ước lượng được hàm chi phí (đơn vị triệu đồng) theo số lượng sản phẩm x (đơn vị nghìn hộp cá) là $C(x) = 0,02x^3 - 0,9x^2 + 12x + 100$.

Biết rằng nhà máy có năng lực sản xuất tối đa là 40 nghìn hộp cá mỗi ngày và giá bán trung bình một hộp cá là 20 000 đồng.

Để đảm bảo lợi nhuận cao nhất, nhà máy nên sản xuất bao nhiêu nghìn hộp cá mỗi ngày? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 33: Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 34: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Một người môi giới bất động sản có 9 chìa khóa để mở 9 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 2 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 4 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 35: (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM Lần 3) Một người môi giới bất động sản có 8 chìa khóa để mở 8 ngôi nhà mới. Mỗi chìa khóa chỉ mở được đúng 1 ngôi nhà. Biết có 3 ngôi nhà thường không khóa cửa, người môi giới chọn ngẫu nhiên 3 chìa khóa mang theo. Hỏi nếu người môi giới chọn ngẫu nhiên một nhà để vào thì xác suất để người môi giới này có thể vào được là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

LUYỆN THI CẤP TỐC

NTH

TOÁN 12

ThS. Nguyễn Tiến Hà

ĐÁP ÁN

PHẦN I. 50 ĐỀ TRẮC NGHIỆM

PHẦN II. 168 CÂU HỎI ĐÚNG SAI

PHẦN III. 216 CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

MÙA THI 2025

MỤC LỤC

Trang

PHẦN I. 50 ĐỀ TRẮC NGHIỆM

➤ Đề số 01. Sở Bình Phước Lần 2	1
➤ Đề số 02. Sở Bắc Giang Lần 1	2
➤ Đề số 03. Sở Phú Thọ Lần 2.....	3
➤ Đề số 04. Sở Thanh Hóa Lần 2.....	5
➤ Đề số 05. Sở Phú Thọ Lần 1.....	7
➤ Đề số 06. Sở Ninh Bình Lần 2	8
➤ Đề số 07. Sở Hưng Yên Lần 1.....	10
➤ Đề số 08. Sở Tuyên Quang Lần 1	11
➤ Đề số 09. Sở Hải Dương Lần 1.....	12
➤ Đề số 10. Sở Hòa Bình Lần 1	14
➤ Đề số 11. Sở Hậu Giang Lần 1.....	16
➤ Đề số 12. Sở Bà Rịa Vũng Tàu Lần 1	17
➤ Đề số 13. Sở Yên Bái Lần 2.....	19
➤ Đề số 14. Sở Hưng Yên Lần 2.....	21
➤ Đề số 15. Sở Quảng Nam Lần 1.....	22
➤ Đề số 16. THPT Chuyên KHTN Lần 2	24
➤ Đề số 17. THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi Lần 1	25
➤ Đề số 18. Sở Thái Bình Lần 1.....	27
➤ Đề số 19. Sở Thanh Hóa Lần 1	28
➤ Đề số 20. Sở Thái Nguyên Lần 1	29
➤ Đề số 21. ĐH Sư Phạm Hà Nội 2.....	31
➤ Đề số 22. Sở Hải Dương Lần 1.....	32
➤ Đề số 23. Sở Nghệ An Lần 1.....	34
➤ Đề số 24. Sở Bình Phước Lần 1	35
➤ Đề số 25. Sở Bình Phước Lần 1	37
➤ Đề số 26. Sở Quảng Ninh Lần 1	39
➤ Đề số 27. Sở Lai Châu Lần 1	40
➤ Đề số 28. Sở Sóc Trăng Lần 1	42
➤ Đề số 29. Sở Đồng Nai Lần 1.....	43
➤ Đề số 30. Sở Hòa Bình Lần 2.....	45
➤ Đề số 31. Sở Ninh Bình Lần 3	47
➤ Đề số 32. Sở Nghệ An Lần 2.....	48
➤ Đề số 33. Sở Đồng Tháp Lần 1.....	50
➤ Đề số 34. Sở Bình Phước Lần 1	52
➤ Đề số 35. THPT Khoa Học & Giáo Dục Lần 1	53
➤ Đề số 36. THPT Ngô Sĩ Liên – Bắc Giang Lần 2	55
➤ Đề số 37. THPT Lương Tài 2 – Bắc Ninh.....	56
➤ Đề số 38. THPT Lê Thánh Tông- HCM.....	58
➤ Đề số 39. THPT Triệu Quang Phục – Hưng Yên.....	59
➤ Đề số 40. Sở Ninh Bình.....	61
➤ Đề số 41. Phổ Thông Năng Khiếu) -ĐHQG HCM.....	63
➤ Đề số 42. Tổ 2 - Đợt 14 - Đề 01 ST Strong.....	64
➤ Đề số 43. Tổ 2 - Đợt 14 - Đề 01 ST Strong.....	66
➤ Đề số 44. Sở Quảng Nam – Lần 1).....	67
➤ Đề số 45. THPT Bắc Đông Quan – Thái Bình.....	69
➤ Đề số 46. Sở Bình Thuận – Lần 1	70
➤ Đề số 47. Sở Hòa Bình – Lần 1	72
➤ Đề số 48. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 1.....	73
➤ Đề số 49. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 2.....	75
➤ Đề số 50. THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 3.....	77

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (168 Câu)

- Phát triển Câu 13 ĐMH 2025. Ứng dụng đạo hàm (38 câu) 138
- Phát triển Câu 14 ĐMH 2025. Bài toán liên quan nguyên hàm, tích phân (48 câu) 166
- Phát triển Câu 15 ĐMH 2025. Bài toán xác suất, thống kê (36 câu).....208
- Phát triển Câu 16 ĐMH 2025. Bài toán hình học tọa độ không gian Oxyz (46 câu) 237

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN (216 Câu)

- Phát triển Câu 17 ĐMH 2025. Bài toán tính khoảng cách, góc (43 câu) 288
- Phát triển Câu 18 ĐMH 2025. Bài toán tối ưu (20 câu).....320
- Phát triển Câu 19 ĐMH 2025. Bài toán ứng dụng trong Oxyz (39 câu) 335
- Phát triển Câu 20 ĐMH 2025. Bài toán ứng dụng tích phân tính (42 câu).....368
- Phát triển Câu 21 ĐMH 2025. Bài toán thực tế tối ưu doanh thu (37 câu) 414
- Phát triển Câu 22 ĐMH 2025. Bài toán xác suất điều kiện, Bayes, XS toàn phần (35 câu) 443

GV & HS cần file đáp án và lời giải chi tiết file Word, Pdf liên hệ thầy Hà (có trả phí)
Zalo: 0949.888.993 - Nguyễn Tiến Hà

ĐỀ SỐ 01

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$ là

- A.** $\frac{7^{x+1}}{x+1} + C$. **B.** $\frac{7^x}{\ln 7} + C$. **C.** $\frac{7^x}{x} + C$. **D.** $x \cdot 7^{x-1} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 1$ và $x = 3$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A.** $\pi \int_1^3 x^4 dx$. **B.** $\pi \int_1^3 x^2 dx$. **C.** $3 \int_1^3 x dx$. **D.** $\int_1^3 x^4 dx$.

Câu 3: Một mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	Tần số
$[25; 35)$	10
$[35; 45)$	7
$[45; 55)$	5
$[55; 65)$	9
$[65; 75)$	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A.** 15,19. **B.** 15,16. **C.** 15,18. **D.** 15,17.

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{30 \cdot 10 + 40 \cdot 7 + 50 \cdot 5 + 60 \cdot 9 + 70 \cdot 9}{40} = 50$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{10 \cdot (30 - 50)^2 + 7 \cdot (40 - 50)^2 + 5 \cdot (50 - 50)^2 + 9 \cdot (60 - 50)^2 + 9 \cdot (70 - 50)^2}{40} = 230$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{230} \approx 15,17$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1;2;1)$ và $N(3;1;-2)$ là

- A.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $SB \perp (SAB)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $AC \perp (SAB)$. **D.** $SC \perp (SAB)$.

ĐỀ SỐ 50 (THCS-THPT Trần Cao Vân – TP.HCM – Lần 3)

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^2} + 3^x$ là

- A.** $\frac{x^4}{4} - \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln x} + C$.
C. $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{x} + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **D.** $3x^2 - \frac{2}{x^3} + 3^x \ln 3 + C$.

Câu 2: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích S của hình phẳng (H) được tính theo công thức nào sau đây?

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. **D.** $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh lớp 12A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 12B	0	6	8	14	12

Gọi S_A^2 , S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A, lớp 12B. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A.** $S_A^2 > S_B^2$. **B.** $S_A^2 < S_B^2$. **C.** $S_A^2 = S_B^2$. **D.** $S_A^2 + S_B^2 = 1,66$.

Lời giải

Xét mẫu số liệu lớp 12A: Cỡ mẫu: $n_1 = 40$.

$$\text{Số trung bình: } \bar{x}_A = \frac{1.5,5 + 0.6,5 + 11.7,5 + 22.8,5 + 6.9,5}{40} = \frac{83}{10} = 8,3.$$

$$\text{Phương sai: } S_A^2 = \frac{1}{40} (1.5,5^2 + 0.6,5^2 + 11.7,5^2 + 22.8,5^2 + 6.9,5^2) - (8,3)^2 = 0,61.$$

Xét mẫu số liệu lớp 12B: Cỡ mẫu: $n_2 = 40$.

Số trung bình: $\bar{x}_B = \frac{0.5,5 + 6.6,5 + 8.7,5 + 14.8,5 + 12.9,5}{40} = 8,3$.

Phương sai: $S_B^2 = \frac{1}{40} (0.5,5^2 + 6.6,5^2 + 8.7,5^2 + 14.8,5^2 + 12.9,5^2) - (8,3)^2 = 1,06$.

Ta có $0,61 < 1,06 \Rightarrow (0,61)^2 < (1,06)^2$. Vậy $S_A^2 < S_B^2$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(-2;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ có phương trình là

A. $3x - 2y - z - 7 = 0$.

B. $-2x + y - z + 7 = 0$.

C. $-2x + y - z - 7 = 0$.

D. $3x - 2y - z + 7 = 0$.

Lời giải

Ta có: $(P) \perp d \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{u}_d = (-3; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2;1;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (-3; 2; 1)$

có dạng: $-3 \cdot (x + 2) + 2 \cdot (y - 1) + 1 \cdot (z + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - z + 7 = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2		$+\infty$		2
			$-\infty$		

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$.

B. $x=1$.

C. $y=2$.

D. $y=1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x-5) > -3$ là

A. $(5;130)$.

B. $(-\infty;5)$.

C. $(5;+\infty)$.

D. $(130;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $\log_{0,2}(x-5) > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 > 0 \\ x-5 < 0,2^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x-5 < 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 130 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < x < 130$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

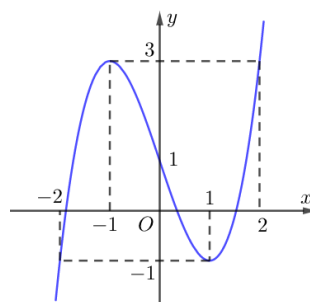
(Phát triển Câu 13 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Cho hàm số $f(x) = x^2 - 7x + 9\ln(x + 2) + 3$

- a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$.
- b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$.
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 10.
- d) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng -1 cùng với tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục Ox , trục Oy tạo thành đa giác có diện tích bằng 44 (đvdt).

Lời giải

- a) Đúng : $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$.
- b) Sai vì : trên khoảng $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$, $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2} < 0$.
- c) Sai : Vì $\max_{[-1; 2]} f(x) = f(-1) = 11$.
- d) Sai vì : TT của hàm số $y = f(x)$ tại $x_0 = -1$ là $y = 11$, tiệm cận xiên của hàm số $f'(x) = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x + 2}$ là $y = 2x - 7$, cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình thang vuông có diện tích 68,5.

Câu 2: (Sở Hậu Giang) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

- a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 2
- d) $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

- a) Đúng: Trong khoảng $(-1; 1)$ hàm số $f(x)$ nghịch biến.

- b) Đúng: Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 1$.
- c) Sai: Trên đoạn $[-2; 2]$, hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 3.
- d) Đúng: Hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba $\Rightarrow y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)
- Đồ thị hàm số đi qua 4 điểm $(-2; -1)$; $(-1; 3)$; $(0; 1)$ và $(1; -1)$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} (-2)^3 a + (-2)^2 b + (-2)c + d = -1 \\ (-1)^3 a + (-1)^2 b + (-1)c + d = 3 \\ 0^3 a + 0^2 b + 0c + d = 1 \\ 1^3 a + 1^2 b + 1c + d = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = -1 \\ -a + b - c + d = 3 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

Cách khác:

d) Hàm số có hai điểm cực trị $-1; 1$ nên $f'(x) = 3a(x+1)(x-1) = a(3x^2 - 3)$

$$\Rightarrow f(x) = a(x^3 - 3x) + d$$

Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ qua $(0; 1), (1; -1)$ nên có $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

Câu 3: (Sở Hòa Bình Lần 1) Cho hai hàm số $f(x) = \log_2(x+2)$ và $g(x) = \log_4(5x+6)$.

- a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- c) Phương trình $f(x) = 5$ có nghiệm $x = 30$.
- d) Phương trình $f(x) = g(x)$ có một nghiệm duy nhất.

Lời giải

a) Đúng: Điều kiện xác định của hàm số $y = f(x)$ là $x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $(-2; +\infty)$.

b) Sai: Điều kiện xác định của hàm số $y = g(x)$ là $5x + 6 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{6}{5}$.

Do đó hàm số $y = g(x)$ không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đúng: Xét phương trình $f(x) = 5$.

Điều kiện: $x > -2$

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow \log_2(x+2) = 5 \Leftrightarrow x+2 = 2^5 \Leftrightarrow x = 30 \text{ (thoả mãn)}.$$

d) Sai: Xét phương trình $f(x) = g(x)$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -2 \\ x > -\frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x > -\frac{6}{5}.$$

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \log_2(x+2) = \log_4(5x+6) \Leftrightarrow \log_2(x+2) = \frac{1}{2}\log_2(5x+6) \\ &\Leftrightarrow 2\log_2(x+2) = \log_2(5x+6) \Leftrightarrow \log_2(x+2)^2 = \log_2(5x+6) \Leftrightarrow (x+2)^2 = 5x+6 \\ &\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{tm}) \\ x = 2 & (\text{tm}) \end{cases}. \text{ Vậy phương trình } f(x) = g(x) \text{ có 2 nghiệm.} \end{aligned}$$

Câu 4: (Sở Hòa Bình Lần 2) Cho hàm số $f(x) = e^{2x} - 2x - 1$

a) $f(0) = 0; f\left(\frac{1}{2}\right) = e - 2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x - 2$.

c) Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1; 2)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ là $e - 2$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Sai: $f'(x) = 2e^{2x} - 2$

c) Đúng: $f'(x) = 2e^{2x} - 2 > 0 \Leftrightarrow e^{2x} > 1 \Leftrightarrow x > 0 \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $(1; 2)$

d) Đúng: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$

$f\left(\frac{3}{2}\right) = e\sqrt{e} - 2; f\left(\frac{1}{2}\right) = e - 2$. Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ là $e - 2$.

Câu 5: (Chuyên KHTN Lần 2) Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = x + 1$ làm tiệm cận xiên.

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Gọi A, B, C là giao điểm của đồ thị hàm số với các trục Ox, Oy . Diện tích tam giác ABC bằng 6.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 14 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Chuyên KHTN Lần 2) Trên đường quốc lộ, một ô tô đang di chuyển với vận tốc 45 km/h .

Cùng lúc, một đoàn tàu chạy song song với đường quốc lộ với vận tốc 60 km/h . Khi ô tô cách đuôi tàu 100 m thì ô tô bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = 2,5t + b \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc. Khi đạt đến tốc độ tối đa cho phép 90 km/h thì ô tô giữ nguyên vận tốc.

- a) Giá trị của b bằng $12,5$.
- b) Thời gian ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép là 5 s .
- c) Khoảng cách giữa ô tô và đuôi tàu sau 3 s là $51,25 \text{ m}$.
- d) Thời gian ô tô bắt kịp đuôi tàu kể từ lúc ô tô bắt đầu tăng tốc là $15,75 \text{ s}$.

Lời giải

a) Đúng: Tại thời điểm ô tô bắt đầu tăng tốc, tức $t = 0$. Ô tô đang di chuyển với vận tốc $45 \text{ km/h} = 12,5 \text{ m/s}$ nên: $v(0) = 2,5.0 + b = 12,5 \Rightarrow b = 12,5$.

b) Đúng: Tốc độ tối đa cho phép của ô tô là $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$. Ta có $v(t) = 2,5t + 12,5 = 25 \Rightarrow t = 5 \text{ (s)}$

Vậy sau 5 s kể từ lúc tăng tốc, ô tô đạt vận tốc tối đa cho phép.

c) Sai: Sau 3 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc, quãng đường ô tô đã đi được là:

$$\int_0^3 v(t) dt = \int_0^3 (2,5t + 12,5) dt = 48,75 \text{ (m)}.$$

Trong 3 s quãng đường tàu đã đi được là: $\frac{50}{3} \cdot 3 = 50 \text{ m}$

Do vậy khoảng cách giữa đuôi tàu và ô tô là: $100 - 48,75 + 50 = 101,25 \text{ m}$.

d) Đúng: Quãng đường ô tô đi được từ lúc tăng tốc đến khi vận tốc ô tô đạt mức tối đa là:

$$\int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (2,5t + 12,5) dt = 93,75 \text{ (m)}$$

Do vậy khoảng cách giữa đuôi tàu và ô tô là: $100 - 93,75 + \frac{50}{3} \cdot 5 = \frac{1075}{12} \text{ m}$.

Vì vậy trong 5 s kể từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi đạt vận tốc tối đa, ô tô vẫn chưa đuổi kịp đuôi tàu.

Gọi $x(s)$ là thời gian ô tô đuổi kịp đuôi tàu (không tính 5s đầu tiên kể từ lúc xe bắt đầu tăng tốc). Để ô tô đuổi kịp đuôi tàu thì: Hiệu giữa Quãng đường ô tô đi được và quãng đường tàu hoá đi được bằng $100m$, nên ta có: $93,75 + 25.x - \frac{50}{3}(x + 5) = 100 \Rightarrow x = 10,75(s)$

Do đó để đuổi kịp đuôi tàu, thời gian ô tô đã đi kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là: $10,75 + 5 = 15,75(s)$

Câu 2: (THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi) Hai phương tiện bay không người lái (drone) cùng xuất phát tại cùng một địa điểm trên mặt đất. Sau một thời gian, chiếc thứ nhất đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Nam $60m$, về phía Đông $40m$ và cách mặt đất $50m$, chiếc thứ hai đến vị trí cách điểm xuất phát về phía Bắc $40m$, về phía Tây $20m$ và cách mặt đất $30m$. Tại thời điểm đang xét thì:

- Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát $87,57m$.
- Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát $53,85m$.
- Khoảng cách giữa hai chiếc drone là $118,32m$.
- Trong các vị trí trên mặt đất quan sát hai drone có một vị trí mà tổng khoảng cách từ vị trí này đến hai drone nhỏ nhất và tổng này bằng $141,42m$.

Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là địa điểm hai chiếc drone xuất phát, tia Ox theo với Đông, tia Oy theo hướng Bắc và Oz hướng lên trời. Khi đó: vị trí của chiếc drone thứ nhất là

$A(40; -60; 50)$ và vị trí chiếc drone thứ hai là $B(-20; 40; 30)$.

a) Sai: Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát một khoảng bằng:

$$OA = \sqrt{40^2 + (-60)^2 + 50^2} = 10\sqrt{77} \approx 87,75m.$$

b) Đúng: Chiếc thứ hai cách điểm xuất phát một khoảng bằng:

$$OB = \sqrt{(-20)^2 + (40)^2 + 30^2} = 10\sqrt{29} \approx 53,85m.$$

c) Đúng: Khoảng cách giữa hai chiếc drone là:

$$AB = \sqrt{(-60)^2 + (100)^2 + (-20)^2} = 20\sqrt{35} \approx 118,32m.$$

d) Đúng: Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng Oxy suy ra $A'(40; -60; -50)$ và $M \in (Oxy)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Khi đó, $MA + MB = MA' + MB \geq A'B \approx 141,42$. Dấu bằng xảy ra khi A', M, B thẳng hàng và M nằm trong đoạn $A'B$.

Câu 3: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một nhóm kỹ sư đang thử nghiệm một loại khinh khí cầu sử dụng năng lượng mặt trời để bay lên không trung trong điều kiện không trọng lực tại một khu vực giả lập

vũ trụ. Kinh khí cầu bắt đầu bay lên ở độ cao $50m$ tại thời điểm $t = 0$. Sau khi kích hoạt hệ thống điều khiển, vận tốc bay lên của kinh khí cầu (*tính theo mét/giây*) được lập trình theo thời gian như sau: $v(t) = -0,1t^3 + 0,8t^2 (m/s)$. Gọi $h(t)$ là độ cao của kinh khí cầu (*tính theo mét*) ở thời điểm t .

a) $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3}$, với $t \geq 0$.

b) Kinh khí cầu tiếp tục bay lên trong khoảng thời gian $8s$.

c) Độ cao nhất mà kinh khí cầu có thể bay lên được bằng $84,1m$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)

d) Kinh khí cầu đạt được vận tốc lớn nhất tại thời điểm $t = 5,33s$ (*kết quả được làm tròn đến hàng phần chục*).

Lời giải

Đáp án: Sai – Đúng – Đúng – Đúng

$$a) h(t) = \int v(t)dt = \int (-0,1t^3 + 0,8t^2)dt = \frac{-t^4}{40} + \frac{8t^3}{30} + C$$

$$h(0) = 50 \Rightarrow h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{8t^3}{30} + 50$$

$$b) v(t) \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 8$$

$$c) h(t)_{\max} = h(8) \approx 84,1$$

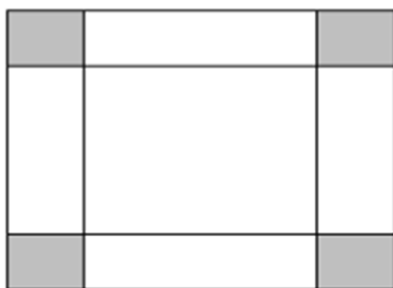
$$d) v'(t) = -0,3t^2 + 1,6t$$

$$v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{1,6}{0,3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v(v)_{\max}, \text{ khi } t \approx 5,33$$

NTH

Câu 4: (Sở Hậu Giang) Một tấm nhôm hình vuông cạnh $240cm$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo x là $V = x(240 - 2x)^2$.

b) Khi $x = 20cm$ thì thể tích của khối hộp nhận được là $8(m^3)$.

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì $x = 60cm$.

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là $1024dm^3$.

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 15 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một tổ chức nghiên cứu đang khảo sát mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm đúng cách và khả năng bị chấn thương đầu khi xảy ra tai nạn giao thông ở người đi xe máy. Kết quả cho thấy một người tham gia giao thông, nếu đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,85. Còn nếu không đội mũ đúng cách, xác suất bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,87, xác suất để người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách khi tham gia giao thông là 0,83.

- a) Nếu biết rằng người đó đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,15
- b) Nếu biết rằng người đó không đội mũ bảo hiểm đúng cách, xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,2
- c) Xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,35
- d) Xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là 0,7626

Lời giải

Gọi A là biến cố “đội mũ bảo hiểm đúng cách” và B là biến cố “không bị chấn thương đầu khi xảy ra tai nạn”. Ta có: $P(A) = 0,83$, $P(\bar{A}) = 1 - 0,83 = 0,17$.

- a) Đúng: xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $P(\bar{B} | A) = 1 - 0,85 = 0,15$
- b) Sai: là $P(B | \bar{A}) = 1 - 0,87 = 0,13$.
- c) Sai: Xác suất để người đó bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $P(\bar{B}) = P(A).P(\bar{B} | A) + P(\bar{A}).P(\bar{B} | \bar{A}) = 0,83.0,15 + 0,17.0,87 = 0,2724$.
- d) Đúng: Xác suất để người đó không bị chấn thương đầu khi gặp tai nạn là $P(B) = P(A).P(B | A) + P(\bar{A}).P(B | \bar{A}) = 0,83.0,85 + 0,17.0,13 = 0,7276$.

Câu 2: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

- a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.
- b) Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.
- c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.
- d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên trong doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố “Nhân viên được chọn là nữ”.

B là biến cố “Nhân viên được chọn có bằng đại học”.

Theo giả thiết, ta có $P(A) = 45\% = 0,45$.

Khi đó, tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là $100\% - 45\% = 55\%$ hay $P(\overline{A}) = 0,55$.

b) Sai: Vì trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học nên $P(B|A) = 30\% = 0,3$.

Tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%, tức là $P(B|\overline{A}) = 25\% = 0,25$.

Mặt khác $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,135 = 13,5\%$.

Mà AB là biến cố “Nhân viên nữ có bằng đại học” nên Tỉ lệ nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là $45\% - 13,5\% = 31,5\%$.

c) Đúng:

Xác suất chọn được người thứ nhất là nữ và người thứ hai là nam là: $0,45 \cdot 0,55 = 0,2475$.

Xác suất chọn được người thứ nhất là nam và người thứ hai là nữ là: $0,55 \cdot 0,45 = 0,2475$.

Xác suất để chọn được hai người khác giới là $0,2475 + 0,2475 = 0,495$.

Hay tỉ lệ để chọn được hai người khác giới là $49,5\% > 24,5\%$.

d) Sai: Để trong hai người được có đúng một người có bằng đại học, ta xét các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Người thứ nhất có bằng đại học, người thứ hai không có bằng đại học.

Xác suất người thứ nhất có bằng đại học là 0,135 (nữ) + 0,1375 (nam) = 0,2725.

Xác suất người thứ hai không có bằng đại học là 0,315 (nữ) + (0,55 - 0,1375) (nam) = 0,7275.

Xác suất cho trường hợp này là $0,2725 \times 0,7275 \approx 0,1982$.

Trường hợp 2: Người thứ nhất không có bằng đại học, người thứ hai có bằng đại học.

Xác suất người thứ nhất không có bằng đại học là 0,7275.

Xác suất người thứ hai có bằng đại học là 0,2725.

Xác suất cho trường hợp này là $0,7275 \times 0,2725 \approx 0,1982$.

Xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học là

$$0,1982 + 0,1982 = 0,3964.$$

Hay tỉ lệ hai người được có đúng một người có bằng đại học là $39,64\% > 19,8\%$.

Câu 3: (Sở Hòa Bình Lần 2) Một nhóm nhà khoa học tiến hành nghiên cứu một phương pháp xét nghiệm bệnh Z, người ta thấy rằng cứ 100 người trong cộng đồng thì có 20 người mắc bệnh Z. Biết rằng nếu một người có kết quả xét nghiệm là dương tính thì xác suất để người đó mắc bệnh Z là 0,9; nếu một người có kết quả xét nghiệm là âm tính thì xác suất để người đó mắc bệnh Z là 0,1.

Gọi A là biến cố: “Một người trong cộng đồng mắc bệnh Z”.

Gọi B là biến cố: “Một người trong cộng đồng có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z”.

a) Xác suất $P(A) = 0,2; P(\bar{A}) = 0,8$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B) = 0,1$.

c) Xác suất để một người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z là 0,25.

d) Trong số những người mắc bệnh Z, có 56% số người có kết quả xét nghiệm dương tính với bệnh Z (kết quả tính theo phần trăm, làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng: $P(A) = \frac{20}{100} = 0,2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,8$.

b) Sai: $P(A|B) = 0,9$

c) Sai: Ta có $P(A|\bar{B}) = 0,1$. Đặt $P(B) = x$

Ta có $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\bar{B}).P(\bar{B}) \Leftrightarrow 0,2 = 0,9.x + 0,1.(1 - x) \Leftrightarrow x = 0,125$

d) Đúng: $P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,125.0,9}{0,2} = 0,5625 \approx 56\%$.

Câu 4: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Trong các nhân viên nữ có 30% nhân viên có bằng đại học, tỉ lệ này trong các nhân viên nam là 25%.

a) Tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là 55%.

b) Tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học trong tổng số nhân viên là 13,5%.

c) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để chọn được hai người khác giới lớn hơn 24,5%.

d) Chọn ngẫu nhiên hai nhân viên của doanh nghiệp, xác suất để trong hai người được chọn có đúng một người có bằng đại học không vượt quá 19,8%.

Lời giải

a) Đúng: Tỉ lệ nhân viên nữ trong tổng số nhân viên là 45%. Do đó tỉ lệ nhân viên nam trong tổng số nhân viên là: $100\% - 45\% = 55\%$.

b) Sai: Tỉ lệ các nhân viên nữ có bằng đại học là 30% so với tổng nhân viên nữ.

Tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học là 70% so với tổng nhân viên nữ.

Vậy tỉ lệ các nhân viên nữ không có bằng đại học so với tổng nhân viên là $45\%.70\% = 31,5\%$.

c) Đúng: Xác suất chọn một nam là 55%

Xác suất chọn một nữ là 45%

Xác suất để chọn được hai người khác giới là $55\%.45\% = 24,75\%$

PHẦN II. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

(Phát triển Câu 16 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Chuyên KHTN Lần 2) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): -x + 2y + z - 3 = 0.$$

- a) Điểm $A(1; -1; -2)$ nằm trên đường thẳng d .
- b) Mặt phẳng (Q) song song với đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $(1; 1; -1)$.
- c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 30° .
- d) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-3; 1; 2)$, song song với mặt phẳng (P) và cắt đường thẳng d tại điểm $N(a; b; c)$. Giá trị $a + b + c$ bằng 3.

Lời giải

a) Sai: Điểm $A(1; -1; -2)$ không nằm đường thẳng d vì $\frac{1-1}{2} = \frac{-1+1}{-1} \neq \frac{-2-2}{1}$.

b) Đúng: Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u_d} = (2; -1; 1)$ và mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n_{(P)}} = (-1; 2; 1)$.

Mặt phẳng (Q) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n_{(Q)}} = [\vec{n_{(P)}}, \vec{u_d}] = (1; 1; -1)$.

c) Đúng: $\sin(d, (P)) = \frac{|\vec{u_d} \cdot \vec{n_{(P)}}|}{|\vec{u_d}| \cdot |\vec{n_{(P)}}|} = \frac{3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{2}$. Suy ra $(d, (P)) = 30^\circ$.

d) Sai: $N = \Delta \cap d$; $N \in d \Rightarrow N(1+2t; -1-t; 2+t)$.

Δ có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2t+4; -t-2; t)$.

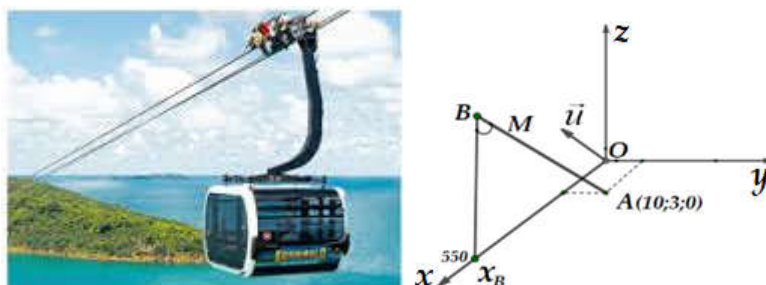
Ta có Δ song song với mặt phẳng (P)

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} \perp \vec{n_{(P)}} \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{n_{(P)}} = 0 \Rightarrow (2t+4) \cdot (-1) + (-t-2) \cdot 2 + t \cdot 1 = 0$$

$$\text{Suy ra } t = -\frac{8}{3}. \text{ Vậy } N\left(-\frac{13}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right).$$

$$\text{Suy ra } a + b + c = -\frac{13}{3} + \frac{5}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{10}{3}.$$

Câu 2: (SGD Hưng Yên) Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ là $5(m/s)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) được mô hình hóa như các hình vẽ sau:



- a) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB có độ dài bằng $810(m)$.
- b) Đường cáp AB tạo với mặt (Oxy) một góc 22° (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).
- c) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.
- d) Giả sử sau t giây kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến vị trí điểm M . Khi đó tọa độ của điểm M là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Lời giải

Phương trình đường cáp mà cabin cáp treo di chuyển là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

a) Đúng: Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó:
$$\begin{cases} 550 = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 270 \\ y = -537 \\ z = 270 \end{cases}$$

$\Rightarrow B(550; -537; 270) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (540; -540; 270) \Rightarrow AB = 810(m)$.

b) Sai: Đường cáp AB có 1 véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$. Mặt phẳng (Oxy) có 1 véc tơ pháp tuyến $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Gọi α là góc giữa đường cáp AB và mặt (Oxy) .

Khi đó:
$$\sin \alpha = \left| \cos(\vec{u}, \vec{k}) \right| = \frac{|2 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha \approx 19^\circ.$$

c) Đúng: Phương trình chính tắc của đường cáp là $\frac{x-10}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1}$.

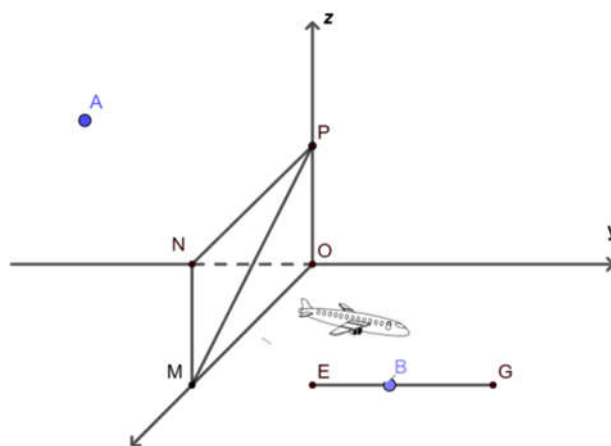
d) Đúng: Do cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1) \Rightarrow |\vec{u}| = 3$, với tốc độ là $5(m/s)$, suy ra véc tơ vận tốc

$$\vec{v} = \frac{5}{3}\vec{u} = \left(\frac{10}{3}; -\frac{10}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình tham số đường cáp mà cabin cáp treo di chuyển là: } \begin{cases} x = 10 + \frac{10}{3}t \\ y = 3 - \frac{10}{3}t \\ z = \frac{5}{3}t \end{cases}$$

Khi đó tọa độ của điểm M sau t giây kể từ lúc xuất phát là $\left(\frac{10}{3}t + 10; -\frac{10}{3}t + 3; \frac{5}{3}t\right)$.

Câu 3: (Sở Lai Châu Lần 1) Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay, một máy bay đang ở vị trí $A(4; -5; 1)$ sẽ hạ cánh khẩn cấp ở vị trí $B(1; 2; 0)$ trên đường băng EG .



a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 4 - 3t \\ y = -5 + 7t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \text{ phút}).$

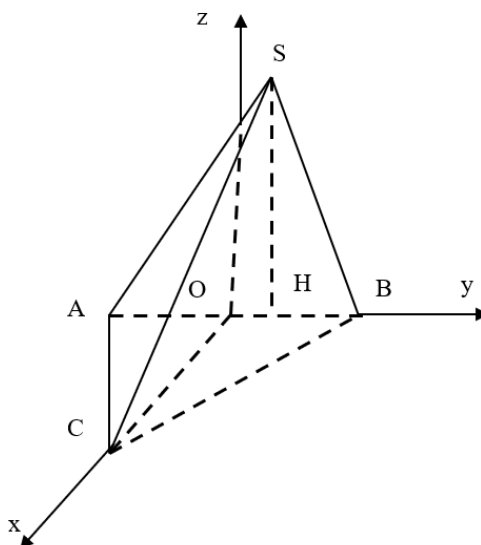
b) Góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt đất là mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) không nằm trong phạm vi cho phép từ $2,5^\circ$ đến 9° .

c) Có một lớp mây mô phỏng bởi mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$, $P(0; 0; 2)$. Máy bay xuyên qua đám mây tại điểm C có độ cao làm tròn đến hàng đơn vị là 346 m .

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 17 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Cho hình chóp $S, ABCD$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường SA và BC bằng ma . Tìm giá trị của m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải**Đáp án: 0,81.**

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (hình vẽ). Ta có $CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OH = \frac{a}{6}$, $CH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$, $SH = \frac{a\sqrt{21}}{3}$

$$O(0;0;0), S\left(0; \frac{a}{6}; \frac{a\sqrt{21}}{3}\right), A\left(0; \frac{a}{2}; 0\right), B\left(0; \frac{a}{2}; 0\right); C\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0\right)$$

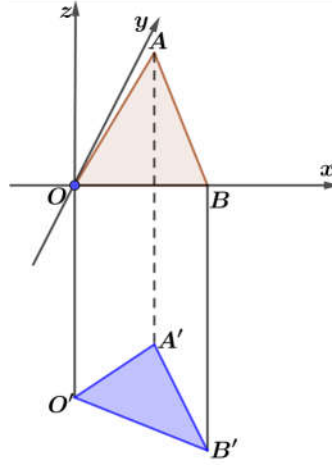
Ta có $\overrightarrow{AB}(0; a; 0)$, $\vec{u}_{SA} = (0; 2; \sqrt{21})$, $\vec{u}_{BC} = (\sqrt{3}; -1; 0)$.

$$\left[\vec{u}_{SA}; \vec{u}_{BC}\right] = (\sqrt{21}; 3\sqrt{7}; -2\sqrt{3})$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SA, BC bằng $\frac{a\sqrt{42}}{8} \approx 0,81a$. Vậy $m = 0,81$

Câu 2: (Sở Hậu Giang) Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là 4 m, 4,4 m, 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải**Đáp án: 21,8.**



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, ta có các tọa độ điểm tương ứng như sau:

$$O(0;0;0), B(2;0;0), A(1;\sqrt{3};0), O'(0;0;-4), B'(2;0;-4), A'(1;\sqrt{3};-4,4)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{O'A'} = (1;\sqrt{3};-0,4); \overrightarrow{O'B'} = (2;0;-0,8) \Rightarrow \vec{n}_{O'A'B'} = [\overrightarrow{O'A'}; \overrightarrow{O'B'}] = (-0,8\sqrt{3};0;-2\sqrt{3})$$

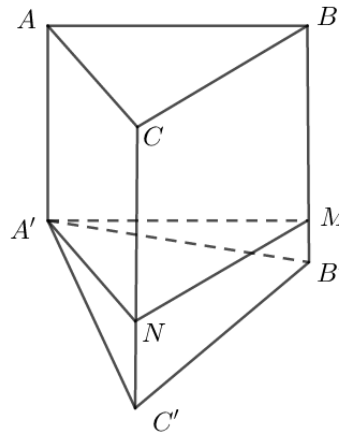
$$\vec{n}_{Oxy} = (0;0;1).$$

Suy ra góc cần tìm là $\alpha = ((Oxy), (O'A'B'))$, với:

$$\cos \alpha = \frac{|-0,8\sqrt{3} \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-2\sqrt{3}) \cdot 1|}{\sqrt{(-0,8\sqrt{3})^2 + 0^2 + (-2\sqrt{3})^2} \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{29}}{29} \Rightarrow \alpha \approx 21,8^\circ.$$

Vậy đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bằng $21,8^\circ$.

Cách khác:



Gọi ba vị trí trên mặt nước là A, B, C . Đáy bể $(A'B'C')$ thỏa mãn

$$AA' = 4; BB' = 4,4; CC' = 4,8.$$

Gọi M, N lần lượt trên $BB'; CC'$ sao cho $AA' = BM = CN$.

$$\text{Khi đó: } A'B' = \frac{2\sqrt{26}}{5}; B'C' = \sqrt{MN^2 + (NC' - MB')^2} = \frac{2\sqrt{26}}{5}; A'C' = \frac{2\sqrt{29}}{5}.$$

Theo công thức Herong có $S_{A'B'C'} = \frac{\sqrt{87}}{5}$.

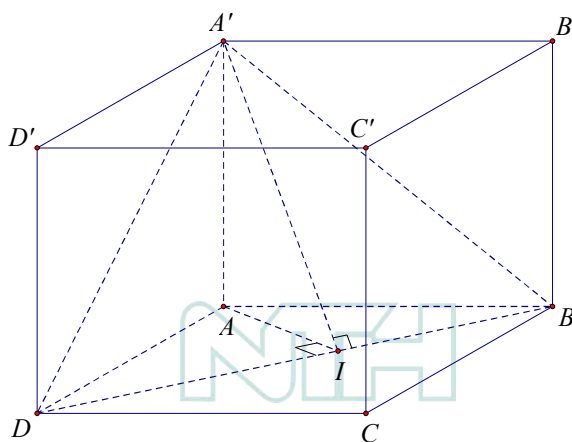
Theo công thức diện tích hình chiếu ta có

$$\cos\left(\left(ABC\right),\left(A'B'C'\right)\right) = \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow \left(\left(ABC\right),\left(A'B'C'\right)\right) \approx 21,8 \text{ độ}.$$

Câu 3: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 73,4.



Dựng $AI \perp BD = I$. Khi đó: $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA') \Rightarrow BD \perp A'I$.

Vậy $[A', BD, A] = (AI, A'I) = \widehat{AIA'}$.

Xét tam giác $AA'I$ vuông tại A có $AA' = 30, AI = \frac{AB \cdot AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = 4\sqrt{5}$.

Khi đó $\tan \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{AI} = \frac{30}{4\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \widehat{AIA'} \approx 73,4^\circ$.

Câu 4: (Sở Hòa Bình Lần 1) Một hộp bánh có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10cm, AD = 20cm, AA' = 30cm$. Số đo góc phẳng nhị diện $[A', BD, A]$ bằng bao nhiêu độ? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp số: 73,4.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 18 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một bà mẹ muốn cho con vào học một trường quốc tế sau khi tốt nghiệp THPT. Để chủ động việc đóng học phí cho con, vào cùng một thời điểm mỗi năm trong 5 năm liên tiếp, bà mẹ gửi tiền vào một tài khoản có lãi suất kép hàng năm. Các khoản tiền gửi lần lượt là 100 triệu đồng, 120 triệu đồng, 150 triệu đồng, 160 triệu đồng, 180 triệu đồng. Hỏi rằng sau lần gửi tiền cuối cùng, tổng số tiền trong tài khoản là bao nhiêu biết lãi suất là 6% / năm? (kết quả làm tròn đến hàng triệu, đơn vị là triệu đồng)?

Lời giải

Đáp án: 787.

Tổng số tiền thu được của khoản thứ nhất : $T_1 = 100(1 + 0,06)^4$

Tổng số tiền thu được của khoản thứ hai $T_2 = 120(1 + 0,06)^3$

Tổng số tiền thu được của khoản thứ ba $T_3 = 150(1 + 0,06)^2$

Tổng số tiền thu được của khoản thứ tư $T_4 = 180(1 + 0,06)$

Tổng số tiền thu được của khoản thứ năm $T_5 = 180(1 + 0,06)^0$

Tổng số tiền thu được là : $T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 \approx 787$ (triệu đồng)

Câu 2: (Sở Lai Châu Lần 1) Nam và ba người bạn lên kế hoạch cho một chuyến đi phượt xuyên Việt, ghé thăm 4 thành phố: Hà Nội, Đà Nẵng, Thành phố Hồ Chí Minh (TP.HCM) và Cần Thơ. Họ xuất phát từ Hà Nội, đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần rồi quay về Hà Nội. Bảng chi phí nhiên liệu (tính bằng lít xăng) giữa các thành phố như sau:

	Hà Nội	Đà Nẵng	TP.HCM	Cần Thơ
Hà Nội	0	40	90	110
Đà Nẵng	40	0	50	70
TP.HCM	90	50	0	30
Cần Thơ	110	70	30	0

Xe của nhóm hiện đã có sẵn 150 lít xăng. Để hoàn thành hành trình, họ cần đổ thêm ít nhất bao nhiêu lít xăng?

Lời giải

Đáp án: 80.

Gọi các thành phố là HN, DN, HCM, CT. Hành trình bắt đầu từ HN, đi qua 3 thành phố còn lại mỗi thành phố đúng 1 lần và quay về HN.

Các hành trình có thể là:

HN → DN → HCM → CT → HN: Chi phí 40 + 50 + 30 + 110 = 230 lít.

HN → DN → CT → HCM → HN: Chi phí 40 + 70 + 30 + 90 = 230 lít.

HN → HCM → DN → CT → HN: Chi phí 90 + 50 + 70 + 110 = 320 lít.

HN $\rightarrow$ HCM $\rightarrow$ CT $\rightarrow$ DN $\rightarrow$ HN: Chi phí $90 + 30 + 70 + 40 = 230$ lít.

HN $\rightarrow$ CT $\rightarrow$ DN $\rightarrow$ HCM $\rightarrow$ HN: Chi phí $110 + 70 + 50 + 90 = 320$ lít.

HN $\rightarrow$ CT $\rightarrow$ HCM $\rightarrow$ DN $\rightarrow$ HN: Chi phí $110 + 30 + 50 + 40 = 230$ lít.

Chi phí nhiên liệu ít nhất cho hành trình là 230 lít.

Số lít xăng đã có là 150 lít.

Số lít xăng cần đổ thêm ít nhất là: $230 - 150 = 80$ lít.

Câu 3: (Sở Nghệ An Lần 2) Đầu đặn ngày đầu mỗi tháng, anh Hùng gửi 20 triệu đồng tiết kiệm ở một ngân hàng theo hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là 4%/năm. Sau khi gửi được 12 tháng, kể từ tháng thứ 13, ngân hàng thay đổi lãi suất tiền gửi lên mức 5%/năm với kỳ hạn 1 tháng (số tiền gửi cũ sẽ được tính theo lãi suất mới kể từ tháng thứ 13). Anh Hùng tiếp tục gửi 20 triệu đồng vào ngày đầu mỗi tháng từ tháng thứ 13 đến tháng thứ 24. Đầu tháng thứ 25 anh Hùng quyết định rút toàn bộ số tiền (cả gốc và lãi) ra để đầu tư kinh doanh. Hỏi tổng số tiền anh Hùng nhận được là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 504.

Số tiền nhận được sau n tháng là $P = T \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{r} \cdot (1+i)$.

T là số tiền gửi hàng tháng, i là lãi suất tính theo kỳ hạn tháng: $i = \frac{r}{n} = \frac{4\%}{12}$.

Số tiền anh Hùng thu được sau 12 tháng là $20 \cdot \frac{\left(1 + \frac{4\%}{12}\right)^{12 \cdot 1} - 1}{\frac{4\%}{12}} \cdot \left(1 + \frac{4\%}{12}\right) \approx 245,264$.

Số tiền anh Hùng thu được sau 24 tháng là

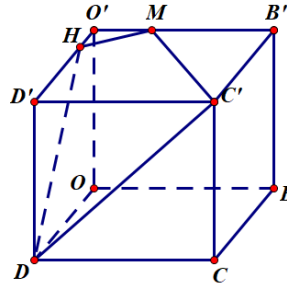
$$245,264 \cdot \left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^{12} + 20 \cdot \frac{\left(1 + \frac{5\%}{12}\right)^{12+1} - 1}{\frac{5\%}{12}} \cdot \left(1 + \frac{5\%}{12}\right) \approx 504 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy tổng số tiền anh Hùng nhận được ở đầu tháng 25 là 504 triệu đồng.

Câu 4: (Sở Ninh Bình Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $OB.CD.O'B'C'D'$ có cạnh bằng 9 sao cho điểm D thuộc tia Ox , điểm B thuộc tia Oy , và điểm O' thuộc tia Oz . Điểm M thuộc cạnh $O'B'$ sao cho $O'B' = 3O'M$. Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất. Hỏi với cách bò như vậy, con kiến đã bò qua bao nhiêu điểm mà điểm đó có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương?

Lời giải

Đáp án: 11.



Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, $O(0;0;0); D(9;0;0); B(0;0;9); C(9;9;0)$,

Và $O'(0;0;9); D'(9;0;9); B'(0;9;9); C'(9;9;9); M(0;3;9)$.

Một con kiến bò từ vị trí M qua sáu mặt của hình lập phương đã cho rồi quay lại vị trí điểm M sao cho quãng đường đi được của con kiến là ngắn nhất, khi đó con kiến sẽ bò qua các vị trí từ $M \rightarrow C' \rightarrow D$, từ điểm D qua cạnh $O'D'$ rồi về M

Tổng quãng đường là $\sqrt{9^2 + 6^2} + 9\sqrt{2} + \sqrt{12^2 + 9^2} \approx 38,54$.

Lập phương trình đường MC' , có $\overrightarrow{MC'}(9;6;0) \Rightarrow \begin{cases} x = 3t \\ y = 3 + 2t \\ z = 9 \end{cases}$

Ta có các điểm có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương thuộc $[0;9]$ là

$A_1(3;5;9); A_2(6;7;9); A_3(9;9;9) \equiv C'$

Vậy có 3 điểm.

Lập phương trình đường DC' , có $\overrightarrow{DC'}(0;9;9) \Rightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

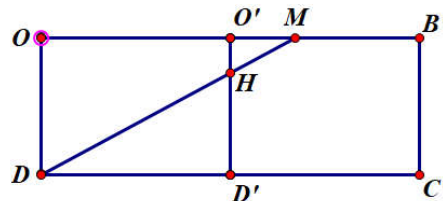
Ta có các điểm có hoành độ, tung độ và cao độ là các số nguyên dương thuộc $[0;9]$ là

$A_4(9;1;1); A_5(9;2;2); A_6(9;3;3); A_7(9;4;4); A_8(9;5;5);$

$A_9(9;6;6); A_{10}(9;7;7); A_{11}(9;8;8);$

Vậy có 8 điểm.

Ta trải phẳng hình vuông $O'B'C'D'$ và $ODO'D'$



Ta có, xét tam giác $MD'D$, ta có $\frac{O'H}{OD} = \frac{O'M}{MO} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow \overrightarrow{O'H} = \frac{1}{4} \overrightarrow{OD} \Rightarrow H\left(\frac{9}{4}; 0; 9\right)$

$$C(90) = \frac{200.90}{-90 + 100} = 1\,800 \text{ (triệu đồng).}$$

Chi phí (tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 99% chất gây ô nhiễm là:

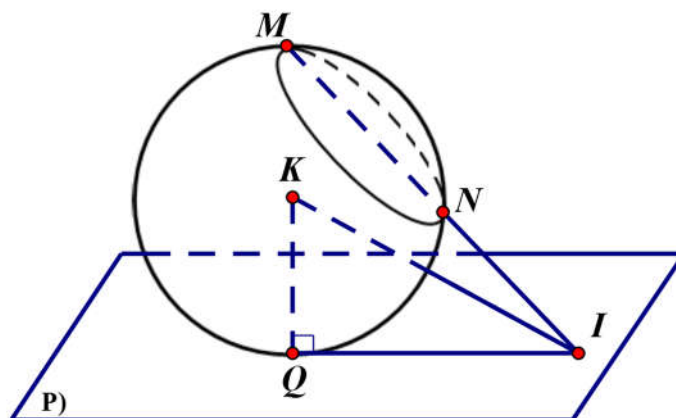
$$C(99) = \frac{200.99}{-99 + 100} = 19\,800 \text{ (triệu đồng).}$$

Chi phí chênh lệch (tỉ đồng): $19\,800 - 1\,800 = 18\,000$ (triệu đồng) = 18 (tỉ đồng).

Câu 14: (Sở Hải Phòng Lần 2) Một robot khảo sát không gian hoạt động trong môi trường 3D có một cảm biến hình cầu, được lập trình để di chuyển sao cho cảm biến này tiếp xúc tại một điểm Q trên một bức tường nghiêng có phương trình là mặt phẳng $x + y - z - 3 = 0$ để đo đạc. Trong lúc khảo sát, cảm biến luôn phải đi qua hai điểm chuẩn đã cố định sẵn trong không gian là điểm $M(1;1;1)$ – vị trí cảm biến tại lần đo đầu tiên và điểm $N(-3;-3;-3)$ – vị trí cảm biến tại lần đo tiếp theo. Để tối ưu hoá phần mềm điều hướng, kỹ sư muốn xác định rằng: Dù cảm biến (hình cầu) có di chuyển sao cho tiếp xúc ở đâu trên bức tường, điểm tiếp xúc đó luôn nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn cố định đó, từ đó giúp lập trình robot dò tìm tiếp điểm dễ dàng hơn trong các lần đo tiếp theo.

Lời giải

Đáp án: 6.



Đường thẳng MN có phương trình là: $MN : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Gọi $I = MN \cap (P)$ khi đó tọa độ điểm I ứng với t thỏa mãn:

$$1 + t + 1 + t - 1 - t - 3 = 0 \Leftrightarrow t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow I(3;3;3) \Rightarrow IM = 2\sqrt{3}, IN = 6\sqrt{3}.$$

Do mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với đường thẳng IQ tại điểm Q nên ta có:

$$IQ^2 = IM \cdot IN = KI^2 - R^2 \Rightarrow IQ^2 = IM \cdot IN = 36 \Leftrightarrow IQ = 6$$

Vậy Q luôn thuộc đường tròn tâm I bán kính $R = 6$.

Câu 15: (Sở Hậu Giang) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(-800; -40; 10)$ và chuyển động theo đường thẳng d có phương

$$\text{trình } \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Tìm giá trị của } t \text{ ứng với vị trí } A \text{ của máy bay.}$$

Lời giải

Đáp án: 2.

Thay tọa độ của điểm $A(-800; -40; 10)$ vào phương trình tham số của đường thẳng d

$$\begin{cases} -800 = -1000 + 100t \\ -40 = -200 + 80t \\ 10 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

Câu 16: (Sở Hòa Bình Lần 1) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,71.

Vì $M \in Oz$, $N \in d$ nên $M(0; 0; m)$, $N(n+1; 2n; n-2)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN} = (n+1; 2n; n-m-2)$.

Đường thẳng $d' \parallel (P)$ suy ra $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 3(n+1) - 2n + n - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2n + 1$.

Do đó $MN^2 = (n+1)^2 + 4n^2 + (n+3)^2 = 6\left(n + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{22}{3}$.

Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng 2,71.

Câu 17: (Sở Hòa Bình Lần 2) Trong không gian ba chiều $Oxyz$, nhà bác An muốn lắp đường dây cáp truyền hình cho ba vị trí A, B, C có tọa độ được xác định như sau:

Vị trí A có tọa độ $A(4; 6; 0)$ nằm trên mặt đất.

Vị trí B có tọa độ $B(5; 8; 4)$ nằm trên tầng hai tòa nhà và ở độ cao 4m.

Vị trí C có tọa độ $C(6; 4; 9)$ nằm trên tầng ba tòa nhà và ở độ cao 9 m.

Bác An muốn lắp đặt máy chủ tại địa điểm là $D(a; b; c)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba vị trí kể trên là bằng nhau và chi phí đường dây là ít nhất. Biết rằng một mét dây cáp giá 200 nghìn

đồng. Số tiền bác An chi phí mua dây để kết nối đến ba vị trí trên ít nhất là bao nhiêu nghìn? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp án: 3148.

Điểm D cách đều 3 điểm $A, B, C \Rightarrow$ điểm D thuộc trục của đường ngoại tiếp tam giác ABC .

Và khoảng cách từ D đến 3 điểm A, B, C nhỏ nhất $\Leftrightarrow D$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$; $\overrightarrow{AC} = (2; -2; 4) \Rightarrow AC = \sqrt{89}$.

$\overrightarrow{BC} = (-1; -4; 5) \Rightarrow BC = \sqrt{42}$; Diện tích tam giác ABC $S = \frac{1}{2} \left\| \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right\| = \frac{\sqrt{713}}{2}$.

$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = 5,2463 \Rightarrow$ Số tiền $T = 3R.200 = 3148$ nghìn.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 3x - y + z - 25 = 0$. Một đường thẳng d' cắt trục Oz tại điểm M , cắt đường thẳng d tại điểm N và d' song song với (P) . Độ dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Đáp số: 2,71.

Ta có: $M(0; 0; m) \in Oz$, $N(1+t; 2t; -2+t) \in d \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1+t; 2t; -2+t-m)$.

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (3; -1; 1)$.

Vì d' song song với (P) nên $\overrightarrow{MN} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow 3 + 3t - 2t - 2 + t - m = 0 \Leftrightarrow m = 2t + 1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1+t; 2t; -t-3) \Rightarrow MN = \sqrt{(1+t)^2 + 4t^2 + (-t-3)^2} = \sqrt{6t^2 + 8t + 10}$.

Độ dài đoạn MN nhỏ nhất $\Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$.

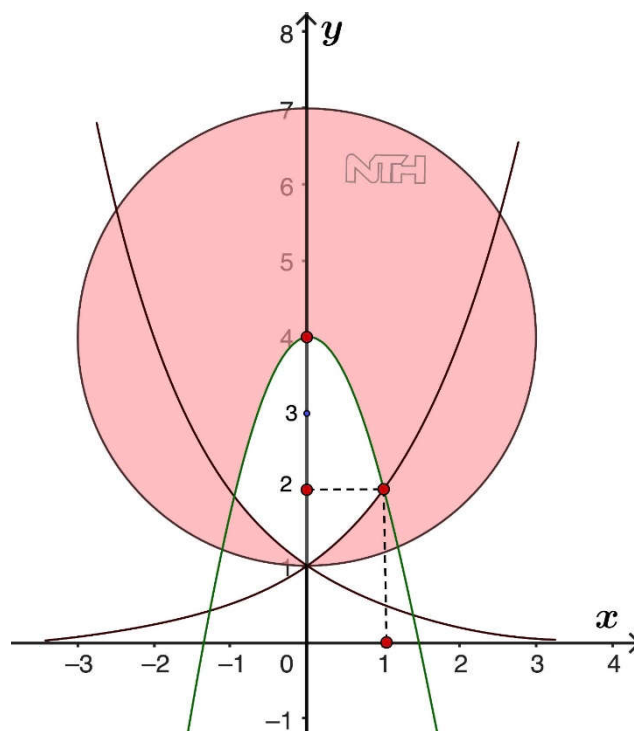
Đoạn dài nhỏ nhất của đoạn MN bằng $\sqrt{\frac{22}{3}} = \frac{\sqrt{66}}{3} \approx 2,71$.

Câu 19: (Cụm Trường Hải Dương) Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30m$ và chiều rộng là $OB = 20m$, chiều cao các bức tường $BD = 10m$ và $EA = 6m$. Từ vị trí P cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm.

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 20 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Hải Phòng Lần 2) Cho các đồ thị hàm số: $y = a^x, y = a^{-x}, y = Ax^2 + Bx + C, 1 \neq a > 0, A, B, C \in \mathbb{R}$ và đường tròn (C) . Gọi (D) là miền phẳng được tô đậm (hình vẽ). Quay miền (D) quanh trục Ox ta được một vật thể tròn xoay có thể tích bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

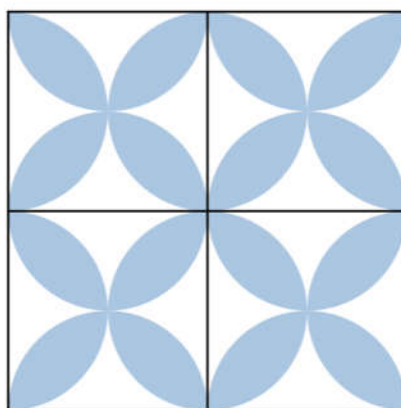
**Lời giải:****Đáp án: 652.**

Dựa vào các điểm đặc biệt của đồ thị hàm số, ta tìm được:

$$y = 2^x; y = 2^{-x}; y = -2x^2 + 4; (C): x^2 + (y - 4)^2 = 9$$

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_{-3}^3 \left[\left(4 + \sqrt{9 - x^2} \right)^2 - \left(4 - \sqrt{9 - x^2} \right)^2 \right] dx - 2\pi \int_0^1 \left[\left(-2x^2 + 4 \right)^2 - \left(2^x \right)^2 \right] dx \approx 652.$$

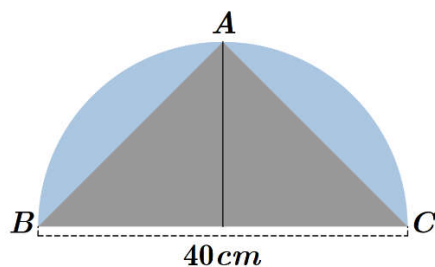
Câu 2: (Sở Thái Bình Lần 1) Viên gạch men dùng để lát nền nhà là một hình vuông có cạnh bằng $80cm$ (xem hình bên dưới):



Mỗi viên gạch có 4 bông hoa, mỗi bông hoa gồm 4 cánh hoa. Mỗi cánh hoa (phần màu xanh) là phần giao nhau của hai hình tròn có cùng bán kính và khoảng cách giữa hai tâm là $20\sqrt{2}cm$. Ước tính ở công đoạn tráng men, phần màu xanh (ở đề của các em là màu đen) có chi phí 50 nghìn đồng trên một mét vuông, còn phần màu trắng có chi phí 30 nghìn đồng trên một mét vuông. Tính chi phí (đơn vị: tỉ đồng) của công đoạn tráng men này, khi cơ sở sản xuất dự định sản xuất 100000 viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,65.



Theo đề bài, độ dài đoạn nối tâm sẽ là đoạn độ dài đoạn thẳng AB . Nên tam giác vuông cân ABC có cạnh huyền $BC = AB\sqrt{2} = 40cm = 0,4m$.

Do tính chất đối xứng nên diện tích của một cánh hoa trong một bông hoa sẽ bằng diện tích nửa đường tròn đường kính BC trừ cho diện tích tam giác vuông cân có cạnh huyền BC .

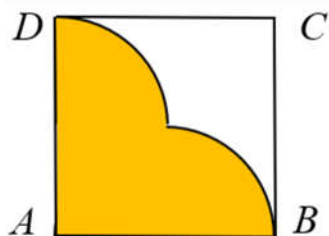
Khi đó, diện tích 4 bông hoa sẽ là:

$$S_0 = 4 \cdot S = 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 0,2^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 0,4 \right) = 0,32\pi - 0,64 (m^2)$$

Tổng số tiền cơ sở sản xuất dành cho giai đoạn tráng men này là:

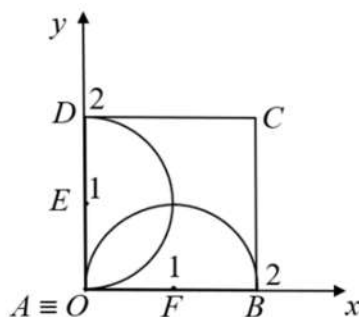
$$T = \frac{100.000 \left[50.000 S_0 + 30.000 (0,8^2 - S_0) \right]}{1000000000} \approx 2,65 \text{ (tỉ đồng)}.$$

Câu 3: (Sở Thanh Hóa Lần 2) Trên cánh cửa được trang trí các núm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB , AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD , AB . Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = V \cdot D$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là $D = 8,96 g/cm^3$. Giá đồng trên thị trường là 200 000 đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một núm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp án: 22.



Chọn trục Ox chứa điểm B , trục Oy chứa điểm D , và gốc tọa độ O trùng điểm A (như hình vẽ).

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD, AB . Khi đó $E(0; 1), F(1; 0)$.

+ Phương trình đường tròn có tâm $E(0; 1)$ và đường kính $AD = 2$ là $x^2 + (y - 1)^2 = 1$.

Suy ra phương trình cung trên của đường tròn tâm E là $y = 1 + \sqrt{1 - x^2}$

+ Phương trình đường tròn có tâm $F(1; 0)$ và đường kính $AB = 2$ là $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.

Suy ra phương trình cung trên của đường tròn tâm F là: $y = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$

Vậy, thể tích vật trang trí là

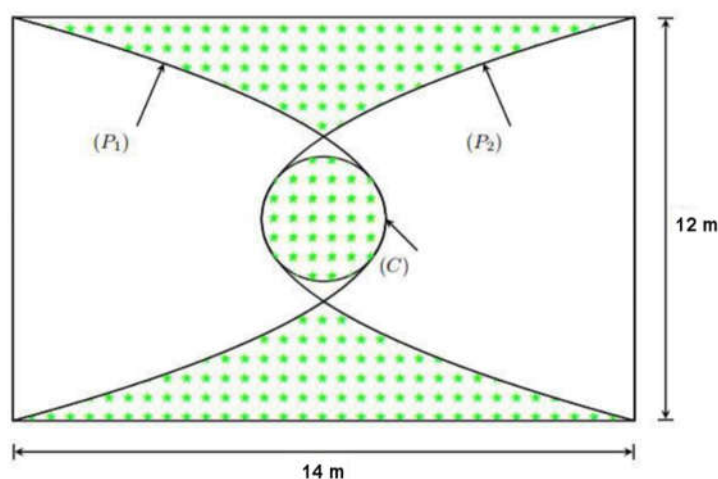
$$V = \pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 dx + \pi \int_1^2 \left(1 - (x - 1)^2\right) dx \text{ (cm}^3\text{)}. \text{ Suy ra } P = V \cdot 8,96 \text{ (g)} = \frac{V \cdot 8,96}{1000} \text{ (kg)}.$$

Giá tiền để đúc một nộm đồng trên là

$$\left[\pi \int_0^1 \left(1 + \sqrt{1 - x^2}\right)^2 dx + \pi \int_1^2 \left(1 - (x - 1)^2\right) dx \right] \cdot \frac{8,96}{1000} \cdot 200\,000 \approx 21\,979 \text{ (đồng)} \approx 22 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 4: (SGD Hưng Yên) Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật kích thước $14m \times 12m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1), (P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol tại chính các đỉnh của parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 nghìn đồng một mét vuông.

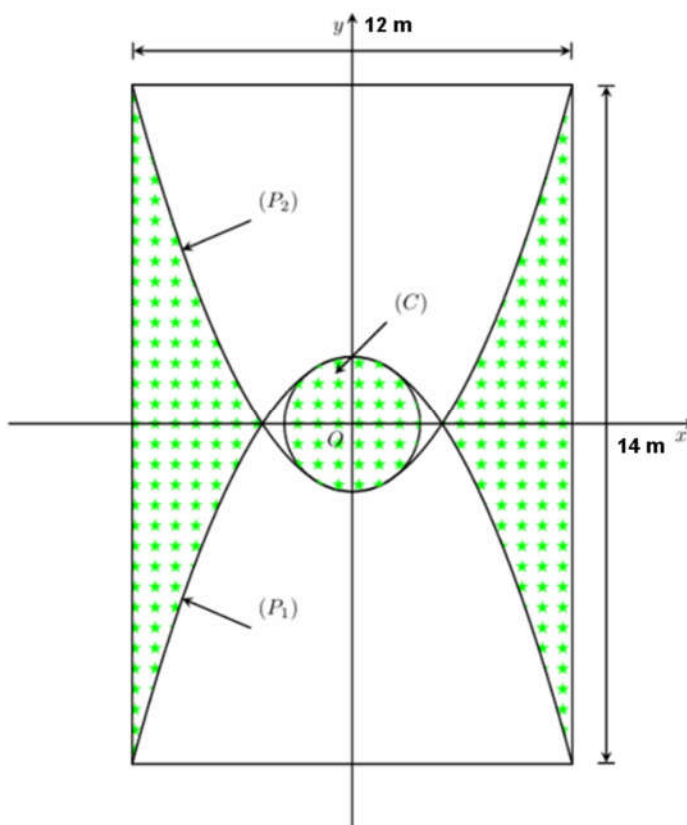
Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 12,4.

Chọn hệ trục tọa độ gốc O là tâm của hình chữ nhật, chiều rộng và chiều dài lần lượt song song với trục hoành, trục tung (như hình vẽ).



Đường tròn (C) tâm O , bán kính R , phần (C) với tung độ không âm có phương trình là

$$y = \sqrt{R^2 - x^2}. \text{ Parabol } (P_1) \text{ có đỉnh } (0; R) \text{ có phương trình } y = ax^2 + R \text{ (với } a < 0 \text{)}.$$

Để (C) và (P_1) có đúng một điểm chung thì phương trình $\sqrt{R^2 - x^2} = ax^2 + R$ (1) có nghiệm duy nhất.

$$\text{Ta có: } (1) \Leftrightarrow R^2 - x^2 = a^2 x^4 + 2aRx^2 + R^2 \Leftrightarrow x^2(a^2 x^2 + 2aR + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-2aR - 1}{a^2} \end{cases}$$

Để (1) có nghiệm duy nhất thì $-2aR - 1 \leq 0$ (2)

$$\text{Parapol } (P_1) \text{ đi qua } (6; -7) \text{ nên } -7 = 36a + R \Leftrightarrow a = \frac{-7 - R}{36}$$

$$\text{Vậy } (2) \Leftrightarrow \frac{-2(-7 - R)}{36} \cdot R - 1 \leq 0 \Leftrightarrow R^2 + 7R - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -9 \leq R \leq 2.$$

Suy ra (C) có diện tích lớn nhất $\Leftrightarrow R = 2$. Tương ứng có $(P_1): y = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

Khi đó diện tích hình tròn là $S_1 = \pi R^2 = 4\pi$.

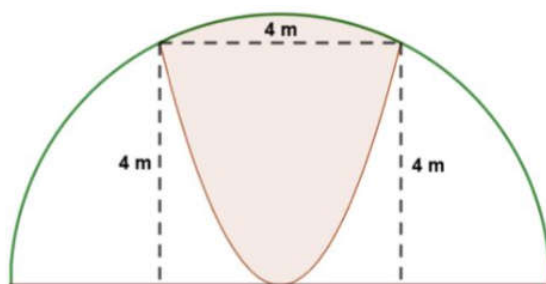
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và đường thẳng trục hoành, đường thẳng $x = 2\sqrt{2}; x = 6$

$$\text{là: } S_2 = \int_{2\sqrt{2}}^6 \left(-\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) dx.$$

Vậy diện tích phần lát gạch là $S_g = 4S_2 + S_1 \approx 51,65$.

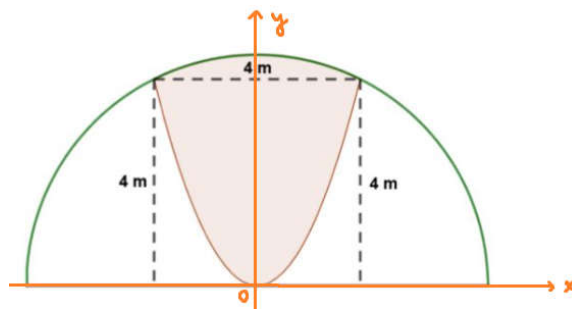
Chi phí lát gạch là $0,24 \cdot S_g \approx 12,4$ (triệu đồng).

Câu 5: (Sở Lai Châu Lần 1) Khuôn viên nhà bạn Thuỳ Dương có dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên hai nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng 4 m. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhung Nhật. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa và cỏ Nhung Nhật tương ứng là 250.000 đồng/m² và 150.000 đồng/m². Hỏi chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó hết bao nhiêu triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp án: 5,9.



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ

Ta có: $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $(0;0); (2;4); (-2;4)$ nên (P) có dạng:

$$(P): y = x^2$$

Vì điểm $(2;4)$ nằm trên nửa đường tròn tâm (O) nên bán kính của đường tròn là: $2\sqrt{5} \text{ m}$

Phương trình nửa đường tròn (O) là: $x^2 + y^2 = 20 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Chi phí để trồng hoa và trồng cỏ Nhung Nhật trong khuôn viên đó là:

$$0,25 \cdot \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx + 0,15 \cdot \left[\frac{20 \cdot \pi}{2} - \int_{-2}^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx \right] = 5,9 \text{ triệu đồng.}$$

Câu 6: (Sở Lai Châu Lần 1) Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào không gian, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trên và nằm trong mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Lời giải

Đáp án: 6.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng chính bằng đường kính của mặt cầu, từ phương trình mặt cầu ta có: $a = 2; b = 3; c = 1; d = 5$

Đường kính của mặt cầu là: $2R = 2 \cdot \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2 - 5} = 6 \text{ km.}$

Câu 7: (Sở Nghệ An Lần 2) Một công ty thuê thợ vẽ logo công ty như hình vẽ lên một bức tường lớn. Logo có dạng là 1 bông hoa có 4 cánh hoa giống nhau, sắp xếp cách đều nhau như hình vẽ. Để chính xác hóa kích thước và hình dạng khi vẽ, mỗi cánh hoa được thiết kế như sau: Trong mặt phẳng Oxy (một đơn vị ứng với 1 mét trên thực tế), một cánh hoa được xem là một hình phẳng

giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y = \frac{(x-3)^3}{27} + 1$ (C) và một đường parabol

$(P): y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$. (C) và (P) cắt nhau tại hai điểm $O(0;0), M(6;2)$ và (P) đi qua điểm $N(3;0)$. Biết rằng chi phí vẽ logo nói trên được tính dựa trên mỗi mét vuông cánh hoa

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 21 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (Sở Thái Bình Lần 1) Một nhà sản xuất cần làm những hộp đựng hình trụ có thể tích $330ml$. Tìm bán kính của hộp đựng để chỉ phí vật liệu dùng để sản xuất là nhỏ nhất (kết quả được tính theo centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải**Đáp án: 3,74.**

Gọi chiều cao và bán kính của hình trụ lần lượt là h , R ($cm; h, R > 0$).

$$\text{Ta có: } V = hS = h\pi R^2 = 330 \Leftrightarrow 2h\pi R = \frac{660}{R}.$$

$$\text{Ta có diện tích vật dùng để làm là } S_{tq} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \frac{660}{R} + 2\pi R^2.$$

Cách 1:

Xét hàm số $f(x) = \frac{660}{x} + 2\pi x^2$ với $x > 0$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{-660}{x^2} + 4\pi x = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} = x_0.$$

Bảng biến thiên:

x	0	x_0	$+\infty$
$f'(x)$		–	0
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_0)$	$+\infty$

$$\text{Vậy khi bán kính của hộp là } R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74 (cm).$$

Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM:

$$S_{tq} = \frac{660}{R} + 2\pi R^2 = \frac{330}{R} + \frac{330}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{330}{R} \cdot \frac{330}{R} \cdot 2\pi R^2} = 6\sqrt[3]{27225\pi}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \frac{330}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R^3 = \frac{165}{\pi} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{165}{\pi}} \approx 3,74 (cm).$$

Câu 2: (Sở Thái Nguyên) Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vào là 30 nghìn đồng/kg, bán ra là 35 nghìn đồng /1kg. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một tháng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng /1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Lời giải

Đáp án: 34.

Gọi x (nghìn đồng) là giá bán giảm trên 1 kg. Giá bán mới là: $35 - x$ nghìn đồng.

Số tiền lãi khi bán 1 kg gạo là $35 - x - 30 = 5 - x$

Khi đó số kg gạo bán được với giá bán mới là: $12000 + 4000x$.

Lợi nhuận thu được là $F(x) = (5 - x) \cdot (12000 + 4000x) = -4000x^2 + 8000x + 60000$

Ta có $F'(x) = -8000x + 8000 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy để lợi nhuận thu được trong tháng là cao nhất thì giá bán mới là 34 nghìn đồng/kg.

Câu 3: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) ($0 < t < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

Lời giải

Đáp số: 280.

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết. Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - x.t$ với $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt = -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

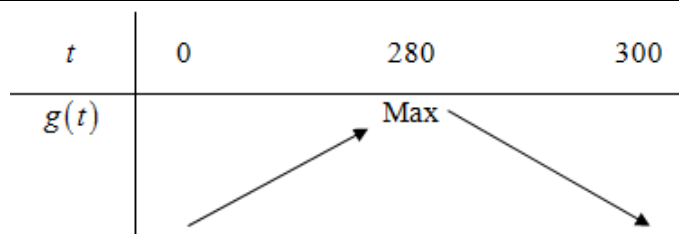
$$f'(x) = -4x + 560 - t = 0 \Leftrightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		Max	

$$\Rightarrow \max_{(0;2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = x.t = \frac{560-t}{4}.t \text{ với } t \in (0; 300) \Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên



Vậy $g(t)$ max khi $t = 280$ (nghìn đồng).

Câu 4: (Sở Thanh Hóa Lần 1) Một hộ gia đình sản xuất chiếu cói ở Nga Sơn mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu ($0 \leq x \leq 20$). Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số sau $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?

Lời giải

Với x là số lượng chiếc chiếu cói bán trong ngày ($0 \leq x \leq 20$).

Ta có tổng chi phí để sản xuất x chiếc chiếu cói là:

$$C(x) = \int C'(x) dx = \int (3x^2 - 4x + 10) dx = x^3 - 2x^2 + 10x + C.$$

Do chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 (nghìn đồng) nên ta có:

$$C(0) = 500 \Rightarrow C = 500.$$

Khi đó, tổng lợi nhuận gia đình này thu được khi bán x chiếc chiếu là:

$$P(x) = 270x - (x^3 - 2x^2 + 10x + 500) = -x^3 + 2x^2 + 260x - 500.$$

$$\Rightarrow P'(x) = -3x^2 + 4x + 260 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10(N) \\ x = -\frac{26}{3}(L) \end{cases}.$$

Vì $x \in [0; 20]$ nên ta tính $P(0) = -500, P(10) = 1300, P(20) = -2500$.

$\Rightarrow$ Vậy lợi nhuận tối đa mà gia đình đó thu được là 1300 (nghìn đồng) khi bán được 10 chiếc chiếu cói.

Câu 5: (SGD Tuyên Quang) Một nhà địa chất học đang ở địa điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một khoảng bằng 70 km . Trong sa mạc, xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc 30 km/h . Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ, vì vậy nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. Rất may, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn 10 km . Trên đường nhựa đó, xe nhà địa chất có thể di chuyển với vận tốc 50 km/h . Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?

PHẦN III. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

(Phát triển Câu 22 ĐMH BGD 2025)

Câu 1: (SGD Hưng Yên) Một bình đựng 50 viên có kích thước, chất liệu như nhau; trong đó có 30 viên bi màu đen và 20 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải**Đáp án: 0,24.**

Số cách lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp là: $n(\Omega) = 50 \cdot 49 = 2450$ cách

Số cách lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai là: $30 \cdot 20 = 600$ cách.

Xác suất của biến cố là: $\frac{600}{2450} = \frac{12}{49} \approx 0,24$.

Câu 2: (Sở Thái Bình Lân 1) Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp thứ nhất và bỏ vào hộp thứ hai, rồi từ hộp thứ hai lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết 2 viên bi lấy ra ở hộp thứ hai có cùng màu. Tính xác suất 3 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất cũng có cùng màu.

Lời giải**Đáp án: 0,45.**

Gọi A : “Lấy 3 bi cùng màu”.

Suy ra phải lấy 3 bi xanh $\Rightarrow P(A) = \frac{C_5^3}{C_6^3} = \frac{1}{2}$.

$\bar{A}$: “Lấy 3 bi khác màu” có nghĩa là lấy 2 xanh và 1 đỏ.

Suy ra $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

B : “Hai bi lấy ra ở hộp II cùng màu”.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}.$$

Nếu A là điều kiện thì hộp II có 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh.

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{C_3^2 + C_4^2}{C_7^2} = \frac{3}{7}.$$

Nếu $\bar{A}$ là điều kiện thì hộp II có 5 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh:

$$\Rightarrow P(B|\bar{A}) = \frac{C_2^2 + C_5^2}{C_7^2} = \frac{11}{21}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} + \frac{11}{21} \cdot \frac{1}{2}} = 0,45.$$

Câu 3: (Sở Thái Nguyên) Có 8 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 11 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nào lớp 12 đứng cạnh nhau bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó $a + 2b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1,38.

Xếp 11 học sinh thành một hàng có $11!$ cách xếp.

Xếp 8 học sinh lớp 11 thành một hàng, chọn ba trong số bảy khoảng trống ở giữa và hai đầu hàng để xếp ba học sinh lớp 12 vào có $8! \cdot A_9^3$ cách xếp.

Xác suất để khi xếp ngẫu nhiên 11 học sinh đó sao cho không có 2 học sinh nào lớp 12 đứng cạnh nhau là $\frac{8! \cdot A_9^3}{11!} = \frac{28}{55}$. Vậy $a + 2b = 138$.

Câu 4: (THPT Nguyễn Huệ - TP.Huế) Trong một đợt dịch sốt xuất huyết, ở mỗi khu phố tiến hành thử nghiệm một thiết bị phát hiện sốt xuất huyết. Có 9000 dân tham gia, trong đó có 1500 người nhiễm bệnh và 7500 người không nhiễm bệnh.

- Khi thử với 1500 người nhiễm bệnh, thiết bị cho kết quả 76% dương tính.

- Khi thử với 7500 người không nhiễm, thiết bị cho kết quả 7% dương tính.

Chọn ngẫu nhiên một người, kết quả kiểm tra cho thấy người này dương tính với bệnh. Xác suất để người đó là người bị sốt xuất huyết là bao nhiêu? (Viết kết quả dưới dạng số thập phân, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,68.

Xét các biến cố:

A : “Người được chọn mắc bệnh sốt xuất huyết”,

B : “Người được chọn có kết quả kiểm tra dương tính với bệnh sốt xuất huyết”.

Theo giả thiết ta có: $P(A) = \frac{1500}{9000} = \frac{1}{6}$, $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$;

$P(B|A) = 0,76$; $P(B|\bar{A}) = 0,07$.

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{1}{6} \cdot 0,76}{\frac{1}{6} \cdot 0,76 + \frac{5}{6} \cdot 0,07} = \frac{76}{111} \approx 0,68.$$

Câu 5: (Cụm 10 Tỉnh Gia Lai) Một công ty xổ số kiến thiết phát hành loại vé số có 6 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Ông An chọn mua ngẫu nhiên một tờ vé số của công ty này. Tính xác suất để ông An mua được vé số luôn có mặt cả hai chữ số 3 và 8 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp án: 0,2.

Số các dãy gồm 6 chữ số lập được từ tập hợp $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ là 10^6

Số các dãy gồm 6 chữ số có mặt chữ số 3 mà không có mặt chữ số 8 là: $9^6 - 8^6 = 269297$

Số các dãy gồm 6 chữ số có mặt chữ số 8 mà không có mặt chữ số 3 là: $9^6 - 8^6 = 269297$

Số các dãy gồm 6 chữ số không có mặt chữ số 3 và chữ số 8 là: 8^6

Do đó: Số các dãy gồm 6 chữ số luôn có mặt hai chữ số 3 và chữ số 8 là $10^6 - (2.269297 + 8^6) = 199262$

Vậy xác suất để ông An mua được vé số luôn có mặt cả hai chữ số 3 và 8 là:

$$\frac{199262}{10^6} = 0,199262 \approx 0,2$$

Câu 6: (THPT Quảng Xương 1 – Thanh Hóa) Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời “sẽ mua”, 90 người trả lời “có thể sẽ mua” và 60 người trả lời “không mua”. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời “sẽ mua” là $\frac{a}{b}$

(trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó giá trị của biểu thức $T = \frac{1}{2}a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 136.

Gọi biến cố A : “Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm”.

Biến cố H_1 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua”.

Biến cố H_2 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua”.

Biến cố H_3 : “Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua”.

$$\text{Ta có } P(H_1) = \frac{50}{200} = 0,25 \quad P(H_2) = \frac{90}{200} = 0,45 \quad P(H_3) = \frac{60}{200} = 0,3$$

$$P(A | H_1) = 0,6 \quad P(A | H_2) = 0,4 \quad P(A | H_3) = 0,01$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là