

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-3)$ và $B(2;3;-7)$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB .

Khi đó, tọa độ điểm I là:

- A. $(3;2;-5)$. B. $(-3;-2;5)$. C. $(-1;2;-4)$. D. $(3;2;-6)$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

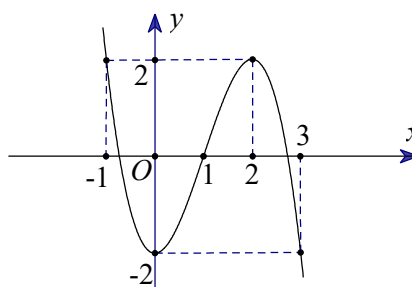
Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	3	4	6	2	5	2

Khi đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

- A. $R=16$. B. $R=10$. C. $R=14$. D. $R=12$.

Câu 3. Đồ thị ở hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây ?.

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.
D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.



Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Tần số	2	3	6	3	4	1

Khi đó, phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy một chữ số thập phân) đã cho là:

- A. $S^2 = 7,8$. B. $S^2 = 7,5$. C. $S^2 = 7,6$. D. $S^2 = 7,7$.

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;3)	[3;5)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)
Tần số	3	4	7	2	5	2

Khi đó, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy ba chữ số thập phân) đã cho là:

A. $\Delta_Q = 5,125$.

B. $\Delta_Q = 4,125$.

C. $\Delta_Q = 4,175$.

D. $\Delta_Q = 3,175$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		3		1		$+\infty$

$-\infty \nearrow \quad \searrow 1 \nearrow +\infty$

Khi đó, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(1; 5)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Khi đó, tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

A. $(-3; 2; 4)$.

B. $(2; -3; 4)$.

C. $(4; -3; 2)$.

D. $(2; -3; -4)$.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1; 4)$	$[4; 7)$	$[7; 10)$	$[10; 13)$	$[13; 16)$	$[16; 19)$
Tần số	2	3	4	3	3	1

Khi đó, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy một chữ số thập phân) đã cho là:

A. $S = 4,2$.

B. $S = 4,4$.

C. $S = 4,3$.

D. $S = 4,1$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 0; -1)$ và $\vec{v} = (1; -1; 2)$. Khi đó, tính $\vec{u} + \vec{v}$ có tọa độ là:

A. $(0; -1; 3)$.

B. $(-2; 1; -1)$.

C. $(2; -1; 1)$.

D. $(-2; 1; -1)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$ có đường tiệm cận xiên là:

A. $y = x - 2$.

B. $y = x + 2$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = x - 3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	5	$-\infty$	

Khi đó, hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (1; -1; -2)$. Khi đó, tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$ có kết quả bằng:

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

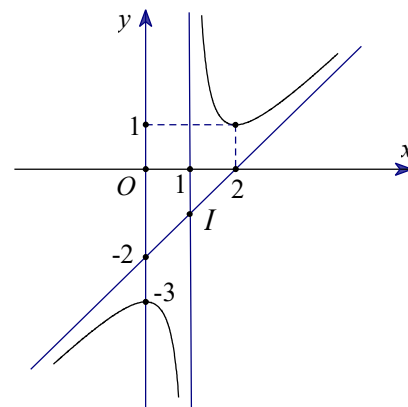
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;4;-2)$, $C(-1;-3;2)$. Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;3)$.
b) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng $BC \Rightarrow M\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.
c) Ta có $BC = 9$.
d) Ta có ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ có đồ thị là hình vẽ bên.

Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Đồ thị có tiệm cận xiên là $y = x - 2$.
b) Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
d) Khoảng cách từ điểm $M(2;1)$ đến trục tung bằng 4.



Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[2;5)	[5;8)	[8;11)	[11;14)	[14;17)	[17;20)
Tần số	3	4	7	5	6	4

Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 18$.
b) Ta có số trung bình $\bar{x} = 11,5$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân)
c) Ta có phương sai $s^2 = 21,5$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân).
d) Ta có tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 15,2$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân).

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ cắt trục Ox tại $A(a;0)$ và cắt trục Oy tại $B(0;b)$. Tính $2a + 3b$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;4)	[4;7)	[7;10)	[10;13)	[13;16)	[16;19)
Tần số	2	4	7	5	6	3

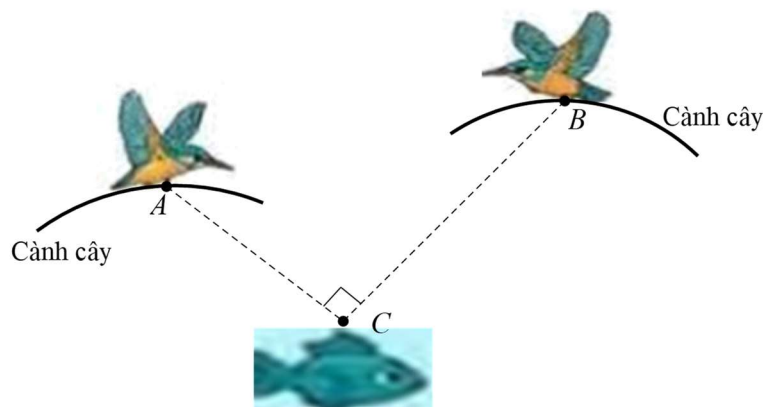
Khi đó, hãy tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $N(x_0; y_0; z_0)$ và biết vector $\overrightarrow{MN} = (2;2;4)$. Hãy tính $x_0 + y_0 + z_0$.

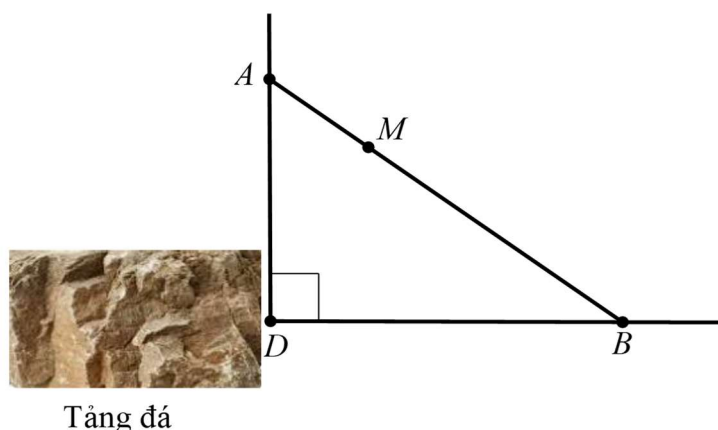
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;1), B(-1;2;1), C(-2;3;5)$. Hãy tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

Phần 4. Tự luận

Câu 1. Trong không gian có hai con chim bói cá đậu trên hai cành cây khác nhau để quan sát tìm mồi và hướng về một con cá trên mặt nước. Biết chim bói cá thứ nhất đứng yên ở vị trí A , chim bói cá thứ hai đứng yên ở vị trí B và con cá nằm yên trên mặt nước phẳng lặng ở vị trí C (tham khảo hình minh họa bên dưới). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đơn vị trên mỗi trục là mét và biết $A(5;-3;1), B(4;6;4), C(a;b;c)$. Giả sử mặt nước trùng với mặt phẳng (Oxy) , góc $\widehat{ACB} = 90^\circ$ và $b = 2a$. Khi đó, hãy tìm tọa độ điểm C .



Câu 2. Người ta muốn làm một đường để tránh tảng đá lớn ở vị trí D . Trong quá trình khảo sát họ chọn hai vị trí A và B để làm con đường nhằm nối hai vị trí A và B đồng thời con đường luôn đi qua vị trí M cố định. Giả sử con đường nối hai vị trí A và B là một đường thẳng và ba vị trí A, M, B theo thứ tự thẳng hàng. Biết đường thẳng AD vuông góc với đường thẳng BD (tham khảo hình minh họa bên dưới). Nếu khoảng cách từ M đến đường thẳng AD bằng 1km và khoảng cách từ M đến đường thẳng BD bằng 8km thì phải chọn vị trí A và vị trí B cách vị trí D một khoảng bao nhiêu ki lô mét để con đường AB ngắn nhất.



----- Hết -----

Họ và tên học sinh: Số báo danh:

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;1;-3)$ và $B(2;3;-7)$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB .

Khi đó, tọa độ điểm I là:

- A. $(-3;-2;5)$. B. $(-1;2;-4)$. C. $(3;2;-6)$. D. $(3;2;-5)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$				5		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
-2

Khi đó, hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[1;3)$	$[3;5)$	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$
Tần số	3	4	7	2	5	2

Khi đó, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy ba chữ số thập phân) đã cho là:

- A. $\Delta_Q = 4,125$. B. $\Delta_Q = 4,175$. C. $\Delta_Q = 3,175$. D. $\Delta_Q = 5,125$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 1}$ có đường tiệm cận xiên là:

- A. $y = x + 3$. B. $y = x - 2$. C. $y = x - 3$. D. $y = x + 2$.

Câu 5. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	3	4	6	2	5	2

Khi đó, khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

- A. $R = 10$. B. $R = 12$. C. $R = 14$. D. $R = 16$.

Câu 6. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;4)	[4;7)	[7;10)	[10;13)	[13;16)	[16;19)
Tần số	2	3	4	3	3	1

Khi đó, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy một chữ số thập phân) đã cho là:

- A. $S = 4,1$. B. $S = 4,2$. C. $S = 4,3$. D. $S = 4,4$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (1; -1; -2)$. Khi đó, tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$ có kết quả bằng:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 8. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Tần số	2	3	6	3	4	1

Khi đó, phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn và lấy một chữ số thập phân) đã cho là:

- A. $S^2 = 7,8$. B. $S^2 = 7,6$. C. $S^2 = 7,7$. D. $S^2 = 7,5$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		3		1		$+\infty$

Khi đó, hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; 5)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, biết $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Khi đó, tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

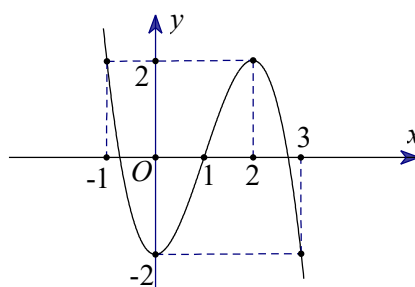
- A. $(2; -3; 4)$. B. $(-3; 2; 4)$. C. $(2; -3; -4)$. D. $(4; -3; 2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 0; -1)$ và $\vec{v} = (1; -1; 2)$. Khi đó, tính $\vec{u} + \vec{v}$ có tọa độ là:

- A. $(-2; 1; -1)$. B. $(2; -1; 1)$. C. $(-2; 1; -1)$. D. $(0; -1; 3)$.

Câu 12. Đồ thị ở hình vẽ bên là của hàm số nào sau đây ?.

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.
 B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
 D. $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.



Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;4;-2)$, $C(-1;-3;2)$. Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2;-3)$. b) Gọi M điểm là trung điểm của đoạn thẳng $BC \Rightarrow M(2;1;-1)$.
c) Ta có $BC = 7$. d) Ta có ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

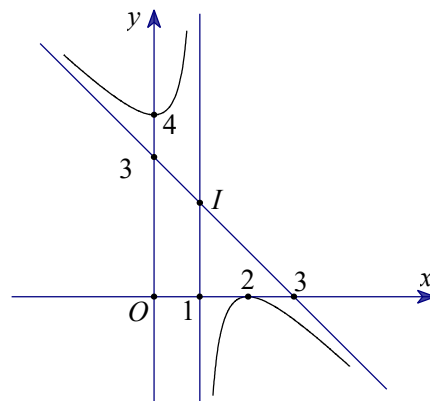
Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[1;4)	[4;7)	[7;10)	[10;13)	[13;16)	[16;19)
Tần số	2	4	7	5	6	3

Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 18$.
b) Ta có số trung bình $\bar{x} = 10,5$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân).
c) Ta có phương sai $s^2 = 21,5$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân).
d) Ta có tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 7,1$ (làm tròn và lấy một chữ số thập phân).

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 4x - 4}{x - 1}$ có đồ thị là hình vẽ bên.



Khi đó, các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?.

- a) Đồ thị có tiệm cận xiên là $y = -x - 3$.
b) Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$.
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
d) Khoảng cách từ điểm $M(0;4)$ đến trục hoành bằng 4.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ cắt trục Ox tại $A(a;0)$ và cắt trục Oy tại $B(0;b)$. Tính $a - 2b$.

Câu 2. Cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Nhóm	[0;4)	[4;8)	[8;12)	[12;16)	[16;20)	[20;24)
Tần số	2	4	7	5	6	3

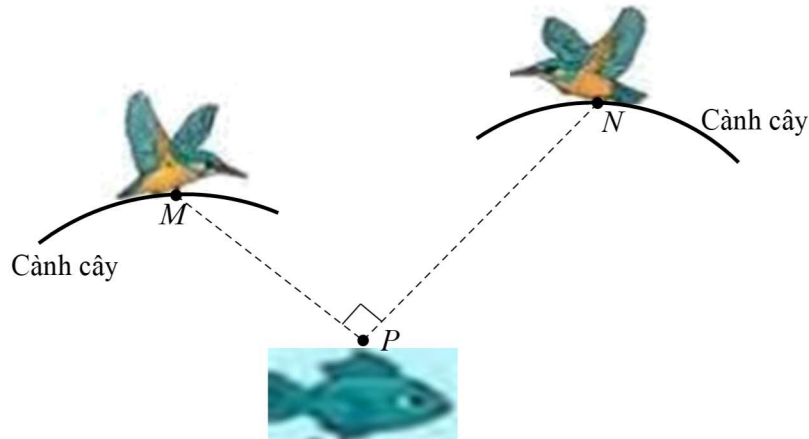
Khi đó, hãy tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;4)$, $B(x_0; y_0; z_0)$ và biết vector $\overrightarrow{AB} = (3;-1;2)$. Hãy tính $x_0 - y_0 + z_0$.

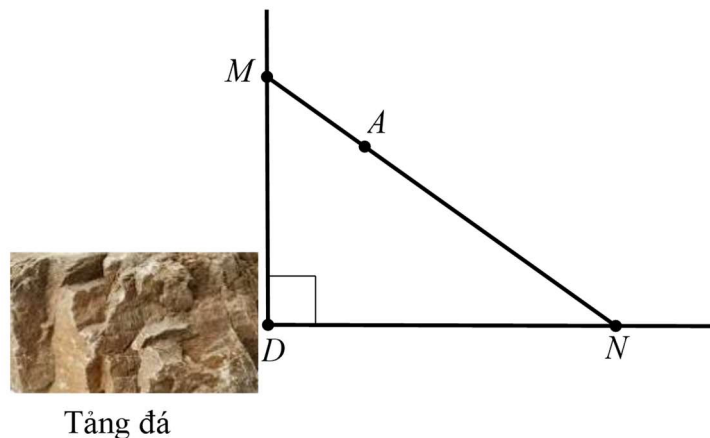
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;1;2)$, $N(1;-2;1)$, $P(2;-3;2)$. Hãy tính tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MP}$.

Phần 4. Tự luận

Câu 1. Trong không gian có hai con chim bói cá đậu trên hai cành cây khác nhau để quan sát tìm mồi và hướng về một con cá trên mặt nước. Biết chim bói cá thứ nhất đứng yên ở vị trí M , chim bói cá thứ hai đứng yên ở vị trí N và con cá nằm yên trên mặt nước phẳng lặng ở vị trí P (tham khảo hình minh họa bên dưới). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đơn vị trên mỗi trục là mét và biết $M(4;2;2), N(-4;3;3), P(a;b;c)$. Giả sử mặt nước trùng với mặt phẳng (Oxy) , góc $\widehat{MPN} = 90^\circ$ và $a = 2b$. Hãy tìm tọa độ điểm P .



Câu 2. Người ta muốn làm một đường để tránh tảng đá lớn ở vị trí D . Trong quá trình khảo sát họ chọn hai vị trí M và N để làm con đường nhằm nối hai vị trí M và N đồng thời con đường luôn đi qua vị trí A cố định. Giả sử con đường nối hai vị trí M và N là một đường thẳng và ba vị trí M, A, N theo thứ tự thẳng hàng. Biết đường thẳng MD vuông góc với đường thẳng ND (tham khảo hình minh họa bên dưới). Nếu khoảng cách từ A đến đường thẳng MD bằng $2km$ và khoảng cách từ A đến đường thẳng ND bằng $16km$ thì phải chọn vị trí M và vị trí N cách vị trí D một khoảng bao nhiêu ki lô mét để con đường MN ngắn nhất.



----- Hết -----

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Mã đề 1234

1A	2D	3B	4D	5A	6D	7B	8C	9C	10D	11D	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Mã đề 5789

1B	2A	3B	4A	5C	6B	7D	8D	9C	10A	11B	12B
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Mã đề 4658

1C	2A	3C	4D	5B	6A	7B	8C	9A	10D	11C	12A
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Mã đề 2793

1D	2A	3D	4C	5B	6C	7D	8C	9A	10A	11B	12C
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Mã đề 1234

Câu 1	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
Câu 2	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
Câu 3	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Mã đề 5789

Câu 1	a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
Câu 2	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
Câu 3	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Mã đề 4658

Câu 1	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
Câu 2	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
Câu 3	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

Mã đề 2793

Câu 1	a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
Câu 2	a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
Câu 3	a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Mã đề 1234

Câu 1. -2	Câu 2. 18	Câu 3. 14	Câu 4. 14
-----------	-----------	-----------	-----------

Mã đề 5789

Câu 1. 2	Câu 2. 24	Câu 3. 13	Câu 4. 12
----------	-----------	-----------	-----------

Mã đề 4658

Câu 1. -2	Câu 2. 18	Câu 3. 14	Câu 4. 14
-----------	-----------	-----------	-----------

Mã đề 2793

Câu 1. 2	Câu 2. 24	Câu 3. 13	Câu 4. 12
----------	-----------	-----------	-----------

Câu 1. (1.0đ)

+ Do $C \in (Oxy)$ và $b = 2a \Rightarrow C(a; 2a; 0)$. **0,2**

+ Tính $\overrightarrow{AC} = (a - 5; 2a + 3; -1)$, **0,2**

$\overrightarrow{BC} = (a - 4; 2a - 6; -4)$. **0,2**

+ Vì $\widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$

$$\Leftrightarrow (a - 5)(a - 4) + (2a + 3)(2a - 6) + 4 = 0$$

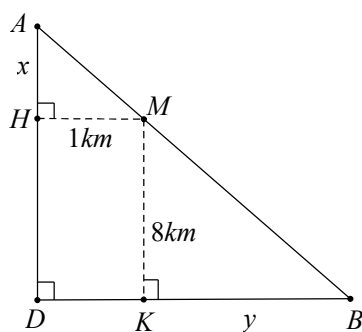
$$\Leftrightarrow 5a^2 - 15a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{15 \pm \sqrt{105}}{10}. \quad \mathbf{0,2}$$

+ Vậy có hai điểm $C_1\left(\frac{15 + \sqrt{105}}{10}; \frac{15 + \sqrt{105}}{5}; 0\right)$,

và $C_2\left(\frac{15 - \sqrt{105}}{10}; \frac{15 - \sqrt{105}}{5}; 0\right)$. **0,2**

Câu 2. (1.0 đ)

Cách 1.



+ Đặt $AH = x, BK = y, (x > 0, y > 0)$. **0,2**

Tam giác ADB có $MH \parallel BD, MK \parallel AD$

$$\Rightarrow \frac{AH}{HD} = \frac{AM}{MB} = \frac{DK}{KB} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{8}{x}.$$

+ Tính $AD^2 = (x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$. **0,2**

$$BD^2 = \left(1 + \frac{8}{x}\right)^2 = 1 + \frac{16}{x} + \frac{64}{x^2}. \quad \mathbf{0,2}$$

$$\Rightarrow AB^2 = DA^2 + DB^2 = x^2 + \frac{64}{x^2} + 16x + \frac{16}{x} + 65$$

+ Xét hàm số

$$f(x) = x^2 + \frac{64}{x^2} + 16x + \frac{16}{x} + 65 \text{ trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2x - \frac{128}{x^3} + 16 - \frac{16}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^3}(2x^4 + 16x^3 - 16x - 128)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^4 + 16x^3 - 16x - 128 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2 \quad \mathbf{0,2}$$

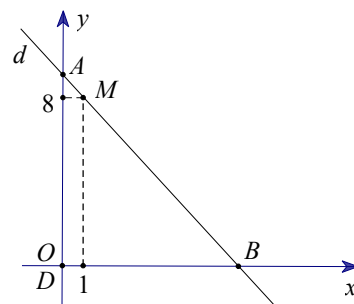
BBT

x	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
$f(x)$			+

$$\Rightarrow \min AB = \sqrt{125} \text{ khi } x = 2 \Rightarrow y = 4.$$

Vậy $AD = 2 + 8 = 10\text{km}$, $BD = 1 + 4 = 5\text{km}$. **0,2**

Cách 2.



+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ $\Rightarrow M(1; 8)$. **0,2**

+ Gọi $B(b; 0), A(0; a), (a > 8, b > 1) \Rightarrow d: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$. **0,2**

$$\text{+ Vì } M \in d \Rightarrow \frac{1}{b} + \frac{8}{a} = 1 \Rightarrow b = \frac{a}{a - 8}.$$

+ Ta có $AB^2 = a^2 + b^2 = a^2 + \frac{a^2}{(a - 8)^2}$ **0,2**

+ Hàm số $f(a) = a^2 + \frac{a^2}{(a - 8)^2}$ trên khoảng $(8; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(a) = 2a \left[1 - \frac{8}{(a - 8)^3} \right] = 0 \Leftrightarrow a = 10. \quad \mathbf{0,2}$$

BBT

a	8	10	$+\infty$
$f'(a)$		-	0
$f(a)$			+

$$\Rightarrow \min AB = \sqrt{125} \text{ khi } a = 10 \Rightarrow b = 5$$

Vậy $DA = 10\text{km}$, $DB = 5\text{km}$. **0,2**

Câu 1. (1.0đ)

+ Do $P \in (Oxy)$ và $a = 2b \Rightarrow P(2b; b; 0)$. **0,2**

+ Tính $\overrightarrow{MP} = (2b - 4; b - 2; -2)$, **0,2**

$\overrightarrow{NP} = (2b + 4; b - 3; -3)$. **0,2**

+ Vì $\widehat{MPN} = 90^\circ \Rightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow (2b - 4)(2b + 4) + (b - 3)(b - 2) + 6 = 0$$

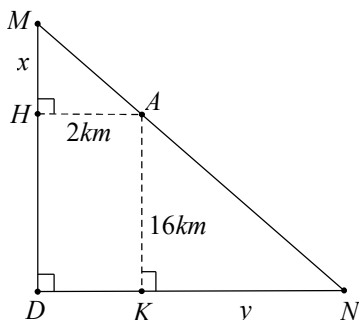
$$\Leftrightarrow 5b^2 - 5b - 4 = 0 \Leftrightarrow b = \frac{5 \pm \sqrt{105}}{10} \quad \mathbf{0,2}$$

+ Vậy có hai điểm $P_1\left(\frac{5 + \sqrt{105}}{5}; \frac{5 + \sqrt{105}}{10}; 0\right)$

và $P_2\left(\frac{5 - \sqrt{105}}{5}; \frac{5 - \sqrt{105}}{10}; 0\right)$. **0,2**

Câu 2. (1.0 đ)

Cách 1



+ Đặt $MH = x, NK = y, (x > 0, y > 0)$. **0,2**

Tam giác MDN có $AH \parallel ND, AK \parallel MD$

$$\Rightarrow \frac{MH}{HD} = \frac{MA}{AN} = \frac{DK}{KN} \Rightarrow \frac{x}{16} = \frac{2}{y} \Rightarrow y = \frac{32}{x}.$$

+ Tính $MD^2 = (x + 16)^2 = x^2 + 32x + 256$. **0,2**

$$ND^2 = \left(2 + \frac{32}{x}\right)^2 = 4 + \frac{128}{x} + \frac{1024}{x^2}. \quad \mathbf{0,2}$$

$$\Rightarrow MN^2 = DM^2 + DN^2$$

$$= x^2 + \frac{1024}{x^2} + 32x + \frac{128}{x} + 260.$$

+ Xét hàm số

$$f(x) = x^2 + \frac{1024}{x^2} + 32x + \frac{128}{x} + 260 \text{ trên khoảng}$$

$(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2x - \frac{2048}{x^3} + 32 - \frac{128}{x^2}$$

$$= \frac{1}{x^3} (2x^4 + 32x^3 - 128x - 2048)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^4 + 32x^3 - 128x - 2048 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \quad \mathbf{0,2}$$

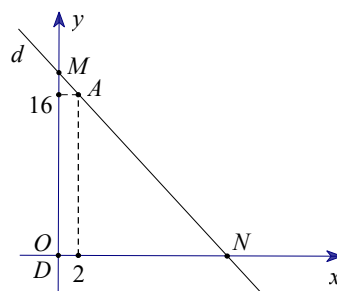
BBT

x	0	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0
$f(x)$			+

$$\Rightarrow \min MN = \sqrt{500} \text{ khi } x = 4 \Rightarrow y = 8.$$

Vậy $MD = 4 + 16 = 20\text{km}$, $ND = 2 + 8 = 10\text{km}$. **0,2**

Cách 2



+ Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ $\Rightarrow A(2; 16)$. **0,2**

+ Gọi

$$N(n; 0), M(0; m), (m > 16, n > 2) \Rightarrow d: \frac{x}{n} + \frac{y}{m} = 1. \quad \mathbf{0,2}$$

$$\text{+ Vì } A \in d \Rightarrow \frac{2}{n} + \frac{16}{m} = 1 \Rightarrow n = \frac{2m}{m-16}.$$

$$\text{+ Ta có } MN^2 = m^2 + n^2 = m^2 + \frac{4m^2}{(m-16)^2}. \quad \mathbf{0,2}$$

+ Hàm số

$$f(m) = m^2 + \frac{4m^2}{(m-16)^2} \text{ trên khoảng } (16; +\infty).$$

$$\text{Ta có } f'(m) = 2m \left[1 - \frac{64}{(m-16)^3} \right] = 0 \Leftrightarrow m = 20. \quad \mathbf{0,2}$$

BBT

m	16	20	$+\infty$
$f'(m)$		-	0
$f(m)$			+

$$\Rightarrow \min MN = \sqrt{500} \text{ khi } m = 20 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy $DM = 20\text{km}$, $DN = 10\text{km}$. **0,2**