

CHUYÊN ĐỀ 3: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lý côsin trong tam giác

Định lý côsin

Với mọi tam giác ABC , nếu đặt $BC = a, CA = b, AB = c$ thì ta luôn có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lý sin trong tam giác

Định lý sin

Với mọi tam giác ABC , đặt $BC = a, CA = b, AB = c$, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hệ quả

$$a = 2R \sin A \qquad \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$b = 2R \sin B \qquad \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$c = 2R \sin C \qquad \sin C = \frac{c}{2R}$$

3. Các công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC . Ta kí hiệu:

- h_a, h_b, h_c là độ dài các đường cao lần lượt ứng với các cạnh BC, CA, AB .
- R, r lần lượt là bán kính các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác.
- p là nửa chu vi tam giác.
- S là diện tích tam giác.

Ta có các công thức tính diện tích tam giác sau:

$$1) S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$2) S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$$

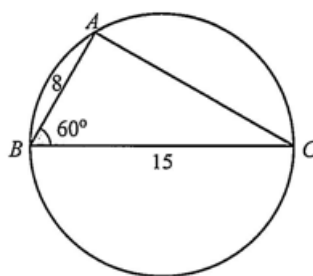
$$3) S = \frac{abc}{4R}$$

$$4) S = pr ;$$

$$5) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (công thức Heron).}$$

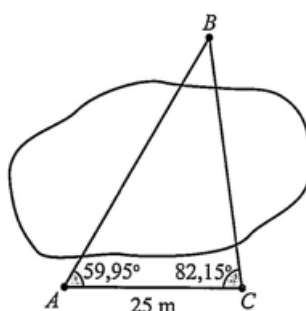
B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ và góc $B = 60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.



Hình 4

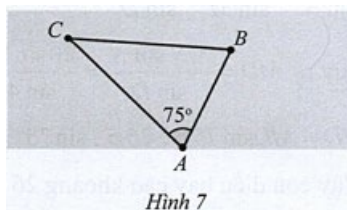
Câu 2: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$, $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$ (Hình 6).



Hình 6

Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

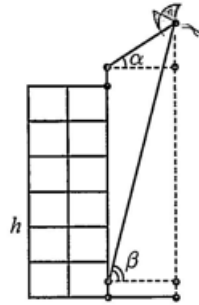
Câu 3: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 12 hải lí một giờ. Hỏi sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 7

Câu 4: Người A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiều điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của người A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt người A là 1,5m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, người B cũng quan sát chiếc

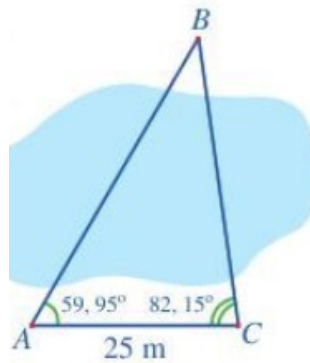
điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt người B cũng là 1,5m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (hình 8).



Hình 8

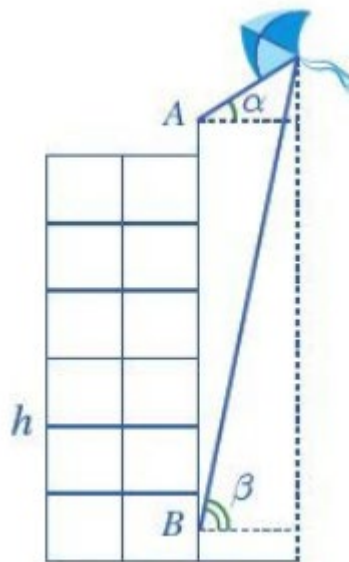
Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 5: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25m, \widehat{BAC} = 59,95^\circ; \widehat{BCA} = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

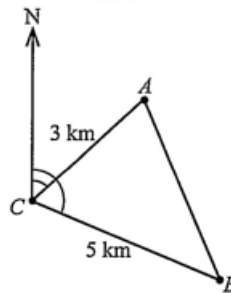


Câu 6: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 7: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (Hình). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

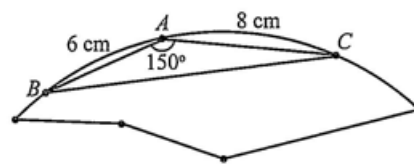


Câu 8: Tàu A cách cảng C một khoảng 3 km và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



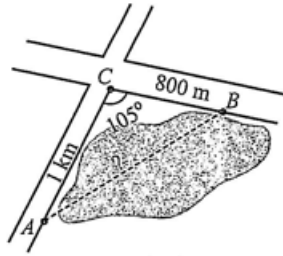
Hình 11

Câu 9: Từ một phần của miếng tôn hình tròn người ta cắt ra được một hình tam giác ABC có $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$, $\hat{A} = 150^\circ$ (Hình 18). Tính bán kính của miếng tôn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét) và diện tích tam giác ABC .



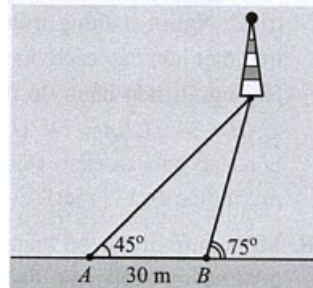
Hình 18

Câu 10: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,..) người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC , CB và góc ACB . Sau khi đo ta nhận được: $AC = 1\text{ km}$, $CB = 800\text{ m}$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 19). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



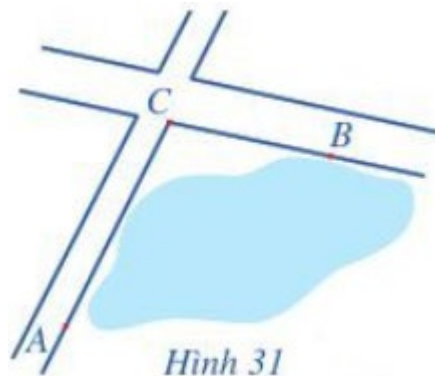
Hình 19

Câu 11: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát lần lượt là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là 30 m (Hình 20). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



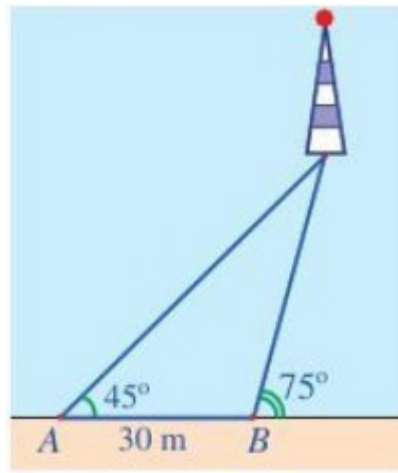
Hình 20

Câu 12: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,...), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB . Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1\text{ km}, CB = 800\text{ m}$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).

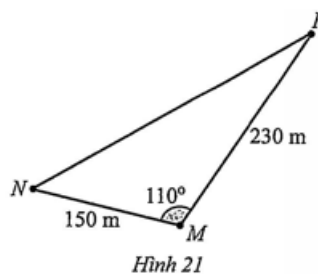


Hình 31

Câu 13: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là 30 m (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



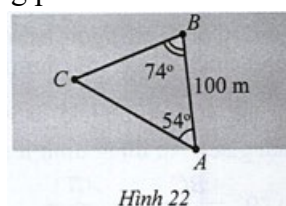
Câu 14: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là $150m$, chiều dài của hàng rào MP là $230m$. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



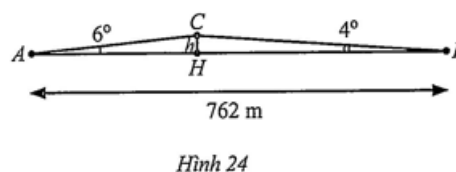
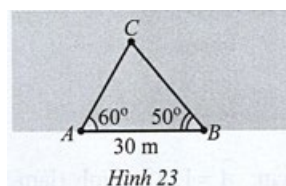
a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 15: Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C . Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100m$. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{CAB} = 54^\circ$, $\widehat{CBA} = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



Câu 16: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30m$, $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{CBA} = 50^\circ$ (Hình 23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).

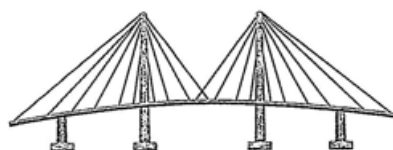


Câu 17: Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.

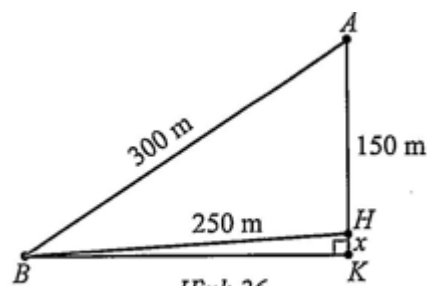
a) Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình khi xuống dốc là 19 km/h .

Câu 18: Quan sát cây cầu dây văng minh hoạ ở Hình 25.



Hình 25

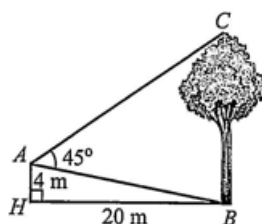


Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là 150 m , độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu

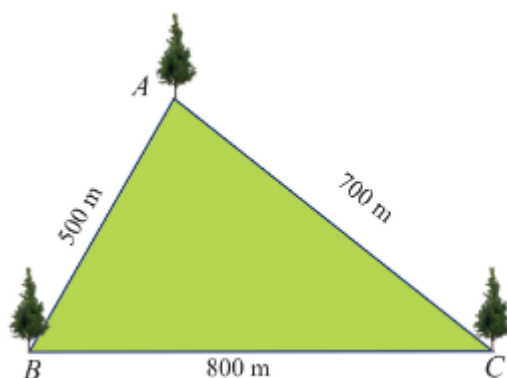
(vị trí B) là 300 m , khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

Câu 19: Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao 4 m đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà 20 m và đo được $\widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 27

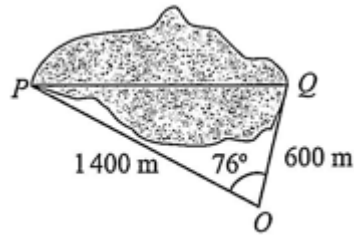
Câu 20: Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



Câu 21: Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35° .

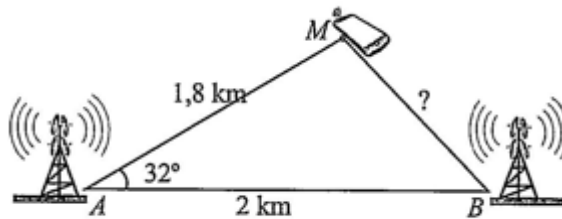


Câu 22: Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là 1400 m và 600 m người quan sát nhìn thấy một góc 76° .



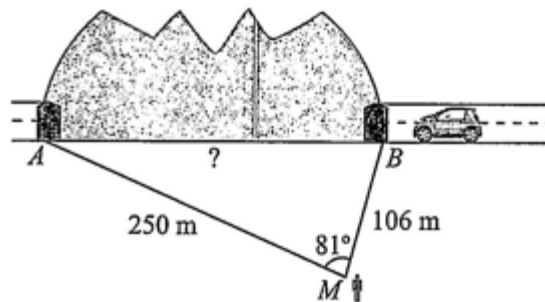
Hình 7

Câu 23: Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Hình 2

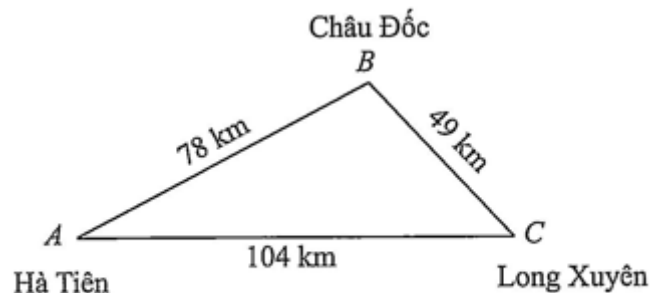
Câu 24: Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h . Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

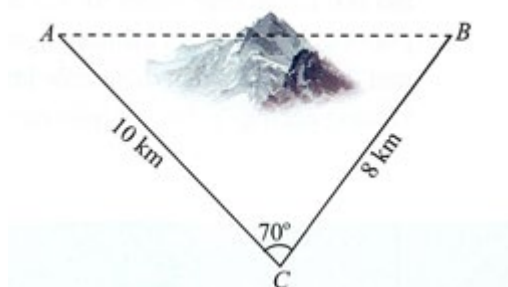
Câu 26: Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.



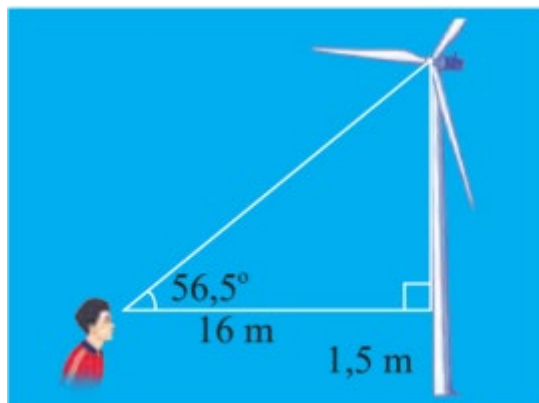
Hình 5

Câu 27: Để lắp đường dây điện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km , sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị

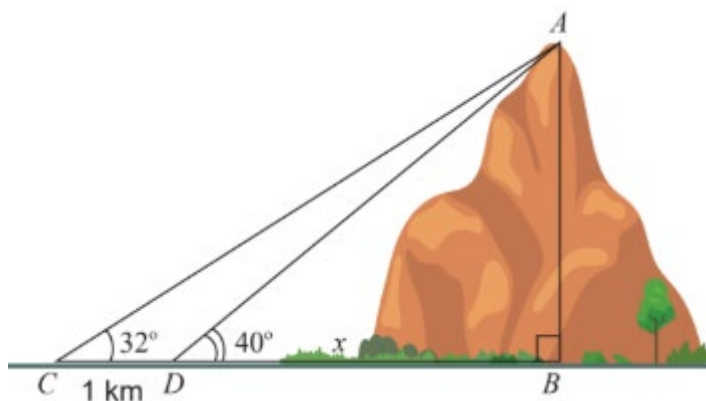
trí B dài 8 km . Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B .



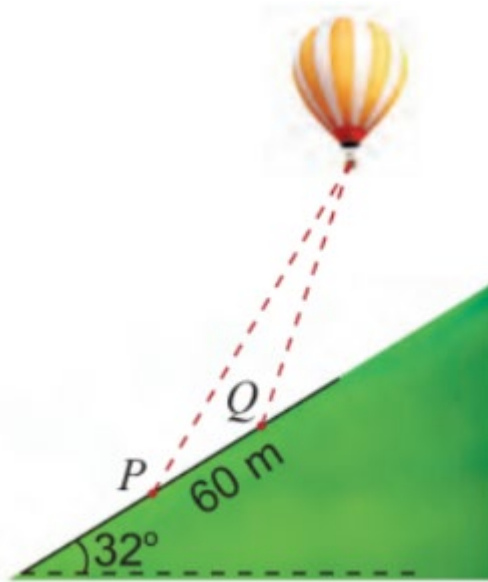
Câu 28: Một người đứng cách thân một cánh quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ (Hình). Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5\text{ m}$.



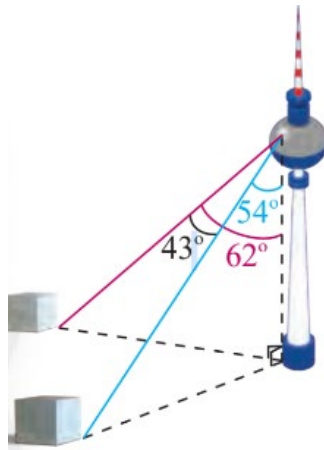
Câu 29: Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



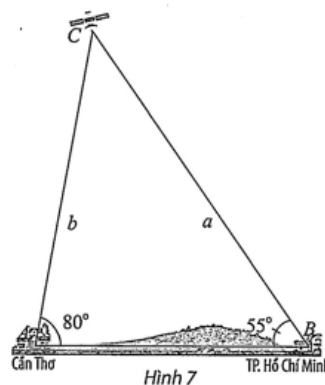
Câu 30: Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau 60 m (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



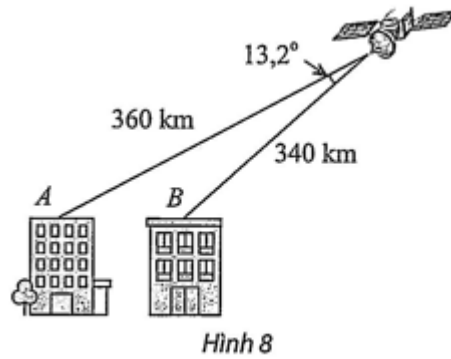
Câu 31: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.



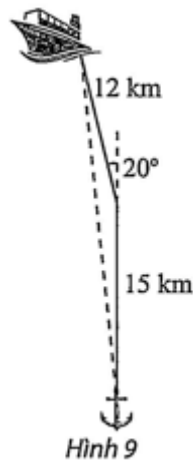
Câu 32: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



Câu 33: Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là 360 km , 340 km và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8).



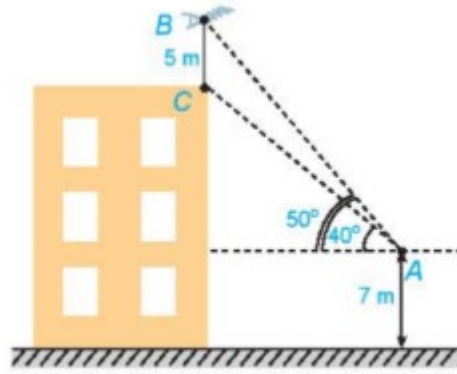
Câu 34: Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc 15 km , sau đó rẽ trái 20° về hướng tây bắc và đi thêm 12 km nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



Câu 35: Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

- Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.
- Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Câu 36: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m . Từ một vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)



Hình 3.18

a) Tính các góc của tam giác ABC .

b) Tính chiều cao của tòa nhà.

Câu 37: Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một các xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được).



Câu 38: Để tránh núi, giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D . Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?



Câu 39: Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy 50 km theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp 130 km đến ngư trường C .

a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).

b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Câu 40: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc 20 km/h . Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

CHUYÊN ĐỀ 3: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Định lý côsin trong tam giác

Định lý côsin

Với mọi tam giác ABC , nếu đặt $BC = a, CA = b, AB = c$ thì ta luôn có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lý sin trong tam giác

Định lý sin

Với mọi tam giác ABC , đặt $BC = a, CA = b, AB = c$, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hệ quả

$$a = 2R \sin A \qquad \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$b = 2R \sin B \qquad \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$c = 2R \sin C \qquad \sin C = \frac{c}{2R}$$

3. Các công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC . Ta kí hiệu:

- h_a, h_b, h_c là độ dài các đường cao lần lượt ứng với các cạnh BC, CA, AB .
- R, r lần lượt là bán kính các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác.
- p là nửa chu vi tam giác.
- S là diện tích tam giác.

Ta có các công thức tính diện tích tam giác sau:

$$1) S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

$$2) S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$$

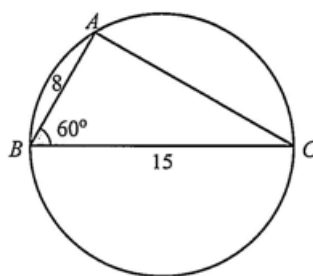
$$3) S = \frac{abc}{4R}$$

$$4) S = pr ;$$

$$5) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (công thức Heron).}$$

B. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Câu 1: Từ một tấm bìa hình tròn, bạn An cắt ra được một hình tam giác có các cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ và góc $B = 60^\circ$ (Hình 4). Tính độ dài cạnh AC và bán kính R của miếng bìa.



Hình 4

Giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$
 $= 8^2 + 15^2 - 2 \cdot 8 \cdot 15 \cdot \cos 60^\circ = 169$.

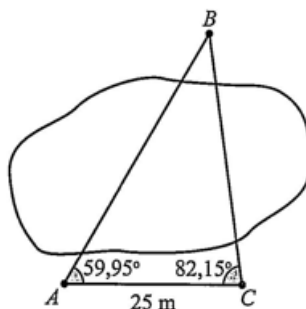
Suy ra $AC = \sqrt{169} = 13(\text{cm})$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2R.$$

$$\text{Suy ra } R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{13}{2 \sin 60^\circ} = \frac{13\sqrt{3}}{3}(\text{cm}).$$

Câu 2: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$, $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$ (Hình 6).



Hình 6

Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

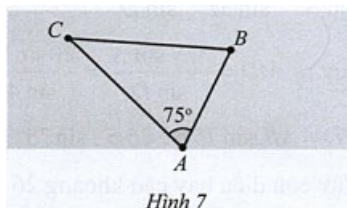
Giải

Xét tam giác ABC , ta có:

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - 59,95^\circ - 82,15^\circ = 37,9^\circ.$$

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$. Do đó $AB = \frac{25 \sin 82,15^\circ}{\sin 37,9^\circ} \approx 40(m)$.

Câu 3: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất đi với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai đi với tốc độ 12 hải lí một giờ. Hỏi sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hình 7

Giải

Giả sử sau 2,5 giờ tàu thứ nhất ở vị trí B và tàu thứ hai ở vị trí C (Hình 7).

Ta có:

$$AB = 2,5 \cdot 8 = 20 \text{ (hải lí);}$$

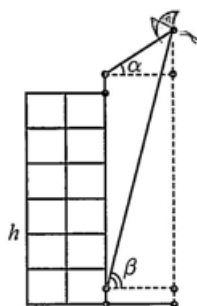
$$AC = 2,5 \cdot 12 = 30 \text{ (hải lí).}$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} \\ &= 20^2 + 30^2 - 2 \cdot 20 \cdot 30 \cdot \cos 75^\circ \approx 989,42. \end{aligned}$$

Suy ra $BC \approx \sqrt{989,42} \approx 31,5$ (hải lí). Vậy khoảng cách giữa hai tàu sau 2,5 giờ là khoảng 31,5 hải lí.

Câu 4: Người A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của người A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt người A là 1,5m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, người B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt người B cũng là 1,5m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20m$ (hình 8).

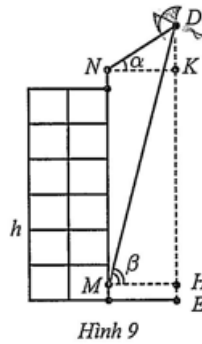


Hình 8

Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so với mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Giải

Đặt tên các điểm như Hình 9.



Xét tam giác MND , ta có: $MN = h = 20\text{ m}$;

$$\widehat{MND} = 90^\circ + \alpha = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ,$$

$$\widehat{NMD} = 90^\circ - \beta = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ,$$

$$\widehat{MDN} = 180^\circ - 125^\circ - 15^\circ = 40^\circ.$$

Áp dụng định lí sin cho tam giác MND ta có:

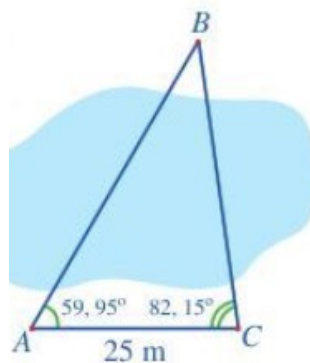
$$\frac{MD}{\sin N} = \frac{ND}{\sin M} = \frac{MN}{\sin D}.$$

Suy ra $MD = \frac{MN \sin N}{\sin D} = \frac{20 \sin 125^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 25,5(m)$. Xét tam giác vuông MHD ta có:

$$HD = MD \sin 75^\circ \approx 25,5 \cdot \sin 75^\circ \approx 24,6(m). \text{ Do đó, } DE \approx 1,5 + 24,6 \approx 26(m).$$

Vậy con diều bay cao khoảng 26 m so với mặt đất.

Câu 5: Để đo khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B ở hai bên bờ một cái ao, bạn An đi dọc bờ ao từ vị trí A đến vị trí C và tiến hành đo các góc BAC, BCA . Biết $AC = 25\text{ m}$, $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$; $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$. Hỏi khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Xét tam giác ABC , ta có: $\widehat{BAC} = 59,95^\circ$; $\widehat{BCA} = 82,15^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - (59,95 + 82,15) = 37,9^\circ$$

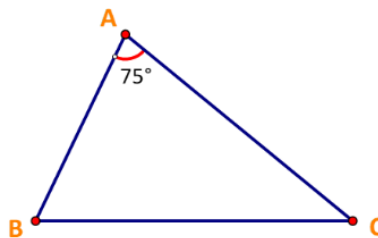
Áp dụng định lí sin trong tam giác BAC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$

$$\Rightarrow AB = \sin C \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 82,15^\circ \cdot \frac{25}{\sin 59,95^\circ} \approx 28,6$$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến vị trí B là 28,6 m.

Câu 6: Hai tàu đánh cá cùng xuất phát từ bến A và đi thẳng đều về hai vùng biển khác nhau, theo hai hướng tạo với nhau góc 75° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 8 hải lí một giờ và tàu thứ hai chạy với tốc độ 12 hải lí một giờ. Sau 2,5 giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải



Gọi B, C lần lượt là vị trí của tàu thứ nhất và tàu thứ hai sau 2,5 giờ.

Sau 2,5 giờ:

Quãng đường tàu thứ nhất đi được là: $AB = 8 \cdot 2,5 = 20$ (hải lí)

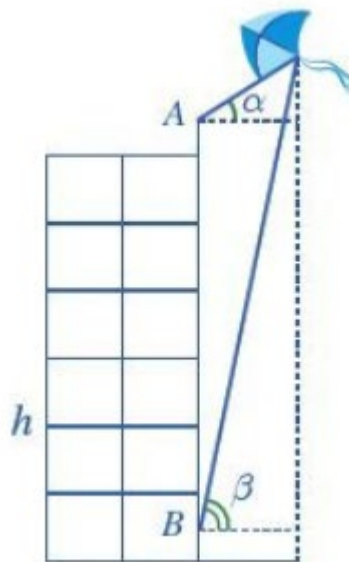
Quãng đường tàu thứ hai đi được là: $AC = 12 \cdot 2,5 = 30$ (hải lí)

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2 \cdot AC \cdot AB \cdot \cos A \Rightarrow BC^2 = 30^2 + 20^2 - 2 \cdot 30 \cdot 20 \cdot \cos 75^\circ \Rightarrow BC^2 \approx 989,4 \Rightarrow BC \approx 31,5$$

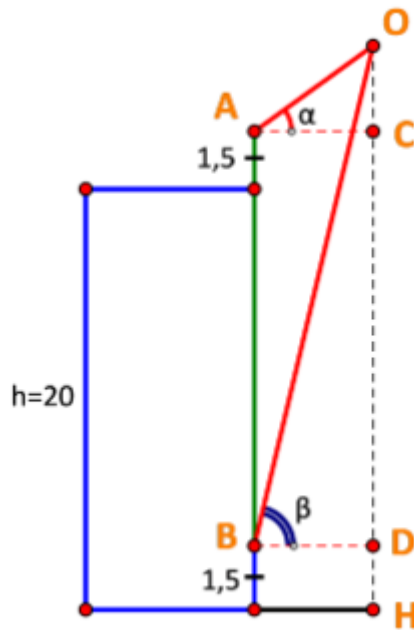
Vậy hai tàu cách nhau 31,5 hải lí.

Câu 7: Bạn A đứng ở đỉnh của tòa nhà và quan sát chiếc điều, nhận thấy góc nâng (góc nghiêng giữa phương từ mắt của bạn A tới chiếc điều và phương nằm ngang) là $\alpha = 35^\circ$; khoảng cách từ đỉnh tòa nhà tới mắt bạn A là 1,5 m. Cùng lúc đó ở dưới chân tòa nhà, bạn B cũng quan sát chiếc điều và thấy góc nâng là $\beta = 75^\circ$; khoảng cách từ mặt đất đến mắt bạn B cũng là 1,5 m. Biết chiều cao của tòa nhà là $h = 20$ m (Hình). Chiếc điều bay cao bao nhiêu mét so mặt đất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Gọi các điểm:



O là vị trí của chiếc điều.

H là hình chiếu vuông góc của chiếc điều trên mặt đất.

C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên OH.

Đặt $OC = x$, suy ra $OH = x + 20 + 1,5 = x + 21,5$.

Xét tam giác OAC , ta có: $\tan \alpha = \frac{OC}{AC} \Rightarrow AC = \frac{OC}{\tan \alpha} = \frac{x}{\tan 35^\circ}$ Xét tam giác OBD , ta có:

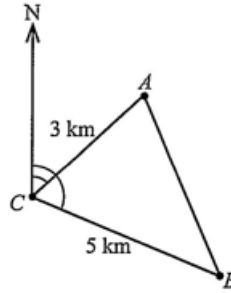
$$\tan \beta = \frac{OD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{OD}{\tan \beta} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ} \text{ Mà: } AC = BD \Rightarrow \frac{x}{\tan 35^\circ} = \frac{x + 20}{\tan 75^\circ}$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \tan 75^\circ = (x + 20) \cdot \tan 35^\circ \Leftrightarrow x = \frac{20 \cdot \tan 35^\circ}{\tan 75^\circ - \tan 35^\circ} \approx 4,6$$

Suy ra $OH = 26,1$.

Vậy chiếc điều bay cao 26,1 m so với mặt đất.

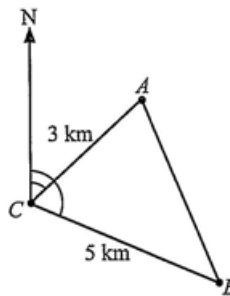
Câu 8: Tàu A cách cảng C một khoảng 3 km và lệch hướng bắc một góc $47,45^\circ$. Tàu B cách cảng C một khoảng 5 km và lệch hướng bắc một góc $112,90^\circ$ (Hình 11). Hỏi khoảng cách giữa hai tàu là bao nhiêu ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Hình 11

Lời giải

Xét Hình 60, ta có:



Hình 60

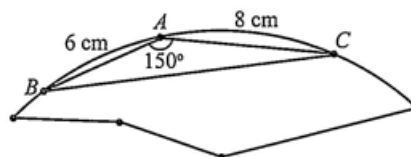
$$\widehat{ACB} = 112,90^\circ - 47,45^\circ = 65,45^\circ.$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \widehat{ACB} \\ &= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 65,45^\circ \approx 21,54 \end{aligned}$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{21,54} \approx 4,64(km)$. Vậy khoảng cách giữa hai tàu là khoảng 4,64 km.

Câu 9: Từ một phần của miếng tôn hình tròn người ta cắt ra được một hình tam giác ABC có $AB = 6cm$, $AC = 8cm$, $\hat{A} = 150^\circ$ (Hình 18). Tính bán kính của miếng tôn ban đầu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị xăng-ti-mét) và diện tích tam giác ABC .



Hình 18

Giải

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 150^\circ \approx 183,14.$$

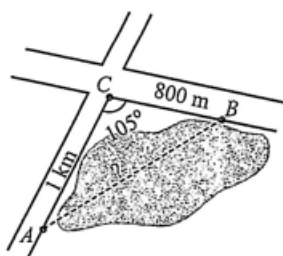
Suy ra $BC \approx \sqrt{183,14} \approx 13,5(cm)$. Hình 18

Áp dụng định lí sin ta có $\frac{BC}{\sin A} = 2R$. Suy ra, bán kính của miếng tôn ban đầu là:

$$R = \frac{BC}{2 \sin A} \approx \frac{13,5}{2 \cdot \sin 150^\circ} = 13,5(cm).$$

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 150^\circ = 12(cm^2)$.

Câu 10: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,..) người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC , CB và góc ACB . Sau khi đo ta nhận được: $AC = 1km$, $CB = 800m$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 19). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 19

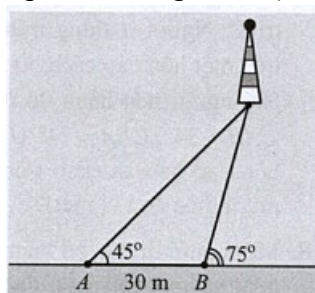
Giải

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có: $AB^2 = AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos C$
 $= 1000^2 + 800^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 800 \cdot \cos 105^\circ \approx 2054110,472$.

Suy ra $AB \approx \sqrt{2054110,472} \approx 1433,2$.

Vậy khoảng cách AB là xấp xỉ $1433,2m$.

Câu 11: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát lần lượt là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình 20). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Hình 20

Giải

Gọi vị trí ngọn hải đăng là điểm C, H là hình chiếu của C trên đường thẳng AB .

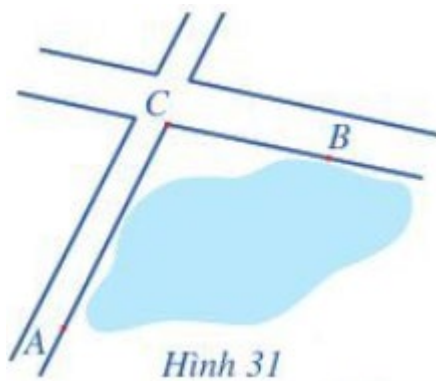
Ta có: $\widehat{ACB} = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác). Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 30^\circ}$.

$$\text{Do đó, } BC = \frac{30 \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = 30\sqrt{2}.$$

Xét tam giác vuông BCH , ta có: $CH = BC \sin 75^\circ = 30\sqrt{2} \sin 75^\circ \approx 41(m)$.

Vậy ngọn hải đăng cách bờ biển khoảng $41m$.

Câu 12: Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy,...), người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc ACB . Sau khi đo, ta nhận được: $AC = 1km, CB = 800m$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$ (Hình 31). Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười đơn vị mét).



Lời giải

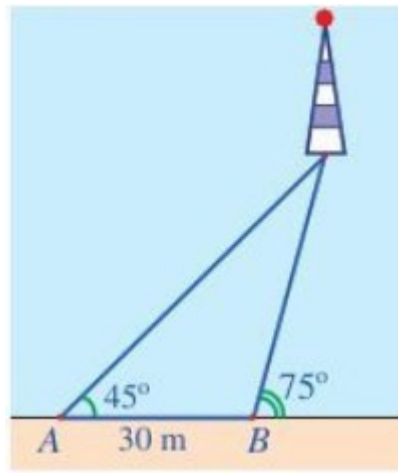
Đổi: $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$. Do đó $AC = 1000 \text{ m}$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta có:

$$\begin{aligned} AB^2 &= AC^2 + BC^2 - 2 \cdot AC \cdot BC \cdot \cos C \Rightarrow AB^2 = 1000^2 + 800^2 - 2 \cdot 1000 \cdot 800 \cdot \cos 105^\circ \\ \Rightarrow AB^2 &\approx 2054110,5 \Rightarrow AB \approx 1433,2 \end{aligned}$$

Vậy khoảng cách AB là $1433,2 \text{ m}$.

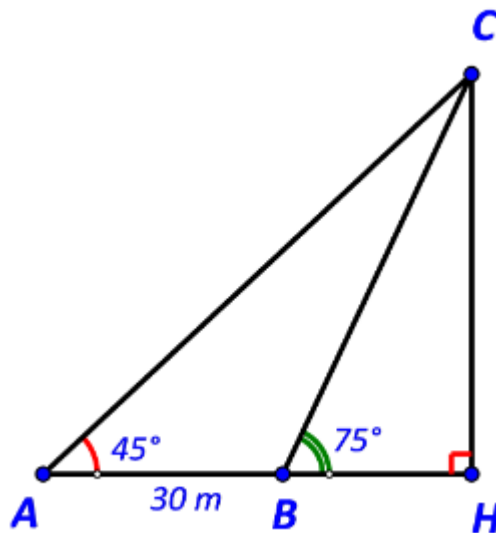
Câu 13: Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một ngọn hải đăng. Góc nghiêng của phương quan sát từ các vị trí A, B tới ngọn hải đăng với đường đi của người quan sát là 45° và 75° . Biết khoảng cách giữa hai vị trí A, B là $30m$ (Hình). Ngọn hải đăng cách bờ biển bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



Lời giải

Gọi C là vị trí ngọn hải đăng và H là hình chiếu của C trên AB.

Khi đó CH là khoảng cách từ ngọn hải đăng tới bờ biển.



Ta có: $\widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{CBH} = 180^\circ - 75^\circ = 115^\circ$

$\Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{A} + \widehat{ABC}) = 180^\circ - (45^\circ + 115^\circ) = 20^\circ$ Áp dụng định lí sin trong tam giác

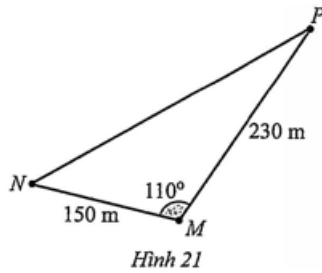
ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \sin B \cdot \frac{AB}{\sin C} = \sin 115^\circ \cdot \frac{30}{\sin 20^\circ} \approx 79,5$

Tam giác ACH vuông tại H nên ta có:

$$CH = \sin A \cdot AC = \sin 45^\circ \cdot 79,5 \approx 56$$

Vậy ngọn hải đăng cách bờ biển 56m.

Câu 14: Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là 150m, chiều dài của hàng rào MP là 230m. Góc giữa hai hàng rào MN và MP là 110° (Hình 21).



- a) Diện tích mảnh đất mà gia đình bạn An sở hữu là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
- b) Chiều dài hàng rào NP là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

- a) Diện tích mảnh đất của gia đình bạn An (tam giác MNP) là:

$$S = \frac{1}{2} MN \cdot MP \cdot \sin M = \frac{1}{2} \cdot 150 \cdot 230 \cdot \sin 110^\circ \approx 16209,7 (m^2).$$

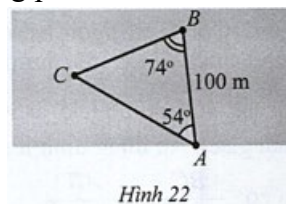
- b) Áp dụng định lí côsin ta có:

$$NP^2 = MN^2 + MP^2 - 2MN \cdot MP \cdot \cos M = 150^2 + 230^2 - 2 \cdot 150 \cdot 230 \cdot \cos 110^\circ \approx 98999,39.$$

Suy ra $NP \approx \sqrt{98999,39} \approx 314,6(m)$.

Vậy chiều dài hàng rào NP là khoảng $314,6m$.

- Câu 15:** Hai người A và B cùng quan sát một con tàu đang neo đậu ngoài khơi tại vị trí C . Người A đứng trên bờ biển, người B đứng trên một hòn đảo cách bờ một khoảng $AB = 100m$. Hai người tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $\widehat{CAB} = 54^\circ$, $\widehat{CBA} = 74^\circ$ (Hình 22). Hỏi con tàu cách hòn đảo bao xa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét)?



Lời giải

Xét tam giác ABC . Ta có: $\hat{C} = 180^\circ - 54^\circ - 74^\circ = 52^\circ$.

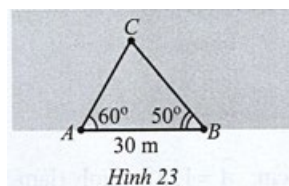
Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{BA}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$.

$$\text{Suy ra } BC = \frac{BA \sin A}{\sin C} = \frac{100 \sin 54^\circ}{\sin 52^\circ} \approx 102,7(m).$$

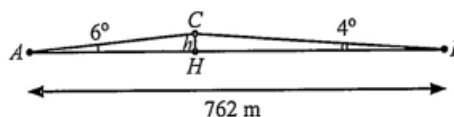
Vậy con tàu cách hòn đảo khoảng $102,7m$.

- Câu 16:** Một người đi dọc bờ biển từ vị trí A đến vị trí B và quan sát một con tàu C đang neo đậu ngoài khơi. Người đó tiến hành đo đạc và thu được kết quả: $AB = 30m$, $\widehat{CAB} = 60^\circ$, $\widehat{CBA} = 50^\circ$ (Hình

23). Tính khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 23



Hình 24

Lời giải

Xét tam giác ABC . Ta có: $\hat{C} = 180^\circ - 60^\circ - 50^\circ = 70^\circ$.

Áp dụng định lí sin ta có: $\frac{BA}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B}$.

$$\text{Suy ra } AC = \frac{BA \sin B}{\sin C} = \frac{30 \sin 50^\circ}{\sin 70^\circ} \approx 24,5(m).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí A đến con tàu C là khoảng $24,5m$.

Câu 17: Lúc 6 giờ sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình 24). Cho biết đoạn thẳng AB dài $762m$, $\hat{A} = 6^\circ$, $\hat{B} = 4^\circ$.

a) Tính chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là $4km/h$ và tốc độ trung bình khi xuống dốc là $19km/h$.

Lời giải

a) Xét tam giác ABC ta có: $\widehat{ACB} = 180^\circ - 6^\circ - 4^\circ = 170^\circ$.

$$\text{Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{AB \sin B}{\sin C} = \frac{762 \sin 4^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 306(m).$$

Xét tam giác vuông AHC ta có $h = CH = AC \sin A \approx 306 \sin 6^\circ \approx 32(m)$.

Vậy chiều cao con dốc là khoảng $32m$.

$$\text{b) Áp dụng định lí sin ta có: } \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{762 \sin 6^\circ}{\sin 170^\circ} \approx 459(m).$$

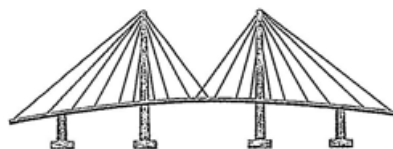
Ta có: $AC \approx 306m = 0,306km$; $CB \approx 459m = 0,459km$.

Như vậy, thời gian bạn An đi từ nhà đến trường là:

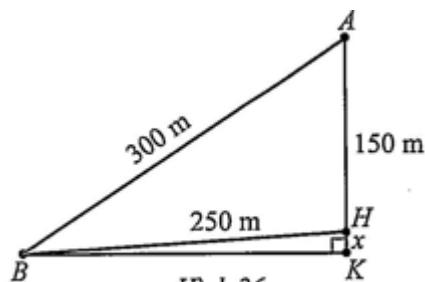
$$t = \frac{AC}{4} + \frac{CB}{19} \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1 \text{ (giờ)} = 6 \text{ (phút)}.$$

Vậy bạn An đến trường lúc khoảng 6 giờ 6 phút.

Câu 18: Quan sát cây cầu dây văng minh hoạ ở Hình 25.



Hình 25



Hình 26

Tại trụ cao nhất, khoảng cách từ đỉnh trụ (vị trí A) tới chân trụ trên mặt cầu (vị trí H) là 150 m , độ dài dây văng dài nhất nối từ đỉnh trụ xuống mặt cầu

(vị trí B) là 300 m , khoảng cách từ chân dây văng dài nhất tới chân trụ trên mặt cầu là 250 m (Hình 26). Tính độ dốc của cầu qua trụ nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị độ).

Lời giải

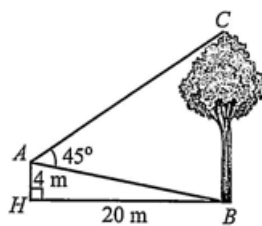
Độ dốc của cầu là góc nghiêng giữa đường cầu qua trụ và phương nằm ngang, tức là góc KBH .

Xét tam giác ABH , áp dụng định lý côsin ta có:

$$\cos \widehat{AHB} = \frac{BH^2 + AH^2 - AB^2}{2BH \cdot AH} = \frac{250^2 + 150^2 - 300^2}{2 \cdot 250 \cdot 150} = -\frac{1}{15} \Rightarrow \widehat{AHB} \approx 93,8^\circ.$$

Xét tam giác BHK ta có: $\widehat{HBK} \approx 93,8^\circ - 90^\circ = 3,8^\circ$ (tính chất góc ngoài tam giác). Vậy độ dốc của cầu qua trụ theo đề bài là khoảng $3,8^\circ$.

Câu 19: Một người đứng ở vị trí A trên nóc một ngôi nhà cao 4 m đang quan sát một cây cao cách ngôi nhà 20 m và đo được $\widehat{BAC} = 45^\circ$ (Hình 27). Tính chiều cao của cây đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị mét).



Hình 27

Lời giải

Xét tam giác vuông ABH ta có: $AB = \sqrt{4^2 + 20^2} = 4\sqrt{26}(\text{m})$ (định lý Pythagore) và

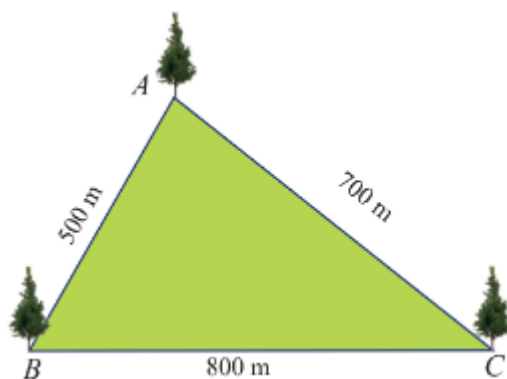
$$\tan \widehat{ABH} = \frac{4}{20} = 0,2 \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 11,3^\circ. \text{ Do đó, } \widehat{ABC} \approx 90^\circ - 11,3^\circ = 78,7^\circ. \text{ Suy ra}$$

$$\widehat{ACB} \approx 180^\circ - 45^\circ - 78,7^\circ = 56,3^\circ.$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$

$$\Rightarrow BC = \frac{AB \sin A}{\sin C} \approx \frac{4\sqrt{26} \sin 45^\circ}{\sin 56,3^\circ} \approx 17,3(\text{m}). \text{ Vậy cây cao khoảng } 17,3\text{ m}.$$

Câu 20: Một công viên có dạng hình tam giác với các kích thước như Hình. Tính số đo các góc của tam giác đó.



Lời giải

Đặt $a = BC, b = AC, c = AB$

Ta có: $a = 800, b = 700, c = 500$.

Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}; \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

Suy ra:

$$\cos A = \frac{700^2 + 500^2 - 800^2}{2 \cdot 700 \cdot 500} = \frac{1}{7} \Rightarrow A = 81^\circ 47' 12,44''$$

$$\cos B = \frac{500^2 + 800^2 - 700^2}{2 \cdot 500 \cdot 800} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ$$

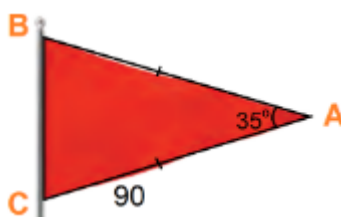
$$\cos C = \frac{800^2 + 700^2 - 500^2}{2 \cdot 800 \cdot 700} = \frac{11}{14} \Rightarrow C = 38^\circ 12' 47,56''$$

Vậy $\hat{A} = 81^\circ 47' 12,44''; \hat{B} = 60^\circ; \hat{C} = 38^\circ 12' 47,56''$.

Câu 21: Tính diện tích một lá cờ hình tam giác cân có độ dài cạnh bên là 90 cm và góc ở đỉnh là 35° .



Lời giải



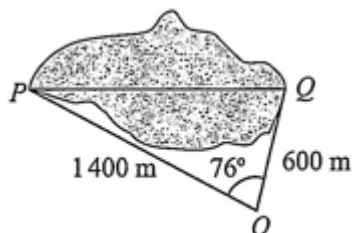
Kí hiệu các điểm A, B, C như hình trên.

Từ giả thiết ta có: $AB = AC = 90, \hat{A} = 35^\circ$

Áp dụng công thức $S = \frac{1}{2}bc \sin A$, ta có:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 90 \cdot 90 \cdot \sin 35^\circ \approx 2323 (cm^2)$$

Câu 22: Tính khoảng cách giữa hai điểm P và Q của một hồ nước (Hình 7). Cho biết từ một điểm O cách 2 điểm P và Q lần lượt là $1400m$ và $600m$ người quan sát nhìn thấy một góc 76° .

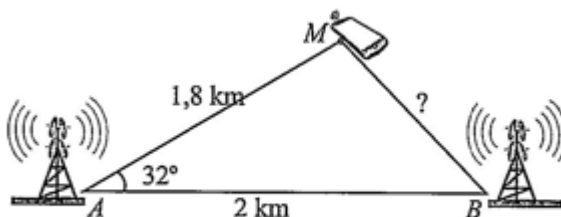


Hình 7

Lời giải

$$PQ = \sqrt{OP^2 + OQ^2 - 2OP \cdot OQ \cdot \cos O} = \sqrt{1400^2 + 600^2 - 2 \cdot 1400 \cdot 600 \cdot \cos 76^\circ} \approx 1383,32(m).$$

Câu 23: Tính khoảng cách từ vị trí của một người đang gọi điện thoại di động đến trạm phát sóng B với số liệu đã cho trong Hình 2.



Hình 2

Lời giải

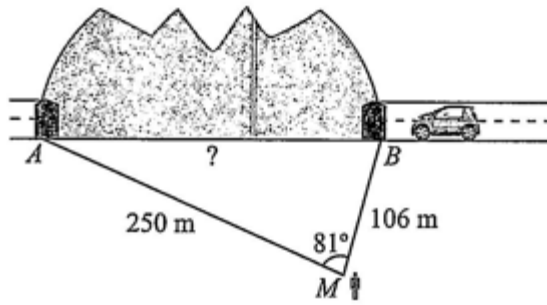
Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB , ta có:

$$MB^2 = AB^2 + AM^2 - 2 \cdot AB \cdot AM \cdot \cos A = 2^2 + 1,8^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1,8 \cdot \cos 32^\circ \approx 1,134.$$

$$\text{Suy ra } MB \approx \sqrt{1,134} \approx 1,065(km).$$

Vậy khoảng cách từ vị trí của người đó đến trạm phát sóng B là $1,065 km$.

Câu 24: Tính chiều dài của đường hầm AB với số liệu cho trong Hình 3.



Hình 3

Lời giải

Gọi vị trí của người quan sát là điểm M và gọi A, B lần lượt là hai đầu đường hầm. Ta có tam giác MAB với $MA = 250\text{ m}$; $MB = 106\text{ m}$ và $\hat{M} = 81^\circ$.

Áp dụng định lí côsin trong tam giác MAB , ta có:

$$AB^2 = MA^2 + MB^2 - 2 \cdot MA \cdot MB \cdot \cos M = 250^2 + 106^2 - 2 \cdot 250 \cdot 106 \cdot \cos 81^\circ \approx 65444,97.$$

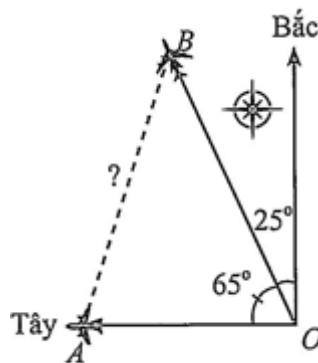
Suy ra $AB \approx \sqrt{65444,97} \approx 255,82(\text{m})$.

Vậy chiều dài của đường hầm AB khoảng $255,82\text{ m}$.

Câu 25: Hai máy bay cùng cất cánh từ một sân bay nhưng bay theo hai hướng khác nhau. Một chiếc đi chuyển với tốc độ 450 km/h theo hướng tây và chiếc còn lại đi chuyển theo hướng hợp với hướng bắc một góc 25° về phía tây với tốc độ 630 km/h . Hỏi sau 90 phút, hai máy bay cách nhau bao xa? Giả sử chúng đang ở cùng độ cao.

Lời giải

Gọi O, A, B lần lượt là vị trí sân bay và hai máy bay sau 90 phút.



Hình 4

Ta có:

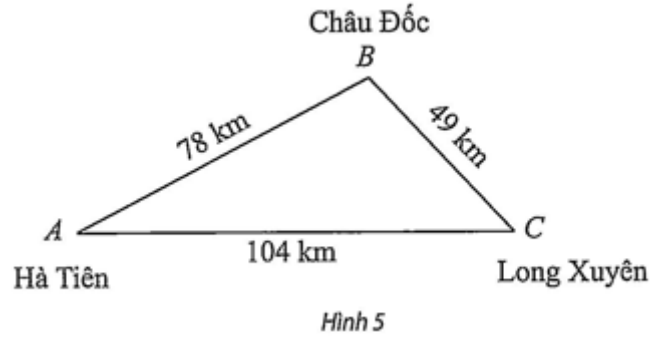
$$OA = 450 \cdot \frac{3}{2} = 675(\text{km}); OB = 630 \cdot \frac{3}{2} = 945(\text{km}); \widehat{AOB} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2 \cdot OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB} = 675^2 + 945^2 - 2 \cdot 675 \cdot 945 \cdot \cos 65^\circ \approx 809495.$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{809495} \approx 900(\text{km})$.

Vậy sau 90 phút, hai máy bay cách nhau khoảng 900 km .

Câu 26: Người ta dự định làm hai đường cao tốc BA và BC từ Châu Đốc đến Hà Tiên và từ Châu Đốc đến Long Xuyên như Hình 5. Hãy tính góc tạo bởi hướng của hai cao tốc.

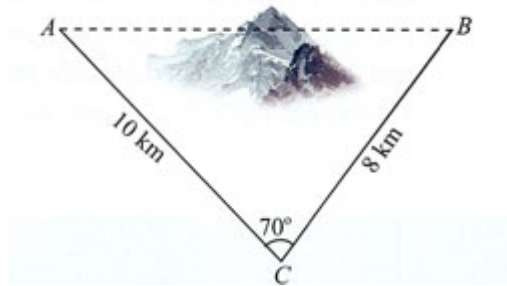


Lời giải

$$\cos B = \frac{BA^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot BA \cdot BC} \approx \frac{78^2 + 49^2 - 104^2}{2 \cdot 78 \cdot 49} = \frac{-111}{364} \Rightarrow B \approx 107^\circ 45' 18''.$$

Vậy góc tạo bởi hướng của hai cao tốc là $107^\circ 45' 18''$.

Câu 27: Để lắp đường dây diện cao thế từ vị trí A đến vị trí B , do phải tránh một ngọn núi nên người ta phải nối đường dây từ vị trí A đến vị trí C dài 10 km , sau đó nối đường dây từ vị trí C đến vị trí B dài 8 km . Góc tạo bởi hai đoạn dây AC và CB là 70° . Tính chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp từ A đến B .



Lời giải

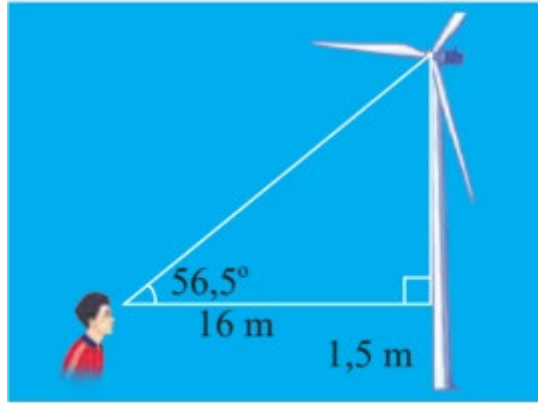
Áp dụng định lí cosin, ta có:

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cdot \cos C \Leftrightarrow AB^2 = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 70^\circ \Rightarrow AB \approx 10,45$$

Vậy chiều dài tăng thêm vì không thể nối trực tiếp là:

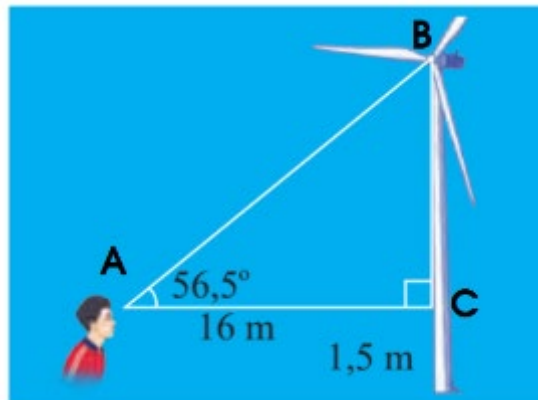
$$AC + CB - AB = 10 + 8 - 10,45 = 7,55(\text{km}).$$

Câu 28: Một người đứng cách thân một cánh quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$ (Hình). Tính khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Cho biết khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là $1,5\text{ m}$.



Lời giải

Kí hiệu các điểm A, B, C như hình



Cách 1:

Ta có: $\hat{B} = 90^\circ - 56,5^\circ = 33,5^\circ$

Áp dụng định lí sin, ta có: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$

$$\Rightarrow BC = \sin A \cdot \frac{AC}{\sin B} = \sin 56,5^\circ \cdot \frac{16}{\sin 33,5^\circ} \approx 24,2(m)$$

Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là $24,2 + 1,5 = 15,7(m)$

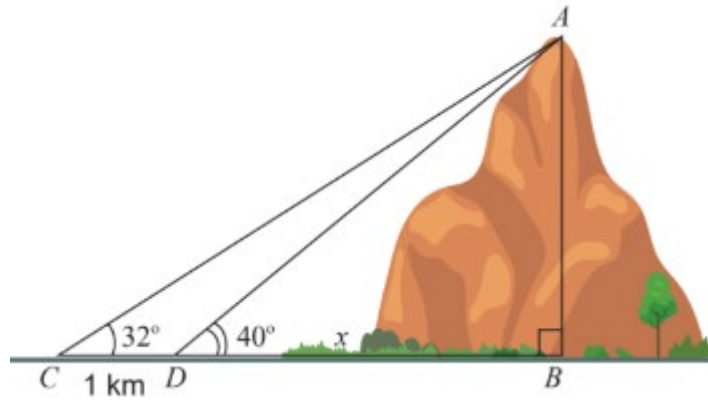
Cách 2:

$$\tan A = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC = AC \cdot \tan A = 16 \cdot \tan 56,5^\circ \approx 24,2$$

Vậy khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất là

$$24,2 + 1,5 = 15,7(m)$$

Câu 29: Tính chiều cao AB của một ngọn núi. Biết tại hai điểm C, D cách nhau 1 km trên mặt đất (B, C, D thẳng hàng), người ta nhìn thấy đỉnh A của núi với góc nâng lần lượt là 32° và 40° (Hình).



Lời giải

Tam giác ABC vuông tại B nên ta có:

$$\tan C = \frac{AB}{CB} \Leftrightarrow AB = \tan 32^\circ \cdot (1 + x)$$

Tam giác ADB vuông tại B nên ta có:

$$\tan D = \frac{AB}{DB} \Leftrightarrow AB = \tan 40^\circ \cdot x$$

$$\Rightarrow \tan 32^\circ \cdot (1 + x) = \tan 40^\circ \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (\tan 40^\circ - \tan 32^\circ) = \tan 32^\circ$$

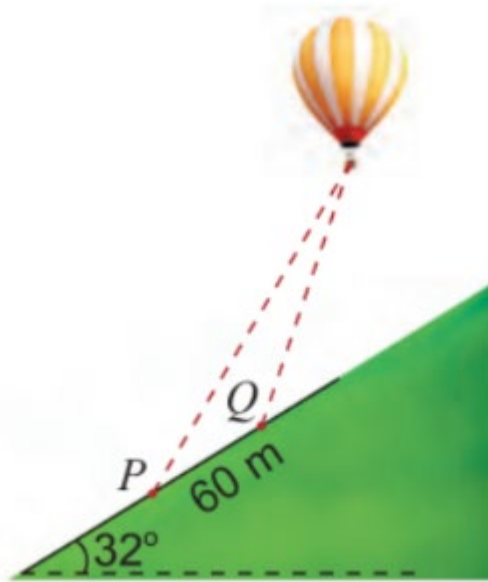
$$\Leftrightarrow x = \frac{\tan 32^\circ}{\tan 40^\circ - \tan 32^\circ}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 2,9(km)$$

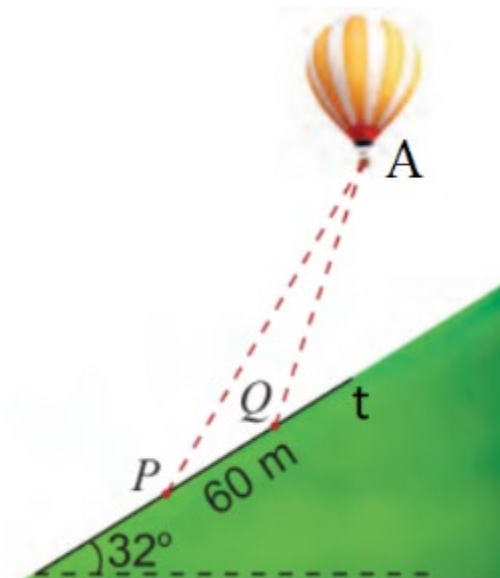
$$\Rightarrow AB \approx \tan 40^\circ \cdot 2,92 \approx 2,45(km)$$

Vậy chiều cao của ngọn núi là 2,45 km.

Câu 30: Hai người quan sát khinh khí cầu tại hai địa điểm P và Q nằm ở sườn đồi nghiêng 32° so với phương ngang, cách nhau 60m (Hình 10). Người quan sát tại P xác định góc nâng của khinh khí cầu là 62° . Cùng lúc đó, người quan sát tại Q xác định góc nâng của khinh khí cầu đó là 70° . Tính khoảng cách từ Q đến khinh khí cầu.



Lời giải



Gọi A là vị trí của khinh khí cầu, Pt là đường sườn đồi như hình.

Ta có:

Tại P, góc nâng của khinh khí cầu là $62^\circ \Rightarrow \hat{P} = 62^\circ - 32^\circ = 30^\circ$

Tại Q, góc nâng của khinh khí cầu là 70°

$\Rightarrow \widehat{AQ}t = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ \Rightarrow \widehat{AQP} = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$ và $A = 180^\circ - 142^\circ - 30^\circ = 8^\circ$

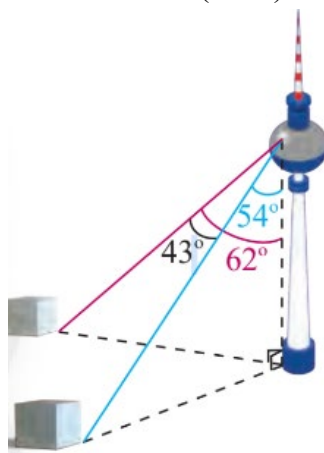
Áp dụng định lí sin trong tam giác APQ, ta có:

$$\frac{PQ}{\sin A} = \frac{QA}{\sin P} \Rightarrow QA = \sin P \cdot \frac{PQ}{\sin A} = \sin 30^\circ \cdot \frac{60}{\sin 8^\circ} \approx 215,56(m)$$

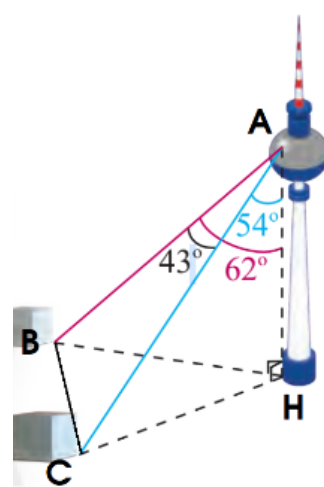
Vậy khoảng cách từ' Q đến khinh khí cầu là 215,56 m.

Câu 31: Một người đứng ở trên một tháp truyền hình cao 352 m so với mặt đất, muốn xác định khoảng cách giữa hai cột mốc trên mặt đất bên dưới. Người đó quan sát thấy góc được tạo bởi hai đường

ngắm tới hai mốc này là 43° , góc giữa phương thẳng đứng và đường ngắm tới một điểm mốc trên mặt đất là 62° và đến điểm mốc khác là 54° (Hình). Tính khoảng cách giữa hai cột mốc này.



Lời giải



Gọi các điểm A, B, C, H như hình trên.

Xét tam giác ABH ta có:

$$AH = 352, \widehat{BAH} = 62^\circ$$

$$\text{Mà } \cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = 352 \cdot \cos 62^\circ \approx 165,25$$

Tương tự, ta có:

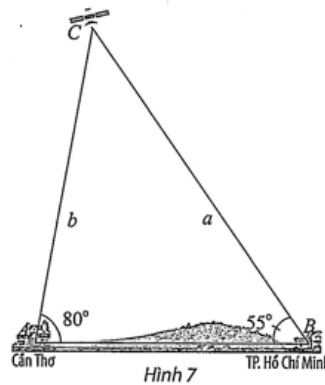
$$\cos \widehat{CAH} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AC = 352 \cdot \cos 54^\circ \approx 206,9$$

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC, ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Leftrightarrow BC^2 = 165,25^2 + 206,9^2 - 2 \cdot 165,25 \cdot 206,9 \cdot \cos 43^\circ \Rightarrow BC \approx 141,8$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột mốc này là 141,8 m.

Câu 32: Một vệ tinh quay quanh Trái Đất, đang bay phía trên hai trạm quan sát ở hai thành phố Hồ Chí Minh và Cần Thơ. Khi vệ tinh nằm giữa hai trạm này, góc nâng của nó được quan sát đồng thời là 55° tại thành phố Hồ Chí Minh và 80° tại Cần Thơ. Hỏi khi đó vệ tinh cách trạm quan sát tại Cần Thơ bao xa? Biết rằng, khoảng cách giữa hai trạm quan sát là 127 km



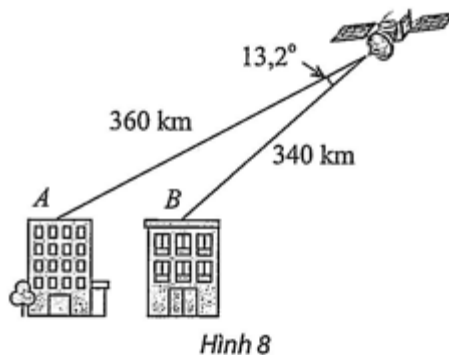
Lời giải

Ta có $\hat{C} = 180^\circ - (80^\circ + 55^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lí sin trong tam giác ABC , ta có: $AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{127 \cdot \sin 55^\circ}{\sin 45^\circ} \approx 147(km)$.

Vậy vệ tinh cách trạm quan sát tại thành phố Cần Thơ khoảng 147 km.

Câu 33: Tính khoảng cách AB giữa nóc hai toà cao ốc. Cho biết khoảng cách từ hai điểm đó đến một vệ tinh viễn thông lần lượt là $360km, 340km$ và góc nhìn từ vệ tinh đến A và B là $13,2^\circ$ (Hình 8).



Lời giải

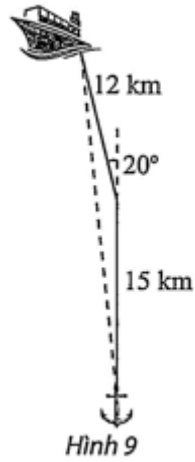
Áp dụng định lí cosin trong tam giác OAB , ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA \cdot OB \cdot \cos \widehat{AOB} = 360^2 + 340^2 - 2.360.340 \cdot \cos 13,2^\circ \approx 6867,88.$$

Suy ra $AB \approx \sqrt{6867,88} \approx 82,87(km)$.

Vậy khoảng cách giữa nóc hai toà cao ốc khoảng 83 km.

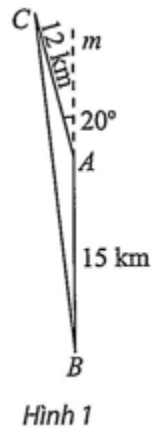
Câu 34: Một chiếc tàu khởi hành từ bến cảng, đi về hướng bắc $15km$, sau đó rẽ lái 20° về hướng tây bắc và đi thêm $12km$ nữa (Hình 9). Tính khoảng cách từ tàu đến bến cảng.



Lời giải

Ta có: $AB = 15 \text{ km}$, $AC = 12 \text{ km}$, $\widehat{CAm} = 20^\circ$.

$$\Rightarrow \widehat{CAB} = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ.$$



Áp dụng định lí côsin, ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos A \Rightarrow BC \approx 26,59(\text{km})$.

Vậy con tàu cách bến cảng khoảng 27 km .

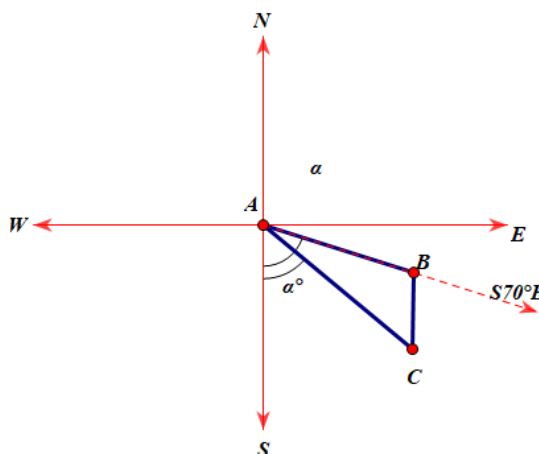
Câu 35: Một tàu đánh cá xuất phát từ cảng A , đi theo hướng $S70^\circ E$ với vận tốc 70 km/h . Đi được 90 phút thì động cơ của tàu bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 8 km/h . Sau 2 giờ kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu neo đậu được vào một hòn đảo.

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Lời giải

a) Tính khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.



Trong đó: B là nơi động cơ bị hỏng, C là vị trí neo đậu của tàu trên hòn đảo. Khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là đoạn AC (hay b). Ban đầu tàu di chuyển theo hướng $S70^\circ E$ nên $\widehat{BAS} = 70^\circ$. Sau khi động cơ bị hỏng, tàu trôi theo hướng Nam do đó BC song song với AS . $\Rightarrow \widehat{ABC} = 180^\circ - \widehat{BAS} = 110^\circ$ Quãng đường tàu đi được sau 90 phút hay 1,5 giờ (ngay trước khi hỏng động cơ) là: $70 \cdot 1,5 = 105(km)$ hay $c = 105$. Quãng đường tàu trôi tự do là: $8 \cdot 2 = 16(km)$ hay $a = 16$. Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B \Rightarrow b^2 = 16^2 + 105^2 - 2 \cdot 16 \cdot 105 \cdot \cos 110^\circ \approx 12150,632 \Rightarrow b \approx 110,23$. Vậy khoảng cách từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là khoảng 110,23 km.

b) Xác định hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu.

Theo sơ đồ, hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S\alpha^\circ E$ với $\alpha^\circ = \widehat{CAS}$.

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \sin A = \frac{a \cdot \sin B}{b}$$

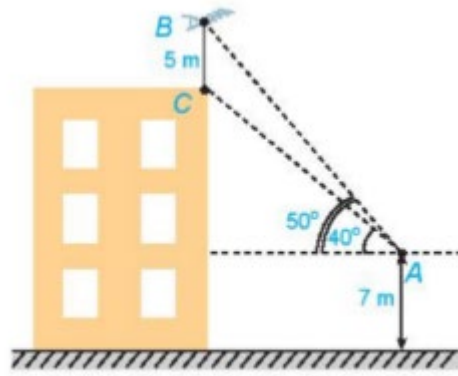
$$\text{Mà } \widehat{B} = 110^\circ; b \approx 110,23; a = 16.$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{16 \cdot \sin 110^\circ}{110,23} \approx 0,136 \Rightarrow \widehat{A} \approx 7,84^\circ \left(\text{do } \widehat{A} < 90^\circ \right)$$

$$\Rightarrow \alpha^\circ \approx 70^\circ - 7,84^\circ = 62,16^\circ.$$

Vậy hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu neo đậu là $S62,16^\circ E$.

Câu 36: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ một vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 50° và 40° so với phương nằm ngang (H.3.18)

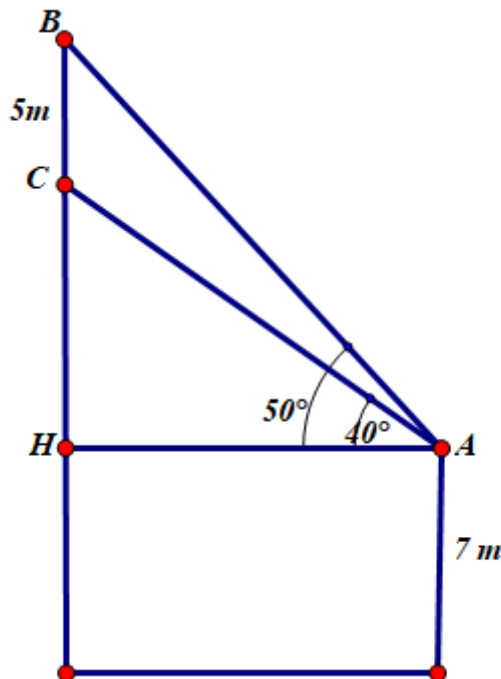


Hình 3.18

- Tính các góc của tam giác ABC .
- Tính chiều cao của tòa nhà.

Lời giải

- Tính các góc của tam giác ABC .



Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BC.

$$\text{Ta có: } \widehat{HAB} = 50^\circ; \widehat{HAC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ \quad (1)$$

Xét tam giác ABH, vuông tại H ta có:

$$\hat{H} = 90^\circ; \widehat{BAH} = 50^\circ \Rightarrow \widehat{HBA} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \text{ hay } \widehat{CBA} = 40^\circ.$$

Từ (1) và (2), suy ra: $\widehat{BCA} = 180^\circ - 40^\circ - 10^\circ = 130^\circ$.

Vậy ba góc của tam giác ABC lần lượt là: $\hat{A} = 10^\circ; \hat{B} = 40^\circ; \hat{C} = 130^\circ$.

- Tính chiều cao của tòa nhà.

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC , ta được:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AB = \frac{BC \cdot \sin C}{\sin A}$$

$$\text{Mà: } BC = 5(m); \quad \widehat{C} = 130^\circ; \quad \widehat{A} = 10^\circ \Rightarrow AB = \frac{5 \cdot \sin 130^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 22(m)$$

Xét tam giác ABH , vuông tại H ta có:

$$\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH}$$

$$\text{Mà: } AB \approx 22(m); \quad \widehat{BAH} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow BH \approx 22 \cdot \sin 50^\circ \approx 16,85(m)$$

$$\text{Vậy chiều cao của tòa nhà là: } BH - BC + 7 = 16,85 - 5 + 7 = 18,85(m)$$

Câu 37: Từ bãi biển Vũng Chùa, Quảng Bình, ta có thể ngắm được Đảo Yến. Hãy đề xuất một cách xác định bề rộng của hòn đảo (theo chiều ta ngắm được).



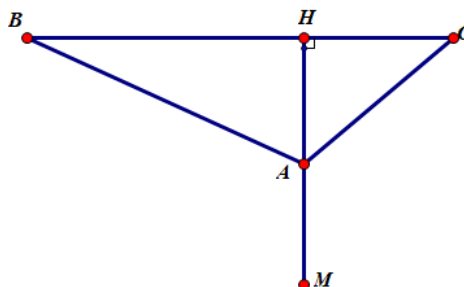
Lời giải

Bước 1:

Đánh dấu vị trí quan sát tại điểm A , chiều rộng của hòn đảo kí hiệu là đoạn BC .

Gọi H là hình chiếu của A trên BC .

Trên tia đối của tia AH , lấy điểm M , ghi lại khoảng cách $AM = a$.



Bước 2:

Tại A, quan sát để xác định các góc $\widehat{BAC} = \alpha, \widehat{HAC} = \beta$.

Tiếp tục quan sát tại M , xác định góc $\widehat{HMC} = \gamma$.

Bước 3: Giải tam giác AMC, tính AC.

$$AM = a, \widehat{AMC} = \widehat{HMC} = \gamma \text{ và } \widehat{MAC} = 180^\circ - \beta \Rightarrow \widehat{ACM} = 180^\circ - \gamma - (180^\circ - \beta) = \beta - \gamma$$

Áp dụng định lý sin trong tam giác AMC ta có:

$$\frac{AC}{\sin \angle AMC} = \frac{AM}{\sin \angle ACM} \Rightarrow AC = \sin \gamma \cdot \frac{a}{\sin(\beta - \gamma)}$$

Bước 4:

$$\widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{HAB} = 90^\circ - (\alpha - \beta)$$

Áp dụng định lý sin cho tam giác ABC ta có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow BC = \sin \alpha \cdot \frac{\sin \gamma \cdot \frac{a}{\sin(\beta - \gamma)}}{\sin(90^\circ - (\alpha - \beta))}.$$

Câu 38: Để tránh núi, giao thông hiện tại phải đi vòng như mô hình trong Hình. Để rút ngắn khoảng cách và tránh sạt lở núi, người ta dự định làm đường hầm xuyên núi, nối thẳng từ A tới D. Hỏi độ dài đường mới sẽ giảm bao nhiêu kilômét so với đường cũ?



Lời giải

Bước 1:

Áp dụng định lý cos trong tam giác ABC ta có:

$$AC^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 105^\circ \Rightarrow AC \approx 11,2(km)$$

Bước 2:

Lại có: Theo định lý sin thì

$$\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{AC}{\sin \angle ABC} \Rightarrow \sin \angle ACB = \frac{8 \cdot \sin 105^\circ}{11,2} \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 43,6^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = 135^\circ - 43,6^\circ = 91,4^\circ$$

Bước 3:

Áp dụng định lý cos trong tam giác ACD ta có:

$$AD^2 = 12^2 + 11,2^2 - 2 \cdot 12 \cdot 11,2 \cos 91,4^\circ \Rightarrow AD \approx 16,6(km)$$

Bước 4:

Độ dài đường mới giảm số kilomet so với đường cũ là: $12 + 6 + 8 - 16,6 = 9,4(km)$.

Câu 39: Một tàu cá xuất phát từ đảo A , chạy $50km$ theo hướng $N24^\circ E$ đến đảo B để lấy thêm ngư cụ, rồi chuyển hướng $N36^\circ W$ chạy tiếp $130km$ đến ngư trường C .

a) Tính khoảng cách từ vị trí xuất phát A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị đo kilômét).

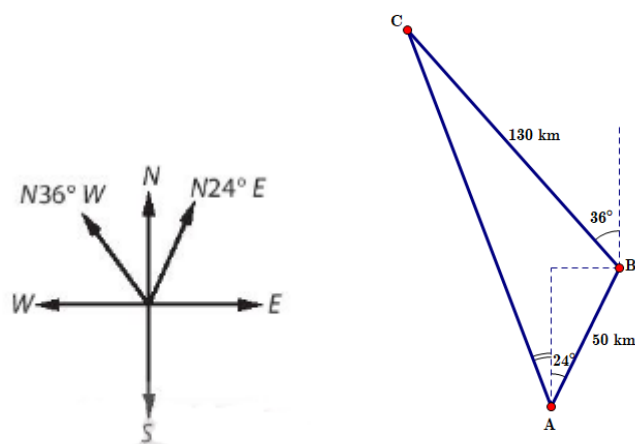
b) Tìm hướng từ A đến C (làm tròn đến hàng đơn vị, theo đơn vị độ).

Lời giải

a) Từ giả thiết suy ra $\widehat{ABC} = (90^\circ - 24^\circ) + (90^\circ - 36^\circ) = 120^\circ$. Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 2500 + 16900 - 2 \cdot 50 \cdot 130 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 25900.$$

Suy ra $AC = 10\sqrt{259} \approx 161(km)$.



b) Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC ta được $\sin \widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} \cdot \sin \widehat{ABC} \approx 0,6993$.

Suy ra $\widehat{CAB} = 44^\circ$ và do đó AC chênh về hướng tây một góc $44^\circ - 24^\circ = 20^\circ$ so với phương bắc.

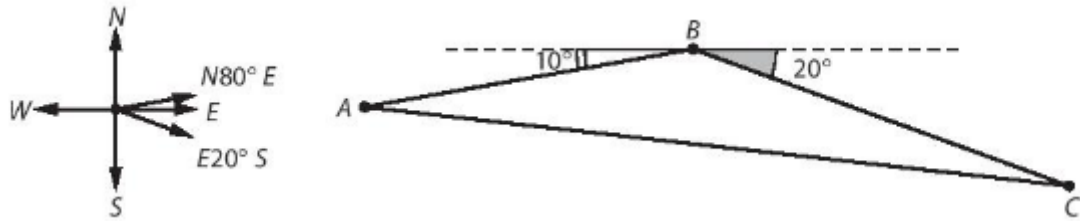
Vậy hướng từ A tới C là $N20^\circ W$.

Câu 40: Một tàu du lịch xuất phát từ bãi biển Đồ Sơn (Hải Phòng), chạy theo hướng $N80^\circ E$ với vận tốc $20km/h$. Sau khi đi được 30 phút, tàu chuyển sang hướng $E20^\circ S$ giữ nguyên vận tốc và chạy tiếp 36 phút nữa đến đảo Cát Bà. Hỏi khi đó tàu du lịch cách vị trí xuất phát bao nhiêu kilômét?

Lời giải

Coi điểm xuất phát là A , điểm tàu chuyển hướng là B và đích đến là C . Theo giả thiết

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$$



Do tàu chạy từ A tới B với vận tốc 20 km/h trong 30 phút, nên

$$AB = 20 \cdot \frac{30}{60} = 10(\text{km}).$$

Do tàu chạy từ B đến C với vận tốc 20 km/h trong 36 phút, nên

$$BC = 20 \cdot \frac{36}{60} = 12(\text{km}).$$

Áp dụng định lí côsin cho tam giác ABC ta được

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \widehat{ABC} = 10^2 + 12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 12 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \approx 452$$

Suy ra $AC \approx \sqrt{452} \approx 21(\text{km})$.