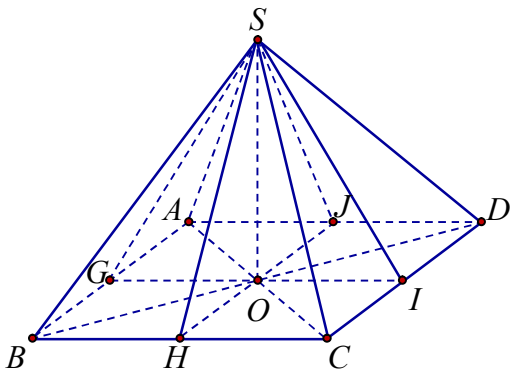
Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đó là các mặt phẳng (SAC) , (SBD), (SHJ), (SGI) với G , H , I , J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.

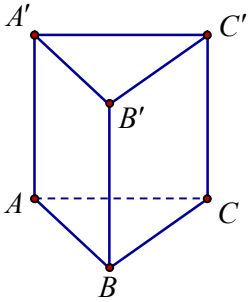


Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3 . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Chọn B



Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.3.3.\sin 60^\circ=\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

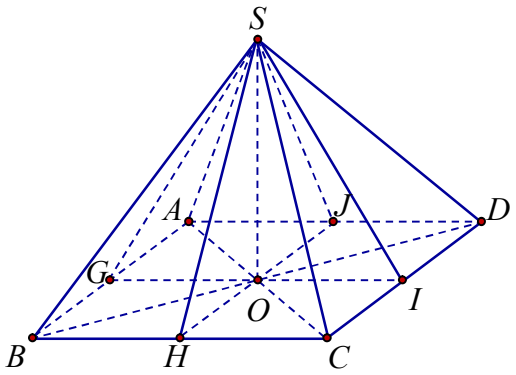
Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 6 . **C.** 8 . **D.** 4 .

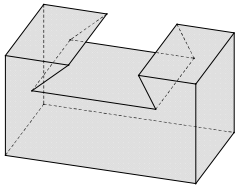
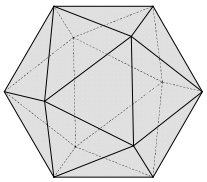
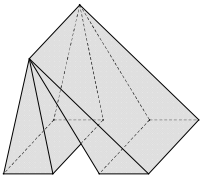
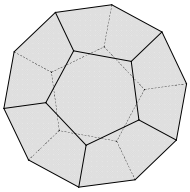
Lời giải

Chọn D

Đó là các mặt phẳng (SAC), (SBD), (SHJ), (SGI) với G , H , I , J là các trung điểm của các cạnh AB, CB, CD, AD (hình vẽ bên dưới).



Câu 4: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Lời giải

Chọn C

Vật thể cho bởi hình A, B, D là các khối đa diện.

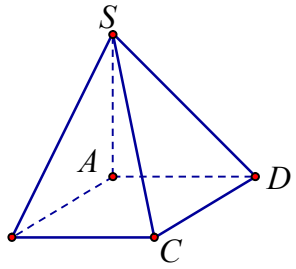
Vật thể cho bởi hình C không phải khối đa diện, vi phạm điều kiện mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Câu 5: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}a^2.a = \dfrac{a^3}{3}$.

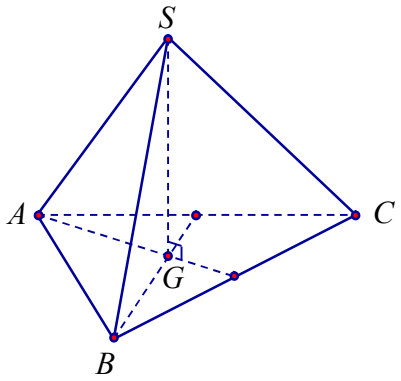
Câu 6: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều: $V = \dfrac{3^3\sqrt{2}}{12} = \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.



Cách 2: Khối tứ diện đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và đường cao SG.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$, $AG=\dfrac{2}{3}\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}.$

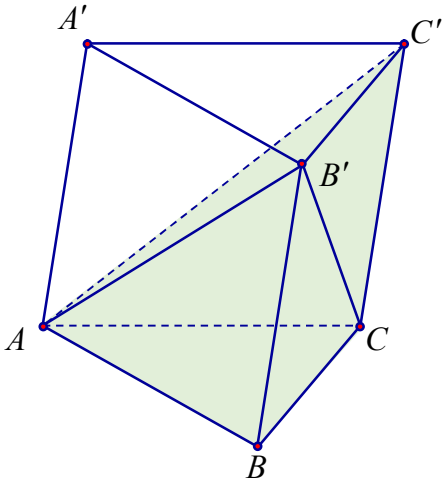
Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\dfrac{3V}{4}$. **B.** $\dfrac{2V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{2}$. **D.** $\dfrac{V}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V_{ABCB'C'}=V_{B'ABC}+V_{C'B'AC}=\dfrac{V}{3}+\dfrac{V}{3}=\dfrac{2V}{3}$

Câu 8: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

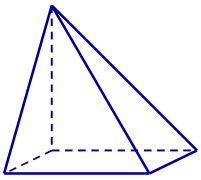
A. $\{5;3\}$ **B.** $\{4;3\}$ **C.** $\{3;3\}$ **D.** $\{3;4\}$

Lời giải

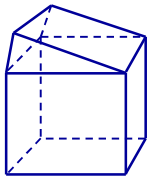
Chọn D

Do các mặt của bát diện đều là tam giác và mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của 4 mặt nên bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

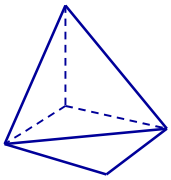
Câu 9: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



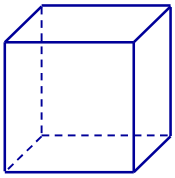
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 3.

Lời giải

Chọn D

Hình 3 không phải là hình đa diện, vì tồn tại hai cạnh của đa giác đáy không phải là cạnh chung của hai mặt của hình.

Câu 10: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Chọn khẳng định **sai**. Trong một khối đa diện

A. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

B. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.

C. mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.

D. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Lời giải

Chọn D

Hình lập phương, hình hộp có các mặt song song với nhau.

Câu 11: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Đa diện đều loại $\{5,3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Mười hai mặt đều

Hướng dẫn giải

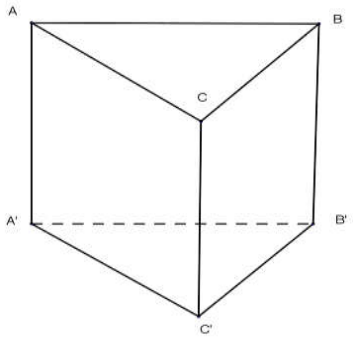
Chọn D

Câu 12: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=2a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên $(A'B'C')$ là đường cao của khối lăng trụ.

Tam giác ABC đều, có cạnh $AB=2a$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

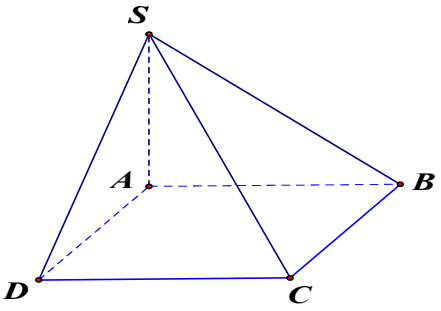
Vậy $V=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 13: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $h = SA = a\sqrt{3}$; $B = S_{ABCD} = a^2$.

$V = \frac{1}{3}B.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 14: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\frac{1}{2}V$. **C.** $\frac{1}{3}V$. **D.** $\frac{1}{6}V$.

Lời giải

Chọn C

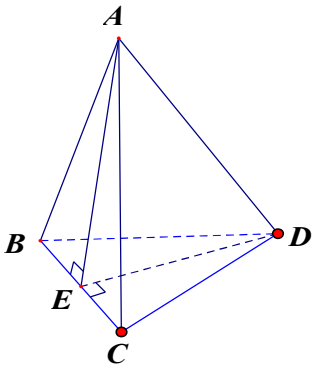
Gọi h là khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (ABC) và B là diện tích tam giác ABC. Khi đó, thể tích lăng trụ $V = Bh$, thể tích khối chóp $C'.ABC$ là $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}Bh$. Do đó, $V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V$.

Câu 15: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (ABC)$. **B.** $AC \perp BC$. **C.** $CD \perp (ABD)$. **D.** $BC \perp AD$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm của BC. Tam giác ABC cân nên $BC \perp AE$;

Tam giác DBC cân nên $BC \perp DE$. Do đó $BC \perp (AED) \Rightarrow BC \perp AD$.

Câu 16: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là:

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \frac{4}{3}Bh$.

Lời giải:

Chọn A

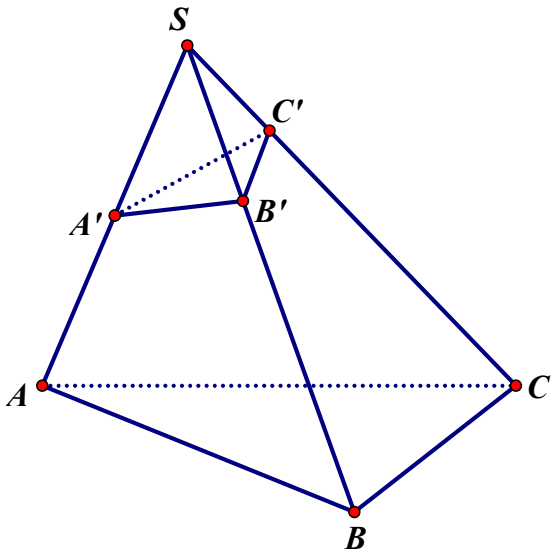
Công thức tính thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h$.

Câu 17: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA$, $SB' = \frac{1}{3}SB$, $SC' = \frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

A. 12. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 24. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải:

Chọn D



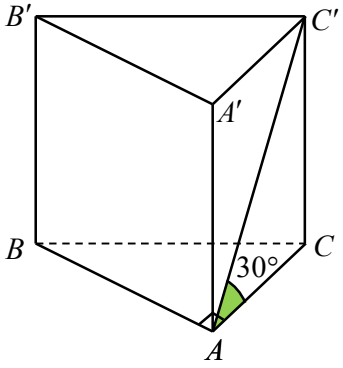
Theo công thức tỉ số thể tích khối chóp, ta được: $\frac{V'}{V} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4} = \frac{1}{24}$.

Câu 18: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A, $AC = AB = 2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của AC' lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left(\widehat{AC',(ABC)}\right) = \widehat{CAC'} = 30°$

Tam giác ACC' vuông tại C có $CC' = AC.\tan 30° = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

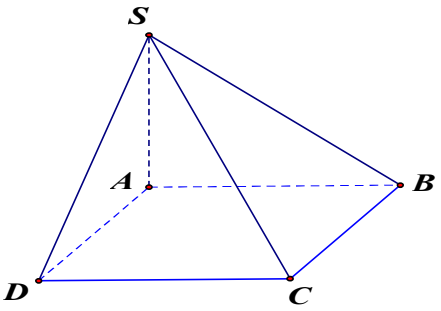
Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $h = SA = a\sqrt{3}$; $B = S_{ABCD} = a^2$.

$V = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, thể tích của khối chóp $C'.ABC$ là:

A. $2V$. **B.** $\dfrac{1}{2}V$. **C.** $\dfrac{1}{3}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

Lời giải

Chọn C

Gọi h là khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (ABC) và B là diện tích tam giác ABC. Khi đó, thể tích lăng trụ $V = Bh$, thể tích khối chóp $C'.ABC$ là $V_{C'.ABC} = \dfrac{1}{3}Bh$. Do đó, $V_{C'.ABC} = \dfrac{1}{3}V$.

Câu 21: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là:

A. $V = Bh$. **B.** $V = \dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \dfrac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \dfrac{4}{3}Bh$.

Lời giải:

Chọn A

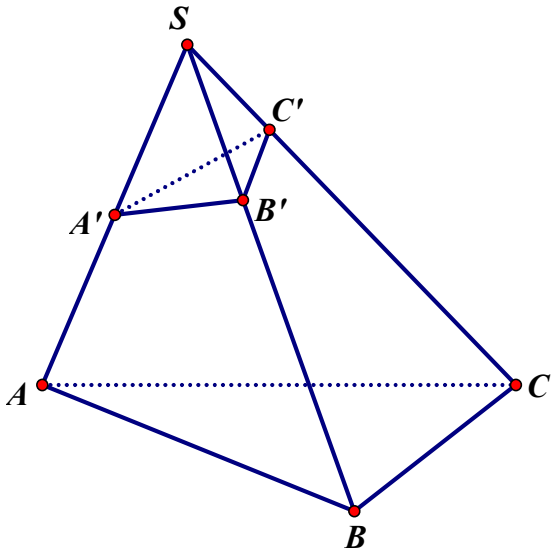
Công thức tính thể tích khối lăng trụ là: $V = B.h$.

Câu 22: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

A. 12. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 24. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải:

Chọn D



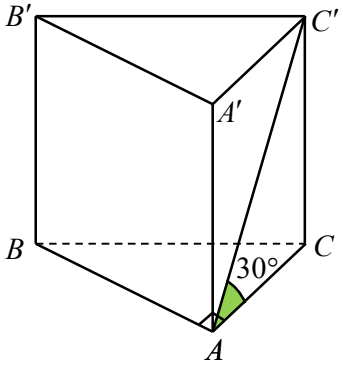
Theo công thức tỉ số thể tích khối chóp, ta được: $\frac{V'}{V}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$.

Câu 23: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại A, $AC=AB=2a$, góc giữa AC' và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của AC' lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left(\widehat{AC',(ABC)}\right)=\widehat{CAC'}=30°$

Tam giác ACC' vuông tại C có $CC' = AC.\tan 30° = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

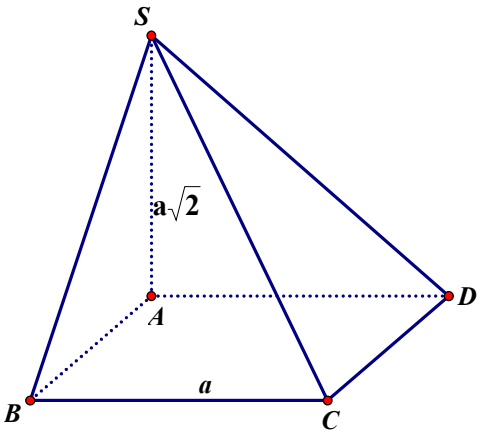
Khi đó $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Giải:

Chọn D



Hình chóp $S.ABCD$ có đường cao $SA = a\sqrt{2}$; diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích của hình chóp là $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 25: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AC' = AB\sqrt{3} \Rightarrow AB\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Leftrightarrow AB = a$.

Do đó thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 26: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ có bao nhiêu mặt?

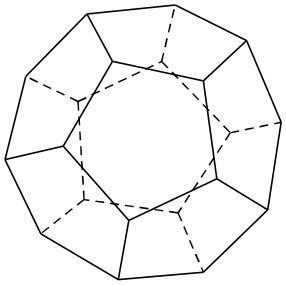
A. 4. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

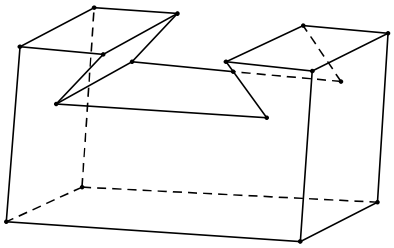
Lời giải

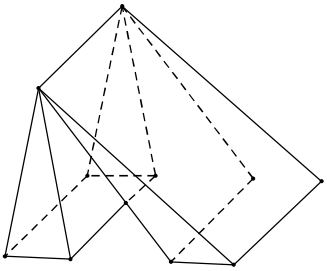
Chọn D

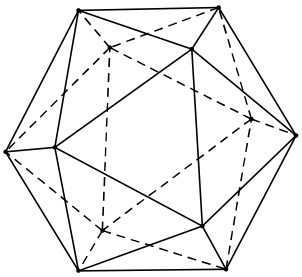
Khối đa diện đều loại $\{4; 3\}$ là hình lập phương nên có sáu mặt.

Câu 27: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Vật thể nào trong các vật thể sau **không** phải khối đa diện?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn C

Dựa vào định nghĩa khối đa diện : Khối đa diện được giới hạn hữu hạn bởi đa giác thoả mãn điều kiện :

Câu 28: Hai đa giác bất kì không có điểm chung, hoặc có 1 điểm chung hoặc có chung 1 cạnh.

Câu 29: Mỗi cạnh của đa giác là cạnh chung của đúng 2 đa giác.

Khối đa diện trong hình C vi phạm điều kiện thứ 2 : có 1 cạnh là cạnh chung của 4 đa giác.

Câu 30: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Tính độ dài cạnh bên ℓ của khối lăng trụ đứng có thể tích V và diện tích đáy bằng S :

A. $\ell = \dfrac{\sqrt{V}}{S}$. **B.** $\ell = \dfrac{V}{2S}$. **C.** $\ell = \dfrac{V}{S}$. **D.** $\ell = \dfrac{3V}{S}$.

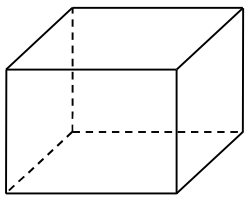
Giải

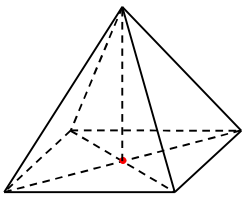
Chọn C

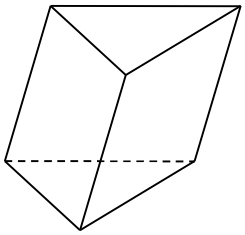
Cạnh bên cũng là đường cao của lăng trụ đứng. Ta có:

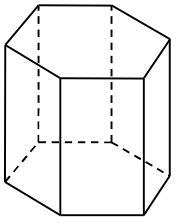
$V = \ell.S \Leftrightarrow \ell = \dfrac{V}{S}$.

Câu 31: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Hình đa diện nào sau đây không có mặt phẳng đối xứng?









A. Hình lăng trụ lục giác đều.

B. Hình lăng trụ tam giác.

C. Hình chóp tứ giác đều. **D.** Hình lập phương.

Lời giải

Chọn B

Câu 32: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p mặt, q đỉnh.

B. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi mặt của nó là đa giác đều p cạnh và mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

C. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện đều có p cạnh, q mặt.

D. Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện lồi thỏa mãn mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng p mặt và mỗi mặt của nó là một đa giác đều q cạnh.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa khối đa diện đều trong sách giáo khoa hình học 12 cơ bản trang 15.

Câu 33: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy là

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thoi. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình vuông.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, khối chóp đều là khối chóp có các cạnh bên bằng nhau và đáy là đa giác đều

Do đó, mặt đáy của khối chóp tứ giác là hình vuông.

Câu 34: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 35: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Hình bát diện đều có số cạnh là

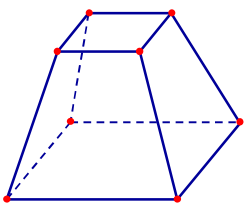
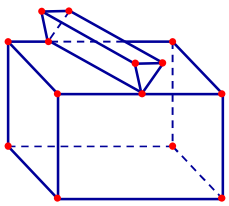
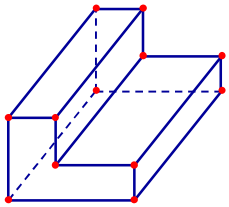
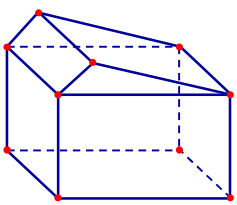
A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Hình bát diện đều có số cạnh là 12.

Câu 36: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho các khối hình sau:

Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

Mỗi hình trên gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), số đa diện lồi là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

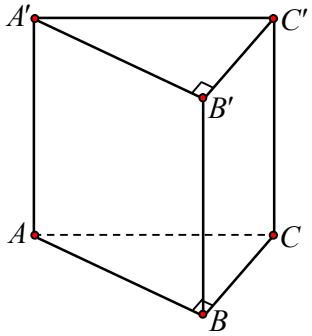
HD: có hai khối đa diện lồi là: Hình 1 và Hình 4.

Câu 37: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

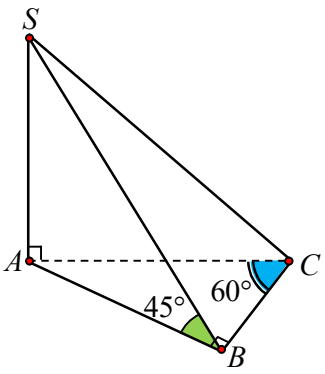
Thể tích khối lăng trụ $V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 38: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $\widehat{ACB}=60°$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và SB hợp với mặt đáy một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2\sqrt{3}}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA \perp (ABC)$

$\Rightarrow AB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow \left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = \widehat{SBA} = 45^\circ \Rightarrow$ tam giác SAB vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$.

Tam giác ABC vuông tại B có $BC = AB.\cot 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AB.BC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$

Khi đó thể tích khối chóp cần tìm là $V = \dfrac{1}{3} S_{ABC}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 39: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

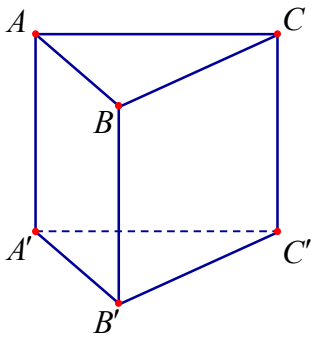
Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 40: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A



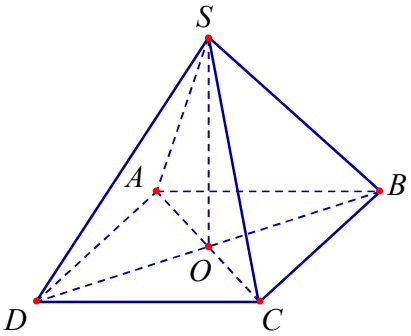
Thể tích của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là $V = a.\dfrac{1}{2}a.a = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 41: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $AC\cap BD=O$

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao.

Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{2}}=\dfrac{\sqrt{14}a}{2}$, $S_{ADBC}=a^2$

Vậy: $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 42: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a, SA$ vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\dfrac{1}{3}S.h=\dfrac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{3}=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 43: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(a-3)x+a+2018}{x-(b+3)}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung là tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $a+b$ là

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(a-3)x+a+2018}{x-(b+3)}=a-3\Rightarrow y=a-3$ là tiệm cận ngang

Mà đồ thị hàm số nhận trục hoành là tiệm cận ngang $\Rightarrow a-3=0\Leftrightarrow a=3$

$\lim\limits_{x\to b+3}\dfrac{(a-3)x+a+2018}{x-(b+3)}=\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số nhận $x=b+3$ làm tiệm cận đứng

Đồ thị hàm số nhận trục tung là tiệm cận đứng $\Rightarrow b+3=0 \Leftrightarrow b=-3 \Rightarrow a+b=3+(-3)=0$.

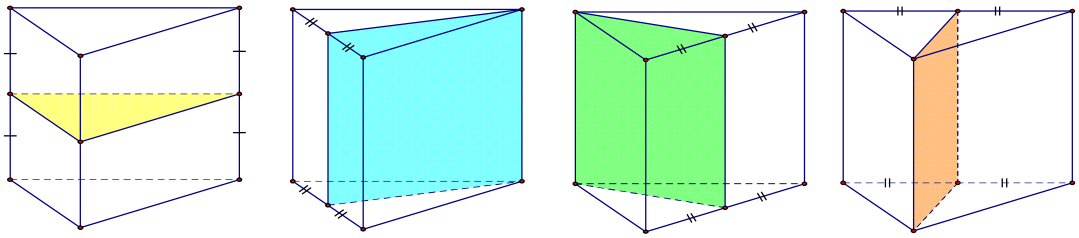
Câu 44: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ.



Câu 45: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Khối chóp tứ giác đều là khối đa diện đều loại $\{3;3\}$.

B. Khối bát diện đều không phải là khối đa diện lồi.

C. Lắp ghép hai khối hộp luôn được một khối đa diện lồi.

D. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

Lời giải

Chọn D

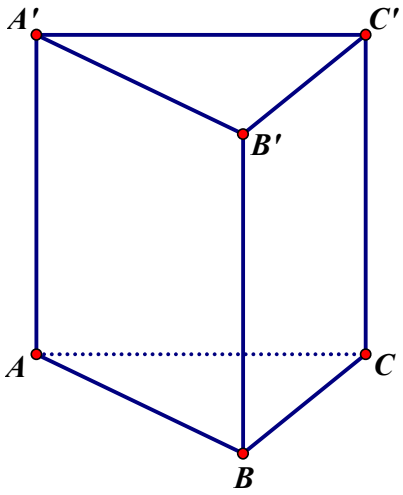
Khối tứ diện đều có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 46: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $BC=2a$; $\widehat{ABC}=30°$. Biết cạnh bên của lăng trụ bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải:

Chọn C



Tam giác ABC vuông tại A có $AB=BC.\cos\widehat{ABC}=2a.\cos 30°=a\sqrt{3}$; $AC=BC.\sin 30°=a$.

Hình lăng trụ có chiều cao $AA' = 2a\sqrt{3}$, diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = 2a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = 3a^3$.

Câu 47: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $12a^2$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $4a^2$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức thể tích khối lăng trụ ta có được: $V = S_d.h = 4a^2.3a = 12a^3$.

Câu 48: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ xác định trên $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0\ \forall x \in D$.

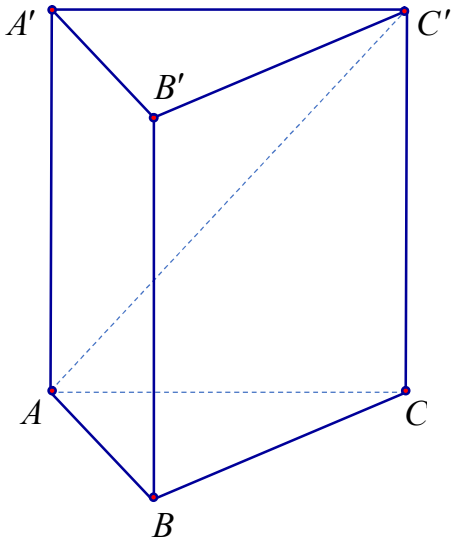
Do đó, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 49: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Tính thể tích của một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 5a$ đáy là tam giác đều cạnh $4a$.

A. $V = 12a^3$. **B.** $V = 20a^3$. **C.** $V = 20a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 12a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Trong $\Delta ACC'$ vuông tại C.

$AC^2 + CC'^2 = AC'^2 \Leftrightarrow CC'^2 = AC'^2 - AC^2 \Leftrightarrow CC' = 3a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = CC'.S_{\Delta ABC} = 3a.(4a)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = 12a^3\sqrt{3}$.

Câu 50: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Trong các khối đa diện sau, khối đa diện nào có số đỉnh và số mặt bằng nhau?

A. Khối lập phương. **B.** Khối bát diện đều.
C. Khối mười hai mặt đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Lời giải

Chọn D

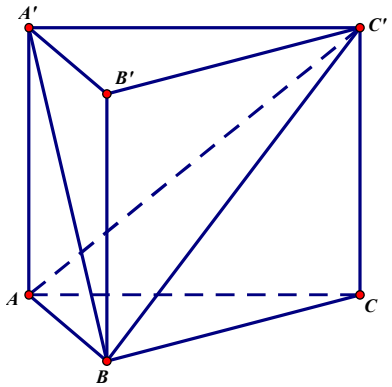
Khối tứ diện đều có bốn mặt và bốn đỉnh.

Câu 51: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Một khối lăng trụ tam giác có thể phân chia ít nhất thành n khối tứ diện có thể tích bằng nhau. Khẳng định nào sau đây là đúng?

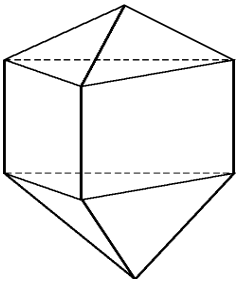
A. $n = 3$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 4$. **D.** $n = 8$.

Lời giải

Chọn A



Câu 52: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên:



A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Quan sát hình đa diện đã cho ta đếm được tất cả có 9 mặt.

Câu 53: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Có bao nhiêu loại khối đa diện đều?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào định lý khối đa diện đều.

Câu 54: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Có ba loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều là: khối tứ diện đều, khối bát diện đều và khối hai mươi mặt đều.

Câu 55: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Ba mặt. **C.** Bốn mặt. **D.** Hai mặt.

Lời giải

Chọn B

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt nên **Chọn B**

Câu 56: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Lăng trụ đều là lăng trụ

A. Có tất cả các cạnh bằng nhau.
B. Có đáy là tam giác đều và các cạnh bên vuông góc với đáy.
C. Đứng và có đáy là đa giác đều.
D. Có đáy là tam giác đều và các cạnh bên bằng nhau.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa về lăng trụ đều, ta chọn đáp án C.

Câu 57: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

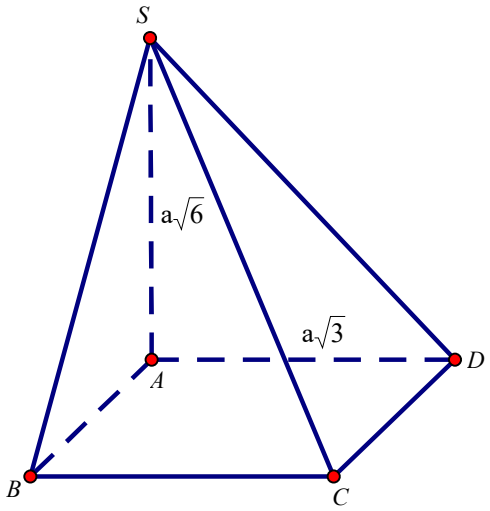
Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC}.AA' \Leftrightarrow V = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 58: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD}=\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2$.

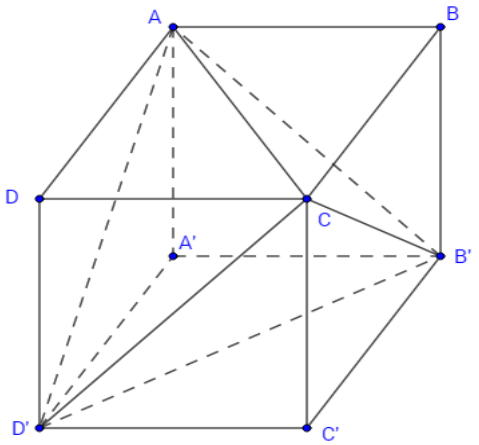
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{6}.3a^2=a^3\sqrt{6}$.

Câu 59: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Nếu không sử dụng thêm điểm nào khác ngoài các đỉnh của hình lập phương thì có thể chia hình lập phương thành

A. Bốn tứ diện đều và một hình chóp tam giác đều.
B. Năm hình chóp tam giác đều, không có tứ diện đều.
C. Một tứ diện đều và bốn hình chóp tam giác đều.
D. Năm tứ diện đều.

Lời giải

Chọn A



Hình chóp tam giác đều là $ACB'D'$.
Bốn tứ diện đều là $D.ACD'$, $C'.CB'D'$, $B.ACB'$ $A'.AB'D'$.

Câu 60: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong một hình đa diện, mỗi cạnh là cạnh chung của đúng bao nhiêu mặt?

A. Không có mặt nào. **B.** 3 mặt. **C.** 4 mặt. **D.** 2 mặt.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của 2 mặt.

Câu 61: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Khối lập phương thuộc loại khối đa diện nào? Chọn câu trả lời đúng.

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải:

Chọn B

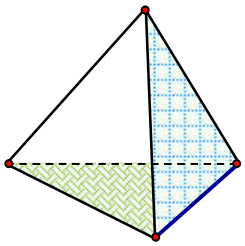
Câu 62: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho một hình đa diện. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh. **B.** Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
C. Mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt. **D.** Mỗi cạnh là cạnh chung của ít nhất 3 mặt.

Lời giải

Chọn D

Xét tứ diện



Quan sát đường tô đậm, ta thấy cạnh đó chỉ có hai mặt.

Do đó, khẳng định D sai.

Câu 63: **[2H1 – 2] (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $\square$ có đáy $\square$ là hình bình hành. $\square$ là trung điểm $\square$ và $\square$ là trọng tâm của tam giác $\square$. Gọi $\square$, $\square$ lần lượt là thể tích của các khối chóp $\square$ và $\square$, tính tỉ số $\square$**

A. $\square$. **B.** $\square$. **C.** $\square$. **D.** $\square$

Lời giải

$\square$

Chọn A

Cách 1:

Gọi $\square$ là thể tích khối chóp $\square$.

Ta có $\square$.

Mặt khác $\square$ $\square$ $\square$.

Dễ thấy $\square$; $\square$.

Vậy $\square$.

Suy ra, $\square$.

Cách 2:

$\square$

Câu 64: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào *đúng*? Số các đỉnh hoặc các mặt của bất kì hình đa diện nào cũng

A. lớn hơn hoặc bằng 4.
B. lớn hơn 4.
C. lớn hơn hoặc bằng 5.
D. lớn hơn 5.

Lời giải

Chọn A

Do ba điểm bất kì đều đồng phẳng nên đáp án đúng là **A.** Mà tứ diện là khối đa diện có số đỉnh và số mặt đều là 4.

Câu 65: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Một hình đa diện có tối thiểu bao nhiêu đỉnh?

A. 3.
B. 5.
C. 6.
D. 4.

Lời giải

Chọn D

Một hình đa diện có tối thiểu 4 đỉnh.

Câu 66: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Khối chóp có một nửa diện tích đáy là S, chiều cao là $2h$ thì có thể tích là:

A. $V = S.h$.
B. $V = \frac{1}{3}S.h$.
C. $V = \frac{4}{3}S.h$.
D. $V = \frac{1}{2}S.h$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.2S.2h = \frac{4}{3}S.h$.

Câu 67: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.
B. $V = \frac{1}{6}Bh$.
C. $V = Bh$.
D. $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

A. Bát diện đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Lăng trụ lục giác đều. **D.** Hình lập phương.

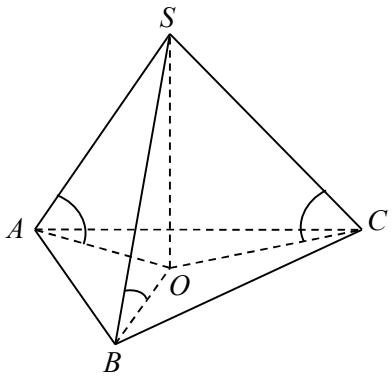
Lời giải

Chọn B

Trong các hình đa diện trên, chỉ có tứ diện không có tâm đối xứng.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.



Lời giải

Chọn A

Tam giác ABC đều có cạnh đáy bằng a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:

A. Ba mươi. **B.** Mười sáu. **C.** Mười hai. **D.** Hai mươi.

Lời giải

Chọn A

Hình mười hai mặt đều có số đỉnh là 20 (SGK HH12).

Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn A

* Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

* Thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}3a.a^2=a^3$.

Câu 5: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

A. $30, 20, 12$. **B.** $20, 12, 30$. **C.** $12, 30, 20$. **D.** $20, 30, 12$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

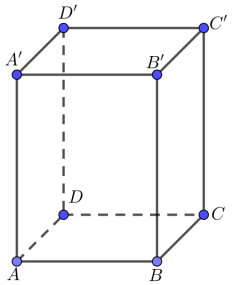
Theo giả thiết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy suy ra $SA \perp (ABCD)$. Mặt khác đáy $ABCD$ là hình vuông nên hình chóp $S.ABCD$ chỉ có một mặt phẳng đối xứng là (SAC).

Câu 7: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = AB.BC.AA'$. **B.** $V = \frac{1}{3}AB.BC.AA'$. **C.** $V = AB.AC.AA'$. **D.** $V = AB.AC.AD$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V = S.h$.

Trong đó $S = S_{ABCD} = AB.AD = AB.BC$ và $h = AA'$.

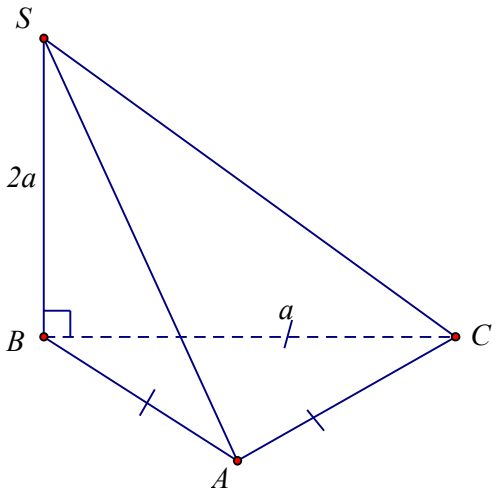
Vậy $V = AB.BC.AA'$ là mệnh đề đúng.

Câu 8: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

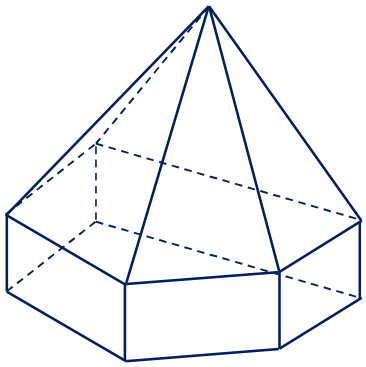
Lời giải

Chọn B



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SB=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 9: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Hình đa diện sau có bao nhiêu mặt?



A. 11. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

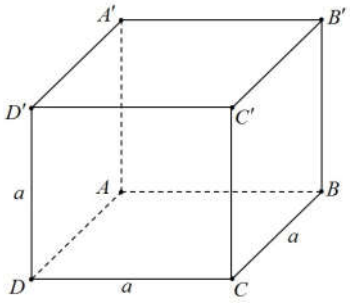
Dựa vào hình vẽ ta thấy hình đa diện trên có 11 mặt.

Câu 10: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $3a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Khối lăng trụ tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là khối lập phương cạnh a nên thể tích $V = a^3$.

Câu 11: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là:

A. 30. **B.** 60. **C.** 12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Khối đa diện đều có 12 mặt là khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ thì có số cạnh là 30.

Câu 12: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên hai lần. **C.** Giảm đi ba lần. **D.** Giảm đi hai lần.

Lời giải

Chọn A

Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần thì diện tích đáy tăng bốn lần. Vì giảm chiều cao đi bốn lần nên thể tích khối chóp không thay đổi.

Câu 13: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)**Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

B. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.

C. Hai khối chóp có hai đáy là hai đa giác bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

D. Hai khối đa diện bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

+ **Phương án A sai** vì hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau nhưng diện tích đáy chưa bằng nhau thì thể tích không bằng nhau.

+ **Phương án B sai** vì hai khối đa diện có thể tích bằng nhau nhưng có thể đó là một khối chóp và một khối lăng trụ nên hai khối đó không bằng nhau.

+ **Phương án C sai** vì hai khối chóp có đáy bằng nhau nhưng chiều cao chưa bằng nhau thì thể tích không bằng nhau.

+ **Phương án D đúng** theo khái niệm thể tích khối đa diện " Nếu hai khối (H_1) và (H_2) bằng nhau thì $V_{(H_1)} = V_{(H_2)}$ ".

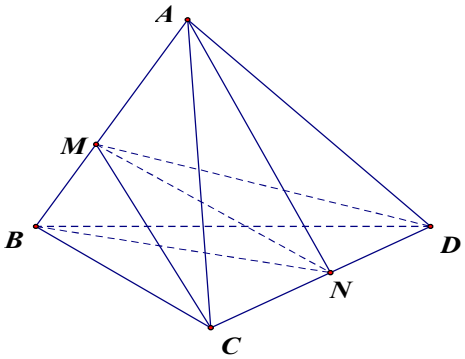
Câu 14: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$. **B.** $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

C. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$. **D.** $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.

Lời giải

Chọn B



Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện: $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

Câu 15: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Tứ diện đều. **B.** Hai mươi mặt đều. **C.** Tám mặt đều. **D.** Lập phương.

Lời giải

Chọn B

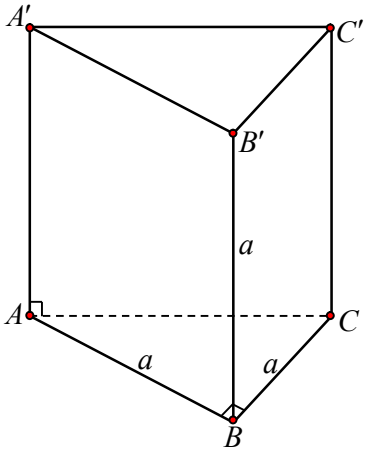
Theo SGK Hình học 12 trang 17 thì khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều.

Câu 16: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



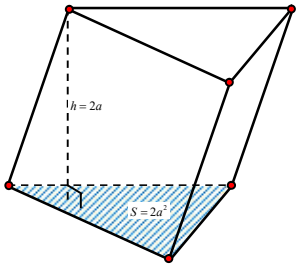
Thể tích khối lăng trụ $V=S_{ABC}.BB'=\dfrac{1}{2}BA.BC.BB'=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 17: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Một khối lăng trụ có chiều cao bằng $2a$ và diện tích đáy bằng $2a^2$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{4a^2}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối lăng trụ $V = 2a^2.2a = 4a^3$.

Câu 18: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Hãy chọn cụm từ (hoặc từ) cho dưới đây để sau khi điền nó vào chỗ trống mệnh đề sau trở thành mệnh đề đúng: "Số cạnh của một hình đa diện luôn …… số đỉnh của hình đa diện ấy."

A. lớn hơn hoặc bằng. **B.** bằng. **C.** lớn hơn. **D.** nhỏ hơn.

Lời giải

Chọn C

Câu 19: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Khối lập phương có diện tích toàn phần bằng $150\,\text{cm}^2$. Thể tích của khối lập phương đó bằng:

A. $125\,\text{cm}^3$. **B.** $\frac{375\sqrt{3}}{8}\,\text{cm}^3$. **C.** $125\,\text{cm}^2$. **D.** $\frac{375\sqrt{3}}{8}\,\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $a > 0$ là độ dài cạnh của lập phương.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $S_{tp} = 6a^2 = 150$. Suy ra $a = 5\,\text{cm}$.

Vậy thể tích khối lập phương là $V = a^3 = 125\,\text{cm}^3$.

Câu 20: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Một khối chóp có diện tích đáy bằng $3\sqrt{2}$ và thể tích bằng $\sqrt{50}$. Tính chiều cao của khối chóp đó.

A. 10. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp có diện tích đáy là S, chiều cao h có thể tích là $V = \frac{1}{3}Bh$

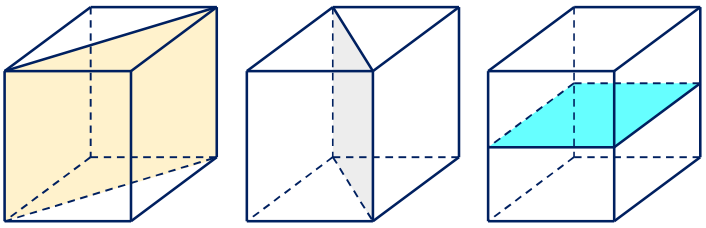
Suy ra $h = \frac{3V}{S} = \frac{3\sqrt{50}}{3\sqrt{2}} = 5$.

Câu 21: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Hình hộp đứng đáy là hình thoi có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

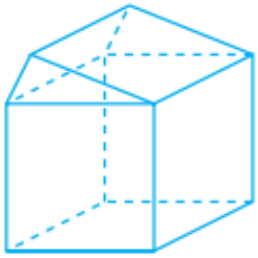
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Câu 22: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

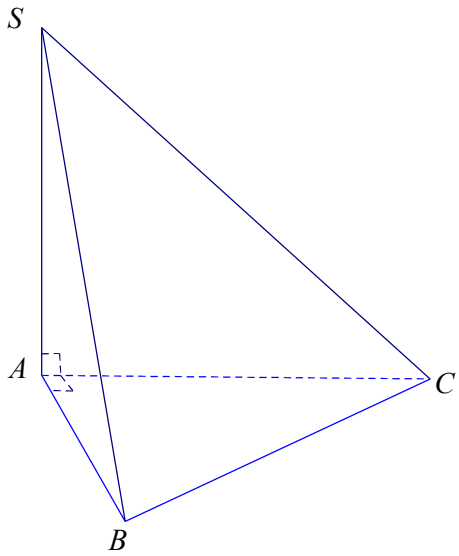
Từ hình vẽ 1 suy ra có 9 mặt.

Câu 23: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=a$, $AC=2a$ cạnh SA vuông góc với (ABC) và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $a^3\sqrt{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



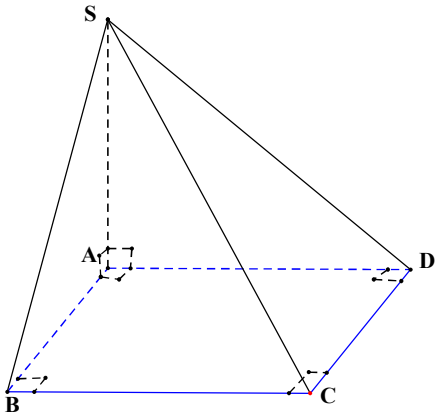
Ta có, $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}SA.AB.AC=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết diện tích đáy bằng m. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\frac{1}{3}m.SA$. **B.** $V=\frac{1}{3}m.SB$. **C.** $V=\frac{1}{3}m.SC$. **D.** $V=\frac{1}{3}m.SD$.

Lời giải

Chọn A



$\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(SAD)=SA\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$ suy ra SA là đường cao khối chóp $S.ABCD$.

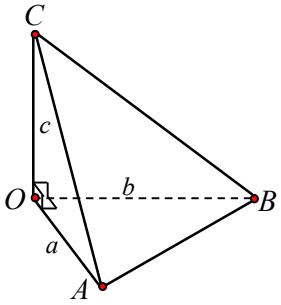
Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V=\frac{1}{3}m.SA$.

Câu 25: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$. Tính thể tích khối tứ diện $OABC$.

A. abc. **B.** $\frac{abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{6}$. **D.** $\frac{abc}{2}$.

Lời giải

Chọn C



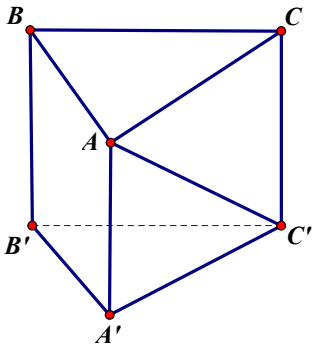
Thể tích khối tứ diện $OABC$: $V=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{acb}{6}$.

Câu 26: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn C



Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C' \Rightarrow AA' \perp (ABC)$.

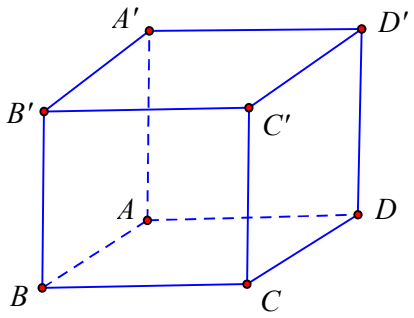
Ta có $V = Bh = \frac{1}{2}AB.AC.AA' = \frac{1}{2}a.2a.a = a^3$.

Câu 27: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 10. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.

A. $\sqrt{10}$. **B.** 100. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(ADD'A') // (BCC'B') \Rightarrow d\left((ADD'A');(BCC'B')\right) = d\left(A;\left((BCC'B')\right)\right) = AB = 10$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**:

A. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

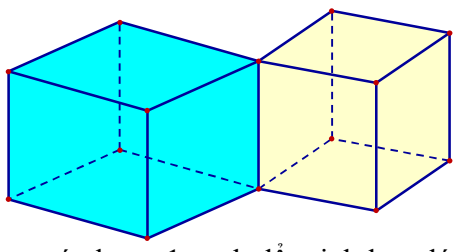
B. Lắp ghép hai khối hộp sẽ được một khối đa diện lồi.

C. Khối lập phương là khối đa diện lồi.

D. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.

Lời giải

Chọn B



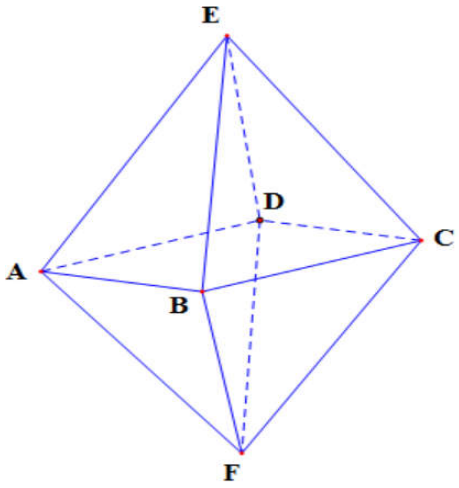
Ví dụ: hai cái hình lập phương có chung 1 cạnh để minh họa đó không phải là đa diện lồi vì không thỏa mãn điều kiện: Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của khối đa diện (H) luôn thuộc (H).

Câu 29: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Số đỉnh của một hình bát diện đều là

A. 12. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D



Hình bát diện đều có sáu đỉnh.

Câu 30: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích $V = a^3$.

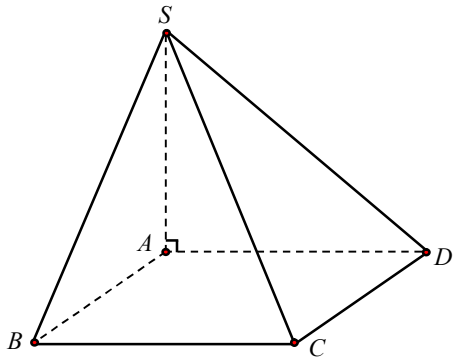
Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 2 là $V = 8$.

Câu 31: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



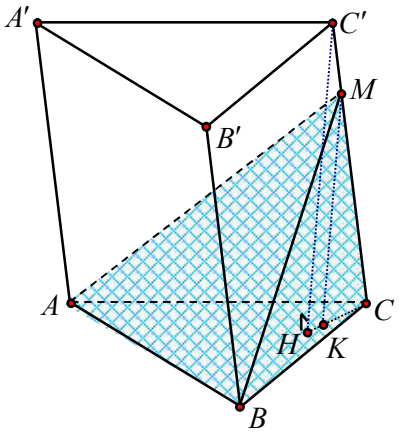
Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM = 3C'M$. Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{3V}{4}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C' và M lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $C'H // MK \Rightarrow \frac{MK}{CC'} = \frac{CM}{CC'} = \frac{3}{4}$.

Khi đó $V_{M.ABC} = \frac{1}{3}MK.S_{ABC} \Leftrightarrow V_{M.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3}{4}CC'.S_{ABC} = \frac{V}{4}$.

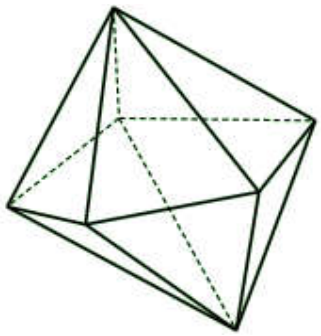
Câu 33: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
B. Hai khối lăng trụ có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
C. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.
D. Hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

Lời giải

Chọn A

Câu 34: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?



A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình đa diện bên có 10 mặt.

Câu 35: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ có thể tích V, diện tích đáy là B và chiều cao h. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \sqrt{Bh}$. **D.** $V = 3Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

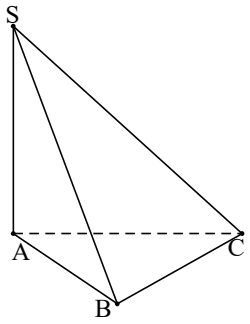
Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V = Bh$.

Câu 36: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA = AC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB^2.SA = \frac{1}{6}.\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 37: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

A. Hình lăng trụ tứ giác đều. **B.** Hình bát diện đều.

C. Hình tứ diện đều. **D.** Hình lập phương

Lời giải

Chọn C

Ta có phép đối xứng tâm I biến hình (H) thành chính nó. Khi đó hình (H) có tâm đối xứng là I suy ra hình lăng trụ tứ giác đều, hình bát diện đều và hình lập phương là các hình đa diện có tâm đối xứng.

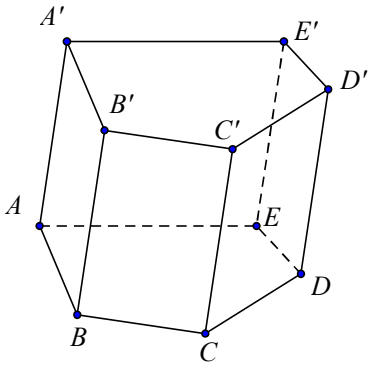
Câu 38: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 20. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Hình vẽ.

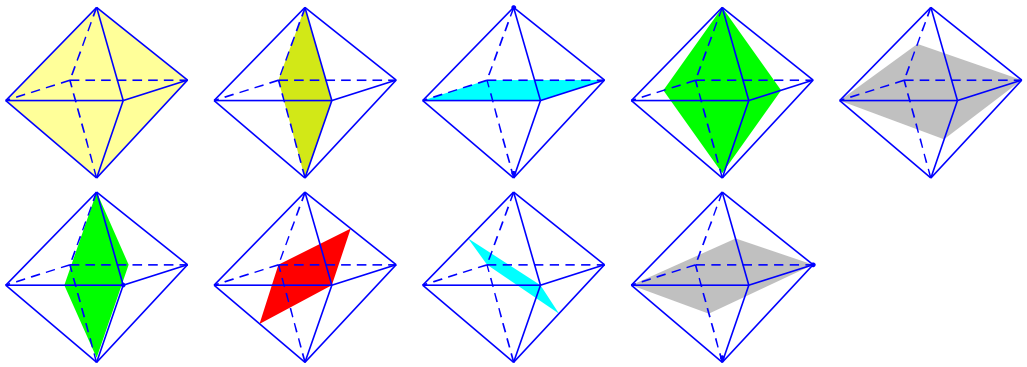


Câu 39: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



Câu 40: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.

A. 4. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích tam giác đều cạnh 2 là $S=\frac{1}{2}.2.2.\sin 60^\circ=\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}.\sqrt{3}.4=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 41: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định, phân biệt và điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

A. Tập hợp các điểm M là một mặt phẳng. **B.** Tập hợp các điểm M là một mặt trụ.
C. Tập hợp các điểm M là một mặt nón. **D.** Tập hợp các điểm M là một mặt cầu.

Lời giải

Chọn B

Do hai điểm A, B cố định nên khoảng cách giữa hai điểm A, B cố định.

Mà diện tích tam giác MAB không đổi nên khoảng cách từ M đến đoạn thẳng AB không đổi $\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M trong không gian cách đoạn thẳng AB một khoảng không đổi là một hình trụ.

Câu 42: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 30 cạnh. **B.** 12 cạnh. **C.** 16 cạnh. **D.** 20 cạnh.

Hướng dẫn giải

Chọn A

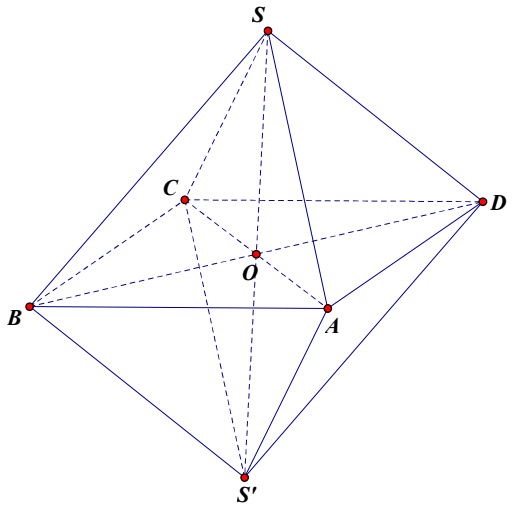
Khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh và các mặt là những ngũ giác đều.

Câu 43: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hình bát diện đều như hình vẽ. khi đó Bán kính mặt cầu $R = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2}$.

$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 44: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 45: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Số đỉnh của một hình bát diện đều là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bát diện đều có dạng $\{3;4\} \Rightarrow \begin{cases} n = 3; p = 4 \\ M = 4 \end{cases} \Rightarrow D = \frac{n.M}{p} = 6.$

Câu 46: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Hình mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh ?

A. 30. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Câu 47: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho một hình lăng trụ có diện tích mặt đáy là B, chiều cao bằng h, thể tích bằng V. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = 3Bh$. **D.** $V = \sqrt{Bh}$.

Lời giải

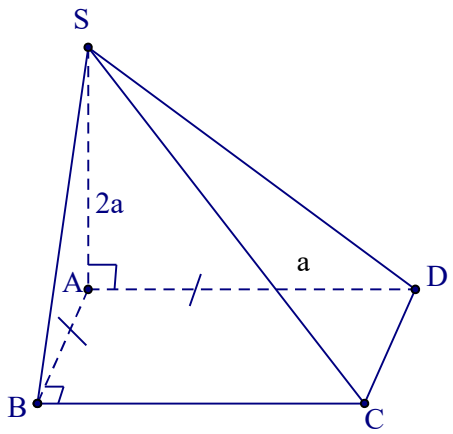
Chọn A

Câu 48: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho một hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, thể tích của khối chóp là V. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $V = \frac{2}{3}a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{2}{3}a^3$.

Câu 49: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B

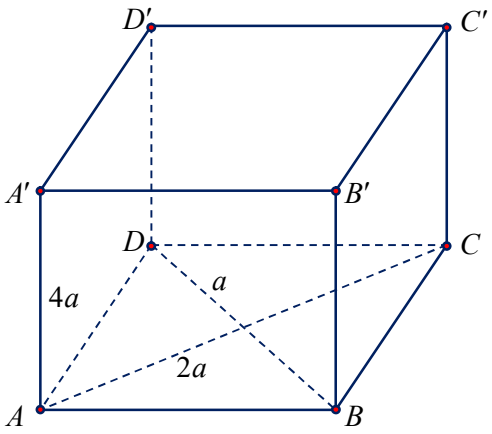
Ta có $V = \frac{1}{3}S_d.h = \frac{1}{3}3a^2.2a = 2a^3$.

Câu 50: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $2a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8a^3}{3}$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn D



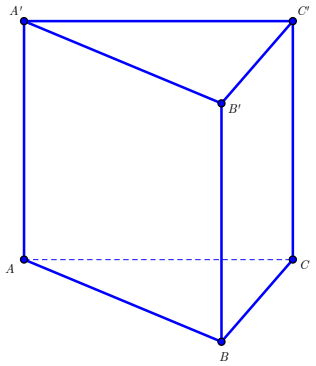
Ta có $S_d = \frac{1}{2} AC.BD = a^2$; $V = S_d.AA' = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 51: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V = Bh = S_{ABC}.AA' = a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 52: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Nếu một khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h thì thể tích V của nó được tính theo công thức ?

A. $V = Bh$. **B.** $V = 3Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Theo kiến thức cơ bản thì $V = Bh$.

Câu 53: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là:

A. $2a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là: $V = (3a)^3 = 27a^3$.

Câu 54: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác có bao nhiêu cạnh?

A. 60. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh và các mặt là những ngũ giác đều.

Câu 55: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích $V = 1$. Tính thể tích V_1 của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V_1 = \frac{1}{3}$. **B.** $V_1 = \frac{1}{2}$. **C.** $V_1 = \frac{1}{6}$. **D.** $V_1 = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

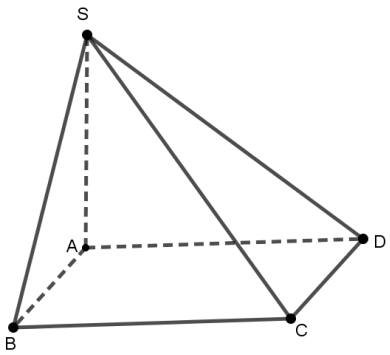
Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cùng chiều cao mà $S_{ABC} = \frac{1}{2}S_{ABCD}$ nên $V_1 = \frac{1}{2}V = \frac{1}{2}$.

Câu 56: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 3a$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



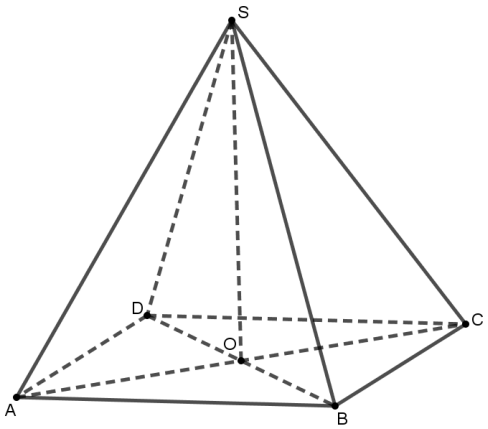
$V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$.

Câu 57: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Khối chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích bằng $\frac{2}{3}$. Tính cạnh của khối chóp.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt độ dài cạnh hình chóp là x. Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{x^2-\frac{x^2}{2}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}$.

$V=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{3}.SO._{ABCD}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{3}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}.x^2=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

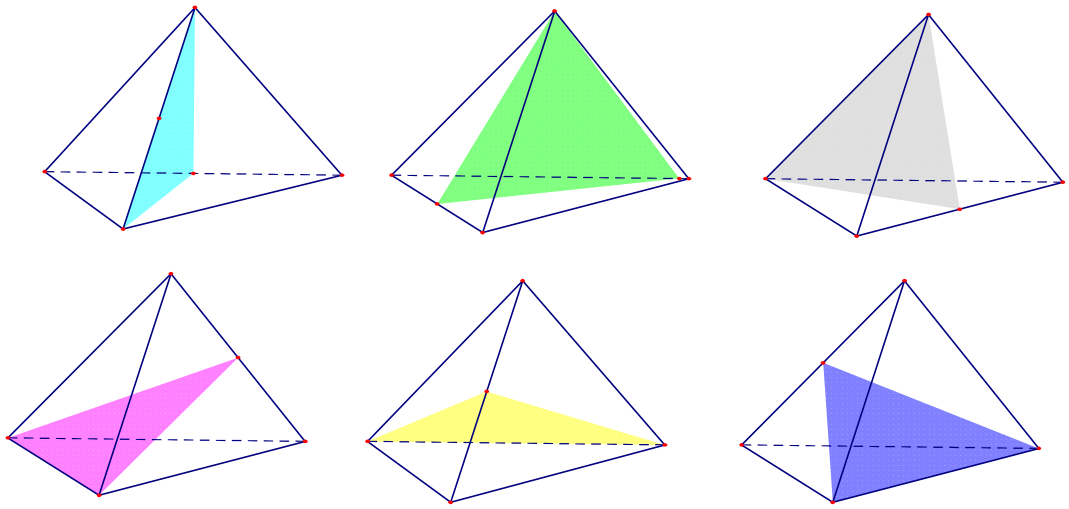
Câu 58: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Khối tứ diện đều có mấy mặt phẳng đối xứng.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C.

Các mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là các mặt phẳng chứa một cạnh và qua trung điểm cạnh đối diện.



Câu 59: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

A. 100. **B.** 20. **C.** 64. **D.** 80.

Lời giải

Chọn D

Lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5 nên có chiều cao $h=5$.

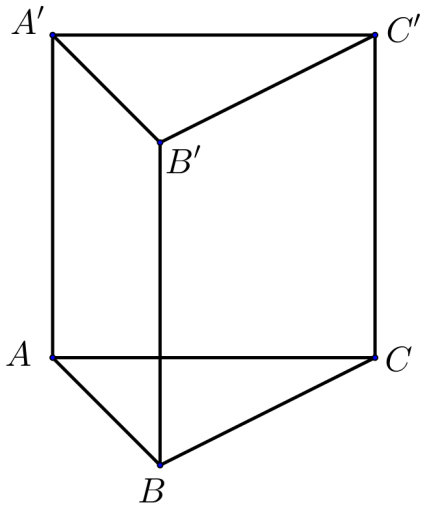
Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{ABCD}.h=4^2.5=80$.

Câu 60: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

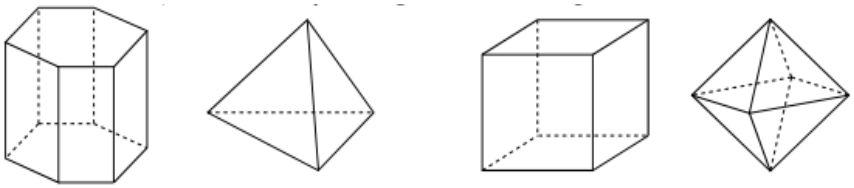
Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 61: **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Lăng trụ lục giác đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Hình lập phương. **D.** Bát diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B

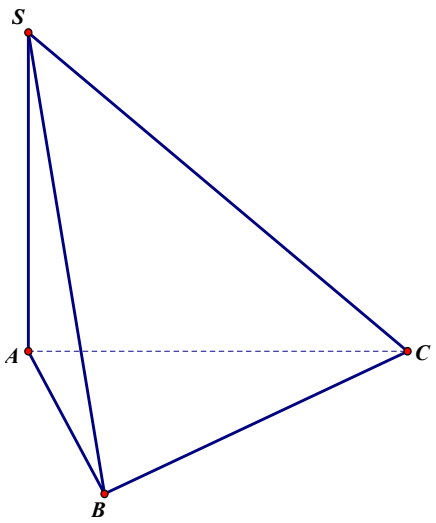
Dễ thấy hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 62: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt đáy, tam giác ABC vuông tại A, $SA=2\text{cm}$, $AB=4\text{cm}$, $AC=3\text{cm}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{12}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\dfrac{24}{5}\text{cm}^3$. **C.** $\dfrac{24}{3}\text{cm}^3$. **D.** 24cm^3.

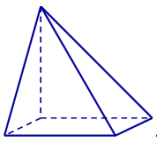
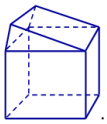
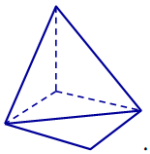
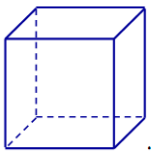
Lời giải

Chọn A



$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.2.\frac{1}{2}.4.3=4\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 63: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện ?

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

Lời giải

Chọn C

Câu 64: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

Số các cạnh của hình đa diện đều luôn luôn:

A. Lớn hơn 6.

B. Lớn hơn 7.

C. Lớn hơn hoặc bằng 8.

D. Lớn hơn hoặc bằng 6.

Lời giải

Chọn D

Hình tứ diện là một hình đa diện nên ta chọn **D**.

Câu 65: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Gọi M, C, $Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện đều. Khi đó $S=M+C+Đ$ bằng:

A. $S=24$.

B. $S=26$.

C. $S=30$.

D. $S=14$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bát diện đều có số mặt là 8, số cạnh là 12, số đỉnh là 6.

Vậy $S=M+C+Đ=26$.

Câu 66: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$, $BC=2a$, $SA=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a.

A. $\frac{8a^3}{3}$.

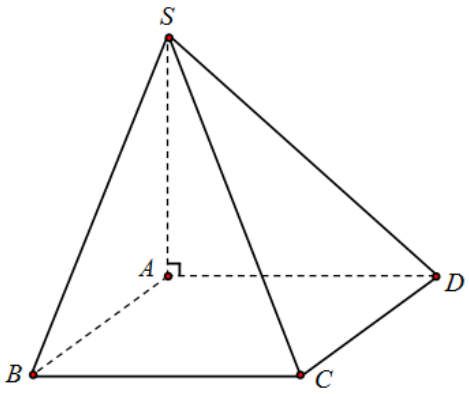
B. $\frac{4a^3}{3}$.

C. $\frac{6a^3}{3}$.

D. $4a^3$.

Lời giải

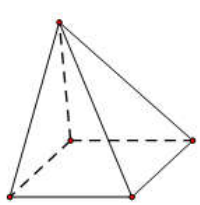
Chọn B

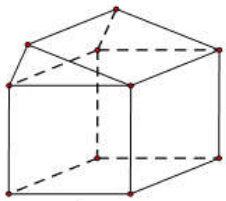


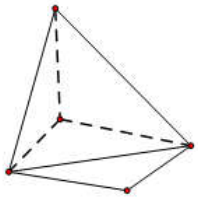
Ta có $S_{ABCD} = AB.CD = 2a^2$.

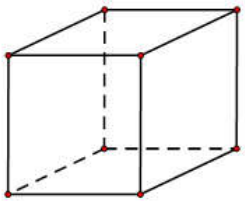
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}2a.2a^2 = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 67: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 4. **D.** Hình 3.

Lời giải

Chọn D

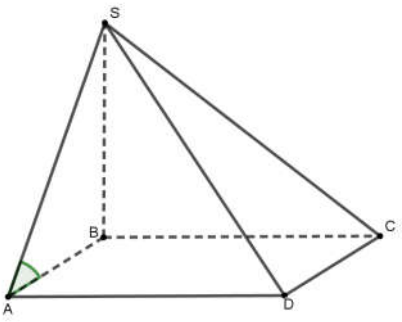
Có một cạnh là cạnh chung của 3 mặt.

Câu 68: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có:

$(SAD)\cap(ABCD)=AD$; $AB\perp AD$, $AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp SA$ nên góc tạo bởi mặt phẳng (SAD) và đáy là $\widehat{SAB}=60^{\circ}$.

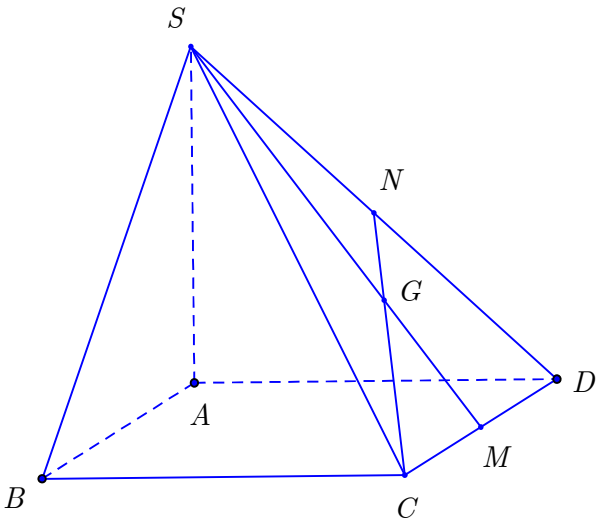
$V_{SABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SB=\frac{1}{3}.(2a)^2.2a.\tan 60^0=\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 69: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tính thể tích khối chóp $G.ABCD$.

A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** $\frac{1}{12}a^3$. **C.** $\frac{2}{17}a^3$. **D.** $\frac{1}{9}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của CD và SD.

Ta có $\frac{1}{3}=\frac{GM}{SM}=\frac{d(G,(ABCD))}{d(S,(ABCD))}$.

Ta có $V_{G.ABCD}=\frac{1}{3}d(G,(ABCD)).S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{9}$.

Câu 70: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a thì có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều: $V = h.S = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có chiều cao lăng trụ $h=3a$.

Thể tích của khối lăng trụ $V=Bh=3a^3$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{3}{2}a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=9a^3$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề ta có: diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao của lăng trụ $h=a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3a^2.a=3a^3$.

Câu 3: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

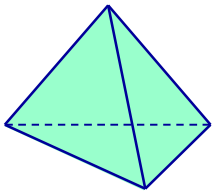
A. abc. **B.** $\frac{1}{2}abc$. **C.** $\frac{1}{3}abc$. **D.** $3abc$.

Lời giải

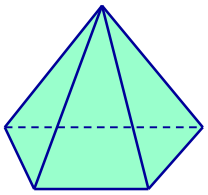
Chọn A

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V=abc$.

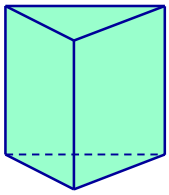
Câu 4: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?



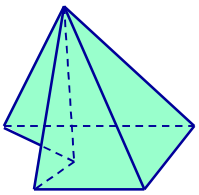
Hình (I)



Hình (II)



Hình (III)

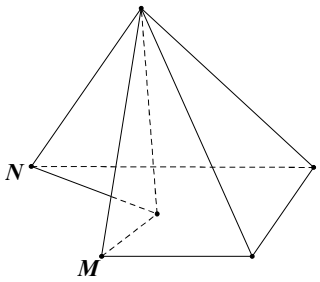


Hình (IV)

A. Hình (IV). **B.** Hình (III). **C.** Hình (II). **D.** Hình (I).

Lời giải

Chọn A



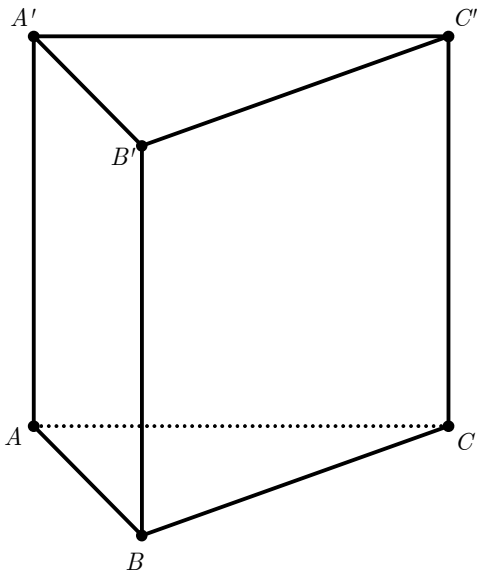
Ta có đường nối hai điểm MN không thuộc hình IV nên đây không phải là đa diện lồi.

Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông tại B; $AB=2a$, $BC=a$, $AA'=2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Vì lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông nên ta có thể tích lăng trụ là

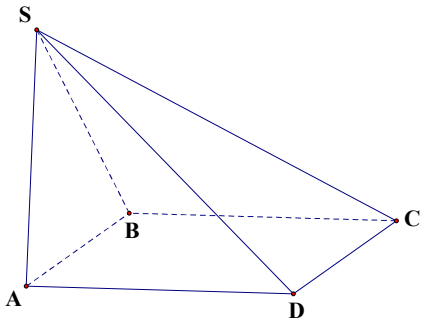
$V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{2}.2a.a.2a\sqrt{3}=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 6: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB=a$, $AD=2a$. SA vuông góc mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.SA.dt\left(ABCD\right)=\frac{1}{3}.SA.AB.AD=\frac{a\sqrt{3}.a.2a}{3}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 7: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{6}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

Câu 8: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Khối lăng trụ có chiều cao bằng h, diện tích đáy bằng B có thể tích là

A. $V = \frac{1}{6}B.h$. **B.** $V = B.h$. **C.** $V = \frac{1}{3}B.h$. **D.** $V = \frac{1}{2}B.h$.

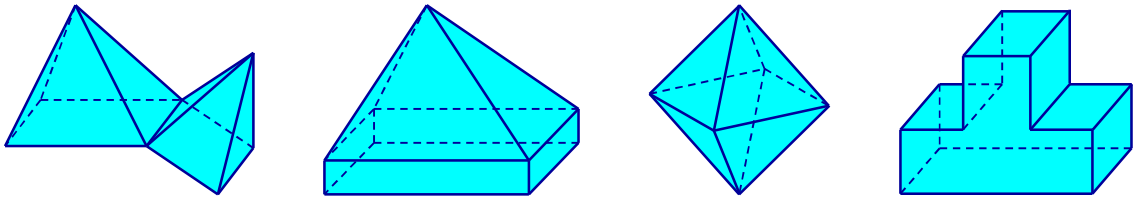
Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ $V = B.h$.

Câu 9: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n.

A. $n = 4$. **B.** $n = 2$. **C.** $n = 1$. **D.** $n = 3$.



Lời giải

Chọn D

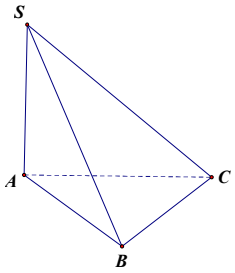
Số hình đa diện là 3 vì hình đầu tiên không phải hình đa diện.

Câu 10: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{12}$. **B.** $V = a^2\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp có thể tích $V = 36(\text{cm}^3)$ và diện tích mặt đáy $B = 6(\text{cm}^2)$. Chiều cao của khối chóp là

A. $h = 72(\text{cm})$. **B.** $h = \frac{1}{2}(\text{cm})$. **C.** $h = 6(\text{cm})$. **D.** $h = 18(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn D

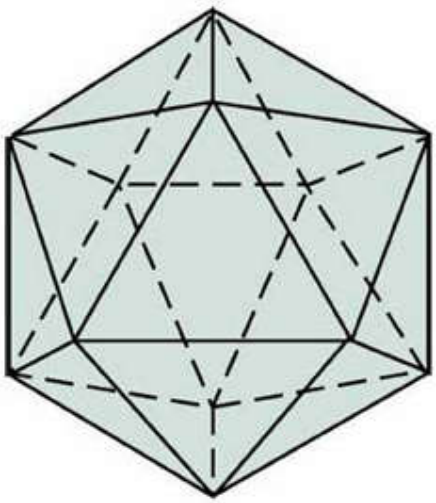
Ta có $h=\dfrac{3V}{B}=\dfrac{3.36}{6}=18\,(\text{cm})$.

Câu 12: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào sau đây?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;5\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn C



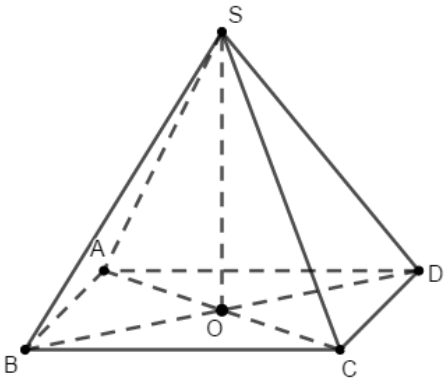
Khối hai mươi mặt đều có các mặt là tam giác nên thuộc loại $\{3;5\}$.

Câu 13: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D



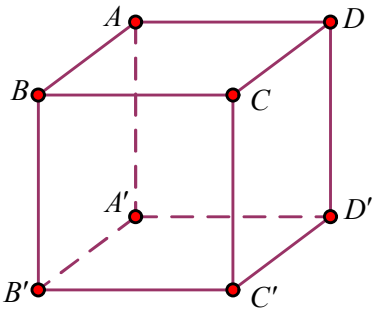
Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}h.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.a^2=a^3$

Câu 14: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



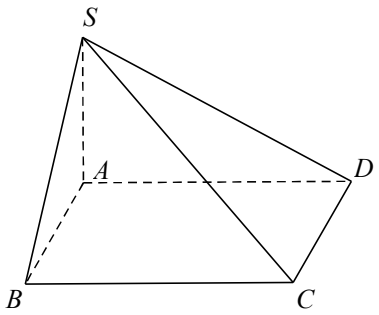
$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AA'.AD = a^3$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = a^3\sqrt{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác SAB vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 16: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương có thể tích bằng 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương là

A. 36. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Giả sử hình lập phương có cạnh a. Ta có $a^3 = 8 \Leftrightarrow a = 2$.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $6a^2 = 24$.

Câu 17: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$ là

A. $R = 2a$. **B.** $R = 2\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt[3]{7}a$.

Lời giải

Chọn A

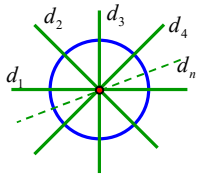
Thể tích khối cầu $V=\dfrac{32\pi a^3}{3}\Leftrightarrow\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi a^3}{3}\Leftrightarrow R=2a$.

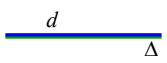
Câu 18: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

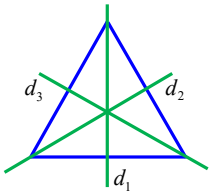
A. Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

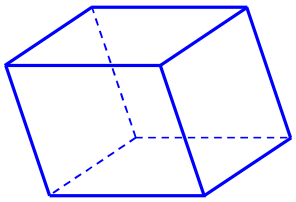
Lời giải

Chọn C









- Đường tròn có vô số trục đối xứng, các trục này đi qua tâm đường tròn.
- Đường thẳng có 1 trục đối xứng trùng với nó.
- Tam giác đều có 3 trục đối xứng, các trục này đi qua trọng tâm của tam giác đều.
- Hình hộp xiên không có trục đối xứng.

Câu 19: **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 8. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Khối bát diện đều có 6 đỉnh và 12 cạnh.

Câu 20: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng 5, thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. 243. **B.** 25. **C.** 81. **D.** 125.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy y' đổi dấu hai lần. Tuy nhiên tại $x=0$ thì $V=5^3=125$.

Câu 21: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(-1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng đi qua A và vuông góc BC.

A. $x-2y-5z=0$. **B.** $x-2y-5z-5=0$. **C.** $x-2y-5z+5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng qua $A(2;1;-1)$ nhận $\overrightarrow{BC}=(1;-2-5)$ làm vtpt:

$x-2-2(y-1)-5(z+1)=0\Leftrightarrow x-2y-5z-5=0$.

Câu 22: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V=\dfrac{1}{3}Sh$. **B.** $V=3Sh$. **C.** $V=\dfrac{1}{2}Sh$. **D.** $V=Sh$.

Lời giải

Chọn A

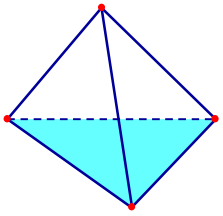
Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Câu 23: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh?

A. 4 cạnh. **B.** 3 cạnh. **C.** 5 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Lời giải

Chọn D



Hình tứ diện có 6 cạnh.

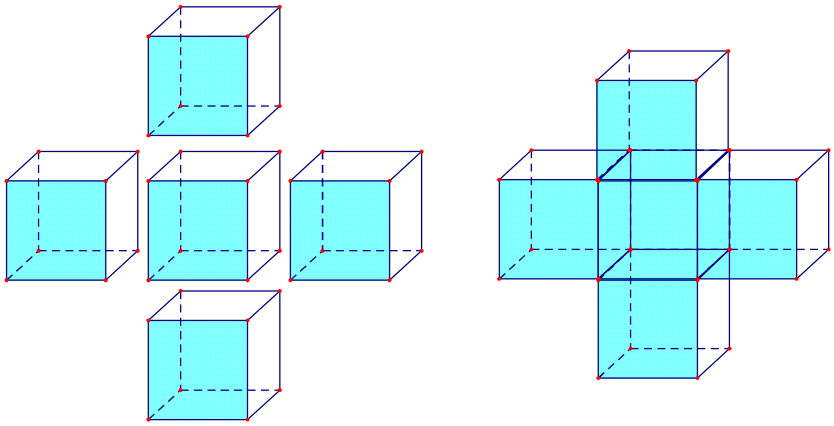
Câu 24: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Công thức tính thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy là B và chiều cao h là

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{2}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 25: **(THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018)** Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó.



A. $S_{tp}=20a^2$. **B.** $S_{tp}=12a^2$. **C.** $S_{tp}=30a^2$. **D.** $S_{tp}=22a^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích toàn phần của 5 khối lập phương là $5.6a^2=30a^2$.

Khi ghép thành khối hộp chữ thập, đã có $4.2=8$ mặt ghép vào phía trong, do đó diện tích toàn phần cần tìm là $30a^2-8a^2=22a^2$.

Câu 26: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

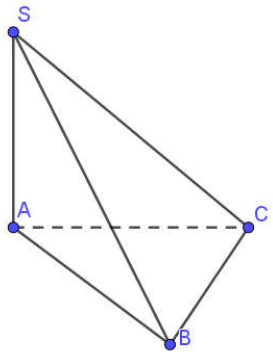
Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là $V=\left(\sqrt{3}\right)^3=3\sqrt{3}$.

Câu 27: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$; $AC=a$; $SA=3a$; $SA\perp(ABC)$. Thể tích của hình chóp là

A. $V=2a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích của hình chóp là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AB.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2a.a.3a=a^3$.

Câu 28: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3a^2.2a=6a^3$.

Câu 29: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối tự diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=a$; $OB=b$; $OC=c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào sau đây

A. $V=\frac{1}{2}a.b.c$. **B.** $V=\frac{1}{3}a.b.c$. **C.** $V=\frac{1}{6}a.b.c$. **D.** $V=3a.b.c$.

Lời giải

Chọn C

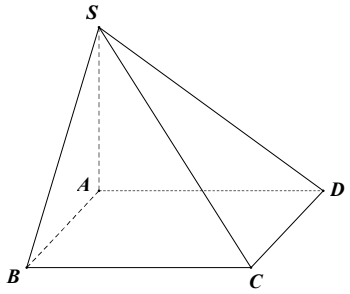
$V_{OABC}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}.OA.\frac{1}{2}OB.OC=\frac{1}{6}a.b.c$

Câu 30: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA=6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $12\sqrt{3}a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



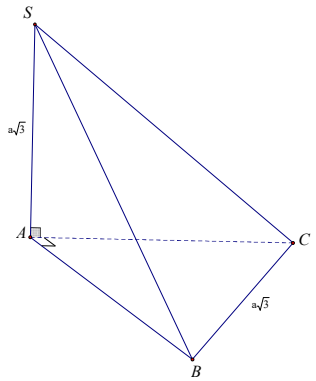
Ta có $S_{ABCD}=4a^2$. Do SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=8a^3$.

Câu 31: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy và $SA=BC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AB^2+AC^2=BC^2\Rightarrow 2AB^2=3a^2\Rightarrow AB=a\sqrt{\frac{3}{2}}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{3a^2}{4}$.

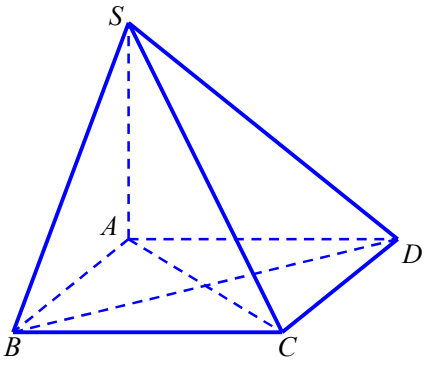
Suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{3a^2}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 32: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SA=\frac{1}{3}\cdot a^2\cdot 2a=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=\frac{1}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=2Sh$.

Lời giải

Chọn D

$V = h.S_{ABCD} = h.2S = 2Sh$.

Câu 34: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = a^3$ (đvtt). **B.** $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{2}$ (đvtt). **C.** $V_{S.ABC} = 3a^3$ (đvtt). **D.** $V_{S.ABC} = a^2$ (đvtt).

Lời giải

Chọn A

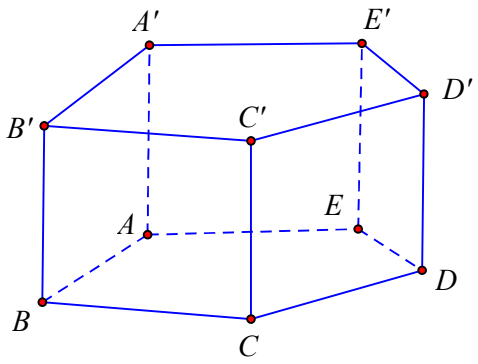
Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{6}SA.AB.AC.\sin 60° = \frac{1}{6}a\sqrt{3}.2a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = a^3$.

Câu 35: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. 7 mặt. **B.** 9 mặt. **C.** 6 mặt. **D.** 5 mặt.

Lời giải

Chọn A



Khối lăng trụ ngũ giác $ABCDE.A'B'C'D'E'$ có 7 mặt (5 mặt bên và 2 mặt đáy).

Câu 36: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = Bh$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Câu 37: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trong tất cả các loại hình đa diện đều sau đây, hình nào có số mặt nhiều nhất?

A. Loại $\{3;4\}$. **B.** Loại $\{5;3\}$. **C.** Loại $\{4;3\}$. **D.** Loại $\{3;5\}$.

Lời giải

Chọn D

Loại $\{3;4\}$ có 8 mặt.

Loại $\{5;3\}$ có 12 mặt.

Loại $\{4;3\}$ có 6 mặt.

Loại $\{3;5\}$ có 20 mặt. Suy ra kết quả là đáp án **D.**

Câu 38: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Lời giải

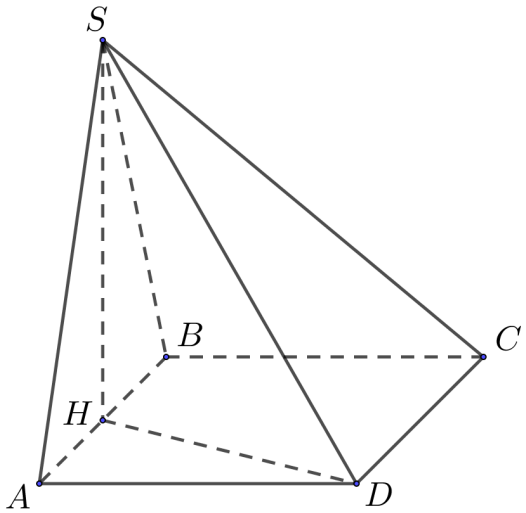
Chọn D

Câu 39: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{SD^2-\left(AH^2+AD^2\right)}=\sqrt{\frac{9a^2}{4}-\left(\frac{a^2}{4}+a^2\right)}=a$.

Vậy: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{a^3}{3}$.

Câu 40: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn A

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=a$.

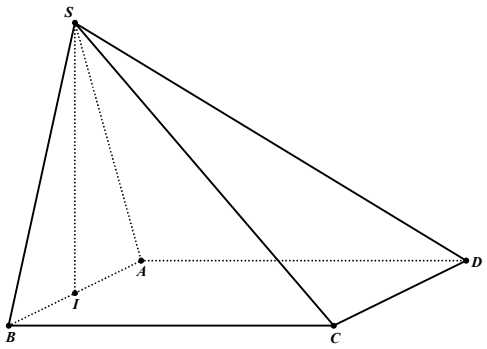
Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'}=BB'.S_{ABC}=a.\frac{a.a}{2}=\frac{a^3}{2}$.

Câu 41: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB suy ra $SI \perp (ABCD)$ và $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{2}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = Bh$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Câu 43: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{4}{3}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn B

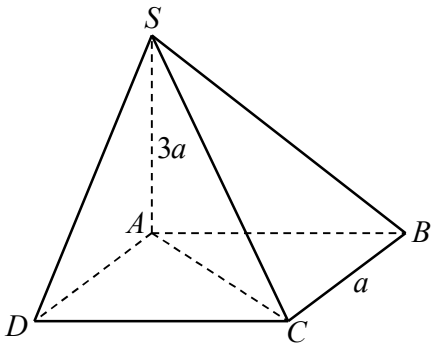
Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 44: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn B



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.3a=a^3$.

Câu 45: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O và $OA=2$, $OB=4$, $OC=6$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng.

A. 48. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.2.4.6=8$.

Câu 46: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Theo lý thuyết thì hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 47: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V=60$. **B.** $V=180$. **C.** $V=50$. **D.** $V=150$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích $V=S.h=6^2.5=180$.

Câu 48: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B. Nếu giữ nguyên chiều cao h, còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là:

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $B'=3B$ nên thể tích khối chóp mới là $V=\frac{1}{3}B'h=Bh$.

Câu 49: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\left(10^{\alpha}\right)^2=100^{\alpha}$. **B.** $\sqrt{10^{\alpha}}=\left(\sqrt{10}\right)^{\alpha}$. **C.** $\sqrt{10^{\alpha}}=10^{\frac{\alpha}{2}}$. **D.** $\left(10^{\alpha}\right)^2=10^{\alpha^2}$.

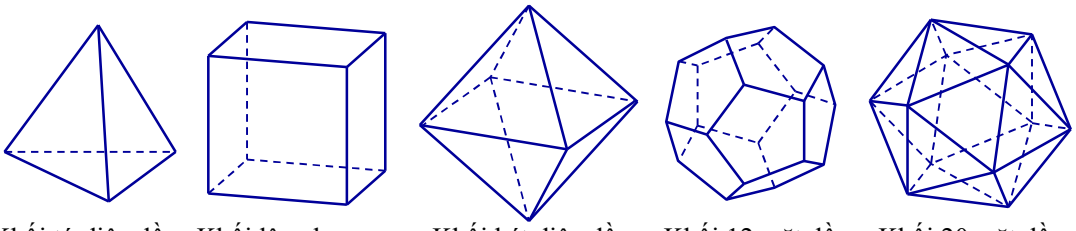
Lời giải

Chọn D

Đáp án D sai do với mọi $a>0$ và $m,\ n\in\mathbb{R}$ ta có: $\left(a^m\right)^n=\left(a^n\right)^m=a^{m.n}$.

Khi đó $\left(10^\alpha\right)^2=\left(10^2\right)^\alpha=10^{2\alpha}$.

Câu 50: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều | Khối lập phương | Khối bát diện đều | Khối 12 mặt đều | Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

B. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

C. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

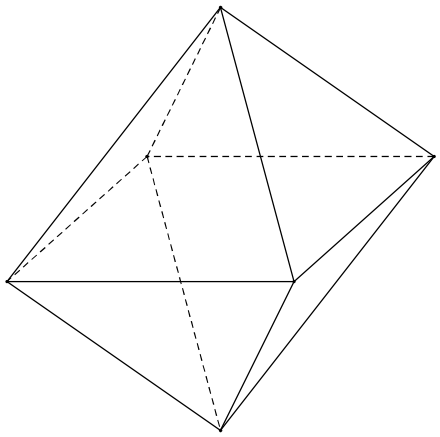
D. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

Lời giải

Chọn B

Khối lập phương và khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 1: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ) có bao nhiêu mặt?



A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Tính theo định nghĩa.

Câu 2: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h=a$. **B.** $h=3a$. **C.** $h=9a$. **D.** $h=\dfrac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{ABCD}.h \Leftrightarrow h=\dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}}=\dfrac{3a^3}{a^2}=3a$.

Câu 3: **(THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018)** Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Ba mặt. **B.** Hai mặt. **C.** Bốn mặt. **D.** Năm mặt.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất của ba mặt. Ví dụ đỉnh của tứ diện.

Câu 4: **(SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018)** Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh là

A. 10. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối đa diện có các mặt là một tứ giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng ba mặt. Vậy khối đa diện đó là khối lập phương.

Do đó, số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là 8 đỉnh.

Câu 5: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại nào ?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;5\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 6: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h, diện tích đáy bằng B là

A. $\frac{1}{2}B.h$. **B.** $\frac{1}{3}B.h$. **C.** $B.h$. **D.** $\frac{1}{6}B.h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

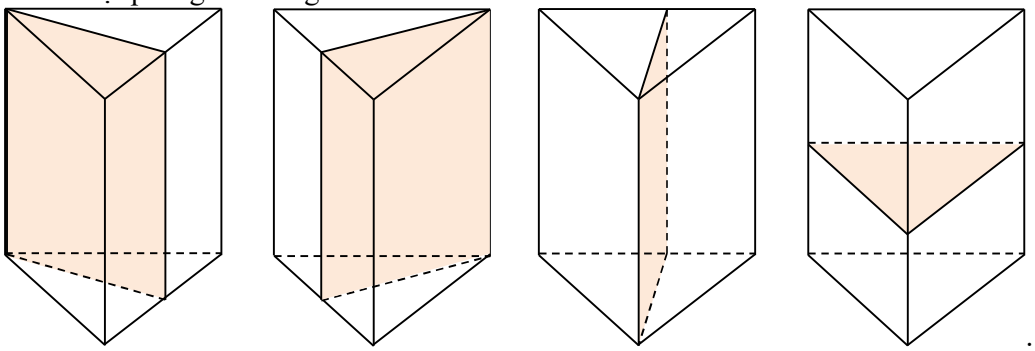
Câu 7: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ sau.



Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 9: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $2a$.

Câu 10: Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

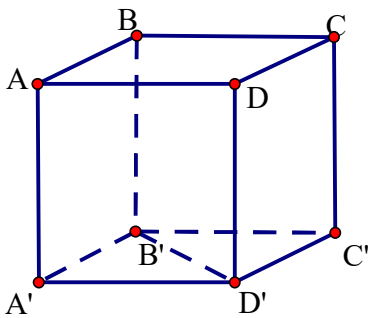
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

A. $90°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên cạnh $A'A \perp (A'B'C'D')$ và $B'D' \in (A'B'C'D')$

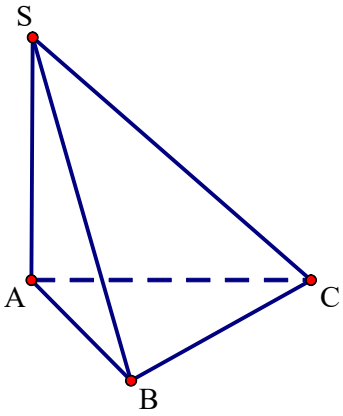
Nên $A'A \perp B'D' \Rightarrow \measuredangle (A'A, B'D') = 90°$.

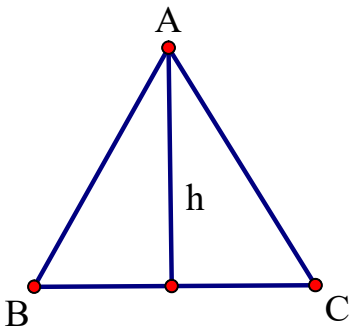
Câu 12: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn A





Tam giác ABC là tam giác đều cạnh x nên đường cao $h = BC.\sin 60° = x\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{3V_{S.ABC}}{SA} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{a} = 3\sqrt{3}a^2$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}.h.BC = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x\dfrac{\sqrt{3}}{2}.x = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow x^2 = 12a^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}a$.

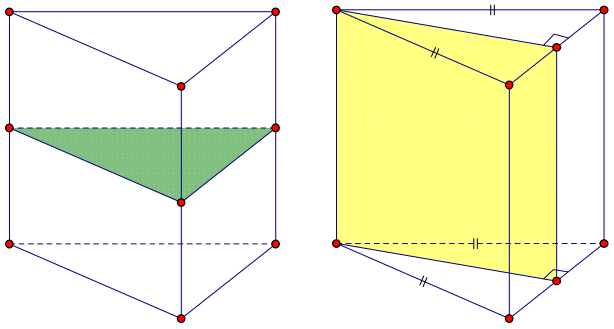
Câu 13: Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có 2 mặt phẳng đối xứng gồm mặt phẳng trung trực của cạnh bên và mặt phẳng trung trực của cạnh đáy của tam giác đáy hình lăng trụ (hình vẽ minh họa).



Câu 14: Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V = 12$. B. $V = 8$. C. $V = 4$. D. $V = 6$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3.4 = 12$.

Câu 15: Thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng $3B$ là

A. $V = 3Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = Bh$.

Câu 16: Thể tích V của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng $3B$ là

A. $V = 3Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = Bh$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = \frac{1}{3}.3B.h = Bh$.

Câu 17: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

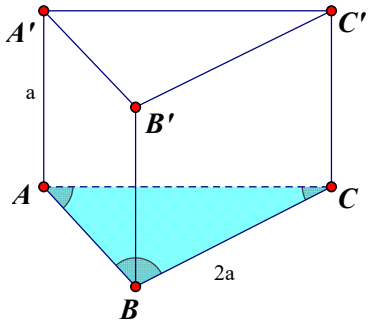
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V = S_{ABC}.AA' = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a = a^3\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA = AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

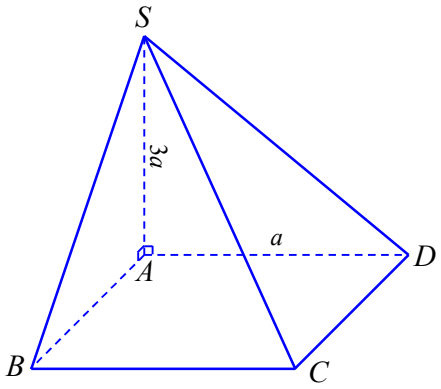
A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A



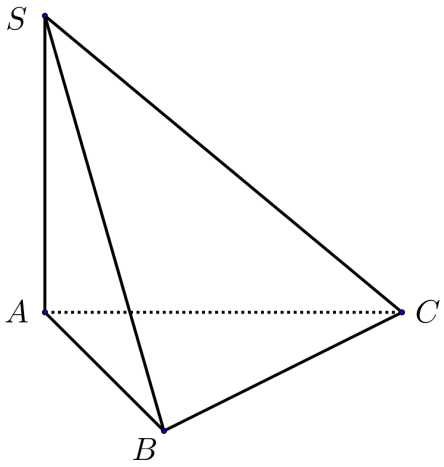
Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.3a=a^3$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $SA=AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AC.SA=\frac{a^3}{6}$.

Câu 23: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:

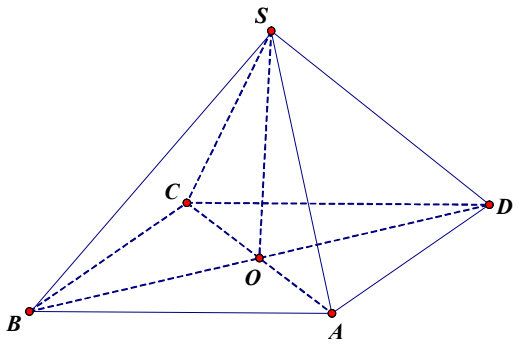
A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 24: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có : $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.\left(a\sqrt{3}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $SA=CD=3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $6a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

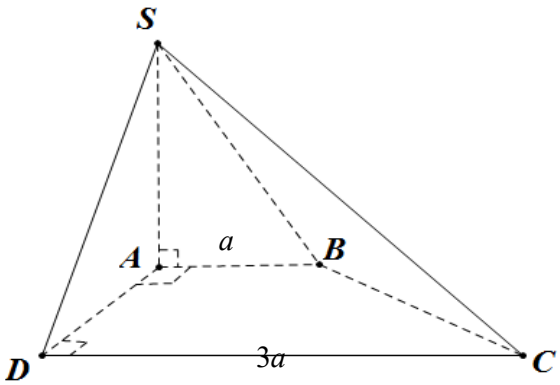
A. a^3. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\frac{1}{6}a^3$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $SA=CD=3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $6a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



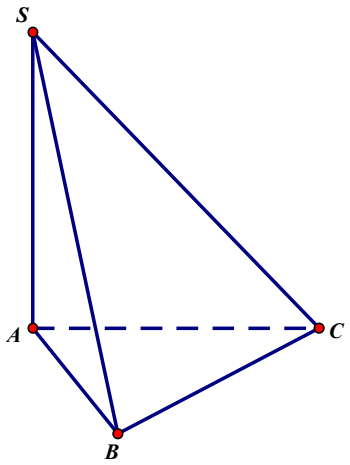
Ta có $S_{ABCD}=\frac{\left(AB+DC\right).AD}{2}=\frac{\left(a+3a\right)a}{2}=2a^2$. Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.2a^2=2a^3$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\frac{1}{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



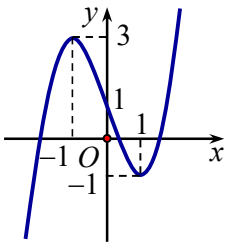
Thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BA.BC.SA=\frac{1}{6}a.2a.3a=a^3$.

Câu 29: [2Đ1-1]Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?

A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Câu 30: [2Đ1-1]Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Vì đồ thị có hệ số $a>0$ và đi qua điểm $A(1;-1)$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

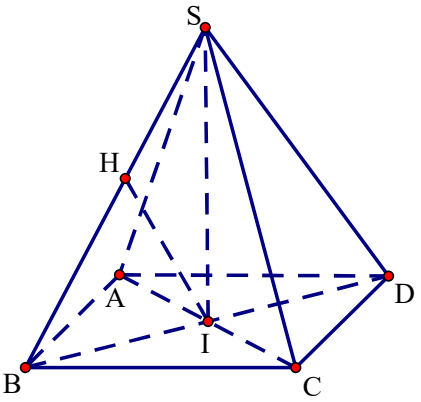
A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

A. a. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $I = AC \cap BD$, H là hình chiếu của I lên SB.

Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SI \end{cases} \Leftrightarrow AC \perp (SBD) \Leftrightarrow AC \perp HI$

Ta có $\begin{cases} HI \perp SB \quad (gt) \\ HI \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow$ HI là đoạn vuông góc chung của AC và $BD \Leftrightarrow d(AC, SB) = IH$

BD là đường chéo hình vuông cạnh $a \Rightarrow BD = a\sqrt{2} \Rightarrow BI = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SI = \sqrt{SB^2 - BI^2}$

$\Leftrightarrow SI = \sqrt{a^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SBI vuông tại I có $IH \perp SB$

$\Rightarrow \dfrac{1}{IH^2} = \dfrac{1}{SI^2} + \dfrac{1}{IB^2} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} \dfrac{4}{a^2} \Rightarrow IH = \dfrac{a}{2}$.

Câu 33: Khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì có thể tích bằng

A. Sh. **B.** $\dfrac{1}{6}Sh$. **C.** $\dfrac{1}{3}Sh$. **D.** $\dfrac{1}{2}Sh$.

Câu 34: Khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S thì có thể tích bằng

A. Sh. **B.** $\dfrac{1}{6}Sh$. **C.** $\dfrac{1}{3}Sh$. **D.** $\dfrac{1}{2}Sh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 35: Khối lăng trụ tam giác có bao nhiêu đỉnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 36: Khối chóp có diện tích đáy bằng $6\,\text{m}^2$, chiều cao bằng 7 m thì có thể tích là:

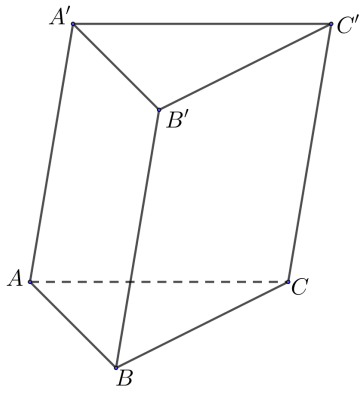
A. $8\,\text{m}^3$. **B.** $16\,\text{m}^3$. **C.** $14\,\text{m}^3$. **D.** $7\,\text{m}^3$.

Câu 37: Khối lăng trụ tam giác có bao nhiêu đỉnh?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Khối lăng trụ tam giác có 6 đỉnh.

Câu 38: Khối chóp có diện tích đáy bằng $6\,\text{m}^2$, chiều cao bằng 7 m thì có thể tích là:

A. $8\,\text{m}^3$. **B.** $16\,\text{m}^3$. **C.** $14\,\text{m}^3$. **D.** $7\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn C

$V=\frac{1}{3}.6.7=14\,\text{m}^3$.

Câu 39: Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $3a$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 40: Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $3a$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $2a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $V=\frac{1}{3}Bh\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{3a^3}{a^2}=3a$.

Câu 41: Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?

A. Hình tứ diện đều.

B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.

C. Hình lập phương.

D. Hình chóp tam giác đều.

Câu 42: Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?

A. Hình tứ diện đều.

B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.

C. Hình lập phương.

D. Hình chóp tam giác đều.

Lời giải

Chọn D

Vì hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân không phải là tam giác đều.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45: Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

A. 8. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 20.

Câu 46: Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

A. $V=\dfrac{1}{3}hR^2$. **B.** $V=\pi hR^2$. **C.** $V=hR^2$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi hR^2$.

Câu 47: Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

A. 8. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông là khối lập phương. Do đó khối lập phương có 8 đỉnh.

Câu 48: Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

A. $V=\dfrac{1}{3}hR^2$. **B.** $V=\pi hR^2$. **C.** $V=hR^2$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi hR^2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi h là khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC).

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}h.S_{ABC}=\dfrac{1}{6}AB.AC.h\Leftrightarrow h=\dfrac{6V}{AB.AC}=\dfrac{6.\dfrac{a^3}{2}}{a.a\sqrt{2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51: Số đỉnh của hình bát diện đều bằng

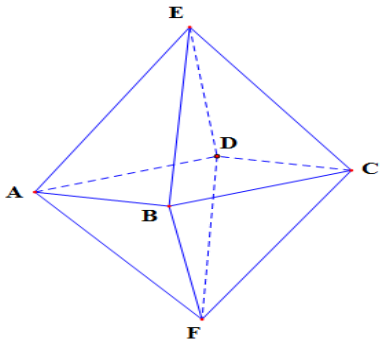
A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 52: Số đỉnh của hình bát diện đều bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 5.

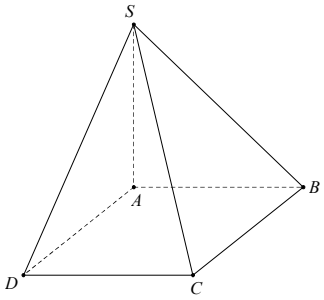
Lời giải

Chọn A



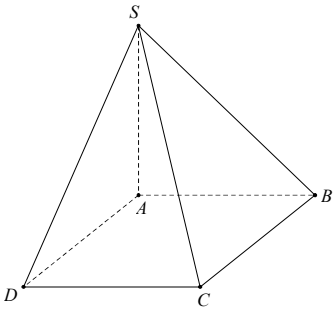
Hình bát diện đều có tất cả 6 đỉnh.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.a^2.a = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$, chiều cao khối chóp bằng $4a$. Thể tích khối chóp theo a là:

A. $V=24a^3$. **B.** $V=9a^3$. **C.** $V=40a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$, chiều cao khối chóp bằng $4a$. Thể tích khối chóp theo a là:

A. $V=24a^3$. **B.** $V=9a^3$. **C.** $V=40a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có : $V=\frac{1}{3}.4a.2a.3a=8a^3$.

Câu 57: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 10 cm là

A. $V=1000\text{ cm}^3$. **B.** $V=500\text{ cm}^3$. **C.** $V=\frac{1000}{3}\text{ cm}^3$. **D.** $V=100\text{ cm}^3$.

Câu 58: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 10 cm là

A. $V=1000\text{ cm}^3$. **B.** $V=500\text{ cm}^3$. **C.** $V=\frac{1000}{3}\text{ cm}^3$. **D.** $V=100\text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối lập phương có cạnh bằng 10 cm là $V=10^3=1000\text{ cm}^3$.

Câu 59: Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 60: Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Câu 61: Tính thể tích V của khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B.

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{6}Bh$.

Câu 62: Tính thể tích V của khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B.

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{6}Bh$.

Lời giải

Chọn B

Câu 63: Cho hình tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 64: Cho hình tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Hãy tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 65: Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{2}a^3$. **D.** a^3.

Câu 66: Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $3a^3$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** $\frac{1}{2}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ $V=B\times h=3a^2\times a=3a^3$.

Câu 67: Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

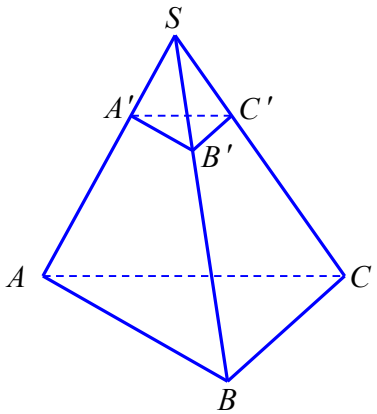
A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 68: Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\frac{V'}{V}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$.

Câu 69: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB=x$, $BC=2x$ và $CC'=3x$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3x^3$. **B.** x^3. **C.** $2x^3$. **D.** $6x^3$.

Câu 70: Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB=x$, $BC=2x$ và $CC'=3x$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3x^3$. **B.** x^3. **C.** $2x^3$. **D.** $6x^3$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy ba kích thước AB, BC và CC' chính là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hình hộp chữ nhật. Do đó, thể tích bằng $V=x.2x.3x=6x^3$.

Câu 71: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

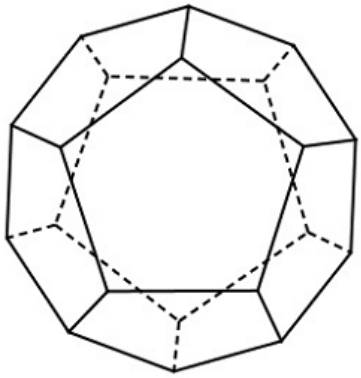
A. 30 cạnh. **B.** 12 cạnh. **C.** 16 cạnh. **D.** 20 cạnh.

Câu 72: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 30 cạnh. **B.** 12 cạnh. **C.** 16 cạnh. **D.** 20 cạnh.

Lời giải

Chọn A



Câu 73: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 74: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 75: Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

A. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều. **B.** các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
C. các đỉnh của một hình tứ diện đều. **D.** các đỉnh của một hình bát diện đều.

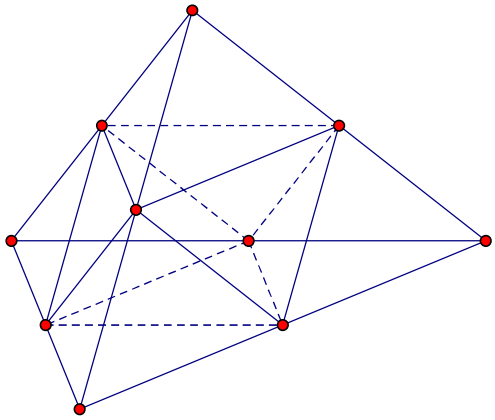
Câu 76: Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

A. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều. **B.** các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
C. các đỉnh của một hình tứ diện đều. **D.** các đỉnh của một hình bát diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành các đỉnh của một hình bát diện đều.

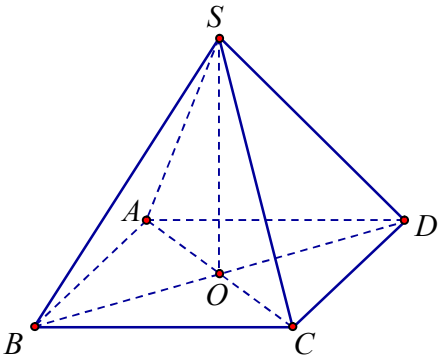


Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V=4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Trong mặt phẳng $ABCD$, gọi $O=AC\cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Đáy là hình vuông vạnh $2a\Rightarrow AO=\dfrac{AC}{2}=a\sqrt{2}$

Trong tam giác vuông SAO có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=a\sqrt{7}$

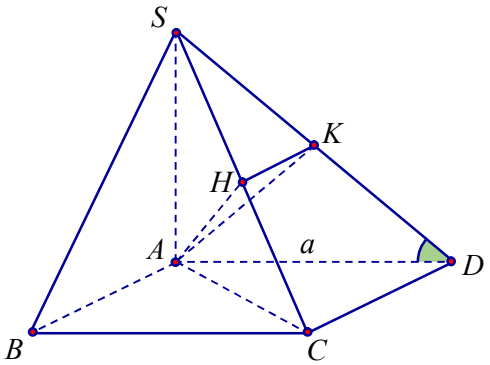
Thể tích V của khối chóp trên là $V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{7}4a^2=\dfrac{4a^3\sqrt{7}}{3}$.

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k=\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $h=a;k=\dfrac{1}{4}$. **B.** $h=a;k=\dfrac{1}{6}$. **C.** $h=2a;k=\dfrac{1}{8}$. **D.** $h=2a;k=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy nên $SA\perp(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp SD$.

Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}=45°$.

Ta có tam giác SAD là tam giác vuông cân đỉnh A. Vậy $h=SA=a$.

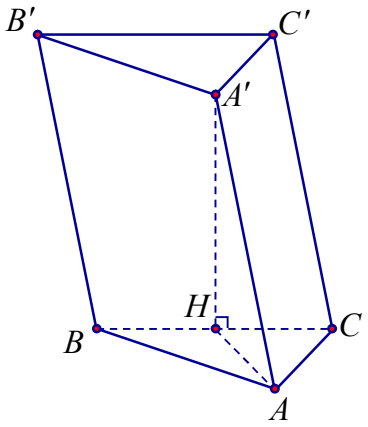
Áp dụng công thức tỉ số thể tích có: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{SH}{SC}.\frac{SK}{SD}=\frac{1}{4}$.

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=\frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. **D.** $V=a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm BC.

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy, thể tích khối lăng trụ là $V=S_{\Delta ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

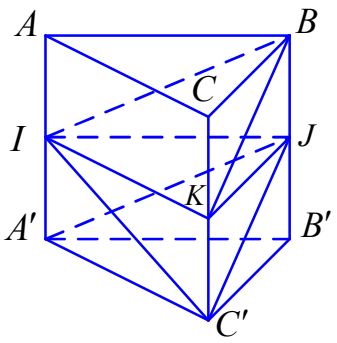
Câu 4: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB'. Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

A. $\frac{4}{5}V$. **B.** $\frac{3}{4}V$. **C.** $\frac{5}{6}V$. **D.** $\frac{2}{3}V$.

Lời giải

Sai Chọn C

Sửa Chọn D



Gọi K là trung điểm của CC' thì hiển nhiên thể tích của khối lăng trụ $ABCIJK$ bằng $V_{ABCIJK}=\frac{V}{2}$.

Thể tích của khối chóp tam giác $C'.IJK$ bằng $V_{C'.IJK}=\frac{1}{3}V$.

Do đó thể tích của $V_{ABCIJC'}=V_{ABCIJK}+V_{C'.IJK}=\frac{V}{2}+\frac{V}{3}=\frac{5V}{6}=\frac{5}{6}V$.

Trình bày lại

Gọi K là trung điểm của CC' thì $V_{ABCIJK}=V_{A'B'C'IJK}=\frac{V}{2}$.

Thể tích của khối chóp tam giác $C'.IJK$ bằng $V_{C'.IJK}=\frac{1}{3}V_{A'B'C'IJK}=\frac{V}{6}$.

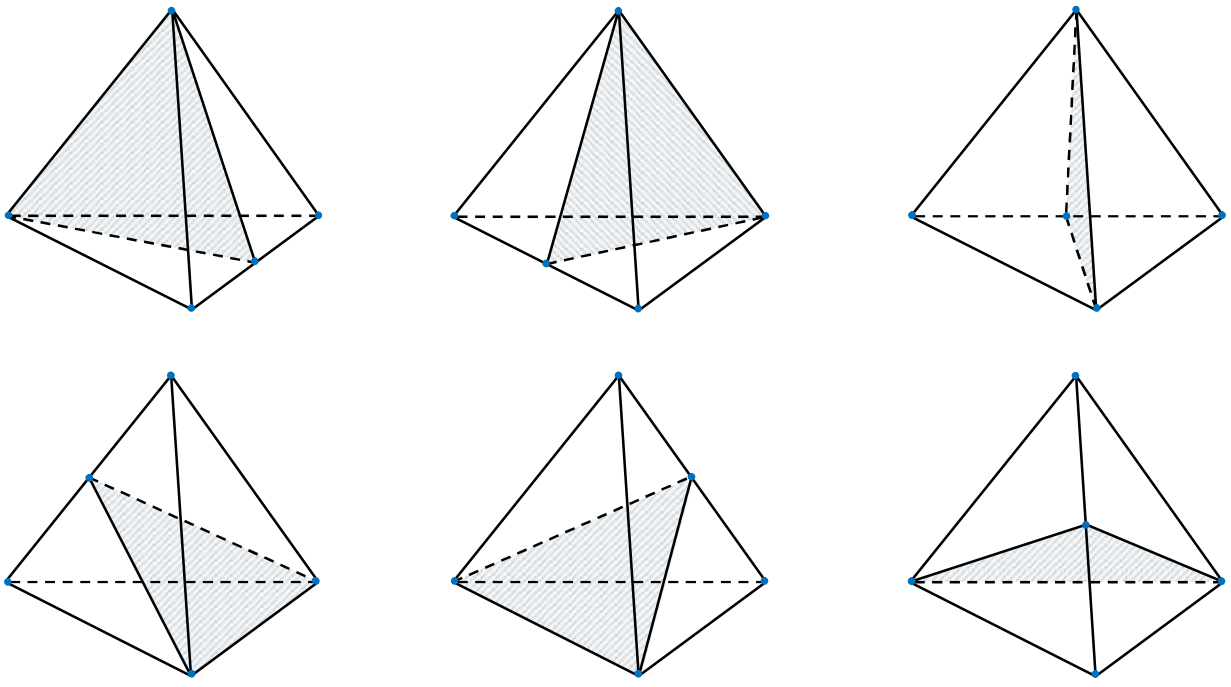
Do đó thể tích của $V_{ABCIJC'}=V_{ABCIJK}+V_{C'.IJK}=\frac{V}{2}+\frac{V}{6}=\frac{2V}{3}$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

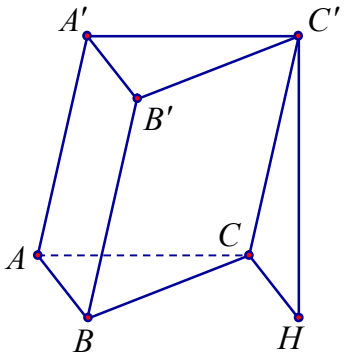


Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là?

A. $\frac{9}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27}{4}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $C'H \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow \widehat{(CC';(ABC))} = \widehat{C'CH}$.

Bài ra $\widehat{(CC';(ABC))} = 30° \Rightarrow \widehat{C'CH} = 30° \Rightarrow \sin 30° = \frac{C'H}{CC'} = \frac{1}{2} \Rightarrow C'H = \frac{1}{2}CC' = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

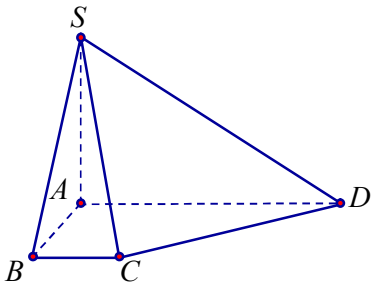
Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = C'H.S_{ABC} = C'H.\frac{1}{2}AB.AC.\sin 60° = \sqrt{3}.\frac{1}{2}.3.3.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{4}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB = a$, $AD = 3a$, $BC = a$. Biết $SA = a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a.

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{S.BCD} = \frac{1}{3}SA.S_{BCD}$.

Lại có $S_{BCD} = S_{ABCD} - S_{ABD} = \frac{1}{2}AB.(AD + BC) - \frac{1}{2}AB.AD = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}a^2$.

Mà $SA = a\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Nhận xét: Nếu đề bài bỏ giả thiết $AD = 3a$ thì sẽ giải như sau:

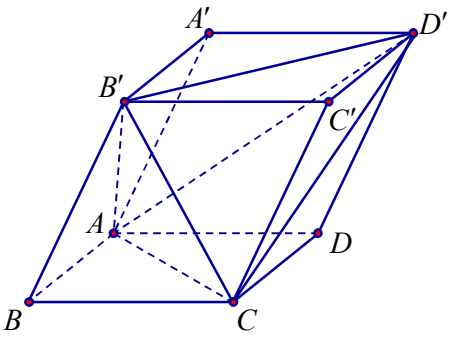
Ta có $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SA.S_{BCD}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}d\left(D,BC\right).BC=\frac{1}{6}SA.AB.BC=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 8: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V. Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V.

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{5}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có ngay kết quả sau $V_{ACB'D'}=V-\left(V_{B'.ABC}+V_{C.B'C'D'}+V_{D'.ACD}+V_{A.A'B'D'}\right)$.

Lưu ý $V_{B'.ABC}=V_{C.B'C'D'}=V_{D'.ACD}=V_{A.A'B'D'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}.\frac{V}{2}\Rightarrow V_{ACB'D'}=V-4.\frac{V}{6}=\frac{V}{3}$.

Câu 9: **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Gọi n là số cạnh của hình chóp có 101 đỉnh. Tìm n.

A. $n=202$. **B.** $n=200$. **C.** $n=101$. **D.** $n=203$

Lời giải

Chọn B

Ta có: khối chóp có đáy là đa giác n cạnh thì có $n+1$ đỉnh, $n+1$ mặt và $2n$ cạnh.

Khi đó khối chóp có 101 đỉnh, do đó đa giác đáy có 100 cạnh, suy ra khối chóp có 200 cạnh.

Câu 10: [2H1- 4] (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng . Gọi , lần lượt là trung điểm của các cạnh và . Mặt phẳng cắt cạnh tại .

Tính thể tích khối đa diện .

A. **B.** **C.** **D.**

Lời giải

Chọn B

Gọi là giao điểm của các đường ; và . Có ; ; P lần lượt là trung điểm của các cạnh ; ; và .

Vì đều cạnh nên .

(1).

Vì là trung điểm của nên . Vì là trung điểm của nên (2).

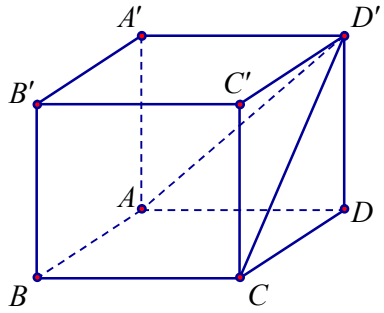
Từ (1) và (2) ta có .

Câu 11: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Các đường chéo của các mặt một hình hộp chữ nhật bằng $\sqrt{5},\ \sqrt{10},\ \sqrt{13}$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

A. $V=6$. **B.** $V=5\sqrt{26}$. **C.** $V=2$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{26}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử $AC=\sqrt{5},\ CD'=\sqrt{10},\ AD'=\sqrt{13}$.

Đặt $AD=x,\ AB=y,\ A'A=z\Rightarrow V=xyz$.

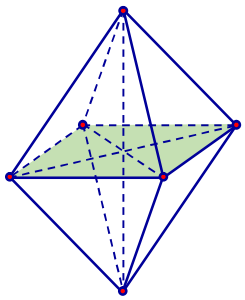
Ta có $\begin{cases}x^2+y^2=BD^2=5\\ y^2+z^2=A'B^2=10\\ z^2+x^2=A'D^2=13\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2=4\\ y^2=1\\ z^2=9\end{cases}\Rightarrow V=xyz=6.$

Câu 12: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình bát diện đều cạnh a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Tính S.

A. $S=8a^2$. **B.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=\sqrt{3}a^2$.

Lời giải

Chọn C



Hình bát diện đều có tám mặt là tam giác đều cạnh a.

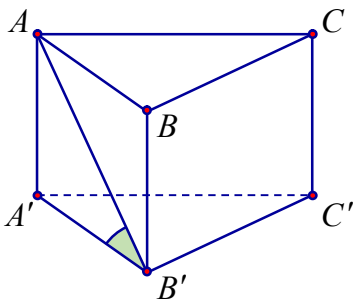
Vậy $S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}a^2$.

Câu 13: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Đường thẳng AB' hợp với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AA' \perp (A'B'C')$ nên $\widehat{(AB';(A'B'C'))} = \widehat{AB'A'} = 60°$.

Suy ra: $AA' = A'B'.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

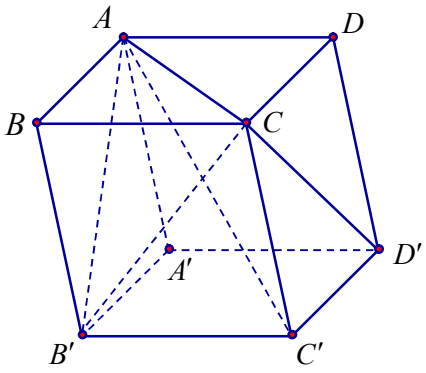
Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{\Delta A'B'C'} = a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 14: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 9. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. 3. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{27}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi h và V lần lượt là chiều cao và thể tích khối hộp.

Ta có

$V_{ACB'D'} = S_{ABCD}.h$

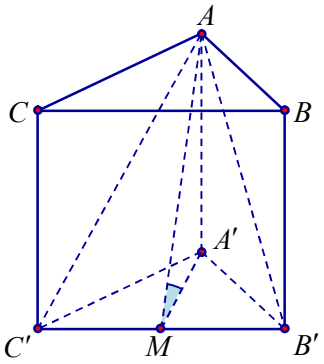
$V_{ACB'D'} = V - 4V_{B'CD'C'} = V - 4.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.S_{ABCD}.h = V - \dfrac{2}{3}V = \dfrac{1}{3}V = \dfrac{9}{3} = 3.$

Câu 15: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm $B'C'$. Ta có $\begin{cases} A'M \perp B'C' \\ AA' \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp AM$ nên góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy là góc $\widehat{AMA'} = 60°$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A' nên $AA' = A'M.\tan 60^0 = \dfrac{3a}{2}$

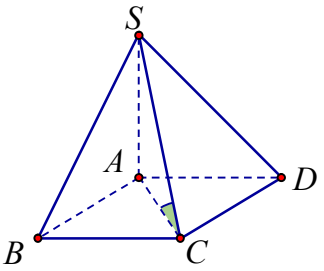
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{A'B'C'} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $3\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow \left(\widehat{SC, (ABCD)}\right) = \widehat{SCA} = 60°$

Tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC.\tan 60° = a\sqrt{6}$.

Khi đó $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{6}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

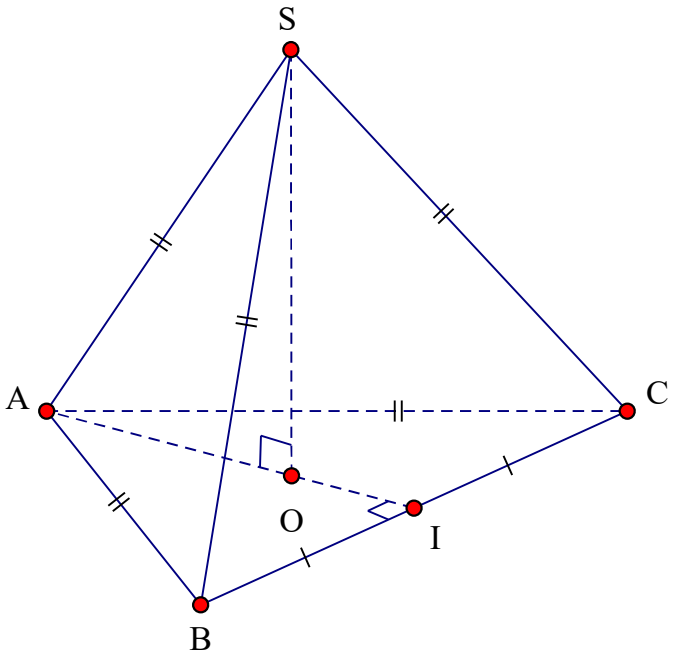
Câu 17: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Theo tự luận



Gọi O là tâm mặt đáy (ABC) và I là trung điểm cạnh BC.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

ΔSAO vuông tại O có:

$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2: Tính bằng công thức tính nhanh.

Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là hình tứ diện đều cạnh a.

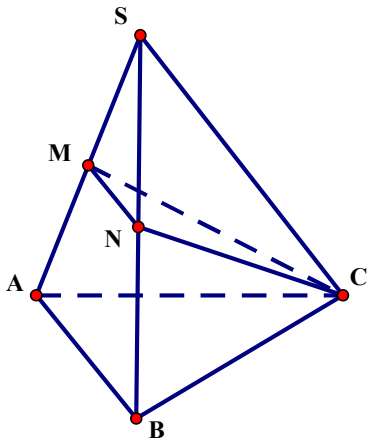
$\Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 18: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Chọn A



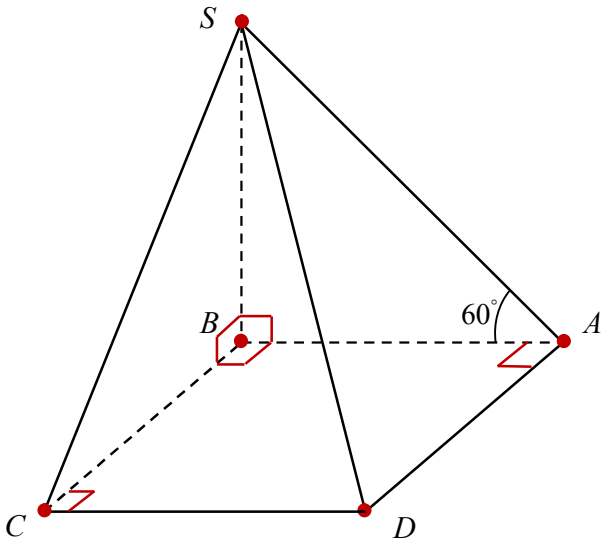
Ta có $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}=\dfrac{SA.SB.SC}{SM.SN.SC}=4$.

Câu 19: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\left.\begin{array}{l}SB\perp(ABCD)\\AD\subset(ABCD)\end{array}\right\}\Rightarrow SB\perp AD$ mà $AD\perp AB\Rightarrow AD\perp SA$.

$\left.\begin{array}{l}(SAD)\cap(ABCD)=AD\\AB\perp AD, AB\subset(ABCD)\\SA\perp AD, SA\subset(SAD)\end{array}\right\}\Rightarrow((SAD);(ABCD))=(SA;AB)=\widehat{SAB}=60^\circ$

Ta có: $SB=BD.\tan 60^\circ=2a\sqrt{3}$. Vậy $V=\dfrac{1}{3}SB.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}2a\sqrt{3}.4a^2=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α.

A. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. **B.** $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. **C.** $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$. **D.** $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$.

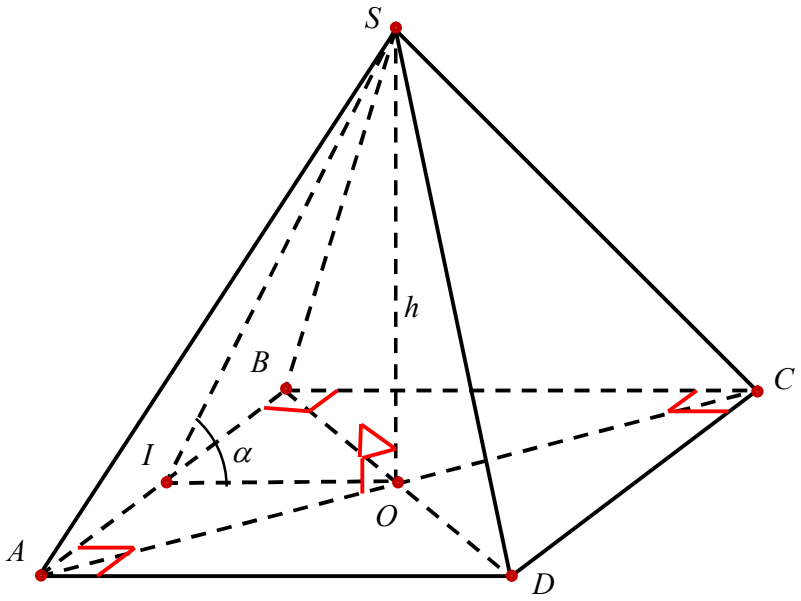
Lời giải

Chọn B

Gọi O là tâm của đáy. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$, các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Gọi I là trung điểm của AB, ta có $SI \perp AB$ suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SIO} = \alpha$.

Ta có: $OI = \frac{SO}{\tan SIO} = \frac{h}{\tan\alpha}$ suy ra $AD = 2OI = \frac{2h}{\tan\alpha}$. Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$:

$V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.h.\left(\frac{2h}{\tan\alpha}\right)^2 = \frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.

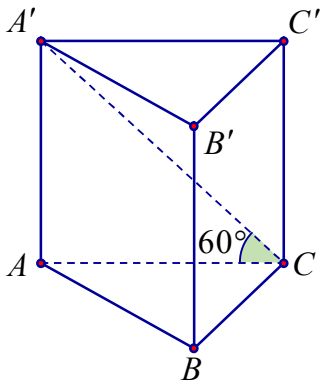


Câu 21: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $AA' \perp (ABC)$ nên góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy là $\widehat{A'CA} = 60°$.

$\Rightarrow AA' = a \tan 60° = a\sqrt{3}.$

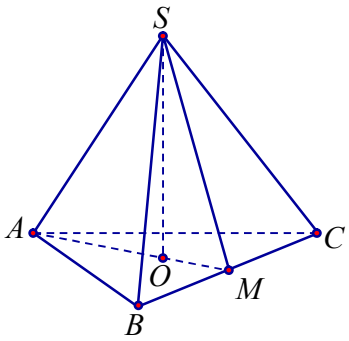
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}.$

Câu 22: **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{35}a^3}{24}.$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}.$ **C.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$ **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}.$

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC. O là chân đường cao hạ từ S xuống mặt phẳng (ABC).

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}; AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Xét tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$

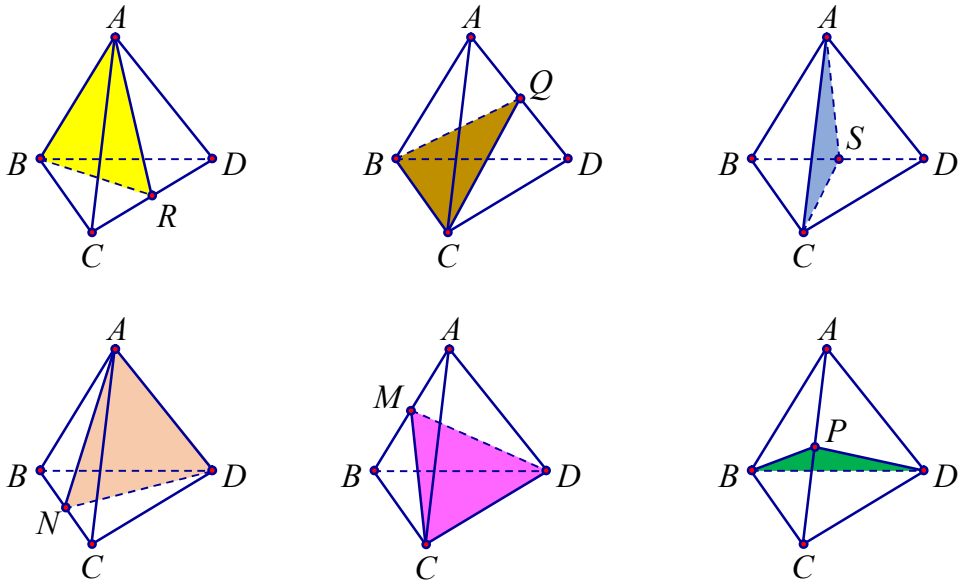
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{2a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

Câu 23: **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA, AD, DC, BD

Các mặt phẳng đối xứng của tứ diện đều $ABCD$ là: (ABR), (BCQ), (CAS), (ADN), (DCM), (BDP).

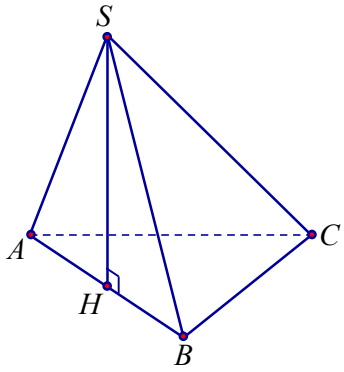
Vậy tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 24: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác SAB vuông cân tại S. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó: $\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Vì ΔSAB vuông tại S nên $SH = \frac{1}{2}AB = \frac{a}{2}$

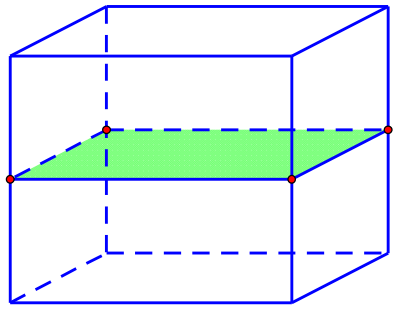
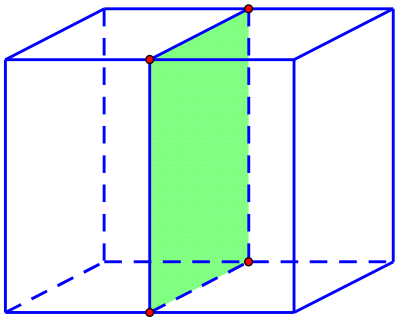
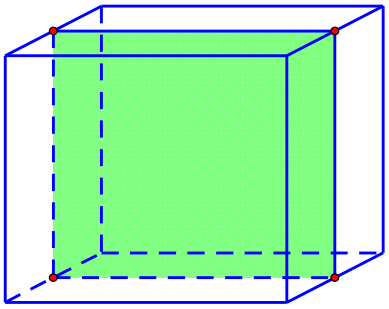
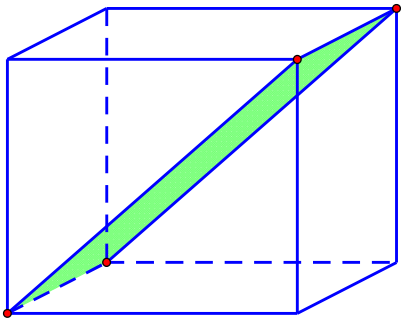
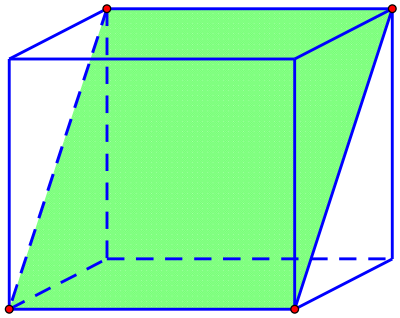
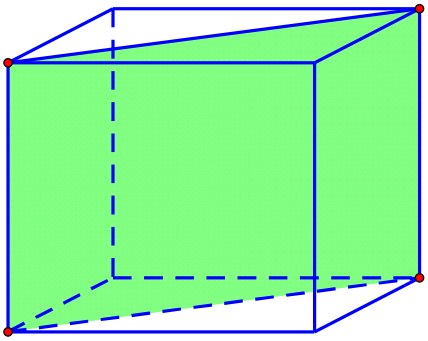
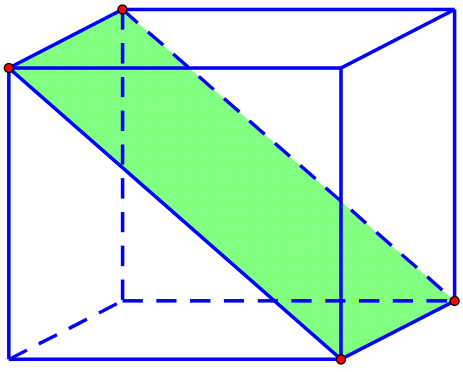
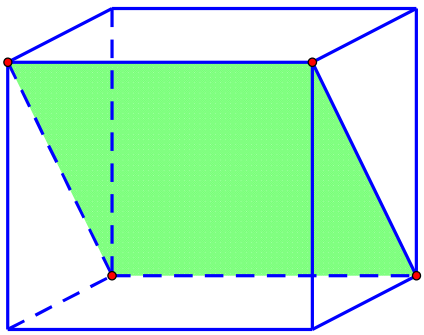
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

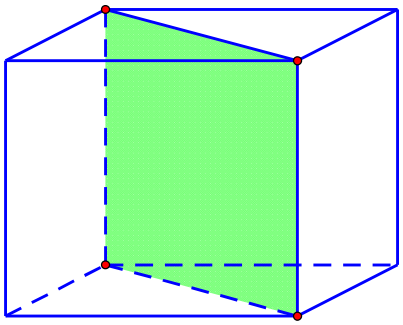
Câu 25: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Hình lập phương có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 15. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

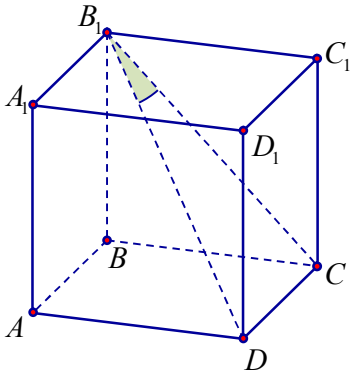


Câu 26: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc $30°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $DC \perp (BCC_1B_1)$ suy ra hình chiếu của DB_1 lên (BCC_1B_1) là CB_1

$\Rightarrow \widehat{(DB_1,(BCC_1B_1))} = \widehat{(DB_1,CB_1)} = \widehat{DB_1C} = 30°$

Xét ΔDB_1C vuông ở C có $\tan\widehat{DB_1C} = \dfrac{DC}{B_1C} \Leftrightarrow \tan 30° = \dfrac{a}{B_1C} \Rightarrow B_1C = a\sqrt{3}$

Xét ΔB_1BC vuông ở B có $BB_1 = \sqrt{B_1C^2 - BC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

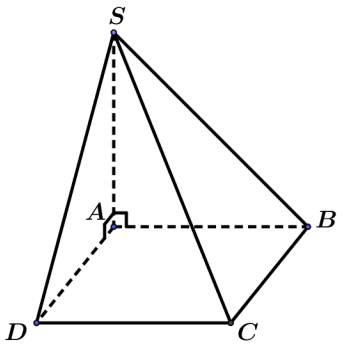
Thể tích khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là $V = BB_1.S_{ABCD} = a\sqrt{2}.a^2 = a^3\sqrt{2}$.

Câu 27: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $9a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD}=a^2$.

Đường cao $SA=3a$.

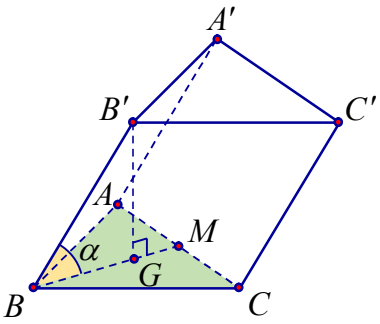
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.3a=a^3$.

Câu 28: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, góc hợp bởi đường thẳng AA' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 45°, hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{9}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm AC, G là trọng tâm tam giác ABC. Ta được: $\widehat{B'BG}=45°$ (do $(A'B'C')$ song song (ABC) và AA' song song BB'). Suy ra $BG=GB'=h$.

Mặt khác $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+3a^2}=2a$; $BM=\frac{AC}{2}=a$.

Suy ra $h=GB'=GB=\frac{2a}{3}$; $B=S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

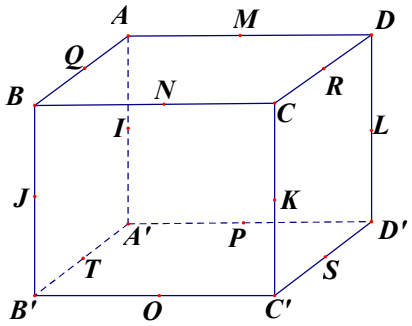
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{2a}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 29: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là:

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C



Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các trung điểm của các cạnh như hình bên, khi đó 9 mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

$(ABC'D')$, $(ADC'B')$, $(DCB'A')$, $(CBA'D')$,

$(ACC'A')$, $(BDD'B')$,

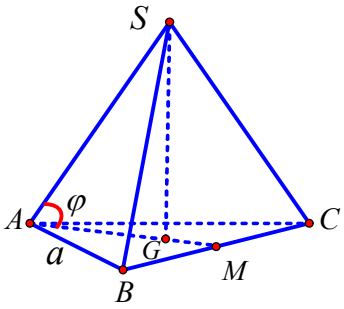
$(MNOP)$,$(QRST)$,$(IJKL)$.

Câu 30: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc φ. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{a^3\tan\varphi}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\cot\varphi}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\tan\varphi}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\cot\varphi}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm của tam giác đều ABC cạnh a thì $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $SG\perp(ABC)$, SG là chiều cao của hình chóp nên $\widehat{SAG}=\varphi$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AM.BC=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SGA vuông tại G, $\widehat{SAG}=\varphi$, $AG=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$: $SG=AG.\tan\varphi=\dfrac{a\sqrt{3}\tan\varphi}{3}$

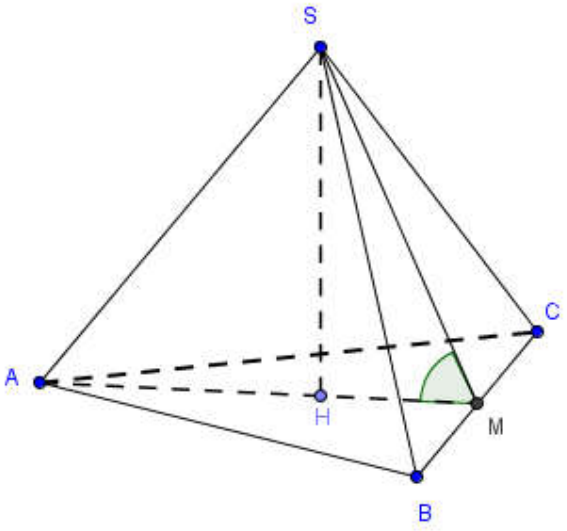
Vậy thể tích hình chóp $S.ABC$: $V=\dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}\tan\varphi}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\tan\varphi}{12}$. **Chọn A**

Câu 31: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao SH.

A. $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH=\dfrac{a}{2}$. **D.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH\perp(ABC)$.

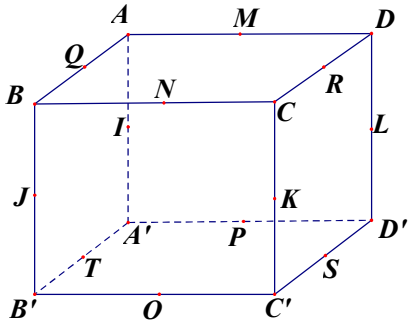
Trong tam giác vuông SHM có $SH=HM.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3}=\dfrac{a}{2}$.

Câu 32: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Số mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là:

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D



Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các trung điểm của các cạnh như hình bên, khi đó 9 mặt phẳng đối xứng của hình lập phương là

$(ABC'D')$, $(ADC'B')$, $(DCB'A')$, $(CBA'D')$,

$(ACC'A')$, $(BDD'B')$,

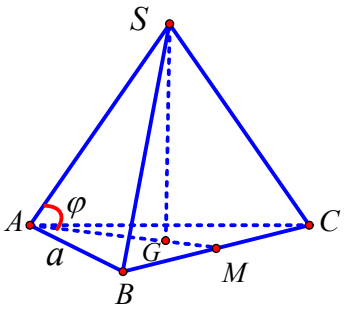
$(MNOP)$,$(QRST)$,$(IJKL)$.

Câu 33: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc φ. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{a^3\tan\varphi}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\cot\varphi}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\tan\varphi}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\cot\varphi}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm của tam giác đều ABC cạnh a thì $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $SG\perp(ABC)$, SG là chiều cao của hình chóp nên $\widehat{SAG}=\varphi$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AM.BC=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SGA vuông tại G, $\widehat{SAG}=\varphi$, $AG=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$: $SG=AG.\tan\varphi=\dfrac{a\sqrt{3}\tan\varphi}{3}$

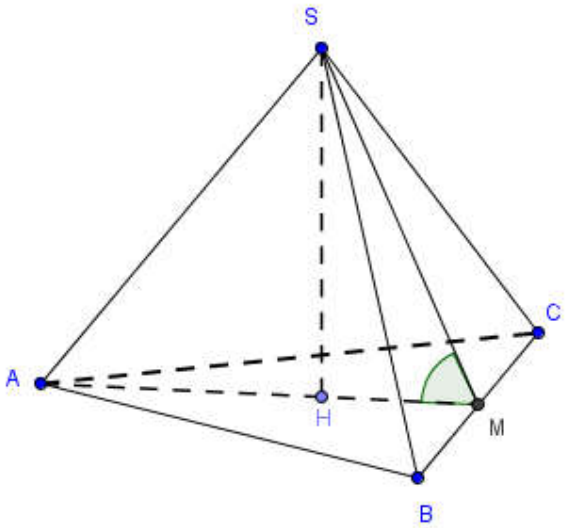
Vậy thể tích hình chóp $S.ABC$: $V=\dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}\tan\varphi}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\tan\varphi}{12}$. **Chọn A**

Câu 34: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính độ dài đường cao SH.

A. $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH=\dfrac{a}{2}$. **D.** $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là triung điểm của BC

Vì $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\SM\subset(SBC):SM\perp BC\\AM\subset(ABC):AM\perp BC\end{cases}\Rightarrow\widehat{SAM}=60^o$.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH\perp(ABC)$.

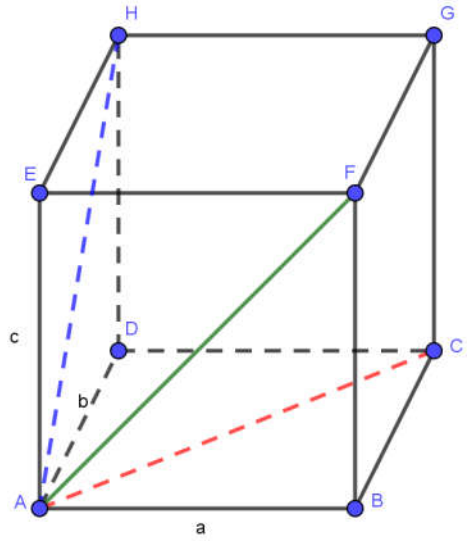
Trong tam giác vuông SHM có $SH = HM.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

Câu 35: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Nếu một khối hộp chữ nhật có độ dài các đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ thì thể tích khối hộp đó bằng:

A. 8. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5

Lời giải

Chọn C



Giả sử các kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là a, b, c.

Ta có: $\begin{cases} a^2+b^2=13 \\ a^2+c^2=10 \\ b^2+c^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=13 \\ a^2-b^2=5 \\ b^2+c^2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ b^2=4 \\ c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$

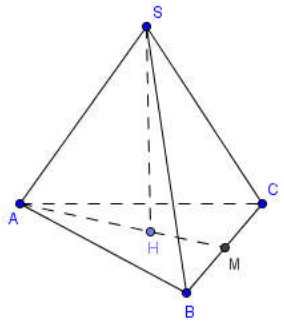
Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = a.b.c = 3.2.1 = 6$

(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{3a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC và H là tâm tam giác đều ABC. Vì khối chóp đều $S.ABC$ nên $SH \perp (ABC)$ và $\widehat{SAH} = 60°$.

Tam giác ABC đều có độ dài cạnh là $a\sqrt{3}$ nên $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}.\sqrt{3}}{2} = a$

Trong tam giác vuông SAH ta có $SH = AH.\tan 60° = a.\sqrt{3} = a\sqrt{3}.$

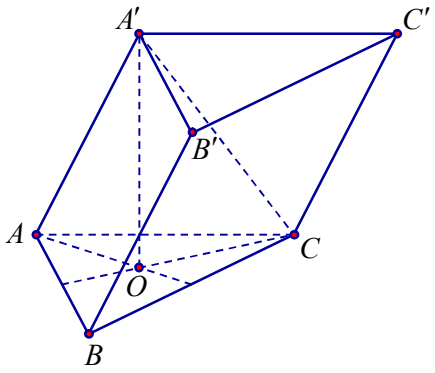
Vậy thể tích $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\triangle ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{\left(a\sqrt{3}\right)^2.\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}.$

Câu 36: **(THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và điểm A' cách đều A, B, C biết $AA' = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{4}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm tam giác đều ABC khi đó O cách đều ba điểm A, B, C. Do đó từ giả thiết A' cách đều A, B, C, ta có $A'O \perp (ABC)$.

Trong tam giác vuông OAA' ta có $OA' = \sqrt{\frac{4a^2}{3} - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a.$

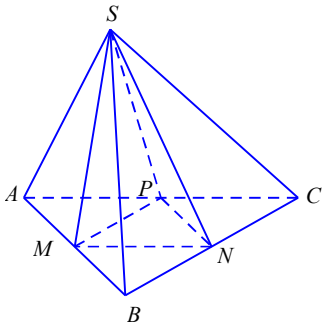
Vậy thể tích $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC}.A'O = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 37: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Tính thể tích khối chóp $S.MNP$.

A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



Gọi h là chiều cao hình chóp $S.ABC$. Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}h.S_{ABC}=8$.

Mặt khác $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{ABC}$ và $V_{S.MNP}=\frac{1}{3}h.S_{MNP}$.

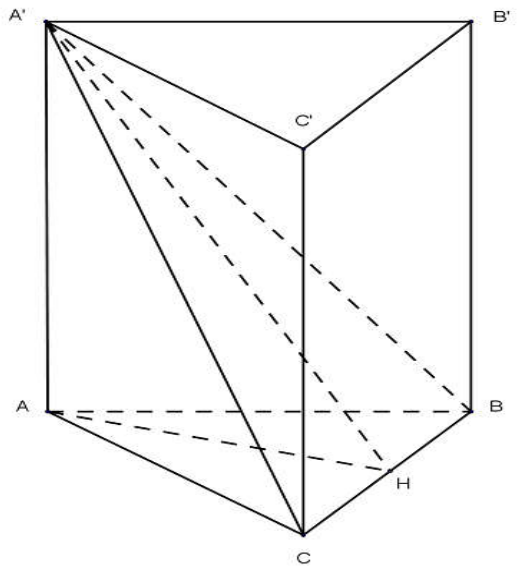
Suy ra $V_{S.MNP}=\frac{V_{S.ABC}}{4}=\frac{8}{4}=2$.

Câu 38: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4 và diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ đó.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Sai Chọn D Sửa Chọn A



Tam giác $A'BC$ là tam giác cân tại A'.

Gọi H là trung điểm BC. Khi đó, $A'H$ là đường cao của tam giác $A'BC$.

Theo giả thiết, ta có

$$S_{\Delta A'BC}=\frac{1}{2}.A'H.BC=8\Rightarrow A'H=\frac{16}{BC}=\frac{16}{4}=4\ .$$

Trong tam giác vuông $A'AH$, ta có

$$A'A=\sqrt{A'H^2-AH^2}=\sqrt{16-\left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2}=2\ .$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{16\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'A.S_{\Delta ABC}=2.\frac{16\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{3}$.

Trình bày lại :

Do ΔABC đều, $BC=4$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm $BC\Rightarrow AH=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Khi đó, $A'H$ là đường cao của $\Delta A'BC$.

Theo giả thiết, ta có

$$S_{\Delta A'BC}=\frac{1}{2}.A'H.BC=8\Rightarrow A'H=\frac{16}{BC}=\frac{16}{4}=4\ .$$

Trong tam giác vuông $A'AH$, ta có

$$A'A=\sqrt{A'H^2-AH^2}=\sqrt{16-\left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2}=2\ .$$

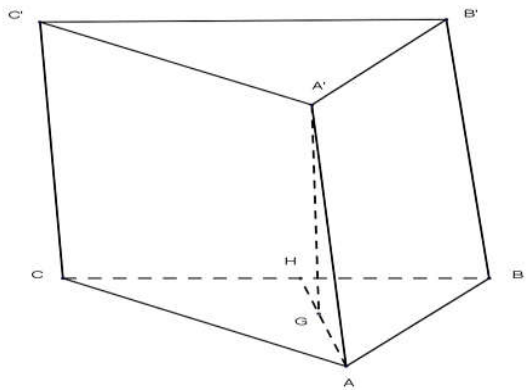
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'A.S_{\Delta ABC}=2.4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

Câu 39: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C vẽ lại hình cho thoáng



Gọi H là trung điểm cạnh BC và G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $AG=\frac{2}{3}AH=\frac{2}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Do $A'G\perp(ABC)\Rightarrow \widehat{A'AG}$ là góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy.

Theo giả thiết, ta có: $\widehat{A'AG}=60^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'GA$, ta có: $A'G=AG.\tan\widehat{A'AG}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=2a$.

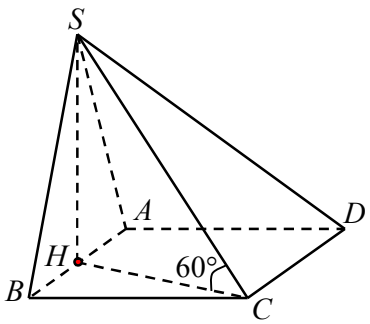
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{\Delta ABC}=2a.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 40: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60°. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$.

Giải:

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB

Ta có tam giác SAB cân tại $S \Rightarrow SH \perp AB$

Mà $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}$ nên $SH \perp (ABCD)$.

$\Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$\Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SC,HC}\right)=\widehat{SCH}=60°$.

Mặt khác

Tam giác HBC vuông tại B có $HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$

Tam giác SHC vuông tại H có $SH=HC.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}.\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH$, với $S_{ABCD}=2a^2$

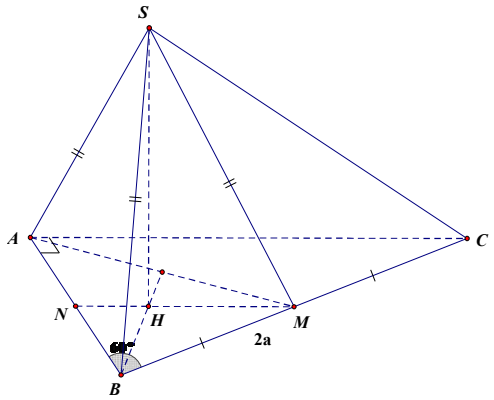
Vậy $V=\dfrac{1}{3}.2a^2.\dfrac{a\sqrt{17}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$.

Câu 41: (THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A, $BC=2a$, $\widehat{ABC}=60°$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $SA=SB=SM=\dfrac{a\sqrt{39}}{3}$. Tính khoảng cách d từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $d=3a$. **B.** $d=a$. **C.** $d=2a$. **D.** $d=4a$.

Lời giải

Chọn C



Trong ΔABC có $AB=BC.\cos 60°=a \Rightarrow \Delta ABM$ đều và $SA=SB=SM$ nên hình chiếu của S lên (ABC) trùng với điểm H là trọng tâm của $\Delta ABM \Rightarrow d=SH$.

Trong ΔABM có $HM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $SH=\sqrt{SM^2-HM^2}=\sqrt{\dfrac{39a^2}{9}-\dfrac{3a^2}{9}}=2a$.

Câu 42: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Số mặt phẳng đi qua đỉnh S và cách đều A, B, C, D là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Có ba mặt phẳng đi qua đỉnh S và cách đều A, B, C, D: Đó là hai mặt phẳng chứa trục của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đi qua trung điểm của hai cạnh đối diện của đáy,mặt còn lại là mặt phẳng đi qua đỉnh S và song song với $(ABCD)$

Câu 43: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ:

A. Tăng 2 lần. **B.** Tăng 8 lần. **C.** Tăng 4 lần. **D.** Tăng 6 lần.

Lời giải

Chọn B

Gọi a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật $\Rightarrow$ thể tích khối hộp là $V_1 = abc.$

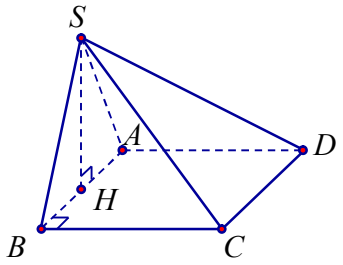
Tăng các kích thước lên gấp đôi thì thể tích khối hộp tương ứng là $V_2 = (2a)(2b)(2c) = 8abc = 8V_1.$

Câu 44: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Khi đó độ dài SC bằng

A. $\sqrt{6}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB.

Ta có $\begin{cases} (SAB)\cap(ABCD) = AB \\ (SAB)\perp(ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$V = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{4a^3}{3} \Rightarrow SH = \frac{4a^3}{4a^2} = a.$

$HC = \sqrt{BH^2 + HC^2} = a\sqrt{5}$; $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = \sqrt{a^2 + 5a^2} = a\sqrt{6}$

Câu 45: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Số cạnh của một khối chóp bất kì luôn là

A. Một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 6. **B.** Một số chẵn lớn hơn hoặc bằng 4.

C. Một số lẻ. **D.** Một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 5.

Lời giải

Chọn A

Giả sử đa giác đáy của hình chóp có n cạnh, $(n \geq 3)$.Khi đó đa giác đáy có n đỉnh, kết hợp các đỉnh đó với đỉnh của hình chóp ta sẽ có thêm n cạnh bên.

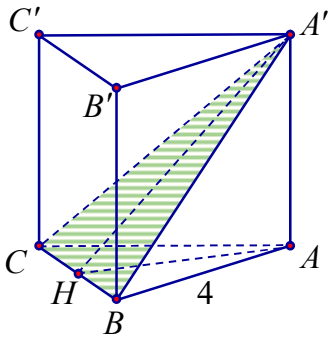
Vậy số cạnh của hình chóp là $2n \geq 6$.

Câu 46: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy $a=4$, biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



ΔABC đều cạnh $a=4$ nên $S_{\Delta ABC}=4\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của BC. Ta có: $AH=2\sqrt{3}$ và $BC\perp(A'AH)\Rightarrow BC\perp A'H$

Và $S_{\Delta A'BC}=\dfrac{1}{2}BC.A'H\Rightarrow A'H=4$

$\Delta A'AH$ vuông tại A nên $AA'=\sqrt{A'H^2-AH^2}=2$.

$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=2.4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$.

Câu 47: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Kim tự tháp Kê-ốp ở Ai Cập được xây dựng vào khoảng 2500 năm trước Công nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147m, cạnh đáy dài 230m. Thể tích của nó là:

A. $7776300\ \text{m}^3$. **B.** $3888150\ \text{m}^3$. **C.** $2592100\ \text{m}^3$. **D.** $2592100\ \text{m}^2$.

Lời giải

Chọn C

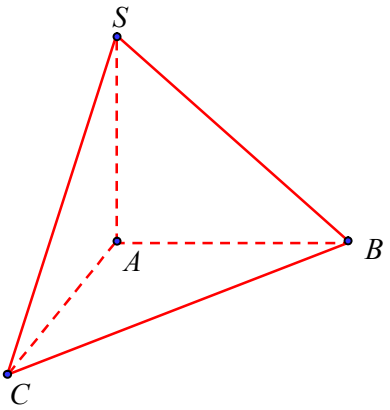
Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}230^2.147=2592100\ \text{m}^3$.

Câu 48: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

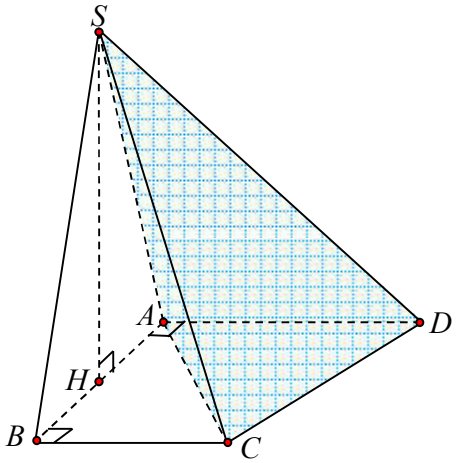


Ta có: $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.2a.a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 49: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=\frac{1}{2}AD=a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

A. $V_{S.ACD}=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V_{S.ACD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Chọn D

Gọi H là trung điểm cạnh AB

Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)\\SH\perp AB\end{cases}$

Khi đó $V_{SACD}=\frac{1}{3}SA.S_{ACD}$.

với $S_{ACD}=S_{ABCD}-S_{ABC}=\frac{1}{2}AB(AD+BC)-\frac{1}{2}AB.BC=a^2$; $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

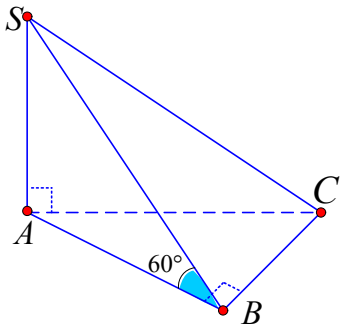
Vậy $\frac{32\pi}{15}$.

Câu 50: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC=a$. Biết SA vuông góc với đáy ABC và SB tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{48}$.

Lời giải.

Chọn A



Xét ΔABC vuông cân tại B với $AC=a$: $AC^2=2AB^2\Rightarrow AB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do $SA\perp(ABC)$ nên hình chiếu của SB xuống mặt phẳng ABC là AB. Góc giữa SB và mặt đáy là góc $\widehat{SBA}=60°$. Xét ΔSAB vuông tại A: $SA=AB.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

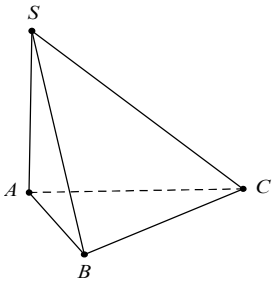
Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{6}AB^2.SA=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 51: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và hai mặt bên (SAB), (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SAC)=SA\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC)$.

Cạnh $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$

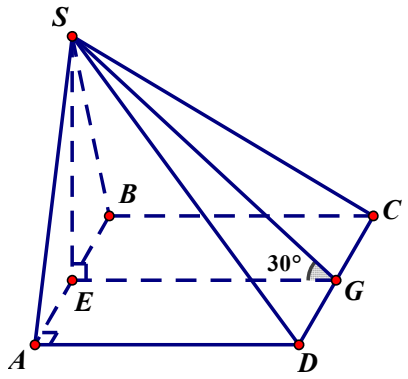
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.\frac{1}{2}a^2\sin 60^\circ=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$

Câu 52: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, ΔSAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của AB, $SE=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SE\perp(ABCD)$. Gọi G là trung điểm của CD.

Suy ra: $\left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right)=\widehat{SGE}=30^\circ$,

$EG=\frac{SE}{\tan 30^\circ}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}\Rightarrow AD=BC=\frac{3a}{2}.$

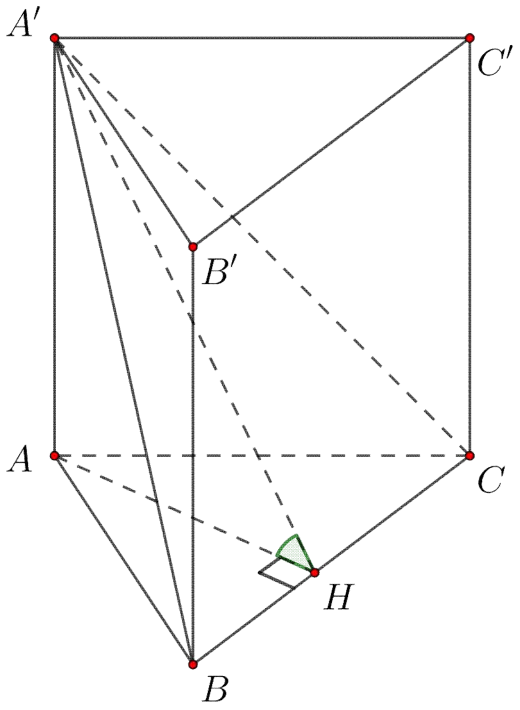
$\Rightarrow S_{ABCD}=AB.CD=a.\frac{3a}{2}=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow V=\frac{1}{3}.SE.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{3a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 53: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC=2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60°. Biết diện tích của tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Hạ $AH \perp BC$ tại H, do $BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (AA'H) \Rightarrow BC \perp A'H$ mà $S_{A'BC} = \frac{1}{2} A'H.BC = 2a^2 \Rightarrow A'H = \frac{4a^2}{BC} = 2a$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{AHA'} = 60° \Rightarrow AA' = A'H.\sin 60° = a\sqrt{3}$.

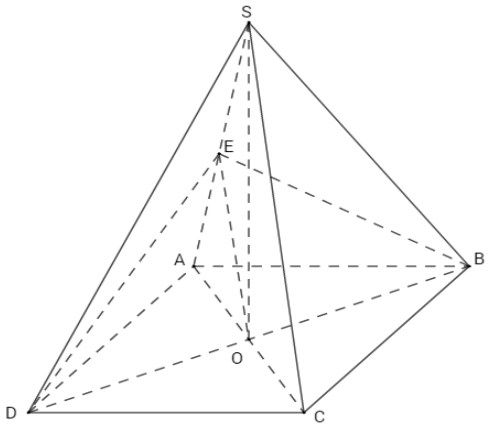
Ta có $S_{ABC} = S_{A'BC}.\cos 60° = a^2$. Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 54: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $SO \perp (ABCD)$. Cho $AB = SB = a$, $SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng α với

A. $\alpha = 90°$. **B.** $\alpha = 45°$. **C.** $\alpha = 60°$. **D.** $\alpha = 30°$.

Lời giải

Chọn C



Trong tam giác SOA, từ điểm O kẻ $OE \perp SA$ (1).

Do $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SO \\ SO \cap AC = \{O\} \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC) \Rightarrow BO \perp SA \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $SA \perp (BOE) \Rightarrow SA \perp BE \ (3)$.

Tương tự, ta cũng có $SA \perp DE \ (4)$.

Từ (3) và (4) suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) chính là góc giữa hai đường thẳng BE và DE.

Tam giác SBA cân tại B nên E là trung điểm của SA.

Trong tam giác vuông SOA, ta có $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{3}} = \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác vuông AOB, ta có $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Trong tam giác vuông SOA, ta có $\frac{1}{OE^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{3}{2a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow OE = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Trong tam giác vuông BOE, ta có $\tan \widehat{BEO} = \frac{OB}{OE} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BEO} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BED} = 120^\circ$.

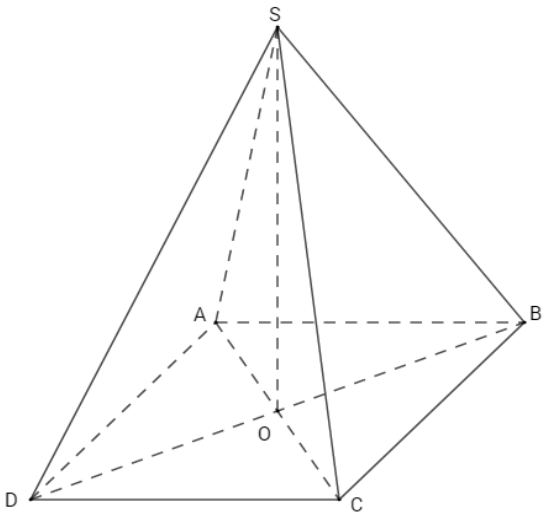
Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) bằng $60°$.

Câu 55: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và hai mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc giữa cặp đường thẳng nào sau đây?

A. (SB, SA). **B.** (SB, SO). **C.** (SB, BD). **D.** (SO, BD).

Lời giải

Chọn C



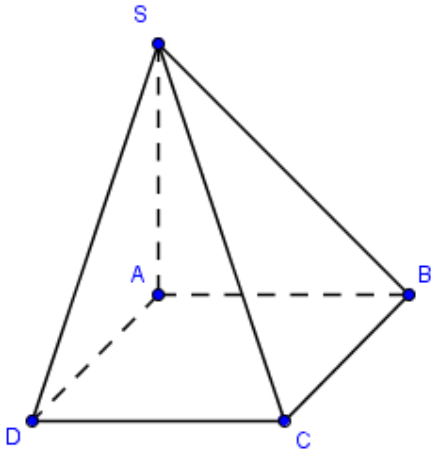
Do hai mặt phẳng $(SAC),(SBD)$ cùng vuông góc với đáy nên $SO \perp (ABCD)$. Khi đó, O là hình chiếu của điểm S xuống đáy $(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc giữa SB và BD.

Câu 56: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

A. $a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $DA \perp AB, DA \perp SA \Rightarrow DA \perp (SAB) \Rightarrow DA = d(D,(SAB))$.

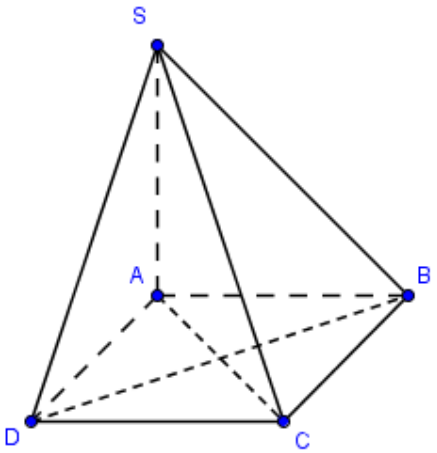
Do đó $d(SB,CD) = d(CD,(SAB)) = d(D,(SAB)) = DA = a.$

Câu 57: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đường cao SA và đáy $ABCD$ là hình thoi. Thể tích khối chóp đã cho được tính theo công thức nào sau đây?

A. $\frac{1}{3}SA.AB^2.$ **B.** $\frac{1}{3}SA.AC.BD.$ **C.** $\frac{1}{6}SA.AC.BD.$ **D.** $\frac{1}{2}SA.AB^2.$

Lời giải

Chọn C



Ta có diện tích đáy của hình chóp: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD$.

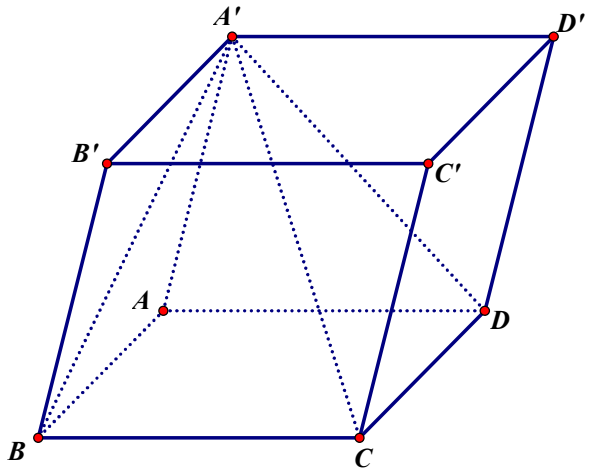
Ta có thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AC.BD.SA.$

Câu 58: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $24a^3$. Tính thể tích V của khối chóp $A'.ABCD$?

A. $V=2a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Lời giải

Chọn D



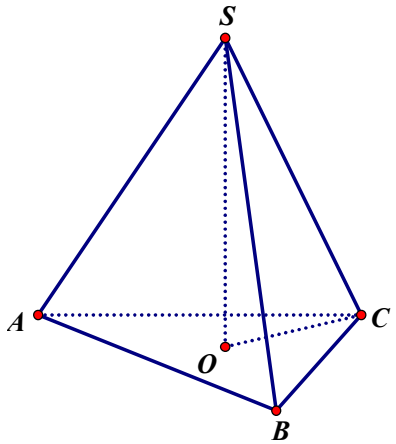
Thể tích V của khối chóp $A'.ABCD$: $V=\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{1}{3}.24a^3=8a^3$.

Câu 59: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$, O là tâm của ΔABC, ta có $SO\perp(ABC)$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $(SC;(ABC))=(SC;OC)=\widehat{SCO}$.

Ta được: $OC=\frac{2}{3}.a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}=a$. Suy ra $SO=\tan 60°.OC=a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy: $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}.\left(a\sqrt{3}\right)^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

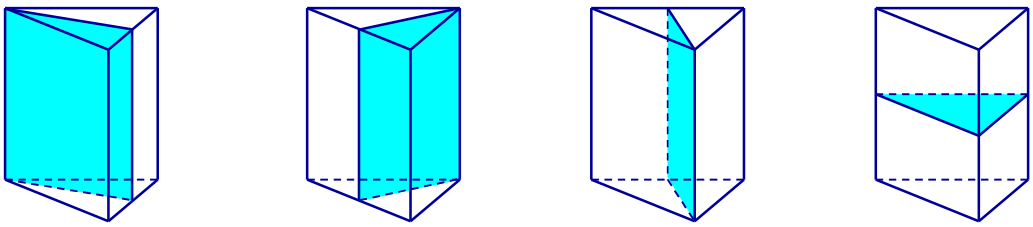
Thể tích của khối chóp: $V=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{3}{4}a^3$.

Câu 60: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B



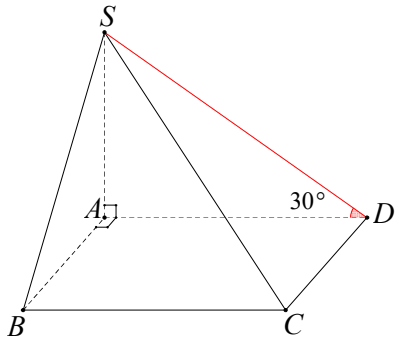
Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Câu 61: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



$\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SD,AD}\right)=\widehat{SDA}=30°$.

$\tan\widehat{SDA}=\frac{SA}{AD}\Rightarrow SA=AD.\tan\widehat{SDA}=a.\tan 30°=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

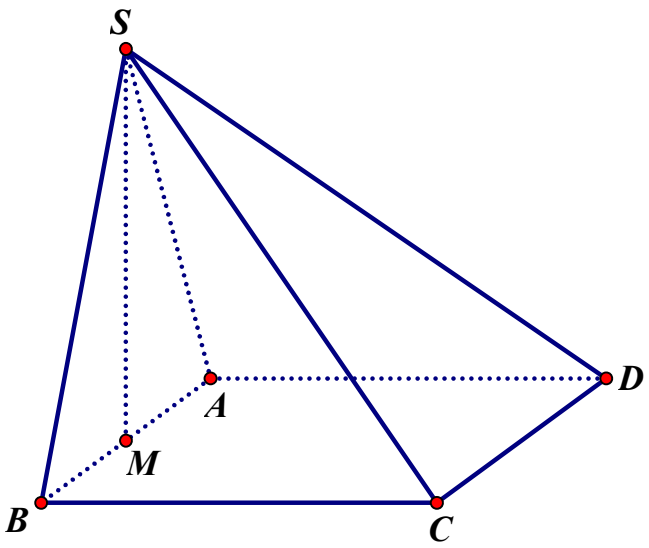
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 62: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải:

Chọn A



Gọi M là trung điểm AB. Tam giác SAB đều nên $SM \perp AB$, kết hợp với (SAB) vuông góc với $(ABCD)$, ta được $SM \perp (ABCD)$.

Diện tích đáy của hình chóp: $S_{ABCD} = a^2$. Chiều cao: $SM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

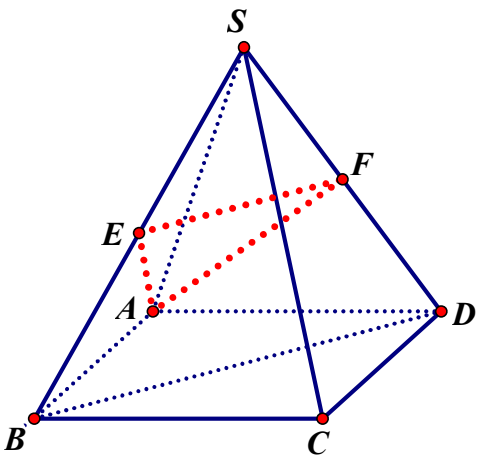
Thể tích hình của hình chóp: $V = \dfrac{1}{3}.SM.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 63: **(THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SB, SD. Tỉ số $\dfrac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}$ bằng:

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải:

Chọn C



Áp dụng công thức tỉ số thể tích hình chóp, ta có: $\dfrac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABD}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SE}{SB}.\dfrac{SF}{SC} = \dfrac{1}{4}$.

Suy ra $V_{S.AEF}=\frac{1}{4}V_{S.ABD}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}$.

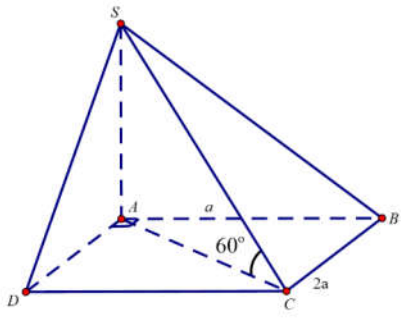
Vậy $\frac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 64: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=a$, $BC=2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SC hợp với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{2a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{15}$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Do hai mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

Vậy $\widehat{SCA}=60^o$; $AC=a\sqrt{5}$.

Xét tam giác vuông SAC có $\tan 60^o=\frac{SA}{AC}\Rightarrow SA=a\sqrt{15}$.

$S_{ABCD}=2a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{15}.2a^3=\frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$.

Câu 65: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là:

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có đáy là tam giác đều cạnh bằng a nên diện tích đáy $S=\frac{1}{2}a.a.\sin 60°=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao lăng trụ bằng a.

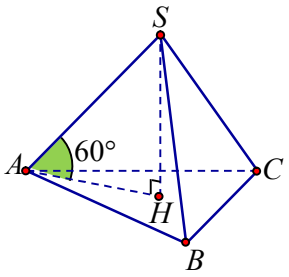
Do đó thể tích $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 66: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Một khối chóp tam giác có đáy là một tam giác đều cạnh $6\,\text{cm}$. Một cạnh bên có độ dài bằng $3\,\text{cm}$ và tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của khối chóp đó là:

A. $27\,\text{cm}^3$. **B.** $\frac{27}{2}\,\text{cm}^3$. **C.** $\frac{81}{2}\,\text{cm}^3$ **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $SH \perp (ABC) \Rightarrow AH$ là hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SA,AH}\right) = \widehat{SAH}$

Tam giác SAH vuông tại H có $SH = SH.\sin 60° = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

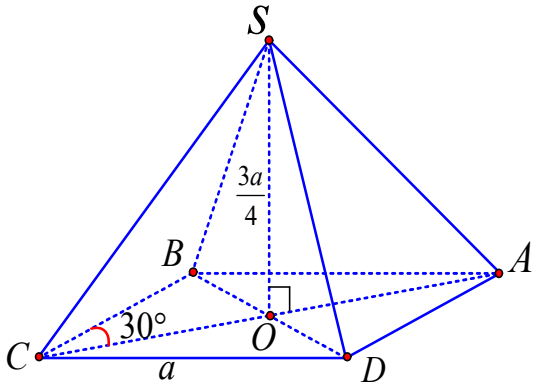
Khi đó $V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{27}{2}\,\text{cm}^3$.

Câu 67: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, góc $\widehat{BCA} = 30°$, $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \frac{3a}{4}$. Khi đó thể tích của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh a, góc $\widehat{BCA} = 30°$ nên $\widehat{BCD} = 60°$; ΔBCD đều suy ra $BD = a$, $CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AC = 2CO = a\sqrt{3}$.

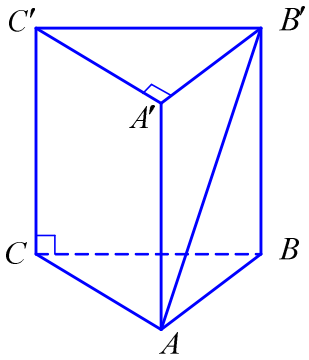
Ta có $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$ với $SO=\frac{3a}{4}$ suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}\cdot\frac{3a}{4}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 68: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Tính thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng và có đáy là tam giác vuông cân tại A nên $\begin{cases}BB'\perp C'A'\\C'A'\perp A'B'\end{cases}\Rightarrow C'A'\perp(ABB'A')$.

Mặt khác $CC'//(ABB'A')$ nên $C'A'$ là khoảng cách giữa AB' và CC' do đó $C'A'=A'B'=a$

Suy ra $B'C'=a\sqrt{2}$ lại do $BCC'B'$ là hình vuông nên chiều cao của lăng trụ $BB'=a\sqrt{2}$.

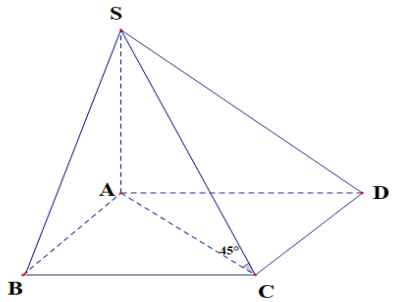
$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta A'B'C'}.BB'$ với $S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{2}A'B'.A'C'=\frac{a^2}{2}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 69: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, SC tạo với đáy một góc $45°$. Tính thể tích V khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn B



Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Vậy ΔSAC vuông cân $\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

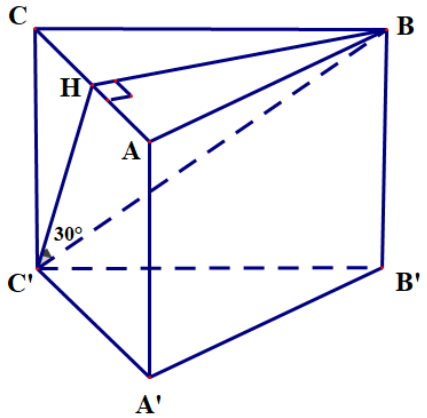
Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 70: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc 30°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $V = \frac{3}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(ABC) \perp (ACC'A')$, gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow BH \perp AC \Rightarrow BH \perp (ACC'A')$.

Vậy $BH \perp C'H$. Từ đó suy ra góc giữa BC' và $(ACC'A')$ là góc $\widehat{BC'H}$. Vậy $\widehat{BC'H} = 30^\circ$.

Xét tam giác BHC' vuông tại H có: $C'H = \frac{BH}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác $C'CH$ vuông tại C có: $CC' = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}$.

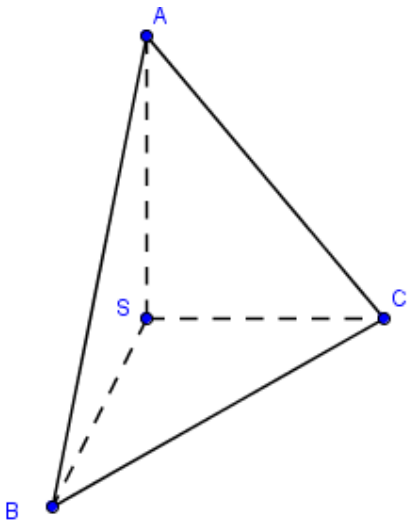
Thể tích khối lăng trụ là: $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 71: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC vuông góc đôi một và $AB = 5$ cm, $BC = \sqrt{41}$ cm, $AC = \sqrt{34}$ cm. Tìm thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. 10 cm^2. **B.** 11 cm^2. **C.** 12 cm^2. **D.** 14 cm^2.

Lời giải

Chọn A



Trong tam giác SAB vuông tại S, ta có $AB^2 = SA^2 + SB^2 = 25.\ (1)$

Trong tam giác SBC vuông tại S, ta có $BC^2 = SC^2 + SB^2 = 41.\ (2)$

Trong tam giác SBC vuông tại S, ta có $AC^2 = SC^2 + SA^2 = 34.\ (3)$

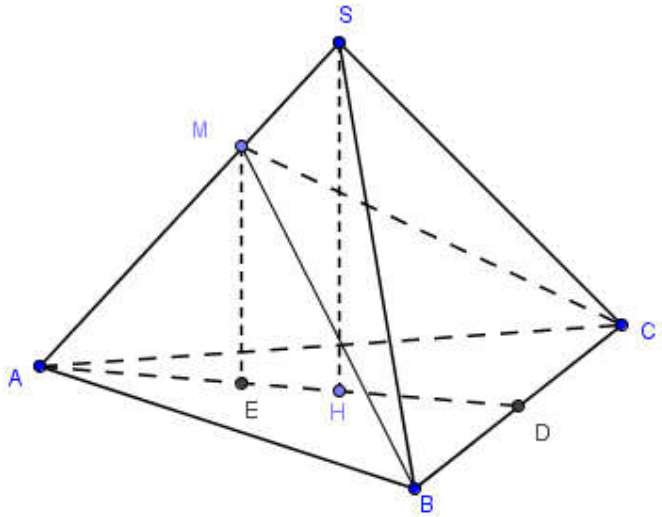
Từ (1), (2) và (3) ta có $SA = 3,\ SB = 4,\ SC = 5.$ Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.3.4.5 = 10\ \text{cm}^2.$

Câu 72: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên là $2a$. M thuộc cạnh SA sao cho $2MS = MA$. Tính thể tích V của tứ diện $MABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}}{12}a^3.$ **B.** $V = \frac{\sqrt{11}}{14}a^3.$ **C.** $V = \frac{\sqrt{11}}{16}a^3.$ **D.** $V = \frac{\sqrt{11}}{18}a^3.$

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm cạnh BC và H, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của S, M lên AD.

Ta có $AH = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Trong tam giác vuông SHA có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}.$

Mặt khác, ta có $ME \parallel SH$ (vì cùng vuông góc với AD). Do đó ta có

$\frac{ME}{SH}=\frac{AM}{SA}=\frac{2}{3}\Rightarrow ME=\frac{2}{3}SH=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{33}}{3}=\frac{2a\sqrt{33}}{9}.$

Vậy thể tích V của tứ diện $MABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{2a\sqrt{33}}{9}=\frac{a^3\sqrt{11}}{18}.$

Câu 73: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đáy là hình vuông nên $S_{đ}=(2a)^2=4a^2$.

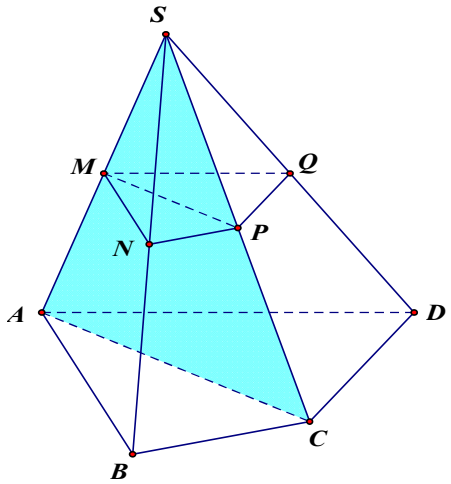
Do SA vuông góc với đáy nên $h=SA=a\sqrt{3}$.

Vậy, ta có: $V=\frac{1}{3}.S_{đ}.h=\frac{1}{3}.4a^2.a\sqrt{3}=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 74: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Biết khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là $16a^3$. Tính thể tích khối chóp $S.MNPQ$ theo a.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải



Chọn A

Cách 1: Mặt phẳng (SAC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối chóp tam giác $S.ABC$ và $S.ADC$, đồng thời cũng chia khối chóp $S.MNPQ$ thành hai khối chóp $S.MNP$ và $S.MQP$.

Áp dụng phương pháp tỷ số thể tích, ta có:

$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}\cdot\frac{SN}{SB}\cdot\frac{SP}{SC}=\frac{1}{8}$ nên $V_{S.MNP}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}$; và $\frac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}}=\frac{1}{8}$ nên $V_{S.MQP}=\frac{1}{8}V_{S.ADC}$.

Do đó $V_{S.MNPQ}=V_{S.MNP}+V_{S.MQP}=\frac{1}{8}(V_{S.ABC}+V_{S.ADC})\Leftrightarrow V_{S.MNPQ}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}=\frac{1}{8}.16a^3=2a^3$.

Cách 2: Ta dễ dàng chỉ ra được tứ giác $MNPQ$ đồng dạng với $ABCD$ theo tỷ số $\frac{1}{2}$ nên $S_{MNPQ}=\left(\frac{1}{2}\right)^2.S_{ABCD}$. Đồng thời $d\left(S,\left(MNPQ\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(S,\left(ABCD\right)\right)$.

Do đó, ta có:

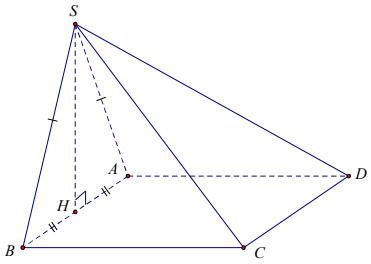
$$V_{S.MNPQ}=\frac{1}{3}S_{MNPQ}.d\left(S,\left(MNPQ\right)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{ABCD}.d\left(S,\left(ABCD\right)\right)=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}=\frac{1}{8}.16a^3=2a^3.$$

Câu 75: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases}SH\perp AB\\(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD).$$

ΔSAB đều cạnh $a\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{ABCD}=a^2$.

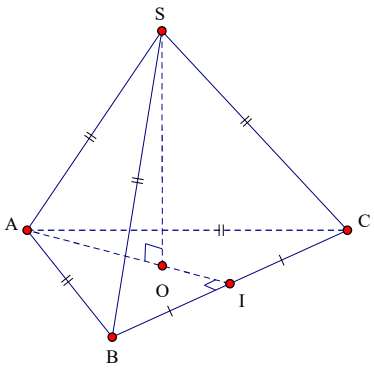
Vậy thể tích khối chóp cần tìm là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 76: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Thể tích của một khối tứ diện đều cạnh bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm mặt đáy (ABC) và I là trung điểm cạnh BC.

$S.ABC$ là tứ diện đều nên $SO \perp (ABC)$.

ΔSAO vuông tại O có:

$$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

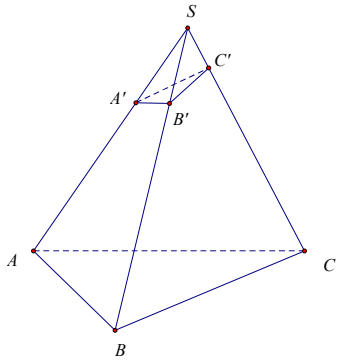
Vậy thể tích khối tứ diện đều cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 77: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có các điểm A', B', C' lần lượt thuộc các cạnh SA, SB, SC thoả $3SA' = SA$, $4SB' = SB$, $5SC' = 3SC$. Biết thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng $5\left(\text{cm}^3\right)$. Tìm thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $120\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $60\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $80\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $100\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn D



Áp dụng tỉ lệ thể tích ta có:

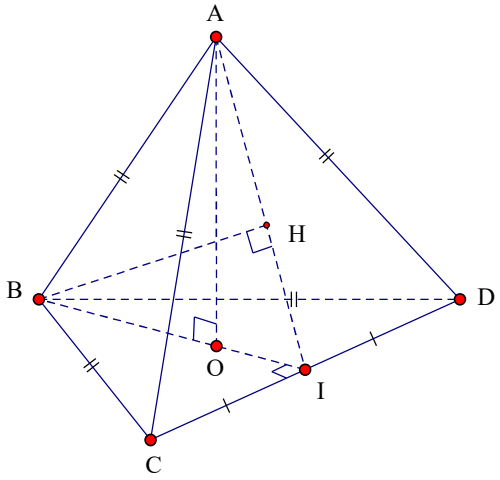
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{3}{5} = \frac{1}{20} \Rightarrow V_{S.ABC} = 20V_{S.A'B'C'} = 100\left(\text{cm}^3\right).$$

Câu 78: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ đỉnh B đến mặt phẳng (ACD).

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Sử dụng thể tích.

Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là: $V_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

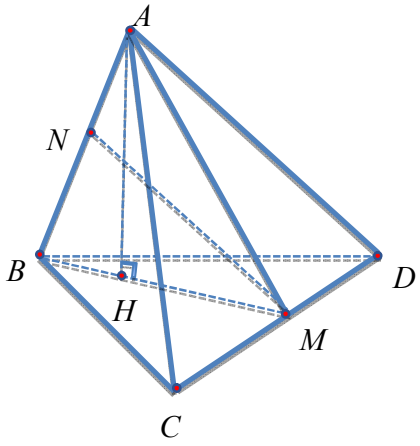
ΔACD đều cạnh a nên: $S_{ACD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

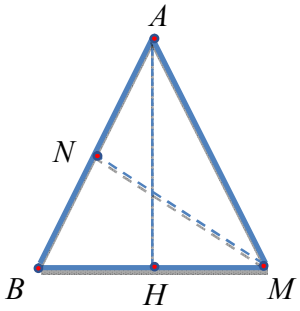
Mặt khác: $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}d\left(B,\left(ACD\right)\right).S_{ACD}\Rightarrow d\left(B,\left(ACD\right)\right)=\dfrac{3V_{ABCD}}{S_{ACD}}=\dfrac{3.\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Cách 2: Sử dụng khoảng cách thuần tuý. $d\left(B,\left(ACD\right)\right)=BH=3d\left(O,\left(ACD\right)\right)$ (như hình vẽ).

Câu 79: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho một tứ diện có đúng một cạnh có độ dài bằng x thay đổi được, các cạnh còn lại có độ dài bằng 2. Tính giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện này.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{3}$. **D.** 1.





Lời giải:

Chọn D

Gọi các đỉnh hình chóp như hình vẽ:

$V_{A.BCD}=\frac{1}{3}AH.S_{\Delta BCD}$

$V_{A.BCD\max}$ khi $AH_{\max}$

Ta có $S_{\Delta ABM}=\frac{1}{2}AH.MB=\frac{1}{2}MN.AB$

$\Leftrightarrow AH=\frac{MN.AB}{MB}\Leftrightarrow AH^2=\frac{MN^2.AB^2}{MB^2}\Leftrightarrow AH^2=\frac{\left(BM^2-BN^2\right).AB^2}{MB^2}$

$\Leftrightarrow AH^2=\frac{\left(3-\frac{x^2}{4}\right).x^2}{3}=\frac{12x^2-x^4}{12}=\frac{12t-t^2}{12}$ Đặt $f\left(t\right)=\frac{12t-t^2}{12}$.

$f'\left(t\right)=\frac{12-2t}{12}=\frac{6-t}{6}$

x	0		6		$2\sqrt{3}$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	3	↘	$2\sqrt{3}-1$

$\Leftrightarrow AH^2\max=3\Leftrightarrow AH=\sqrt{3}$

Vậy thể tích lớn nhất là $V_{\max}=\frac{1}{3}AH.S_{\Delta BCD}=\frac{1}{3}.\sqrt{3}.2^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=1$.

Câu 80: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích của khối lập phương có diện tích một mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$.

A. $2a^3\sqrt{2}$. **B.** a^3. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $4a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích mặt chéo của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$S_{ACC'A'}=AA'.AC=AA'^2\sqrt{2}=a^2\sqrt{2}\Rightarrow AA'=a$$

Thể tích khối lập phương là: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=a^3$

Câu 81: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình tứ diện đều. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Đoạn thẳng nối trung điểm của cặp cạnh đối diện cũng là đoạn vuông góc chung của cặp cạnh đó.

B. Thể tích của khối tứ diện bằng một phần ba tích khoảng cách từ trọng tâm của tứ diện đến một mặt với diện tích toàn phần của nó (diện tích toàn phần là tổng diện tích của bốn mặt).

C. Các cặp cạnh đối diện dài bằng nhau và vuông góc với nhau.

D. Hình tứ diện đều có một tâm đối xứng cũng chính là trọng tâm của nó.

Lời giải

Chọn D

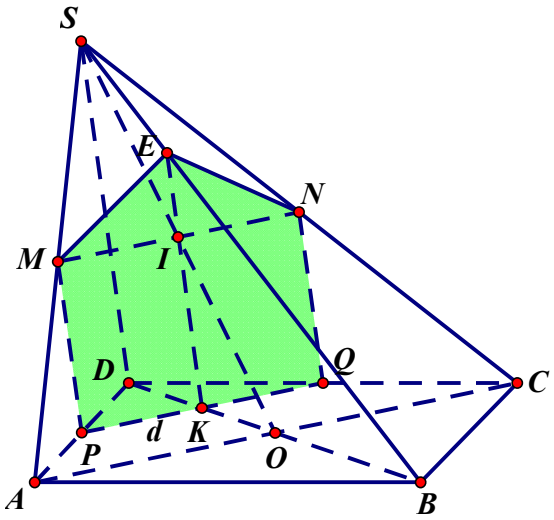
Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 82: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và một mặt phẳng (P) thay đổi. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) là một đa giác có số cạnh nhiều nhất có thể là:

A. 5 cạnh. **B.** 4 cạnh. **C.** 3 cạnh. **D.** 6 cạnh.

Lời giải

SaiChọn B SửaChọn A



Hình trên là một minh họa cho trường hợp mặt phẳng (P) cắt hình chóp tứ giác theo thiết diện là một ngũ giác.

Câu 83: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Hai khối đa diện đều được gọi là *đối ngẫu* nếu các đỉnh của khối đa diện đều loại này là tâm (đường tròn ngoại tiếp) các mặt của khối đa diện đều loại kia. Hãy tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Khối tứ diện đều đối ngẫu với chính nó.

B. Hai khối đa diện đều đối ngẫu với nhau luôn có số cạnh bằng nhau.

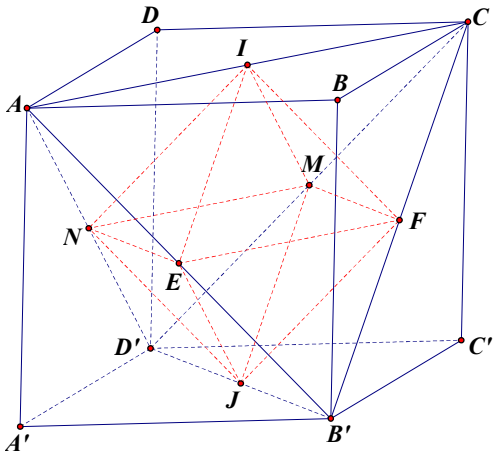
C. Số mặt của một đa diện đều bằng số cạnh của đa diện đều đối ngẫu với nó.

D. Khối 20 mặt đều đối ngẫu với khối 12 mặt đều.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa thì khối lập phương và khối bát diện đều đối ngẫu với nhau. Nhưng số mặt của hình lập phương bằng 6 và số cạnh của bát diện đều là 12 như vậy khẳng định C là sai.

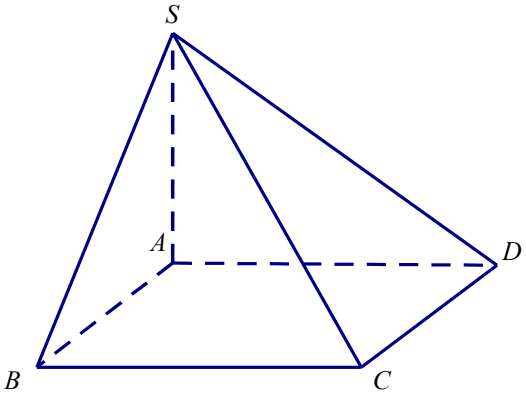


Câu 84: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$, $SA=2a$, SA vuông góc với $\text{mp}(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{4a^3}{3}$ (đvtt). **B.** $4a^3$ (đvtt). **C.** $\frac{2a^3}{3}$ (đvtt). **D.** $2a^3$ (đvtt).

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{2}.2a.a.2a=2a^3\left(\text{đvtt}\right)$.

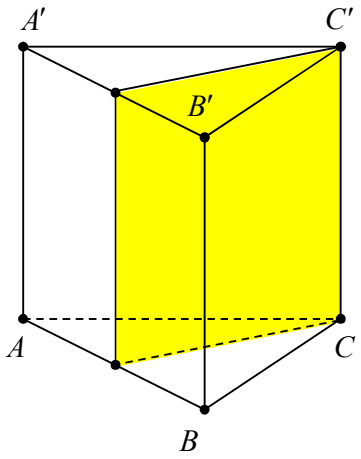
Câu 85: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

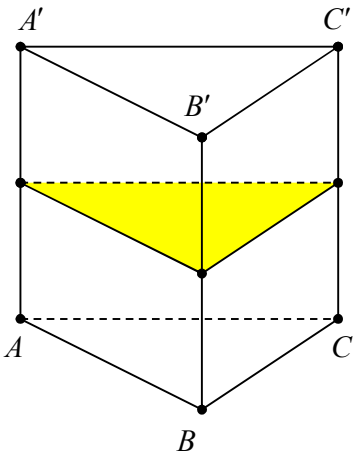
A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

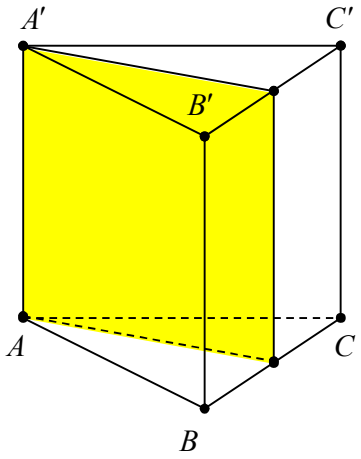
Lời giải

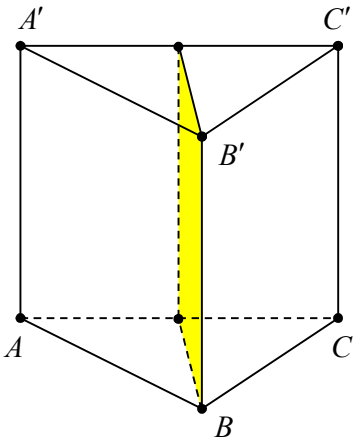
SaiChọn A SửaChọn D

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng được mô tả như sau:







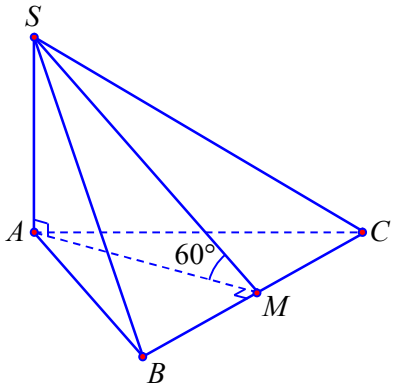


Câu 86: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Biết góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó $AM\perp BC$, $SA\perp BC$. Suy ra $SM\perp BC$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) chính là góc $\widehat{SMA}$.

Ta có $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA=AM.\tan\widehat{SMA}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60°=\dfrac{3a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

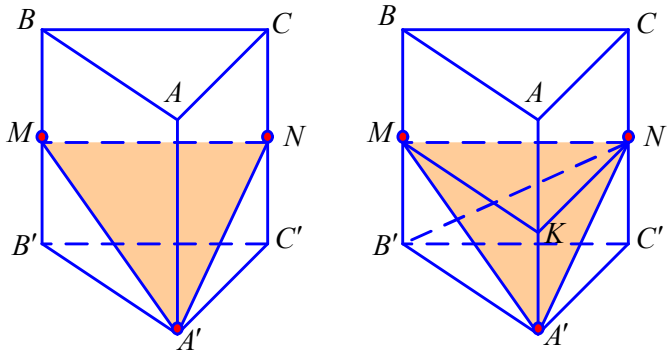
Thể tích khối chóp là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ (đvtt).

Câu 87: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai phần, đặt V_1 là thể tích của phần đa diện chứa điểm B, V_2 là phần còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=3$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ MK // AB suy ra KN // AC. Do M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' khi đó mặt phẳng (MKN) chia hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ làm hai phần bằng nhau.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=V_{ABC.MNK}+V_{MNK.A'B'C'}=2V_{MNK.A'B'C'}$.

Mặt khác $V_{MNK.A'B'C'}=V_{N.A'B'C'}+V_{A'.MNK}+V_{N.A'B'M}$ và $V_{N.A'B'C'}=V_{A'.MNK}=V_{N.A'B'M}$

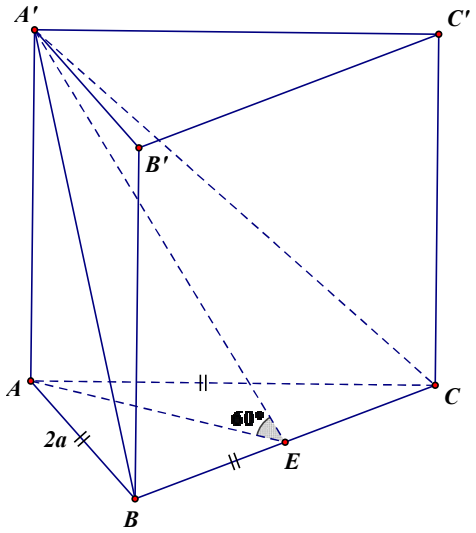
nên $V_2=V_{N.A'B'C'}+V_{N.A'B'M}=2V_{N.A'B'C'}$, $V_1=4V_{N.A'B'C'}$. Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}=2$.

Câu 88: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm BC, suy ra góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'EA}=60°$.

Trong tam giác vuông $A'AE$, ta có $A'A=AE.\tan 60°=2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=3a$.

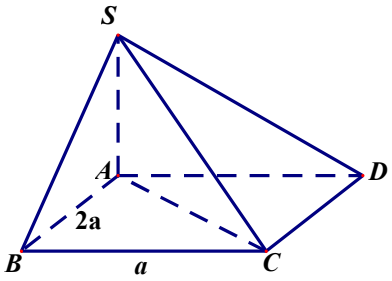
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'A=\dfrac{(2a)^2.\sqrt{3}}{4}.3a=3a^3\sqrt{3}$.

Câu 89: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $BC=a$, SA vuông góc với mặt đáy, cạnh SC hợp đáy một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là

A. $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{15}a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{15}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có $\widehat{SCA}=30°$; $AC=\sqrt{a^2+(2a)^2}=a\sqrt{5}$ nên $SA=AC\tan 30°=\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.

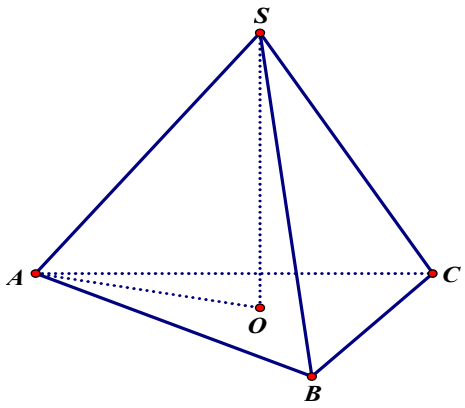
Từ đó suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{15}}{3}.2a^2=\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 90: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. $\dfrac{\sqrt{26}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{78}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{78}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của tam giác ABC. Có $AO=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông SOA, ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{9a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{78}}{3}$.

Diện tích đáy của hình chóp $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

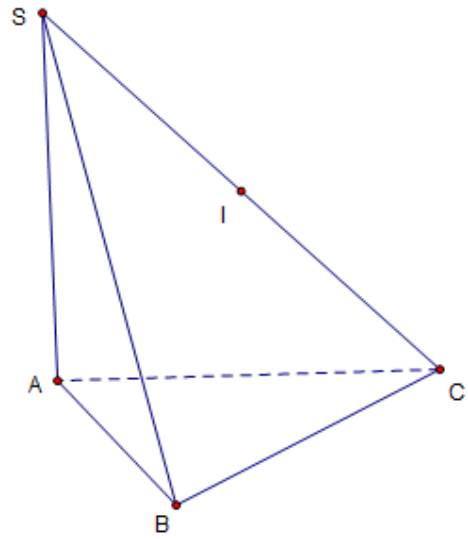
Thể tích của khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{78}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{26}a^3}{12}$.

Câu 91: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA=2a$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. a. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA\perp(ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B nên $\begin{cases}BC\perp SA\\BC\perp AB\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$.

Do đó các đỉnh A và B cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông.

Vậy tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là trung điểm I của cạnh SC và bán kính $R=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AB^2+BC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2+a^2+3a^2}=a\sqrt{2}$.

Câu 92: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A.

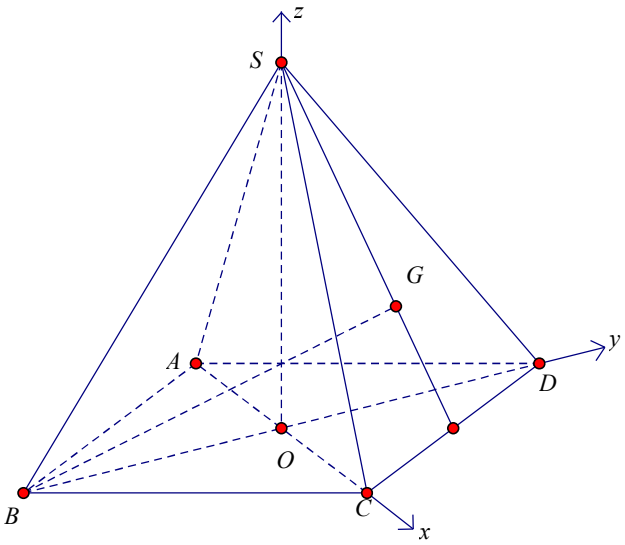
Suy ra thể tích của khối lăng trụ là $V=AA'.S_{ABC}=AA'.\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{a^3}{2}$.

Câu 93: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Góc giữa đường thẳng BG và đường thẳng SA bằng

A. $\arccos\frac{\sqrt{33}}{22}$. **B.** $\arccos\frac{\sqrt{330}}{110}$. **C.** $\arccos\frac{\sqrt{3}}{11}$. **D.** $\arccos\frac{\sqrt{33}}{11}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên ta chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ.

$OA=OB=OC=OD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAO vuông tại O: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Ta có: $A\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $B\left(0;-\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$, $C\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};0;0\right)$, $D\left(0;\frac{a\sqrt{2}}{2};0\right)$, $S\left(0;0;\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)$.

G là trọng tâm tam giác SCD nên: $G\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right)$.

$\overrightarrow{SA}=\left(-\frac{a\sqrt{2}}{2};0;-\frac{a\sqrt{10}}{2}\right)$, $\overrightarrow{BG}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{6};\frac{2a\sqrt{2}}{3};\frac{a\sqrt{10}}{6}\right)$.

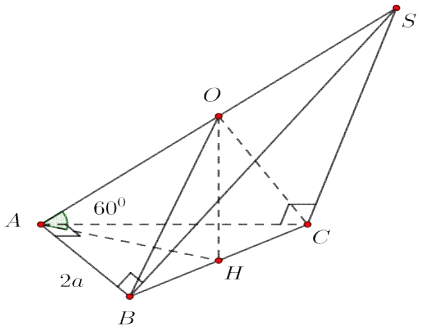
$$\cos\left(SA,BG\right)=\frac{\left|\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{BG}\right|}{\left|\overrightarrow{SA}\right|.\left|\overrightarrow{BG}\right|}=\frac{\left|-\frac{a^2}{6}-\frac{5a^2}{6}\right|}{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{11}}{3}}=\frac{\sqrt{33}}{11}\Rightarrow\left(SA,BG\right)=\arccos\frac{\sqrt{33}}{11}.$$

Câu 94: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=AC=2a$, $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$, góc giữa cạnh bên SA với mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O và H lần lượt là trung điểm của SA và BC.

Do $\widehat{SBA}=\widehat{SCA}=90°$ nên 4 điểm S, A, B, C cùng nằm trên mặt cầu đường kính SA

$\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Do ΔABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow OH\perp\left(ABC\right)\Rightarrow\widehat{OAH}=60°$.

Ta có $AH=\frac{1}{2}BC=a\sqrt{2}\Rightarrow OH=AH.\tan 60^\circ=a\sqrt{2}.\sqrt{3}=a\sqrt{6}$.

Thể tích của khối chóp $O.ABC$ là $V_{O.ABC}=\frac{1}{3}.OH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{6}.\frac{1}{2}.2a.2a=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

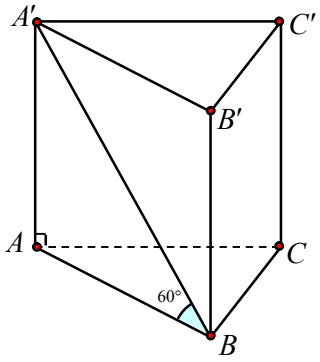
Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{O.ABC}}=\frac{SA}{OA}=2\Rightarrow V_{S.ABC}=2V_{O.ABC}=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 95: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=a\sqrt{2}$. $A'B$ tạo với đáy góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $4a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{5a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có AB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left(\widehat{A'B,(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'B,AB}\right)=\widehat{ABA'}$

Tam giác ABA' vuông tại A có $AA'=AB.\tan 60°=a\sqrt{6}$.

Tam giác ABC vuông cân tại A có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=a^2$.

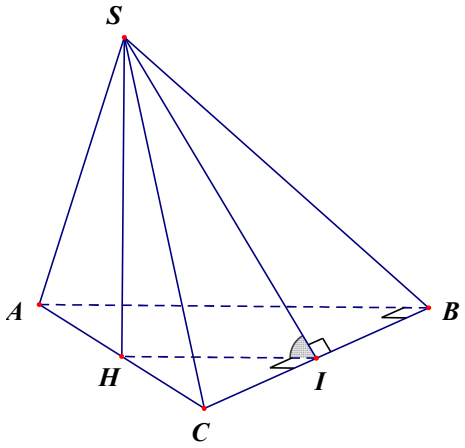
Khi đó thể tích khối lăng trụ là $V=S_{ABC}.AA'=a^3\sqrt{6}$.

Câu 96: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, tam giác ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$; $BC=a\sqrt{3}$, mặt bên (SBC) tạo với đáy góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh huyền AC, suy ra $HA=HB=HC$.

Mặt khác theo giả thiết $SA=SB=SC$. Do đó $SH\perp(ABC)$.

Gọi I là trung điểm BC.

Ta có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ HI\perp BC\\ SI\perp BC\end{cases}\Rightarrow\widehat{((SBC),(ABC))}=\widehat{SIH}=60°$.

Lại có HI là đường trung bình tam giác ABC nên $HI=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông SHI có $\tan 60^\circ=\dfrac{SH}{HI}\Rightarrow SH=HI.\sqrt{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

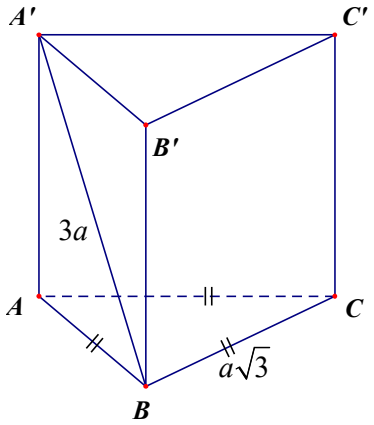
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.AB.BC.SH=\dfrac{1}{6}.a.a\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 97: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $A'B=3a$. Thể tích khối lăng trụ là

A. $\dfrac{7a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $6a^3$. **D.** $7a^3$.

Lời giải

Chọn B



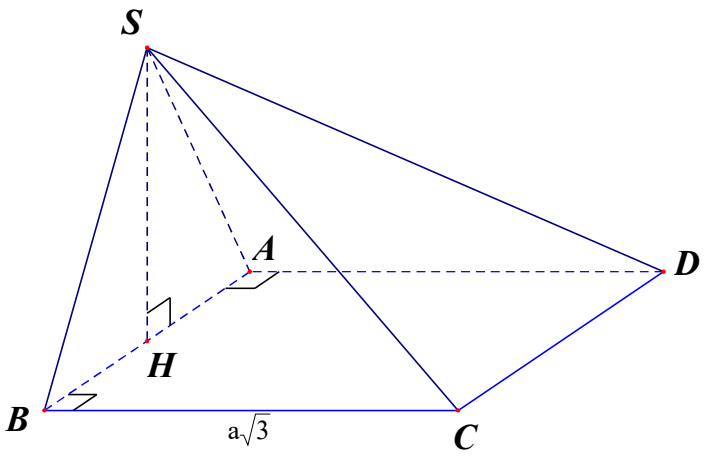
Ta có: $S_{\Delta ABC}=\left(a\sqrt{3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA'=\sqrt{A'B^2-AB^2}=\sqrt{9a^2-3a^2}=a\sqrt{6}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{6}.\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 98: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải:



Chọn C

Gọi H là trung điểm của AB khi đó SH là đường cao của hình chóp.

Do SAB là tam giác đều nên: $SH = AB.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{1}{3}.\left(a\sqrt{3}\right)^2.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{3a^3}{2}$.

----------HẾT----------

Câu 99: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = 2\sqrt{3}$, $SB = 2$, $SC = 3$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 6\sqrt{3}$. **B.** $V = 4\sqrt{3}$. **C.** $V = 2\sqrt{3}$. **D.** $V = 12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

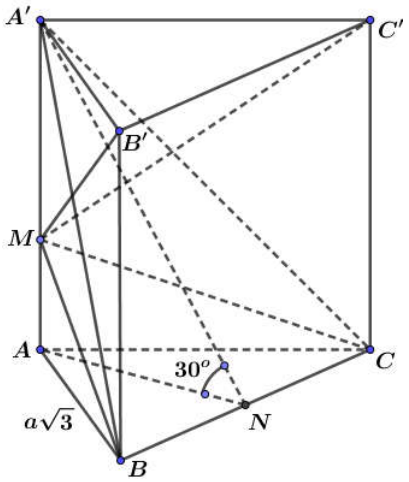
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{1}{6}SA.SB.SC = \dfrac{1}{6}.2\sqrt{3}.2.3 = 2\sqrt{3}$.

Câu 100: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Điểm M nằm trên cạnh AA'. Biết cạnh $AB = a\sqrt{3}$, thể tích khối đa diện $MBCC'B'$ bằng:

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

Gọi N là trung điểm của BC; góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'NA}=30°$

và $AN=AB\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$ nên $AA'=AN.\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}.\dfrac{\sqrt{3}a}{2}=\dfrac{9a^3}{8}$ và $V_{A'.ABC}=\dfrac{3a^3}{8}$.

Do $M\in AA'$ mà $AA'//(BB'C'C)$ nên $d\left(M,(BB'C'C)\right)=d\left(A',(BB'C'C)\right)$.

Vì vậy $V_{M.BCB'C'}=V_{A'.BCB'C'}=\dfrac{6a^3}{8}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 101: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho một đa diện có m đỉnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 cạnh. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. m là một số chẵn. **B.** m chia cho 3 dư 2.

C. m chia hết cho 3. **D.** m là một số lẻ.

Lời giải

Chọn A

Gọi $Đ$ là số đỉnh và C là số cạnh của hình đa diện đã cho.

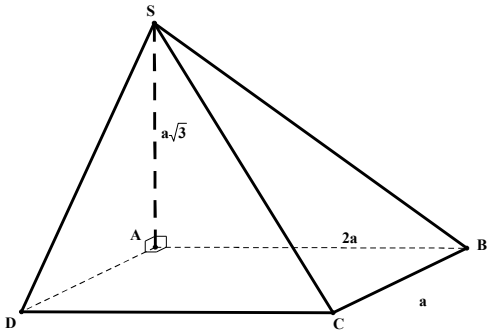
Vì mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên $3Đ=2C\Rightarrow Đ=2\left(\dfrac{C}{3}\right)$ hay $Đ$ là số chẵn. Vậy $m=Đ$ là số chẵn.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{đ}=AB.BC=2a^2$.

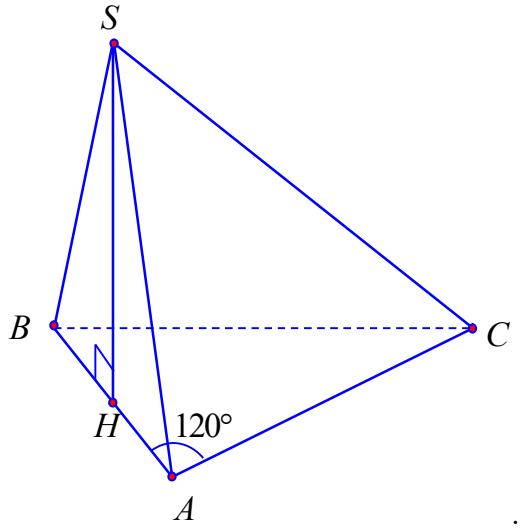
Vậy $V=\dfrac{1}{3}\cdot SA.S_{đ}=\dfrac{1}{3}\cdot a\sqrt{3}.2a^2=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB.

Theo đề ta có $SH\perp(ABC)$. Tam giác SAB đều cạnh a nên $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ABC cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^o$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin 120^o=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

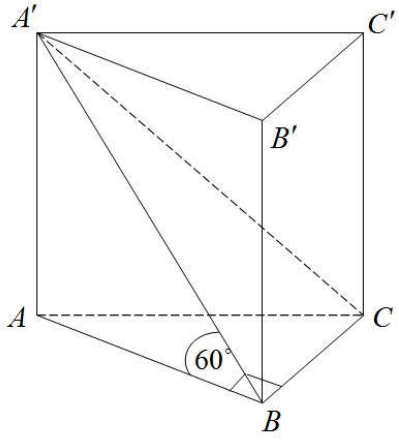
Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3}{8}$.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AB=BC=a$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$.

Góc giữa $(A'BC)$ và đáy là góc $\widehat{A'BA}=60^\circ$.

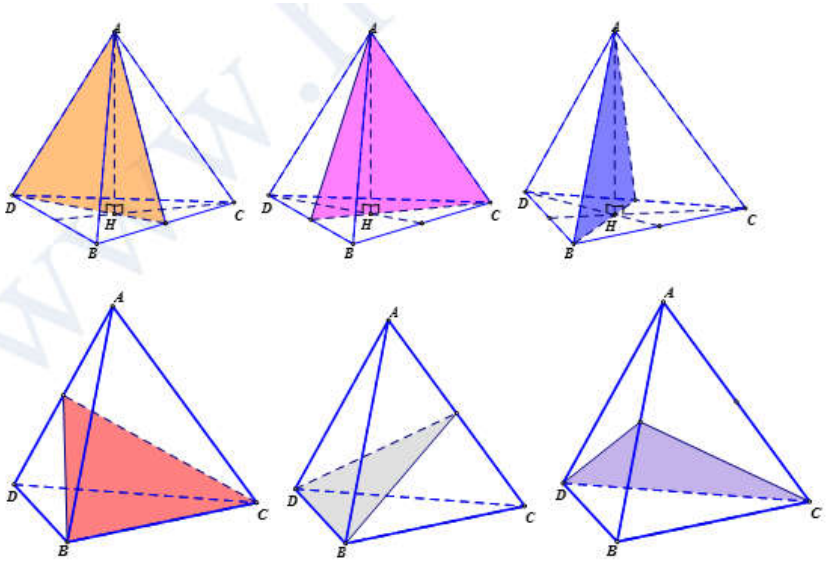
$A'A=AB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'A=\frac{a^2}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

A. vô số. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải



Chọn D

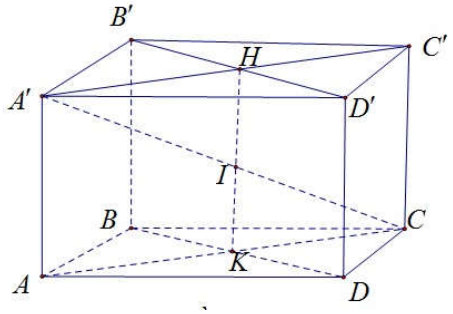
Hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng chứa một cạnh và đi qua trung điểm cạnh đối.

Câu 5: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Một hình hộp hình chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a, b, c. Tính bán kính của mặt cầu.

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $\sqrt{2\left(a^2+b^2+c^2\right)}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Lời giải

Chọn D



Đường kính của mặt cầu chính là đường chéo của hình hộp chữ nhật, nên mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 6: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. a^3. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.

Ta có: $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin A=\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

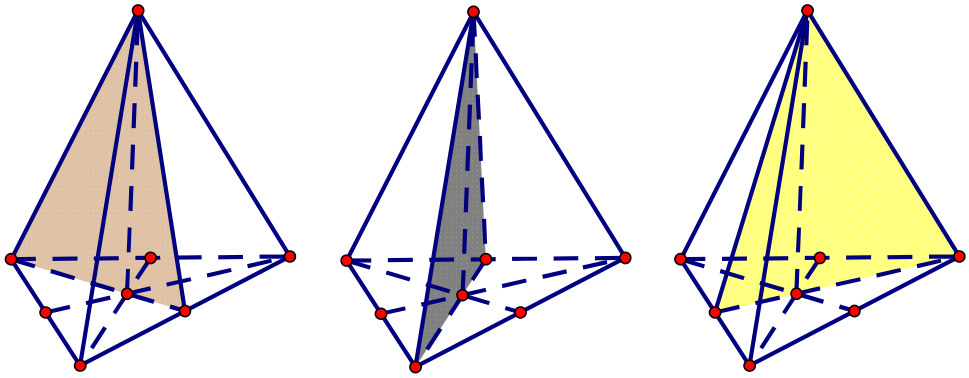
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 **B.** 4. **C.** 9 **D.** 3.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng đối xứng của khối chóp trên tạo bởi cạnh bên và trung điểm của cạnh đáy đối diện.

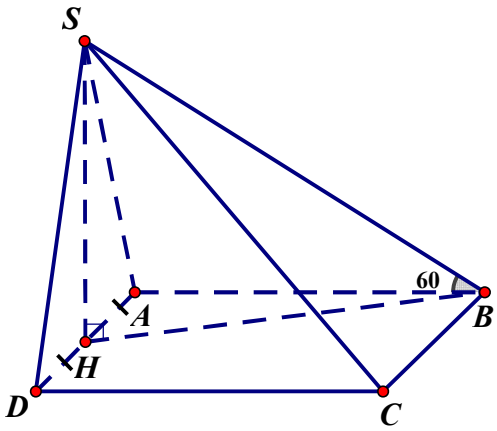
Vậy khối chóp trên có 3 mặt phẳng đối xứng.

Câu 8: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD, cạnh SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của cạnh AD.

Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Cạnh SB hợp với đáy một góc $60°$, do đó: $\widehat{SBH} = 60°$.

Xét tam giác AHB vuông tại A: $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác SBH vuông tại H:

$\tan\widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} \Leftrightarrow SH = BH.\tan\widehat{SBH} \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{5}}{2}\tan 60° = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Diện tích đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}a^2\frac{a\sqrt{15}}{2}=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 9: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $36\,\text{cm}^3$. Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V=12\,\text{cm}^3$. **B.** $V=24\,\text{cm}^3$. **C.** $V=16\,\text{cm}^3$. **D.** $V=18\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao của lăng trụ, $S=S_{A'B'C'D'}$.

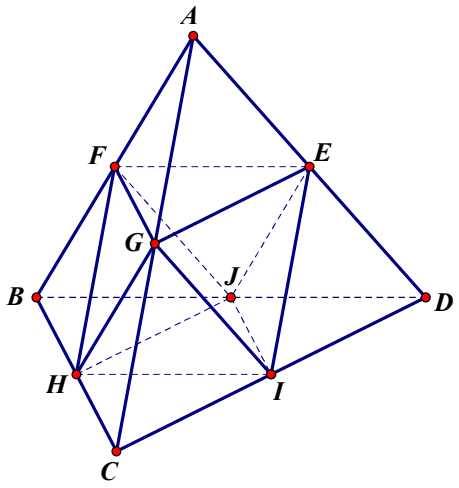
Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=h.S$; $V=V_{M.A'B'C'D'}=\frac{1}{3}h.S=\frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{3}=12\,\text{cm}^3$.

Câu 10: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho khối tứ diện có thể tích V. Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi khối tứ diện đã cho là $ABCD$.

Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AD, AB, AC, BC, CD, BD.

Khi đó ta có: $V=V'+4.V_{A.FEG}$.

Mặt khác $V_{A.FEG}=\frac{1}{8}V$.

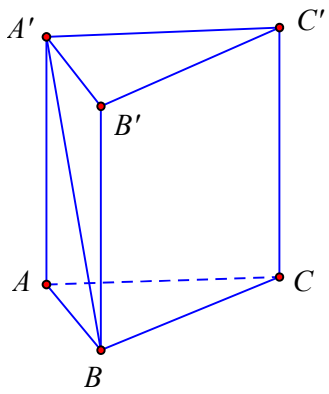
Suy ra $V=V'+\frac{1}{2}V\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

Câu 11: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=BC=a$, $BB'=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B



Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ nên $BB' \perp (A'B'C') \Rightarrow BB' \perp A'B' \Rightarrow A'B' \perp BB'$ (1)

Bài ra có $AB \perp BC \Rightarrow A'B' \perp B'C'$.

Kết hợp với $(1) \Rightarrow A'B' \perp (BCC'B') \Rightarrow \widehat{(A'B;(BCC'B'))} = \widehat{A'BB'}$

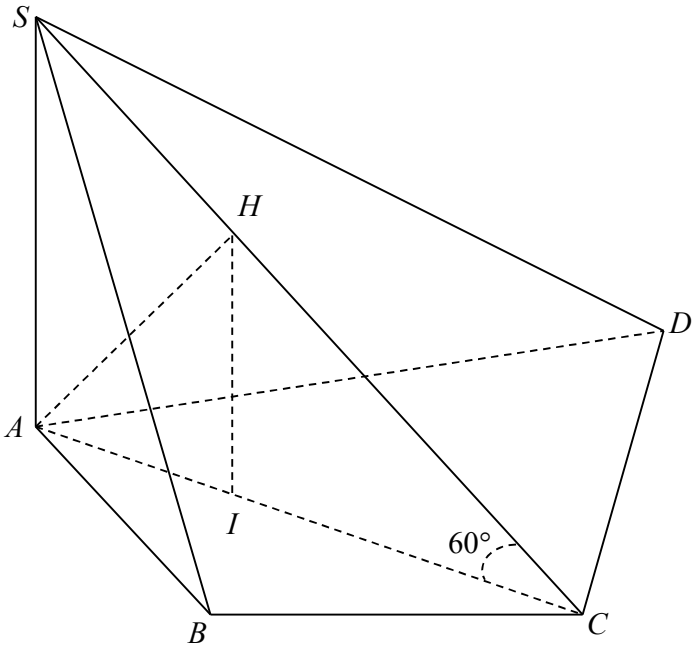
$\Rightarrow \tan\widehat{(A'B;(BCC'B'))} = \tan\widehat{A'BB'} = \dfrac{A'B'}{BB'} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{(A'B;(BCC'B'))} = 30°$.

Câu 12: **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng $60°$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\dfrac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là hình chiếu của H lên $(ABCD)$, vì $(SAC) \perp (ABCD)$ nên $I \in AC$.

Ta có $SA = AC\tan 60° = a\sqrt{6}$.

Suy ra $AH = \dfrac{AS.AC}{\sqrt{AS^2 + AC^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}.a\sqrt{2}}{a\sqrt{8}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Do đó $HC=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{2a^2-\dfrac{6a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì vậy $HI=\dfrac{HA.HC}{AC}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

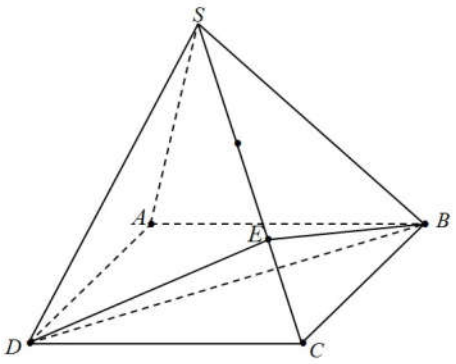
Từ đó suy ra $V_{H.ABCD}=\dfrac{1}{3}HI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{3a^2}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\dfrac{2}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\dfrac{V_{SEBD}}{V_{SCBD}}=\dfrac{SE}{SC}=\dfrac{2}{3}$.

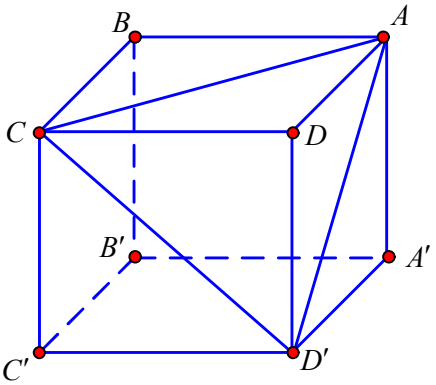
Mà: $V_{SBCD}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{SEBD}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lập phương.

A. $V=4\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi độ dài cạnh của hình lập phương là x. Khi đó:

Tam giác ACD' là tam giác đều cạnh $x\sqrt{2}$:

$S_{\Delta ACD'} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.\frac{\left(x\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{2} = a^2\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

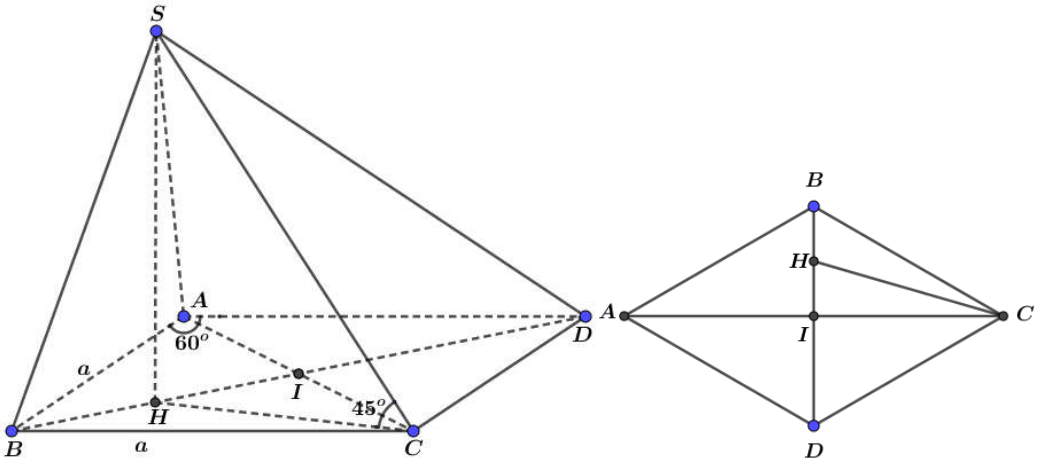
Vậy $V = x^3 = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}$ bằng $60°$, gọi I là giao điểm của AC và BD. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BI. Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

Lời giải

Chọn A



Do $SH \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH} = 45°$.

Có $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}$ bằng $60°$ nên ΔABD la tam giác đều cạnh a, suy ra $IH = \frac{a}{4}$; $IC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét ΔIHC vuông tại I có $CH = \sqrt{IH^2 + IC^2} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Tam giác SHC vuông cân tại H nên $SH = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

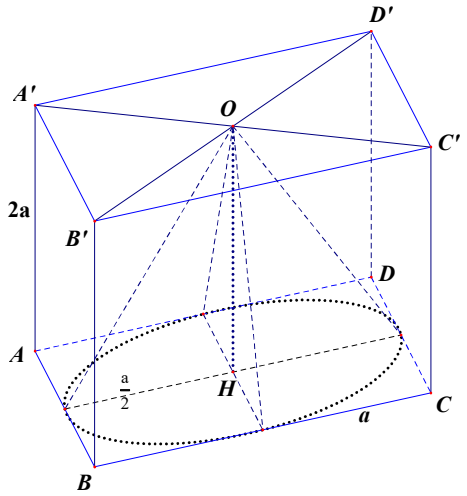
Thể tích $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{13}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{17}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{17}}{2}$. **C.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{17}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{17}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Hình nón tạo thành có bán kính đáy $r=\frac{AD}{2}=\frac{a}{2}$ và đường cao $h=2a$. Đường sinh của hình nón này là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{17a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$.

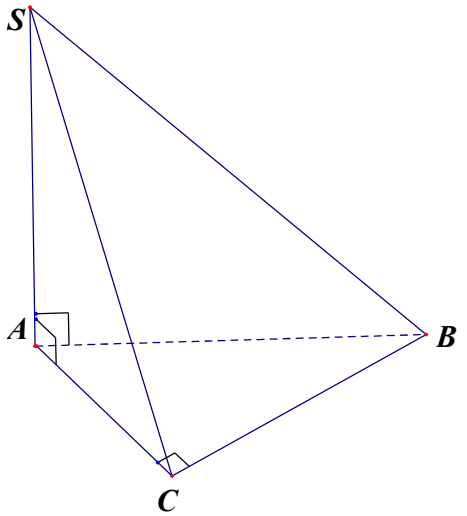
Diện tích xung quanh của hình nón cần tìm là: $S_{XQ}=\pi rl=\pi.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{17}}{2}=\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{4}$

Câu 17: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn B



Ta có ABC vuông tại C nên $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CA.CB=a^2$.

Do cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

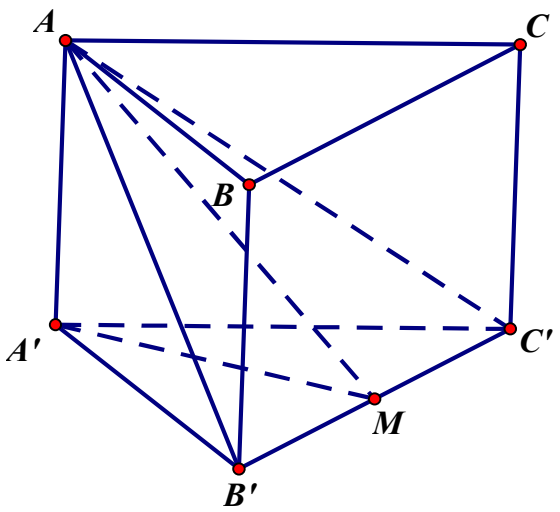
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta.ABC}=3a.a^2=3a^3$.

Câu 18: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{9a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó $A'M\perp B'C'$ và $AM\perp B'C'$ $\Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và đáy là $\widehat{AMA'}=30°$.

Trong tam giác vuông $A'MB'$ ta có $A'M=A'B'.\cos\widehat{B'A'M}=\frac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'M$ có: $AA'=A'M\tan 30°=\frac{a\sqrt{3}}{6}=h$.

Diện tích tam giác $A'B'C'$ là $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

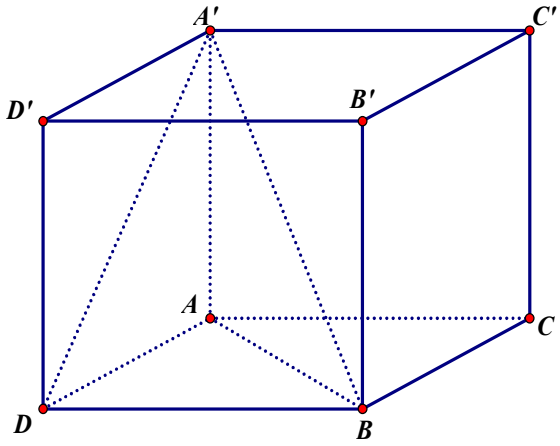
Thể tích khối lăng trụ: $V=S.h=\frac{a^3}{8}$.

Câu 19: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1=4V_2$. **B.** $V_1=6V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=8V_2$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Giả sử cạnh của hình lập phương là a, ta có $V_1 = a^3$ và $V_2 = \frac{1}{3}AA'.S_{ABD} = \frac{1}{6}a^3$ suy ra $V_1 = 6V_2$.

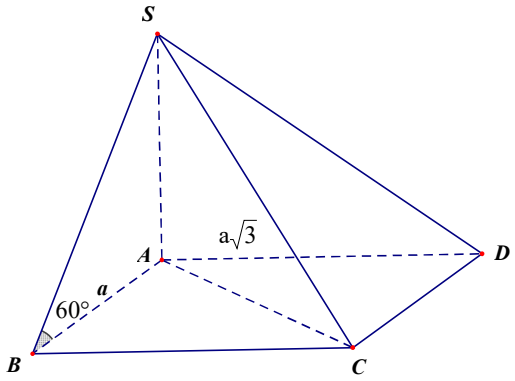
Cách 2: Ta có $V_2 = \frac{1}{3}AA'.S_{ABD} = \frac{1}{3}AA'.\frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{6}AA'.S_{ABCD} = \frac{1}{6}V_1 \Rightarrow V_1 = 6V_2$.

Câu 20: **Cách 3:** Ta có $V_{A'ABD} = \frac{1}{3}V_{ABD.A'B'D'} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow V_1 = 6V_2$. **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABCD) = BC\\ SB \perp BC; AB \perp BC\end{array}\right\} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right) = \widehat{SBA} = 60°$.

Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có $SA = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

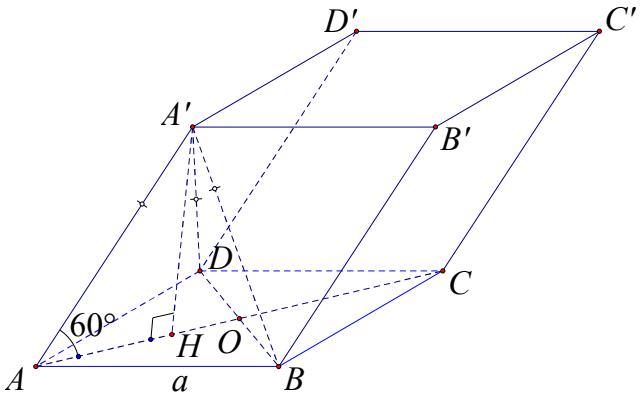
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 21: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$. Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có tam giác ABD cân tại A và $\widehat{BAD}=60°$ nên ABD là tam giác đều.

Gọi H là trọng tâm tam giác ABD. Vì A' cách đều A, B, D nên $A'H$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD. Do đó $A'H\perp(ABD)$.

Suy ra góc giữa $A'A$ và đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{A'AH}=60°$.

Ta có $AH=\dfrac{2}{3}AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó $A'H=AH.\tan 60°=\dfrac{3a}{2}$.

Ngoài ra $S_{ABCD}=2S_{ABD}=2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

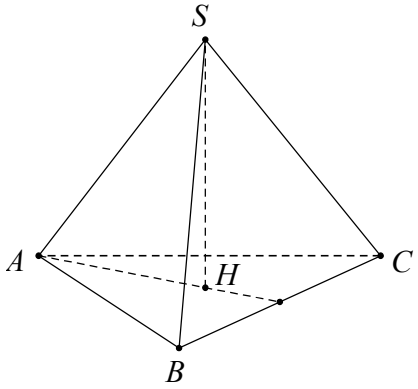
Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=S_{ABCD}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 22: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Giải:

Chọn C



Gọi tứ diện đều là $S.ABC$. H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có $AH=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vì $S.ABC$ là tứ diện đều nên $SH\perp(ABC)$.

$$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{8}{3}}.$$

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.\sqrt{\frac{8}{3}}.\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{8}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 23: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Khi tăng độ dài cạnh đáy của một khối chóp tam giác đều lên 2 lần và giảm chiều cao của hình chóp đó đi 4 lần thì thể tích khối chóp thay đổi như thế nào?

A. Tăng lên 2 lần. **B.** Không thay đổi. **C.** Tăng lên 8 lần. **D.** Giảm đi 2 lần.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích hình chóp là: $V=\dfrac{1}{3}S_{đáy}.h$.

Giả sử cạnh đáy bằng a thì diện tích đáy $S_{đáy}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Nếu cạnh đáy tăng lên 2 lần, tức là $2a$ thì diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao h giảm đi 4 lần, tức bằng $\dfrac{h}{4}$ thì thể tích khối chóp bằng $\dfrac{1}{3}a^2\sqrt{3}.\dfrac{h}{4}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.h=\dfrac{1}{3}S_{đáy}.h=V$.

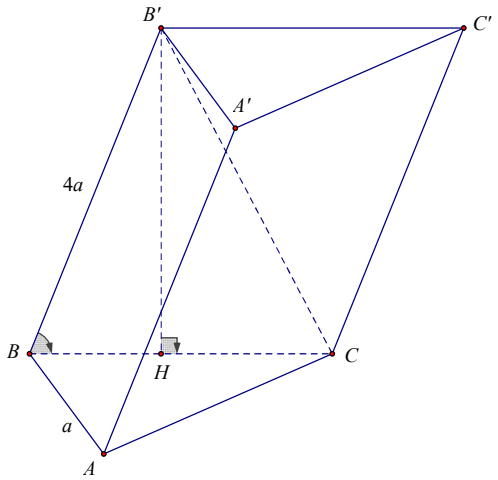
Do đó thể tích khối chóp không thay đổi.

Câu 24: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC. Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$S_{BB'C} = \frac{1}{2} BB'.BC.\sin \widehat{B'BC} = \frac{1}{2} 4a.a.\sin 30° = a^2$.

Mặt khác: $S_{BB'C} = \frac{1}{2} B'H.BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a$.

$V_{LT} = B'H.S_{ABC} = 2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

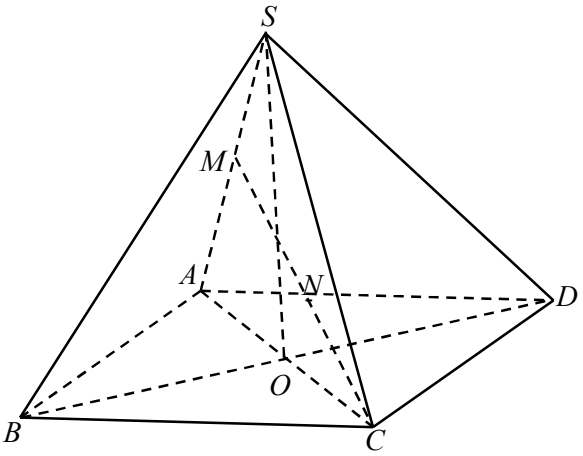
$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{2} V_{A.CC'B'B} = \frac{1}{2}.\frac{2}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} V_{LT} = \frac{1}{3}.\frac{a^3\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 25: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $B = S_{ABCD}$, $d\left(S;(ABCD)\right) = h$. Suy ra $V = \frac{1}{3} Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d\left(M;(ABCD)\right) = \frac{1}{2} d\left(S;(ABCD)\right)$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{2} d\left(M;(ABCD)\right)$.

Suy ra $d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{4} d\left(S;(ABCD)\right) = \frac{1}{4} h$.

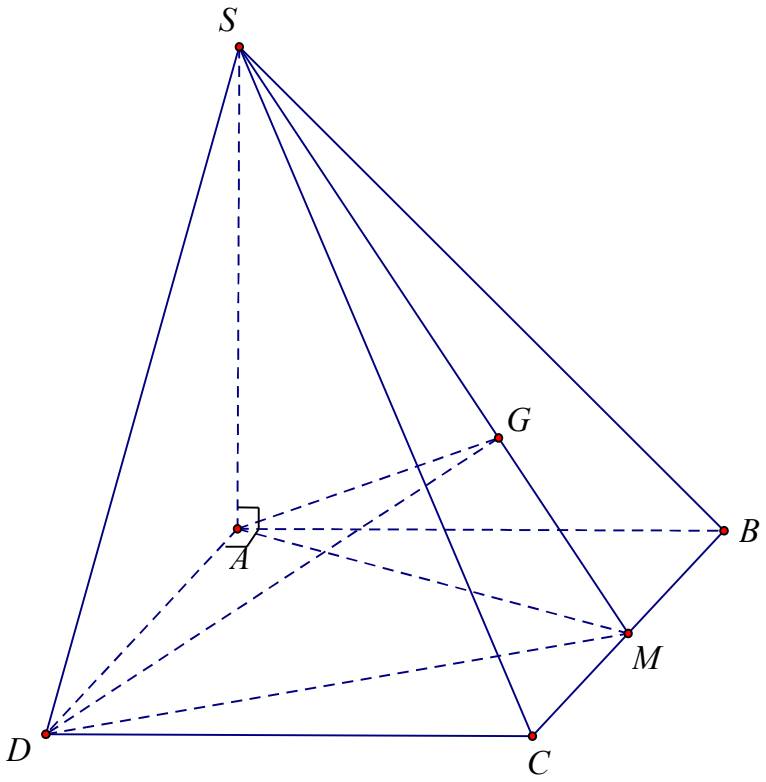
Từ đó ta có $V_{N.ABCD} = \frac{1}{3} d\left(N;(ABCD)\right).B = \frac{1}{4}.\frac{1}{3} Bh = \frac{V}{4}$.

Câu 26: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° nên $\widehat{SBA}=60^\circ \Rightarrow AB=\dfrac{SA}{\tan 60^\circ}=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD}=AB.AD=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}.2a=\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC, khi đó: $S_{ADM}=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ADG}=\dfrac{2}{3}V_{S.ADM}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{3}=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 27: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Dùng một mặt phẳng bất kỳ cắt 1 khối bát diện đều ta được khối đa giác đều.

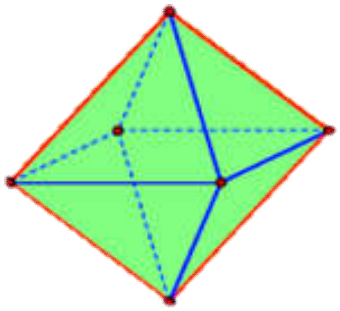
B. Mỗi mặt của khối bát diện đều là một tam giác đều.

C. Mỗi đỉnh của khối bát diện đều là đỉnh chung của 3 mặt.

D. Mỗi mặt của khối bát diện đều là 1 tứ giác đều.

Lời giải

Chọn B

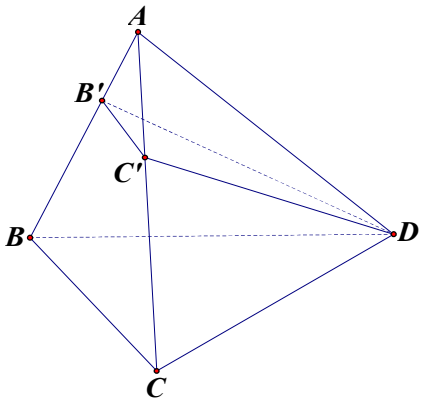


Câu 28: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 9. Gọi B' và C' lần lượt thuộc các cạnh AB và AC thỏa $3AB' = AB$ và $3AC' = AC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'C'D$.

A. $V = 3$. **B.** $V = \frac{1}{9}$. **C.** $V = 1$. **D.** $V = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C



* Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB}\cdot\frac{AC'}{AC}\cdot\frac{AD}{AD} = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$.

* Suy ra là $V_{AB'C'D} = \frac{1}{9}V_{ABCD} = 1$.

Câu 29: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = 2a$.

A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{8a^3}{3}$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

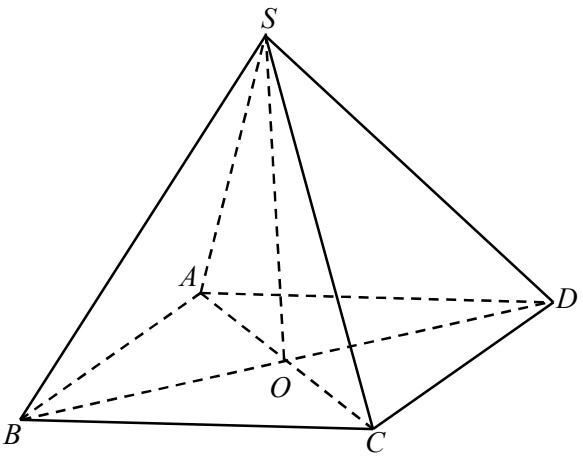
Áp dụng công thức tính thể tích của khối lập phương, ta có $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 30: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V = 4\sqrt{7}a^3$. **D.** $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $S_{ABCD}=4a^2$ và $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{9a^2-2a^2}=a\sqrt{7}$. Suy ra $V=\frac{1}{3}a\sqrt{7}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{7}}{3}$.

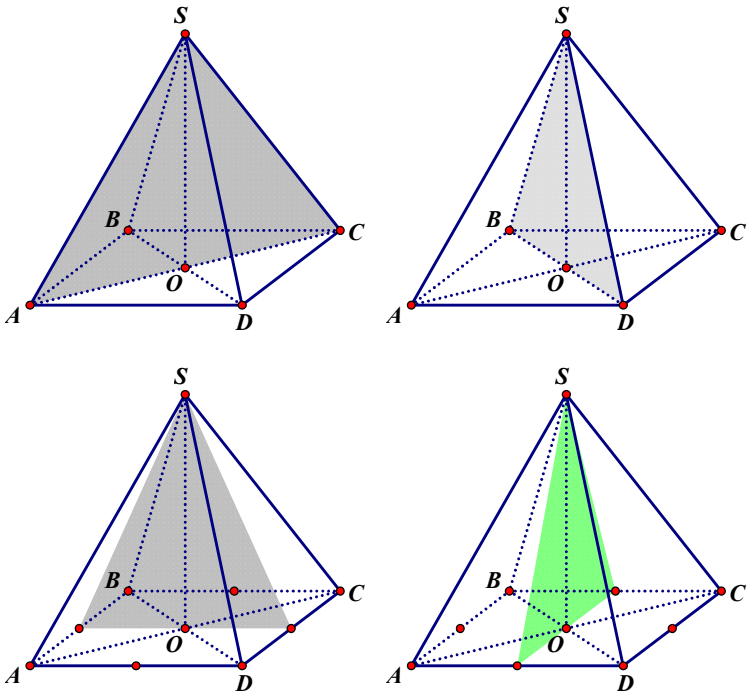
Câu 31: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng như sau:



Câu 32: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Lăng trụ tam giác đều có đáy là tam giác đều và cạnh bên đồng thời là đường cao. Diện tích đáy của lăng trụ là $S=\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

Đường cao lăng trụ: $h=3$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho: $V=S.h=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}.3=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

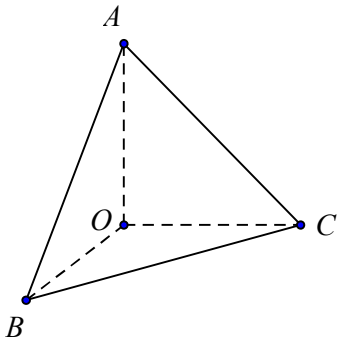
Câu 33: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA=a$, $OB=2a$, $OC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{19}}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



$V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Tính được $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=a\sqrt{5}$, $AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=2a$, $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{7}$.

$S_{ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=\dfrac{\sqrt{19}}{2}$ (với $p=\dfrac{AB+AC+BC}{2}$)

Gọi $h=d\left(O;(ABC)\right)$. Ta có $V_{OABC}=\dfrac{1}{3}h.S_{ABC}\Rightarrow h=\dfrac{3V_{OABC}}{S_{ABC}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Cách 2:

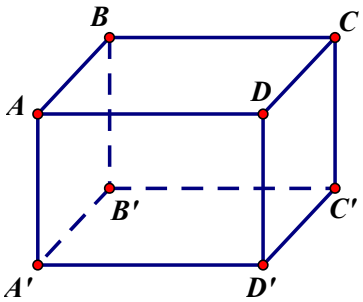
Áp dụng công thức tính độ dài đường cao hạ từ đỉnh O đến mặt phẳng (ABC) trong tứ diện vuông $OABC$ ta có: $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{2}{3a^2}\Rightarrow OH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$

Câu 34: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $36a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $36a^6$. **D.** $6a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có

$S_{ABCD} = 2a^2 \Rightarrow AB.BC = 2a^2 \ (1)$

$S_{BCC'B'} = 3a^2 \Rightarrow BC.BB' = 3a^2 \ (2)$

$S_{CDD'C'} = 6a^2 \Rightarrow CD.CC' = 6a^2 \Rightarrow AB.BB' = 6a^2 \ (3)$

Nhân vế theo vế $(1),(2),(3)$ ta được $(AB.BC.BB')^2 = 36a^6 \Rightarrow AB.BC.BB' = 6a^3$.

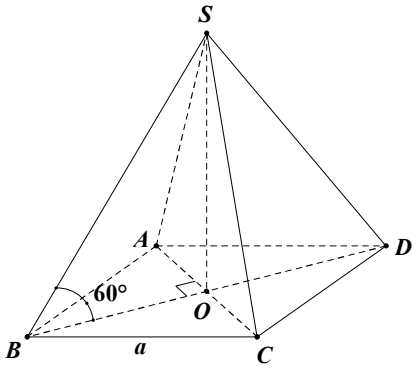
$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.BC.BB' = 6a^3$.

Câu 35: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\widehat{SBO} = 60°$.

$SO = OB.\tan 60° = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 60° = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$S_{ABCD} = a^2$

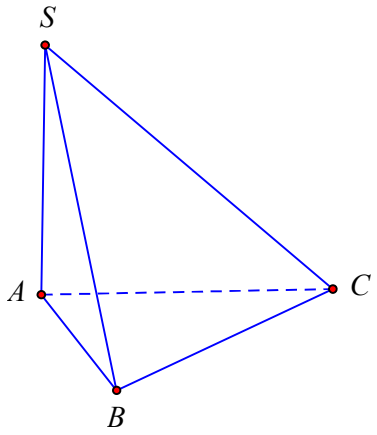
Suy ra $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 36: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác đều có độ dài cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{3a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



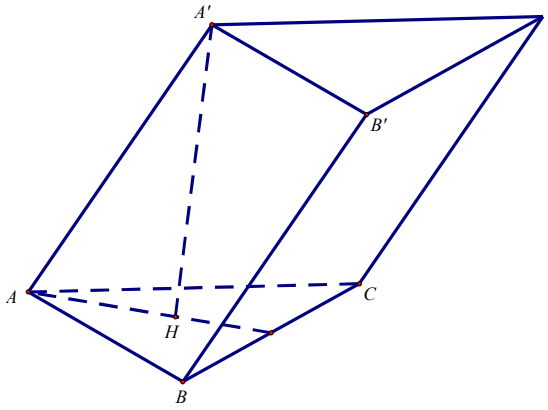
Ta có $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{1}{2}AB.AC\sin 60^0=\frac{a^3}{4}$.

Câu 37: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết $A'A=A'B=A'C=a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A=A'B=A'C=a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a\Rightarrow A'H\perp(ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H=\sqrt{A'A^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}a.a.\sin 60°=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

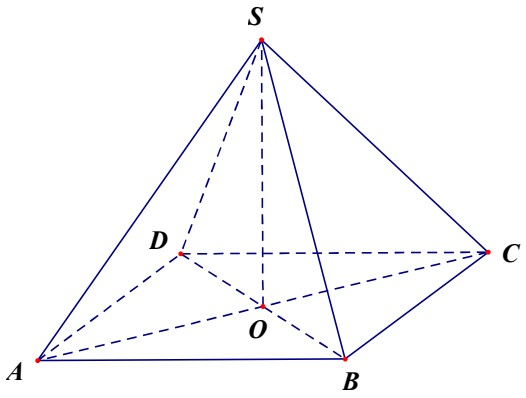
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 38: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật tâm O, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $SA=3a$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Do SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ nên SO là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Ta có $AC=\sqrt{a^2+3a^2}=2a \Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{9a^2-a^2}=2\sqrt{2}a$.

Lại có $S_{ABC}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

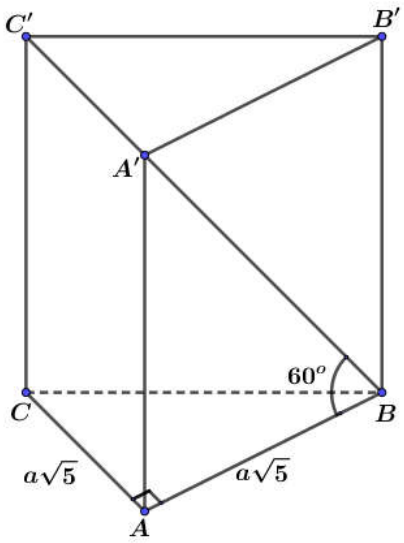
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.2\sqrt{2}a=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A; $AB=AC=a\sqrt{5}$; $A'B$ tạo với mặt đáy lăng trụ góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{5a^3\sqrt{15}}{2}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $\left(\widehat{A'B,(ABC)}\right)=\widehat{A'BA}=60°$.

Vậy $AA'=AB.\tan 60°=a\sqrt{15}$.

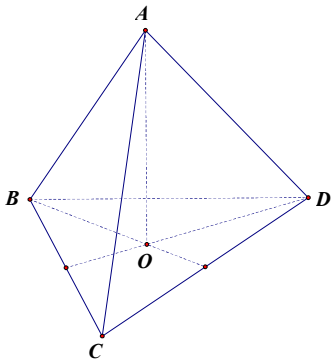
Thể tích lăng trụ đã cho bằng $V_{ABC.A'B'C'}=a\sqrt{15}\dfrac{1}{2}\left(a\sqrt{5}\right)^2=\dfrac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 40: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Thể tích khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử tứ diện đều $ABCD$ cạnh $a\sqrt{3}$ có O là trọng tâm của tam giác BCD suy ra AO là đường cao của tứ diện nên $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AO$.

Có $S_{\Delta BCD}=\dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$; $AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\dfrac{2}{3}\dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{2}\right)^2}=a\sqrt{2}$.

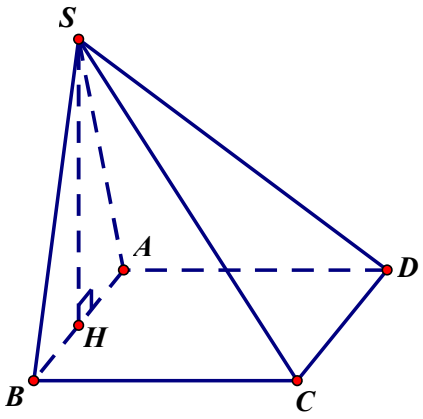
Vậy $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}\cdot a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 41: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

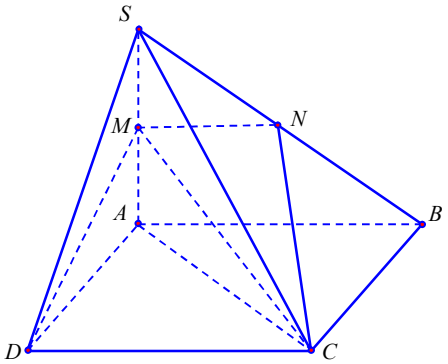
Ta có: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABCD} = a^2$. Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $MNCD$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}$;

và $V_{S.MNC} = \frac{SM}{SA}\cdot\frac{SN}{SB}\cdot\frac{SC}{SC}\cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{4} V_{S.ABC}$; $V_{S.MCD} = \frac{SM}{SA}\cdot\frac{SD}{SD}\cdot\frac{SC}{SC}\cdot V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ACD}$.

Suy ra $V_{S.MNCD} = V_{S.MNC} + V_{S.MCD} = \frac{3}{4} V_{S.ABC} = \frac{3}{8} V_{S.ABCD}$.

Đồng thời $V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNCD} = \frac{5}{8} V_{S.ABCD}$.

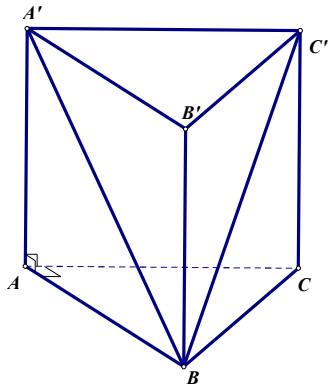
Vậy tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là $\frac{3}{5}$.

Câu 43: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB = AC = a$, $A'A = 2a$. Thể tích của khối tứ diện $A'BB'C$ là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



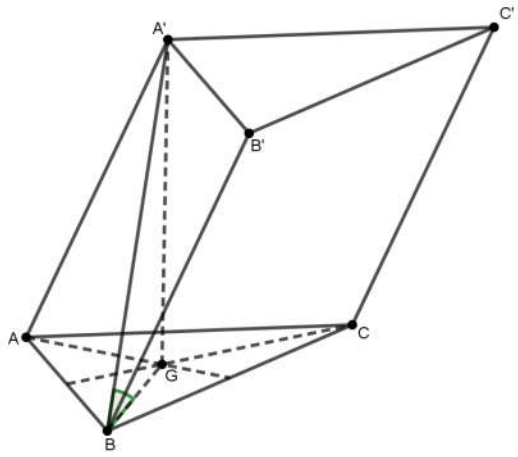
Ta có $V_{A'BB'C}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}2a.\frac{1}{2}a^2=\frac{a^3}{3}$.

Câu 44: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết $A'G$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $A'B$ tạo với đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\widehat{A'BG}=45^\circ$; $BG=\frac{2}{3}\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{3}=A'G$.

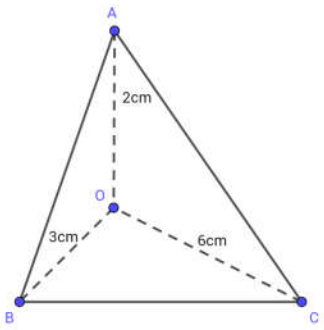
$V_{A'BCC'B'}=\frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}=\frac{2}{3}S_{ABC}.A'G=\frac{2}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{5}}{3}=\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$.

Câu 45: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Biết $OA=2(\text{cm})$, $OB=3(\text{cm})$, $OC=6(\text{cm})$. Tính thể tích của khối tứ diện $O.ABC$.

A. $6(\text{cm}^3)$. **B.** $36(\text{cm}^3)$. **C.** $12(\text{cm}^3)$. **D.** $18(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC)$.

Do đó $V_{O.ABC} = \frac{1}{3}.OA.S_{OBC} = \frac{1}{6}.OA.OB.OC = \frac{1}{6}.2.3.6 = 6\ (\text{cm}^3)$.

Câu 46: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Diện tích toàn phần của một khối lập phương là $150\ \text{cm}^2$. Tính thể tích của khối lập phương.

A. $125\ \text{cm}^3$. **B.** $100\ \text{cm}^3$. **C.** $25\ \text{cm}^3$. **D.** $75\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh của khối lập phương là a. Ta có diện tích toàn phần của hình lập phương là $6a^2 = 150 \Leftrightarrow a^2 = 25 \Leftrightarrow a = 5$.

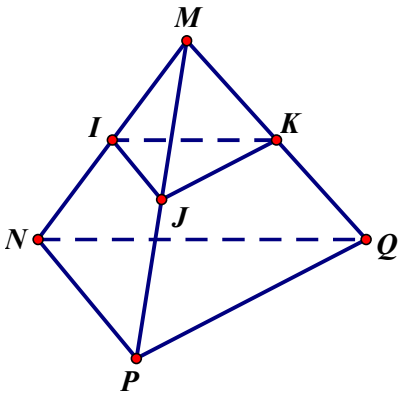
Vậy thể tích khối lập phương là $V = a^3 = 5^3 = 125\ \text{cm}^3$.

Câu 47: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn D



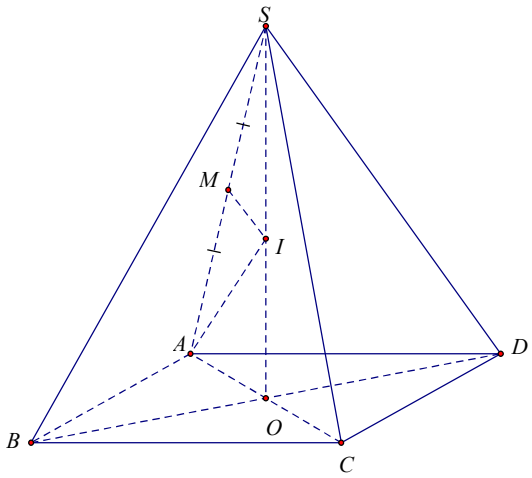
Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}} = \frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.

Câu 48: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $4\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm mặt đáy, M là trung điểm SA, kẻ $MI \perp SA$, $(I \in SO)$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, bán kính $R = IS$.

ΔSMI đồng dạng với $\Delta SOA \Rightarrow \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \dfrac{SM.SA}{SO} = \dfrac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - OA^2}} = \dfrac{\frac{a^2}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

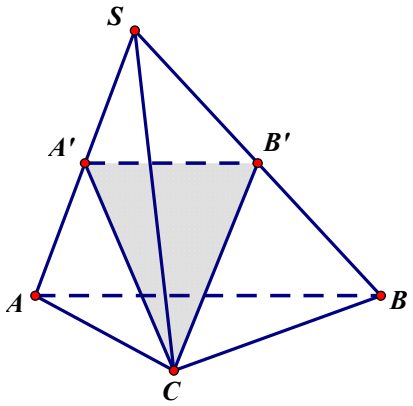
Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.

Câu 49: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$.

A. $V = 12$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = 3$.

Lời giải

Chọn C



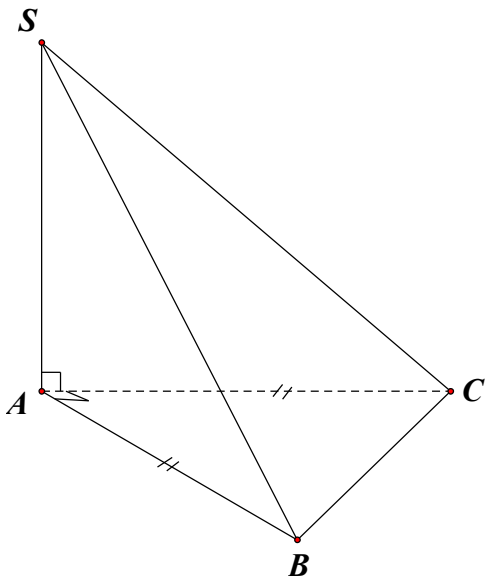
Ta có $\dfrac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

Vậy $V_{S.A'B'C} = \dfrac{1}{4}.V_{S.ABC} = \dfrac{1}{4}.24 = 6$.

Câu 50: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SA=a$, tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải



Chọn D

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}SA.\dfrac{1}{2}.AB.AC=\dfrac{1}{6}.a.(2a)^2=\dfrac{2}{3}a^3$ (dvtt).

Câu 51: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

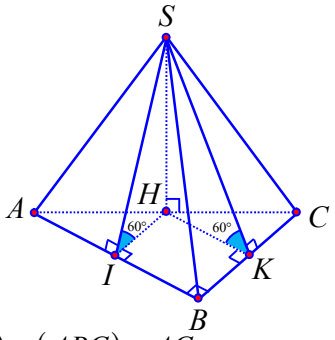
$V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 52: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC). Các mặt bên (SAB), (SBC) tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $(SAC)\perp(ABC)$ và $(SAC)\cap(ABC)=AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $SH\perp AC$ thì $SH\perp(ABC)$.

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB và AC thì $\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right)=\widehat{SIH}$ và $\left(\widehat{(SAC),(ABC)}\right)=\widehat{SKH}$.

Mà $\widehat{SIH}=\widehat{SKH}=60°$ nên $HI=HK\Rightarrow$ tứ giác $BIHK$ là hình vuông $\Rightarrow H$ là trung điểm cạnh AC.

Khi đó tứ giác $BIHK$ là hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$ và $SH=HI.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

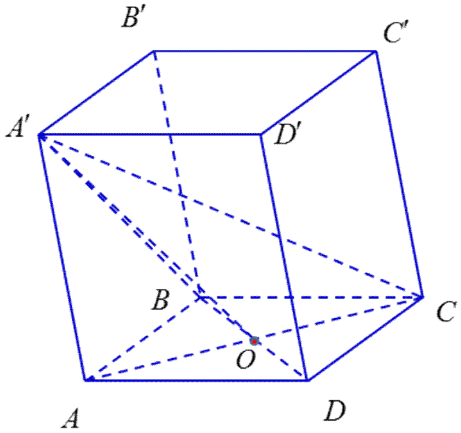
Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH\Leftrightarrow V_{SABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 53: **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

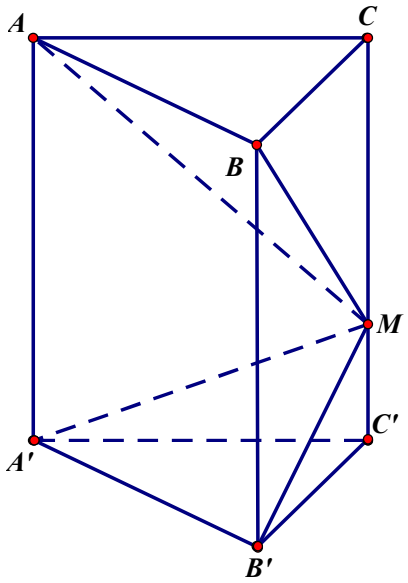


$V_{A'.BCO}=\frac{1}{3}d\left(A',(BCO)\right).S_{BCO}=\frac{1}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}=1$.

Câu 54: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm bất kỳ trên đường thẳng CC'. Tính thể tích khối chóp $M.ABB'A'$ theo V.

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{2V}{9}$. **D.** $\frac{2V}{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D

Gọi h_1, h_2 lần lượt là đường cao của hai hình chóp $M.ABC$, $M.A'B'C'$ thì $h_1+h_2=h$ là đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có:

$V=V_{M.ABC}+V_{M.ABB'A'}+V_{M.A'B'C'}$

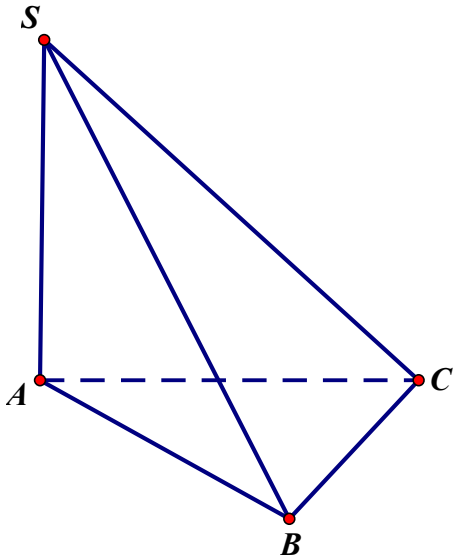
$=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.h_1+V_{M.ABB'A'}+\frac{1}{3}.S_{\Delta A'B'C'}.h_2 \quad =\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\left(h_1+h_2\right)+V_{M.ABB'A'}=\frac{1}{3}V+V_{M.ABB'A'}$

Suy ra $V_{M.ABB'A'}=\frac{2V}{3}$.

Câu 55: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=a$, $AB=a$, $AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt).

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

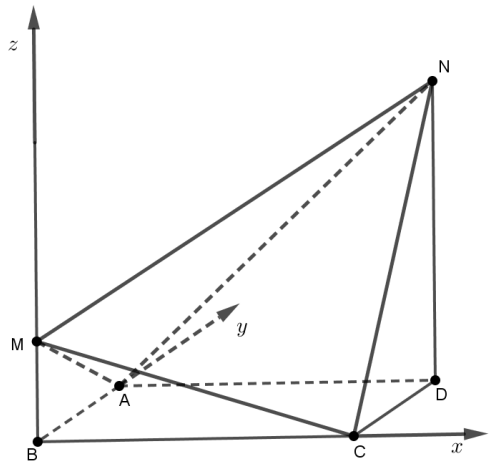
Câu 56: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên hai tia Bx, Dy vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cùng chiều lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $BM=\frac{a}{4}$; $DN=2a$. Tính góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN).

A. $\varphi=30°$. **B.** $\varphi=60°$. **C.** $\varphi=45°$. **D.** $\varphi=90°$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



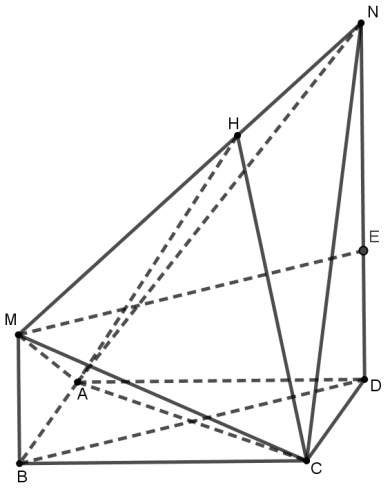
Ta có: $B(0;0;0)$, $A(0;a;0)$, $C(a;0;0)$, $M\left(0;0;\frac{a}{4}\right)$, $N(a;a;2a)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(0;-a;\frac{a}{4}\right)$, $\overrightarrow{AN}=(0;0;2a)$, $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AN}\right]=\left(-2a^2;\frac{a^2}{4};a^2\right)$ là vectơ pháp tuyến của mp(AMN).

$\overrightarrow{CM}=\left(-a;\,0;\,\frac{a}{4}\right)$, $\overrightarrow{CN}=(0;\,a;\,2a)$, $\left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{CN}\right]=\left(\frac{-a^2}{4};2a^2;-a^2\right)$ là vectơ pháp tuyến của mp(CMN).

Do đó: $\cos\varphi=\frac{\left|\frac{a^4}{2}+\frac{a^4}{2}-a^4\right|}{\sqrt{4a^4+\frac{a^4}{16}+a^4}\cdot\sqrt{4a^4+\frac{a^4}{16}+a^4}}=0\Rightarrow\varphi=90°$.

Cách 2:



Tacó: $\Delta AMN = \Delta CMN$ (c.c.c) nên kẻ $CH \perp MN$ tại H thì $AH \perp MN$.

Mà $(AMN) \cap (CMN) = MN$ nên góc φ giữa hai mặt phẳng (AMN) và (CMN) là góc giữa hai đường thẳng $HA,\ HC$.

Ta có: $MC = \sqrt{BC^2 + MB^2} = \dfrac{a\sqrt{17}}{4}$, $NC = \sqrt{CD^2 + ND^2} = a\sqrt{5}$,

$MN = \sqrt{ME^2 + EN^2} = \sqrt{2a^2 + \dfrac{49a^2}{16}} = \dfrac{9a}{4}$.

$\cos \widehat{MCN} = \dfrac{MC^2 + NC^2 - MN^2}{MC.NC} = \dfrac{2}{\sqrt{85}} \Rightarrow \sin \widehat{MCN} = \dfrac{9}{\sqrt{85}}$.

$\Rightarrow S_{MCN} = \dfrac{1}{2} MC.NC.\sin \widehat{MCN} = \dfrac{9a^2}{8}$.

Từ đó: $CH = \dfrac{2S_{MCN}}{MN} = a = AH$. Do $AH^2 + CH^2 = AC^2$ nên tam giác AHC vuông tại H.

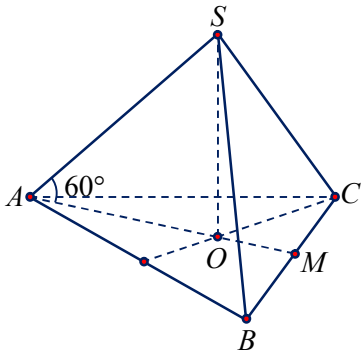
Vậy góc giữa hai đường thẳng $HA,\ HC$ bằng $90°$.

Câu 57: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích của hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC, O là tâm của ΔABC.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAM}$ hay $\widehat{SAM}=60°$.

Ta có: $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

ΔSAO vuông tại O có: $SO=AO.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=a$.

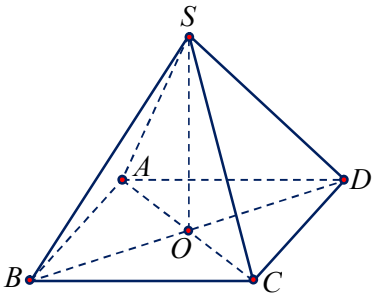
Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$ là: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 58: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA=SB=SC=SD=\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD}=AB^2=\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $BO=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.\sqrt{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

$SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{2a^2-\dfrac{3a^2}{2}}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{\sqrt{2}}.3a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$ (đvtt).

Câu 59: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Số cạnh bên của hình chóp bằng số cạnh đáy.

Suy ra số cạnh bên của hình chóp là: $\frac{20}{2}=10$ cạnh.

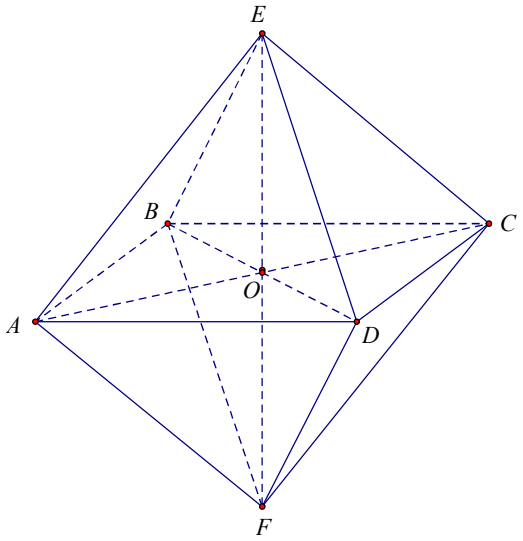
Vậy hình chóp có 10 mặt bên và 1 mặt đáy.

Câu 60: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Thể tích khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Vì hình bát diện $ABCDEF$ có các cạnh bằng $a \Rightarrow EF=a\sqrt{2}$.

Khi đó $V_{ABCDEF}=2V_{E.ABCD}=2.\frac{1}{3}.EO.S_{ABCD}=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 61: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Tính thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=AA'=a$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D

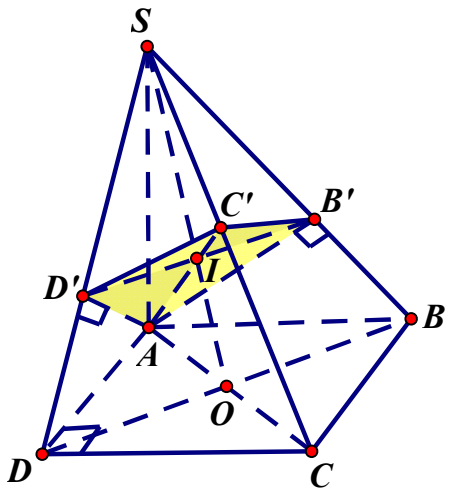
$V=S_{ABC}.AA'=\frac{\sqrt{3}a^2}{4}.a=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 62: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi $B';D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB,SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C'. Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{16a^3}{45}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'}$ (1) mà $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$ $(*)$

ΔSAC vuông tại A nên $SC^2 = SA^2 + AC^2 = (2a)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 6a^2$ suy ra $SC = a\sqrt{6}$

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$ và $SB \perp AB'$ suy ra $AB' \perp (SBC)$ nên $AB' \perp BC$

Tương tự $AD' \perp SC$. Từ đó suy ra $SC \perp (AB'D') \equiv (AB'C'D')$ nên $SC \perp AC'$

Mà $SC'.SC = SA^2$ suy ra $\frac{SC'}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{4a^2}{6a^2} = \frac{2}{3}$. Ta cũng có $\frac{SB'}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SA^2}{SA^2 + AB^2} = \frac{4a^2}{4a^2 + a^2} = \frac{4}{5}$

Từ $(*) \Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{8}{15}$ suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{15}V_{SABC} = \frac{8}{15}.\frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{8}{30}V_{SABCD}$ mà $V_{SABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{2a^3}{3}$

Suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{30}.\frac{2a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$

Từ (1) suy ra $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{16a^3}{45}$.

Câu 63: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào **sai** ?

A. Hai khối lập phương có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

B. Hai khối hộp chữ nhật có diện tích toàn phần bằng nhau thì có thể tích bằng nhau.

C. Thể tích hai khối chóp có diện tích đáy và chiều cao tương ứng bằng nhau là bằng nhau.

D. Thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Lời giải

Chọn B

Xét hai khối hộp chữ nhật có ba độ dài là 1; 2; 3. Thì diện tích toàn phần $S_{tp}=2(1.2+1.3+2.3)=22$ thể tích $V_1=6$.

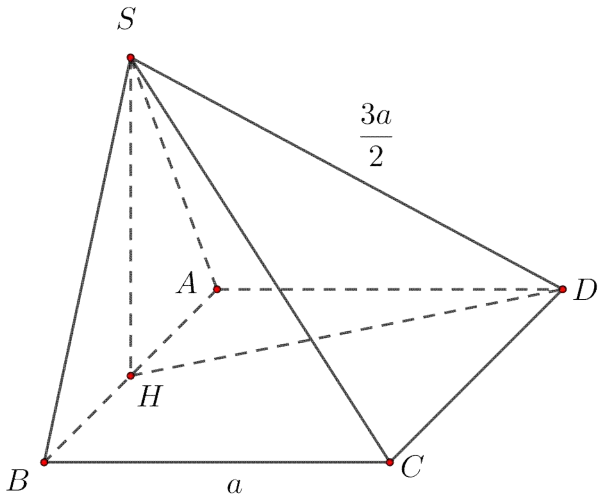
Xét khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 1; 1; 5. Có diện tích toàn phần $S_{tp}=2(1.1+1.5+1.5)=22$ tuy nhiên thể tích $V_2=1.1.5=5$.

Câu 64: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB. Cạnh bên $SD=\dfrac{3a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB thì $SH\perp(ABCD)$. Ta có $HD=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ nên

$SH=\sqrt{\dfrac{9a^2}{4}-\dfrac{5a^2}{4}}=a$.

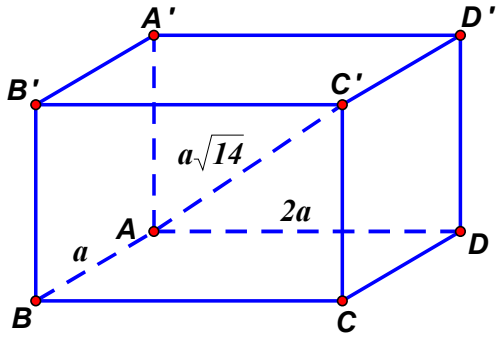
$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a.a^2=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 65: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Tính thể tích V của khối chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $AB=a$, $AD=2a$, $AC'=a\sqrt{14}$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{3}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $AC'^2 = AB^2 + AD^2 + AA'^2 \Leftrightarrow AA' = \sqrt{AC'^2 - AB^2 - AD^2}$

$\Leftrightarrow AA' = \sqrt{14a^2 - 4a^2 - a^2} = 3a$.

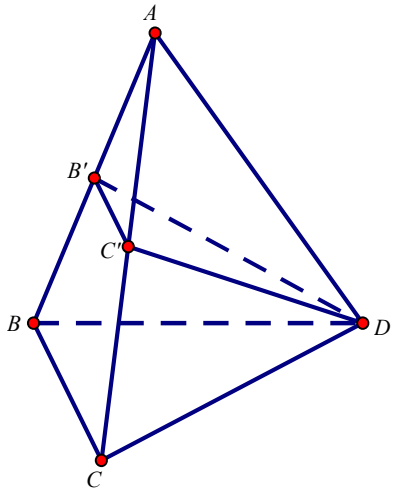
Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = AB.AD.AA' = 6a^3$.

Câu 66: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



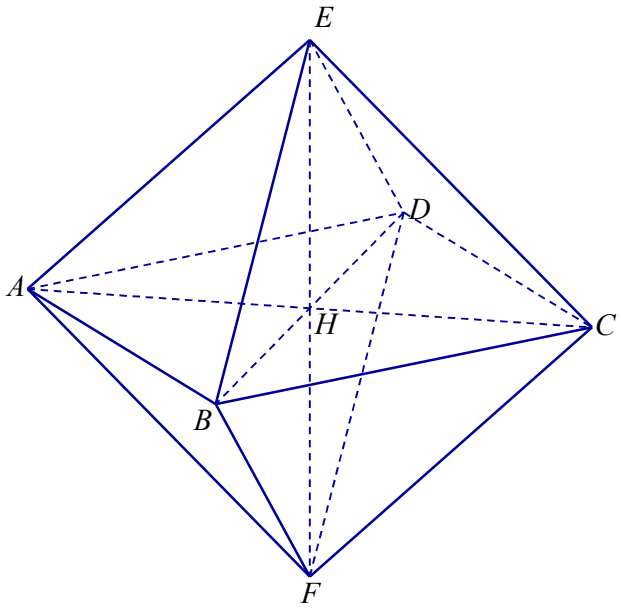
Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Câu 67: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $ABCDEF$ là hình bát diện đều có tâm H (như hình vẽ) có cạnh bằng 2.

Ta có $EH = AH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Thể tích của bát diện đều đã cho là

$V = 2V_{E.ABCD} = 2.\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.EH = 2.\dfrac{1}{3}.2^2.\sqrt{2} = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

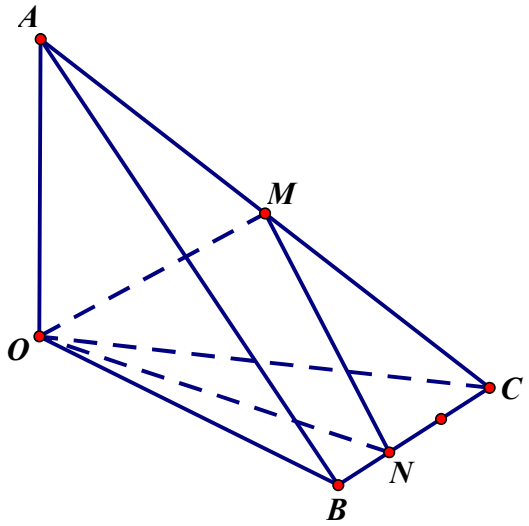
Câu 68: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho tứ diện $OABC$ có $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$ đôi một vuông góc với nhau tại O. Lấy M là trung điểm của cạnh AC; N nằm trên cạnh CB sao cho $CN = \dfrac{2}{3}CB$. Tính theo a thể tích khối chóp $OAMNB$.

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{1}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:



$V_{OABC}=\frac{1}{3}d\left(A;(OBC)\right).S_{\Delta OBC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=a^3$

$V_{MOBC}=\frac{1}{3}d\left(M;(OBC)\right).S_{\Delta OCN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.d\left(M;(OBC)\right)\frac{2}{3}.S_{\Delta OBC}=\frac{1}{3}.V_{OABC}=\frac{a^3}{3}$

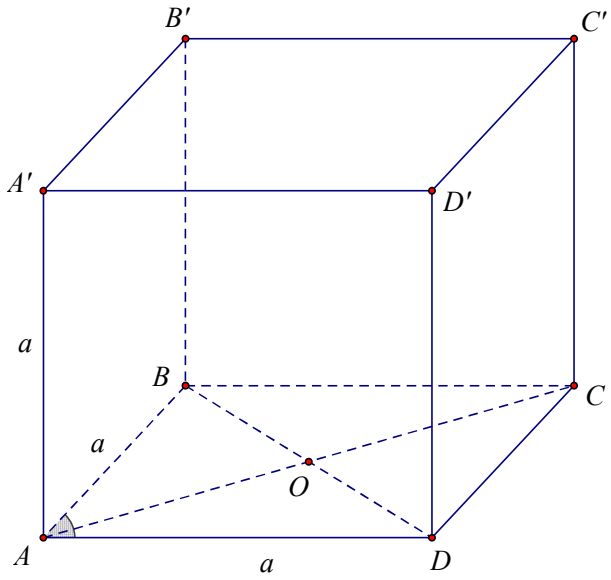
$V_{AOMNB}=V_{OABC}-V_{MOBC}=a^3-\frac{a^3}{3}=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 69: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tính theo a thể tích khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, góc BAD bằng $60°$ và cạnh bên AA' bằng a.

A. $\frac{9}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Trong $(ABCD)$ gọi $O=AC\cap BD$.

Ta có: ΔABD là tam giác đều cạnh a.

$\Rightarrow BD=a$, $AC=2AO=a\sqrt{3}$.

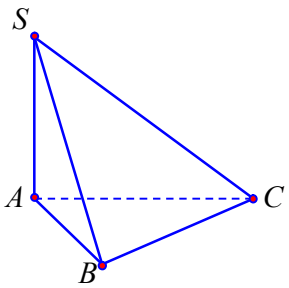
Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{ABCD}.AA'=\frac{1}{2}.BD.AC.AA'=\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}.a=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 70: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy là tam giác cân $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

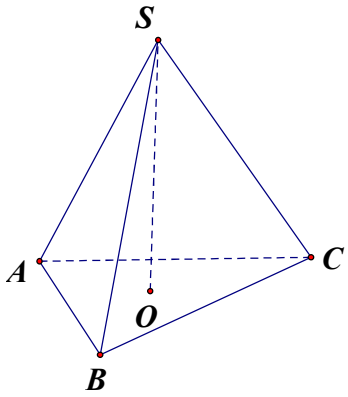
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 71: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tính thể tích của khối tứ diện đều cạnh $2a$

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử tứ diện đều $SABC$. Gọi O là tâm của tam giác ABC. Ta có $V=\frac{1}{3}SO.dt(ABC)$.

$dt(ABC)=\frac{1}{2}AB.AC.\sin 60°=a^2\sqrt{3}$, $OA=\frac{2a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

$V=\frac{1}{3}SO.dt(ABC)=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

* Dùng công thức tính nhanh $V=AB^3.\frac{2}{12}=(2a)^3\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 72: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m<1$. **B.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **C.** $m>0$. **D.** $0<m<1$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx$, $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\,(*)\end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Khi đó $y'=0$ có ba nghiệm là $-\sqrt{m};0;\sqrt{m} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A\left(-\sqrt{m};-m\right);\ B(0;0);\ C\left(\sqrt{m};-m\right)$.

Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow H(0;-m)$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BH=\frac{1}{2}.2\sqrt{m}.m=m\sqrt{m}$.

Theo yêu cầu bài toán ta có: $m\sqrt{m}<1 \Leftrightarrow m^3<1$.

Câu 73: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Tìm số nghiệm thuộc đoạn $[2\pi;4\pi]$ của phương trình $\frac{\sin 2x}{\cos x+1}=0$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải.

Chọn D

Điều kiện: $\cos x\neq -1 \Leftrightarrow x\neq \pi+k2\pi;k\in\mathbb{Z}$.

Với điều kiện đó ta có phương trình $\frac{\sin 2x}{\cos x+1}=0 \Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2};.\ k\in\mathbb{Z}$

Đối chiếu đều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k2\pi \end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Do $x\in[2\pi;4\pi] \Rightarrow x=\frac{5\pi}{2};x=\frac{7\pi}{2};x=2\pi;x=4\pi$.

Câu 74: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Lời giải.

Chọn D

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng : 3! .

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng : 4! .

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng : 5! .

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng : 3! .

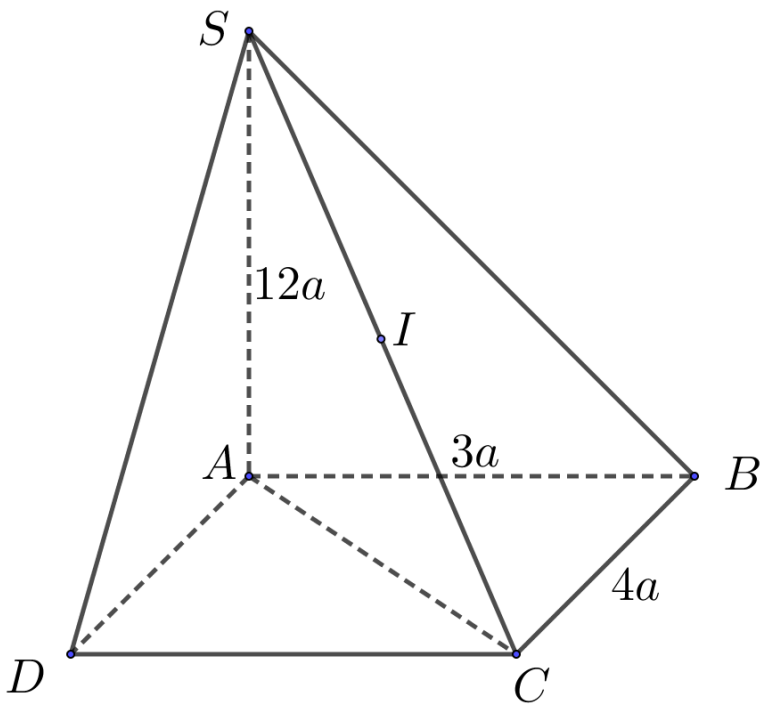
Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3!=103680$ cách.

Câu 75: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=3a, BC=4a, SA=12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\frac{13a}{2}$. **B.** $R=\frac{5a}{2}$. **C.** $R=\frac{17a}{2}$. **D.** $R=6a$.

Lời giải.

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B .

Tương tự: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SAD$ vuông tại D .

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A .

Gọi I là trung điểm SC ta có $IA = IB = IC = ID = IS = \dfrac{SC}{2} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ là $R = \dfrac{SC}{2}$.

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5a$.

$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 13a$.

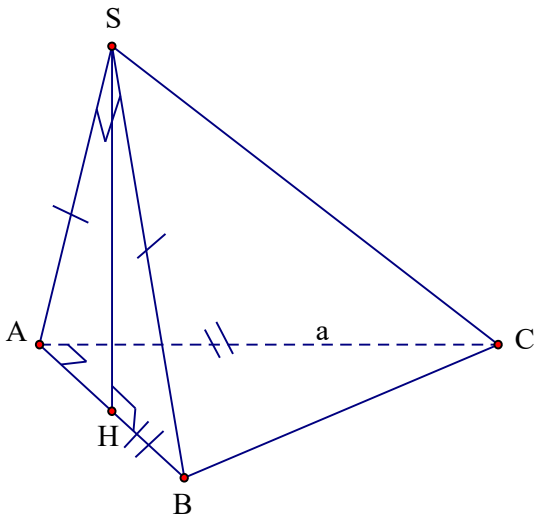
Vậy $R = \dfrac{13a}{2}$.

Câu 76: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân; $AB = AC = a$; mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{1}{12}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Vì mặt bên SAB vuông cân tại S và vuông góc với (ABC) nên đường cao của hình chóp là SH với H là trung điểm của AB.

Mặt khác tam giác SAB vuông cân tại S nên $SH = \frac{1}{2}AB$.

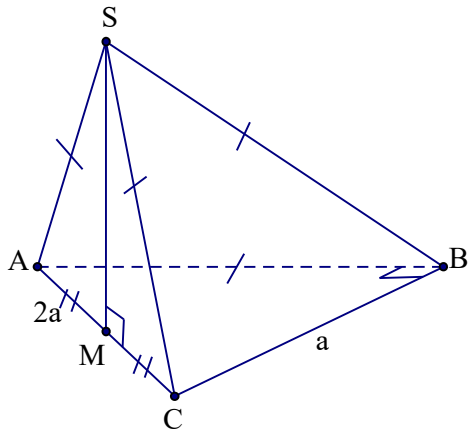
Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.AC.\frac{1}{2}AB = \frac{a^3}{12}$.

Câu 77: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $BC = a$, $AC = 2a$, tam giác SAB là tam giác đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{\sqrt{6}}$. **B.** $V = \frac{a^3}{\sqrt{3}}$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại B: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAB đều nên $SA = AB = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAM vuông tại M nên: $SM = \sqrt{SA^2 - AM^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SM\ \ d=\frac{a^3}{\sqrt{6}}$.

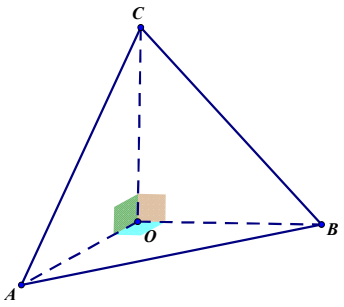
Câu 78: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$. Thể tích khối chóp bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}OC=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}OA.OB\right)OC=6$.

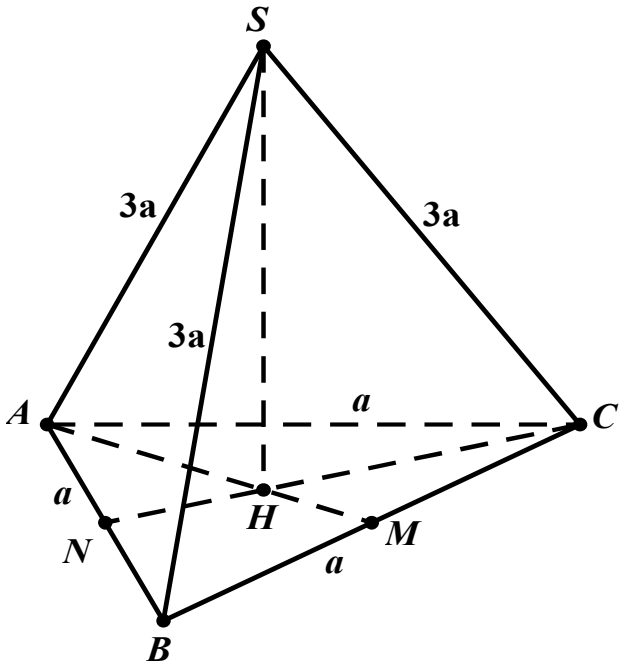


Câu 79: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích khối chóp đó ?

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{26}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

$V=\frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}$ (do khối chóp $S.ABC$ đều).

Ta có $AG=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}$; $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

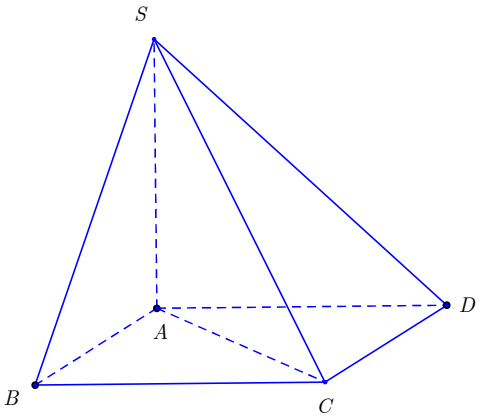
Suy ra $V=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{26}}{12}$ (đvtt).

Câu 80: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $3\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{3}$.

Góc giữa SC và đáy bằng góc $\widehat{SCA}=60°$. Suy ra $SA=AC.\tan 60°=3a$.

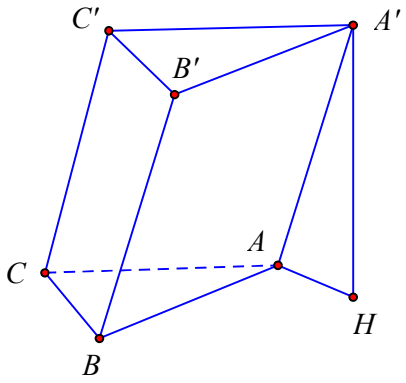
Thể tích hình chóp bằng $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.a^2\sqrt{2}=a^3\sqrt{2}$.

Câu 81: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=b$ và AA' tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3}{4}a^2b$. **B.** $\frac{3}{8}a^2b$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2b$. **D.** $\frac{1}{8}a^2b$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $A'H\perp(ABC)$ tại H

Suy ra góc giữa AA' và đáy bằng $\widehat{A'AH}=60°$

$\Rightarrow \sin 60°=\dfrac{A'H}{A'A}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow A'H=\dfrac{\sqrt{3}}{2}A'A=\dfrac{b\sqrt{3}}{2}$.

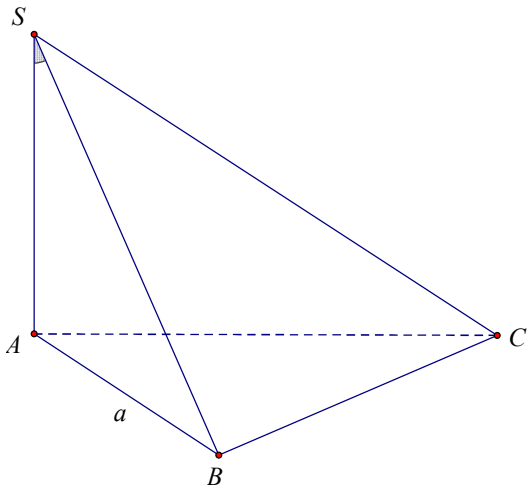
Do đó $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{ABC}=\dfrac{b\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}a^2\sin 60°=\dfrac{3a^2b}{8}$.

Câu 82: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng SB một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA$ là chiều cao của hình chóp $\Rightarrow SA\perp AB\Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại A.

$\Rightarrow(\widehat{SA,SB})=\widehat{ASB}=45°\Rightarrow\Delta SAB$ vuông cân tại $A\Rightarrow SA=AB=a$.

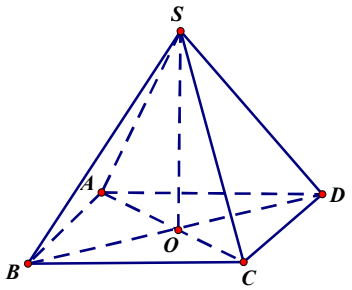
Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V=\dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 83: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, $O=AC\cap BD$. Tính độ dài SO của hình chóp:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AO=\dfrac{AC}{2}=a\sqrt{2}$; $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=a\sqrt{2}$.

Câu 84: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng a là

A. $4a^2$. **B.** $2a^2\sqrt{3}$. **C.** $4a^2\sqrt{3}$. **D.** $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Hình bát diện đều có 6 đỉnh, 12 cạnh, 8 mặt và các mặt là những tam giác đều bằng nhau.

Tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều cạnh bằng a là:

$S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2a^2\sqrt{3}$.

Câu 85: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

A. 30. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

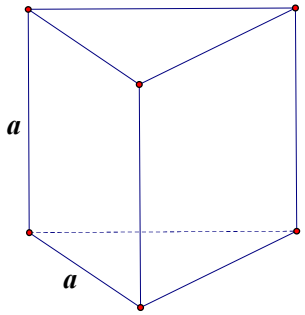
Ta có số cạnh của hình mười hai mặt đều là 30.

Câu 86: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích của (H) bằng:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



* Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh a nên có diện tích là $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, đường cao $h=a$.

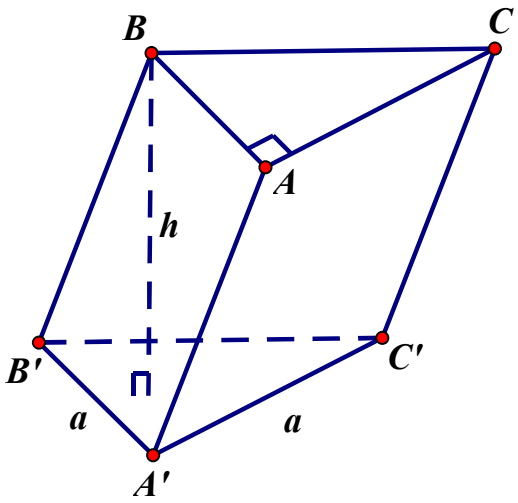
* Vậy thể tích khối lăng trụ $V=S.h=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 87: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, biết thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\dfrac{4a^3}{3}$ .Tính khoảng cách h giữa AB và $B'C'$.

A. $h=\dfrac{8a}{3}$. **B.** $h=\dfrac{3a}{8}$. **C.** $h=\dfrac{2a}{3}$. **D.** $h=\dfrac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB \parallel (A'B'C') \Rightarrow d(AB, B'C') = d(AB, (A'B'C')) = d(B, (A'B'C'))$.

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2}{2}$.

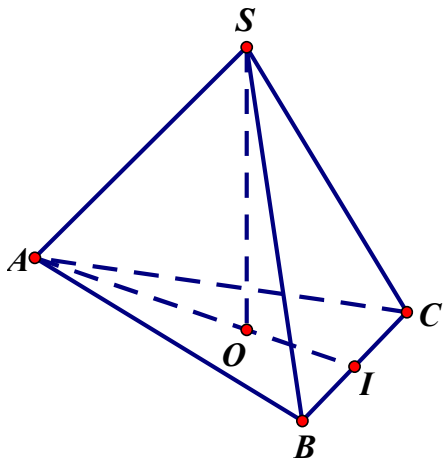
$V = S_{\Delta ABC}.h \Leftrightarrow h = \dfrac{V}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{\dfrac{4a^3}{3}}{\dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{8a}{3}$.

Câu 88: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S, độ dài cạnh đáy là a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là hình chiếu của S lên (ABC) ta có: $SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$

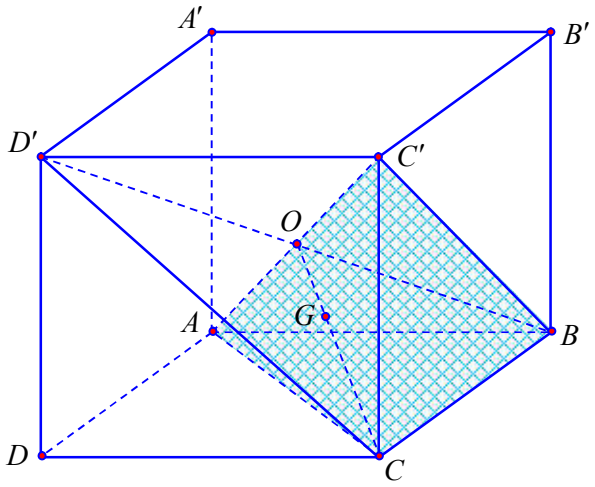
$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3} S_{\Delta ABI}.SO = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}.\dfrac{a\sqrt{33}}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$.

Câu 89: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm tam giác BCD'. Thể tích V của khối chóp $G.ABC'$ là:

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{18}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình hộp

Ta có G là trọng tâm tam giác $BCD' \Rightarrow \frac{GO}{CO}=\frac{1}{3}$ nên $V_{G.ABC'}=\frac{1}{3}V_{C.ABC}$.

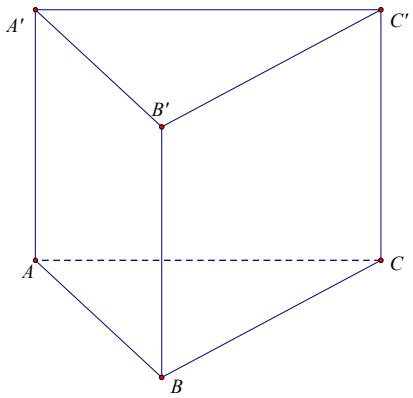
Mà $V_{C.ABC'}=\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{1}{6}$ nên $V_{G.ABC'}=\frac{1}{18}$.

Câu 90: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $2a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều nên $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Mặt khác mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$ nên

$AB.AA'=4a^2 \Leftrightarrow AA'=\frac{4a^2}{AB} \Leftrightarrow AA'=\frac{4a^2}{a\sqrt{2}} \Leftrightarrow AA'=2\sqrt{2}a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

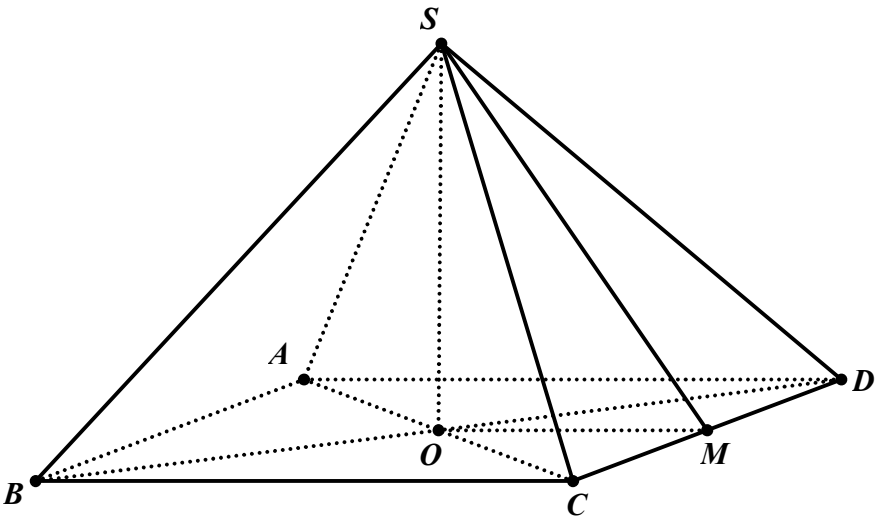
$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}AB.AB.\sin 60°.AA' = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.\sin 60°.2\sqrt{2}a = a^3\sqrt{6}$.

Câu 91: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng $45°$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông, vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD, khi đó $OM = \frac{a}{2}$ và góc giữa mặt bên với mặt đáy bằng $\widehat{SMO} = 45°$.

Trong tam giác SMO vuông cân tại O có $SO = OM = \frac{a}{2}$.

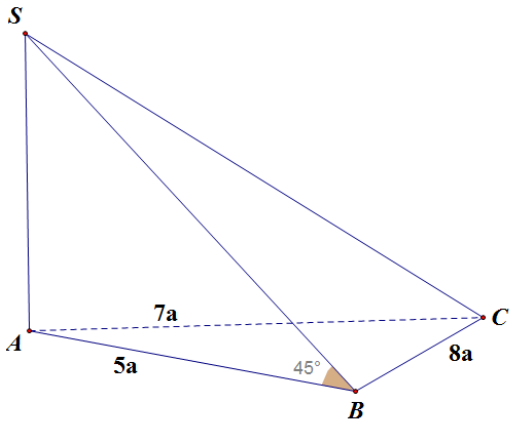
Vậy thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a}{2} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 92: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là $AB = 5a$; $BC = 8a$; $AC = 7a$, góc giữa SB và (ABC) là $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $50\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{50}{3}a^3$. **D.** $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có nửa chu vi ΔABC là $p=\dfrac{AB+AC+BC}{2}=10a$.

Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\sqrt{10a.5a.3a.2a}=10\sqrt{3}a^2$.

$SA\perp(ABC)$ nên ΔSAB vuông, cân tại A nên $SA=AB=5$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}5a.10\sqrt{3}a^2=\dfrac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 93: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

A. $180°$. **B.** $240°$. **C.** $324°$. **D.** $360°$.

Lời giải

Chọn B

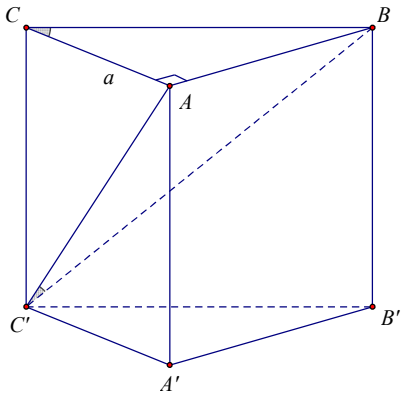
Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối bát diện đều, mỗi mặt là một tam giác đều và tại mỗi đỉnh có 4 tam giác đều nên tổng các góc tại 1 đỉnh bằng $240°$.

Câu 94: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$ góc giữa BC' và $(AA'C)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{\sqrt{6}}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại A, có $\tan \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC có diện tích là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$. Do đó AC' là hình chiếu của BC' lên $(AA'C'C)$.

$\Rightarrow \widehat{(BC', (AA'C))} = \widehat{(BC', AC')} = \widehat{BC'A} = 30°$.

Tam giác $AC'B$ vuông tại A, có $\cot \widehat{AC'B} = \dfrac{AC'}{AB} \Rightarrow AC' = AB.\cot 30° = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Tam giác ACC' vuông tại C, có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC}.CC' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.2a\sqrt{2} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 95: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$, đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \dfrac{4a}{3}$. **B.** $h = \dfrac{a}{4}$. **C.** $h = 4a$. **D.** $h = \dfrac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn A

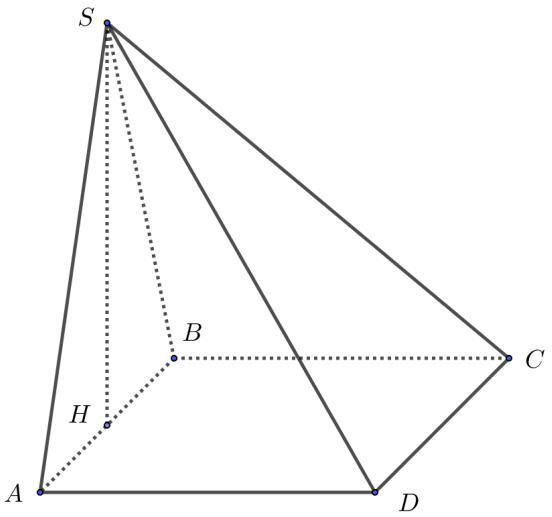
Ta có: $V = \dfrac{1}{3} S_{ABC}.h \Rightarrow h = \dfrac{3V}{S_{ABC}} = \dfrac{3.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}}{\left(a\sqrt{3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{4a}{3}$.

Câu 96: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB, ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\ SH\perp AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

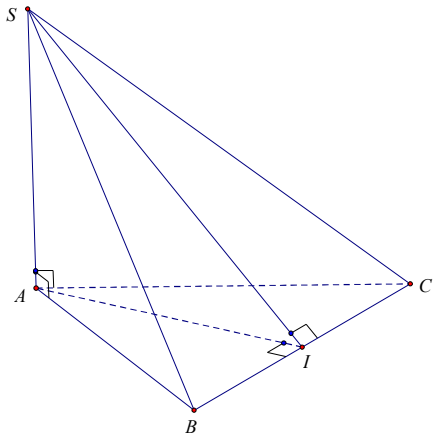
Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 97: **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases}BC\perp SA\\ BC\perp AI\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp SI\Rightarrow((ABC),(SBC))=\widehat{SIA}=30^\circ$.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAI có $SA=AI.\tan SIA\Leftrightarrow SA=\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.BC.AI.SA=\frac{1}{6}.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 98: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng $96cm^2$ cm^2. Thể tích của khối lập phương đó là:

A. $64cm^3$. **B.** $84cm^3$. **C.** $48cm^3$. **D.** $91cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương.

Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương là: $6a^2 = 96 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4\,\text{cm}$.

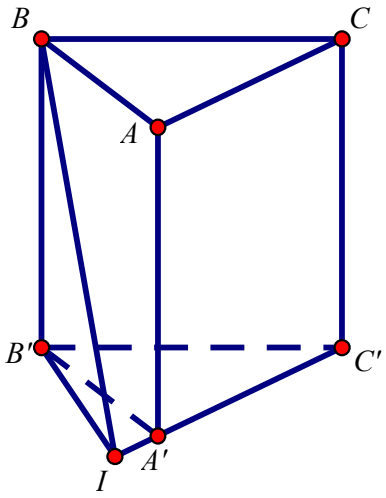
Thể tích của khối lập phương đó là: $V = 4^3 = 64\,\text{cm}^3$.

Câu 99: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho

A. $V = \dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{9a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hạ $B'I \perp A'C'$. Khi đó ta có $\left(\widehat{(A'BC'),(ABC)}\right) = \widehat{B'IB} = 60°$

Vì $\widehat{B'A'C'} = 120° \Rightarrow \widehat{B'A'I} = 60°$. Do đó $\sin 60° = \dfrac{B'I}{B'A} \Leftrightarrow B'I = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\tan\widehat{B'IB} = \dfrac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow \tan 60° = \dfrac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow BB' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$

Mặt khác $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.AI.BC = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{2}.a\sqrt{3} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = B.h = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a3}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 100: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

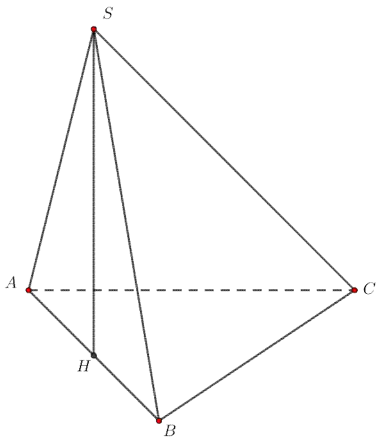
Ta có $V = Bh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 101: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB, do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

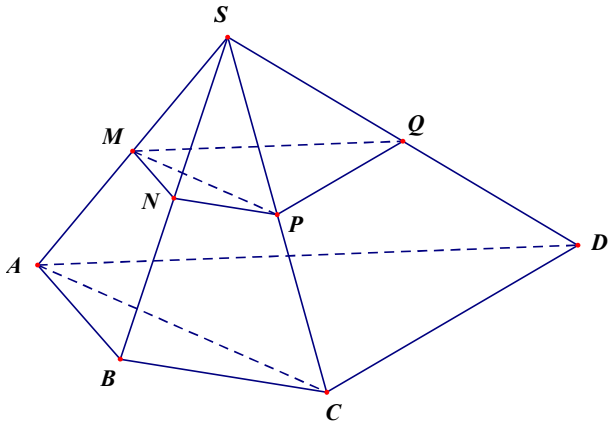
Ta có $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 102: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{S.MNP}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}$ và $V_{S.MQP}=\frac{1}{8}V_{S.ADC}$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ}=V_{S.MQP}+V_{S.MNP}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}+\frac{1}{8}V_{S.ADC}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$

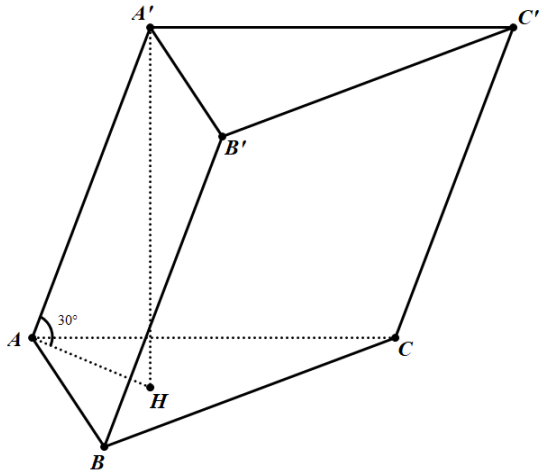
$\Rightarrow \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 103: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên $AA'=a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $A'H\perp(ABC)$, $H\in(ABC)$. Khi đó góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng góc giữa AA' và AH bằng $\widehat{A'AH}=30°$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại H, có $A'H=A'A.\sin\widehat{A'AH}=a.\sin 30°\Leftrightarrow A'H=\frac{a}{2}$.

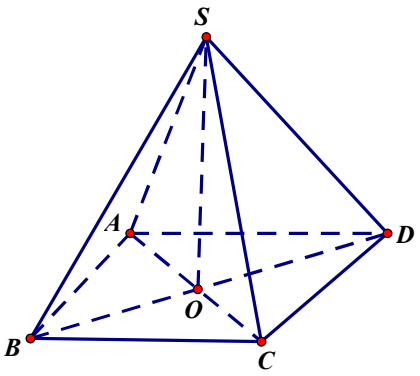
Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2}\Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 104: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Thể tích hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}$; $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

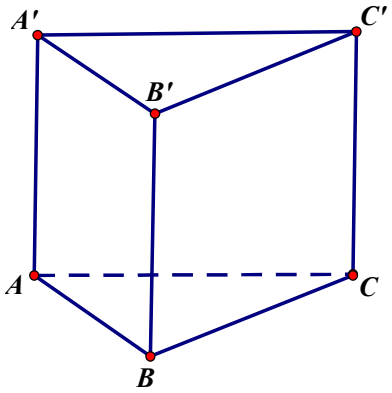
$V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 105: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

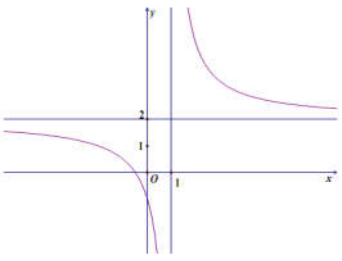
Chọn A



Ta có $AB^2+BC^2=AC^2\Leftrightarrow 2AB^2=2a^2\Leftrightarrow AB=a$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\frac{1}{2}AB^2.AA'=\frac{1}{2}.a^2.2a=a^3$.

Câu 106: **[2Đ1-2](THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\frac{x-1}{2x+1}$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=\frac{2x-1}{-1+x}$. **D.** $y=\frac{2x+1}{1-x}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên ta loại đáp án A, B.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;\infty)$ nên ta chọn đáp án C vì hàm số

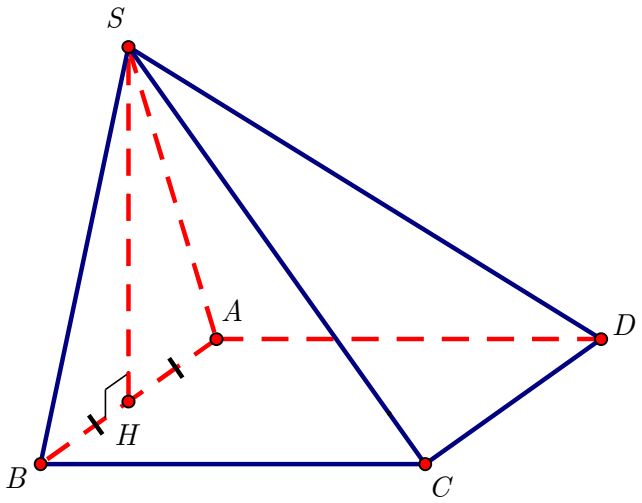
$y=\dfrac{2x-1}{-1+x}$ có $y'=\dfrac{-3}{(-1+x)^2}<0$ với $\forall x\neq 1$.

Câu 107: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB. Vì Tam giác SAB đều nên $SA\perp AB$.

Ta có: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)\\SH\perp AB\end{cases}$

Tam giác SAB đều $AB=2a$ nên $SH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

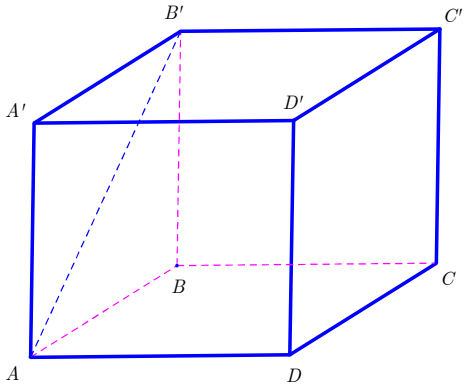
Vậy $V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.2a.a\sqrt{2}=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 108: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD}=60°$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc $30°$. Thể tích của khối hộp là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Góc giữa AB' và $(ABCD)$ bằng $\widehat{B'AB}$. Suy ra $BB' = AB.\tan\widehat{B'AB} = a\sqrt{3}$.

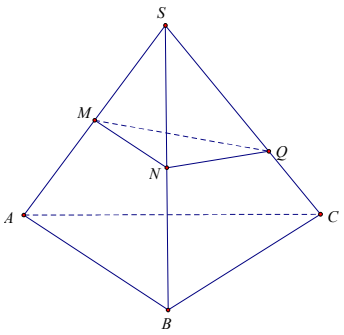
Thể tích khối hộp đứng bằng $V = BB'.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 109: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC} = 6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM = MA$, $SN = NB$, $SQ = 2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$:

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



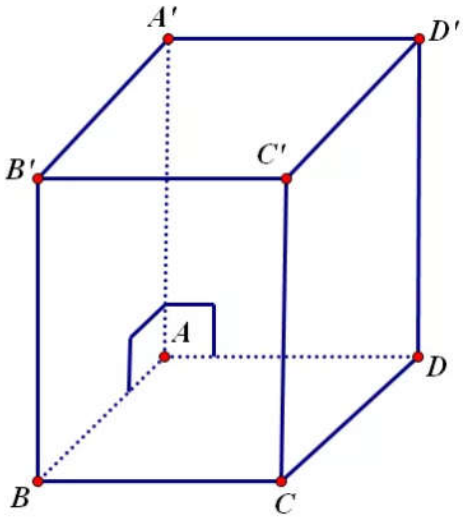
Ta có $\dfrac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB}.\dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow V_{S.MNQ} = \dfrac{1}{6}V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6}.6a^3 = a^3$.

Câu 110: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp này.

A. $V = 4a^3$. **B.** $V = 24a^3$. **C.** $V = 12a^3$. **D.** $V = 8a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B



Ta có $A'C' = \sqrt{AC'^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$.

suy ra $AC = 4a = \sqrt{2}.AB \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}.a$.

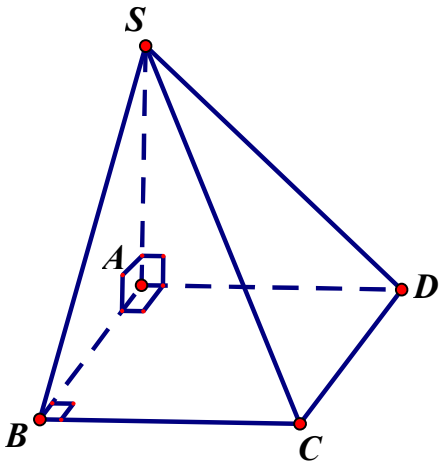
$V_{ABCD.A''B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = \left(2\sqrt{2}a\right)^2.3a = 24a^3$.

Câu 111: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết rằng $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$ và $SC = \sqrt{7}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = 4a^3$

Hướng dẫn giải.

Chọn A



Ta có

$$\left.\begin{array}{l}(SAB) \perp (ABCD)\\ (SAC) \perp (ABCD)\\ (SAB) \cap (SAC) = SA\end{array}\right\} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{3}\right)^2} = 2a$.

$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{7}\right)^2 - (2a)^2} = a\sqrt{3}$.

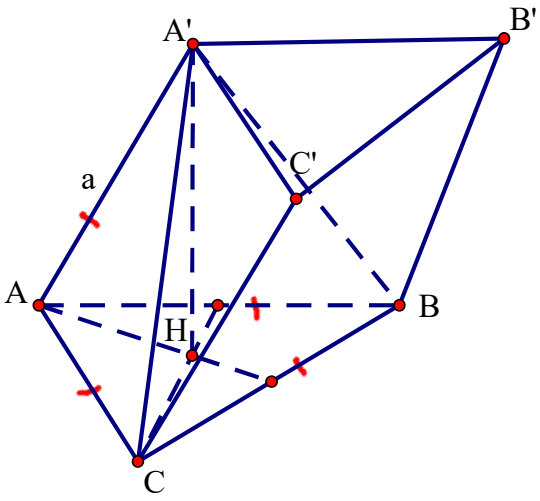
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.AB.AD.SA=\frac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.a\sqrt{3}=a^3$

Câu 112: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh cạnh bằng a. Tính thể tích khối $A'BCC'B'$.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Hướng dẫn giải.

Chọn B



Ta có $V_{A'BCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A'.ABC}$

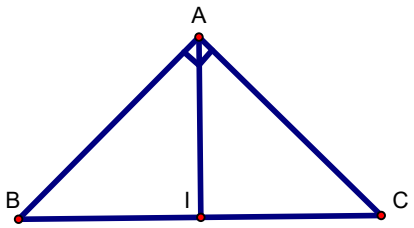
$\Rightarrow V_{A'BCC'B'}=\frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.S_{ABC}.A'H=\frac{2}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 113: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại cân A, gọi I là trung điểm của BC, $BC=2$.Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI.

A. $S_{xq}=\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq}=2\pi$. **C.** $S_{xq}=2\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq}=4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$R=\frac{BC}{2}=1$, $l=AB=AC=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

$S_{xq}=\pi R=\sqrt{2}\pi$

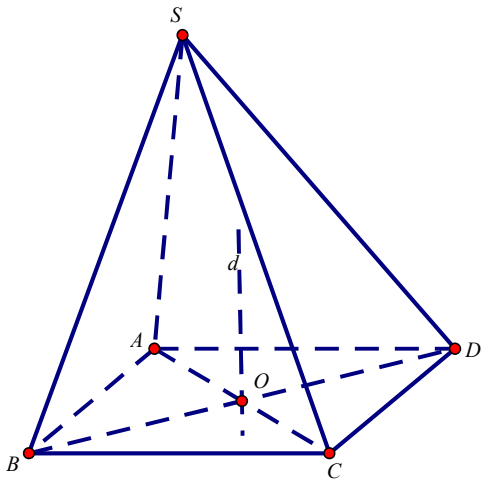
Câu 114: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $b>0$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật.Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng

$(ABCD)$.Biết rằng $AB=a$, và $\widehat{ASB}=60°$. Tính diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=\dfrac{13\pi a^2}{2}$. **B.** $S=\dfrac{13\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\dfrac{11\pi a^2}{2}$. **D.** $S=\dfrac{11\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi R_1,R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và mặt bên (SAB). Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Khi đó $R_1=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+3a^2}=a$ và $R_2=\dfrac{AB}{2\sin\widehat{ASB}}=\dfrac{a}{2\sin 60°}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Vì hình chóp đã cho có mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$ nên bán kính mặt cầu hình chóp $S.ABCD$ được tính theo công thức:

$$R^2=R_1^2+R_2^2-\frac{AB^2}{4}=a^2+\frac{a^2}{3}-\frac{a^2}{4}=\frac{13a^2}{12}.$$

Diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là: $S=4\pi R^2=\dfrac{13\pi a^2}{3}$.

Câu 115: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Một thầy giáo muốn tiết kiệm tiền để mua cho mình một chiếc xe Ô tô nên mỗi tháng gửi ngân hàng $4.000.000$ VNĐ với lãi suất 0.8%/tháng. Hỏi sau bao nhiêu tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô $400.000.000$ VNĐ?

A. $n=72$. **B.** $n=73$. **C.** $n=74$. **D.** $n=75$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $S_n=\dfrac{A}{r}\left[(1+r)^n-1\right](1+r)$.

$$\Rightarrow n=\log_{(1+r)}\left(\frac{S_n.r}{A(1+r)}+1\right)=\log_{1,008}\left(\frac{400000000.0,8\%}{4000000(1+0,8\%)}+1\right)\approx 73,3.$$

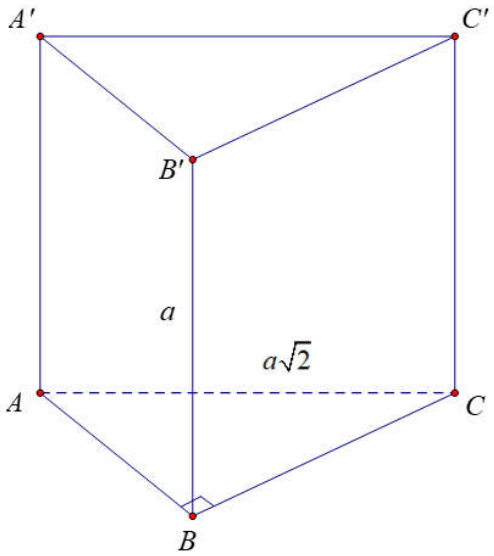
Vậy sau 74 tháng thầy giáo có thể mua được chiếc xe Ô tô $400.000.000$ VNĐ.

Câu 116: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: ΔABC vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$.

$SAO=a$.

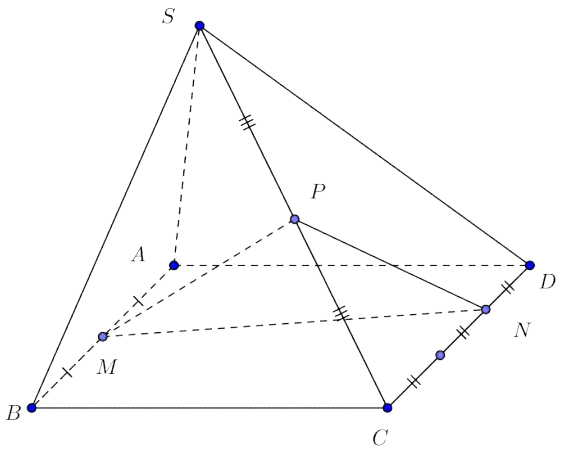
Thể tích của khối lăng trụ là: $V=S_{ABC}.BB'=\dfrac{1}{2}AB.BC.BB'=\dfrac{1}{2}a^3$.

Câu 117: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD, SC sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$, $SP=PC$. Tính thể tích V của khối chóp $P.MBCN$.

A. $V=14$. **B.** $V=20$. **C.** $V=28$. **D.** $V=40$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $CD=a$ và h là độ dài đường cao hạ từ A xuống CD.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD}=a.h$.

Diện tích hình thành $BMNC$ là: $S_{BMNC}=\frac{1}{2}\left(BM+CN\right)h=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{2a}{3}\right)h=\frac{7}{12}ah=\frac{7}{12}S_{ABCD}$.

Suy ra: $V_{P.MNCB}=\frac{1}{3}S_{MNCB}.d_{(P,(MNCP))}=\frac{1}{3}.\frac{7}{12}S_{ABCD}.\frac{1}{2}d_{(S,(ABCD))}=\frac{7}{24}V_{S.ABCD}=\frac{7}{24}.48=14$.

Câu 118: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là $20\,\text{cm}^2$, $10\,\text{cm}^2$, $8\,\text{cm}^2$.

A. $40\,\text{cm}^3$. **B.** $1600\,\text{cm}^3$. **C.** $80\,\text{cm}^3$. **D.** $200\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử hình chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Ta có $\begin{cases}a.b=20\\a.c=10\\b.c=8\end{cases}\Rightarrow a^2.b^2.c^2=1600\Rightarrow a.b.c=40$.

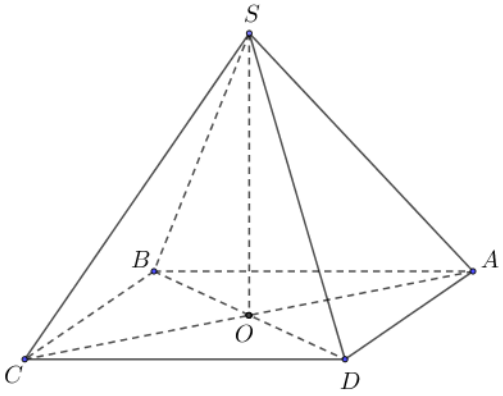
Vậy thể tích khối hộp chữ nhật là $40\,\text{cm}^3$.

Câu 119: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{11}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD\Rightarrow SO\perp\left(ABCD\right)$.

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{3a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

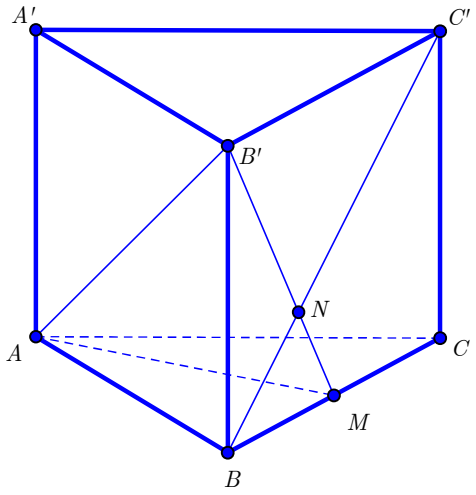
Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{10}}{2}.a^2=\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$.

Câu 120: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB'=3\text{cm}$ và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC'. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{9}{2}\text{cm}^3$. **B.** $2\sqrt{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{6}}{4}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{27\sqrt{6}}{16}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC. Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp BC'$.

Mà $BC' \perp AB' \Rightarrow B'M \perp BC'$.

Đặt $AB = a$, $AA' = b$. Ta có $\tan \widehat{B'BC'} = \cot \widehat{BB'M} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2b}{a} \Rightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Mà $AB' = 3 \Rightarrow \sqrt{AB^2 + AA'^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{6}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = \sqrt{3}.\sqrt{6}^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{9}{2}\text{cm}^3$.

Câu 121: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = a$, $AA' = 2a$. Tính thể tích khối $ABCDB'C'D'$.

A. $2a^3$. **B.** $\frac{5}{3}a^3$. **C.** $\frac{10}{3}a^3$. **D.** $\frac{5}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = AA'.AB.BC = 2a^3$.

Thể tích khối chóp $A'.BCD$: $V' = \frac{1}{3}.AA'.\frac{1}{2}.BC.CD = \frac{a^3}{3}$.

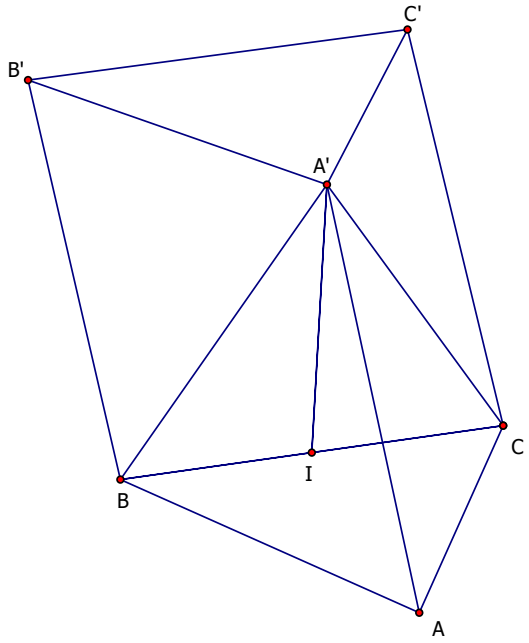
Thể tích khối $ABCDB'C'D'$: $V_{ABCDB'C'D'} = V - V' = \frac{5}{3}a^3$.

Câu 122: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có ABC và $A'BC$ là các tam giác đều, biết mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng (ABC). Có bao nhiêu mặt phẳng (P) chứa cạnh AA' của hình lăng trụ và tiếp xúc với mặt cầu đường kính BC?

A. 0. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của BC. Theo giả thiết $A'I \perp (ABC)$.

Ta có $A'I = AI = \dfrac{BC\sqrt{3}}{2}$. Bán kính mặt cầu đường kính BC bằng $\dfrac{BC}{2}$.

AA' nằm ngoài mặt cầu đường kính BC.

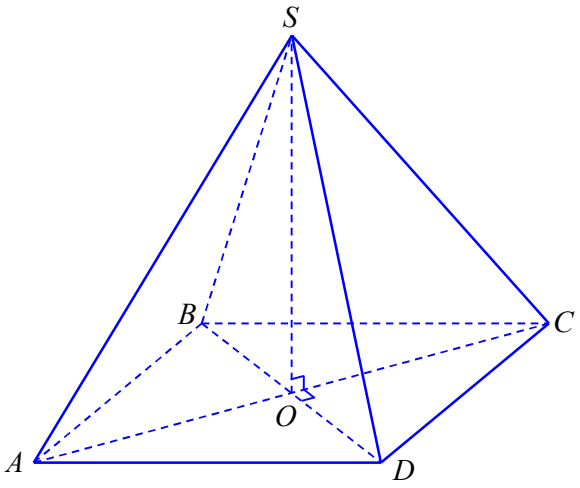
Có 2 mặt phẳng (P) chứa cạnh AA' của hình lăng trụ và tiếp xúc với mặt cầu đường kính BC.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{34}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{34}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$ của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO$ là đường cao của hình chóp.

Tam giác SAO vuông tại O có $OA=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA=3a\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\dfrac{a\sqrt{34}}{2}$.

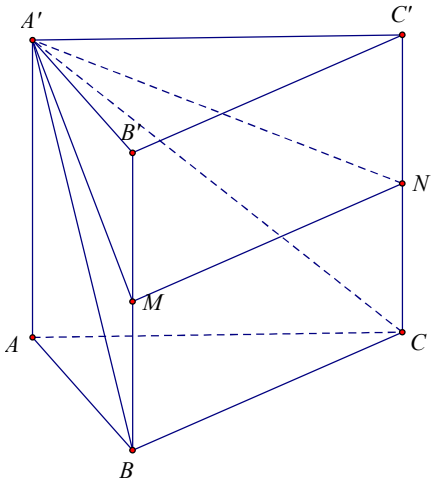
Khi đó thể tích khối chóp tứ giác đều là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{a^3\sqrt{34}}{6}$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $S=\dfrac{13}{3}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=3$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là V, khi đó ta có thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $\frac{V}{3} \Rightarrow$ thể tích khối chóp $A'.BCC'B' = \frac{2V}{3}$.

Mặt khác thể tích khối chóp $A'.BCNM$ bằng thể tích khối chóp $A'.B'C'NM$ nên thể tích khối chóp $A'.BCNM$ bằng $\frac{V}{3}$.

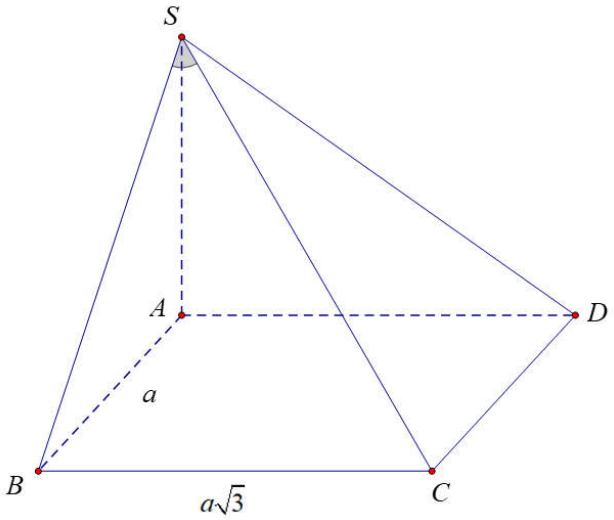
Vậy $V_1 = \frac{2V}{3}$, $V_2 = \frac{V}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = 2\sqrt{6}a^3$. **D.** $V = \frac{4a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

SB là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB).

$\Rightarrow \widehat{(SC,(SAB))} = (SC,SB) = \widehat{CSB} = 30°$.

Xét ΔSBC vuông tại B, ta có: $SB = \dfrac{BC}{\tan 30°} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{9a^2 - a^2}$.

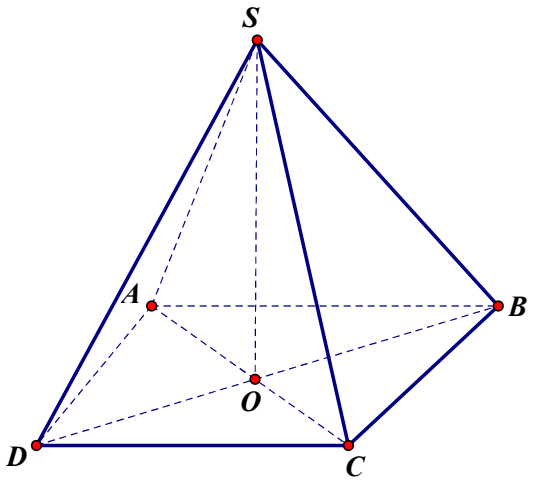
Thể tích của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.2a\sqrt{2} = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{14}a}{2}$.

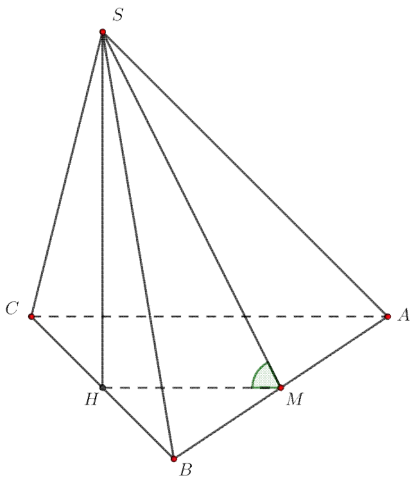
$V = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{\sqrt{14}a}{2} = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A; $AB = a$; $AC = 2a$. Đỉnh S cách đều A, B, C; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $V = \sqrt{3}a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC, vì ΔABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do S cách đều A, B, C $\Rightarrow SH \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB thì $HM \perp AB$ nên $SM \perp AB$. Vậy góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SMH} = 60°$.

Ta có $HM = \frac{1}{2}AC = a$; $SH = HM.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

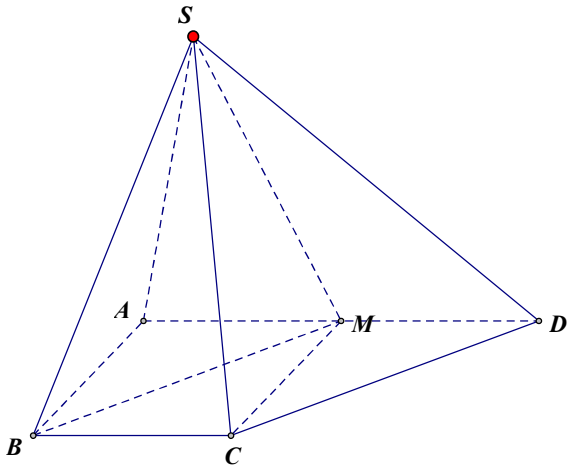
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$. **B.** $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$. **C.** $V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}$. **D.** $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$.

Lời giải

Chọn C



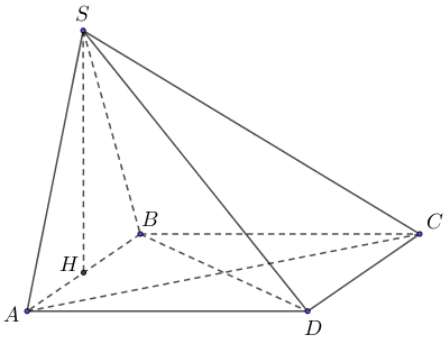
Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Câu 7: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{\frac{13a^2}{4}-\frac{5a^2}{4}}=a\sqrt{2}$

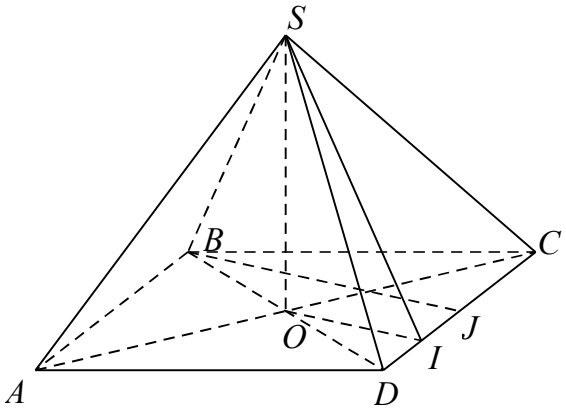
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB=a$, $\widehat{BAD}=60°$, $SO\perp(ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{BCD}=\widehat{BAD}=60°$, do đó tam giác BCD đều cạnh a.

Gọi J là trung điểm của CD, khi đó $BJ\perp CD$ và $BJ=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm của DJ, suy ra $OI//BJ$, do đó $OI\perp CD$.

Theo định lí ba đường vuông góc suy ra $CD\perp SI$.

Ta có $(SCD)\cap(ABCD)=CD$;

Trong (SCD) có $SI\perp CD$; trong $(ABCD)$ có $OI\perp CD$

Suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SIO}=60°$.

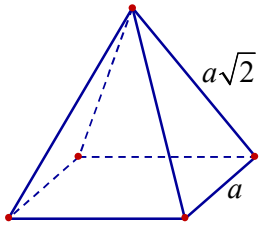
Trong tam giác SOI vuông tại O, có $\widehat{SIO}=60°$, $OI=\frac{1}{2}BJ=\frac{a\sqrt{3}}{4}$, do đó

$SO=OI.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3}=\frac{3a}{4}$.

Diện tích mặt đáy $S_{ABCD}=2S_{BCD}=2\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

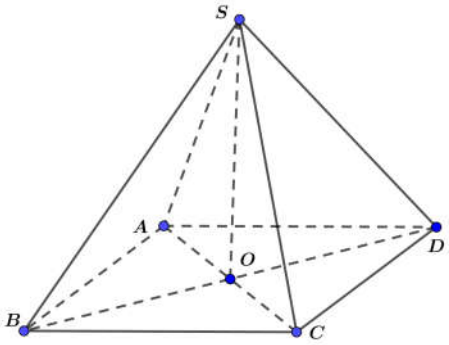
Câu 9: **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là



A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có: $OD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{2a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

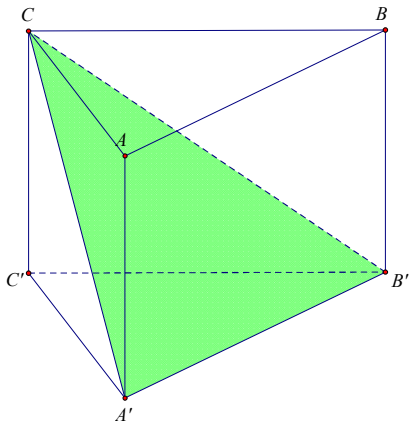
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 10: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, mặt bên $(ABB'A')$ có diện tích bằng 10. Khoảng cách đỉnh C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 6. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 40. **B.** 60. **C.** 30. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi đó $\frac{V_{C.ABB'A'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{2}{3}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{2}V_{C.ABB'A'}$.

Theo đề bài ta có $V_{C.ABB'A'}=\frac{1}{3}.10.6=20$.

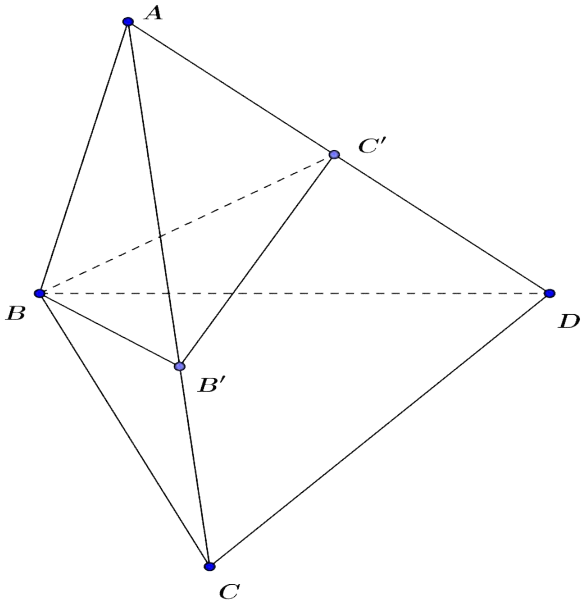
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{2}.20=30$.

Câu 11: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$, $SA=2$, $SB=3$, $SC=6$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** K.

Lời giải

Chọn B



Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy B', C' sao cho $SB'=SC'=SA=2$. Suy ra $S.AB'C'$ là tứ diện đều cạnh bằng 2. Suy ra $V_{S.AB'C'}=\frac{2^3\sqrt{2}}{12}=\frac{8\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mặt khác: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{2}{6}=\frac{2}{9}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{2\sqrt{2}}{3}:\frac{2}{9}=3\sqrt{2}$.

Câu 12: **(THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V, nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là

A. $3V$. **B.** $6V$. **C.** $9V$. **D.** $12V$.

Lời giải

Chọn C

Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh của ΔABC. Đặt $p=\dfrac{3(a+b+c)}{2}$

thì $S_1=\sqrt{3.\dfrac{a+b+c}{2}.3(p-a).3(p-b).3(p-c)}=9S_{ABC}$

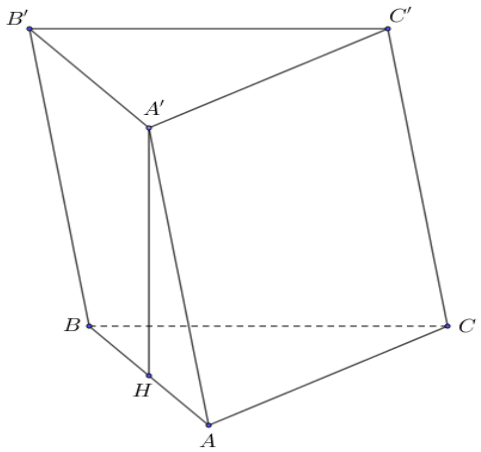
$\Rightarrow$ Thể tích khối chóp thu được là $9V$.

Câu 13: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc giữa cạnh bên của lăng trụ và mặt phẳng đáy bằng 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có AH là hình chiếu của $A'A$ trên $(ABC)\Rightarrow \widehat{A'AH}=30^\circ\Rightarrow A'H=\dfrac{a}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

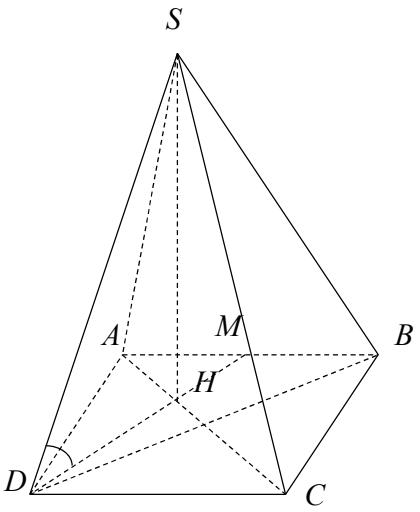
$V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 14: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{27}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $DM=\sqrt{AD^2+AM^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}DM=\frac{a\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow SH=DH.\tan\widehat{SDH}=\frac{a\sqrt{5}}{3}.\tan 60^\circ=\frac{a\sqrt{15}}{3}.$

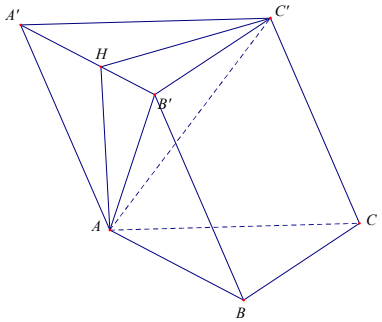
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{15}}{3}a^2=\frac{a^3\sqrt{15}}{9}.$

Câu 15: **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB=2a\sqrt{2}$. Biết $AC'=8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45°. Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=V_{A.A'B'C'}+V_{ABCC'B'}\Leftrightarrow V_{ABCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}$.

Mặt khác $V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$ nên $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=2V_{A.A'B'C'}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ khi đó góc giữa AC' và mặt phẳng đáy $\left(A'B'C'\right)$ là góc $\widehat{AC'H}=45^\circ$.

Xét tam giác vuông AHC' có $AC'=8a$ và $\widehat{AC'H}=45^\circ$ nên $AH=4a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ là $V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}S_{A'B'C'}.AH=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(2a\sqrt{2}\right)^2.\sin 60^\circ.4a\sqrt{2}=\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ là $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'}=2V_{A.A'B'C'}=\dfrac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là $2\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$ và $6\,\text{cm}$. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

A. $12\,\text{cm}^3$. **B.** $8\,\text{cm}^3$. **C.** $6\,\text{cm}^3$. **D.** $4\,\text{cm}^3$.

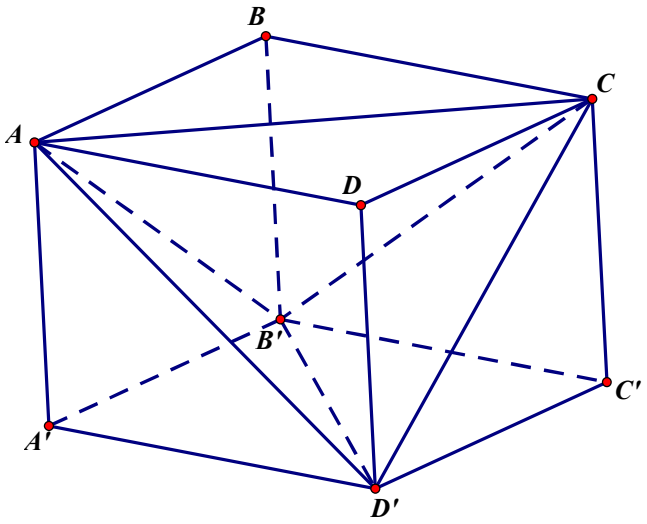
Lời giải

Chọn A

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=2.3.6=36\left(\text{cm}^3\right)$.

Ta có $V_{A.A'B'D'}=V_{C.C'B'D'}=V_{D'.DAC}=V_{B'.BAC}=\dfrac{1}{6}V$.

Nên: $V_{ACB'D'}=V-\left(V_{A.A'B'D'}+V_{C.C'B'D'}+V_{D'.DAC}+V_{B'.BAC}\right)=V-\dfrac{4}{6}V=\dfrac{1}{3}V=\dfrac{1}{3}.36=12\left(\text{cm}^3\right)$.

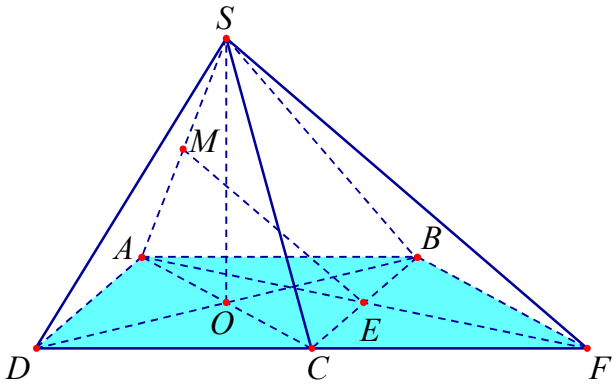


Câu 17: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA, α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD). Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



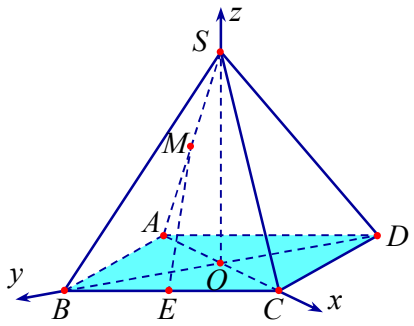
Dựng hình bình hành $ABFC$.

Ta có $EM \,//\, SF$ nên góc giữa EM và (SBD) bằng góc giữa SF và (SBD).

$FB \,//\, AC \Rightarrow FB \perp (SBD)$ do đó góc giữa SF và (SBD) bằng góc $\widehat{FSB}$.

Ta có $\tan\widehat{FSB} = \dfrac{BF}{SB} = \dfrac{AC}{SB} = \sqrt{2}$. Vậy chọn D.

Cách 2:



Tọa độ hóa với $Ox \equiv OC,\ Oy \equiv OB,\ Oz \equiv OS\ (OA = 1)$. **Error! Not a valid link.**

Ta có $C(1;0;0),\ A(-1;0;0) \Rightarrow (SBD)$ nhận $\overrightarrow{AC} = (2;0;0)$ là một VTPT.

Từ $SA = AB = OA\sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 1 \Rightarrow \begin{cases} S(0;0;1) \\ A(-1;0;0) \end{cases} \Rightarrow M\left(-\dfrac{1}{2};0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $\begin{cases} C(1;0;0) \\ B(0;1;0) \end{cases} \Rightarrow E\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right) \Rightarrow EM$ nhận $\overrightarrow{ME} = \left(1;\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$

Là một VTCPT

$$\Rightarrow \sin\widehat{(EM;(SBD))} = \frac{\left|\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}\right|}{ME.AC} = \frac{2}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}.2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2}.$$

Là một VTCPT

$$\Rightarrow \sin\widehat{(EM;(SBD))} = \frac{\left|\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{AC}\right|}{ME.AC} = \frac{2}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2}.2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2}.$$

Câu 18: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần. **B.** 6 lần. **C.** 36 lần. **D.** 12 lần

Lời giải

Chọn A

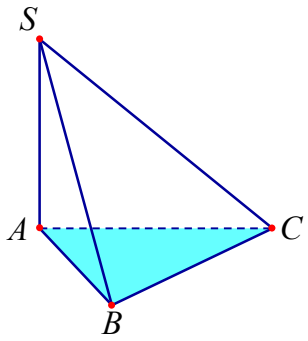
$V_1 = 2h.\pi(3r)^2 = 18\left(h.\pi r^2\right) = 18V$

Câu 19: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SA\perp(ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC).

$\Rightarrow\widehat{(SC,(ABC))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}=60°$.

ΔSAC vuông tại A có $\widehat{SCA}=60°$, ta có $SA=AC.\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{3}$.

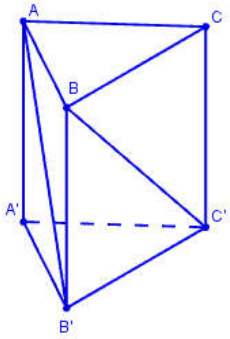
Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 20: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V=2\sqrt{6}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA'=x,x>0$.

Ta có: $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}=\left(\overrightarrow{BB'}-\overrightarrow{BA}\right)\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right)=-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}^2$

$=-BA.BC.\cos 60^2+BB'^2=x^2-2a^2$.

$AB'=BC'=\sqrt{x^2+4a^2}$.

Theo đề: $\cos 60°=\dfrac{\left|\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}\right|}{AB'.BC'}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{\left|x^2-2a^2\right|}{\sqrt{x^2+4a^2}.\sqrt{x^2+4a^2}}$

$\Leftrightarrow x^2+4a^2=2\left|x^2-2a^2\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+4a^2=2x^2-4a^2\\x^2+4a^2=-2x^2+4a^2\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2a\sqrt{2}$.

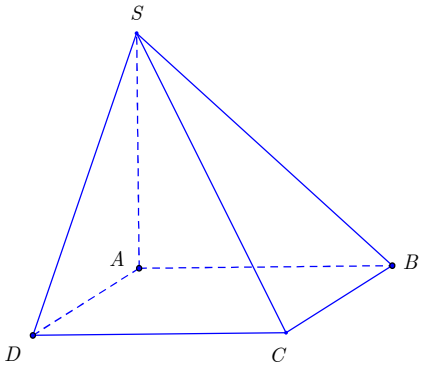
Vậy $V = AA'.\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 2a^3\sqrt{6}$.

Câu 21: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hai mặt phẳng (SAB), (SAD) cùng vuông góc với đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính tỉ số $\dfrac{3V}{a^3}$ biết V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Do $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAD)\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

Góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{SBA}$. Do đó $\dfrac{SA}{AB}=\tan\widehat{SBA}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow SA=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

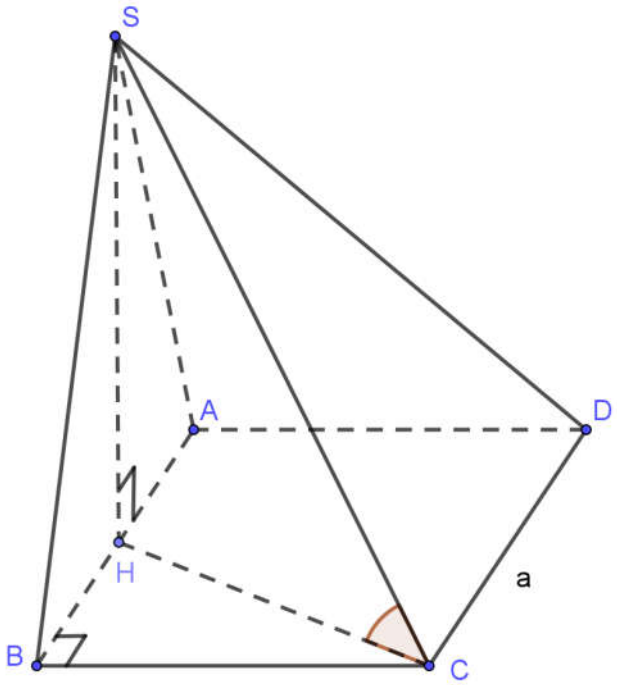
$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{2a}{\sqrt{3}}.4a^2=\dfrac{8}{3\sqrt{3}}a^3$.

Câu 22: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là

A. $120°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB. Ta có $SH \perp (ABCD)$.

$S_{ABCD} = a^2$.

$V = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SH \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

$CH = \sqrt{AC^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC,CH)}$.

$\tan \widehat{SCH} = \frac{SH}{CH} = \sqrt{3}$.

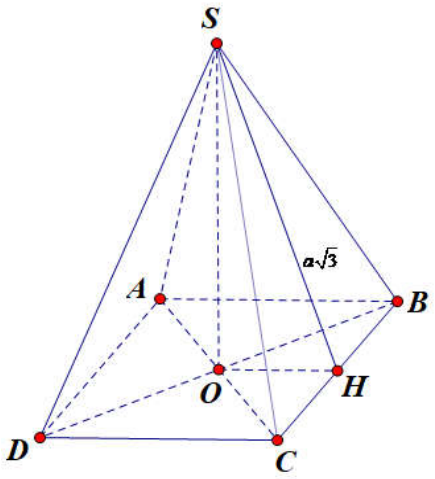
Vậy $\widehat{(SC,(ABCD))} = 60°$

Câu 23: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi cạnh của hình chóp tứ giác đều là x.

Xét tam giác vuông SCH ta có $SC^2 - HC^2 = SH^2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = 3a^2 \Leftrightarrow x = 2a$.

Chiều cao $SO = \sqrt{SH^2 - HO^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 24: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Nếu tăng kích thước của một khối hộp chữ nhật lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 27 lần. **B.** 9 lần. **C.** 18 lần. **D.** 3 lần.

Lời giải

Chọn A

Gọi a, b, c ($a > 0$, $b > 0$, $c > 0$) là kích thước ban đầu của khối hộp chữ nhật.

Khi tăng kích thước kích thước lên 3 lần ta được độ dài ba cạnh là $3a$, $3b$, $3c$.

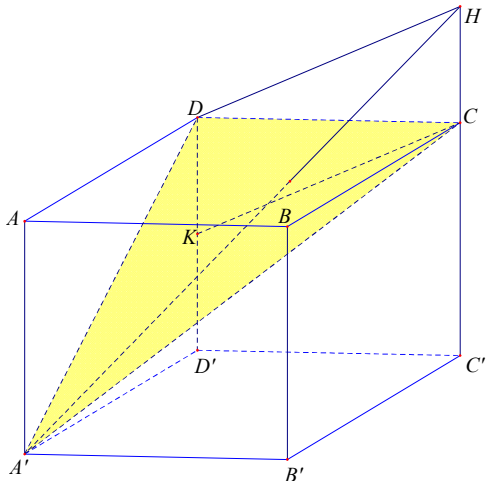
Gọi V và V' lần lượt là kích thước ban đầu của khối hộp chữ nhật và kích thước sau khi tăng lên 3 lần; khi đó: $V' = 3a.3b.3c = 27abc = 27V$.

Câu 25: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Từ D kẻ $DH // CK\ (H \in CC')$.

Khi đó $d(CK, A'D) = d(CK, (A'DH)) = d(C, (A'DH)) = \dfrac{3V_{CAHD}}{S_{ADH}}$.

Ta có $V_{A'CDH} = \dfrac{1}{3} A'D'.S_{DHC} = \dfrac{a^3}{12}$.

Mà $A'D = a$, $DH = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$, $A'H = \dfrac{a\sqrt{17}}{2}$.

Xét tam giác $A'DH$ có $\cos DA'H = \dfrac{A'D^2 + A'H^2 - DH^2}{2A'D.A'H} = \dfrac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow \sin DA'H = \dfrac{3}{\sqrt{34}}$

$\Rightarrow S_{\Delta A'DH} = \dfrac{1}{2} A'D.A'H = \dfrac{3a^2}{4}$.

Vậy $d(C, (A'DH)) = \dfrac{\dfrac{3a^3}{12}}{\dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{a}{3}$.

Câu 26: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC' = \sqrt{6}$ bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi a là cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $AC' = a\sqrt{3} = \sqrt{6} \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$

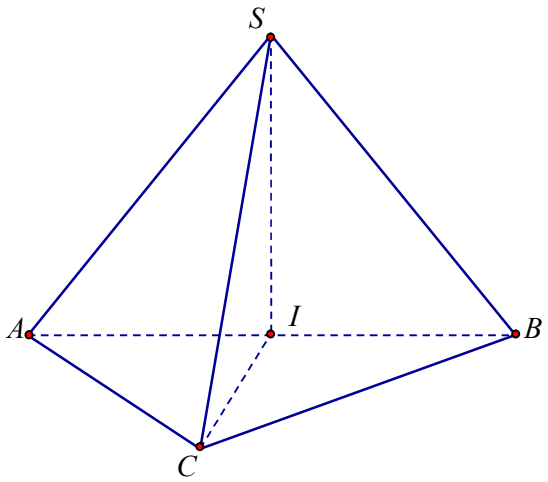
Thể tích của khối lập phương là $V = a^3 = \left(\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}$.

Câu 27: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $2a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi trung điểm của AB là I. Suy ra $SI \perp AB$. Do đó $SI \perp (ABC)$ nên $SI = d(S,(ABC))$.

Theo giả thiết tam giác SAB đều nên $SB = AB = 2a$, $IB = a$.

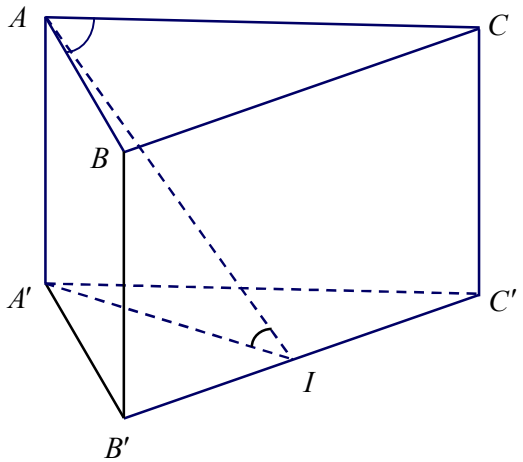
Do đó $SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = a\sqrt{3}$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB = AC = 2x$, $\widehat{BAC} = 120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{4x^3}{3}$. **B.** $V = x^3$. **C.** $V = \frac{3x^3}{16}$. **D.** $V = \frac{9x^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm $B'C'$.

Ta có $\widehat{((AB'C'),(A'B'C'))} = \widehat{AIA'} = 30°$, $A'I = A'B'.\tan 60° = x$, $AA' = A'I.\tan 30° = \frac{x}{\sqrt{3}}$.

Trong $\Delta A'B'I$: $A'I = A'B'.\cos 60° = x$. Trong $\Delta AA'I$: $AA' = A'I.\tan 30° = \frac{x}{\sqrt{3}}$.

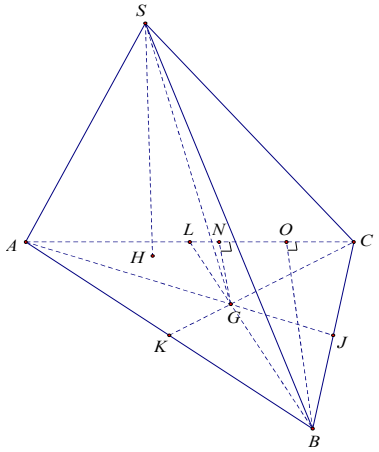
$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{x}{\sqrt{3}}.\frac{1}{2}.2x.2x.\sin 120° = x^3$.

Câu 29: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}} = \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AGC}} = \frac{d(B;AC)}{d(G;AC)} = \frac{BO}{GN} = \frac{BL}{GL} = 3$.

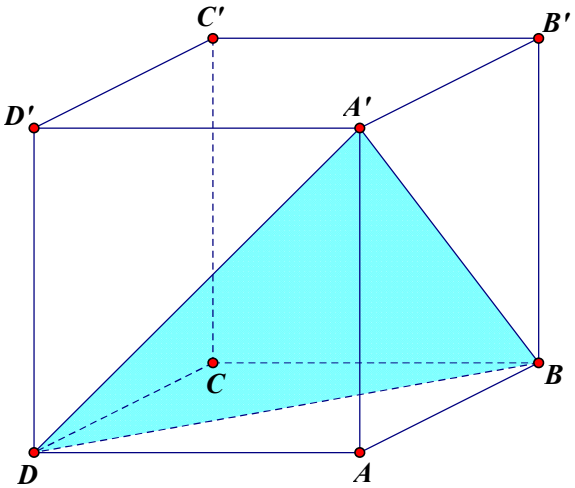
Chú ý: Ta có thể nhận xét nhanh G là trọng tâm ΔABC thì $S_{GAC} = \frac{1}{3}S_{BAC}$.

Câu 30: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{A.A'BD}=\frac{1}{3}.S_{A'BD}.d\left(A,\left(A'BD\right)\right)$ $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

$V_{A'.ABD}=\frac{1}{3}.S_{ABD}.AA'=\frac{1}{6}$.

$\Delta A'BD$ là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$ nên $S_{A'BD}=\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

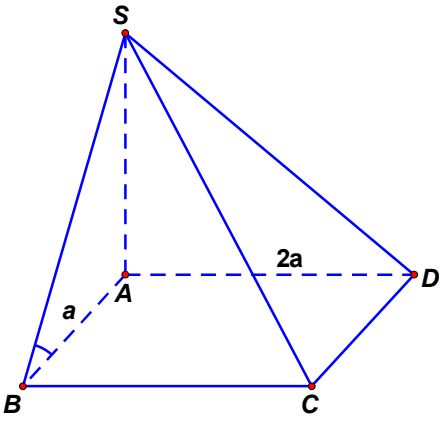
Vậy $d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=\frac{3.\frac{1}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a.2a.SA=\frac{2a^3}{3}\Rightarrow SA=a$.

$SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$.

$\Rightarrow\left(SB,\left(ABCD\right)\right)=\left(SB,AB\right)=\widehat{SBA}$.

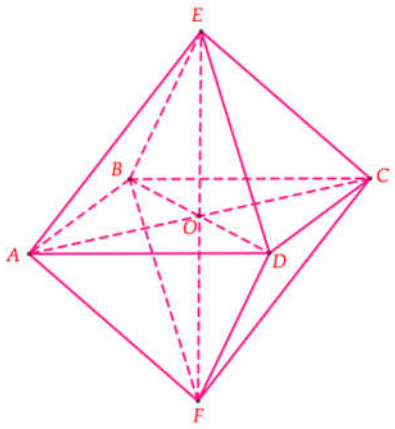
Xét tam giác SBA vuông tại A có $AB=SA=a$ nên $\widehat{SBA}=45°$.

Câu 32: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D



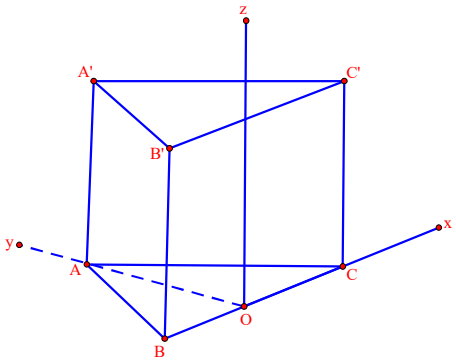
Hình bát diện $ABCDEF$ có 27216 mặt phẳng đối xứng: 3 mặt phẳng $(ABCD),(BEDF),(AECF)$ và 6 mặt phẳng mà mỗi mặt phẳng là trung trực của hai cạnh song song.

Câu 33: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy $AB=a$, cạnh bên $AA'=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CA' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{24}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào trung điểm O của BC, ta được

$B\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$; $C\left(\dfrac{1}{2}a;0;0\right)$; $C'\left(\dfrac{1}{2}a;0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)$; $A'\left(0;\dfrac{\sqrt{3}}{2}a;\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)$

Ta có $\overrightarrow{A'C}\left(\dfrac{1}{2}a;\dfrac{-\sqrt{3}}{2}a;\dfrac{-\sqrt{2}}{2}a\right)$; $\overrightarrow{BC'}\left(a;0;\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\right)$; $\overrightarrow{CB}(a;0;0)$

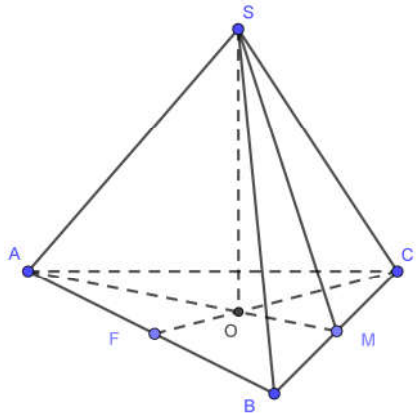
$$d\left[A'C,BC'\right]=\frac{\left|\left[\overrightarrow{A'C};\overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{CB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{A'C};\overrightarrow{BC'}\right]\right|}=\frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 34: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC.

Ta có: $\widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{SMO} = 60°$.

$OM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\tan 60° = \frac{SO}{OM} \Rightarrow SO = OM.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

$V = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

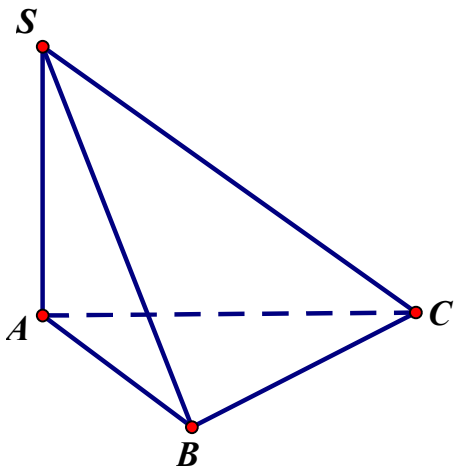
A. $12a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 36: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $12a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Chọn D



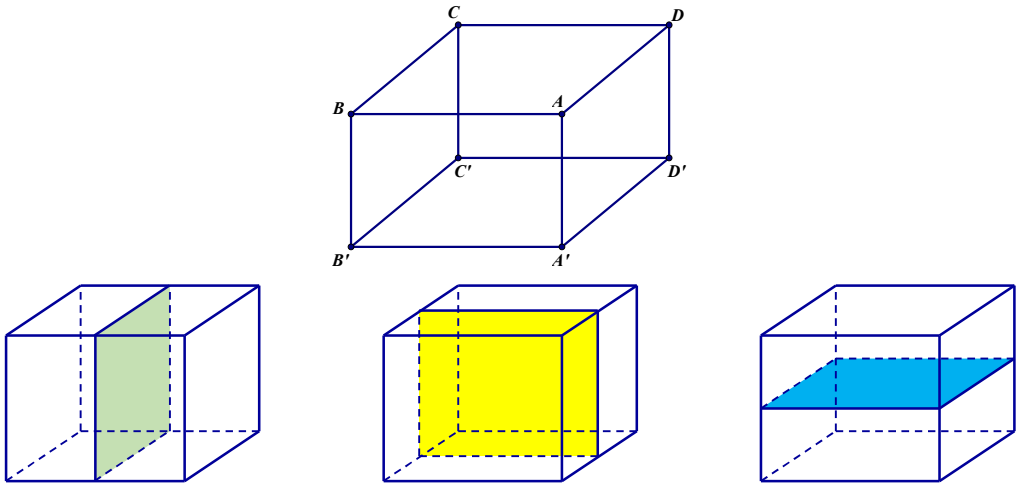
Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}.3a.4a=6a^2$; $V_{SABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.6a^2=4a^3$.

Câu 37: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng. **B.** 3 mặt phẳng. **C.** 9 mặt phẳng. **D.** 4 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn B

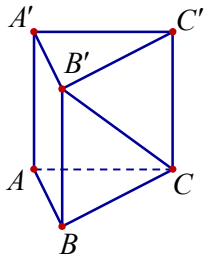


Vì $ABCD$ là hình chữ nhật có hai kích thước khác nhau nên $ABCD$ có hai trục đối xứng là các đường trung trực của AB và BC.

Tương tự $ADD'A'$ có hai trục đối xứng là các đường trung trực của AD và DD'.

Từ đó suy ra hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với ba kích thước đôi một khác nhau có đúng 3 mặt phẳng đối xứng. Đó là các mặt phẳng trung trực của các cạnh AB, BC và DD'.

Câu 38: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Do tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Suy ra: $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a$.

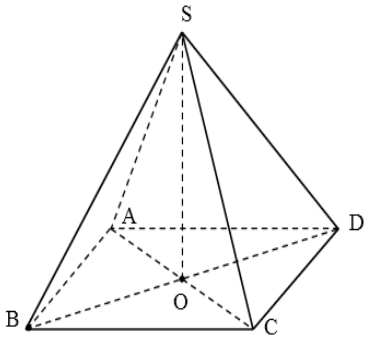
Khi đó diện tích đáy: $S=\dfrac{1}{2}AB^2=\dfrac{a^2}{2}$. Thể tích khối lăng trụ: $V=BB'.S=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 39: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích đáy: $S_{ABCD}=a^2$.

Ta có: $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SOA vuông tại O nên $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{2}}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

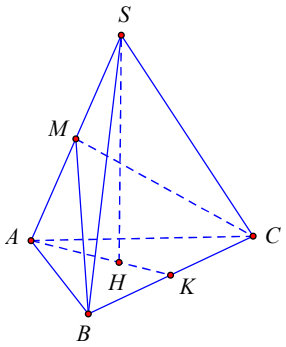
Do đó: $V=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{14}}{2}.a^2=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 40: **(THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng?

A. 8. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $SH \perp (ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi $K = AH \cap BC \Rightarrow AK \perp BC$.

Cạnh $AK = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow SH = AK = 2\sqrt{3}$

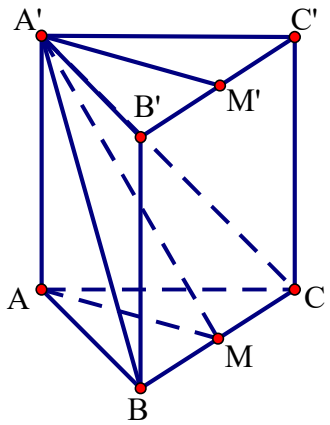
$\Rightarrow V_{M.ABC} = \dfrac{1}{3} d\left(M,(ABC)\right).S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2} SH.\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 4$.

Câu 41: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC, ΔABC đều nên $AM \perp BC$ và $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Ta có:

$$\begin{cases} AM \perp BC; AM \subset (ABC) \\ A'M \perp BC; A'M \subset (A'BC) \\ (ABC) \cap (A'BC) = BC \end{cases} \Rightarrow \measuredangle((ABC);(A'BC)) = \measuredangle(AM; A'M) = \widehat{A'MA} = 60^\circ.$$

Ta có: $AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60^0 = \frac{3a}{2}$.

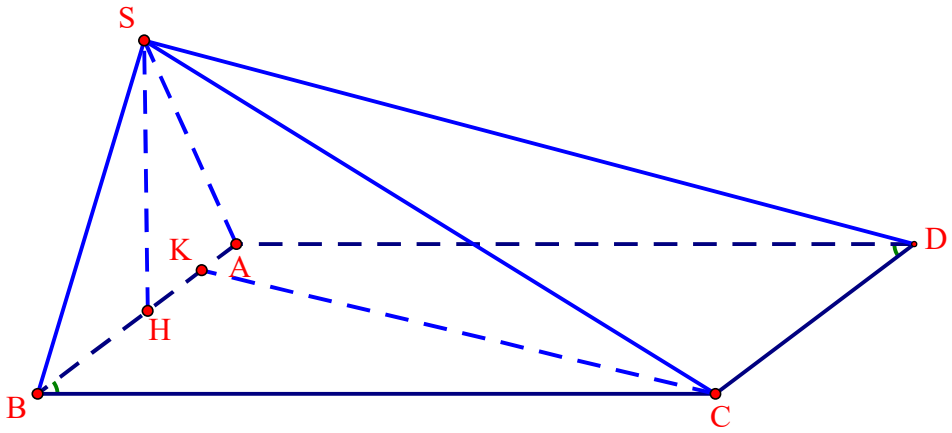
$$V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}.AA'.S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 42: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}.a^3$. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a thuộc mặt phẳng vuông góc với đáy, biết đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** a. **C.** $6a$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $CK \perp AB$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{3V}{SH} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = 6a^2$

Mặt phẳng (SAB) là mặt phẳng chứa SA và song song CD. Do đó $d(SA,CD) = d(C,(SAB))$

Ta thấy $\begin{cases} CK \perp AB \\ CK \perp SH \end{cases} \Rightarrow CK \perp (SAB)$.

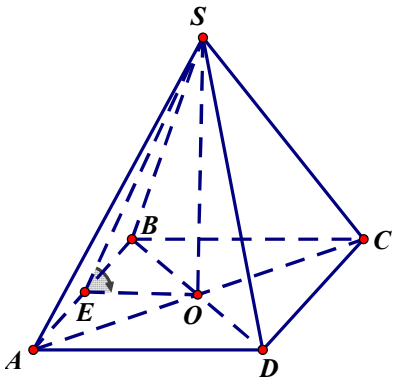
Do đó $d(C,(SAB)) = CK = \frac{S_{ABCD}}{AB} = \frac{6a^2}{a} = 6a.$

Câu 43: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tang của góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $\widehat{SEO}$; $EO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

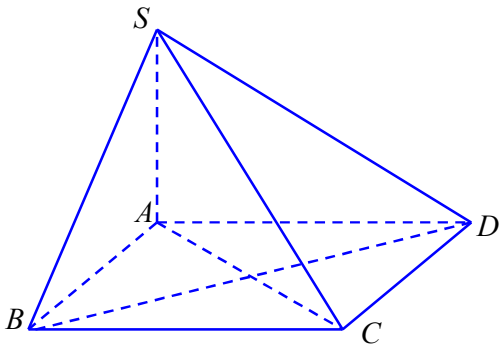
Xét ΔSEO vuông tại O, ta có $\tan\widehat{SEO} = \dfrac{SO}{EO} = 1$.

Câu 44: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left.\begin{matrix} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Tương tự $CD \perp SD$.

Khi đó $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90°$.

Nên SC là đường kính của mặt cầu (S) ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính của (S) là $R = \dfrac{SC}{2}$.

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$ nên $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow R = a$.

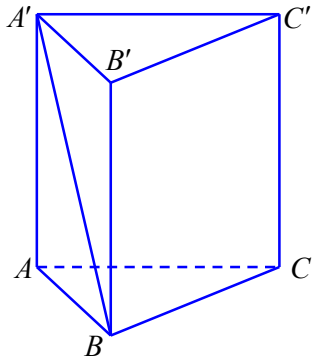
Vậy $V_{(S)} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 45: **(ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA = BC = a$, biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\left(A'B,\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'BA}=60^\circ \Rightarrow AA'=AB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC=\frac{a^2}{2}$.

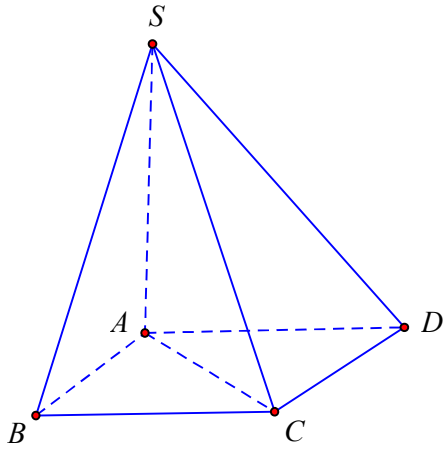
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 46: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và $\left(ABCD\right)$ bằng 45°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow\left(\widehat{SC;\left(ABCD\right)}\right)=\widehat{SCA}=45^\circ$

$\Rightarrow \tan 45^\circ=\frac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC=a\sqrt{2}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 47: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi x là cạnh của hình lập phương.

Đường chéo hình lập phương $a\sqrt{3} \Leftrightarrow x\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a$.

Suy ra $V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.AA' = \frac{1}{3}a^3$.

Câu 48: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

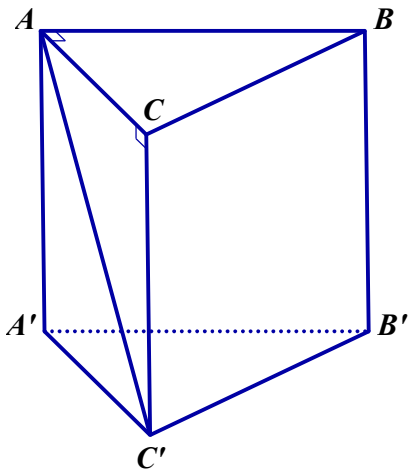
A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}\cdot\frac{SB'}{SB}\cdot\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}$.

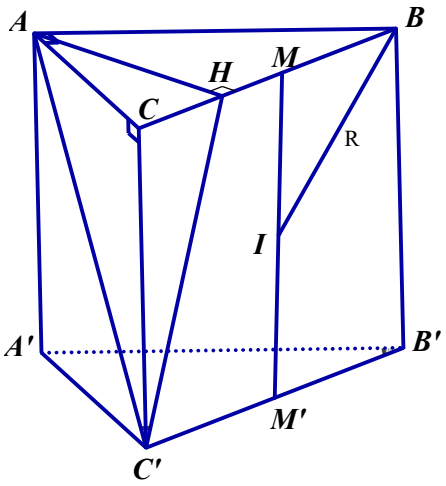
Câu 49: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$ (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng



A. $24\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của BC, $B'C'$.

Dễ thấy trung điểm I của MM' là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Kẻ AH vuông góc BC $(H \in BC) \Rightarrow \widehat{AC'H} = \left(\widehat{AC', (BCC'B')}\right) = 30°$.

Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(a\sqrt{3}\right)^2} = a$.

$$AH.BC = AB.AC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3}.a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

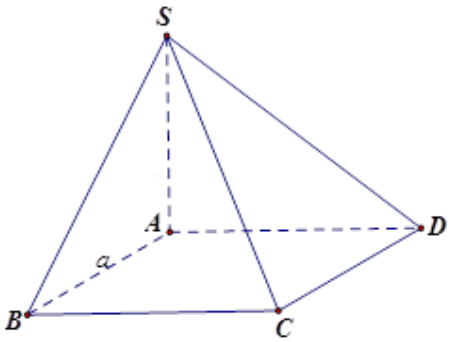
Trong tam giác vuông AHC', có: $AC' = \dfrac{AH}{\sin 30°} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông ACC', có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Bán kính $R^2 = IB^2 = MI^2 + MB^2 = \left(\dfrac{CC'}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{BC}{2}\right)^2 = \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{2a}{2}\right)^2 = \dfrac{6}{4}a^2$

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{6a^2}{4} = 6\pi a^2$.

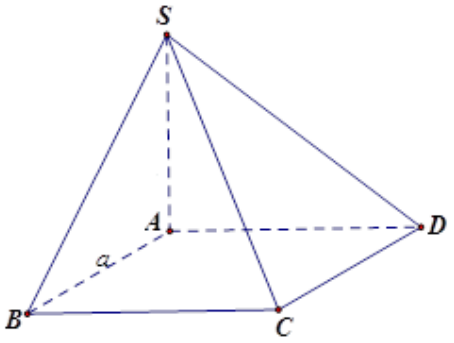
Câu 50: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích đáy: $S_{ABCD}=a^2$.

$SA\perp(ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA}=60°$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA=AC.\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{2}.\tan 60°=a\sqrt{6}$.

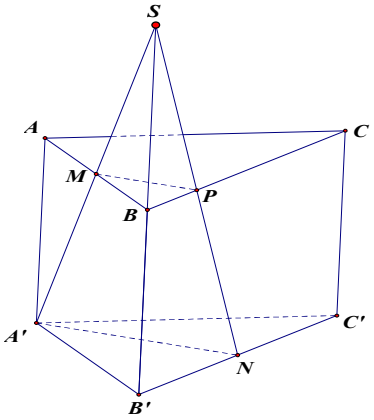
Vậy $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 51: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi S là giao điểm của $A'M$ và BB', khi đó P là giao điểm SN và BC.

Ta có $\frac{V_{SMBP}}{V_{SA'B'N}}=\frac{SM}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SP}{SN}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{MBP.A'B'N}=\frac{7}{8}V_{SA'B'N}=\frac{7}{8}$.

$V_{SA'B'N}=\frac{1}{3}SB'.S_{\Delta A'B'N}=\frac{1}{3}SB'.\frac{1}{2}A'B'.B'N\sin 60°=\frac{1}{6}2a.a.\frac{a}{2}\sin 60°=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

$\Rightarrow V_{MBP.A'B'N}=\frac{7}{8}V_{SA'B'N}=\frac{7a^3\sqrt{3}}{96}$.

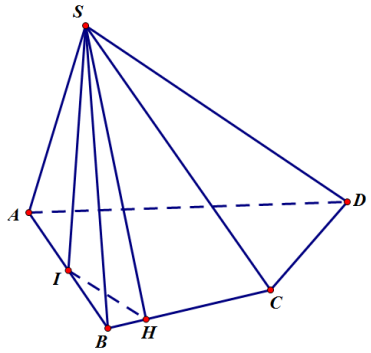
Câu 52: (SGD Nam Định – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) với mặt đáy lần lượt là $90°$,

$60°$, $60°$, $60°$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S, $AB=a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm AB. Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SI\perp AB$ và $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác $(SAB)\perp(ABCD)$ nên $SI\perp(ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD}$.

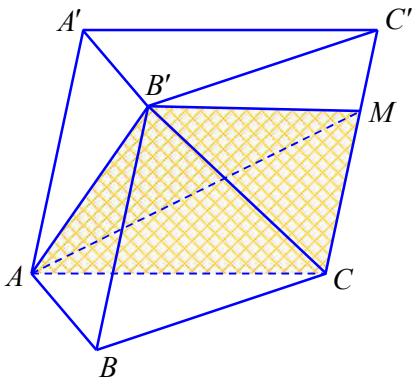
Kẻ $IH\perp BC$ ta có góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHI}$

Do các mặt (SBC), (SCD), (SDA) tạo với $(ABCD)$ các góc bằng nhau và bằng $60°$ nên các khoảng cách từ I đến các cạnh CD, DA bằng nhau và bằng IH. Ta có $\widehat{SIH}=60°$ nên $IH=SI.\cot 60°=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

$S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(BC+CD+DA).HI=\dfrac{1}{2}(9a-AB).\dfrac{a\sqrt{6}}{6}=\dfrac{2a^2\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\dfrac{2a^2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

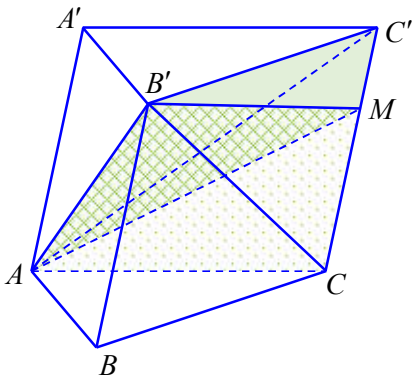
Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $9a^3$ và M là điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC = 2MC'$. Tính thể tích khối tứ diện $AB'CM$ theo a.



A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành 3 khối tứ diện $B'.ABC$; $A.A'B'C'$ và $A.B'C'C$.

Trong đó $V_{B'.ABC} = V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = 3a^3$ (vì chúng có cùng chiều cao và diện tích đáy với khối lăng trụ) $\Rightarrow V_{A.B'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - 2V_{B.ABC} = 3a^3$.

Ta lại có $V_{A.B'C'C} = V_{A.B'C'M} + V_{A.B'CM}$ và $V_{A.B'C'M} = \frac{1}{2}V_{A.B'CM}$ (vì $MC = 2MC'$ nên $S_{B'C'M} = \frac{1}{2}S_{B'CM}$)

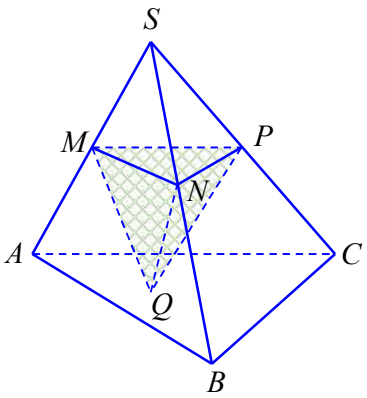
Do đó $V_{A.B'C'C} = \frac{3}{2}V_{A.B'CM} \Rightarrow V_{A.B'CM} = \frac{2}{3}V_{A.B'C'C} = 2a^2$.

Câu 2: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB và SC. Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy khoảng cách từ đỉnh tứ diện cần tính thể tích đến mặt phẳng (MNP) cũng bằng khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (MNP).

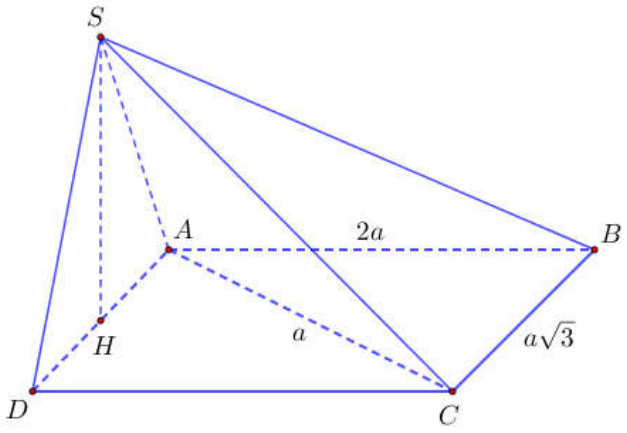
Ta có: $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{8}$ nên $V_{S.MNP}=\frac{V}{8}$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB=2AC=2a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S, hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $AD\Rightarrow SH\perp AD$.

Ta có $(SAD)\perp(ABCD)$, $(SAD)\cap(ABCD)=AD$, $SH\perp AD\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Ta có $AB^2=AC^2+CB^2\Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{ABC}=a^2\sqrt{3}$.

$AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

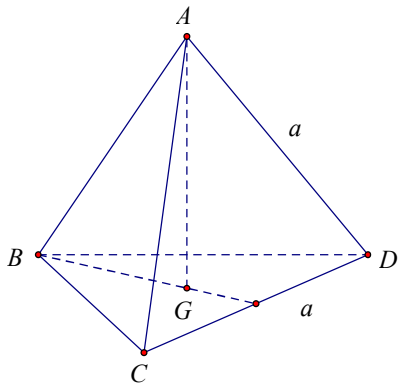
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2\sqrt{3}\Rightarrow\frac{V}{a^3}=\frac{1}{2}$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi tứ diện đều cạnh a là $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $AG \perp (ABC)$.

Xét ΔABG vuông tại G, ta có: $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

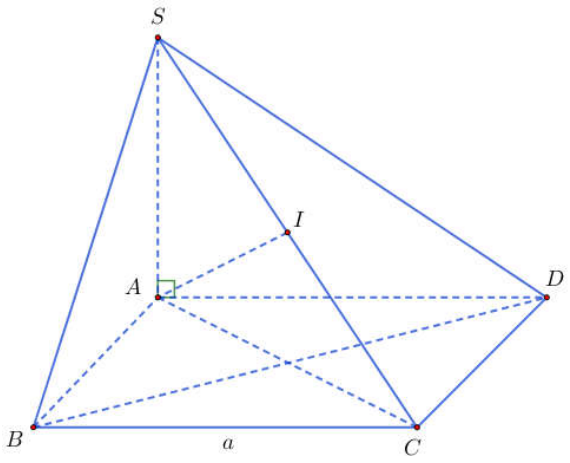
Thể tích của khối tứ diện đều là: $V = \frac{1}{3}.S_{BCD}.AG = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. **D.** $V = \pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$ bằng 45° nên tam giác SAC vuông cân tại A nên $SC = 2a$.

Ta có $CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

$CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.

$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là trung điểm SC, bán kính $R=\dfrac{SC}{2}=a$.

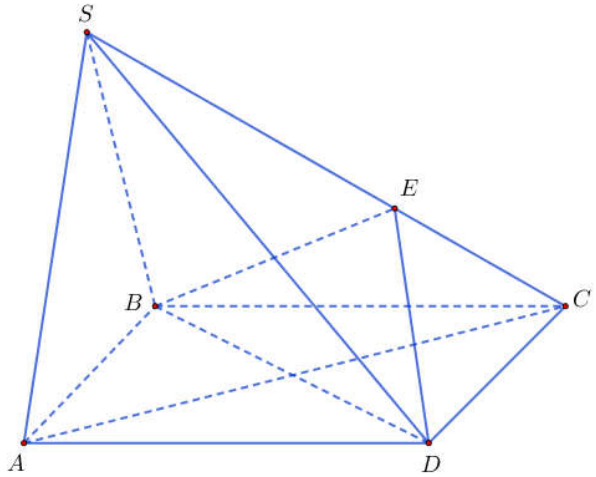
Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 6: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\dfrac{1}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}$. **C.** $V=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\dfrac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}}=\dfrac{SE.SB.SD}{SC.SB.SD}=\dfrac{SE}{SC}\Rightarrow V_{S.EBD}=\dfrac{2}{3}V_{S.CBD}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}.V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}$.

---.

Câu 7: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA bằng $2a$ và vuông góc với đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt đáy: $S_{ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ nên hình chóp có thể tích $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Đa giác lồi 10 cạnh có bao nhiêu đường chéo?

A. 35. **B.** 10. **C.** 45. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Mỗi đường chéo được tạo nên từ hai đỉnh bất kỳ trong 10 đỉnh của đa giác (không kể các cạnh của đa giác).

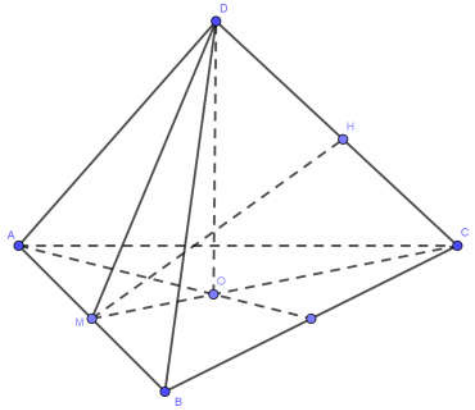
Số đường chéo là: $C_{10}^2-10=35$.

Câu 9: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh $3a$. Khoảng cách giữa hai cạnh AB, CD là

A. $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow DO \perp (ABC)$.

Gọi M, H lần lượt là trung điểm của AB, CD.

Ta có $\left.\begin{matrix} AB \perp DM \\ AB \perp CM \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (DCM) \Rightarrow AB \perp MH$.

Vì ΔMDC cân tại $M \Rightarrow MH \perp CD$.

Do đó $d(AB, CD) = MH$.

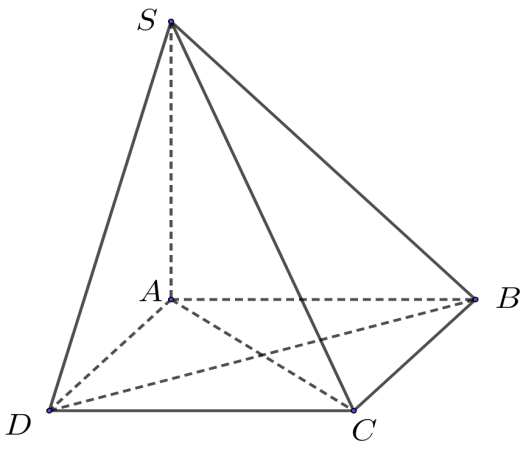
Xét ΔMHC vuông tại H, $MH = \sqrt{MC^2 - HC^2} = \sqrt{\left(\frac{3a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{3a}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 10: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh SD và mặt phẳng đáy là $60°$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \frac{2a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Diện tích đáy: $S_{ABCD} = AB.AD = 2a^2$.

Tam giác SAD vuông tại A nên $SA = AD.\tan 60° = 2a\sqrt{3}$.

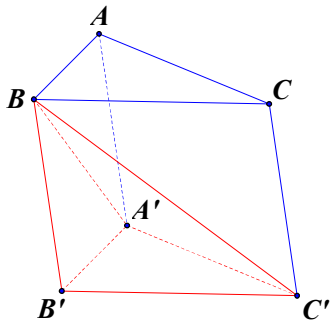
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a\sqrt{3}.2a^2 = \frac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

Câu 11: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 6. Mặt phẳng $(A'BC')$ chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác có thể tích lần lượt là:

A. 2 và 4. **B.** 3 và 3. **C.** 4 và 2. **D.** 1 và 5.

Lời giải

Chọn A



Gọi h, $S_{\Delta A'B'C'}$ lần lượt là đường cao và diện tích đáy của lăng trụ. Khi đó thể tích của lăng trụ là $V = S_{\Delta A'B'C'}.h = 6$.

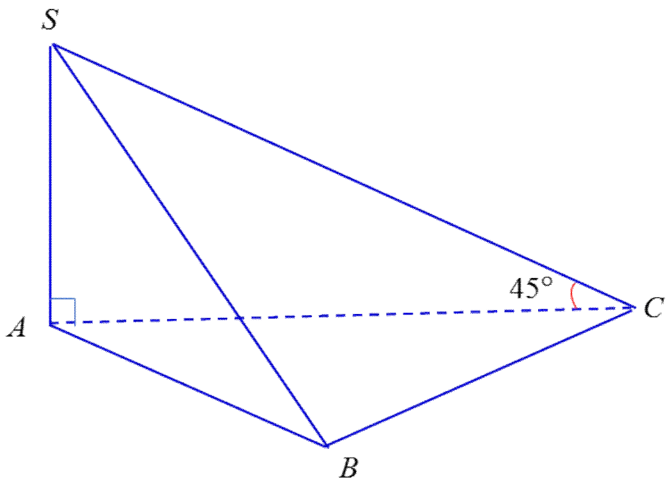
Thể tích của khối chóp tam giác $B.A'B'C'$ là $V_1 = \frac{1}{3}S_{\Delta A'B'C'}.h = \frac{1}{3}.6 = 2$. Do đó thể tích khối chóp tứ giác còn lại là $V_2 = V - V_1 = 4$.

Câu 12: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$, cạnh bên SC hợp với đáy góc $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCA} = 45°$.

$SA = AC \tan 45° = a$.

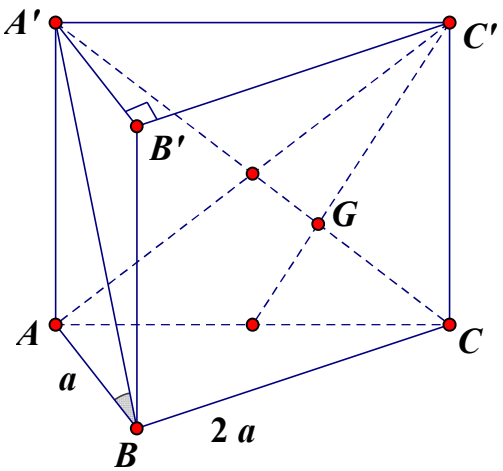
Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là $V = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13: **(THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ với đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = 2a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và (ABC) là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác ACC'. Thể tích của khối tứ diện $GABA'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có AB là hình chiếu của $A'B$ lên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow \left(A'B,(ABC)\right) = \left(A'B, AB\right) = \widehat{A'BA} = 60°$.

$\Rightarrow AA' = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Như vậy: $S_{ABA'} = \frac{1}{2}.AB.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác, ta có:

* $GA' = \frac{2}{3}.CA'$.

* $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \\ AB \cap AA' = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ABA')$.

Suy ra $d\left(G,(ABA')\right) = \frac{2}{3}d\left(C,(ABA')\right) = \frac{2}{3}.BC = \frac{4a}{3}$.

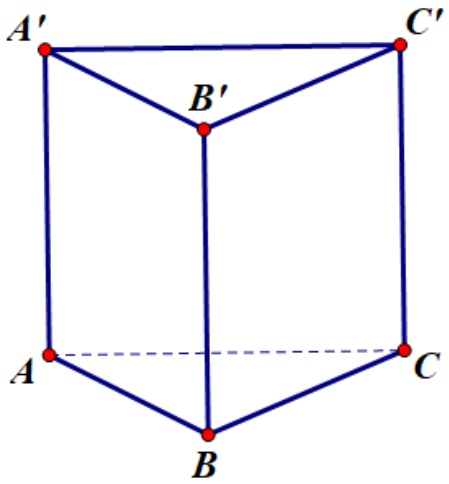
$V_{GABA'} = \frac{1}{3}.S_{ABA'}.d\left(G,(ABA')\right) = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{4a}{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 14: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $AB = a, BC = 2a, AA' = 2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = 4a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Chọn A



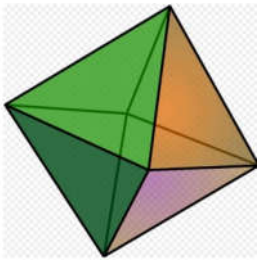
Ta có: $AA' \perp (ABC) \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = AA'.\frac{1}{2}.AB.BC = 2a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.a.2a = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 15: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài 8 cm. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn *(giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?*

A. 96 m. **B.** 960 m. **C.** 192 m. **D.** 128 m.

Lời giải

Chọn A



Hình bát diện đều là hình có 12 cạnh. Mỗi cạnh có độ dài $8\ cm$.

Suy ra số que tre để làm được một cái đèn hình bát diện đều là: $8.12=96\ cm$.

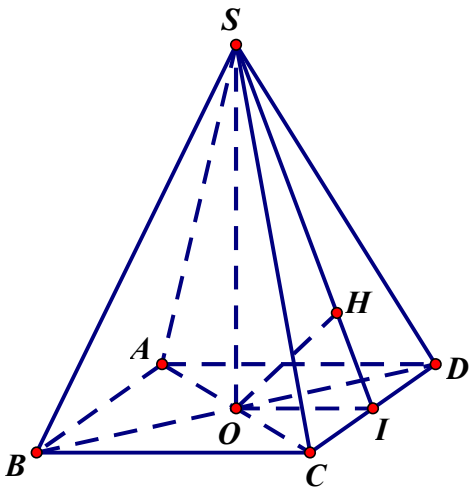
Để làm 100 cái đèn như vậy cần số mét tre là: $96.100=9600\ cm=96\ m$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy. Khoảng cách từ O đến mặt bên bằng 1 và góc giữa mặt bên với đáy bằng 45^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm CD. Khi đó $\begin{cases}CD\perp OI\\CD\perp SO\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SOI)\Rightarrow(SCD)\perp(SOI)$.

Kẻ $OH\perp SI$ tại H. Suy ra $OH=1$ và $\widehat{SIO}=45^0$.

Tam giác SOI vuông cân tại O, có $SO=OI=\dfrac{SI}{\sqrt{2}}=\dfrac{2.OH}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

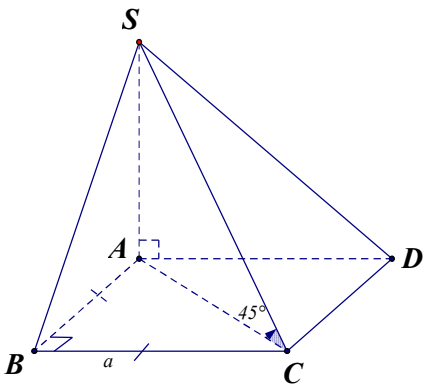
Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot\left(2\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{2}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 17: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45°$

$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

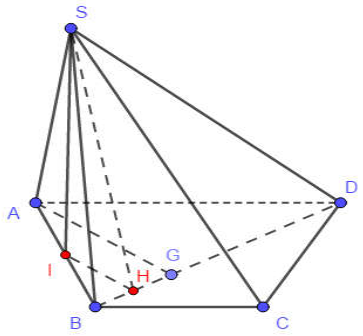
Câu 18: **(Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB. Biết $AB = 1, BC = 2, BD = \sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{30}}{4}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{30}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{30}}{20}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{30}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB, G là chân đường cao kẻ từ A xuống BD, H là trung điểm BG. Khi đó



$IH \perp BD \Rightarrow BD \perp (SHI)$. Vậy góc giữa mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SHI}$.

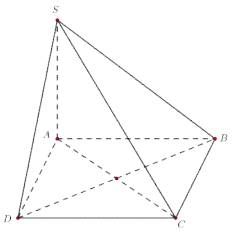
Ta có $AD = \sqrt{BD^2 - AB^2} = 3$.

$\frac{1}{AG^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AG = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow IH = \frac{3\sqrt{10}}{20} \Rightarrow SI = IH.\tan 60° = \frac{3\sqrt{30}}{20}$.

$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}d(D, BC).BC = \frac{1}{2}AB.BC = 1$. Vậy $V_{S.BCD} = \frac{1}{3}SI.S_{\Delta BCD} = \frac{\sqrt{30}}{20}$.

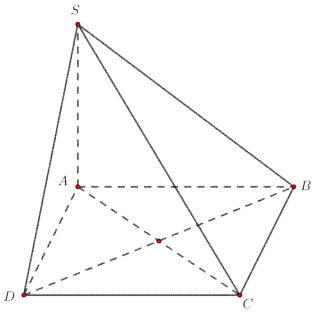
Câu 19: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Lời giải

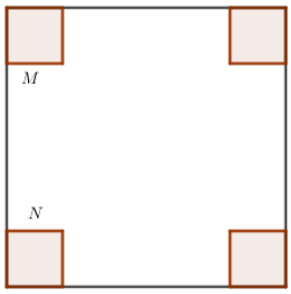
Chọn A

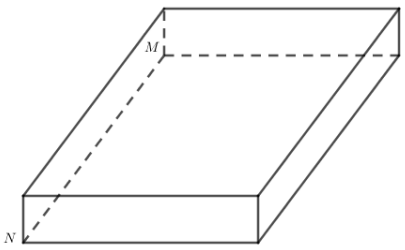


Ta có góc giữa SC với mặt đáy là $\widehat{SCA}=60°$ nên $SA=AC.\tan 60°=a\sqrt{6}$.

Vậy thể tích $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 20: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông có cạnh $12(\text{cm})$ rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là $4800(\text{cm}^3)$ thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?



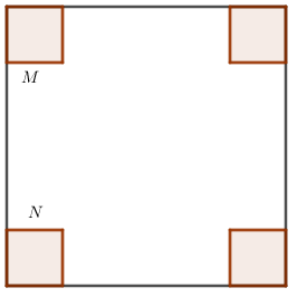


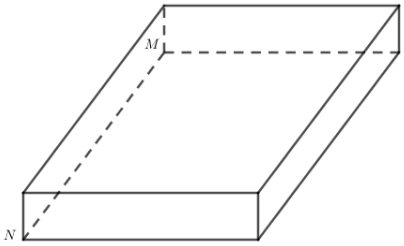
A. $36(\text{cm})$. **B.** $42(\text{cm})$. **C.** $38(\text{cm})$. **D.** $44(\text{cm})$.

Câu 21: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông có cạnh $12(\text{cm})$ rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là $4800(\text{cm}^3)$ thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?





A. $36(\text{cm})$. **B.** $42(\text{cm})$. **C.** $38(\text{cm})$. **D.** $44(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn D

Gọi x là độ dài của tấm bìa ban đầu $(x>24)$. Khi đó thể tích của cái hộp là $V=12(x-24)^2$.

Theo giả thiết ta có $12(x-24)^2=4800 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-24=20 \\ x-24=-20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=44 \\ x=4(l) \end{array}\right.$.

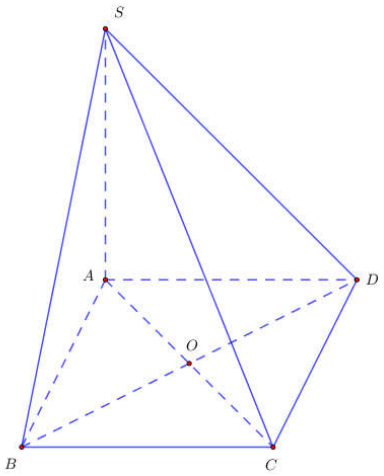
Vậy $x=44$.

Câu 23: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là hình vuông có $AC=a\sqrt{2}$ suy ra $AB=a$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 24: Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích của khối đa diện $A'.ABC'D'$. Tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $\log 10^{100x}=250$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

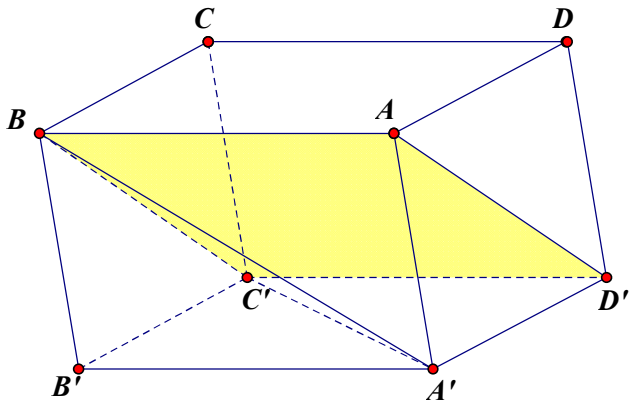
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 27: Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích của khối đa diện $A'.ABC'D'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V'=V_{A'.ABC'D'}=V_{A'AD'.B'BC'}-V_{A'.B'BC'}=V_{A'AD'.B'BC'}-\frac{1}{3}V_{A'AD'.B'BC'}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}V_{A'ADD'.B'BCD}=\frac{1}{3}V$.

Vậy $\frac{V'}{V}=\frac{1}{3}$.

Câu 28: Nghiệm của phương trình $\log 10^{100x}=250$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

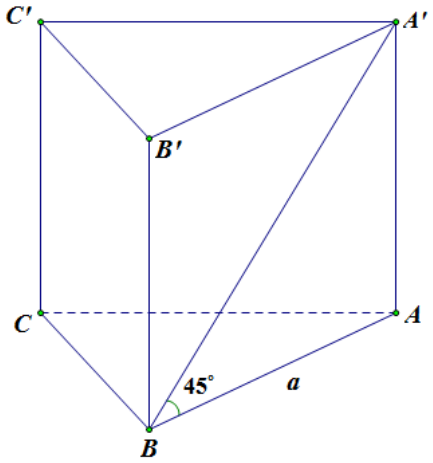
Ta có $\log 10^{100x}=250 \Leftrightarrow 100x\log 10=250 \Leftrightarrow 100x=250 \Leftrightarrow x=\frac{250}{100} \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Câu 29: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết, ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow BA$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên (ABC)

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{ABA'} = 45°$

Do $\Delta ABA'$ vuông cân tại $A \Rightarrow AA' = AB = a$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.là $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

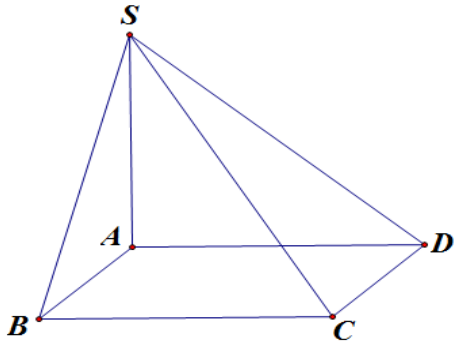
A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}a^3$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{4}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB = a$, $BC = 2a$ suy ra $AC = a\sqrt{5}$.

Mà tam giác SAC vuông tại A suy ra $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.2a.a.2a = \dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

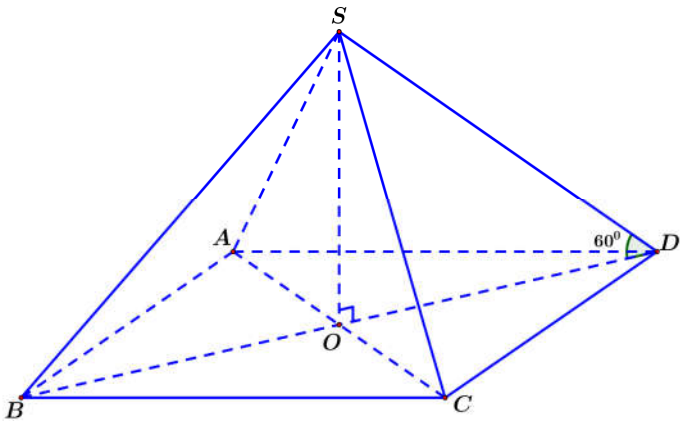
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 33: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$ thì $SO\perp(ABCD)$.

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SDO}=60^\circ$.

Mà $ABCD$ là hình vuông nên $BD=AB\sqrt{2}=a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD đều nên $SO=BD.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

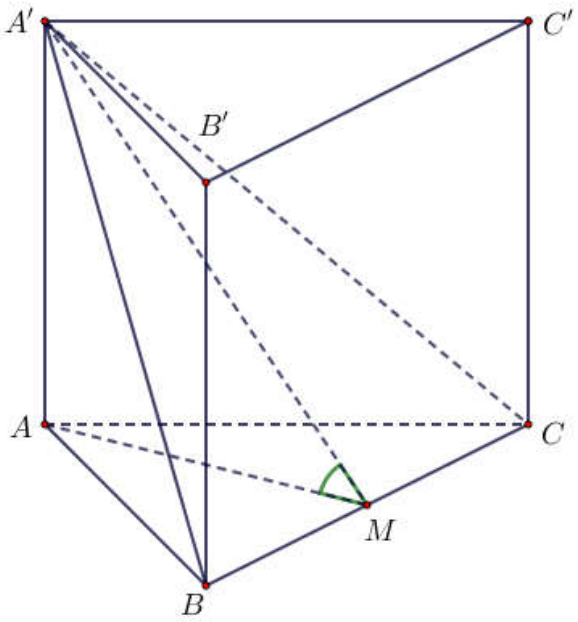
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (AMA') \Rightarrow BC \perp MA'$

Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$, $AM \perp BC$, $BC \perp MA'$

$\Rightarrow \left(\widehat{(ABC),(A'BC)}\right) = \left(\widehat{AM, A'M}\right) = \widehat{AMA'} = 45° \Rightarrow AM = AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = AA'.S_{ABC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

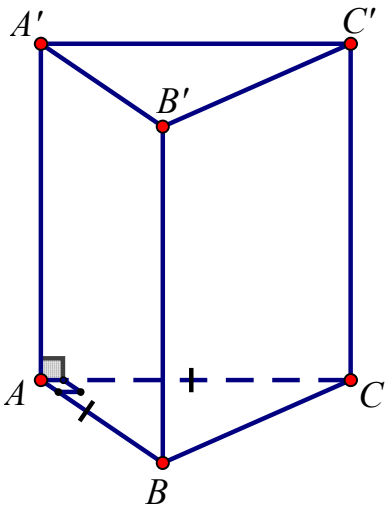
A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}AB^2.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

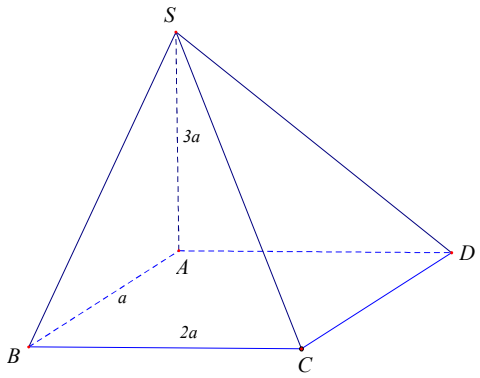
A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



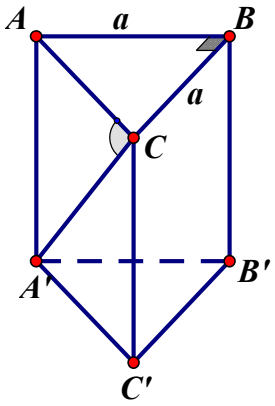
Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.3a = 2a^3$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\left(\widehat{A'C,(ABC)}\right)=\widehat{A'CA}=30^\circ \Rightarrow A'A=AC.\tan 30^\circ=a\sqrt{2}.\frac{\sqrt{3}}{3}=a\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'A=\frac{1}{2}a^2.a\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 42: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 43: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{OABC}=\frac{1}{3}OA.S_{OBC}=\frac{1}{3}OA.\frac{1}{2}OB.OC=a^3$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 60°. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

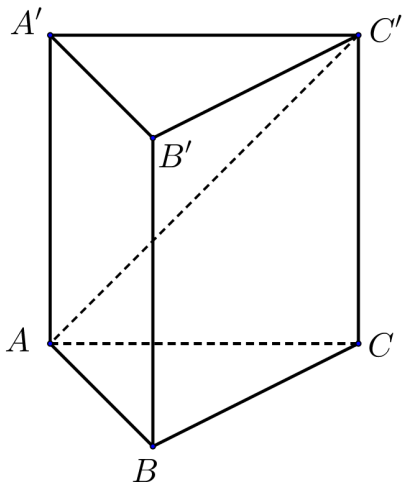
A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng 60°. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có: $\left(\widehat{AC',(ABC)}\right)=\widehat{C'AC}=60°$.

$h=CC'=AC.\tan 60°=a\sqrt{3}$, $r=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Vậy: $V=\pi r^2h=\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 46: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47: Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD'=3a$.

A. a^3. **B.** $3\sqrt{3}.a^3$. **C.** $2\sqrt{2}.a^3$. **D.** $\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$.

Câu 48: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

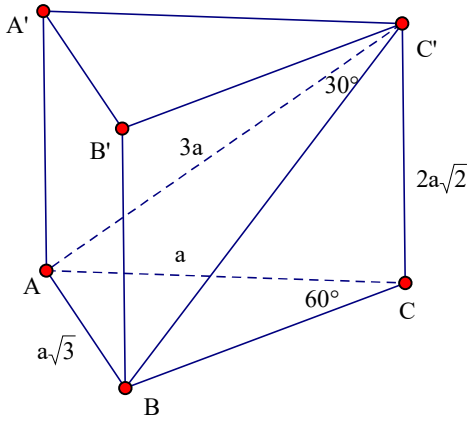
A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$ tại A, mà $BC' \cap (AA'C'C) = C'$ nên

$\left(\widehat{BC',(AA'C'C)}\right) = \left(\widehat{BC',AC'}\right) = \widehat{AC'B} = 30°$.

Ta có: $AB = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$; $AC' = \cot 30°.AB = 3a$.

Suy ra $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

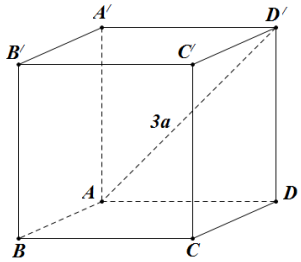
Thể tích lăng trụ là $V = 2a\sqrt{2}.\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 50: Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD' = 3a$.

A. a^3. **B.** $3\sqrt{3}.a^3$. **C.** $2\sqrt{2}.a^3$. **D.** $\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Vì $\Delta ADD'$ vuông tại D nên $(AD')^2 = AD^2 + (DD')^2 \Leftrightarrow 2AD^2 = 9a^2 \Leftrightarrow AD = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

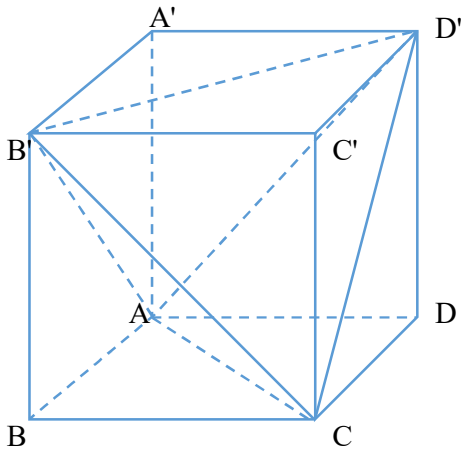
Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AD^3 = \frac{27a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 51: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1: Ta có $ACB'D'$ là tứ diện loại 2 được tách từ hình lập phương nên

$V_{ACB'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vậy $\frac{V_{ACB'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{3}$

Cách 2: Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA'$,

$V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4.V_{B'.ABC} = AB.AD.AA' - 4.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.BC.BB' = AB.AD.AA' - \frac{2}{3}.AB.AD.AA'$

$= \frac{1}{3}AB.AD.AA'$.

Suy ra $\frac{V_{ACB'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{\frac{1}{3}AB.AD.AA'}{AB.AD.AA'} = \frac{1}{3}$.

Câu 52: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AA'. Thể tích của khối đa diện $M.BCC'B'$ tính theo V là

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3$, $BC = 4$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 4$. Gọi AM, AN lần lượt là chiều cao của các tam giác SAB, SAC. Thể tích khối tứ diện $AMNC$ là

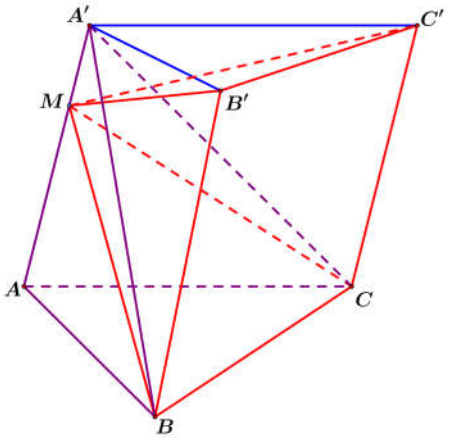
A. $\frac{128}{41}$. **B.** $\frac{768}{41}$. **C.** $\frac{384}{41}$. **D.** $\frac{256}{41}$.

Câu 54: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm tùy ý trên cạnh AA'. Thể tích của khối đa diện $M.BCC'B'$ tính theo V là

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $A'M//(BB'C'C)$ nên

$V_{A'.BB'C'C}=\frac{1}{3}.d\left(A',(BB'C'C)\right).S_{BB'C'C}=\frac{1}{3}.d\left(M,(BB'C'C)\right).S_{BB'C'C}=V_{M.BCC'B'}$.

Dễ thấy $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}V$ và $V_{A'.BB'C'C}=V-V_{A'.ABC}=\frac{2}{3}V$.

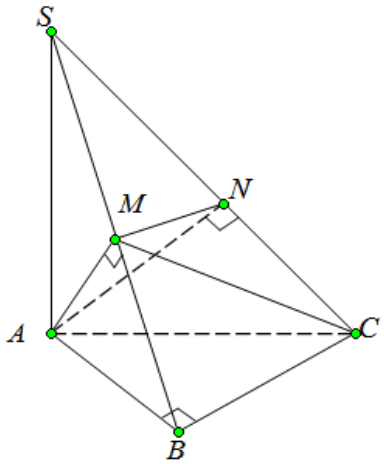
Vậy $V_{M.BCC'B'}=V_{A'.BB'C'C}=\frac{2}{3}V$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3$, $BC=4$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=4$. Gọi AM, AN lần lượt là chiều cao của các tam giác SAB, SAC. Thể tích khối tứ diện $AMNC$ là

A. $\frac{128}{41}$. **B.** $\frac{768}{41}$. **C.** $\frac{384}{41}$. **D.** $\frac{256}{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1:

$V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.SA.AB.BC=8$.

$V_{A.MNC}=V_{S.AMC}-V_{S.AMN}=\left(\frac{SM}{SB}-\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}\right).V_{S.ABC}=\left(\frac{SA^2}{SB^2}-\frac{SA^2}{SB^2}.\frac{SA^2}{SC^2}\right).V_{S.ABC}=\frac{128}{41}$.

Cách 2: Ta có:

$$\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}\Rightarrow AM=\frac{12}{5};\ \frac{1}{AN^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AC^2}\Rightarrow AN=\frac{20\sqrt{41}}{41}.$$

$$MB=\sqrt{AB^2-AM^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{9}{5}\Rightarrow MC=\sqrt{MB^2+BC^2}=\sqrt{\left(\frac{9}{5}\right)^2+4^2}=\frac{\sqrt{481}}{5}.$$

$$NC=\sqrt{AC^2-AN^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{20\sqrt{41}}{41}\right)^2}=\frac{25\sqrt{41}}{41}.$$

Ta có: $\begin{cases}SC\perp AN\\SC\perp AM\end{cases}\Rightarrow SC\perp(AMN)\Rightarrow MN\perp SC.$

Suy ra: ΔMNC vuông tại $N\Rightarrow MN=\sqrt{MC^2-NC^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{481}}{5}\right)^2-\left(\frac{25\sqrt{41}}{41}\right)^2}=\sqrt{\frac{4096}{1025}}.$

$$S_{MNC}=\frac{1}{2}.NM.NC=\frac{1}{2}.\sqrt{\frac{4096}{1025}}.\frac{25\sqrt{41}}{41}=\frac{160}{41}.$$

Ta có: $\begin{cases}AM\perp SB\\AM\perp BC\end{cases}\Rightarrow AM\perp(SBC)\Rightarrow AM\perp(MNC).$

$$V_{A.MNC}=\frac{1}{3}.S_{MNC}.AM=\frac{1}{3}.\frac{160}{41}.\frac{12}{5}=\frac{128}{41}.$$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, cạnh đáy bằng $2a$. Biết SO vuông góc với đáy, góc $\widehat{ABC}=60^\circ$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $T=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình chữ nhật có $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD và (P) là mặt phẳng đi qua B, M sao cho (P) cắt mặt phẳng (SAC) theo một đường thẳng vuông góc với BM. Khoảng cách từ điểm S đến (P) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$.

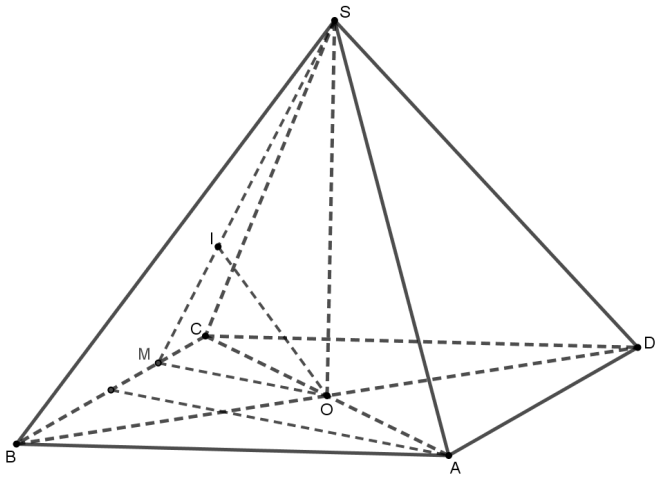
Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, cạnh đáy bằng $2a$. Biết SO vuông góc với đáy, góc $\widehat{ABC}=60^\circ$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $T=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$



Vì $\widehat{ABC}=60°$ nên tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$.

$S_{ABCD}=2S_{ABC}=BA.BC.\sin 60°=2a^2\sqrt{3}$.

Kẻ $OM\perp BC$ ta có $(SOM)\perp(SBC)$ và $(SOM)\cap(SBC)=SM$. Kẻ

$OI\perp SM\Rightarrow OI\perp(SBC)$. Do đó $OI=\frac{a}{2}$.

Ta có $OM=\frac{1}{2}d(A,BC)=\frac{1}{2}2a\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $\frac{1}{OI^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow SO=\frac{OM.OI}{\sqrt{OM^2-OI^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

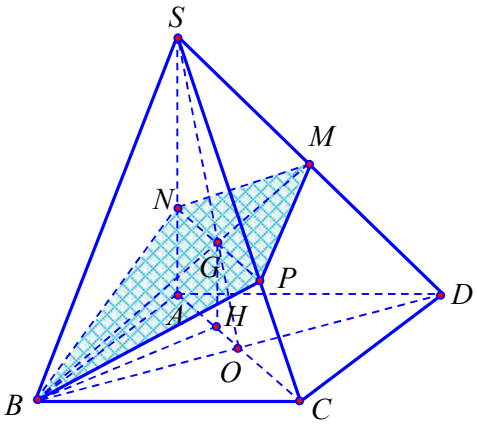
Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.2a^2\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình chữ nhật có $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD và (P) là mặt phẳng đi qua B, M sao cho (P) cắt mặt phẳng (SAC) theo một đường thẳng vuông góc với BM. Khoảng cách từ điểm S đến (P) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{9}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy:

➲ $BD = AC = a\sqrt{3}$; $SB = 2a$; $SD = a\sqrt{5}$ $\Rightarrow BM^2 = \dfrac{2\left(BD^2 + SB^2\right) - SD^2}{4} = \dfrac{9a^2}{4}$

➲ $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$

Kẻ $BH \perp AC$ thì $BH.AC = BA.BC \Rightarrow BH = \dfrac{BA.BC}{AC} = \dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \dfrac{AH}{AO} = \dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow H$ là trọng tâm tam giác ABD

Gọi G là trọng tâm tam giác SBD thì $GH // SA$ và $NP // AC$ vì $BM \perp NP$

Ta có:

➲ $\dfrac{SG}{SO} = \dfrac{2}{3}$ và $\dfrac{SN}{SA} = \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{2}{3}$; $NP = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

➲ $\dfrac{V_{S.BNP}}{V_{S.BAC}} = \dfrac{4}{9}$ và $\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.DAC}} = \dfrac{2}{9}$.

$\Rightarrow V_{S.BNMP} = \dfrac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Mặt khác: $V_{S.BNMP} = \dfrac{1}{3}S_{BNMP}.d\left(S,(P)\right) \Rightarrow d\left(S,(P)\right) = \dfrac{3V_{S.BNMP}}{S_{BNMP}}$.

Mà $S_{BNMP} = \dfrac{1}{2}BM.NP \Rightarrow S_{BNMP} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow d\left(S,(P)\right) = \dfrac{3V_{S.BNMP}}{S_{BNMP}}$ $\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau và thể tích của khối chóp bằng $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính khoảng cách giữa SA và CD.

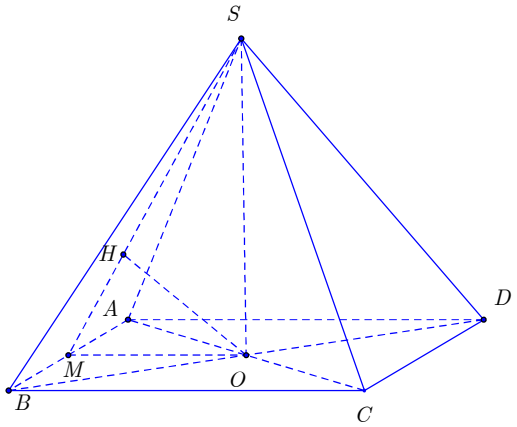
A. $\sqrt{5}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau và thể tích của khối chóp bằng $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính khoảng cách giữa SA và CD.

A. $\sqrt{5}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Do các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau nên hình chiếu của S trên mặt đáy cách đều 4 cạnh của hình vuông $ABCD$. Suy ra SO vuông góc với đáy (O là tâm $ABCD$).

Suy ra $SO = \dfrac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \sqrt{3}a$.

Ta có

$CD \,//\, AB \Rightarrow CD \,//\, (SAB) \Rightarrow d(CD;SA) = d\big(CD;(SAB)\big) = d\big(C;(SAB)\big) = 2d\big(O;(SAB)\big)$.

Kẻ OM vuông góc AB tại M và $OH \perp SM$ tại H.

Suy ra $OH = d\big(O;(SAB)\big)$. Lại có $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OS^2} + \dfrac{1}{OM^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(SA;CD) = a\sqrt{3}$.

Câu 62: Biết rằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều bằng $8\sqrt{3}$. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều.

A. 8π. **B.** 16π. **C.** $4\sqrt{3}\pi$. **D.** $8\sqrt{3}\pi$.

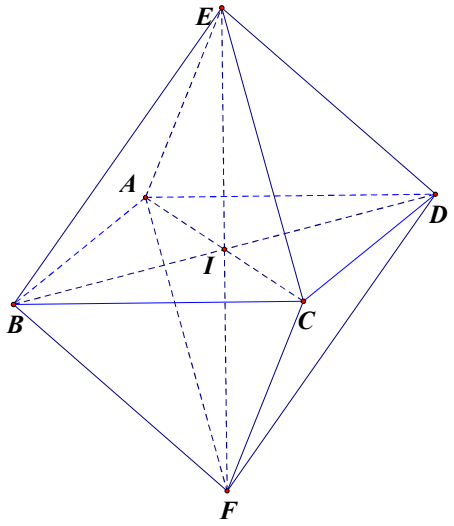
Câu 63: Biết rằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều bằng $8\sqrt{3}$. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều.

A. 8π. **B.** 16π. **C.** $4\sqrt{3}\pi$. **D.** $8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh của bát diện đều là a. Hình bát diện đều có tất cả tám mặt đều nên tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều là: $8.\dfrac{1}{2}a^2.\sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$.



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều là: $R = IA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{2}$.

Diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi$.

Câu 64: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 65: Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 27.

Câu 66: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

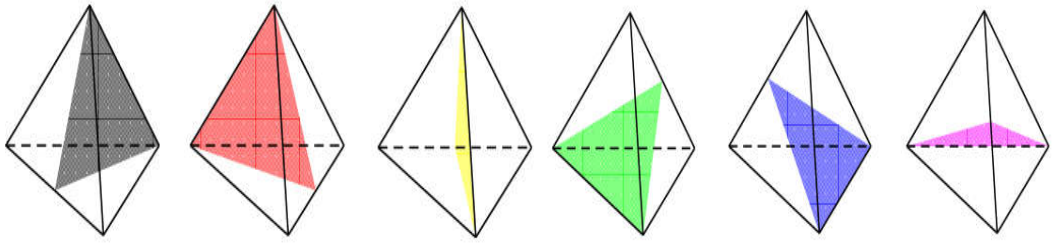
A. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 67: Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



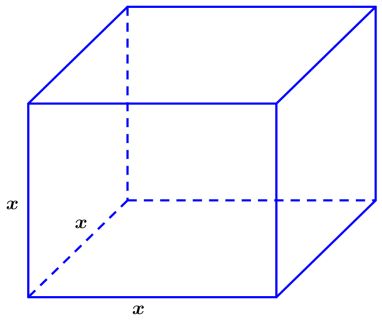
Hình tứ diện có tất cả 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 68: Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B



Gọi x là độ dài cạnh của hình lập phương.

Khi đó hình lập phương có thể tích là $V = x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

Hình lập phương có tất cả 6 mặt đều là hình vuông có cạnh x.

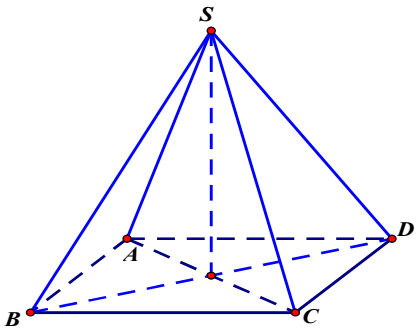
Vậy tổng diện tích các mặt của hình lập phương là $S = 6.x^2 = 6.2^2 = 24$.

Câu 69: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi h là chiều cao hình chóp, ta có $h = \sqrt{3a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

$V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.h = \dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{10}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 70: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh a và có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Tính diện tích tam giác $A'BC$.

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^2. **D.** $\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 71: Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng

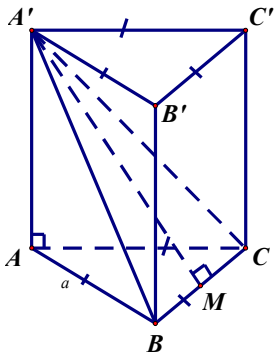
A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 72: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh a và có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Tính diện tích tam giác $A'BC$.

A. $a^2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^2. **D.** $\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có : $V = AA'.S_{\Delta ABC} \Leftrightarrow \frac{a^3\sqrt{3}}{8} = AA'.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow AA' = \frac{a}{2}$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có : $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$A'M = \sqrt{AA'^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = a$.

Vậy $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2}.A'M.BC = \frac{1}{2}.a.a = \frac{a^2}{2}$.

Câu 73: Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối bát diện đều cạnh a bằng hai lần thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

Do đó, thể tích khối bát diện đều cạnh a là $V = 2.\left(\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 74: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

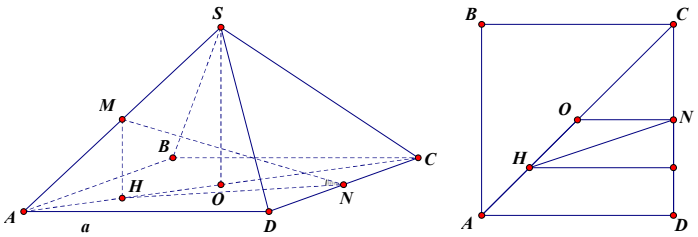
A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 75: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm OA, ta có $MH \,//\, SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó $(MN,(ABCD)) = (MN,NH) = \widehat{MNH} = 30°$.

Ta có: $NH^2 = \left(\frac{3}{4}AD\right)^2 + \left(\frac{1}{4}CD\right)^2 = \frac{5}{8}a^2 \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

$\tan\widehat{MNH} = \frac{MH}{NH} = \frac{MH}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{30}}{12}$.

Mặt khác: $SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{30}}{6} = \frac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

Câu 76: Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và có thể tích bằng $6a^3$. Chiều cao của hình chóp bằng

A. a. **B.** $6a$. **C.** $6a^2$. **D.** $18a$.

Câu 77: Cho hình chóp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và có thể tích bằng $6a^3$. Chiều cao của hình chóp bằng

A. a. **B.** $6a$. **C.** $6a^2$. **D.** $18a$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy là $S = a^2$. Do đó chiều cao h của hình chóp là: $h = \frac{3V}{B} = 18a$.

Câu 78: Khối chóp $S.ABCD$ có A, B, C, D cố định và S chạy trên đường thẳng song song với AC. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ sẽ:

A. Giảm phân nửa. **B.** Giữ nguyên. **C.** Tăng gấp đôi. **D.** Tăng gấp bốn.

Câu 79: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông, $AB = BC = 2a$, cạnh bên $A'A = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Tính tang của góc giữa $A'M$ với (ABC).

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Câu 80: Khối chóp $S.ABCD$ có A, B, C, D cố định và S chạy trên đường thẳng song song với AC. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ sẽ:

A. Giảm phân nửa. **B.** Giữ nguyên. **C.** Tăng gấp đôi. **D.** Tăng gấp bốn.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng qua S và song song AC.

Ta có: $V=\frac{1}{3}B.h$

$+\Delta$ song song AC nên $\Delta\parallel(ABCD)\Rightarrow d\left(S,(ABCD)\right)=d\left(\Delta,(ABCD)\right)=h$ không đổi.

$+A$, B, C, D cố định nên diện tích tứ giác $ABCD$ cũng không đổi.

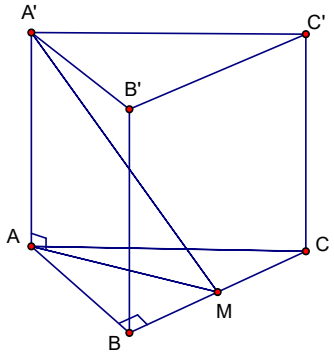
Vì vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ sẽ giữ nguyên.

Câu 81: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông, $AB=BC=2a$, cạnh bên $A'A=a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Tính tang của góc giữa $A'M$ với (ABC).

A. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $A'A\perp(ABC)$ nên AM là hình chiếu của $A'M$ lên (ABC)

$\Rightarrow\left(\widehat{A'M,(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'M,AM}\right)=\widehat{A'MA}$.

$AM=\sqrt{AB^2+BM^2}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=a\sqrt{5}$.

$\tan\widehat{A'MA}=\frac{A'A}{AM}=\frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 82: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

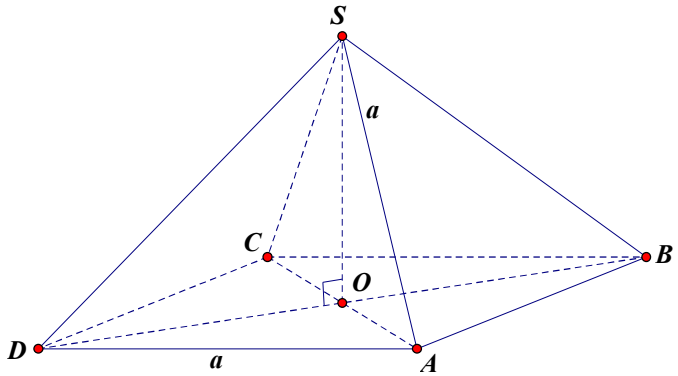
A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 83: Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng a. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=a$, $SA=a$.

Gọi $O=AC\cap BD$, ta có $SO\perp(ABCD)$.

$$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Biết diện tích của tam giác SAD bằng $2a^2$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SAD).

A. $h=a$. **B.** $h=\frac{9a}{4}$. **C.** $h=\frac{3a}{2}$. **D.** $h=\frac{4a}{9}$.

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $3a^3$. Biết diện tích của tam giác SAD bằng $2a^2$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SAD).

A. $h=a$. **B.** $h=\frac{9a}{4}$. **C.** $h=\frac{3a}{2}$. **D.** $h=\frac{4a}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V_{S.ABD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}h.S_{SAD}\Rightarrow h=\frac{3V_{S.ABCD}}{2S_{SAD}}=\frac{3.3a^3}{2.2a^2}=\frac{9}{4}a$.

Câu 86: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, BCD là các tam giác đều cạnh a. Góc giữa (ABC) và (BCD) là $60°$. Tính V_{ABCD}.

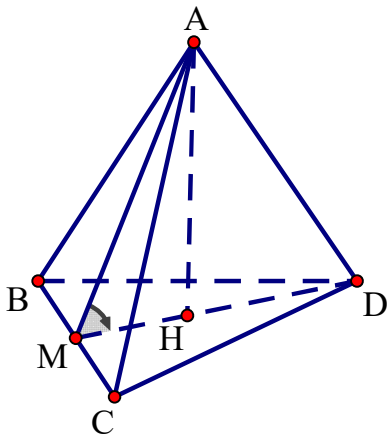
A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3}{8}$.

Câu 87: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC, BCD là các tam giác đều cạnh a. Góc giữa (ABC) và (BCD) là $60°$. Tính V_{ABCD}.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC ta có ABC, BCD là các tam giác đều cạnh a nên $AM \perp BC$ và $DM \perp BC$, mặt khác $(ABC) \cap (BCD) = BC$

Vậy $\measuredangle((ABC);(BCD)) = \measuredangle(AM;MD) = \widehat{AMD} = 60°$.

AM là đường cao của tam giác đều $ABC \Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A lên MD

Ta thấy $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp MD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD) \Rightarrow (AMD) \perp (BCD) \Rightarrow AH \perp (BCD)$.

$AH = AM.\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\sin 60° = \dfrac{3a}{4}$

Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}AH.S_{\Delta BCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 88: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3 2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 89: Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 90: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

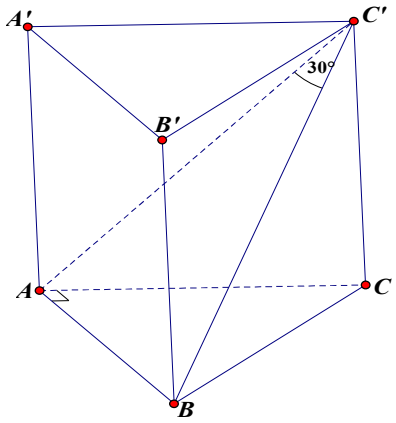
A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 91: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3 2\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} BA \perp AC \\ BA \perp AA' \ (\text{do } AA' \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow BA \perp (AA'C'C)$ nên $\left(\widehat{BC', (AA'C'C)}\right) = \widehat{BC'A} = 30°$.

ΔABC có $AB = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

$\Delta BAC'$ có $AC' = \dfrac{AB}{\tan 30°} = 3a$.

Suy ra $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

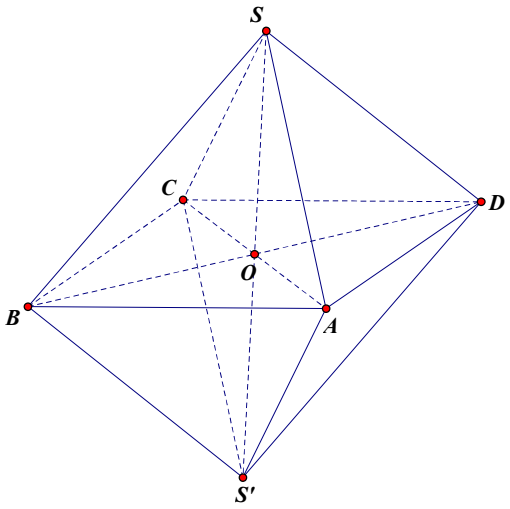
Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{ABC} = 2a\sqrt{2}.\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 92: Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là

A. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình bát diện đều như hình vẽ. khi đó Bán kính mặt cầu $R = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2}$.

$\Rightarrow R = \sqrt{a^2 - \dfrac{2a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

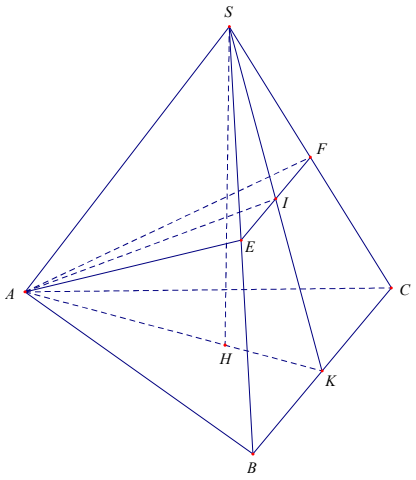
Thể tích của khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 93: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của BC và gọi H là trực tâm của tam giác ABC.

Gọi $I = SK \cap EF$, do E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC nên EF // BC và $EF = \frac{1}{2}BC \Rightarrow I$ là trung điểm của EF và SK.

Do $\Delta SAB = \Delta SAC$ nên $AE = AF \Rightarrow \Delta AEF$ cân tại $A \Rightarrow AI \perp EF$.

Theo giả thiết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). $\Rightarrow AI \perp SK$ hay tam giác SAK cân tại $K \Rightarrow SA = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAH ta có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\frac{\sqrt{15}}{6}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{6} = \frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{12}a^3$ **B.** $V=\frac{1}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{1}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{36}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$

$V_{NDAC}=\frac{1}{3}NH.S_{\Delta DAC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}a.\left(\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{a^3}{18}$

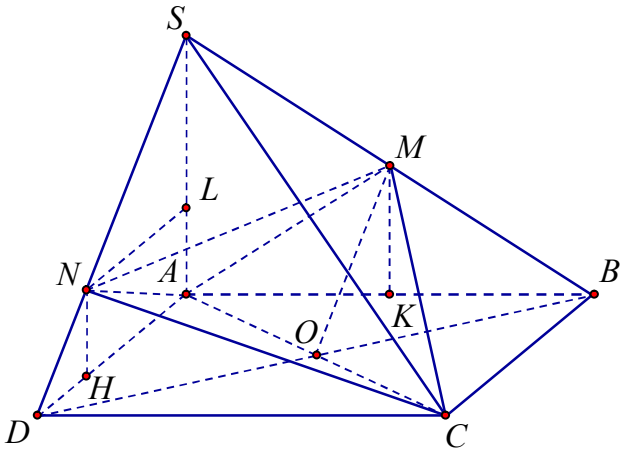
$V_{MABC}=\frac{1}{3}MK.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\left(\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{a^3}{12}$

$\frac{1}{3}d\left(A,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{a^3}{18}$

Suy ra $V_{NSAM}=\frac{1}{3}NL.S_{\Delta SAM}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}a.\left(\frac{1}{2}a.\frac{a}{2}\right)=\frac{a^3}{18}$.

Mặt khác $V_{C.SMN}=\frac{1}{3}d\left(C,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{1}{3}d\left(A,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{a^3}{18}$

Vậy $V_{ACMN}=V_{S.ABCD}-V_{NSAM}-V_{NADC}-V_{MABC}-V_{SCMN}=\frac{a^3}{3}-\frac{a^3}{18}-\frac{a^3}{18}-\frac{a^3}{12}-\frac{a^3}{18}=\frac{1}{12}a^3$.



Cách 2. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$. Vì $OM//SD$ nên $SD//(AMC)$.

Do đó $d\left(N;(AMC)\right)=d\left(D;(AMC)\right)=d\left(B;(AMC)\right)$

$\Rightarrow V_{ACMN}=V_{N.MAC}=V_{D.MAC}=V_{B.MAC}=V_{M.BAC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{12}$.

(do $d\left(M;(ABC)\right)=\frac{1}{2}d\left(S;(ABC)\right)$ và $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$)

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $288\,\text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2. Nếu ông An biết xác

định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 108 triệu đồng. **B.** 54 triệu đồng. **C.** 168 triệu đồng. **D.** 90 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Theo bài ra ta có để chi phí thuê nhân công là thấp nhất thì ta phải xây dựng bể sao cho tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là a, $2a$, c. $\left(a(m)>0, c(m)>0\right)$

Ta có diện tích cách mặt cần xây là $S=2a^2+4ac+2ac=2a^2+6ac$.

Thể tích bể $V=a.2a.c=2a^2c=288\Rightarrow c=\dfrac{144}{a^2}$.

Vậy $S=2a^2+6a.\dfrac{144}{a^2}=2a^2+\dfrac{864}{a}=2a^2+\dfrac{432}{a}+\dfrac{432}{a}\geq 3.\sqrt[3]{2a^2.\dfrac{432}{a}.\dfrac{432}{a}}=216$.

Vậy $S_{min}=216\,m^2$

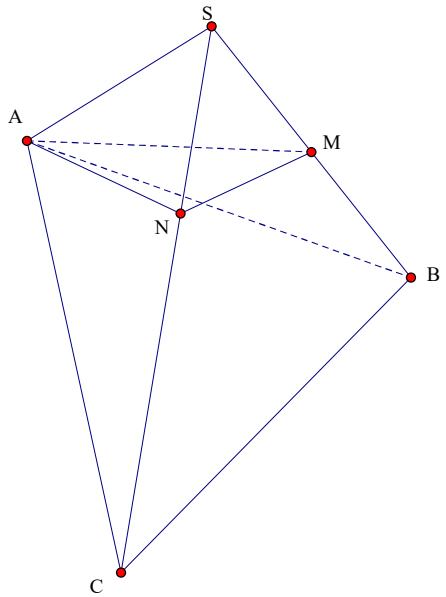
Chi phí thấp nhất là $216\times 500000=108$ triệu đồng.

Câu 3: **(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$, $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Lấy $M\in SB$, $N\in SC$ thoả mãn: $SM=SN=SA=a\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$.

Theo giả thiết: $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^0\Rightarrow$ $S.AMN$ là khối tứ diện đều cạnh a.

Do đó: $V_{S.AMN}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

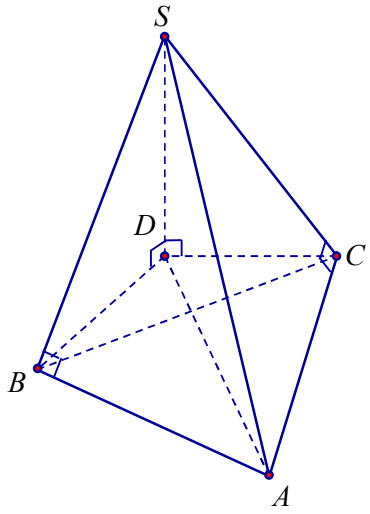
Mặt khác : $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{4}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{S.ABC}=8V_{S.AMN}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Chọn B



Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), suy ra $SD\perp(ABC)$.

Ta có $SD\perp AB$ và $SB\perp AB(gt)$, suy ra $AB\perp(SBD)\Rightarrow BA\perp BD$.

Tương tự có $AC\perp DC$ hay tam giác ACD vuông ở C.

Dễ thấy $\Delta SBA=\Delta SCA$ (cạnh huyền và cạnh góc vuông), suy ra $SB=SC$. Từ đó ta chứng minh được $\Delta SBD=\Delta SCD$ nên cũng có $DB=DC$.

Vậy DA là đường trung trực của BC, nên cũng là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$.

Ta có $\widehat{DAC}=30°$, suy ra $DC=\frac{a}{\sqrt{3}}$. Ngoài ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là $\widehat{SBD}=60°$, suy ra $\tan\widehat{SBD}=\frac{SD}{BD}\Rightarrow SD=BD\tan\widehat{SBD}=\frac{a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}=a$.

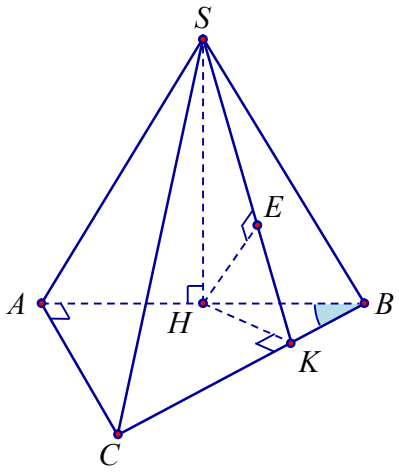
Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SD=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A góc $\widehat{ABC}=30°$; tam giác SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SAB) vuông góc mặt phẳng (ABC). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải.

Chọn D



Ta có tam giác ABC vuông tại A góc $\widehat{ABC}=30^\circ$ và $BC=a$, suy ra $AC=\frac{a}{2}, AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\ CA\perp AB\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SAB)$, suy ra tam giác SAC vuông tại A.

Suy ra $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác SAB có $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}, AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}, SB=a$. Từ đó sử dụng công thức Hê-rông ta tính được $S_{SAB}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}\Rightarrow SH=\frac{2S_{SAB}}{AB}=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow BH=\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{2AB}{3}$.

Suy ra $d\left(H,(SBC)\right)=\frac{2}{3}d\left(A,(SBC)\right)$. Từ H kẻ $HK\perp BC$.

Kẻ $HE\perp SK\Rightarrow HE\perp(SBC)$. Ta dễ tính được $HK=\frac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow d\left(H,(SBC)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{9}$.

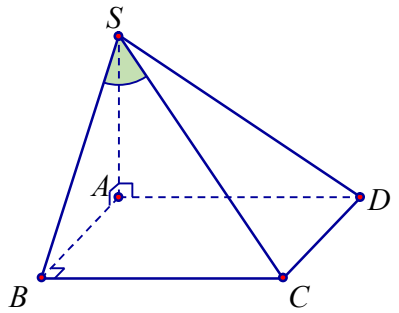
Vậy $d\left(A,(SBC)\right)=\frac{3}{2}d\left(H,(SBC)\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{9}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 6: **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB).

$\Rightarrow \widehat{(SC,(SAB))} = \widehat{(SC,SB)} = \widehat{CSB} = 30°$.

Xét tam giác SBC vuông tại B có $\tan 30° = \dfrac{BC}{SB} \Rightarrow SB = 3a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{2}$.

Mà $S_{ABCD} = AB.BC = a^2\sqrt{3}$.

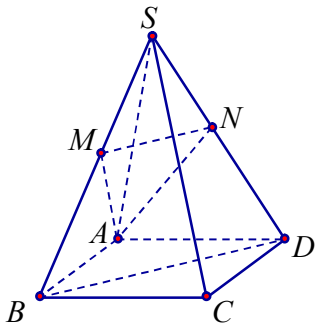
Vậy $V = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SA = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 7: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và có thể tích bằng 2. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh SB và SD sao cho $\dfrac{SM}{SB} = \dfrac{SN}{SD} = k$. Tìm giá trị của k để thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng $\dfrac{1}{8}$.

A. $k = \dfrac{1}{8}$. **B.** $k = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $k = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $k = \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SD} = k^2$.

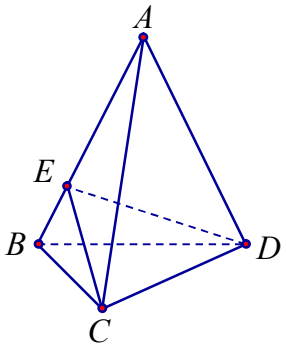
Mà $V_{S.AMN} = \dfrac{1}{8}$, $V_{S.ABD} = \dfrac{1}{2} V_{S.ABCD} = 1 \Rightarrow \dfrac{1}{8} = k^2 \Rightarrow k = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 8: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V và điểm E trên cạnh AB sao cho $AE = 3EB$. Tính thể tích khối tứ diện $EBCD$ theo V.

A. $\dfrac{V}{4}$. **B.** $\dfrac{V}{3}$. **C.** $\dfrac{V}{2}$. **D.** $\dfrac{V}{5}$.

Lời giải

Chọn A



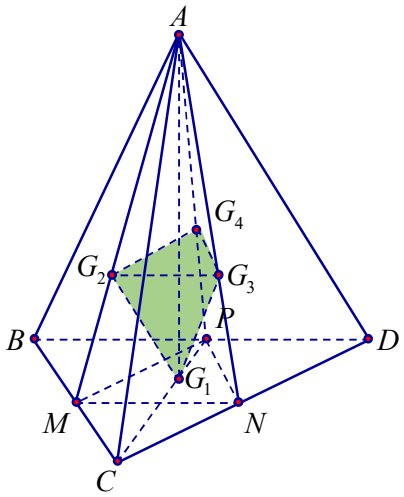
$$\frac{V_{B.ECD}}{V_{A.BCD}}=\frac{BE}{BA}.\frac{AC}{AC}.\frac{AD}{AD}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{B.ECD}=V_{E.BCD}=\frac{1}{4}V$$

Câu 9: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 lần lượt là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Tính thể tích V của khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{18}$. **C.** $V=\frac{9\sqrt{2}}{32}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Tứ diện đều $ABCD\Rightarrow AG_1\perp(BCD)$.

Ta có ngay $(G_2G_3G_4)//(BCD)\Rightarrow\frac{d(G_1;(G_2G_3G_4))}{G_1A}=\frac{MG_2}{MA}=\frac{1}{3}$.

Cạnh $CG_1=\frac{BC}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow G_1A=\sqrt{AC^2-G_1C^2}=\sqrt{6}\Rightarrow d(G_1;(G_2G_3G_4))=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lại có $\frac{G_2G_3}{MN}=\frac{AG_2}{AM}=\frac{2}{3}\Rightarrow G_2G_3=\frac{2}{3}MN=\frac{1}{3}BD=1$.

Tương tự $G_3G_4=1,\ G_4G_2=1\Rightarrow\Delta G_2G_3G_3$ là tam giác đều có cạnh bằng 1

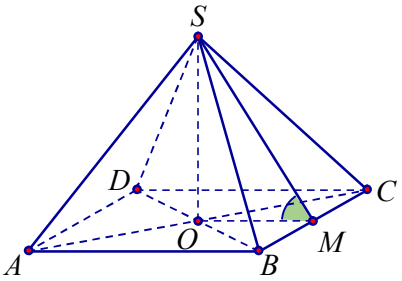
$$\Rightarrow S_{G_2G_3G_4}=\frac{1}{2}G_2G_3.G_3G_4\sin 60^0=\frac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V_{G_1G_2G_3G_4}=\frac{1}{3}d(G_1;(G_2G_3G_4)).S_{G_2G_3G_4}=\frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 10: **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC=2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $OM\perp BC$.

Ta có $\widehat{(SBC);(ABCD)}=\widehat{SMO}=45°$.

Ta có $AC^2=AB^2+BC^2=4a^2\Rightarrow AB=BC=a\sqrt{2}$.

$OM=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 45°=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

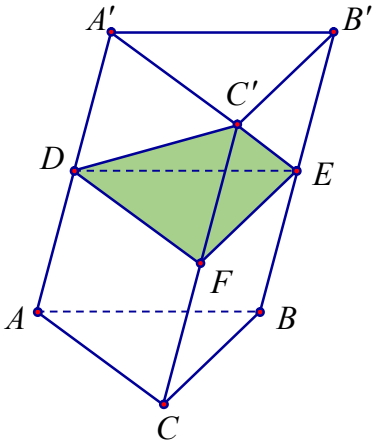
Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\left(a\sqrt{2}\right)^2=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 11: **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng, mặt phẳng (P) đi qua C' và các trung điểm của AA', BB' chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai khối đa diện có tỷ số thể tích bằng k với $k\le 1$. Tìm k.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D, E, F lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC' và h là độ dài chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khi đó ta có

$V_{C'DEF}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta DEF}.\dfrac{h}{2}=\dfrac{1}{6}.S_{\Delta DEF}.h=\dfrac{1}{6}.V_{ABC.A'B'C'}$.

Mặt khác $V_{A'B'C'DEF}=\frac{1}{2}.V_{ABC.A'B'C'}$.

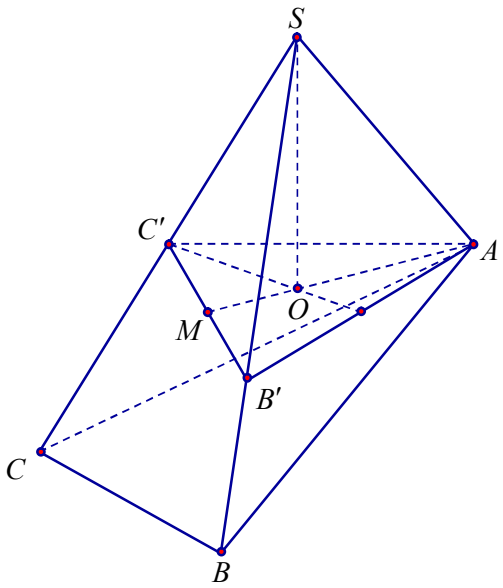
Suy ra $V_{C'DEB'A'}+V_{C'DEF}=\frac{1}{2}.V_{ABC.A'B'C'}\Leftrightarrow V_{C'DEB'A'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Leftrightarrow k=\frac{V_{C'DEB'A'}}{V_{ABCDC'E}}=\frac{1}{2}$.

Câu 12: **(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$ và $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi B' trên SB sao cho $SB'=\frac{2}{3}SB$ và C' trên SC sao cho $SC'=\frac{1}{2}SC$.

Khi đó $SA=SB'=SC'=2\Rightarrow S.AB'C'$ là khối tứ diện đều.

Ta có: $AM=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow AO=\frac{2}{3}AM=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Nên $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ và $S_{AB'C'}=\sqrt{3}$.

Khi đó $V_{S.AB'C'}=\frac{1}{3}S_{AB'C'}.SO=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mà ta lại có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AB'C'}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'}=3\Rightarrow V_{S.ABC}=3V_{S.AB'C'}=2\sqrt{2}$.

Cách khác:

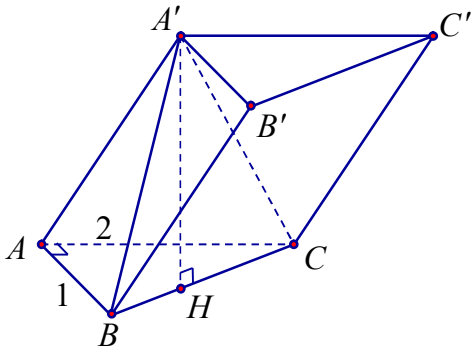
$V_{S.ABC}=\frac{SA.SB.SC}{6}.\sqrt{1-\cos^2\widehat{ASB}-\cos^2\widehat{BSC}-\cos^2\widehat{CSB}+2\cos\widehat{ASB}.\cos\widehat{BSC}.\cos\widehat{CSB}}=2\sqrt{2}$

Câu 13: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $AB=1$; $AC=2$. Hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) nằm trên đường thẳng BC. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC).

Giả sử $A'H = x > 0$; $BC = \sqrt{5}$; $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = 1$.

Ta có $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.x$.

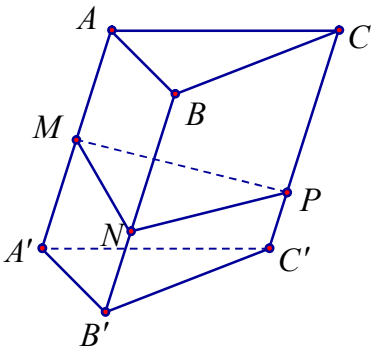
$d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = \frac{3V_{A'.ABC}}{S_{\Delta A'BC}} = \frac{x}{\frac{1}{2}A'H.\sqrt{5}} = \frac{2x}{x.\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA'; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N$, $CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A. $\frac{32288}{27}$. **B.** $\frac{40360}{27}$. **C.** $\frac{4036}{3}$. **D.** $\frac{23207}{18}$.

Lời giải

Chọn D



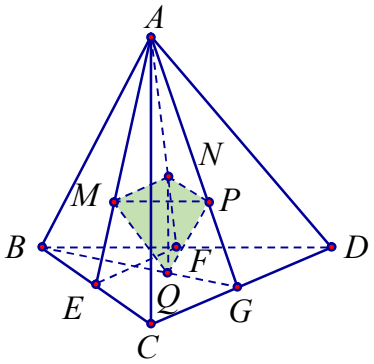
Ta có $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'}\right) = \frac{23}{36}$. Vậy $V_{ABC.MNP} = \frac{23207}{18}$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2017}{9}$. **B.** $\frac{4034}{81}$. **C.** $\frac{8068}{27}$. **D.** $\frac{2017}{27}$.

Lời giải

Chọn D



$\dfrac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}}=\dfrac{S_{EFG}}{S_{BCD}}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_{AEFG}=\dfrac{1}{4}V_{ABCD}$

(Do E,F,G lần lượt là trung điểm của BC, BD, CD).

$\dfrac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}}=\dfrac{SM}{SE}.\dfrac{SN}{SE}.\dfrac{SP}{SG}=\dfrac{8}{27}\Rightarrow V_{AMNP}=\dfrac{8}{27}V_{AEFG}=\dfrac{8}{27}.\dfrac{1}{4}V_{ABCD}=\dfrac{2}{27}V_{ABCD}$

Do mặt phẳng $(MNP)//(BCD)$ nên $\dfrac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow V_{QMNP}=\dfrac{1}{2}V_{AMNP}$

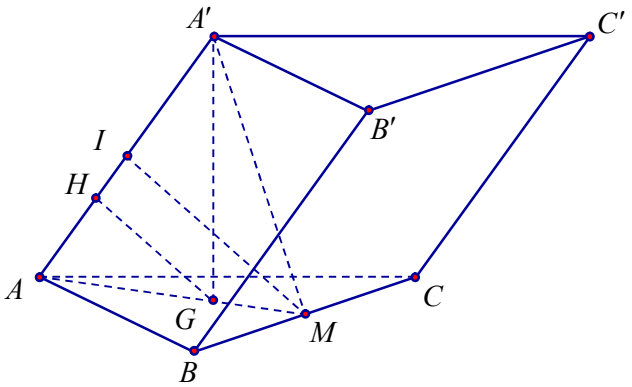
$V_{QMNP}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{27}V_{ABCD}=\dfrac{1}{27}V_{ABCD}=\dfrac{2017}{27}.$

Câu 16: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}.$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

Lời giải

Chọn B



Ta có $A'G\perp(ABC)$ nên $A'G\perp BC$; $BC\perp AM\Rightarrow BC\perp(MAA')$

Kẻ $MI\perp AA'$; $BC\perp IM$ nên $d(AA';BC)=IM=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

Kẻ $GH\perp AA'$, ta có $\dfrac{AG}{AM}=\dfrac{GH}{IM}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow GH=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

$$\frac{1}{HG^2}=\frac{1}{A'G^2}+\frac{1}{AG^2}\Leftrightarrow A'G=\frac{AG.HG}{\sqrt{AG^2-HG^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{a^2}{3}-\frac{a^2}{12}}}=\frac{a}{3}$$

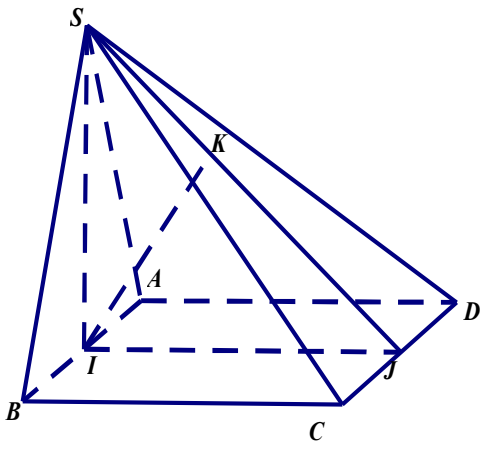
$V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{ABC}=\frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$ (đvtt).

Câu 17: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông; mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{1}{3}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{2}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I ; J lần lượt là trung điểm của AB ; CD ; K là hình chiếu của I lên SJ

Đặt cạnh đáy bằng x khi đó $SI=\frac{x\sqrt{3}}{2}$, $IJ=x$.

Vì $AB//CD$ nên $d\left(A;(SCD)\right)=d\left(I;(SCD)\right)=IK=\frac{IS.IJ}{\sqrt{IS^2+IJ^2}}$

$$\Leftrightarrow\frac{3a\sqrt{7}}{7}=\frac{x.\frac{x\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{x^2+\frac{3}{4}x^2}}\Rightarrow x=a\sqrt{3}.$$

Từ đó suy ra $V=\frac{1}{3}\frac{x\sqrt{3}}{2}x^2=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 18: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

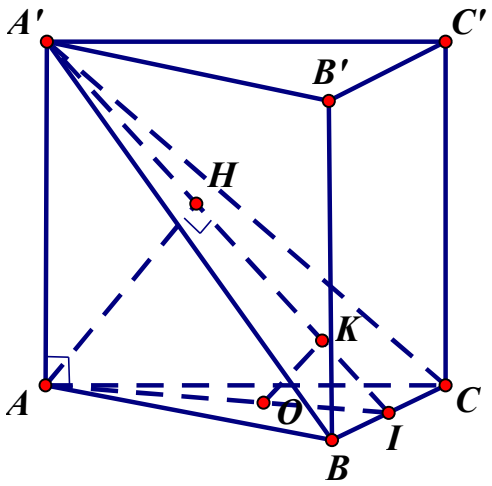
Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy là $B = S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là $h = d\left((ABC);(A'B'C')\right) = AA'$.

Do tam giác ABC là tam giác đều nên O là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A lên $A'I$ ta có $AH \perp (A'BC) \Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right) = AH$



$$\frac{d\left(O;(A'BC)\right)}{d\left(A;(A'BC)\right)} = \frac{IO}{IA} = \frac{1}{3} \Rightarrow d\left(O;(A'BC)\right) = \frac{d\left(A;(A'BC)\right)}{3} = \frac{AH}{3} = \frac{a}{6} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A ta có:

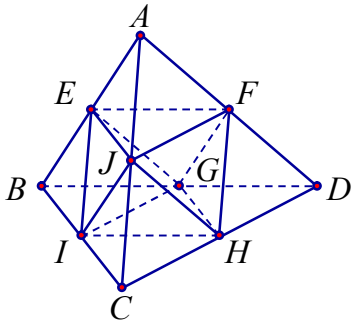
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 19: **(THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V, thể tích của khối đa diện có đỉnh là trung điểm các cạnh của tứ diện $ABCD$ bằng V'. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V'}{V} = \frac{1}{8}$. **C.** $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. **D.** $\frac{V'}{V} = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{AEJF}}{V_{ABCD}}=\frac{V_{AEJF}}{V}=\frac{AE}{AB}.\frac{AJ}{AC}.\frac{AF}{AD}=\frac{1}{8}$.

Tương tự: $\frac{V_{BIGE}}{V}=\frac{1}{8}$, $\frac{V_{CIHJ}}{V}=\frac{1}{8}$, $\frac{V_{DHGF}}{V}=\frac{1}{8}$.

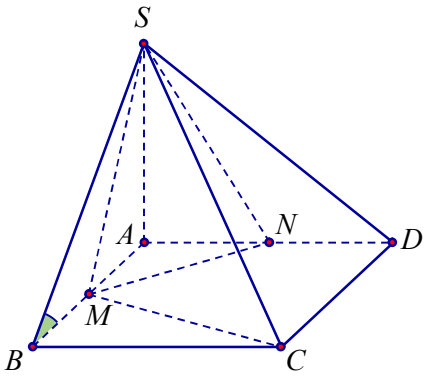
Vậy: $\frac{V'}{V}=1-4.\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$.

Câu 20: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm AB,AD. Tính thể tích khối chóp $S.CDMN$ theo a.

A. $\frac{5a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{5a^3}{24}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $(SBC)\cap(ABCD)=BC$, $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$, $AB\perp BC$ nên góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SBA}$. Do đó $SA=AB\tan 45^0=a$.

Mặt khác $S_{MNDC}=S_{ABCD}-S_{AMN}-S_{BMC}=a^2-\frac{a^2}{8}-\frac{a^2}{4}=\frac{5a^2}{8}$

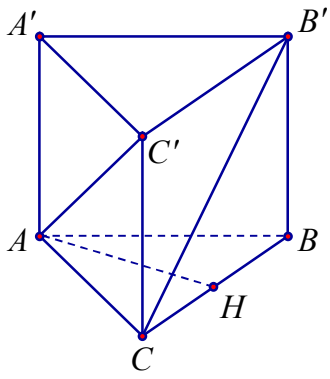
Vậy $V_{S.CDMN}=\frac{1}{3}.S_{CDMN}.SA=\frac{1}{3}.\frac{5a^2}{8}.a=\frac{5a^3}{24}$.

Câu 21: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh AA' hợp với $B'C$ một góc $60°$ và khoảng cách giữa chúng bằng a, $B'C=2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Vì $CC' // AA'$ nên góc giữa AA' và $B'C$ là góc giữa CC' và $B'C$ và là góc $\widehat{B'CC'} = 60^\circ$

Trong $\Delta B'C'C$: $\begin{cases} \sin 60^\circ = \dfrac{B'C'}{B'C} \\ \cos 60^\circ = \dfrac{CC'}{B'C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B'C' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.2a = a\sqrt{3} \\ CC' = \dfrac{1}{2}.2a = a \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên BC, khi đó $AH \perp (BCC'B') \Rightarrow d(AA', B'C) = AH = a.$

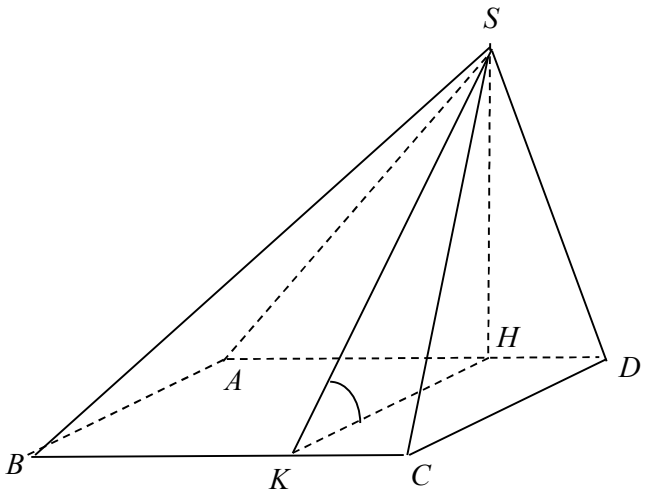
$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} AA' = \dfrac{1}{2} AH.BC.AA' = \left(\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.a\right)a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

Câu 22: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $AB = a$, $SA = 2SD$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{5a^3}{2}$. **B.** $5a^3$. **C.** $\dfrac{15a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S trên AD và K là hình chiếu của H trên BC.

Ta có $293,32 \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$\left.\begin{matrix} HK \perp BC \\ SH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp SK$. Do đó góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là góc

$\widehat{SKH} = 60°$, $SH = HK \tan 60° = a\sqrt{3}$

$$\frac{1}{SH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{SD^2}\Rightarrow\frac{1}{3a^2}=\frac{5}{4SD^2}\Rightarrow SD=\frac{\sqrt{15}a}{2},\ SA=a\sqrt{15},\ AD=\frac{5\sqrt{3}a}{2}.$$

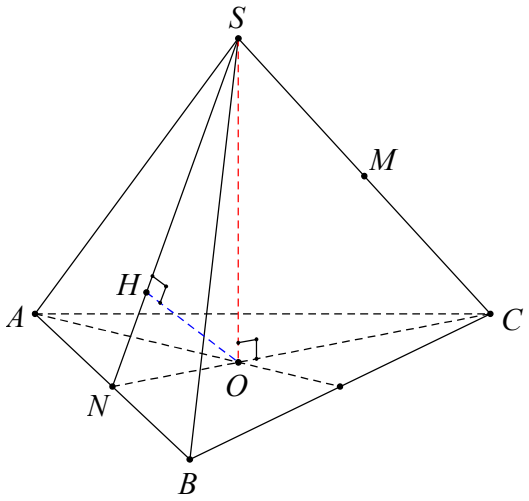
$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a.\frac{5\sqrt{3}a}{2}=\frac{5a^3}{2}.$$

Câu 23: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA=2a$, $AB=3a$. Gọi M là trung điểm SC. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{3\sqrt{21}}{14}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{4}a$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1: (Nếu chỉ dùng kiến thức lớp 11 có thể xếp bài này vào tham số)

Gọi N là trung điểm AB, O là trọng tâm ΔABC.

Ta có $\frac{d(M,(SAB))}{d(C,(SAB))}=\frac{MS}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow d(M,(SAB))=\frac{1}{2}d(C,(SAB))$.

Mà $\frac{d(C,(SAB))}{d(O,(SAB))}=\frac{CN}{ON}=3\Rightarrow d(C,(SAB))=3.d(O,(SAB))$.

Nên $d(M,(SAB))=\frac{3}{2}.d(O,(SAB))$.

Kẻ $OH\perp SN$ tại H.

Ta có: $\begin{cases}AB\perp CN\\AB\perp SN\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SCN)\Rightarrow AB\perp OH$.

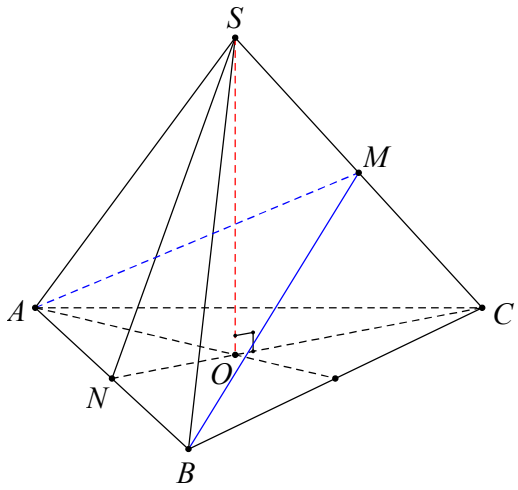
Và $\begin{cases}OH\perp SN\\OH\perp AB\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SAB)$ tại $H\Rightarrow d(O,(SAB))=OH$

Tính: $CN=\frac{3a.\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\begin{cases}OA=\frac{2}{3}CN=a\sqrt{3}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=a\\ON=\frac{1}{3}CN=\frac{a\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

Tam giác ΔSON vuông tại $O\Rightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{ON^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{7}{3a^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d\left(M,\left(SAB\right)\right)=\frac{3}{2}.d\left(O,\left(SAB\right)\right)=\frac{3}{2}OH=\frac{3}{2}.\frac{a\sqrt{21}}{7}=\frac{3a\sqrt{21}}{14}$.

Cách 2:



Gọi N là trung điểm AB, O là trọng tâm ΔABC.

$CN=\frac{3a.\sqrt{3}}{2}\Rightarrow OA=\frac{2}{3}CN=a\sqrt{3}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=a$.

$SN=\sqrt{SA^2-AN^2}=\sqrt{4a^2-\frac{9a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Ta có: $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SO=\frac{1}{6}.\frac{\left(3a\right)^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SN.AB=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2}.3a=\frac{3a^2\sqrt{7}}{4}$.

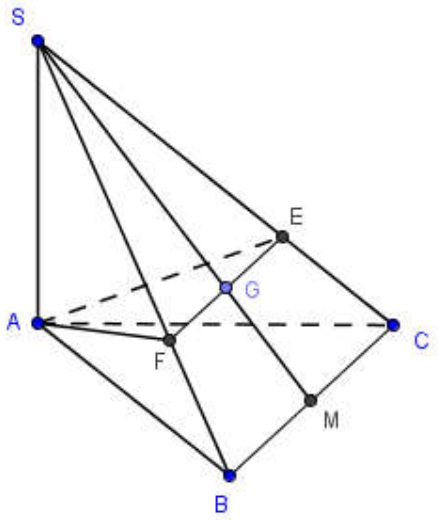
$d\left(M,\left(SAB\right)\right)=\frac{3V_{S.ABM}}{S_{\Delta SAB}}=\frac{3.\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{3a^2\sqrt{7}}{4}}=\frac{3a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 24: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của ΔSBC, $mp\left(\alpha\right)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\frac{4a^3}{9}$. **B.** $\frac{4a^3}{27}$. **C.** $\frac{5a^3}{54}$. **D.** $\frac{2a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SBC). Qua G kẻ đường thẳng song song với BC và lần lượt cắt SC, SB tại E, F. Khi đó ta được khối đa diện không chứa đỉnh S là $ABCEF$.

Ta có G là trọng tâm của ΔSBC nên $\frac{V_{S.AFE}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SF}{SB}.\frac{SE}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$.

Do đó $V_{S.AFE}=\frac{4}{9}.V_{S.ABC}\Rightarrow V_{ABCEF}=V_{S.ABC}-\frac{4}{9}.V_{S.ABC}=\frac{5}{9}.V_{S.ABC}$.

Vì tam giác ΔABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$ nên $AB=BC=a$.

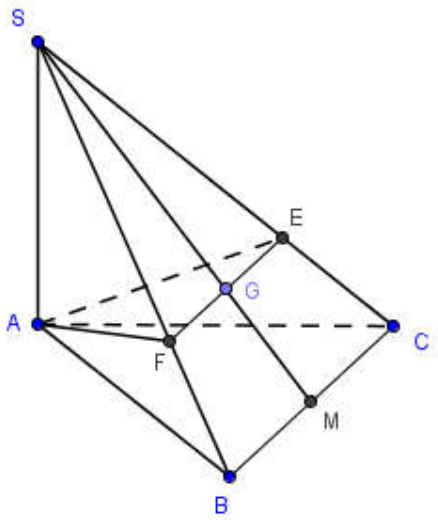
Mặt khác $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\frac{1}{2}a.a.a=\frac{a^3}{6}$. Suy ra $V_{ABCEF}=\frac{5}{9}.\frac{a^3}{6}=\frac{5a^3}{54}$..

Câu 25: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ΔABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của ΔSBC, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\frac{4a^3}{9}$. **B.** $\frac{4a^3}{27}$. **C.** $\frac{5a^3}{54}$. **D.** $\frac{2a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (SBC). Qua G kẻ đường thẳng song song với BC và lần lượt cắt SC, SB tại E, F. Khi đó ta được khối đa diện không chứa đỉnh S là $ABCEF$.

Ta có G là trọng tâm của ΔSBC nên $\dfrac{V_{S.AFE}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SF}{SB}.\dfrac{SE}{SC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{9}$.

Do đó $V_{S.AFE}=\dfrac{4}{9}.V_{S.ABC}\Rightarrow V_{ABCEF}=V_{S.ABC}-\dfrac{4}{9}.V_{S.ABC}=\dfrac{5}{9}.V_{S.ABC}$.

Vì tam giác ΔABC vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$ nên $AB=BC=a$.

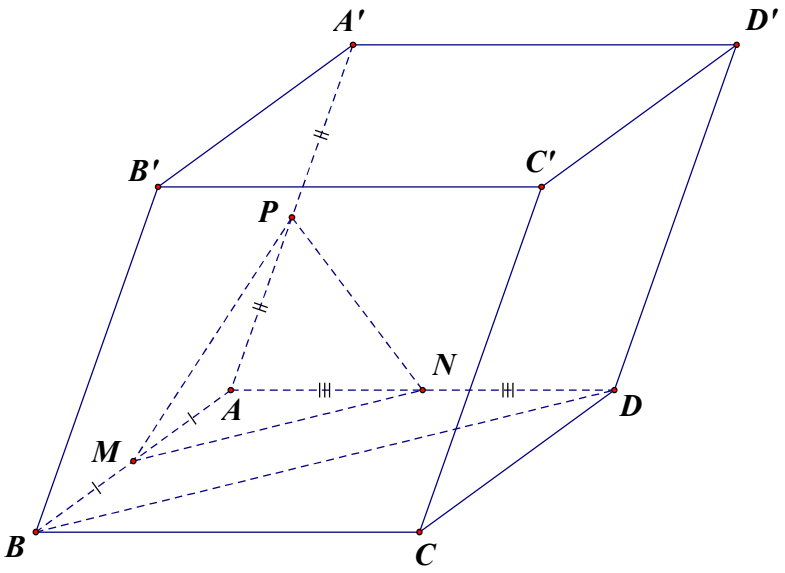
Mặt khác $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{2}a.a.a=\dfrac{a^3}{6}$. Suy ra $V_{ABCEF}=\dfrac{5}{9}.\dfrac{a^3}{6}=\dfrac{5a^3}{54}$..

Câu 26: (THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AD và AA'. Tính tỉ số thể tích k của khối chóp $A.MNP$ và khối hộp đã cho.

A. $k=\dfrac{1}{12}$. **B.** $k=\dfrac{1}{48}$. **C.** $k=\dfrac{1}{8}$. **D.** $k=\dfrac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1 :

Ta có: $\begin{cases} S_{AMN}=\dfrac{1}{4}S_{ABD}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{1}{8}S_{ABCD} \\ d\left(P;(AMN)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A';(ABCD)\right) \end{cases}$.

Suy ra: $\dfrac{1}{3}.S_{AMN}.d\left(P;(AMN)\right)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{8}S_{ABCD}.\dfrac{1}{2}d\left(A';(ABCD)\right)\Leftrightarrow V_{A.MNP}=\dfrac{1}{48}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Vậy $k=\dfrac{1}{48}$.

Bổ sung cách 2

Ta có $\begin{cases} \dfrac{V_{AMNP}}{V_{ABDA'}}=\dfrac{AM}{AB}\dfrac{AN}{AD}\dfrac{AP}{AA'}=\dfrac{1}{8} \\ \dfrac{V_{ABDA'}}{V_{ABCDA'B'C'D'}}=\dfrac{1}{6} \end{cases}\Rightarrow\dfrac{V_{AMNP}}{V_{ABCDA'B'C'D'}}=\dfrac{1}{48}=k$

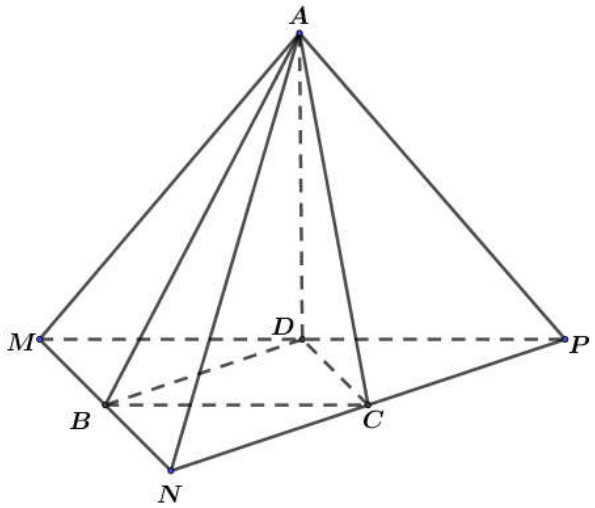
Câu 27: **(THPT Nguyễn Khuyến-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = \sqrt{5}$, $AC = BD = \sqrt{10}$, $AD = BC = \sqrt{13}$. Tính thể tích tứ diện đã cho.

A. $5\sqrt{26}$. **B.** $\frac{5\sqrt{26}}{6}$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Lồng khối tứ diện $ABCD$ vào một khối tứ diện $AMNP$ sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm MN, NP, PM như hình vẽ.



Dễ dàng ta có khối $AMNP$ có AM, AN, AP đôi một vuông góc và $MN = 2\sqrt{5}$; $NP = 2\sqrt{10}$; $AD = 2\sqrt{13}$.

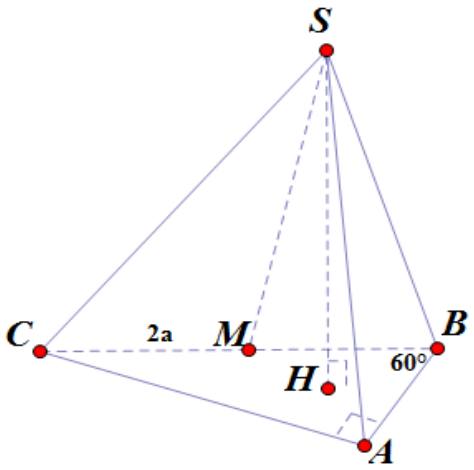
Suy ra $AM = 4; AN = 2; AP = 6$, nên thể tích $V_{AMNP} = \frac{1}{6} AM.AN.AP = 8$.

Mà $V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{AMNP} = 2$.

Câu 28: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $BC = 2a$, $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $SA = SB = SM = \frac{a\sqrt{39}}{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) là:

A. $2a$. **B.** $4a$. **C.** $3a$. **D.** a.

Lời giải



Chọn A Vẽ lại hình,chú ý vị trí điểm H

Theo đề ta có: $AC = BC.\sin 60° = a\sqrt{3}$ và $AB = BC.\cos 60° = a$.

Suy ra tam giác ABM đều cạnh bằng a và hình chóp $S.ABM$ là hình chóp đều.

Hạ $SH \perp (ABC) \Rightarrow$ H là trọng tâm của tam giác ABM.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABM} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mà $S_{\Delta ABM} = \frac{AB.AM.BM}{4R} \Rightarrow HA = R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Tam giác vuông $SAH \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - HA^2} = 2a$

Vậy khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$.

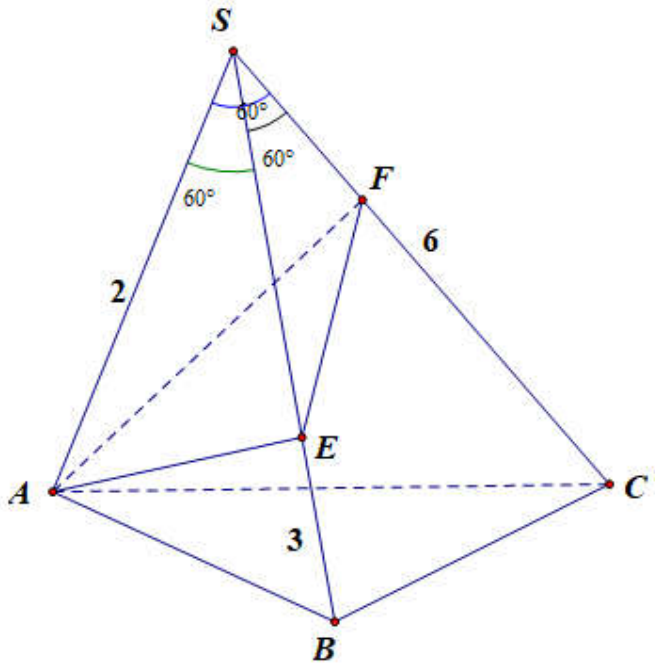
Cách khác: Chọn hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$.

Câu 29: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60°$, $SA = 2$, $SB = 3$, $SC = 6$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $6\sqrt{2}$ (đvtt). **B.** $18\sqrt{2}$ (đvtt). **C.** $9\sqrt{2}$ (đvtt). **D.** $3\sqrt{2}$ (đvtt).

Lời giải

Chọn D



Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy E, F sao cho $SE=2$ và $SF=2$.

Mặt khác $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$ suy ra hình chóp $S.AEF$ là chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2.

Gọi H là trọng tâm $\Delta AEF \Rightarrow SH\perp(AEF)$ (vẽ thêm bên cạnh hình chóp đều $S.AEF$ cho em nhé đại ca)

Gọi A_1 là trung điểm của $EF \Rightarrow \begin{cases} AA_1=2\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3} \\ AH=\dfrac{2}{3}AA_1=\dfrac{2}{3}\sqrt{3} \\ SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3} \end{cases}$

Suy ra $V_{S.AEF}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta AEF}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

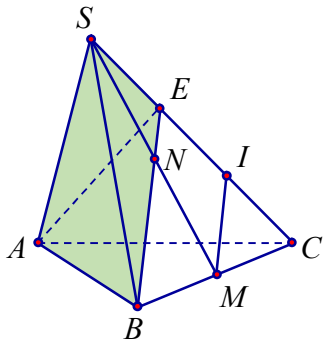
Ta có: $\dfrac{V_{S.AEF}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SE}{SB}.\dfrac{SF}{SC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{9}{2}V_{S.AEF}=3\sqrt{2}$.

Câu 30: **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SM. Mặt phẳng (ABN) cắt SC tại E. Gọi V_2 là thể tích của khối chóp $S.ABE$ và V_1 là thể tích khối chóp $S.ABC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_2=\dfrac{1}{4}V_1$. **B.** $V_2=\dfrac{1}{3}V_1$. **C.** $V_2=\dfrac{1}{6}V_1$. **D.** $V_2=\dfrac{1}{8}V_1$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của EC nên IM là đường trung bình của tam giác $BCE \Rightarrow MI//EN$

Mà N là trung điểm của $SM \Rightarrow EN$ là đường trung bình của tam giác SMI suy ra E là trung điểm của SI.

$\frac{V_2}{V_1}=\frac{SE}{SC}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow V_2=\frac{1}{3}V_1$.

Câu 31: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Thầy Tâm cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Khi đó, kích thước của hồ nước như thế nào để chi phí thuê nhân công mà thầy Tâm phải trả thấp nhất:

A. Chiều dài 20 m, chiều rộng 15 m và chiều cao $\frac{20}{3}$ m.

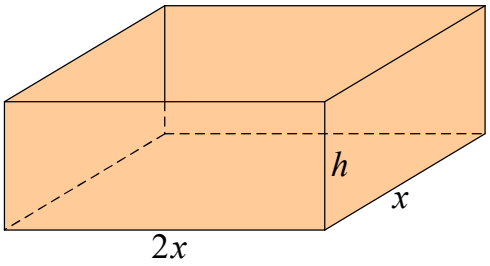
B. Chiều dài 20 m, chiều rộng 10 m và chiều cao $\frac{5}{6}$ m.

C. Chiều dài 10 m, chiều rộng 5 m và chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

D. Chiều dài 30 m, chiều rộng 15 m và chiều cao $\frac{10}{27}$ m.

Lời giải

Chọn C



Giả sử thầy Tâm xây cái hồ dạng khối hộp chữ nhật không nắp như hình vẽ trên. Do khối hộp chữ nhật có thể tích là $\frac{500}{3}$ m^3 nên ta có $V=2x^2h=\frac{500}{3}$ $\left(\text{m}^3\right)\Rightarrow h=\frac{250}{3x^2}$.

Vì giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Do xây bốn xung quanh và đáy nên giá nhân công để xây xong cái hồ là:

$T=\left(2xh+2.2xh+2x^2\right)500000=500000\left(6x.\frac{250}{3x^2}+2x^2\right)\Rightarrow$

$T=500000\left(\frac{500}{x}+2x^2\right)$. Ta khảo sát hàm $T=500000\left(\frac{500}{x}+2x^2\right)$ với $x>0$:

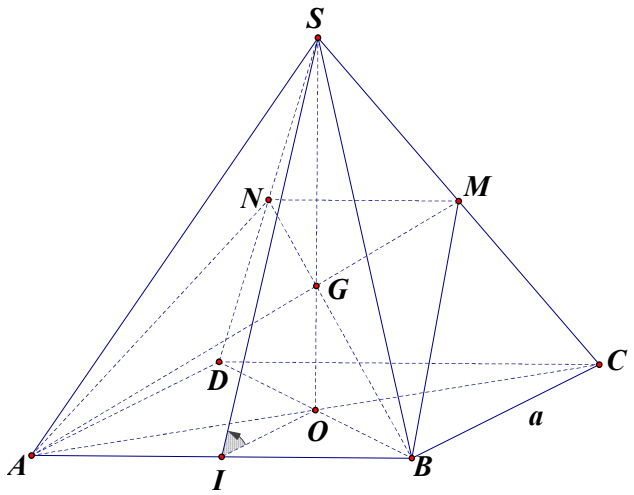
$T' = 500000\left(-\frac{500}{x^2}+4x\right) = 0 \Leftrightarrow x = 5 \Rightarrow$ Chiều dài 10 m, chiều rộng 5 m, chiều cao $\frac{10}{3}$ m.

Câu 32: (TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC. Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại M và N. Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $a^3\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\frac{\sqrt{3}}{8}$. **C.** $a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$. **D.** $3a^3\frac{\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC, tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB. Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SIO} = 60°$. Do đó $SO = OI.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}a^2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$, ta lại có $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}\cdot\frac{SB}{SB}\cdot\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2}.V_{S.ABC}$.

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA}\cdot\frac{SN}{SD}\cdot\frac{SM}{SC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4}.V_{S.ACD}$.

Vậy $V_{S.ABMN} = \frac{3}{4}V_{S.ABCD} = \frac{3}{4}\frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 33: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Bốn mặt. **C.** Ba mặt. **D.** Hai mặt.

Lời giải

Chọn C

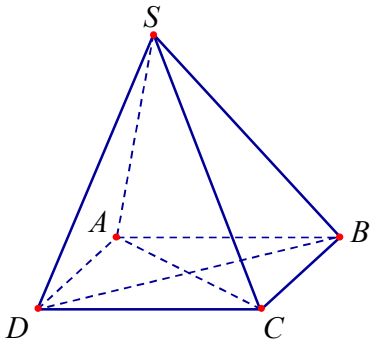
Mỗi đỉnh của đa giác là giao điểm của ít nhất hai cạnh, mỗi cạnh lại là cạnh chung của hai mặt nên mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

Câu 34: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A. a. **B.** $3a$. **C.** $6a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left.\begin{array}{l} DC//AB \\ AB \subset (SAB) \end{array}\right\} \Rightarrow DC//(SAB)$.

Vậy $d(SA,DC) = d(DC,(SAB)) = d(D,(SAB))$.

Mặt khác: $V_{S.ABCD} = V_{S.ABD} + V_{S.DBC}$.

Ta có $S_{ABD} = S_{BDC}$ ($ABCD$ là hình bình hành).

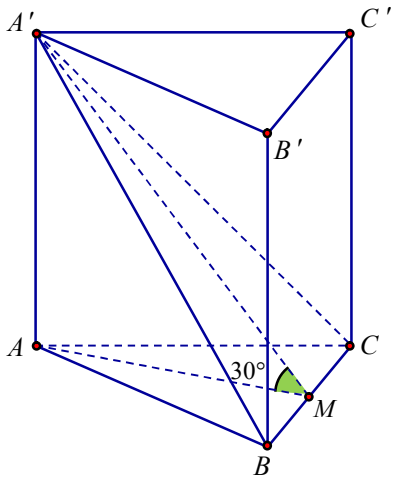
Vậy $V_{S.ABD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = a^3 \Rightarrow d(D,(SAB)) = \frac{3V_{S.ABD}}{S_{SAB}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 35: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy góc $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích *V* của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 8\sqrt{3}$. **B.** $V = 16\sqrt{3}$. **C.** $V = 64\sqrt{3}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A Hình vẽ đánh đỉnh sai,đã đánh lại



Gọi M là trung điểm của BC. Ta có:

$$\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC)=BC\\ AM\perp BC\\ A'M\perp BC\end{cases}\Rightarrow\widehat{((A'BC),(ABC))}=\widehat{A'MA}=30^\circ$$

Giả sử $x>0$ là cạnh của tam giác đều ABC ta có: $AM=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$ ta có: $\cos 30^\circ=\dfrac{AM}{A'M}\Rightarrow A'M=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}:\dfrac{\sqrt{3}}{2}=x$.

Theo giả thuyết $S_{A'BC}=\dfrac{1}{2}A'M.BC\Rightarrow 8=\dfrac{1}{2}x^2\Leftrightarrow x=4$.

Diện tích đáy: $B=\dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$ ta có: $\tan 30^\circ=\dfrac{AA'}{MA}\Rightarrow AA'=\tan 30^\circ.2\sqrt{3}=2$.

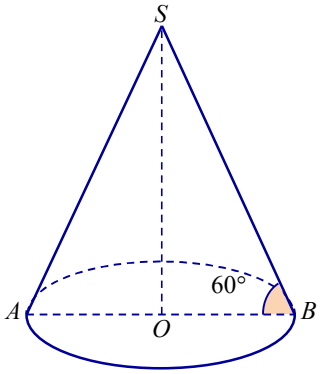
Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V=4\sqrt{3}.2=8\sqrt{3}$.

Câu 36: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy một góc 60°. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=3\pi$. **D.** $V=9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi SAB là thiết diện qua trục của hình nón

Ta có ΔSAB đều nên $SO=\dfrac{3}{2}R$,với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.

$\Rightarrow SO=\dfrac{3}{2}.2=3$; $AB=\dfrac{2}{\sqrt{3}}SO=2\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2.SO=3\pi$ (đvtt).

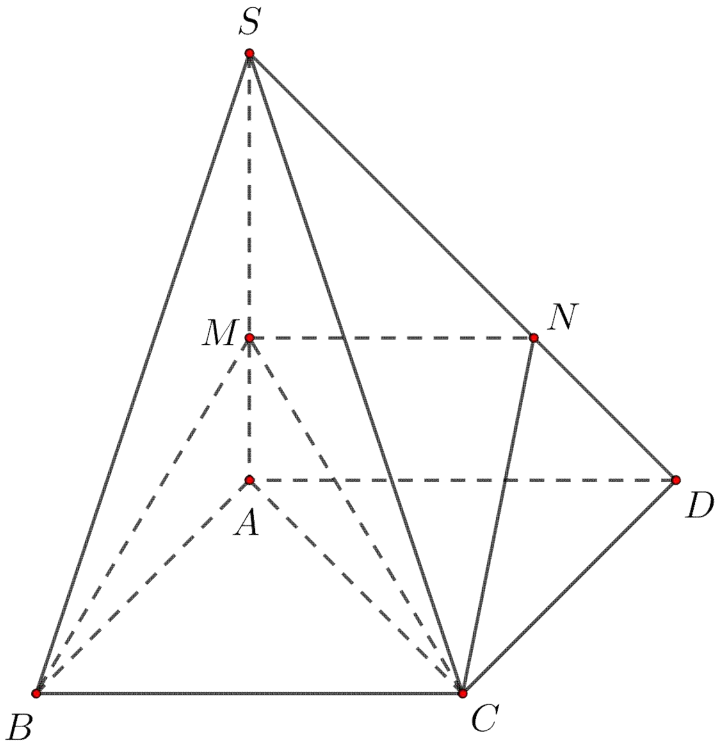
Câu 37: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho

$\frac{SM}{SA}=k$, $0<k<1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là:

A. $k=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. **B.** $k=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$. **C.** $k=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $k=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi giao điểm của (BMC) với SD là N, khi đó do $BC // AD$ nên

$(BCM)\cap(SAD)=MN // AD // BC \Rightarrow \frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SD}=k$.

Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.BCNM$, V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Ta có $V_1+V_2=V \Rightarrow V_1=V_2=\frac{V}{2}$.

Mà $V_1=V_{S.MBC}+V_{S.MNC}$, mặt khác $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}=k \Rightarrow V_{S.MBC}=k.V_{S.ABC}=\frac{1}{2}kV$

và $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}=k^{\ 2}\Rightarrow V_{S.MNC}=k^2.V_{S.ADC}=\frac{1}{2}k^2V$.

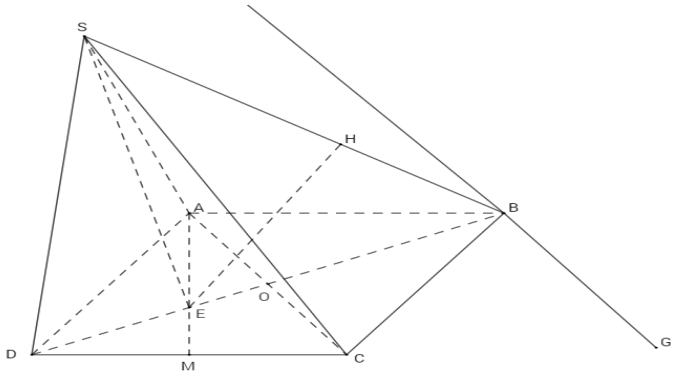
$\Rightarrow V_1=\frac{V}{2}\left(k^2+k\right)=\frac{V}{2}\Leftrightarrow k^2+k-1=0\Rightarrow k=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 38: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC}=60^o$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD, hai mặt phẳng (SBD) và (SAM) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp đó bằng $2a^3\sqrt{3}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB.

A. $d=\dfrac{16a}{\sqrt{15}}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{8a}{3\sqrt{17}}$. **D.** $d=\dfrac{3a}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{ABCD}=2S_{ABC}=2\cdot\dfrac{1}{2}\cdot BA\cdot BC\cdot\sin\widehat{ABC}=2a\sqrt{3}\cdot 2a\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}a^2$.

Do $\begin{cases}(SAM)\perp(ABCD)\\(SBD)\perp(ABCD)\\(SAM)\cap(SBD)=SE\end{cases}\Rightarrow SE\perp ABCD$.

Vậy SE chính là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và từ đó suy ra

$SE=\dfrac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}}=\dfrac{3.2a^3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}a^2}=a$.

Qua B kẻ đường thẳng song song với AC. Khi đó, $AC//(SBG)$.

Do đó, ta có $d(AC,SB)=d(AC,(SBG))=d(O,(SBG))$.

Trong tam giác SEG, từ E kẻ EH vuông góc SB.

Do $\begin{cases}SE\perp BG\\EB\perp BG\\SE\cap EB=\{E\}\end{cases}\Rightarrow BG\perp(SEB)\Rightarrow(SEB)\perp(SBG)\Rightarrow EH\perp(SBG)$.

Vậy EH chính là khoảng cách từ E đến (SBG).

Tam giác ABC đều, cạnh bằng $2a\sqrt{3}$ nên suy ra $OB=2a\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3a\Rightarrow BD=6a$.

Do $EB=\dfrac{2}{3}BD\Rightarrow EB=\dfrac{2}{3}\cdot 6a=4a$.

Do $EO\cap(SBG)=\{B\}\Rightarrow\dfrac{d(E,(SBG))}{EB}=\dfrac{d(O,(SBG))}{OB}$

$\Rightarrow d(O,(SBG))=\dfrac{BO.d(E,(SBG))}{EB}=\dfrac{3EH}{4}$

Mặt khác, ta có $\dfrac{1}{EH^2}=\dfrac{1}{SE^2}+\dfrac{1}{EB^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{16a^2}=\dfrac{17}{16a^2}\Rightarrow EH=\dfrac{4\sqrt{17}a}{17}$.

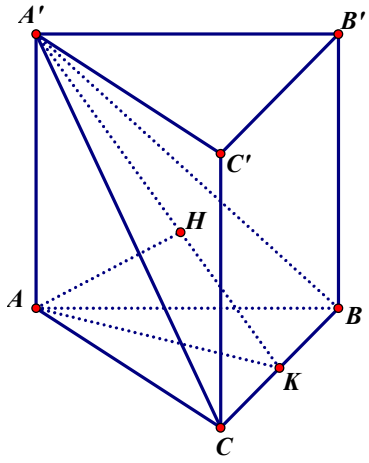
Vậy $d(AC,SB)=d(O,(SBG))=\dfrac{3EH}{4}=\dfrac{3a}{\sqrt{17}}$.

Câu 39: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng:

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi K là trung điểm BC, dựng $AH \perp A'K$ $(H \in A'K)$. Ta có $AH \perp (A'BC)$, suy ra $d_{(A;(A'BC))} = AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác ABC đều, có đường cao $AK = \frac{\sqrt{3}}{2}.2a = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $AA'K$ vuông tại A, đường cao AH.

Ta có: $\frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AK^2} = \frac{4}{6a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{3a^2} \Rightarrow AA' = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ: $V = AA'.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.(2a^2) = 3a^3$.

Câu 40: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ được sắp xếp theo thứ tự tăng dần của số đỉnh là

A. $\{3;3\}, \{3;4\}, \{5;3\}, \{4;3\}, \{3;5\}$. **B.** $\{3;3\}, \{4;3\}, \{3;4\}, \{3;5\}, \{5;3\}$.

C. $\{3;3\}, \{3;4\}, \{4;3\}, \{5;3\}, \{3;5\}$. **D.** $\{3;3\}, \{3;4\}, \{4;3\}, \{3;5\}, \{5;3\}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Đ là tổng số đỉnh, C là tổng số cạnh, M là tổng số mặt của khối đa diện đều loại $\{p;q\}$.

Ta có: $pĐ = nM = 2C$. Cụ thể:

① Xét tứ diện đều loại $\{3;3\} \Rightarrow \begin{cases} p=3;\ q=3 \\ M=4 \end{cases} \Rightarrow Đ = \frac{pM}{q} = 4;\ C = \frac{pM}{2} = 6$.

② Xét khối lập phương đều loại $\{4;3\} \Rightarrow \begin{cases} p=4;\ q=3 \\ M=6 \end{cases} \Rightarrow Đ = \frac{pM}{q} = 8;\ C = \frac{pM}{2} = 12$.

③ Xét khối bát diện đều loại $\{3;4\} \Rightarrow \begin{cases} p=3;\ q=4 \\ M=8 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 6;\ C = \dfrac{pM}{2} = 12$.

④ Xét khối mười hai mặt đều loại $\{5;3\} \Rightarrow \begin{cases} p=5;\ q=3 \\ M=12 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 20;\ C = \dfrac{pM}{2} = 30$.

⑤ Xét khối hai mươi mặt đều loại $\{3;5\} \Rightarrow \begin{cases} p=3;\ q=5 \\ M=20 \end{cases} \Rightarrow Đ = \dfrac{pM}{q} = 12;\ C = \dfrac{qM}{2} = 30$.

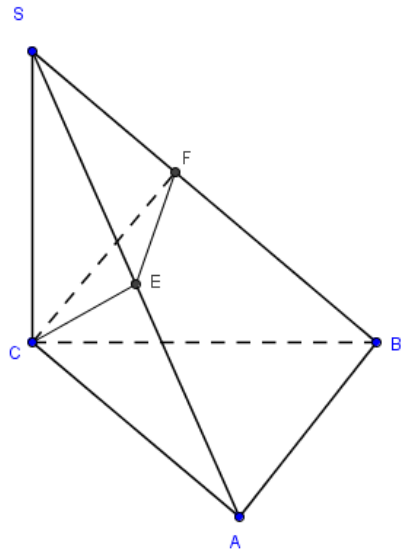
Vậy ta có sắp xếp: $\{3;3\}$, $\{3;4\}$, $\{4;3\}$, $\{3;5\}$, $\{5;3\}$.

Câu 41: **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SC \perp (ABC)$ và $SC = a$. Mặt phẳng qua C, vuông góc với SB cắt SA, SB lần lượt tại E và F. Thể tích khối chóp $S.CEF$ là

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{36}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3}{18}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác vuông SCA có $SC = CA = a$ nên là tam giác vuông cân ở C.

Ta có $AB \perp AC$ và $AB \perp SC$ suy ra $AB \perp (SAC)$ suy ra $AB \perp CE$. (1)

Mặt khác theo giả thiết $SB \perp (CEF) \Rightarrow SB \perp CE$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $(SAB) \perp CE \Rightarrow CE \perp SA$. Do đó E la trung điểm của SA vì tam giác SCA vuông cân ở C.

Trong tam giác vuông SCB có $SC^2 = SF.SB \Leftrightarrow \dfrac{SC^2}{SB^2} = \dfrac{SF}{SB}$.

Từ đó ta có $\frac{V_{S.CEF}}{V_{S.CAB}}=\frac{SE}{SA}.\frac{SF}{SB}=\frac{1}{2}.\frac{SC^2}{SB^2}=\frac{1}{2}.\frac{a^2}{a^2+2a^2}=\frac{1}{6}$

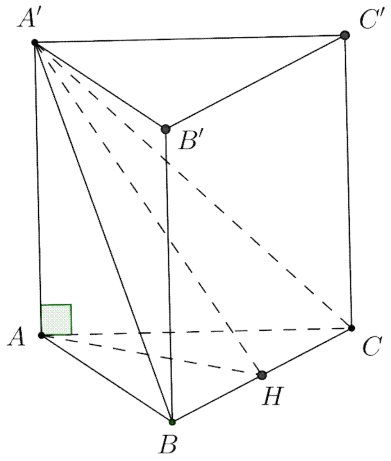
$\Rightarrow V_{S.CEF}=\frac{1}{6}V_{S.CAB}=\frac{1}{6}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.a.a=\frac{a^3}{36}.$

Câu 42: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Đáy của hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $a=4$ và biết diện tích tam giác $A'BC$ bằng 8. Thể tích khối lăng trụ là

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $16\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích đáy $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}.4^2=4\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $A'H\perp BC$ và $AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Mặt khác $S_{\Delta A'BC}=\frac{1}{2}A'H.BC\Rightarrow A'H=\frac{2}{BC}.S_{\Delta A'BC}=4$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại A, ta có $AA'=\sqrt{A'H^2-AH^2}=2$

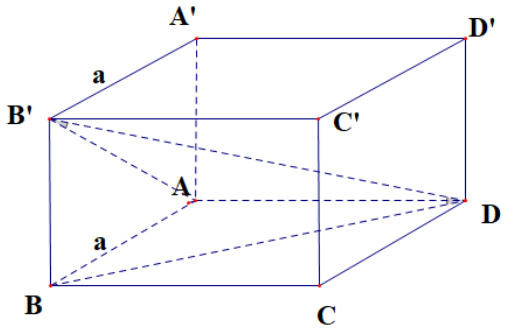
Do đó thể tích lăng trụ là $V=2.4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$.

Câu 43: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $B'D$ với mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ lần lượt bằng $30°$ và $45°$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $B'B \perp (ABCD) \Rightarrow B'B \perp BD$. Từ đó suy ra góc giữa $B'D$ và mặt phẳng $(ABCD)$ chính là góc $\widehat{B'DB} \Rightarrow \widehat{B'DB} = 30°$

Ta có $DA \perp (ABB'A') \Rightarrow DA \perp AB'$.

Vậy góc giữa $B'D$ và $(ABB'A')$ là góc $\widehat{AB'D}$. Vậy $\widehat{AB'D} = 45°$.

Đặt $AD = x \ (x > 0) \Rightarrow BD = \sqrt{a^2 + x^2}$.

Xét tam giác $B'BD$ có: $B'B = BD.\tan 30° = \sqrt{\dfrac{x^2 + a^2}{3}} \Rightarrow B'D = 2\sqrt{\dfrac{x^2 + a^2}{3}}$.

Mặt khác, xét trong tam giác $B'AD$ có $B'D = x\sqrt{2}$ (vì tam giác vuông cân).

Suy ra: $2\sqrt{\dfrac{x^2 + a^2}{3}} = x\sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}a^2 + \dfrac{4}{3}x^2 = 2x^2 \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}x^2 = \dfrac{4}{3}a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Do đó: $B'B = \sqrt{\dfrac{x^2 + a^2}{3}} = \sqrt{\dfrac{2a^2 + a^2}{3}} = a$.

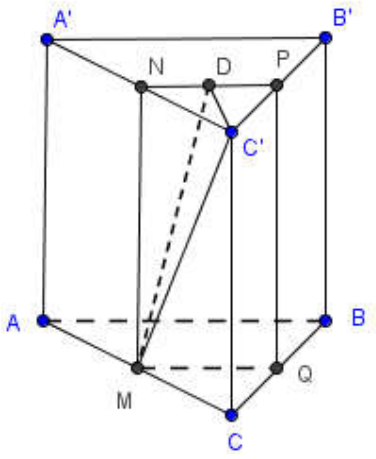
Vậy: $V = a.a.a\sqrt{2} = \sqrt{2}a^3$.

Câu 44: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh AC, α là góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ và mặt phẳng $(ABB'A')$. Tính giá trị $\sin\alpha$.

A. $\sin\alpha = \dfrac{4}{7}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{51}}{17}$. **C.** $\sin\alpha = \dfrac{2}{5}$. **D.** $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{15}}{10}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N, P, Q, D lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'C', B'C', BC, PN$.

Khi đó ta có $(MNPQ) \| (ABB'A')$ nên góc giữa $C'M$ và $(ABB'A')$ bằng góc giữa $C'M$ và $(MNPQ)$.

Mặt khác ta có $\Delta C'NP$ đều (vì có ba cạnh bằng nhau) nên $C'D \perp NP$, lại có $C'D \perp MN$ nên $C'D \perp (MNPQ)$, suy ra $\widehat{C'MD} = \alpha$.

Ta có $C'D$ là đường cao tam giác đều $\Delta C'NP$ nên $C'D = \frac{a}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

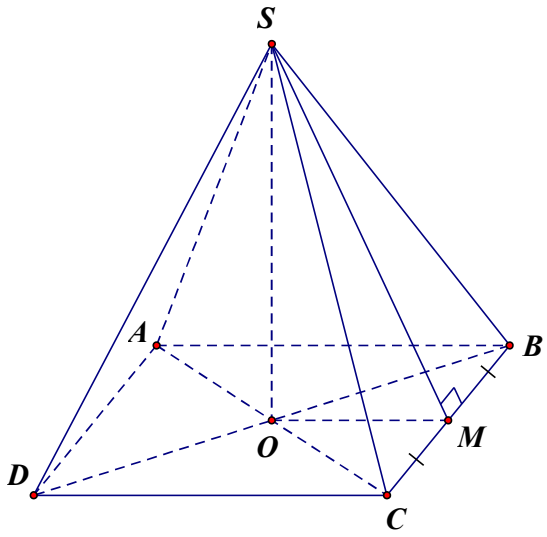
Hơn nữa $MD = \sqrt{MN^2 + ND^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. Do đó $\sin \widehat{C'MD} = \frac{DC'}{MD} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$.

Câu 45: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và diện tích của một mặt bên là $a^2\sqrt{2}$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của BC.

Chóp tứ giác đều có tất cả mặt bên là các tam giác cân nên $SM \perp BC$.

Khi đó, ta tính được: $SM = \frac{2S_{\Delta SBC}}{BC} = \frac{2.a^2\sqrt{2}}{2a} = a\sqrt{2}$.

Ta có: $OM \,//\, CD, OM = \frac{CD}{2} = a$. Áp dụng định lý Pi-ta-go trong tam giác SMO, ta tính được:

$h = SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$.

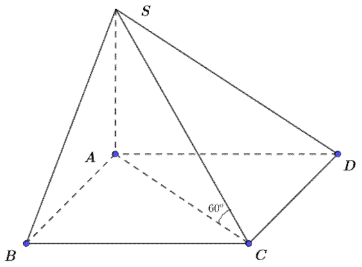
Vậy, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{đ} = \frac{1}{3}a.(2a)^2 = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 46: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{SCA} = 60° \Rightarrow SA = \tan 60°.AC = a\sqrt{6}$

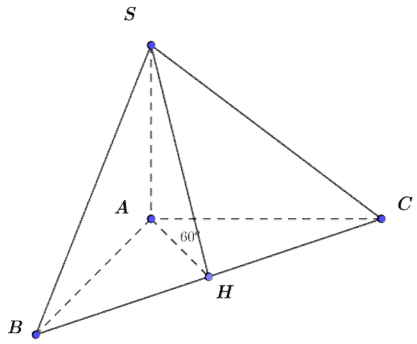
Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, đường cao SA. Biết đường cao AH của tam giác ABC bằng a, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối tứ diện $SABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp (SAH) \Rightarrow \widehat{SHA} = 60° \Rightarrow SA = \tan 60°.AH = a\sqrt{6}$

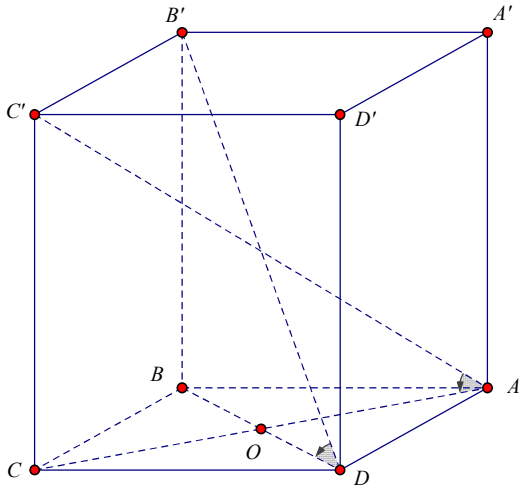
Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}a.2a\right).a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 48: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Các đường chéo DB' và AC' lần lượt tạo với đáy các góc $45°$ và $30°$. Biết chiều cao của lăng trụ là a và $\widehat{BAD} = 60°$. Hãy tính thể tích V của khối lăng trụ này.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Đề cho hình lăng trụ đứng $\Rightarrow$ các cạnh bên vuông góc với hai đáy và là đường cao của hình lăng trụ.

Do đó: $\left(DB';\left(ABCD\right)\right)=\widehat{B'DB}=45°$; $\left(AC';\left(ABCD\right)\right)=\widehat{C'AC}=30°$.

$\Delta BDB'$ vuông tại B: $BD=\dfrac{DD'}{\tan 45°}=a$.

$\Delta CAC'$ vuông tại C: $AC=\dfrac{CC'}{\tan 30°}=a\sqrt{3}$.

Trong tam giác ABD ta có:

$$\begin{cases} AB^2+AD^2-2AB.AD.\cos 60^\circ=BD^2 \\ AO^2=\dfrac{AB^2+AD^2}{2}-\dfrac{BD^2}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2+AD^2-AB.AD=a^2 \\ AB^2+AD^2=2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow AB=AD=a.$$

Suy ra: ΔABD đều cạnh a. Do đó: $S_{ABCD}=2S_{ABD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

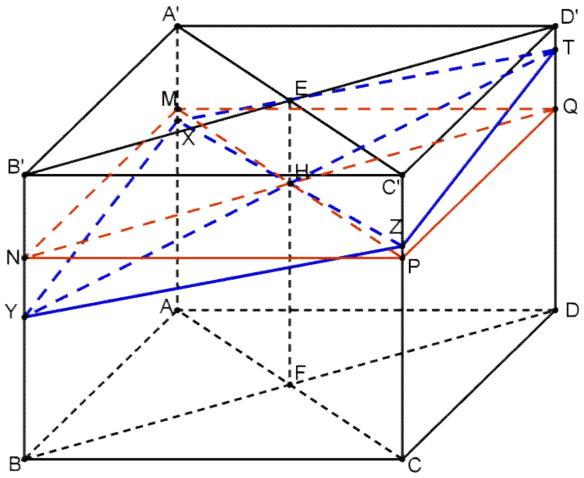
Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là: $V_{LT}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 49: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Trên các cạnh AA', BB', CC' lấy lần lượt lấy ba điểm X, Y, Z sao cho $AX=2A'X$, $BY=B'Y$, $CZ=3C'Z$. Mặt phẳng $\left(XYZ\right)$ cắt cạnh DD' ở tại điểm T. Khi đó tỉ số thể tích của khối $XYZT.ABCD$ và khối $XYZT.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{7}{24}$. **B.** $\dfrac{7}{17}$. **C.** $\dfrac{17}{7}$. **D.** $\dfrac{17}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Xét mặt phẳng qua H và song song mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q. Khi đó, hai mặt phẳng $(XYZT)$; $(MNPQ)$ cùng với các mặt bên của hình hộp chữ nhật giới hạn những khối đa diện bằng nhau và đối xứng nhau qua điểm H.

Khi đó, $V_{A'B'C'D'XYZT} = V_{A'B'C'D'MNPQ}$.

Ta có: $(MNPQ)//(ABCD)$ nên $\dfrac{V_{A'B'C'D'MNPQ}}{V_{A'B'C'D'ABCD}} = \dfrac{EH}{EF}$ hay $\dfrac{V_{XYZTABCD}}{V_{A'B'C'D'XYZT}} = \dfrac{HF}{EH}$.

Xét hình thang $A'XZC'$ có đường trunh bình EH nên $EH = \dfrac{A'X + C'Z}{2} = \dfrac{7}{24}EF$.

Do đó $HF = \dfrac{17}{24}EF$ hay $\dfrac{EH}{HF} = \dfrac{7}{17}$.

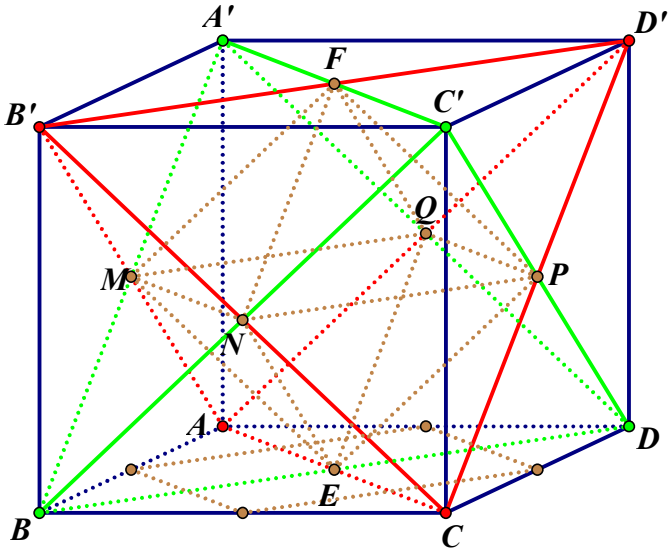
Vậy $\dfrac{V_{A'B'C'D'XYZT}}{V_{XYZTABCD}} = \dfrac{17}{7}$.

Câu 50: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2016. Thể tích phần chung của hai khối $A.B'CD'$ và $A'.BC'D$ bằng

A. 1344. **B.** 336. **C.** 672. **D.** 168.

Lời giải

Chọn B



Gọi E, F, M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của AC và BD, $A'C'$ và $B'D'$, AB' và $A'B$, BC' và $B'C$, CD' và $C'D$, AD' và $A'D$.

Phần chung của hai khối $A.B'CD'$ và $A'.BC'D$ là khối $EFMNPQ$.

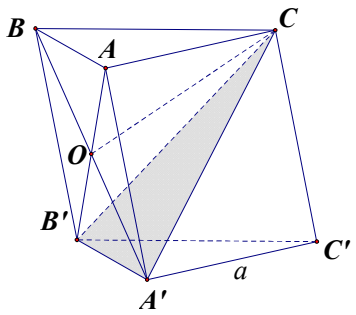
Thể tích khối $EFMNPQ$ là:

$$V_{EFMNPQ}=\frac{1}{3}EF.\mathrm{S}_{MNPQ}=\frac{1}{3}EF.\mathrm{S}_{MNPQ}=\frac{1}{3}EF.\frac{1}{2}\mathrm{S}_{ABCD}=\frac{1}{6}.2016=336.$$

Câu 51: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a và hình chiếu vuông góc của đỉnh C lên mặt phẳng $(ABB'A')$ là tâm của hình bình hành $ABB'A'$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi O là tâm của hình thoi $ABB'A'$.

Theo giả thiết suy ra $CO\perp BA'$ hay tam giác CBA' cân tại C.

Tương tự tam giác CAB' cân tại C.

Do đó $C.ABB'A'$ là hình chóp tứ giác đều, cạnh bằng a.

Ta có $CO=\sqrt{CA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $V_{C.ABB'A'}=\frac{1}{3}S_{ABB'A'}.CO=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Ta có $V_{C.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$ nên $V_{C.ABB'A'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

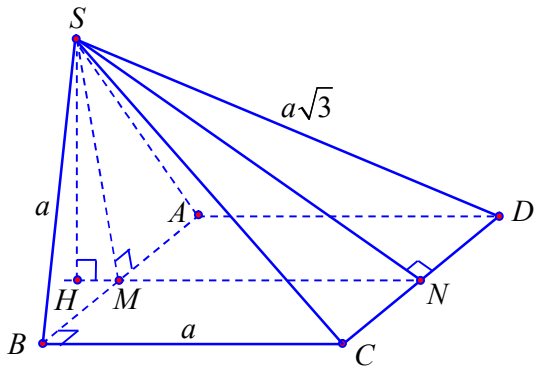
Do đó $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3}{2}.V_{C.ABB'A'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 52: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Khi đó $\begin{cases}AB\perp SM\\AB\perp SH\end{cases}\Rightarrow AB\perp MH$. Suy ra $H\in MN$.

Ta có $SM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MN=a$, $SN=\sqrt{SC^2-NC^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Suy ra $S_{SMN}=\sqrt{p\left(p-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)(p-a)\left(p-\frac{\sqrt{11}}{2}\right)}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ với p là nửa chu vi tam giác SMN và $p=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}+a+\frac{\sqrt{11}}{2}}{2}$ (Công thức Hê-rông).

Suy ra $S_{SMN}=\sqrt{p\left(p-\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)(p-a)\left(p-\frac{a\sqrt{11}}{2}\right)}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ với p là nửa chu vi tam giác SMN và $p=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}+a+\frac{a\sqrt{11}}{2}}{2}$ (Công thức Hê-rông).

Khi đó đường cao $SH=\dfrac{2S_{SMN}}{MN}=\dfrac{2\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}}{a}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 53: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=2\sqrt{3}$ và các cạnh còn lại đều bằng x. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng $2\sqrt{2}$.

A. $x=\sqrt{6}$. **B.** $x=2\sqrt{2}$. **C.** $x=3\sqrt{2}$. **D.** $x=2\sqrt{3}$.

Lời giải

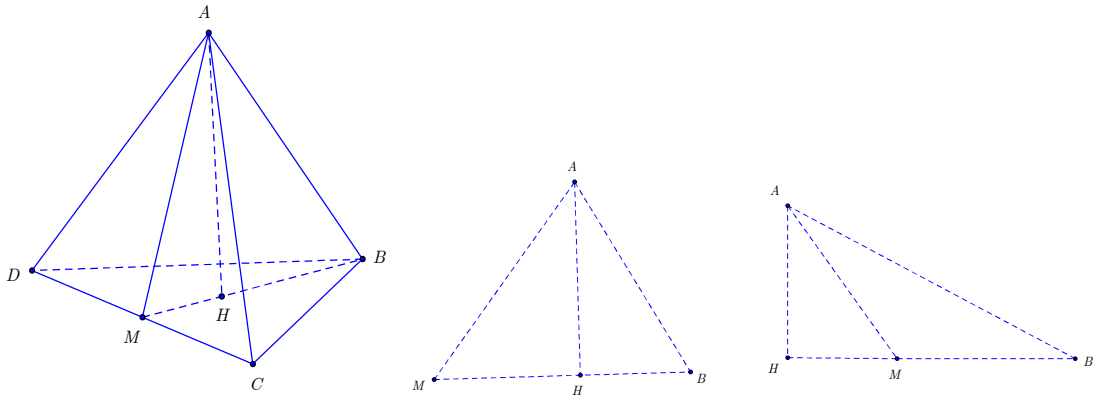
Chọn B

Cách 1: Gọi M là trung điểm của CD và H là hình chiếu của A trên BM.

$CD\perp AM;CD\perp BM\Rightarrow CD\perp(ABM)\Rightarrow AH\perp(BCD)$.

Đặt $\widehat{AMB}=\alpha$ suy ra $\sin\alpha=\dfrac{AH}{AM}\Rightarrow AH=\sin\alpha.\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}AH.S_{BCD}=\dfrac{1}{3}\sin\alpha\dfrac{x\sqrt{3}}{2}.\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}=2\sqrt{2}\Rightarrow\sin^2\alpha=\dfrac{512}{x^6}$.



Xét tam giác AMB ta có: $\cos\alpha=\dfrac{AM^2+BM^2-AB^2}{2AM.BM}=1-\dfrac{8}{x^2}$.

Ta được phương trình: $\dfrac{512}{x^6}+\left(1-\dfrac{8}{x^2}\right)^2=1$. Giải phương trình ta được $x=2\sqrt{2}$.

Cách 2: Nhận xét: $\begin{cases}CD\perp AM\\CD\perp BM\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABM)$

$V_{ABCD}=2V_{NBCD}=2.\dfrac{1}{3}V_{BNCD}=\dfrac{2}{3}BN.S_{DNC}=\dfrac{2}{3}.\sqrt{3}.\left(\dfrac{1}{2}MN.DC\right)$

trong đó $\begin{cases}DN=\sqrt{AB^2-AN^2}=\sqrt{x^2-3}\\MN=\sqrt{DN^2-DM^2}=\dfrac{\sqrt{3x^2-12}}{2}\end{cases},\left(0<x<a\sqrt{3}\right)$.

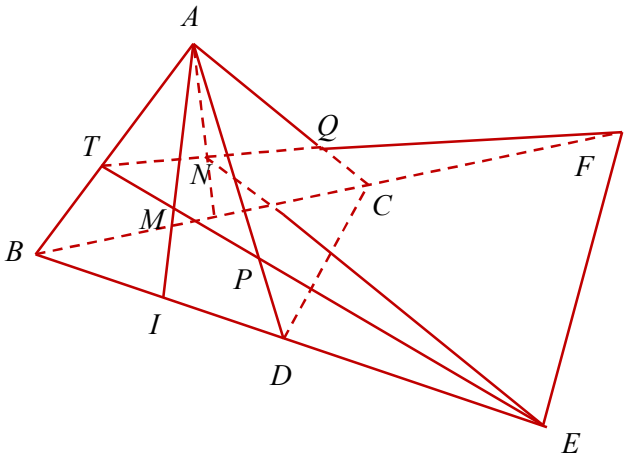
$V_{ABCD}=\frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{3x^2-12}}{2}.x=2\sqrt{2}\Rightarrow x=2\sqrt{2}$.

Câu 54: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua điểm D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{80}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{320}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Gọi $P=ME\cap AD$; $T=ME\cap AB$. Trong mặt phẳng (ABC) đường thẳng TN cắt AC, BC lần lượt tại Q, F. Khi đó mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện đã cho phần chứa đỉnh A là tứ diện $ATPQ$.

Gọi I là trung điểm BD. Xét ΔAID ta có: $\frac{ED}{EI}.\frac{MI}{MA}.\frac{PA}{PD}=1$ (định lý Menelaus)$\Rightarrow\frac{PA}{PD}=3$.

Tương tự ta có: $\frac{QA}{QC}=3$

Xét ΔAIB ta có: $\frac{EI}{EB}.\frac{TB}{TA}.\frac{MA}{MI}=1\Leftrightarrow\frac{TB}{TA}=\frac{2}{3}$.

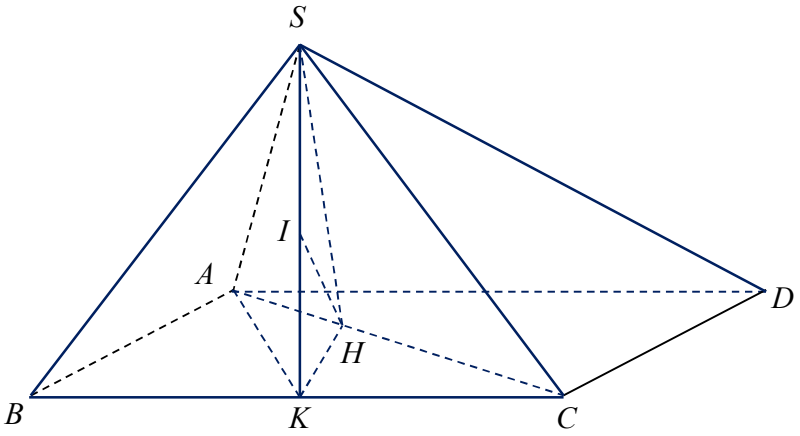
Mặt khác ta có: $\frac{V_{ATPQ}}{V_{ABCD}}=\frac{AT}{AB}.\frac{AP}{AD}.\frac{AQ}{AC}=\frac{3}{5}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4}=\frac{27}{80}\Rightarrow V_{ATPQ}=\frac{27}{80}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{9a^3\sqrt{2}}{320}$.

Câu 55: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thoả mãn $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $BC=2a$. Biết tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$. **B.** $V=\frac{a^3}{3\sqrt{5}}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. **D.** $V=\frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

$\left.\begin{array}{l} CD \perp SC \\ CD \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm BC. $\left.\begin{array}{l} BC \perp SK \\ BC \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp HK$.

Kẻ $HI \perp SK, (I \in SK) \Rightarrow HI \perp (SBC) \Rightarrow d(H;(SBC)) = HI$.

$AD // (SBC) \Rightarrow d(A;(SBC)) = d(D;(SBC))$.

$\Delta CKH \sim \Delta CAB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{HK}{AB} = \dfrac{CH}{BC} = \dfrac{CK}{CA} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow HC = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $HK = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

$\dfrac{d(A;(SBC))}{d(H;(SBC))} = \dfrac{AC}{HC} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow HI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{9}$.

$\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HK^2} + \dfrac{1}{SH^2} \Rightarrow \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{81}{12a^2} - \dfrac{3}{a^2} = \dfrac{15}{4a^2} \Rightarrow SH = \dfrac{2a}{\sqrt{15}}$.

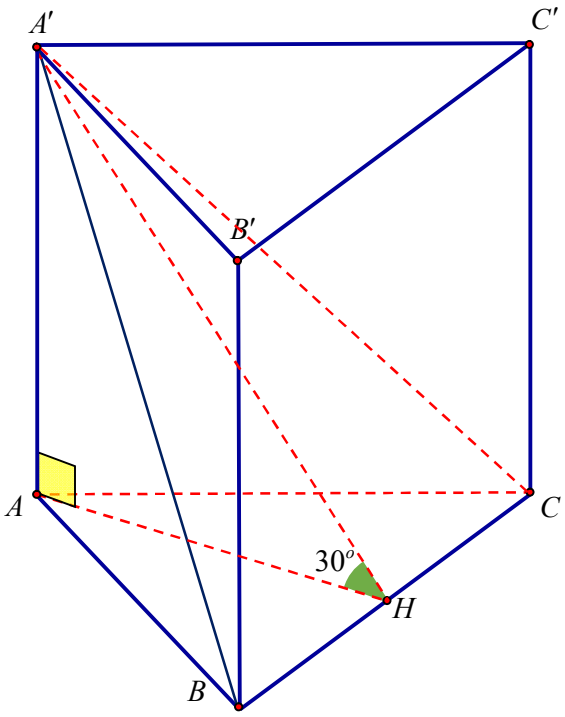
Thể tích cần tìm là $V = \dfrac{1}{3}\dfrac{2a}{\sqrt{15}}.a^2\sqrt{3} = \dfrac{2a^3}{3\sqrt{3}}$.

Câu 56: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho khối trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 8\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 64\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta lại có: $\left.\begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp AA'$

$\Rightarrow$ góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $30°$.

Gọi $BC = 2x$, theo đề ta có: $\begin{cases} AH = x\sqrt{3} \\ AA' = AH.\tan(30°) = x \end{cases} \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 + AH^2} = 2x$.

$S_{\Delta A'BC} = 8a^2 \Rightarrow \frac{1}{2}BC.A'H = 8a^2 \Rightarrow \frac{1}{2}.2x.2x = 8a^2 \Rightarrow x = 2a$.

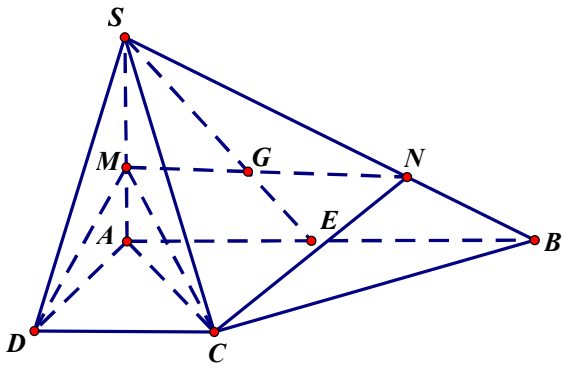
Vậy thể tích cần tìm: $V = S_{\Delta ABC}.AA' = \left((4a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}\right).2a = 8\sqrt{3}a^3$.

Câu 57: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D; SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$; $AB = 2a$, $AD = CD = a$. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Mặt phẳng (P) đi qua CD và trọng tâm G của tam giác SAB cắt các cạnh SA, SB lần lượt tại M, N. Thể tích V của khối chóp $S.CDMN$ theo a là

A. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{9}$. **B.** $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{81}$. **C.** $V = \frac{14\sqrt{3}a^3}{27}$. **D.** $V = \frac{7\sqrt{6}a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} G \in (P) \cap (SAB) \\ CD \;//\; AB \end{cases}$

Suy ra: giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SAB) là $MN \;//\; AB \;//\; CD$.

Ta có: $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SG}{SE} = \dfrac{2}{3}$ (do $MG \;//\; AB$).

Mặt khác, ta có: $\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{SG}{SE} = \dfrac{2}{3}$.

$\dfrac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}} = \dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MCD} = \dfrac{2}{3} V_{S.ACD}$.

$S_{ACD} = S_{AEC} = S_{EBC} = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}$ hay $V_{S.ACD} = \dfrac{1}{3} V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.MCD} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{3} V_{S.ABCD} = \dfrac{2}{9} V_{S.ABCD}$.

$\dfrac{V_{S.MNC}}{V_{S.ACB}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{4}{9} \Rightarrow V_{S.MNC} = \dfrac{4}{9} V_{S.ACB} = \dfrac{4}{9}.\dfrac{2}{3} V_{S.ABCD} = \dfrac{8}{27} V_{S.ABCD}$.

$V_{S.MCD} + V_{S.MNC} = \dfrac{2}{9} V_{S.ABCD} + \dfrac{8}{27} V_{S.ABCD} \Leftrightarrow V_{S.CDMN} = \dfrac{14}{27} V_{S.ABCD}$.

Gọi E là trung điểm của AB. Xét tứ giác $ADCE$ ta có:

$AD = CD$, $AE \;//\; CD$, $AE = CD$ nên $ADCE$ là hình vuông nên $CE = a = \dfrac{1}{2} AB$

hay tam giác ACB vuông tại C. Suy ra $AC \perp CB$.

Mặt khác $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAC)$. Do đó $((SBC),(ABCD)) = 60°$.

$\tan 60° = \dfrac{SA}{AC} \Leftrightarrow SA = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

Mặt khác $S_{ABCD} = \dfrac{(AB + CD).AD}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$ nên $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{6}.\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

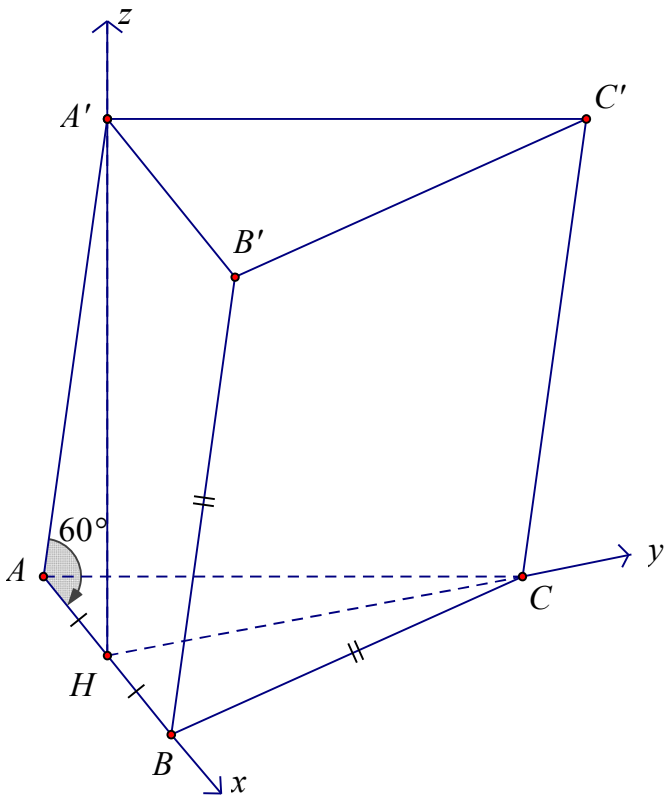
Vậy $V_{S.CDMN} = \dfrac{14}{27} V_{S.ABCD} = \dfrac{14}{27}.\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2} = \dfrac{a^3 7\sqrt{6}}{27}$.

Câu 58: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh $AB = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BC và AA' theo a.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{15}a}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề ra ta có: $\left(AA';\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'AH}=60°$.

Chọn hệ trục toạ độ $Hxyz$ như hình vẽ.

Tam giác $A'HA$ vuông tại H: $A'H=AH.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC đều cạnh $2a\Rightarrow CH=a\sqrt{3}$.

Ta có: $A\left(-a;0;0\right)$, $B\left(a;0;0\right)$, $C\left(0;a\sqrt{3};0\right)$, $A'\left(0;0;a\sqrt{3}\right)$.

$\overrightarrow{AA'}=\left(a;0;a\sqrt{3}\right)$, $\overrightarrow{BC}=\left(-a;a\sqrt{3};0\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(2a;0;0\right)$.

$\left[\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{BC}\right]=\left(-3a^2;-a^2\sqrt{3};a^2\sqrt{3}\right)$; $\left[\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}=-6a^3$.

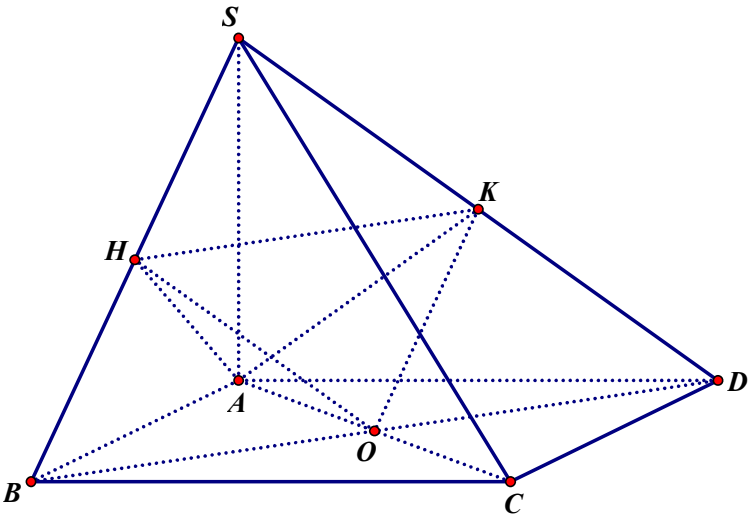
$$d\left(AA';BC\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{BC}\right]\right|}=\frac{6a^3}{a^2\sqrt{15}}=\frac{2a\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 59: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của SB, SD. Tỷ số thể tích $\frac{V_{AOHK}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Vì H và K, O lần lượt là trung điểm của SB và SD, BD nên $S_{OHK}=\frac{1}{4}S_{SBD}$

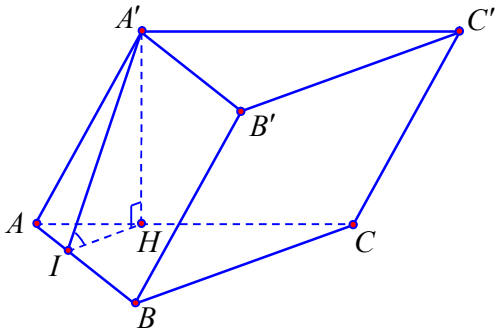
Suy ra $V_{AOHK}=\frac{1}{4}V_{A.SBD}=\frac{1}{4}V_{S.ABD}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}\Rightarrow\frac{V_{AOHK}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 60: **(THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC=2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{5}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{3}=BC$ và $\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{3a^2}{2}$.

Ta có $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc $60°$ là $\widehat{A'IH}=60°$, với $IH\,//\,BC$.

Suy ra $A'H=IH\tan 60°=\frac{1}{3}BC.\sqrt{3}=a=h$.

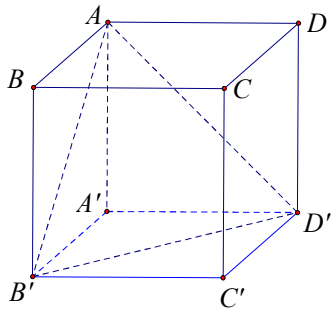
Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.h = \dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 61: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật có độ dài đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$. Tính thể tích của khối hộp đã cho.

A. $V = \dfrac{\sqrt{5}.\sqrt{10}.\sqrt{18}}{6}$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = 4$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo các mặt bên lần lượt là $AB' = \sqrt{5}$, $B'D' = \sqrt{10}$, $AD' = \sqrt{13}$.

Đặt $AA' = x$, $A'B' = y$, $A'D' = z$ $(x, y, z > 0)$.

Áp dụng định lý Py-ta-go cho các tam giác vuông $A'AB'$, $A'B'D'$, $A'AD'$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 + z^2 = 13 \\ y^2 + z^2 = 10 \end{cases}. \text{ Suy ra } \begin{cases} x^2 = 4 \\ y^2 = 1 \\ z^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases} (\text{vì } x, y, z > 0).$$

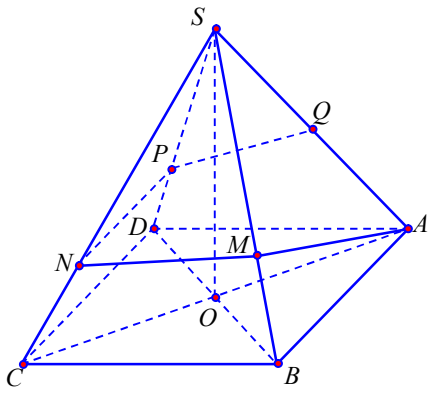
Vậy thể tích khối lập phương là $V = xyz = 6$.

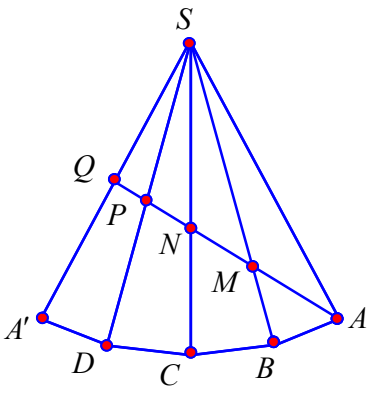
Câu 62: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = a$ và $\widehat{SAB} = \dfrac{11\pi}{24}$. Gọi Q là trung điểm cạnh SA. Trên các cạnh SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm M, N, P không trùng với các đỉnh của hình chóp. Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $AM + MN + NP + PQ$ theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}\sin\dfrac{11\pi}{24}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}\sin\dfrac{11\pi}{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn B





Do hình chóp tứ giác đều nên mỗi mặt bên đều là các tam giác cân, theo giả thiết $\widehat{SAB}=\dfrac{11\pi}{24}$ nên $\widehat{ASB}=\pi-\dfrac{22\pi}{24}=\dfrac{\pi}{12}$ (1).

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải các mặt bên thành một mặt phẳng ta được hình vẽ như trên sao cho khi ghép lại thì $A\equiv A'$. Khi đó, tổng $AM+MN+NP+PQ$ là tổng các đường gấp khúc nên tổng này nhỏ nhất nếu xảy ra các điểm A, Q, M, N, P thẳng hàng. Đồng thời theo (1) ta có $\widehat{ASA'}=4.\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{3}$ (2) suy ra tam giác SAA' là tam giác đều.

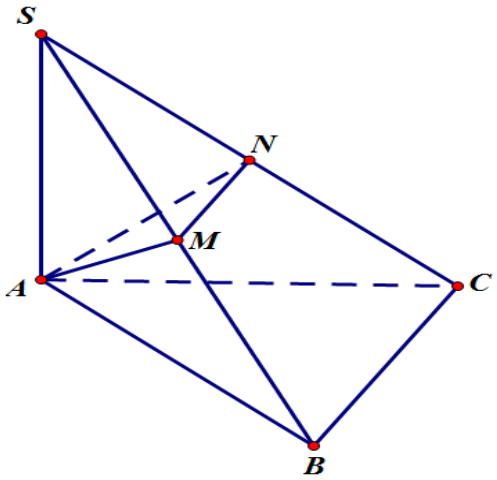
Vậy $AQ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ hay giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+MN+NP+PQ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC. Thể tích V của khối chóp $A.BCNM$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Do $SA=AB=AC=a$ nên các tam giác SAC, SAB cân tại A.

Theo đề bài M, N là hình chiếu của A trên SB, SC nên M, N lần lượt là trung điểm SB, SC.

Khi đó: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM.SN}{SB.SC}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

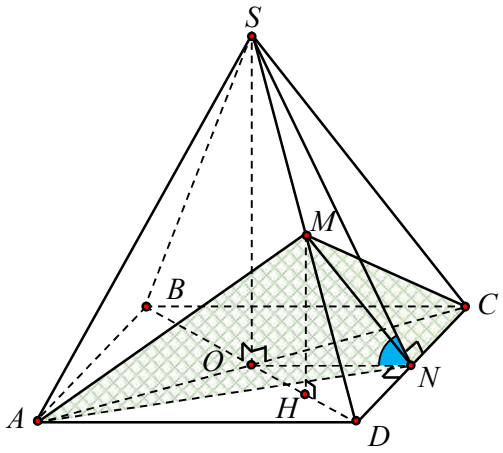
Vậy thể tích khối chóp $A.BCNM$ là $V_{A.BMNC}=V_{S.ABC}-V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}-\frac{a^3\sqrt{3}}{48}=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh cạnh SD, DC. Thể tích khối tứ diện $ACMN$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Góc giữa cạnh bên (SAB) và mặt đáy là góc $\widehat{SNO}=60°$.

Xét tam giác ΔSNO, ta có $SO=NO.\tan 60°=a.\sqrt{3}=a\sqrt{3}$.

Lại có M là trung điểm của SD nên $d\left(M,(ABCD)\right)=\frac{1}{2}d\left(S,(ABCD)\right)=\frac{1}{2}SO=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

N là trung điểm của CD nên $S_{\Delta ACN}=\frac{1}{4}S_{ABCD}=\frac{1}{4}4a^2=a^2$

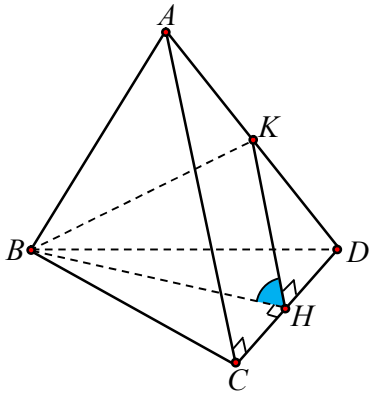
Do đó, thể tích khối $MACN$ là $V_{MACN}=\frac{1}{3}.d\left(M,(ABCD)\right).S_{ACN}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 3: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AD=a\sqrt{2}$, $BC=BD=a$ và $CA=CD=x$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (ACD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Biết thể tích của khối tứ diện bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm cạnh CD và K là trung điểm cạnh AD.

Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ACD}.d\left(B,(ACD)\right)\Leftrightarrow S_{ACD}=\frac{3V}{d\left(B,(ACD)\right)}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}AD.CK=\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}.\frac{2}{a\sqrt{3}}\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-a^2}=a\Leftrightarrow x=a$

Tam giác ACD có $CA=CD=x=a$; $AD=a\sqrt{2}$ $\Rightarrow$ tam giác ACD vuông cân tại C

$\Rightarrow HK\perp CD$ và $HK=\dfrac{a}{2}$.

Mà: $BC=BD\Rightarrow BH\perp CD$ nên $\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)=\widehat{BHK}$

Mặt khác

Tam giác ABD có $BK^2=\dfrac{2\left(AB^2+BD^2\right)-AD^2}{4}=a^2$ $\Rightarrow BK=a$.

Tam giác BHK có $BH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK=\dfrac{a}{2}$ và $BH^2+HK^2=BK^2$

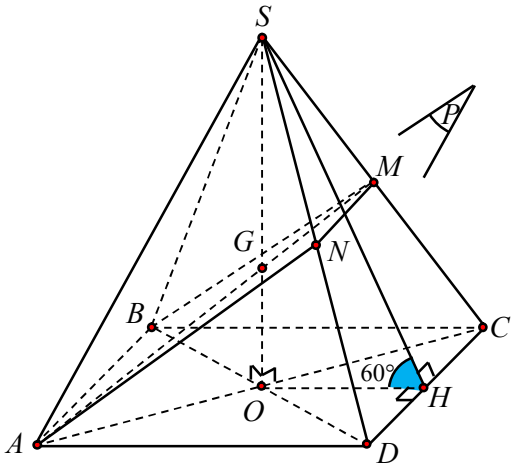
$\Rightarrow$tam giác BHK vuông tại H $\Rightarrow\widehat{BHK}=90°$ hay $\left(\widehat{(ACD),(BCD)}\right)=90°$.

Câu 4: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc $60°$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M và N. Thể tích khối chóp $S.ABMN$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm cạnh CD và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên các mặt bên hợp với đáy các góc bằng nhau

Giả sử $\left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right)=\widehat{SHO}=60°$

Tam giác SHO vuông tại O có $SO=OH.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác: $\begin{cases}(P)\cap(SCD)=MN\\AB\subset(P),MN\subset(SCD)\Rightarrow MN//CD//AB\\AB//CD\end{cases}$

Mà G là trọng tâm tam giác SAC nên G cũng là trọng tâm tam giác $SBD\Rightarrow\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}$.

Ta lại có $\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}}=\frac{SM}{SC}\Rightarrow V_{SABM}=\frac{1}{2}V_{SABC}=\frac{1}{4}V_{SABCD}$

$\frac{V_{SAMN}}{V_{SACD}}=\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SD}\Rightarrow V_{SAMN}=\frac{1}{4}V_{SACD}=\frac{1}{8}V_{SABCD}$

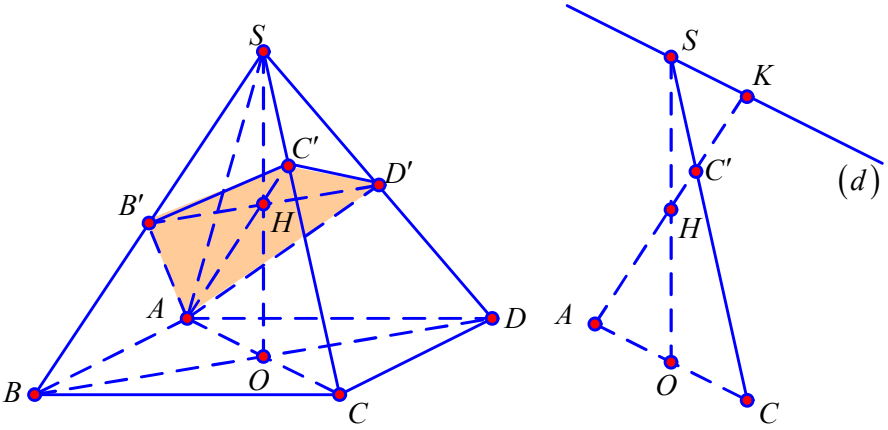
Khi đó $V_{SABMN}=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)V_{SABCD}=\frac{3}{8}V_{SABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ đáy là hình bình hành có thể tích bằng V. Lấy điểm B', D' lần lượt là trung điểm của cạnh SB và SD. Mặt phẳng qua $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C'. Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng

A. $\frac{V}{3}$ **.B.** $\frac{2V}{3}$. **C.** $\frac{V^3}{3}$. **D.** $\frac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD thì $SO\cap B'D'=H$. Khi đó H là trung điểm của SO và $C'=AH\cap SO$.

Trong mặt phẳng (SAC): Ta kẻ $(d)//AC$ và AC' cắt (d) tại K. Khi đó áp dụng tính đồng dạng của các tam giác ta có : $\frac{OH}{SH}=\frac{OA}{SK}=1\Rightarrow SK=OA\Rightarrow\frac{SK}{AC}=\frac{1}{2}$;

$\frac{SK}{AC}=\frac{SC'}{CC'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}$.

Vì $V_{S.ABD}=V_{S.BCD}=\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}=\frac{V}{2}$ nên ta có $\frac{V_{S.AB'D'}}{V_{S.ABD}}=\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SB'}{SB}\cdot\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow V_{S.AB'D'}=\frac{1}{8}V$ và

$\frac{V_{S.B'C'D'}}{V_{S.BCD}}=\frac{SB'}{SB}\cdot\frac{SC'}{SC}\cdot\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{4}\cdot\frac{SC'}{SC}\Leftrightarrow V_{S.B'C'D'}=\frac{SC'}{SC}\cdot\frac{V}{8}$.

Suy ra $V_{S.AB'C'D'}=V_{S.AB'D'}+V_{S.B'C'D'}=\frac{1}{8}V+\frac{SC'}{SC}\cdot\frac{V}{8}=\frac{V}{8}\left(1+\frac{SC'}{SC}\right)=\frac{V}{6}$.

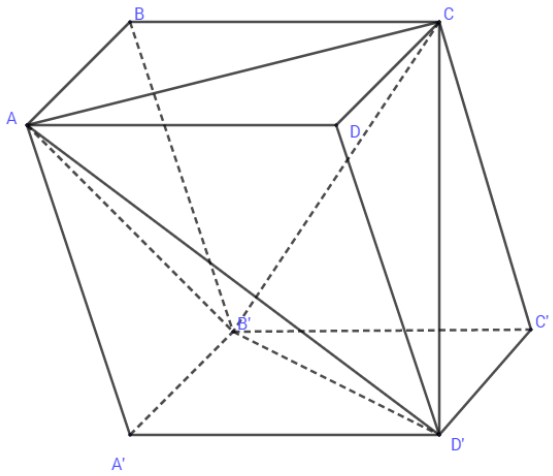
Lưu ý :Có thể sử dụng nhanh công thức $\frac{SA}{SA'}+\frac{SC}{SC'}=\frac{SB}{SB'}+\frac{SD}{SD'}$

Câu 6: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $A'CB'D'$. **B.** $A'C'BD$. **C.** $ACB'D'$. **D.** $AC'B'D'$.

Lời giải :

Chọn C



Khi cắt khối hộp bởi các mặt phẳng trên ta được 5 khối tứ diện $AA'B'D'$, $B'ABC$, $CC'B'D'$, $D'DAC$, $AB'D'C$. Gọi V là thể tích của khối hộp.

$V_{AA'B'D'} = V_{B'ABC} = V_{CC'B'D'} = V_{D'ADC} = \frac{1}{6}V$

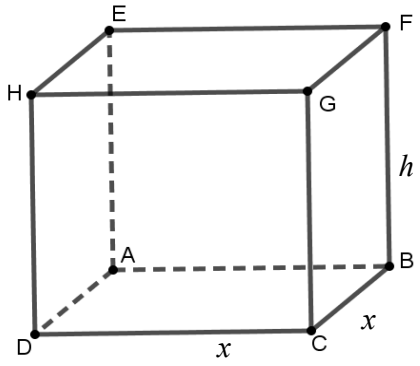
Suy ra $V_{ACB'D'} = \frac{1}{3}V$ nên tứ diện $ACB'D'$ có thể tích lớn nhất.

Câu 7: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

A. $\sqrt[3]{180^2}\ (cm)$. **B.** $\sqrt[3]{360}\ (cm)$. **C.** $\sqrt[3]{720}\ (cm)$. **D.** $\sqrt[3]{180}\ (cm)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi x là độ dài cạnh đáy, h là chiều cao của hình hộp.

Theo bài ra ta có: $x^2h = 180 \Rightarrow h = \frac{180}{x^2}$.

Nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất khi diện tích toàn phần S nhỏ nhất.

$S = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + 4x.\frac{180}{x^2}$

$S = 2x^2 + \frac{720}{x} = 2x^2 + \frac{360}{x} + \frac{360}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2\left(\frac{360}{x}\right)\left(\frac{360}{x}\right)} = 3\sqrt[3]{2.360^2}$.

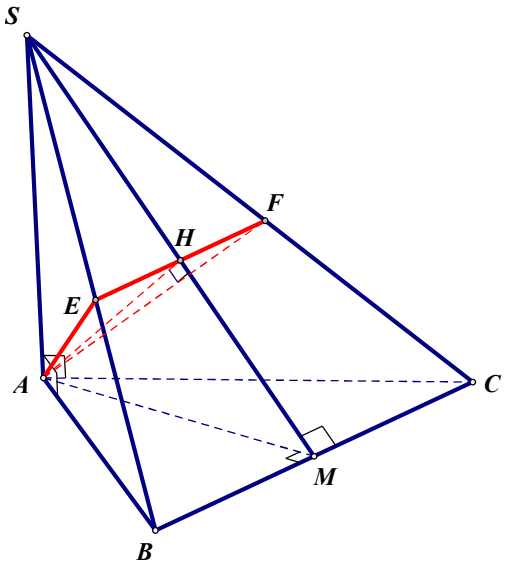
Dấu bằng xảy ra khi: $2x^2 = \frac{360}{x} \Leftrightarrow x^3 = 180 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{180}$. Khi đó $h = \sqrt[3]{180}$.

Câu 8: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB, SC lần lượt tại E, F. Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{2a^3}{5}$. **D.** $V = \frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC \perp SM$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Do $FE = (P) \cap (SBC)$ $\Rightarrow FE \perp SM \Rightarrow FE \parallel BC$ và FE đi qua H.

$V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} \Leftrightarrow \frac{SE}{SB}.\frac{SF}{SC} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{SH}{SM}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{1}{2}$. Vậy H là trung điểm cạnh SM.

Suy ra ΔSAM vuông cân tại $A \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

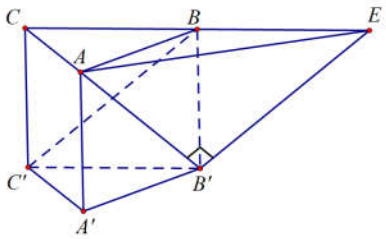
Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 9: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{7a^3}{8}$. **B.** $V = a^3\sqrt{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B. Khi đó tam giác ACE vuông tại A.

$\Rightarrow AE=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Mặt khác, ta có $BC'=B'E=AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B'.

$\Rightarrow AB'=\dfrac{AE}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra: $AA'=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2-a^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

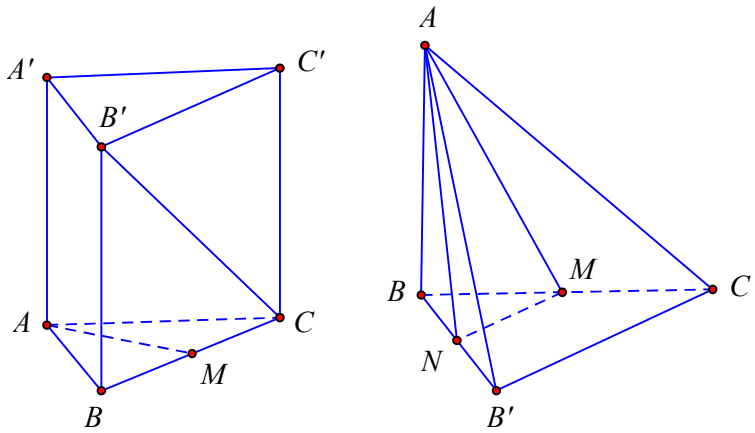
Vậy $V=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 10: **(THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB=BC=a$, $AA'=a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách d của hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông và $AB=BC=a$ nên ΔABC chỉ có thể vuông tại B.

Ta có $\begin{cases}AB\perp BC\\AB\perp BB'\end{cases}\Rightarrow AB\perp(BCB')$.

Kẻ $MN\,//\,B'C\Rightarrow B'C\,//\,(AMN)$

$\Rightarrow d=d(B'C,MN)=d(B'C,(AMN))=d(C,(AMN))=d(B,(AMN))$.

Tứ diện $BAMN$ là tứ diện vuông

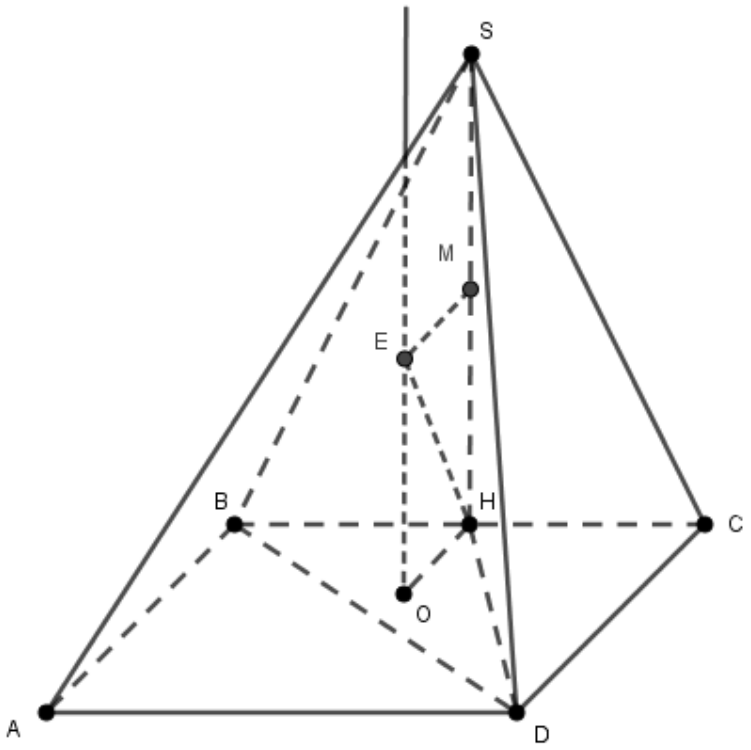
$\Rightarrow \dfrac{1}{d^2}=\dfrac{1}{BA^2}+\dfrac{1}{BM^2}+\dfrac{1}{BN^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{7}{a^2}\Rightarrow d=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 11: **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BC, $SH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi R và r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$ và tam giác BHD.

Ta có $HB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $HD=\sqrt{HC^2+DC^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+a^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $BD=\sqrt{a+2a^2}=a\sqrt{3}$.

Áp dụng định lí Cô sin, ta có

$$\cos BHD=\frac{\frac{a^2}{2}+\frac{3a^2}{2}-3a^2}{2\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \sin BHD=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Diện tích tam giác BHD là $S_{\Delta BHD}=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Do đó $r=\frac{HB.HD.BD}{4S}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{3}}{a^2\sqrt{2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD và M là trung điểm SH. Mặt phẳng trung trực của SH cắt trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD tại E. Khi đó E là tâm mặt cầu cần tìm.

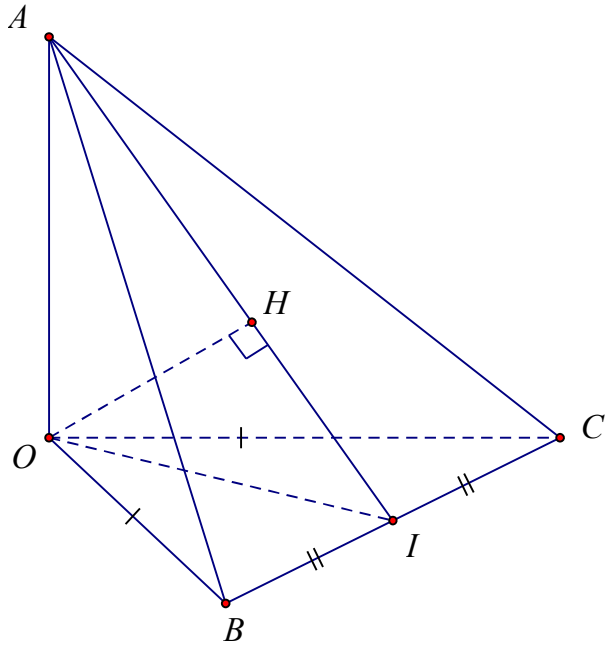
Ta có $R=\sqrt{r^2+MH^2}=\sqrt{r^2+\frac{SH^2}{4}}=\sqrt{r^2+\frac{SH^2}{4}}=\sqrt{\frac{9a^2}{2}+\frac{a^2}{8}}=\frac{a\sqrt{17}}{4}$.

Câu 12: **(THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $OB=OC=a$. Gọi H là hình chiếu của điểm O trên mặt phẳng (ABC). Tính thể tích khối tứ diện $OABH$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết suy ra: ΔABC cân tại A có: $\begin{cases} AB=AC=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ BC=a\sqrt{2} \end{cases}$.

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow AI \perp BC$.

Giả sử H là trực tâm của tam giác ABC.

Ta thấy $OA \perp (OBC)$

Vì $OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$ và $AC \perp BH$ nên: $AC \perp (OBH) \Rightarrow OH \perp AC$ (1).

$BC \perp (OAI) \Rightarrow OH \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp (ABC)$.

Có: $OI=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=OA$.

$\Rightarrow \Delta AOI$ vuông cân tại $O \Rightarrow H$ là trung điểm AI và $OH=\dfrac{1}{2}AI=\dfrac{a}{2}$.

Khi đó: $S_{ABH}=\dfrac{1}{2}S_{ABI}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.AI.BI=\dfrac{1}{4}.a.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{8}$.

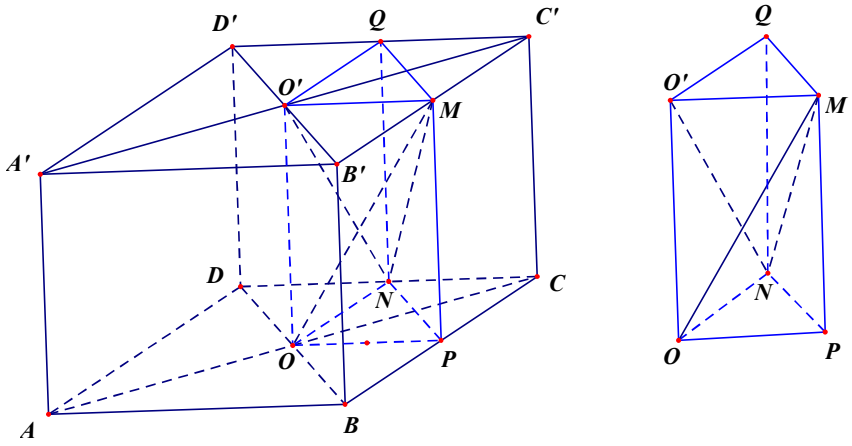
Câu 13: Vậy thể tích khối tứ diện $OABH$ là: $V=\dfrac{1}{3}OH.S_{ABH}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{8}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có

cạnh bằng a. Gọi O và O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $B'C'$ và CD. Tính thể tích khối tứ diện $OO'MN$.

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC và $C'D'$.

Ta có $S_{\Delta OPN} = \frac{1}{4}S_{\Delta BCD} = \frac{1}{8}S_{ABCD} = \frac{a^2}{8} \Rightarrow V_{OPN.O'MQ} = \frac{a^3}{8}$.

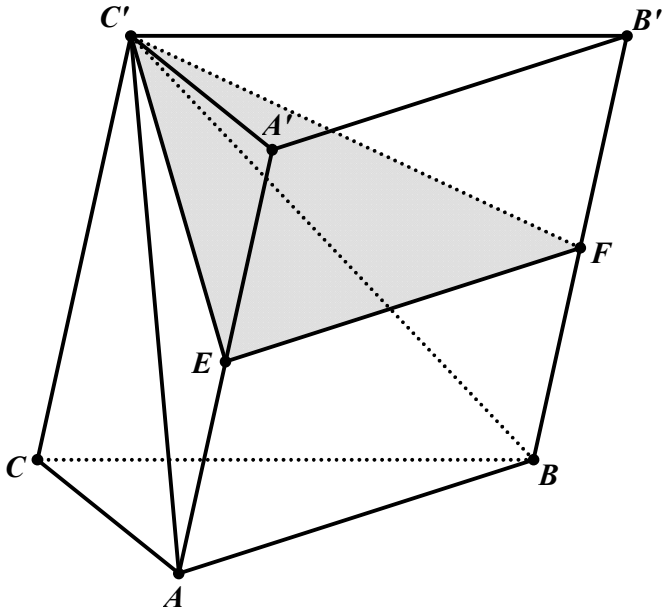
Mà $V_{OO'MN} = V_{OPN.O'MQ} - V_{M.OPN} - V_{N.O'MQ} = \frac{a^3}{8} - \frac{1}{3}.\frac{a^3}{8} - \frac{1}{3}.\frac{a^3}{8} = \frac{a^3}{24}$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Xét khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng đi qua C' và các trung điểm của AA', BB' chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số thể tích bằng:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E, F lần lượt là các trung điểm của AA' và BB' khi đó ta có:

$V_{C'.A'B'FE}=\frac{1}{2}V_{C'.A'B'BA}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Suy ra $V_{CC'.ABFE}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

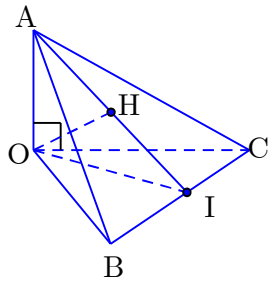
Vậy mặt phẳng $(C'EF)$ chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số thể tích bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 15: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA=3, OB=4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. 3. **B.** $\frac{\sqrt{41}}{12}$. **C.** $\frac{144}{\sqrt{41}}$. **D.** $\frac{12}{\sqrt{41}}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $V_{OABC}=\frac{1}{3}OC.S_{OAB}=\frac{1}{3}OC.\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{6}OC.OA.OB=6\Rightarrow OC=\frac{36}{OA.OB}=3$.

Vẽ $OI\perp BC$, $OH\perp AI$ suy ra: $OH\perp(ABC)\Rightarrow OH=d(O;(ABC))$.

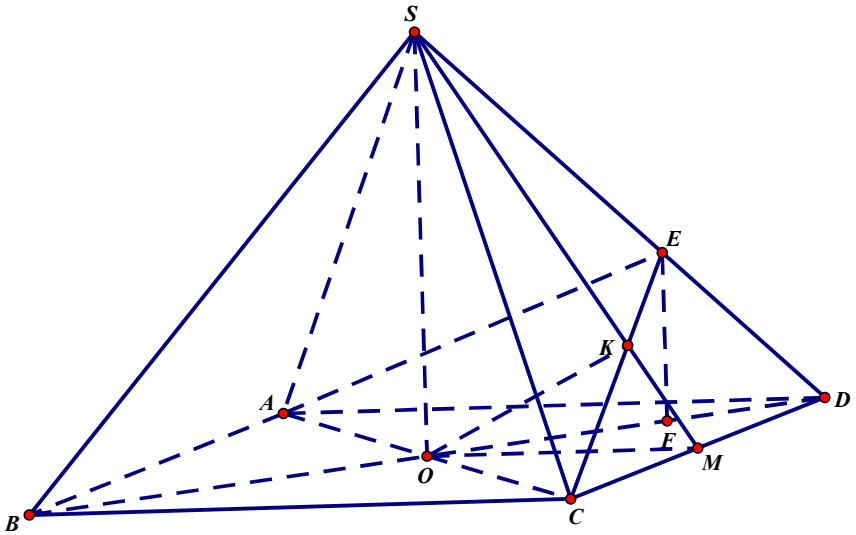
Lại có: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OI^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{41}{144}\Rightarrow OH=\frac{12\sqrt{41}}{41}$.

Câu 16: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AC và vuông góc với mặt phẳng (SCD), cắt đường thẳng SD tại E. Gọi V và V_1 lần lượt là thể tích các khối chóp $S.ABCD$ và $D.ACE$. Tính số đo góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp $S.ABCD$ biết $V = 5V_1$.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm CD. Góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMO}$.

Dựng $OK \perp SM$ dễ thấy $OK \perp (SCD)$.

Vậy $OK \subset (P)$.

Kéo dài $CK \cap SD = \{E\}$. Đây là giao điểm cần tìm.

Ta có $\dfrac{V_{S.ABCD}}{V_{E.ACD}} = 5 \Rightarrow \dfrac{d(S,(ABCD)).S_{ABCD}}{d(E,(ABCD)).S_{ACD}} = 5 \Rightarrow \dfrac{d(S,(ABCD)).2S_{ACD}}{d(E,(ABCD)).S_{ACD}} = 5$

$\Rightarrow \dfrac{d(S,(ABCD))}{d(E,(ABCD))} = \dfrac{5}{2}$.

Dựng $EF // SO (F \in OD)$ vậy $\Rightarrow \dfrac{DE}{DS} = \dfrac{DF}{DO} = \dfrac{EF}{SO} = \dfrac{2}{5}$.

Giả sử $AB = a$, $OD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SD = b$.

Xét tam giác vuông SOD.

Dễ thấy $OE \perp SD$ ta có $OD^2 = DE.DS \Rightarrow \dfrac{OD^2}{DS^2} = \dfrac{DE}{DS} = \dfrac{2}{5}$.

$\Rightarrow DS = \dfrac{\sqrt{5}OD}{\sqrt{2}} \Rightarrow DS = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

$SM = \sqrt{SD^2 - MD^2} = a$

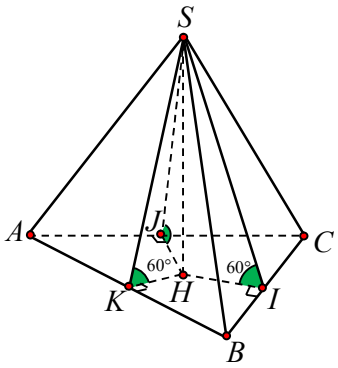
Xét tam giác vuông SOM vuông tại O có $\cos\widehat{SMO} = \dfrac{OM}{SM} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SMO} = 60^o$.

Câu 17: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB=5(\text{cm})$, $BC=6(\text{cm})$, $AC=7(\text{cm})$. Các mặt bên tạo với đáy 1 góc $60°$. Thể tích của khối chóp bằng:

A. $\frac{105\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{35\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. **C.** $24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $8\sqrt{3}(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) và I, J, K là hình chiếu vuông góc của H lên các cạnh BC, CA, AB

Ta có $SH\perp(ABC)$; $HI\perp BC$, $HJ\perp CA$, $HK\perp AB$

$\Rightarrow\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SIH}$; $\left(\widehat{(SCA),(ABC)}\right)=\widehat{SJH}$, $\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right)=\widehat{SKH}$.

Mà các mặt bên tạo với đáy 1 góc $60°$ nên $\widehat{SIH}=\widehat{SJH}=\widehat{SKH}=60°$.

$\Rightarrow\Delta SHI=\Delta SHJ=\Delta SHK$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow HI=HJ=HK\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC

Mặt khác $S_{ABC}=\sqrt{p(p-BC)(p-CA)(p-AB)}$, với $p=\frac{AB+BC+CA}{2}=9$

$\Rightarrow S_{ABC}=6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$.

Mà $S_{ABC}=pr\Rightarrow r=\frac{2\sqrt{6}}{3}\Leftrightarrow HI=HJ=HK=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác SHI vuông tại H có $SH=HI.\tan 60°=2\sqrt{2}\ (\text{cm})$.

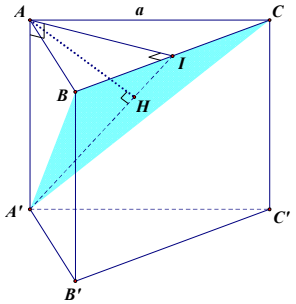
Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=8\sqrt{3}$.

Câu 18: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng:

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'I$. Khi đó ta có:

$d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH=\dfrac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'I$ ta có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AI^2}\Rightarrow\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{4}{a^2}-\frac{4}{3a^2}=\frac{8}{3a^2}$$

Suy ra: $AA'=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

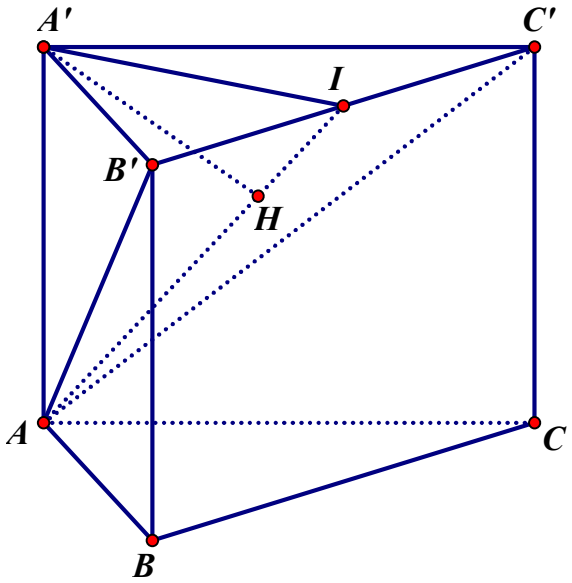
Thể tích khối lăng trụ là: $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{4}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 19: **(THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC//B'C'\Rightarrow BC//\left(AB'C'\right)$

suy ra $d\left(BC,AB'\right)=d\left(BC,\left(AB'C'\right)\right)=d\left(B,\left(AB'C'\right)\right)=d\left(A',\left(AB'C'\right)\right)$.

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI.

Ta có $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$ nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$ mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$

Khi đó $d(A',(AB'C')) = A'H = \dfrac{A'A.A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy khoảng cách cần tìm là $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

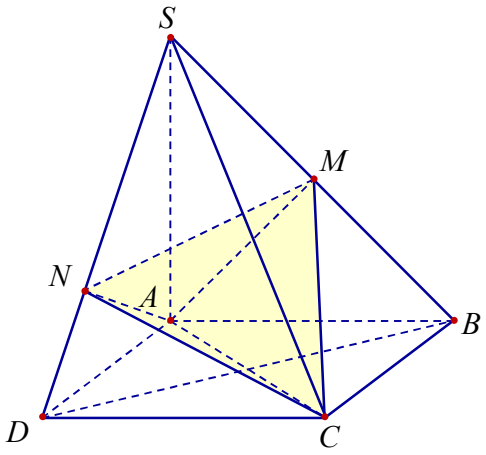
A. $V = \dfrac{1}{8}a^3$. **B.** $V = \dfrac{1}{6}a^3$. **C.** $V = \dfrac{1}{36}a^3$. **D.** $V = \dfrac{1}{12}a^3$.

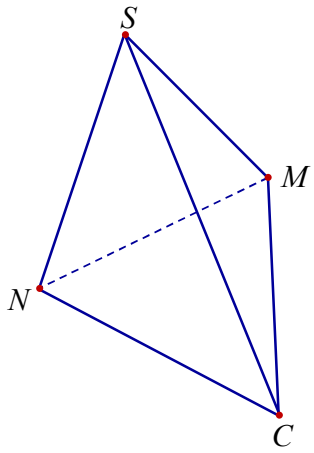
Lời giải

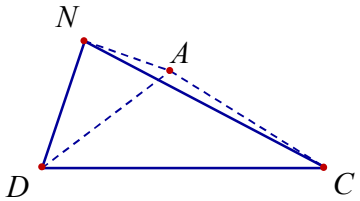
Chọn D

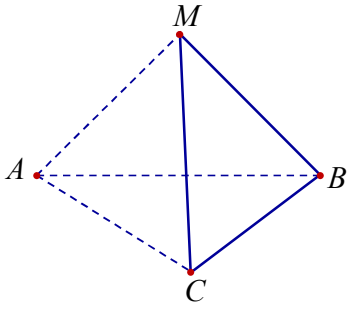
Cách 1: Phân rã hình:

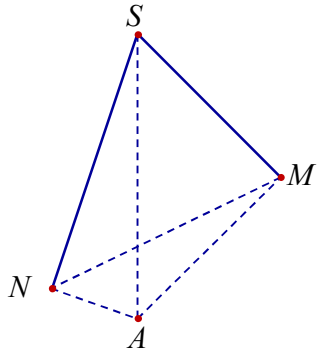
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{1}{3}\cdot a^3 = \dfrac{a^3}{3}$.











Thể tích tứ diện $SMNC$ là: $V_{SMNC} = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2}V_{S.BDC} = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}V = \dfrac{1}{6}V$.

Thể tích tứ diện $NACD$ là: $V_{NADC} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}V = \dfrac{1}{6}V$.

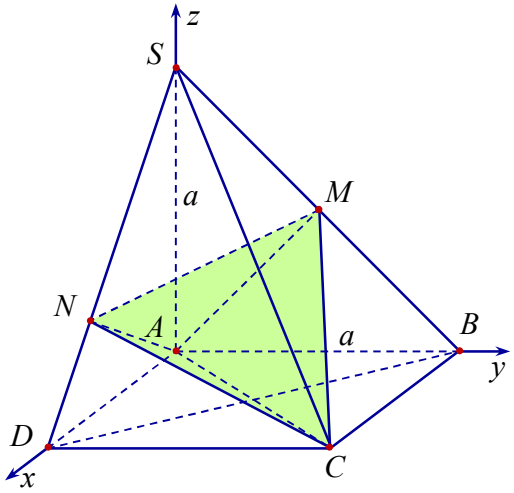
Thể tích tứ diện $MABC$ là: $V_{MABC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}V=\frac{1}{4}V$.

Thể tích tứ diện $SAMN$ là: $V_{SAMN}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}V_{S.BDC}=\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}V=\frac{1}{6}V$.

Mặt khác ta có: $V_{SMNC}+V_{NACD}+V_{MABC}+V_{SAMN}+V_{AMNC}=V_{S.ABCD}$

Suy ra $V_{AMNC}=V-\left(V_{SMNC}+V_{NACD}+V_{MABC}+V_{SAMN}\right)=V-\left(\frac{1}{6}V+\frac{1}{6}V+\frac{1}{4}V+\frac{1}{6}V\right)=\frac{1}{4}V=\frac{a^3}{12}$.

Cách 2: Dùng hệ tọa độ $Oxyz$:



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như sau: Gốc $O\equiv A$, trục Ox nhận $\overrightarrow{AD}$ làm véc tơ đơn vị.

Trục Oy nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc tơ đơn vị, trục Oz nhận $\overrightarrow{AS}$ làm véc tơ đơn vị.

Khi đó $A(0;0;0)$; $M\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$; $C(1;1;0)$; $N\left(\frac{2}{3};0;\frac{1}{3}\right)$.

$\overrightarrow{MN}\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{2};-\frac{1}{6}\right)$; $\overrightarrow{MC}\left(1;\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

$\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MC}\right]=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{6};\frac{5}{6}\right)$, $\overrightarrow{MA}\left(0;-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

$V_{ACMN}=\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MC}\right].\overrightarrow{MA}\right|=\frac{1}{12}$.

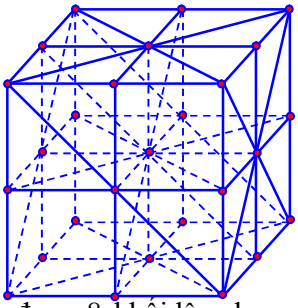
Vậy $V=\frac{1}{12}a^3$.

Câu 20: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2 cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1 cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của các khối lập phương cạnh 1 cm?

A. 2898. **B.** 2915. **C.** 2876. **D.** 2012.

Lời giải

Chọn C



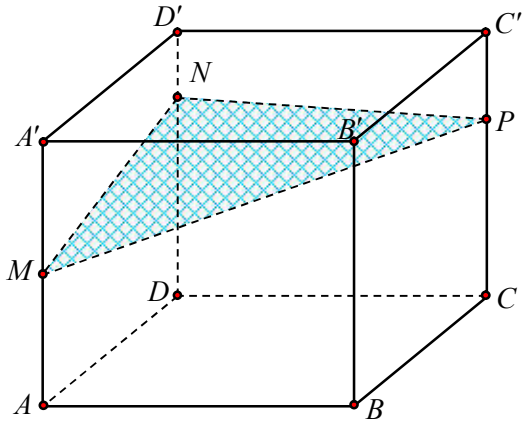
Từ khối lập phương ban đầu ta nhận được 8 khối lập phương cạnh 1 cm như hình vẽ nên tổng số đỉnh của các khối này là $9.3=27$.

Để có một tam giác ta cần chọn 3 trong 27 đỉnh và các đỉnh đó không thẳng.

Gọi các mặt của khối lập phương ban đầu theo vị trí tương đối ta có các mặt: trên-giữa-dưới; trước-giữa-sau và trái-giữa-phải. Trên tổng số các mặt này ta có số các bộ ba điểm thẳng hàng là: $8.3+5.3+2.3+4=49$ (tam giác).

Vậy có $C_{27}^3-49=2876$ (tam giác).

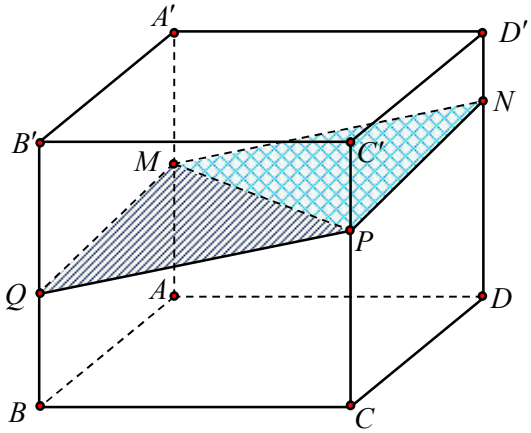
Câu 21: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M=MA$, $DN=3ND'$, $CP=2C'P$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



A. $\frac{5275}{6}$. **B.** $\frac{8440}{9}$. **C.** $\frac{7385}{18}$. **D.** $\frac{5275}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi Q là giao điểm của mặt phẳng (MNP) với BB'.

Giả sử $\frac{A'M}{AA'}=x$, $\frac{C'P}{CC'}=y$, $\frac{D'N}{DD'}=z$, $\frac{B'Q}{BB'}=t$. Khi đó $x+y=z+t$.

$$\frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'D'.ABD}}=\frac{x+z+t}{3}\Rightarrow\frac{V_{A'B'D'.MQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}}=\frac{x+z+t}{6}$$

$$\frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{C'B'D'.CBD}}=\frac{y+z+t}{3}\Rightarrow\frac{V_{C'B'D'.PQN}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}}=\frac{y+z+t}{6}$$

$$\Rightarrow\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}}=\frac{1}{2}(x+y)$$

$$\frac{V_{MNPQ.A'D'C'B'}}{V_{ABCD.A'D'C'B'}}=\frac{1}{2}\left(\frac{A'M}{AA'}+\frac{C'P}{CC'}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$$

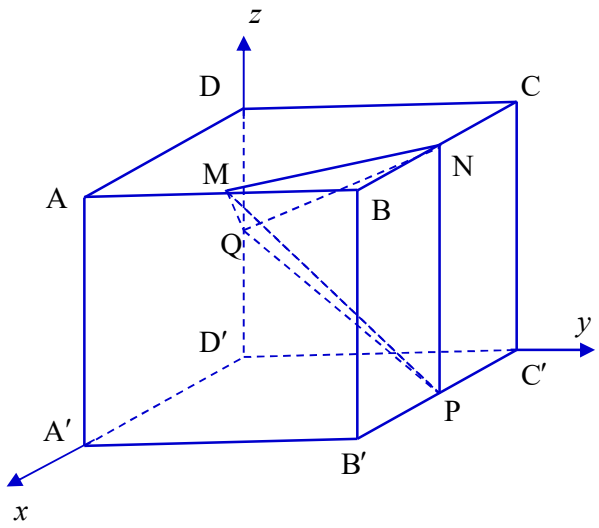
$$\Rightarrow V_{MNPQ.A'D'C'B'}=\frac{5}{12}.V_{ABCD.A'D'C'B'}=\frac{5275}{6}.$$

Câu 22: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, $C'D'$ và DD'. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $\begin{cases}D'\equiv O\\ Ox\equiv D'A'\\ Oy\equiv D'C'\\ Oz\equiv D'D\end{cases}$

Khi đó:

$A(1;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(0;1;1)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;0;0)$, $B'(1;1;0)$, $C'(0;1;0)$

$M\left(1;\frac{1}{2};1\right)$, $N\left(\frac{1}{2};1;1\right)$, $P\left(0;\frac{1}{2};0\right)$, $Q\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{MN}\left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $\overrightarrow{MP}\left(-1;\frac{1}{2};\frac{-1}{2}\right)$, $\overrightarrow{MQ}\left(-1;\frac{-1}{2};\frac{-1}{2}\right)$

$\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right|=\left|\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{8}\right|=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow V_{MNPQ}=\frac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right].\overrightarrow{MQ}\right|=\frac{1}{24}.$

Câu 23: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V, gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD và BCD. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A. $\frac{4V}{9}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{4V}{27}$.

Lời giải

Chọn **C**

Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD.

Ta có $\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFI}}=\frac{8}{9}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{8}{9}V_{AEFI}=\frac{2}{9}V$.

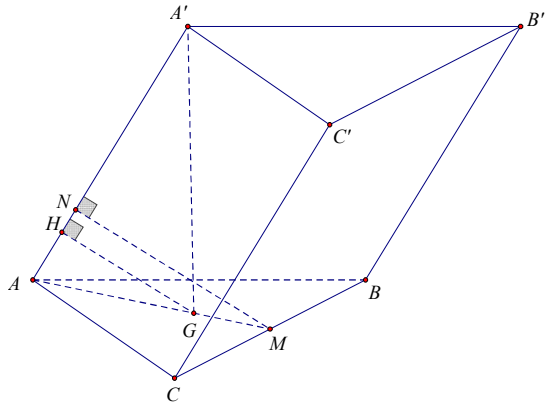
$V_{MNPQ}=\frac{1}{3}d\left(Q,\left(MNP\right)\right).S_{MNP}=\frac{1}{3}\frac{1}{2}d\left(A,\left(MNP\right)\right).S_{MNP}=\frac{1}{6}d\left(Q,\left(MNP\right)\right).S_{MNP}=\frac{1}{2}V_{AMNP}=\frac{V}{9}.$

Câu 24: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G là trọng tâm của ΔABC, M là trung điểm của BC.

$\Rightarrow A'G\perp\left(ABC\right)$.

Trong $\left(AA'M\right)$ dựng $MN\perp AA'$, ta có: $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp A'G\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(AA'G\right)\Rightarrow BC\perp MN$.

$\Rightarrow d\left(AA',BC\right)=MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của G lên AA'.

Ta có: $GH//MN\Rightarrow\dfrac{GH}{MN}=\dfrac{AG}{AM}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow GH=\dfrac{2}{3}MN=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G, ta có:

$$\frac{1}{GH^2}=\frac{1}{GA^2}+\frac{1}{GA'^2}\Rightarrow\frac{1}{GA'^2}=\frac{1}{GH^2}-\frac{1}{GA^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{27}{3a^2}.\Rightarrow GA'=\frac{a}{3}.$$

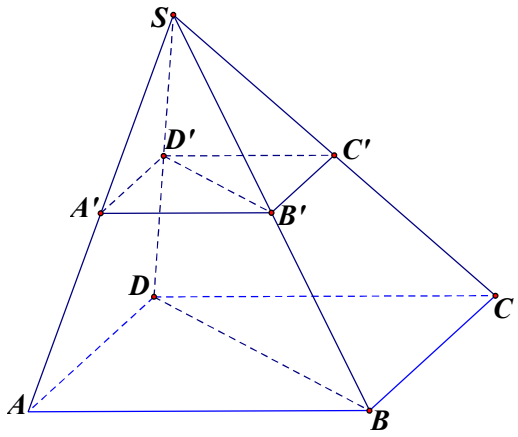
Vậy thể tích của khối lăng trụ là: $V=S_{ABC}.A'G=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 25: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\dfrac{1}{16}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\dfrac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SD'}{SD}=\dfrac{1}{8}\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{16}$.

Và $\dfrac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.BDC}}=\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SD'}{SD}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{8}\Rightarrow\dfrac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{16}$.

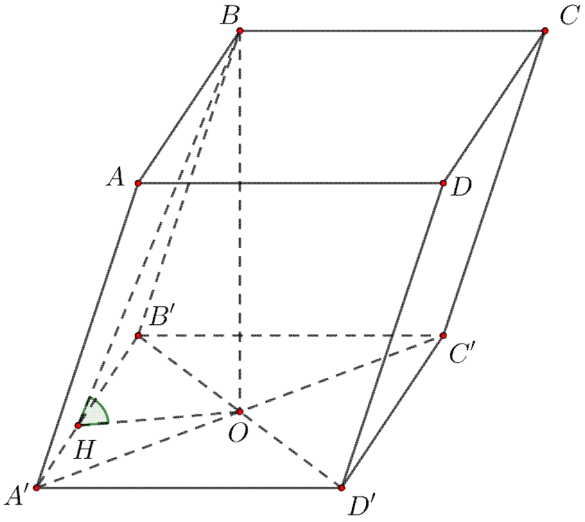
Suy ra $\dfrac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}}+\dfrac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{8}\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 26: **(THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD=3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $\left(A'B'C'D'\right)$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $\left(CDD'C'\right)$, $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{9a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Do $(DCC'D')//(ABB'A')$ và $(ABCD)//(A'B'C'D')$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và $(ABB'A')$ và bằng góc $\widehat{OHB}$ với H là hình chiếu của O lên $A'B'$.

Trong $\Delta A'B'D'$ có $OA'^2 = A'D'^2 - OD'^2 = 3a^2 - \frac{9a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow OA' = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'C' = a\sqrt{3}$.

Ta có $OH.A'B' = OA'.OB' \Rightarrow OH = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{3a}{4}$.

$\cos\alpha = \frac{OH}{BH} = \frac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow BH = \frac{7}{\sqrt{21}}.\frac{3a}{4} = \frac{a\sqrt{21}}{4}$.

$BO = \sqrt{BH^2 - OH^2} = \sqrt{\frac{21a^2}{16} - \frac{9a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC.BD = \frac{1}{2}a\sqrt{3}.3a = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

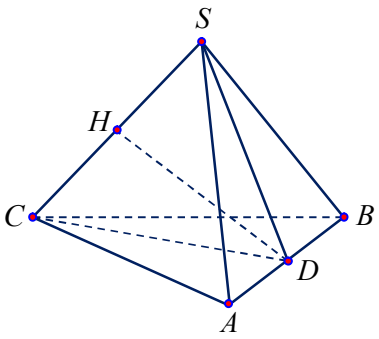
Vậy $V = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{4}$.

Câu 27: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = BC = a$. Giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là trung điểm của cạnh AB. Khi đó $AB \perp CD$ và $AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SCD)$.

Gọi H là trung điểm của cạnh SC suy ra $DH \perp SC$.

Đặt $AD = x$. Ta có $SD^2 = a^2 - x^2$; $DH = \sqrt{SD^2 - SH^2} = \sqrt{a^2 - x^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} - x^2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = 2V_{S.ADC} = 2V_{A.SDC} = 2.\dfrac{1}{3}S_{\Delta SDC}.AD = \dfrac{1}{3}SC.DH.AD$.

Do đó $V_{S.ABC} = \dfrac{2}{3}a.x\sqrt{\dfrac{3a^2}{4} - x^2} \le \dfrac{1}{3}a.\dfrac{x^2 + \dfrac{3a^2}{4} - x^2}{2} = \dfrac{a^3}{8}$ (BĐT Côsi).

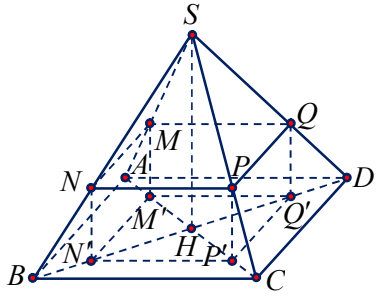
Dấu "=" xảy ra khi $ABCD \Leftrightarrow x = a\sqrt{\dfrac{3}{8}}$. Vậy giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ là $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\dfrac{SM}{SA} = k$ với $k \in [0;1]$.

Xét tam giác SAB có $MN \,//\, AB$ nên $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{SM}{SA} = k \Rightarrow MN = k.AB$

Xét tam giác SAD có $MQ \,//\, AD$ nên $\dfrac{MQ}{AD} = \dfrac{SM}{SA} = k \Rightarrow MQ = k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét tam giác SAH có:

$MM' // SH$ nên $\frac{MM'}{SH}=\frac{AM}{SA}=\frac{SA-SM}{SA}=1-\frac{SM}{SA}=1-k \Rightarrow MM'=(1-k).SH$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=MN.MQ.MM'=AB.AD.SH.k^2.(1-k)$.

Mà $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=3.V_{S.ABCD}.k^2.(1-k)$.

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1-k)$ lớn nhất.

Ta có $k^2.(k-1)=\frac{2(1-k).k.k}{2}\le\frac{1}{2}\left(\frac{2-2k+k+k}{3}\right)^3=\frac{4}{27}$.

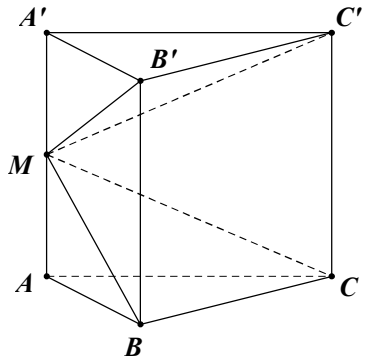
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k)=k \Leftrightarrow k=\frac{2}{3}$. Vậy $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$.

Câu 29: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Điểm M là trung điểm cạnh AA'. Tính theo V thể tích khối chóp $M.BCC'B'$.

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $\frac{3V}{4}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi: $V=V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}$.

$\Rightarrow V_{M.ABC}=V_{M.A'B'C'}=\frac{1}{3}.MA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AA'.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{6}V$.

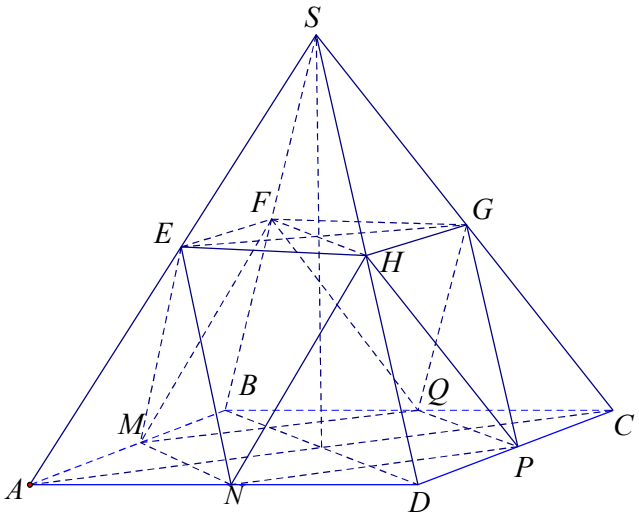
Ta có: $V_{M.BCC'B'}=V-V_{M.ABC}-V_{M.A'B'C'}=V-\frac{1}{6}V-\frac{1}{6}V=\frac{2V}{3}$.

Câu 30: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của H.

A. $\frac{9}{2}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, có thể tích $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.1.2=\frac{2}{3}$.

Gọi M; N; P; Q; E; F; G; H là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp (hình vẽ). khi đó $V_{MNPQEFGH}=V_{S.ABCD}-\left(V_{S.EFGH}+V_{F.MBQ}+V_{G.QCP}+V_{H.PDN}+V_{E.MAN}\right)$, với $V_{S.EFGH}=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.1=\frac{1}{12}$.

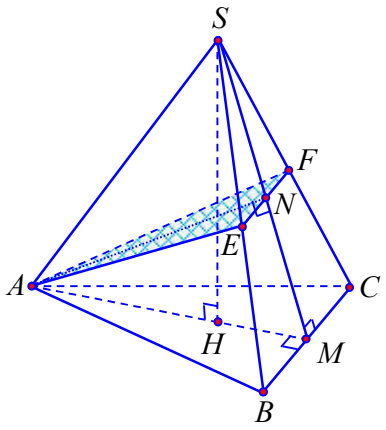
Các khối chóp còn lại cùng chiêu cao và diện tích đáy bằng nhau nên thể tích của chúng bằng $V_{E.MAN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1=\frac{1}{24}$. Vậy thể tích cần tính $V_{MNPQEFGH}=\frac{2}{3}-\frac{1}{12}-\frac{4}{24}=\frac{5}{12}$.

Câu 31: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC và EF; H là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases}(AEF)\perp(SBC)\\(AEF)\cap(SBC)=EF\end{cases}$ (1)

Trong mặt phẳng (SBC), ta có $\begin{cases} EF // BC \\ SM \perp BC \end{cases}$ nên $EF \perp SM$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra SM vuông góc với mặt phẳng (AEF) tại N

Mặt khác

Tam giác SHM vuông tại H có $\cos M = \dfrac{HM}{SM}$ (3).

Tam giác AMN vuông tại N có $\cos M = \dfrac{MN}{AM}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có $\dfrac{HM}{SM} = \dfrac{MN}{AM} \Leftrightarrow SM.MN = HM.AM$ (vì N là trung điểm SM)

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}SM^2 = \dfrac{1}{3}AM^2 \Leftrightarrow SM = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}AM = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Tam giác SHM vuông tại H có $HM = \dfrac{1}{3}.AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SH = \sqrt{SM^2 - HM^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$.

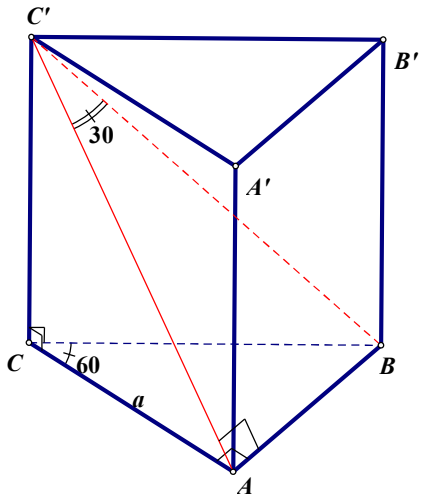
Khi đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SH = \dfrac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 32: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông ABC vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(A'C'CA)$ góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $AB = a\sqrt{3}$, dễ thấy góc giữa đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(A'C'CA)$ là góc $\widehat{BC'A} = 30°$. Suy ra $\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{AC'} \Rightarrow AC' = 3a \Rightarrow C'C = 2\sqrt{2}a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 2\sqrt{2}a.\frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

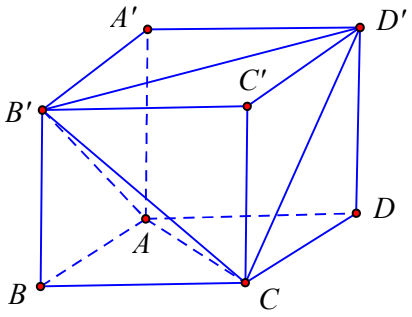
----------HẾT----------

Câu 33: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - \left(V_{B'.ABC} + V_{C.B'C'D'} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'}\right)$.

Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$ và $V_{B'.ABC} = V_{C.B'C'D'} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}.A'A.S_{A'B'D'} = \frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{6}a^3$.

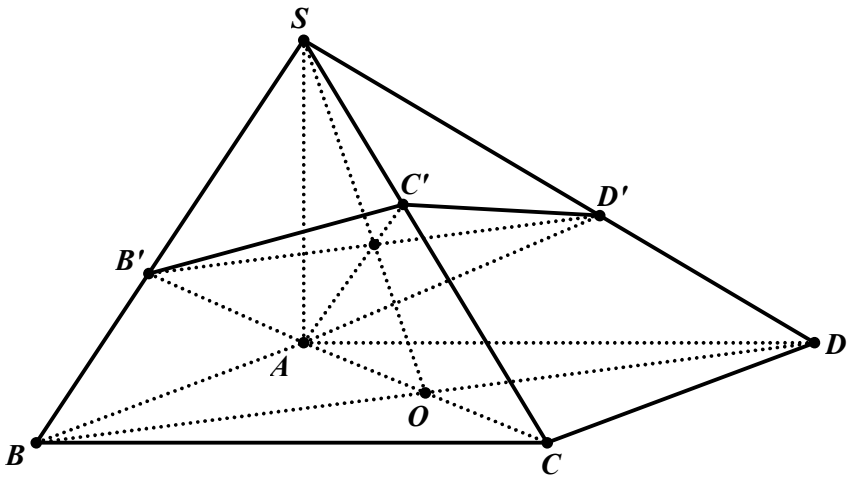
Do đó $V_{ACB'D'} = a^3 - \frac{4}{6}a^3 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 34: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C'. Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Vì B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD nên ta có $SC\perp(AB'D')$.

Gọi C' là hình chiếu của A lên SC suy ra $SC\perp AC'$ mà $AC'\cap(AB'D')=A$ nên $AC'\subset(AB'D')$ hay $C'=SC\cap(AB'D')$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC.

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{2a^2}{3a^2}=\frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{SAB'C'}+V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}+\frac{SD'}{SD}\frac{SC'}{SC}\right)=\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$$

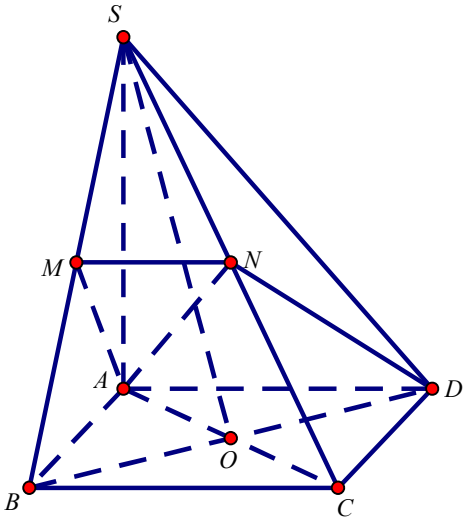
Vậy $V_{SAB'C'D'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 35: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD)và $(ABCD)$bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADMN$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{16}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V=\frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó ta có $\widehat{SOA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD)và $(ABCD)$ nên $\widehat{SOA}=60°$. Khi đó $\tan 60°=\frac{SA}{AO}\Rightarrow SA=AO.\tan 60°=\frac{\sqrt{2}}{2}a.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{4}$ và $\frac{V_{S.AND}}{V_{S.ACD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SC}.\frac{SD}{SD}=\frac{1}{2}$.

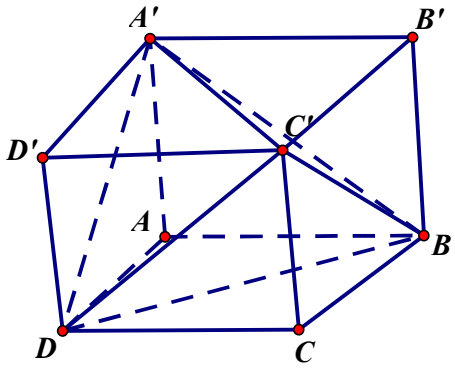
Do đó $V_{S.ADMN}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}.\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}.V_{S.ABCD}=\frac{3}{8}.\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 36: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $A'C'BD$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn. **C.**

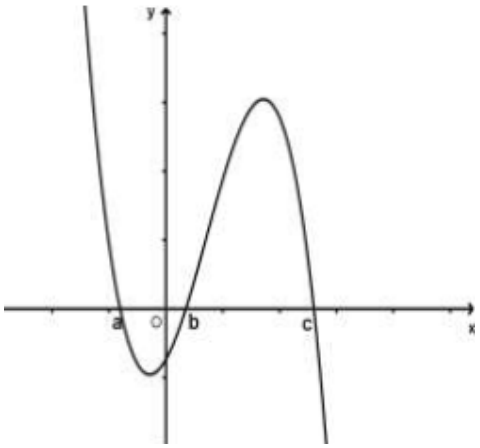


Gọi $V = V_{ABCD.A'B'C'D'}$, ta có $V_{A'C'BD} = V - V_{C'DCB} - V_{CA'B'B} - V_{CA'D'D} = V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{2}V$.

$V_{A'C'BD} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'}$.

Câu 37:

(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ. mệnh đề nào dưới đây là đúng ?



A. $f(c)>f(a)>f(b)$. **B.** $f(c)>f(b)>f(a)$.

C. $f(a)>f(b)>f(c)$. **D.** $f(b)>f(a)>f(c)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	

Từ đó suy ra $f(a)>f(b)$, $f(c)>f(b)$. (1)

Mặt khác, từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta cũng có:

$$\int_b^c f'(x)\mathrm{d}x>-\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(c)-f(b)>-f(b)+f(a) \Leftrightarrow f(c)>f(a). \quad (2)$$

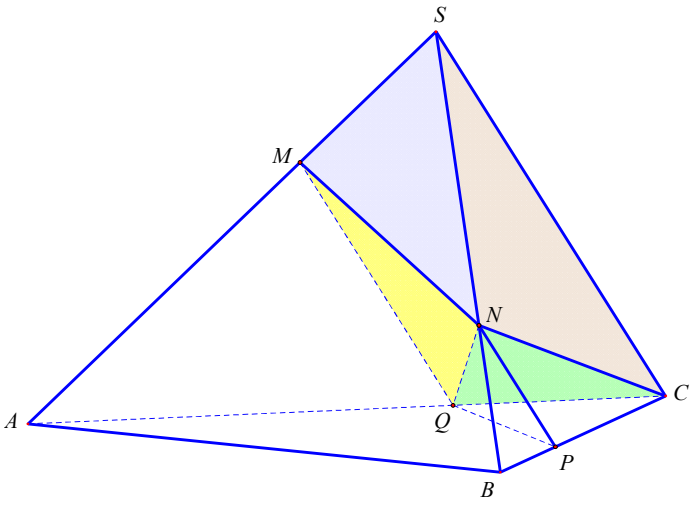
Từ (1) và (2) suy ra $f(c)>f(a)>f(b)$.

Câu 38: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S, (H_2) là khối đa diện chứa điểm A. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.

Ta có NP // MQ // SC.

Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

Ta có $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}.\dfrac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$.

$\dfrac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}=\dfrac{NS}{BS}=\dfrac{2}{3}$; $\dfrac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\dfrac{AM}{AS}.\dfrac{AQ}{AC}=\left(\dfrac{AM}{AS}\right)^2=\dfrac{4}{9}\Rightarrow\dfrac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\dfrac{5}{9}$.

Do đó $\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{5}{9}=\dfrac{10}{27}$.

$\dfrac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{d\left(N,(QPC)\right)}{d\left(S,(ABC)\right)}.\dfrac{S_{QPC}}{S_{ABC}}=\dfrac{NB}{SB}.\left(\dfrac{CQ}{CA}.\dfrac{CP}{CB}\right)=\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{2}{27}$.

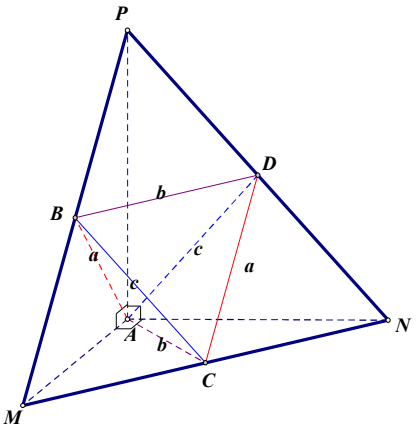
Do đó $\dfrac{V_1}{V}=\dfrac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\dfrac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{10}{27}+\dfrac{2}{27}=\dfrac{4}{9}\Rightarrow\dfrac{V_1}{V_1+V_2}=\dfrac{4}{9}\Rightarrow 5V_1=4V_2\Rightarrow\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{4}{5}$.

Câu 39: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$; $AC=BD=5$; $AD=BC=6$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{15\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{15\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{45\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{45\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét bài toán tổng quát như hình vẽ. Trong mặt phẳng (BCD) dựng tam giác MNP sao cho B, C, D theo thứ tự là trung điểm của các cạnh PM, MN và NP.

Khi đó $MN=2b$, $NP=2c$, $MP=2a$.

Đặt $AP=z$, $AM=x$, $AN=y$, áp dụng công thức đường trung tuyến ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a^2=2\left(x^2+z^2\right)-4a^2 \\ 4b^2=2\left(x^2+y^2\right)-4b^2 \\ 4c^2=2\left(y^2+z^2\right)-4c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=2\left(a^2+b^2-c^2\right) \\ y^2=2\left(c^2+b^2-a^2\right) \\ z^2=2\left(a^2+c^2-b^2\right) \end{cases}.$$

Xét tam giác AMN có $AM^2+AN^2=MN^2$ suy ra tam giác vuông tại đỉnh A.

Tương tự các tam giác khác ta được tứ diện $AMNP$ là tứ diện vuông tại A.

Suy ra $V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{AMPN}=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.AM.AN.AP=\frac{\sqrt{2}}{12}.\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(c^2+b^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)}$.

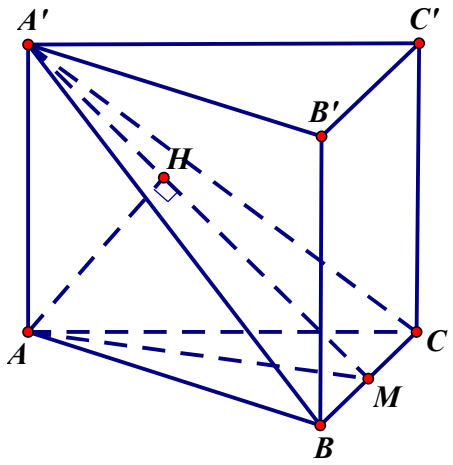
Áp dụng vào ta được $V_{ABCD}=\frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Câu 40: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC, H là hình chiếu của A trên $A'M$. Nhận xét $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A nên có:

$$\frac{1}{A'A^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AH^2}\Rightarrow\frac{1}{A'A^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{4}{a^2}\Rightarrow\frac{1}{A'A^2}=\frac{8}{3a^2}\Rightarrow AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$

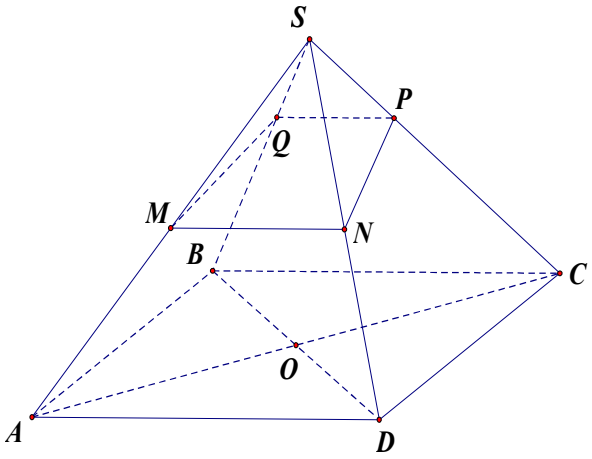
Thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 41: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Do $\begin{cases}MN\ //\ BC\\(\alpha)\cap(SBC)=PQ\end{cases}\Rightarrow PQ\ //\ BC$.

$\frac{V_{S.MNQ}}{V}+\frac{V_{S.NPQ}}{V}=\frac{V_1}{V} \Leftrightarrow \frac{V_{S.MNQ}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.NPQ}}{2V_{S.BCS}}=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SQ}{SB}+\frac{SP}{SC}.\frac{SN}{SD}.\frac{SQ}{SB}=1$

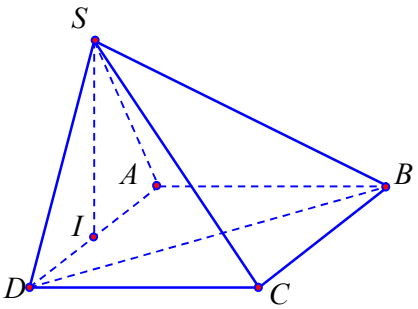
$\Leftrightarrow \frac{x}{4}+\frac{x^2}{2}=1 \Leftrightarrow 2x^2+x-4=0 \Leftrightarrow x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$ (vì $x>0$).

Câu 42: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\frac{3}{4}a$. **B.** $h=\frac{2}{3}a$. **C.** $h=\frac{4}{3}a$. **D.** $h=\frac{8}{3}a$.

Lời giải

Chọn C



Ta có chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ là SI với I là trung điểm của AD.

Suy ra thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}2a^2.SI=\frac{4}{3}a^3 \Leftrightarrow SI=2a$.

Xét tam giác SCD vuông tại D có:

$SD=\sqrt{SI^2+ID^2}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$ nên $S_{\Delta SCD}=\frac{1}{2}SD.CD=\frac{1}{2}.\frac{3a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}=\frac{3a^2}{2}$.

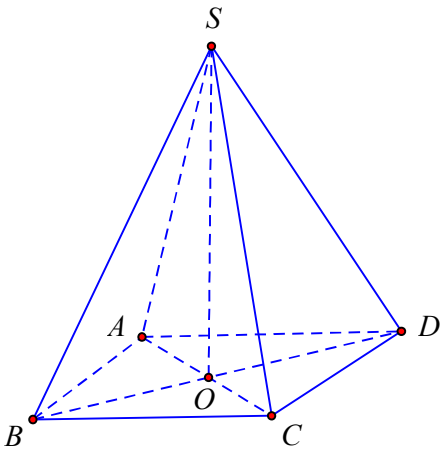
Thấy ngay $V_{S.ABCD}=2V_{S.BCD}=2V_{B.SCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a^3=2.\frac{1}{3}S_{\Delta SCD}.h \Leftrightarrow h=\frac{4}{3}a$.

Câu 43: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng ?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$, hình chóp đều $S.ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $CD//AB \Rightarrow CD//(SAB) \Rightarrow d(CD;SA) = d(C;(SAB)) = 2d(O;(SAB))$.

Bài ra $d(CD;SA) = a\sqrt{3} \Rightarrow d(O;(SAB)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tứ diện vuông $O.SAB \Rightarrow \dfrac{1}{h^2} = \dfrac{1}{OS^2} + \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2}$ với $h = d(O;(SAB)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Cạnh $OA = OB = \dfrac{AB}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{1}{2a^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}$.

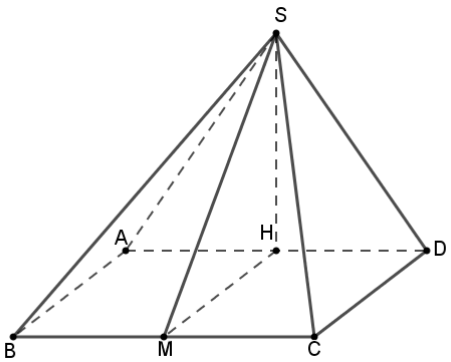
Do đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.4a^2 = \dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H, M lần lượt là trung điểm AD, BC.

Khi đó SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $HM \perp BC$, $SM \perp BC$ nên góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy là $\widehat{SMH} = 30°$.

Trong tam giác SHD có $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác SHM có $\tan\widehat{SMH} = \dfrac{SH}{MH} \Rightarrow MH = \dfrac{SH}{\tan\widehat{SMH}} = a = AB$.

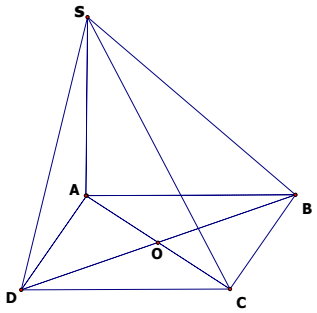
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{3} = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 45: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$

Vì hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30° \Rightarrow \widehat{CSB} = 30°$.

Tam giác SBC vuông tại B có $\widehat{CSB} = 30°$, $\widehat{SCB} = 60°$, $BC = a$.

$\Rightarrow \dfrac{SB}{\sin\widehat{SCB}} = \dfrac{BC}{\sin\widehat{CSB}} \Rightarrow SB = a\sqrt{3}$.

Từ giả thiết $\Rightarrow SA \perp AB$. Tam giác SAB có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

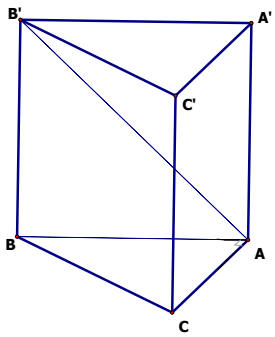
$\Rightarrow V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 46: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên là $BCC'B'$ hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AC \perp AB$ (giả thiết), $AC \perp AA'$ (vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng) $\Rightarrow AC \perp (AA'B'B)$.

Ta có: $CC' // BB' \Rightarrow CC' // (AA'B'B)$

$\Rightarrow d(CC', AB') = d(CC', (AA'B'B)) = d(C, (AA'B'B)) = AC = a$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC = AC\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Mặt khác $BCC'B'$ hình vuông nên $BB' = BC = a\sqrt{2}$.

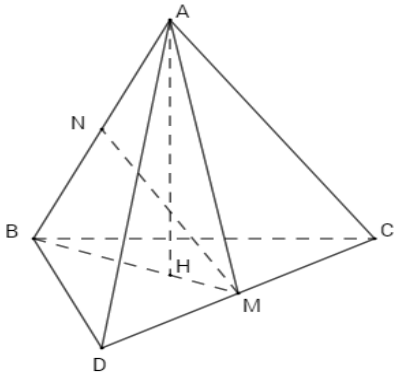
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{ABC}.BB' = \frac{a^2}{2}a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. .

Câu 47: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$. **B.** $x = \sqrt{14}$. **C.** $x = 3\sqrt{2}$. **D.** $x = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB; H là hình chiếu vuông góc của A lên BM.

Ta có: $\left.\begin{matrix} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow (ABM) \perp (ABC)$.

Mà $AH \perp BM$; $BM = (ABM) \cap (ABC) \Rightarrow AH \perp (ABC)$.

Do ACD và BCD là hai tam giác đều cạnh $2\sqrt{3} \Rightarrow AM = BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3$.

Tam giác AMN vuông tại N, có: $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}$.

Lại có:

$S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 3\sqrt{3}$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}AH\cdot S_{BCD}=\frac{1}{3}\cdot\frac{x\sqrt{36-x^2}}{6}\cdot 3\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2}$.

Ta có: $V_{ABCD}=\frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2}\le\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{x^2+36-x^2}{2}=3\sqrt{3}$.

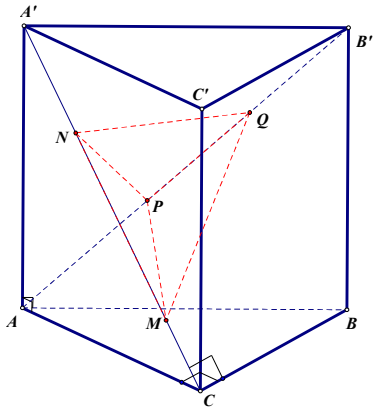
Suy ra V_{ABCD} lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi $x^2=36-x^2\Rightarrow x=3\sqrt{2}$.

Câu 48: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C với $CA=CB=a$. Trên đường chéo CA' lấy hai điểm M, N. Trên đường chéo AB' lấy được hai điểm P, Q sao cho $MNPQ$ là tứ diện đều. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn C



Do $MNPQ$ là tứ diện đều suy ra $AB'\perp A'C$. Đặt $A'A=x$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{A'C}=0\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BB'}\right).\overrightarrow{A'C}=0$

$\Leftrightarrow x.\sqrt{a^2+x^2}.\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}-x.\sqrt{a^2+x^2}.\frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}=0\Leftrightarrow x=a$.

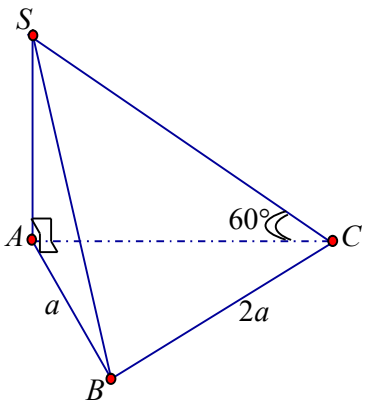
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=a.\frac{1}{2}a^2=\frac{a^3}{2}$.

Câu 49: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $AB=a$, $BC=2a$. Góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì $SA \perp (ABC)$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA$, góc giữa SC và mặt phẳng đáy ABC bằng góc giữa SC và AC bằng góc $\widehat{SCA} = 60°$.

Trong tam giác ABC vuông tại A có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} \Leftrightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Khi đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác SAC vuông tại A có: $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{3}.\tan 60^\circ \Leftrightarrow SA = 3a$.

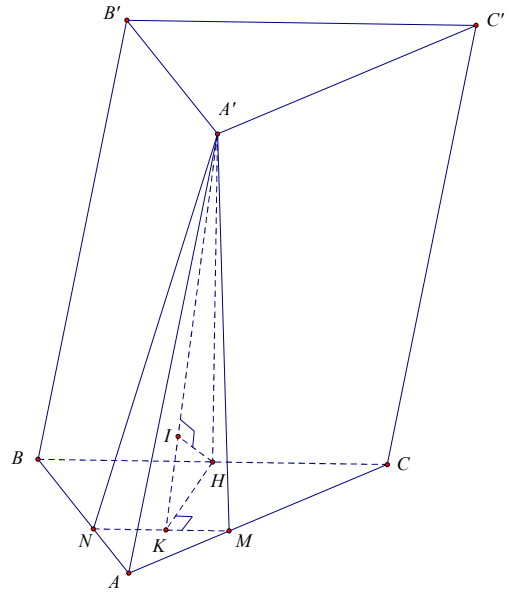
Do vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.3a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

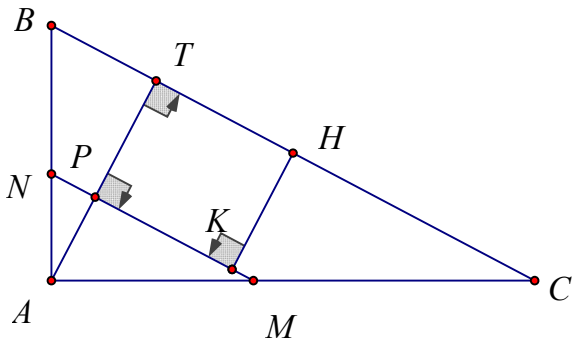
Câu 50: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên (ABC) trùng với tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC. Trên cạnh AC lấy điểm M sao cho $CM = 2MA$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'M$ và BC bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{3a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A





Kẻ $MN // BC$, $N \in AB$. $HK \perp MN$, $HI \perp A'K$.

$d\left(A'M;BC\right)=d\left(BC;\left(A'MN\right)\right)=d\left(H;\left(A'MN\right)\right)=HI \Rightarrow HI=\frac{a}{2}$.

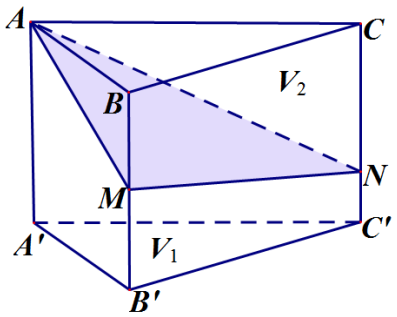
Kẻ $AT // HK$, $AT \cap MN = P \Rightarrow HK = PT = \frac{2}{3}AT$

Tam giác ABC vuông tại $A \Rightarrow \frac{1}{AT^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{4}{3a^2} \Rightarrow HK=\frac{2}{3}AT=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Tam giác $A'HK$ vuông tại $H \Rightarrow \frac{1}{A'H^2}=\frac{1}{HI^2}-\frac{1}{HK^2}=\frac{4}{a^2}-\frac{3}{a^2}=\frac{1}{a^2} \Rightarrow A'H=a$.

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V=A'H.S_{ABC}=a.\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

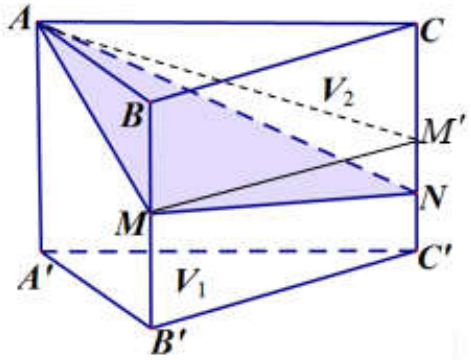
Câu 51: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB', N là điểm trên cạnh CC' sao cho $CN=3NC'$. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M' là trung điểm của CC', ta có:

$dt_{BCM'M}=\frac{1}{2}dt_{BCC'B'}, dt_{M'MN}=\frac{1}{4}dt_{BCM'M}=\frac{1}{8}dt_{BCC'B'} \Rightarrow dt_{BMNC}=\frac{5}{8}dt_{BCC'B'}$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_{A.BCB'C'}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A,\left(BCB'C'\right)\right).dt_{BCNM}}{\frac{1}{3}d\left(A,\left(BCB'C'\right)\right).dt_{BCB'C'}}=\frac{5}{8}$.

$$\frac{V_{A.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A;\left(A'B'C'\right)\right).dt_{A'B'C'}}{d\left(A;\left(A'B'C'\right)\right).dt_{A'B'C'}}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_{A.BCC'B'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{V_2}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{5}{8}.\frac{2}{3}=\frac{5}{12}.$$

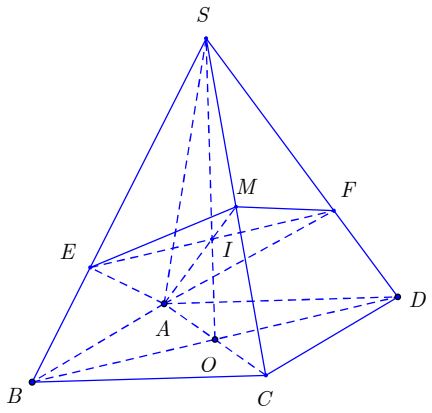
Do $V_{ABC.A'B'C'}=V_1+V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Câu 52: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích V khối chóp $S.AEMF$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Lời giải

Chọn D



Trong mặt phẳng $\left(SBD\right):EF\cap SO=I$. Suy ra A,M,I thẳng hàng.

Trong tam giác SAC hai trung tuyến AM,SO cắt nhau tại I suy ra $\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$.

Lại có $EF\ //\ BD\Rightarrow\frac{SE}{SB}=\frac{SF}{SD}=\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$.

Ta có: $\frac{V_{S.AEM}}{V_{SABC}}=\frac{SE}{SB}.\frac{SM}{SC}=\frac{1}{3}$. $\frac{V_{S.AFM}}{V_{SADC}}=\frac{SF}{SD}.\frac{SM}{SC}=\frac{1}{3}$.

Vậy $\frac{V_{S.AEM}+V_{S.AFM}}{V_{S.ABC}+V_{S.ADC}}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{3}$.

Góc giữa cạnh bên và đáy của $S.ABCD$ bằng góc $\widehat{SBO}=60°$ suy ra $SO=BO\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

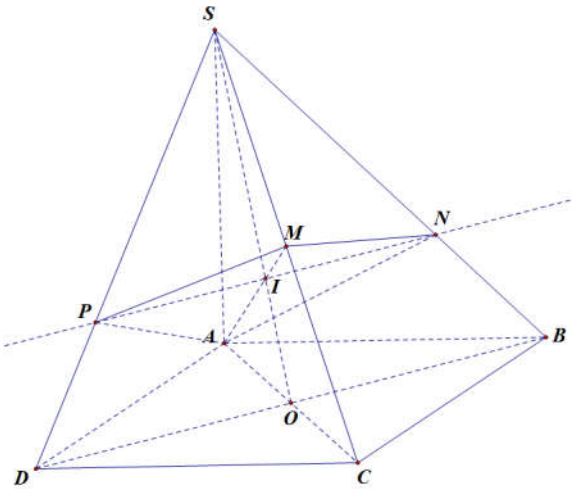
Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $V_{S.AEMF}=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 53: **(THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

A. $\frac{V_2}{V_1}=3$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=2$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

Đặt $V_{S.ABCD}=V$.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD. Gọi I là giao điểm của SO và AM.

Do $(P)//BD$ nên (P) cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến NP qua I và song song với BD; $(N\in SB;P\in SD)$.

Xét tam giác SAC có I là giao điểm hai trung tuyến nên I là trọng tâm.

Ta có $\frac{V_{S.APN}}{V_{S.ADB}}=\frac{SP.SN}{SD.SB}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}\Rightarrow V_{S.APN}=\frac{4}{9}V_{S.ADB}=\frac{4}{9}.\frac{1}{2}V=\frac{2}{9}V$.

Tương tự $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.DCB}}=\frac{SP.SM.SN}{SD.SC.SB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{2}{9}\Rightarrow V_{S.PMN}=\frac{2}{9}V_{S.DCB}=\frac{2}{9}.\frac{1}{2}V=\frac{1}{9}V$.

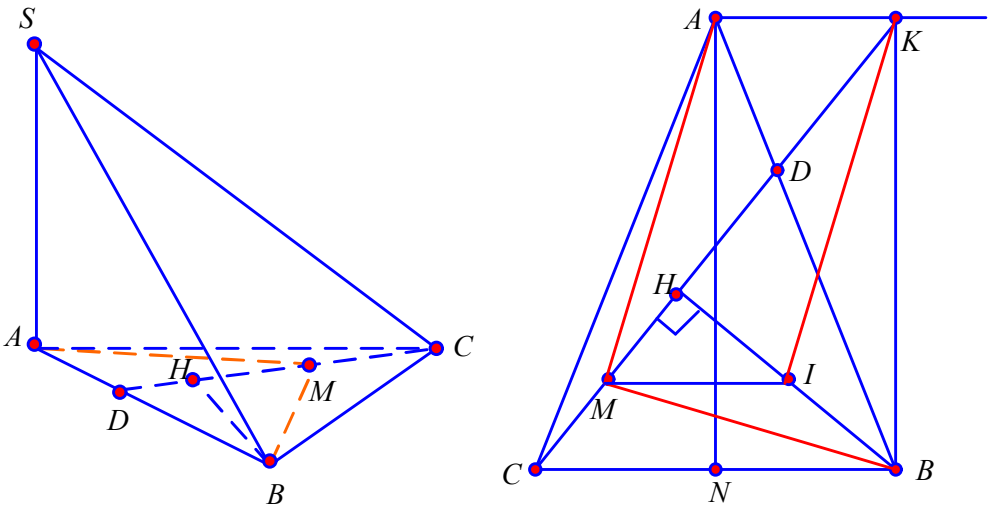
Từ đó $V_1=V_{S.APN}+V_{S.PMN}=\frac{1}{3}V$. Do đó $\frac{V_2}{V_1}=2$.

Câu 54: **(THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy, tam giác ABC cân tại A. Trên cạnh AB lấy điểm D sao cho $AB=3AD$. Gọi H là hình chiếu của B trên CD, M là trung điểm đoạn thẳng CH. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABM$ biết $SA=AM=a$ và $BM=\frac{2}{3}a$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{18}$.

Lời giải

Chọn C



Trong mặt phẳng đáy (ABC): Kẻ $Ax // BC$ và $Ax \cap CD = K$, gọi N là trung điểm của BC.

Khi đó do ΔABC cân ở A nên $AN \perp BC$ và tứ giác $ANBK$ là hình chữ nhật.

Suy ra $CN = BN = AK$; $KB \perp BC$

Gọi I là trung điểm của BH, do M là trung điểm đoạn thẳng CH nên $MI // BC$ và $MI = \frac{1}{2}BC$ (đường trung bình của tam giác ΔBHC. Vậy $MI // AK$, $MI \perp BK$ và $MI = AK$ hay tứ giác $AMIK$ là hình bình hành và I là trực tâm của tam giác BMK.

Suy ra $IK \perp BM$ và $AM // IK$ nên $AM \perp BM$.

Vậy ΔAMB vuông tại M. Suy ra $S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2}AM.BM$.

Theo giả thiết ta có: $V_{S.ABM} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABM} = \frac{1}{6}SA.AM.BM$; với $SA = AM = a$ và $BM = \frac{2}{3}a$. Suy ra

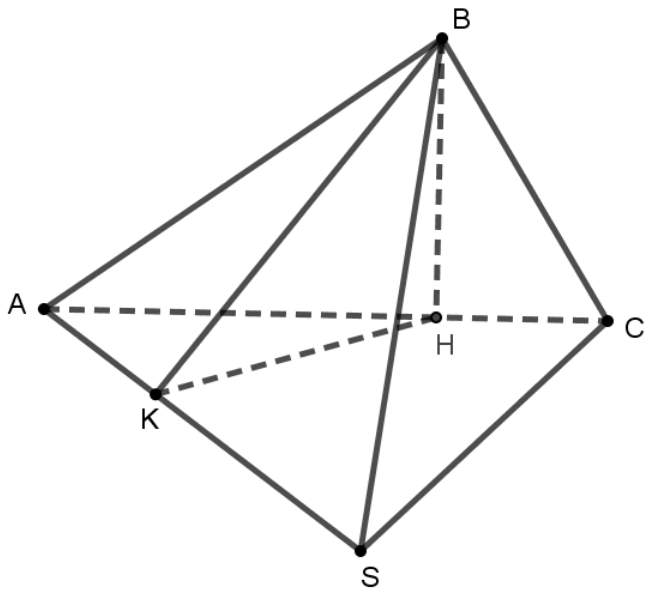
$V_{S.ABM} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABM} = \frac{1}{6}SA.AM.BM = \frac{a^3}{9}$.

Câu 55: **(THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, tam giác SAC nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết hai mặt phẳng (SAB), (SAC) tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha = \frac{3}{4}$ và cạnh $SC = 3$. Thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}=2V_{B.SAC}$. Kẻ BH vuông góc với AC tại H.

Ta có: $AC=3, BH=\sqrt{2}$, $HC=1$.

$\tan\alpha=\tan\widehat{BKH}=\dfrac{BH}{KH}\Rightarrow KH=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

$\sin\widehat{SAC}=\dfrac{KH}{HA}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\Rightarrow\cos\widehat{SAC}=\dfrac{1}{3}$.

$SC^2=SA^2+AC^2-2AS.AC.\cos\widehat{SAC}\Rightarrow SA=2$.

$S_{SAC}=\dfrac{1}{2}SA.AC.\sin\widehat{SAC}=\dfrac{1}{2}.2.3.\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=2.\dfrac{1}{3}.2\sqrt{2}.\sqrt{2}=\dfrac{8}{3}$.

Câu 56: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Khi xây nhà, anh Tiến cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V=6\left(m^3\right)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp ba lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 1.000.000 đ/m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà anh Tiến phải trả (làm tròn đến hàng trăm nghìn)?

A. 22000000 đ. **B.** 20970000 đ. **C.** 20965000 đ. **D.** 21000000 đ.

Lời giải

Chọn D

Gọi độ dài chiều rộng, chiều cao hình hộp lần lượt là: $x,h\ (m)\Rightarrow$ Chiều dài của hình hộp là: $3x$.

Thể tích khối hộp chữ nhật là: $V=x.3x.h\Leftrightarrow 6=3x^2h\Leftrightarrow h=\dfrac{2}{x^2}$.

Diện tích khối hộp là: $2x.h+2.3x.h+2.x.3x=8xh+6x^2=\dfrac{16}{x}+6x^2$.

Diện tích xung quanh phần xây bằng gạch và xi măng là:

$$S=\frac{16}{x}+6x^2-\frac{2}{9}.3x^2=\frac{16}{x}+\frac{16}{3}x^2\geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{x}.\frac{8}{x}.\frac{16}{3}x^2}\Leftrightarrow S\geq 20,96593115\ .$$

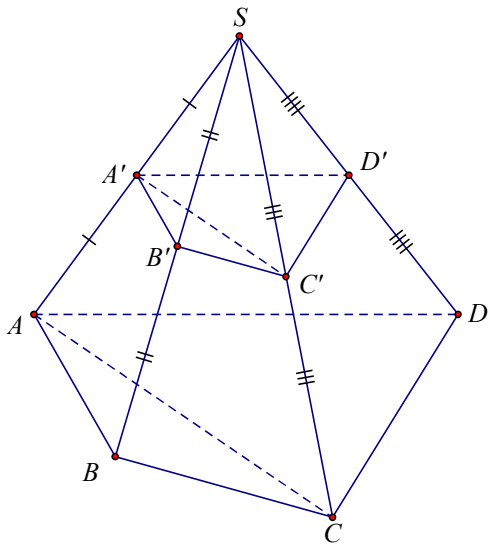
Tổng chi phí thấp nhất mà anh Tiến phải trả là: $1000000.20,96593115\approx 21000000$ đ.

Câu 57: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8},\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8}$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau, ta có

$$\frac{1}{8}=\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}}=\frac{V_{SA'B'C'}+V_{SA'C'D'}}{V_{SABC}+V_{SACD}}=\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}$$

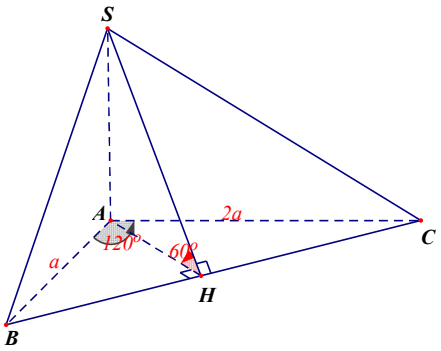
Vậy $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 58: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=2a$, $\widehat{BAC}=120°$, $SA\perp(ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là $60°$.

A. $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$. **C.** $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$.

Lời giải

Chọn B



+ Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin 120^\circ=\frac{1}{2}.a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

+ Tính chiều cao SA:

• Dựng $AH\perp BC$ (với $H\in BC$) suy ra $SH\perp BC$, do đó góc $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SHA}=60^\circ$, suy ra $SA=AH.\tan 60^\circ$

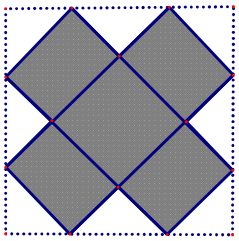
• Tính AH: ta có diện tích $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC\Rightarrow AH=\frac{2.S_{ABC}}{BC}$ mà theo định lý hàm côsin thì

$BC^2=AB^2+AC^2-2.AB.AC.\cos A=a^2+4a^2-2.a.2a.\left(-\frac{1}{2}\right)=7a^2\Rightarrow BC=a\sqrt{7}$, suy ra

$AH=\frac{2.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{a\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

+ KL: Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2.\frac{\sqrt{21}}{7}a=\frac{\sqrt{7}}{14}a^3$ (đvtt).

Câu 59: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Từ hình vuông có cạnh bằng 6 người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gập thành hình hộp chữ nhật không nắp. Tính thể tích lớn nhất của khối hộp.

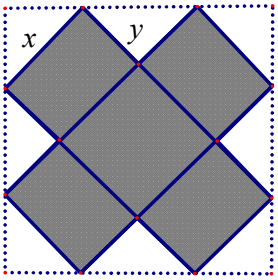


A. $8\sqrt{2}$. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** $9\sqrt{2}$. **D.** $11\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt kích thước các cạnh như hình vẽ



Ta có $\frac{x}{\sqrt{2}}+y\sqrt{2}+\frac{x}{\sqrt{2}}=6 \Leftrightarrow x+y=3\sqrt{2} \Leftrightarrow y=3\sqrt{2}-x$ với $0<x<3\sqrt{2}$.

Thể tích của khối hộp tạo thành là $V=x^2y=x^2\left(3\sqrt{2}-x\right)$.

Ta có $V'=3x\left(2\sqrt{2}-x\right)=0 \Rightarrow x=2\sqrt{2}$.

Ta có bảng biến thiên

x	0		$2\sqrt{2}$		$3\sqrt{2}$
V'		$-$	0	$+$	
V		↗	$8\sqrt{2}$	↘	

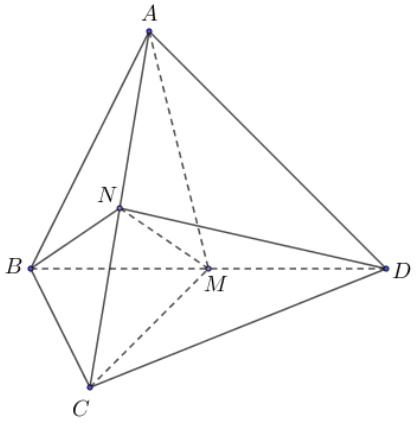
Vậy: $\max V=8\sqrt{2}$ khi $x=2\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB=BC=CD=DA=1$ và AC, BD thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD, AC. Đặt $BD=2x, AC=2y$ $(x, y>0)$.

Ta có $CM \perp BD, AM \perp BD \Rightarrow BD \perp (AMC)$.

Ta có $MA=MC=\sqrt{1-x^2}$, $MN=\sqrt{1-x^2-y^2}$, $S_{AMN}=\frac{1}{2}MN.AC=\frac{1}{2}y.\sqrt{1-x^2-y^2}$.

$$V_{ABCD}=\frac{1}{3}.DB.S_{AMC}=\frac{1}{3}.2x.y\sqrt{1-x^2-y^2}=\frac{2}{3}\sqrt{x^2.y^2.\left(1-x^2-y^2\right)}\le\frac{2}{3}\sqrt{\frac{\left(x^2+y^2+1-x^2-y^2\right)^3}{27}}$$

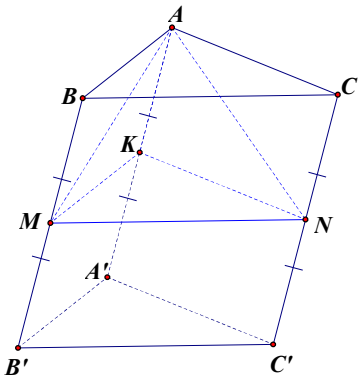
$$\Rightarrow V_{ABCD}\le\frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B' và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi K là trung điểm của AA' và V, $V_{ABC.KMN}$, $V_{A.MNK}$ lần lượt là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khối lăng trụ $ABC.KMN$ và thể tích khối chóp $A.MNK$. Khi đó $V_2 = V_{ABC.KMN} - V_{A.MNK}$.

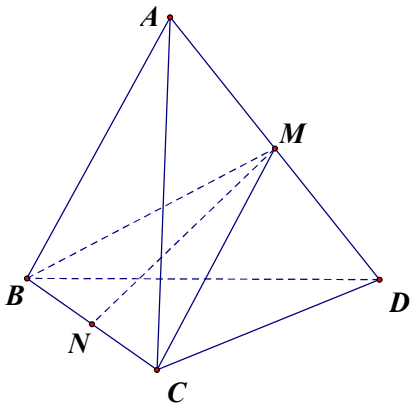
Lại có $V_{ABC.KMN} = \frac{1}{2}V$; $V_{A.MNK} = \frac{1}{3}V_{ABC.KMN} = \frac{1}{6}V$ suy ra $V_2 = \frac{1}{2}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V$ từ đó ta có $V_1 = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AC = CD = DB = BA = 2$ và AD, BC thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{32\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{32\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC.

Theo giả thiết ta có: ABD và ACD là các tam giác cân có M là trung điểm của AD nên $BM \perp AD$ và $CM \perp AD \Rightarrow AD \perp (BMC)$. Và có $BM = CM \Rightarrow \Delta MBC$ cân tại..

Trong tam giác ΔMBC có MN vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên $MN^2 = MB^2 - \frac{BC^2}{4}$

$\Leftrightarrow MN^2 = AB^2 - \frac{AD^2}{4} - \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow MN = \sqrt{4 - \frac{AD^2 + BC^2}{4}}$.

Khi đó diện tích tam giác ΔMBC là $S_{\Delta MBC} = \frac{1}{2}MN.BC = \frac{1}{2}BC.\sqrt{4 - \frac{AD^2 + BC^2}{4}}$

Thể tích tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.AD.S_{\Delta MBC}=\frac{1}{3}.BC.AD.\sqrt{4-\frac{AD^2+BC^2}{4}}$.

Đặt $AD=x$, $BC=y$ ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.x.y.\sqrt{4-\frac{x^2+y^2}{4}}$.

Ta có: $x^2+y^2\ge 2xy\Leftrightarrow\frac{x^2+y^2}{4}\ge\frac{xy}{2}\Leftrightarrow-\frac{x^2+y^2}{4}\le-\frac{xy}{2}$.

Do đó: $V_{ABCD}\le\frac{1}{3}.x.y.\sqrt{4-\frac{xy}{2}}\Leftrightarrow V_{ABCD}\le\frac{\sqrt{2}}{6}\sqrt{(xy)^2(8-xy)}$. Dấu bằng xảy ra khi $x=y$.

Ta lại có: $(xy)^2(8-xy)=4.\frac{xy}{2}.\frac{xy}{2}.(8-xy)\le 4.\left(\frac{\frac{xy}{2}+\frac{xy}{2}+8-xy}{3}\right)^3=\frac{4.8^3}{27}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{xy}{2}=8-xy\Leftrightarrow xy=\frac{16}{3}\Leftrightarrow x=y=\frac{4}{\sqrt{3}}$.

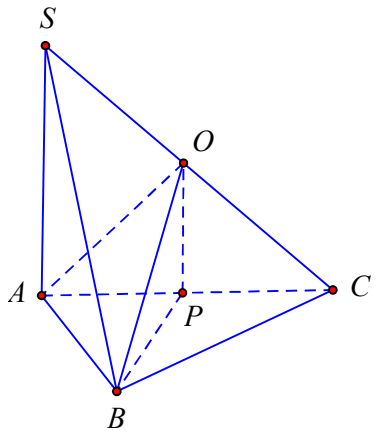
Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $\max V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{6}\sqrt{\frac{4.8^3}{27}}=\frac{32\sqrt{3}}{27}$.

Câu 4: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SC=2a$ và $\widehat{ASC}=60^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R=a$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=a\sqrt{3}$. **D.** $R=\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\sin\widehat{ASC}=\frac{AC}{SC}=\frac{AC}{2a}=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.

Do đó $AB^2+BC^2=AC^2\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi P là trung điểm của cạnh AC thì P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi O là trung điểm của cạnh $SC\Rightarrow OS=OC$.

Ta có $OP//SA$ mà $SA\perp(ABC)\Rightarrow OP\perp(ABC)$.

Do đó OP là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC\Rightarrow OA=OB=OC$.

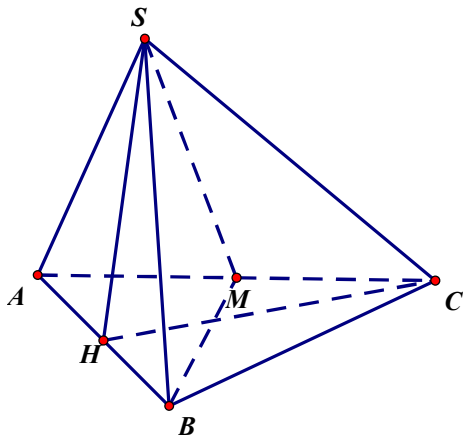
Như vậy $R = OA = OB = OC = OS = \frac{1}{2}SC = a$.

Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SC hợp với đáy một góc $30°$, M là trung điểm của AC. Tính thể tích khối chóp $S.BCM$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB. Theo bài ra $SH \perp (ABC)$. $\angle SCH = 30°$

$CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác SCH ta có $SH = CH.\tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}$.

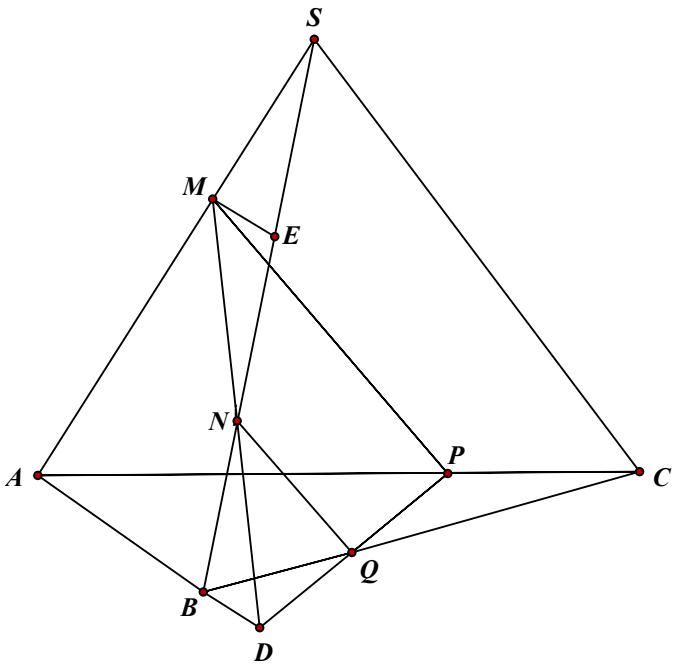
Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. $V_{S.BCM} = \frac{1}{2}.V_{S.BCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 6: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho điểm M nằm trên cạnh SA, điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A, V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{6}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{6}{5}$.

Lời giải



Chọn B

- Trong mặt phẳng (SAC) dựng MP song song với SC cắt AC tại P. Trong mặt phẳng (SBC) dựng NQ song song với SC cắt BC tại Q. Gọi D là giao điểm của MN và PQ. Dựng ME song song với AB cắt SB tại E (như hình vẽ).
- Ta thấy: $\frac{SE}{SB}=\frac{SM}{SA}=\frac{1}{3}\Rightarrow SN=NE=NB=\frac{1}{3}SB$

Suy ra N là trung điểm của BE và DM, đồng thời $DB=ME=\frac{1}{3}AB\Rightarrow\frac{DB}{DA}=\frac{1}{4},\ \frac{DN}{DM}=\frac{1}{2}.$

Do $NQ//MP\Rightarrow\frac{DQ}{DP}=\frac{DN}{DM}=\frac{1}{2}.$

- Nhận thấy: $V_1=V_{D.AMP}-V_{D.BNQ}.$

$\frac{V_{D.BNQ}}{V_{D.AMP}}=\frac{DB}{DA}.\frac{DN}{DM}.\frac{DQ}{DP}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{16}\Rightarrow V_{D.BNQ}=\frac{1}{16}V_{D.AMP}\Rightarrow V_1=\frac{15}{16}.V_{D.AMP}=\frac{15}{16}.V_{M.ADP}.$

- Do $NQ//SC\Rightarrow\frac{QB}{CB}=\frac{NB}{SB}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{d\left(N;DB\right)}{d\left(C;AB\right)}=\frac{QB}{CB}=\frac{1}{3}\Rightarrow d\left(Q;DB\right)=\frac{1}{3}.d\left(C;AB\right)$

$\Rightarrow S_{QDB}=\frac{1}{2}.d\left(Q;DB\right).DB=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.d\left(C;AB\right).\frac{1}{3}AB=\frac{1}{9}S_{CAB}\Rightarrow S_{ADP}=\frac{8}{9}.S_{ABC}$

Và $d\left(M;\left(ADP\right)\right)=\frac{2}{3}d\left(S;\left(ABC\right)\right)$

$\Rightarrow V_{M.ADP}=\frac{1}{3}.d\left(M;\left(ADP\right)\right).S_{ADP}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(S;\left(ABC\right)\right).\frac{8}{9}S_{ABC}=\frac{16}{27}.V_{S.ABC}$

$\Rightarrow V_1=\frac{15}{16}.\frac{16}{27}.V_{S.ABC}=\frac{5}{9}.V_{S.ABC}\Rightarrow V_2=V_{S.ABC}-V_1=\frac{4}{9}.V_{S.ABC}.$

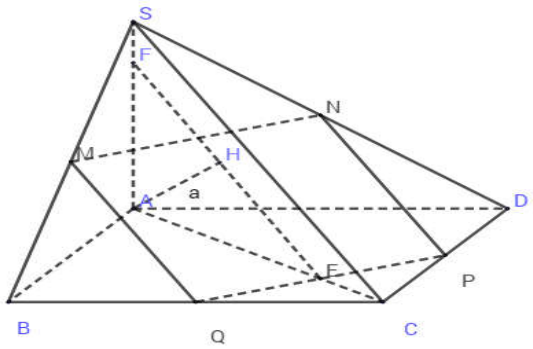
Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{4}.$

Câu 7: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a.Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SD, CD, BC. Tính thể tích khối chóp $AMNPQ$.(Gõ thiếu yêu cầu đề bài)

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $F = PQ \cap AC$. Dễ thấy $AF \perp PQ$.

Mặt khác do $(MNPQ) // SC$ nên $(SAC) \cap (MNPQ) = EF$ $(EF // SC ; F \in SA)$.

Dựng $AH \perp EF$. Do $PQ \perp (SAC)$ nên $PQ \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (MNPQ) \Rightarrow AH = d(A;(MNPQ))$.

Ta có: $AE = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$; $AF = \frac{3}{4}AS = \frac{3}{4}\sqrt{SC^2 - AC^2} = \frac{3a}{4}$

Suy ra: $AH = \sqrt{\frac{AF^2.AE^2}{AE^2 + AF^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Mặt khác do $BD \perp SC$ nên $PQ \perp QM$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$S_{MNPQ} = MQ.QP = \frac{1}{4}BD.SC = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

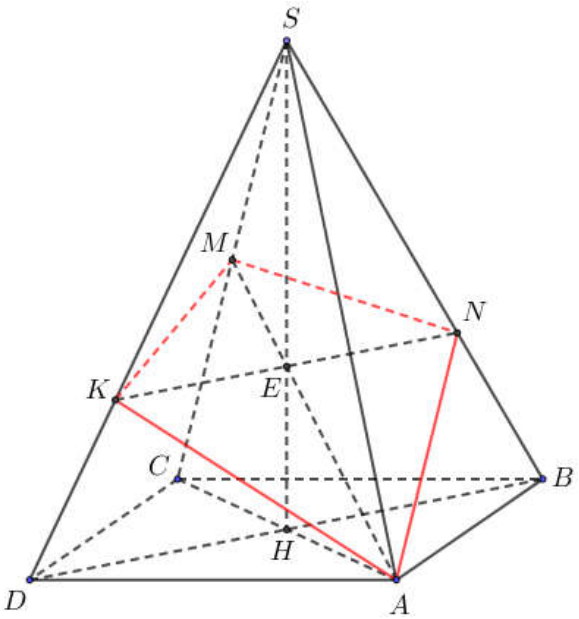
Vậy $V_{A.MNPQ} = \frac{1}{3}AH.S_{MNPQ} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 8: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K. Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B



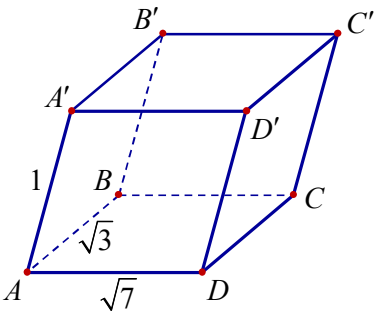
Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, $E = SH \cap AM \Rightarrow E$ là trọng tâm ΔSAC

$\Rightarrow \dfrac{SE}{SH} = \dfrac{SK}{SD} = \dfrac{SN}{SB} = \dfrac{2}{3}$. Ta có $\dfrac{V_{S.AKM}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SA.SK.SM}{SA.SD.SC} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AKM} = \dfrac{1}{6}V_{S.ABCD}$

Tương tự $\dfrac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ANM} = \dfrac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

Từ đó $V_{S.ANMK} = V_{S.ANM} + V_{S.AKM} = \dfrac{1}{6}V_{S.ABCD} + \dfrac{1}{6}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

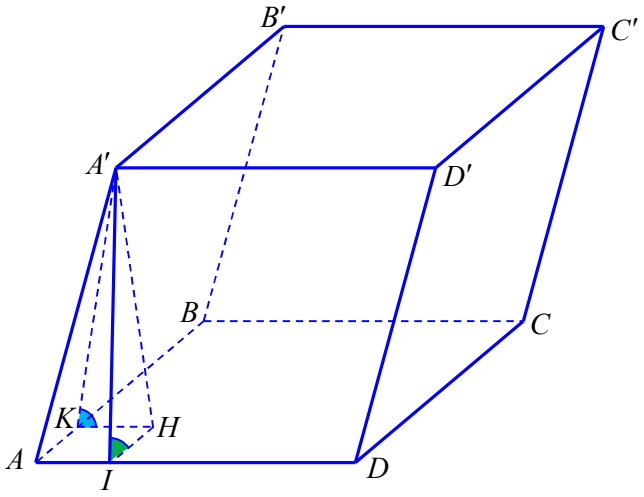
Câu 9: **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{3}$; $AD = \sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc $45°$, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích khối hộp là



A. $\sqrt{7}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** $7\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$;

kẻ $HK \perp AB$, $HI \perp AD$ thì $\left(\widehat{(ABB'A'),(ABCD)}\right) = \widehat{HKA'}$ và $\left(\widehat{(ADD'A'),(ABCD)}\right) = \widehat{HIA'}$

Theo giả thiết, ta có $\widehat{HKA'} = \widehat{HIA'} = 45° \Rightarrow \Delta HKA' = \Delta HIA' \Rightarrow HI = HK$

$\Rightarrow$ tứ giác $AIHK$ là hình vuông cạnh a, $(a > 0) \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Tam giác $A'HK$ vuông cân tại H có $HK = HA' = a$

Tam giác AHA' vuông tại H có $AA'^2 = AH^2 + A'H^2$

$\Leftrightarrow a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'H = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

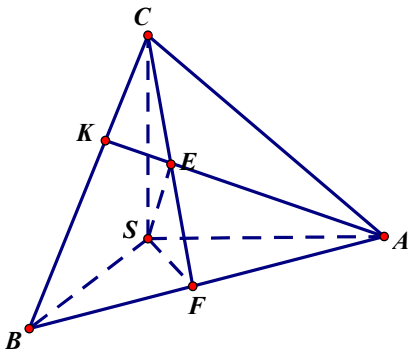
Khi đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'H \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}.\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}$.

Câu 10: **(THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Sin của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn C



Trong tam giác ABC kẻ đường cao AK và CF và $AK \cap CF = \{E\}$ nên E là trực tâm tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} SC \perp SA \\ SC \perp SB \end{cases} \Rightarrow SC \perp (SAB)$ hay $SC \perp AB$

Mà $CF \perp AB$ nên $AB \perp (SCF) \Rightarrow AB \perp SE$. Chứng minh tương tự ta được

$BC \perp (SAK) \Rightarrow BC \perp SE$. Vậy $SE \perp (ABC)$.

Ta có CE là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

$(SC,(ABC)) = (SC,CE) = \widehat{SCE}$

Ta có tam giác SCF vuông tại S nên $\frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SF^2}$. Mặt khác tam giác SAB vuông tại S nên $\frac{1}{SF^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2}$. Suy ra $\frac{1}{SE^2} = \frac{1}{SC^2} + \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SE^2} = \frac{3}{a^2} \Leftrightarrow SE = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

$\sin \widehat{SCE} = \frac{SE}{SC} = \frac{a}{\sqrt{3}} : a = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 11: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện đều có cạnh bằng 3. M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Tính giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện đã cho.

A. 36. **B.** $\frac{9}{64}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r_1, r_2, r_3, r_4 là khoảng cánh từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện.

Gọi S là diện tích một mặt của tứ diện $\Rightarrow S = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Đường cao của tứ diện là $h = \sqrt{3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6}$.

Thể tích của tứ diện là $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}.\frac{9\sqrt{3}}{4}.\sqrt{6} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Mặt khác, ta có $V = \frac{1}{3}.S.(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = \frac{9\sqrt{2}}{4} \Rightarrow r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 3.\frac{9\sqrt{2}}{4}.\frac{4}{9\sqrt{3}} = \sqrt{6}$.

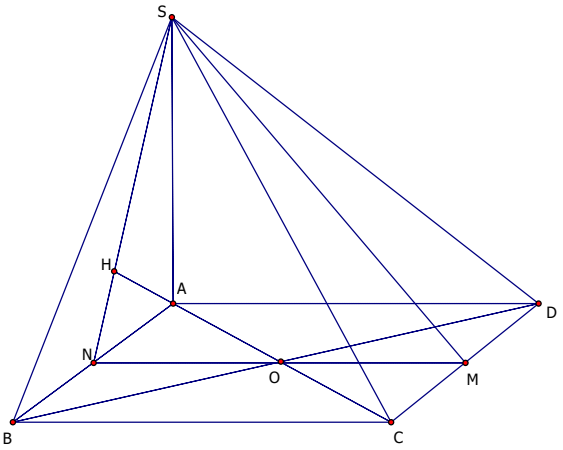
Lại có $\sqrt{6} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \geq 4\sqrt[4]{r_1.r_2.r_3.r_4} \Leftrightarrow r_1.r_2.r_3.r_4 \leq \frac{9}{64}$.

Câu 12: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của CD. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SM bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm của $AB \Rightarrow BC//(SMN)$.

$\Rightarrow d(BC,SM)=d(BC,(SMN))=d(B,(SMN))=d(A,(SMN))$.

Dựng AH vuông góc với SN tại $H \Rightarrow AH \perp (SMN)$.

Vậy $d(A,(SMN))=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lại có, trong tam giác vuông SAN: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AS^2} \Rightarrow SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

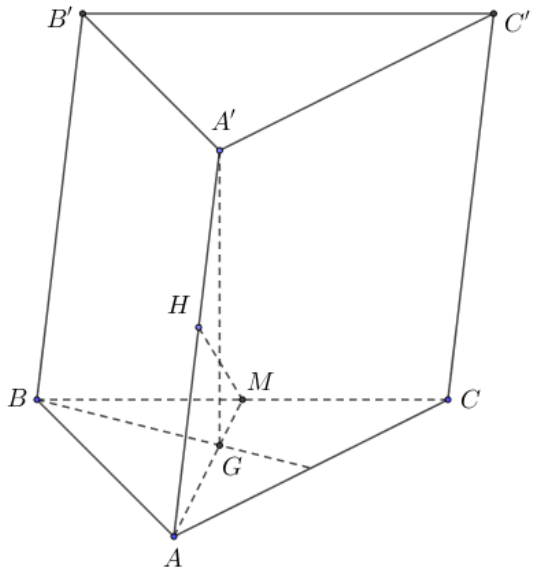
Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 13: **(THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC. Vẽ $MH \perp AA'$ $(H \in BC)$.

Ta có $AM \perp BC$, $A'G \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AG) \Rightarrow BC \perp MH \Rightarrow d(AA', BC) = MH$.

$AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$.

Ta có $\frac{MH}{AH} = \frac{A'G}{AG} = \tan \widehat{GAH} \Rightarrow A'G = \frac{MH.AG}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}$.

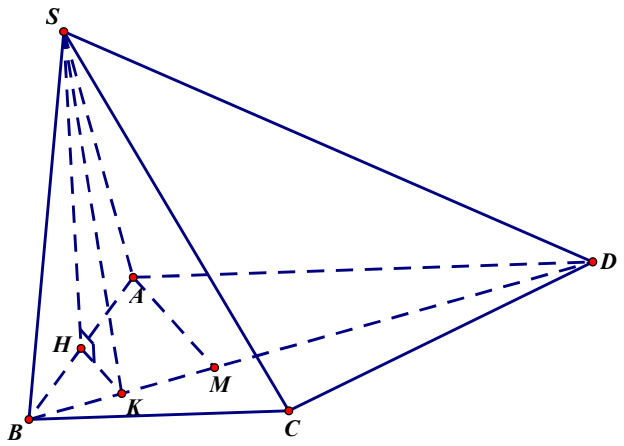
Vậy $V = S_{ABC}.A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy $(ABCD)$ trùng với trung điểm AB. Biết $AB = a$, $BC = 2a$, $BD = a\sqrt{10}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng đáy là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = \frac{3\sqrt{30}a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{12}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{30}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AD=\sqrt{BD^2-AB^2}=3a$.

Gọi H là trung điểm AB thì $SH\perp(ABCD)$, kẻ $HK\perp BD$ (với $K\in BD$), ta có $\widehat{SKH}$ là góc giữa (SBD) và $(ABCD)$, do đó $\widehat{SKH}=60°$.

Gọi AM là đường cao của tam giác vuông ABD. Khi đó, ta có:

$AM=\dfrac{AB.AD}{BD}=\dfrac{a.3a}{a\sqrt{10}}=\dfrac{3a}{\sqrt{10}}$, suy ra $HK=\dfrac{AM}{2}=\dfrac{3a}{2\sqrt{10}}$.

Do đó: $SH=HK\tan\widehat{SKH}=\dfrac{3a}{2\sqrt{10}}.\tan 60°=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}$.

Vậy nên:

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}(AD+BC).AB.SH$

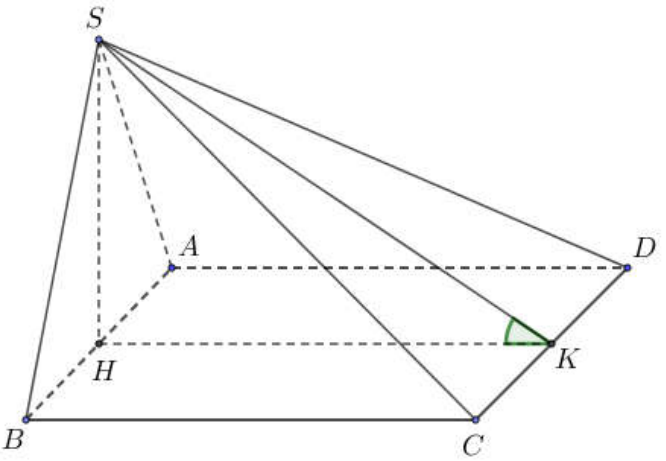
$=\dfrac{1}{6}(3a+2a).a.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{30}a^3}{8}$.

Câu 15: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết côsin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{13}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{17}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{17}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$, K là trung điểm $CD \Rightarrow CD \perp SK$

Ta có $\widehat{((SCD),(ABCD))} = \widehat{(SK,HK)} = \widehat{SKH}$. $\cos\widehat{SKH} = \dfrac{HK}{SK} \Rightarrow SK = \dfrac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$

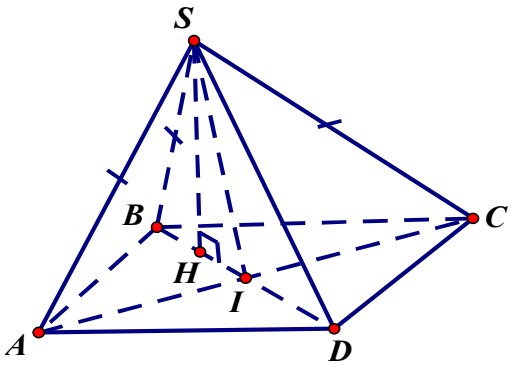
Vậy $V = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{13}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{13}}{6}$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm hình thoi $ABCD$, H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC hay $H \in BI$.

Có $SI^2 = SA^2 - IA^2 = a^2 - IA^2$, $IB^2 = AB^2 - IA^2 = a^2 - IA^2$ suy ra $SI = IB$. Khi đó tam giác SBD vuông tại S.

Hoặc $\Delta ABC = \Delta ASC = \Delta ADC$ $(c-c-c)$ nên $IB = IS = ID$, do đó ΔSBD vuông tại S.

Giả sử $SD = x$. Ta có $SB.SD = SH.BD \Leftrightarrow a.x = SH.BD \Leftrightarrow SH = \dfrac{a.x}{BD}$

Ta có $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3}SH.\dfrac{1}{2}AC.BD = \dfrac{1}{3}.\dfrac{ax}{BD}.\dfrac{1}{2}AC.BD = \dfrac{1}{6}ax.AC$

Ta có $BD^2 = SB^2 + SD^2 = a^2 + x^2$ suy ra $IB^2 = \dfrac{a^2 + x^2}{4} \Rightarrow IA^2 = a^2 - \dfrac{a^2 + x^2}{4} = \dfrac{3a^2 - x^2}{4}$

Suy ra $AC = 2IA = 2\sqrt{\dfrac{3a^2 - x^2}{4}} = \sqrt{3a^2 - x^2}$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{6}ax.\sqrt{3a^2 - x^2} \le \frac{a}{6}.\frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} = \frac{a^3}{4}$$

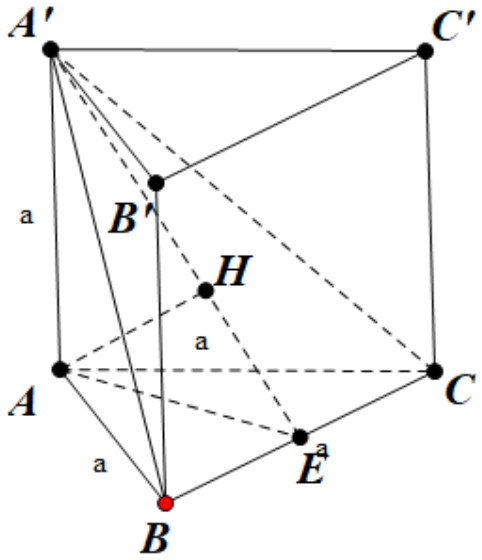
Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 17: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là trung điểm của BC. Ta có $\begin{cases} A'E \perp BC \\ AE \perp BC \end{cases} \Rightarrow (A'AE) \perp (A'BC)$

Kẻ đường cao AH $(H \in A'E) \Rightarrow AH \perp (A'BC)$

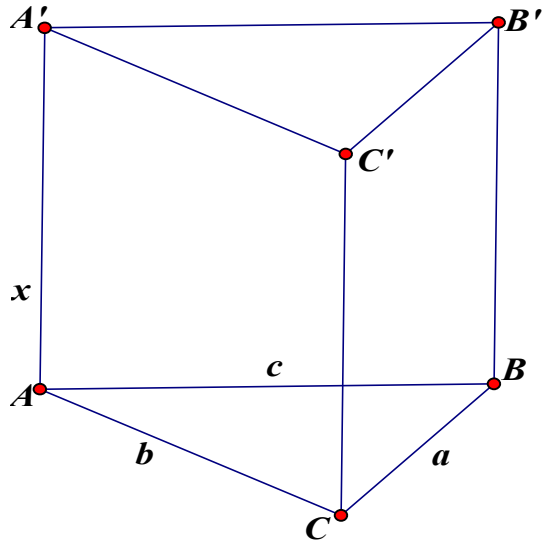
$$\Rightarrow d(A,(A'BC)) = AH = \sqrt{\frac{A'A^2.AE^2}{A'A^2 + AE^2}} = \sqrt{\frac{a^2.\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = a\frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 18: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 4, diện tích ba mặt bên lần lượt là 9, 18 và 10. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt[4]{11951}$. **B.** $\dfrac{\sqrt[4]{11951}}{2}$. **C.** $\sqrt{11951}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11951}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $AA'=x,\ AB=c,\ AC=b,\ BC=a$.

Ta có: $\begin{cases} xc=18 \\ xb=9 \\ xa=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=2b \\ a=\dfrac{10}{9}b \end{cases}$.

Ta lại có $S_{ABC}=4 \Leftrightarrow \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=4$, với $p=\dfrac{a+b+c}{2}=\dfrac{37}{18}b$

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{37}{18}b\left(\dfrac{37}{18}b-\dfrac{10}{9}b\right)\left(\dfrac{37}{18}b-b\right)\left(\dfrac{37}{18}b-2b\right)}=4$

$\Leftrightarrow b=\dfrac{1296}{\sqrt{11951}}$. Suy ra $x=\dfrac{\sqrt{11951}}{8}$.

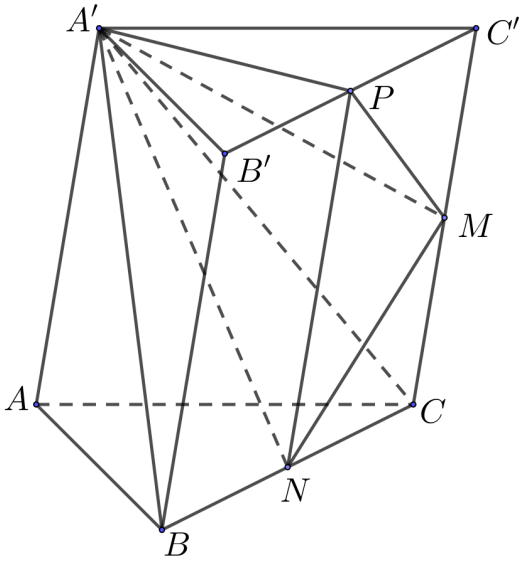
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V=AA'.S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{11951}}{2}$.

Câu 19: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48\,\text{cm}^3$. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC', BC và $B'C'$, khi đó thể tích V của khối chóp $A'.MNP$ là

A. $\dfrac{16}{3}\,\text{cm}^3$. **B.** $8\,\text{cm}^3$. **C.** $24\,\text{cm}^3$. **D.** $12\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có:

$+\ V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d\left(A',(ABC)\right)=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{A'.BCC'B'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

$+\ V_{A'.MNP}=\frac{1}{3}S_{\Delta MNP}.d\left(A',(MNP)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{BB'C'C}.d\left(A',(BB'C'C)\right)=\frac{1}{4}V_{A'.BB'C'C}$

(Vì: $S_{\Delta MNP}=\frac{1}{2}S_{CC'PN}=\frac{1}{4}S_{BB'C'C}$ và $d\left(A',(MNP)\right)=d\left(A',(BB'C'C)\right)$)

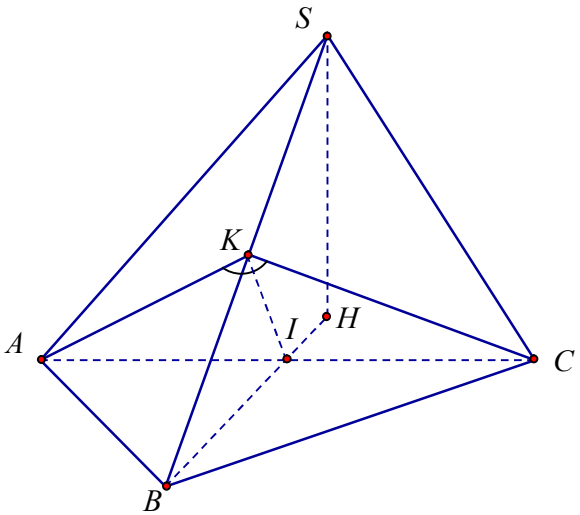
Suy ra: $V_{A'.MNP}=\frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}=8\,\text{cm}^3$.

Câu 20: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI}=3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{a^3}{9}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{18}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1:

Dễ thấy hai tam giác SAB và SAC bằng nhau (cạnh chung SB), gọi K là chân đường cao hạ từ A trong tam giác SAB suy ra $\left((SAB),(SBC)\right)=\widehat{AKC}$.

TH1: $\widehat{AKC}=60^\circ$ kết hợp I là trung điểm AC suy ra $\widehat{IKC}=30^\circ$.

Ta có $IB=IC=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $BH=\dfrac{4}{3}BI=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại B ta được $AC\perp BI\Rightarrow IC\perp IK$.

Trong tam giác ICK vuông tại I có $\tan\widehat{IKC}=\dfrac{IC}{IK}\Leftrightarrow IK=\dfrac{IC}{\tan 30^\circ}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Như vậy $IK>IB$ (vô lý).

TH2: $\widehat{AKC}=120^\circ$ tương tự phần trên ta có $\tan\widehat{IKC}=\dfrac{IC}{IK}\Leftrightarrow IK=\dfrac{IC}{\tan 60^\circ}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Do $SB\perp(AKC)\Rightarrow SB\perp IK$ nên tam giác BIK vuông tại K và $BK=\sqrt{IB^2-IK^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Như vậy tam giác BKI đồng dạng với tam giác BHS suy ra: $SH=\dfrac{IK.BH}{BK}=\dfrac{2a}{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{2a}{3}=\dfrac{a^3}{9}$.

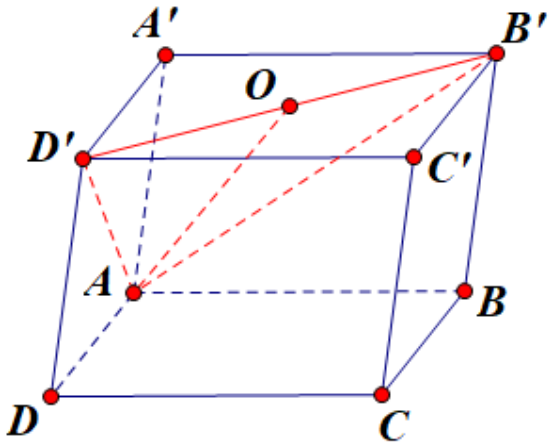
Cách 2: dùng phương pháp tọa độ hóa.

Câu 21: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $B'D'$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



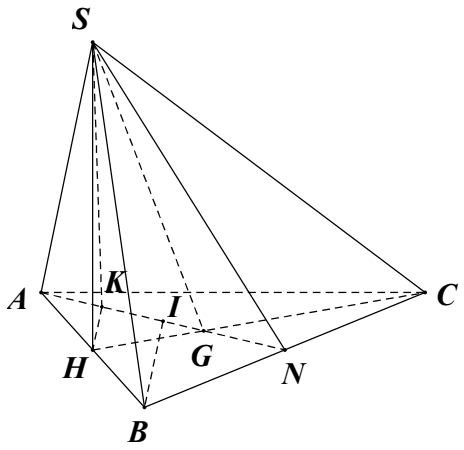
Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh a nên tam giác $AB'D'$ là tam giác đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng $B'D'$ là $AO=\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 22: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.BC=a^2\Rightarrow S_{\Delta ACG}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2}{3}$.

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Gọi N là trung điểm của BC, I là trung điểm của AN và K là trung điểm của AI.

Ta có $AB=BN=a\Rightarrow BI\perp AN\Rightarrow HK\perp AN$.

Do $AG\perp(SHK)$ nên góc giữa (SAG) và đáy là $\widehat{SKH}=60°$.

Ta có: $BI=\dfrac{1}{2}AN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow HK=\dfrac{1}{2}BI=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$, $SH=SK.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

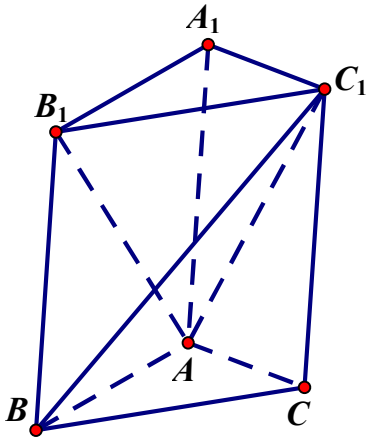
Vậy $V=V_{ACGS}=V_{S.ACG}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ACG}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

Câu 23: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$.

A. 14. **B.** $\dfrac{28}{3}$. **C.** $\dfrac{14}{3}$. **D.** 28.

Lời giải

Chọn A



Gọi thể tích lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ là V.

Ta chia khối lăng trụ thành $ABC.A_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1) được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

Ta có $V_{C_1.ABC}=\frac{1}{3}V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1}=\frac{2}{3}V$

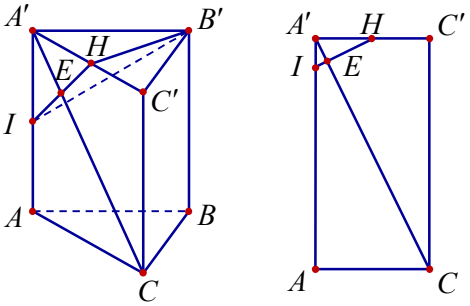
Mà $V_{C_1.ABB_1A_1}=\frac{1}{3}.S_{ABB_1A_1}.\mathrm{d}\left(A;(ABB_1A_1)\right)=\frac{1}{3}.4.7=\frac{28}{3}$. Vậy $V=\frac{28}{3}.\frac{3}{2}=14$

Câu 24: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc với $A'C$ chia lăng trụ thành hai khối. Biết thể tích của hai khối là V_1 và V_2 với $V_1<V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{47}$. **B.** $\frac{1}{23}$. **C.** $\frac{1}{11}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $A'C'$, giác $\Delta A'B'C'$ đều nên $B'H\perp A'C'$.

Trong $(A'C'CA)$, kẻ $HE\perp A'C$, $HE\cap A'A=I$.

Ta có: $\begin{cases}B'H\perp A'C'\\ HI\perp A'C'\end{cases}\Rightarrow A'C'\perp(B'HI)\Rightarrow(P)\equiv(B'HI)$.

$\Delta A'EH \# \Delta A'C'C \Rightarrow \frac{A'E}{A'H}=\frac{A'C'}{A'C}\Rightarrow A'E=\frac{A'C'.A'H}{A'C}=\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

$\Delta A'IH \# \Delta A'C'C \Rightarrow \frac{IH}{A'H}=\frac{A'C}{C'C}\Rightarrow IH=\frac{A'C.A'H}{C'C}=\frac{a\sqrt{5}}{4}$.

$S_{B'HI}=\frac{1}{2}B'H.HI=\frac{a^2\sqrt{15}}{16}$.

$V_1=\frac{1}{3}.S_{B'HI}.A'E=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{15}}{16}.\frac{a\sqrt{5}}{10}=\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'A=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

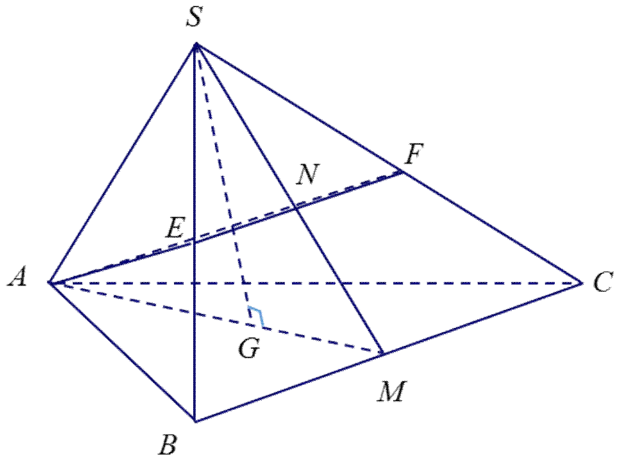
$V_2=\frac{47}{96}a^3\sqrt{3}$ do đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{47}$.

Câu 25: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC, N là trung điểm SM.

G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SG\perp(ABC)$

$$\begin{cases}(AEF)\perp(SBC)\\(AEF)\cap(SBC)=EF\Rightarrow AN\perp(SBC)\Rightarrow AN\perp SM.\\AN\perp EF\end{cases}$$

Tam giác SAM cân tại A, AN là trung tuyến đồng thời là đường cao.

Suy ra SAM vuông cân tại A

Suy ra $SA=AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AG=\frac{2}{3}AM=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

$SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}-\frac{a^2}{3}}=a.\sqrt{\frac{5}{12}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.a\sqrt{\frac{5}{12}}.\frac{1}{2}.a^2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 26: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB=AD=2a$, (P). Gọi I là trung điểm cạnh AD, biết

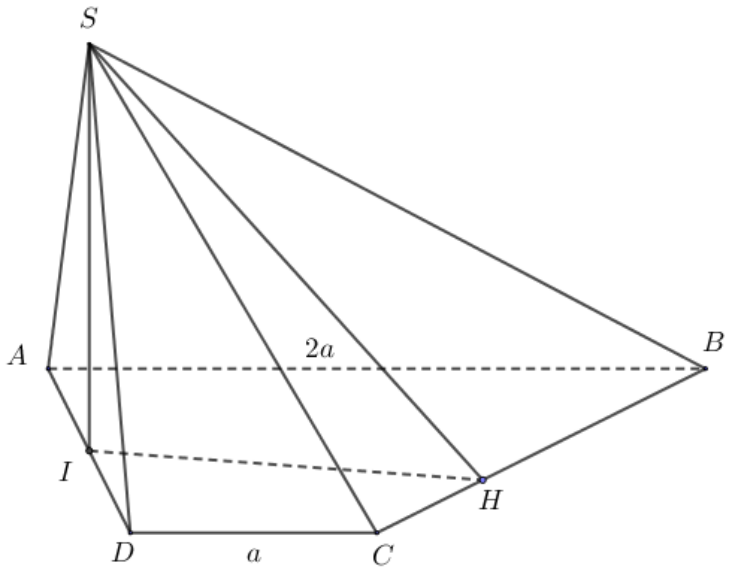
hai mặt phẳng (SBI), (SCI) cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$.

Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC), $(ABCD)$.

A. $30°$. **B.** $36°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D



Diện tích hình thang $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AD(AB+CD)=\frac{1}{2}2a.3a=3a^2$, $CB=AC=a\sqrt{5}$.

Độ dài đường cao $SI=\frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}}=\frac{3.\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}}{3a^2}=\frac{3\sqrt{15}a}{5}$.

Vẽ $IH\perp CB$ tại $H\Rightarrow BC\perp(SIH)\Rightarrow BC\perp SH$.

Ta có $\left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{IH,SH}\right)=\widehat{SHI}$.

$S_{ICB}=S_{ABCD}-S_{IDC}-S_{AIB}=3a^2-\frac{a^2}{2}-a^2=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow IH.CB=3a^2\Rightarrow IH=\frac{3a\sqrt{5}}{5}$.

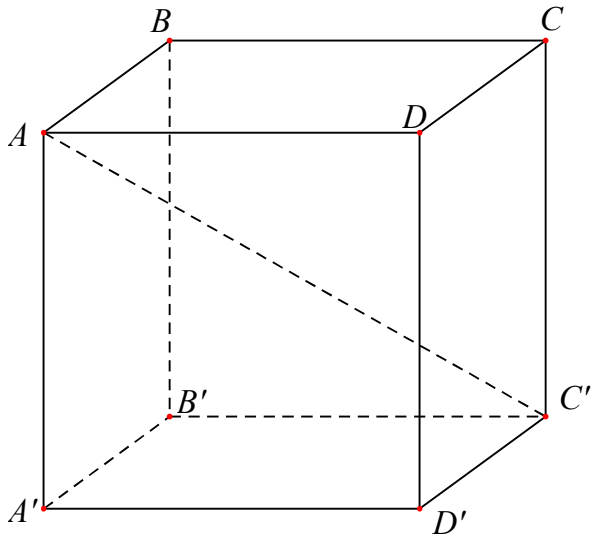
$\tan\widehat{SHI}=\frac{SI}{IH}=\frac{\frac{3a\sqrt{15}}{5}}{\frac{3a\sqrt{5}}{5}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SHI}=60°$.

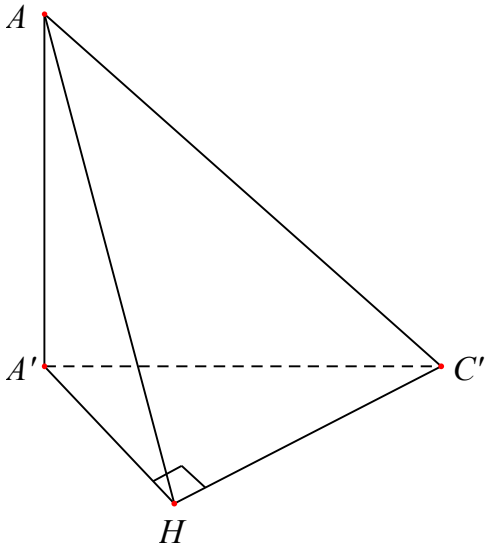
Câu 27: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng chứa đường chéo AC'. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A





Gọi (H) là thiết diện của hình lập phương và mặt phẳng (α) chứa AC'.

+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh BB' hoặc DD'.

Giao tuyến của (α) và $(A'B'C'D')$ là đường thẳng d, hình chiếu vuông góc của A' lên d là điểm H. Khi đó góc giữa (α) và $(A'B'C'D')$ là $\widehat{AHA'}$.

Vì $A'H \perp d$ nên $A'H \le A'C'$, do đó $\sin\alpha = \dfrac{AA'}{AH} \ge \dfrac{AA'}{AC'} = \sin\widehat{AC'A'}$, do đó $\cos\alpha \le \cos\widehat{A'C'A}$

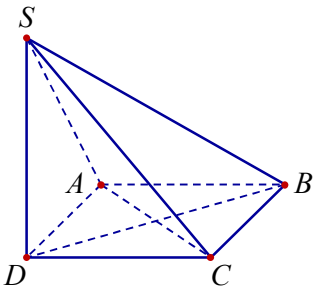
Hình chiếu vuông góc của hình (H) lên $(A'B'C'D')$ là hình vuông $A'B'C'D'$, do đó diện tích hình (H): $S_{A'B'C'D'} = S_{(H)}.\cos\alpha \Rightarrow S_{(H)} = \dfrac{S_{A'B'C'D'}}{\cos\alpha}$.

Diện tích thiết diện nhỏ nhất khi $\cos\alpha$ lớn nhất, tức là $\cos\alpha = \cos\widehat{A'C'A} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Khi đó diện tích cần tìm là $S_{(H)} = \dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{6}$.

+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh CD hoặc $A'B'$, chọn mặt phẳng chiếu là $(BCC'B')$, chứng minh tương tự ta cũng có $S_{(H)} = \dfrac{S_{BB'C'C}}{\cos\alpha}$, $\min S_{(H)} = 2\sqrt{6}$.

+ Trường hợp (H) có một đỉnh thuộc cạnh BC hoặc $A'D'$, chọn mặt phẳng chiếu là $(BAA'B')$, chứng minh tương tự ta cũng có, $\min S_{(H)} = 2\sqrt{6}$.

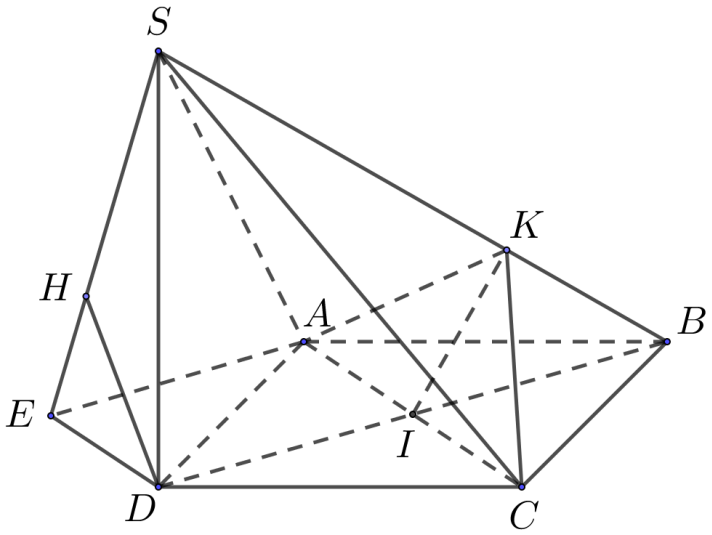
Câu 41(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a, $\widehat{ABC} = 60°$, $SD \perp (ABCD)$ và $(SAB) \perp (SBC)$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD bằng



A. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{42}}{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{42}}{21}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I = AC \cap BD$. Dựng $IK \perp SB (K \in SB) \Rightarrow \widehat{((SAB),(SBC))} = \widehat{AKC} = 90°$.

Dựng hình chữ nhật $AIDE$.

Ta có: $BD // AE \Rightarrow BD // (SAE) \Rightarrow d(BD;SA) = d(BD;(SAE)) = d(D;(SAE))$.

Dựng: $DH \perp SE\ (H \in SE)$

Vì $\begin{cases} AE \perp ED \\ AE \perp SD \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SED) \Rightarrow (SEA) \perp (SED) \Rightarrow DH \perp (SEA) \Rightarrow d(D;(SEA)) = DH$.

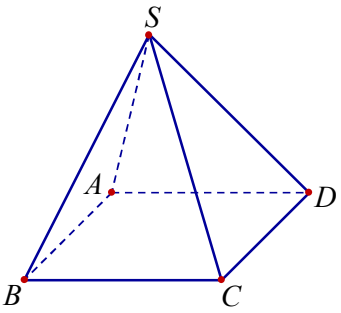
Ta có: $\Delta BKI \# \Delta SDB \Rightarrow \frac{SD}{IK} = \frac{DB}{KB}$

Với: $KI = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$; $BD = a\sqrt{3}$; $KB = \sqrt{IB^2 - IK^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Trong tam giác SED có $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DE^2} + \frac{1}{SD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{4}{6a^2} = \frac{14}{3a^2} \Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{42}}{14}$.

Vậy: $d(SA;BD) = \frac{a\sqrt{42}}{14}$.

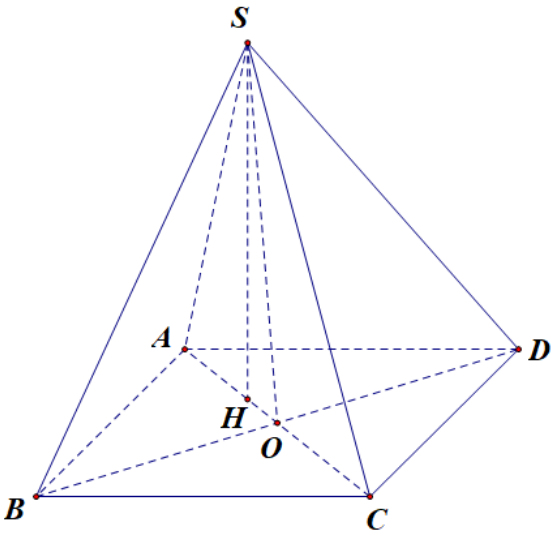
Câu 28: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SC = x\ \left(0 < x < \sqrt{3}\right)$, các cạnh còn lại đều bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Biết rằng thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{\sqrt{a}}{b}\ (a,b \in \mathbb{Z}^+)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a^2-2b<30$. **B.** $a^2-8b=20$. **C.** $b^2-a<-2$. **D.** $2a-3b^2=-1$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$, vì $SA=SB=SD$ nên $H\in AO$ với O là trung điểm của BD

Ta xét hai tam giác SBD và ABD có cạnh BD chung, $SB=AB$, $SD=AD$ nên $\Delta SBD=\Delta ABD$ suy ra $AO=SO=OC$ do đó ΔSAC vuông tại S.

Ta có $AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{1+x^2}\Rightarrow BO=\frac{\sqrt{3-x^2}}{2}\Rightarrow S_{ABCD}=\frac{\sqrt{(1+x^2)(3-x^2)}}{2}\ \left(0<x<\sqrt{3}\right)$

Mặt khác $SH=\frac{SA.SC}{\sqrt{SA^2+SC^2}}=\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{x^2(3-x^2)}}{6}\le\frac{1}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất khi và chỉ khi $x^2=3-x^2\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

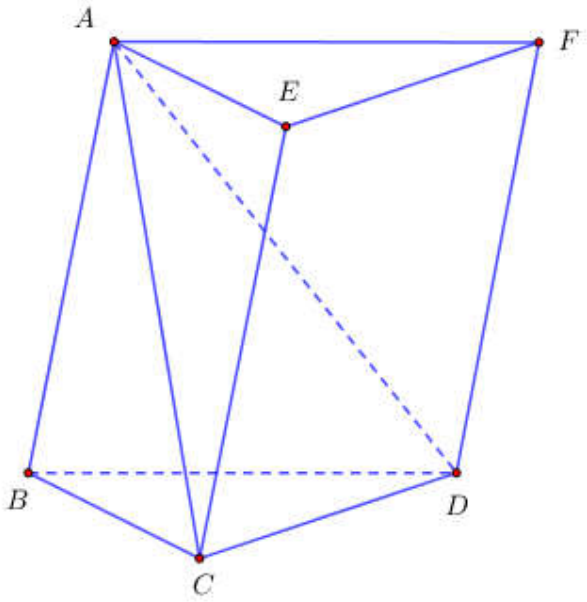
Vậy $\begin{cases}a=6\\b=2\end{cases}$. Suy ra $a^2-8b=20$.

Câu 29: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=6(\text{cm})$, khoảng cách giữa AB và CD bằng $12(\text{cm})$, góc giữa AB và CD bằng $30°$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $36(\text{cm}^3)$. **B.** $25(\text{cm}^3)$. **C.** $60(\text{cm}^3)$. **D.** $32(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn A



Dựng hình lăng trụ $AEF.BCD$ suy ra $EC = AB = CD = 6(\text{cm})$

Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng góc giữa EC và CD và bằng $30°$

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $(CDFE)$

Ta có $d(AB,CD) = d(AB,(CDFE)) = d(A,(CDEF)) = AH = 12(\text{cm})$.

Suy ra $V_{A.CDFE} = \frac{1}{3}AH.S_{CDFE} = \frac{1}{3}.12.EC.CD.\sin\widehat{(EC,CD)} = 72(\text{cm}^3)$.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{AEF.BCD}$, mặt khác $V_{ABCD} + V_{A.CDFE} = V_{AEF.BCD}$.

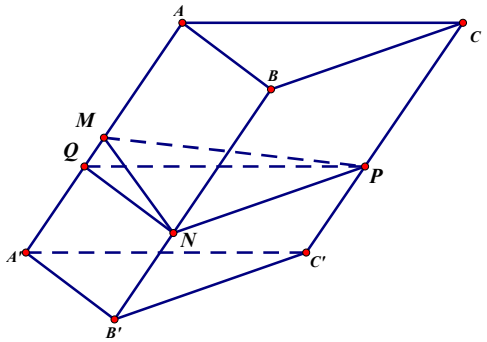
Suy ra $V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{A.CDFE} = 36(\text{cm}^3)$.

Câu 30: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của đa diện $ABC.MNP$

A. $V' = \frac{11}{27}a^3$. **B.** $V' = \frac{9}{16}a^3$. **C.** $V' = \frac{11}{3}a^3$. **D.** $V' = \frac{11}{18}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1:

Lấy điểm $Q \in AA'$ sao cho $PQ//AC$.

Ta có $MQ = AQ - AM = \frac{1}{6}AA'$.

Dễ thấy $V_{ABC.MNP} = \frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'}$, $V_{M.QNP} = \frac{1}{12}.V_{ABC.A'B'C'}$.

Vậy $V' = V_{ABC.MNP} - V_{M.QNP} = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}a^3$.

Cách 2:

$$\frac{V_{MNPA'B'C'}}{V_{ABCA'B'C'}} = \frac{1}{3}\left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{B'N}{B'B} + \frac{C'P}{C'C}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{18}$$

$$\Rightarrow V_{ABCMNP} = \left(1 - \frac{7}{18}\right)V_{ABCA'B'C'} = \frac{11}{18}.6a^3 = \frac{11}{3}a^3$$

Câu 31: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên hai cạnh SA, SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $SP = 1$, $SQ = 2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

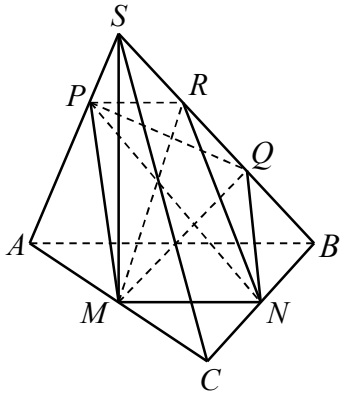
A. $V = \frac{\sqrt{7}}{18}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{34}}{12}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{34}}{144}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SA = SB = SC$, $MA = MB = MC \Rightarrow SM \perp (ABC)$

Cách 1:



Lấy điểm $R \in SB$ sao cho $SR = 1$.

Gọi d_S, d_R, d_Q lần lượt là khoảng cách từ S, R, Q đến mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow d_R = \frac{2}{3}d_S$; $d_Q = \frac{1}{3}d_S$.

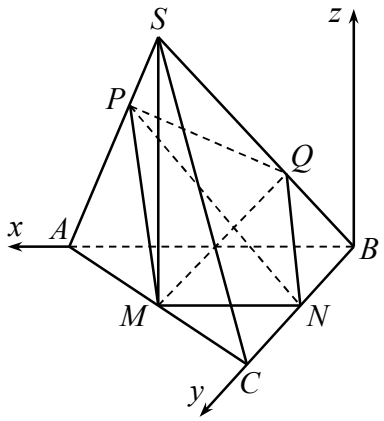
Ta có $\frac{SP}{SA} = \frac{SR}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PR // AB \Rightarrow PR // MN$.

Do đó $V_{PMNQ} = V_{RMNQ} = V_{RMNB} - V_{QMNB} = \frac{1}{3}S_{MNB}\left(d_R - d_Q\right) = \frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{ABC}.\frac{1}{3}d_S = \frac{1}{36}S_{ABC}.d_S$

Với $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = 2$, $d_S = SM = \sqrt{7}$. Suy ra $V_{PMNQ} = \frac{\sqrt{7}}{18}$ (đvtt)

Cách 2: Ta có $AB = BC = 2$, $SM = \sqrt{7}$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.



Ta có: $B(0;0;0)$, $A(2;0;0)$, $C(0;2;0)$, $N(0;1;0)$, $M(1;1;0)$, $S\left(1;1;\sqrt{7}\right)$

$\overrightarrow{SP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} \Rightarrow P\left(\frac{4}{3};\frac{2}{3};\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)$; $\overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BS} \Rightarrow Q\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{NM} = (1;0;0)$, $\overrightarrow{NQ} = \left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$, $\overrightarrow{NP} = \left(\frac{4}{3};-\frac{1}{3};\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{NM};\overrightarrow{NQ}\right] = \left(0;-\frac{\sqrt{7}}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

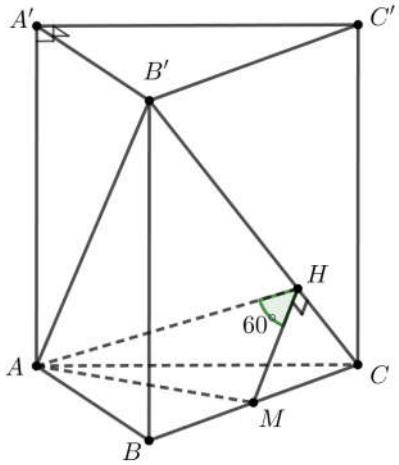
Suy ra $V_{MNPQ} = \frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{NM};\overrightarrow{NQ}\right].\overrightarrow{NP}\right| = \frac{1}{6}.\left|\frac{\sqrt{7}}{9} - \frac{4\sqrt{7}}{9}\right| = \frac{\sqrt{7}}{18}$ (đvtt).

Câu 32: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Khối đa diện $AB'CA'C'$ là hình chóp $B'.ACC'A'$ có $A'B' \perp (ACC'A')$.

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$ ta suy ra $AB = AC = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'C$ (1).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $B'C$, suy ra $MH \perp B'C$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $B'C \perp (AMH)$. Từ đó suy ra góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc giữa AH và MH. Mà tam giác AMH vuông tại H nên $\Rightarrow \widehat{AHM} = 60°$.

$\Rightarrow MH = AM.\cot 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác $B'BC$ đồng dạng với tam giác MHC nên suy ra $\sin\widehat{HCM} = \dfrac{MH}{MC} = \dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow 1 + \tan^2\widehat{MCH} = \dfrac{1}{1-\sin^2\widehat{MCH}} = \dfrac{1}{1-\frac{1}{3}} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \tan\widehat{MCH} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow BB' = BC.\tan\widehat{MCH} = a\sqrt{6}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{3}$

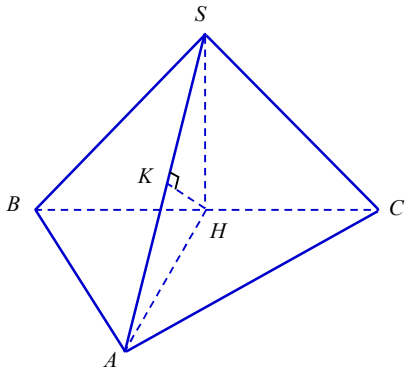
$\Rightarrow V_{AB'CA'C'} = V_{B'.ACC'A'} = \dfrac{1}{3}B'A'.AC.AA' = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a\sqrt{3}.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{4}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{22}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Ta có $\left.\begin{matrix} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SHA)$.

Trong (SHA) kẻ $HK \perp SA$ $(K \in SA)$ (1)

Mà $BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK \quad (2)$

Từ (1) và suy ra HK là đoạn vuông góc chung của SA và $BC \Rightarrow d(SA, BC) = HK$

Tam giác vuông SHA có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

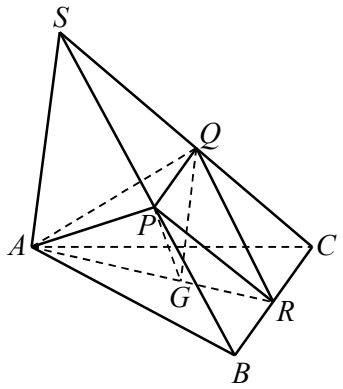
Vậy $d(SA, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 34: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính thể tích của hình chóp $G.APQ$ theo V.

A. $\frac{1}{8}V$. **B.** $\frac{1}{12}V$. **C.** $\frac{1}{6}V$. **D.** $\frac{3}{8}V$..

Lời giải

Chọn C



Gọi R là trung điểm của BC, ta có $\frac{V_{A.PQR}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{A.PQR} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$.

Mặt khác ta lại có $\frac{V_{G.APQ}}{V_{A.PQR}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow V_{G.APQ} = \frac{2}{3}V_{A.PQR}$.

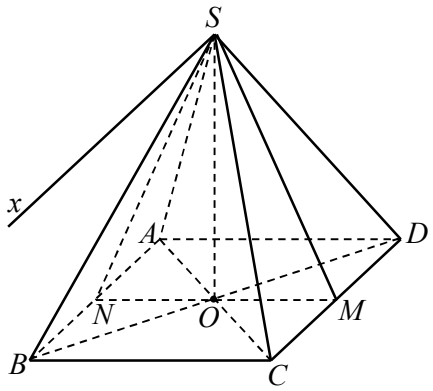
Vậy $V_{G.APQ} = \frac{2}{3}.\frac{1}{4}V_{S.ABC} = \frac{1}{6}V$.

Câu 35: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác ΔSAB và ΔSCD bằng 2. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{S.ABCD}=2V_{A.SCD}=\frac{2}{3}d\left(A,\left(SCD\right)\right).S_{SCD}$

Ta có $\left(SAB\right)\cap\left(SCD\right)=Sx\ //\ AB$. Gọi M là trung điểm của CD, N là trung điểm của AB.

$\Rightarrow SM\perp CD$, $SN\perp AB\Rightarrow SM\perp Sx$, $SN\perp Sx$.

Mặt khác $\left(SAB\right)\perp\left(SCD\right)\Rightarrow SN\perp\left(SCD\right)$ tại S, $\widehat{NSM}=90°$

$d\left(A,\left(SCD\right)\right)=d\left(N,\left(SCD\right)\right)=SN\ \Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}.SN.\frac{1}{2}.SM.CD$.

$SN^2+SM^2=MN^2=AD^2=10$.

$S_{SAB}+S_{SCD}=\frac{1}{2}SN.AB+\frac{1}{2}SM.CD=\frac{1}{2}AB\left(SN+SM\right)\Rightarrow SN+SM=4$

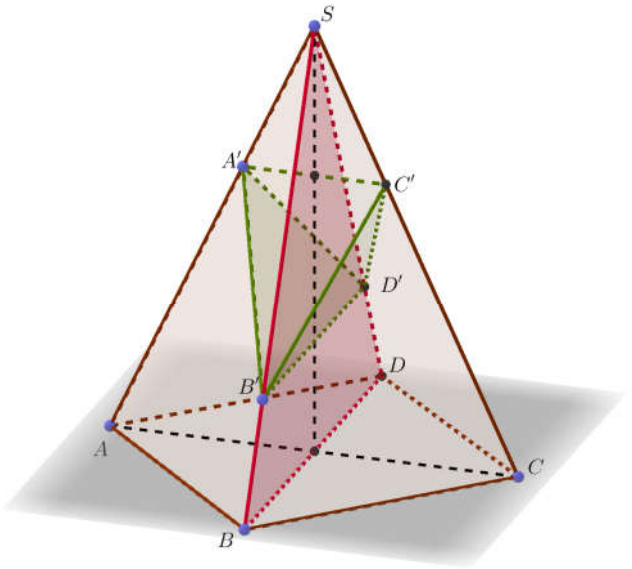
$\Rightarrow SN^2+SM^2+2SN.SM=16\Rightarrow SN.SM=3$. Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.3.1=1$.

Câu 36: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB}=\frac{SD'}{SD}=\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.

A. $V=4$. **B.** $V=6$. **C.** $V=\frac{3}{2}$. **D.** $V=9$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V = V_{SA'B'C'D'} = V_{S.A'B'D'} + V_{S.C'B'D'}$.

$\dfrac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}} = \dfrac{SA'}{SA}\cdot\dfrac{SB'}{SB}\cdot\dfrac{SD'}{SD} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{16} \Rightarrow V_{S.A'B'D'} = \dfrac{3}{16}V_{S.ABD} = \dfrac{3}{32}V_{S.ABCD}$.

Tương tự $V_{S.C'B'D'} = \dfrac{3}{16}V_{S.CBD} = \dfrac{3}{32}V_{S.ABCD}$.

Vậy $V = V_{SA'B'C'D'} = \left(\dfrac{3}{32} + \dfrac{3}{32}\right)V_{S.ABCD} = \dfrac{3}{16}\times 48 = 9$.

Câu 37: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1-u_n)$ với mọi n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$.

A. $2^{2016}+1$. **B.** $2^{2017}+1$. **C.** $2^{2018}+1$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét: phương trình $4x(1-x) = m \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + m = 0$ có $\Delta' = 4 - 4m > 0$ với mọi $0 < m < 1$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 1$, $x_1x_2 = \dfrac{m}{4}$ nên $x_1, x_2 \in (0;1)$.

Ta có: $u_{2018} = 4u_{2017}(1-u_{2017}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u_{2017} = 0 \\ u_{2017} = 1 \end{array}\right.$

Với $u_{2017} = 0$. Suy ra $u_{2017} = 4u_{2016}(1-u_{2016}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u_{2016} = 0 \\ u_{2016} = 1 \end{array}\right.$.

Với $u_{2017} = 1$. Suy ra $u_{2017} = 4u_{2016}(1-u_{2016}) = 1 \Leftrightarrow u_{2016} = \dfrac{1}{2}$.

Với $u_{2016} = \dfrac{1}{2}$. Suy ra $u_{2016} = 4u_{2015}(1-u_{2015}) = \dfrac{1}{2}$ có hai nghiệm u_{2015}.

Từ các kết quả trên, ta thấy hai số hạng liên tiếp u_k, u_{k+1} đều có thể nhận giá trị lần lượt là $\frac{1}{2}$ và 1. Do đó ta có tất cả các trường hợp sau:

- Với $u_2 = ... = u_{2018} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 1 \end{array}\right.$ nên có 2 giá trị của a.
- Với $u_2 = 1 \Rightarrow 4u_1 - 4u_1^2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow$ có 2^0 nghiệm u_1.
- Với $u_3 = 1 \Rightarrow u_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_1^2 - 4u_1 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow$ có 2^1 nghiệm u_1.
- Với $u_4 = 1 \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_2^2 - 4u_2 + \frac{1}{2} = 0$ có 2 nghiệm $u_2 \in (0;1) \Rightarrow 2^2$ nghiệm u_1.
- .....
- Với $u_{2017} = 1$ có 2^{2015} nghiệm u_1.

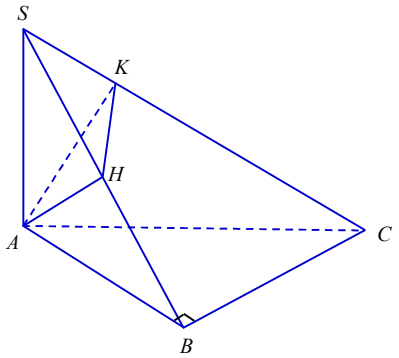
Vậy có $2 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{2015} = 2 + \frac{2^{2016} - 1}{2 - 1} = 2^{2016} + 1$ giá trị của a.

Câu 38: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính thể tích tứ diện $S.AHK$.

A. $\frac{8a^3}{15}$. **B.** $\frac{8a^3}{45}$. **C.** $\frac{4a^3}{15}$. **D.** $\frac{4a^3}{5}$.

Lời giải

Chọn B



$V_{SABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3}{3}$.

$SB^2 = SA^2 + AB^2 = 5a^2$, $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 6a^2$.

$SA^2 = SH.SB \Rightarrow \frac{SH}{SB} = \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{4}{5}$.

$SA^2 = SK.SC \Rightarrow \frac{SK}{SC} = \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{2}{3}$.

$\frac{V_{SAHK}}{V_{SABC}} = \frac{SH}{SB}.\frac{SK}{SC} = \frac{8}{15} \Rightarrow V_{SAHK} = \frac{8}{15}.\frac{a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$.

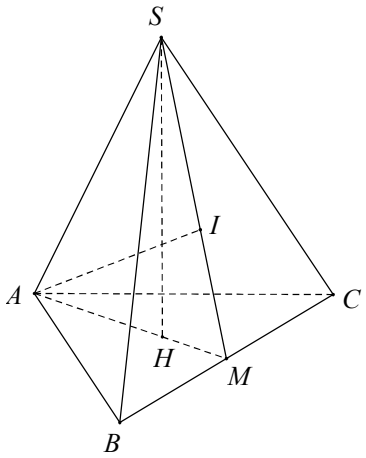
Câu 39: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc $60°$.

Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, ta có $SH \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $BC \perp (SAM)$.

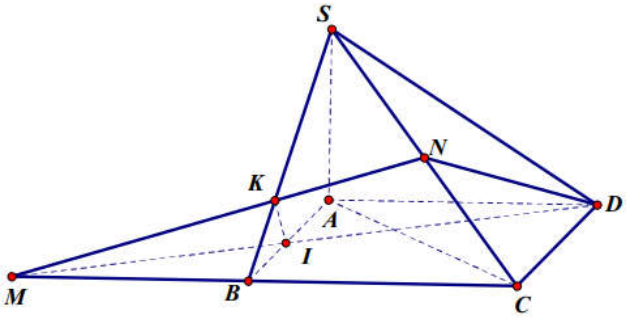
Do đó, ta có góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng $\widehat{SMH} = 60°$.

Đặt $AB = x \Rightarrow HM = \frac{x\sqrt{3}}{6}$; $SH = HM \tan 60° = \frac{x}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V = \frac{1}{3}\frac{x^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{x}{2} = \frac{x^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow \frac{x^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \Rightarrow x = a$.

Kẻ $AI \perp SM$ $(I \in SM) \Rightarrow AI \perp (SBC) \Rightarrow AI = d(A,(SBC))$; $SM = \sqrt{\frac{a^2}{12} + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}a}{3}$.

$AI = \frac{SH.AH}{SM} = \frac{3a}{4}$.

Câu 40: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 60°$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1, khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{12}{7}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Goi $O=AC\cap BD$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $45^\circ \Leftrightarrow \widehat{SOA}=45^\circ$.

ΔBAD đều $\Rightarrow AO=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SA=AO.\tan 45^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $V=\frac{1}{3}SA.2S_{\Delta ABD}=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Thể tích khối chóp $N.MCD$ bằng thể tích khối chóp $N.ABCD$ bằng: $V'=\frac{1}{2}V=\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

Thể tích khối chóp $KMIB$ bằng: $V''=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}SA.S\Delta_{MBI}=\frac{1}{9}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{8}=\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

Khi đó: $V_2=V'-V''=\frac{a^3\sqrt{2}}{16}-\frac{a^3\sqrt{2}}{96}=\frac{5\sqrt{2}a^3}{96}$; $V_1=V-V_2=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}-\frac{5\sqrt{2}a^3}{96}=\frac{7a^3\sqrt{2}}{96}$.

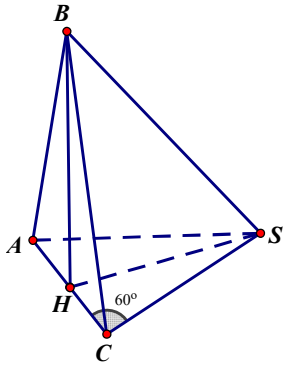
Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Câu 41: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta thấy tam giác ABC cân tại B, gọi H là trung điểm của AB suy ra $BH\perp AC$.

Do $(SAC)\perp(ABC)$ nên $BH\perp(SAC)$.

Ta lại có $BA=BC=BS$ nên B thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $SAC\Rightarrow SA\perp SC$.

Do AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow \widehat{SCA}=60^0$.

Ta có $SC = SA.\cot 60^0 = a$, $AC = \dfrac{SA}{\sin 60^0} = 2a \Rightarrow HC = a \Rightarrow BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = a\sqrt{2}$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} BH.S_{SAC} = \dfrac{1}{6} BH.SA.SC = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

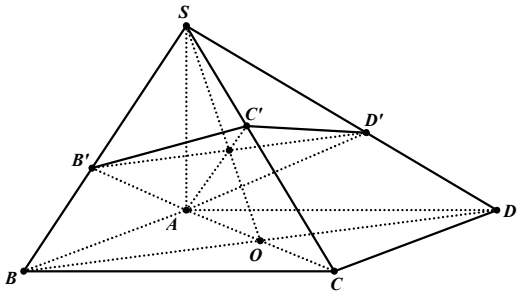
----------HẾT----------

Câu 1: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C'. Thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ là:

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Dựa vào giả thiết ta có B', C', D' lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC, SD.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC.

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{SA^2}{SB^2}=\dfrac{2a^2}{3a^2}=\dfrac{2}{3}$.

Tương tự ta có $\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{2}{3}$.

$$\frac{V_{S.AB'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.AB'C'}+V_{S.AC'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}+\frac{SD'}{SD}\frac{SC'}{SC}\right)=\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$$

Vậy $V_{S.AB'C'D'}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Chú ý: Chứng minh $AB'\perp SB$ như sau: $BC\perp(SAB)\Rightarrow AB'\perp BC$, mà $AB'\perp SC$ nên $AB'\perp SB$

Tương tự cho $AD'\perp SD$

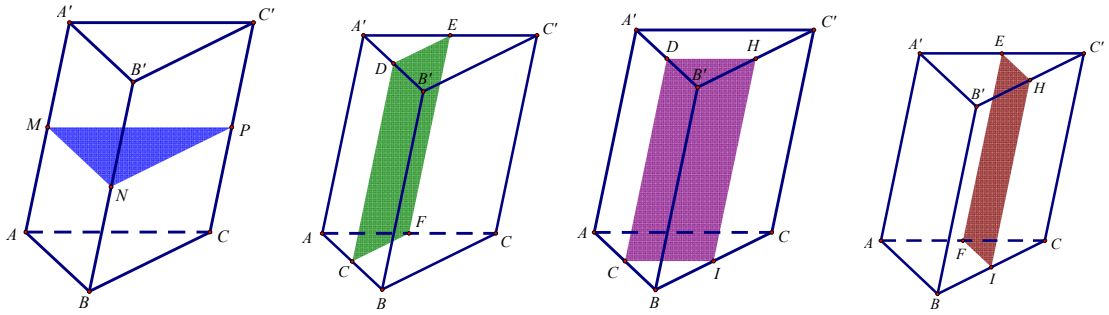
Câu 2: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Có 4 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác: (MNP), $(CDEF)$, $(CDHI)$, $(EFIH)$ (với M, N, P, C, D, E, F, H, I lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC', AB, $A'B'$, $A'C'$, AC, $B'C'$, BC) như hình vẽ sau:

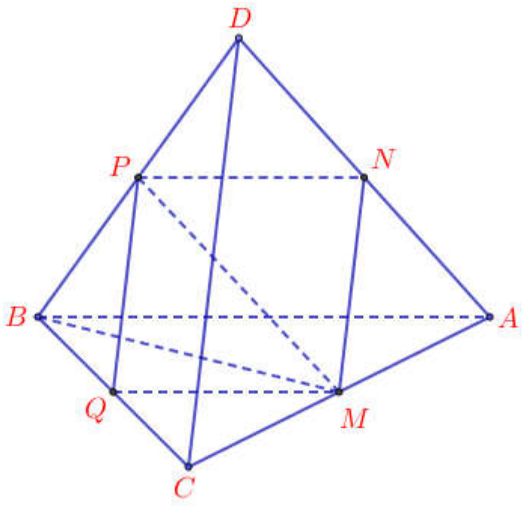


Câu 3: **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC. Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $V_{AMNPQ} = 2V_{APMQ}$ (do $MNPQ$ là hình thoi), $AB \,//\, MQ \Rightarrow V_{APMQ} = V_{BPMQ}$

Mặt khác do P là trung điểm của BD nên $d\left(P,(ABC)\right) = \frac{1}{2}d\left(D,(ABC)\right)$, đồng thời

$S_{BQM} = \frac{1}{4}S_{ABC} \Rightarrow V_{BPMQ} = \frac{1}{3}d\left(P,(ABC)\right).S_{BQM} = \frac{1}{6}d\left(D,(ABC)\right).\frac{1}{4}S_{ABC}$

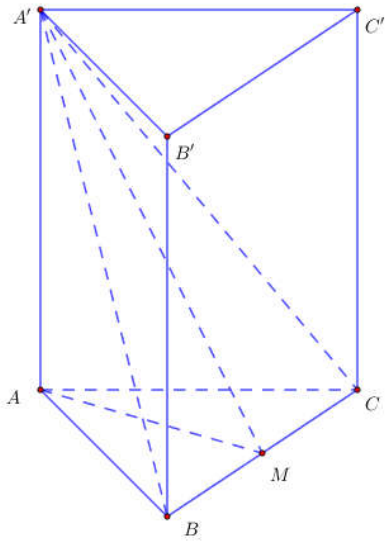
$= \frac{1}{8}.\frac{1}{3}d\left(D,(ABC)\right).S_{ABC} = \frac{V}{8} \Rightarrow V_{AMNPQ} = \frac{V}{4}$.

Câu 4: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$, cạnh $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $V = \frac{3}{4}a^3$. **C.** $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $V = \sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC suy ra $AM \perp BC$ (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$ (2)

Mặt khác $(ABC) \cap (A'BC) = BC$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $\left(\widehat{(ABC);(A'BC)}\right) = \widehat{A'MA} = 60°$.

Vì tam giác ABC đều nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $AA' = AM.\tan 60° = \dfrac{3a}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

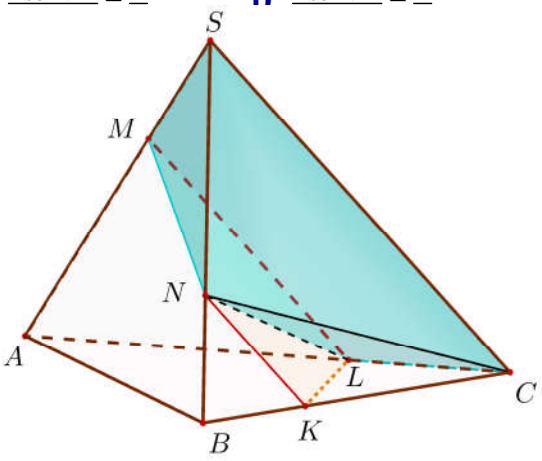
Câu 5: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Cho tứ diện $SABC$ và hai điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SB sao cho $\dfrac{SM}{AM} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{SN}{BN} = 2$. Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm M, N và song song với cạnh SC, cắt AC, BC lần lượt tại L, K. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}}$.

A. $\dfrac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}} = \dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{V_{SCMNKL}}{} - \dfrac{2}{}$ **D** $\dfrac{V_{SCMNKL}}{} - \dfrac{1}{}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Chia khối đa diện $SCMNKL$ bởi mặt phẳng (NLC) được hai khối chóp $N.SMLC$ và $N.LKC$. Vì SC song song với $(MNKL)$ nên $SC \,//\, ML \,//\, NK$.



Ta có:

$$\frac{V_{N.SMLC}}{V_{B.SAC}}=\frac{\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(N;(SAC)\right).S_{SMLC}}{\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(B;(SAC)\right).S_{\Delta SAC}}$$

$$=\frac{NS}{BS}.\left(1-\frac{S_{\Delta AML}}{S_{\Delta SAC}}\right)$$

$$=\frac{2}{3}\left(1-\frac{AM}{AS}.\frac{AL}{AC}\right)=\frac{2}{3}\left(1-\frac{2}{3}.\frac{2}{3}\right)=\frac{10}{27}.$$

$$\frac{V_{N.KLC}}{V_{S.ABC}}=\frac{\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(N;(ABC)\right).S_{\Delta KLC}}{\frac{1}{3}\mathrm{d}\left(S;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}}=\frac{NB}{SB}.\frac{LC}{AC}.\frac{CK}{CB}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{2}{3}=\frac{2}{27}.$$

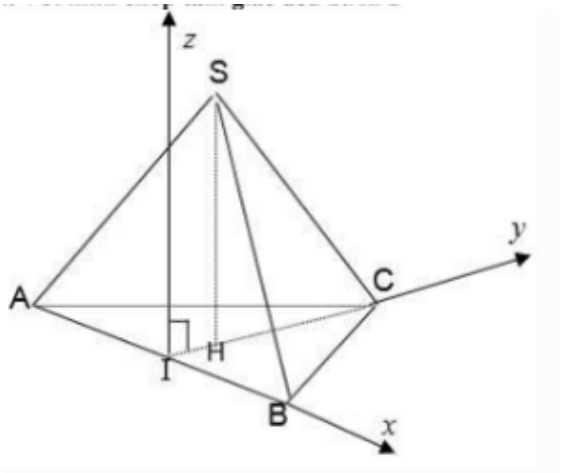
Suy ra $\frac{V_{SCMNKL}}{V_{SABC}}=\frac{V_{N.SMLC}}{V_{B.SAC}}+\frac{V_{N.KLC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}.$

Câu 6: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=1$. Gọi D,E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA,SC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE.

A. $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{2}}{12}.$ **B.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{21}}{54}.$ **C.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{12}}{4}.$ **D.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{21}}{18}.$

Lời giải

Chọn B



Giả sử cạnh đáy có độ dài a; $SH=h$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có:

$I\left(0;0;0\right)$; $A\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$; $S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6};h\right)$; $D\left(-\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{12};\frac{h}{2}\right)$;

$E\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};\frac{h}{2}\right).$

Lại có $BD\perp AE\Leftrightarrow \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AE}=0\Rightarrow a=h\sqrt{\frac{6}{7}}=\sqrt{\frac{3-a^2}{3}.\frac{6}{7}}\Rightarrow a=\sqrt{\frac{2}{3}}\Rightarrow h=\frac{\sqrt{7}}{3}.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{7}}{3}.\frac{\frac{2}{3}.\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{21}}{54}.$

Câu 7: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

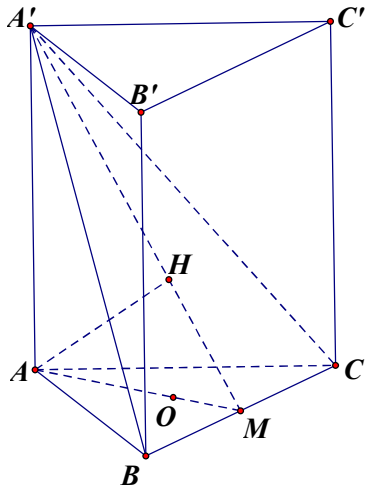
A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A trên $A'M$.

Ta có $\left.\begin{matrix} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp AH$ (1)

Mà $AH \perp A'M$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d(A,(A'BC)) = AH$.

Ta có $\frac{d(O,(A'BC))}{d(A,(A'BC))} = \frac{MO}{MA} = \frac{1}{3}$ (do tính chất trọng tâm).

$\Rightarrow d(A,(A'BC)) = 3d(O,(A'BC)) = \frac{a}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{4}{3a^2} \Leftrightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE).

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a, tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD}=120°$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

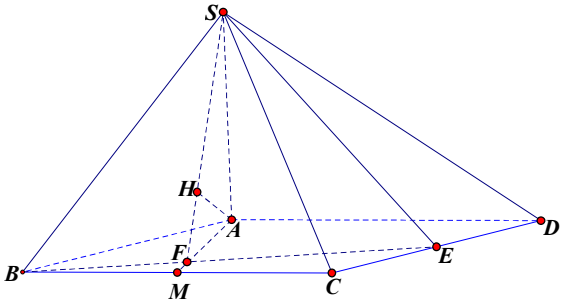
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE).

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}\Rightarrow SA=a$.

Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow AM\perp BE$ tại F.

Ta lại có $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp BE$.

$\Rightarrow BE\perp(SAF)$. Suy ra $(SBE)\perp(SAF)$ theo giao tuyến SF. Trong (SAF), kẻ $AH\perp SF$ thì $AH\perp(SBE)$.

Ta có: $\Delta ABF\backsim\Delta AMB\Rightarrow\frac{AF}{AB}=\frac{AB}{AM}\Rightarrow AF=\frac{AB^2}{\sqrt{AB^2+BM^2}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

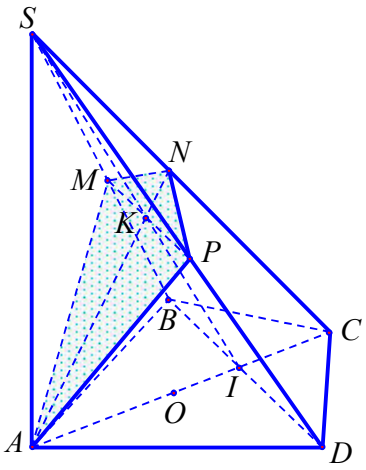
Tam giác SAF có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AF^2}\Rightarrow AH=\frac{SA.AF}{\sqrt{SA^2+AF^2}}=\frac{2}{3}a$.

Câu 12: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a, tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD}=120°$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm tam giác đều ABD và I là trung điểm BD thì $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$;

$OI=\dfrac{1}{3}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác ICD vuông I có $\widehat{ICD}=60°$, $ID=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{a}{2}$ và $IC=ID.\cot 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\Rightarrow O$ và C đối xứng nhau qua đường thẳng $BD\ \Rightarrow AC=AI+IC=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\ \Rightarrow BD\perp SC$

Mà $SC\perp(P)$ nên $BD//(P)$

Do đó $\begin{cases}(P)\cap(SBD)=MP\\(SBD)\cap(ABCD)=BD\end{cases}\Rightarrow MP//BD$

Lại có $\begin{cases}BD\perp(SAC)\\AN\subset(SAC)\end{cases}\Rightarrow BD\perp AN\ \Rightarrow AN\perp MP$

Tam giác SAC vuông tại A có $SN.SC=SA^2\ \Rightarrow\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SA^2}{SC^2}\ \Rightarrow\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SA^2}{SA^2+AC^2}=\dfrac{3}{7}$

Tam giác ABC có $SD=a\sqrt{2}$; $BC=\sqrt{IC^2+IB^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $AC^2=AB^2+BC^2$

$\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại $B\ \Rightarrow BC\perp(SAB)$; $AM\subset(SAB)\ \Rightarrow BC\perp AM$

Lại có tam giác SAB vuông nên $AM\perp SB\ \Rightarrow M$ là trung điểm $SB\ \Rightarrow\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{1}{2}$

Mà $MP//BD$ nên $\dfrac{SP}{SD}=\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{1}{2}$

Mặt khác

$S_{ABCD}=S_{\Delta ABC}+S_{\Delta BCD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}+\dfrac{1}{2}CB.CD.\sin 120^0=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $V=V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

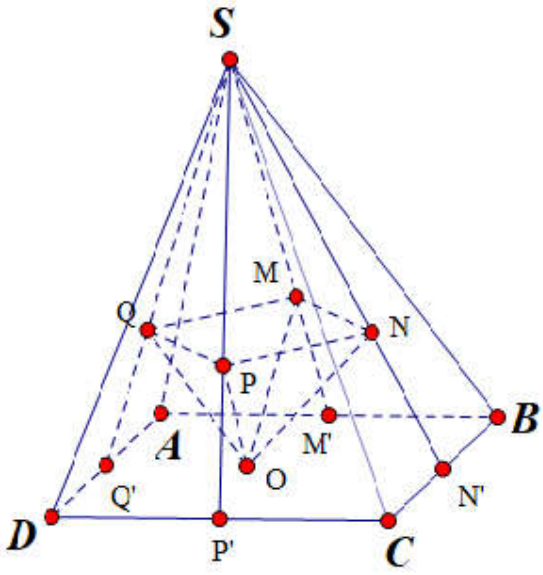
Khi đó $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{3}{7}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{14}\Rightarrow V_{S.ANP}=\dfrac{3}{28}V$. Do đó $V_{S.ANM}=\dfrac{3}{28}V$.

Vậy $\dfrac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{3}{14}\Rightarrow V_{S.AMNP}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{42}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $O.MNPQ$ bằng V. Tính thể tích khối $S.ABCD$.

A. $\frac{27}{8}V$. **B.** $\frac{27}{2}V$. C. $\frac{9}{4}V$. D. $\frac{27}{4}V$.

Lời giải



Chọn B

Ta có, diện tích $S_{MNPQ}=\left(\frac{2}{3}\right)^2.S_{M'N'P'Q'}=\frac{4}{9}.\frac{1}{2}.S_{ABCD}=\frac{2}{9}.S_{ABCD}$.

Đường cao của khối $O.MNPQ$ là $h_{O.MNPQ}=\frac{1}{3}h_{S.ABCD}$.

Suy ra $V=\frac{2}{27}V_{S.ABCD}\Leftrightarrow V_{S.ABCD}=\frac{27}{2}V$.

Câu 14: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

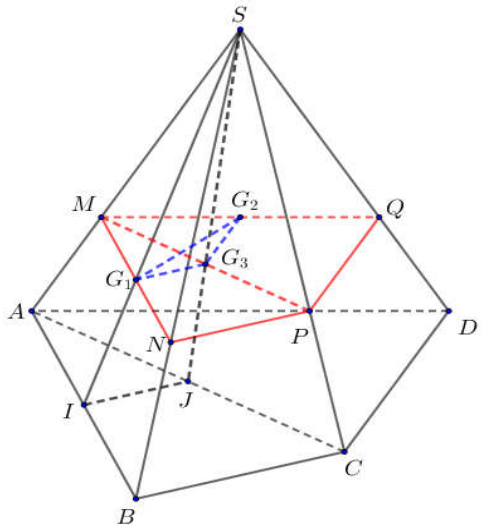
A. $\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{16}{81}$. **C.** $\frac{8}{19}$. **D.** $\frac{16}{75}$.

Câu 15: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{16}{81}$. **C.** $\frac{8}{19}$. **D.** $\frac{16}{75}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD, SAC.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC thì $\frac{SG_1}{SI}=\frac{2}{3}=\frac{SG_3}{SJ}$

$\Rightarrow G_1G_3 \,//\, IJ \Rightarrow G_1G_3 // (ABC)$.

Chứng minh tương tự ta có $G_2G_3 // (ABC)$.

Suy ra $(G_1G_2G_3) \,//\, (ABCD)$.

Qua G_1 dựng đường song song với AB, cắt SA, SB lần lượt tại M, N.

Qua N dựng đường song song với BC, cắt SC tại P.

Qua P dựng đường song song với CD, cắt SD tại Q.

$\Rightarrow$ Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi $(G_1G_2G_3)$ là tứ giác $MNPQ$.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM.SN.SP}{SA.SB.SC}=\frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{8}{27}V_{S.ABC}$ (1)

Tương tự ta cũng có $\Rightarrow V_{S.MPQ}=\frac{8}{27}V_{S.ACD}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $V_{S.MNPQ}=\frac{8}{27}V_{S.ABCD} \Rightarrow V_1=\frac{8}{27}V \Rightarrow V_2=V-V_1=\frac{19}{27}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{19}$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	D	A	D	C	C	C	C	D	A	D	C	A	B	C	D	A	B	B	A	B	C	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	D	B	C	C	B	A	A	B	C	D	A	B	B	A	C	A	B	D	A	C	C	D	B

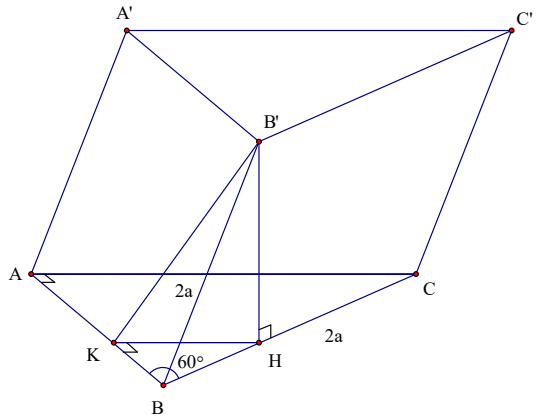
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 17: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn B



Do ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$ nên $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $BC \Rightarrow H$ thuộc đoạn BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn)

$\Rightarrow B'H \perp (ABC)$ (do $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC)).

Kẻ HK song song AC $(K \in AB) \Rightarrow HK \perp AB$ (do ABC là tam giác vuông tại A).

$\Rightarrow \left[\widehat{(ABB'A'),(ABC)}\right] = \widehat{B'KH} = 45° \Rightarrow B'H = KH$ (1)

Ta có $\Delta BB'H$ vuông tại $H \Rightarrow BH = \sqrt{4a^2 - B'H^2}$ (2)

Mặt khác HK song song $AC \Rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{HK}{AC} \Rightarrow BH = \frac{HK.2a}{a\sqrt{3}}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\sqrt{4a^2 - B'H^2} = \frac{B'H.2a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow B'H = a\sqrt{\frac{12}{7}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.B'H = \frac{1}{2}AB.AC.B'H = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 18: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC. Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

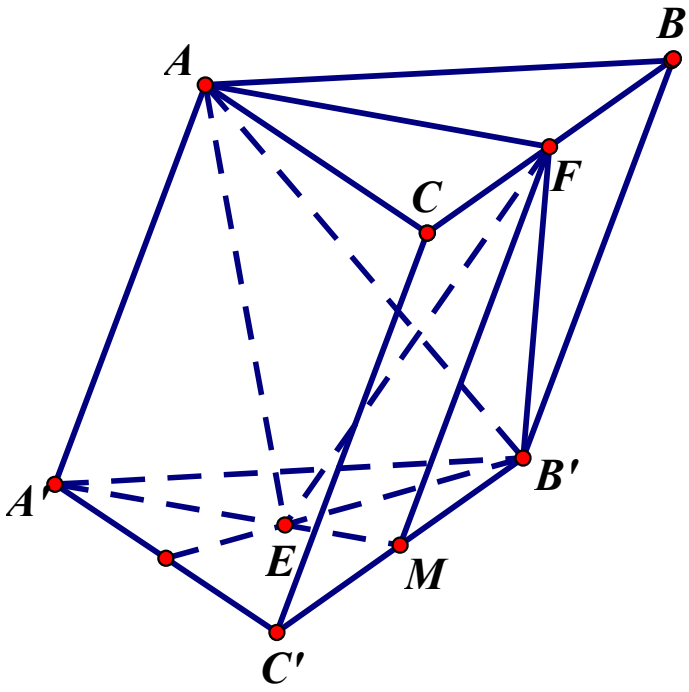
A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 19: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC. Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có

M là trung điểm của $B'C'$ khi đó $S_{EAF}=\frac{1}{2}S_{AA'MF}$ và $d\left(B',\left(AA'MF\right)\right)=d\left(B',\left(AEF\right)\right)$.

Vì $V_{B'.AA'MF}=V_{ABF.A'B'M}-V_{B'.ABF}=V_{ABF.A'B'M}-\frac{1}{3}V_{ABF.A'B'M}=\frac{2}{3}V_{ABF.A'B'M}$

Suy ra $V_{B'EAF}=\frac{1}{2}V_{B'.AA'MF}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.V_{ABF.A'B'M}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{6}.V_{ABC.A'B'C'}$.

Câu 20: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

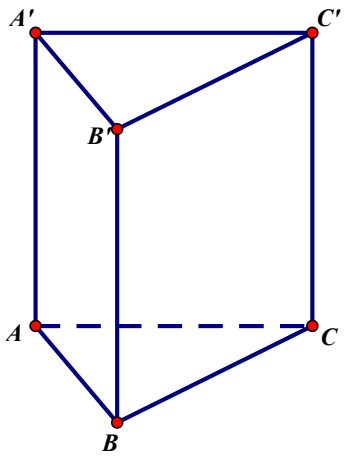
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 21: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Chu vi của hình chữ nhật $2\left(AB+AA'\right)=6a\Rightarrow AA'=2a$

Thể tích khối lăng trụ $V=Bh=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại C, $AB=2a$, $\widehat{CAB}=30°$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC, B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng $\left(SAC\right)$. Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

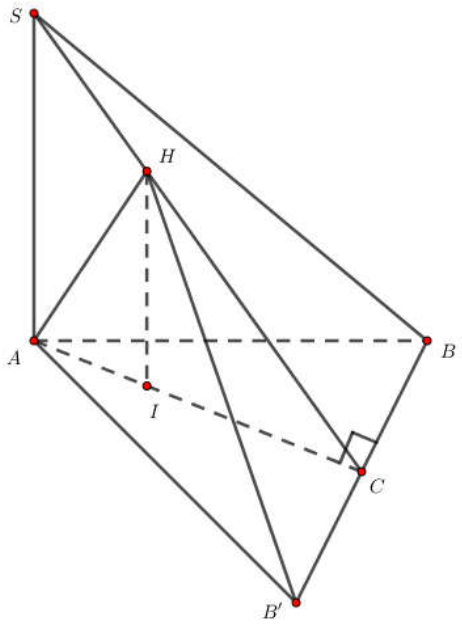
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại C, $AB=2a$, $\widehat{CAB}=30°$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC, B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng $\left(SAC\right)$. Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác ABC ta có $\cos\widehat{CAB}=\dfrac{AC}{AB}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$ và $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=a$.

Xét tam giác SAC ta có $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{7}$ và $HC.SC=AC^2\Rightarrow HC=\dfrac{AC^2}{SC}=\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$

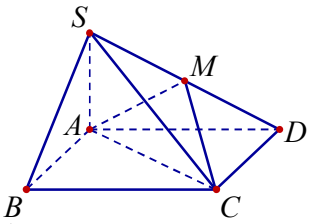
Xét tam giác SAC ta có $\sin\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{SC}\,(1)$

Xét tam giác HIC ta có $\sin\widehat{HCI}=\dfrac{HI}{HC}\,(2)$

Từ (1) và (2) ta có $HI=\dfrac{SA.HC}{SC}=\dfrac{6a}{7}$.

Ta có $V_{H.AB'B}=\dfrac{1}{3}HI.S_{AB'B}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6a}{7}.\dfrac{1}{2}AC.BB'=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6a}{7}.\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.2a=\dfrac{2\sqrt{3}}{7}a^3$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng



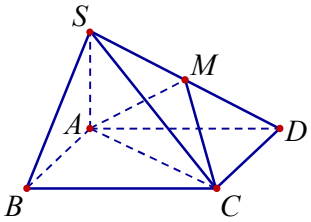
A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Tang của góc tạo bởi hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

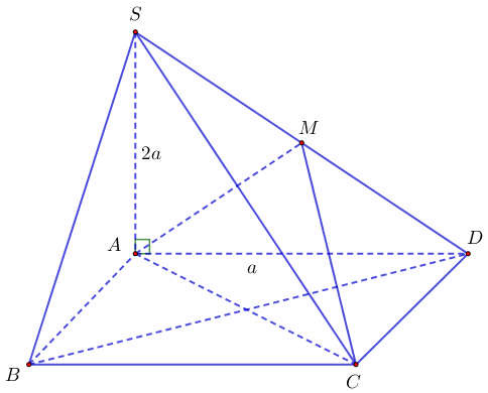
B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ và chuẩn hóa cho $a=1$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;2)$

Ta có M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $C(1;1;0)$.

$\overrightarrow{AM}=\left(\frac{1}{2};0;1\right)$, $\overrightarrow{AC}=(1;1;0)$, $\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AC}\right]=\left(-1;1;\frac{1}{2}\right)\Rightarrow(AMC)$ có một vtpt $\vec{n}=(-2;2;1)$

$\overrightarrow{SB}=(0;1;-2)$, $\overrightarrow{SC}=(1;1;-2)$, $\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=(0;2;1)\Rightarrow(SBC)$ có một vtpt $\vec{k}=(0;2;1)$

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (AMC) và (SBC) thì $\cos\alpha=\frac{|\vec{n}.\vec{k}|}{|\vec{n}|.|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Do $\tan\alpha>0$ nên $\tan\alpha=\sqrt{\frac{1}{\cos^2\alpha}-1}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$ có $BC=3$, $CD=4$, $\widehat{BCD}=\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=90°$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{127\sqrt{127}\pi}{6}$. **B.** $\frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$. **C.** $\frac{28\sqrt{7}\pi}{3}$. **D.** $32\sqrt{3}\pi$.

Câu 27: Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH. Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ bằng

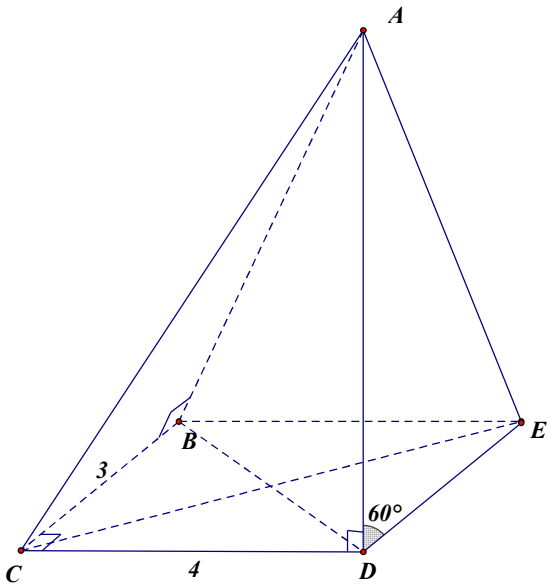
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ có $BC=3$, $CD=4$, $\widehat{BCD}=\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=90°$. Góc giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $60°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{127\sqrt{127}\pi}{6}$. **B.** $\frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$. **C.** $\frac{28\sqrt{7}\pi}{3}$. **D.** $32\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Dựng hình chữ nhật $BCDE$. Khi đó, ta có:

$\left.\begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp DE \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp AE \qquad (1)$

$\left.\begin{array}{l} DE \perp AB \\ BE \perp DE \end{array}\right\} \Rightarrow DE \perp AE \qquad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $AE \perp (CDE)$.

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCDE$, mặt cầu này có đường kính là AC.

Lại có $(AD, BC) = \widehat{ADE} = 60^\circ \Rightarrow AD = 6 \Rightarrow AC = 2\sqrt{13}$.

Do đó, bán kính mặt cầu này là $R = \frac{1}{2}AC = \sqrt{13}$.

Vậy thể tích của mặt cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{52\sqrt{13}\pi}{3}$.

Câu 29: Cho lăng trụ đều $ABC.EFH$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi S là điểm đối xứng của A qua BH. Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

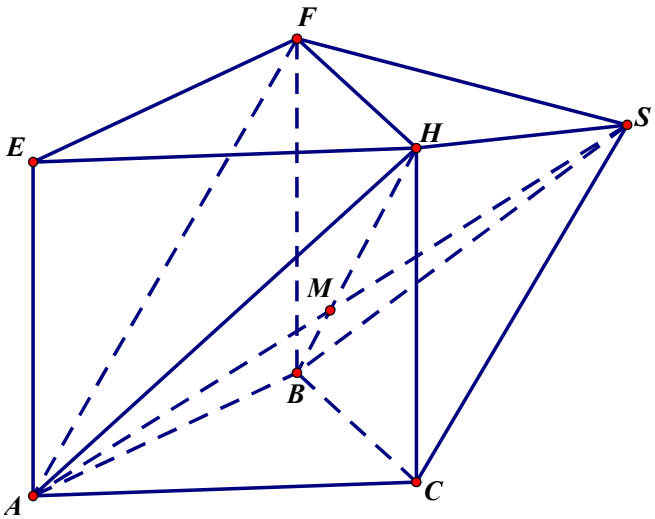
Thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.EFH$ là $V = S_{ABC}.AE = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $A.BCHF$ là $V_{A.BCHF} = V - V_{A.EFH} = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$.

Gọi $M = AS \cap BH$ thì M là trung điểm AS nên $\mathrm{d}(A,(BCHF)) = \mathrm{d}(S,(BCHF))$.

Do đó $V_{A.BCHF} = V_{S.BCHF}$.

Thể tích khối đa diện $ABCSFH$ là $V_{ABCSFH} = V_{A.BCHF} + V_{S.BCHF} = \frac{4}{3}V = \frac{4}{3}.\frac{a^3\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.



Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cho biết $AB = a$, $SA = 2SD$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

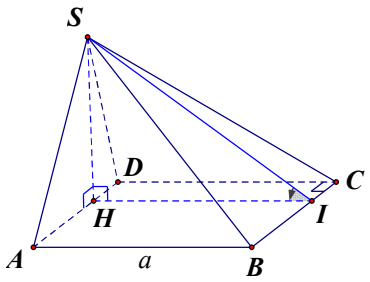
A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{5a^3}{2}$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{15a^3}{2}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cho biết $AB=a$, $SA=2SD$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{5a^3}{2}$. **C.** $5a^3$. **D.** $\frac{15a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S lên cạnh AD, I là hình chiếu của H lên cạnh BC, ta có $SH\perp(ABCD)$ và $BC\perp(SHI)\Rightarrow((SBC);(ABCD))=\widehat{SIH}=60^o$. Suy ra $SH=a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SAD đặt $SA=2SD=2x$ nên từ $SH=\frac{SA.SD}{AD}$ ta có $a\sqrt{3}=\frac{2x}{\sqrt{5}}$.

Do đó $x=\frac{a\sqrt{15}}{2}$. Suy ra $AD=x\sqrt{5}=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}a.\frac{5a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{5a^3}{2}$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=4$, $BC=6$; chiều cao của lăng trụ bằng 10. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB_1, A_1B_1, BC. Thể tích khối tứ diện C_1KMN.

A. 15. **B.** 45. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 33: Ba quả bóng dạng hình cầu có bán kính có bán kính bằng 1 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P). Mặt cầu (S) bán kính bằng 2 tiếp xúc với ba quả bóng trên. Gọi M là điểm bất kỳ trên (S), MH là khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P). Giá trị lớn nhất của MH là

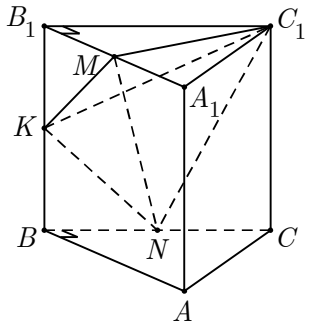
A. $3+\frac{\sqrt{123}}{4}$. **B.** $\frac{52}{9}$. **C.** $3+\frac{\sqrt{30}}{2}$. **D.** $3+\frac{\sqrt{69}}{3}$.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=4$, $BC=6$; chiều cao của lăng trụ bằng 10. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BB_1, A_1B_1, BC. Thể tích khối tứ diện C_1KMN.

A. 15. **B.** 45. **C.** 5. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Xem tứ diện C_1KMN là hình chóp có đỉnh M, đáy NKC_1 ta có

$$V_{C_1KMN}=\frac{1}{3}S_{\Delta NKC_1}\cdot d\left(M,(NKC_1)\right)$$

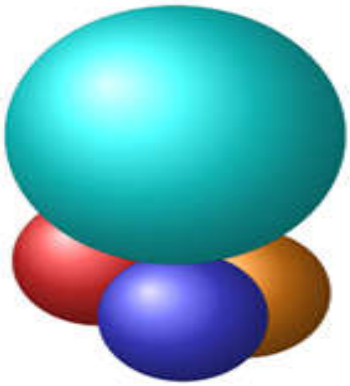
Ta có $S_{\Delta NKC_1}=S_{BCC_1B_1}-S_{\Delta NKB}-S_{\Delta NC_1C}-S_{\Delta KC_1B_1}=60-\frac{15}{2}-15-15=\frac{45}{2}$.

$d\left(M,\left(NKC_1\right)\right)=d\left(M,\left(BCC_1B_1\right)\right)=MB_1=2$ (do $MB_1\perp\left(BCC_1B_1\right)$)

Vậy $V_{C_1KMN}=\frac{1}{3}\cdot\frac{45}{2}\cdot 2=15$.

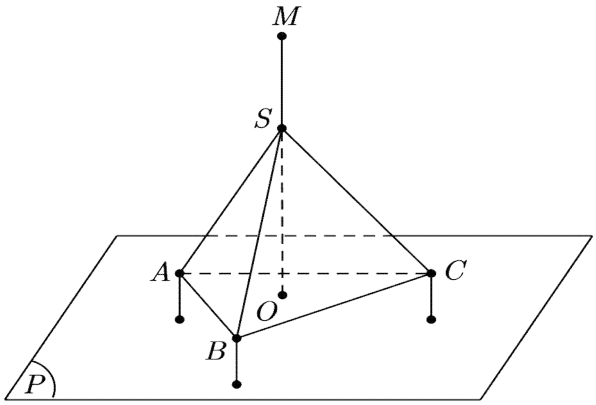
Câu 35: Ba quả bóng dạng hình cầu có bán kính bằng 1 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P). Mặt cầu (S) bán kính bằng 2 tiếp xúc với ba quả bóng trên. Gọi M là điểm bất kỳ trên (S), MH là khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P). Giá trị lớn nhất của MH là

A. $3+\frac{\sqrt{123}}{4}$. **B.** $\frac{52}{9}$. **C.** $3+\frac{\sqrt{30}}{2}$. **D.** $3+\frac{\sqrt{69}}{3}$.



Hướng dẫn giải

Chọn D



Coi tâm quả ba quả cầu nhỏ là A, B, C và tâm của quả cầu lớn bên trên là S. Ta được chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy là 2 và cạnh bên là 3. Gọi O là chân dường cao của chóp $S.ABC$.
Suy ra MH lớn nhất khi M, S, O, H thẳng hàng. $MH_{\max}=2+SO+1=3+SO$.

Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{3^2-\left(\frac{2}{3}.\sqrt{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{69}}{3}$.

Suy ra: $MH_{\max}=3+SO=3+\frac{\sqrt{69}}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

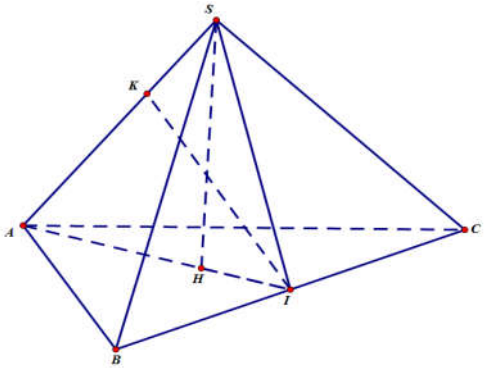
A. $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{7}}{3}$. **C.** $V=\frac{10\sqrt{7}}{3}$. **D.** $V=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy (ABC) bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{6\sqrt{7}}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{7}}{3}$. **C.** $V=\frac{10\sqrt{7}}{3}$. **D.** $V=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow AI\perp BC$, $SI\perp BC\Rightarrow BC\perp(SAI)$.

Kẻ $IK\perp SA\Rightarrow IK=d(SA,BC)=\frac{6\sqrt{7}}{7}$.

Gọi H là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right) = \widehat{SIA} = 60°$.

Đặt $AB = a \Rightarrow AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IH = \dfrac{1}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

$\Rightarrow SH = IH.\tan 60° = \dfrac{a}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Lại có: $SH.AI = SA.IK \Rightarrow \dfrac{a}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}.\dfrac{6\sqrt{7}}{7} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow SH = 2$; $S_{ABC} = \dfrac{4^2.\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3}.2.4\sqrt{3} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên 3 đường thẳng chứa 3 cạnh khác nhau của một hình bát diện đều. Tìm xác suất để các véc tơ chỉ phương của 3 đường thẳng đó đồng phẳng.

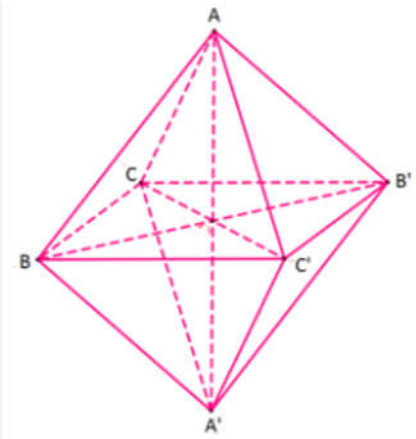
A. $\dfrac{23}{55}$. **B.** $\dfrac{7}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{17}{55}$.

Câu 39: Chọn ngẫu nhiên 3 đường thẳng chứa 3 cạnh khác nhau của một hình bát diện đều. Tìm xác suất để các véc tơ chỉ phương của 3 đường thẳng đó đồng phẳng.

A. $\dfrac{23}{55}$. **B.** $\dfrac{7}{11}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{17}{55}$.

Lời giải

Chọn A



Hình bát diện đều có 12 cạnh. Số phần từ của không gian mẫu bằng $C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố chọn được 3 cạnh mà các đường thẳng chứa 3 cạnh đó có 3 vectơ chỉ phương đồng phẳng.

Cách 1:

TH1: Chọn 3 cạnh nằm trong một mặt phẳng: có 8 mặt bên là tam giác đều và 3 mặt chéo là hình vuông. Có $8C_3^3 + 3C_4^3 = 20$ cách.

TH2: Chọn 2 cạnh của một mặt bên và cạnh còn lại song song với mặt mặt đó.

Có 8 mặt bên được chọn, ứng với mỗi mặt có C_3^2 cách chọn cặp cạnh, ứng với mỗi cách chọn cặp cạnh đó có 3 cách chọn cạnh còn lại song song với 1 trong 3 cạnh của mặt bên, vậy có $8.C_3^2.3 = 72$ cách.

Do đó $n(A) = 20 + 72 = 92$. Vậy xác suất cần tính bằng: $P(A) = \dfrac{92}{220} = \dfrac{23}{55}$.

Cách 2:

Ta thấy nếu 3 véc tơ của 3 đường thẳng chứa 3 cạnh được chọn đồng phẳng thì:

□ 3 cạnh được chọn không có 2 cạnh nào song song thì 3 cạnh đó phải song song hoặc nằm trong một mặt phẳng, mặt phẳng đó là mặt "bên" $((ABC);(ACB');\ldots)$ của bát diện (TH1) hoặc mặt chéo $((ACA'C');(ABA'B');(BCB'C'))$ (TH2).

□ 3 cạnh được chọn có 2 cạnh song song, cạnh còn lại bất kì. (TH3)

TH1: 3 cạnh song song hoặc nằm trong một mặt bên:

(ABC): Có các cạnh thỏa mãn là AB, AC, BC, $A'C'$, $C'B'$, $B'A'$. Có các bộ thỏa mãn là:

$AB-BC-AC$; $AB-AC-C'B'$; $AB-BC-C'A'$; $AC-BC-A'B'$; $AB-C'B'-C'A'$; $AC-C'B'-A'B'$; $BC-A'B'-A'C'$; $A'B'-A'C'-B'C'$. Tất cả có 8 cặp.

Do có 8 mặt bên chia thành 4 (vì có 2 mặt đối song song với nhau) nên suy ra có: $8.4=32$ cách.

TH2: Với mỗi mặt chéo thì có 4 cạnh nên khi chọn 3 cạnh luôn có 2 cạnh song song nên TH này bị tính ở trường hợp 3 (TH3).

TH3: Có 6 cặp cạnh song song ($AB-A'B';\ldots$) với mỗi cặp cạnh song song đó sẽ có thêm 10 cách chọn cạnh còn lại. Vậy sẽ có: 60 cách.

Tổng hợp lại ta có: $60+32=92$ cách.

Vậy xác suất cần tính bằng: $P(A)=\dfrac{92}{220}=\dfrac{23}{55}$.

Câu 40: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C=2M$. **B.** $C=2M$. **C.** $3M=2C$. **D.** $2C=M$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $3C=2M$. **B.** $C=2M$. **C.** $3M=2C$. **D.** $2C=M$.

Lời giải

Chọn C

Mỗi mặt của đa diện trên là một tam giác (3 cạnh)

Số mặt của đa diện là M $\rightarrow$ tổng tất cả số cạnh tạo nên tất cả tam giác thuộc đa diện đó là $3M$.

Nếu cắt nhỏ các đa giác ra khỏi khối đa diện, ta thấy mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng hai tam giác $\rightarrow$ Tổng số cạnh tạo nên tất cả các tam giác là $2C$

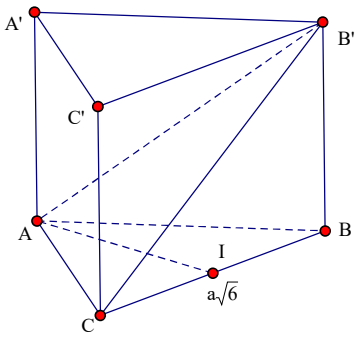
Vậy ta có $3M=2C$.

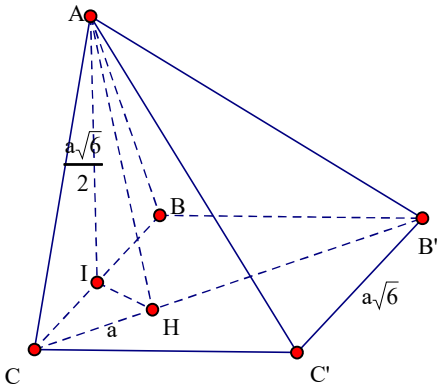
Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A





Gọi I là trung điểm BC, ta có $\begin{cases} AI \perp BC \\ AI \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AI \perp (BB'C'C)$ và $AI = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ (trung tuyến trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền).

Kẻ $IH \perp B'C$ mà $AI \perp B'C$ suy ra $AH \perp B'C$

Vậy góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{AHI} = 60°$.

Ta có $IH = \dfrac{AI}{\tan 60°} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $CH = \sqrt{CI^2 - IH^2} = a$

Mặt khác $\Delta CIH \sim \Delta CB'B \Rightarrow \dfrac{IH}{B'B} = \dfrac{CH}{CB} \Rightarrow BB' = \dfrac{IH.CB}{CH} = a\sqrt{3}$.

$V_{AB'CA'C'} = V_{ABB'C'C} = \dfrac{1}{3}.AI.S_{BCC'B'} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{3}.a\sqrt{6} = a^3\sqrt{3}$

Câu 44: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD). Mệnh đề nào sau đây đúng?

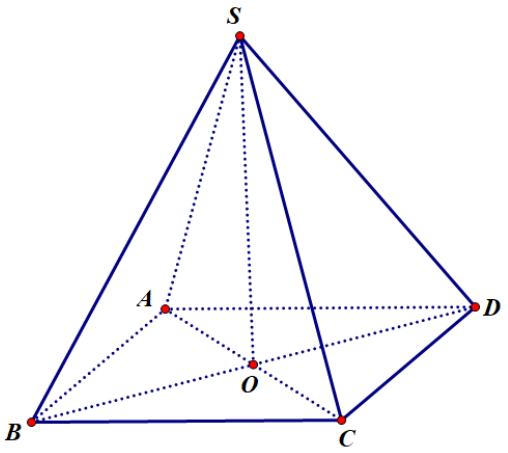
A. $\tan\varphi = \sqrt{6}$. **B.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan\varphi = \sqrt{2}$.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi = \sqrt{6}$. **B.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan\varphi = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1 :

Ta có: $\begin{cases} OC \perp BD \\ OC \perp SO \end{cases} \Rightarrow OC \perp (SBD) \Rightarrow OC \perp SD \ \ (1)$

Trong mặt phẳng (SBD), kẻ $OH \perp SD$ tại H (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow SD \perp (COH) \Rightarrow SD \perp CH$.

Ta có: $\begin{cases} (SBD) \cap (SCD) = SD \\ OH \subset (SBD), OH \perp SD \\ CH \subset (SCD), CH \perp SD \end{cases} \Rightarrow \varphi = ((SBD);(SCD)) = (OH;CH) = \widehat{OHC}$.

Có $OC = \dfrac{1}{2} AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $BD^2 = SB^2 + SD^2 = 2a$

$\Rightarrow \Delta SBD$ vuông cân tại $S \Rightarrow SO = \dfrac{1}{2} BD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét ΔSOD vuông tại O, đường cao OH : $OH = \dfrac{SO.OD}{SD} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $\tan\varphi = \dfrac{OC}{OH} = \sqrt{2}$.

Cách 2:

Ta có: $\begin{cases} OC \perp BD \\ OC \perp SO \end{cases} \Rightarrow OC \perp (SBD)$

Do đó tam giác SOD là hình chiếu của tam giác SCD lên mặt phẳng (SBD).

Suy ra: $S_{\Delta SOD} = S_{\Delta SCD}.\cos\varphi$

Tam giác SCD đều cạnh a nên $S_{\Delta SCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có: $OD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $S_{\Delta SOD} = \dfrac{1}{2} OD.SD = \dfrac{a^2}{4}$.

Do đó: $\cos\varphi = \dfrac{S_{\Delta SOD}}{S_{\Delta SCD}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ từ đây suy ra $\tan\varphi = \dfrac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \dfrac{\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\cos\varphi} = \sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1 \le V_2$, tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

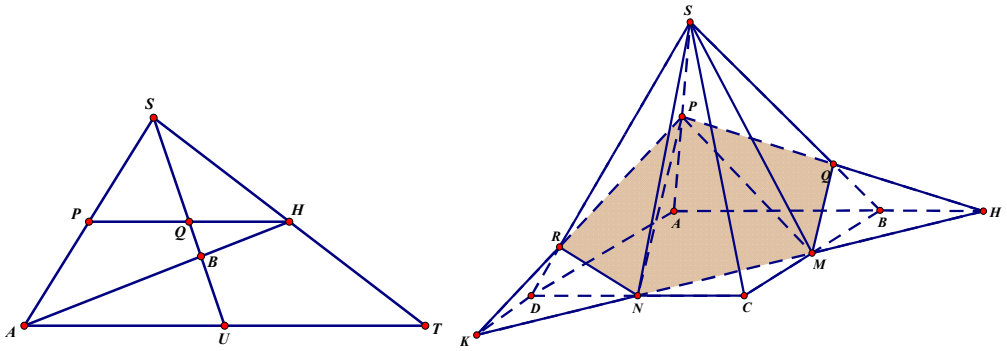
A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1 \le V_2$, tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 1. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BH = \dfrac{1}{3}AH$ suy ra B là trọng tâm của tam giác SAT.

Do đó, $\dfrac{BQ}{BU} = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{BQ}{BS} = \dfrac{1}{4}$. Tương tự ta có, $\dfrac{DR}{SD} = \dfrac{1}{4}$.

$\dfrac{V_{S.PRN}}{V_{S.ADN}} = \dfrac{SP}{SA}.\dfrac{SR}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{4} = \dfrac{3}{8} \Rightarrow \dfrac{V_{S.PRN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{3}{32}$.

Tương tự, ta có $\dfrac{V_{S.PQM}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{3}{32}$.

Lại có $\dfrac{V_{S.PMN}}{V_{S.AMN}} = \dfrac{SP}{SA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{V_{S.PMN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{3}{16}$.

$\dfrac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{1}{8}$.

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh S là $V_1 = \left(\dfrac{3}{32} + \dfrac{3}{32} + \dfrac{3}{16} + \dfrac{1}{8}\right)V_{SABCD} = \dfrac{1}{2}V_{SABCD}$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 48: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm AB, góc giữa mp$(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $60°$. Thể tích của khối chóp $B'ABCD$ là $\dfrac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính theo a độ dài đoạn thẳng AC.

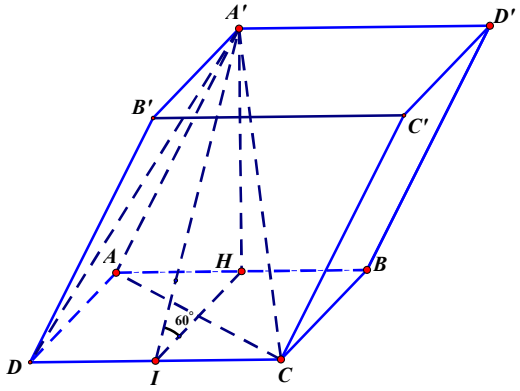
A. $2a\sqrt[3]{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm AB, góc giữa mp$(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $60°$. Thể tích của khối chóp $B'ABCD$ là $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính theo a độ dài đoạn thẳng AC.

A. $2a\sqrt[3]{2}$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $((A'CD);(ABCD)) = \widehat{A'IH} = 60°$

Gọi $AB = x$. Ta có: $A'H = x\sqrt{3}$.

Mặt khác: $V_{B'.ABCD} = \frac{1}{3}.A'H.S_{ABCD} = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}.x\sqrt{3}.x^2 = \frac{8\sqrt{3}a^3}{3} \Leftrightarrow x = 2a$

Vậy $AC = 2\sqrt{2}a$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 4$, $AC = BD = 5$, $AD = BC = 6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

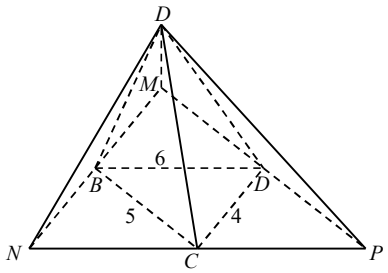
A. $R = 6,5a$. **B.** $R = 13a$. **C.** $R = 12a$. **D.** $R = 6a$.

Câu 51: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 4$, $AC = BD = 5$, $AD = BC = 6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng M, N, P sao cho B là trung điểm MN, C là trung điểm NP, D là trung điểm MP.

Khi đó

$MN \,//\, CD$ và $MN = 2CD = 2AB \Rightarrow \Delta AMN$ vuông tại A.

$NP \,//\, BD$ và $NP = 2BD = 2AC \Rightarrow \Delta ANP$ vuông tại A.

$MP \,//\, BC$ và $MP = 2BC = 2AD \Rightarrow \Delta AMP$ vuông tại A.

Suy ra $\begin{cases} AM^2 + AN^2 = MN^2 = 64 \\ AN^2 + AP^2 = NP^2 = 100 \\ AM^2 + AP^2 = MP^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = 54 \\ AN^2 = 10 \\ AP^2 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = 3\sqrt{6} \\ AN = \sqrt{10} \\ AP = 3\sqrt{10} \end{cases}$.

Ta có $V_{A.MNP} = \dfrac{1}{6} AM.AN.AP = 15\sqrt{6} \Rightarrow V_{ABCD} = \dfrac{1}{4} V_{A.MNP} = \dfrac{15\sqrt{6}}{4}$.

Diện tích tam giác BCD: $S_{BCD} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \dfrac{15\sqrt{7}}{4}$.

Ta có $d\left(A,(BCD)\right) = \dfrac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \dfrac{3\sqrt{42}}{7}$.

Có thể tính thể tích khối tứ diện theo công thức nhanh:

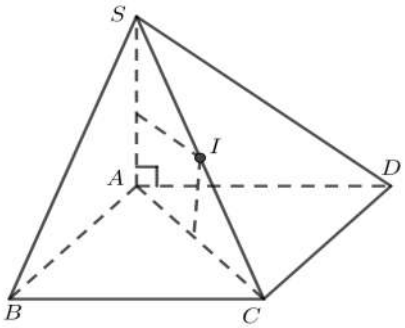
$$V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)} = \frac{15\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = 6,5a$. **B.** $R = 13a$. **C.** $R = 12a$. **D.** $R = 6a$.

Lời giải

Chọn A

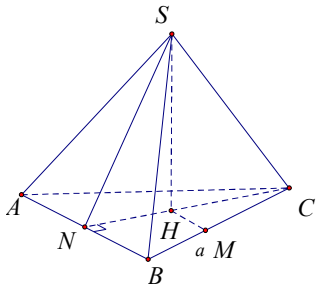


Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là trung điểm I của SC.

Ta có: $AI=\sqrt{\left(\frac{AS}{2}\right)^2+\left(\frac{AC}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{AS^2+AC^2}$.

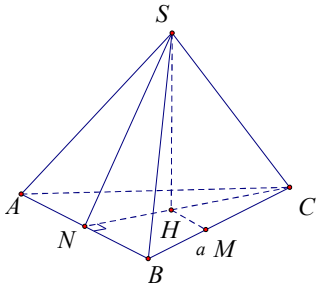
$AI=\frac{1}{2}\sqrt{AS^2+AB^2+BC^2}=\frac{1}{2}a\sqrt{12^2+3^2+4^2}=6,5a$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là 30°, 45°, 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.



A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$.

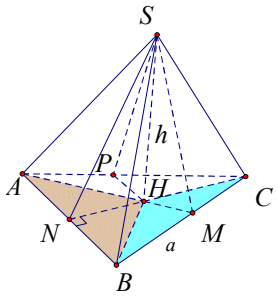
Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là 30°, 45°, 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.



A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4\left(4+\sqrt{3}\right)}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh BC, AB, AC; h là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

Khi đó, $\widehat{SNH}=30^\circ$, $\widehat{SPH}=45^\circ$, $\widehat{SMH}=60^\circ$.

Mà $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta HAB}+S_{\Delta HAC}+S_{\Delta HBC}\Leftrightarrow\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{1}{2}a\left(HN+NM+HP\right)\Leftrightarrow HN+NM+HP=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Leftrightarrow\left(\tan 30^\circ+\tan 45^\circ+\tan 60^\circ\right)h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left(\tan 30^\circ+\tan 45^\circ+\tan 60^\circ\right)h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow h=\dfrac{3a}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AD=2CD$. Biết hai mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy và đoạn $BD=6$; góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng $60°$. Hai điểm M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ bằng

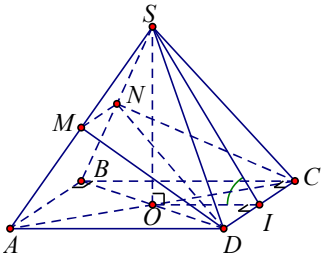
A. $\dfrac{128\sqrt{15}}{15}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{15}}{15}$. **C.** $\dfrac{18\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{108\sqrt{15}}{25}$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AD=2CD$. Biết hai mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy và đoạn $BD=6$; góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng $60°$. Hai điểm M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ bằng

A. $\dfrac{128\sqrt{15}}{15}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{15}}{15}$. **C.** $\dfrac{18\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\dfrac{108\sqrt{15}}{25}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$. Do $(SAC)\perp(ABCD),(SBD)\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Theo tính chất hình chữ nhật: $AD^2+CD^2=BD^2 \Leftrightarrow 5CD^2=6^2 \Leftrightarrow CD=\dfrac{6}{\sqrt{5}}$ và $AD=\dfrac{12}{\sqrt{5}}$.

Khi đó diện tích đáy: $S_{ABCD}=AD.CD=\dfrac{72}{5}$.

Gọi I là trung điểm của CD. Do $CD\perp SO, CD\perp OI \Rightarrow CD\perp (SOI) \Rightarrow CD\perp SI$

$\Rightarrow ((SCD),(ABCD))=(SI,OI)=\widehat{SIO}=60°$.

Trong tam giác SOI vuông tại O, $OI=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{6}{\sqrt{5}}, \widehat{SIO}=60°$ có: $SO=OI.\tan 60°=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Thể tích $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{72}{5}.\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{144\sqrt{15}}{25}$.

Ta có $V_{S.ABD}=V_{S.BCD}=\dfrac{V}{2}$.

Do $S_{\Delta SMN}=\dfrac{1}{4}S_{\Delta SAB} \Rightarrow V_{SMND}=\dfrac{1}{4}V_{SABD}=\dfrac{1}{8}V$.

Do N là trung điểm của $SB \Rightarrow d(N,(SCD))=\dfrac{1}{2}d(B,(SCD)) \Rightarrow V_{SCDN}=\dfrac{1}{2}V_{SBCD}=\dfrac{1}{4}V$.

Ta có: $V_{S.CDMN}=V_{SMND}+V_{SCDN}=\dfrac{3}{8}V \Rightarrow V_{ABCDMN}=V-\dfrac{3}{8}V=\dfrac{5}{8}V=\dfrac{18\sqrt{15}}{5}$.

Câu 56: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$, điểm A' cách đều các điểm A, B, D. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

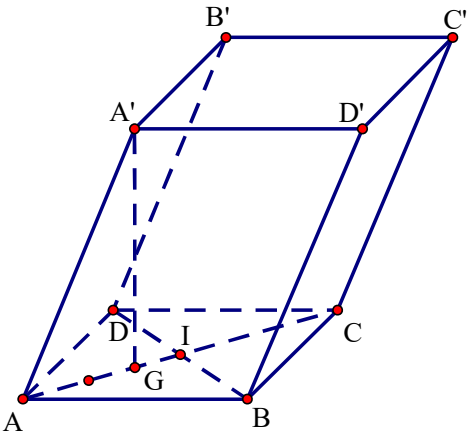
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 57: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$, điểm A' cách đều các điểm A, B, D. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có điểm A' cách đều các đỉnh A, B, D cho nên điểm A' sẽ nằm trên trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD.

Ta có $\widehat{ABC}=120°$ nên $\widehat{ABD}=60° \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều

Vậy ta có $A'G \perp (ABD)$ với G là trọng tâm tâm tam giác ABD.

Dễ thấy $\measuredangle(A'A,(ABCD)) = \measuredangle(A'A,GA) = \widehat{A'AG} = 60°$.

Tam giác ABD đều, AI là trung tuyến ($I = AC \cap BD$) $\Rightarrow AI = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $AG = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $A'G = \dfrac{AG}{\cot 60°} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{1}{\sqrt{3}}} = a.$.

Thể tích khối lăng trụ $V = A'G.\mathrm{S}_{ABCD} = A'G.2\mathrm{S}_{ABD} = a.2.\dfrac{1}{2}.a.a.\sin 60° = a^3\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 58: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2\,\text{cm}$ và cạnh đáy bằng $1\,\text{cm}$. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của hình chóp này sao cho $\overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SG}$, với G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt phẳng (SAB), (SAC), (SBC). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

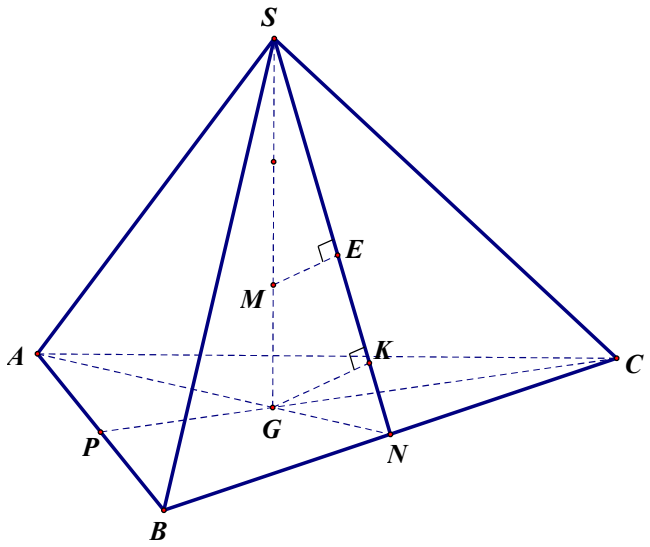
A. $P = \dfrac{\sqrt{165}}{45}$. **B.** $P = \dfrac{7\sqrt{165}}{45}$. **C.** $P = \dfrac{2\sqrt{165}}{135}$. **D.** $P = \dfrac{2\sqrt{165}}{45}$.

Câu 59: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 2\,\text{cm}$ và cạnh đáy bằng $1\,\text{cm}$. Gọi M là một điểm thuộc miền trong của hình chóp này sao cho $\overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SG}$, với G là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Gọi a, b, c lần lượt là khoảng cách từ M đến các mặt phẳng (SAB), (SAC), (SBC). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

A. $P = \dfrac{\sqrt{165}}{45}$. **B.** $P = \dfrac{7\sqrt{165}}{45}$. **C.** $P = \dfrac{2\sqrt{165}}{135}$. **D.** $P = \dfrac{2\sqrt{165}}{45}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1: $S.ABC$ là hình chóp đều nên tam giác ABC là tam giác đều và G cũng là trọng tâm tam giác ABC.

$AG=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $GN=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$, $SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\frac{\sqrt{33}}{3}$.

$d\left(M,(SAB)\right)=d\left(M,(SAC)\right)=d\left(M,(SBC)\right)=\frac{2}{3}d\left(G,(SBC)\right)=\frac{2}{3}GK=\frac{2}{3}\cdot\frac{SG.GN}{\sqrt{SG^2+GN^2}}$

$=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{165}}{45}$.

Suy ra $P=a+b+c=\frac{2\sqrt{165}}{45}$.

Cách 2: $a=b=c=\frac{2}{3}d\left(G;(SAC)\right)=\frac{2}{3}GK$

$\frac{1}{GK^2}=\frac{1}{GN^2}+\frac{1}{GS^2}\Rightarrow GK=\sqrt{\frac{11}{35}}\Rightarrow a+b+c=3\sqrt{\frac{11}{35}}=\frac{2\sqrt{165}}{45}$.

Câu 60: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

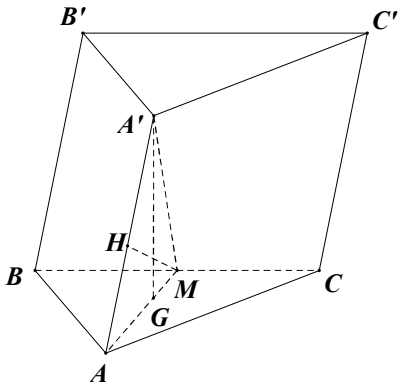
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 61: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Do ΔABC đều trọng tâm G và $A'G \perp (ABC)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi M là trung điểm của BC, khi đó $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AA'. Khi đó do $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp HM$ nên HM là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC. Do đó $HM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $AA' = A'B = A'C = x$, khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \dfrac{a^2}{3}}$.

Do $2S_{\Delta AA'M} = A'G.AM = MH.AA' \Rightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{x^2 - \dfrac{a^2}{3}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}.x \Rightarrow x = \dfrac{2a}{3}$.

Do $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $A'G = \dfrac{a}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V, hai điểm M, P lần lượt là trung điểm AB, CD, điểm N thuộc đoạn AD sao cho $DA = 3NA$. Tính V_{BMNP}.

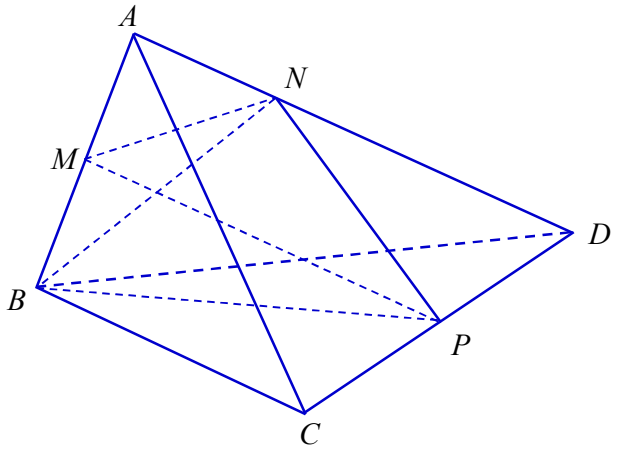
A. $\dfrac{V}{16}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{4}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Câu 63: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V, hai điểm M, P lần lượt là trung điểm AB, CD, điểm N thuộc đoạn AD sao cho $DA = 3NA$. Tính V_{BMNP}.

A. $\dfrac{V}{16}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{4}$. **D.** $\dfrac{V}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{BMNP}=\frac{1}{3}d\left(M,\left(BNP\right)\right).S_{BNP}=\frac{1}{2}V_{ABNP}=\frac{1}{4}V_{DBNP}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.V=\frac{V}{12}$.

Câu 64: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài 12m và chiều rộng 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x\left(\mathrm{m}\right)$. Tìm x để không gian phía trong lều lớn nhất.

A. $x=3\sqrt{3}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3\sqrt{2}$.

Câu 65: Người ta dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài 12m và chiều rộng 6m bằng cách: Gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều rộng của tấm bạt sao cho hai mép chiều dài còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x\left(\mathrm{m}\right)$. Tìm x để không gian phía trong lều lớn nhất.

A. $x=3\sqrt{3}$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích của lều là $V=3x.\sqrt{36-x^2}$.

Để không gian phía trong lều lớn nhất thì $V_{\max}$.

$V=3x.\sqrt{36-x^2}\le 3.\frac{x^2+36-x^2}{2}=54$ với mọi $x\in\left(0;6\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{36-x^2}\Leftrightarrow x=3\sqrt{2}$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABC$, có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng $30°$. Biết $AB=5$, $AC=7$, $BC=8$, tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

A. $d=\frac{35\sqrt{13}}{52}$. **B.** $d=\frac{35\sqrt{39}}{13}$. **C.** $d=\frac{35\sqrt{39}}{52}$. **D.** $d=\frac{35\sqrt{13}}{26}$.

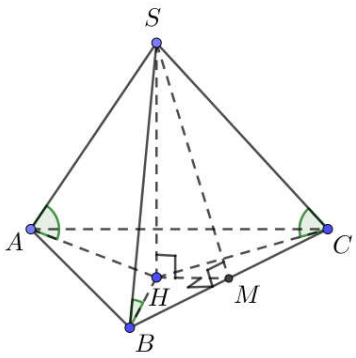
Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$, có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng $30°$. Biết $AB=5$, $AC=7$, $BC=8$, tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

A. $d=\frac{35\sqrt{13}}{52}$. **B.** $d=\frac{35\sqrt{39}}{13}$. **C.** $d=\frac{35\sqrt{39}}{52}$. **D.** $d=\frac{35\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Khi đó ta có $SH \perp (ABC)$ và $SA = SB = SC$.



Ta có $p = \dfrac{AB+BC+CA}{2} = \dfrac{5+7+8}{2} = 10 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = 10\sqrt{3}$.

Mà $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

Ta lại có $SH = HC\tan 30^\circ = R.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{7}{3}$.

$HM^2 = HC^2 - MC^2 = R^2 - \dfrac{BC^2}{4} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow SM = \sqrt{SH^2 + HM^2} = \dfrac{2\sqrt{13}}{3}$.

$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}\mathrm{d}\left[A,(SBC)\right].S_{\Delta SBC}$

$\Rightarrow \mathrm{d}\left[A,(SBC)\right] = \dfrac{SH.S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \dfrac{SH.S_{\Delta ABC}}{\dfrac{1}{2}SM.BC} = \dfrac{\dfrac{7}{3}.10\sqrt{3}}{\dfrac{1}{2}.\dfrac{2\sqrt{13}}{3}.8} = \dfrac{35\sqrt{39}}{52}$.

Câu 68: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối đa diện $ABCA'B'C'$ bằng

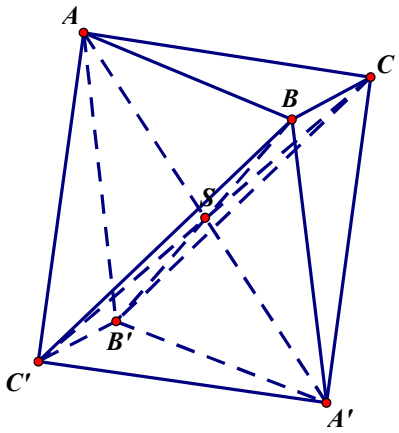
A. $V = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 69: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 1, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Gọi A', B', C' lần lượt là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối đa diện $ABCA'B'C'$ bằng

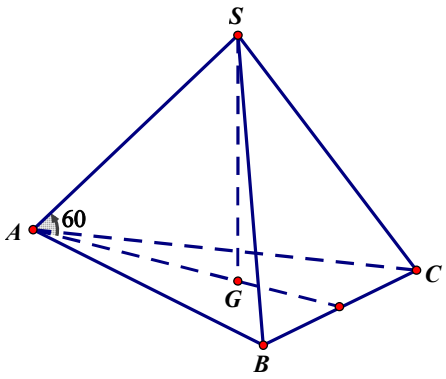
A. $V = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



* Ta có $BCB'C'$ là hình bình hành nên $V_{ABCA'B'C'} = 2V_{A.BCB'C'} = 8V_{S.ABC}$.

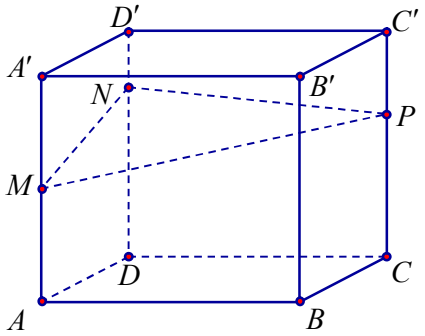


* Xét tam giác ΔSAG trong đó G là trọng tâm tam giác ΔABC ta có:

$$\frac{SG}{AG} = \tan 60° \Rightarrow SG = AG.\tan 60° = \frac{\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = 1.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SG.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{12} \Rightarrow V_{ABCA'B'C'} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

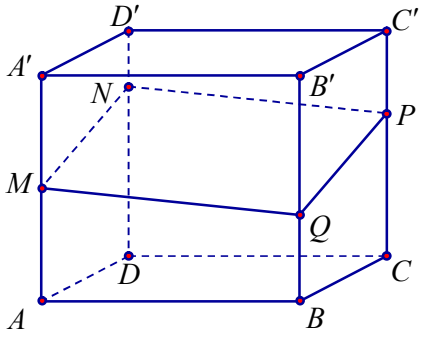
Câu 1: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018)** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



A. $\frac{7385}{18}$. **B.** $\frac{5275}{12}$. **C.** $\frac{8440}{9}$. **D.** $\frac{5275}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \frac{1}{2}\left(\frac{A'M}{A'A} + \frac{C'P}{C'C}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{12}$.

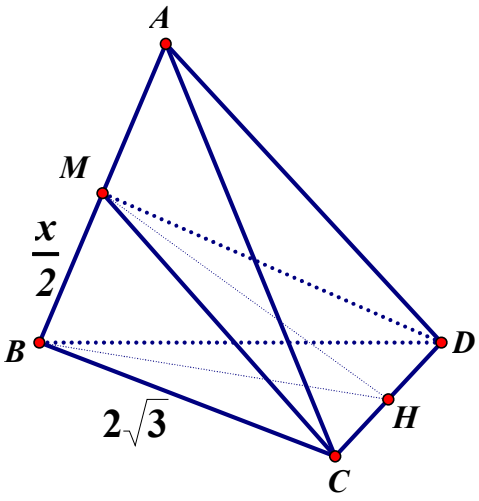
$V_{nho} = V_{MNPQ.A'B'C'D'} = \frac{5}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{5}{12}\cdot 2110 = \frac{5275}{6}$.

Câu 2: ---------- HẾT ----------**(THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018)** Xét khối tứ diện $ABCD$, $AB = x$, các cạnh còn lại bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$. **B.** $x = 2\sqrt{2}$. **C.** $x = \sqrt{14}$. **D.** $x = 3\sqrt{2}$.

Giải:

Chọn D



[Phương pháp tự luận]

Gọi M, H lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Ta có tam giác ABC, ABD cân lần lượt tại C và D. Suy ra $\begin{cases} CM \perp AB \\ DM \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow AB \perp (CDM)$.

Ta có: $\Delta CAB = \Delta DAB (c.c.c)$ suy ra $MC = MD$. Ta được $MH \perp CD$.

Tứ diện $BMCH$ có đường cao BM, đáy là tam giác MHC vuông tại H.

Có $BM = \frac{x}{2}$; $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = \sqrt{12-3} = 3$

$HC = \sqrt{3}$; $HM = \sqrt{BH^2 - BM^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}$. Suy ra $S_{MHC} = \frac{1}{2}.MH.HC = \frac{1}{2}.\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}.\sqrt{3}$.

$V_{ABCD} = 2V_{BMCD} = 2.2V_{BMHC} = 4.\frac{1}{3}.\frac{x}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}$

$= \frac{x\sqrt{3}}{3}\sqrt{9-\frac{x^2}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{x}{2}.\sqrt{9-\frac{x^2}{4}} \le \frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{1}{4}.\left(\frac{x^2}{4} + 9 - \frac{x^2}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện bằng $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, đạt khi $\frac{x^2}{4} = 9 - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = 18 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Thực hiện như phương pháp tự luận để có được $V = \frac{x\sqrt{3}}{3}\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}$. Nhập hàm số bên vào máy tính.

CALC $\sqrt{6}$, được $V \approx 3.872$.

CALC $2\sqrt{2}$, được $V \approx 4.320$.

CALC $\sqrt{14}$, được $V \approx 5.066$.

CALC $3\sqrt{2}$, được $V \approx 5.196$.

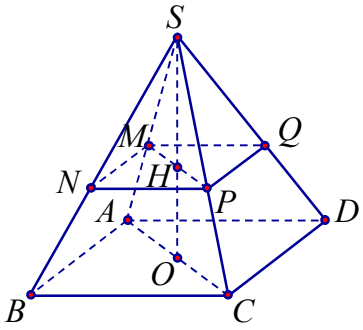
Câu 3: **(THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Một viên đá có hình dạng là khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng a. Người ta cắt khối đá đó bởi mặt phẳng song song với đáy của khối chóp để chia khối đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của thiết diện khối đá bị cắt

bởi mặt phẳng nói trên. *(Giả thiết rằng tổng thể tích của hai khối đá sau vẫn bằng thể tích của khối đá đầu).*

A. $\frac{2a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{a^2}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N, P, Q lần lượt là giao điểm của mặt phẳng cắt với cạnh bên SA, SB, SC, SD và $H = SO \cap (MNPQ)$. Do $\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ (MNPQ) \parallel (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (MNPQ)$

Đặt $\frac{SH}{SO} = \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = k \ (k > 0)$ (Định lý Thales) và $V = V_{S.ABCD}$.

Ta có $\frac{V_{S.MNPQ}}{V} = \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC} + \frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}\right) = \frac{1}{2}\left(k^3 + k^3\right) = k^3$

Theo ycbt : $\frac{V_{S.MNPQ}}{V} = k^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Mặt khác $\frac{1}{2} = \frac{V_{S.MNPQ}}{V} = \frac{\frac{1}{3}SH.S_{MNPQ}}{\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}} = k.\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}}$

$\Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{2k}.S_{ABCD} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}.a^2 = \frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin góc giữa MN và (SAC), biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{310}}{20}$. **C.** $\frac{\sqrt{310}}{20}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Gọi (α) là mp đi qua MN và song song với mp (SAD). Khi đó (α) cắt AB tại P, cắt SC tại Q, cắt AC tại K. Gọi I là giao điểm của MN và $QK \Rightarrow I \in (SAC)$.

Suy ra: P, Q, K lần lượt là trung điểm của AB, SC và AC.

Lại có: $ABCD$ là hình thang cân có $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$

$\Rightarrow AD = 2a; AB = BC = CD = a$

$\Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; S_{ABCD} = \dfrac{a+2a}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$

Nên $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}.SA = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SA = a \Rightarrow MP = \dfrac{1}{2}SA = \dfrac{a}{2}$ và $NP = \dfrac{3a}{2}$.

Xét tam giác MNP vuông tại P: $MN = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{3a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

MP, KQ lần lượt là đường trung bình của tam giác ΔSAB, $\Delta SAC \Rightarrow MP//KQ//SA$

KN là đường trung bình của tam giác $\Delta ACD \Rightarrow KN = \dfrac{1}{2}AD = a$.

Xét tam giác AHC vuông tại H: $AC = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{3a}{2}\right)^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow KC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

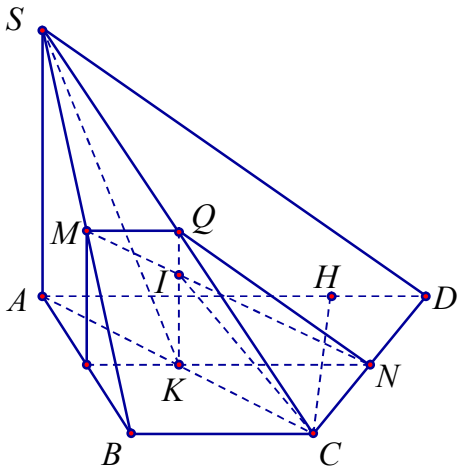
Suy ra: tam giác KNC vuông tại $C \Rightarrow C$ là hình chiếu vuông góc của N lên (SAC).

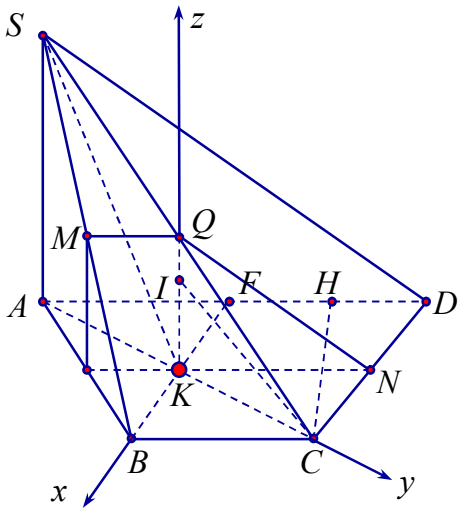
$\Rightarrow$ góc giữa MN và (SAC) là góc $\widehat{NIC}$

Khi đó: $\dfrac{IN}{MN} = \dfrac{KN}{NP} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow IN = \dfrac{2}{3}.MN = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{10}}{2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{3}$

Xét tam giác NIC vuông tại C: $NC = \dfrac{a}{2}; IN = \dfrac{a\sqrt{10}}{3} \Rightarrow IC = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{10}}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{31}}{6}$

$\Rightarrow \cos\widehat{NIC} = \dfrac{IC}{IN} = \dfrac{a\sqrt{31}}{6} : \dfrac{a\sqrt{10}}{3} = \dfrac{\sqrt{310}}{20}.$





Cách 2. Vì $ABCD$ là hình thang cân có $AD = 2AB = 2BC = 2CD = 2a$

$\Rightarrow AD = 2a; AB = BC = CD = a$

$\Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; S_{ABCD} = \dfrac{a+2a}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$

nên $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}a^2}{4}.\text{SA} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SA = a$

Gắn hình chóp vào hệ trục tọa độ như hình vẽ

Ta có: $K(0;0;0)$, $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $A\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $N\left(\frac{-a}{2};\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$S\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};a\right)$, $M\left(\frac{a}{4};-\frac{a\sqrt{3}}{4};\frac{a}{2}\right)$

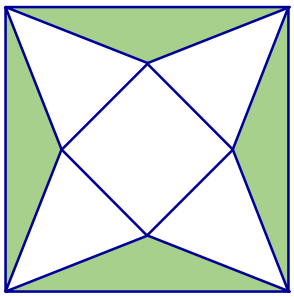
$\overrightarrow{MN}=\left(\frac{-3a}{4};\frac{3a\sqrt{3}}{4};\frac{-a}{2}\right)$. Chọn $\overrightarrow{u_1}=\left(-3;3\sqrt{3};-2\right)$cùng phương với $\overrightarrow{MN}$

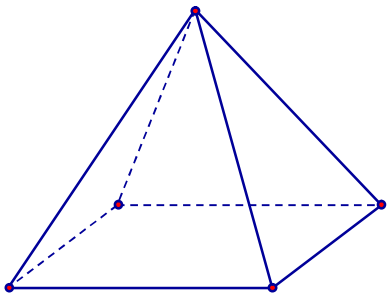
Nhận xét: $\begin{cases}BK\perp SA\\BK\perp AC\end{cases}\Rightarrow BK\perp(SAC)$

$\overrightarrow{BK}=\left(\frac{a}{2};0;0\right)$ là vtpt của (SAC).Chọn $\overrightarrow{n_1}=(1;0;0)$ cùng phương với $\overrightarrow{BK}$

Gọi α là góc góc giữa MN và (SAC). Ta có $\sin\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\frac{3\sqrt{10}}{20}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{\sqrt{310}}{20}$.

Câu 5: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(\text{m})$ như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(\text{m})$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Tìm giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.

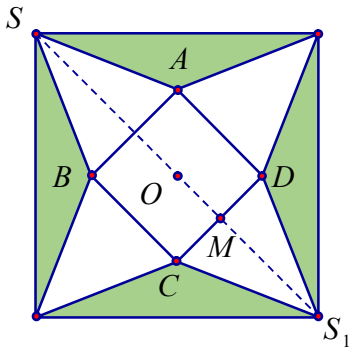


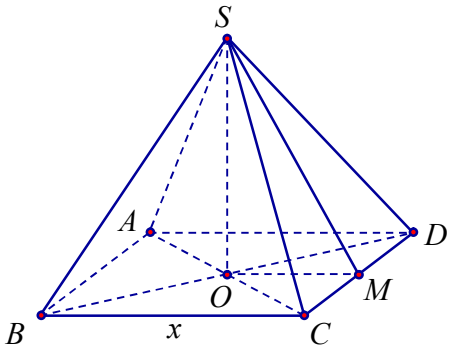


A. $x=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $x=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $x=\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C





Từ hình vuông ban đầu ta tính được $OM=\frac{x}{2}, S_1M=S_1O-OM=\frac{\sqrt{2}-x}{2}$. $(0<x<\sqrt{2})$

Khi gấp thành hình chóp $S.ABCD$ thì $S_1\equiv S$ nên ta có $SM=S_1M$.

Từ đó $SO=\sqrt{SM^2-OM^2}=\frac{\sqrt{2-2\sqrt{2}x}}{2}$. (Điều kiện $0<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$)

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{6}x^2\sqrt{2-2\sqrt{2}x}=\frac{1}{6}\sqrt{2x^4-2\sqrt{2}x^5}$.

Ta thấy V_{SABCD} lớn nhất khi $f(x)=2x^4-2\sqrt{2}x^5,\ 0<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x)=8x^3-10\sqrt{2}x^4=2x^3\left(4-5\sqrt{2}x\right)$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2\sqrt{2}}{5}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{2\sqrt{2}}{5}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f_{\max}$	↘	

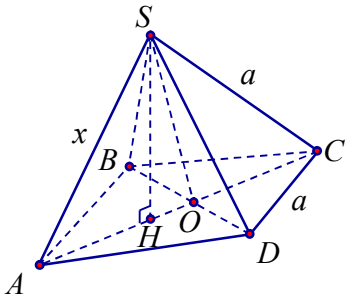
Vậy: $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi và chỉ khi $x=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

Câu 6: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh $SA=x$ còn tất cả các cạnh khác có độ dài bằng 2. Tính thể tích V lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=1$ **B.** $V=\frac{1}{2}$. **C.** $V=3$. **D.** $V=2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Ta có:

$\Delta BAD=\Delta BSD=\Delta BCD$ nên $AO=SO=CO\Rightarrow SO=\frac{1}{2}AC\Rightarrow\Delta SAC$ vuông tại S

Do đó: $AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=\sqrt{x^2+4}$

$\Rightarrow OD=\sqrt{AD^2-AO^2}=\sqrt{4-\frac{4+x^2}{4}}=\frac{\sqrt{12-x^2}}{2}\Rightarrow BD=\sqrt{12-x^2}$, $0<x<2\sqrt{3}$

Ta thấy: $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SO\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)$

Trong ΔSAC hạ $SH\perp AC$. Khi đó: $\begin{cases}SH\perp AC\\SH\perp BD\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

$\frac{1}{SH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{SC^2}\Rightarrow SH=\frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+SC^2}}=\frac{2.x}{\sqrt{4+x^2}}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4}.\sqrt{12-x^2}.\frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}=\frac{1}{3}.x.\sqrt{12-x^2}\le\frac{1}{3}\frac{x^2+12-x^2}{2}=2$

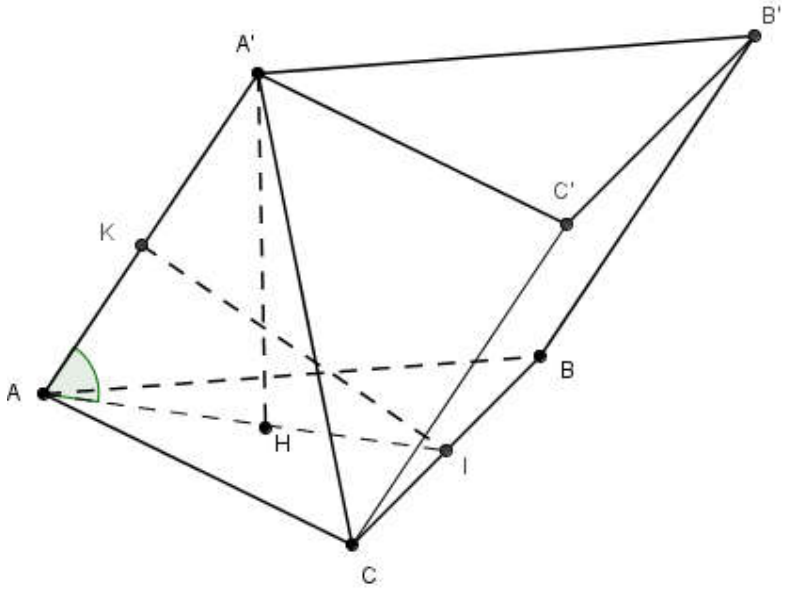
Dấu "=" xảy ra khi $x^2=12-x^2\Rightarrow x=\sqrt{6}$.

Câu 7: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC và I là trung điểm BC. Ta có

$$\begin{cases} A'H\perp BC \\ AI\perp BC \\ A'H\cap AI=H \end{cases}\Rightarrow BC\perp(A'AI)\Rightarrow BC\perp AA'.$$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AA'. Khi đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC nên $IK=d(AA',BC)=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Xét tam giác vuông AIK vuông tại K có

$$IK=\frac{a\sqrt{3}}{4},\ AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow IK=\frac{1}{2}AI\Rightarrow \widehat{KAI}=30^\circ.$$

Xét tam giác vuông $AA'H$ vuông tại H có $A'H=AH.\tan 30^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{a}{3}$.

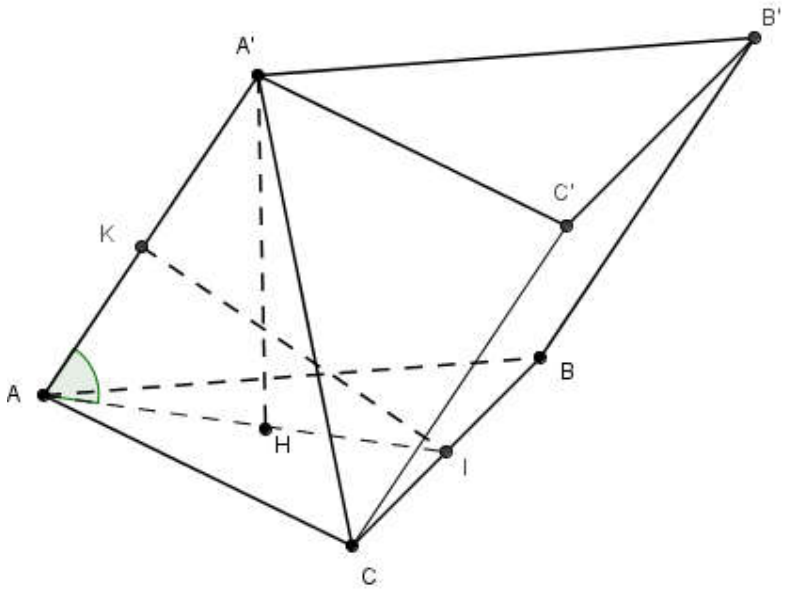
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 8: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC và I là trung điểm BC. Ta có

$$\begin{cases} A'H \perp BC \\ AI \perp BC \\ A'H \cap AI = H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AI) \Rightarrow BC \perp AA'.$$

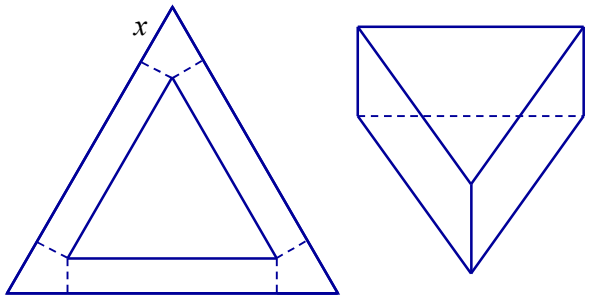
Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên AA'. Khi đó IK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC nên $IK = d(AA', BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Xét tam giác vuông AIK vuông tại K có

$$IK = \frac{a\sqrt{3}}{4},\ AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IK = \frac{1}{2}AI \Rightarrow \widehat{KAI} = 30°.$$

Xét tam giác vuông $AA'H$ vuông tại H có $A'H = AH.\tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{3}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

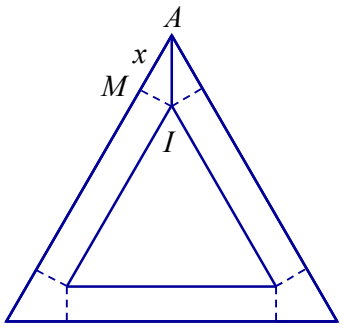
Câu 9: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Cắt ba góc của một tam giác đều cạnh bằng a các đoạn bằng $x, \left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$ phần còn lại là một tam giác đều bên ngoài là các hình chữ nhật, rồi gấp các hình chữ nhật lại tạo thành khối lăng trụ tam giác đều như hình vẽ. Tìm độ dài x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất.



A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a}{4}$. **C.** $\frac{a}{5}$. **D.** $\frac{a}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Xét tam giác AMI như hình vẽ, đặt $AM = x > 0,\ \widehat{MAI} = 30^\circ \Rightarrow MI = \frac{x}{\sqrt{3}}$

Lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy $a - 2x$, $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right)$, chiều cao $\frac{x}{\sqrt{3}}$ nên thể tích khối lăng trụ là

$$V = \frac{(a-2x)^2\sqrt{3}}{4}.\frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{a^2x - 4ax^2 + 4x^3}{4}$$

Ta cần tìm $x \in \left(0; \frac{a}{2}\right)$ để thể tích V đạt giá trị lớn nhất.

Xét $f(x) = a^2x - 4ax^2 + 4x^3$, có $f'(x) = 12x^2 - 8ax + a^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{a}{6} \\ x = \frac{a}{2}(l) \end{array}\right.$

x	0		$\frac{a}{6}$		$\frac{a}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

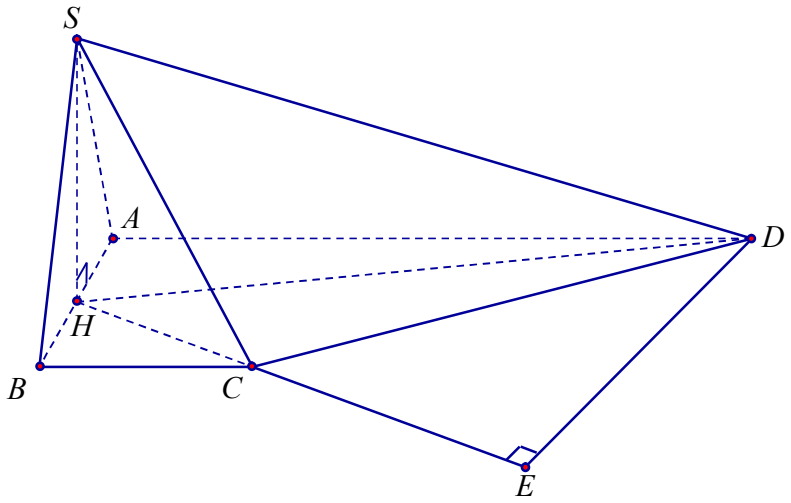
Từ bảng biến thiên suy ra thể tích V đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{a}{6}$.

Câu 10: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B với BC là đáy nhỏ. Biết rằng tam giác SAB đều có cạnh là $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SC = a\sqrt{5}$ và khoảng cách từ D tới mặt phẳng (SHC) bằng $2a\sqrt{2}$ (với H là trung điểm của AB). Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là hình chiếu của D lên CH, ta có $DE \perp (SCH) \Rightarrow DE = d(D,(SCH)) = 2a\sqrt{2}$.

Vì SH là đường cao của tam giác đều SAB nên $SH = a\sqrt{3}$ và

$$\begin{cases} CH = \sqrt{SC^2 - SH^2} = \sqrt{5a^2 - 3a^2} = a\sqrt{2} \\ BC = BH = a \end{cases}$$

Ta có: $S_{\Delta DCH} = \frac{1}{2} DE.CH = \frac{1}{2} a\sqrt{2}.2a\sqrt{2} = 2a^2$.

Đặt $AD = x > 0$.

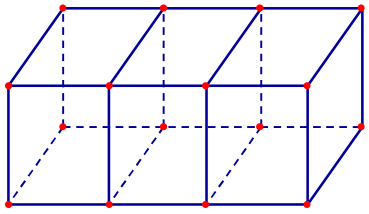
$$S_{ABCD} = \frac{(a+x).2a}{2} = ax + a^2 \quad (1)$$

Mặt khác $S_{ABCD} = S_{\Delta BHC} + S_{\Delta CHD} + S_{\Delta AHD} = \frac{1}{2}a^2 + 2a^2 + \frac{1}{2}ax = \frac{5}{2}a^2 + \frac{1}{2}ax \quad (2)$

Từ (1) và (2): $\frac{5}{2}a^2 + \frac{1}{2}ax = ax + a^2 \Leftrightarrow x = 3a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}4a^2.a\sqrt{3} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Một người xây nhà xưởng hình hộp chữ nhật có diện tích mặt sàn là $1152\ \text{m}^2$ và chiều cao cố định. Người đó xây các bức tường xung quanh và bên trong để ngăn nhà xưởng thành ba phòng hình chữ nhật có kích thước như nhau (không kể trần nhà). Vậy cần phải xây các phòng theo kích thước nào để tiết kiệm chi phí nhất (bỏ qua độ dày các bức tường).



A. $16\ \text{m} \times 24\ \text{m}$. **B.** $8\ \text{m} \times 48\ \text{m}$. **C.** $12\ \text{m} \times 32\ \text{m}$. **D.** $24\ \text{m} \times 32\ \text{m}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao mỗi phòng.

Theo giả thiết, ta có $x.3y = 1152 \Rightarrow y = \frac{384}{x}$

Để tiết kiệm chi phí nhất khi diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có $S_{tp}=4xh+6yh+3xy=4xh+6.\dfrac{384}{x}h+1152=4h\left(x+\dfrac{576}{x}\right)+1152$

Vì h không đổi nên S_{tp} nhỏ nhất khi $f(x)=x+\dfrac{576}{x}$ (với $x>0$) nhỏ nhất.

Cách 1: Khảo sát $f(x)=x+\dfrac{576}{x}$ với $x>0$ ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=24\Rightarrow y=16$.

Cách 2. BĐT Côsi $x+\dfrac{576}{x}\ge 2\sqrt{x.\dfrac{576}{x}}=48$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\dfrac{576}{x}\to x=24$.

Câu 12: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Một người cần làm một hình lăng trụ tam giác đều từ tấm nhựa phẳng để có thể tích là $6\sqrt{3}$ cm^3. Để ít hao tốn vật liệu nhất thì cần tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ tam giác đều này bằng bao nhiêu?

A. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}$ cm và cạnh bên bằng 1 cm.

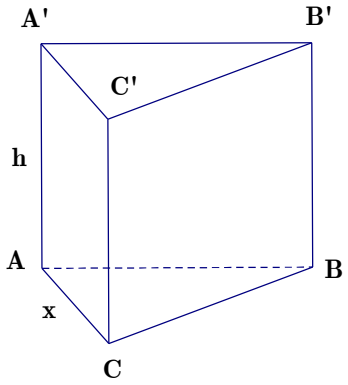
B. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}$ cm và cạnh bên bằng 2 cm.

C. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{2}$ cm và cạnh bên bằng 3 cm.

D. Cạnh đáy bằng $4\sqrt{3}$ cm và cạnh bên bằng $\dfrac{1}{2}$ cm.

Lời giải

Chọn B



Giả sử hình lăng trụ tam giác đều cần làm là $ABC.A'B'C'$ có độ dài $AB=x$, $AA'=h$.

Khi đó $S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$ và $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2h$.

Theo giả thiết $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2h=6\sqrt{3}\Rightarrow h=\dfrac{24}{x^2}$.

Để ít tốn vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất.

Gọi S_{tp} là tổng diện tích các mặt của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, ta có:

$S_{tp}=2S_{\Delta ABC}+3S_{ABB'A'}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+3hx=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{72}{x}$.

Khảo sát $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{72}{x}$ trên $(0;+\infty)$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=2\sqrt{3}$.

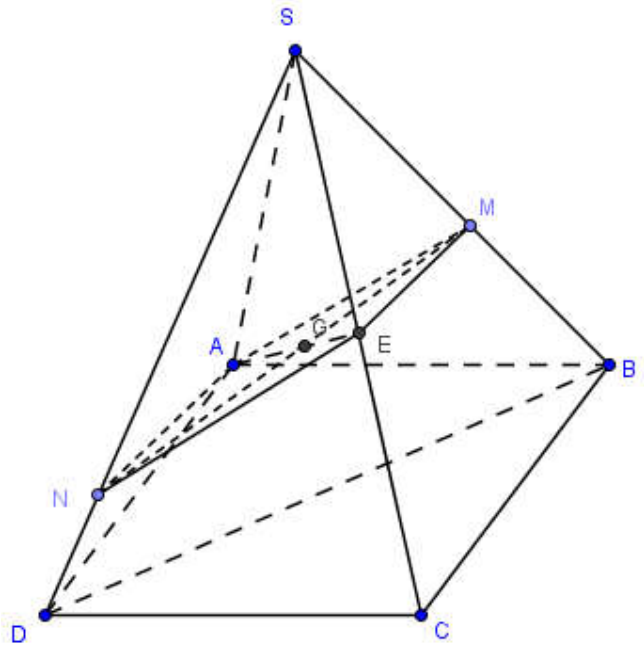
Với $x=2\sqrt{3}\Rightarrow h=2$ cm.

Câu 13: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, có thể tích bằng 24 cm^3. Gọi E là trung điểm SC. Một mặt phẳng chứa AE cắt các cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. 9 cm^3. **B.** 8 cm^3. **C.** 6 cm^3. **D.** 7 cm^3.

Lời giải

Chọn B



Đặt $\frac{SM}{SB}=a;\frac{SN}{SD}=b.$ Ta có $V_{S.AMEN}=V_{S.AMN}+V_{S.EMN}$.

Do đó dễ có $V_{S.AMEN}=6\left(\frac{SM}{SB}+\frac{SN}{SD}\right)=6(a+b).$

Ta có $a+b=\frac{SM}{SB}+\frac{SN}{SD}=\frac{S_{GSM}}{S_{GSB}}+\frac{S_{GSN}}{S_{GSD}}=\frac{3\left(S_{GSM}+S_{GSN}\right)}{S_{SBD}}$

$\Leftrightarrow a+b=\frac{3S_{SMN}}{S_{SBD}}=\frac{3SM.SN}{SB.SD}=3ab\le 3\frac{(a+b)^2}{4}\Leftrightarrow a+b\ge\frac{4}{3}.$

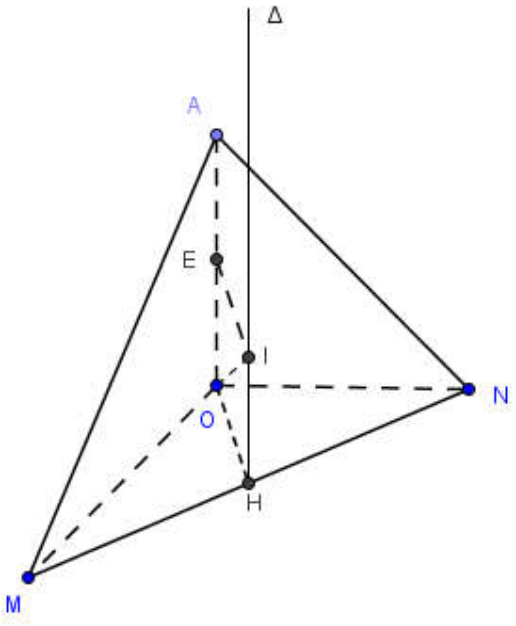
Do đó $V_{S.AMEN}=6(a+b)\ge 6.\frac{4}{3}=8.$

Câu 14: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Trong không gian cho 3 tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau đôi một. Điểm A cố định thuộc tia Oz và $OA=\sqrt{2}$. Các điểm M và N lần lượt lưu động trên các tia Ox và Oy sao cho $OM+ON=2$ (M, N không trùng O). Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OAMN$.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Trong tam giác vuông OBC, gọi M là trung điểm cạnh BC khi đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC. Từ H dựng đường thẳng Δ song song với OA, suy ra Δ là trục đường tròn tam giác OBC. Mặt phẳng trung trực của OA qua E và cắt Δ tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OAMN$ và bán kính $R = OI$.

Ta có $R = OI = \sqrt{IH^2 + OH^2} = \sqrt{\dfrac{OA^2}{4} + OH^2} = \sqrt{\dfrac{1}{2} + OH^2}$.

Vậy OI nhỏ nhất khi và chỉ khi OH nhỏ nhất khi cà chỉ khi H là hình chiếu vuông góc của O lên BC. Khi đó tam giác OBC là tam giác vuông cân và

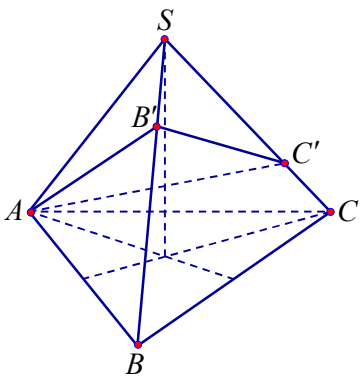
$$OM = ON = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{2} \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1.$$

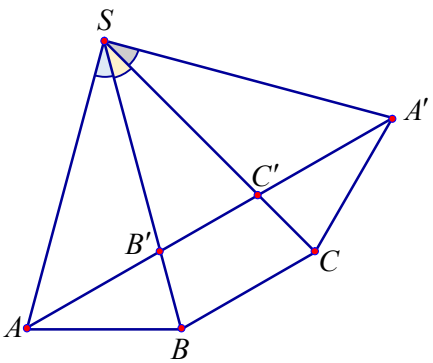
Câu 15: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 30°$ Mặt phẳng (α) qua A và cắt hai cạnh SB, SC tại B', C' sao cho chu vi tam giác $AB'C'$ nhỏ nhất. Tính $k = \dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}$.

A. $k = 2 - \sqrt{2}$. **B.** $k = 4 - 2\sqrt{3}$. **C.** $k = \dfrac{1}{4}$. **D.** $k = 2\left(2 - \sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B





Cắt hình chóp theo cạnh SA rồi trải các mặt bên ra ta được hình như hình vẽ (A' là điểm sao cho khi gấp lại thành hình chóp thì trùng với A).

Khi đó chu vi tam giác $AB'C'$ bằng $AB'+B'C'+C'A$ nhỏ nhất khi A, B', C', A' thẳng hàng hay $AB'+B'C'+C'A=AA'$.

Khi đó tam giác SAA' có $\widehat{SAA'}=\widehat{ASB'}+\widehat{B'SC'}+\widehat{C'SA'}=90°$ nên vuông cân tại S và có $SA=a$, $SB'=SC'$, $\widehat{SAB'}=45°$.

Ta có $\dfrac{SA}{\sin 105°}=\dfrac{SB'}{\sin 45°}\Leftrightarrow\dfrac{SB'}{SA}=\dfrac{\sin 45°}{\sin 105°}=\sqrt{3}-1$.

Do đó $k=\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)=4-2\sqrt{3}$.

Câu 16: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho ba tia không đồng phẳng Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc. Xét tam giác ABC có các đỉnh A trên tia Ox, B trên tia Oy, C trên tia Oz sao cho tam giác ABC chứa trong nó một điểm M cố định. Thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi:

A. OM vuông góc với mặt phẳng (ABC).

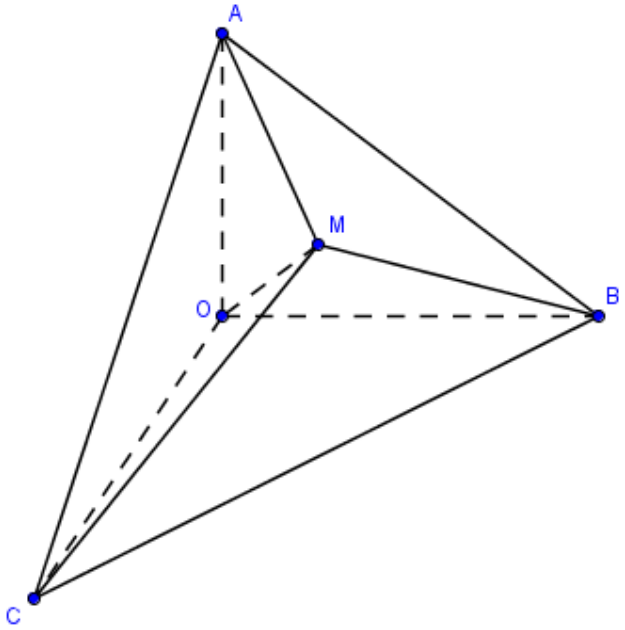
B. $S_{\triangle MBC}=S_{\triangle MCA}=S_{\triangle MAB}$ với kí hiệu $S_{\triangle ABC}$ là diện tích tam giác ABC.

C. M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

D. $V_{OMBC}=2V_{OMCA}$ với kí hiệu V_{OABC} là thể tích khối chóp $OABC$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $OA=a; OB=b; OC=c.$ Vì điểm M cố định và M nằm trong tam giác ABC. Ta gọi $M\left(x_M; y_M; z_M\right)$.

Ta có $V_{OABC}=V_{M.OAB}+V_{M.OAC}+V_{M.OBC}=\dfrac{1}{6}\left(abz_M+acy_M+bcx_M\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$V=\frac{1}{6}\left(abz_M+acy_M+bcx_M\right)\geq\frac{1}{2}\sqrt[3]{x_My_Mz_Ma^2b^2c^2}=\frac{1}{2}\sqrt[3]{x_My_Mz_M36V^2}$$

$$\Leftrightarrow 2V \ge \sqrt[3]{x_M y_M z_M 36V^2} \Leftrightarrow 8V^3 \ge x_M y_M z_M 36V^2 \Leftrightarrow V \ge \frac{9}{2} x_M y_M z_M .$$

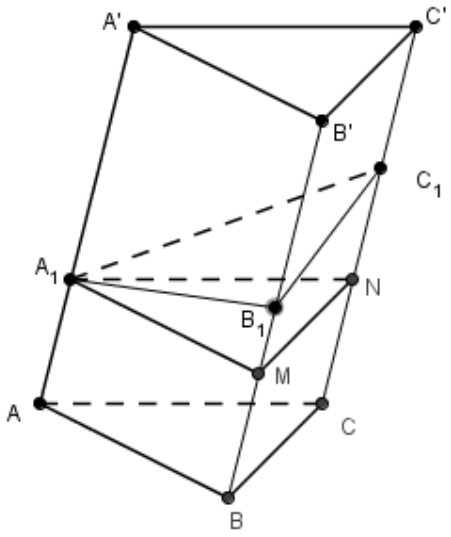
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $abz_M = acy_M = bcx_M$ hay $V_{M.OAB} = V_{M.OAC} = V_{M.OBC}$ hay $S_{\triangle MBC} = S_{\triangle MCA} = S_{\triangle MAB}$ (Do cùng chiều cao).

Câu 17: (THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V và độ dài cạnh bên $AA' = 6$ đơn vị. Cho điểm A_1 thuộc cạnh AA' sao cho $AA_1 = 2$. Các điểm B_1, C_1 lần lượt thuộc cạnh BB', CC' sao cho $BB_1 = x, CC_1 = y$, ở đó x, y là các số thực dương thỏa mãn $xy = 12$. Biết rằng thể tích của khối đa diện $ABC.A_1B_1C_1$ bằng $\frac{1}{2}V$. Giá trị của $|x - y|$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt thuộc BB' và CC' sao cho $BM = CN = 2$. Khi đó ta có

$$V_{ABC.A_1B_1C_1} = V_{ABC.A_1MN} + V_{A_1MNC_1B_1} = \frac{1}{3}V + \frac{x+y-4}{12} V_{A'BCC'B'} = \frac{1}{3}V + \frac{x+y-4}{12} \cdot \frac{2}{3} V.$$

Mặt khác theo giả thiết ta có $V_{ABC.A_1B_1C_1} = \frac{1}{2}V$ nên suy ra

$$\frac{1}{3}V + \frac{x+y-4}{12} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{1}{2}V \Leftrightarrow \frac{1}{3} + \frac{x+y-4}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + y = 7,$$ kết hợp với $xy = 12$. Ta có

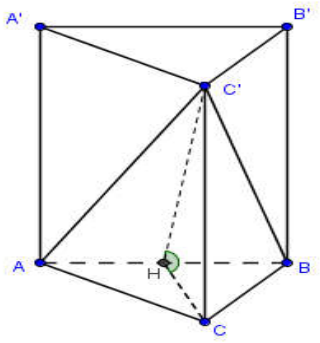
$\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases}$. Do đó $|x-y|=1$.

Câu 18: **(THPT Ngô Sĩ Liên-Bắc Giang-lần 1-năm 2017-2018)** Cho khối chóp lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{ABC'}=8\sqrt{3}$, mặt phẳng ABC' tạo với mặt phẳng đáy góc $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$. Tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $CC'=h,\ CH=b,\ AB=a.$

Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.h=S_{\Delta ABC'}.h.\cos\alpha=8\sqrt{3}h.\cos\alpha.$

Ta có $S_{\Delta ABC'}=\frac{1}{2}C'H.AB=\frac{1}{2}.\frac{h}{\sin\alpha}.a=\frac{1}{2}.\frac{h}{\sin\alpha}.\frac{2}{\sqrt{3}}.b=\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{h}{\sin\alpha}.h\cot\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{h^2}{\sin^2\alpha}\cos\alpha.$

nên $8\sqrt{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}.\frac{h^2}{\sin\alpha}\cos\alpha\Leftrightarrow h^2=24.\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}.$

Từ đó $V_{ABC.A'B'C'}=8\sqrt{3}h.\cos\alpha\Leftrightarrow V^2=192h^2.\cos^2\alpha=4608\cdot\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\cdot\cos^2\alpha=4608\sin^2\alpha\cos\alpha.$

$=4608\left(1-\cos^2\alpha\right)\cos\alpha=4608\left(\cos\alpha-\cos^3\alpha\right).$

Đặt $t=\cos\alpha, t\in[0;1]$. Xét hàm số $f(t)=t-t^3\Rightarrow f'(t)=1-3t^2.$

Ta có $f'(t)=0\Leftrightarrow 1-3t^2=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{\sqrt{3}}.\ \left(t\in[0;1]\right).$

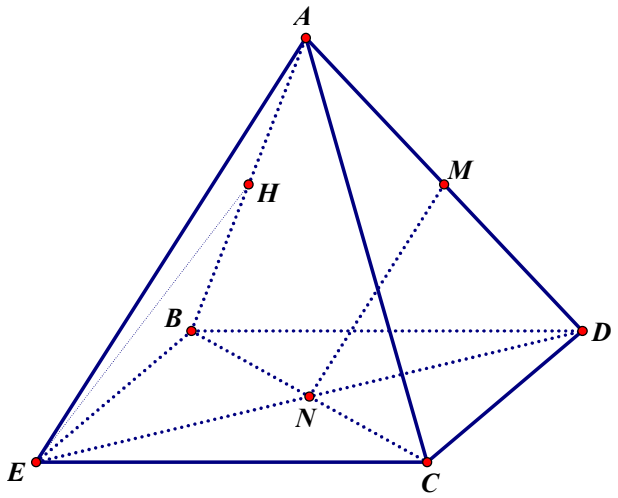
Ta có $f(0)=0,\ f(1)=0,\ f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{2}{3\sqrt{3}}.$

Câu 19: Vậy $V_{\max}=4608.\frac{2}{\sqrt{3}}=3072\sqrt{3}\Leftrightarrow\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{3}}.$ **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$. M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC. Biết thể tích của khối $ABCD$ là $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ và $d\left(AB;CD\right)=a$ (giả sử $MN>\frac{a}{2}$). Khi đó độ dài đoạn MN là:

A. $MN = a\sqrt{3}$. **B.** $MN = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $MN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $MN = a\sqrt{2}$.

Lời giải:

Chọn C



Dựng hình bình hành $BDCE$. Khi đó ta có $d\left(CD;AB\right) = d\left(C;ABE\right) = a$.

Đặt $MN = x\left(x > \dfrac{a}{2}\right)$, suy ra $AE = 2x$.

Gọi H là trung điểm AB, ta có: $S_{ABE} = \dfrac{1}{2}.AE.BH = \dfrac{1}{2}.2x.\sqrt{a^2 - x^2} = x\sqrt{a^2 - x^2}$. Nên kí hiệu diện tích tam giác.

$V\left(C.ABE\right) = V\left(ABCD\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}.a.x.\sqrt{a^2 - x^2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

$\Leftrightarrow x\sqrt{a^2 - x^2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow 16x^2a^2 - 16x^4 = 3a^4$

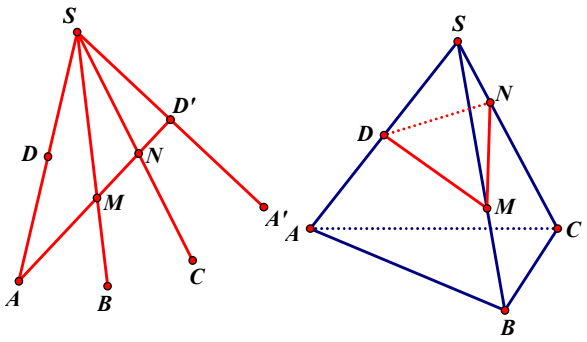
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = \dfrac{3}{4}a^2 \\ x^2 = \dfrac{1}{4}a^2 \end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện, được $x = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, $\widehat{ASB} = 20°$, $SA = a$, M thuộc cạnh SB, N thuộc cạnh SC, D là trung điểm cạnh SA. Khi $AM + MN + ND$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng diện tích các tam giác SAM, SMN, SND là:

A. $\dfrac{a^2}{4}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải:

Chọn D



Hình 1

Trải các mặt bên của hình chóp theo đường cắt SA ta được Hình 1.

Khi đó, tổng $AM+MN+ND$ nhỏ nhất khi A, M, N, D' thẳng hàng. Với A' và D' là hai điểm sao cho khi gấp lại thành hình chóp thì trùng với A, D.

Khi đó tam giác SAD' có $\widehat{ASD'}=60^\circ$, $SA=2SD'$. Suy ra $\Delta SAD'$ là nửa tam giác đều cạnh SA.

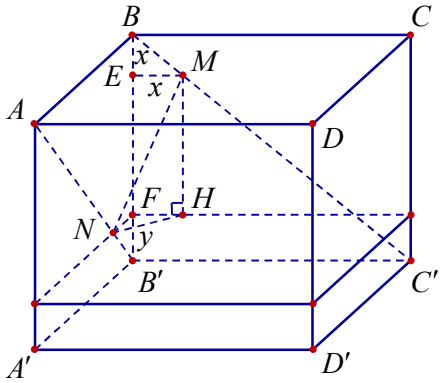
Ta được $S_{SAM}+S_{SMN}+S_{SND}=S_{SAM}+S_{SMN}+S_{SND'}=S_{SAD'}=\frac{1}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Câu 21: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có bằng a. Điểm M thuộc đoạn thẳng BC', điểm N thuộc đoạn thẳng AB', MN tạo với đáy một góc bằng 30°. Tính độ dài nhỏ nhất của đoạn thẳng MN.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{6}-1}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{6}+1}$.

Lời giải

Chọn D



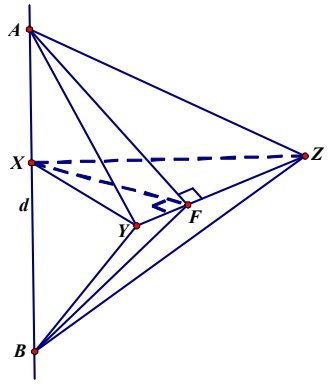
Đặt $BE=x, B'F=y \Rightarrow \begin{cases} MH=a-x-y \\ ME=HF=BF=x \\ NF=B'F=y \\ HN=\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$

Ta có: $\begin{cases} \frac{MH}{HN}=\tan 30^\circ \\ MN=\frac{HN}{\cos 30^\circ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a-x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}} \ (1) \\ MN=\frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{x^2+y^2} \ (2) \end{cases}$

Từ (1) suy ra $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3}a-\sqrt{3}(x+y)\geq \sqrt{3}a-\sqrt{6}\sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow \sqrt{x^2+y^2}\geq \frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{6}+1}$

Từ (2) suy ra $MN\geq \frac{2a}{\sqrt{6}+1}$.

Câu 22: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Trong mặt phẳng (P) cho tam giác XYZ cố định. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) tại điểm X và về hai phía của (P) ta lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho hai mặt phẳng AYZ và BYZ luôn vuông góc với nhau. Hỏi vị trí của A, B thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì thể tích khối tứ diện $ABYZ$ là nhỏ nhất.



A. $XB = 2XA$.

B. $XA = 2XB$.

C. $XA.XB = YZ^2$.

D. X là trung điểm của đoạn AB.

Lời giải

Chọn D

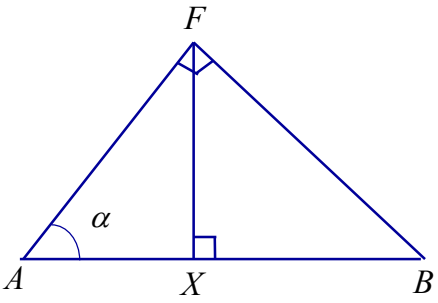
Cách 1:

Thể tích khối tứ diện $ABYZ$ là $V = \frac{1}{3}AB.S_{\Delta XYZ}$.

Do diện tích tam giác XYZ không đổi nên thì thể tích tứ diện $ABYZ$ là nhỏ nhất khi AB ngắn nhất.

Ta có $(AYZ) \perp (BYZ)$, $(AYZ) \cap (BYZ) = YZ$.

Kẻ $AF \perp YZ$, $(F \in YZ) \Rightarrow AF \perp (BYZ) \Rightarrow AF \perp BF$.



Trong tam giác vuông AFB, đặt $\widehat{FAX} = \alpha, \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow AX = \frac{XF}{\tan\alpha}$, $BX = \frac{XF}{\cot\alpha}$.

Khi đó $AB = AX + BX = XF\left(\frac{1}{\tan\alpha} + \frac{1}{\cot\alpha}\right) = \frac{2XF}{\sin 2\alpha} = f(\alpha)$.

$f'(\alpha) = \frac{-4XF\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha}$.

$f'(\alpha) = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$.

α	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$f(\alpha)$	$\searrow$	$f\left(\frac{\pi}{4}\right)$	$\nearrow$

Do X và F cố định nên đường cao XF của tam giác AXF không đổi.

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy AB ngắn nhất khi $\alpha=\frac{\pi}{4}$. Suy ra $AX=BX=XF$.

Hay X là trung điểm AB.

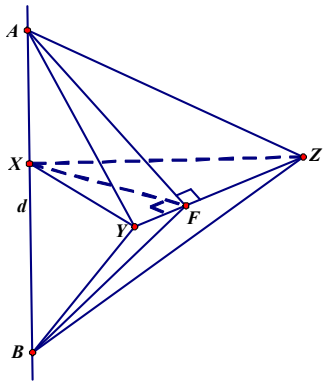
Cách 2:

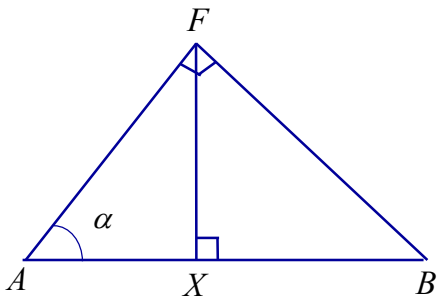
Thể tích khối tứ diện $ABYZ$ là $V=\frac{1}{3}AB.S_{\Delta XYZ}$.

Do diện tích tam giác XYZ không đổi nên thì thể tích tứ diện $ABYZ$ là nhỏ nhất khi AB ngắn nhất.

Dựng $XF\perp YZ$, do $YZ\perp AB$ nên $YZ\perp(ABF)$, suy ra

$\left(\widehat{(AYZ),(BYZ)}\right)=\left(\widehat{FA,FB}\right)=\widehat{AFB}=90°$.





Xét tam giác vuông ABF có FX là đường cao không đổi(Do XF là đường cao của ΔXYZ cố định) nên $XF^2=XA.XB$ không đổi.

Có $AB=XA+XB\geq 2\sqrt{XA.XB}=2XF$ không đổi.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $XA=XB$.

Vậy thể tích khối tứ diện $ABYZ$ nhỏ nhất khi X là trung điểm AB.

Câu 23: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Góc $\widehat{ASB}=45°$, $\widehat{BSC}=60°$, $\widehat{CSA}=90°$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

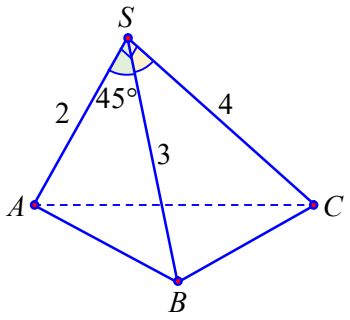
A. $\frac{1}{2}$. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng công thức giải nhanh: Cho chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ và $\widehat{ASB}=\alpha$, $\widehat{BSC}=\beta$, $\widehat{ASC}=\gamma$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

$$V_{S.ABC}=\frac{abc}{6}\sqrt{1-cos^2\alpha-cos^2\beta-cos^2\gamma+2cos\alpha.cos\beta.cos\gamma}.$$



Áp dụng: Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$V_{S.ABC}=\dfrac{2.3.4}{6}\sqrt{1-\cos^2 45°-\cos^2 60°-\cos^2 90°+2\cos 45°.\cos 60°.\cos 90°}=2$.

Diện tích tam giác SAC là $S_{SAC}=\dfrac{1}{2}SA.AC=4$.

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) là $d\left(B,(SAC)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{SAC}}=\dfrac{3}{2}$.

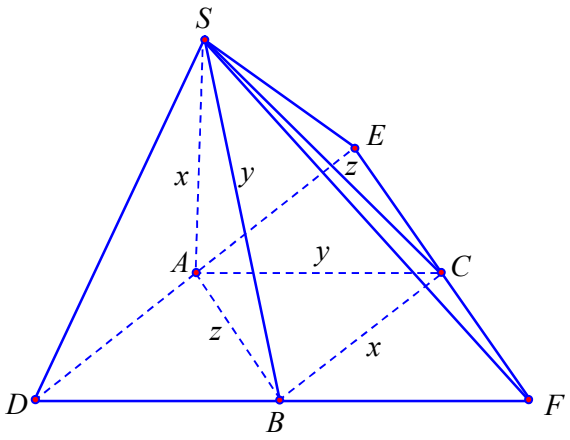
Câu 24: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=x$, $SB=AC=y$, $SC=AB=z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=12$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1



Trong mặt phẳng (ABC) dựng D, E, F sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của DE, DF, EF. Khi đó ta có $DE=2SA=2x$; $DF=2SB=2y$; $=2SC=2z$. Suy ra SD, SE, SF đôi một vuông góc.

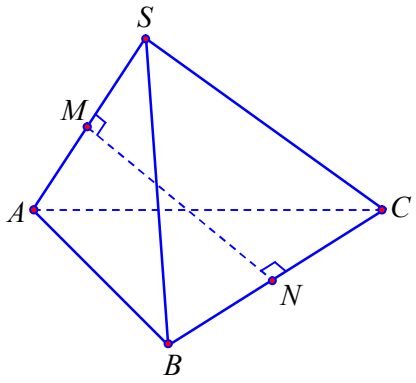
Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{4}V_{S.DEF}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{6}.SD.SE.SF$.

Mặt khác $\begin{cases}SD^2+SE^2=4x^2\\SD^2+SF^2=4y^2\\SE^2+SF^2=4z^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}SD^2=2\left(x^2+y^2-z^2\right)\\SE^2=2\left(x^2+z^2-y^2\right)\\SF^2=2\left(y^2+z^2-x^2\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}SD=2\sqrt{6-z^2}\\SE=2\sqrt{6-y^2}\\SF=2\sqrt{6-x^2}\end{cases}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{24}.8.\sqrt{\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)\left(6-z^2\right)}\le\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{6-x^2+6-y^2+6-z^2}{3}\right)^3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất là $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Cách 2



Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC.

Lúc đó MN là đường vuông góc chung của SA và BC.

ΔSMN ta có $MN=\sqrt{SN^2-SM^2}=\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}$.

$V=\frac{1}{6}SA.BC.MN.\sin\left(SA,BC\right)=\frac{1}{6}x^2\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}.\sqrt{1-\cos^2\left(SA,BC\right)}$

$=\frac{1}{6}x^2\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}.\sqrt{1-\frac{\left(y^2-z^2\right)^2}{x^4}}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(x^2+y^2-z^2\right)\left(y^2+z^2-x^2\right)\left(z^2+x^2-y^2\right)}$

$=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(12-2z^2\right)\left(12-2x^2\right)\left(12-2y^2\right)}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{8\left(6-z^2\right)\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{\left(6-z^2\right)\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)}\le\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{6-z^2+6-y^2+6-x^2}{3}\right)^3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=12\\x=y=z\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=2$.

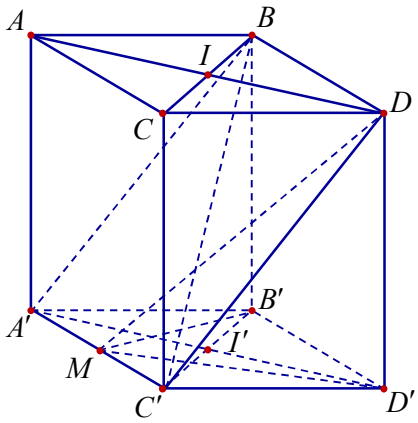
Lúc đó $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $\left(A'BC'\right)$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{9a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

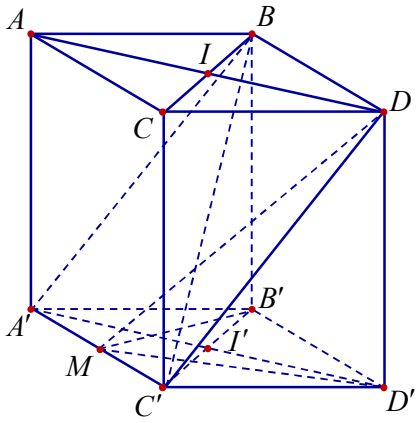
Lời giải

Chọn C



Cách 1: Gọi M , I , I' lần lượt là trung điểm của $A'C'$, BC , $B'C'$.

D là điểm đối xứng với A qua I , D' là điểm đối xứng với A' qua I' .



Khi đó mặt phẳng $\left(A'BC'\right)\equiv\left(A'BDC'\right)$.

$\Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng $\left(A'BC'\right)$ với đáy là góc giữa mặt phẳng $\left(A'BDC'\right)$ với đáy.

Ta có tứ giác $A'B'D'C'$ là hình thoi

Vì $\widehat{B'A'C'}=120°$ nên tam giác $A'C'D'$ là tam giác đều cạnh bằng a $\Rightarrow D'M\perp A'C'$.

Mà $A'C'\perp DD'$

Nên $A'C'\perp DM$

Vậy góc giữa mặt phẳng $\left(A'BDC'\right)$ với đáy là góc $\widehat{DMD'}=60°$

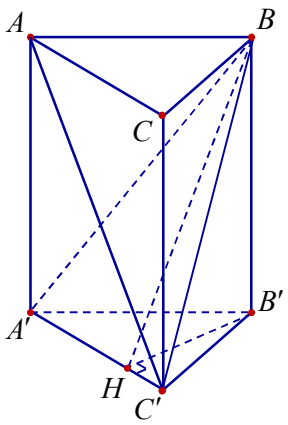
Xét tam giác $A'C'D'$, có: $\begin{cases} D'M=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=C'I' \\ A'I'=\dfrac{a}{2} \end{cases}\Rightarrow C'B'=a\sqrt{3}$

Xét tam giác MDD' vuông tại D' có $\widehat{DMD'}=60°$ $\Rightarrow\triangle DMD'$ là nửa tam giác đều có đường cao DD' $\Rightarrow DD'=D'M.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{2}$.

$S_{\triangle A'B'C'}=\dfrac{1}{2}A'I'.B'C'=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{2}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}S_{\triangle A'B'C'}.DD'=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Cách 2: Hạ $B'H\perp A'C'$. Khi đó $A'C'\perp\left(BHB'\right)$



Ta có: $\begin{cases} S_1 = S_{A'B'C'} = \dfrac{1}{2}A'B'.A'C'.\sin 120^\circ = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ B'H = A'C'.\sin 120^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

Theo công thức tính diện tích hình chiếu $S = S_{A'BC'} = \dfrac{S_1}{\cos 60^\circ} = 2S_1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}BH.A'C' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{1}{2}.A'C'} = a\sqrt{3}$.

Khi đó $BB' = \sqrt{BH^2 - B'H^2} = \sqrt{3a^2 - \dfrac{3a^2}{4}} = \dfrac{3a}{2}$.

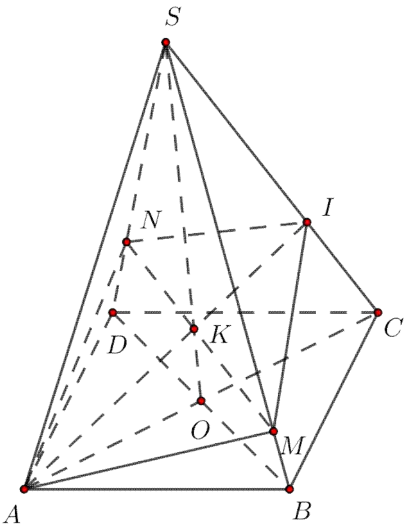
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta A'B'C'}.DD' = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 26: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. I nằm trên cạnh SC sao cho $IS = 2IC$. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AI cắt cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Gọi V' và V lần lượt là thể tích khối chóp $S.AMIN$ và $S.ABCD$. Giá trị nhỏ nhất của tỷ số thể tích $\dfrac{V'}{V}$ bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{54}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{5}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $\frac{SB}{SM}=x,\ \frac{SD}{SN}=y\ \Rightarrow x,y>1$. Do $SI=2IC\ \Rightarrow \frac{SC}{SI}=\frac{3}{2}$.

Ta có $\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}=1+\frac{SC}{SI}\ \Rightarrow x+y=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$.

Do $\frac{V'}{V}=\frac{x+y+1+\frac{3}{2}}{4xy.1.\frac{3}{2}}=\frac{5}{6xy}\geq\frac{5}{6\left(\frac{x+y}{2}\right)^2}=\frac{8}{15}$

Vậy $\min\frac{V'}{V}=\frac{8}{15}$ khi $x=y=\frac{5}{4}$.

Trình bày lại :

Đặt $\frac{SB}{SM}=x,\ \frac{SD}{SN}=y\ \Rightarrow x,y>1$. Do $SI=2IC\ \Rightarrow \frac{SC}{SI}=\frac{3}{2}$.

Ta có $\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}=1+\frac{SC}{SI}\ \Rightarrow x+y=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$.

$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}=\frac{1}{xy}\ (*)$

$\frac{V_{SIMN}}{V_{SDCB}}=\frac{SI}{SC}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3xy}\ (**)$

$V_{SABD}=V_{SDCB}=\frac{1}{2}V;\ V_{SAMN}+V_{SIMN}=V'$.

Từ $(*),(**)$:

Do $\frac{V'}{\frac{1}{2}V}=\frac{1}{xy}+\frac{2}{3xy}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{5}{6xy}\geq\frac{5}{6\left(\frac{x+y}{2}\right)^2}=\frac{8}{15}$

Vậy $\min\frac{V'}{V}=\frac{8}{15}$ khi $x=y=\frac{5}{4}$.

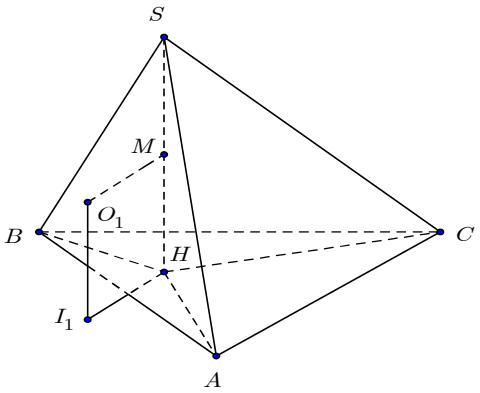
Câu 27: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H nằm trong

tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB}=150°$, $\widehat{BHC}=120°$, $\widehat{CHA}=90°$. Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB$, $S.HBC$, $S.HCA$ là $\frac{124}{3}\pi$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=\frac{9}{2}$. **B.** $V_{S.ABC}=\frac{4}{3}$. **C.** $V_{S.ABC}=4a^3$. **D.** $V_{S.ABC}=4$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $(O_1;R_1)$ là mặt cầu ngoại tiếp của $S.HAB$ và I_1 là hình chiếu của O_1 lên (ABC) thì dễ thấy I_1 cách đều A,B,H nên nó là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABH.

Theo định lí Sin thì $I_1H=R_{HAB}=\frac{AB}{2\sin 150°}=2$.

Gọi M là trung điểm SH và đặt $SH=2x$.

Vì $O_1H=O_1S$ nên tam giác O_1SH cân tại O_1 và $O_1M\perp SH$.

Từ đây ta có HMO_1I_1 là hình chữ nhật.

Do đó, theo Định lí Pytagores thì $R_1=O_1H=\sqrt{O_1M^2+MH^2}=\sqrt{2^2+x^2}=\sqrt{4+x^2}$.

Suy ra diện tích mặt cầu (O_1) là $S_1=4\pi(4+x^2)$.

Tương tự, ta tính được diện tích mặt cầu (O_2) là $S_2=4\pi\left(\frac{4}{3}+x^2\right)$ và (O_3) là $S_3=4\pi(1+x^2)$.

Tổng diện tích các mặt cầu là $S_1+S_2+S_3=\pi\left(\frac{76}{3}+12x^2\right)$.

Suy ra: $\pi\left(\frac{76}{3}+12x^2\right)=\frac{124}{3}\pi$ hay $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$, dẫn đến $SH=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}$.

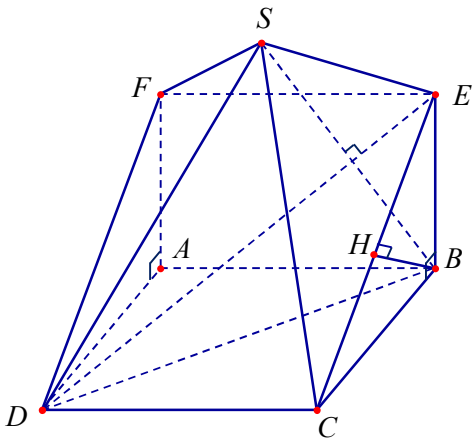
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{2.2.\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=\frac{4}{3}$.

Câu 28: **(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018)** Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng.

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi V là thể tích cần tìm. Ta có $V = V_{S.CDEF} + V_{ADF.BCE}$ $(*)$

- Hạ $BH \perp CE \Rightarrow BH \perp (CDEF)$.

  Trong tam giác BEC vuông tại B, ta có: $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BC^2} = 2 \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

  $V_{S.CDEF} = \frac{1}{3} d(S;CDEF).S_{CDEF}$. Mà $d(S;CDEF) = d(B;CDEF) = BH$ nên

  $V_{S.CDEF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot DC \cdot EC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{3}$ (1)

- $V_{ADF.BCE} = AB.S_{\Delta BCE} = 1.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (2).

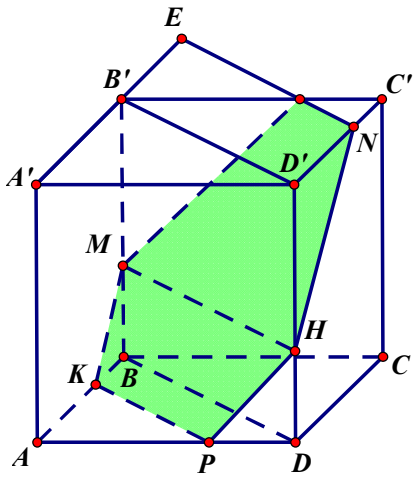
Thay vào $(*)$ ta có $V = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E. Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

A. $A'E = 5a/3$. **B.** $A'E = 3a/4$. **C.** $A'E = 5a/4$. **D.** $A'E = 4a/3$..

Lời giải

Chọn A



Lấy H, K thuộc đoạn DD', AB sao cho $DH = BK = \frac{a}{3}$.

Nhận xét $KP//BD$ và $MH//BD$ nên $KP// MH$, suy ra 4 điểm M,K,P,H đồng phẳng.

Tương tự : $MK//AB'$, $DC'//AB'$; $DC'//HN$ nên $MK//HN$ suy ra 4 điểm M,K,H,N đồng phẳng.

Vậy mặt phẳng (MNP) chứa các điểm H, K đồng thời mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng (BDC'). Suy ra mặt phẳng (MNP) song song với $B'D'$.

Xét mặt phẳng $(A'B'C'D')$, qua N kẻ $NE//B'D'$ cắt $A'B'$ tại E là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

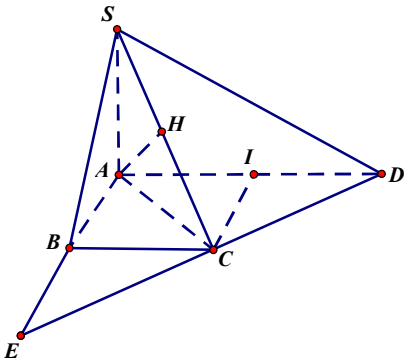
Ta có $B'EDN$ là hình bình hành nên $B'E = \frac{2a}{3}$ suy ra $A'E = A'B' + B'E = \frac{5a}{3}$.

Câu 2: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $d = \frac{1}{2}a$. **B.** $d = \frac{1}{4}a$. **C.** $d = a$. **D.** $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của đoạn AD.

Ta có $AI // BC$ và $AI = BC$ nên tứ giác

$ABCI$ là hình vuông hay

$CI = a = \dfrac{1}{2}AD \Rightarrow \Delta ACD$ là tam giác vuông tại C.

Kẻ $AH \perp SC$

Ta có $\begin{cases} AC \perp CD \\ AC \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCA)$

hay $CD \perp AH$ nên $AH \perp (SCD)$

$\Rightarrow d(A,\ (SCD)) = AH$; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

$AH = \dfrac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}.a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a$.

Gọi $AB \cap CD = E$, mặt khác $\dfrac{EB}{EA} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{1}{2}$ nên B là trung điểm của đoạn AE.

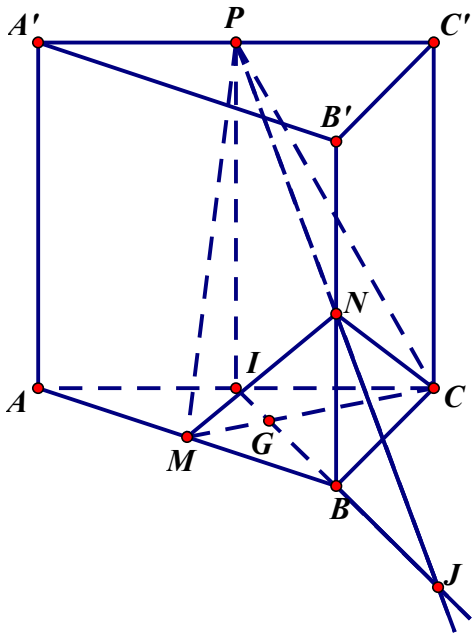
$\dfrac{d(B,(SCD))}{d(A,(SCD))} = \dfrac{1}{2} = \dfrac{a}{2}$. Vậy $d = \dfrac{1}{2}a$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, $A'C'$, BB'. Thể tích của khối tứ diện $CMNP$ bằng:

A. $\dfrac{5}{24}V$. **B.** $\dfrac{1}{4}V$. **C.** $\dfrac{7}{24}V$. **D.** $\dfrac{1}{3}V$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm $AC \Rightarrow NP \cap BI = J$.

Lại có $BP// = \frac{1}{2}NI$ suy ra BP là đường trung bình tam giác NIJ. Suy ra B là trung điểm IJ.

Suy ra $CM \cap BI = G$ là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $\frac{S_{JCM}}{S_{BCM}} = \frac{JG}{BG}$ mà $JG = BJ + BG = BI + \frac{2}{3}BI = \frac{5}{3}BI$. $\Rightarrow \frac{S_{JCM}}{S_{BCM}} = \frac{\frac{5}{3}BI}{\frac{2}{3}BI} = \frac{5}{2}$

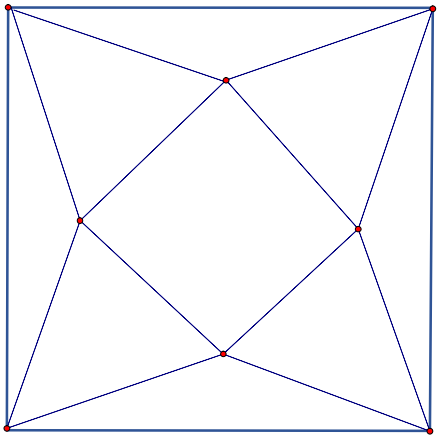
$\Rightarrow S_{JCM} = \frac{5}{2}S_{BCM} \Rightarrow S_{JCM} = \frac{5}{4}S_{ABC}$.

Ta có $V_1 = V_{N.MJC} = \frac{1}{3}.h.S_{JMC} = \frac{5}{12}V$.

$V_2 = V_{P.MJC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.h.S_{JMC} = \frac{1}{3}.h.\frac{5}{8}.S_{ABC} = \frac{5}{24}V$.

Vậy $V_{N.CMP} = V_1 - V_2 = \frac{5}{24}V$.

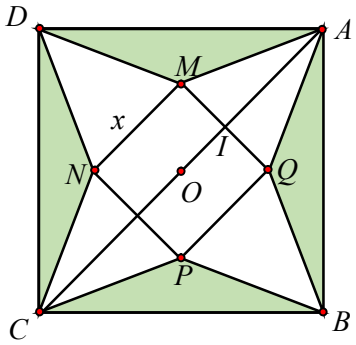
Câu 4: **(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018)** Cho một tấm bìa hình vuông cạnh 50 cm. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng:



A. $20\sqrt{2}$ cm. **B.** $25\sqrt{2}$ cm. **C.** $15\sqrt{2}$ cm. **D.** $10\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Chọn A



Đặt $MN = x$, $a = 50$ cm. Ta có $OI = \frac{x}{2}$, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}$.

Đường cao $h = \sqrt{AI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{a}{2}\left(a - x\sqrt{2}\right)}$.

Vậy thể tích của hình chóp là $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{\frac{a}{2}\left(a - x\sqrt{2}\right)} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{a\sqrt{2}}{8}\left(2a\sqrt{2} - 4x\right)x^4}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 5 số thực dương $\left(2a\sqrt{2} - 4x\right)$ và 4 số x, ta

có: $\left(2a\sqrt{2} - 4x\right)x^4 \le \left(\frac{2a\sqrt{2} - 4x + 4x}{5}\right)^5 = \left(2\sqrt{2}\right)^5 = 128\sqrt{2}$.

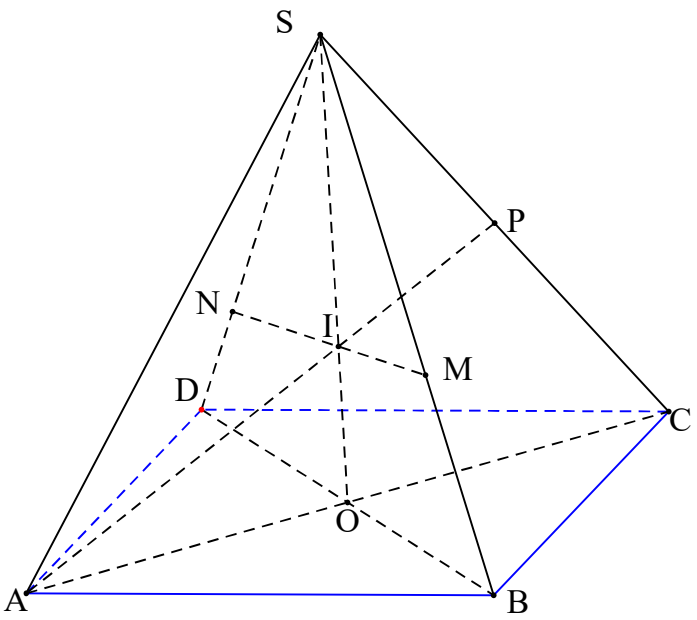
Vậy $V_{\max}$ khi $2a\sqrt{2} - 4x = x \Leftrightarrow x = \frac{2a\sqrt{2}}{5} = 20\sqrt{2}$ cm.

Câu 5: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $\frac{SM}{SB}=x$, $\frac{SN}{SD}=y$, $0<x$, $y\le 1$.

Vì $\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SP}=\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}$ nên $1+2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}=\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.y.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.x.\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}(x+y)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$

Vì $x>0$, $y>0$ nên $\frac{1}{3}<x<1$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$ trên $\left(\frac{1}{3};1\right]$

Ta có $f'(x)=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{(3x-1)^2}\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y	$\|\|$	$\searrow$	$\frac{1}{3}$	$\nearrow$	$\frac{3}{8}$

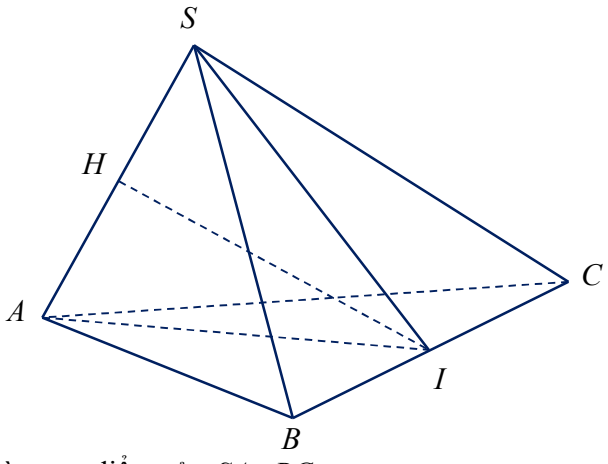
Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, $AB=AC=SB=SC=1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng:

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H, I tương ứng là trung điểm của SA, BC.

$\Delta ABC = \Delta SBC$ (c.c.c) $\Rightarrow AI = SI$

Tam giác SIA cân tại I $\Rightarrow IH \perp SA$.

$\left.\begin{matrix} BC \perp SI \\ BC \perp AI \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp AI; BC \perp SA$.

$V_{SABC} = \frac{1}{6} SA.BC.HI = \frac{1}{6} xy\sqrt{1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{4}} \le \frac{1}{24}\left(x^2+y^2\right)\sqrt{4-\left(x^2+y^2\right)}$.

$\Rightarrow V_{SABC} \le \frac{1}{12}.\frac{\frac{x^2+y^2}{2}+\frac{x^2+y^2}{2}+4-\left(x^2+y^2\right)}{3} = \frac{1}{9}$. Dấu ‘‘=’’ xảy ra khi $x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

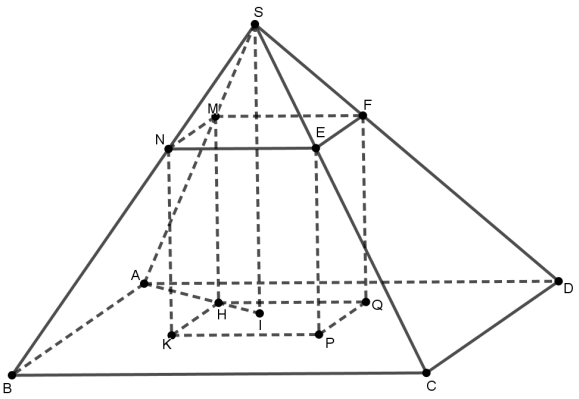
Vậy V_{SABC} lớn nhất khi $x + y = \frac{4}{\sqrt{3}}$

Câu 7: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ cắt các đoạn SA, SB, SC, SD tương ứng tại M, N, E, F (M, N, E, F khác S và không nằm trên $(ABCD)$). Các điểm H, K, P, Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của M, N, E, F lên $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{4}{27}V$. **C.** $\frac{4}{9}V$. **D.** $\frac{2}{9}V$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $k=\dfrac{SM}{SA}$. Ta có: $MNEF$ và $ABCD$ đồng dạng với tỉ số $k=\dfrac{SM}{SA}$ $(0<k<1)$.

Do đó $S_{MNEF}=k^2S_{ABCD}$.

Gọi SI là đường cao của $S.ABCD$. Ta có: $\dfrac{MH}{SI}=\dfrac{MA}{SA}=\dfrac{SA-SM}{SA}=1-k$.

$V_{MNEFHKPQ}=S_{MNEF}.MH=S_{ABCD}.k^2.(1-k).SI=3V.k^2.(1-k)$

$=\dfrac{3V}{2}.k.k.(2-2k)\le\dfrac{3V}{2}.\left(\dfrac{k+k+2-2k}{3}\right)^3=\dfrac{4}{9}V$.

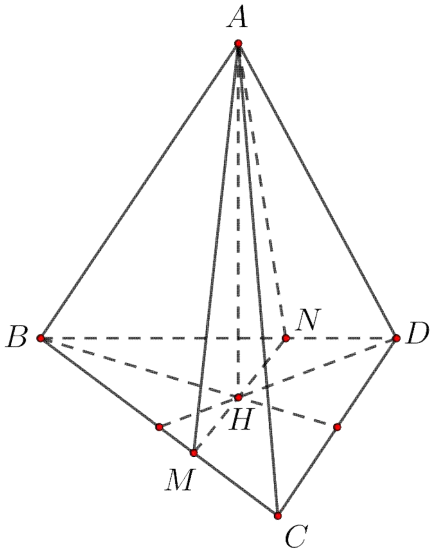
Vậy thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là $\dfrac{4}{9}V$ khi $k=2-2k\Leftrightarrow k=\dfrac{2}{3}$.

Câu 8: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính V_1+V_2.

A. $\dfrac{17\sqrt{2}}{216}$. **B.** $\dfrac{17\sqrt{2}}{72}$. **C.** $\dfrac{17\sqrt{2}}{144}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là tâm tam giác BCD, ta có $AH \perp (BCD)$, mà $(AMN) \perp (BCD)$ nên $AH \subset (AMN)$ hay MN luôn đi qua H.

Ta có $BH = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp $ABMN$ là $V = \frac{1}{3}.AH.S_{BMN} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{3}.\frac{1}{2}BM.BN.\sin 60° = \frac{\sqrt{2}}{12}BM.BN$.

Do MN luôn đi qua H và M chạy trên BC nên $BM.BN$ lớn nhất khi $M \equiv C$ hoặc $N \equiv D$ khi đó $V_1 = \frac{\sqrt{2}}{24}$.

+ $BM.BN$ nhỏ nhất khi $MN//CD$ khi $BM = BN = \frac{2}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{\sqrt{2}}{27}$.

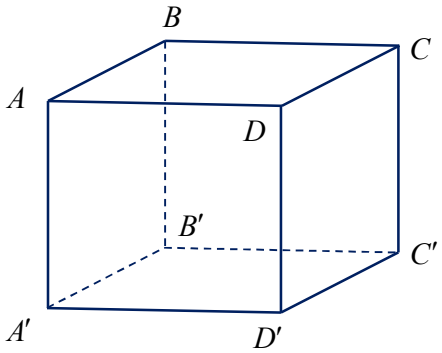
Vậy $V_1 + V_2 = \frac{17\sqrt{2}}{216}$.

Câu 9: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Một hình hộp chữ nhật có kích thước a (cm) × b (cm) × c (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \le a \le b \le c$. Gọi V (cm^3) và S (cm^2) lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 4 . **B.** 10. **C.** 12. **D.** 21.

Lời giải

Chọn B



$V = a.b.c$

$S = 2(ab + bc + ca)$

Ta có $V = S$ suy ra $2(ab + bc + ca) = a.b.c \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \le \frac{1}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{a} \Rightarrow \frac{3}{a} \ge \frac{1}{2} \Rightarrow a \le 6$ (do $1 \le a \le b \le c$).

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{2} \Rightarrow 2 < a \le 6$.

+ Với $a = 3$ ta có $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (b-6)(c-6) = 36$.

Suy ra $(b,c) \in \{(7;42),(8;24),(9;18),(10;15),(12;12)\}$ $\Rightarrow$ có 5 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a = 4$ ta có $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow (b-4)(c-4) = 16$.

Suy ra $(b,c) \in \{(5;20),(6;12),(8;8)\}$ $\Rightarrow$ có 3 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a=5$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{10}\Rightarrow\frac{3}{10}\le\frac{2}{b}\Rightarrow b\le\frac{20}{3}\Rightarrow\begin{cases}b=5\\c=10\end{cases},\begin{cases}b=6\\c=\frac{15}{2}\notin\mathbb{Z}\end{cases}$.

Suy ra có 1 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a=6$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\Rightarrow b=c=6$. Suy ra có 1 cách chọn.

Vậy tổng cộng có 10 cách chọn.

Câu 10: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình thang.

A. $S_{\max}=\frac{8\sqrt{2}}{9}$. **B.** $S_{\max}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên cạnh CD.

Đặt $\widehat{ADC}=\alpha\Rightarrow DH=\sin\alpha, DH=\cos\alpha$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}AH.(AB+CD)=\frac{1}{2}\sin\alpha(2+2\cos\alpha)=f(\alpha)$

$f'(\alpha)=\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1=0\Leftrightarrow\alpha=\frac{\pi}{3}$ x

x	0	0	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$ 0 $-$	
$f(x)$		↗	↘

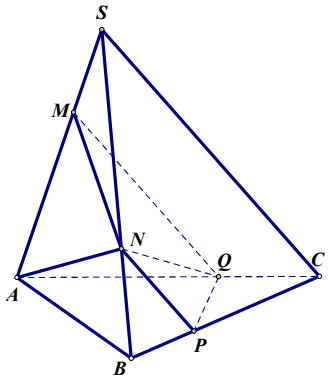
Vậy $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABC$ có $M\in SA$, $N\in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MS}$, $\overrightarrow{NS}=-2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cách 1: Ta có mặt phẳng (α) cắt các mặt (SAC) theo giao tuyến $MQ \parallel SC$ và cắt mặt (SBC) theo giao tuyến $NP \parallel SC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình chóp là hình thang $MNPQ$.

Do $V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ}$, gọi $V = V_{S.ABC}$ và $S = S_{\Delta ABC}$ ta có:

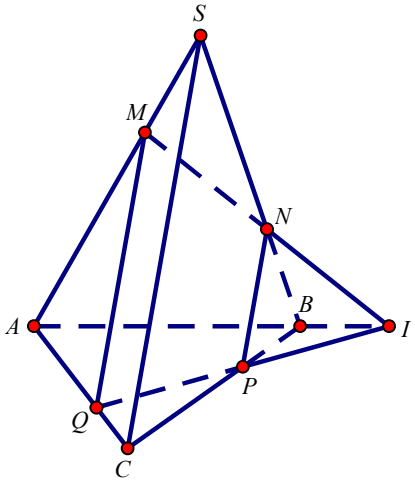
$$V_{N.ABPQ} = \frac{1}{3}.d\left(N,(ABC)\right).S_{ABPQ} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}d\left(S,(ABC)\right)\left(S - \frac{1}{3}.\frac{2}{3}S\right) = \frac{7}{27}V.$$

$$V_{N.AMQ} = \frac{1}{3}.d\left(N,(SAC)\right).S_{\Delta AMQ} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(B,(SAC)\right).\frac{4}{9}S_{\Delta ASC} = \frac{8}{27}V.$$

Vậy $V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ} = \frac{5}{9}V \Rightarrow V_{SMNPQC} = \frac{4}{9}V$.

Suy ra $\frac{V_{SMNPQC}}{V_{MNABPQ}} = \frac{4}{5}$.

Cách 2:



Gọi $I = MN \cap AB$,Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác SAB, ta có

$$\frac{MS}{MA}\cdot\frac{IA}{IB}\cdot\frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{1}{4}.$$

Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác ΔAMI, ta có: $\frac{BI}{BA}\cdot\frac{SA}{SM}\cdot\frac{NM}{NI} = 1 \Leftrightarrow \frac{NM}{NI} = 1$.

Tương tự ta có: $\frac{PI}{PQ} = 1$. Vì $MQ//SC \Rightarrow \frac{AM}{AS} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3}$.

Khi đó: $\frac{V_{I.BNP}}{V_{I.AMQ}}=\frac{IB}{IA}\cdot\frac{IN}{IM}\cdot\frac{IP}{IQ}=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{16}\Rightarrow V_{AMQ.NBP}=\frac{15}{16}.V_{I.AMQ}$.

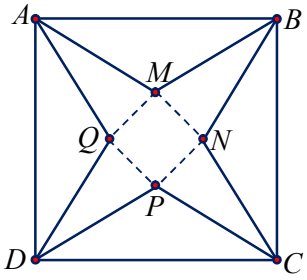
Mà $\frac{V_{M.AIQ}}{V_{S.ABC}}=\frac{d\left(M;(ABC)\right)}{d\left(S;(ABC)\right)}\cdot\frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}}$ với $\frac{d\left(M;(ABC)\right)}{d\left(S;(ABC)\right)}=\frac{MA}{SA}=\frac{2}{3}$ và

$\frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}}=\frac{AI}{AB}\cdot\frac{AQ}{AC}=\frac{4}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$.

Suy ra $V_{AMQ.NBP}=\frac{15}{16}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{9}\cdot V_{S.ABC}=\frac{5}{9}V_{S.ABC}$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là: $\frac{1-\frac{5}{9}}{\frac{5}{9}}=\frac{4}{5}$.

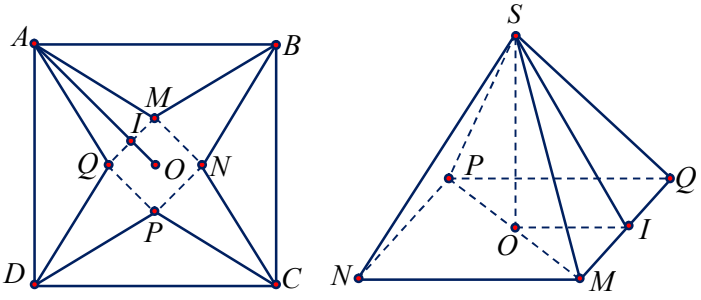
Câu 12: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 dm, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB, BNC, CPD và DQA. Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất ?



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$dm. **B.** $\frac{5}{2}$dm. **C.** $2\sqrt{2}$ dm. **D.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$dm.

Lời giải

Chọn C



Đặt $MQ=x$ dm $\left(0<x<5\sqrt{2}\right)$.

Ta có $AO=\frac{AC}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$, $OI=\frac{MQ}{2}=\frac{x}{2}$, $SI=AI=AO-IO=\frac{5\sqrt{2}-x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp: $SO=\sqrt{SI^2-OI^2}=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}-x}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{50-10x\sqrt{2}}}{2}$.

Thể tích của khối chóp: $V=\frac{1}{3}S_{MNPQ}.SO=\frac{1}{3}.x^2.\frac{\sqrt{50-10x\sqrt{2}}}{2}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{50x^4-10x^5\sqrt{2}}}{2}$.

Xét hàm số $y=\sqrt{50x^4-10x^5\sqrt{2}}$ $\left(0<x<5\sqrt{2}\right)$.

Ta có $y' = \dfrac{100x^3 - 25x^4\sqrt{2}}{\sqrt{50x^4 - 10x^5\sqrt{2}}}$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 100x^3 - 25x^4\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (0;5\sqrt{2}) \\ x = 2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		$2\sqrt{2}$		$5\sqrt{2}$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗		↘	

Hàm số y đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2\sqrt{2}$.

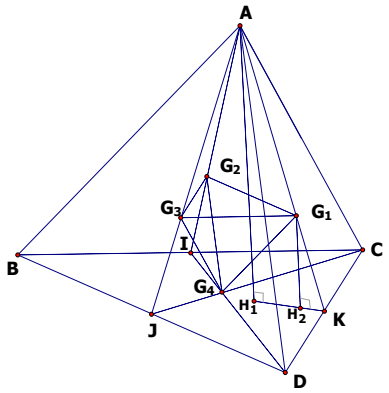
Vậy thể tích hình chóp lớn nhất khi $x = 2\sqrt{2}$.

Câu 13: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

A. $\dfrac{V}{27}$. **B.** $\dfrac{V}{18}$. **C.** $\dfrac{V}{4}$. **D.** $\dfrac{V}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC.

Gọi h là khoảng cách từ A đến (BCD), h_1 là khoảng cách từ G_4 đến $(G_1G_2G_3)$.

Vì $(G_1G_2G_3)//(BCD)$ nên $d(G_4,(G_1G_2G_3)) = d(G_1,(BCD)) = G_1H_2 = h'$, $h = AH_1$.

$\Rightarrow \dfrac{h_1}{h} = \dfrac{KG_1}{KA} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \dfrac{h}{3}$.

Gọi S, S', S_1 lần lượt là diện tích các tam giác BCD, IJK và $G_1G_2G_3$.

Vì I, J, K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC nên :

$S' = \dfrac{1}{2}JK.d(I,JK) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{BC}{2}.\dfrac{1}{2}d(D,BC) = \dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}.BC.d(D,BC) = \dfrac{1}{4}S$ (1).

Tam giác $G_1G_2G_3$ đồng dạng với tam giác KIJ với tỉ số đồng dạng là: $\dfrac{G_1G_2}{Ik} = \dfrac{AG_1}{Ak} = \dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow \dfrac{S_1}{S'} = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9} \Rightarrow S_1 = \dfrac{4}{9}S'$ (2) (Vì tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow S_1 = \dfrac{S}{9}$.

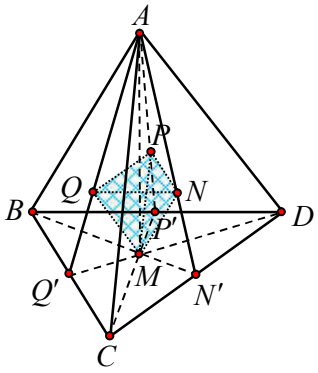
Thể tích khối từ diện $G_1G_2G_3G_4$ là: $V_1=\frac{1}{3}S_1.h_1=\frac{1}{3}.\frac{S}{9}.\frac{h}{3}=\frac{1}{27}.\left(\frac{1}{3}.S.h\right)=\frac{V}{27}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V. Điểm M thay đổi trong tam giác BCD. Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng (ACD), (ABD), (ABC) tại N, P, Q. Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là:

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{16}$. **C.** $\frac{V}{8}$. **D.** $\frac{V}{54}$.

Lời giải

Chọn A



❍ Tam giác ABN' có $MN // AB \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{N'M}{N'B}$.

❍ Tam giác ACP' có $MP // AC$ $\frac{MP}{AC}=\frac{P'M}{P'C}$.

❍ Tam giác ADQ' có $QM // AD \Rightarrow \frac{MQ}{AD}=\frac{Q'M}{Q'D}$.

Khi đó: $\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}=\frac{N'M}{N'B}+\frac{P'M}{P'C}+\frac{Q'M}{Q'D}$

Mà $\frac{N'M}{N'B}+\frac{P'M}{P'C}+\frac{Q'M}{Q'D}=\frac{S_{MCD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MBD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MBC}}{S_{BCD}}=1$ nên $\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}=1$

Lại có $1^3=\left(\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}\right)^3\geq\left(3\sqrt[3]{\frac{MN}{AB}.\frac{MP}{AC}.\frac{MQ}{AD}}\right)^3$ (Cauchy)

$\Leftrightarrow MN.MP.MQ\leq\frac{1}{27}AB.AC.AD\Rightarrow MN.MP.MQ$ lớn nhất khi $\frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}=\frac{MQ}{AD}$

$\Rightarrow M$ là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}=\frac{MQ}{AD}=\frac{1}{3} \Rightarrow (NPQ)//(BCD)$,

$\frac{S_{NPQ}}{S_{N'P'Q'}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$, Mà $S_{N'P'Q'}=\frac{1}{4}S_{BCD}$ nên $S_{NPQ}=\frac{1}{9}S_{BCD}$ và $d\left(M,(NPQ)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,(BCD)\right)$

Vậy giá trị lớn nhất của khối tứ diện $MNPQ$ là $V_{MNPQ}=\frac{1}{3}S_{NPQ}.d\left(M,\left(NPQ\right)\right)$

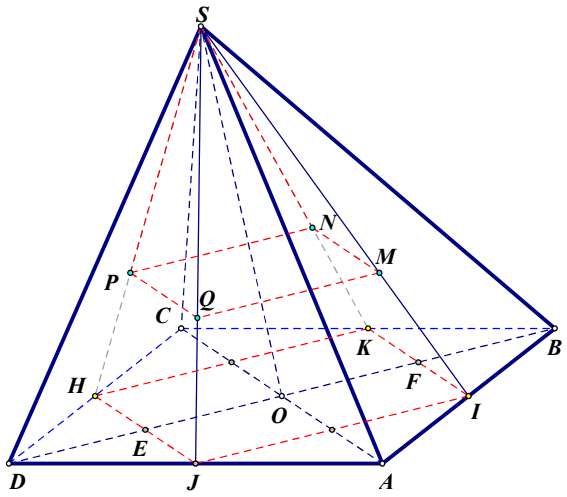
$\Leftrightarrow V_{MNPQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{9}S_{BCD}.\frac{1}{3}d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\frac{V}{27}$, với $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{BCD}.d\left(A,\left(BCD\right)\right)=V$

Câu 15: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018)** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V, khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{27V}{4}$. **B.** $\left(\frac{9}{2}\right)^2V$. **C.** $\frac{9V}{4}$. **D.** $\frac{81V}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\frac{d\left(S,\left(MNPQ\right)\right)}{d\left(S,\left(ABCD\right)\right)}=\frac{SM}{SI}=\frac{2}{3}$.

Mặt khác gọi $S=S_{ABCD}$ ta có $\frac{S_{\Delta DEJ}}{S_{\Delta BDA}}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\Rightarrow S_{\Delta DEJ}=\frac{1}{16}S$.

Tương tự ta có $\frac{S_{\Delta JAI}}{S_{\Delta DAB}}=\frac{1}{4}\Rightarrow S_{\Delta JAI}=\frac{1}{8}$.

Suy ra $S_{HKIJ}=\left[1-\left(4.\frac{1}{16}+2.\frac{1}{8}\right)\right]S=\frac{1}{2}S$.

Mà $\frac{S_{MNPQ}}{S_{HKIJ}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow S_{MNPQ}=\frac{2}{9}S_{ABCD}$.

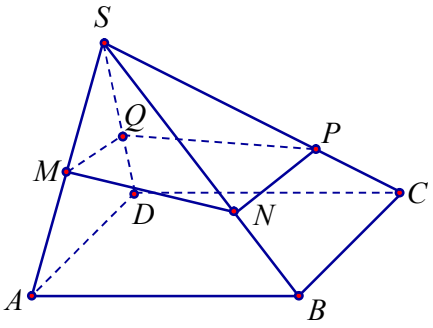
Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}d\left(S,\left(ABCD\right)\right).S=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}d\left(S,\left(MNPQ\right)\right).\frac{9}{2}S=\frac{27}{4}V$.

Câu 16: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên đoạn SB sao cho $SN=2NB$. Mặt phẳng $\left(R\right)$ chứa MN cắt đoạn SD tại Q và cắt đoạn SC tại P. Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ lớn nhất bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $\frac{SP}{SC}=x \ \ 0<x\le 1$. Ta có $\frac{SM}{SA}+\frac{SP}{SC}=\frac{SN}{SB}+\frac{SQ}{SD}\Rightarrow \frac{SQ}{SC}=\frac{1}{2}+x-\frac{2}{3}=x-\frac{1}{6}\ \left(x>\frac{1}{6}\right)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành nên có $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}=2V_{S.ACD}$

$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{3}x;\ \frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}=\frac{1}{2}x\left(x-\frac{1}{6}\right)$.

Suy ra $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}}=\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x\left(x-\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{8}x$.

Xét $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{8}x$ với $\frac{1}{6}<x\le 1;\ f'(x)=\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}=0\Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}\notin\left(\frac{1}{6};1\right]$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{6}$		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		↗	$\frac{3}{8}$

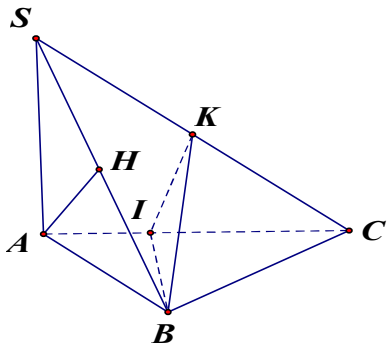
Từ BBT ta có $\max\limits_{\left(\frac{1}{6};1\right]} f(x)=\frac{3}{8}$. Vậy $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{3}{8}$.

Câu 17: **(THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC), góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là $60°$, $SB=a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC}=45°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a là:

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{15}$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}$.

Kẻ $AH\perp SB$ suy ra $AH\perp(SBC)$.

Do $BC\perp SA$ và $BC\perp AH$ nên $BC\perp(SAB)$, do đó tam giác ABC vuông tại B.

Kẻ $BI\perp AC\Rightarrow BI\perp SC$ và kẻ $BK\perp SC\Rightarrow SC\perp(BIK)$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là $\widehat{BKI}=60°$.

Do $\widehat{BSC}=45°$ nên $SB=BC=a\sqrt{2}$ và K là trung điểm của SC nên $BK=\frac{SB\sqrt{2}}{2}=a$.

Trong tam giác vuông BIK có $BI=BK.\sin 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông ABC có $\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{BC^2}\Rightarrow AB=\frac{BI.BC}{\sqrt{BC^2-BI^2}}=\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2\sqrt{15}}{2}$; $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

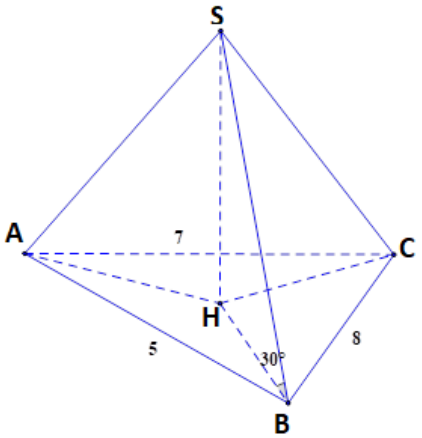
Vậy $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{15}$.

Câu 18: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy các góc bằng nhau và đều bằng $30°$ Biết $AB=5$, $AC=7$, $BC=8$ tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\frac{35\sqrt{39}}{52}$. **B.** $d=\frac{35\sqrt{39}}{13}$. **C.** $d=\frac{35\sqrt{13}}{52}$. **D.** $d=\frac{35\sqrt{13}}{26}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $\widehat{SAH}=\widehat{SBH}=\widehat{SCH}=30^\circ$ (theo giả thiết) nên các tam giác vuông SHA, SHB, SHC bằng nhau. Suy ra $HA=HB=HC\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Áp dụng công thức Hê-rông ta có $S_{\Delta ABC}=10\sqrt{3}$.

Mặt khác $S_{\Delta ABC}=\dfrac{abc}{4R}\Rightarrow R=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}\Rightarrow HB=\dfrac{7\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông SHB: $SH=HB\tan 30^\circ=\dfrac{7}{3}$, $SB=\dfrac{HB}{\cos 30^\circ}=\dfrac{14}{3}$.

Suy ra $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{70\sqrt{3}}{9}$.

Áp dụng công thức Hê-rông ta có $S_{\Delta SBC}=\dfrac{8\sqrt{13}}{3}$.

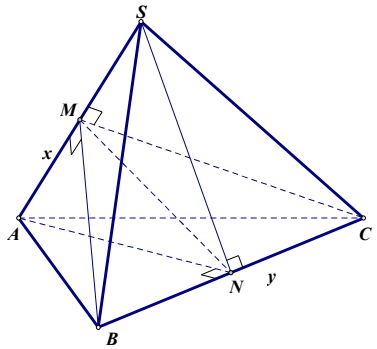
Do đó $V_{A.SBC}=\dfrac{1}{3}d.S_{\Delta SBC}\Rightarrow d=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}=\dfrac{3\dfrac{70\sqrt{3}}{9}}{\dfrac{8\sqrt{13}}{3}}=\dfrac{35\sqrt{39}}{52}$.

Câu 19: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC. Ta dễ dàng chứng minh được MN là đoạn vuông góc chung của SA và BC.

Suy ra $V_{S.ABC}=2V_{S.MBC}$.

Ta có $4MN^2=4MB^2-y^2$; $MB^2=1-\dfrac{x^2}{4}$.

Thay vào ta được $4MN^2=4MB^2-y^2=4-x^2-y^2\Rightarrow MN=\dfrac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{2}$.

Vậy $V_{SABC}=2V_{S.MBC}=\dfrac{x}{3}.\dfrac{1}{2}MN.BC=\dfrac{1}{12}xy\sqrt{4-x^2-y^2}=\dfrac{1}{12}\sqrt{x^2.y^2\left(4-x^2+y^2\right)}$.

Theo bất đẳng thức trung bình cộng – trung bình nhân ta có $x^2.y^2\left(4-x^2-y^2\right)\le\left(\dfrac{4}{3}\right)^3=\dfrac{64}{27}$.

Vậy $V_{S.ABC} \le \dfrac{2\sqrt{3}}{27}$. Dấu bằng đạt được khi $x = y = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

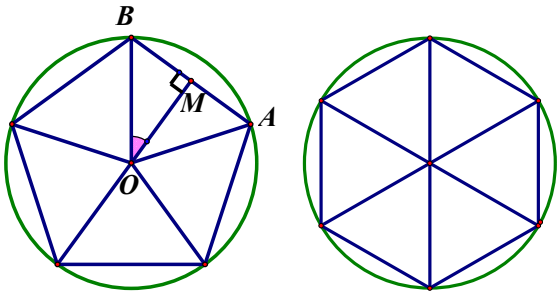
Câu 20: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Bề mặt một quả bóng được ghép từ 12 miếng da hình ngũ giác đều và 20 miếng da hình lục giác đều cạnh $4,5\,\text{cm}$. Biết rằng giá thành của những miếng da này là 150 đồng/ cm^2. Tính giá thành của miếng da dùng để làm quả bóng (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị)?



A. 121500 đồng. **B.** 220545 đồng. **C.** 252533 đồng. **D.** 199218 đồng.

Lời giải

Chọn B



* Ở miếng da hình ngũ giác, xét tam giác OAB có $\widehat{AOB} = 72^\circ$, $AB = 4,5\,\text{cm}$, trung tuyến AM, $\widehat{BOM} = 36^\circ$. Do đó $\tan 36^\circ = \dfrac{BM}{OM} \Rightarrow OM = \dfrac{BM}{\tan 36^\circ} = \dfrac{AB}{2\tan 36^\circ}(\text{cm})$.

$S_{ABO} = \dfrac{1}{2}OM.AB = \dfrac{1}{2}.\dfrac{AB}{2\tan 36^\circ}.AB = \dfrac{81}{16\tan 36^\circ}\left(\text{cm}^2\right)$.

Diện tích miếng da hình ngũ giác là $5S_{ABO} = \dfrac{405}{16\tan 36^\circ}\left(\text{cm}^2\right)$.

* Ở miếng da hình lục giác cạnh $4,5\,\text{cm}$ có diện tích cả miếng da là

$6.\dfrac{(4,5)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{243\sqrt{3}}{8}\left(\text{cm}^2\right)$.

Vậy giá thành của miếng da dùng làm quả bóng là

$\left(20.\dfrac{243\sqrt{3}}{8} + 12.\dfrac{405}{16\tan 36^\circ}\right).150 \approx 220545$ (đồng).

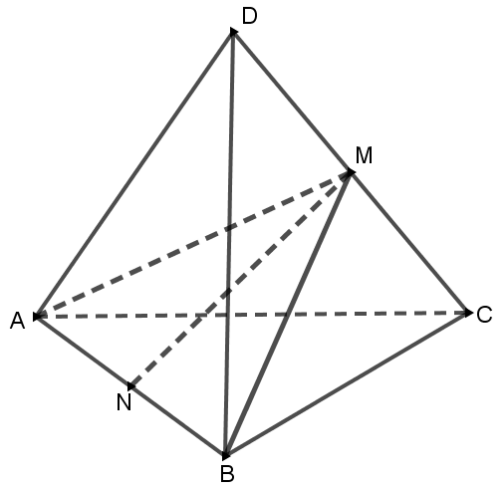
Câu 21: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, CD thỏa mãn $AB^2 + CD^2 = 18$ và các cạnh còn lại đều bằng 5. Biết thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất có dạnh $V_{\max} = \dfrac{x\sqrt{y}}{4}$; $x, y \in \mathbb{N}^*$; $(x;y) = 1$. Khi đó x, y thỏa mãn bất đẳng thức nào dưới đây?

A. $x + y^2 - xy > 4550$. **B.** $xy + 2x + y > 2550$.

C. $x^2 - xy + y^2 < 5240$. **D.** $x^3 - y > 19602$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $AB = a$.

Gọi M là trung điểm $CD \Rightarrow CD \perp AM$, $CD \perp BM \Rightarrow CD \perp (ABM)$.

Khi đó $V_{ABCD} = V_{ABMC} + V_{ABMD} = \frac{1}{3} S_{ABM}.CM + \frac{1}{3} S_{ABM}.DM = \frac{1}{3} S_{ABM}.CD$.

Do AM là trung tuyến của tam giác ACD nên:

$$AM^2 = \frac{2(AC^2 + AD^2) - CD^2}{4} = \frac{2(5^2 + 5^2) - (18 - a^2)}{4} = \frac{82 + a^2}{4}.$$

Tam giác ABM cân tại M (vì $AM = BM$) nên:

$$S_{ABM} = \frac{1}{2}.AB.\sqrt{AM^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}.a.\sqrt{\frac{82}{4}} = \frac{a\sqrt{82}}{4}.$$

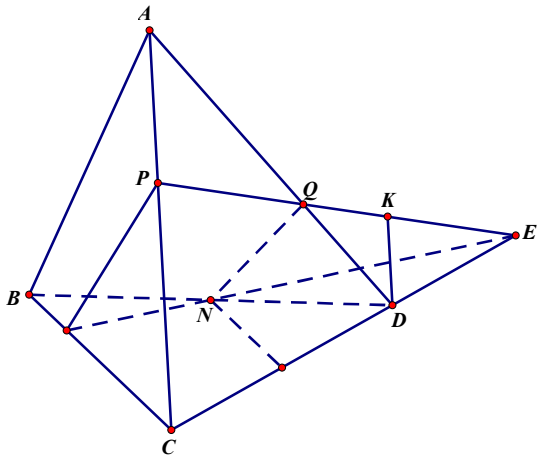
$$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{82}}{4}.\sqrt{18 - a^2} = \frac{\sqrt{82}}{12}.\sqrt{a^2(18 - a^2)} \le \frac{\sqrt{82}}{12}.\frac{a^2 + 18 - a^2}{2} = \frac{3\sqrt{82}}{4} \Rightarrow x = 3,\ y = 82.$$

Câu 22: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM$, $AC = 3AP$, $BD = 2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mp(MNP).

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{8}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $E = MN \cap CD$, $Q = EQ \cap AD$, do đó mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNQP$.

Gọi I là trung điểm CD thì $NI \parallel CB$ và $NI = \frac{1}{2}BC$, do $BC = 4BM$ nên suy ra $NI = \frac{2}{3}MC$.

Bởi vậy $\frac{EN}{EM} = \frac{EI}{EC} = \frac{NI}{MC} = \frac{2}{3}$.

Từ I là trung điểm CD và $\frac{EI}{EC} = \frac{2}{3}$ suy ra $\frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$.

Kẻ $DK \parallel AC$ với $K \in EP$, ta có $\frac{EK}{EP} = \frac{KD}{AC} = \frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$. Mặt khác $AC = 3AP$ nên suy ra $\frac{KD}{AP} = \frac{2}{3}$. Do đó $\frac{QD}{QA} = \frac{QK}{QP} = \frac{KD}{AP} = \frac{2}{3}$.

Từ $\frac{QK}{QP} = \frac{2}{3}$ và $\frac{EK}{EP} = \frac{1}{3}$ suy ra $\frac{EQ}{EP} = \frac{3}{5}$.

Gọi V là thể tích khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích khối đa diện $ABMNQP$, V_2 là thể tích khối đa diện $CDMNQP$.

Ta có $\frac{S_{\Delta CMP}}{S_{\Delta CAB}} = \frac{CM}{CB}.\frac{CP}{CA} = \frac{3}{4}.\frac{2}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{\Delta CMP} = \frac{1}{2}S_{\Delta CAB}$.

Vì $\frac{ED}{EC} = \frac{1}{3}$ nên $d\left(E;(ABC)\right) = \frac{3}{2}d\left(D;(ABC)\right)$. Do đó :

$V_{E.CMP} = \frac{1}{3}S_{\Delta CMP}.d\left(E;(ABC)\right) = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}S_{\Delta CAB}.\frac{3}{2}.d\left(D;(ABC)\right) = \frac{3}{4}.\frac{1}{3}S_{\Delta CAB}.d\left(D;(ABC)\right) = \frac{3}{4}V$.

$\frac{V_{E.DNQ}}{V_{E.CMP}} = \frac{ED}{EC}.\frac{EN}{EM}.\frac{EQ}{EP} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}.\frac{3}{5} = \frac{2}{15}$, nên suy ra $V_{E.DNQ} = \frac{2}{15}V_{E.CMP} = \frac{2}{15}.\frac{3}{4}V = \frac{1}{10}V$.

Từ đó ta có $V_2 = V_{E.CMP} - V_{E.DNQ} = \frac{3}{4}V - \frac{1}{10}V = \frac{13}{20}V$.

Và $V_1 = V - V_2 = V - \frac{13}{20}V = \frac{7}{20}V$.

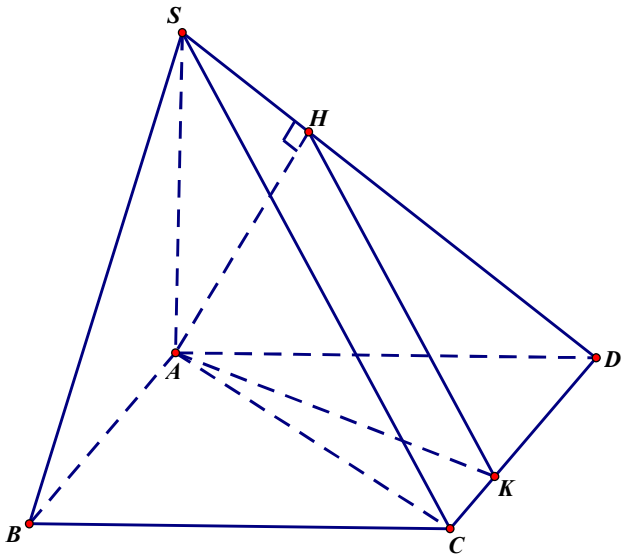
Như vậy : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{13}$

Câu 23: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=2a$. Mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với $(ABCD)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD. Tính khoảng cách giữa AH và SC biết $AH=a$.

A. $\frac{\sqrt{73}}{73}a$. **B.** $\frac{2\sqrt{73}}{73}a$. **C.** $\frac{\sqrt{19}}{19}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{19}}{19}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trong tam giác SAD vuông tại A và đường cao AH, ta có

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{4a^2}=\frac{3}{4a^2}$ nên $SA=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=\sqrt{\frac{4a^2}{3}+4a^2}=\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

$AD^2=DH.SD\Rightarrow\frac{DH}{SD}=\frac{AD^2}{SD^2}=\frac{3}{4}$.

Kẻ $HK\parallel SC$ với $K\in CD$, suy ra $\frac{HK}{SC}=\frac{DK}{DC}=\frac{DH}{DS}=\frac{3}{4}\Rightarrow\frac{CK}{DK}=\frac{1}{3}$.

Khi đó $SC\parallel(AHK)$ nên $d(AH;SC)=d(SC;(AHK))=d(C;(AHK))=\frac{1}{3}d(D;(AHK))$.

Ta có $AC=a\sqrt{5}$, $SC=a\sqrt{\frac{19}{3}}$, nên $HK=\frac{3}{4}SC=\frac{a\sqrt{57}}{4}$.

Ta cũng có $DK=\frac{3}{4}DC=\frac{3a}{4}$ nên $AK=\sqrt{AD^2+DK^2}=\frac{a\sqrt{73}}{4}$.

$\cos\widehat{HAK}=\frac{AH^2+AK^2-HK^2}{2AH.AK}=\frac{a^2+\frac{73a^2}{16}-\frac{57a^2}{16}}{2.a.\frac{a\sqrt{73}}{4}}=\frac{4}{\sqrt{73}}\Rightarrow\sin\widehat{HAK}=\frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}}$.

$S_{\Delta AHK}=\frac{1}{2}AH.AK.\sin\widehat{HAK}=\frac{1}{2}.a.\frac{a\sqrt{73}}{4}.\frac{\sqrt{57}}{\sqrt{73}}=\frac{\sqrt{57}}{8}a^2$.

Cũng từ $\frac{DH}{SD}=\frac{3}{4}\Rightarrow d\left(H;\left(ABCD\right)\right)=\frac{3}{4}SA=\frac{3}{4}.\frac{2a}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{\Delta ADK}=\frac{1}{2}AD.DK=\frac{1}{2}.2a.\frac{3a}{4}=\frac{3a^2}{4}$.

Do đó $V_{DAHK}=\frac{1}{3}S_{\Delta ADK}.d\left(H;\left(ABCD\right)\right)=\frac{1}{3}.\frac{3a^2}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Bởi vậy

$$d\left(D;\left(AHK\right)\right)=\frac{3V_{DAHK}}{S_{\Delta AHK}}=\frac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{\sqrt{57}}{8}a^2}=\frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{57}}=\frac{3a\sqrt{19}}{19}.$$

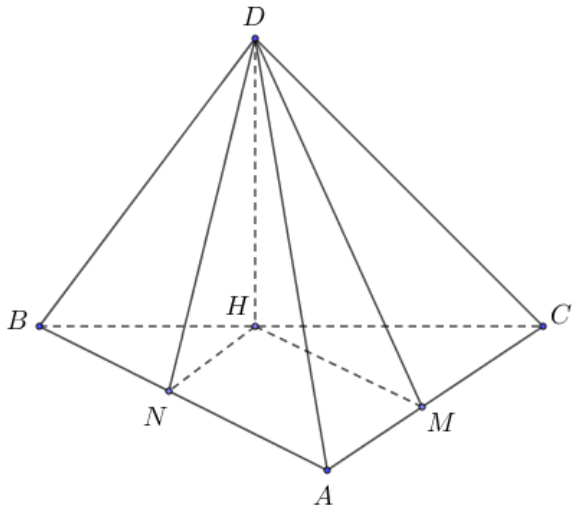
Vậy $d\left(AH;SC\right)=\frac{1}{3}d\left(D;\left(AHK\right)\right)=\frac{a\sqrt{19}}{19}$.

Câu 24: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3a, AC=a$. Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng chứa BC và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Điểm D di động trên $\left(Q\right)$ sao cho hai mặt phẳng $\left(DAB\right)$ và $\left(DAC\right)$ lần lượt hợp với mặt $\left(ABC\right)$ hai góc phụ nhau. Tính thể tích lớn nhất của khối chóp $D.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{13}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\frac{3a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $DH\perp BC\Rightarrow DH\perp\left(ABC\right)$. Kẻ $HN\perp AB, HM\perp AC$, ($N\in AB$, $M\in AC$).

Ta có $\left(\widehat{\left(DAC\right),\left(ABC\right)}\right)=\left(\widehat{DM,MH}\right)=\widehat{DMH}=\alpha$,

$\left(\widehat{\left(DAB\right),\left(ABC\right)}\right)=\left(\widehat{DN,NH}\right)=\widehat{DNH}=\frac{\pi}{2}-\alpha$.

$V_{D.ABC}=\frac{1}{3}.DH.S_{ABC}=\frac{a^2}{2}.DH\Rightarrow V_{D.ABC}$ max khi $DH_{\max}$.

$$DH = HM.\tan\alpha = HN.\tan\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) = HN.\cot\alpha \Rightarrow DH^2 = HM.HN$$

Theo Talet $\frac{HM}{AB} = \frac{HC}{BC}, \frac{HN}{AC} = \frac{HB}{BC} \Rightarrow HM.HN = \frac{AB.AC.HB.HC}{BC^2} \le \frac{AB.AC.BC^2}{4BC^2}$

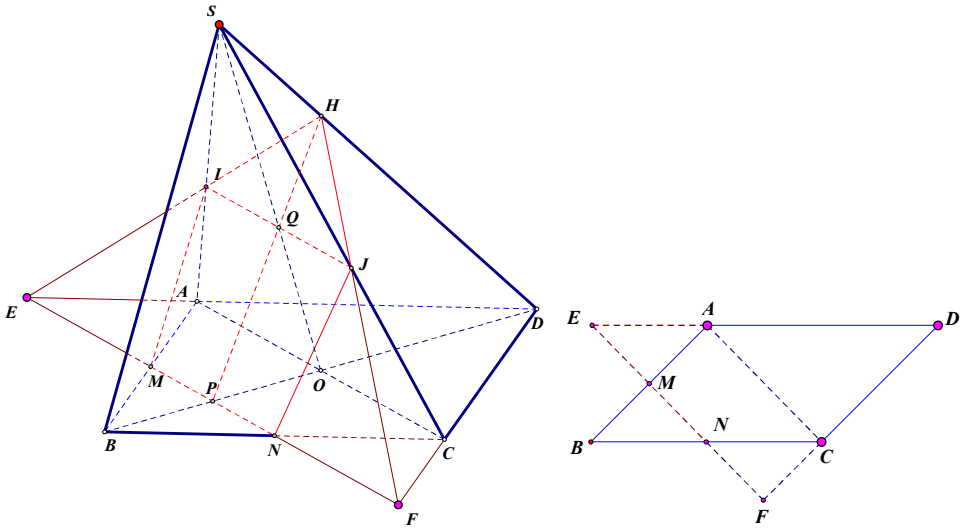
$\Rightarrow DH^2 = HM.HN \le \frac{AB.AC}{4} = \frac{3a^2}{4}$. $DH_{\max} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{D.ABC} = \frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chop $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k=\frac{IA}{IS}$?

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN//JI$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA=\frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC=\frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định.

Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD}.\frac{ED}{EA}.\frac{IA}{SI}=1\Leftrightarrow\frac{HS}{HD}.3.k=1\Leftrightarrow\frac{HS}{HD}=\frac{1}{3k}$.

Từ đó $\frac{d\left(H,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}=\frac{HD}{SD}=\frac{3k}{3k+1}$.

Suy ra $V_{HJIAMNCD}=V_{H.DFE}-V_{I.AEM}-V_{J.NFC}$.

Đặt $V=V_{S.ABCD}$ và $S=S_{ABCD}$, $h=d\left(S,(ABCD)\right)$ ta có $S_{AEM}=S_{NFC}=\frac{1}{8}S$ và

$$\frac{d\left(I,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}=\frac{IA}{SA}=\frac{k}{k+1}$$

Thay vào ta được $V_{HJIAMNCD}=\frac{1}{3}.\frac{3k}{3k+1}h.\left(\frac{9}{8}S\right)-2.\frac{1}{3}.\frac{k}{k+1}h.\frac{1}{8}S=\frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)}V$.

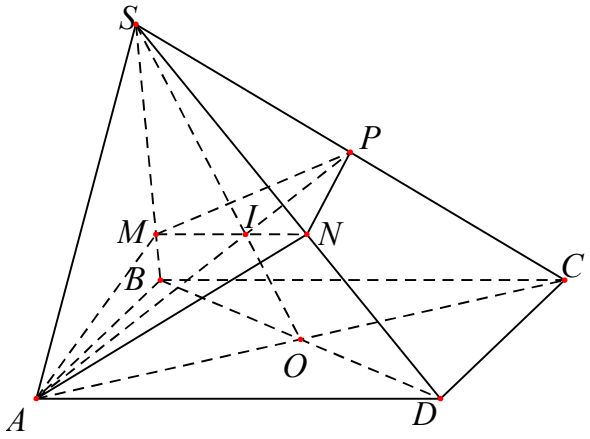
Theo giả thiết ta có $V_{HJIAMNCD}=\frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình $\frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)}=\frac{13}{20}$, giải phương trình này được $k=\frac{2}{3}$.

Câu 2: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $x=\frac{SM}{SB}$, $y=\frac{SN}{SD}$, $(0<x,y\le 1)$.

Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}(x+y)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMN}+V_{S.PMN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}+\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{3}{4}xy$ (2).

Suy ra $\frac{1}{4}(x+y)=\frac{3}{4}xy\Rightarrow x+y=3xy\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$. Từ điều kiện $0<y\le 1$, ta có $\frac{x}{3x-1}\le 1$, hay $x\ge\frac{1}{2}$.

Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}$.

Đặt $f(x)=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}, x\in\left[\frac{1}{2};1\right]$, ta có $f'(x)=\frac{3}{4}.\frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & (L)\\ x=\frac{2}{3} & (N)\end{array}\right.$.

$f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=\frac{3}{8}$, $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$, do đó $\min\frac{V_1}{V}=\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};1\right]}f(x)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

Câu 3: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác nhọn ABC, biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB, BC, CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π, $\frac{3136\pi}{5}$, $\frac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S=1979$. **B.** $S=364$. **C.** $S=84$. **D.** $S=96$.

Lời giải

Chọn C

Vì tam giác ABC nhọn nên các chân đường cao nằm trong tam giác.

Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao từ đỉnh A, B, C của tam giác ABC, và a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB.

Khi đó

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh AB là $\frac{1}{3}.\pi.h_c^{\,2}.c = 672\pi$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh BC là $\frac{1}{3}.\pi.h_a^{\,2}.a = \frac{3136\pi}{5}$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh CA là $\frac{1}{3}.\pi.h_b^{\,2}.b = \frac{9408\pi}{13}$.

Do đó $\begin{cases} \frac{1}{3}c.h_c^2 = 672 \\ \frac{1}{3}a.h_a^2 = \frac{3136}{5} \\ \frac{1}{3}b.h_b^2 = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{3}\frac{S^2}{c} = 672 \\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{a} = \frac{3136}{5} \\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{b} = \frac{9408}{13} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4S^2}{3.672} \\ a = \frac{20S^2}{3.3136} \\ b = \frac{52S^2}{3.9408} \end{cases}$

$\Rightarrow (a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b) = S^8.\frac{1}{3^4}.\frac{1}{9408}.\frac{1}{28812}$

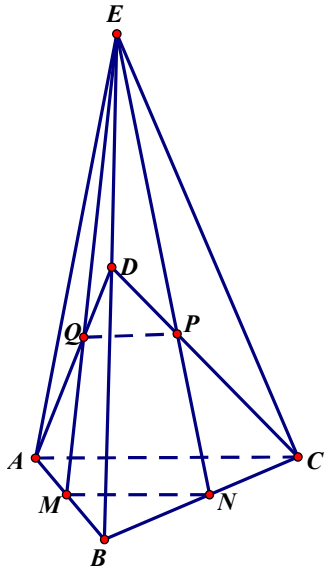
$\Leftrightarrow 16S^2 = S^8.\frac{1}{3^4}.\frac{1}{9408}.\frac{1}{28812} \Leftrightarrow S^6 = 16.81.9408.28812 \Leftrightarrow S = 84$.

Câu 4: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối chứa điểm A có thể tích V. Tính V.

A. $\frac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{18}$. **D.** $\frac{13\sqrt{2}a^3}{216}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $V_{ABCD} = V_1$

$V_{ACMNPQ} = V_{E.ACMN} - V_{E.ACPQ}$

$V_{E.ACMN} = \frac{1}{3}d\left(E,\left(ABC\right)\right).S_{AMNC} = \frac{1}{3}d\left(E,\left(ABC\right)\right).\frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{1}{3}d\left(D,\left(ABC\right)\right).\frac{3}{4}S_{ABC} = \frac{3V_1}{2}$

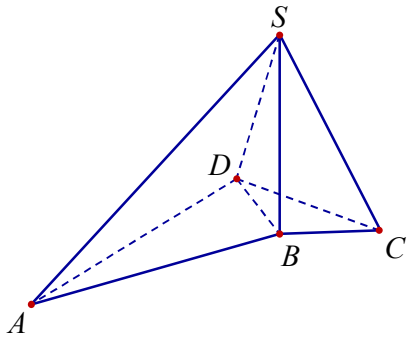
$V_{E.ACPQ} = \frac{1}{3}d\left(B,\left(ACD\right)\right).\left(S_{ACD} - S_{QPD}\right) = \frac{1}{3}d\left(B,\left(ACD\right)\right).\frac{8}{9}S_{ACD} = \frac{8}{9}V_1$

$V_{ACMNPQ} = \frac{3V_1}{2} - \frac{8}{9}V_1 = \frac{11}{18}V_1$.

Áp dụng công thức giải nhanh thể tích tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a có $V_1 = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Vậy $V = \frac{11}{18}V_1 = \frac{11}{18}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 11\sqrt{2}}{216}$.

Câu 5: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình đa diện như hình vẽ



Biết $SA = 6$, $SB = 3$, $SC = 4$, $SD = 2$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSD} = \widehat{DSA} = \widehat{BSD} = 60°$. Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $30\sqrt{2}$. **D.** $10\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Trên SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA' = SB' = SC' = SD = 2$. Ta có $A'B' = B'C' = C'D = DA' = 2$. Khi đó hình chóp $S.A'B'D$ và hình chóp $S.CB'D$ là các hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2.

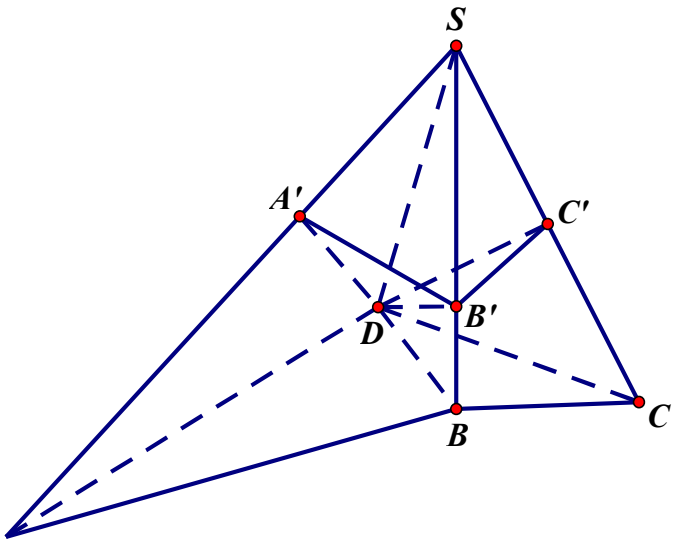
$V_{S.A'B'D} = V_{S.C'B'D} = \frac{2^3\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mặt khác $\frac{V_{S.ABD}}{V_{S.A'B'D}} = \frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SD}{SD} = 3.\frac{3}{2} = \frac{9}{2}$, nên $V_{S.ABD} = \frac{9}{2}V_{S.A'B'D} = \frac{9}{2}.\frac{2\sqrt{2}}{3} = 3\sqrt{2}$.

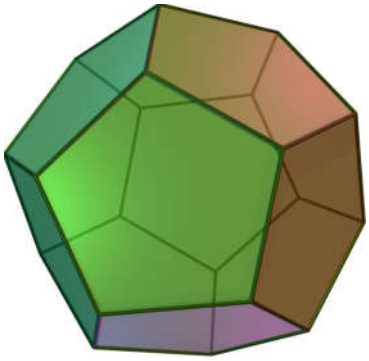
$\frac{V_{S.CBD}}{V_{S.C'B'D}} = \frac{SC}{SC'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SD}{SD} = 2.\frac{3}{2} = 3$, nên $V_{S.CBD} = 3V_{S.C'B'D} = 3.\frac{2\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}$.

Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

$V = V_{S.ABD} + V_{S.CBD} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.



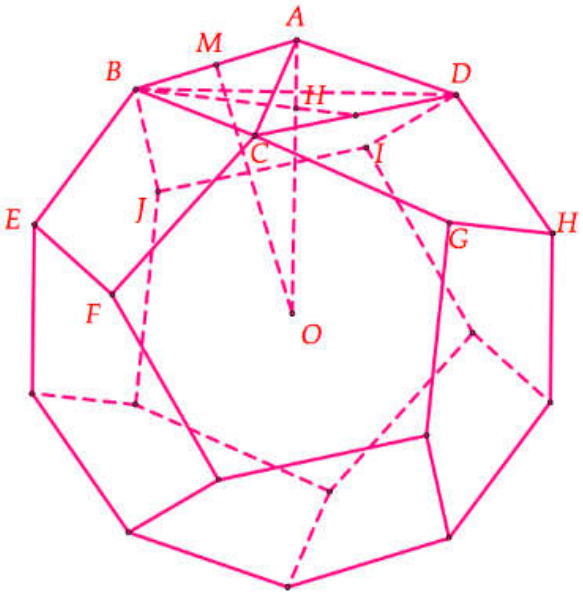
Câu 6: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình thập nhị diện đều (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng có chung một cạnh của thập nhị diện đều bằng

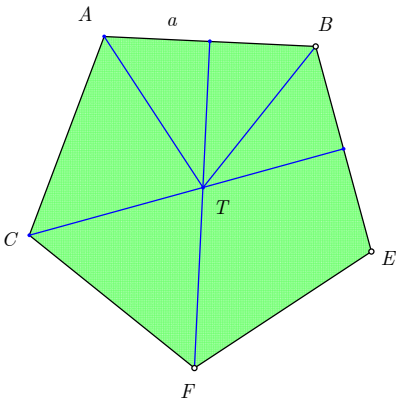


A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C





Bước 1: Lập mối quan hệ giữa bán kính mặt cầu và cạnh khối 12 mặt đều:

Gọi O là tâm khối 12 mặt đều, xét 3 mặt phẳng chung đỉnh A là $ABEFC, ACGHD, ABJID$.

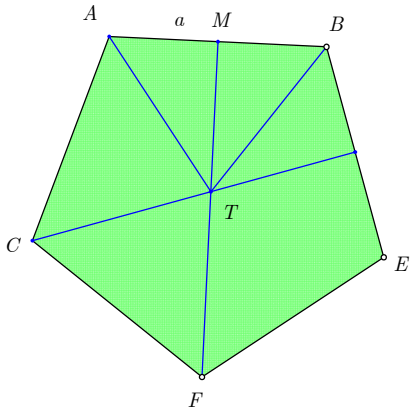
Khi đó $A.BCD$ là chóp tam giác đều và OA vuông góc với (BCD).

Ta có $BC = CD = DB = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a^2 \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}a$.

$AH = \sqrt{AB^2 - \frac{BC^2}{3}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{3}}a$.

Ta có $AH.AO = AB.AM \Rightarrow R = AO = \frac{AB^2}{2AH} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}-1}$.

Bước 2: Tính khoảng cách từ tâm một mặt đến cạnh của nó:



Ta có $\widehat{BAT} = \frac{3\pi}{10}$. $AM = \frac{a}{2}$.

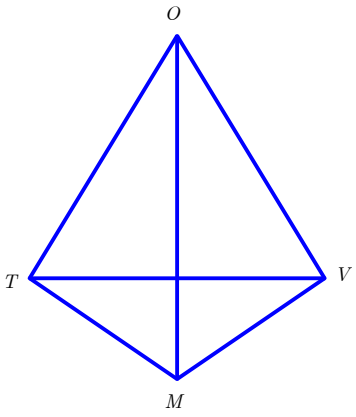
Suy ra $MT = AM.\tan\frac{3\pi}{10}$.

Bước 3: Tính góc:

Gọi tâm của các mặt $ABEFC$ và $ABJID$ là T, V.

Có OT, OV vuông góc với hai mặt này nên góc giữa hai mặt bằng góc giữa OT và OV.

Lại có O, T, M, V cùng thuộc một mặt phẳng (trung trực của AB).



Có $OT \perp TM$ và $OV \perp VM$.

$OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{5}-1}\right)^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\left(\sqrt{5}+1\right)a}{2\left(\sqrt{5}-1\right)}$; $MT = AM.\tan\frac{3\pi}{10}$.

Suy ra $\sin\widehat{TOM}=\dfrac{TM}{OM}=\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)\tan 54^\circ}{\left(\sqrt{5}+1\right)}$.

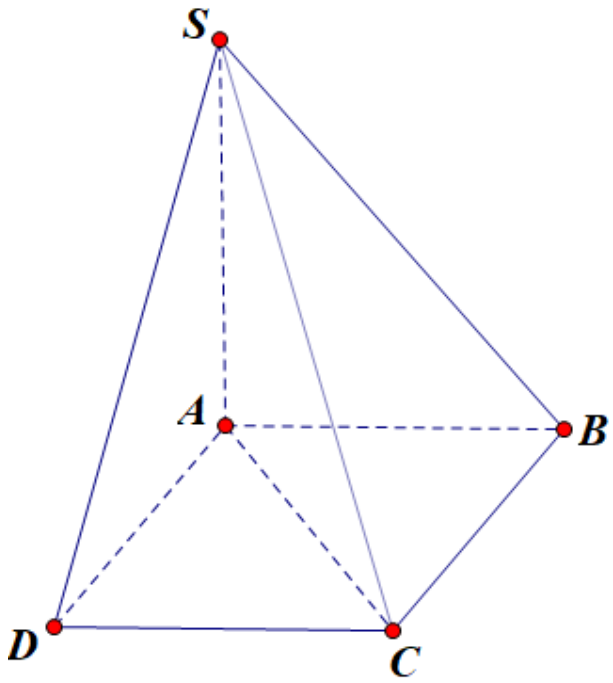
Vậy $\cos\widehat{TOV}=1-2\sin^2\widehat{TOM}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{5-\sqrt{5}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $SA\perp(ABCD)$, cạnh bên SC tạo với $(ABCD)$ một góc 60° và tạo với (SAB) một góc α thỏa mãn $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. Thể tích của khối chóp $SABCD$ bằng

A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có $\widehat{SCA}=60^\circ$, $\widehat{BSC}=\alpha\Rightarrow\sin\alpha=\dfrac{BC}{SC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $BC=x$, ta có $SC=\dfrac{4x}{\sqrt{3}}$, $AC=\sqrt{a^2+x^2}$.

$\cos 60^\circ=\dfrac{AC}{SC}\Rightarrow\dfrac{2x}{\sqrt{3}}=\sqrt{a^2+x^2}\Leftrightarrow x=a\sqrt{3}\Rightarrow AC=2a\Rightarrow SA=AC\tan 60^\circ=2a\sqrt{3}$.

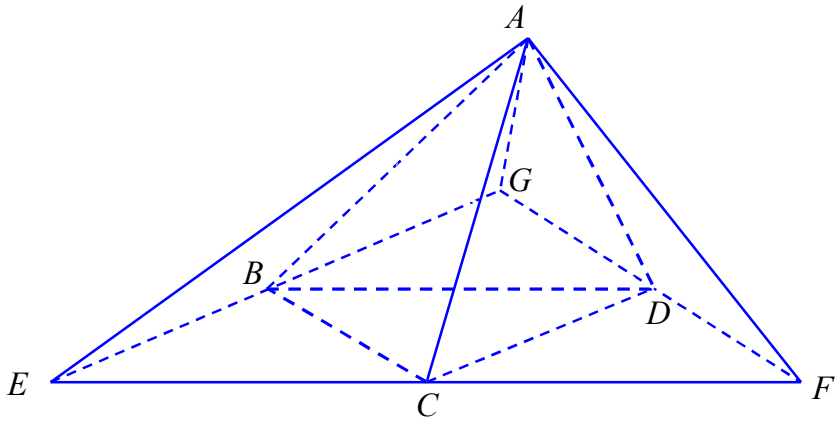
Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3}=2a^3$.

Câu 8: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AD=BC=3$; $AC=BD=4$; $AB=CD=2\sqrt{3}$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2047}}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2470}}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2474}}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2740}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Từ các đỉnh của tam giác BCD ta kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện chúng tạo thành tam giác EFG có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác BCD.

Các tam giác AEF, AFG, AGE là các tam giác vuông tại A nên ta có:

$AE^2+AF^2=EF^2=64\ (1)$; $AF^2+AG^2=FG^2=36\ (2)$ và $AE^2+AG^2=EG^2=48\ (3)$.

Từ (1), (2), (3) ta có: $2\left(AE^2+AF^2+AG^2\right)=148 \Rightarrow AE^2+AF^2+AG^2=74\ \ (4)$.

Từ (1), (4) ta có: $AG^2=10 \Rightarrow AG=\sqrt{10}$.

Từ (2), (4) ta có: $AE^2=38 \Rightarrow AE=\sqrt{38}$.

Từ (3), (4) ta có: $AF^2=26 \Rightarrow AF=\sqrt{38}$.

Thể tích khối chóp $A.EFG$ là : $V'=\frac{1}{6}AE.AF.AG=\frac{1}{6}\sqrt{9880}=\frac{1}{3}\sqrt{2470}$.

Do đó thể tích tứ diện $ABCD$ là : $V=\frac{1}{4}V'=\frac{\sqrt{2470}}{12}$.

Câu 9: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là $2,3,3,2$ (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{6}{11}$.

Lời giải

Chọn D

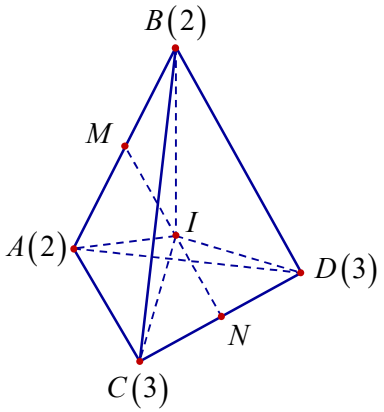
Cách 1:

Gọi A,B,C,D là tâm bốn mặt cầu, không mất tính tổng quát ta giả sử $AB=4$, $AC=BD=AD=BC=5$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Dễ dàng tính được $MN=2\sqrt{3}$. Gọi I là tâm mặt cầu nhỏ nhất với bán kính r tiếp xúc với bốn mặt cầu trên. Vì $IA=IB, IC=ID$ nên I nằm trên đoạn MN.

Đặt $IN=x$, ta có $IC=\sqrt{3^2+x^2}=3+r$, $IA=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}-x\right)^2}=2+r$

Từ đó suy ra $\sqrt{3^2+x^2}-\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{2}-x\right)^2}=1 \Leftrightarrow x=\frac{12\sqrt{3}}{11}$, suy ra $r=\sqrt{3^2+\left(\frac{12\sqrt{3}}{11}\right)^2}-3=\frac{6}{11}$

Cách 2



Gọi A,B là tâm quả cầu bán kính bằng 2. C,D là tâm quả cầu bán kính bằng 3. I là tâm quả cầu bán kính x.

Mặt cầu (I) tiếp xúc ngoài với 4 mặt cầu tâm A,B,C,D nên $IA=IB=x+2$, $IC=ID=x+3$.

Gọi (P), (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực đoạn AB và CD.

$\begin{cases} IA=IB \Rightarrow I\in(P) \\ IC=ID \Rightarrow I\in(Q) \end{cases} \Rightarrow I\in(P)\cap(Q)$ (1).

Tứ diện $ABCD$ có $DA=DB=CA=CB=5$ suy ra MN là đường vuông góc chung của AB và CD, suy ra $MN=(P)\cap(Q)$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $I\in MN$

Tam giác IAM có $IM=\sqrt{IA^2-AM^2}=\sqrt{(x+2)^2-4}$.

Tam giác CIN có $IN=\sqrt{IC^2-CN^2}=\sqrt{(x+3)^2-9}$.

Tam giác ABN có $NM=\sqrt{NA^2-AM^2}=\sqrt{12}$.

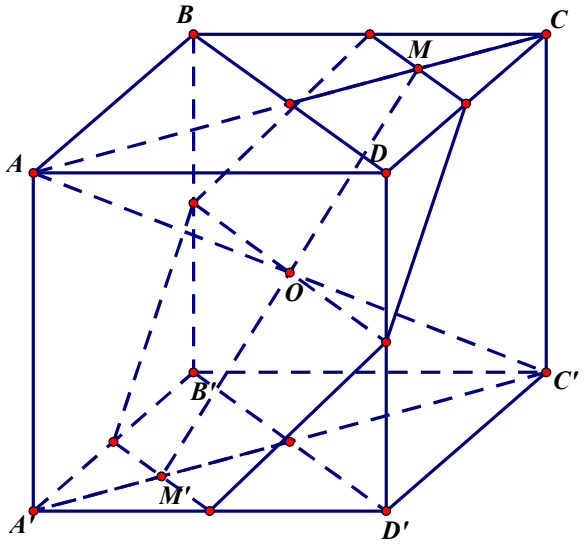
Suy ra $\sqrt{(x+3)^2-9}+\sqrt{(x+2)^2-4}=\sqrt{12}\Rightarrow x=\dfrac{6}{11}$.

Câu 10: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D



Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị và O là tâm hình lập phương đó, khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Ta xét mặt phẳng (P) đi qua O và vuông góc với AC', cắt AC tại M, cắt $A'C'$ tại M'.

Ta có $\dfrac{AM}{AC'}=\dfrac{AO}{AC}=\dfrac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{3\sqrt{2}}\Rightarrow AM=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}AC'=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.3\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\Rightarrow CM=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.

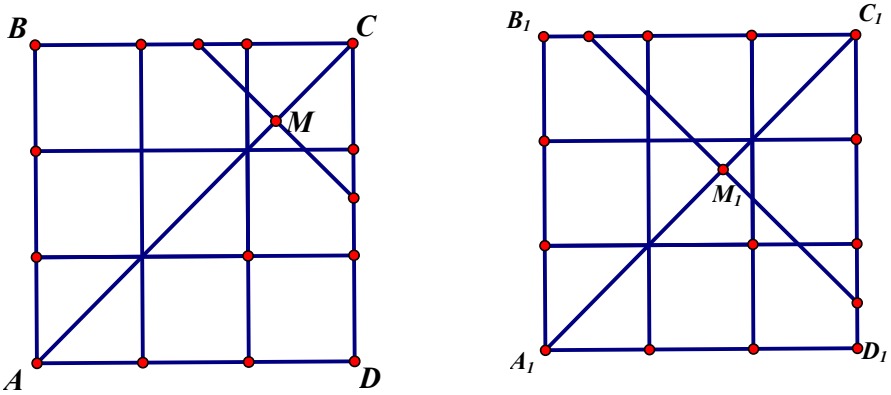
Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là mặt phẳng chia lớp 9 khối lập phương mặt trên với 9 khối lập phương ở mặt thứ 2, gọi $M_1=A_1C_1\cap MM'$.

Ta có $A_1M_1=\dfrac{7}{3}CM=\dfrac{7}{3}.\dfrac{3\sqrt{2}}{4}=\dfrac{7\sqrt{2}}{4}\Rightarrow C_1M_1=A_1C_1-A_1M_1=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$.

Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là mặt phẳng chia lớp 9 khối lập phương mặt thứ 2 với 9 khối lập phương ở mặt thứ 3, gọi $M_2=A_2C_2\cap MM'$.

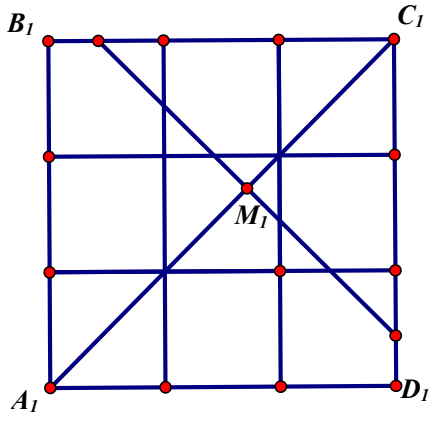
Ta có $A_2M_2=\dfrac{5}{3}CM=\dfrac{5}{3}.\dfrac{3\sqrt{2}}{4}=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}\Rightarrow C_2M_2=A_2C_2-A_2M_2=\dfrac{7\sqrt{2}}{4}$.

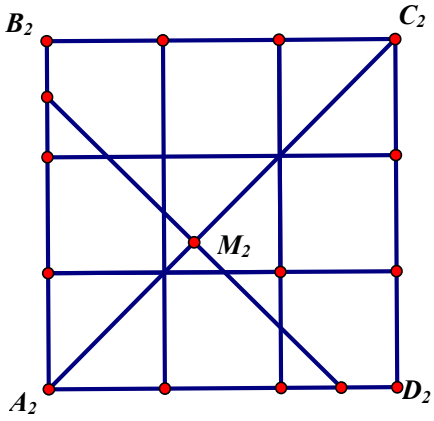
Giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh của 3 hình vuông, giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông (hình vẽ), trong các hình vuông này có 2 cặp hình vuông cùng chung một hình lập phương đơn vị, nên suy ra mặt phẳng (P) cắt ngang 6 khối lập phương mặt trên.



Tương tự mặt phẳng (P) cắt ngang 6 khối lập phương mặt dưới cùng.

Giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông, giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_2B_2C_2D_2)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông (hình vẽ), trong đó có 3 cặp hình vuông cùng chung với một hình lập phương đơn vị, nên suy ra mặt phẳng (P) cắt ngang 7 khối lập phương mặt thứ hai.





Vậy, mặt phẳng (P) cắt ngang (không đi qua đỉnh) $6+6+7=19$ khối lập phương đơn vị.

Cách khác

Giả sử các đỉnh của khối lập phương đơn vị là $(i;j;k)$, với i, j, $k\in\{0;1;2;3\}$ và đường chéo đang xét của khối lập phương lớn nối hai đỉnh là $O(0;0;0)$ và $A(3;3;3)$. Phương trình mặt trung trực của OA là $(\alpha):x+y+z-\dfrac{9}{2}=0$. Mặt phẳng này cắt khối lập phương đơn vị khi và và chỉ khi các đầu mút $(i;j;k)$ và $(i+1;j+1;k+1)$ của đường chéo của khối lập phương đơn vị nằm về hai phía đối với (α). Do đó bài toán quy về đếm trong số 27 bộ $(i;j;k)$, với i, j, $k\in\{0;1;2\}$, có bao nhiêu bộ ba thỏa mãn:

$$\begin{cases} i+j+k-\dfrac{9}{2}<0 \\ (i+1)+(j+1)+(k+1)-\dfrac{9}{2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2}<i+j+k<\frac{9}{2}\ (1).$$

Các bộ ba không thỏa điều kiện (1), tức là $\left[\begin{array}{l} i+i+k\le\dfrac{3}{2} \\ i+i+k\ge\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$ là

$S=\{(0;0;0);(0;0;1);(0;1;0);(1;0;0);(1;2;2);(2;1;2);(2;2;1);(2;2;2)\}$

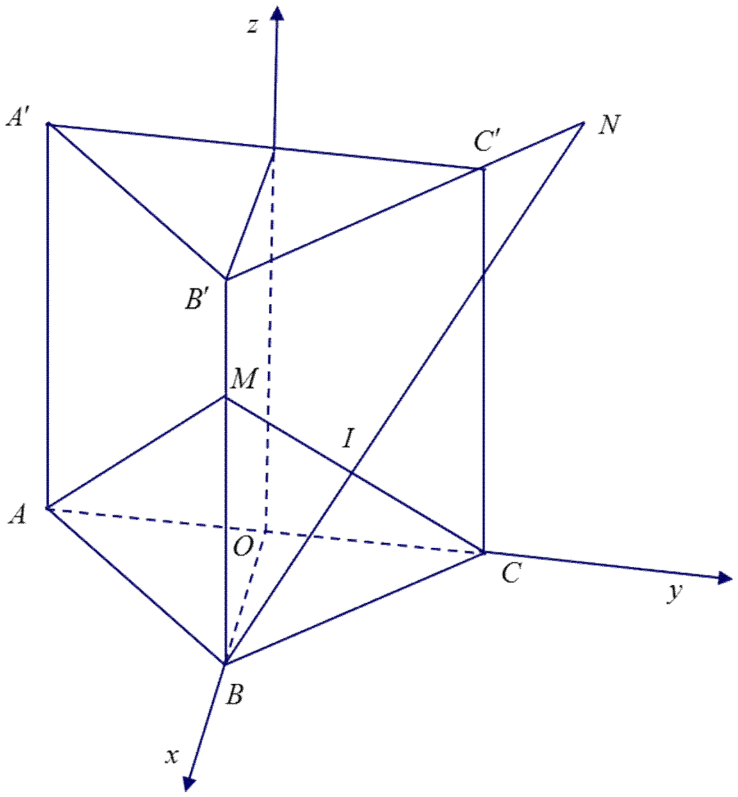
Vậy có $27-8=19$ khối lập phương đơn vị bị cắt bởi (α).

Câu 11: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB'}=\vec{0}$; $\overrightarrow{NB'}=3\overrightarrow{NC'}$. Biết hai mặt phẳng (MCA) và (NAB) vuông góc với nhau. Tính thể tích của hình lăng trụ.

A. $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{16}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $A\left(0;-\frac{a}{2};0\right)$, $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{a}{2};0\right)$, $M\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;\frac{2h}{3}\right)$, $I\left(\frac{a\sqrt{3}}{4};\frac{a}{4};\frac{h}{3}\right)$

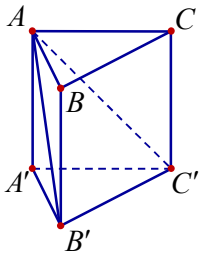
$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};0\right)$, $\overrightarrow{BI}=\left(-\frac{a\sqrt{3}}{4};\frac{a}{4};\frac{h}{3}\right)\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BI}\right]=\left(\frac{ah}{6};\frac{ah\sqrt{3}}{6};\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$

$\overrightarrow{AC}=(0;a;0)$, $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};\frac{2h}{3}\right)\Rightarrow \overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AM}\right]=\left(\frac{2ah}{3};0;\frac{-a^2\sqrt{3}}{2}\right)$

Ta có $(NAB)\perp(MAC)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow \frac{2a^2h^2}{6.3}-\frac{3a^4}{8}=0\Leftrightarrow h=\frac{3a\sqrt{6}}{4}$

$V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3a\sqrt{6}}{4}.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9a^3\sqrt{2}}{16}$.

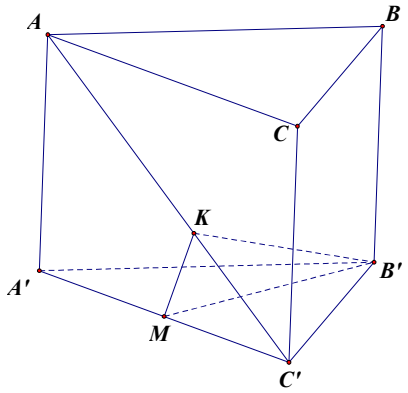
Câu 12: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.



A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Do tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' nên $B'M \perp A'C' \Rightarrow MB' \perp (AA'C'C)$. Thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$ là $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}B'M.AA'.AC$.

Ta có $B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$. Do $MB' \perp (AA'C'C) \Rightarrow MB' \perp AC'$. Kẻ $MK \perp AC' \Rightarrow B'K \perp AC'$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ là $\widehat{MKB'} \Rightarrow \widehat{MKB'} = 60°$.

Trong tam giác vuông MKB' ta có $\tan 60° = \frac{MB'}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MB'}{\tan 60°} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Trong tam giác vuông MKC' ta có $\tan \widehat{MC'K} = \frac{MK}{KC} = \frac{MK}{\sqrt{MC^2 - MK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{6a^2}{36}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác trong tam giác vuông $AA'C$ ta có $AA' = A'C'.\tan \widehat{MC'K} = \frac{\sqrt{2}}{2}a\sqrt{2} = a$.

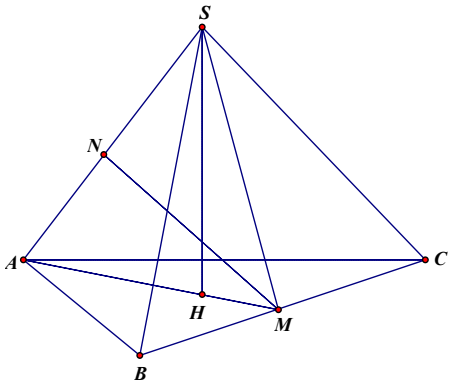
Vậy $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}B'M.AA'.AC = \frac{1}{3}a.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 13: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho x, y là các số thực dương thay đổi. Xét hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất thì tích $x.y$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



- Do $SB = SC = AB = AC = 1$ nên các tam giác SBC và ABC cân tại S và A.
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và SA, ta có:
$\begin{cases} SM \perp BC \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$. Hạ $SH \perp AM$ tại H thì $SH \perp (ABC)$.

- Ta có: $AM = \sqrt{1-\frac{y^2}{4}} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AM.BC = \frac{1}{2} y\sqrt{1-\frac{y^2}{4}}$.

Mặt khác: vì $SM = AM$ nên tam giác MSA cân tại $M \Rightarrow MN = \sqrt{MA^2 - AN^2} = \sqrt{1-\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{4}}$.

Lại có: $SH.AM = MN.SA \Rightarrow SH = \frac{MN.SA}{AM} = \frac{x.\sqrt{1-\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{4}}}{\sqrt{1-\frac{y^2}{4}}} = \frac{x\sqrt{4-x^2-y^2}}{\sqrt{4-y^2}}$

$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{x\sqrt{4-x^2-y^2}}{\sqrt{4-y^2}}.\frac{1}{2}.y\sqrt{1-\frac{y^2}{4}} = \frac{1}{12}xy\sqrt{4-x^2-y^2}$

$= \frac{1}{12}\sqrt{x^2y^2(4-x^2-y^2)} \le \frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{x^2+y^2+4-x^2-y^2}{3}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$.

Vậy $V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27} \Leftrightarrow x^2 = y^2 = 4-x^2-y^2 \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$, do đó $x.y = \frac{4}{3}$.

Câu 14: ----------HẾT----------Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

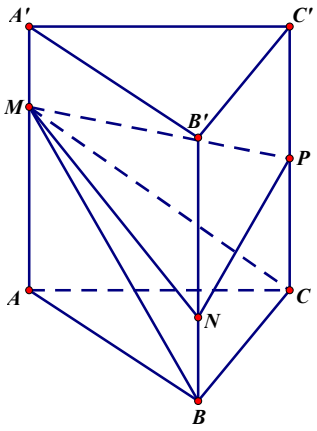
A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có $V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN}$.

$V_{M.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(M,(ABC)\right) = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}S_{ABC}.d\left(A',(ABC)\right) = \frac{2}{9}V$.

$V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(M,(A'B'C')\right) = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(M,(A'B'C')\right) = \frac{1}{9}V$.

Do $BCC'B'$ là hình bình hành và $NB' = 2NB$, $PC = PC'$ nên $S_{B'C'PN} = \frac{7}{5}S_{BCPN}$.

Suy ra $V_{M.B'C'PN} = \frac{7}{5}V_{M.BCPN}$, Từ đó $V = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN} + V_{M.A'B'C'} + V_{M.B'C'PN}$

$\Leftrightarrow V = \frac{2}{9}V + V_{M.BCPN} + \frac{1}{9}V + \frac{7}{5}V_{M.BCPN} \Leftrightarrow V_{M.BCPN} = \frac{5}{18}V$.

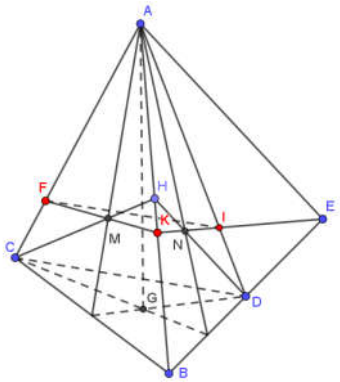
Như vậy $V_1 = \frac{2}{9}V + \frac{5}{18}V = \frac{1}{2}V \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2}V$. Bởi vậy: $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 16: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D. Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V. Tính V.

A. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$. **B.** $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}$. **D.** $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$.

$AG=\sqrt{AD^2-DG^2}=\sqrt{a^2-\frac{3a^2}{9}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Gọi I, K lần lượt là giao điểm của EN với AD và AB; F là giao điểm của KM với AC. Khi đó $V=V_{AKIF}$.

Ta có:

- $\frac{HM}{HI}=\frac{HN}{HF}\Rightarrow MN//FI$, mà $MN//CD$ nên $CD//FI\Rightarrow\frac{AI}{AD}=\frac{AF}{AC}$.
- $\Delta IEA\#\Delta IND\Rightarrow\frac{AI}{ID}=\frac{EA}{ND}=3\Rightarrow\frac{AI}{AD}=\frac{3}{4}$.
- $\Delta AEK\#\Delta HNK\Rightarrow\frac{AK}{HK}=\frac{EA}{HN}=6\Rightarrow\frac{AI}{AB}=\frac{3}{5}$.

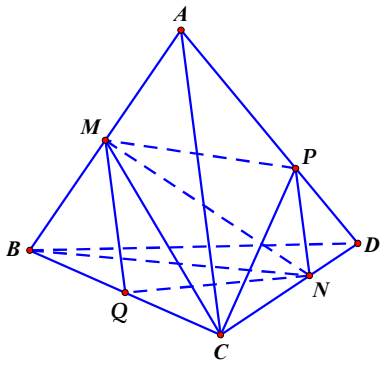
Vậy: $V=\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{5}V_{ABCD}=\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{5}.\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

Câu 17: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{NC}=-2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V. Tính V.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{18}$. **B.** $V=\frac{11\sqrt{2}}{216}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{216}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải

Chọn B



Từ N kẻ $NP//AC$, $N\in AD$

M kẻ $MQ//AC$, $Q\in BC$. Mặt phẳng (P) là $MPNQ$

Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

$V=V_{ACMPNQ}=V_{AMPC}+V_{MQNC}+V_{MPNC}$

Ta có $V_{AMPC}=\frac{AM}{AB}.\frac{AP}{AD}.V_{ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{3}V_{ABCD}$

$V_{MQNC}=\frac{1}{2}V_{AQNC}=\frac{1}{2}\frac{CQ}{CB}.\frac{CN}{CD}.V_{ABCD}=\frac{1}{2}\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{2}V_{ABCD}$

$V_{MPNC}=\frac{2}{3}V_{MPCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}V_{MACD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}\frac{AM}{AB}.V_{ABCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}\frac{1}{2}V_{ABCD}=\frac{1}{9}V_{ABCD}$

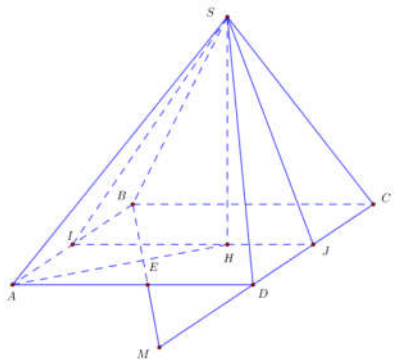
Vậy $V=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)V_{ABCD}\Rightarrow V=\frac{11}{18}V_{ABCD}=\frac{11\sqrt{2}}{216}$.

Câu 18: ----------**HẾT**----------**(SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Gọi H là hình chiếu của S lên IJ. Ta có $SI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SJ=\frac{a}{2}$, $IJ=a$.

Khi đó $SI^2+SJ^2=IJ^2$ suy ra tam giác SIJ vuông tại S.

Ta có $SH=\frac{SI.SJ}{\sqrt{SI^2+SJ^2}}=\frac{\sqrt{3}}{4}a\Rightarrow HI=\sqrt{SI^2-SH^2}=\frac{3a}{4}$ và $AH=\sqrt{SA^2-SH^2}=\frac{\sqrt{13}}{4}a$.

$\begin{cases}AB\perp SI\\AB\perp IJ\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SIJ)\Rightarrow AB\perp SH$.

Do đó $\begin{cases}SH\perp AB\\SH\perp IJ\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(BDM)$.

Gọi $E=AH\cap BM$. Ta có $\begin{cases}BM\perp SA\\BM\perp SH\end{cases}\Rightarrow BM\perp AH$.

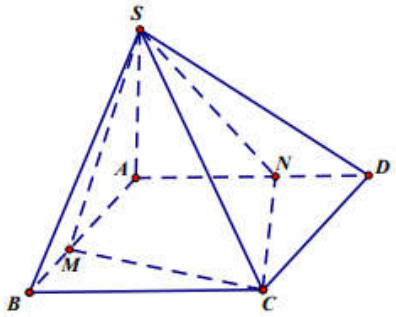
Ta có ΔABE đồng dạng với ΔAHI (vì $\hat{I}=\hat{E}=90^\circ$ và $\hat{A}$ chung) nên ta có $\frac{AE}{AI}=\frac{AB}{AH}\Rightarrow AE=\frac{AB.AI}{AH}=\frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Ta có ΔABE đồng dạng với ΔBMC (vì $\hat{C}=\hat{E}=90^\circ$ và $\hat{B}=\hat{M}$) nên ta có $\frac{AB}{BM}=\frac{AE}{BC}\Rightarrow BM=\frac{AB.BC}{AE}=\frac{\sqrt{13}a}{2}$.

$S_{\Delta BMD}=S_{\Delta BMC}-S_{\Delta BDC}=\frac{1}{2}.a.\frac{3a}{2}-\frac{1}{2}.a.a=\frac{a^2}{4}$

Thể tích V của khối chóp $S.BDM$ là $V=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta BMD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}a.\frac{1}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{48}a^3$.

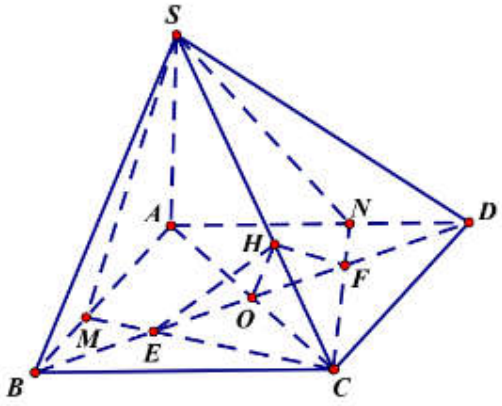
Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AM^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.



A. $T=2$. **B.** $T=\dfrac{5}{4}$. **C.** $T=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $T=\dfrac{13}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $S(0;0;2)$.

Suy ra $C(2;2;0)$. Đặt $AM=x$, $AN=y$, $x,y\in[0;2]$, suy ra $M(x;0;0)$, $N(0;y;0)$.

$\overrightarrow{SM}=(x;0;-2)$, $\overrightarrow{SC}=(2;2;-2)$, $\overrightarrow{SN}=(0;y;-2)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{SC}\right]=(4;2x-4;2x)$, $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{SN},\overrightarrow{SC}\right]=(4-2y;-4;-2y)$.

Do $(SMC)\perp(SNC)$ nên $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 4(4-4y)-4(2x-4)-4xy=0\Leftrightarrow xy+2(x+y)=8$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{8-2x}{x+2}$, do $y\le 2$ nên $\dfrac{8-2x}{x+2}\le 2\Leftrightarrow x\ge 1$.

$S_{AMCN}=S_{ABCD}-S_{BMC}-S_{DNC}=4-(2-x)-(2-y)=x+y$.

Do đó $V_{S.AMCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)=\dfrac{2}{3}\left(x+\dfrac{8-2x}{x+2}\right)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$.

Xét $f(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$ với $x\in[1;2]$, $f'(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+4x-8}{(x+2)^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2+4x-8=0 \Leftrightarrow x=-2+2\sqrt{3}$; $x=-2-2\sqrt{3}$ (loại).

Lập BBT ta suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)=f(2)=2$.

Vậy $\max V_{S.AMCN}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}$.

Cách 2: Đặt $AM=x$, $AN=y$. Gọi $O=AC\cap DB$; $E=BD\cap CM$; $F=BD\cap CN$.

H là hình chiếu vuông góc của O trên SC, khi đó: $HO=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Ta có: $\begin{cases}SC\perp OH\\SC\perp BD\end{cases}\Rightarrow SC\perp(HBD)\Rightarrow\begin{cases}SC\perp HE\\SC\perp HF\end{cases}$.

Do đó góc giữa (SCM) và (SCN) bằng góc giữa HE và HF. Suy ra $HE\perp HF$.

Mặt khác $V_{S.AMCN}=\frac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\frac{2}{3}(x+y)$.

Tính OE, OF:

Ta có: $x>0$, $y>0$ và nếu $x\neq 2$, $y\neq 2$ thì gọi K là trung điểm của AM, khi đó:

$\frac{OE}{EB}=\frac{KM}{MB}=\frac{x}{4-2x}\Rightarrow\frac{OE}{x}=\frac{EB}{4-2x}=\frac{OB}{4-x}\Rightarrow OE=\frac{x\sqrt{2}}{4-x}$.

Tương tự: $OF=\frac{y\sqrt{2}}{4-y}$. Mà $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

Nếu $x=2$ hoặc $y=2$ thì ta cũng có $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

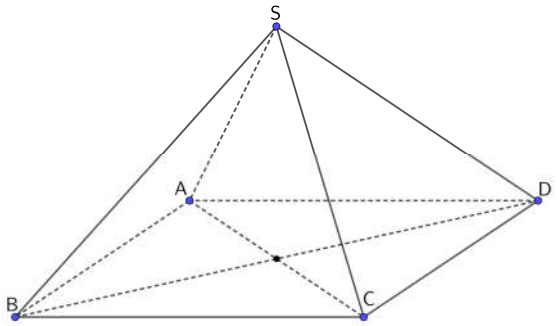
Tóm lại: $(x+2)(y+2)=12$.

Suy ra: $V_{S.AMCN}=\frac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\frac{2}{3}(x+y)=\frac{2}{3}\left[(x+2)+(y+2)-4\right]=\frac{2}{3}\left[(x+2)+\frac{12}{x+2}-4\right]$.

Do đó $\max V_{S.AMCN}=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}$.

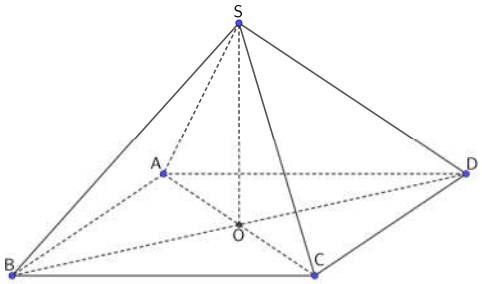
Câu 2: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành có $AB=a$, $SA=SB=SC=SD=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị lớn nhất của thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$



Lời giải

Chọn B



Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có: $\Delta SAO = \Delta SBO = \Delta SCO = \Delta SDO$ (tam giác vuông, SO là cạnh chung, $SA = SB = SC = SD$).

Nên $OA = OB = OC = OD$ suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$

Suy ra $ABCD$ là hình chữ nhật có O là tâm.

Đặt $AD = x \Rightarrow AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2}$

Nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2 + x^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}$

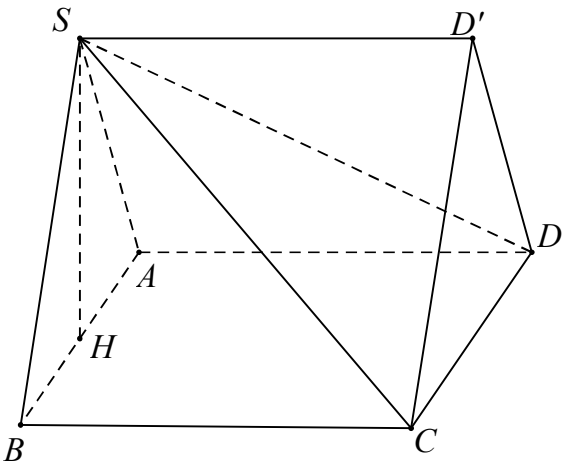
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}ABCD.SO = \frac{1}{3}a.x.\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{1}{3}a.2.\frac{x}{2}.\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \le \frac{1}{3}a\left(\frac{x^2}{4} + \left(a^2 - \frac{x^2}{4}\right)\right) = \frac{1}{3}a^3.$$

Câu 3: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC), với $\varphi < 45°$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $4a^3$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D' là đỉnh thứ tư của hình bình hành $SADD'$.

Khi đó $DD'//SA$ mà $SA \perp (SBC)$ (vì $SA \perp SB$, $SA \perp BC$) nên D' là hình chiếu vuông góc của D lên (SBC).

Góc giữa SD và (SBC) là $\alpha = \widehat{DSD'} = \widehat{SDA}$, do đó $SA = AD.\tan\alpha = 2a.\tan\alpha$.

Đặt $\tan\alpha = x$, $x \in (0;1)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên AB, theo đề ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}4a^2.SH$.

Do đó $V_{S.ABCD}$ đạt giá trị lớn nhất khi SH lớn nhất. Vì tam giác SAB vuông tại S nên

$$SH = \frac{SA.SB}{AB} = \frac{SA.\sqrt{AB^2 - SA^2}}{AB} = \frac{2ax\sqrt{4a^2 - 4a^2x^2}}{2a} = 2ax\sqrt{1-x^2} \le 2a\frac{x^2+1-x^2}{2} = a$$

Từ đó $\max SH = a$ khi $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

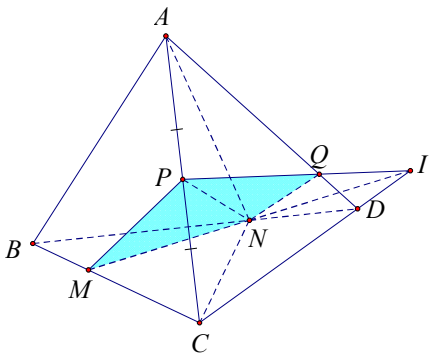
Suy ra $\max V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.4a^2 = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 4: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$, trên các cạnh BC, BD, AC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $BC = 3BM$, $BD = \frac{3}{2}BN$, $AC = 2AP$. Mặt phẳng (MNP) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{13}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{26}{19}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{19}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{15}{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $V_{ABCD}=V$, $I=MN\cap CD$, $Q=IP\cap AD$ ta có $Q=AD\cap(MNP)$.

Thiết diện của tứ diện $ABCD$ được cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MNQP$.

Áp dụng định lí Menelaus trong các tam giác BCD và ACD ta có:

$\frac{NB}{ND}.\frac{ID}{IC}.\frac{MC}{MB}=1\Rightarrow\frac{ID}{IC}=\frac{1}{4}$ và $\frac{ID}{IC}.\frac{PC}{PA}.\frac{QA}{QD}=1\Rightarrow\frac{QA}{QD}=4$.

Áp dụng bài toán tỉ số thể tích của hai khối chóp tam giác, ta có:

$\frac{V_{ANPQ}}{V_{ANCD}}=\frac{AP}{AC}.\frac{AQ}{AD}=\frac{2}{5}\Rightarrow V_{ANPQ}=\frac{2}{5}V_{ANCD}=\frac{2}{15}V$. Suy ra $V_{N.PQDC}=\frac{1}{3}V-\frac{2}{15}V=\frac{1}{5}V$.

và $\frac{V_{CMNP}}{V_{CBNA}}=\frac{CM}{CB}.\frac{CP}{CA}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{CMNP}=\frac{1}{3}V_{CBNA}=\frac{2}{9}V$.

Suy ra $V_2=V_{N.PQDC}+V_{CMNP}=\frac{19}{45}V$. Do đó $V_1=V-V_2=\frac{26}{45}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{26}{19}$.

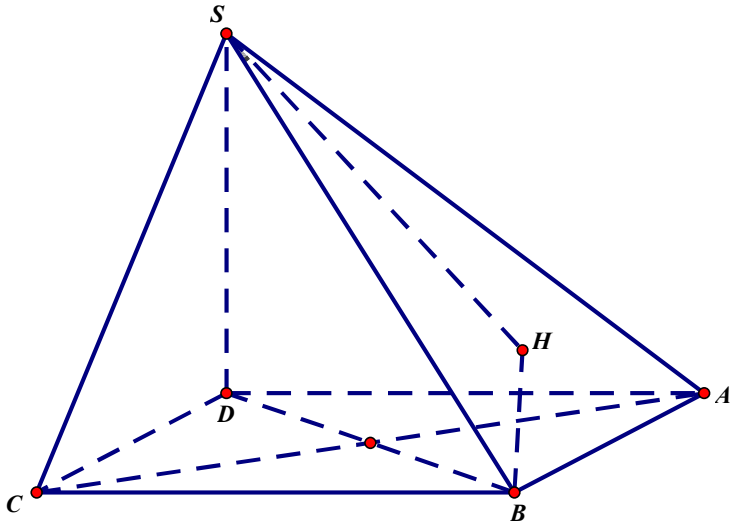
---------HẾT---------

Câu 5: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $SB>2a$ và $\widehat{ABC}=\widehat{BAS}=\widehat{BCS}=90^\circ$. Sin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{\sqrt{11}}{11}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



- Dựng $SD \perp (ABC)$ tại D.

Ta có: $\begin{cases} BA \perp SA \\ BA \perp SD \end{cases} \Rightarrow BA \perp AD$.

Và: $\begin{cases} BC \perp SD \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD$

$\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật $\Rightarrow DA = BC = a\sqrt{2}$, $DC = AB = a$.

- Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng (SAC) $\Rightarrow \widehat{BSH}$ là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC)

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{11}}{11} = \sin\widehat{BSH} = \frac{BH}{SB} = \frac{d\left(B;(SAC)\right)}{SB} = \frac{d\left(D;(SAC)\right)}{SB} \Rightarrow \frac{1}{d^2\left(D;(SAC)\right)} = \frac{11}{SB^2} \ (1).$$

- Lại có :

$$\frac{1}{d^2\left(D;(SAC)\right)} = \frac{1}{DS^2} + \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{SB^2 - BD^2} + \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{SB^2 - 3a^2} + \frac{3}{2a^2} \ (2).$$

- Từ (1) và (2) suy ra: $\frac{11}{SB^2} = \frac{1}{SB^2 - 3a^2} + \frac{3}{2a^2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} SB^2 = 6a^2 \\ SB^2 = \frac{11}{3}a^2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} SB = a\sqrt{6} \\ SB = a\sqrt{\frac{11}{3}} \end{array}\right.$

Theo giả thiết $SB > 2a \Rightarrow SB = a\sqrt{6} \Rightarrow SD = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3}SD.\frac{1}{2}BA.BC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết rằng hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

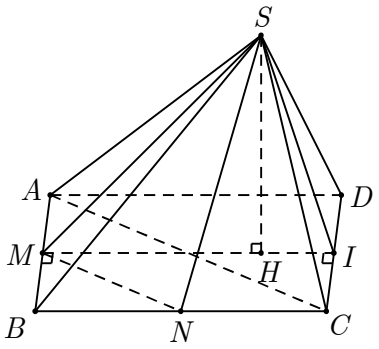
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết rằng hình chiếu vuông góc của

đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và AC là

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm cạnh CD, khi đó $\begin{cases} AB \perp SM \\ AB \perp MI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMI)$.

Do $CD//AB$ nên $CD \perp (SMI) \Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = \widehat{SIM}$.

Vẽ $SH \perp MN$ tại $H \in MN$ thì $SH \perp (ABCD)$.

Tam giác SMI có $SM^2 = MI^2 + SI^2 - 2.MI.SI.\cos\widehat{SIM} \Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SI^2 - 2a.SI$

$\Leftrightarrow SI^2 - 2a.SI + a^2 = 0 \Leftrightarrow SI = a$.

Cách 1:

Theo định lý Pythagore đảo thì ΔSMI vuông tại $S \Rightarrow SH = \frac{SM.SI}{MI} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vẽ $SH \perp MN$ tại $H \in MN$ thì $SH \perp (ABCD)$.

Gọi N là trung điểm cạnh BC ta có $AC//MN$

$\Rightarrow d(AC,SM) = d(AC,(SMN)) = d(C,(SMN)) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\Delta SMN}}$.

Ta có $V_{SMNC} = V_{S.MNB} = \frac{1}{3}.SH.\frac{1}{2}.BM.BN = \frac{1}{6}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Tam giác SIC có $SC = \sqrt{SI^2 + IC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBC có $SN^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = 2a^2 \Rightarrow SN = a\sqrt{2}$.

Tam giác SMN có nửa chu vi $p = \frac{SM + SN + MN}{2} = \frac{a\sqrt{3} + a\sqrt{2} + a\sqrt{2}}{2}$.

Và diện tích ΔSMN là $S_{\Delta SMN} = \sqrt{p(p - SM)(p - SN)(p - BC)} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Vậy $d(AC,SM) = \frac{3V_{SMNC}}{S_{\Delta SMN}} = \frac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{12}}{\frac{a^2\sqrt{15}}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Cách 2:

Ta thấy $SM^2+SI^2=MI^2$ nên ΔSMI vuông tại S. Suy ra $SH=\dfrac{SM.SI}{MI}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM=\dfrac{3a}{2}$.

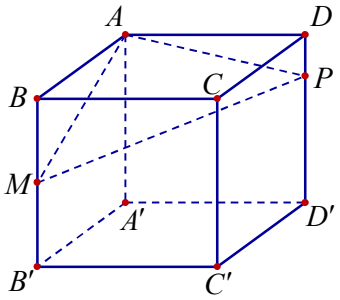
Gọi $O=AC\cap BD$; N là trung điểm cạnh BC ta có $AC//(SMN)$.

Do đó, $d(AC,SM)=d(AC,(SMN))=d(O,(SMN))=\dfrac{2}{3}d(H,(SMN))$.

Gọi K là hình chiếu của H lên MN, ta có ΔHKM vuông cân tại K nên $HK=\dfrac{HM}{\sqrt{2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

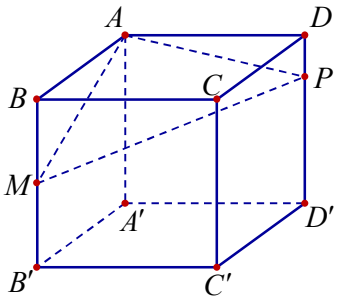
Vậy $d(AC,SM)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2+HK^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\dfrac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V=2a^3$.
B. $V=3a^3$.
C. $V=\dfrac{9a^3}{4}$.
D. $V=\dfrac{11a^3}{3}$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\dfrac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V=2a^3$.
B. $V=3a^3$.
C. $V=\dfrac{9a^3}{4}$.
D. $V=\dfrac{11a^3}{3}$.

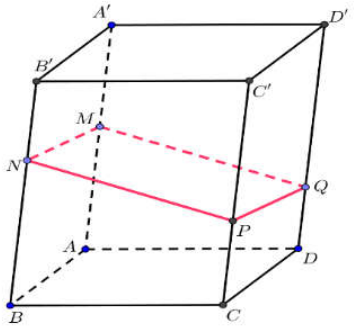
Lời giải

Chọn B

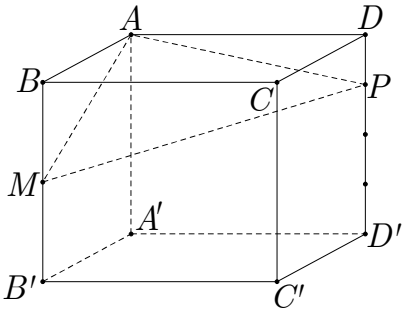
Cách 1: Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối hộp

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC'. Mặt phẳng (MPN) cắt cạnh DD' tại Q. Khi đó:

$$\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{2}\left(\frac{MA'}{AA'}+\frac{PC'}{CC'}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{NB'}{BB'}+\frac{QD'}{DD'}\right).$$



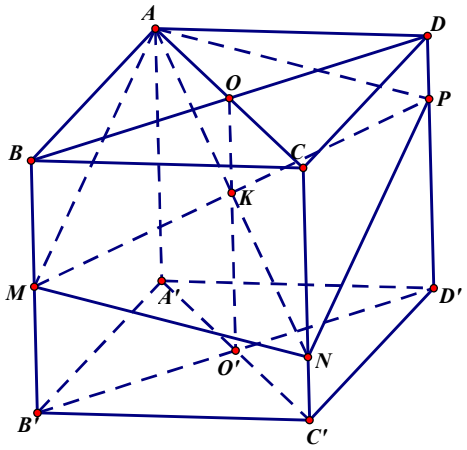
Áp dụng, xem khối đa diện $AMNPBCD \equiv AMNP.ABCD$ ta có:



$$\frac{V_{AMNP.ABCD}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}} = \frac{1}{2}\left(\frac{MB}{B'B} + \frac{PD}{D'D}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{8}.$$

Vậy $V_{AMNPBCD} = V_{AMNP.ABCD} = \frac{3}{8}V_{A'B'C'D'.ABCD} = \frac{3}{8}(2a)^3 = 3a^3$

Cách 2:



Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, gọi $K = OO' \cap MP$, khi đó $N = AK \cap CC'$.

Ta có $OK = \frac{1}{2}(DP + BM) = \frac{1}{2}\left(a + \frac{a}{2}\right) = \frac{3a}{4}$. Do đó $CN = 2OK = \frac{3a}{2}$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}(BM + CN).BC = \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right).2a = \frac{5a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $A.BMNC$ là

$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}.S_{BMNC}.AB = \frac{1}{3}.\frac{5a^2}{2}.2a = \frac{5a^3}{3}.$$

Diện tích hình thang $DPNC$ là

$S_{DPNC}=\frac{1}{2}(DP+CN).CD=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{3a}{2}\right).2a=2a^2$.

Thể tích khối chóp $A.DPNC$ là

$V_{A.DPNC}=\frac{1}{3}.S_{DPNC}.AD=\frac{1}{3}.2a^2.2a=\frac{4a^3}{3}$.

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

$V=V_{A.BMNC}+V_{A.DPNC}=\frac{5a^3}{3}+\frac{4a^3}{3}=3a^3$.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$, $AC=BD=5$, $AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

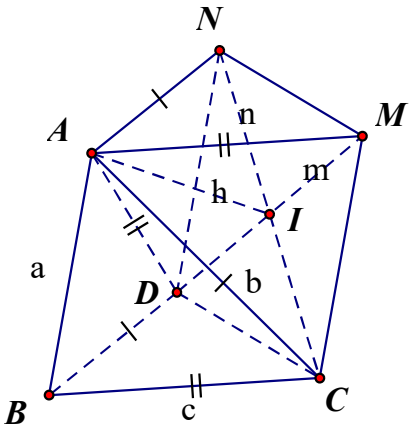
Câu 11: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$, $AC=BD=5$, $AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xây dựng bài toán tổng quát



Từ giả thiết ta có: MNDC là hình thoi; các tam giác CAN, DAM là các tam giác cân, suy ra: $AI\perp NC$, $AI\perp DM\Rightarrow AI\perp(CDMN)$

Ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{2}V_{A.MNDC}=\frac{1}{2}.4V_{A.IMN}=2V_{A.IMN}=\frac{1}{3}IA.IM.IN=\frac{1}{3}h.m.n$

Từ $\begin{cases}h^2+m^2=c^2\\h^2+n^2=b^2\\m^2+n^2=a^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2=\frac{-a^2+b^2+c^2}{2}\\n^2=\frac{a^2+b^2-c^2}{2}\\h^2=\frac{a^2-b^2+c^2}{2}\end{cases}$

Suy ra: $V_{ABCD}=\frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left(-a^2+b^2+c^2\right)\left(a^2-b^2+c^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}$

$=\frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left(-4^2+5^2+6^2\right)\left(4^2-5^2+6^2\right)\left(4^2+5^2-6^2\right)}=\frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Ta có $p=\dfrac{BC+CD+DB}{2}=\dfrac{4+5+6}{2}=\dfrac{15}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta BCD}=\sqrt{p(p-4)(p-5)(p-6)}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$

Ta có $d\left(A,(BCD)\right)=\dfrac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta BCD}}=\dfrac{3.\dfrac{15\sqrt{6}}{4}}{\dfrac{15\sqrt{7}}{4}}=\dfrac{3\sqrt{42}}{7}$.

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a, gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trên d lấy điểm S và đặt $AS=x$, $(x>0)$. Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC . Biết HK cắt d tại điểm S'. Khi SS' ngắn nhất thì khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{27}$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	A	D	B	C	D	D	D	D	B	A	C	D	B	C	A	D	A	A	D	A	D	C
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
B	B	B	A	A	A	A	A	C	D	A	C	B	A	A	A	D	C	A	B	D	A	A	B	A

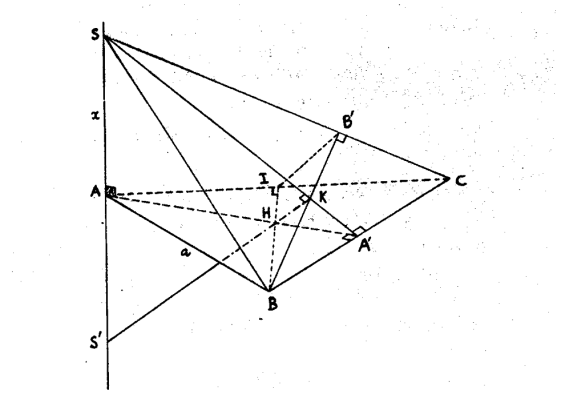
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 13: Cho tam giác ABC đều cạnh a, gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trên d lấy điểm S và đặt $AS=x$, $(x>0)$. Gọi H và K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC. Biết HK cắt d tại điểm S'. Khi SS' ngắn nhất thì khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Xét tam giác $SA'S'$ có H là trực tâm, ta có

$$\Delta S'AH \backsim \Delta A'AS \Rightarrow \frac{AS'}{AA'}=\frac{AH}{AS} \Rightarrow AS'.AS=AA'.AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^2}{2}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có: $SS'=SA+AS'\geq 2\sqrt{AS.AS'}=2\sqrt{\frac{a^2}{2}}=a\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $SA=AS'=x=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14: Do đó SS' ngắn nhất khi $x=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-3x+m$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = m - 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = m + 2 \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt điều kiện cần và đủ là

$y_{CĐ} . y_{CT} < 0 \Leftrightarrow (m-2).(m+2) < 0 \Leftrightarrow m \in (-2;2)$.

Câu 16: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

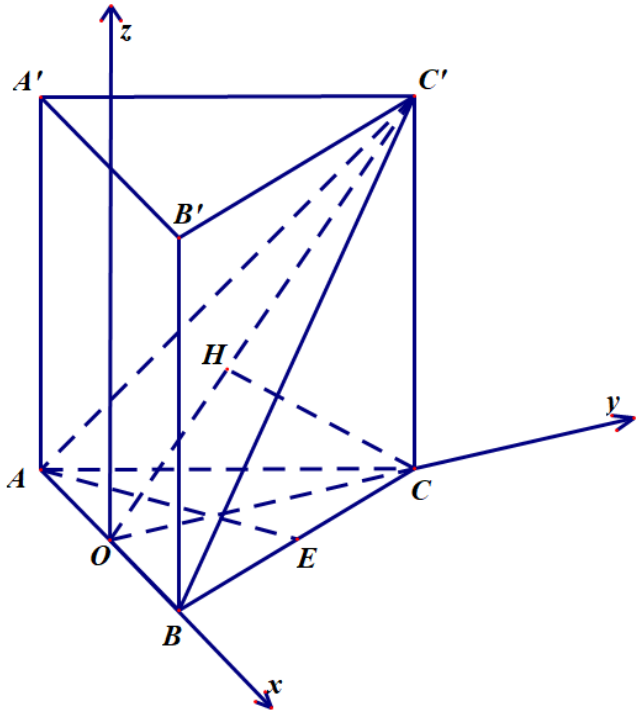
A. $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{8}$.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC

Trong $mp(C'CO)$ kẻ $CH \perp C'O$ tại H

Khi đó $d(C,(ABC')) = CH = a$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gọi $2x$ là độ dài cạnh của tam giác ABC ta có

$\dfrac{1}{CH^2} = \dfrac{1}{C'C^2} + \dfrac{1}{CO^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{C'C^2}=\frac{1}{CH^2}-\frac{1}{CO^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{\left(\frac{2x\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{3x^2-a^2}{3a^2x^2}$$

$$\Rightarrow C'C=\frac{\sqrt{3x^2-a^2}}{ax\sqrt{3}}$$

Khi đó,

$A(-x;0;0)$, $B(x;0;0)$, $C(0;x\sqrt{3};0)$, $C'\left(0;x\sqrt{3};\frac{\sqrt{3x^2-a^2}}{ax\sqrt{3}}\right)$, $E\left(\frac{x}{2};\frac{x\sqrt{3}}{2};0\right)$

VTPT của mặt phẳng (ABC') là $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{OC'},\overrightarrow{AB}\right]=\left(0;-\frac{2ax^2\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2-a^2}};2x^2\sqrt{3}\right)$

VTPT của mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AE}=\left(\frac{3x}{2};\frac{x\sqrt{3}}{2};0\right)$

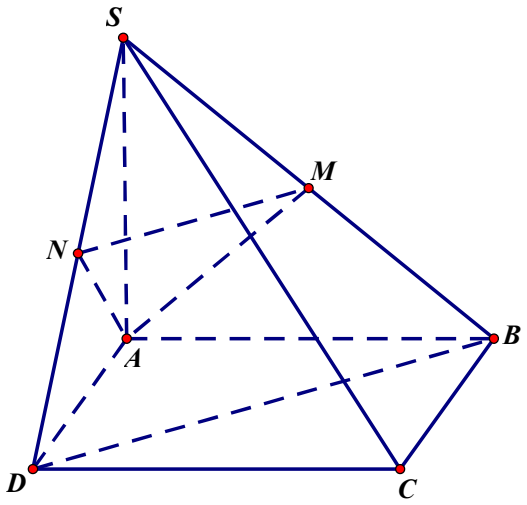
$$\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{3ax^3}{\sqrt{3x^2-a^2}}\right|}{\sqrt{\frac{12a^2x^4}{3x^2-a^2}+12x^4}.\sqrt{\frac{9x^2}{4}+\frac{3x^2}{4}}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow x=a$$

$$V_{ABC.A'B'C'}=C'C.S_{\Delta ABC}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2\sqrt{3}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 18: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AA' và BB'; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E', đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD (tham khảo hình vẽ), α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD). Giá trị $\sin\alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	B	C	D	C	D	D	D	C	D	B	A	B	D	C	D	D	D	C	A	C	B	B	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	A	A	B	B	B	B	D	A	D	A	C	A	A	C	A	C	B	A	C	A	B	B

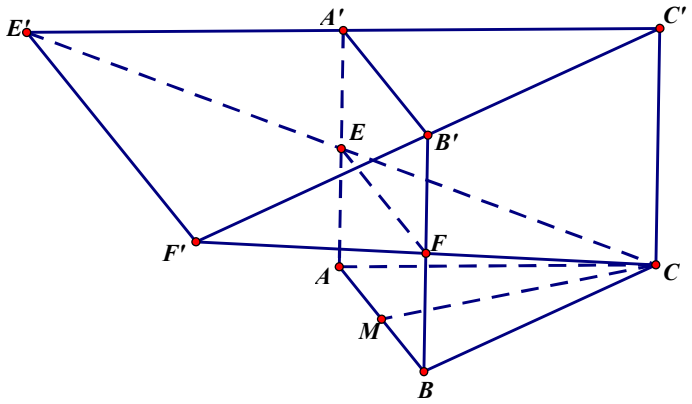
HƯỚNG DẪN GIẢI.

Câu 20: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E, F lần lượt là trung điểm AA' và BB'; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E', đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{\sqrt{3}}{4}.1 = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow CM \perp (ABB'A')$ và $CM = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do đó, thể tích khối chóp $C.ABFE$ là

$$V_{C.ABFE} = \frac{1}{3}S_{C.ABFE}.CH = \frac{1}{3}.1.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12}.$$

Thể tích khối đa diện $A'B'C'EFC$ là

$$V_{A'B'C'EFC} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Do A' là trung điểm $C'E'$ nên $d(E',(BCC'B')) = 2d(A',(BCC'B')) = 2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

$$S_{CC'F'} = S_{F'B'F} + S_{FB'C'C} = S_{FBC} + S_{FB'C'C} = S_{BCC'B'} = 1.$$

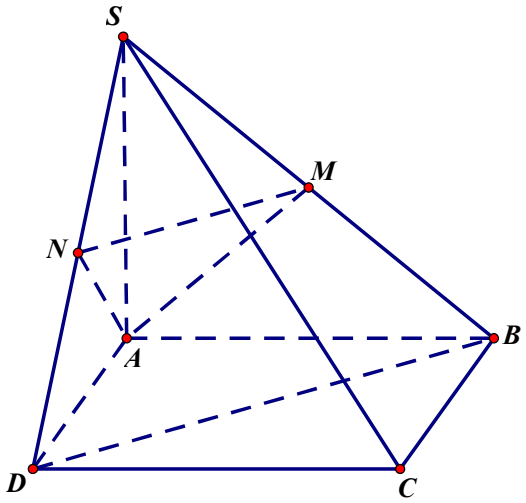
Thể tích khối chóp $E'.CC'F'$ là

$$V_{E'.CC'F'} = \frac{1}{3} S_{CC'F'}.d\left(E', \left(BCC'B'\right)\right) = \frac{1}{3}.1.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

$$V_{EFA'B'E'F'} = V_{E'.CC'F'} - V_{A'B'C'EFC} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

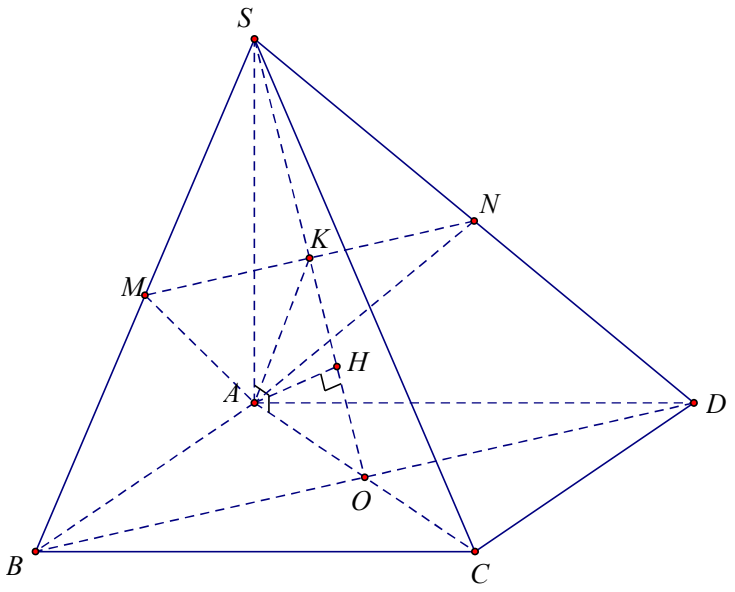
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB và SD (tham khảo hình vẽ), α là góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (SBD). Giá trị $\sin\alpha$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$, trong mặt phẳng (SAC), gọi $K = SO \cap MN$, suy ra K là trung điểm của SO.

Ta có $(AMN) \cap (SBD) = MN$.

Ngoài ra $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$ mà $MN // BD$ nên $MN \perp (SAC)$, suy ra $MN \perp AK$.

Mặt khác $SO \perp BD$ nên $SO \perp MN$ hay $KO \perp MN$.

α chính là góc giữa KA và KO, suy ra $\sin\alpha = \sin\widehat{AKO}$.

Gọi H là hình chiếu của A lên SO.

Xét tam giác SAO vuông tại A có AH là đường cao nên

$$AH = \frac{SA.AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a.a\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{2}}} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

Xét tam giác SAO vuông tại A có AK là đường trung tuyến nên

$$AK = \frac{SO}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{2}}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Xét tam giác AHK vuông tại H ta có $\sin\alpha = \sin\widehat{AKO} = \dfrac{AH}{AK} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}}{a\dfrac{\sqrt{6}}{4}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 22: Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/ m^3. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 48 triệu đồng. **B.** 47 triệu đồng. **C.** 96 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Câu 23: Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 48 triệu đồng. **B.** 47 triệu đồng. **C.** 96 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x\,(\text{m})$ là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x(\text{m})$ và $h(\text{m})$ là chiều cao bể.

Bể có thể tích bằng $\frac{256}{3}\text{m}^3 \Rightarrow 2x^2h = \frac{256}{3} \Leftrightarrow h = \frac{128}{3x^2}$.

Diện tích cần xây là $S = 2(xh + 2xh) + 2x^2 = 6x\frac{128}{3x^2} + 2x^2 = \frac{256}{x} + 2x^2$.

Xét hàm $S(x) = \frac{256}{x} + 2x^2, (x > 0) \Rightarrow S'(x) = -\frac{256}{x^2} + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 4$.

Lập bảng biến thiên suy ra $S_{\min} = S(4) = 96$.

x	0		4		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		↘	96	↗	$+\infty$

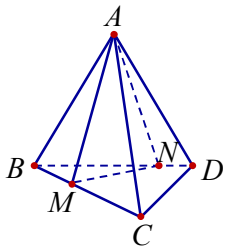
Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng là nhỏ nhất và bằng $S_{\min} = 96$.

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là $96.500000 = 48000000$ đồng.

Chú ý: Có thể sử dụng BĐT Cô si để tìm min, cụ thể

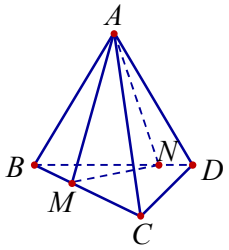
$S = \frac{256}{x} + 2x^2 = \frac{128}{x} + \frac{128}{x} + 2x^2 \ge 3\sqrt[3]{128^2.2} \Leftrightarrow S \ge 96 \Rightarrow S_{\min} = 96$ khi $\frac{128}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{6}{25}$.

Câu 25: Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{6}{25}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A;(BMN)\right).\mathrm{S}_{\Delta BMN}}{\frac{1}{3}d\left(A;(BCD)\right).\mathrm{S}_{\Delta BCD}}=\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}}$.

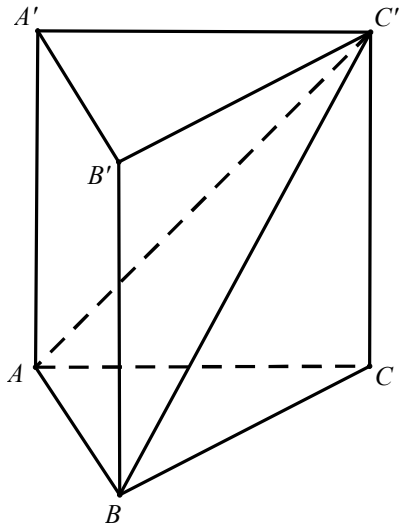
Gọi H là hình chiếu của M lên BD và K là hình chiếu của C lên BD, khi đó ta có $\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{MH.BN}{CK.BD}=\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}$

$10=2\frac{BC}{BM}+3\frac{BD}{BN}\geq\sqrt{6.\frac{BC}{BM}.\frac{BD}{BN}}\Rightarrow\frac{BC}{BM}.\frac{BD}{BN}\leq\frac{25}{6}\Rightarrow\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}\geq\frac{6}{25}$.

Suy ra $\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}}\geq\frac{6}{25}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}$ nhỏ nhất bằng $\frac{6}{25}$.

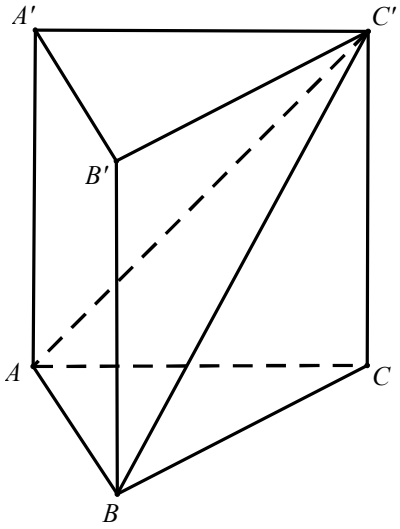
Câu 26: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\frac{1}{3}$ **(tham khảo hình vẽ dưới đây)**.



Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

Câu 27: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây).

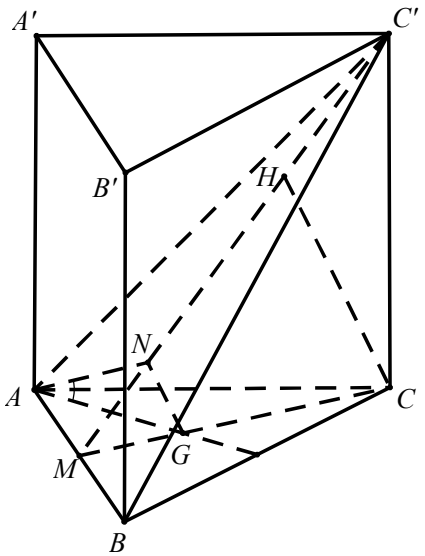


Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{10}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$. **C.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{10}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{15}}{20}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có: $\begin{cases} CC' \perp AB \\ CM \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (CC'M) \Rightarrow (CC'M) \perp (ABC')$. Mà $(CC'M) \cap (ABC') = C'M$ nên nếu gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên $C'M$ thì H là hình chiếu của C trên mặt phẳng $(ABC') \Rightarrow d(C;(ABC')) = CH = a$.

Dựng đường thẳng đi qua G và song song với CH, cắt $C'M$ tại điểm K.

Ta có $\begin{cases} GN \perp (ABC') \\ AG \perp (BCC'B') \end{cases}$ nên góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AGN} = \alpha$.

$GN = \frac{1}{3}CH = \frac{a}{3}$; $AG = \frac{GN}{\cos\alpha} = a \Rightarrow AB = AG\sqrt{3} = a\sqrt{3}$; $\frac{1}{CC'^2} = \frac{1}{CH^2} - \frac{1}{CM^2} = \frac{5}{9a^2}$

$\Rightarrow CC' = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$; $S_{\Delta ABC} = \left(a\sqrt{3}\right)^2 . \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{1}{3}CC'.S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{20}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC = 4BM$, $AC = 3AP$, $BD = 2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{8}{13}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	C	B	A	C	D	A	D	B	C	D	C	D	C	D	A	C	C	D	A	BB	B	B	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	B	B	A	D	A	D	B	B	A	C	C	C	A	B	B	C	D	A	C	B	C	B	A

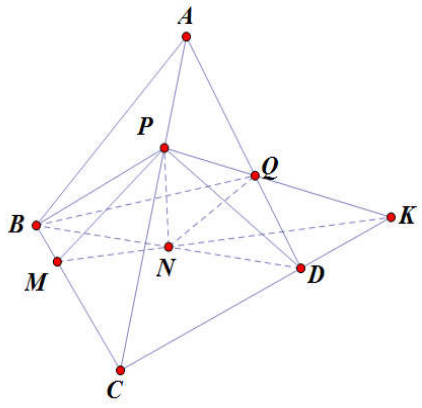
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC=4BM$, $AC=3AP$, $BD=2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{8}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Trong mặt phẳng (DBC) vẽ MN cắt CD tại K.

Trong mặt phẳng (ACD) vẽ PK cắt AD tại Q.

Theo định lý Mennelaus cho tam giác ΔBCD cát tuyến MNK ta có

$\frac{KC}{KD}.\frac{ND}{NB}.\frac{MB}{MC}=1\Rightarrow\frac{KC}{KD}=3$.

Theo định lý Mennelaus cho tam giác ΔACD cát tuyến PKQ ta có

$\frac{KC}{KD}.\frac{QD}{QA}.\frac{PA}{PC}=1\Rightarrow\frac{QA}{QD}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{QA}{AD}=\frac{3}{5}$.

Đặt $V=V_{ABCD}$, ta có

- $\frac{V_{B.APQ}}{V_{B.ACD}}=\frac{S_{APQ}}{S_{ACD}}=\frac{AP}{AC}.\frac{AQ}{AD}=\frac{1}{5}\Rightarrow V_{B.APQ}=\frac{1}{5}V_{B.ACD}\Rightarrow V_{B.PQDC}=\frac{4}{5}V$.
- $\frac{V_{P.BMN}}{V_{P.BCD}}=\frac{S_{BMN}}{S_{BCD}}=\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}=\frac{1}{8}$ và $\frac{V_{P.\mathrm{BCD}}}{V}=\frac{S_{CPD}}{S_{ACD}}=\frac{CP}{CA}=\frac{2}{3}\Rightarrow V_{P.BMN}=\frac{1}{12}V$.
- $\frac{V_{Q.PBN}}{V_{Q.PBD}}=\frac{S_{PBN}}{S_{PBD}}=\frac{1}{2}$ và $\frac{V_{BQPD}}{V}=\frac{S_{DQP}}{S_{ACD}}=\frac{S_{DQP}}{S_{DAP}}.\frac{S_{ADP}}{S_{ACD}}=\frac{2}{15}\Rightarrow V_{QPBN}=\frac{1}{15}V$.

$\Rightarrow\frac{V_{AB.MNPQ}}{V}=\frac{V_{A.BPQ}+V_{P.BNM}+V_{Q.PBN}}{V}=\frac{7}{20}\Rightarrow\frac{V_{AB.MNPQ}}{V_{\mathrm{CD}.MNPQ}}=\frac{7}{13}$.

Câu 30: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

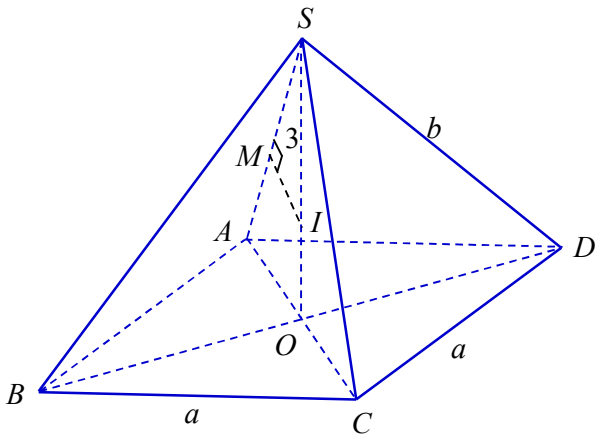
A. $\frac{64}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{64\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 31: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $\frac{64}{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{64\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O=AC\cap BD$, M là trung điểm SA và I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$.

Ta có $\Delta SMI\sim\Delta SOA\Rightarrow\frac{SM}{SO}=\frac{SI}{SA}\Rightarrow\frac{b^2}{2}=3.\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}$.

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\sqrt{b^2-\frac{a^2}{2}}.a^2=\frac{36^2}{18}\frac{b^2}{36}.\frac{b^2}{36}\left(2-\frac{b^2}{18}\right)\le 72.\left(\frac{\frac{b^2}{36}+\frac{b^2}{36}+2-\frac{b^2}{18}}{3}\right)^3$

$\Rightarrow V\le \frac{64}{3}$.