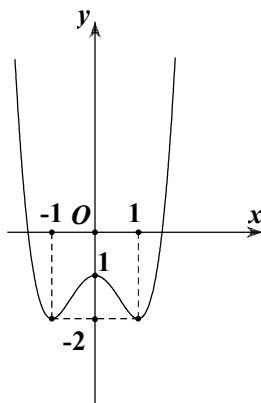


Câu 1. Số cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào một dãy gồm 9 ghế là

- A. $9!$. B. 9. C. 1. D. 9^9 .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng

- A. $(-1; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 4.

Câu 4. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y							
			-1		-5		
	$-\infty$						$+\infty$

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^3 - 3x - 2$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Câu 5. Cho a là số thực dương, $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a^5}$ bằng

- A. $\frac{10}{3}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{5}{6}$. D. 5.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = x^{-5}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(0; +\infty)$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 2x$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\int_a^b f(x).g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx.$
- B.** $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$
- C.** $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, (a < c < b).$
- D.** $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 21x$ là

- A.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{21}\cos 21x + C.$ **B.** $\int f(x)dx = 21\cos 21x + C.$
- C.** $\int f(x)dx = \frac{1}{21}\cos 21x + C.$ **D.** $\int f(x)dx = -21\cos 21x + C.$

Câu 10. Nếu $\int_1^6 f(x)dx = 2$ và $\int_1^6 g(x)dx = -4$ thì $\int_1^6 (f(x) + g(x))dx$ bằng

- A.** $-2.$ **B.** $6.$ **C.** $2.$ **D.** $-6.$

Câu 11. Thể tích của khối hộp chữ nhật cạnh $3a, 4a, 5a$ bằng

- A.** $60a^3.$ **B.** $12a^3.$ **C.** $80a^3.$ **D.** $20a^3.$

Câu 12. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ là

- A.** $\frac{1}{3}.$ **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}.$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}.$ **D.** $1.$

Câu 13. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** $30\pi.$ **B.** $15\pi.$ **C.** $25\pi.$ **D.** $75\pi.$

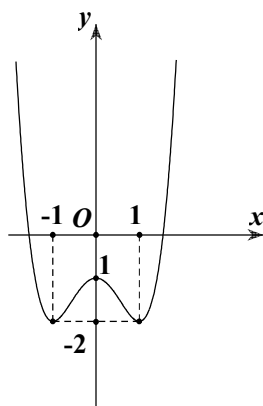
Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A.** $(2; -3; 1).$ **B.** $(2; -3; -1)$ **C.** $(2; 1; -3).$ **D.** $(-2; 3; -1).$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A.** $(4; -2; 3).$ **B.** $(-4; 2; -3).$ **C.** $(4; 2; 3).$ **D.** $(-4; -2; -3).$

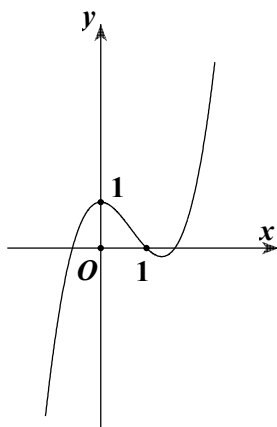
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	11	10	11	$-\infty$

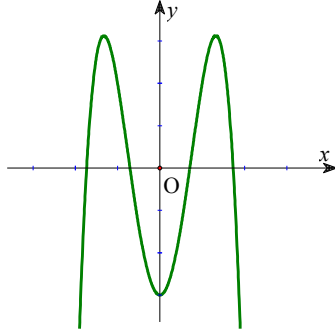
Hàm số đạt cực tiểu tại

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 10$.

Câu 19. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2-x}$ là

- A. $(2; -3)$. B. $(2; 3)$. C. $\left(2; \frac{3}{2}\right)$. D. $(-3; 2)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$.
 C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.
- Câu 21.** Đồ thị hàm số $y = -x^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2$ tại điểm có tọa độ là
- A. $(1; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-1; -2)$. D. $(1; 1)$.
- Câu 22.** Nghiệm của phương trình $\log(x+3) = 1$ là
- A. $x = 7$. B. $x = -3$. C. $x = 13$. D. $x = -2$.
- Câu 23.** Nghiệm của phương trình $2^{3x-1} = 8$ là

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{2}{3}$. D. $x = 1$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

- A. $(-\infty; \log_{0,6} 3)$. B. $(\log_{0,6} 3; +\infty)$.
 C. $(-\infty; \log_3 0,6)$. D. $(\log_3 0,6; +\infty)$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \cos x - 3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \sin x - x^3 + C$. B. $\int f(x) dx = -\sin x - x^3 + C$.
 C. $\int f(x) dx = \sin x - 6x + C$. D. $\int f(x) dx = -\sin x - 6x + C$.

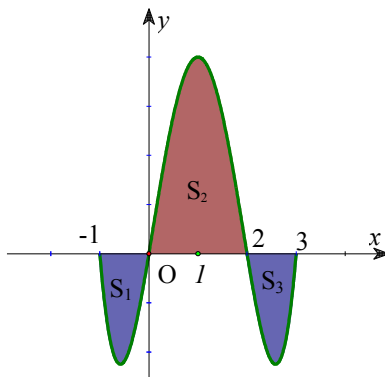
Câu 26. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

- A. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$. B. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$.
 C. $\ln|2x+3| + C$. D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 27. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

- A. 7. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ. Biết rằng diện tích các phần đánh dấu trong hình vẽ là: $S_1 = S_3 = 3$; $S_2 = 8$. Hỏi $\int_{-1}^3 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?



- A. 2. B. 14. C. -2. D. 6.

Câu 29. Kết quả của tích phân $\int_0^{2022} 2^x dx$ là

- A. $\frac{2^{2022} - 1}{\ln 2}$. B. $\frac{2^{2022}}{\ln 2}$. C. $\frac{2^{2022} - 1}{2021}$. D. $2^{2022} - 1$.

Câu 30. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 31. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

- A. 24π . B. 21π . C. 15π . D. 18π .

Câu 32. Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

- A. 180. B. 120. C. 240. D. 540.

Câu 33. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = \sqrt{3}$ bằng

- A. $4\sqrt{3}\pi$. B. $3\sqrt{3}\pi$. C. 12π . D. 4π .

Câu 34. Cho $\vec{a} = (-2; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; m; 2)$. Vector $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

- A. $m = 4$. B. $m = -4$. C. $m = -8$. D. $m = 2$.

Câu 35. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = \frac{1}{27}$ và công bội $q = -1$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1}{27}$.

B. $\frac{-1}{27}$.

C. 27.

D. -27.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2$. Hỏi hàm số $g(x) = f(|x| - 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

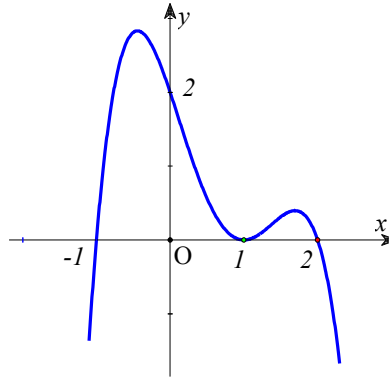
A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Câu 37. Cho $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(1) - \frac{1}{3}$.

B. $f(-1) - \frac{5}{3}$.

C. $f(2) - \frac{5}{3}$.

D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 38. Gọi S là số đường tiệm cận của đồ thị của hàm số $y = \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|}$ (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang). Tính S .

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Câu 39. Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a \neq 1$, $\log_3 a + b = 0$, $\log_a b = \frac{1}{c}$, $\ln \frac{b}{c} = c - b$. Tổng $S = a + b + c$ nằm trong khoảng nào cho dưới đây?

A. $\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.

D. $(3; 3, 5)$.

Câu 40. Bất phương trình $4^x - (a^2 + 8) \cdot 2^x - a^2 - 9 \geq 0$ (với a là tham số) có nghiệm nguyên nhỏ nhất là số nào dưới đây?

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 7.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 xf'(x)dx = 8$ và $f(2) = 5$. Tính

$$I = \int_0^1 f(2x)dx.$$

A. $I = 1$.

B. $I = -5$.

C. $I = 5$.

D. $I = 10$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với giao điểm O của hai đường chéo AC và BD của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích lăng trụ bằng:

A. $3a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $3a^3\sqrt{2}$.

D. $6a^3$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(5;3;1)$, $B(4;-1;3)$, $C(-6,2,4)$ và $D(2;1;7)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa $|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là một mặt cầu (S) . Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I\left(1; \frac{14}{3}; \frac{8}{3}\right), R = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{14}{3}; \frac{2}{3}\right), R = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

C. $I\left(\frac{4}{3}; 1; \frac{2}{3}\right), R = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}; \frac{1}{3}\right), R = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$. $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC .

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và SB tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° .

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

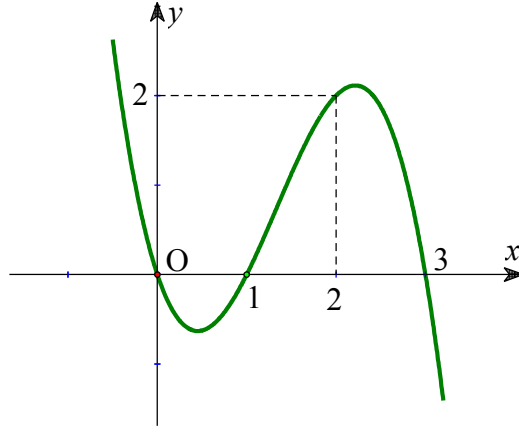
A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(3) = 2$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-1987; 2022]$ để hàm số $y = \left| 2f(\sqrt{5x+4}) + 5x - 4\sqrt{5x+4} - m \right|$ nghịch biến trên $(0;1)$.



A. 2024.

B. 1987.

C. 2025.

D. 1.

Câu 47. Cho khối cầu (S) tâm O bán kính R và hai mặt phẳng song song với nhau cắt khối cầu tạo thành hai hình tròn (C_1) và (C_2) cùng bán kính. Diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn, đáy trùng với hình tròn còn lại. Khi đó thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn (C_1) và (C_2) bằng

A. $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{2\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 48. Cho phương trình: $9^{x+1} - m(4^{\sqrt{2022x^2 + 2x + 1} + 3m + 3}) \cdot 3^x + 1 = 0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng bình phương các phần tử trong S là:

A. 4.

B. 9.

C. 12.

D. 1.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa $f'(x) + 2f'(-x) = \frac{2|x|}{x^6 + x^2 + 1}$ với mọi số thực x . Giả sử $f(2) = m$, $f(-3) = n$. Tính giá trị biểu thức $T = f(-2) - f(3)$.

A. $T = n - m$.

B. $T = n + m$.

C. $T = m - n$.

D. $T = -m - n$.

Câu 50. Tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left| \tan^4 x - \frac{2}{\cos^2 x} \right| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ là

A. $2 < m < 3$

B. $m = 3$

C. $2 \leq m \leq 3$

D. $m = 2$

HẾT

Câu 1: Số cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào một dãy gồm 9 ghế là

A. $9!$.

B. 9.

C. 1.

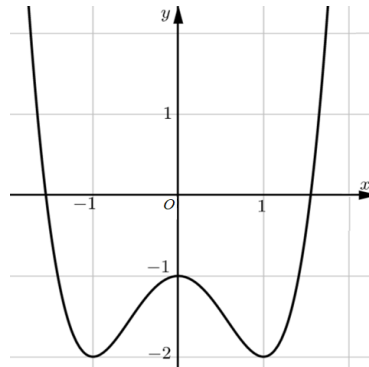
D. 9^9 .

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp cần tìm là: $P_9 = 9!$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số, suy ra hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 4: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		-1		-5		$+\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đây là đồ thị hàm bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên **Chọn A**

Câu 5: Cho a là số thực dương $a \neq 1$, khi đó $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a^5}$ bằng:

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{3}{10}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} \sqrt[3]{a^5} = \log_{\frac{1}{a^2}} a^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3} \cdot 2 \log_a a = \frac{10}{3}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = x^{-5}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Do -5 là số nguyên âm nên điều kiện là $x \neq 0$. Do đó tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \log_3 2x$ là:

A. $0; +\infty$.

B. $-\infty; 0$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $1; +\infty$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định: $2x > 0 \Leftrightarrow x > 0$

Câu 8: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b f(x) g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.

B. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$ $a < c < b$.

D. $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a g(x) dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 21x$ là

A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{21} \cos 21x + C$.

B. $\int f(x) dx = 21 \cos 21x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{21} \cos 21x + C$.

D. $\int f(x) dx = -21 \cos 21x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int \sin 21x dx = -\frac{1}{21} \cos 21x + C$.

Câu 10: Nếu $\int_1^6 f(x) dx = 2$ và $\int_1^6 g(x) dx = -4$ thì $\int_1^6 (f(x) + g(x)) dx$ bằng

A. -2 .

B. 6 .

C. 2 .

D. -6 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_1^6 (f(x) + g(x)) dx = \int_1^6 f(x) dx + \int_1^6 g(x) dx = 2 + (-4) = -2$.

Câu 11: Thể tích của khối hộp chữ nhật cạnh $3a$, $4a$, $5a$ bằng

A. $60a^3$.

B. $12a^3$.

C. $80a^3$.

D. $20a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối hộp chữ nhật đó là: $V = 3a.4a.5a = 60a^3$.

Câu 12: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. 1 .

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}$.

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 30π .

B. 15π .

C. 25π .

D. 75π .

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl = 30\pi$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ biểu diễn của các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $(2; -3; 1)$.

B. $(2; -3; -1)$.

C. $(2; 1; -3)$.

D. $(-2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ của vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ là $\vec{a} = (2; -3; 1)$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(4; -2; 3)$.

B. $(-4; 2; -3)$.

C. $(4; 2; 3)$.

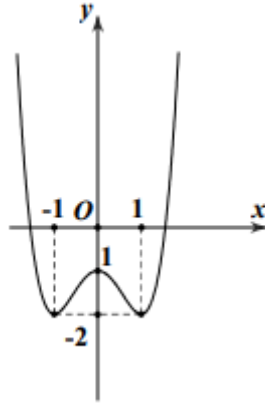
D. $(-4; -2; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(4;-2;3)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-1;0)$.

B. $(-2;0)$.

C. $(0;+\infty)$.

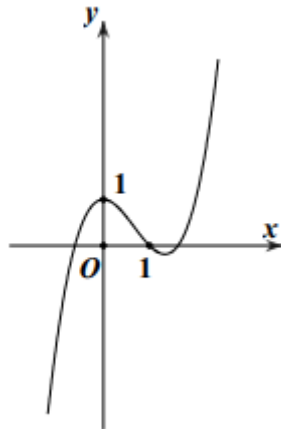
D. $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy: Trên khoảng $(-1;0)$ đồ thị hàm số đi lên từ trái qua phải nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			11		10		11		
	$-\infty$								$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy: y' đổi dấu từ âm sang dương qua điểm $x = 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 19: Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2-x}$ là

A. $(2; -3)$.

B. $(2; 3)$.

C. $\left(2; \frac{3}{2}\right)$.

A. $(-3; 2)$.

Lời giải

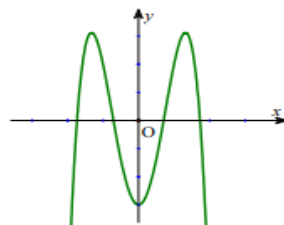
Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x = 2$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y = -3$.

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $(2; -3)$.

Câu 20: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của đồ thị với trục tung là điểm nằm dưới trục hoành

$$x = 0 \Rightarrow y = c \Rightarrow c < 0.$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (ax^4 + bx^2 + c) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^4 \left(a + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x^4} \right) = -\infty \text{ nên } a < 0.$$

Hàm số có ba điểm cực trị nên a và b trái dấu. Vì $a < 0$ nên $b > 0$.

$$\text{Vậy } a < 0, b > 0, c < 0.$$

Câu 21: Đồ thị hàm số $y = -x^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2$ tại điểm có tọa độ là

A. $(1; -1)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(-1; -2)$.

D. $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = x^3 - 2$$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -1.$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(1; -1)$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\log x + 3 = 1$ là

A. $x = 7$.

B. $x = -3$.

C. $x = 13$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

$$\log x + 3 = 1 \Leftrightarrow x + 3 = 10 \Leftrightarrow x = 7.$$

Câu 23: Nghiệm của phương trình $2^{3x-1} = 8$ là

A. $x = \frac{4}{3}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{2}{3}$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

$$2^{3x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{3x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 3x - 1 = 3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}.$$

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $0,6^x > 3$ là

A. $(-\infty; \log_{0,6} 3)$

B. $(\log_{0,6} 3; +\infty)$

C. $(-\infty; \log_3 0,6)$

D. $(\log_3 0,6; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

$$0,6^x > 3 \Leftrightarrow x < \log_{0,6} 3 \Leftrightarrow x \in (-\infty; \log_{0,6} 3).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; \log_{0,6} 3)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = \cos x - 3x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \sin x - x^3 + C$.

B. $\int f(x) dx = -\sin x - x^3 + C$

C. $\int f(x) dx = \sin x - 6x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\sin x - 6x + C$.

Lời giải

Chọn A

Câu 26: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C.$

B. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C.$

C. $\ln|2x+3| + C.$

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C.$

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^5 f(x)dx = 5$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 7.

B. 2.

C. 3.

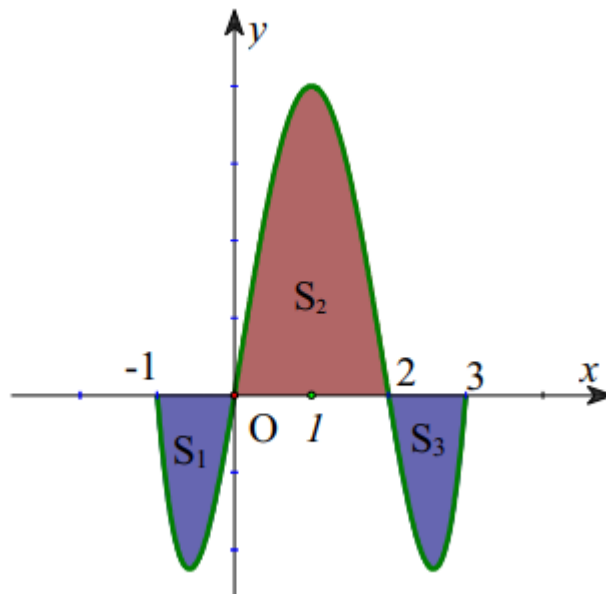
D. 4

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int_0^5 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx = 7$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ. Biết rằng diện tích các phần đánh dấu trong hình vẽ là: $S_1 = S_3 = 3$; $S_2 = 8$. Hỏi $\int_{-1}^3 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?



A. 2.

B. 14

C. -2

D. 6

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_{-1}^3 f(x)dx = \int_{-1}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = -S_1 + S_2 - S_3 = -3 + 8 - 3 = 2.$

Câu 29: Kết quả của tích phân $\int_0^{2022} 2^x dx$ là:

A. $\frac{2^{2022} - 1}{\ln 2}.$

B. $\frac{2^{2022}}{\ln 2}.$

C. $\frac{2^{2022} - 1}{2021}.$

D. $2^{2022} - 1.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^{2022} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^{2022} = \frac{2^{2022} - 1}{\ln 2}.$

Câu 30: Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.

A. $\frac{27\sqrt{3}}{4}.$

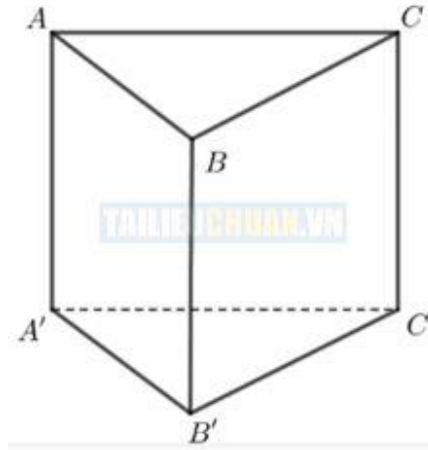
B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}.$

C. $\frac{27\sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$

Với $B = \frac{9\sqrt{3}}{4}; h = 3$

Suy ra $V = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}.$

Câu 31: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng 4. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. 24π

B. 21π

C. 15π

D. 18π

Lời giải

Chọn A

Độ dài đường sinh hình nón là $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5.$

Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2.$

$\Rightarrow S_{tp} = \pi \cdot 3 \cdot 5 + \pi \cdot 3^2 = 24\pi.$

Câu 32: Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

A. 180.

B. 120.

C. 240.

D. 540.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ có bán kính r , chiều cao h là $V = B.h = \pi r^2 h = 20.$

Giữ nguyên chiều cao và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới là

$V' = B'.h = \pi \cdot 3r^2 \cdot h = 9\pi r^2 h = 180.$

Câu 33: Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = \sqrt{3}$ bằng

A. $4\sqrt{3}\pi$.

B. $3\sqrt{3}\pi$.

C. 12π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Thể tích của khối cầu } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \sqrt{3}^3 = 4\sqrt{3}\pi.$$

Câu 34: Cho $\vec{a} = (-2; 2; -3)$, $\vec{b} = (1; m; 2)$. Vector $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

A. $m = 4$.

B. $m = -4$.

C. $m = -8$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow -2 + 2m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 35: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = \frac{1}{27}$ và công bội $q = -1$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{1}{27}$.

B. $\frac{-1}{27}$.

C. 27 .

D. -27 .

Lời giải

Chọn A

$$u_3 = \frac{1}{27} \Leftrightarrow u_1 q^2 = \frac{1}{27} \Leftrightarrow u_1 (-1)^2 = \frac{1}{27} \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{27}.$$

Câu 36: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2$. Hỏi hàm số $g(x) = f(|x| - 1)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5 .

B. 3 .

C. 6 .

D. 4 .

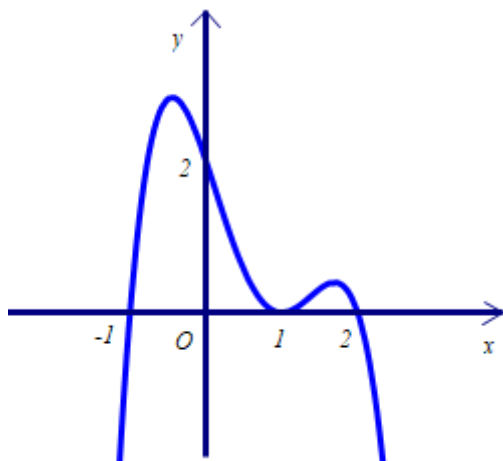
Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} g(x) &= f(|x| - 1) = (|x| - 1)^3 - 4(|x| - 1)^2 \\ &= |x|^3 - 3|x|^2 + 3|x| - 1 - 4|x|^2 + 8|x| - 4 \\ g(x) &= |x|^3 - 7|x|^2 + 11|x| - 5 \end{aligned}$$

Hàm số $h(x) = x^3 - 7x^2 + 11x - 5$ có hai điểm cực trị dương nên $g(x) = h(|x|)$ có tất cả $2 \cdot 2 + 1 = 5$ cực trị.

Câu 37: Cho $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $f(1) - \frac{1}{3}$.

B. $f(-1) - \frac{5}{3}$.

C. $f(2) - \frac{5}{3}$.

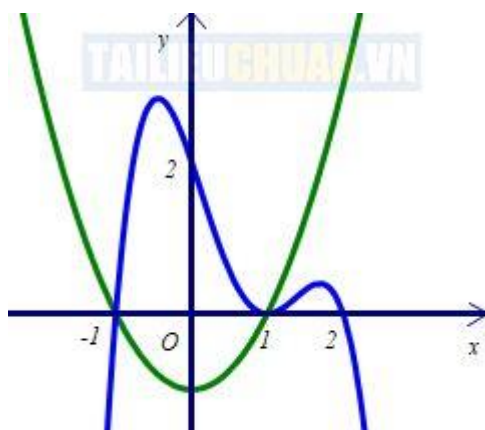
D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$, có $g'(x) = f'(x) - x^2 + 1$.

Ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - 1$.



Vẽ thêm đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$ ta thấy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	-1	1	2
$g'(x)$	0	$+$	0
$g(x)$	$f(-1) - \frac{5}{3}$	$f(1) - \frac{1}{3}$	$f(2) - \frac{5}{3}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 + x - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng $f(1) - \frac{1}{3}$.

Câu 38: Gọi S là số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|}$ (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang). Tính S .

A. 4.**B. 3.****C. 5.****D. 2.****Lời giải****Chọn A**

Tập xác định $D = \left(-\infty, -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}, +\infty\right) \setminus \left\{\frac{1}{\sqrt{7}}, -\frac{1}{\sqrt{7}}\right\}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2022}{\sqrt{16 - \frac{1}{x^2}} - 3} = 2022$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2022}{-\sqrt{16 - \frac{1}{x^2}} + 3} = -2022$$

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang $y = \pm 2022$.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}}^+} \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}}^+} \frac{2022x(\sqrt{16x^2 - 1} + 3|x|)}{7x^2 - 1} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{7}}^+} \frac{2022x}{\sqrt{16x^2 - 1} - 3|x|} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{7}}^+} \frac{2022x(\sqrt{16x^2 - 1} + 3|x|)}{7x^2 - 1} = +\infty$$

Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = \pm \frac{1}{\sqrt{7}}$.

Vậy $S = 4$.

Câu 39: Cho các số dương a, b, c thỏa mãn $a \neq 1$, $\log_3 a + b = 0$, $\log_a b = \frac{1}{c}$, $\ln \frac{b}{c} = c - b$. Tổng

$S = a + b + c$ nằm trong khoảng nào cho dưới đây?

A. $\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{2}\right)$.**B.** $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.**C.** $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$.**D.** $(3; 3,5)$.**Lời giải****Chọn A**

Ta có:

$$+/\ \ln \frac{b}{c} = c - b \Leftrightarrow \ln b - \ln c = c - b \Leftrightarrow \ln b + b = \ln c + c \quad (1).$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = \ln t + t, \forall t > 0 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0, \forall t > 0$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty), \text{ nên } (1) \Leftrightarrow c = b.$$

$$+/\ \log_3 a + b = 0 \Leftrightarrow a = 3^{-b}.$$

$$+/\ \log_a b = \frac{1}{c} = \frac{1}{b} \Leftrightarrow b = a^{\frac{1}{b}} \Rightarrow c = b = 3^{-b \cdot \frac{1}{b}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a = 3^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \Rightarrow a + b + c = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{2}{3} \in \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 40: Bất phương trình $4^x - (a^2 + 8)2^x - a^2 - 9 \geq 0$ (Với a là tham số) có nghiệm nguyên nhỏ nhất là số nào dưới đây?

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

$$4^x - (a^2 + 8)2^x - a^2 - 9 \geq 0 \quad (1)$$

$$\pm \text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq a^2 + 9 & (\text{thỏa mãn}) \\ 2^x \leq -1 & (\text{Loại}) \end{cases} \Rightarrow x \geq \log_2(a^2 + 9) \geq \log_2 9 \approx 3,2$$

Vậy BPT có nghiệm nguyên nhỏ nhất là $x = 4$

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 xf'(x)dx = 8$ và $f(2) = 5$. Tính

$$\int_0^1 f(2x)dx$$

A. 1.

B. -5.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x & \Rightarrow du = dx \\ dv = f'(x)dx & \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$$

$$\int_0^2 xf'(x)dx = xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)dx = 8 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)dx = 2 \Rightarrow \int_0^1 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x)dx = 1.$$

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\angle ABC = 60^\circ$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O là giao điểm của hai đường chéo AC, BD của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ.

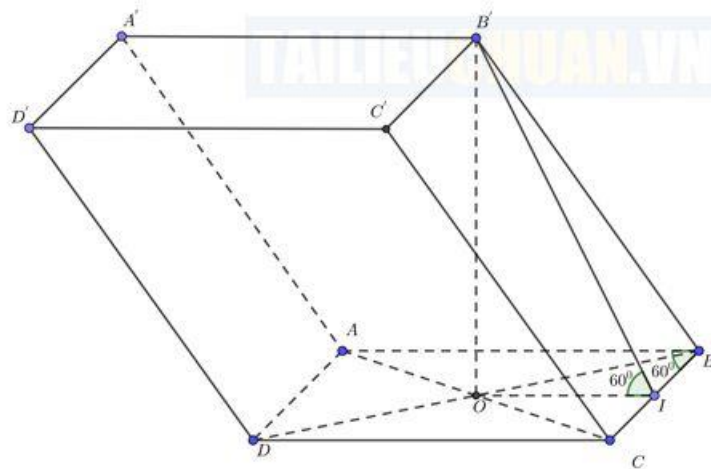
A. $3a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{9}$.

C. $3a^3\sqrt{2}$.

D. $6a^3$.

Lời giải



Chọn D

$$S_{ABCD} = 2.4a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 2.a^2\sqrt{3}.$$

Gọi I là trung điểm của BC . $((BB'C'C), (ABCD)) = B'IO = 60^\circ$

$$B'O = OI \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 6a^3.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(5; 3; 1), B(4; -1; 3), C(-6, 2, 4)$ và $D(2; 1; 7)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa $|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là một mặt cầu (S) . Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I\left(1; \frac{14}{3}; \frac{8}{3}\right), R = \frac{\sqrt{21}}{3}.$

B. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{14}{3}; \frac{2}{3}\right), R = \frac{\sqrt{21}}{3}.$

C. $I\left(\frac{4}{3}; 1; \frac{2}{3}\right), R = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

D. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}; \frac{1}{3}\right), R = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $M(x; y; z)$. Gọi G là trọng tâm tam giác ACD

$$\Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; 2; 4\right) \Rightarrow \overrightarrow{MG} = \left(\frac{1}{3} - x; 2 - y; 4 - z\right) \Rightarrow 3\overrightarrow{MG} = 1 - 3x; 6 - 3y; 12 - 3z.$$

$$\overrightarrow{BA} = 1; 4; -2 \Rightarrow |\overrightarrow{BA}|^2 = 21 \quad (1)$$

$$|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2(\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = |\overrightarrow{BA}|$$

$$\Leftrightarrow |2(\overrightarrow{BA}) + 3\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow |2(\overrightarrow{BA}) + 3\overrightarrow{MG}|^2 = |\overrightarrow{BA}|^2 \quad (2)$$

$$2\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{MG} = 3 - 3x; 14 - 3y; 8 - 3z \Rightarrow |2\overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{MG}|^2 = 3 - 3x^2 + 14 - 3y^2 + 8 - 3z^2 \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) ta có

$$3 - 3x^2 + 14 - 3y^2 + 8 - 3z^2 = 21 \Leftrightarrow x - 1^2 + \left(y - \frac{14}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{8}{3}\right)^2 = \frac{21}{9}$$

Mặt cầu có tâm và bán kính là $I\left(1; \frac{14}{3}; \frac{8}{3}\right), R = \frac{\sqrt{21}}{3}.$

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$, $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy. $AB = a$, $AC = 2a, SA = a$. Tính góc giữa SD, BC .

A. $30^\circ.$

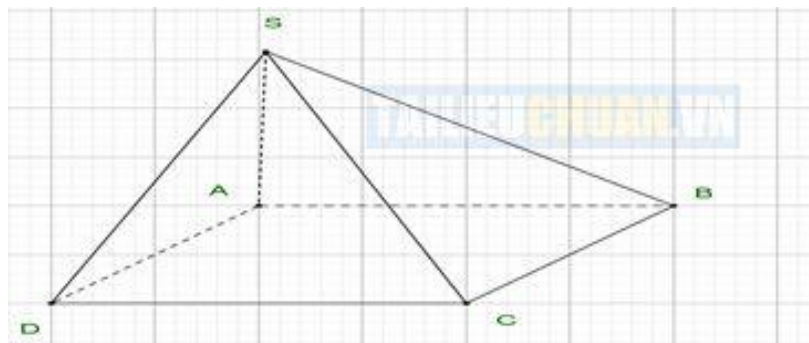
B. $60^\circ.$

C. $90^\circ.$

D. 45°

Lời giải

Chọn A



$$\triangle ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{3}.$$

Do $\triangle SAD$ vuông tại $A \Rightarrow \tan SDA = \frac{SA}{AD} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SDA = 30^\circ$.

Do $BC \parallel AD \Rightarrow \angle SBC = \angle SDA = 30^\circ$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AD = 2AB = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và SB tạo với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ một góc 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

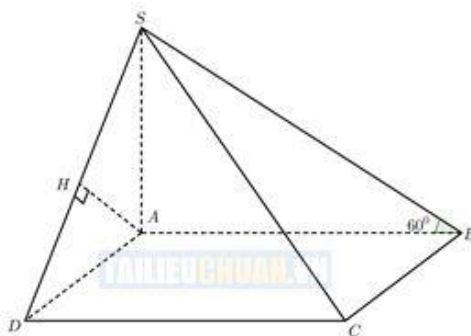
B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Lời giải

Chọn A



Để có góc giữa SB và $(ABCD)$ là $\angle SBA = 60^\circ$.

Ta có $AB \parallel DC$ nên $AB \parallel (SDC)$. Khi đó $d(AB, SC) = d(AB, (SDC)) = d(A, (SDC))$.

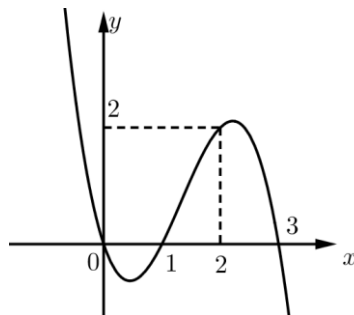
Dựng $AH \perp SD$, dễ dàng chứng minh được $AH = d(A, (SDC))$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAD có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{7}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(AB, SC) = AH = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(3) = 2$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ dưới đây. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-1987; 2022]$ để hàm số $y = |2f(\sqrt{5x+4}) + 5x - 4\sqrt{5x+4} - m|$ nghịch biến trên $(0;1)$.



A. 2024.

B. 1987.

C. 2026.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } g(x) = 2f(\sqrt{5x+4}) + 5x - 4\sqrt{5x+4} - m = 2f(\sqrt{5x+4}) + (5x+4) - 4\sqrt{5x+4} - m - 4$$

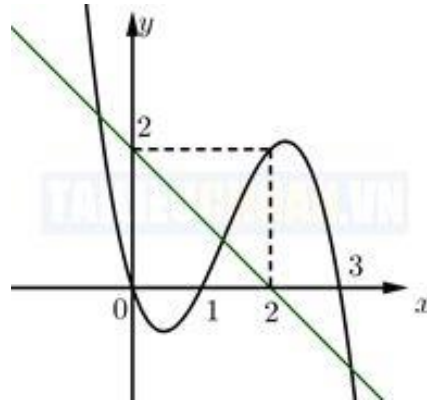
$$\text{Đặt } t = \sqrt{5x+4}, \text{ với } x \in (0;1) \Rightarrow t \in (2;3).$$

Khi đó $g(x)$ trở thành

$$h(t) = 2f(t) + t^2 - 4t - m - 4 \Rightarrow h'(t) = 2f'(t) + 2t - 4$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -t + 2$$

Số nghiệm của phương trình $h'(t) = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $f'(t)$ và đường thẳng $y = -t + 2$.



Dựa vào đồ thị hàm số $f'(t)$ ta thấy phương trình $h'(t) > 0, \forall t \in (2;3)$.

$$\text{Hay } g'(x) \geq 0; \forall x \in (0;1).$$

Vậy hàm số $y = |g(x)|$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi và chỉ khi $g(1) \leq 0 \Leftrightarrow 2f(3) + 5 - 12 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -3$.

Mà m là số nguyên và $m \in [-1987; 2022]$ nên $m \in \{-3; -2; \dots; 2022\}$ có 2026 giá trị.

Câu 47: Cho khối cầu (S) tâm O bán kính R và hai mặt phẳng song song với nhau cắt khối cầu tạo thành hai hình tròn (C_1) và (C_2) cùng bán kính. Diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn, đáy trùng với hình tròn còn lại. khi đó thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn (C_1) và (C_2) bằng

A. $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

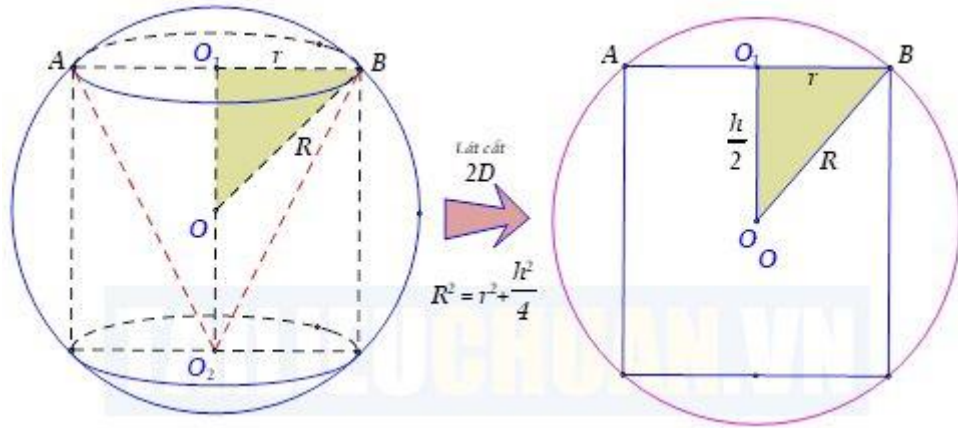
B. $\frac{2\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi hệ điểm như hình vẽ với r là bán kính đường tròn (O_1) nhận AB làm đường kính như hình vẽ.

Khi đó dễ thấy $O_1O_2 = 2OO_1 = 2\sqrt{R^2 - r^2}$.

Đồng thời ta có $S_{xq-non} = \pi r l \Rightarrow (S_{xq-non})^2 = \pi^2 r^2 l^2 = \pi^2 r^2 (O_1O_2^2 + r^2) = \pi^2 r^2 (4R^2 - 3r^2)$

Ta có: $\frac{1}{3} 3r^2 \cdot (4R^2 - 3r^2) \stackrel{Cauchy}{\leq} \frac{1}{3} \frac{(3r^2 + 4R^2 - 3r^2)^2}{4} = \frac{4R^4}{3}$

Suy ra $S_{xq-non} \leq \pi \cdot \frac{2R^2}{\sqrt{3}}$. Nên $[S_{xq-non}]_{\max} = \frac{2\pi R^2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3r^2 = 4R^2 - 3r^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{2R^2}{3}$

Khi đó chiều cao $h_{tru} = O_1O_2 = 2\sqrt{R^2 - \frac{2R^2}{3}} = \frac{2R}{\sqrt{3}}$

Vậy $V_{tru} = \pi r^2 \cdot h_{tru} = \pi \cdot \frac{2R^2}{3} \cdot \frac{2R}{\sqrt{3}} = \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$.

Câu 48: Cho phương trình $9^{x+1} - m \left(4 \cdot \sqrt[2022]{x^2 + 2x + 1} + 3m + 3 \right) \cdot 3^x + 1 = 0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

A. 4.

B. 9.

C. 12.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Chia hai vế của phương trình cho 3^{x+1} ta được

$$3^{x+1} - m \left(\frac{4}{3} \cdot \sqrt[2022]{(x+1)^2} + m + 1 \right) + 3^{-x-1} = 0 \quad (1)$$

+) Điều kiện cần: Giả sử x_0 là nghiệm của phương trình (1). Khi đó $-x_0 - 2$ cũng là nghiệm của (1).

Phương trình (1) có nghiệm duy nhất thì $x_0 = -x_0 - 2 \Leftrightarrow x_0 = -1$.

Thay $x_0 = -1$ vào phương trình (1) ta được $1 - m(m+1) + 1 = 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$.

+) Điều kiện đủ:

- Với $m = -2$ thay vào (1) ta được $3^{x+1} + 3^{-x-1} + 2\left(\frac{4}{3} \cdot \sqrt[2022]{(x+1)^2 - 1}\right) = 0$.

Ta thấy $3^{x+1} + 3^{-x-1} \geq 2 \cdot \sqrt{3^{x+1} \cdot 3^{-x-1}} = 2$ và $2\left(\frac{4}{3} \cdot \sqrt[2022]{(x+1)^2 - 1}\right) \geq -2; \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow VT \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = -x-1 \\ x+1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

- Với $m = 1$ thay vào (1) ta được $3^{x+1} + 3^{-x-1} - \frac{4}{3} \cdot \sqrt[2022]{(x+1)^2 - 1} - 2 = 0$. Ta thấy phương trình có hai nghiệm $x = 0; x = -1$. Do đó $m = 1$ (loại).

Vậy tổng bình phương các phần tử bằng 4.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + 2f'(-x) = \frac{2|x|}{x^6 + x^2 + 1}$ với mọi số thực x . Giả sử $f(2) = m, f(-3) = n$. Tính giá trị của biểu thức $T = f(-2) - f(3)$.

A. $T = m + n$.

B. $T = n - m$.

C. $T = m - n$.

D. $T = -m - n$.

Lời giải

Chọn B

Thay x bởi $-x$ vào biểu thức $f'(x) + 2f'(-x) = \frac{2|x|}{x^6 + x^2 + 1}$ (1) ta được:

$$f'(-x) + 2f'(x) = \frac{2|x|}{x^6 + x^2 + 1} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1), (2) ta rút ra: } f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{|x|}{x^6 + x^2 + 1}.$$

$$\text{Xét } I = \int_{-3}^2 f'(x) dx = \int_{-3}^2 \frac{2}{3} \cdot \frac{|x|}{x^6 + x^2 + 1} dx.$$

$$\text{Đặt } u = -x, \text{ ta suy ra } I = \int_3^{-2} \frac{2}{3} \cdot \frac{|-u|}{(-u)^6 + (-u)^2 + 1} (-du) = \int_{-2}^3 \frac{2}{3} \cdot \frac{|x|}{x^6 + x^2 + 1} dx = \int_{-2}^3 f'(x) dx$$

$$\text{Mà } I = \int_{-3}^2 f'(x) dx = f(2) - f(-3) \quad (3) \text{ và } I = \int_{-2}^3 f'(x) dx = f(3) - f(-2) \quad (4).$$

$$\text{Từ (3), (4) suy ra } f(2) - f(-3) = f(3) - f(-2) \Rightarrow f(-2) - f(3) = f(-3) - f(2) = n - m.$$

Câu 50: Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left| \tan^4 x - \frac{2}{\cos^2 x} \right| = m$ có 6 nghiệm phân

biệt thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là

A. $2 < m < 3$.

B. $m = 3$.

C. $2 \leq m \leq 3$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x \neq 0$.

Ta có $\left| \tan^4 x - \frac{2}{\cos^2 x} \right| = m \Leftrightarrow \left| \tan^4 x - 2 \tan^2 x - 2 \right| = m \quad (1).$

Đặt $t = \tan^2 x \Rightarrow t' = 2 \tan x \cdot (1 + \tan^2 x) = 0 \Leftrightarrow \tan x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (vì $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$).

Bảng biến thiên:

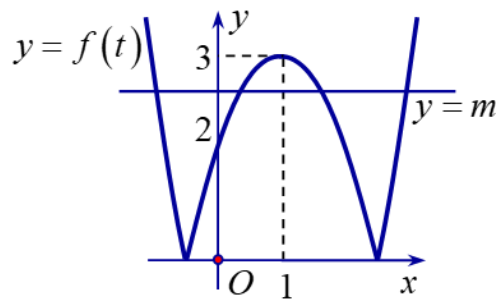
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$
t'		0	
t	$+\infty$	0	$+\infty$

Do đó: + Nếu $t = 0$ thì phương trình đã cho có một nghiệm $x = 0$.

+ Nếu $t > 0$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Phương trình (1) trở thành: $|t^2 - 2t - 2| = m \quad (2).$

Xét hàm số $y = f(t) = |t^2 - 2t - 2|$ trên $\mathbb{R}$.



Phương trình (1) có 6 nghiệm phân biệt $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt $t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow 2 < m < 3.$

HẾT