

-----***-----

Thời gian làm bài: 180 phút.

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Không kể thời gian phát đề)

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.**Câu 2 (1 điểm).** Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp điểm có tung độ bằng 3.**Câu 3 (1 điểm).**a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tính môđun của z .b) Giải phương trình $\log_3(3^x - 2) = 1 - x$.**Câu 4 (1 điểm).** Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.**Câu 5 (1 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng (P): $x + y + z + 2016 = 0$. Xác định tọa độ tâm I và tính bán kính của mặt cầu (S). Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và tiếp xúc với mặt cầu (S).**Câu 6 (1 điểm).**a) Giải phương trình: $2\sin x - 1 = \cos x - \sin 2x$.

b) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn lớn hơn 2500.

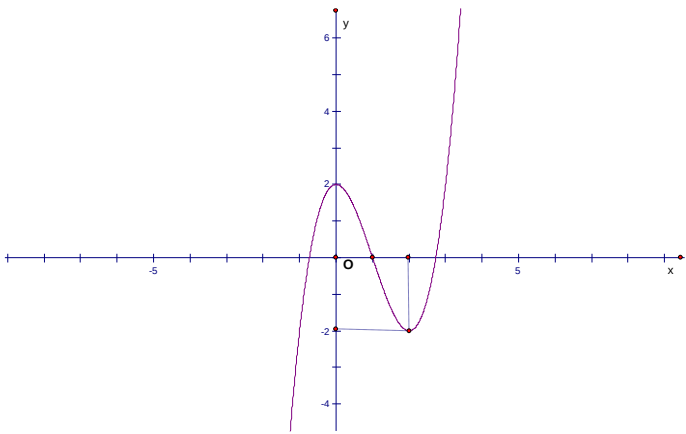
Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang với đáy lớn là AD; các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau; $SA = AC = CD = a\sqrt{2}$, $AD = 2BC$. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.**Câu 8 (1 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác MNP có các đỉnh N và P thuộc đường thẳng $x - 2y - 6 = 0$ và điểm $I(1; 0)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNP. Biết M thuộc đường thẳng $d: x + 3y - 16 = 0$, có hoành độ nhỏ hơn 3 và cách I một khoảng bằng 5. Tìm tọa các điểm M, N và P.**Câu 9 (1 điểm).** Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x^3 - 26x^2 + 44x - 20 + 5(1 - y)\sqrt{y - 1} - 4y = 0 \\ \sqrt{x^2 + x - 6} + 3\sqrt{x - 1} - \sqrt{6x + 3y + 4} = 0. \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

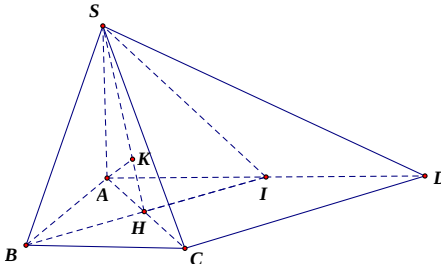
Câu 10 (1 điểm). Cho các số thực x, y, z thuộc đoạn $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ và thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 6$.Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $P = x^3 + 2y^3 + z^3$.

----- Hết -----

ĐÁP ÁN (ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016)

1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.																	
	* Tập xác định: P. * Chiều biến thiên: Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}; y' < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$ Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên $(0; 2)$.	0.25																
	* Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y_{CD} = 2$; Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = -2$. * Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0.25																
	* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	$+$	y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
y'	$+$	0	$-$	0	$+$													
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$														
	 – Đồ thị: Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại các điểm : $A(1; 0)$, $B(1 \pm \sqrt{3}; 0)$.	0.25																
2	Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp điểm có tung độ bằng 3.																	
	Ta có: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$. Gọi tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$, ta có:		0.25															
	$y_0 = 3 \Rightarrow \frac{2x_0 - 1}{x_0 - 1} = 3 \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow M(2; 3)$		0.25															
	Suy ra hệ số góc k của tiếp tuyến là: $k = y'(2) = -1$		0.25															
	Vậy phương trình tiếp tuyến cần lập là: $y = -1.(x - 2) + 3$ hay $y = -x + 5$		0.25															
3	a	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tính môđun của z .																

		Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$. Theo giả thiết, ta có: $(1+i)(x-yi) - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow (x+y-1) + (x-y-3)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1. \end{cases} \text{ Suy ra } z = 2 - i.$	0.25
		Vậy mô đun của số phức z là $ z = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.	0.25
3	b	<i>Giải phương trình</i> $\log_3(3^x - 2) = 1 - x$ (1).	
		ĐK: $3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > \log_3 2$. Khi đó: PT (1) $\Leftrightarrow 3^x - 2 = 3^{1-x} \Leftrightarrow 3^x - 2 = \frac{3}{3^x}$ (*)	0.25
		Đặt $t = 3^x, t > 0$. Khi đó (*) trở thành: $t - 2 = \frac{3}{t} \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases} \Leftrightarrow t = 3 \text{ (do } t > 0)$ Với $t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$ (TMĐK). Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 1$.	0.25
		<i>Tính tích phân</i> $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$	1
		$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0.25
4		Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$. Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$.	0.25
		Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$	0.25
		$J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$. Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0.25
5		(S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$ và (P): $x + y + z + 2016 = 0$	1
		(S) có tâm $I(1; -2; 3)$ và bán kính $R = 4$	0,25
		Do (Q) // (P) nên PT của (Q) có dạng: $x + y + z + D = 0$ ($D \neq 2016$)	0,25
		(S) tiếp xúc với (Q) khi và chỉ khi $d(I, (Q)) = 4 \Leftrightarrow D = -2 \pm 4\sqrt{3}$	0,25
		Vậy (Q): $x + y + z - 2 \pm 4\sqrt{3} = 0$	0,25
6	a	<i>Giải phương trình:</i> $2 \sin x - 1 = \cos x - \sin 2x$.	
		PT $\Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = \cos x - 2 \sin x \cdot \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x - 1 = \cos x(1 - 2 \sin x) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
		-Với $\cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.	
		-Với $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.	0.25

		Vậy nghiệm của PT là: $x = \pi + k2\pi$, $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$, $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$)	
6	b	Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn lớn hơn 2500.	
		Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9.A_3^3 = 4536$.	0.25
		Gọi A là biến cố: “Số được chọn lớn hơn 2500”. Khi đó số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 7.A_3^3 + 5.A_8^2 = 3808$. Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{68}{81}$.	0.25
7		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn là AD; các đường thẳng SA, AC và CD đôi một vuông góc với nhau; $SA = AC = CD = a\sqrt{2}$ và $AD = 2BC$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.	1
		Ta có: $SA \perp AC$ và $SA \perp CD \Rightarrow SA \perp (ABCD)$. ΔACD vuông cân tại $C \Rightarrow AD = 2a \Rightarrow BC = a$. Gọi I là trung điểm $AD \Rightarrow AI = BC$, $AI \parallel BC$ và $CI \perp AD \Rightarrow ABCI$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp AD$. Do đó $S_{ABCD} = \frac{(AD+BC).AB}{2} = \frac{3a^2}{2}$. Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.\frac{3a^2}{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. 	0.5
		Ta có $CD \parallel BI \Rightarrow CD \parallel (SBI)$ $\Rightarrow d(SB, CD) = d(CD, (SBI)) = d(C, (SBI)) = d(A, (SBI))$ (do H là trung điểm AC). Gọi $H = AC \cap BI$ và $AK \perp SH$ tại K. Ta có $AK \perp (SBI) \Rightarrow d(A, (SBI)) = AK$. Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{2a^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{10}}{5} \Rightarrow d(A, (SBI)) = AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$. Vậy $d(CD, SB) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.	0.5
8		Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác MNP có các đỉnh N và P thuộc đường thẳng $x - 2y - 6 = 0$ và điểm $I(1;0)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MNP. Biết M thuộc đường thẳng $d: x + 3y - 16 = 0$, có hoành độ nhỏ hơn 3 và cách I một khoảng bằng 5. Tìm tọa độ các đỉnh M, N và P.	1
		Ta có: $M \in d \Rightarrow M(16-3t; t)$ và M cách I một khoảng bằng 5 tức là $IM = 5$ nên $\sqrt{(15-3t)^2 + (-t)^2} = 5 \Leftrightarrow t^2 - 9t + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 5 \end{cases}$ Với $t = 4 \Rightarrow M(4;4)$ (loại) Với $t = 5 \Rightarrow M(1;5)$ (nhận)	0.25

	Gọi (C) là đường tròn nội tiếp tam giác MNP. Ta có: $r = d(I, NP) = \frac{ 1-2.0-6 }{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \sqrt{5}$ là bán kính của (C) ; MN, MP là các tiếp tuyến của (C) kẻ từ $M(1;5)$.	0.25
	Goi Δ là tiếp tuyến của (C) kẻ từ $M(1;5)$; $\vec{n}=(a;b)$ là vectơ pháp tuyến của Δ, với $a^2+b^2 \neq 0$. PT của Δ có dạng: $a(x-1)+b(y-5)=0 \Leftrightarrow ax+by-a-5b=0$. Vì Δ tiếp xúc với (C) nên $d(I, \Delta) = r \Leftrightarrow \frac{ -5b }{\sqrt{a^2+b^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = -2b \end{cases}$ Suy ra pt các tt của (C) kẻ từ $M(1;5)$ là $2x+y-7=0, 2x-y+3=0$.	0.25
	Tọa độ của N, P là nghiệm của : $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ x-2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x-y+3=0 \\ x-2y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-5 \end{cases}$ Suy ra $N(4;-1), P(-4;-5)$ hoặc $N(-4;-5), P(4;-1)$. Vậy $M(1;5), N(4;-1), P(-4;-5)$ hoặc $M(1;5), N(-4;-5), P(4;-1)$.	0.25
9	<i>Giải hệ phương trình:</i> $\begin{cases} 5x^3 - 26x^2 + 44x - 20 + 5(1-y)\sqrt{y-1} - 4y = 0 & (1) \\ \sqrt{x^2+x-6} + 3\sqrt{x-1} - \sqrt{6x+3y+4} = 0 & (2) \end{cases} \quad (x,y \in \mathbb{R})$	1
	ĐK: $\begin{cases} y-1 \geq 0 \\ x^2+x-6 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \\ 6x+3y+4 \geq 0 \end{cases} \quad \hat{=} \quad \begin{cases} x \geq 2 \\ y \geq 1 \end{cases} \quad (*)$ PT(1) $\Leftrightarrow 5(x-2)^3 + 4(x-2)^2 = 5(y-1)\sqrt{y-1} + 4(y-1)$ (3)	0.25
	Từ (*) suy ra $x-2 \geq 0$ và $y-1 \geq 0$. Xét hàm số $f(t) = 5t^3 + 4t^2$ trên $[0; +\infty)$. Ta có $f'(t) = 15t^2 + 8t; f'(t) > 0$ với mọi $t \in (0; +\infty)$. Do đó, $f(t)$ nghịch biến trên $[0; +\infty)$.	0.25

	Suy ra: PT (3) $\Leftrightarrow f(x-2) = f(\sqrt{y-1}) \hat{=} x-2 = \sqrt{y-1} \hat{=} y = x^2 - 4x + 5.$	
	Thế vào PT(2), ta được: $\sqrt{x^2 + x - 6} + 3\sqrt{x-1} - \sqrt{3x^2 - 6x + 19} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 6} + 3\sqrt{x-1} = \sqrt{3x^2 - 6x + 19}$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{(x^2 + x - 6)(x-1)} = x^2 - 8x + 17$ $\Leftrightarrow 3\sqrt{(x^2 + 2x - 3)(x-2)} = (x^2 + 2x - 3) - 10(x-2) \quad (4)$ $\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{x-2} - 3\sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x-2}} - 10 = 0 \text{ (do } x=2 \text{ không là nghiệm của PT (4))}$	0.25
	$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x^2 + 2x - 3}{x-2}} = 5 \Leftrightarrow x^2 - 23x + 47 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{23 - \sqrt{341}}{2} \hat{=} x = \frac{23 + \sqrt{341}}{2}$ Vậy nghiệm của HPT đã cho là: $(x;y) = \left(\frac{23 - \sqrt{341}}{2}; \frac{353 - 19\sqrt{341}}{2}\right), (x;y) = \left(\frac{23 + \sqrt{341}}{2}; \frac{353 + 19\sqrt{341}}{2}\right)$	0.25
10	Cho các số thực x, y, z thuộc đoạn $[1; 3]$ và thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của biểu thức $P = x^3 + 2y^3 + z^3$.	
	Ta có $x^3 + z^3 = \frac{(x+z)^3}{4} = \frac{(6-y)^3}{4}$ nên $P = 2y^3 + \frac{(6-y)^3}{4}$. Xét hàm số $f(y) = 2y^3 + \frac{(6-y)^3}{4}$ với $y \in [1; 3]$. Ta có $f'(y) = \frac{3}{4}(8y^2 - (6-y)^2)$ nên $f'(y) = 0 \text{ thì } y = \frac{6(2\sqrt{2} - 1)}{7} \text{ thỏa mãn điều kiện } y \in [1; 3].$	0.25
	Vì $f(1) = \frac{133}{4}, f(3) = \frac{243}{4}, f\left(\frac{6(2\sqrt{2} - 1)}{7}\right) = \frac{432(9 - 4\sqrt{2})}{49}$ nên GTNN của $f(y)$ là $\frac{432(9 - 4\sqrt{2})}{49}$ khi $y = \frac{6(2\sqrt{2} - 1)}{7}$. Vậy GTNN của P là $\frac{432(9 - 4\sqrt{2})}{49}$ khi $x = z = \frac{6(4 - \sqrt{2})}{7}; y = \frac{6(2\sqrt{2} - 1)}{7}$.	0.25
	Ta có $(1-x)(1-z)^3 \geq 0 \Leftrightarrow x^3 + z^3 \leq 1 + (x+z-1)^3$. Suy ra $P \leq 1 + 2y^3 + (5-y)^3$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x=1$ hoặc $z=1$. Khi đó $y+z=5$ hoặc $x+y=5$. Mà $x, z \leq 3$ nên $y \geq 2$.	0.25
	Xét $g(y) = 1 + 2y^3 + (5-y)^3$ với $y \in [2; 3]$. Ta có $g'(y) = 3(2y^2 - (5-y)^2)$ nên $g'(y) = 0 \text{ thì } y = 5(\sqrt{2} - 1).$ Từ đó tìm được $\max_{[1;3]} g(y) = 63$ khi $y = 3$. Vậy GTLN của P là 63, đạt được khi $(x; y; z) = (1; 3; 2)$ hoặc $(x; y; z) = (2; 3; 1)$.	0.25